



FCTUC DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL
FACULDADE DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
UNIVERSIDADE DE COIMBRA

Análise e Dimensionamento de Vigas de Betão Armado Com Aberturas Utilizando Modelos de Escoras e Tirantes.

Dissertação apresentada para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia Civil na Especialidade de Estruturas

Autor

Iven Miguel Costa Reis

Orientador

Prof. Doutor Paulo Manuel Mendes Pinheiro da Providência e Costa

Esta dissertação é da exclusiva responsabilidade do seu autor, não tendo sofrido correcções após a defesa em provas públicas. O Departamento de Engenharia Civil da FCTUC declina qualquer responsabilidade pelo uso da informação apresentada

Coimbra, Julho, 2012

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar, gostaria de agradecer ao Professor Doutor Paulo Providência por todo apoio, disponibilidade e dedicação que sempre apresentou, não só durante a elaboração desta dissertação, mas também durante os anos anteriores.

Ao Engenheiro Miguel Pedrosa Ferreira, pela cedência e esclarecimento de todas as dúvidas relativas ao EvalS.

Agradecer aos meus amigos pelo apoio e incentivo ao longo dos anos e, em especial, nestes últimos meses.

À Dulce Ferreira, pela disponibilidade que sempre apresentou.

Ao Professor António Duarte, pela ajuda e paciência que sempre demonstrou durante os anos de secundário e de ensino superior.

À Elisabete, pela paciência e por acreditar em mim. Obrigado pela ajuda nas vírgulas.

Por fim queria agradecer aos meus Pais, Lina e Joaquim, e ao meu Irmão, David, pelo apoio, paciência e motivação que sempre demonstraram. Obrigado por tudo.

RESUMO

Os modelos de escoras e tirantes surgem logo no início do séc. XX, na análise do esforço transversal em vigas de betão armado (modelo de treliça de Ritter e Mörsch). Já na ponta final desse século, o método de análise baseado naqueles modelos ganha um grande impulso pela mão de Schlaich e outros, que o aplicam a todo o tipo de estruturas de betão armado. Este método de análise está intimamente ligado ao dimensionamento dos elementos de betão armado, apresentando especial interesse no caso de elementos que contenham singularidades. Nós de pórticos, apoios em dente ou aberturas são exemplos correntes dessas singularidades.

A topologia do modelo de escoras e tirantes pode ser baseada nas trajectórias das tensões principais elásticas, mas atendendo sempre a uma disposição exequível e executável de forma eficiente da armadura.

No caso de aberturas em vigas, dependendo das suas dimensões e localização, podem alterar-se de forma bastante significativa as trajectórias das tensões principais que se observariam na estrutura sem aberturas. Aberturas situadas próximo dos apoios, região onde o esforço transversal é elevado, influenciam bastante o funcionamento do elemento. Devido a este facto, os modelos de escoras e tirantes representativos podem diferir, significativamente, das que seriam admissíveis numa viga similar sem aberturas. Estas diferenças observam-se quer ao nível da quantidade e distribuição espacial da armadura, quer na grandeza das tensões nas escoras e nós.

Este trabalho considera aberturas em vigas simplesmente apoiadas, começando por classificá-las, apresentando, seguidamente, a sua abordagem geral com base no modelo de escoras e tirantes e concluindo com um estudo paramétrico, analisando o efeito da variação dos principais factores geométricos.

ABSTRACT

The strut-and-tie models appeared in the beginning of the XX century, as a means to design reinforced concrete beams considering the shear forces (Ritter's truss model improved by Morsch). By the end of that century these models suffer an important impetus by the hand of Schlaich and other researchers, who manage to generalize them to the analysis of every type of reinforced concrete structure. The analysis method based on strut-and-tie-models is closely associated to the design of reinforced concrete structures and elements. It is particularly appropriated for structural elements containing geometric singularities, such as frame nodes, dapped end beams and beams with openings.

The strut-and-tie models topology can be based on the lines of elastic principal stress with due care to a rational and practically efficient disposition of the steel rebars.

These lines of elastic principal stress in beams with openings will differ more or less, depending on the dimensions and location of the openings, of those in a similar beam without openings. Openings located in the neighborhood of the supports, where shear force is critical, may affect significantly the element structural behavior. Therefore, the corresponding strut-and-tie models may differ significantly from those for a similar beam with no openings. These differences appear in the cross-sectional area of the steel rebars, its spatial distribution and in the magnitude of the stress in the struts and nodes.

In this thesis only simply supported beams were considered. To begin with a classification of the openings with respect to their relative dimensions is presented. Then the general strut-and-tie models are presented and analyzed. This study is concluded with a parametric study which evaluates the effect of the variation of the main geometric factors on the strut-and-tie models and in the required total cross-sectional area of the steel rebars.

ÍNDICE

1 INTRODUÇÃO	1
1.1 Enquadramento Geral	1
1.2 Objectivos e Motivação	1
1.3 Organização do Documento	2
2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	4
2.1 Descrição do Modelo	6
2.1.1 Trajectórias de Tensões	7
2.1.2 Regiões Nodais	8
2.1.3 Zonas de Descontinuidade	9
2.2 Realização de Aberturas em Vigas	11
2.3 Disposições Regulamentares	12
2.3.1 Escoras	12
2.3.2 Tirantes	13
2.3.3 Nós	14
3 TIPOS DE ABERTURA	16
3.1 Pequenas Aberturas	16
3.2 Grandes Aberturas	19
3.2.1 Grandes Aberturas Tipo 1	20
3.2.2 Grandes Aberturas Tipo 2	23
4 CARACTERIZAÇÃO DOS EXEMPLOS NUMÉRICOS	26
4.1 Elementos Sem Aberturas	27
4.2 Elementos Com Aberturas	29
4.2.1 Grandes Aberturas Tipo 1	29
4.2.2 Grandes Aberturas Tipo 2	33
5 EXEMPLO PRÁTICO	40
6 CONSIDERAÇÕES FINAIS	48
6.1 Conclusões	48
6.2 Recomendações Para Trabalhos Futuros	48
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	50
ANEXO	53

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2.1 – Campos de tensões uniaxiais e planos num modelo de escoras e tirantes	6
Figura 2.2 – Trajectória das cargas aplicadas à estrutura e tensões resultantes	7
Figura 2.3 – Tipos de nós: CCC (a), CCT (b), CTT (c) e TTT (d).....	8
Figura 2.4 – Zona nodal hidrostática	9
Figura 2.5 – Exemplos de zonas D e B segundo Schlaich	10
Figura 2.6 – Passagem de elementos não estruturais	11
Figura 3.1 – Viga com aberturas e treliça representativa	16
Figura 3.2 – Diagrama de tensões internas a meio vão em peça flectida	17
Figura 3.3 – Dimensões de pequenas aberturas.....	18
Figura 3.4 – Armadura adicional na zona das aberturas.....	19
Figura 3.5 – Grandes aberturas tipo 1.....	20
Figura 3.6 – Tracções no elemento horizontal superior do painel da abertura.....	21
Figura 3.7 – Reajuste do ponto de intersecção das escoras por forma a evitar tensões de tracção no banzo superior da viga	22
Figura 3.8 – Grandes aberturas tipo 2.....	23
Figura 4.1 – Elemento estrutural e treliça representativa (Viga 1) – Secção 0,50x0,30	27
Figura 4.2 – Elemento estrutural e treliça representativa (Viga 2) – Secção 0,60x0,30	27
Figura 4.3 – Elemento estrutural e treliça representativa (Viga 3) – Secção 0,70x0,30	28
Figura 4.4 – Elemento estrutural e treliça representativa (Viga 4) – Secção 0,50x0,30	29
Figura 4.5 – Elemento estrutural e treliça representativa (Viga 5) – Secção 0,60x0,30	30
Figura 4.6 – Elemento estrutural e treliça representativa (Viga 6) – Secção 0,70x0,30	30
Figura 4.7 – Elemento estrutural e treliça representativa (Viga 7) – Secção 0,60x0,30	32
Figura 4.8 – Elemento estrutural e treliça representativa (Viga 8) – Secção 0,70x0,30	32
Figura 4.9 – Elemento estrutural e treliça representativa (Viga 9) – Secção 0,50x0,30	34
Figura 4.10 – Elemento estrutural e treliça representativa (Viga 10) – Secção 0,60x0,30	34
Figura 4.11 – Elemento estrutural e treliça representativa (Viga 11) – Secção 0,70x0,30	35
Figura 4.12 – Elemento estrutural e treliça representativa (Viga 12) – Secção 0,60x0,30	36
Figura 4.13 – Elemento estrutural e treliça representativa (Viga 13) – Secção 0,70x0,30	37

Figura 5.1 – Elemento estrutural e treliça representativa (Exemplo prático).....	41
Figura 5.2 – Treliça representativa modelada no EvalS.....	41
Figura 5.3 – Diagrama de esforço axial da treliça representativa modelada no EvalS	42
Figura 5.4 – Escora 2-43	44
Figura 5.5 – Escora 2-43	44
Figura 5.6 – Elemento estrutural e treliça representativa (Exemplo prático).....	44
Figura 5.7 – Representação da armadura na viga.....	47

ÍNDICE DE QUADROS

Quadro 2.1 – Disposições Regulamentares	15
Quadro 3.1 – Dimensões máximas para as aberturas	25
Quadro 4.1 – Áreas de armadura resultante da análise numérica.....	38
Quadro 5.1 – Tensões e comprimentos de amarração de referência	46
Quadro 5.2 – Comprimentos de amarração mínimo e de cálculo	46
Quadro A.1 – Esforços	53

1 INTRODUÇÃO

1.1 Enquadramento Geral

Na transição entre os sécs. XIX e XX, surgem os primeiros métodos de análise e dimensionamento de vigas de betão armado, associados ao desenvolvimento deste novo material estrutural, sendo os mais conhecidos os propostos por Ritter e Morsch. Ao longo do séc. XX, investigadores como Leonhardt, Schlaich, Collins ou Marti desenvolvem este tipo de metodologias, que adquirem tal importância que acabam por ser incluídas nas publicações técnicas e documentos normativos relativos à análise e dimensionamento de estruturas de betão armado.

Adopta-se então a designação “Modelo de Escoras e Tirantes”, que corresponde a um modelo de treliça mais abrangente, possibilitando a análise de regiões de descontinuidade de forma bastante simples. Nós de pórticos, dentes ou aberturas são algumas singularidades entre outras, em que não se verifica a hipótese de Bernoulli e em que os tradicionais métodos de análise e dimensionamento de estruturas de betão armado esbarram. Mais recentemente, investigadores como Muttoni ou Mansur têm apresentado grandes desenvolvimentos sobre este tipo de modelos.

Constituindo uma abertura um exemplo de singularidade, como referido anteriormente, esta provoca uma variação na trajectória das tensões internas do elemento. O modelo de escoras e tirantes aproxima as referidas trajectórias por uma treliça regular. Da análise de diversos elementos do tipo viga e respectivas treliças representativas, analisou-se a influência ao nível da quantidade de armadura necessária para a realização dos respectivos elementos, tendo como variáveis do problema, os diferentes tipos de aberturas, as suas dimensões e a esbelteza do elemento.

1.2 Objectivos e Motivação

Sendo o tema da dissertação a Análise e Dimensionamento de Vigas de Betão Armado Com Aberturas Utilizando Modelos de Escoras e Tirantes, um dos principais objectivos prende-se com a possibilidade de adquirir mais conhecimento sobre o funcionamento de elementos de betão armado do tipo viga, possuindo estes uma singularidade que afecta o seu funcionamento. Associado a esse facto, a consideração de aberturas situadas próximo dos apoios, regiões onde a sua inserção é bastante crítica, torna a análise mais interessante.

A utilização de Modelos de Escoras e Tirantes nesta análise constitui uma contribuição para a divulgação deste método. Sendo esta matéria leccionada na disciplina de Estruturas de Betão do Perfil de Estruturas do Mestrado Integrado em Engenharia Civil, este documento poderá ser incluído na bibliografia de apoio à disciplina, uma vez que não existe qualquer outra referência ao nível do Departamento.

Incidindo agora sobre o conteúdo da dissertação, esta tem como objectivos avaliar as dimensões máximas para as aberturas que é possível inserir numa dada viga e determinar de que forma estas aberturas afectam a armadura necessária à realização do mesmo elemento, por comparação com um elemento similar sem aberturas.

É ainda um dos objectivos a resolução de um exemplo prático, apresentando este todos os itens relevantes, como por exemplo, dimensionamento da armadura, verificação das escoras e dos nós, cálculo de comprimentos de amarração, entre outros.

Por último, a possibilidade de adquirir conhecimentos que possam vir a ser úteis ao autor, na sua futura actividade profissional, mas também aos potenciais leitores deste documento, particularmente projectistas, foi um dos grandes motivos para a escolha deste tema de dissertação.

1.3 Organização do Documento

Este documento é constituído por seis capítulos, cada um dos quais organizado em secções e subsecções.

Neste capítulo faz-se um breve enquadramento geral do tema da dissertação e da organização do documento, apresentando os seus principais objectivos bem como a motivação para a sua realização.

No Capítulo 2 é apresentada uma breve revisão bibliográfica sobre o tema em causa, permitindo ao leitor uma percepção do estado do conhecimento. Apresenta o historial do material betão armado até aos dias de hoje, descreve a evolução dos Modelos de Treliça e em particular dos Modelos de Escoras e Tirantes, explica a necessidade da realização de aberturas em vigas e apresenta as disposições regulamentares aplicáveis no dimensionamento através deste tipo de modelação.

No Capítulo 3 são apresentados os diferentes tipos de aberturas considerados na análise, bem como as dimensões máximas para cada tipo de abertura.

No Capítulo 4 é apresentada a análise numérica realizada para a determinação da armadura necessária para a realização de elementos estruturais tipo viga com aberturas, a qual é também comparada com a necessária para a realização de elementos semelhantes sem aberturas. Esta análise tem em consideração que a variação da armadura pode ser devida à variação da dimensão da abertura ou devida à variação da esbelteza do elemento.

No Capítulo 5 é apresentado um exemplo prático de dimensionamento estrutural através de Modelos de Escoras e Tirantes. Para além do dimensionamento da armadura, incluindo a sua amarração, é verificada a segurança das escoras e dos nós. É também apresentada uma proposta para a pormenorização da armadura no elemento.

No Capítulo 6 são apresentadas as principais conclusões à análise realizada nos capítulos anteriores.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

A construção é uma actividade que acompanhou o ser humano ao longo dos tempos. Desde a construção de um simples abrigo, nos primórdios da humanidade, até aos dias de hoje, a evolução é notória.

Os primeiros materiais utilizados cingiam-se aos existentes na natureza, como a pedra e a madeira. Embora bastante utilizados durante séculos, estes não possuem todas as características necessárias, de resistência e durabilidade, para um bom funcionamento de certos tipos de estruturas. Ora, a evolução do Homem foi acompanhada da evolução das técnicas e materiais utilizados na construção.

No Antigo Egipto (3150 a.C.), a utilização de uma mistura de gesso calcinado com água que após secagem, endurece, esteve, se assim se pode dizer, na origem do cimento (Viseu, 1993). Utilizado durante séculos por diversos povos, este material está presente em grandes construções como as Pirâmides Egípcias, a Grande Muralha da China ou até no Coliseu Romano (80 d.C.).

Mais recentemente, em 1756, o inglês Smeaton, engenheiro civil de profissão, produz um ligante de alta resistência mecânica, através da calcinação de calcários moles e argilosos, seguida de mistura com água. Passado aproximadamente um século, José Luís Lambot constrói uma barca de cimento armado, como era designado na altura, substituindo a tradicional madeira, utilizada na construção naval, por uma combinação de ferro e cimento, sob a forma de argamassa (Viseu, 1993). Para a adopção do ferro como um “esqueleto” para o cimento em muito contribui a grande difusão deste material na altura da Revolução Industrial. Em França, Hennebique compreende pela primeira vez a função da colocação das armaduras no betão armado e a necessidade da ancoragem destas em zonas de compressão, sendo o primeiro a colocar armadura transversal em vigas, para resistir a esforços de corte (Vasconcelos, 1985). Surgem, então, algumas teorias para a análise deste novo material, que passou a ser utilizado no mais variado tipo de estruturas e elementos estruturais.

Os métodos de análise e dimensionamento das vigas de betão armado evoluíram de forma natural desde que este material estrutural foi criado, no século XIX. De facto, os primeiros métodos de cálculo surgiram em algumas revistas, nos últimos quinze anos daquele século, incluindo-se aqui a primeira publicação de Ritter. Só na ponta final deste século (1899), surge a primeira monografia, por Boitel, a que se seguiram, no dealbar do século seguinte, os

importantes tratados de Morsch, em 1902, e de Christophe, um antigo colega de Hennebique (Zastavni, 2009).

Uma das bases para os métodos de análise deste tipo de elementos, o *Modelo de Treliça*, surge precisamente neste período, pelas mãos primeiro de Ritter, e seguidamente, de Morsch. Apoiando-se em resultados experimentais, estes investigadores verificam que uma viga de betão armado, depois de fissurada, apresenta um comportamento estrutural com algumas semelhanças ao de uma treliça de banzos paralelos (Kurrer, 2008). Ainda que, com algumas incompatibilidades entre a teoria e a realidade, este modelo de corte constitui a base de grande parte das metodologias de análise e dimensionamento de vigas de betão armado dos dias de hoje.

Ao longo do século XX, investigadores como Rüsç e Kupfer, em 1964, Leonhardt, em 1965, Mueller, em 1978, Collins e Mitchell, em 1980, Marti, em 1985, entre outros, foram aperfeiçoando o Modelo de Treliça, apoiando-se na Teoria da Plasticidade e em ensaios experimentais de vigas sujeitas a esforço transversal e momento flector (Schlaich e Schafer, 1991). Estes mesmos investigadores, Schlaich e Schäfer, foram grandes impulsionadores deste modelo, realizando um trabalho ímpar no Instituto de Estruturas de Betão da Universidade de Estugarda, desenvolvendo o conceito base por forma a poder ser aplicado a todo o tipo de estruturas, mesmo aquelas que apresentam irregularidades ou o que vieram a definir como zonas de descontinuidade. A sua publicação (Schlaich e Schafer, 1987) em conjunto com a discussão para a implementação deste modelo no Model Code do CEB (1990) representaram um avanço significativo na sua divulgação. Actualmente, este modelo de análise estrutural está presente em documentos normativos pelo mundo inteiro, nomeadamente no Eurocódigo 2 Parte 1-1 (2010) e no ACI-318 (2002), entre outros. A título de curiosidade, refira-se que o antigo REBAP (1983) era completamente omissivo relativamente a este modelo (Pinho, 1995).

Lobo Carneiro, em 1964, refere que, “A chamada treliça clássica de Ritter-Morsch foi uma das concepções mais utilizadas na história do betão armado. Há mais de meio século que tem sido a base do dimensionamento, e está muito longe de ser abandonada ou considerada superada. As pesquisas sugerem apenas pequenas modificações, mantendo no entanto o seu aspecto fundamental (Santos, 1977).

De todo este processo, surge o *Modelo de Escoras e Tirantes (STM)*, um Modelo de Treliça mais abrangente, utilizado no dimensionamento de elementos de betão armado. Sendo um método facilmente compreendido e apreendido, tendo ainda a vantagem da sua simples representação física, revelando-se bastante poderoso quando comparado com o Método dos Elementos Finitos (MEF), o qual necessita de um software computacional para a sua

utilização ao nível de projecto, para já não referir a grande complexidade dos modelos de plasticidade 3D.

2.1 Descrição do Modelo

Como já foi referido, o Modelo de Escoras e Tirantes constitui um método de análise, dimensionamento e verificação de segurança utilizado por investigadores e projectistas, para o cálculo estrutural de peças de betão armado, sobretudo quando estas apresentam zonas de descontinuidade. Sendo uma aplicação do Princípio Estático da Análise Limite, baseia-se numa distribuição de tensões estaticamente admissível no elemento. Neste caso, essa distribuição de tensões é particularmente simples, sendo as tensões de compressão suportadas por escoras de betão, as tensões de tracção suportadas pelos tirantes, apresentando os nós para onde convergem escoras e tirantes campos de tensões 3D, frequentemente assumidos como planos, e estando o resto do domínio isento de tensões, Figura 2.1.

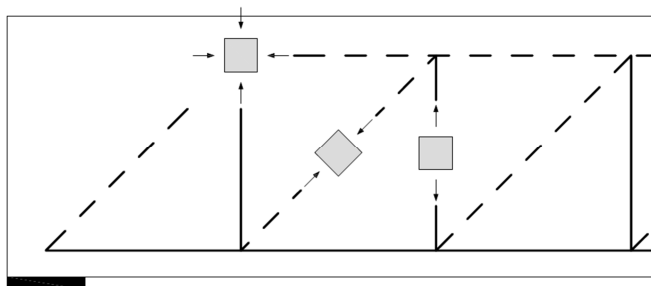


Figura 2.1 – Campos de tensões uniaxiais e planos num modelo de escoras e tirantes.

Se, em vez de uma distribuição constituída por subdomínios, com estados uniaxiais uniformes e estados planos, se se utilizarem campos mais gerais, tem-se o denominado Modelo de Campos de Tensões. Este método de análise tenta representar o melhor possível, por forma a aproximar-se da realidade, os campos de tensões na peça. Através de um simples modelo de treliça, este método tem a capacidade de resolver, com base num cálculo estático trivial, situações para as quais outros métodos exigiriam ferramentas de cálculo bastante complexas.

