

UNIVERSIDADE D COIMBRA

Carlos Filipe Carvalho de Sousa

ANÁLISE DE SENSIBILIDADE DO ENSAIO HIDRÁULICO DE EXPANSÃO BIAXIAL À VARIABILIDADE NA ESPESSURA

Dissertação no âmbito do Mestrado em Engenharia Mecânica na especialidade de Produção e Projeto orientada pela Doutora Marta Cristina Cardoso de Oliveira e pelo Doutor André Filipe Gomes Pereira e apresentada ao Departamento de Engenharia Mecânica da Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

Fevereiro de 2023



ANÁLISE DE SENSIBILIDADE DO ENSAIO HIDRÁULICO DE EXPANSÃO BIAXIAL À VARIABILIDADE NA ESPESSURA

Dissertação apresentada para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia Mecânica na Especialidade de Produção e Projeto

Sensitivity Analysis of the Bulge Test to Thickness Variability

Autor

Carlos Filipe Carvalho de Sousa

Orientadores

Doutora Marta Cristina Cardoso de Oliveira Doutor André Filipe Gomes Pereira

Júri

Presidente	Professor Doutor José Valdemar Bidarra Fernandes
	Professor Catedrático da Universidade de Coimbra
Orientador	Doutor André Filipe Gomes Pereira
	Investigador da Universidade de Coimbra
Vogais	Professor Doutor Diogo Mariano Simões Neto.
	Professor Auxiliar da Universidade de Coimbra

Agradecimentos

O trabalho que aqui se apresenta só foi possível graças à colaboração e apoio de algumas pessoas, às quais não posso deixar de prestar o meu reconhecimento.

Ao Professor Doutor André, pela orientação nesta dissertação e pelo seu apoio ao longo de todo este processo.

À Professora Doutora Marta, pela disponibilidade e esclarecimento de dúvidas que surgiram ao longo do trabalho.

Aos meus amigos, pelo convívio, apoio e motivação ao longo destes meses.

À minha família, *por todo o apoio ao longo destes meses*.

Aos meus pais e irmã, por me apoiarem e por me encorajarem a chegar sempre mais longe.

O meu sincero agradecimento a todos.

A dissertação foi realizada no âmbito do projeto "RealForm: Modelação Estocástica e Quantificação da Incerteza de Processos de Conformação de Chapas Metálicas" (2022.02370.PTDC), financiado pela Fundação Portuguesa para a Ciência e Tecnologia (FCT). Também foi patrocinada com fundos FEDER através do programa COMPETE - Programa Operacional Fatores de Competitividade - e com fundos nacionais através da FCT, no âmbito dos projetos UIDB/00285/2020, UIDB/00481/2020, UIDP/00481/2020, CENTRO-01- 0145-FEDER-022083, LA/P/0104/2020 and LA/P/0112/2020. O trabalho de investigação do Dr. André Pereira é financiado através de fundos nacionais por parte da FCT (2022.04905.CEECIND).



Resumo

O ensaio hidráulico de expansão biaxial é amplamente utilizado para determinar as propriedades mecânicas de chapas metálicas, pois permite caracterizar o comportamento mecânico do material para um estado de tensão biaxial e para grandes valores de deformação. Na análise de resultados deste ensaio, assume-se que a espessura é constante ao longo de toda a chapa, embora na realidade se observe variabilidade na espessura. Neste contexto, o objetivo deste trabalho é quantificar a influência da variabilidade da espessura nos resultados do ensaio hidráulico de expansão biaxial.

Neste trabalho, com recurso á simulação numérica, analisaram-se dois parâmetros que caracterizam a variabilidade na espessura da chapa, a variância e o nível de suavização. Para quantificar a influência de ambos os parâmetros foram estudados 3 valores de variância (0.0001 mm², 0.00025 mm² e 0.0004 mm²) e 3 valores de nível de suavização (1, 5 e 10), i.e., foram executados nove conjuntos de simulações numéricas, do ensaio hidráulico de expansão biaxial, para as diferentes combinações de valores acima mencionados. Para cada um destes conjuntos foi avaliada a influência da variabilidade na espessura nos resultados numéricos do ensaio hidráulico de expansão biaxial, pressão, raio de curvatura e espessura da chapa ao longo do ensaio.

A análise permitiu observar que alguns dos resultados do ensaio hidráulico de expansão biaxial são sensíveis à variabilidade na espessura. O raio de curvatura e a tensão biaxial são particularmente afetados no início do ensaio. A pressão e a razão de tensões e deformações são menos influenciadas pela variabilidade na espessura. A espessura ao longo do ensaio é pouco afetada pela variabilidade na espessura inicial da chapa. O aumento da variância e do nível de suavização provoca um aumento da dispersão em todos os resultados. Verificou-se ainda que a deformação máxima, que ocorre no final do ensaio, localiza-se em zonas cada vez mais afastadas do pólo à medida que a variância e o nível de suavização aumentam.

Palavras-chave:

Método de Elementos Finitos, Ensaio Hidráulico de Expansão Biaxial, Variabilidade na Espessura, Análise de Sensibilidade

Abstract

The bulge test is widely used to determine the mechanical properties of metal sheets, as it allows the characterization of the mechanical behaviour of the material for a biaxial stress state and for large strain values. In the results analysis of this test, it is assumed that the thickness is constant throughout the sheet, although variability in thickness is observed. In this context, the objective of this work is to quantify the influence of the thickness variability in the results of the hydraulic bulge test.

In this work, two parameters that characterize the variability in the sheet thickness were analysed, the variance and the smoothing level. To quantify the influence of both parameters 3 values of variance (0.0001 mm2, 0.00025 mm2 and 0.0004 mm2) and 3 values of smoothing level (1, 5 and 10) were studied, i.e., nine sets of numerical simulations were run for the different combinations of the above-mentioned values. For each of these sets, the influence of the variability in thickness on the numerical results of the bulge test was evaluated, specifically in the variability of the evolution of the stresses, strains, pressure, curvature radius and sheet thickness along the test.

The analysis indicates that some of the bulge test results are influenced by the thickness variability. The curvature radius and the biaxial stress are particularly affected at the beginning of the test. The pressure and the stress and strain ratios are less influenced by the thickness variability. The thickness along the test is slightly affected by the variability in the initial thickness of the sheet. The increase of the variance and smoothing level causes an increase in all the results variability. It was also verified that the maximum deformation, that occurs at the end of the test, is located in zones more and more distant from the pole as the variance and the smoothing level increase.

Keywords: Finite Element Method, Bulge Test, Thickness Variability, Sensitivity Analysis.

Índice

Índice de Figurasix			
Índice de Tabelasxiii			
Simbologia e Siglas			
1. INTRODUÇÃO			
2. MODELO ESTOCÁSTICO			
3. RESULTADOS193.1. Análise Estocástica193.2. Resultados do Ensaio Bulge203.2.1. Razão entre as Tensões Principais203.2.2. Pressão243.2.3. Razão entre as Deformações Principais253.2.4. Raio de Curvatura273.2.5. Espessura283.2.6. Tensão Biaxial293.2.7. Deformação Máxima31			
4. CONCLUSÃO			
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS			
APÊNDICE A			

