



**FCTUC DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL**  
FACULDADE DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA  
UNIVERSIDADE DE COIMBRA

# **Otimização da gestão de uma frota de veículos elétricos partilhados**

Dissertação apresentada para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia Civil na Especialidade de Urbanismo, Transportes e Vias de Comunicação.

Autor

**Raquel Filipa Gonçalves Santos**

Orientador

**Professor Doutor Gonçalo Homem de Almeida Rodriguez  
Correia**

Esta dissertação é da exclusiva responsabilidade do seu autor, não tendo sofrido correcções após a defesa em provas públicas. O Departamento de Engenharia Civil da FCTUC declina qualquer responsabilidade pelo uso da informação apresentada

**Coimbra, Julho, 2013**

## AGRADECIMENTOS

Este foi um trabalho que ao longo da sua realização representava um interessante desafio, suscitando mais interesse e gosto pelo que era necessário realizar. No entanto, para o desenvolvimento desta dissertação, muitas foram as pessoas que contribuíram. Um tempo, conhecimentos que disponibilizaram, outras pelo apoio, compreensão e afeto.

Tentando não esquecer ninguém, gostaria de agradecer em primeiro lugar, ao meu orientador, Professor Doutor Gonçalo Correia, pelo apoio e orientação prestada ao longo deste trabalho, bem como, o incentivo, disponibilidade e paciência, demonstrados durante todo este percurso.

Gostaria também de agradecer a todos os Professores do Perfil de Urbanismo, Transportes e Vias de Comunicação, pelas competências que me transmitiram, assim como, o agradável ambiente que oferecem aos seus alunos, garantindo o bem-estar de todos.

Aos meus colegas e amigos do Mestrado na Universidade de Coimbra, pelo apoio, e ótimo ambiente de trabalho aquando da realização desta tese. Sem esquecer, todos os colegas e amigos que continuam presentes, da Licenciatura na Universidade do Algarve.

Um especial obrigado a todos aqueles amigos que me apoiaram incondicionalmente, pelo companheirismo, e pela enorme paciência para todos aqueles momentos mais sensíveis.

Aos meus Irmãos, que sempre estiveram presentes e confiantes!

Finalmente, aos meus Pais, porque sem eles nada disto seria possível, em todos os aspetos!

A todos, o meu sincero obrigado.

*Raquel*

## RESUMO

A necessidade de aluguer de automóveis é cada vez mais comum, isto deve-se ao facto de permitir aos clientes a utilização de um automóvel fora do seu local de residência e evitar o excesso de desgaste dos seus veículos particulares durante determinadas viagens, sejam elas de negócios ou férias, reduzindo assim os custos de manutenção e reparo.

As filiais de uma empresa de *renting* situam-se muitas vezes em estações perto de aeroportos ou nas zonas mais movimentadas das cidades, permitindo assim um fácil acesso até estas. Estas empresas têm como principal objetivo fornecer o serviço de aluguer de automóveis a diversos clientes, que podem ser outras empresas, instituições públicas e também particulares, cobrando um preço estipulado para cada tipo de aluguer.

De modo a dinamizar, inovar e renovar o sector de aluguer de automóveis, surgiram os veículos elétricos, que garantem uma mobilidade mais sustentável, bem como menores custos de manutenção e operação. No entanto, o grande problema no momento é ainda o facto do seu valor inicial, ou seja, de aquisição do veículo, ser bastante elevado comparativamente com os veículos convencionais assim como a sua baixa autonomia face aos veículos de combustão.

Inerente a atividades destas empresas existem diversos problemas, nos quais se encontra o dimensionamento da frota de veículos e a realocação destes nas várias estações/cidades. Para estes problemas já é possível estudar vários modelos matemáticos formulados por diversos autores. No entanto, com a inserção de veículos elétricos (VE's) introduz-se complexidade acrescida, principalmente devido à sua autonomia e modos disponíveis de carregamento, deste modo esta tese concentrou-se no desenvolvimento de um modelo de Programação Inteira Mista, que permite otimizar o número de viagens que podem ser efetuadas com VE's, a dimensão da frota de convencionais e lucros obtidos para ambos os veículos, maximizando a procura satisfeita com veículos elétricos e maximizando o lucro.

O modelo foi aplicado a dados sintéticos estimados para as viagens da Região Centro de Portugal. Foi possível verificar que os veículos elétricos ainda representam um lucro muito baixo comparativamente com os convencionais, e que as suas limitações devido à carga ainda os impedem de realizar um número significativo de viagens. Contudo esta análise de

viabilidade precisa de dados mais realistas, que permitam aferir a quantidade e durações de alugueres efetuados numa dada região.

## ABSTRACT

The need for car rental is increasingly more common due to the fact that it allows customers to use a car outside their place of residence and avoid excessive wear on their private vehicles during certain trips, whether for holidays or business, thereby reducing the costs of maintenance and repair.

The branches of companies with renting systems often lie in stations near airports or in the cities' busiest areas, allowing easy access to these. Their main goal is to provide car rental service to a variety of clients, like other companies, public institutions or individuals, charging a set price for each type of rental.

In order to stimulate, innovate and renovate the car rental sector, electric vehicles (EV's) emerge, ensuring sustainable mobility, as well as lower operating and maintenance costs. Presently, however, the major problem is the fact that its initial value, that is, the value of purchase of the vehicle, is still considerably high when compared with conventional vehicles; moreover these vehicles have a low autonomy when compared to combustion vehicles.

There are several problems inherent to the companies with renting systems, including the size of the vehicle fleet and their relocation in the various stations/cities. For these problems it is already possible to study several mathematical models, formulated by a number of authors. However, with the inclusion of electric vehicles, other problems arise, due to their autonomy and available modes of charging. This has led to the development of a Mixed Integer Programming (MIP) model, which allows the optimization of the number of trips that can be made with EV's, the size of the conventional vehicles fleet and the profits made with both vehicles, maximizing the demand satisfied with EV's and maximizing the profit.

This model was applied to synthetically estimated data for the trips made in the Central Region of Portugal. It was possible to verify that EV's still represent a very low profit when compared to conventional vehicles and that their limitations due to the modes of loading still prevent them from performing a significant number of trips. However, this feasibility analysis needs more realistic data that allows verifying the quantity and duration of rentals made in a given region.

---

## ÍNDICE

AGRADECIMENTOS .....	i
RESUMO .....	ii
ABSTRACT .....	iv
ÍNDICE.....	v
ÍNDICE DE FIGURAS .....	vii
ÍNDICE DE QUADROS .....	viii
1. INTRODUÇÃO.....	1
1.1. Motivação .....	1
1.2. Sistemas de Aluguer de Veículos (Rent-a-car).....	2
1.3. Objetivo .....	3
1.4. Organização da Dissertação.....	4
2. ESTADO DE ARTE.....	5
2.1. Mobilidade Elétrica em Portugal.....	5
2.2. Veículo Elétrico .....	6
2.3. Modelos de Planeamento de Operações em Sistemas de Aluguer de Veículos .....	7
3. MODELO MATEMÁTICO .....	12
3.1. Modelo de Seleção Ótima de Viagens para Veículos Elétricos num Sistema de Aluguer de Automóveis.....	12
3.1.1. Conjuntos.....	12
3.1.2. Vetores de Dados.....	12
3.1.3. Variáveis de Decisão .....	13
3.1.4. Variáveis Auxiliares .....	13
3.1.5. Constantes.....	14
3.1.6. Formulação matemática.....	14
3.2. Testes do Modelo.....	19
3.2.1. Teste 1 .....	20

---

3.2.2. Teste 2 .....	23
3.2.3. Teste 3 .....	25
3.2.4. Teste 4 .....	27
3.2.5. Teste 5 .....	29
3.2.6. Conclusões dos Testes Efetuados .....	32
4. APLICAÇÃO NUMÉRICA .....	33
4.1. Dados .....	34
4.1.1. Constantes .....	35
4.1.2. Tempos de Viagem .....	37
4.1.3. Vetor de Alugueres .....	37
4.2. Resultados .....	39
4.2.1. Maximização da Procura por Veículos Elétricos .....	39
4.2.2. Maximização do Lucro .....	41
4.2.3. Maximização do Lucro com utilização obrigatória de Veículos Elétricos .....	42
5. CONCLUSÕES .....	47
6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	50
ANEXO A .....	A-1
ANEXO B .....	B-1
ANEXO C .....	C-1

## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2.1 - Exemplo de posto de carregamento em Portugal. ....	6
Figura 2.2 - Exemplo de Espaço de Otimização e Variáveis Binárias, Correia, (2009). ....	8
Figura 3.1 - Esquema do equilíbrio de veículos convencionais numa cidade $i$ . ....	16
Figura 3.2 - Esquema do equilíbrio dos veículos elétricos na cidade $i$ . ....	17
Figura 3.3 - Esquema das 3 cidades. ....	20
Figura 3.4 - Gráfico do Resultado do Teste 1, retirado do <i>XPress-MP</i> . ....	22
Figura 3.5 - Esquema com a solução óptima do Teste 1. ....	22
Figura 3.6 - Gráfico do Resultado do Teste 2, retirado do <i>XPress-MP</i> . ....	24
Figura 3.7 - Esquema com a solução óptima do Teste 2. ....	25
Figura 3.8 - Gráfico do Resultado do Teste 3, retirado do <i>XPress-MP</i> . ....	26
Figura 3.9 - Gráfico com os veículos elétricos utilizados para efectuar as viagens, retirado do <i>XPress-MP</i> . ....	26
Figura 3.10 - Esquema com a solução óptima do Teste 3. ....	27
Figura 3.11 - Gráfico do Resultado do Teste 4, retirado do <i>XPress-MP</i> . ....	28
Figura 3.12 - Esquema com a solução óptima do Teste 4. ....	29
Figura 3.13 - Esquema das 3 cidades. ....	29
Figura 3.14 - Gráfico do Resultado do Teste 5, retirado do <i>XPress-MP</i> . ....	31
Figura 3.15 - Gráfico com os veículos elétricos utilizados para efectuar as viagens, retirado do <i>XPress-MP</i> . ....	31
Figura 3.16 - Esquema com a solução óptima do Teste 5. ....	32
Figura 4.1 - Localização das Cidades em Portugal, para Aplicação do Modelo. ....	34
Figura A.1 - Rede de postos de carregamento para veículos elétricos em Portugal – MOBI.E. ....	A-1
Figura B.1 - Localização das Cidades em Portugal, para Aplicação do Modelo. ....	B-1

---

## ÍNDICE DE QUADROS

Quadro 3.1 - Matriz de tempos de viagem em <i>time-steps</i> . .....	20
Quadro 3.2 - Quadro com procura de viagens entre cidades, com instantes de entrada e saída da estação – Teste 1. ....	21
Quadro 3.3 - Quadro com procura de viagens entre cidades, com instantes de entrada e saída da estação – Teste 2. ....	23
Quadro 3.4 - Quadro com procura de viagens entre cidades, com instantes de entrada e saída da estação – Teste 3. ....	25
Quadro 3.5 - Quadro com procura de viagens entre cidades, com instantes de entrada e saída da estação – Teste 4. ....	27
Quadro 3.6 - Matriz de tempos de viagem em <i>time-steps</i> . ....	29
Quadro 3.7 - Quadro com procura de viagens entre cidades, com instantes de entrada e saída da estação – Teste 5. ....	30
Quadro 4.1 - Matriz de Tempos de Viagens ( <i>Time-steps</i> ) entre cidades – $t_{i,j}$ . ....	37
Quadro 4.2 - Matriz de Alugueres por dia entre cada cidade. ....	38
Quadro 4.3 – Matriz com delimitação dos tempos de viagens ( <i>Time-steps</i> ) entre cidades possíveis de realizar por veículos elétricos. ....	39
Quadro 4.4 - Resultados obtidos pelo modelo, com a Função Objetivo de Maximizar a Procura satisfeita por veículos elétricos, através do <i>Xpress</i> . ....	40
Quadro 4.5 - Resultados de viagens obtidos pelo modelo, com a Função Objetivo de Maximização do Lucro com utilização obrigatória de veículos elétricos, através do <i>Xpress</i> . .	44
Quadro 4.6 – Resultados dos lucros obtidos pelo modelo com a Função Objetivo de Maximização do Lucro com utilização obrigatória de veículos elétricos, através do <i>Xpress</i> . .	44

# 1. INTRODUÇÃO

## 1.1. Motivação

O meio ambiente altera-se continuamente devido a “causas naturais”, como por exemplo, vulcões, terremotos, furacões, inundações, entre outros, sendo que o ser humano não tem controlo sobre isso. Além destas alterações, existem também as provocadas pelo Homem (Antropogénicas), que eram insignificantes no passado, no entanto, a partir do século XIX, que marca a “Revolução Industrial”, mais concretamente no século XX, estas ganharam importância no que diz respeito à degradação do meio ambiente. Esta importância deve-se ao aumento da população e ao seu consumo *per capita*, especialmente nos países industrializados. A sociedade foi desenvolvida em torno dos combustíveis fósseis, e atualmente estes ainda representam o núcleo principal das fontes de energia primária, resultando uma enorme dependência da economia moderna destes combustíveis.