A complexidade da treliça base utilizada para a representação modelar da peça que se pretende dimensionar depende de vários factores, entre os quais, a complexidade geométrica da própria peça, do carregamento, da capacidade de abstracção por parte do projectista sobre a forma de funcionamento da estrutura, entre outros. Logo, é possível definir modelos com apenas três barras, mas também modelos com um grande número de barras. Do ponto de vista estático, é também possível definir modelos hiperestáticos, isostáticos e hipostáticos. A opção por uma treliça hipostática é condicionada pela forma e carregamento, estando,

frequentemente, relacionada com questões de simetria. No entanto, uma treliça hipostática pode ser convertida em isostática, pela simples adição de barras, as quais, se o modelo hipostático for estável e, portanto, satisfizer as relações de equilíbrio, apresentam esforços nulos. A opção por uma treliça hiperestática, apesar de, porventura, representar melhor a realidade, não é geralmente tão interessante, pois a grande vantagem do Modelo de Escoras e Tirantes está na simplicidade de cálculo e uma treliça deste tipo requer ferramentas mais avançadas, resolução através do Método das Forças, do Método dos Deslocamentos ou de um programa de cálculo baseado no MEF, sendo os esforços resultantes função das características do material. Consta-se que a opção por uma treliça isostática é a mais apropriada, pois a sua resolução pode ser efectuada através do equilíbrio estático dos nós, com base no Método dos Nós, no Método de Ritter ou num programa de cálculo.

2.1.1 Trajectórias de Tensões

Quando uma estrutura é carregada, desenvolvem-se tensões no seu interior, por forma a resistir à acção aplicada, nomeadamente tensões normais, que podem ser de tracção ou compressão, e tensões tangenciais. As direcções principais dos campos de tensões dão-nos uma ideia das trajectórias que as cargas aplicadas à estrutura seguem, desde o ponto de aplicação até aos apoios, sendo este percurso denominado de caminho de carga, Figura 2.2.

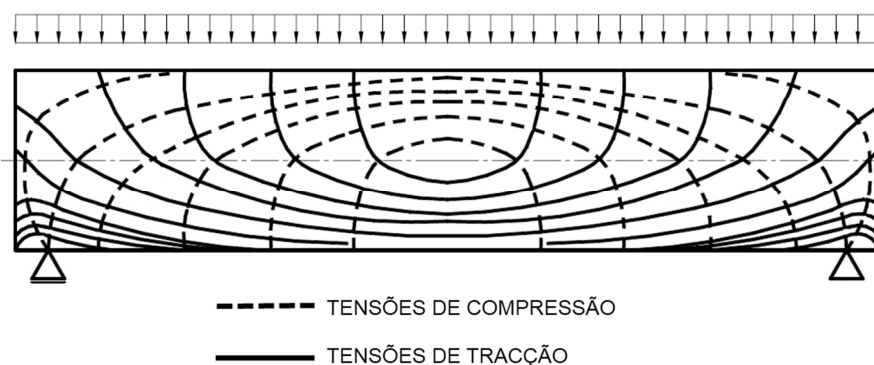


Figura 2.2 – Trajectória das cargas aplicadas à estrutura e tensões resultantes – adaptado de Camacho (2003).

As regiões onde ocorrem tensões de compressão, denominadas de escoras são, como já foi referido, resistidas principalmente pelo betão, ao invés das regiões onde ocorrem tensões de tracção, denominadas de tirantes, que serão resistidas pelo aço. Tendo estes aspectos em consideração, define-se o modelo de treliça que melhor poderá representar a situação real, tentando que esta acompanhe os fluxos de tensões gerados no interior da peça. Segundo os investigadores brasileiros Silva e Giongo (2000), a utilização de modelos de escoras e tirantes possibilita, ao projectista, um dimensionamento simples e seguro mediante os fluxos de

tensões elásticas, os quais o modelo de treliça deve seguir, tentando que as barras representem o centro geométrico dos respectivos fluxos. É óbvio, porém, que os princípios de execução económica forçam a que a disposição das armaduras satisfaça certos princípios de regularidade.

Os esforços axiais nas barras da treliça, determinados a partir da análise estática do modelo, quer sejam de tracção ou de compressão, serão utilizados no dimensionamento e verificação da segurança da peça, de acordo com as disposições regulamentares descritas no ponto 2.3 deste documento.

2.1.2 Regiões Nodais

Na intersecção dos eixos de três ou mais barras da treliça base, surge um ponto designado de nó. No entanto, na realidade, nem as barras da treliça são linhas adimensionais, nem os nós são pontos, sendo sim zonas tridimensionais, quando muito, de forma simplificada, consideradas de bidimensionais, onde se desenvolvem os referidos fluxos de tensões.

Na formulação deste modelo, e segundo a classificação sugerida pelo ACI-318 (2002), podem-se definir quatro tipos diferentes de nós de três barras, designados de CCC, CCT, CTT e TTT, sendo, respectivamente, uma região nodal formada apenas por escoras, uma região nodal formada por duas escoras e um tirante, uma região nodal formada por uma escora e dois tirantes e uma região nodal formada por três tirantes, ver Figura 2.3.

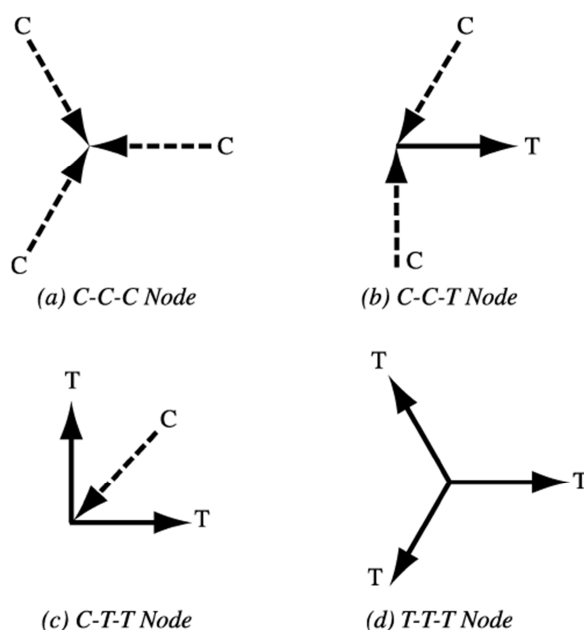


Figura 2.3 – Tipos de nós: CCC (a), CCT (b), CTT (c) e TTT (d) – segundo ACI-318 (2002).

De salientar que as regiões nodais podem conter mais que três barras sendo esta classificação uma base de nomenclatura.

Considerando uma representação bidimensional do estado plano de tensão num ponto e representando-o no círculo de Mohr, este reduz-se a um ponto se se tratar de uma zona nodal hidrostática, ou seja, o valor da tensão normal na região nodal é igual em todas as direcções, sendo os esforços nas escoras e tirantes proporcionais ao lado do polígono formado pela região nodal. “As tensões nas faces de uma zona nodal são as mesmas em todas as direcções e as razões entre comprimentos dos lados w_{n1} , w_{n2} e w_{n3} estão nas mesmas proporções que as forças C_1 , C_2 e C_3 . As faces de uma zona nodal hidrostática são perpendiculares aos eixos das bielas actuantes na região”, (ACI-318, 2002), ver Figura 2.4.

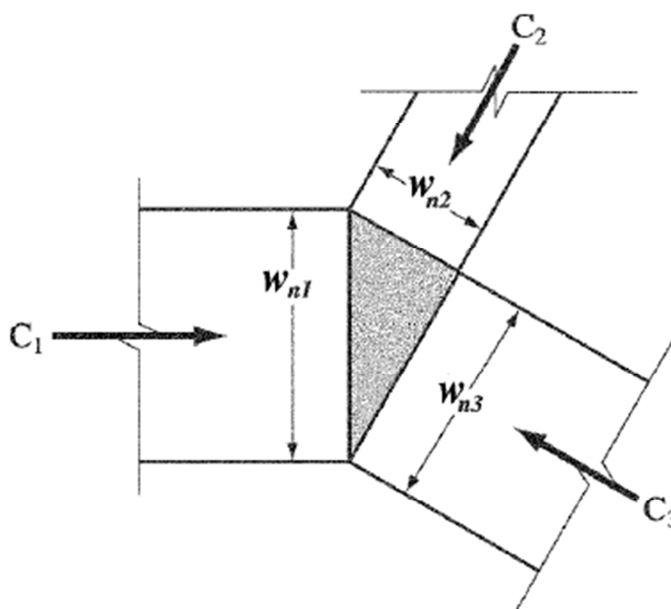


Figura 2.4 – Zona nodal hidrostática – segundo ACI-318 (2002).

Ao garantir-se que as zonas nodais são hidrostáticas, o elemento crítico da análise deixa de ser esta zona e passa a ser a zona das escoras, pois esta apresenta um estado de tensão unidireccional, ao invés do estado plano de tensão existente na região nodal.

2.1.3 Zonas de Descontinuidade

Numa estrutura ou elemento estrutural podem-se definir dois tipos de regiões, contínuas e descontínuas. Esta diferenciação é realizada com base na Hipótese de Bernoulli, “numa peça sujeita a esforço normal e momento flector constantes as secções rectas mantêm-se planas e perpendiculares ao eixo durante a deformação” (Silva, 2004). Regiões onde se verifique esta

hipótese consideram-se contínuas e denominam-se de regiões B. Regiões onde não se verifique esta hipótese consideram-se descontínuas e denominam-se de regiões D. Esta nomenclatura foi criada por Schlaich pela necessidade de diferenciação das diferentes regiões, uma vez que os modelos de análise, utilizando elementos de treliça usuais, apenas são capazes de resolver regiões contínuas B. Para as regiões descontínuas D, é necessário recorrer aos modelos de escoras e tirantes que, de forma simplificada, conseguem descrever o fluxo de tensões presentes.

Aplicando estes conceitos teóricos à prática, verifica-se que as regiões descontínuas D ocorrem na presença de descontinuidades estáticas ou geométricas. Descontinuidades estáticas resultam de forças concentradas, aplicadas à estrutura ou elemento estrutural e descontinuidades geométricas resultam de regiões que apresentem singularidades, como por exemplo, nós de pórticos, dentes ou aberturas em vigas, ver Figura 2.5.

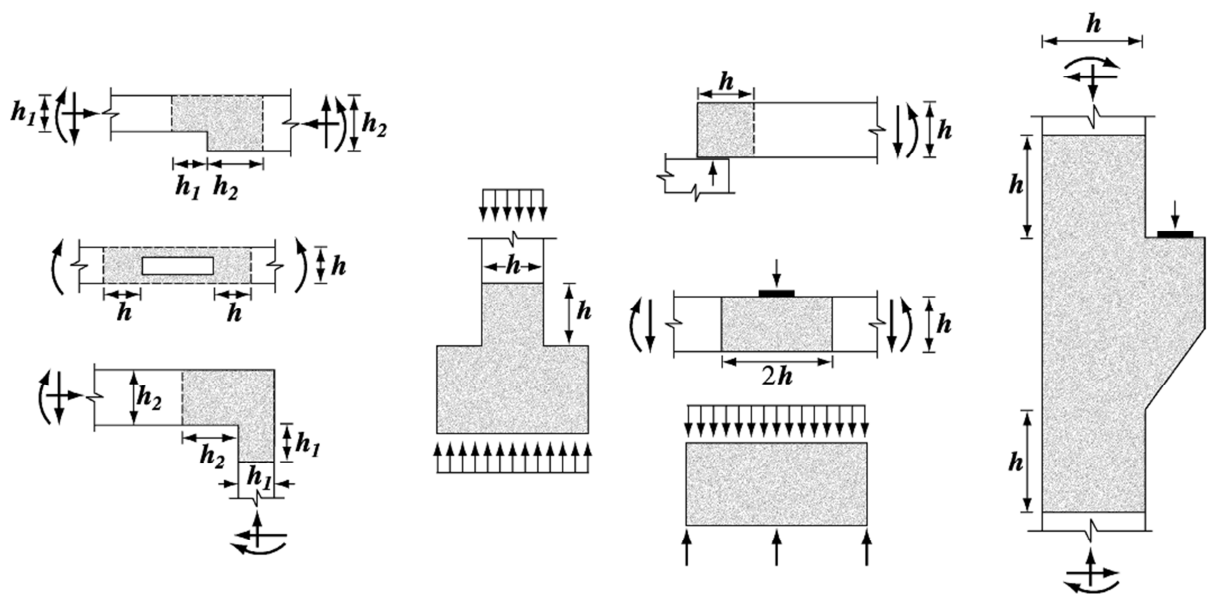


Figura 2.5 – Exemplos de zonas D e B segundo Schlaich – segundo ACI-318 (2002).

A delimitação geométrica das regiões D é efectuada segundo o Princípio de Saint-Venant segundo o qual, “se um corpo estiver sujeito à acção de um sistema de forças actuando numa zona limitada da sua superfície, as tensões e deformações que esse sistema de forças provoca a uma distância grande da superfície de aplicação não depende da maneira particular como as forças estão aplicadas, mas apenas da sua resultante. Esta distância grande pode, na maioria dos casos, ser considerada como igual à maior dimensão da superfície onde estão aplicadas as forças” (Silva, 2004). Normalmente, considera-se que a dimensão da região D é da ordem de grandeza da secção transversal do elemento, como indicado na Figura 2.5.

2.2 Realização de Aberturas em Vigas

Na construção de edifícios ou pontes, por vezes é necessário projectar aberturas nas almas das vigas, por forma a satisfazer requisitos de projecto. Estas aberturas servem para a passagem de instalações técnicas, nomeadamente, rede de esgotos, rede de abastecimento, condutas de ar-condicionado, rede eléctrica e telefónica. Do ponto de vista estrutural, seria bastante mais simples que todas estas instalações passassem por debaixo das vigas sendo, posteriormente, tapadas, recorrendo a um tecto falso, ver Figura 2.6. No entanto, por vezes, esta solução não é viável, pois o espaço ocupado, por exemplo, comparativamente com o pé-direito de um andar, pode ser considerável. Nomeadamente em edifícios de múltiplos andares, o espaço inutilizado devido à presença deste tipo de instalações pode ser bastante significativo quando comparado com a altura global do próprio edifício, resultando num custo de construção superior. Quando se verificam este tipo de situações, é necessário que estes elementos não-estruturais passem através do elemento estrutural, mediante aberturas.

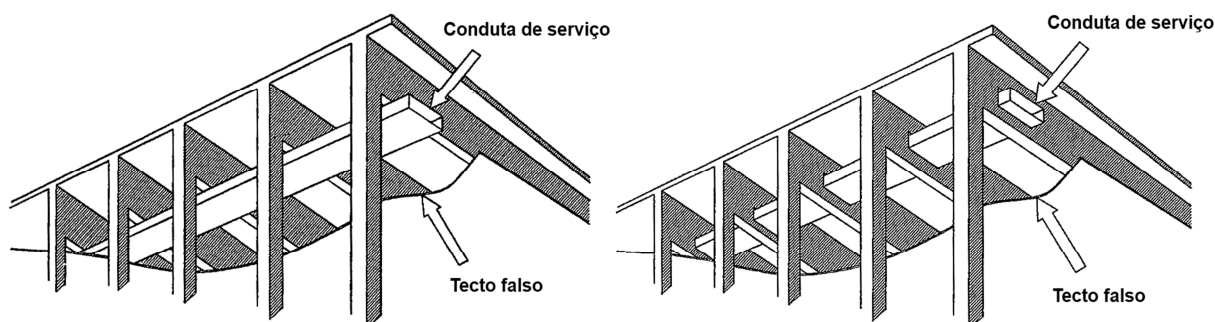


Figura 2.6 – Passagem de elementos não estruturais – segundo Mansur e Tan (1999).

Existem dois tipos de aberturas, as pequenas aberturas e as grandes aberturas, sendo que esta diferenciação não é definida na literatura ou em normas de dimensionamento. De forma simplificada, admite-se que pequenas aberturas são aquelas que não interrompem as escoras de compressão, formadas no interior da viga, ao invés das grandes aberturas que interrompem as referidas escoras, segundo Prentzas e Nasser, em 1967 (Mansur, 2006).

Sabendo que a realização de pequenas aberturas não condiciona o dimensionamento da peça, sendo apenas necessária a colocação de alguma armadura adicional para combater possíveis fenómenos de fissuração, importa então analisar a realização de grandes aberturas. Estas podem ser realizadas em qualquer ponto do elemento, dependendo das imposições do projecto, no entanto, é mais condicionante a sua realização em zonas onde o valor do esforço transversal é maior. Este documento trata da análise destas mesmas aberturas, neste tipo de zonas, mais especificamente, na proximidade de apoios.

Investigadores como Savin, em 1951, Heller, em 1951 e 1953, e Bower, em 1966, analisaram o problema da concentração de tensões em torno de aberturas circulares, ovais e rectangulares para vigas sujeitas a flexão e esforço transversal.

Mais tarde, em 1974, Douglas e Gambrell apresentaram resultados semelhantes aos anteriores para diferentes dimensões de aberturas.

Na bibliografia, a informação relativa a este assunto é bastante escassa, quer a nível de dimensões relativas das aberturas, quer do seu posicionamento na proximidade do apoio. No campo regulamentar a informação é quase nula, existindo apenas um breve capítulo no Eurocódigo 2 Parte 1-1 (2010) (Capítulo 6.5), relativamente ao dimensionamento através dos modelos de escoras e tirantes, sendo que não existe qualquer referência a aberturas em vigas.

2.3 Disposições Regulamentares

Num projecto de engenharia é necessário respeitar certas imposições regulamentares, por forma a garantir que a estrutura ou elemento estrutural em causa cumpre a função para que foi projectado, nomeadamente ao nível da segurança, estabilidade, condições de serviço e durabilidade. Como já foi referido, a norma que rege o tipo de estruturas em análise, Eurocódigo 2 Parte 1-1 (2010), não apresenta, relativamente à análise e dimensionamento com modelos de escoras e tirantes um procedimento exaustivo, no entanto, a informação presente neste documento será completada e comparada com a existente na bibliografia.

2.3.1 Escoras

Relativamente ao dimensionamento e verificação de escoras de betão são apresentadas, no ponto 6.5.2 do Eurocódigo 2 Parte 1-1 (2010), duas opções, a primeira referente a escoras de betão situadas em regiões com tensões de compressão transversal ou sem tensões transversais de tracção e a segunda referente a escoras de betão situadas em regiões com tensões de tracção transversal.

Para a primeira situação a tensão no elemento não deve ser superior ao valor de cálculo da tensão do betão à compressão

$$\sigma_{Rd,max} = f_{cd} \quad (2.1)$$

sendo $\sigma_{Rd,max}$ a tensão máxima no elemento e f_{cd} o valor de cálculo da resistência à compressão do betão.

Para a segunda situação, a tensão no elemento não deve ser superior ao valor de cálculo da resistência à compressão do betão, afectada do factor 0,6 e de um coeficiente v'

$$\sigma_{Rd,max} = 0,6v'f_{cd} \quad (2.2)$$

$$v' = 1 - \frac{f_{ck}}{250} \quad (2.3)$$

sendo f_{ck} o valor característico da tensão de rotura do betão à compressão aos 28 dias em MPa.

Para regiões em compressão multi-axial poderá admitir-se um valor de cálculo da resistência superior.

Schlaich e Schafer, em 1988 (Santos, 2006), apresentam valores de $0,85f_{cd}$ para um estado de tensão uniaxial sem perturbações, $0,68f_{cd}$ para campos de compressão com fissuras paralelas e $0,51f_{cd}$ para campos de compressão com fissuras inclinadas.

Segunda a norma ACI-318 (2002), o valor da tensão normal no elemento não deve ser superior a $0,85\beta_s f'_c$, sendo f'_c o valor característico da resistência do betão à compressão e β_s um parâmetro que depende do estado de tensão da escora. Para escoras prismáticas sem perturbações, o parâmetro β_s é igual a 1,0, para escoras em garrafão com armadura que não permita a abertura de fendas é igual a 0,75, para escoras em garrafão com armadura que permita a abertura de fendas é igual a 0,60 e para escoras com tensões de tracção é igual a 0,40.

2.3.2 Tirantes

Relativamente aos tirantes, o ponto 6.5.3 do Eurocódigo 2 Parte 1-1 (2010) remete para os pontos 3.2 e 3.3 do mesmo documento. No entanto, devido à própria metodologia do modelo, os esforços nos tirantes são determinados a partir da resolução da treliça representativa do funcionamento do elemento, sendo apenas necessário determinar a armadura necessária para resistir a esse esforço,

$$A_s = \frac{N_{Rd}}{f_{yd}} \quad (2.4)$$

sendo A_s a área de armadura necessária, N_{Rd} o valor do esforço axial no tirante e f_{yd} o valor de cálculo da tensão de cedência à tracção do aço. Esta armadura deve ser distribuída de forma a que o seu centro geométrico coincida com o eixo da barra da treliça.

É referido ainda que as armaduras devem ser devidamente amarradas nos nós.

2.3.3 Nós

Relativamente aos nós, o ponto 6.5.4 do Eurocódigo 2 Parte 1-1 (2010) apresenta três tipos diferentes, a partir dos quais é possível generalizar para as restantes situações. São considerados nós sujeitos a compressão sem qualquer tirante amarrado, nós sujeitos a compressão e tracção com tirantes amarrados numa direcção e nós sujeitos a compressão e tracção com tirantes amarrados em mais que uma direcção.