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2.1. Esquematização do ensaio <i>bulge</i> (ISO16808,2014)6
Figura 2.2. Representação de <i>r</i> 1e <i>r</i> 2 para cálculo de tensão e deformação real para cada etapa de formação (ISO16808,2014)
Figura 2.3. Geometria do ensaio <i>bulge</i> , com a identificação das dimensões principais das ferramentas
Figura 2.4. Malha completa produzida no programa GID10.0.9
Figura 2.5. Zona refinada da malha produzida no programa GID10.0.9
Figura 2.6. Detalhe da zona refinada com a indicação do tamanho dos elementos11
Figura 2.7. Efeito da variância na distribuição da espessura: (A)Var=0.0001 mm ² ; (B) Var=0.0004 mm ² ; (C) Var=0.00055 mm ² . Detalhe da zona central de 25x25mm ² .
Figura 2.8. Efeito do nível de suavização na distribuição da espessura: (A) NS=1; (B) NS=5; (C) NS=10. Detalhe da zona central de 25x25mm ² 14
Figura 2.9. Diferentes distribuições de espessura obtidas para um Var=0.0001 mm ² e NS=1. Detalhe da zona central de 25x25mm ²
Figura 2.10. Diagrama que descreve o processo utilizado para a geração de resultados 16
Figura 3.1. Evolução do valor médio e do intervalo de variação da razão de tensões, $\sigma 2\sigma 1$ para o conjunto de simulações com uma variância de 0.0001 mm ² e um níve de suavização de: (A) NS=1; (B) NS=5; (C) NS=10. A curva "constante" mostra a evolução da razão de tensões para a simulação com uma espessura constante de 1mm
Figura 3.2. Evolução do valor médio e do intervalo de variação da razão de tensões, para o conjunto de simulações com uma variância de 0.00025 mm ² e um nível de suavização de: (A) NS=1; (B) NS=5; (C) NS=10. A curva "constante" mostra a evolução da razão de tensões para a simulação com uma espessura constante de 1mm
Figura 3.3. Evolução do valor médio e do intervalo de variação da razão de tensões, para o conjunto de simulações com uma variância de 0.0004 mm ² e um nível de suavização de: (A) NS=1; (B) NS=5; (C) NS=10. A curva "constante" mostra a evolução da razão de tensões para a simulação com uma espessura constante de 1mm
Figura 3.4. Evolução do desvio padrão da razão de tensões em função da altura do pólo, obtida para cada um dos nove conjuntos de simulações
Figura 3.5.Evolução do valor médio da razão de tensões em função da altura do pólo, obtida para cada um dos nove conjuntos de simulações. A curva "constante" representa a evolução da razão de tensões para a simulação de espessura constante

Figura 3.6. Evolução do desvio padrão da pressão em função da altura do pólo, obtida para cada um dos nove conjuntos de simulações
Figura 3.7. Evolução do valor médio da pressão em função da altura do pólo, obtida para cada um dos nove conjuntos de simulações. A curva "constante" representa a evolução da pressão para a simulação de espessura constante
Figura 3.8. Evolução do desvio padrão da razão de deformações em função da altura do pólo, obtida para cada um dos nove conjuntos de simulações
Figura 3.9. Evolução do valor médio da razão de deformações em função da altura do pólo, obtida para cada um dos nove conjuntos de simulações. A curva "constante" representa a evolução da razão de deformações para a simulação de espessura constante
Figura 3.10. Evolução do desvio padrão do raio de curvatura em função da altura do pólo, obtida para cada um dos nove conjuntos de simulações
Figura 3.11. Evolução do valor médio do raio de curvatura em função da altura do pólo, obtida para cada um dos nove conjuntos de simulações. A curva "constante" representa a evolução do raio de curvatura para a simulação de espessura constante
Figura 3.12. Evolução ddo desvio padrão da espessura em função da altura do pólo, obtida para cada um dos nove conjuntos de simulações
Figura 3.13. Evolução do valor médio da espessura em função da altura do pólo, obtida para cada um dos nove conjuntos de simulações. A curva "constante" representa a evolução da espessura para a simulação de espessura constante
Figura 3.14. Evolução do desvio padrão da tensão biaxial em função da altura do pólo, obtida para cada um dos nove conjuntos de simulações
Figura 3.15. Evolução do valor médio da tensão biaxial em função da altura do pólo, obtida para cada um dos nove conjuntos de simulações. A curva "constante" representa a evolução tensão biaxial para a simulação de espessura constante
Figura 3.16. Distribuição da distância ao pólo do nó onde ocorre a deformação máxima para os nove conjuntos de simulações com diferentes valores de variância e nível de suavização
Figura A.1. Evolução do valor médio e do intervalo de variação da pressão, para o conjunto de simulações com uma variância de 0.0001mm ² e um nível de suavização de: (A) NS=1; (B) NS=5; (C) NS=10
Figura A.2. Evolução do valor médio e do intervalo de variação da pressão, para o conjunto de simulações com uma variância de 0.00025 mm ² e um nível de suavização de: (A) NS=1; (B) NS=5; (C) NS=10
Figura A.3. Evolução do valor médio e do intervalo de variação da pressão, para o conjunto de simulações com uma variância de 0.0004 mm ² e um nível de suavização de: (A) NS=1; (B) NS=5; (C) NS=10

Figura A.4. Evolução do valor médio e do intervalo de variação das razões de deformações, para o conjunto de simulações com uma variância de 0.0001 mm ² e um nível de suavização de: (A) NS=1; (B) NS=5; (C) NS=1039
Figura A.5. Evolução do valor médio e do intervalo de variação das razões de deformações, para o conjunto de simulações com uma variância de 0.00025 mm ² e um nível de suavização de: (A) NS=1; (B) NS=5; (C) NS=10
Figura A.6. Evolução do valor médio e do intervalo de variação das razões de deformações, para o conjunto de simulações com uma variância de 0.0004 mm ² e um nível de suavização de: (A) NS=1; (B) NS=5; (C) NS=1040
Figura A.7. Evolução do valor médio e do intervalo de variação do raio de curvatura, para o conjunto de simulações com uma variância de 0.0001 mm ² e um nível de suavização de: (A) NS=1; (B) NS=5; (C) NS=1040
Figura A.8. Evolução do valor médio e do intervalo de variação do raio de curvatura, para o conjunto de simulações com uma variância de 0.00025 mm ² e um nível de suavização de: (A) NS=1; (B) NS=5; (C) NS=1041
Figura A.9. Evolução do valor médio e do intervalo de variação do raio de curvatura, para o conjunto de simulações com uma variância de 0.0004 mm ² e um nível de suavização de: (A) NS=1; (B) NS=5; (C) NS=1041
Figura A.10. Evolução do valor médio e do intervalo de variação da espessura, para o conjunto de simulações com uma variância de 0.0001 mm ² e um nível de suavização de: (A) NS=1; (B) NS=5; (C) NS=1042
Figura A.11. Evolução do valor médio e do intervalo de variação da espessura, para o conjunto de simulações com uma variância de 0.00025 mm ² e um nível de suavização de: (A) NS=1; (B) NS=5; (C) NS=1042
Figura A.12. Evolução do valor médio e do intervalo de variação da espessura, para o conjunto de simulações com uma variância de 0.0004 mm ² e um nível de suavização de: (A) NS=1; (B) NS=5; (C) NS=1043
Figura A.13. Evolução do valor médio e do intervalo de variação da tensão biaxial, para o conjunto de simulações com uma variância de 0.0001 mm ² e um nível de suavização de: (A) NS=1; (B) NS=5; (C) NS=1043
Figura A.14. Evolução do valor médio e do intervalo de variação da tensão biaxial, para o conjunto de simulações com uma variância de 0.00025 mm ² e um nível de suavização de: (A) NS=1; (B) NS=5; (C) NS=1044
Figura A.15. Evolução do valor médio e do intervalo de variação da tensão biaxial, para o conjunto de simulações com uma variância de 0.0004 mm ² e um nível de suavização de: (A) NS=1; (B) NS=5; (C) NS=1044

xii

ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 2.1. Parâmetros do Material (Al 5754)	. 1	2
Tabela 3.1 Diferentes combinações de Var e NS.	. 1'	9

SIMBOLOGIA E SIGLAS

Simbologia

- h Altura do pólo
- p Pressão
- ρ Raio de curvatura
- t_0 Espessura inicial da chapa
- ε Deformação
- d_{die} Diâmetro interno da chapa
- r Raio da chapa
- σ_b Tensão Biaxial
- a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 Parâmetros Lineares
- Y Tensão de Escoamento
- σ Tensão
- t Espessura
- K_x , K_y Curvaturas Principais
- K-Curvatura Média
- var-Variância
- NS-Nível de Suavização

Siglas

DD3IMP - Deep Drawing 3D Implicit Code

1. INTRODUÇÃO

Neste primeiro capítulo são apresentados o enquadramento e a motivação que conduziram ao tema tratado nesta dissertação. Posteriormente, são definidos os objetivos do trabalho e explicados alguns dos conceitos necessários à realização do mesmo. Por último, é apresentada a estrutura deste documento.