Estas fontes de energia potenciaram a utilização do transporte individual. Na Comunidade Europeia a extensão média de viagem é de 35km/dia, excluindo a caminhada, sendo que 3/4 deste valor é realizado em veículos particulares (Coelho e Portugal, 2009). A mobilidade para os europeus é um dado adquirido, sendo que o aumento desta provoca inevitavelmente um aumento do consumo de energia no setor dos transportes, ou seja, um aumento da utilização do petróleo e seus derivados. Em suma, os padrões de crescimento atuais no domínio dos transportes são insustentáveis. Como exemplo, em 2007, o consumo nacional de petróleo foi de 54% do total de energia consumida, informação retirada da *DGEG* (2013).

Mesmo considerando a consciência ambiental, principalmente em sociedades mais desenvolvidas, em que cada indivíduo compreende e tenta reduzir o efeito negativo da sua mobilidade no meio ambiente, há também que ter em conta que o custo dos combustíveis fósseis é cada vez mais elevado, podendo reduzir-se o seu consumo alterando o modo ou o meio como se efetua a mobilidade.

É então necessário, procurar promover a utilização de energias alternativas e renováveis, combatendo assim a poluição e alterações climáticas. Como alternativa à escassez de petróleo no planeta, surgem então os veículos elétricos no campo dos transportes, como uma inevitabilidade num futuro próximo. A sua utilização tem a vantagem de não conduzir a

emissões locais e ao mesmo tempo permitir que a produção da energia necessária para mover esses veículos possa ser criada por fontes alternativas mais sustentáveis tais como aproveitamento hidro-elétrico de barragens, energia solar ou energia eólica. De forma a atingir o objetivo referido, a mobilidade realizada por meio de veículos elétricos deve abranger a utilização do transporte individual, bem como intervir nas frotas de veículos, seja de empresas que facilitam automóveis aos funcionários, seja de sistemas clássicos de aluguer de veículos.

## **1.2. Sistemas de Aluguer de Veículos (Rent-a-car)**

O negócio de aluguer de veículos teve origem nos Estados Unidos da América, sendo por isso considerado o berço de aluguer de automóveis sem condutor, tendo como pioneiro Walter L. Jacobs, iniciando o negócio com uma frota de 12 Fords do famoso Modelo T, em 1918. Em 1923, Jacobs vendeu o seu negócio em crescimento a John Hertz, que por sua vez o vendeu à General Motors (LA Times, 1985).

Nas décadas de 30 e 40 do século XX, o aluguer de veículos sem condutor cresceu significativamente nos EUA, e só nos anos 50, após a Segunda Guerra Mundial, as empresas americanas expandiram as suas atividades para a Europa. Estas apresentaram grande desenvolvimento nos anos de 60 e 70, operando no mercado europeu ao mesmo nível que as norte-americanas (Pinheiro e Faria, 2009).

Uma empresa de *Rent-a-car* tem como função alugar veículos por um determinado período de tempo, que pode ser de algumas horas até várias semanas. Estas empresas distribuem-se por todo o mundo, apresentando várias filiais no mesmo país, de modo a permitir que os clientes possam alugar um automóvel numa cidade e proceder à sua devolução noutra ou na mesma, conforme lhes seja mais conveniente. As filiais geralmente situam-se perto de aeroportos ou nos locais mais movimentados das cidades.

Os sistemas de aluguer de veículos são utilizados por empresas com frotas ao serviço, por particulares e até mesmo por organismos públicos. As empresas e os organismos públicos servem-se destes sistemas, uma vez que estes garantem todos os encargos associados às viaturas, sem fazer um grande desembolso inicial, e proporcionam o desenvolvimento das suas atividades com uma frota de veículos moderna e operacional. As frotas de uma agência de aluguer de veículos, ou *renting*, possuem diversos tipos de veículos (ligeiros de passageiros, ligeiros de mercadorias, veículos adaptados ao transporte de valores, entre outros).

Os serviços de *renting*, bem como muitos outros, são marcados pela crise que se faz sentir. Ao contrário da recessão que o setor de aluguer de automóveis sem condutor em regime de curta duração apresenta, a tendência futura é de crescimento. Sendo que nos próximos 10 anos prevê-se um aumento dos passageiros em transporte aéreo o que originará um aumento da atividade de rent-a-car (ARAC, 2013).

É fundamental, promover medidas de conjunto que permitam a renovação e inovação do setor, bem como estimular a cooperação entre os vários modos de transporte, ou seja, para o uso otimizado de todos os meios de transporte, individualmente ou em combinação.

Surgem então os veículos elétricos associados a este sistema de aluguer de automóveis, de modo a garantir uma mobilidade e um desenvolvimento sustentável. Mas estes veículos não trazem só vantagens ambientais, estes em geral apresentam um menor custo no que diz respeito à sua manutenção e operação, o que se traduz numa medida renovadora e inovadora. No entanto, o grande problema no momento é ainda o facto do seu valor inicial, ou seja, de aquisição do veículo, ser bastante elevado comparativamente com os veículos convencionais.

Existem no momento grandes companhias de *renting* que possuem nas suas frotas veículos elétricos, nos vários continentes. No entanto, a integração destes eco-veículos nas empresas é ainda incipiente, uma vez que embora a energia elétrica seja mais barata que os combustíveis, quando se trata da distância a percorrer estes veículos ainda apresentam alguns entraves, possuindo autonomias de cerca de 150km a 180km. Um outro problema trata-se dos postos de carregamento, ainda escassos, e existentes em apenas algumas cidades.

É necessário então promover a utilização destes veículos junto do mercado destas empresas, bem como a todos os condutores. É uma área em evolução, e todos os aspetos referentes a um veículo elétrico estão em constante atualização, no que se refere à autonomia, modo e estações de carregamento, entre outros, de forma a servir melhor as necessidades do cliente.

### **1.3. Objetivo**

Esta dissertação tem como principal objetivo a conceção de um modelo matemático de programação inteira mista que permita a seleção ótima de viagens para veículos elétricos num sistema de aluguer de automóveis, isto é, definir que viagens podem ser realizadas por veículos elétricos para um determinado número de viagens solicitadas, sendo as restantes efetuadas por veículos convencionais. Procurar-se-á estudar este problema de gestão de uma frota elétrica permitindo assim definir a afetação ótima de veículos elétricos e veículos convencionais de modo a satisfazer a procura toda. Essa afetação poderá ser feita segundo

---

dois objetivos: maximização da procura satisfeita por veículos elétricos; ou maximização do lucro da empresa.

Neste momento apenas existem modelos de gestão de empresas de aluguer de automóveis sem considerar a inclusão dos veículos elétricos, visto que se tratam de aquisições recentes. Por isso é fundamental incluir diversos parâmetros operacionais para a elaboração e gestão de uma frota de veículos elétricos de aluguer, tais como, os tempos e tipo de carregamento, autonomias, vida útil e ciclos das baterias. Estes parâmetros não constituíam uma preocupação ao gerir uma frota de veículos a combustível, pois estes não têm o problema das longas distâncias e apenas necessitam de abastecer o depósito. Além destes critérios referentes ao veículo elétrico em si, é necessário perceber os custos de manutenção destes automóveis bem como definir que valor deve ser cobrado ao alugar um veículo deste tipo. O modelo proposto para a gestão desta frota será construído em linguagem *Mosel*, recorrendo ao software *Xpress-MP* da *FICO*.

#### **1.4. Organização da Dissertação**

No capítulo 2, é apresentada uma revisão bibliográfica (Estado de Arte) dos diversos focos desta dissertação, tais como, a Mobilidade Elétrica em Portugal, o Veículo Elétrico e os Modelos de Planeamento de Operações em Sistemas de Aluguer de Veículos, dividindo-os em subcapítulos.

De seguida, no capítulo 3, apresentamos o modelo matemático concebido neste trabalho, fundamentando e explicando todas as suas componentes, isto é, conjuntos, vetores de dados, variáveis de decisão e variáveis auxiliares, bem como, a função objetivo e respetivas restrições. Além disso, o capítulo inclui uma subsecção com todos os testes realizados ao modelo no sentido de compreender se este está a funcionar como previsto, apresentando-se os esquemas necessários com as soluções dos testes, assim como, as conclusões a estes.

Na sequência do capítulo anterior, surge o capítulo 4, onde se trata e analisa uma aplicação do modelo a uma determinada região, com dados sintéticos baseados na realidade, em que é apresentada a solução a esse conjunto de informação com os principais resultados em termos de indicadores de desempenho.

Por último surge o capítulo 5, onde são expostas as principais conclusões alcançadas neste trabalho e são apontadas sugestões de trabalho futuro para melhorar os seus resultados.

## 2. ESTADO DE ARTE

### 2.1. Mobilidade Elétrica em Portugal

É na *Mobilidade Elétrica* que reside a esperança de alcançar uma solução a curto e médio-prazo para a dependência dos combustíveis fósseis, possibilitando a utilização de energia renovável.

Nos últimos quinze anos, a Comunidade Europeia tem vindo a desenvolver políticas de mobilidade sustentável, tendo como metas a independência, eficácia e eficiência energéticas, a redução dos impactes sobre a saúde e o ambiente e a redução das emissões de CO<sub>2</sub>, um dos principais gases com efeito de estufa. (Almeida, 2010)

Portugal tem vindo a afirmar-se como um país pioneiro no desenvolvimento da mobilidade elétrica, tendo já iniciado a instalação de vários postos de carregamento de veículos e tendo sido selecionado como um dos primeiros a receber os veículos elétricos de nova geração. (CTC Límia Lima Cávado).

Surge então, em Portugal o Decreto de Lei n.º39/2010 de 26 de Abril, que define o Programa para a Mobilidade Elétrica. Este visa três objetivos centrais:

- Incentivar a aquisição e utilização de veículos elétricos;
- Garantir que o carregamento de baterias de veículos elétricos se realiza através de uma rede de carregamento integrada, de forma eficaz; e
- Consagrar um regime de universalidade e equidade no acesso aos serviços de mobilidade elétrica.