Para o primeiro tipo de nó, o valor da tensão normal não deve ser superior ao valor de cálculo da resistência à compressão do betão, afectada do coeficiente v' definido na Expressão 2.3,

$$\sigma_{Rd,max} = 1,0v'f_{cd} \quad (2.5)$$

sendo $\sigma_{Rd,max}$ a tensão no elemento (escora mais esforçada) e f_{cd} o valor de cálculo da resistência à compressão do betão.

Para o segundo tipo de nó, o valor da tensão normal não deve ser superior ao valor de cálculo da resistência à compressão do betão, afectada de uma constante 0,85 e do coeficiente v' apresentado na Expressão 2.3,

$$\sigma_{Rd,max} = 0,85v'f_{cd} \quad (2.6)$$

Para o terceiro tipo de nó, o valor da tensão normal não deve ser superior ao valor de cálculo da resistência à compressão do betão, afectada de uma constante 0,75 do coeficiente v' apresentado na Expressão 2.3,

$$\sigma_{Rd,max} = 0,75v'f_{cd} \quad (2.7)$$

Schlaich e Schafer, em 1988 (Santos, 2006), apresentam dois valores distintos para a resistência da região nodal mediante o tipo de nó. Para nós que recebam apenas escoras, a tensão não deve ser superior a $1,0f_{cd}$ e para nós que recebam um ou mais tirantes, a tensão não deve ser superior a $0,8f_{cd}$. Estes mesmos investigadores apresentam no seu estudo, uma análise mais precisa de nove tipos de regiões nodais, situadas em diferentes partes do elemento estrutural.

Segundo a norma ACI-318 (2002), a tensão no nó não deve ser superior a $0,85\beta_n f'_c$, sendo f'_c o valor característico da tensão do betão à compressão e β_n um parâmetro que depende do

tipo de nó em questão, segundo a nomenclatura adoptada nesta norma. Para nós do tipo CCC o parâmetro toma o valor de 1,0, para nós do tipo CCT toma o valor de 0,80 e para nós do tipo CTT toma o valor de 0,60.

No Quadro 2.1 é apresentado um resumo comparativo das disposições regulamentares indicadas acima, permitindo uma visualização mais expedita dos valores apresentados ao longo do texto.

Quadro 2.1 – Disposições Regulamentares.

	Eurocódigo 2		Schlaich e Schafer		ACI-318	
Escoras	$v' = 1 - \frac{f_{ck}}{250}$		Tensão uniaxial sem perturbações	$0,85f_{cd}$	$0,85\beta_s f'_c$	β_s
	Com tensões de compressão transversais ou sem tensões transversais de tracção	$1,0f_{cd}$	Campos de compressão com fissuras paralelas	$0,68f_{cd}$	Sem perturbações	1,0
					Com armadura que não permita a abertura de fendas	0,75
	Com tensões de tracção transversais	$0,60v'f_{cd}$	Campos de compressão com fissuras inclinadas	$0,51f_{cd}$	Com armadura que permita a abertura de fendas	0,60
Com tensões de tracção					0,40	
Tirantes	$A_s = \frac{N_{Rd}}{f_{yd}}$					
Nós	$v' = 1 - \frac{f_{ck}}{250}$		Apenas escoras	$1,0f_{cd}$	$0,85\beta_n f'_c$	β_n
	CCC	$1,0v'f_{cd}$			CCC	1,0
	CCT	$0,85v'f_{cd}$	Escoras e tirantes	$0,80f_{cd}$	CCT	0,80
	CTT	$0,75v'f_{cd}$			CTT	0,60

3 TIPOS DE ABERTURA

Uma peça de betão armado, nomeadamente uma viga esbelta sujeita a flexão e esforço transversal, apresenta, do ponto de vista global, um funcionamento estrutural semelhante ao de uma treliça com envolvente semelhante, como já havia sido referido. No presente estudo, pretende-se averiguar de que forma a realização de aberturas para a passagem de elementos não estruturais pode condicionar esse funcionamento. Dependendo da sua forma, dimensões e localização, as aberturas numa viga podem afectar mais ou menos os campos de tensões. Num modelo de escoras e tirantes de uma viga tal efeito corresponde a desviar ou alterar os campos de tensões e as trajectórias das suas direcções principais, sendo necessário redefinir a treliça que se utilizaria, caso não existissem aberturas, por forma a adaptá-la às novas trajectórias. Em termos práticos, é então relevante definir limites para as dimensões das aberturas, com base na sua interferência com os campos de tensões, bem como a sua posição relativa no elemento, uma vez que na bibliografia as referências a este tema são bastante escassas.

Relativamente à sua posição, considerou-se que estas se localizam o mais abaixo possível salvaguardando, no entanto, a espessura necessária para o desenvolvimento dos campos de tensões existentes no banzo inferior da viga, ou seja, para dispor a armadura principal longitudinal e o correspondente recobrimento.

3.1 Pequenas Aberturas

Em 1967, os investigadores Prentzas e Nasser, apresentam na sua obra (Mansur, 2006) uma das poucas referências que existe sobre este tema, definindo pequenas aberturas como aberturas que não interrompem a treliça base formada, ou seja, não intersectam os campos de tensões, representados pelas barras de uma treliça que possa ser considerada normal ou regular, Figura 3.1.

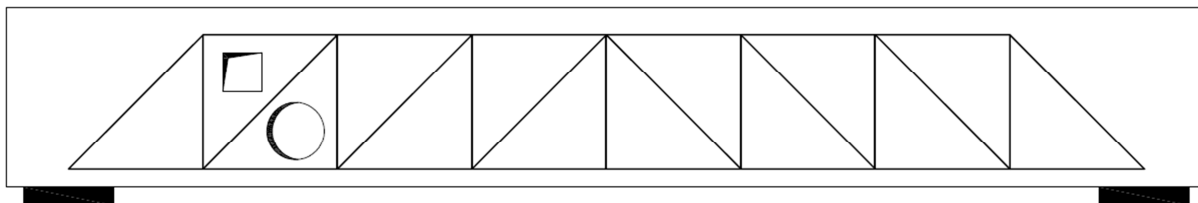


Figura 3.1 – Viga com aberturas e treliça representativa.

Como se verifica na viga representada na Figura 3.1, é possível inserir aberturas nas áreas triangulares formadas pelas barras da treliça sem que estas sejam interrompidas ou a sua secção reduzida. Estas barras representam campos de tensões prismáticos, sendo necessário garantir que estes não são afectados pelas aberturas. Para definir qual o desenvolvimento transversal destes campos e, com isso, definir geometricamente a dimensão máxima das aberturas é necessário tentar definir valores, em função da altura da secção, para o desenvolvimento dos referidos campos.

Uma peça esbelta, prismática, de secção rectangular, de material elástico, linear, homogéneo e isotrópico sujeita a flexão, por efeito de uma carga uniformemente distribuída, apresenta em qualquer secção interior um diagrama de tensões normais com uma configuração duplamente triangular, Figura 3.2. Atendendo à direcção e sentido das cargas representadas na figura, o triângulo superior representa as fibras longitudinais comprimidas e o inferior as fibras traccionadas. Por simetria, e dada a inexistência de forças aplicadas com direcção paralela ao eixo da viga, a tensão de compressão é igual, em valor absoluto, à tensão de tracção e o eixo neutro situa-se a meio da secção.

Considere-se agora que a viga anterior é de betão armado. Note-se que o material betão, não se encontra nas mesmas condições em todo o volume da peça, em certas regiões, como por exemplo, junto à face superior da viga, o confinamento é menor, podendo os campos de tensões de compressão necessitar de uma secção com área maior. Relativamente às tensões de tracção, uma vez que serão suportadas pelos varões de aço, necessitam de uma área menor, área essa necessária para distribuir a armadura e para garantir a transmissão das tensões ao betão envolvente por aderência.

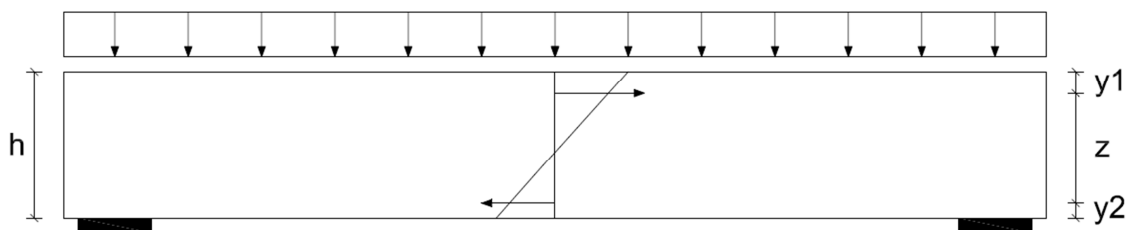


Figura 3.2 – Diagrama de tensões internas a meio vão em peça flectida.

Seja h a altura da secção, z a distância entre as resultantes das tensões de tracção e compressão (braço do binário), y_1 a distância entre a resultante da tensão de compressão e o bordo superior da peça e y_2 a distância entre a resultante da tensão de tracção e o bordo inferior da peça.

A distância z varia, de autor para autor, apresentando valores compreendidos entre $0,67h$, valor da solução elástica linear para uma peça esbelta, e $0,90h$. No presente documento, a distância z considerada foi de $0,75h$, sendo os restantes $0,25h$ distribuídos entre y_1 e y_2 . Para a distância y_1 e uma vez que as tensões de compressão serão absorvidas pela capacidade resistente do betão à compressão numa determinada área, considerou-se $0,15h$ e para a distância y_2 e uma vez que as tensões de tracção serão absorvidas pela capacidade do aço à tracção, necessitando de uma área menor, considerou-se $0,10h$. Note-se que, mesmo que o betão fosse um material que resistisse à tracção e tivesse igual comportamento em compressão e tracção, y_1 teria de ser superior a y_2 porque, como se referiu, o betão junto ao bordo superior da viga apresenta qualidade inferior. Por outro lado seria disparatado distribuir y_1 e y_2 de proporcionalmente às resistências do betão e do aço, porque o aço tem de estar convenientemente embebido no betão para garantir a transferência de tensões.

É ainda necessário admitir que a treliça representativa do elemento estrutural em análise apresenta banzos paralelos e escoras a 45° , situação para a qual a resistência é mais elevada de acordo com o Eurocódigo 2 Parte 1-1 (2010), podendo, no entanto, variar entre 23° e 57° aproximadamente. Em função do apresentado anteriormente, é possível definir geometricamente os campos de tensões no interior da peça e determinar a dimensão máxima para as aberturas, Figura 3.3.

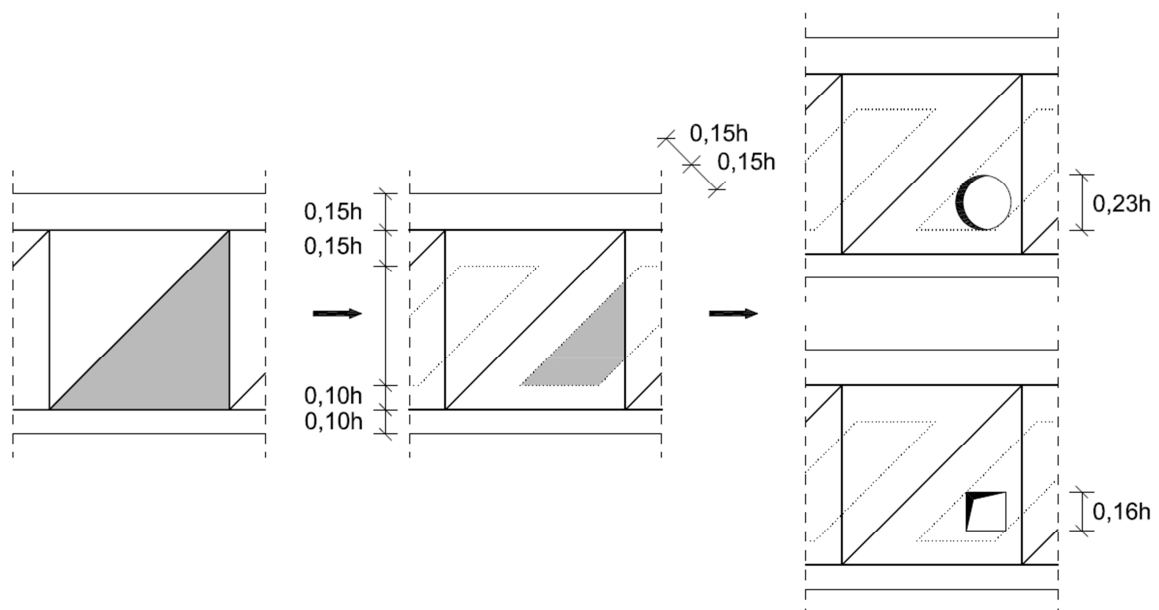


Figura 3.3 – Dimensões de pequenas aberturas.

Como se verifica na figura, a área triangular inicial associada a um painel da alma foi reduzida, uma vez que as barras da treliça correspondentes a escoras apresentam uma

espessura ou altura suficiente para desenvolvimento das tensões de compressão. Da mesma forma, as barras horizontais da treliça correspondentes a tirantes, mais concretamente à armadura longitudinal, também necessitam desse afastamento para espaçar os varões de aço, de forma a garantir a aderência. Esse afastamento não foi considerado para as barras verticais da treliça, correspondentes a tirantes, mais concretamente à armadura transversal, pois os esforços nestes elementos serão absorvidos por uma armadura distribuída, sendo, no entanto, necessária a colocação de uma armadura adicional. Após estas reduções do espaço livre disponível, que tentam garantir que existe espaço suficiente no interior do elemento para que se desenvolvam os campos de tensões, foi possível determinar a dimensão máxima para a abertura de $0,23h$, no caso de aberturas circulares, e $0,16h$ no caso de aberturas quadradas. É importante notar que os valores estipulados para as espessuras das escoras e tirantes não pretendem ser muito rigorosos, apenas visando estabelecer uma ordem de grandeza para as aberturas admissíveis.

Relativamente à armadura adicional que será necessário colocar na zona das aberturas, autores como Leonhardt e Mönnig e, mais recentemente, Mansur, apresentam uma solução em losango para aberturas circulares e em quadrado para aberturas quadradas, que deverá ser capaz de redireccionar as tensões prevenindo a fendilhação e a rotura da secção.

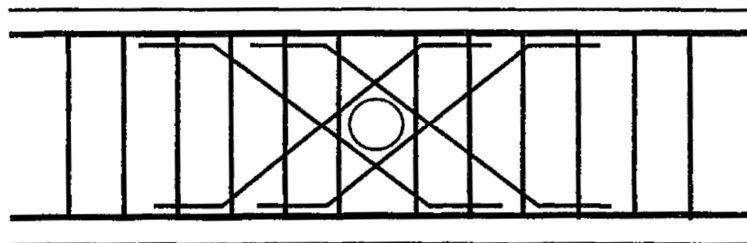


Figura 3.4 – Armadura adicional na zona das aberturas – segundo Mansur e Tan (1999).

Utilizando como parâmetro de comparação entre vigas com aberturas e vigas sem aberturas, a armadura necessária para a sua realização, para este tipo de aberturas (pequenas) não existe qualquer alteração para além desta armadura adicional.

3.2 Grandes Aberturas

Na sequência do ponto anterior, se classificarmos como pequenas as aberturas que não interrompem a treliça base, as grandes aberturas serão as que interrompem ou perturbam a treliça base. Esta interrupção altera o normal funcionamento do elemento, existindo uma descontinuidade do tipo D, em que não é válido o princípio de Bernoulli. É então necessário

conceber uma nova treliça base que represente o novo funcionamento da peça, tentando que esta se aproxime o mais possível dos novos campos de tensões elásticas.

No entanto, dentro da categoria de grandes aberturas, é possível definir dois tipos distintos, por comparação com o modelo de treliça para uma viga similar mas sem aberturas: as que apenas interrompem ou perturbam a escora de compressão inclinada original, sendo que esta se desenvolve na mesma entre dois tirantes verticais consecutivos, e as que interrompem não só a escora inclinada mas também os tirantes verticais. Designando como grandes aberturas tipo 1, as que apenas interrompem a escora de compressão, e como grandes aberturas tipo 2, as que para além da escora também interrompem tirantes verticais, estas serão classificadas quanto à sua dimensão máxima e quantidade adicional de armadura necessária para a realização da viga comparativamente a uma viga sem aberturas.

3.2.1 Grandes Aberturas Tipo 1

Na presença deste tipo de aberturas, a escora de compressão interrompida, reajusta-se através de uma pequena mudança na sua inclinação e com a introdução de uma escora adicional, de acordo com o modelo apresentado por Muttoni e Schwartz (1997), que origina um acréscimo de tensões de compressão na zona. Digamos que a escora diagonal é quebrada, com incremento da sua inclinação na parte inferior da viga e redução da inclinação na parte superior, à custa da inserção de um nó adicional, cuja estabilização requer um elemento adicional na treliça, Figura 3.5.

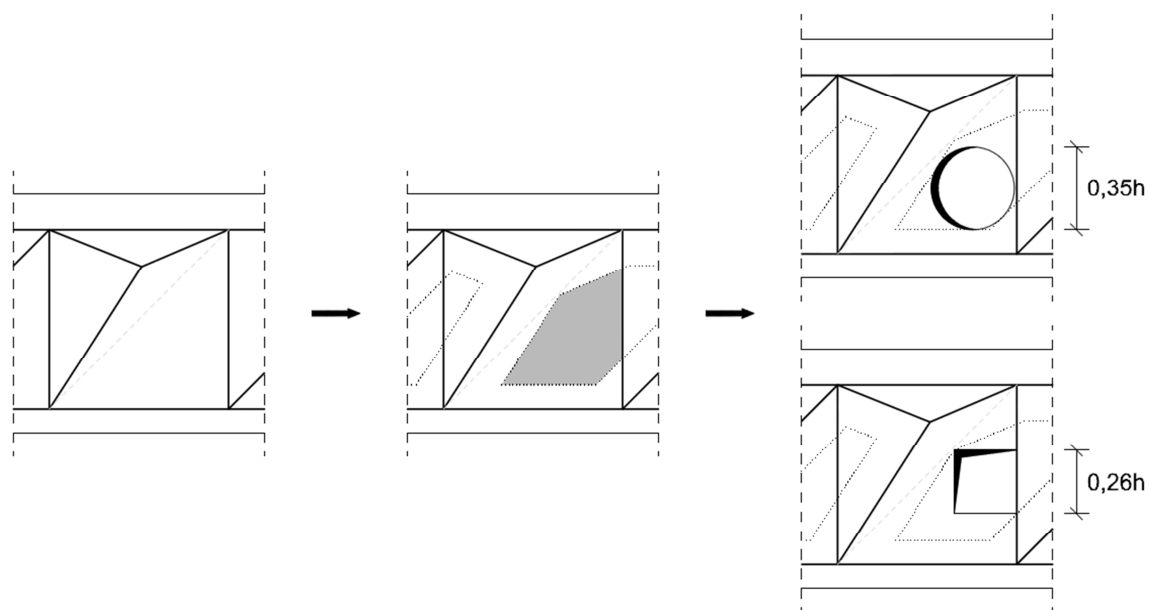


Figura 3.5 – Grandes aberturas tipo 1.

Como se verifica na figura, a variação da inclinação da escora diagonal aumenta a área disponível para a inserção da abertura. A inclinação da escora teve por base os valores regulamentares de 57° , para a parte inferior, e de 23° para a parte superior, resultando na área sombreada na figura, capaz de albergar uma abertura circular com uma dimensão máxima de $0,35h$ ou uma abertura quadrada com uma dimensão máxima de $0,26h$, correspondendo a aumentos superiores a 50% por comparação com as pequenas aberturas. As dimensões para os campos prismáticos são as mesmas das apresentadas na Figura 3.3.

Como se explicou, o Eurocódigo 2 Parte 1-1 (2010), permite formar treliças com ângulos compreendidos entre os 23° e os 57° , sendo o ângulo de 45° aquele que permite a inserção de aberturas com maiores dimensões. A imposição destes valores máximo e mínimo visa evitar que os campos de tensões de tracção dos tirantes se aproximem demasiado dos de compressão das escoras, o que afectaria e comprometeria o seu funcionamento e o funcionamento das últimas.

De forma a determinar a grandeza relativa das forças nos elementos da nova treliça foi efectuado um estudo paramétrico, em que se fez variar as coordenadas do nó adicional. Este estudo permitiu verificar que poderiam ocorrer esforços de tracção num elemento que deveria funcionar como escora. Ou seja, para certas condições geométricas e de carregamento do modelo, surgem tensões de tracção no elemento horizontal superior do painel que contém a abertura, como indicado na Figura 3.6.

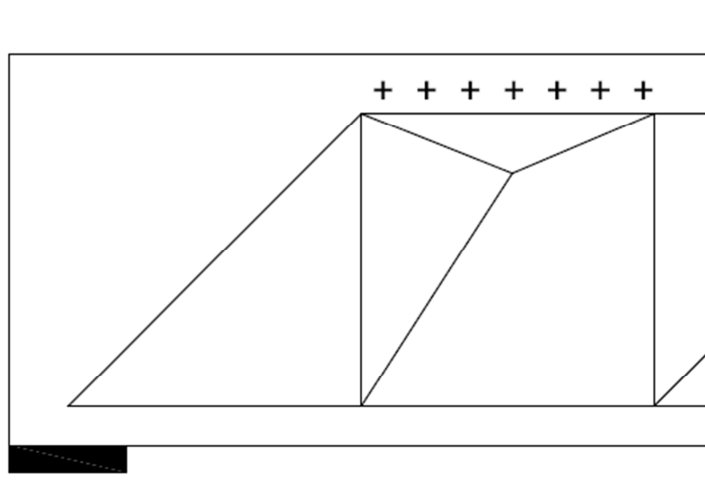


Figura 3.6 – Tracções no elemento horizontal superior do painel da abertura.