1.1. Enquadramento e Motivação

Existe uma grande exigência, tanto a nível académico, como a nível industrial, de determinar corretamente as propriedades mecânicas dos materiais. Isso deve-se ao facto de as chapas metálicas serem utilizadas em diversas aplicações industriais, desde as máquinas em geral, até aos componentes de automóveis e aeronaves, entre outros. Os processos de conformação de chapas metálicas são muito utilizados por possuírem, em geral, um alto nível de produtividade. O desenvolvimento, otimização e controlo do processo de conformação deste tipo de materiais é geralmente realizada por Análise de Elementos Finitos. Assim, a modelação do comportamento plástico de chapas metálicas, revela ser um aspeto essencial na simulação numérica (Choi et al., 2006).

A introdução de novos materiais nesta área da engenharia incentivou o desenvolvimento da modelação do comportamento plástico de chapas metálicas, devido ao facto de apresentarem comportamentos diferentes dos materiais convencionais (Alves JL, 2003) (Chaparro BM, 2006). Na atualidade, as estratégias de identificação dos parâmetros constitutivos consistem num problema de otimização, onde o objetivo é minimizar a diferença entre os resultados experimentais e os resultados obtidos numericamente ou através dos modelos constitutivos (de forma analítica).

Vários testes, como tração uniaxial, corte ou biaxial (ensaio cruciforme ou ensaio de expansão biaxial) são geralmente usados para identificação dos parâmetros constitutivos (Koç et al., 2011). Um do tipo de ensaios mais usado para o estudo destas propriedades é o ensaio hidráulico de expansão biaxial, pois permite caracterizar o comportamento mecânico do material para um estado de tensão biaxial e para grandes valores de deformação quando comparado, por exemplo, com os obtidos para o ensaio biaxial em provete cruciforme ou o ensaio uniaxial.

Na análise de resultados deste ensaio, assume-se que a espessura inicial é constante ao longo de toda a chapa, embora experimentalmente se observe o contrário, isto é, existe variabilidade no valor de espessura. Este é um aspeto pouco estudado e não se sabe concretamente a influência da variação de espessura nos resultados do ensaio hidráulico de expansão biaxial. Sem este conhecimento, não é possível perceber qual a robustez que existe nos resultados do ensaio e, consequentemente, nos resultados da identificação dos parâmetros constitutivos do material.

1.2. Objetivos

O objetivo desta dissertação é quantificar a influência da variabilidade da espessura nos resultados do ensaio hidráulico de expansão biaxial, a fim de analisar a relação entre a os parâmetros que caracterizam a variação de espessura e a variabilidade nos resultados do ensaio. Nomeadamente, pretende-se analisar a variabilidade nos resultados de tensão, deformação, pressão, raio de curvatura e espessura da chapa ao longo do ensaio, recorrendo às capacidades da Análise de Elementos Finitos. De modo a atingir o objetivo pretendido, analisaram-se 2 parâmetros que caracterizam a variação da espessura, sendo eles a variância e o nível de suavização.

No final espera-se que o conhecimento obtido neste trabalho, acerca da influência da variabilidade da espessura nos resultados do ensaio hidráulico de expansão biaxial, permita determinar quais os resultados mais robustos, e consequentemente desenvolver ou otimizar estratégias de identificação que tenham em conta estes resultados.

1.3. Estrutura da Tese

A estrutura desta dissertação divide-se em quatro capítulos:

- Neste primeiro capítulo, exploram-se a motivação e objetivos do estudo;
- No capítulo 2, é realizada uma revisão bibliográfica sobre o ensaio hidráulico de expansão biaxial e apresentados os resultados do ensaio em análise. Neste capítulo são ainda descritos o modelo numérico e o programa utilizado para gerar os vários conjuntos de simulações (base de dados), e apresentados os parâmetros que caracterizam a variabilidade na espessura;

- No capítulo 3, é inicialmente apresentada a estratégia para realizar a análise estocástica, e posteriormente são apresentados e discutidos os resultados desta análise;
- Por último, no capítulo 4 são apresentadas as principais conclusões deste trabalho e são indicadas propostas para trabalhos futuros.

2. MODELO ESTOCÁSTICO

Neste capítulo começa-se por fazer uma introdução ao ensaio hidráulico de expansão biaxial e à análise dos resultados do mesmo. Posteriormente, descreve-se o modelo numérico utilizado e o programa desenvolvido para a geração da malha com variabilidade. Por último, são introduzidos os parâmetros que caracterizam a variabilidade na espessura.

2.1. Ensaio Hidráulico de Expansão Biaxial

O ensaio hidráulico de expansão biaxial, conhecido internacionalmente por ensaio "bulge", termo que utilizado ao longo da dissertação, começou a ser estudado e utilizado em meados do século XX, para estudar o comportamento plástico de chapas metálicas sujeitas a tensão biaxial. Este ensaio tem como principal vantagem a possibilidade de determinar as curvas de tensão vs. deformação para elevados valores de deformação plástica, relativamente à obtida pelo ensaio de tração uniaxial ou o ensaio biaxial em provete cruciforme. Parte desta afirmação foi comprovada num estudo (Slota & Spišák, 2008), que indica que para chapas de aço utilizando o ensaio de tração uniaxial, permite observar valores de deformação na rotura entre 20% e 40%. Por outro lado, o ensaio biaxial permite observar valores entre os 50% e 80% (Shang & Shim, 1982).

O procedimento para realizar o ensaio *bulge* pode ser sumarizado nos seguintes passos. Inicialmente a chapa metálica é presa entre a matriz e o cerra-chapas, com o objetivo de evitar o deslizamento radial da chapa; posteriormente, é aplicada uma pressão hidráulica de um dos lados da chapa, de forma a promover a conformação da chapa para o interior da matriz, até que ocorra a rotura da chapa metálica. Durante o teste, é medida a pressão hidráulica do fluido e a posição de vários pontos localizados na superfície da chapa, quer através de sistemas mecânicos ou óticos. Com base no registo da posição destes pontos ao longo do ensaio, é então possível avaliar as deformações, o raio de curvatura, a altura do pólo, e assumindo que o material é incompressível, a espessura da chapa a cada instante.

A partir da pressão do fluido, da espessura e do raio de curvatura é possível calcular a tensão biaxial através da teoria da membrana. Na Figura 2.1 é esquematizado o ensaio *bulge* e indicados algumas das variáveis medidas, nomeadamente, *h* é a altura do pólo, *p* a pressão hidráulica do fluído, ρ o raio de curvatura, t_0 a espessura inicial da chapa, ε_3 representa a deformação em espessura, *t* a espessura da chapa e d_{die} o diâmetro da matriz.



Figura 2.1. Esquematização do ensaio bulge (ISO16808,2014).

2.2. Análise de Resultados

Nesta subsecção é apresentada uma visão global sobre as metodologias para determinar a pressão, o raio de curvatura, a espessura e os valores de tensão e deformação.

2.2.1. Teoria da Membrana

A análise das tensões instaladas na chapa durante o ensaio é realizada utilizando a teoria da membrana. A tensão biaxial, σ_B , é calculada pela equação (2-1), através dos valores de pressão, p, raio de curvatura ρ e espessura t.

$$\sigma_B = \frac{\rho p}{2t} \tag{2-1}$$

2.2.2. Pressão

Durante o ensaio *bulge*, a pressão é imposta por uma bomba hidráulica e é uniformemente distribuída num dos lados da chapa, que se deforma com a forma aproximada de uma esfera ou superfície elipsoidal, dependendo da matriz utilizada e das propriedades da chapa. Os valores da pressão são retirados diretamente durante a realização do ensaio.