É assim criada uma rede que integra vários postos de carregamento de veículos elétricos em território nacional (ver Figura 2.1), sendo dinamizada pela plataforma tecnológica *MOBIE*, a rede encontra-se na Figura A-1, do ANEXO A. Esta tem como principal missão a de contribuir para uma mobilidade mais sustentável, maximizando as vantagens e integrando harmoniosamente a energia elétrica, resultante de energias renováveis, no funcionamento e desenvolvimento das cidades.



Figura 2.1 - Exemplo de posto de carregamento em Portugal.

Um dos exemplos nacionais da mobilidade elétrica foi a conceção de estações de carregamento solar para veículos elétricos, em 2013. A *Bright Solar* disponibiliza formas de carregamentos destes carros através de painéis solares. (GreenSavers, 2013).

## 2.2. Veículo Elétrico

Podem distinguir-se dois grandes grupos de veículos elétricos: (1) Veículos Elétricos com Bateria; (2) Veículos Elétricos Híbridos. A presente dissertação focar-se-á no primeiro grupo.

O veículo elétrico (VE) foi inventado no ano de 1834, tendo sido produzido por inúmeras empresas de diversos países na última década do século XIX. No entanto, as limitações associadas às baterias e ao desenvolvimento acelerado dos veículos a combustão, tiveram como consequência o “desaparecimento” dos VE’s. Sendo que no início de 1970, durante a crise energética, ressurgiu o interesse neste tipo de veículo mas, apesar dos avanços tecnológicos associados às baterias e à eletrónica de potência, os entraves à comercialização dos VE’s permaneciam (Chan, 2007; Ehsani et al, 2005).

Hoje em dia, os obstáculos inerentes aos VE’s mantêm-se, muito deles devido à sua autonomia dificilmente comparada à dos veículos de combustão interna, muito mais fáceis de reabastecer. O veículo elétrico é tipicamente um automóvel pequeno, leve e alimentado por um conjunto de baterias que são recarregadas pela rede de distribuição pública e por travagem regenerativa (*regenerative braking*). São carros ideais para viagens de pequenas distâncias e por isso mais indicados para deslocações urbanas. Estes veículos são caracterizados pelas seguintes vantagens: têm zero emissões, alto desempenho energético, silenciosos, baixo custo de manutenção e não necessitam de combustíveis fósseis. As suas desvantagens são: a baixa autonomia, o custo inicial elevado, o tempo de carga das baterias elevado e terem pouco espaço para pessoas e mercadorias. Sendo estas características a razão pela qual este tipo de

veículo tem sido apenas utilizado em certas aplicações, tais como carrinhos de *golf*, veículos funcionais de aeroportos e empilhadoras.

Nos últimos anos, a indústria do automóvel tem apostado nesta gama de veículos, encontrando alternativas às limitações que a eles estão associadas, principalmente no que diz respeito às baterias. Sendo que estas são o principal motivo da reduzida comercialização dos veículos elétricos, em geral tem havido algum desenvolvimento tecnológico neste âmbito bastante promissor, nomeadamente com a tecnologia à base do Lítio. A falta, ou a dimensão reduzida da rede de postos de carregamento público, é também uma dificuldade, se tivermos em consideração que a autonomia dos veículos é baixa e o carregamento é lento. Contudo, atualmente, já existem VE's com o mesmo desempenho que os convencionais em termos de aceleração e velocidade máxima, e as baterias atuais já podem ser usadas na generalidade dos automóveis, desde que estes sejam leves e limitados às curtas deslocações. (Chan, 2002 e 2005)

Em Portugal, no ano de 1999 foi criada a *Associação Portuguesa do Veículo Elétrico (APVE)*, para promover a mobilidade elétrica no país. Desde essa altura, a difusão da mobilidade elétrica conheceu um significativo desenvolvimento em todo o mundo.

### **2.3. Modelos de Planeamento de Operações em Sistemas de Aluguer de Veículos**

Na área dos sistemas de aluguer de automóveis, o planeamento e gestão através de modelos matemáticos é ainda caracterizado por ser escasso de trabalhos científicos. No entanto, quando nos focamos nos sistemas de *carsharing*, já que ambos os sistemas possuem semelhanças, sendo que a diferença principal é a de que estes últimos atuam ao nível de uma cidade/área urbana com várias estações, verificamos que há mais investigação desenvolvida. Podem equiparar-se as empresas de *Rent-a-Car* com os sistemas de *one-way carsharing* (sem regresso à origem obrigatório), uma vez que nestes sistemas o utilizador pode requisitar um veículo numa cidade/estação e devolvê-lo noutra.

De vários modelos usados e testados sobre os sistemas de *carsharing* um dos mais interessantes para esta tese foi o modelo de Kek, et al., (2009), testado por Correia, (2009). Este modelo tem como objetivo otimizar as operações desenvolvidas por uma equipa de staff na gestão de um sistema de *carsharing* em que as tarefas a desenvolver pelo pessoal são: “Espera”, “Movimento”, “Manutenção de veículo” e “Relocalização”. Neste modelo o espaço de otimização é formado por um eixo do tempo e outro de localização da estação, conforme a figura seguinte:

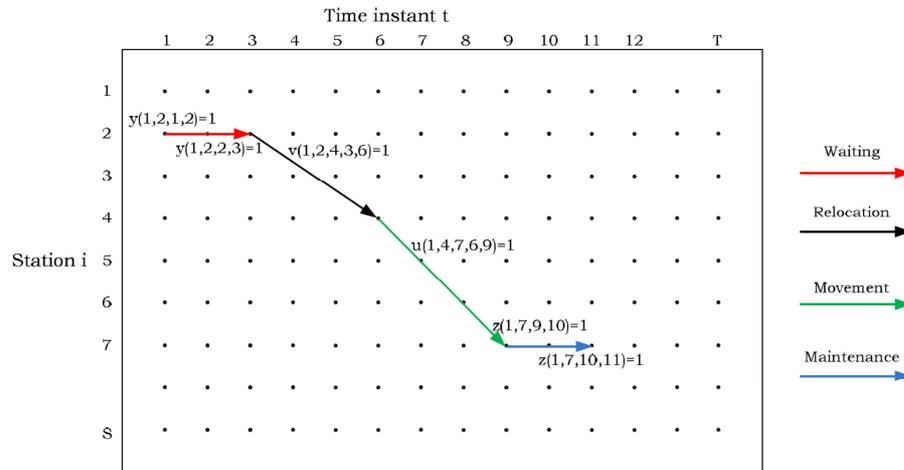


Figura 2.2 - Exemplo de Espaço de Otimização e Variáveis Binárias, Correia, (2009).

No nosso caso pretendemos identificar cada veículo elétrico e as suas atividades num espaço de otimização similar, as atividades lógicas deverão ser: “Viajar”, “Carregar” e “Esperar-Parado”. Neste sentido o modelo referido será uma base para a construção do modelo desta tese.

Tal como os sistemas de *carsharing*, as empresas de *Rent-a-Car* possuem também problemas no que diz respeito à oferta e à procura de veículos, isto é, desequilíbrios nas diversas estações/cidades, apesar de não serem muitos significativos segundo informação obtida junto de uma empresa a operar em Portugal. No entanto, podemos identificar dois problemas principais que as empresas de aluguer de automóveis enfrentam: (1) Problema da dimensão da Frota e (2) Problema de Planeamento de Transferência do Veículo (Carroll e Grimes, 1995; Li e Tao, 2010). O primeiro problema, tem como objetivo definir quantos veículos se deve atribuir a cada estação no instante inicial, constituindo assim a frota disponível. O segundo problema tem como objetivo definir como redistribuir os veículos vazios (sem cliente) entre os locais da rede. Vários modelos matemáticos têm sido propostos para a resolução de ambos os problemas apresentados, sendo que a maioria dos modelos são formulados em programação linear ou Inteira (Beaujon e Turnquist, 1991; Ernst et al, 2007; Ernst et al, 2010; Ernst et al, 2011; Powell e Carvalho, 1998).

Zhang e Li (2007), trabalharam no problema de dimensionamento e roteamento multi-período de uma frota de veículos. Foi desenvolvido um algoritmo baseado no *Simplex*, e programação dinâmica, bem como método de *Branch-and-Bound* para resolver este problema. Os autores usam um exemplo numérico para obter as melhores soluções para uma diferente distribuição de procura.

---

Carroll e Grimes (1995), propuseram um sistema de apoio à decisão para definir a dimensão de uma frota e o design de produtos e serviços para a indústria de aluguer de automóveis. Pachon et al. (2003), desenvolveram um modelo de programação inteira para discutir o problema de expedição de veículos para uma empresa do mesmo tipo. Nesse artigo, os problemas de expedição e transporte de veículos foram desagrupados e resolvidos separadamente. Fink e Reiners (2006), também desenvolveram um modelo para lidar com o transporte e distribuição de veículos numa empresa de aluguer de automóveis. O modelo proposto é solucionado através da otimização do custo mínimo do fluxo de uma rede.

Ernst et al. (2007), descreveram problemas estáticos e dinâmicos encarados pelo *Tourism Holdings Limited* (THL), empresa de aluguer de veículos na Austrália e Nova Zelândia. O problema estático determina uma programação do veículo, de forma a minimizar as substituições e os custos de realocação. O problema dinâmico determina se um veículo estará disponível para satisfazer uma reserva não planeada e incorporar essa reserva na programação do veículo. Ernst et al. (2010), afirmaram que um dos problemas que surge com *RFSP* (*Rental Fleet Scheduling Problem*) é a possibilidade de um veículo alugado viajar de uma estação de partida diferente de uma estação de recolha. Quando a escassez de veículos ocorre numa estação, os veículos podem ser realocados nessa mesma estação. O *RFSP* trata da atribuição de veículos para alugar de modo a minimizar os custos de operação. Foi desenvolvido então, um modelo de fluxo de rede para solucionar o *RFSP*. O modelo para o *RFSP* é formulado como um problema de atribuição, sendo os algoritmos da atribuição e do fluxo da rede apresentados como resolução do modelo proposto. Ernst et al. (2011), mais tarde desenvolveram um modelo linear inteiro misto, para lidar com o problema de programação dos veículos alugados. De forma a resolver este problema, foi proposta uma abordagem heurística baseada numa relaxação Lagrangiana.

Song and Earl (2008), propuseram políticas de controlo ótimo no reposicionamento dos veículos vazios (sem clientes) e no dimensionamento da frota, num sistema de dois serviços de estação, com incertezas na chegada do veículo utilizado nas estações e nos instantes de reposicionamento dos veículos vazios na frota. Foi apresentado um novo modelo integrado, em que a política de reposicionamento no vazio para um determinado tamanho de frota é definida com um limite. É então obtida a forma explícita da função dos custos com esse limite.

Pachon et al. (2006), destacaram como objetivo da gestão de frotas de empresas de aluguer de automóveis, maximizar o lucro pela capacidade de combinar a procura atual com a projetada. Isto é realizado através de três fases de tomada de decisão: (1) Agrupar os locais/estações de aluguer de veículos, (2) Determinar os tipos e quantidades de veículos que devem ser adquiridos e retornados ao fabricante, e proceder a uma redistribuição geográfica dos veículos

entre os vários grupos de acordo com um horizonte de planeamento de longo-prazo, e (3) Envolver as operações diárias dentro de cada grupo nas quais a implantação da frota está definida. Neste artigo, abordaram-se as três fases encontradas numa grande empresa de aluguer de automóveis nos EUA, e foram desenvolvidas metodologias para uma solução adequada para as três fases, tendo em conta a natureza hierárquica do processo de decisão.