Para a resolução desta questão equacionaram-se duas possibilidades, armar o elemento na zona em que surgem as referidas tensões, ou redefinir as coordenadas do nó adicional de forma a garantir que não ocorrem tensões de tracção. Optou-se pela segunda possibilidade,

tendo sido considerada a geometria e o carregamento aplicado representados na Figura 3.7, resultando a Expressão 3.4.

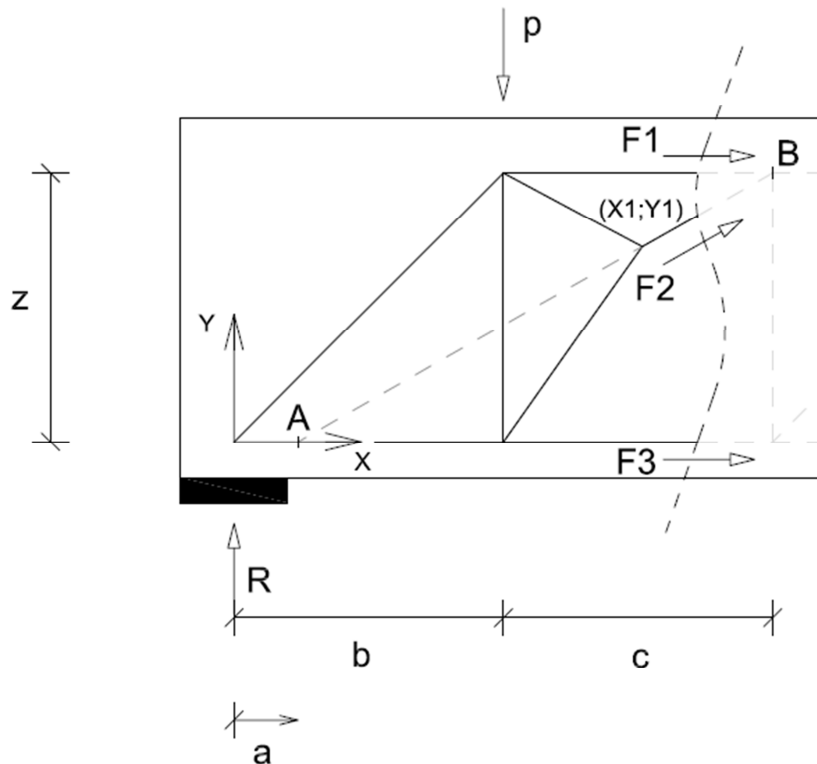


Figura 3.7 – Reajuste do ponto de intersecção das escoras por forma a evitar tensões de tracção no banzo superior da viga.

Fazendo somatório de momentos em relação ao ponto A igual a zero, considerando o sentido positivo, o anti-horário, é possível determinar a força $F1$,

$$-R a - F1 z - p(b - a) = 0 \quad (3.1)$$

$$F1 = -\frac{1}{z}(R a + p(b - a)) \quad (3.2)$$

sendo a a distância do centro do apoio ao ponto de concorrência do tirante horizontal e da escora inclinada (ponto A), b o comprimento do primeiro painel da treliça, z a altura da treliça, R a reacção de apoio, p a carga aplicada no nó e $F1$ a força aplicada no elemento horizontal superior do segundo painel da treliça.

Uma vez que se pretende evitar que seja de tracção o esforço no elemento horizontal superior do segundo painel da treliça, $F1$ tem de ser menor ou igual a zero. Resolvendo a Expressão 3.2 em ordem a a com $F1$ igual a zero, obtém-se

$$a = -\frac{pb}{R-p} \quad (3.3)$$

Determinado o valor de a fica definido o ponto A de coordenadas $(a; 0)$. O ponto B já era conhecido tendo como coordenadas $(b + c; z)$. Definida a recta \overline{AB} é possível definir as coordenadas do ponto de reajuste da treliça $(X1; Y1)$, através da expressão

$$Y1 = \frac{z(X1-a)}{b+c-a} \quad (3.4)$$

Ao redefinir o ponto de intersecção, verifica-se que a área disponível para inserção de aberturas, definida na Figura 3.5, sofre uma ligeira diminuição, sendo o valor máximo para a dimensão da abertura, em função da altura da secção, menor que o apresentado. É então difícil definir limites pois estes dependem da geometria e do carregamento aplicado ao modelo, sendo o seu valor máximo igual ao apresentado na Figura 3.5, situação para a qual não é necessário redefinir o ponto de intersecção pois não ocorrem tensões de tracção na escora situada no banzo superior.

3.2.2 Grandes Aberturas Tipo 2

Ao contrário das grandes aberturas tipo 1, em que a treliça representativa do modelo estrutural apresentava apenas alguns reajustes comparativamente à treliça base, no caso das grandes aberturas tipo 2, a treliça é radicalmente alterada na zona da abertura, pois os campos de tensões sofrem grandes desvios das suas trajectórias iniciais. Como já foi referido, este tipo de aberturas interrompe não só a escora inclinada como, pelo menos, um tirante vertical.

Uma vez que a diversidade de possíveis aberturas deste tipo é bastante elevada, cingiu-se o estudo a aberturas rectangulares como a apresentada na Figura 3.8.

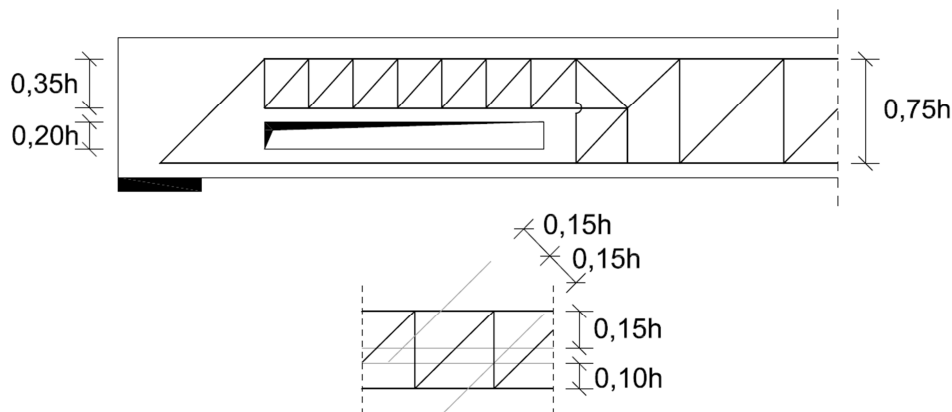


Figura 3.8 – Grandes aberturas tipo 2.

Este tipo de abertura altera significativamente a treliça representativa de um elemento sem abertura, sendo necessário, para cada situação, tentar definir a treliça que melhor se adapta às trajectórias de tensões em torno desta descontinuidade. Como se verifica na Figura 3.8, tentou-se definir uma treliça e as suas respectivas dimensões geométricas, por forma a representar, o melhor possível, os campos de tensões para a geometria de abertura considerada.

Sobre a abertura desenvolve-se uma treliça semelhante à que se desenvolve na parte regular da viga, possuindo no entanto uma altura mais reduzida. Definiu-se essa altura mínima em função da altura total da secção, e admitindo que toda a área é utilizada para se desenvolverem os campos de tensões com as dimensões mínimas especificadas anteriormente. Como apresentado na Figura 3.8, utilizando as percentagens de 0,15h para campos de compressão e 0,10h para campos de tracção determinou-se a altura mínima que a treliça deve apresentar, 0,35h. Em função deste valor, da altura mínima da treliça, foi determinado o valor 0,20h para a altura máxima da abertura que é possível de inserir na viga. Como se verifica na Figura 3.8, não foi definido o comprimento máximo da abertura, pois este valor em nada condiciona a altura da treliça ou da abertura.

Na Figura 3.8, verifica-se que a abertura poderia eventualmente ser deslocada para a esquerda até ao limite necessário para desenvolver o campo de tensões da escora diagonal. No entanto, optou-se por não o fazer devido à proximidade do apoio. Ao considerar a abertura com início no segundo painel, considerando que a treliça não apresenta perturbações, consegue-se o objectivo de inserir aberturas na proximidade dos apoios, uma zona com elevado esforço transversal, sem interferir com o apoio e com as armaduras existentes neste.

Para todas as situações anteriormente referidas é necessário verificar se as dimensões da secção das escoras e tirantes, admitidas para o desenvolvimento dos campos de tensões, são suficientes.

O quadro seguinte apresenta, para cada tipo de abertura, as dimensões máximas que é possível realizar em função da altura da secção. Estes valores para a dimensão máxima são meramente indicativos, podendo ser necessário proceder a reajustes por três motivos. Por um lado, como referido no ponto 3.2.1, por forma a prevenir a ocorrência de tensões de tracção em elementos inicialmente considerados como escoras, e onde não se pretende colocar armadura para resistir a essas mesmas tracções. Por outro lado, estes valores foram determinados considerando uma treliça cujos elementos diagonais apresentam uma inclinação exacta de 45° , o que pode não ser concretizável na prática, em virtude da razão entre o vão e a altura da viga. Note-se, finalmente, que a análise apresentada pressupõe que a abertura está colocada junto a um apoio simples da viga, quando na prática se têm frequentemente apoios de continuidade.

É evidente que todos estes aspectos podem ser analisados com mais pormenor, mas a complexidade de tal análise extravasa o âmbito de uma tese de mestrado, sobretudo pelo tempo efectivamente disponível para a investigação, insuficiente quando se atende ao muito tempo necessário em virtude do elevado número de parâmetros a considerar.

Quadro 3.1 – Dimensões máximas para as aberturas.

	Pequenas Aberturas	Grandes Aberturas Tipo 1	Grandes Aberturas Tipo 2
Circular	0,23h	0,35h	-
Rectangular	0,16h	0,26h	0,20h

4 CARACTERIZAÇÃO DOS EXEMPLOS NUMÉRICOS

Mediante o exposto no capítulo anterior, realizou-se uma análise numérica por forma a determinar a influência, comparativamente com uma viga sem aberturas, dos diferentes tipos de aberturas na quantidade de armadura necessária.

Selecionou-se como modelo para esta análise numérica uma viga pertencente a um esquema estrutural regular, de malha quadrada, com um vão de 7 metros, que suporta uma laje de 0,25 metros de espessura, sendo 0,15 metros de betão armado, 0,07 metros de betonilha de regularização e 0,03 metros de revestimento cerâmico, paredes divisórias e uma sobrecarga de utilização correspondente a um edifício de Categoria A. Para a secção transversal consideraram-se três dimensões distintas de 0,50x0,30, 0,60x0,30 e 0,70x0,30 metros, com o objectivo a avaliar a influência da variação da esbelteza do elemento. Admitiu-se que o peso próprio da viga actua na sua base, que é a localização mais gravosa, estando as restantes acções aplicadas à sua face superior. A combinação de acções fundamental para estados limite últimos definida no Eurocódigo 0 (2009) determina a carga a que a viga vai estar sujeita,

$$E_d = \sum_{j \geq 1} \gamma_{G,j} G_{k,j} + \gamma_{Q,1} Q_{k,1} + \sum_{i > 1} \gamma_{Q,i} \Psi_{0,i} Q_{k,i} \quad (4.1)$$

sendo E_d o valor de cálculo do efeito das acções, $\gamma_{G,j}$ o coeficiente parcial relativo à acção permanente j , $G_{k,j}$ o valor característico da acção permanente j , $\gamma_{Q,1}$ o coeficiente parcial relativo à acção variável de base da combinação 1, $Q_{k,1}$ o valor característico da acção variável de base da combinação 1, $\gamma_{Q,i}$ o coeficiente parcial relativo à acção variável i , $\Psi_{0,i}$ o coeficiente para a determinação do valor de combinação da acção variável i e $Q_{k,i}$ o valor característico da acção variável acompanhante i .

Uma vez que nos modelos de escoras e tirantes a carga deve ser aplicada nos nós, converteu-se o carregamento distribuído aplicado à viga num conjunto estaticamente equivalente de cargas pontuais aplicadas nos nós, mediante o seu comprimento de influência. Tentou-se que a inclinação das escoras fosse de aproximadamente 45°, situação que minimiza a quantidade total de armadura requerida, como já havia sido referido anteriormente.

É ainda importante referir que o aço utilizado para os cálculos da armadura necessária à realização das vigas é A400NR, de acordo com o Quadro NA.I do Eurocódigo 2 Parte 1-1 (2010).

4.1 Elementos Sem Aberturas

Tendo em consideração as indicações apresentadas até aqui, definiram-se os modelos de treliça representativos das vigas para a situação sem aberturas, Figuras 4.1, 4.2 e 4.3.

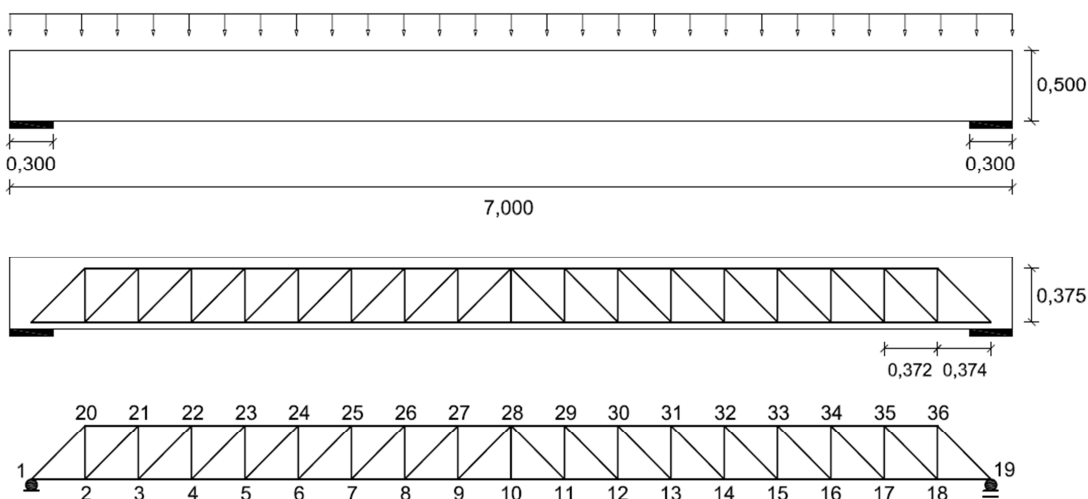


Figura 4.1 – Elemento estrutural e treliça representativa (Viga 1) – Secção 0,50x0,30.

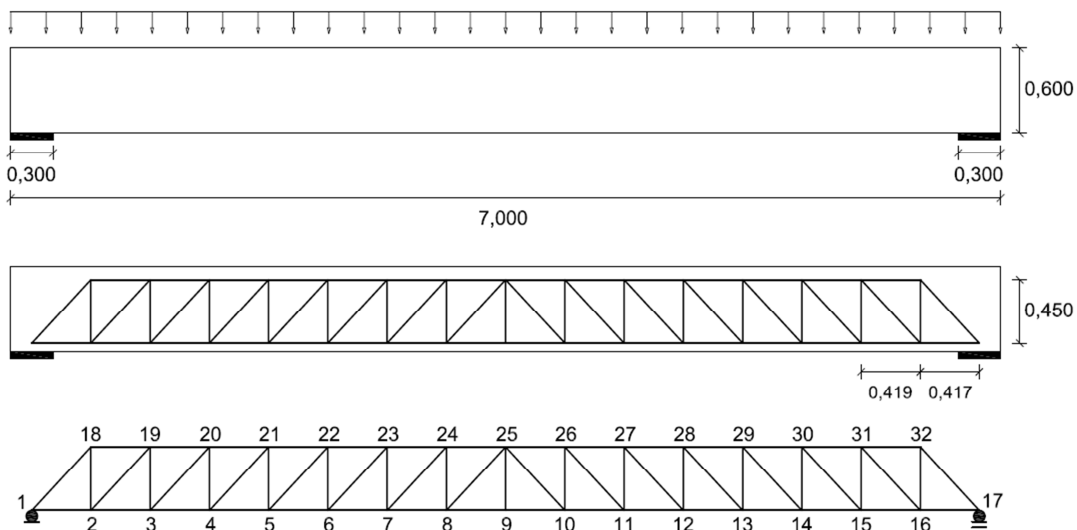


Figura 4.2 – Elemento estrutural e treliça representativa (Viga 2) – Secção 0,60x0,30.

Mediante a análise das treliças apresentadas nas Figuras 4.1 a 4.3, obtiveram-se os esforços nos tirantes apresentados em anexo. Esses esforços correspondem a elementos da treliça sendo necessário transpô-los para armadura, quer longitudinal quer transversal, ao longo da

viga. Optou-se por dividir o elemento em aproximadamente quatro partes iguais agrupando os dois quartos centrais, armando uniformemente estas três secções de viga.

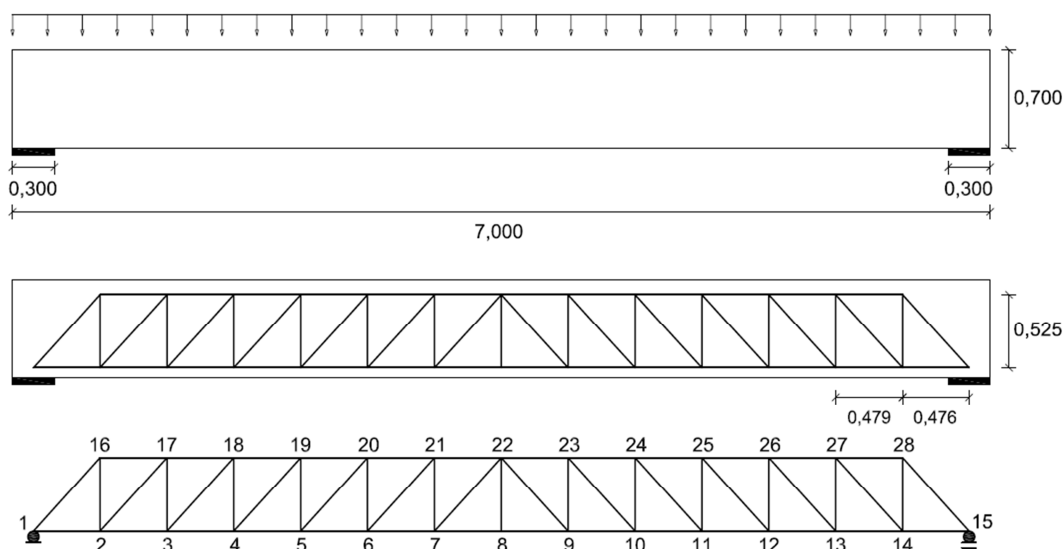


Figura 4.3 – Elemento estrutural e treliça representativa (Viga 3) – Secção 0,70x0,30.

Para a Viga 1 (Figura 4.1), a armadura longitudinal necessária para as secções das extremidades é de $14,02 \text{ cm}^2$, correspondente ao tirante 4-5 ou 15-16, e para a secção de meio vão é de $20,10 \text{ cm}^2$, correspondente ao tirante 9-10 ou 10-11. A armadura transversal necessária para as secções das extremidades é de $9,94 \text{ cm}^2/\text{m}$, correspondente ao tirante 2-20 ou 18-36, e para a secção de meio vão é de $4,72 \text{ cm}^2/\text{m}$, correspondente ao tirante 6-24 ou 14-32.

Para a Viga 2 (Figura 4.2), a armadura longitudinal necessária para as secções das extremidades é de $12,97 \text{ cm}^2$, correspondente ao tirante 4-5 ou 13-14, e para a secção de meio vão é de $17,18 \text{ cm}^2$, correspondente ao tirante 8-9 ou 9-10. A armadura transversal necessária para as secções das extremidades é de $8,31 \text{ cm}^2/\text{m}$, correspondente ao tirante 2-18 ou 16-32, e para a secção de meio vão é de $4,55 \text{ cm}^2/\text{m}$, correspondente ao tirante 5-21 ou 13-29.

Para a Viga 3 (Figura 4.3), a armadura longitudinal necessária para as secções das extremidades é de $10,30 \text{ cm}^2$, correspondente ao tirante 3-4 ou 12-13, e para a secção de meio vão é de $15,10 \text{ cm}^2$, correspondente ao tirante 7-8 ou 8-9. A armadura transversal necessária para as secções das extremidades é de $7,08 \text{ cm}^2/\text{m}$, correspondente ao tirante 2-16 ou 14-28, e para a secção de meio vão é de $3,32 \text{ cm}^2/\text{m}$, correspondente ao tirante 5-19 ou 11-25.

4.2 Elementos Com Aberturas

Para os elementos estruturais com aberturas podem-se definir dois tipos, os que apresentam Grandes Aberturas Tipo 1 e os que apresentam Grandes Aberturas Tipo 2, como descrito no capítulo anterior. Para as Grandes Aberturas Tipo 1, consideraram-se aberturas circulares pois apresentam uma área maior comparativamente às aberturas quadradas ou rectangulares. Para as Grandes Aberturas Tipo 2, consideraram-se aberturas rectangulares de um metro de largura e altura função da altura da secção. Para cada um destes tipos realizou-se uma análise tendo em vista a determinação (i) da maior dimensão da abertura em função da altura da secção e (ii) para uma abertura de dimensões fixas, da influência da esbelteza, relação entre o comprimento efectivo da viga e a altura da secção transversal.