2.2.3. Raio de Curvatura

De acordo com a norma (DIN EN ISO 16808:2014), para o cálculo do raio de curvatura é necessário conhecer o raio r_1 , que define o círculo em torno do pólo, como se mostra na Figura 2.2. O raio de curvatura é obtido pelo ajuste de uma superfície polinomial aos pontos

contidos no círculo de raio r_1 . Este ajuste é realizado a diferentes momentos do ensaio, até à rotura, utilizando o mesmo conjunto de pontos.



Figura 2.2. Representação de r_1 e r_2 para cálculo de tensão e deformação real para cada etapa de formação (ISO16808,2014).

O raio interior, r_1 é determinado com base:

$$r_1 = (0.125 \pm 0.025) d_{die} \tag{2-2}$$

de acordo com a norma (ISO16808,2014). Uma vez que no caso estudado o valor do diâmetro da matriz é de d_{die} =150 mm, o valor médio de r_1 =18,75 mm. Isto significa que o valor do raio de curvatura, ρ , é determinado com as coordenadas dos pontos (x, y, z) contidos no círculo de raio r_1 (seguindo a norma ISO16808,2014), através do ajuste de uma superfície polinomial. Esta superfície, z(x, y), é uma função polinomial quadrática completa, definida como:

$$z(x, y) = a_0 x^2 + a_1 y^2 + a_2 x y + a_3 x + a_4 y + a_5$$
(2-3)

onde a_0 , a_1 , a_2 , a_3 , a_4 e a_5 representam os parâmetros, determinados de modo a minimizar o erro determinado pelo método dos mínimos quadrados, isto é, de modo a ajustar a superfície aos pontos contidos no círculo de raio r_1 . Uma vez ajustada a superfície, procedese ao cálculo das curvaturas principais K_x e K_y (2-4) e (2-5)):

$$K_x = \frac{2a_0}{\left[1 + (2a_0x + a_2y + a_3)^2\right]^{\frac{3}{2}}}$$
(2-4)

$$K_{y} = \frac{2a_{1}}{\left[1 + (2a_{1}y + a_{2}x + a_{4})^{2}\right]^{\frac{3}{2}}}$$
(2-5)

As curvaturas principais $K_x \in K_y$ são avaliadas para cada um dos pontos (x, y, z)contidos no círculo de raio r_1 . A partir dos valores destas curvaturas para os vários pontos, é calculado os valores médios, $\overline{K}_x \in \overline{K}_y$. Estes valores são utilizados para calcular a curvatura média, K, definida como:

$$K = \frac{\overline{K}_x + \overline{K}_y}{2} \tag{2-6}$$

Uma vez avaliado o valor da curvatura média, *K*, pode-se finalmente obter o raio de curvatura através:

$$\rho = \frac{1}{K} \tag{2-7}$$

2.2.4. Deformação e Espessura

Os valores da deformação ε_1 e ε_2 são obtidos durante a realização do ensaio através da técnica de correlação digital de imagem (ISO16808, 2014). Os valores da deformação ε_1 e ε_2 são dados pelo valor médio das deformações avaliadas para os pontos contidos na circunferência de raio r_2 , que deve cumprir a relação (ISO16808, 2014):

$$r_2 = (0.05 \pm 0.01) d_{die} \tag{2-8}$$

Uma vez que no caso estudado o valor do diâmetro da matriz é de d_{die} =150 mm, o valor médio de r_2 =7.5 mm. Os valores de ε_1 e ε_2 permitem calcular ε_3 , definida como:

$$\varepsilon_3 \approx -\varepsilon_1 - \varepsilon_2$$
 (2-9)

Esta expressão assume que o material é incompressível, isto é, não há variação de volume, e que as deformações elásticas são negligenciáveis. Com o valor de ε_3 é possível calcular o valor da espessura, *t*, através da relação:

$$t = t_0 \exp\left(\varepsilon_3\right) \tag{2-10}$$

em que, t_0 é espessura inicial da chapa.

2.3. Modelo Numérico

Nesta subsecção é apresentado o modelo numérico do ensaio *bulge*, nomeadamente, a malha e os modelos e parâmetros constitutivos utilizados para descrever o comportamento do material em análise.

A geometria do ensaio é igual à utilizada no artigo (Pereira et al., 2020), e é apresentada na Figura 2.3. Assume-se neste trabalho que a chapa inicial tem uma espessura média de 1mm.





De forma a reduzir o custo computacional da simulação numérica, optou-se por apenas simular um quarto da chapa. Para isso foram utilizados no total 120800 elementos (2 elementos em espessura) hexaédricos com 8 nós cada, obtendo a malha apresentada na Figura 2.4. A Figura 2.5 mostra em detalhe a zona quadrangular de 25mm de lado onde a malha é mais refinada. Esta zona foi refinada de forma a conseguir representar com precisão a variação de espessura. Para isso foi garantido que o tamanho de cada elemento dentro da zona refinada tem uma forma quadrada com 0,125mm de lado, como representado na Figura 2.6.

As simulações numéricas foram realizadas com o programa DD3IMP ("<u>Deep Drawing</u> <u>3D Implicit Code</u>") assumindo incrementos de pressão até atingir o valor máximo de 3.5 MPa. Assume-se ainda que o cerra-chapas é substituído por uma condição de fronteira na zona do freio que impede o deslocamento radial, e que o coeficiente de atrito tem um valor de 0.02 (Lei de Coulomb). Todas as simulações foram realizadas num computador com um processador "Intel^(R) Core^(TM) i7-8700K CPU" de 6 núcleos físicos e 12 núcleos virtuais, que permite atingir uma frequência máxima de 4.70GHz. Cada simulação numérica demorou aproximadamente 1 hora.



Figura 2.4. Malha completa produzida no programa GID10.0.9



Figura 2.5. Zona refinada da malha produzida no programa GID10.0.9.



Figura 2.6. Detalhe da zona refinada com a indicação do tamanho dos elementos.

Relativamente ao comportamento do material considerou-se que: o comportamento elástico é descrito pela lei de Hooke generalizada, caracterizada pelo módulo de Young, E, e pelo coeficiente de Poisson, v; o comportamento plástico isotrópico é descrito pelo critério de von Mises e pela lei de encruamento de Voce. Um material isotrópico significa que as suas propriedades mecânicas são as mesmas em todas as direções. O critério de von Mises é dado por (equação(2-11)):

$$Y^{2} = (\sigma_{yy} - \sigma_{zz})^{2} + (\sigma_{zz} - \sigma_{xx})^{2} + (\sigma_{xx} - \sigma_{yy})^{2} + 6\tau_{xz}^{2} + 6\tau_{xy}^{2} + 6\tau_{yz}^{2}$$
(2-11)

em que σ_{xx} , σ_{yy} , σ_{zz} e τ_{xy} , τ_{xz} e τ_{yz} são as componentes do tensor das tensões de Cauchy e *Y* é a tensão de encruamento. A evolução de *Y*($\bar{\epsilon}$) é dada pela lei de encruamento de Voce:

$$Y = Y_0 + (Y_{sat} - Y_0)(1 - \exp(-c_Y \bar{\varepsilon}))$$
(2-12)

em que $\bar{\varepsilon}$ é a deformação plástica equivalente e Y_0 , Y_{sat} , c_Y , são parâmetros do material.

Na Tabela 2.1, são indicados os parâmetros do material utilizados no estudo. Estes parâmetros são baseados na liga de Alumínio "Al 5754".

Parâmetro	Valor	
E	70 [GPa]	
ν	0,3	
Y ₀	118,02 [MPa]	
C _Y	1,790	
Y _{SAT}	271,781 [MPa]	

Tabela 2.1. Parâmetros do Material (Al 5754).

2.4. Variabilidade de Espessura

Nesta secção são apresentados os parâmetros que caracterizam a variabilidade da espessura dentro da mesma chapa.

2.4.1. Variância

O primeiro parâmetro analisado é a variância (Var), medida em mm², uma medida de dispersão estatística, que nos indica a distância em relação a um valor esperado, neste caso, consiste na variação da espessura relativamente ao seu valor médio. A Figura 2.7 mostra o efeito da variância sendo possível observar que quanto maior é o valor da variância maior será a ocorrência de valores de espessura mais afastados do valor médio de 1mm.