A maioria dos modelos acima mencionados assumem que os padrões de chegada de clientes são constantes ao longo do tempo, no entanto, na maioria dos casos, os padrões de chegada dos clientes podem mudar ao longo do tempo e não têm necessariamente que seguir um certo modelo durante todo o período de planeamento. Assim, nos modelos não deve ser ignorado o pressuposto padrão de chegada do cliente.

Entretanto, poucos estudos têm sido feitos sobre a indústria de aluguer de automóveis, como referido inicialmente. Recentemente, destaca-se o trabalho de Li e Tao (2010) que desenvolveram um modelo dinâmico com duas etapas, para lidar com o tamanho da frota e o problema de transferência do veículo de uma empresa de aluguer de automóveis com duas filiais. Em cada filial, os tipos de viagens efetuadas pelos clientes devem ser tidas como, uma única viagem, de ida, ou como uma viagem de ida e volta, e ainda se os clientes usam o carro apenas por um dia. Os clientes que efetuam uma viagem apenas de ida, alugam e entregam o veículo em estações diferentes, enquanto os clientes que realizem viagens de ida e volta, utilizam apenas uma estação, tanto no ato de alugar como no ato da entrega. Em cada dia a empresa toma a decisão de se é necessário transferir veículos de uma estação para a outra. A dimensão da frota ideal e a política de transferência de um veículo foram determinados pela resolução de inúmeros problemas de programação linear.

A maioria das referências assinaladas acima tratam de dimensionamento da frota de automóveis necessária para uma empresa de Rent-a-Car, o que em parte se relaciona com o trabalho efetuado nesta dissertação, pois, um dos resultados do modelo trata-se do dimensionamento da frota de veículos convencionais.

Sendo assim, no presente trabalho, desenvolve-se um modelo matemático em que uma empresa de aluguer de automóveis terá dois tipos de veículos na frota, os elétricos e os convencionais, sendo o número de VE's conhecido, e dando liberdade ao modelo para dimensionar a frota de veículos convencionais necessária para a procura existente por parte dos clientes em diversas estações, considerando viagens de ida e de ida-e-volta, ao longo de um período de gestão (uma semana). O modelo tem como objetivo determinar quais as viagens que devem ser efetuadas pelo número de veículos elétricos disponíveis na empresa tendo em consideração o tipo de viagem, a carga utilizada, o preço cobrado e o nível de procura existente para essas viagens. Resumindo, pretende-se gerir e distribuir as viagens

---

típicas de uma empresa de aluguer de veículos regional/nacional pelos dois tipos de veículos, tendo em conta as restrições específicas dos VE's nomeadamente a sua autonomia.

### 3. MODELO MATEMÁTICO

#### 3.1. Modelo de Seleção Ótima de Viagens para Veículos Elétricos num Sistema de Aluguer de Automóveis

O problema, relativo à *Gestão de uma frota de veículos de aluguer que inclui veículos convencionais e elétricos*, pode ser descrito da seguinte forma: “Dado um conjunto de cidades/estações, em que estas possuem na sua frota tanto veículos convencionais, bem como veículos elétricos, em que o número destes últimos é conhecido, e tendo também para a mesma região uma matriz de viagens definidas para cada instante, pretende-se obter uma distribuição ótima (maximização da procura ou maximização do lucro) das viagens que podem ser realizadas com estes veículos.”

Este problema pode ser modelado através da resolução de um modelo de Programação Inteira Mista, cuja formulação é apresentada a seguir.

##### 3.1.1. Conjuntos

$I = \{1, \dots, M\}$  : Conjunto de estações/cidades, em que  $M$  representa o número total de cidades estudadas.

$K = \{1, \dots, N\}$  : Conjunto de veículos elétricos na frota, sendo  $N$  a dimensão máxima da frota.

$T = \{1, \dots, P\}$  : Conjunto de instantes de tempo considerados.  $P$  é o período de tempo de otimização.

##### 3.1.2. Vetores de Dados

$D_{i,j}^{t_1,t_2}$  : Vetor com o número de viagens entre a cidade  $i$  e a cidade  $j$ , a começar no instante  $t_1$  e a terminar no instante  $t_2$ .  $t_1$  é o instante em que o veículo é alugado e  $t_2$  o instante em que é devolvido. Neste sentido a diferença entre os dois não dá o tempo em que o veículo viajou, mas o tempo em que este esteve alugado a um cliente.

$t_{i,j}$  : Matriz de tempos de viagem entre a cidade  $i$  e a cidade  $j$ , em *time-steps*. Os tempos  $t_{i,i}$  representam tempos de viagem efetuados dentro da mesma cidade.

### 3.1.3. Variáveis de Decisão

$X_{i,j}^{k,t_1,t_2}$  : Variável binária que indica se o veículo elétrico  $k$  viaja da cidade  $i$  para a cidade  $j$ , tendo sido alugado no instante  $t_1$  na cidade  $i$  e devolvido no instante  $t_2$  na cidade  $j$ . Toma o valor de 1 quando existe viagem realizada por veículo elétrico, e o valor 0, caso contrário.

$Ch_i^{k,t_1,t_2}$  : Variável binária que indica se é efectuado um carregamento a começar no instante  $t_1$  e a terminar em  $t_2$ , do carro  $k$ , na cidade  $i$ . Assume o valor de 1 quando existe carregamento, e 0 se não houver.

$St_i^{k,t_1,t_2}$  : Variável binária que indica se o veículo  $k$  está parado ou não na cidade  $i$ , do instante  $t_1$  para o  $t_2$ . Toma o valor de 1 quando o veículo está parado, e 0 caso contrário.

$W_k$  : Variável binária que indica se o veículo  $k$  é utilizado ou não. Assume o valor de 1 quando é utilizado e 0 se não for.

$SE_i^t$  : Número de veículos elétricos presentes na cidade  $i$ , no instante  $t$ .

$Y_{i,j}^{t_1,t_2}$  : Variável inteira que representa o número de veículos convencionais que viajam da cidade  $i$  para a cidade  $j$ , alugados no instante  $t_1$  e devolvidos no instante  $t_2$ .

$SC_i^t$  : Número de veículos convencionais presentes na cidade  $i$ , no instante  $t$ .

### 3.1.4. Variáveis Auxiliares

$Carga^{k,t}$  : Representa a carga do veículo  $k$ , no instante  $t$ , e é medida em *time-steps* que permite percorrer.

$U$  : Número total de veículos elétricos utilizados pelo modelo.

$NC$  : Número total de veículos convencionais necessários, definidos pelo modelo.

### 3.1.5. Constantes

$PVE$  : Preço de aluguer de um veículo elétrico por *time-step*.

$PVC$  : Preço de aluguer de um veículo convencional por *time-step*.

$CVE$  : Custo de manutenção de um veículo elétrico por *time-step*.

$CVC$  : Custo de manutenção de um veículo convencional por *time-step*.

$VVE$  : Valor de aquisição de um veículo elétrico por período de otimização.

$VVC$  : Valor de aquisição de um veículo convencional por período de otimização.

Estas constantes são apenas necessárias para a função objetivo (2) de maximização do lucro que é apresentada a seguir.

$C$  : Carga máxima do veículo elétrico em *time-steps*. Representa a autonomia do veículo.

### 3.1.6. Formulação matemática

A expressão que se segue representa a função objetivo que traduz a procura satisfeita por veículos elétricos:

$$\text{Max } (Z) = \sum_{k,i,j,t1,t2} X_{i,j}^{k,t1,t2} \quad (1)$$

A função (1) maximiza a procura satisfeita por veículos elétricos, sempre que for possível utilizar um veículo elétrico ao invés de um convencional o modelo procederá à atribuição dessa viagem a um veículo desse tipo.

Além da função objetivo apresentada, outra possível função é a que expressa a maximização do lucro da empresa:

$$\begin{aligned}
Max(L) = & U \times VVE + NC \times VVC + \sum_{k,i,j,t_1,t_2} X_{i,j}^{k,t_1,t_2} \times (t_2 - t_1) \times PVE \sum_{i,j,t_1,t_2} Y_{i,j}^{t_1,t_2} \\
& \times (t_2 - t_1) \times PVC - \sum_{k,i,j,t_1,t_2} X_{i,j}^{k,t_1,t_2} \times t_{i,j} \times CVE - \\
& \sum_{i,j,t_1,t_2} Y_{i,j}^{t_1,t_2} \times t_{i,j} \times CVC
\end{aligned} \quad (2)$$

A função (2) maximiza o lucro da empresa considerando o valor de aquisição dos veículos dos dois tipos, o preço de aluguer de cada veículo e o valor da manutenção de cada veículo, por *time-steps*, que é função do seu tempo de utilização.

Ambas as funções estão sujeitas às seguintes restrições:

$$\sum_k X_{i,j}^{k,t_1,t_2} + Y_{i,j}^{t_1,t_2} = D_{i,j}^{t_1,t_2}, \quad \forall i,j \in I; \forall t_1, t_2 \in T \quad (3)$$

A restrição (3), assegura a satisfação total da procura, isto é, todas as viagens de automóveis, convencionais e elétricos, têm que ser iguais à procura dada  $D_{i,j}^{t_1,t_2}$ .

$$SC_i^t - \sum_{\substack{j,t_2 \\ t_2 > t}} Y_{i,j}^{t,t_2} + \sum_{\substack{j,t_1 \\ t_1 < t}} Y_{j,i}^{t_1,t} = SC_i^{t+1}, \quad \forall i \in I; \forall t \in T \quad (4)$$

As equações (4) fornecem o equilíbrio do número de veículos convencionais na cidade  $i$ , do instante  $t$  para  $t+1$ . No que diz respeito aos veículos convencionais, apenas se consideram entradas e saídas dos mesmos, isto é, o *stock* disponível em  $t+1$  terá em consideração os veículos que saem (viajam) a partir da cidade  $i$  e todos os que entram na mesma cidade, entre os dois instantes de tempo. A Figura 3.1 mostra como funcionam estas restrições.

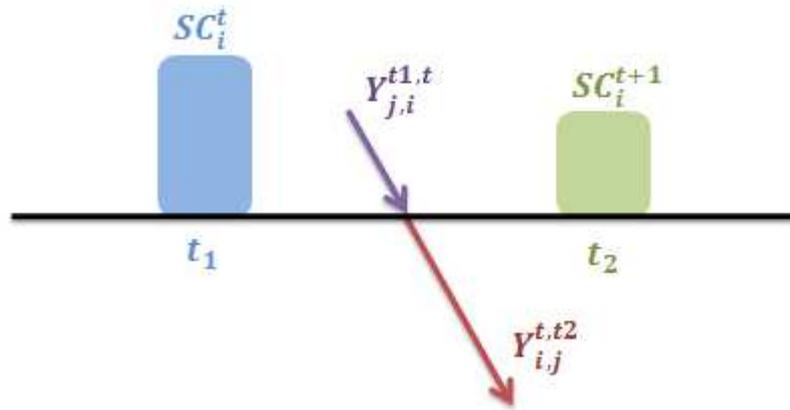


Figura 3.1 - Esquema do equilíbrio de veículos convencionais numa cidade  $i$ .

$$SE_i^t - \sum_{\substack{k,j,t_2 \\ t_2 > t}} X_{i,j}^{k,t,t_2} + \sum_{\substack{k,j,t_1 \\ t_1 < t}} X_{j,i}^{k,t_1,t} - \sum_{\substack{k,t_2 \\ t_2 > t}} Ch_i^{k,t,t_2} + \sum_{\substack{k,t_1 \\ t_1 < t}} Ch_i^{k,t_1,t} = SE_i^{t+1},$$

$$\forall i \in I; \forall t \in T \quad (5)$$

As equações (5), representam o equilíbrio do número de veículos elétricos (*stock* disponível) na cidade  $i$ , do instante  $t$  para  $t+1$ . Para se obter esse equilíbrio é necessário considerar os veículos que saem/viajam partindo da cidade  $i$ , entre os dois instantes, bem como aqueles que entram (acabam de viajar) na estação/cidade  $i$ , no mesmo intervalo de tempo. Além das partidas e chegadas dos automóveis, é indispensável ter em conta os veículos que estão a carregar nesse período de tempo (não estando disponíveis para viagens) e aqueles que terminam de carregar no instante  $t$ . A Figura 3.2 mostra como funciona estas restrições.