4.2.1 Grandes Aberturas Tipo 1

Mantendo a treliça representativa semelhante à utilizada para os elementos sem aberturas, apenas se modificou a escora diagonal do tramo em que se encontra a abertura por forma a permitir a inserção desta. Este posicionamento é efectuado mediante o exposto no capítulo anterior, Figura 3.5.

Os três modelos apresentados de seguida referem-se a uma análise tendo em consideração a determinação da dimensão máxima da abertura, Figuras 4.4, 4.5 e 4.6.

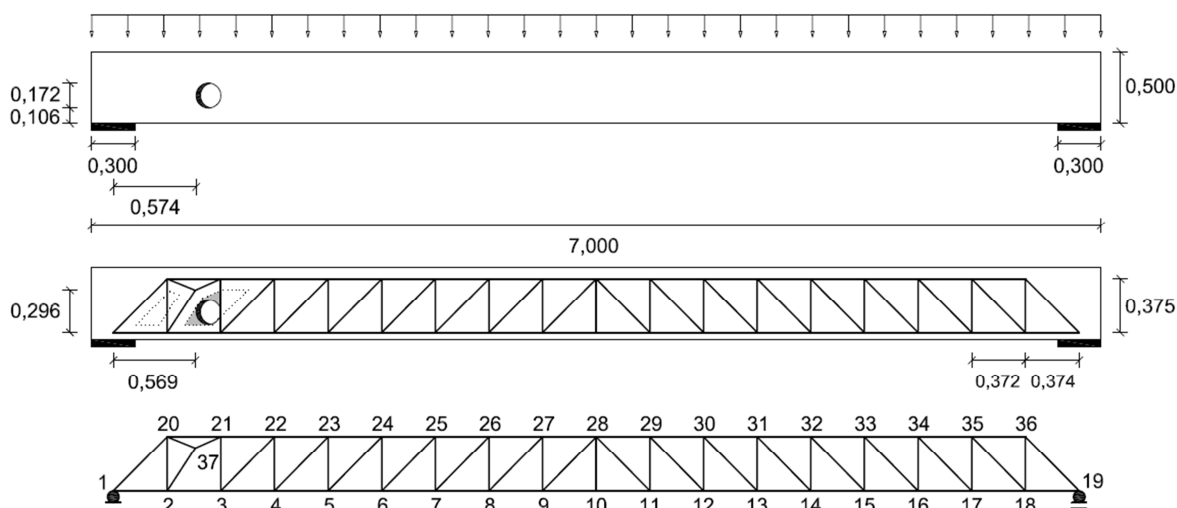


Figura 4.4 – Elemento estrutural e treliça representativa (Viga 4) – Secção 0,50x0,30.

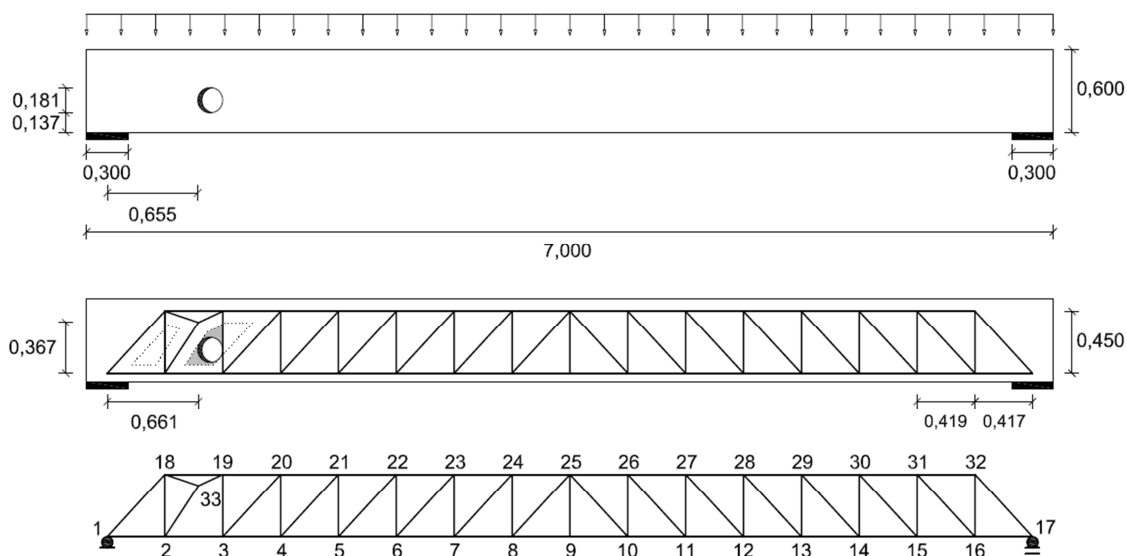


Figura 4.5 – Elemento estrutural e treliça representativa (Viga 5) – Secção 0,60x0,30.

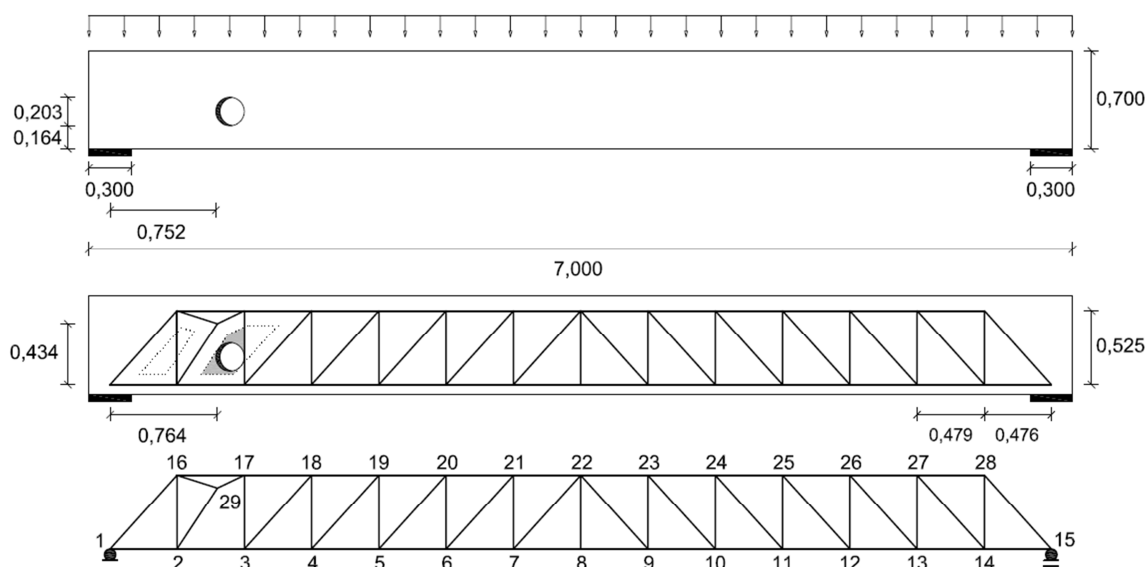


Figura 4.6 – Elemento estrutural e treliça representativa (Viga 6) – Secção 0,70x0,30.

Comparando os valores máximos teóricos para a dimensão da abertura apresentados no Capítulo 3 com as dimensões das aberturas presentes nas Figuras 4.4 a 4.6, verifica-se que não são exactamente iguais. Teoricamente, os diâmetros máximos deveriam ser de 0,175, 0,210, 0,245 m, respectivamente, para uma secção de altura 0,50, 0,60 e 0,70 m. No entanto, os valores determinados para as Vigas 4, 5 e 6 são de 0,172, 0,181 e 0,203 m, respectivamente. Esta diferença entre valores deve-se essencialmente a dois motivos. Por um

lado, a proximidade do apoio dá origem a tensões de tracção na parte superior da viga, as quais podem ser anuladas através do reajuste das barras da treliça com base na Equação 3.4, tal como explicado no Capítulo 3. Por outro lado, o ângulo da escora inclinada, considerado de 45° na análise efectuada no mesmo capítulo, foi reajustado por forma a preservar aproximadamente a simetria da treliça.

A armadura foi distribuída de forma semelhante à indicada na secção 4.1. No entanto, agora as extremidades da viga são diferentes, uma vez que existe a abertura.

Para a Viga 4 (Figura 4.4), a área de armadura longitudinal necessária para a secção da extremidade esquerda é de $14,02 \text{ cm}^2$, correspondente ao tirante 4-5, para a secção de meio vão é de $20,10 \text{ cm}^2$, correspondente ao tirante 9-10 ou 10-11, e para a secção da extremidade direita é também de $14,02 \text{ cm}^2$, correspondente ao tirante 15-16. A armadura transversal necessária para a secção da extremidade esquerda é de $14,90 \text{ cm}^2/\text{m}$, correspondente ao tirante 2-20, para a secção de meio vão é de $4,72 \text{ cm}^2/\text{m}$, correspondente ao tirante 6-24 ou 14-32, e para a secção da extremidade direita é de $9,94 \text{ cm}^2/\text{m}$, correspondente ao tirante 18-36 – ou seja, contrariamente à armadura longitudinal, a armadura transversal é afectada pela presença da abertura. De facto, como esta perturbação é local, e a variação de armadura que implica é bastante elevada, talvez tivesse sido mais apropriado considerar o valor $14,02 \text{ cm}^2$ apenas no painel furado e, nos restantes painéis, um valor igual ao utilizado na extremidade direita.

Para a Viga 5 (Figura 4.5), a armadura longitudinal necessária para a secção da extremidade esquerda é de $12,97 \text{ cm}^2$, correspondente ao tirante 4-5, para a secção de meio vão é de $17,18 \text{ cm}^2$, correspondente ao tirante 8-9 ou 9-10 e para a secção da extremidade direita é novamente de $12,97 \text{ cm}^2$, correspondente ao tirante 13-14. A armadura transversal necessária para a secção da extremidade esquerda é de $11,57 \text{ cm}^2/\text{m}$, correspondente ao tirante 2-18, para a secção de meio vão é de $4,55 \text{ cm}^2/\text{m}$, correspondente ao tirante 5-21 ou 13-29, e para a secção da extremidade direita é de $8,31 \text{ cm}^2/\text{m}$, correspondente ao tirante 16-32, tendo-se novamente uma distribuição assimétrica da armadura transversal.

Para a Viga 6 (Figura 4.6), a armadura longitudinal necessária para a secção da extremidade esquerda é de $10,30 \text{ cm}^2$, correspondente ao tirante 3-4, para a secção de meio vão é de $15,10 \text{ cm}^2$, correspondente ao tirante 7-8 ou 8-9, e para a secção da extremidade direita é novamente de $10,30 \text{ cm}^2$ correspondente ao tirante 12-13. A armadura transversal necessária para a secção da extremidade esquerda é de $9,66 \text{ cm}^2/\text{m}$, correspondente ao tirante 2-16, para a secção de meio vão é de $3,32 \text{ cm}^2/\text{m}$, correspondente ao tirante 5-19 ou 11-25, e para a secção da extremidade direita é de $7,08 \text{ cm}^2/\text{m}$, correspondente ao tirante 14-28, tendo-se, também neste caso, uma distribuição assimétrica desta armadura.

Nos parágrafos anteriores foi analisada a influência, ao nível da quantidade de armadura, da existência de uma abertura com a maior dimensão possível tendo em consideração a altura da secção, para Grandes Aberturas Tipo 1. Seguidamente, é analisada a influência da esbelteza da viga para uma dimensão fixa da abertura, para o que se examinam dois novos modelos. Fixando o menor diâmetro de abertura analisado anteriormente, 0,172 m, correspondente a uma secção de 0,50x0,30 metros, os dois novos modelos são as vigas de secção transversal com altura de 0,60 e 0,70 m contendo uma abertura circular com esta dimensão, 0,172 m, Figuras 4.7 e 4.8.

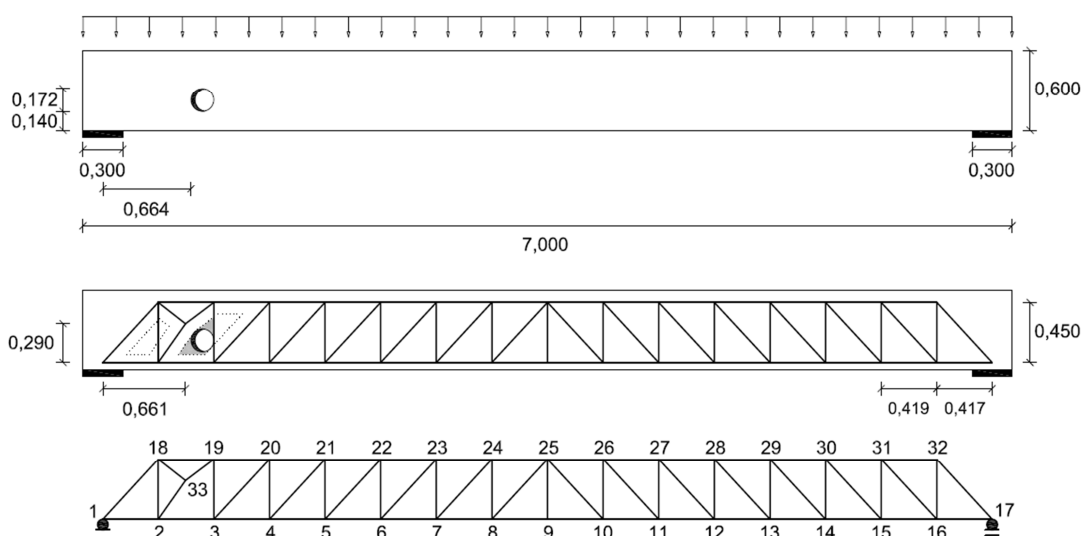


Figura 4.7 – Elemento estrutural e treliça representativa (Viga 7) – Secção 0,60x0,30.

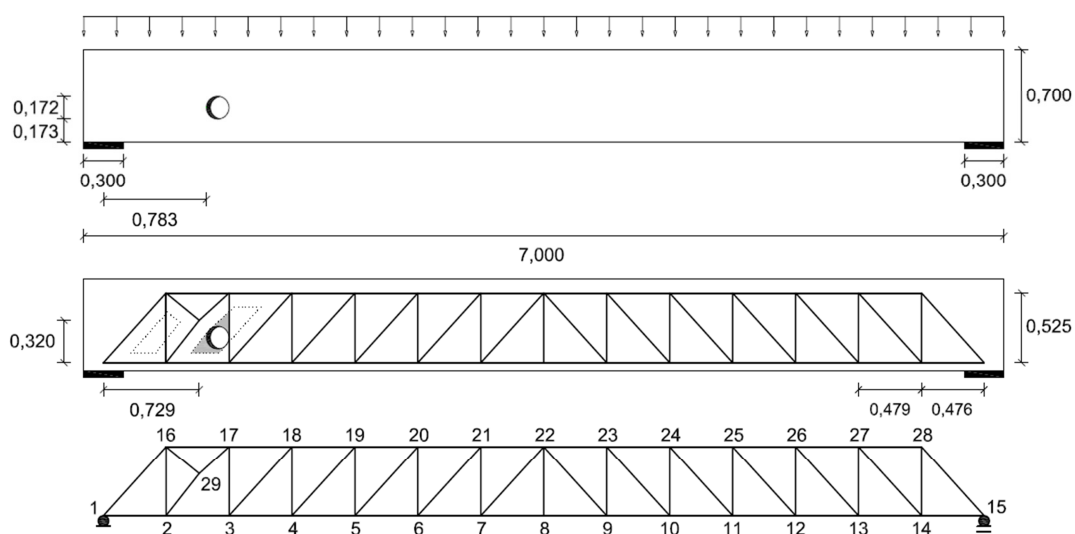


Figura 4.8 – Elemento estrutural e treliça representativa (Viga 8) – Secção 0,70x0,30.

As Vigas 4, 7 e 8 apresentam uma esbelteza de 13,40, 11,17 e 9,57. Recorrendo à bibliografia (Leonhardt e Mönnig, 1977), verifica-se que valores compreendidos entre 10 a 14 são mais gravosos, pois a relação momento flector-esforço transverso resulta numa maior susceptibilidade à rotura por corte.

Com base nas Figuras 4.7 e 4.8, verifica-se que, com a diminuição da esbelteza, a treliça vai-se reajustando à configuração sem aberturas ou em que as aberturas pouco perturbam os campos de tensões originais (Pequenas Aberturas).

Para a Viga 7 (Figura 4.7), a armadura longitudinal necessária para a secção da extremidade esquerda é de $12,97 \text{ cm}^2$, correspondente ao tirante 4-5, para a secção de meio vão é de $17,18 \text{ cm}^2$, correspondente ao tirante 8-9 ou 9-10, e para a secção da extremidade direita é de $12,97 \text{ cm}^2$ correspondente ao tirante 13-14. A armadura transversal necessária para a secção da extremidade esquerda é de $10,87 \text{ cm}^2/\text{m}$, correspondente ao tirante 2-18, para a secção de meio vão é de $4,55 \text{ cm}^2/\text{m}$, correspondente ao tirante 5-21 ou 13-29, e para a secção da extremidade direita é de $8,31 \text{ cm}^2/\text{m}$, correspondente ao tirante 16-32.

Para a Viga 8 (Figura 4.8), a armadura longitudinal necessária para a secção da extremidade esquerda é de $10,30 \text{ cm}^2$, correspondente ao tirante 3-4, para a secção de meio vão é de $15,10 \text{ cm}^2$, correspondente ao tirante 7-8 ou 8-9, e para a secção da extremidade direita é de $10,30 \text{ cm}^2$, correspondente ao tirante 12-13. A armadura transversal necessária para a secção da extremidade esquerda é de $8,14 \text{ cm}^2/\text{m}$, correspondente ao tirante 2-16, para a secção de meio vão é de $3,32 \text{ cm}^2/\text{m}$, correspondente ao tirante 5-19 ou 11-25, e para a secção da extremidade direita é de $7,08 \text{ cm}^2/\text{m}$, correspondente ao tirante 14-28.

4.2.2 Grandes Aberturas Tipo 2

Considerou-se uma treliça semelhante à utilizada para os elementos sem aberturas, modificada apenas na região da abertura por forma a representar, da melhor forma possível, os campos de tensões nas imediações desta. Como estes campos de tensões sofreram grandes alterações comparativamente com os existentes num elemento que não apresente abertura, a treliça representativa também apresenta grandes alterações. Estas alterações foram efectuadas mediante o exposto no capítulo anterior, Figura 3.8.

Os três modelos apresentados nas Figuras 4.9, 4.10 e 4.11, destinam-se à análise do efeito da máxima dimensão da abertura.

Para este tipo de aberturas, e uma vez que a treliça representativa da viga sofre uma grande modificação quando comparada com a treliça representativa do elemento sem abertura, a

distribuição da armadura também será diferente. Optou-se por dividir a viga em três zonas: a da extremidade esquerda até ao primeiro tirante vertical que não é afectado pela abertura, a da extremidade direita até, aproximadamente, um quarto de viga, e a zona restante a meio-vão. A armadura longitudinal adicional sobre a abertura surge apenas na extremidade esquerda. O primeiro tirante vertical (2-19) à direita da abertura também terá uma área de armadura diferente porque é afectado pela presença da abertura. Esta armadura será distribuída numa distância de aproximadamente z (altura da treliça) para cada um dos lados.

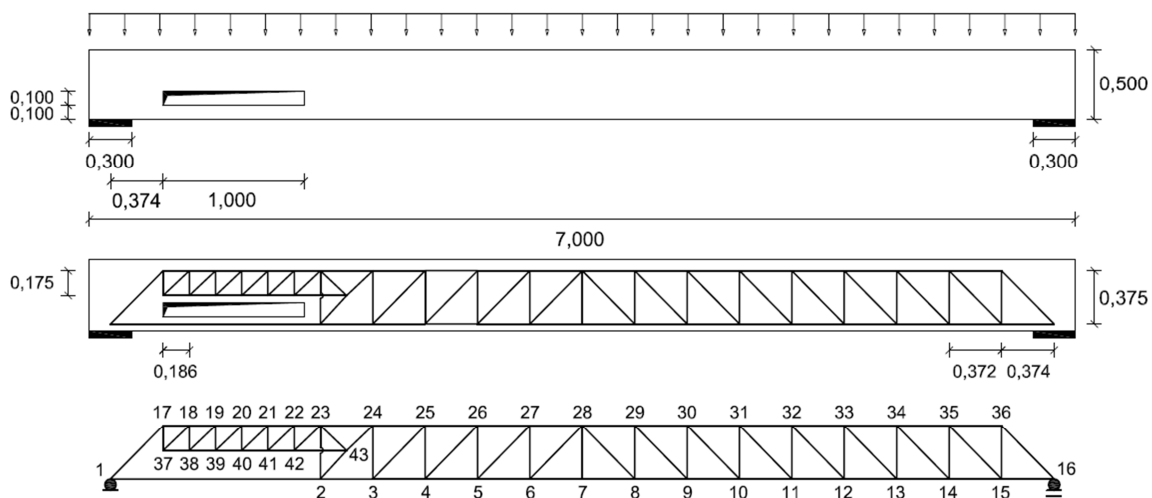


Figura 4.9 – Elemento estrutural e treliça representativa (Viga 9) – Secção 0,50x0,30.