Figura 2.7. Efeito da variância na distribuição da espessura: (A)Var=0.0001 mm²; (B) Var=0.0004 mm²; (C) Var=0.00055 mm². Detalhe da zona central de 25x25mm².

2.4.2. Nível de Suavização

O outro parâmetro em estudo é o nível de suavização (NS) da distribuição de espessura. A definição de NS (*"Length scale"*) pode ser consultada no artigo (Heße et al., 2014). Este parâmetro afeta a suavização da distribuição, isto é, define a restrição na variação de espessura que existe entre pontos adjacentes. À medida que o nível de suavização se aproxima de 0, significa que se está mais próximo de uma distribuição de espessura que varia entre pontos adjacentes de forma brusca. Deve ser notado que na condição da variância ser a mesma para um nível de suavização maior, então existe um menor número de zonas de valores máximos e mínimos. Esta situação é demonstrada na Figura 2.8, onde se pode ver que à medida que o valor do nível de suavização aumenta existem zonas cada vez maiores de valores máximos ou mínimos.



Figura 2.8. Efeito do nível de suavização na distribuição da espessura: (A) NS=1; (B) NS=5; (C) NS=10. Detalhe da zona central de 25x25mm².

2.4.3. Distribuição da Malha

Para um mesmo valor de variância e nível de suavização é possível obter inúmeras distribuições de espessura. Por esta razão e com o objetivo de obter resultados mais fidedignos, utilizou-se neste trabalho 20 distintas distribuições de espessura, ainda

que caracterizadas pelos mesmos parâmetros (variância e nível de suavização). Na Figura 2.9 mostram-se casos de distribuições de espessura diferentes ainda que obtidas com os mesmos parâmetros.



Figura 2.9. Diferentes distribuições de espessura obtidas para um Var=0.0001 mm² e NS=1. Detalhe da zona central de 25x25mm².

2.5. Programa/Software

Como mencionado anteriormente, todas as simulações numéricas foram executadas com o programa DD3IMP. Na análise dos resultados obtidos foram utilizados os programas *GID 10.0.9*, para a representação gráfica dos modelos numéricos, e o programa *Microsoft*

Excel, para o tratamento e representação gráfica. Adicionalmente, foi necessário desenvolver um programa em linguagem *Python* que permite transformar de forma automática a malha de espessura constante numa malha com espessura variável, de acordo com os parâmetros que caracterizam essa variabilidade. Este programa regista ainda de forma automática os resultados do ensaio *bulge*. A Figura 2.10 descreve o procedimento de forma simplificada, com as principais tarefas do programa desenvolvido e a interação com os outros programas.



Figura 2.10. Diagrama que descreve o processo utilizado para a geração de resultados.

Os *inputs* necessário para a execução do programa são os parâmetros (Var e NS) em análise e a malha de elementos finitos de espessura constante. Com estes inputs o programa desenvolvido em *Python* permite gerar uma nova malha com variação de espessura. Em seguida é automaticamente realizada a simulação no programa DD3IMP para a nova malha. No final da simulação, o programa desenvolvido recolhe de forma automática os resultados contidos nos ficheiros "GID_simu" e "T3_Punch". Em particular, são registadas as deformações, tensões, posição dos nós, pressão e altura do pólo, a cada incremento da simulação numérica. Estes resultados são posteriormente guardados em ficheiros de extensão "CSV". Para cada par de parâmetros, Var e NS, são estudados 20 tipos diferentes de distribuições de espessura. Assim, as tarefas mencionadas anteriormente são executadas 20 vezes para as diferentes distribuições de espessura, mantendo constante os parâmetros (Var e NS). No final da 20^a distribuição de espessura, o programa agrupa todos os 20 ficheiros CSV num único. Este ficheiro é depois analisado através do programa Microsoft Excel.

3. RESULTADOS

Neste capítulo é inicialmente explicada a análise estocástica utilizada para avaliar a influência da variabilidade na espessura. Posteriormente, são apresentados e discutidos os resultados obtido com a análise estocástica.

3.1. Análise Estocástica

Nesta subsecção é resumida a metodologia utilizada para realizar a análise estocástica. Nesta análise estudaram-se dois parâmetros que caracterizam a variabilidade na espessura da chapa, a variância e o nível de suavização. Para quantificar a influência de ambos os parâmetros foram estudados 3 valores de variância (0.0001 mm², 0.00025 mm² e 0.0004 mm²) e 3 valores de nível de suavização (1, 5 e 10). Assim sendo, foram analisados nove casos que resultam das diferentes combinações dos valores de variância e nível de suavização acima mencionados, como se verifica na Tabela 3.1.

Tabela 3.1 Diferentes combinações de Var e NS.

Var NS	1	5	10
0.0001 mm ²	0.0001_1	0.0001_5	0.0001_10
0.00025 mm ²	0.00025_1	0.00025_5	0.00025_10
0.0004 mm ²	0.0004_1	0.0004_5	0.0004_10

Como anteriormente referido, no subcapítulo 2.4.3, existe um grande número de diferentes distribuições de espessura que podem ser obtidas para os mesmos valores de variância e nível de suavização. Assim, para poder avaliar com precisão a influência da variabilidade da espessura caracterizada por uma dada variância e um dado nível de suavização é necessário considerar várias simulações com diferentes distribuições de espessura. Por esta razão, para cada um dos nove casos anteriormente referidos foram

realizadas 20 simulações caracterizadas pela mesma variância e nível de suavização, mas com diferentes distribuições de espessura.

3.2. Resultados do Ensaio Bulge

A presente subsecção é dedicada à apresentação e análise dos resultados do ensaio *bulge* obtidos para cada um dos nove casos mencionados na subsecção anterior. Para cada um destes casos foram avaliados os seguintes resultados do ensaio *bulge*: razão entre as tensões principais, razão entre as deformações principais, pressão, raio de curvatura, espessura e a tensão biaxial. Nos subcapítulos seguintes examina-se cada um destes resultados.

3.2.1. Razão entre as Tensões Principais

Nesta subsecção é analisada a evolução da razão entre as tensões principais, σ_2/σ_1 , com a altura do pólo, *h*, para diferentes valores de variância e níveis de suavização. A tensões principais σ_1 e σ_2 são obtidas com base no valor médio das tensões principais, avaliadas para os pontos contidos no círculo de raio $r_2 = 7.5$ mm (equação(2-8)). Na Figura 3.1, Figura 3.2 e Figura 3.3 são representados o valor médio e o intervalo máximo de variação de σ_2/σ_1 , avaliado para cada um dos nove conjuntos de simulações. Em particular, nas figuras 3.1, 3.2 e 3.3 é analisado o conjunto de simulações com uma variância de 0.0001 mm², 0.00025 mm² e 0.0004 mm², respetivamente. Em cada uma destas figuras são analisados 3 níveis de suavização diferentes, 1, 5 e 10. Para comparação, é também apresentada a evolução da razão de tensões principais para a simulação com uma espessura constante de 1 mm. De notar que apenas são estudados valores da razão entre tensões principais,onde ser verifica a condição $\sigma_1 \ge \sigma_2 \log 0$ será sempre inferior a 1.



Figura 3.1. Evolução do valor médio e do intervalo de variação da razão de tensões, σ_2/σ_1 para o conjunto de simulações com uma variância de 0.0001 mm² e um nível de suavização de: (A) NS=1; (B) NS=5; (C) NS=10. A curva "constante" mostra a evolução da razão de tensões para a simulação com uma espessura constante de 1mm.



Figura 3.2. Evolução do valor médio e do intervalo de variação da razão de tensões, para o conjunto de simulações com uma variância de 0.00025 mm² e um nível de suavização de: (A) NS=1; (B) NS=5; (C) NS=10. A curva "constante" mostra a evolução da razão de tensões para a simulação com uma espessura constante de 1mm.