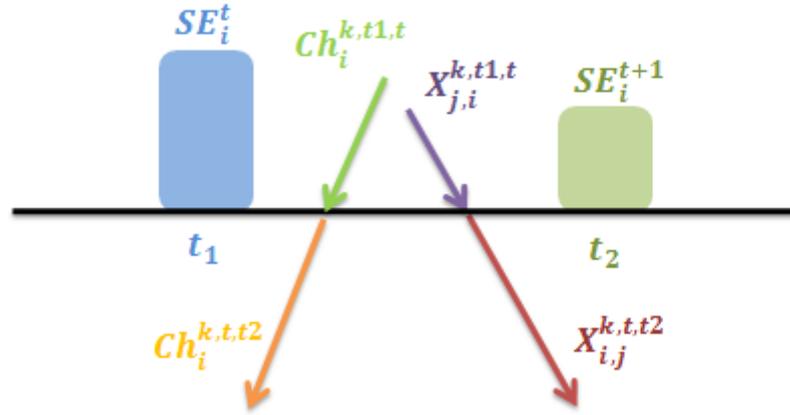


Figura 3.2 - Esquema do equilíbrio dos veículos elétricos na cidade  $i$ .

$$\sum_{\substack{t_2 \\ t_2 < t}} St_i^{k,t,2,t} + \sum_{\substack{t_2 \\ t_2 < t}} Ch_i^{k,t,2,t} + \sum_{\substack{j,t_2 \\ t_2 < t}} X_{j,i}^{k,t,2,t} = \sum_{\substack{t_2 \\ t_2 > t}} St_i^{k,t,t,2} + \sum_{\substack{t_2 \\ t_2 > t}} Ch_i^{k,t,t,2} + \sum_{\substack{j,t_2 \\ t_2 > t}} X_{i,j}^{k,t,t,2}$$

$$\forall k \in K; \forall i \in I; \forall t \in T / \{1\} \quad (6)$$

As restrições (6) obrigam a que o veículo  $k$  possa apenas estar num dos seguintes três estados antes e depois do instante  $t$ , exceto o instante inicial: Parado, a Carregar ou em Viagem.

$$\sum_{\substack{i,t_2 \\ t_2 > t}} St_i^{k,t,t,2} + \sum_{\substack{i,t_2 \\ t_2 > t}} Ch_i^{k,t,t,2} + \sum_{\substack{i,j,t_2 \\ t_2 > t}} X_{i,j}^{k,t,t,2} = W_k,$$

$$t = 1, \forall k \in K \quad (7)$$

As expressões (7) representam uma condição inicial para o primeiro instante ( $t=1$ ), em que um veículo  $k$  assumirá um dos três estados acima referidos. A equação pode assumir o valor zero, visto que alguns dos veículos elétricos (abaixo do máximo definido) podem não ser necessários.

$$Carga^{k,t} = C + \frac{3}{16} \times \sum_{\substack{i,t_1,t_2 \\ t_1,t_2 < t}} Ch_i^{k,t_1,t_2} \times (t_2 - t_1) - \sum_{\substack{i,j,t_1,t_2 \\ t_1,t_2 < t}} X_{i,j}^{k,t_1,t_2} \times t_{i,j} + \\ \frac{3}{16} \times \sum_{\substack{i,t_1,t_2 \\ t_1 < t \leq t_2}} Ch_i^{k,t_1,t_2} \times (t - t_1) - \sum_{\substack{i,j,t_1,t_2 \\ t_1 < t \leq t_2}} X_{i,j}^{k,t_1,t_2} \times t_{i,j} \times \left( \frac{t - t_1}{t_2 - t_1} \right),$$

$$\forall k \in K; \forall t \in T \quad (8)$$

$$Carga^{k,t} \leq C, \quad \forall k \in K; \forall t \in T \quad (9)$$

$$Carga^{k,t} \geq 0, \quad \forall k \in K; \forall t \in T \quad (10)$$

O conjunto de restrições acima indicadas como (8), (9) e (10), garantem que a carga do veículo  $k$  em qualquer instante de tempo,  $t$ , tem que ser positiva ou nula e menor do que a carga máxima de cada veículo:  $C$ . A variável  $Ch_i^{k,t_1,t_2}$  equivale ao carregamento efectuado no veículo  $k$ , sendo que neste modelo apenas se considera carregamentos lentos, isto é, 8h de carregamento correspondem a 100% da carga total, logo  $(t_2 - t_1)$  não poderá ultrapassar as 8h, que serão traduzidas em *time-steps*.

$$\sum_k W_k = U \quad (11)$$

A equação (11) faculta o total de veículos elétricos realmente necessários ( $U$ ) durante o período de otimização.

$$\sum_i SE_i^t = U, t=1 \quad (12)$$

A equação (12) garante que no instante inicial ( $t=1$ ) o número de veículos elétricos nas cidades é igual ao número de veículos elétricos realmente utilizados (somatório de  $W_k$ ).

### 3.2. Testes do Modelo

Como referido anteriormente, o modelo matemático apresentado foi implementado em código, linguagem *Mosel*, utilizando o software *Xpress-MP* da *FICO*. No entanto, de forma a perceber se o modelo está bem construído e se o código está bem implementado, é necessário testá-lo com vários exemplos, nos quais é fácil prever a solução ótima.

Os problemas com variáveis inteiras são caracterizados por uma elevada complexidade e, embora, depois de várias décadas a decorrer investigação nessa área, ainda não se atingiram eficiências comparáveis para a resolução de problemas de Programação Inteira Mista às obtidas na resolução dos casos em que todas as variáveis são contínuas (Rodrigues, 2008), tradicionalmente resolvidos recorrendo ao algoritmo *SIMPLEX*. No caso do software *Xpress-MP*, este utiliza um método de pesquisa denominado *Branch-and-Bound*, que possui a vantagem de não ser necessário testar todas as combinações possíveis de valores das variáveis inteiras para se chegar à solução ótima. Este método resume-se a 4 passos fundamentais (Rodrigues, 2008):

- **Inicialização** – Resolve o problema de programação linear sem restrições de integralidade, ou seja faz um relaxamento dessas restrições;
- **Ramificação** – Seleciona uma sub-região das soluções admissíveis, ramificando o problema através da escolha de uma variável, a que obriga a toma de dois valores inteiros mais próximos do seu valor relaxado;
- **Avaliação** – Para cada subconjunto obtém um valor da função objetivo nessa sub-região;
- **Teste** – Se já não existirem sub-regiões a explorar, pára e regista a solução que será a ótima.

Além disso, o software tem sido desenvolvido de forma a produzir resultados bons mais rapidamente recorrendo para isso a métodos auxiliares. Por exemplo recorre a uma heurística para escolher as variáveis a ramificar em vez de as escolher ao acaso.

Para a construção dos exemplos de teste e verificar se as restrições e o modelo estão bem construídos, apenas se utilizou a função objetivo de maximização da procura satisfeita com veículos elétricos.

Os testes efetuados, consistem todos em considerar apenas três cidades/estações de aluguer de veículos. Diferenciando entre si, tempos de viagem, número de viagens, instantes de saída e entrada de veículos e número máximo de veículos elétricos disponíveis.

De referir que, os tempos de viagem entre cidades e instantes de entrada e saída de veículos se encontram em *time-steps*. De um *time-step* a outro, são 30 minutos, visto que se trata de viagens entre cidades, não fazendo sentido considerar um intervalo de menor dimensão. Sabemos que quanto menor o intervalo de tempo maior a complexidade do problema já que isso leva à criação de mais variáveis inteiras.

A carga máxima escolhida,  $C$ , foi de 3 *time-steps*, uma vez que ao considerar que entre as cidades optadas o trajeto pode ser feito através de autoestrada, fora as entradas e saídas nas cidades. Considerando uma velocidade média de 120km/h e que um veículo elétrico atualmente tem cerca de 150km de autonomia, isto corresponde a cerca de 1h e 30 min de viagem, o que se traduz em 3 *time-steps* para o presente modelo.

### 3.2.1. Teste 1

O primeiro teste consiste em considerar três cidades, com os mesmos tempos de viagem entre si, 3 *time-steps*, e considerando um tempo de viagem de um *time-step* quando se trata de origem e destino na mesma cidade, tal como esquematizado na Figura 3.3 e na matriz de tempos de viagem no Quadro 3.1.

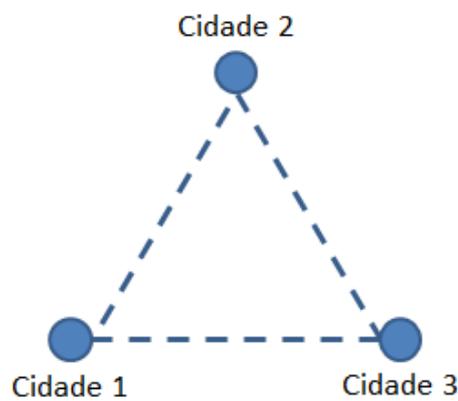


Figura 3.3 - Esquema das 3 cidades.

$t_{i,j}$	1	2	3
1	1	3	3
2	3	1	3
3	3	3	1

Quadro 3.1 - Matriz de tempos de viagem em *time-steps*.

Neste caso, apenas se consideraram 6 veículos elétricos de dimensão máxima da frota ( $N$ ) e o Quadro 3.2 apresenta as viagens entre cidades com os instantes de entrada e saída da estação.

$i$	$j$	$t1$	$t2$	$D$
1	2	1	6	6
2	3	22	28	6
3	1	44	50	6

Quadro 3.2 - Quadro com procura de viagens entre cidades, com instantes de entrada e saída da estação – Teste 1.

Como se pode verificar no Quadro 3.2, as viagens encontram-se em ciclo entre as cidades, e os instantes de entrada e saída de veículos permite que se efetue o carregamento total da bateria. Além disso, a procura é igual ao número máximo de veículos elétricos na frota,  $N$ , o que se deverá traduzir num resultado em que todos os veículos serão utilizados e todas as viagens serão satisfeitas.

Na Figura 3.4 pode observar-se um esquema produzido automaticamente pelo *Xpress-MP*, e que tem como eixo vertical cada cidade e no horizontal o tempo. Na legenda estão sempre as cidades e um vetor com o número total de viagens em veículo elétrico (verde) e viagens em veículo convencional (vermelho) seguidamente e quando for caso disso poderão apresentar vetores para cada um dos primeiros 6 veículos do modelo. Observando a figura conclui-se que o modelo matemático atribuiu bem as viagens, colocando todos os veículos elétricos a efetuar as viagens em ciclo. Sendo assim, os veículos estão a ser carregados no tempo previsto, de modo a satisfazerem as viagens seguintes.