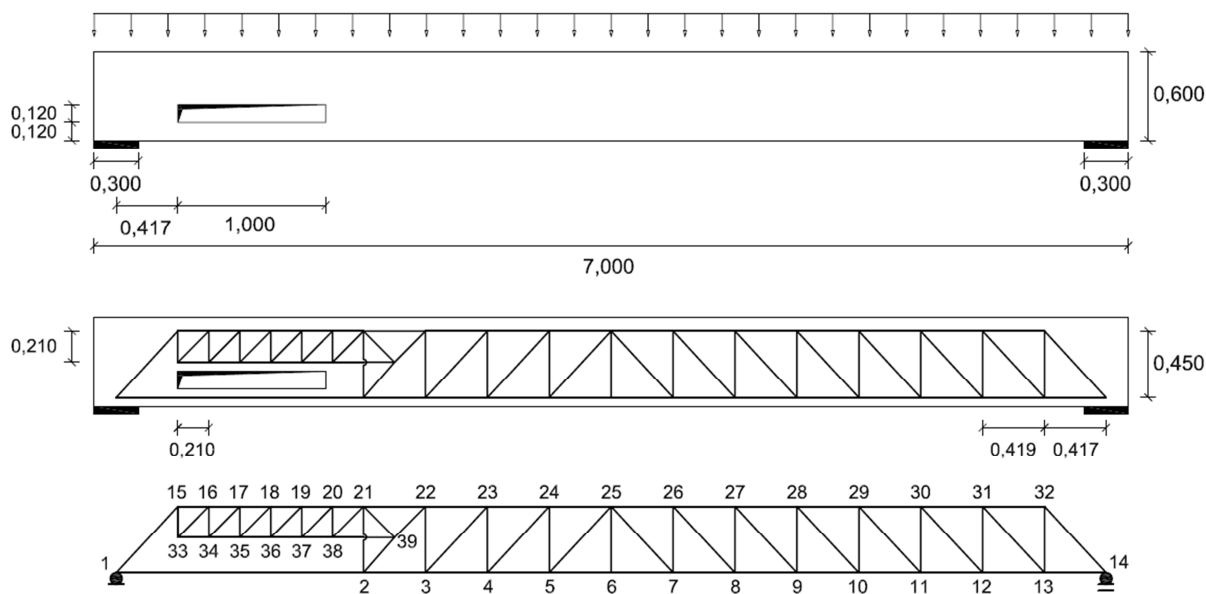


Figura 4.10 – Elemento estrutural e treliça representativa (Viga 10) – Secção 0,60x0,30.

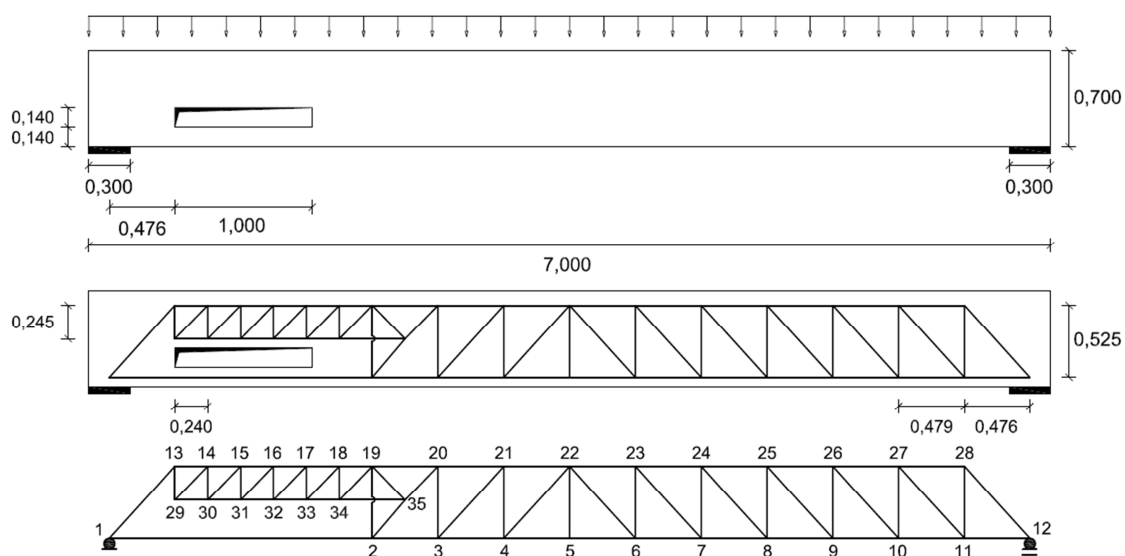


Figura 4.11 – Elemento estrutural e treliça representativa (Viga 11) – Secção 0,70x0,30.

Para a Viga 9 (Figura 4.9), a armadura longitudinal necessária na extremidade esquerda é de $4,47 \text{ cm}^2$, correspondente ao tirante 1-2, na zona de meio-vão é de $20,10 \text{ cm}^2$, correspondente ao tirante 6-7 ou 7-8, e para na extremidade direita é de $14,02 \text{ cm}^2$, correspondente ao tirante 12-13. A armadura transversal necessária na extremidade esquerda é de $21,46 \text{ cm}^2/\text{m}$, correspondente ao tirante 17-37, na zona de meio-vão é de $4,72 \text{ cm}^2/\text{m}$, correspondente ao tirante 3-24, e na extremidade direita é de $9,94 \text{ cm}^2/\text{m}$, correspondente ao tirante 15-36. A armadura longitudinal necessária sobre a abertura é de $20,48 \text{ cm}^2$, correspondente ao tirante 42-43. A armadura transversal no primeiro tirante que não é cortado pela abertura é de $34,03 \text{ cm}^2/\text{m}$, correspondente ao tirante 2-23.

Para a Viga 10 (Figura 4.10), a armadura longitudinal necessária na extremidade esquerda é de $4,21 \text{ cm}^2$, correspondente ao tirante 1-2, na zona de meio-vão é de $17,18 \text{ cm}^2$, correspondente ao tirante 5-6 ou 6-7, e na extremidade direita é de $12,97 \text{ cm}^2$, correspondente ao tirante 10-11. A armadura transversal necessária na extremidade esquerda é de $17,87 \text{ cm}^2/\text{m}$, correspondente ao tirante 15-33, na zona de meio-vão é de $4,55 \text{ cm}^2/\text{m}$, correspondente ao tirante 10-29, e para na extremidade direita é de $8,31 \text{ cm}^2/\text{m}$, correspondente ao tirante 13-32. A armadura longitudinal necessária sobre a abertura é de $18,79 \text{ cm}^2$, correspondente ao tirante 38-39. A armadura transversal no primeiro tirante não cortado pela abertura é de $27,34 \text{ cm}^2/\text{m}$, correspondente ao tirante 2-21.

Para a Viga 11 (Figura 4.11), a armadura longitudinal necessária na extremidade esquerda é de $4,16 \text{ cm}^2$, correspondente ao tirante 1-2, na zona de meio-vão é de $15,10 \text{ cm}^2$

correspondente ao tirante 4-5 ou 5-6, e na extremidade direita é de $10,30 \text{ cm}^2$, correspondente ao tirante 9-10. A armadura transversal necessária na extremidade esquerda é de $15,15 \text{ cm}^2/\text{m}$, correspondente ao tirante 13-29, na zona de meio-vão é de $4,57 \text{ cm}^2/\text{m}$, correspondente ao tirante 9-26, e na extremidade direita é de $7,08 \text{ cm}^2/\text{m}$, correspondente ao tirante 11-28. A armadura longitudinal necessária sobre a abertura é de $17,66 \text{ cm}^2$, correspondente ao tirante 34-35. A armadura transversal no primeiro tirante não cortado pela abertura é de $22,12 \text{ cm}^2/\text{m}$, correspondente ao tirante 2-19.

À semelhança do ponto anterior, uma vez analisada a influência ao nível da quantidade de armadura para uma Grande Abertura Tipo 2 com a maior dimensão possível, tendo em consideração a altura da secção, passa-se agora à análise da influência da esbelteza da viga para uma abertura de dimensão fixa. Considerando a abertura com menor dimensão analisada acima, ou seja, $0,10 \times 1,00 \text{ m}$ da viga com secção de $0,50 \times 0,30 \text{ m}$, são definidos dois novos modelos, Vigas 12 e 13, que são vigas com igual abertura e cuja secção transversal tem altura de $0,60$ e $0,70 \text{ m}$, ver Figuras 4.12 e 4.13.

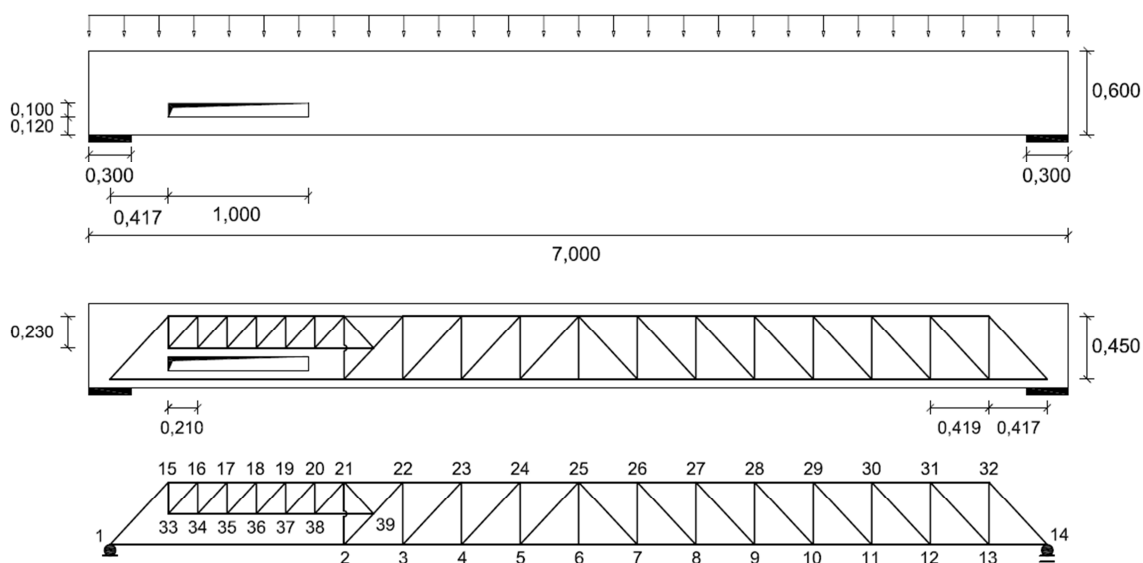


Figura 4.12 – Elemento estrutural e treliça representativa (Viga 12) – Secção $0,60 \times 0,30$.

Com o aumento da altura da viga comparativamente à dimensão da abertura, a treliça situada sobre a abertura apresenta uma altura maior, à qual corresponde, naturalmente, uma maior resistência ao corte, ou seja, menores valores dos esforços nos elementos da treliça.

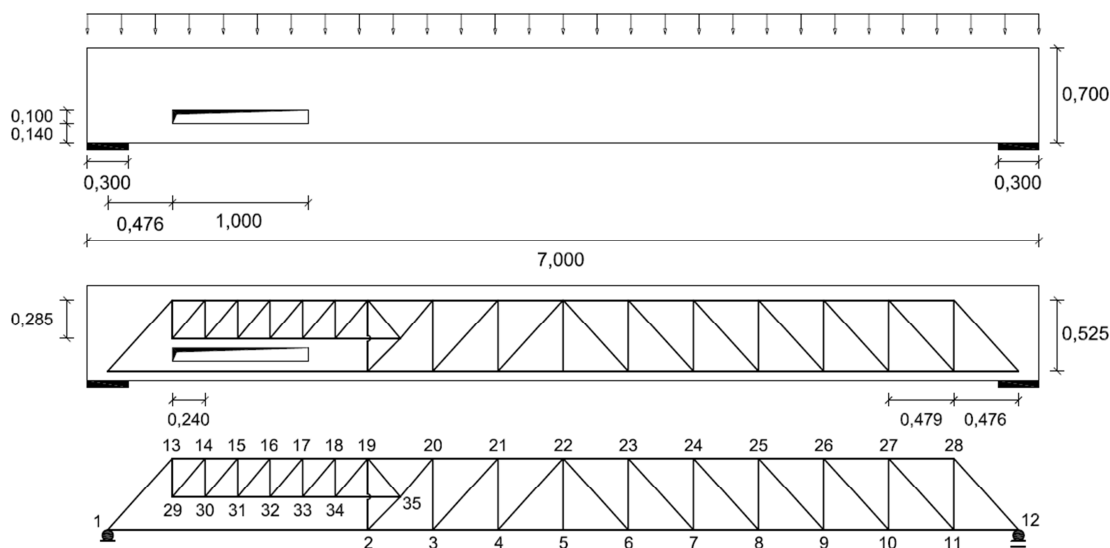


Figura 4.13 – Elemento estrutural e treliça representativa (Viga 13) – Secção 0,70x0,30.

Para a Viga 12 (Figura 4.12), a armadura longitudinal necessária na extremidade esquerda é de $4,21 \text{ cm}^2$, correspondente ao tirante 1-2, na zona de meio-vão é de $17,18 \text{ cm}^2$, correspondente ao tirante 5-6 ou 6-7, e na extremidade direita é de $12,97 \text{ cm}^2$, correspondente ao tirante 10-11. A armadura transversal necessária na extremidade esquerda é de $17,87 \text{ cm}^2/\text{m}$ correspondente ao tirante 15-33, na zona de meio-vão é de $4,55 \text{ cm}^2/\text{m}$, correspondente ao tirante 10-29 e na extremidade direita é de $8,31 \text{ cm}^2/\text{m}$ correspondente ao tirante 13-32. A armadura longitudinal necessária sobre a abertura é de $17,16 \text{ cm}^2$, correspondente ao tirante 38-39. A armadura transversal no primeiro tirante não cortado pela abertura é de $25,10 \text{ cm}^2/\text{m}$, correspondente ao tirante 2-21.

Para a Viga 13 (Figura 4.13), a armadura longitudinal necessária na extremidade esquerda é de $4,16 \text{ cm}^2$, correspondente ao tirante 1-2, na zona de meio-vão é de $15,10 \text{ cm}^2$, correspondente ao tirante 4-5 ou 5-6, e na extremidade direita é de $10,30 \text{ cm}^2$, correspondente ao tirante 9-10. A armadura transversal necessária na extremidade esquerda é de $15,15 \text{ cm}^2/\text{m}$, correspondente ao tirante 13-29, na zona de meio-vão é de $4,57 \text{ cm}^2/\text{m}$, correspondente ao tirante 9-26, e na extremidade direita é de $7,08 \text{ cm}^2/\text{m}$, correspondente ao tirante 11-28. A armadura longitudinal necessária sobre a abertura é de $15,18 \text{ cm}^2$, correspondente ao tirante 34-35. A armadura transversal no primeiro tirante não cortado pela abertura é de $19,02 \text{ cm}^2/\text{m}$, correspondente ao tirante 2-19. O Quadro 4.1 apresenta um resumo das áreas de armadura para os modelos analisados.

Quadro 4.1 – Áreas de armadura resultante da análise numérica.

	Armadura longitudinal (cm ²)				Armadura transversal (cm ² /m)			
	Secção esquerda	Secção meio-vão	Secção direita	Sobre a abertura	Secção esquerda	Secção meio-vão	Secção direita	Primeiro tirante vertical não afectado pela abertura
Viga 1	14,02	20,10	14,02	-	9,94	4,72	9,94	-
Viga 2	12,97	17,18	12,97	-	8,31	4,55	8,31	-
Viga 3	10,30	15,10	10,30	-	7,08	3,32	7,08	-
Viga 4	14,02	20,10	14,02	-	14,90	4,72	9,94	-
Viga 5	12,97	17,18	12,97	-	11,57	4,55	8,31	-
Viga 6	10,30	15,10	10,30	-	9,66	3,32	7,08	-
Viga 7	12,97	17,18	12,97	-	10,87	4,55	8,31	-
Viga 8	10,30	15,10	10,30	-	8,14	3,32	7,08	-
Viga 9	4,47	20,10	14,02	20,48	21,46	4,72	9,94	34,03
Viga 10	4,21	17,18	12,97	18,79	17,87	4,55	8,31	27,34
Viga 11	4,16	15,10	10,30	17,66	15,15	4,57	7,08	22,12
Viga 12	4,21	17,18	12,97	17,16	17,87	4,55	8,31	25,10
Viga 13	4,16	15,10	10,30	15,18	15,15	4,57	7,08	19,02

Analisando as Vigas 1, 2 e 3, vigas sem abertura, verifica-se que, com o aumento da secção transversal, ou seja, diminuição da esbelteza, ocorre uma diminuição da quantidade de armadura, quer longitudinal quer transversal, necessária.

Passando para as Vigas 4, 5 e 6, vigas com grandes aberturas tipo 1, a armadura necessária é praticamente igual à das vigas sem aberturas. No entanto, existe uma variação na quantidade de armadura transversal na secção esquerda derivada da presença da abertura. Houve um aumento de cerca de 50%, 39% e 36%, respectivamente para as Vigas 4, 5 e 6 comparativamente com as Vigas 1, 2 e 3.

As Vigas 7 e 8 apresentam grandes aberturas tipo 1 mas com a dimensão correspondente à secção transversal de 0,50 metros. A quantidade de armadura necessária é praticamente igual à das Vigas 5 e 6, existindo uma variação na armadura transversal da secção esquerda. As Vigas 7 e 8 apresentam uma redução na quantidade de armadura de cerca de 6% e 16%, respectivamente, comparativamente com as Vigas 5 e 6.

Analisando as Vigas 9, 10 e 11, vigas com grandes aberturas tipo 2, a armadura necessária é semelhante à das vigas sem aberturas existindo, no entanto, algumas variações. Relativamente à armadura longitudinal ocorre uma diminuição na secção esquerda, sob a abertura, de 68%, 67% e 60% respectivamente para as Vigas 9, 10 e 11 comparativamente com as Vigas 1, 2 e 3. Esta armadura é como que substituída pela colocada sobre a abertura que apresenta valores próximos aos encontrados a meio-vão da viga. Para a armadura transversal existem três variações, o aumento da armadura na secção esquerda de cerca de 116%, 115% e 114% respectivamente para as Vigas 9, 10 e 11 comparativamente com as Vigas 1, 2 e 3, o aumento de cerca de 38% da armadura para a secção de meio-vão da Viga 11 comparativamente à Viga 3 e a colocação de armadura na secção do primeiro tirante vertical não afectado pela abertura que apresenta valores bastante elevados na ordem de uma vez e meia os encontrados na secção esquerda.

As Vigas 12 e 13 apresentam grandes aberturas tipo 2 mas com a dimensão correspondente à secção transversal de 0,50 metros. Para estas vigas a armadura é praticamente igual à das Vigas 10 e 11 existindo apenas uma ligeira redução na armadura longitudinal sobre a abertura e na transversal na zona do primeiro tirante não afectado.

5 EXEMPLO PRÁTICO

No capítulo anterior foram utilizados modelos de escoras e tirantes para analisar de que forma a quantidade total de armadura numa viga é influenciada pela existência de aberturas. Neste capítulo, apresenta-se a resolução de um exemplo prático de uma viga com abertura. Para além do dimensionamento da armadura necessária para a realização do elemento, e da sua amarração, serão verificadas as tensões nas escoras e nós.

Este exemplo prático foi baseado numa viga real sem aberturas realizada em obra, porque não foi possível obter nenhum exemplo que possuísse aberturas. Utilizando todos os dados geométricos da viga real, inseriu-se nesta, uma Grande Abertura Tipo 2, pois é a que apresenta uma maior complexidade devido à alteração significativa da treliça base.

A viga pertencente a um esquema estrutural regular com um vão de 6,5 metros que suporta uma laje de 0,20 metros de espessura, sendo 0,15 metros de betão armado, 0,04 metros de betonilha de regularização e 0,01 metros de revestimento, paredes divisórias e uma sobrecarga de utilização correspondente a um edifício de Categoria A. A secção transversal é de 0,45x0,25 metros. Admitiu-se que o peso próprio da viga actua na sua base, por ser a localização mais gravosa, e que as restantes acções actua no seu topo. Recorrendo à Expressão 4.1, obtém-se a carga distribuída a que a viga está sujeita, com base na qual, tendo em consideração a largura de influência, se determinam as cargas pontuais nos nós da treliça.

A viga é constituída por betão da classe C30/37, de acordo com o Quadro 3.1 do Eurocódigo 2 Parte 1-1 (2010), e por aço A400NR, de acordo com o Quadro NA.I do mesmo documento. Está sujeita a condições ambientais classificadas como XC1 de acordo com o Quadro 4.1 do Eurocódigo 2 Parte 1-1 (2010).

Segundo as indicações do Capítulo 3, considerou-se uma abertura com 0,09 metros de altura e um metro de comprimento. Esta dista de 0,30 metros da face do pilar esquerdo, sendo esta dimensão arbitrada aleatoriamente, tendo no entanto em consideração que é uma abertura próxima do apoio, ver Figura 5.1.