Figura 3.3. Evolução do valor médio e do intervalo de variação da razão de tensões, para o conjunto de simulações com uma variância de 0.0004 mm² e um nível de suavização de: (A) NS=1; (B) NS=5; (C) NS=10. A curva "constante" mostra a evolução da razão de tensões para a simulação com uma espessura constante de 1mm.

Das Figuras 3.1, 3.2 e 3.3, verifica-se que a evolução do valor médio de σ_2/σ_1 para os conjuntos de simulações com variação de espessura está sempre desfasada, da evolução obtida para a simulação com uma espessura constante. Além disso, verifica-se que o aumento da variância e do nível de suavização resulta num aumento da dispersão (ou seja, do intervalo de variação) dos resultados obtidos entre as 20 simulações (com diferentes distribuições de espessura) de um dado conjunto. Assim, podemos concluir que a variabilidade na espessura afeta o estado de tensão no pólo do ensaio *bulge*, ainda que este continue próximo do estado de tensão equibiaxial.

De forma a facilitar a comparação e compreensão dos resultados obtidos, mostra-se na Figura 3.4 e Figura 3.5, respetivamente, a evolução do desvio padrão e média da razão de tensões, obtido para cada um dos nove conjuntos de simulações. Em detalhe, na Figura 3.4 é apresentado o valor de 3 vezes o desvio padrão de forma a representar na quase totalidade (nível de confiança igual a 99.7%) o intervalo de variação da razão de tensões, previamente representado nas Figuras 3.1, 3.2 e 3.3. Nestas figuras, os resultados do conjunto de simulações com uma variância "X" e nível de suavização "Y" são designados com a referência "X_Y".



Figura 3.4. Evolução do desvio padrão da razão de tensões em função da altura do pólo, obtida para cada um dos nove conjuntos de simulações.



Figura 3.5. Evolução do valor médio da razão de tensões em função da altura do pólo, obtida para cada um dos nove conjuntos de simulações. A curva "constante" representa a evolução da razão de tensões para a simulação de espessura constante.

Conclui-se da Figura 3.4 que a dispersão (avaliada pelo desvio padrão) na razão de tensões aumenta com o aumento da variância e, principalmente, com o aumento do nível de suavização; sendo que os resultados são semelhantes para um nível de suavização de 5 e 10. Da Figura 3.5 observa-se que o valor médio da razão de tensões é pouco influenciado pelo nível de suavização, mas é significativamente afetado pelo valor da variância. Portanto, à medida que a variância aumenta, também aumenta a diferença entre o estado de tensão biaxial obtido para as simulações com variação de espessura e o estado de tensão equibiaxial obtido para a simulação com um valor constante de espessura. A partir da Figura 3.4 e da

Figura 3.5, pode concluir-se que no pior dos casos a dispersão na razão de tensões pode variar cerca de 5% relativamente ao seu valor médio.

As conclusões obtidas da Figura 3.4 e da Figura 3.5 são idênticas às obtidas para as Figuras 3.1, 3.2 e 3.3. Assim, para simplificar a leitura do documento, nas próximas subsecções (até à subsecção 3.2.6) não se mostra os gráficos semelhantes às Figuras 3.1, 3.2 e 3.3, com o valor médio e o intervalo máximo de variação de cada um dos resultados do ensaio *bulge*. Se necessário, estes gráficos podem ser consultados no Apêndice A.

3.2.2. Pressão

Nesta subsecção é analisada a evolução da pressão, *p*, ao longo da altura do pólo, *h*, para diferentes valores de variância e níveis de suavização. Os valores de pressão são obtidos diretamente de cada uma das simulações numéricas. Na Figura 3.6 e na Figura 3.7 mostrase, respetivamente, a evolução do desvio padrão e média da pressão ao longo da altura do pólo. Esta evolução é avaliada para cada um dos nove conjuntos de simulações. Nas Figuras A.1, A.2 e A.3, do apêndice A, pode-se encontrar a representação mais pormenorizada do seu comportamento.



Figura 3.6. Evolução do desvio padrão da pressão em função da altura do pólo, obtida para cada um dos nove conjuntos de simulações.



Figura 3.7. Evolução do valor médio da pressão em função da altura do pólo, obtida para cada um dos nove conjuntos de simulações. A curva "constante" representa a evolução da pressão para a simulação de espessura constante.

Pode-se concluir da Figura 3.6 que a dispersão na pressão aumenta com o aumento da variância e, principalmente, com o aumento do nível de suavização. Da Figura 3.7 observase que o valor médio da pressão não é influenciado pela variância e pelo nível de suavização. Além disso, o valor médio de pressão para os conjuntos de simulações com variância é semelhante ao obtido para a simulação com espessura constante. Estas conclusões são a partida esperadas, uma vez que a pressão é um resultado global (isto é que depende do comportamento plástico em todas as regiões da chapa deformada), logo é menos sensível a variações locais da espessura. A partir das figuras 3.6 e 3.7 pode-se concluir que no pior dos casos a dispersão na pressão pode atingir cerca de 4% relativamente ao valor médio.

3.2.3. Razão entre as Deformações Principais

Nesta subsecção é analisada a evolução do valor da razão entre as deformações principais, $\varepsilon_2/\varepsilon_1$, com a altura do pólo, *h*, para diferentes valores de variância e níveis de suavização. As deformações principais $\varepsilon_1 \in \varepsilon_2$ são calculadas com base no valor médio das deformações principais avaliadas para os pontos contidos na circunferência de raio $r_2 = 7.5$ mm (equação(2-8)), tal como sugerido na norma (ISO16808, 2014). Na Figura 3.8 e na Figura 3.9 mostra-se, respetivamente, a evolução do desvio padrão e média da razão de deformações com a altura do pólo. Esta evolução é avaliada para cada um dos nove conjuntos de simulações. Nas figuras A.4, A.5 e A.6, do Apêndice A, pode-se encontrar a representação mais pormenorizada do seu comportamento.



Figura 3.8. Evolução do desvio padrão da razão de deformações em função da altura do pólo, obtida para cada um dos nove conjuntos de simulações.



Figura 3.9. Evolução do valor médio da razão de deformações em função da altura do pólo, obtida para cada um dos nove conjuntos de simulações. A curva "constante" representa a evolução da razão de deformações para a simulação de espessura constante.

Conclui-se da Figura 3.8 que a dispersão na razão de deformações aumenta com o aumento da variância e, principalmente, com o aumento do nível de suavização; sendo que os resultados são semelhantes para um nível de suavização de 5 e 10. Da Figura 3.9 observase que o valor médio da razão de deformações é pouco influenciado pelo nível de suavização, mas é significativamente afetado pelo valor da variância. Portanto, à medida que a variância aumenta, também aumenta a diferença entre o estado de deformação biaxial, obtido para as simulações com variação de espessura, e o estado de deformação equibiaxial obtido para a simulações principais é sempre inferior a 1 porque são analisados valores principais de deformação em que $\varepsilon_1 \ge \varepsilon_2$. A partir das figuras 3.8 e 3.9 pode-se concluir que no pior dos casos a dispersão na razão de deformações pode variar cerca de 9% relativamente ao valor médio.

As conclusões apresentadas nesta secção são em tudo semelhantes às obtida para a razão de tensões (secção 3.2.1). No entanto, observa-se que a variabilidade na espessura afeta de forma mais significativa a razão de deformações.

3.2.4. Raio de Curvatura

Nesta subsecção é analisada a evolução do valor do raio de curvatura, ρ , com a altura do pólo, h, para diferentes valores de variância e níveis de suavização. O raio de curvatura é avaliado de acordo com o procedimento sumarizado na secção 2.2.3, com base na posição dos nós da malha de elementos finitos contidos no círculo de raio $r_1 = 18.75$ mm (equação (2-2)) de acordo com a norma (ISO16808,2014). Na Figura 3.10 e Figura 3.11 mostra-se, respetivamente, a evolução do desvio padrão e média do raio de curvatura com a altura do pólo. Esta evolução é avaliada para cada um dos nove conjuntos de simulações. Nas Figuras A.7, A.8 e A9, do Apêndice A, representa-se pormenorizadamente o comportamento do raio de curvatura com a variação desses parâmetros.