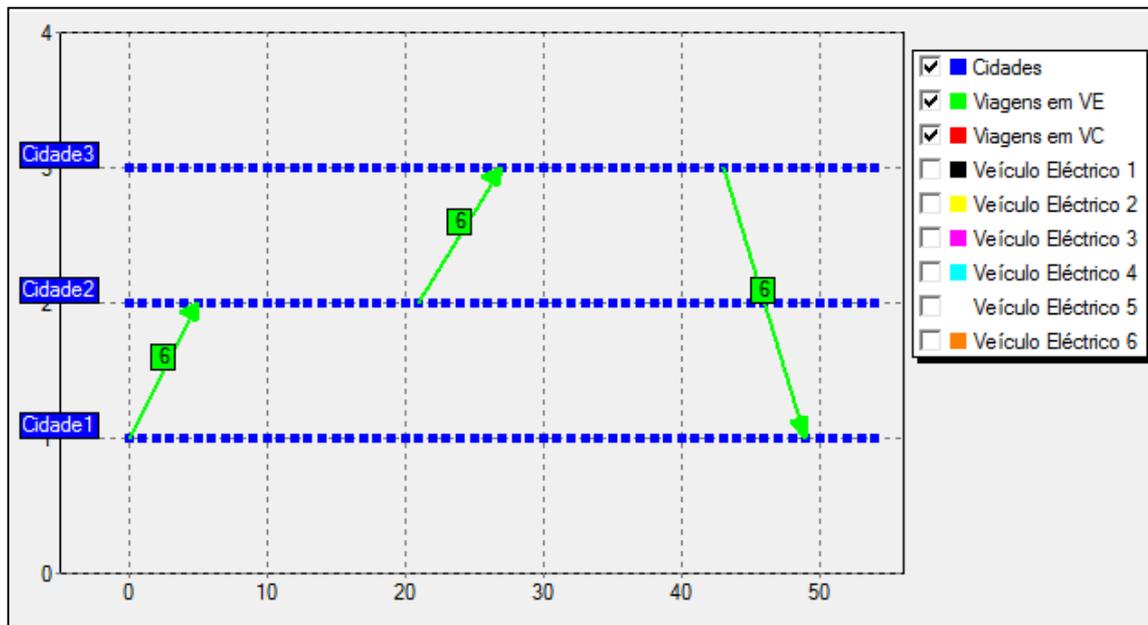


Figura 3.4 - Gráfico do Resultado do Teste 1, retirado do XPress-MP.

O valor da função objetivo deste teste é:

$$Z = \sum_{k,i,j,t1,t2} X_{i,j}^{k,t1,t2} = 18$$

A função, neste caso, tem como resultado 18 viagens efetuadas com veículos elétricos. Para uma melhor perceção do resultado apresenta-se a Figura 3.5 que ilustra o ciclo de viagens realizadas entre as cidades/estações.

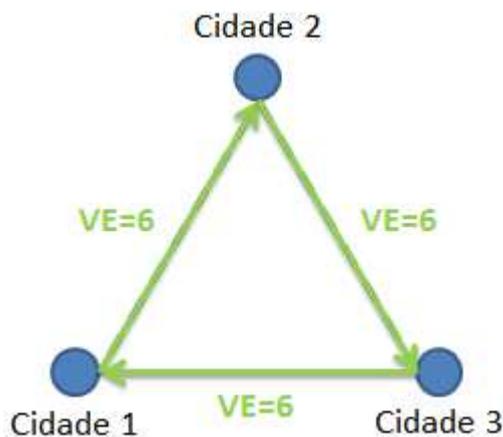


Figura 3.5 - Esquema com a solução ótima do Teste 1.

### 3.2.2. Teste 2

O segundo teste considera as mesmas três cidades, com a mesma matriz de tempo de viagens que o Teste 1, Quadro 3.1. Consideram-se também 6 veículos elétricos na frota,  $N$ , e o Quadro 3.3 representa o vetor de procura de viagens entre as cidades com instantes de entrega e aluguer do veículo na estação.

i	j	t1	t2	D
1	2	1	6	6
2	3	6	12	6
3	1	12	18	6

Quadro 3.3 - Quadro com procura de viagens entre cidades, com instantes de entrada e saída da estação – Teste 2.

Ao analisar o Quadro 3.3, verifica-se que os instantes de entradas e saídas dos veículos não permitem que os veículos elétricos efetuem carregamento entre as viagens, e que a procura de automóveis em cada cidade é igual aos disponíveis na frota.

Observando então a Figura 3.6, capturada do *Xpress-MP*, verifica-se tal como previsto, que apenas as 6 viagens iniciais, entre a cidade 1 e a 2, utilizam os veículos elétricos, visto que estes não têm tempo para carregar de forma a efetuar as próximas viagens, tanto para as viagens entre a cidade 2 e 3, bem como para as viagens com origem na cidade 3 e destino na cidade 1. Do instante de entrega na cidade 2 para o instante de saída da cidade 3, existe um intervalo de 6 *time-steps*, mas estes são insuficientes para garantir a carga total necessária às próximas viagens

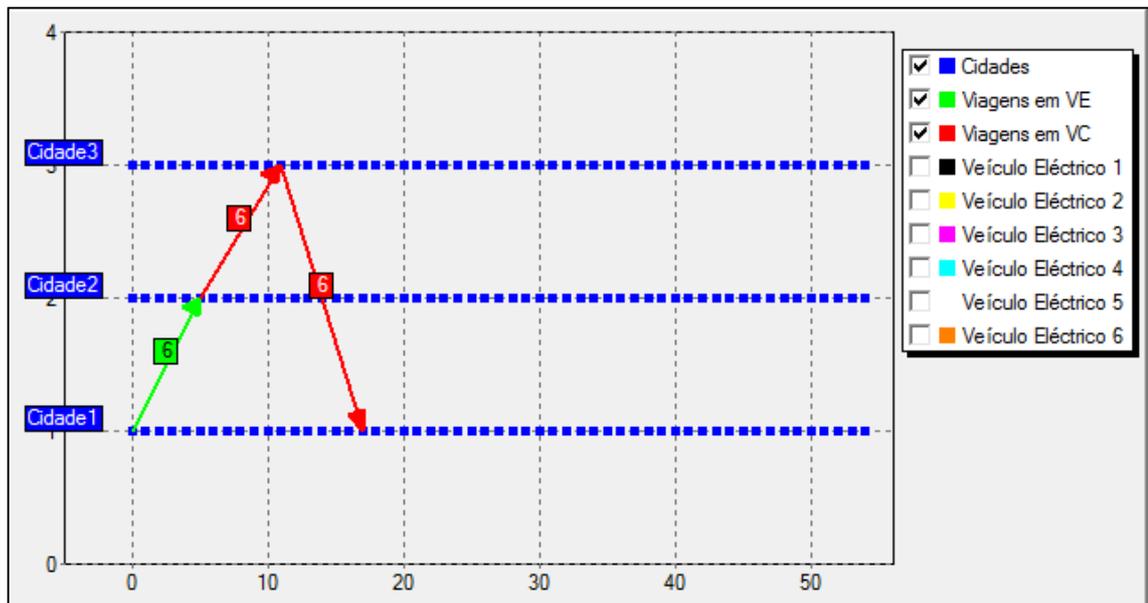


Figura 3.6 - Gráfico do Resultado do Teste 2, retirado do XPress-MP.

É necessário relembrar que a carga total corresponde a 3 *time-steps*, e que o tempo de viagem entre as cidades toma o mesmo valor.

O valor da função objetivo deste Teste é:

$$Z = \sum_{k,i,j,t1,t2} X_{i,j}^{k,t1,t2} = 6$$

O resultado deste Teste será 6 viagens efetuadas por veículos elétricos, sendo as restantes 12 viagens, entre a cidade 2 e 3 e entre a 3 e a 1 realizadas por veículos convencionais.

A Figura 3.7 elucidada como as viagens são elaboradas em ciclo entre as cidades e quais os veículos utilizados entre estas.

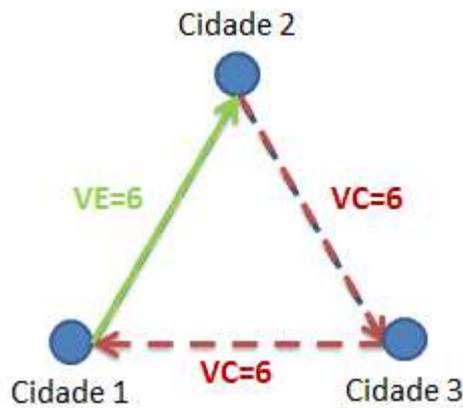


Figura 3.7 - Esquema com a solução óptima do Teste 2.

### 3.2.3. Teste 3

O terceiro teste, bem como o primeiro e o segundo, possuem a mesma matriz de tempos de viagem, Quadro 3.1. O número de veículos elétricos máximo na frota é de 6 ( $N$ ) e o Quadro 3.4 apresenta a procura de veículos entre as cidades, com instantes de entrada e saída da estação. Pode ver-se no Quadro 3.4, que os veículos elétricos não possuem tempo para carregar, tal como no Teste anterior, mas que a procura de automóveis é inferior ao total de VE's.

i	j	t1	t2	D
1	2	1	6	5
2	3	6	12	5
3	1	12	18	5

Quadro 3.4 - Quadro com procura de viagens entre cidades, com instantes de entrada e saída da estação – Teste 3.

Através da Figura 3.8, expõe-se o gráfico resultante do modelo matemático com os dados do Teste 3, do *Xpress-MP*, onde se observa que 5 veículos elétricos são utilizados nas 5 viagens iniciais, e que o outro veículo elétrico é usado numa das viagens seguintes, entre a cidade 2 e 3. Assim como no Teste 2 os veículos não possuem tempo para o carregamento de 100% da bateria, logo não podem satisfazer a procura restante, depois de realizarem a primeira viagem.

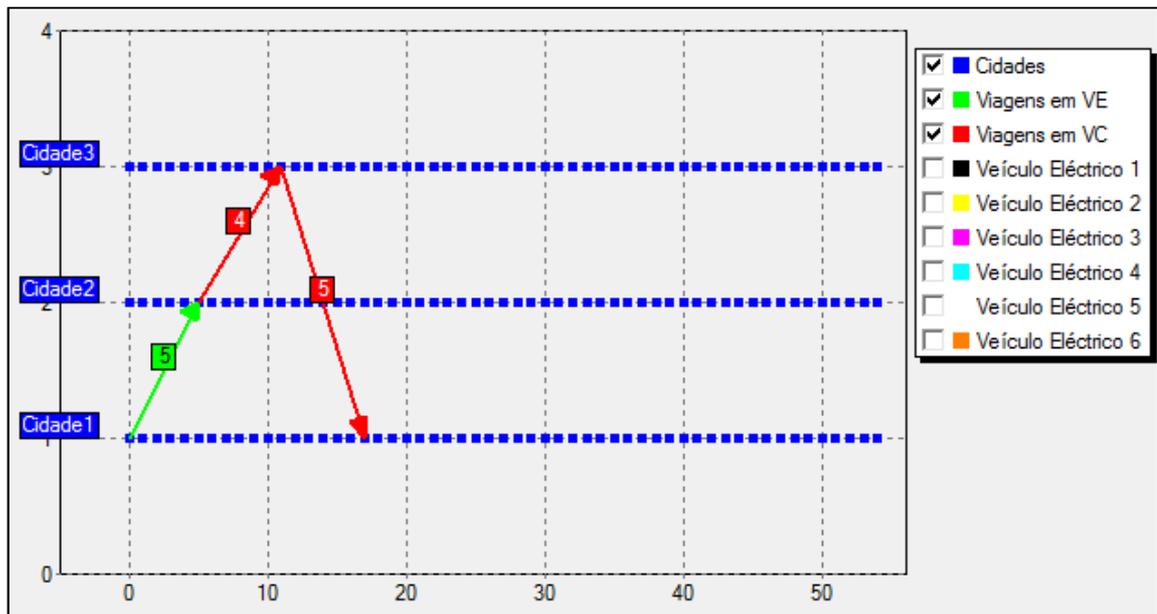


Figura 3.8 - Gráfico do Resultado do Teste 3, retirado do *XPress-MP*.