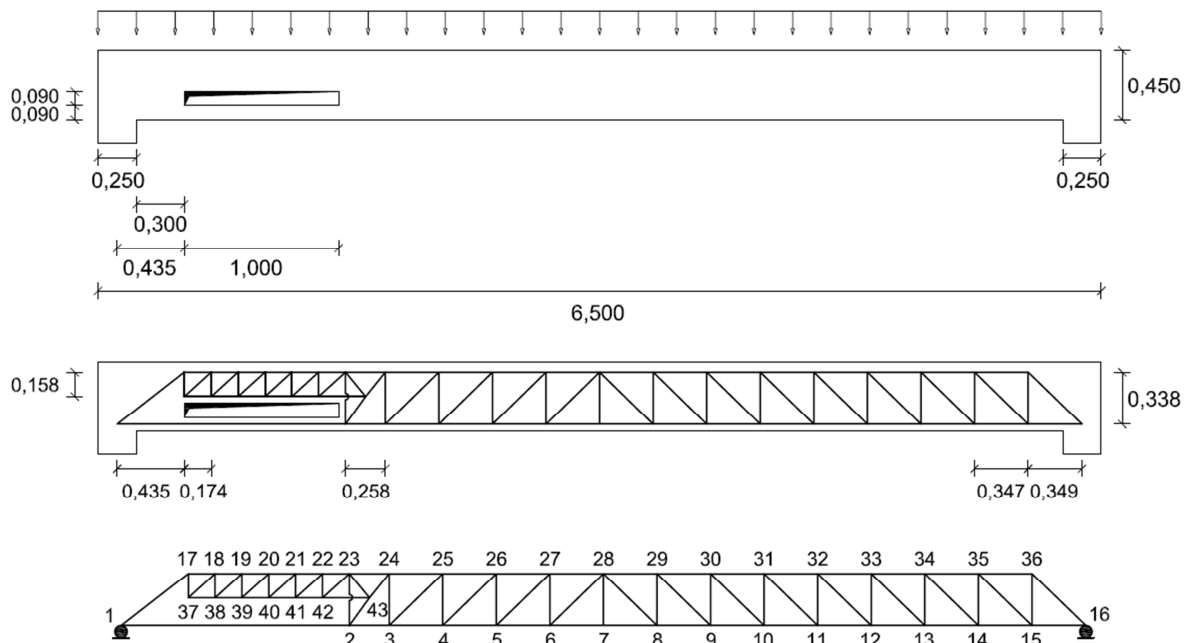


Figura 5.1 – Elemento estrutural e treliça representativa (Exemplo prático).

Mediante a análise da treliça apresentada na Figura 5.1, obtiveram-se os esforços apresentados em anexo. Para o cálculo destes esforços bem como para os determinados no capítulo anterior utilizou-se o programa de cálculo EvalS (Ferreira, 2012), Figuras 5.2 e 5.3. O diagrama de esforço axial apresentado é meramente ilustrativo.

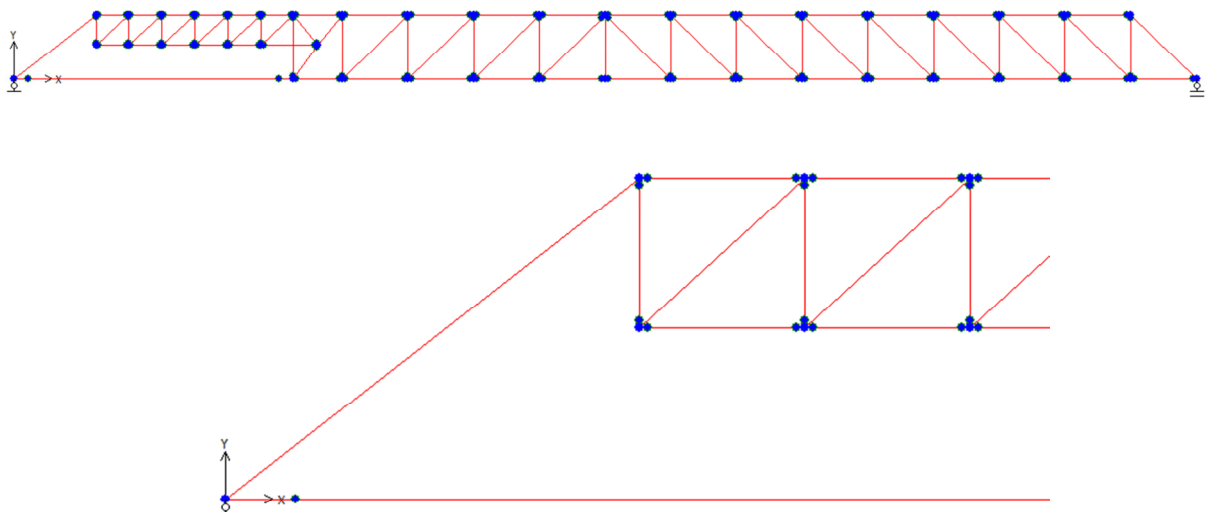


Figura 5.2 – Treliça representativa modelada no EvalS.

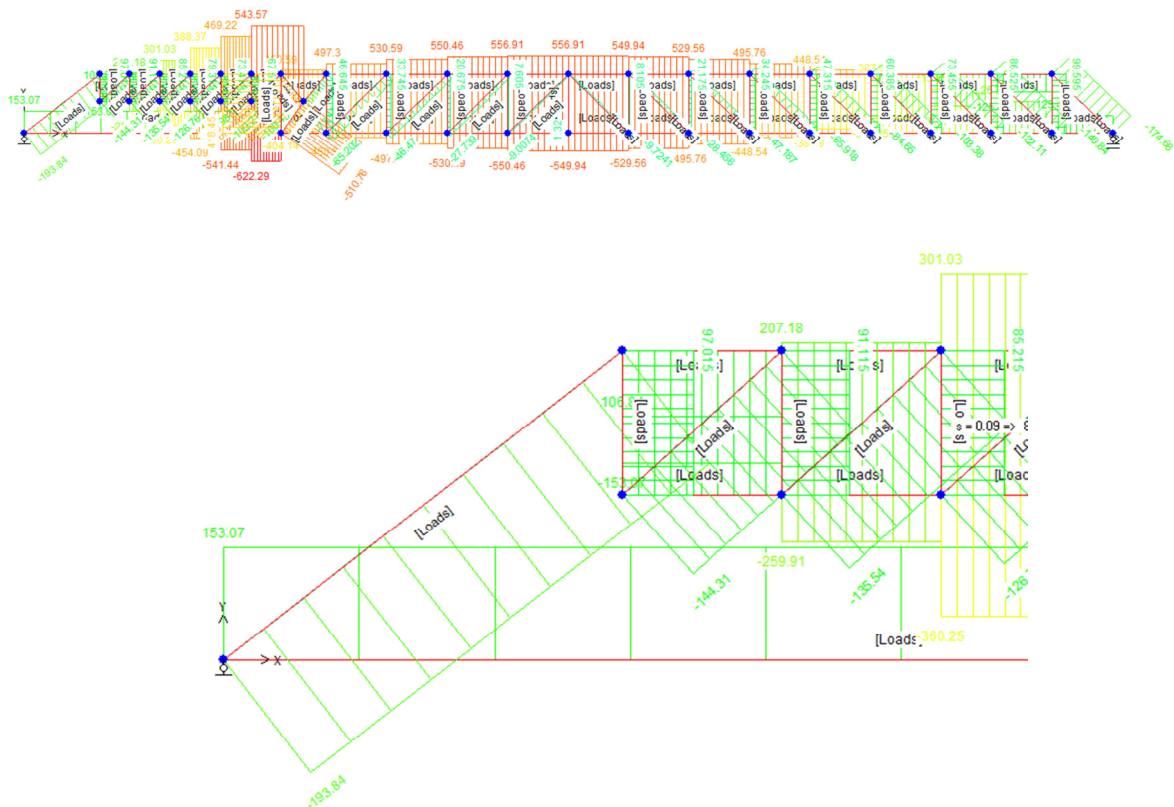


Figura 5.3 – Diagrama de esforço axial da treliça representativa modelada no Evals.

A Expressão 2.4 determina a área de armadura necessária para resistir aos esforços correspondentes aos tirantes da treliça. A armadura longitudinal necessária na extremidade esquerda é de $4,40 \text{ cm}^2$, correspondente ao tirante 1-2, na zona de meio-vão é de $16,01 \text{ cm}^2$, correspondente ao tirante 6-7 ou 7-8, e para na extremidade direita é de $11,15 \text{ cm}^2$, correspondente ao tirante 12-13. A armadura transversal necessária na extremidade esquerda é de $17,65 \text{ cm}^2/\text{m}$, correspondente ao tirante 17-37, na zona de meio-vão é de $4,03 \text{ cm}^2/\text{m}$, correspondente ao tirante 11-32, e na extremidade direita é de $8,47 \text{ cm}^2/\text{m}$, correspondente ao tirante 15-36. A armadura longitudinal necessária sobre a abertura é de $15,63 \text{ cm}^2$, correspondente ao tirante 42-43. A armadura transversal no primeiro tirante que não é cortado pela abertura é de $35,59 \text{ cm}^2/\text{m}$, correspondente ao tirante 2-23, sendo esta distribuída numa distância de aproximadamente z (altura da treliça) para cada um dos lados.

Sendo o dimensionamento da armadura apenas um dos passos do dimensionamento estrutural de um elemento, é ainda necessário verificar se as escoras e os nós estão em segurança. De acordo com a secção 2.3, referente a disposições regulamentares aplicáveis ao dimensionamento das diferentes componentes, existem dois tipos diferentes de escoras, as situadas em regiões com tensões de compressão transversal ou sem tensões transversais de tracção e as situadas em regiões com tensões de tracção transversal. Posto isto, e analisando a

Figura 5.1, verifica-se que as escoras 1-17, 2-43, 23-43, 43-24 e ainda, possivelmente, a 3-25 são passíveis de estar sujeitas a tensões transversais de tracção devidas à armadura longitudinal sobre a abertura. As restantes escoras enquadram-se no primeiro tipo.

Com base nos valores percentuais para a espessura das escoras, $0,30h$, é possível definir a área máxima que a escora poderá ter, considerando que esta se desenvolve numa largura igual à largura da viga. A área máxima das escoras é de $337,5 \text{ cm}^2$ ($0,135 \times 0,25$ metros).

A escora mais esforçada situada numa região com tensões de compressão transversal ou sem tensões transversais de tracção é a 27-28 com um esforço de $550,46 \text{ kN}$. A tensão presente na escora é de $16,31 \text{ MPa}$, inferior ao valor de cálculo da resistência à compressão do betão (Expressão 2.1), $20,00 \text{ MPa}$, logo a escora está em segurança.

A escora mais esforçada situada numa região com tensões transversais de tracção é a 2-43 com um esforço de $510,76 \text{ kN}$. A tensão na escora é de $15,13 \text{ MPa}$, valor superior à tensão máxima do betão à compressão (Expressão 2.2), $10,56 \text{ MPa}$, logo a escora não está em segurança. Da análise da Expressão 2.2 verifica-se que existe uma redução de aproximadamente 50% no valor resistente à compressão da escora pelo facto de possuir tensões de tracção transversais. É necessário então equacionar soluções para verificar a segurança da escora e consequentemente a segurança estrutural do elemento. Existem diversas formas de ultrapassar esta questão, tais como, aumentar a altura da viga, aumentar a classe do betão ou verificar se é possível inserir no modelo uma escora com as dimensões necessárias.

Aumentando a altura da viga, a altura da escora aumenta também, existindo uma secção maior para a transmissão dos esforços. Seria necessário redefinir a treliça e recalcular esforços.

Aumentando a classe do betão, este transmite a mesma força numa área menor. Para solucionar o problema por esta via seria necessário aumentar o betão para uma classe C50/60. Esta opção só é válida em elementos pré-fabricados, pois a betonagem em obra de elementos com classes de resistência diferentes, por exemplo vigas e lajes, seria bastante complexa.

É ainda possível verificar a possibilidade de inserir no modelo uma escora com as dimensões necessárias para transmitir o esforço, tendo esta uma espessura superior a $0,30h$. Esta dimensão é a considerada razoável, no entanto, nada exclui a possibilidade de inserção de uma escora de maiores dimensões se o modelo o permitir. Para solucionar o problema por esta via seria necessário desenvolver uma escora de $0,20 \times 0,25$ metros, ver Figura 5.4.

Como se verifica pela Figura 5.4, não é possível inserir uma escora com uma espessura de $0,20$ metros pois esta intersecta a abertura. Neste problema assumiu-se simplificada que

a dimensão longitudinal da abertura vale 1 m. Se esta dimensão não for rígida, pode ser diminuída, proporcionando o espaço necessário ao desenvolvimento da escora.

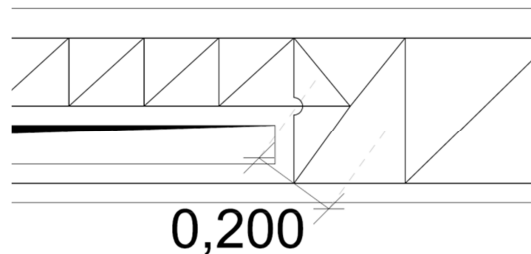


Figura 5.4 – Escora 2-43.

Optou-se por esta via considerando uma escora de 0,20x0,25 metros, com tensão normal 10,22 MPa, valor inferior à tensão máxima do betão à compressão (Expressão 2.2), 10,56 MPa, garantindo assim a segurança. A abertura foi reduzida para 0,90 metros, Figura 5.5 e 5.6.

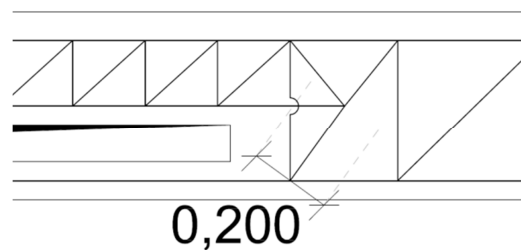


Figura 5.5 – Escora 2-43.

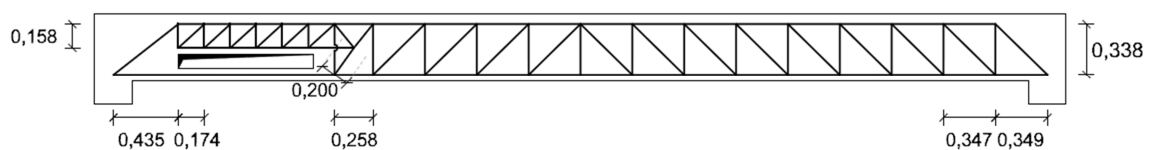


Figura 5.6 – Elemento estrutural e treliça representativa (Exemplo prático).

De acordo com o Quadro 2.1, a segurança dos nós está automaticamente verificada, pois ao existirem escoras com tensões de tracção transversais, estas são mais críticas que o tipo de nó mais desfavorável, pois $0,60v'f_{cd} < 0,75v'f_{cd}$.

Com a armadura dimensionada e as escoras e nós verificados é possível determinar o comprimento de amarração necessário, de acordo com o ponto 8.4 do Eurocódigo 2 Parte 1-1

(2010) relativo à amarração de armaduras longitudinais. Através das Expressões 5.1 e 5.2, é possível determinar o comprimento de amarração de referência tendo em consideração a tensão de rotura da aderência do betão.

$$f_{bd} = 2,25\eta_1\eta_2f_{ctd} \quad (5.1)$$

$$l_{b,rqd} = \frac{\phi \sigma_{sd}}{4 f_{bd}} \quad (5.2)$$

sendo f_{bd} o valor de cálculo da tensão de rotura da aderência, η_1 o coeficiente relacionado com as condições de aderência e com a posição do varão durante a betonagem (igual à unidade para condições de boa aderência), η_2 o coeficiente relacionado com o diâmetro do varão (igual à unidade para diâmetros iguais ou inferiores a 32 mm), f_{ctd} o valor de cálculo da resistência do betão à tracção, σ_{sd} o valor de cálculo da tensão na secção do varão a partir da qual é medido o comprimento de amarração, ϕ o diâmetro do varão e $l_{b,rqd}$ o comprimento de amarração de referência.

O comprimento de amarração de cálculo é determinado através da Expressão 5.3 sendo no entanto limitado inferiormente por um comprimento de amarração mínimo,

$$l_{bd} = \alpha_1\alpha_2\alpha_3\alpha_4\alpha_5l_{b,rqd} \geq l_{b,min} \quad (5.3)$$

$$l_{b,min} > \begin{cases} \max(0,3l_{b,rqd}; 10\phi; 100 \text{ mm}) & \text{varões traccionados} \\ \max(0,6l_{b,rqd}; 10\phi; 100 \text{ mm}) & \text{varões comprimidos} \end{cases} \quad (5.4)$$

sendo l_{bd} o comprimento de amarração de cálculo, α_1 o coeficiente que tem em conta o efeito da forma dos varões, α_2 o coeficiente que tem em conta o efeito do recobrimento mínimo de betão, α_3 o coeficiente que tem em conta o efeito de cintagem das armaduras transversais, α_4 o coeficiente que tem em conta a influência de um ou mais varões transversais soldados ao longo do comprimento de amarração de cálculo, α_5 o coeficiente que tem em conta o efeito da pressão ortogonal ao plano de fendimento ao longo do comprimento de amarração de cálculo e $l_{b,min}$ o comprimento de amarração mínimo. Os valores para os coeficientes α_n são apresentados no Quadro 8.2 do Eurocódigo 2 Parte 1-1 (2010).

Tendo em consideração o exposto anteriormente, para um betão da classe C30/37, $f_{ctk,0,05} = 2,0$ MPa, logo $f_{bd} = 3,0$ MPa, Expressão 5.1. A tensão σ_{sd} resulta do quociente entre a força aplicada no tirante correspondente ao dimensionamento da armadura e a área de armadura efectiva.

Quadro 5.1 – Tensões e comprimentos de amarração de referência.

Tirante	σ_{sd} (MPa)	$l_{b,rqd}$ (m)
1-2	243,74	0,406
6-7 ou 7-8	335,69	0,559
12-13	308,59	0,514
42-43	327,65	0,546

De forma simplificada considerou-se para a determinação do comprimento de amarração de referência da armadura correspondente aos tirantes 6-7 ou 7-8 e 42-43 que esta é constituída apenas por varões de diâmetro 20 mm ao invés de varões de 20 e 16 mm. Esta simplificação é conservativa, pois o comprimento de amarração de varões de 16 mm é inferior ao dos de 20 mm.

O comprimento de amarração mínimo, Expressão 5.4, também foi calculado admitindo a simplificação referida acima.

Quadro 5.2 – Comprimentos de amarração mínimo e de cálculo.

Tirante	$l_{b,min}$ (m)	l_{bd} (m)
1-2	0,200	0,284
6-7 ou 7-8	0,200	0,391
12-13	0,200	0,360
42-43	0,200	0,382

Dada a proximidade entre os valores dos comprimentos de amarração optou-se por uniformizar e considerar o comprimento de amarração igual a 0,400 m para todos os varões.

Na Figura 5.7, é apresentada a distribuição da armadura ao longo da viga bem como cortes transversais. É ainda representado um estribo de suporte que deverá ser colocado entre os restantes estribos de cada lado da abertura para suportar os varões longitudinais sobre a abertura. Embora o seu espaçamento não obedeça a nenhuma regulamentação, optou-se por um espaçamento de 0,200 m.

O recobrimento nominal da viga é de 0,03 m determinado com base no ponto 4.4.1 do Eurocódigo 2 Parte 1-1 (2010).

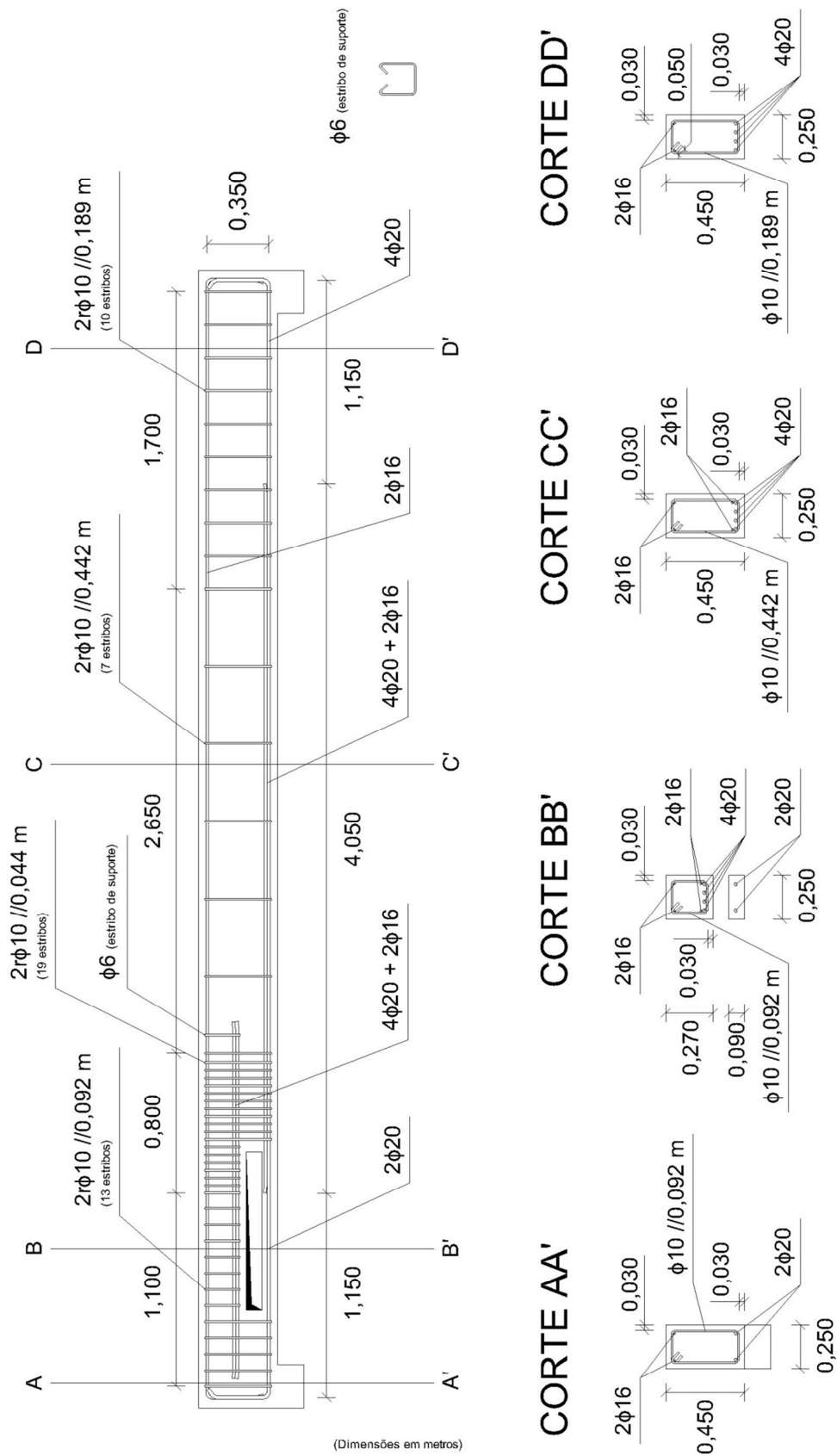


Figura 5.7 – Representação da armadura na viga.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

6.1 Conclusões

Da análise realizada nos Capítulos 3, 4 e 5 é possível responder a diversas questões, tais como: (i) quais as dimensões máximas relativas das aberturas que é possível inserir em vigas e (ii) qual a variação da quantidade de armadura necessária para realizar o elemento com abertura comparativamente a um elemento semelhante mas sem abertura.