Figura 3.10. Evolução do desvio padrão do raio de curvatura em função da altura do pólo, obtida para cada um dos nove conjuntos de simulações.



Figura 3.11. Evolução do valor médio do raio de curvatura em função da altura do pólo, obtida para cada um dos nove conjuntos de simulações. A curva "constante" representa a evolução do raio de curvatura para a simulação de espessura constante.

Pode-se concluir da Figura 3.10 que a dispersão no raio de curvatura é relativamente pequena para todos os conjuntos de simulações. Só no início do ensaio é que se observam dispersões significativas. Isto deve-se ao facto de no início do ensaio a chapa metálica estar quase plana (raio de curvatura tem um valor infinito) e, portanto, qualquer variação local na espessura (e consequentemente na coordenada dos pontos) leva a grandes variações no raio de curvatura. Este tipo de dispersão também é observado nos resultados de curvatura obtidos nos ensaios experimentais. Da Figura 3.11 observa-se que o valor médio do raio de curvatura é pouco influenciado pela variância e pelo nível de suavização. A partir das Figuras 3.10 e 3.11 pode-se concluir que no pior dos casos a dispersão no raio de curvatura pode variar cerca de: 32% relativamente ao seu valor médio para uma altura de pólo de 5mm; e 5% relativamente ao seu valor médio para uma altura de pólo de 30mm.

3.2.5. Espessura

Nesta subsecção é analisada a evolução do valor da espessura, t, com a altura do pólo, h, para diferentes valores de variância e níveis de suavização. A espessura é avaliada de acordo com o procedimento sumarizado na secção 2.2.4, com base nas deformações avaliadas para os pontos contidos na circunferência de raio $r_2 = 7.5$ mm (equação(2-8)) de acordo com a norma (ISO16808,2014). Na Figura 3.12 e Figura 3.13 mostra-se, respetivamente, a evolução do desvio padrão e média da espessura com a altura do pólo. Esta evolução é avaliada para cada um dos nove conjuntos de simulações. Nas Figuras A.10, A.11 e A.12, do Apêndice A, representa-se pormenorizadamente o comportamento com a variação desses parâmetros.



Figura 3.12. Evolução ddo desvio padrão da espessura em função da altura do pólo, obtida para cada um dos nove conjuntos de simulações.



Figura 3.13. Evolução do valor médio da espessura em função da altura do pólo, obtida para cada um dos nove conjuntos de simulações. A curva "constante" representa a evolução da espessura para a simulação de espessura constante.

Pode-se concluir da Figura 3.12 que a dispersão na espessura aumenta com o aumento da variância e, principalmente, com o aumento do nível de suavização. Da Figura 3.13 observa-se que o valor médio da espessura é pouco influenciado pela variância e pelo nível de suavização. A partir das Figuras 3.12 e 3.13 pode-se concluir que no pior dos casos a dispersão na espessura pode variar cerca de 2.5% relativamente ao valor médio.

3.2.6. Tensão Biaxial

Nesta subsecção é analisada a evolução do valor da tensão biaxial, σ_b , com a altura do pólo, *h*, para diferentes valores de variância e níveis de suavização. A tensão biaxial é obtida

através da teoria da membrana (equação (2-1)). Na Figura 3.14 e na Figura 3.15 mostra-se, respetivamente, a evolução do desvio padrão e média da tensão biaxial com a altura do pólo. Esta evolução é avaliada para cada um dos nove conjuntos de simulações. Nas Figuras A.13, A.14 e A.15, do Apêndice A, representa-se pormenorizadamente a evolução da tensão biaxial com a variação desses parâmetros.



Figura 3.14. Evolução do desvio padrão da tensão biaxial em função da altura do pólo, obtida para cada um dos nove conjuntos de simulações.



Figura 3.15. Evolução do valor médio da tensão biaxial em função da altura do pólo, obtida para cada um dos nove conjuntos de simulações. A curva "constante" representa a evolução tensão biaxial para a simulação de espessura constante.

Pode-se concluir da Figura 3.14 que a dispersão na tensão biaxial aumenta com o aumento da variância e com o aumento do nível de suavização. A dispersão máxima da tensão biaxial ocorre no início do ensaio devido à dispersão que se observa no raio de curvatura, como já foi referido na subsecção 3.2.4. Na Figura 3.15 observa-se que o valor médio da tensão biaxial é pouco influenciado pela variância e pelo nível de suavização. A

partir das Figuras 3.14 e 3.15 pode-se concluir que no pior dos casos a dispersão na tensão biaxial pode variar cerca de: 30% relativamente ao seu valor médio para uma altura de pólo de 5mm; e 5% relativamente ao seu valor médio para uma altura de pólo de 30mm. Com base nestes resultados pode-se concluir que a variabilidade na espessura pode afetar de forma significativa a curva de tensão biaxial obtida a partir do ensaio *bulge* (Figura 3.14). No entanto, se o ensaio for repetido várias vezes para calcular uma curva média de tensão biaxial, é evidenciado na Figura 3.15, que este resultado médio já não é afetado pela variabilidade na espessura.

3.2.7. Deformação Máxima

Nesta subsecção é analisada a ocorrência da deformação máxima no final do ensaio *bulge*. O objetivo desta secção é avaliar o impacto da variabilidade da espessura na localização da deformação máxima. Esta localização é definida pela distância euclidiana entre as coordenadas do nó onde a deformação é máxima e o pólo do ensaio *bulge*. Esta distância é designada no restante documento por "distância ao pólo". A distância ao pólo foi avaliada para cada um dos nove conjuntos de simulações com diferentes valores de variância e níveis de suavização.

De forma a simplificar a apresentação dos resultados da distância ao pólo, são utilizados nesta secção diagramas de caixa de forma a avaliar a distribuição de valor da distância ao pólo para cada um dos nove conjuntos. Este tipo de representação permite analisar a dispersão dos resultados, o valor médio e ainda o valor máximo, assim como, os seus quartis. Na Figura 3.16 apresenta-se a distribuição da distância ao pólo do nó onde ocorre a deformação máxima.



Figura 3.16. Distribuição da distância ao pólo do nó onde ocorre a deformação máxima para os nove conjuntos de simulações com diferentes valores de variância e nível de suavização.

Da análise da Figura 3.16, verifica-se que à medida que o nível de suavização e a variância aumentam, a deformação máxima, em média, ocorre para zonas mais afastadas do pólo. Esse mesmo aumento provoca também um aumento na dispersão de resultados, isto é, a deformação máxima ocorre em zonas mais dispersas. Em casos particular, nível de suavização de 10 e uma variância de 0.00025mm² ou 0.0004 mm², a deformação máxima ocorre a uma distância máxima do pólo de 25 mm.

4. CONCLUSÃO

Na análise de resultados do ensaio hidráulico de expansão biaxial, assume-se que a espessura é constante ao longo de toda a chapa, embora na realidade se observe o contrário. Com o objetivo de avaliar a influência da variabilidade da espessura, realizou-se uma análise estocástica com recurso a simulações numéricas.

Na análise estocástica analisaram-se dois parâmetros que caracterizam a variabilidade na espessura da chapa, a variância e o nível de suavização. Para cada um destes parâmetros considerou-se 3 níveis de variação: variância de 0.0001 mm², 0.00025 mm² ou 0.0004 mm²; e um nível de suavização de 1, 5 ou 10. Para cada uma das nove combinações destes parâmetros, foram analisadas 20 simulações numéricas em que se varia a distribuição de espessura. A influência da variabilidade na espessura foi avaliada nos seguintes resultados do ensaio hidráulico de expansão biaxial: razão entre tensões principais e entre deformações principais, pressão, raio de curvatura, tensão biaxial e espessura da chapa, ao longo do ensaio, bem como zona de localização da deformação máxima.