Na Figura 3.9 observa-se que os veículos elétricos do número 1 a 5 efetuam a procura da cidade 1 até à 2 (ter em consideração que há sobreposição dos vetores representados), e que o veículo número 6 realiza a outra viagem, isto obedece à conservação do estado do veículo  $k$ , isto é, o veículo 6, como não seria usado na cidade 1, o modelo coloca-o inicialmente na cidade 2.

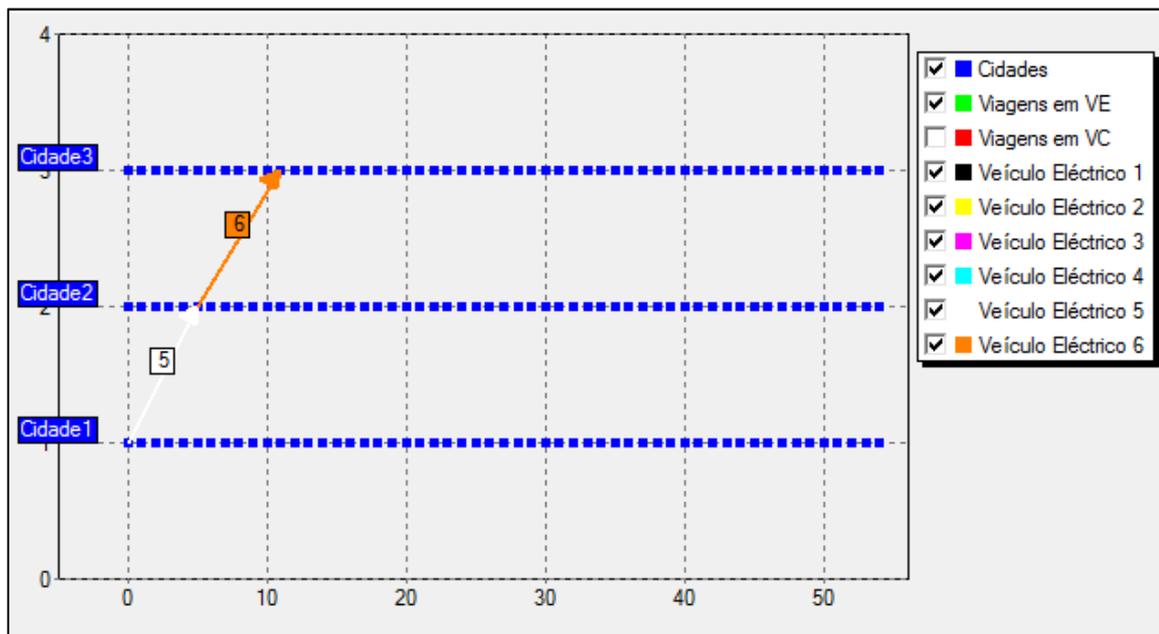


Figura 3.9 - Gráfico com os veículos elétricos utilizados para efectuar as viagens, retirado do *XPress-MP*.

O valor máximo da função objetivo deste Teste é:

$$Z = \sum_{k,i,j,t1,t2} X_{i,j}^{k,t1,t2} = 6$$

A solução deste Teste corresponde à realização de 6 viagens efetuadas por VE's, e as restantes 9 por veículos convencionais. A Figura 3.10 apresenta o círculo de trajetos entre as cidades.

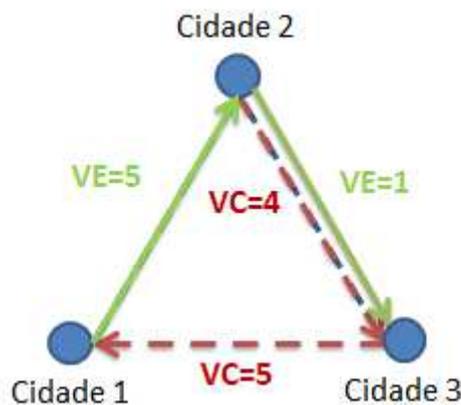


Figura 3.10 - Esquema com a solução óptima do Teste 3.

### 3.2.4. Teste 4

O quarto teste possui a mesma matriz de tempo de viagens que todos os outros, Quadro 3.1. O número máximo de veículos elétricos na frota é de apenas 2 ( $N$ ) e o Quadro 3.5 mostra o número de viagens a partir de cada cidade, com instante de saída e entrada em cada estação.

i	j	t1	t2	D
1	2	1	3	2
2	3	5	10	4
3	1	20	24	3

Quadro 3.5 - Quadro com procura de viagens entre cidades, com instantes de entrada e saída da estação – Teste 4.

Observando o Quadro anterior, verifica-se que os veículos têm tempo suficiente para carregar entre o instante de entrada na cidade 2 e a saída da cidade 3. No entanto, visto que só existem 2 veículos elétricos na frota, se estes efetuarem a viagem de 1 para 2, não poderão efetuar a de

3 para 1, devido à conservação do estado do veículo, isto é, um veículo  $k$  que é entregue numa cidade, não poderá ser alugado noutra cidade sem que efetue a viagem até ela.

A Figura 3.11 exibe o gráfico obtido pelo *Xpress-MP*:

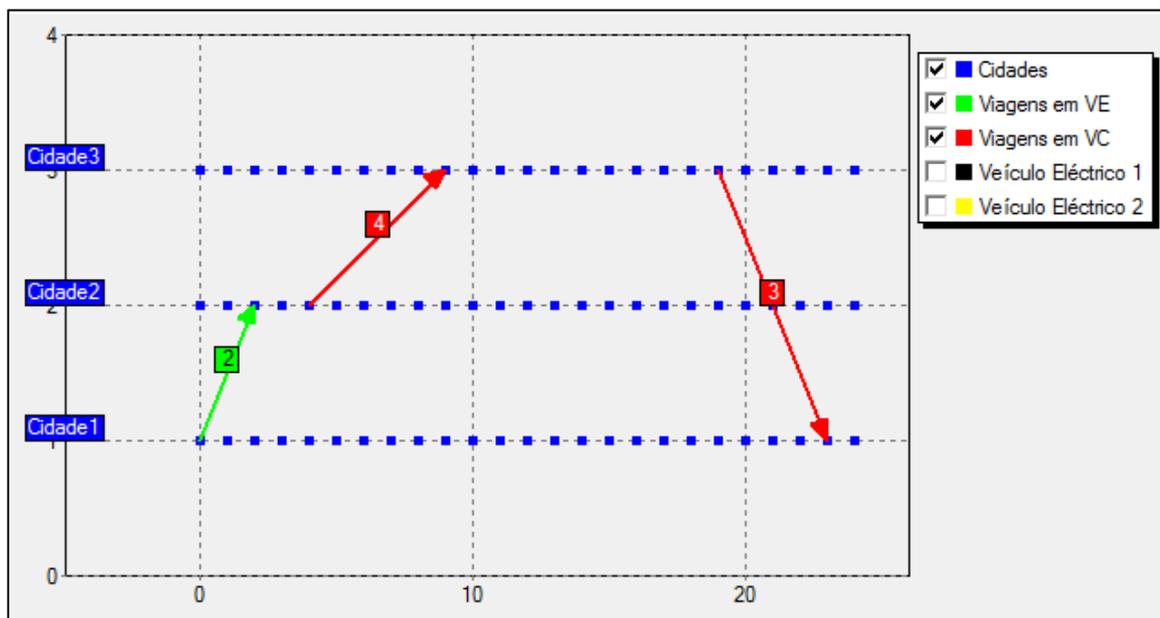


Figura 3.11 - Gráfico do Resultado do Teste 4, retirado do *XPress-MP*.

Ao visualizar o gráfico, pode concluir-se que o modelo garantiu a conservação do estado do veículo  $k$ , e que não consegue garantir a carga suficiente para efetuar todas as viagens, como era de prever.

O valor máximo da função objetivo é:

$$Z = \sum_{k,i,j,t1,t2} X_{i,j}^{k,t1,t2} = 2$$

Sendo assim, o resultado deste Teste é de 2 viagens realizadas com VE's e a restante procura a ser satisfeita com veículos convencionais. A Figura 3.12 esquematiza a trajetória de viagens.

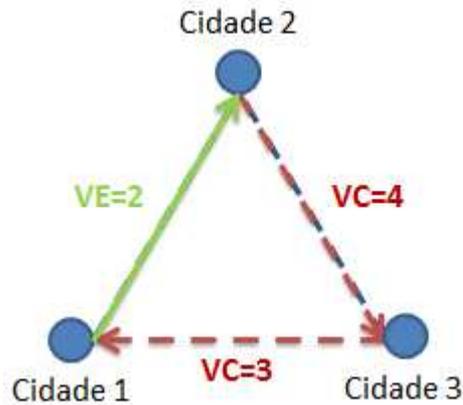


Figura 3.12 - Esquema com a solução óptima do Teste 4.

**3.2.5. Teste 5**

O último teste, considera também as 3 cidades, mas distanciadas de diferente forma que as dos testes anteriores, considerando menor tempo de viagem entre a cidade 1 e 2, e entre 2 e a 3. A Figura 3.13 apresenta o esquema da localização das cidades e o Quadro 3.6 a matriz dos tempos de viagem entre cidades, em *time-steps*.

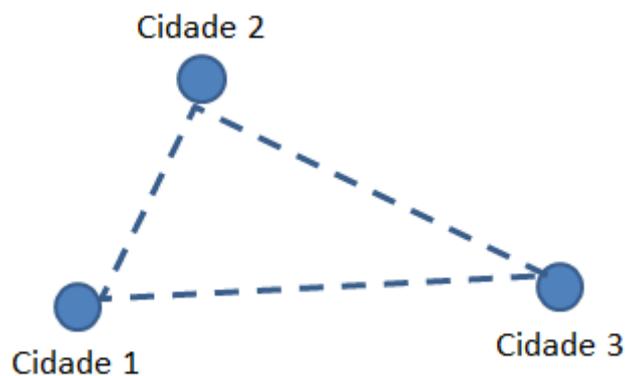


Figura 3.13 - Esquema das 3 cidades.

$t_{i,j}$	1	2	3
1	1	1	3
2	1	1	2
3	3	2	1

Quadro 3.6 - Matriz de tempos de viagem em *time-steps*.

Neste caso, consideram-se 2 veículos elétricos,  $N$ , e o Quadro 3.7 mostra o vetor de procura de automóveis, podendo verificar-se que os veículos não têm tempo suficiente para efetuar o carregamento lento. No entanto como a distância entre a cidade 1 e a 2 é de apenas 1 *time-step* e da 2 para 3 é de 2 *time-steps*, o mesmo veículo  $k$  poderá satisfazer estas duas procuras, enquanto o outro veículo da frota será colocado inicialmente na cidade 3, para efetuar uma das viagens até 1.

i	j	t1	t2	D
1	2	1	5	1
2	3	7	12	1
3	1	15	20	2

Quadro 3.7 - Quadro com procura de viagens entre cidades, com instantes de entrada e saída da estação – Teste 5.