Para responder à primeira questão, a análise realizada no Capítulo 3 considerou algumas hipóteses necessárias ao seu desenvolvimento, como a da inclinação da escora diagonal da treliça a 45°, podendo este ângulo variar entre os limites regulamentares de 23° e 57°. A opção por inclinações diferentes de 45°, considerada no Capítulo 4, de modo a manter a simetria da treliça, fazem variar a dimensão máxima apresentada no Quadro 3.1. A imposição de uma dimensão relativa para o desenvolvimento dos campos de tensões também condiciona directamente a dimensão das aberturas.

A segunda questão reflecte um dos principais objectivos deste documento e encontra a sua resposta no Quadro 4.1. Mediante o apresentado nesse quadro, é possível afirmar que a variação da quantidade de armadura necessária para a realização do elemento estrutural é influenciada pela presença da abertura e pela esbelteza do elemento em sentido opostos, ou seja, enquanto a presença da abertura faz aumentar a quantidade de armadura, para uma dimensão fixa da abertura a diminuição da esbelteza faz diminuir a quantidade de armadura.

Da análise do Capítulo 5, é possível concluir que a dimensão de $0,30h$ para o desenvolvimento dos campos de tensões poderá não ser suficiente, nomeadamente em situações em que existam tensões de tracção transversais nas escoras, que reduzem bastante a tensão resistente das mesmas. No entanto, tal situação poderá ser sempre solucionada através das indicações referidas no mesmo capítulo, ou mediante outras que sejam admissíveis no contexto do dimensionamento através de Modelos de Escoras e Tirantes.

6.2 Recomendações Para Trabalhos Futuros

Uma vez que a análise e dimensionamento de elementos estruturais através de Modelos de Escoras e Tirantes ainda não se encontra muito desenvolvido, sendo, no entanto, um método

com bastante potencial, nomeadamente para regiões que apresentem singularidades, é recomendável que se fomente o estudo sobre esta temática.

No presente documento apenas se analisaram vigas simplesmente apoiadas, sendo a análise de vigas contínuas ou em pórticos um passo bastante importante no desenvolvimento do tema das aberturas situadas próximas das regiões dos apoios.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ACI SP 208 (2002). “Ejemplos para el Diseño de Hormigón Estructural Usando Modelos de Bielas y Tirantes”. Farmington Hills, Michigan.

ACI 318 (2002). “Building Code Requirements for Structural Concrete”. Farmington Hills, Michigan.

Ahmed, A. *et al.* (2012). “Reinforced Concrete Beams With Web Openings: A State of the Art Review”. *Materials and Design* 40, p. 90-102, Elsevier Science Ltd.

Almeida, J. e Lourenço, M. (2004). “Campos de Tensões em Zonas de Descontinuidade”. Encontro Nacional de Betão Estrutural.

Camacho, J. (2003). “Curso de Concreto Armado”. UNESP, São Paulo.

CEB-FIP (1993). “Modal Code 1990”. Comité Euro-Internacional du Béton – Fédération Internationale de la Précontrainte, Tomas Telford Services Ltd, Lausanne, Switzerland.

CEN (2009). “Eurocódigo 0: Bases para o Projecto de Estruturas”. Comité Europeu de Normalização, Bruxelas.

CEN (2009). “Eurocódigo 1: Acções em Estruturas – Parte 1-1: Acções Gerais”. Comité Europeu de Normalização, Bruxelas.

CEN (2010). “Eurocódigo 2: Projecto de Estruturas de Betão – Parte 1-1: Regras Gerais e Regras para Edifícios”. Comité Europeu de Normalização, Bruxelas.

Ferreira, M. (2012). “EvalS – Manual do Utilizador”. Edição de Autor.

Kurrer, K. (2008). “The History of the Theory of Structures: From Arch Analysis to Computational Mechanics”. Tchrhvhjv

Leonhardt, F. e Mönnig, E. (1977). “Construções de Concreto: Princípios Básicos do Dimensionamento de Estruturas de Concreto Armado”. Editora Interciência, Rio de Janeiro.

- Mansur, M. (1998). "Effect of Openings on the Behaviour and Strength of R/C Beams in Shear". *Cement and Concrete Composites*, v. 20, No. 6, Elsevier Science Ltd.
- Mansur, M. (2006). "Design of Reinforced Concrete Beams With Web Openings". Kuala Lumpur, Malaysia.
- Mansur, M. e Tan, K. (1999). "Concrete Beams With Openings – Analysis and Design". CRC Press, London.
- Muttoni, A. e Schwartz, J. (1997). "Design of Concrete Structures With Stress Fields". Berlin.
- Pinho, M. (1995). "Análise e Síntese de Meios Irregulares de Betão Armado pelo Modelo Escora-Tirante". Dissertação de Mestrado, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto.
- REBAP (1983). "Regulamento de Estruturas de Betão Armado e Pré-Esforçado", Porto Editora, Lisboa.
- Santos, D. (2006). "Análise de Vigas de Concreto Armado Utilizando Modelos de Bielas e Tirantes". Dissertação de Mestrado, Escola de Engenharia de São Carlos, São Carlos.
- Santos, P. (1977). "Resistência do Concreto à Força Cortante em Peças Flectidas". EESC-USP, São Carlos.
- Schlaich, J. e Schafer, K. (1987). "Toward a Consistent Design of Structural Concrete". *PCI Journal*, v. 32, No. 3.
- Schlaich, J. e Schafer, K. (1991). "Design and Detailing of Structural Concrete using Strut-and-Tie Models". *The Structural Engineer*, v. 69, No. 6.
- Silva, R. e Giongo, J. (2000). "Modelos de Bielas e Tirantes Aplicados a Estruturas de Concreto Armado". EESC-USP, São Carlos.
- Silva, V. (2004). "Mecânica e Resistência dos Materiais". Editora Zuari, 3ª ed., Coimbra.
- Vasconcelos, A. C. (1985). "O concreto no Brasil – Recordes, Realizações, História". Editora Pini, 2ª ed., v. 1, São Paulo.
- Viseu, J. (1993). "História do Betão Armado em Portugal". ATIC, Lisboa.
-

Zastavni, D. (2009). “What Was Truly Innovative about Maillart’s Designs Using Reinforced Concrete?”. University of Louvain (UCL), Louvain-la-Neuve, Belgium.

ANEXO

Quadro A.1 – Esforços.

VIGA 1		VIGA 2		VIGA 3	
Barra	Esforço (kN)	Barra	Esforço (kN)	Barra	Esforço (kN)
1 - 2	158.20	1 - 2	149.84	1 - 2	149.23
2 - 3	284.97	2 - 3	268.59	2 - 3	264.14
3 - 4	394.85	3 - 4	369.06	3 - 4	358.16
4 - 5	487.82	4 - 5	451.27	4 - 5	431.29
5 - 6	563.89	5 - 6	515.21	5 - 6	483.52
6 - 7	623.05	6 - 7	560.88	6 - 7	514.86
7 - 8	665.31	7 - 8	588.28	7 - 8	525.31
8 - 9	690.66	8 - 9	597.42	8 - 9	525.31
9 - 10	699.11	9 - 10	597.42	9 - 10	514.86
10 - 11	699.11	10 - 11	588.28	10 - 11	483.52
11 - 12	690.66	11 - 12	560.88	11 - 12	431.29
12 - 13	665.30	12 - 13	515.21	12 - 13	358.16
13 - 14	623.05	13 - 14	451.27	13 - 14	264.14
14 - 15	563.89	14 - 15	369.06	14 - 15	149.23
15 - 16	487.82	15 - 16	268.59	2 - 16	129.33
16 - 17	394.85	16 - 17	149.84	3 - 17	106.44
17 - 18	284.97	2 - 18	130.07	4 - 18	83.54
18 - 19	158.20	3 - 19	110.46	5 - 19	60.64
2 - 20	129.69	4 - 20	90.84	6 - 20	37.74
3 - 21	112.64	5 - 21	71.22	7 - 21	14.84
4 - 22	95.60	6 - 22	51.60	8 - 22	3.39
5 - 23	78.56	7 - 23	31.98	9 - 23	14.84
6 - 24	61.52	8 - 24	12.36	10 - 24	37.74
7 - 25	44.48	9 - 25	2.55	11 - 25	60.64
8 - 26	27.44	10 - 26	12.36	12 - 26	83.54
9 - 27	10.40	11 - 27	31.98	13 - 27	106.44
10 - 28	1.88	12 - 28	51.60	14 - 28	129.33
11 - 29	10.40	13 - 29	71.22		
12 - 30	27.44	14 - 30	90.84		
13 - 31	44.48	15 - 31	110.46		
14 - 32	61.52	16 - 32	130.07		
15 - 33	78.56				
16 - 34	95.60				
17 - 35	112.64				
18 - 36	129.69				

VIGA 4

Barra	Esforço (kN)
1 - 2	158.20
2 - 3	284.97
3 - 4	394.85
4 - 5	487.82
5 - 6	563.89
6 - 7	623.05
7 - 8	665.31
8 - 9	690.66
9 - 10	699.11
10 - 11	699.11
11 - 12	690.66
12 - 13	665.30
13 - 14	623.05
14 - 15	563.89
15 - 16	487.82
16 - 17	394.85
17 - 18	284.97
18 - 19	158.20
2 - 20	194.33
3 - 21	112.64
4 - 22	95.60
5 - 23	78.56
6 - 24	61.52
7 - 25	44.48
8 - 26	27.44
9 - 27	10.40
10 - 28	1.88
11 - 29	10.40
12 - 30	27.44
13 - 31	44.48
14 - 32	61.52
15 - 33	78.56
16 - 34	95.60
17 - 35	112.64
18 - 36	129.69

VIGA 5

Barra	Esforço (kN)
1 - 2	149.84
2 - 3	268.59
3 - 4	369.06
4 - 5	451.27
5 - 6	515.21
6 - 7	560.88
7 - 8	588.28
8 - 9	597.42
9 - 10	597.42
10 - 11	588.28
11 - 12	560.88
12 - 13	515.21
13 - 14	451.27
14 - 15	369.06
15 - 16	268.59
16 - 17	149.84
2 - 18	181.14
3 - 19	110.46
4 - 20	90.84
5 - 21	71.22
6 - 22	51.60
7 - 23	31.98
8 - 24	12.36
9 - 25	2.55
10 - 26	12.36
11 - 27	31.98
12 - 28	51.60
13 - 29	71.22
14 - 30	90.84
15 - 31	110.46
16 - 32	130.07

VIGA 6

Barra	Esforço (kN)
1 - 2	149.23
2 - 3	264.14
3 - 4	358.16
4 - 5	431.29
5 - 6	483.52
6 - 7	514.86
7 - 8	525.31
8 - 9	525.31
9 - 10	514.86
10 - 11	483.52
11 - 12	431.29
12 - 13	358.16
13 - 14	264.14
14 - 15	149.23
2 - 16	176.31
3 - 17	106.44
4 - 18	83.54
5 - 19	60.64
6 - 20	37.74
7 - 21	14.84
8 - 22	3.39
9 - 23	14.84
10 - 24	37.74
11 - 25	60.64
12 - 26	83.54
13 - 27	106.44
14 - 28	129.33

VIGA 7

Barra	Esforço (kN)
1 - 2	149.84
2 - 3	268.59
3 - 4	369.06
4 - 5	451.27
5 - 6	515.21
6 - 7	560.88
7 - 8	588.28
8 - 9	597.42
9 - 10	597.42
10 - 11	588.28
11 - 12	560.88
12 - 13	515.21
13 - 14	451.27
14 - 15	369.06
15 - 16	268.59
16 - 17	149.84
2 - 18	170.17
3 - 19	110.46
4 - 20	90.84
5 - 21	71.22
6 - 22	51.60
7 - 23	31.98
8 - 24	12.36
9 - 25	2.55
10 - 26	12.36
11 - 27	31.98
12 - 28	51.60
13 - 29	71.22
14 - 30	90.84
15 - 31	110.46
16 - 32	130.07

VIGA 8

Barra	Esforço (kN)
1 - 2	149.23
2 - 3	264.14
3 - 4	358.16
4 - 5	431.29
5 - 6	483.52
6 - 7	514.86
7 - 8	525.31
8 - 9	525.31
9 - 10	514.86
10 - 11	483.52
11 - 12	431.29
12 - 13	358.16
13 - 14	264.14
14 - 15	149.23
2 - 16	148.62
3 - 17	106.44
4 - 18	83.54
5 - 19	60.64
6 - 20	37.74
7 - 21	14.84
8 - 22	3.39
9 - 23	14.84
10 - 24	37.74
11 - 25	60.64
12 - 26	83.54
13 - 27	106.44
14 - 28	129.33

VIGA 9

Barra	Esforço (kN)
1 - 2	155.34
2 - 3	563.81
3 - 4	622.98
4 - 5	665.24
5 - 6	690.60
6 - 7	699.06
7 - 8	699.06
8 - 9	690.61
9 - 10	665.26
10 - 11	623.01
11 - 12	563.85
12 - 13	487.79
13 - 14	394.83
14 - 15	286.96
15 - 16	158.19
37 - 38	138.83
38 - 39	269.61
39 - 40	392.34
40 - 41	507.03
41 - 42	613.67
42 - 43	712.27
37 - 17	130.62
38 - 18	123.05
39 - 19	115.48
40 - 20	107.91
41 - 21	100.34
42 - 22	92.77
2 - 23	443.92
3 - 24	61.53
4 - 25	44.49
5 - 26	27.45
6 - 27	10.41
7 - 28	1.88
8 - 29	10.39
9 - 30	27.43
10 - 31	44.47
11 - 32	61.51
12 - 33	78.55
13 - 34	95.59
14 - 35	112.63
15 - 36	129.68

VIGA 10

Barra	Esforço (kN)
1 - 2	146.31
2 - 3	515.24
3 - 4	560.91
4 - 5	588.31
5 - 6	597.44
6 - 7	597.44
7 - 8	588.30
8 - 9	560.90
9 - 10	515.22
10 - 11	451.28
11 - 12	369.07
12 - 13	268.59
13 - 14	149.84
33 - 34	130.53
34 - 35	251.93
35 - 36	365.38
36 - 37	469.79
37 - 38	566.15
38 - 39	653.66
33 - 15	130.53
34 - 16	121.99
35 - 17	113.45
36 - 18	104.91
37 - 19	96.37
38 - 20	87.83
2 - 21	428.00
3 - 22	51.60
4 - 23	31.98
5 - 24	12.36
6 - 25	2.55
7 - 26	12.36
8 - 27	31.98
9 - 28	51.60
10 - 29	71.22
11 - 30	90.84
12 - 31	110.46
13 - 32	130.07

VIGA 11

Barra	Esforço (kN)
1 - 2	144.60
2 - 3	483.53
3 - 4	514.87
4 - 5	525.32
5 - 6	525.32
6 - 7	514.87
7 - 8	483.53
8 - 9	431.30
9 - 10	358.17
10 - 11	264.14
11 - 12	149.23
29 - 30	126.47
30 - 31	242.91
31 - 32	350.28
32 - 33	447.69
33 - 34	535.96
34 - 35	614.36
29 - 13	129.11
30 - 14	119.36
31 - 15	109.61
32 - 16	99.86
33 - 17	90.11
34 - 18	80.36
2 - 19	403.90
3 - 20	37.74
4 - 21	14.84
5 - 22	3.39
6 - 23	14.84
7 - 24	37.74
8 - 25	60.64
9 - 26	83.54
10 - 27	106.44
11 - 28	129.33

VIGA 12

Barra	Esforço (kN)
1 - 2	146.31
2 - 3	515.24
3 - 4	560.91
4 - 5	588.31
5 - 6	597.44
6 - 7	597.44
7 - 8	588.30
8 - 9	560.90
9 - 10	515.22
10 - 11	451.28
11 - 12	369.07
12 - 13	268.59
13 - 14	149.84
33 - 34	119.18
34 - 35	230.03
35 - 36	333.61
36 - 37	428.94
37 - 38	516.92
38 - 39	596.73
33 - 15	130.53
34 - 16	121.99
35 - 17	113.45
36 - 18	104.91
37 - 19	96.37
38 - 20	87.83
2 - 21	392.86
3 - 22	51.60
4 - 23	31.98
5 - 24	12.36
6 - 25	2.55
7 - 26	12.36
8 - 27	31.98
9 - 28	51.60
10 - 29	71.22
11 - 30	90.84
12 - 31	110.46
13 - 32	130.07

VIGA 13

Barra	Esforço (kN)
1 - 2	144.60
2 - 3	483.53
3 - 4	514.87
4 - 5	525.32
5 - 6	525.32
6 - 7	514.87
7 - 8	483.53
8 - 9	431.30
9 - 10	358.17
10 - 11	264.14
11 - 12	149.23
29 - 30	108.72
30 - 31	208.82
31 - 32	301.12
32 - 33	384.86
33 - 34	460.74
34 - 35	528.13
29 - 13	129.11
30 - 14	119.36
31 - 15	109.61
32 - 16	99.86
33 - 17	90.11
34 - 18	80.36
2 - 19	347.41
3 - 20	37.74
4 - 21	14.84
5 - 22	3.39
6 - 23	14.84
7 - 24	37.74
8 - 25	60.64
9 - 26	83.54
10 - 27	106.44
11 - 28	129.33

VIGA (Exemplo prático)

Tirantes		Escoras	
Barra	Esforço (kN)	Barra	Esforço (kN)
1 - 2	153.07	17 - 18	153.07
2 - 3	450.59	18 - 19	259.91
3 - 4	497.30	19 - 20	360.25
4 - 5	530.59	20 - 21	454.09
5 - 6	550.46	21 - 22	541.44
6 - 7	556.91	22 - 23	622.29
7 - 8	556.91	23 - 24	404.14
8 - 9	549.94	24 - 25	450.59
9 - 10	529.56	25 - 26	497.30
10 - 11	495.76	26 - 27	530.59
11 - 12	448.54	27 - 28	550.46
12 - 13	387.90	28 - 29	549.94
13 - 14	313.85	29 - 30	529.56
14 - 15	226.37	30 - 31	495.76
15 - 16	125.48	31 - 32	448.54
37 - 38	106.84	32 - 33	387.90
38 - 39	207.18	33 - 34	313.85
39 - 40	301.37	34 - 35	226.37
40 - 41	388.37	35 - 36	125.48
41 - 42	469.22	1 - 17	193.84
42 - 43	543.57	37 - 18	144.31
37 - 17	97.02	38 - 19	135.54
38 - 18	91.12	39 - 20	126.76
39 - 19	85.22	40 - 21	117.98
40 - 20	79.32	41 - 22	109.21
41 - 21	73.42	42 - 23	100.43
42 - 22	67.52	23 - 43	462.50
2 - 23	418.45	2 - 43	510.76
3 - 24	46.65	43 - 24	73.45
4 - 25	33.75	3 - 25	65.20
5 - 26	20.68	4 - 26	46.47
6 - 27	7.61	5 - 27	27.74
7 - 28	1.32	6 - 28	9.01
8 - 29	8.11	8 - 28	9.72
9 - 30	21.18	9 - 29	28.46
10 - 31	34.25	10 - 30	47.19
11 - 32	47.32	11 - 31	65.92
12 - 33	60.39	12 - 32	84.65
13 - 34	73.46	13 - 33	103.38
14 - 35	86.53	14 - 34	122.11
15 - 36	99.60	15 - 35	140.84
		16 - 36	174.68