A partir dos resultados da análise estocástica foi possível concluir que os resultados mais influenciados pela variabilidade são o raio de curvatura e, consequentemente, a tensão biaxial, particularmente no início do ensaio. Isto resulta da chapa ser quase plana no início, o que afeta significativamente o cálculo do raio de curvatura e, consequentemente, o cálculo da tensão biaxial através da teoria da membrana. A razão de tensões e deformações, e a pressão, são afetados pela variabilidade na espessura de forma semelhante, com dispersão de cerca de 4% a 5% em torno do valor médio. Já a espessura da chapa ao longo do ensaio é o parâmetro menos afetado pela variabilidade com uma dispersão de cerca de 2.5% em torno do valor médio.

A dispersão observada nos resultados do ensaio *bulge* aumenta à medida que se aumenta a variância e o nível de suavização. Na maioria dos resultados (exceto o raio de curvatura) o nível de suavização tem um impacto superior ao da variância. Os valores médios obtidos para cada um dos resultados do ensaio *bulge* são pouco influenciados pela variância e pelo nível de suavização, tendo valores médios muito próximos dos resultados obtidos para a simulação sem variabilidade na espessura. Só no caso da razão de tensões e deformações se verifica uma alteração do valor médio, devido ao facto de se utilizarem valores médios de deformação e tensão principais.

Neste trabalho foi também analisada a localização da deformação máxima no final do ensaio *bulge*, de forma a avaliar o impacto da variabilidade da espessura na localização da deformação máxima. Verificou-se que à medida que o nível de suavização e a variância aumentam, a deformação máxima, em média, ocorre para zonas mais afastadas do pólo. Sendo que, esse mesmo aumento dos parâmetros provoca também um aumento na dispersão de resultados, isto é, a deformação máxima ocorre em zonas mais dispersas, atingido uma distância máxima ao pólo de 25mm.

Em trabalhos futuros sugere-se:

- Realizar o mesmo estudo para um material anisotrópico, de forma a perceber qual o efeito conjunto da anisotropia e da variabilidade na espessura nos resultados do ensaio *bulge*;
- Realizar o mesmo estudo para uma chapa de espessura reduzida, uma vez que neste tipo de chapas pode existir uma variabilidade mais significativa na espessura, e consequentemente, nos resultados do ensaio *bulge*. Além disso, esse estudo permitirá avaliar o efeito da espessura média da chapa nos resultados do ensaio.
- Desenvolver estratégias de identificação que têm em conta a robustez dos resultados à variabilidade na espessura.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Alves JL. (2003). Simulação numérica do processo de estampagem de chapas metálicas: Modelação mecânica e métodos numéricos. PhD Thesis. University of Minho, 2003.
- Chaparro BM. (2006). Comportamento plástico de materiais metálicos: identificação e optimização de parâmetros. PhD Thesis. University of Coimbra, 2006.
- Choi, Y., Han, C. S., Lee, J. K., & Wagoner, R. H. (2006). Modeling multi-axial deformation of planar anisotropic elasto-plastic materials, part I: Theory. International Journal of Plasticity, 22(9). https://doi.org/10.1016/j.ijplas.2006.02.002
- DIN EN ISO 16808:2014-11 (E). Metallic materials sheet and strip determination of biaxial stress-strain curve by means of bulge test with optical measuring systems. BSI; 2014. (2014).
- Heße, F., Prykhodko, V., Schlüter, S., & Attinger, S. (2014). Generating random fields with a truncated power-law variogram: Acomparison of several numerical methods.
 Environmental Modelling and Software, 55. https://doi.org/10.1016/j.envsoft.2014.01.013
- Koç, M., Billur, E., & Cora, Ö. N. (2011). An experimental study on the comparative assessment of hydraulic bulge test analysis methods. Materials and Design, 32(1). https://doi.org/10.1016/j.matdes.2010.05.057
- Pereira, A. F. G., Prates, P. A., Oliveira, M. C., & Fernandes, J. v. (2020). Inverse identification of the work hardening law from circular and elliptical bulge tests.
 Journal of Materials Processing Technology, 279. https://doi.org/10.1016/j.jmatprotec.2019.116573
- Shang, H. M., & Shim, V. P. W. (1982). Effects of die shoulder on the prolateness and deformation in the bulge test. Journal of Manufacturing Science and Engineering, Transactions of the ASME, 104(3). https://doi.org/10.1115/1.3185831
- Slota, J., & Spišák, E. (2008). Determination of flow stress by the hydraulic bulge test. Metalurgija, 47(1).



Figura A.1. Evolução do valor médio e do intervalo de variação da pressão, para o conjunto de simulações com uma variância de 0.0001mm² e um nível de suavização de: (A) NS=1; (B) NS=5; (C) NS=10.



Figura A.2. Evolução do valor médio e do intervalo de variação da pressão, para o conjunto de simulações com uma variância de 0.00025 mm² e um nível de suavização de: (A) NS=1; (B) NS=5; (C) NS=10.



Figura A.3. Evolução do valor médio e do intervalo de variação da pressão, para o conjunto de simulações com uma variância de 0.0004 mm² e um nível de suavização de: (A) NS=1; (B) NS=5; (C) NS=10.



Figura A.4. Evolução do valor médio e do intervalo de variação das razões de deformações, para o conjunto de simulações com uma variância de 0.0001 mm² e um nível de suavização de: (A) NS=1; (B) NS=5; (C) NS=10.



Figura A.5. Evolução do valor médio e do intervalo de variação das razões de deformações, para o conjunto de simulações com uma variância de 0.00025 mm² e um nível de suavização de: (A) NS=1; (B) NS=5; (C) NS=10.



Análise de Sensibilidade do Ensaio Hidráulico de Expansão Biaxial à Variabilidade na Espessura

Figura A.6. Evolução do valor médio e do intervalo de variação das razões de deformações, para o conjunto de simulações com uma variância de 0.0004 mm² e um nível de suavização de: (A) NS=1; (B) NS=5; (C) NS=10.



Figura A.7. Evolução do valor médio e do intervalo de variação do raio de curvatura, para o conjunto de simulações com uma variância de 0.0001 mm² e um nível de suavização de: (A) NS=1; (B) NS=5; (C) NS=10.



Figura A.8. Evolução do valor médio e do intervalo de variação do raio de curvatura, para o conjunto de simulações com uma variância de 0.00025 mm² e um nível de suavização de: (A) NS=1; (B) NS=5; (C) NS=10.



Figura A.9. Evolução do valor médio e do intervalo de variação do raio de curvatura, para o conjunto de simulações com uma variância de 0.0004 mm² e um nível de suavização de: (A) NS=1; (B) NS=5; (C) NS=10.



Figura A.10. Evolução do valor médio e do intervalo de variação da espessura, para o conjunto de simulações com uma variância de 0.0001 mm² e um nível de suavização de: (A) NS=1; (B) NS=5; (C) NS=10.



Figura A.11. Evolução do valor médio e do intervalo de variação da espessura, para o conjunto de simulações com uma variância de 0.00025 mm² e um nível de suavização de: (A) NS=1; (B) NS=5; (C) NS=10.



Figura A.12. Evolução do valor médio e do intervalo de variação da espessura, para o conjunto de simulações com uma variância de 0.0004 mm² e um nível de suavização de: (A) NS=1; (B) NS=5; (C) NS=10.



Figura A.13. Evolução do valor médio e do intervalo de variação da tensão biaxial, para o conjunto de simulações com uma variância de 0.0001 mm² e um nível de suavização de: (A) NS=1; (B) NS=5; (C) NS=10.



Figura A.14. Evolução do valor médio e do intervalo de variação da tensão biaxial, para o conjunto de simulações com uma variância de 0.00025 mm² e um nível de suavização de: (A) NS=1; (B) NS=5; (C) NS=10.



Figura A.15. Evolução do valor médio e do intervalo de variação da tensão biaxial, para o conjunto de simulações com uma variância de 0.0004 mm² e um nível de suavização de: (A) NS=1; (B) NS=5; (C) NS=10.