Ao correr o modelo no software Xpress-MP, obteve-se o gráfico da Figura 3.14. onde se pode concluir que o modelo alcançou o resultado esperado e, como se pode ver na Figura 3.15, o veículo elétrico número 2 efetua as duas viagens consecutivas da cidade 1 para 2 e desta para a 3, e que o veículo elétrico número 1 é inicialmente colocado na cidade 3 e realiza a viagem até à estação 1.

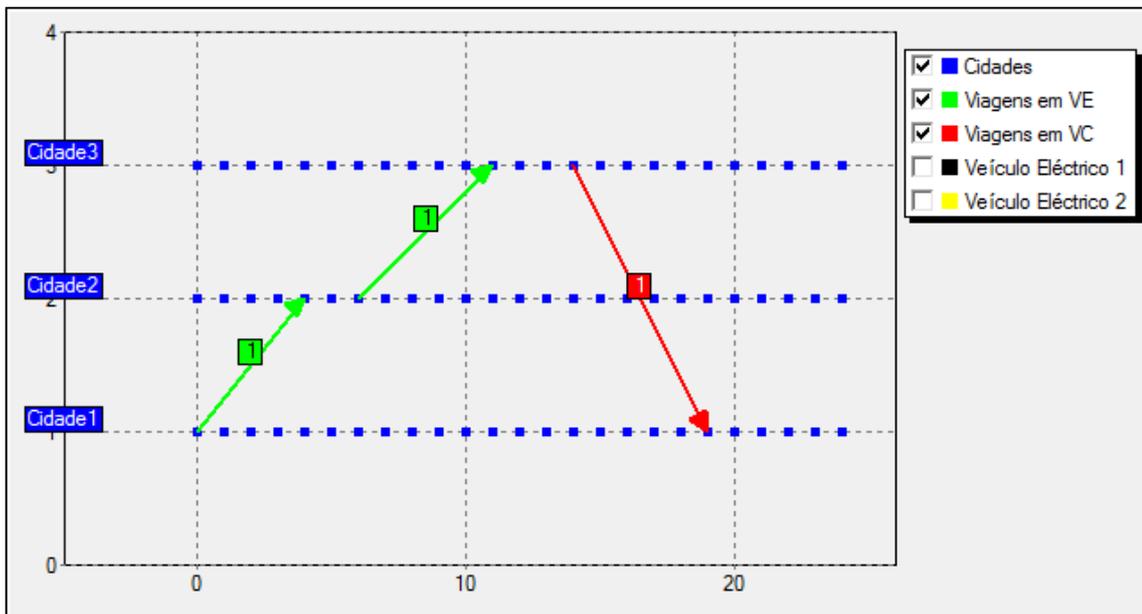


Figura 3.14 - Gráfico do Resultado do Teste 5, retirado do *XPress-MP*.

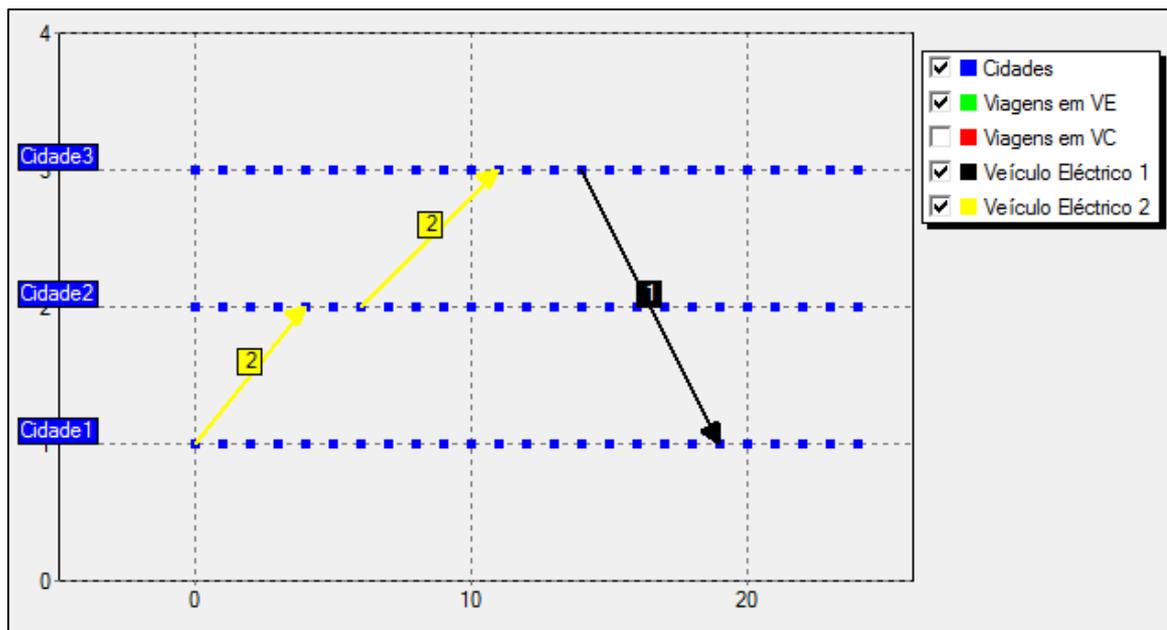


Figura 3.15 - Gráfico com os veículos elétricos utilizados para efectuar as viagens, retirado do *XPress-MP*.

O valor máximo da função objetivo deste Teste é:

$$Z = \sum_{k,i,j,t1,t2} X_{i,j}^{k,t1,t2} = 3$$

Como já referido em cima, são efetuadas 3 trajeteto com veículos elétricos, e apenas uma viagem é satisfeita por um veículo convencional. A Figura 3.16 ilustra o ciclo de viagens.

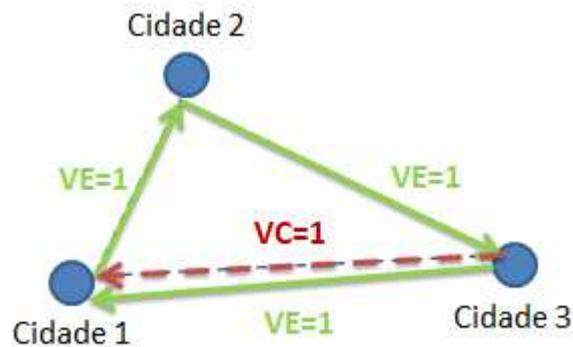


Figura 3.16 - Esquema com a solução óptima do Teste 5.

### 3.2.6. Conclusões dos Testes Efetuados

Ao analisar os resultados de todos os testes realizados ao modelo matemático e, à construção do código no software *Xpress-MP*, verifica-se que as soluções correspondem às previstas aquando da criação dos Testes.

Ganhamos então a confiança de que o modelo matemático possui as restrições corretas para ambas as funções objetivo, e que poderá ser aplicado num conjunto de dados reais, de forma a obter soluções para um determinado sistema de *renting*.

## 4. APLICAÇÃO NUMÉRICA

Para a aplicação do modelo a um caso de dimensão real, o ótimo seria possuir dados de uma empresa de aluguer de veículos, em que se teria acesso a informação do número de viagens efetuadas entre cada cidade, e os tempos de aluguer do automóvel. No entanto, isso não foi possível, sendo que se decidiu aplicar o modelo a apenas uma região, recorrendo a uma matriz de viagens sintéticas, resultante da aplicação de um modelo gravitacional não restringido, com base na população da cidade de origem e da cidade de destino, em que o fator de impedância depende do tempo da viagem e da distância entre cada par OD. A matriz disponibilizada, decorre de trabalho efetuado numa Tese de Doutoramento do Departamento de Engenharia Civil (Santos,2009).

As cidades seleccionadas para esta Aplicação foram as seguintes (Figura 4-1):

- Aveiro (Av)
- Viseu (Vs)
- Coimbra (Cbr)
- Leiria (L)
- Castelo Branco (CB)
- Santarém (St)
- Lisboa (Lx)



Figura 4.1 - Localização das Cidades em Portugal, para Aplicação do Modelo.

A escolha das capitais de Distrito da Região Centro deve-se à proximidade desta região com a Universidade de Coimbra. A cidade de Lisboa foi incluída pois trata-se da capital do País gerando o maior número de viagens a nível nacional. Podemos também acrescentar que todas estas cidades pertencem à Rede Nacional de Postos de Carregamento (*MOBIE*).

Apresentam-se de seguida os dados e constantes que foram considerados no modelo, tanto com a função objetivo de Maximização da Procura de Veículos Elétricos, como a de Maximização do Lucro.

#### 4.1. Dados

Para a resolução do problema pelo modelo matemático apresentado no capítulo 3, para ambas as funções objetivo, é necessário definir as constantes e os vetores de dados.

#### 4.1.1. Constantes

- $M = 7$  cidades
- $N = 1; 5; 10; 15; 20$  veículos eléctricos
- $P = 96$  Time – steps
- $C = 3$  Time – steps de Carga Máxima
- $VVE = 157$  €/Período de optimização
- $VVC = 87$  €/Período de optimização
- $PVE = 43/19$  €/Time – step
- $PVC = 40/19$  €/Time – step
- $CVE = 57/200$  €/Time – step
- $CVC = 271/200$  €/Time – step

Os valores aparentemente reduzidos para a frota máxima de veículos eléctricos que foram adotados ( $N$ ) devem-se ao facto de hoje em dia as empresas de Rent-a-Car ainda não os possuírem ou quando os possuem, são frotas com dimensões muito pequenas. Em relação às várias dimensões das frotas colocadas no modelo, servem para poder analisar o quanto se pode aumentar as viagens efetuadas por estes veículos, quando se aumenta o número destes ( $N$ ).

Para este caso de aplicação, considerou-se que o intervalo entre *time-steps* é de 30 minutos, uma vez que se trata de viagens entre cidades.

O período de otimização é de 96 *time-steps*, o que equivale a uma semana (5 dias úteis), em que cada dia corresponde a 19 *time-steps*, resultantes do horário de atendimento de estações de uma empresa de Rent-a-Car em cidades sem aeroporto (das 9h às 18h30).

A carga máxima escolhida,  $C$ , foi de 3 *time-steps*, uma vez que se considera que entre as cidades incluídas o trajeto pode ser feito através de autoestrada, fora as entradas e saídas nas cidades. Considerando uma velocidade média de 120km/h e que um veículo elétrico atualmente tem cerca de 150km de autonomia, isto corresponde a cerca de 1h e 30 min de viagem, o que se traduz em 3 *time-steps* para o presente modelo.

É necessário ter em conta o valor de aquisição dos veículos e para o cálculo deste recorreu-se a uma ferramenta desenvolvida em *EXCEL* disponível online para consulta livre, concebida pela empresa Alemã *iINTERFILE*. No cálculo considerou-se um valor de 20.000€ e 36.000€, como preço de veículo convencional e elétrico, respetivamente, e um valor residual de 5.000€ para o fim da sua utilização. O prazo de financiamento adotado foi de 3 anos, uma vez que se tratam de veículos de aluguer e são substituídos após poucos anos de utilização. O valor de juro efetivo é de 12%, sendo este um valor por defeito da ferramenta. Sendo assim, resulta os valores de 86,75€ e 156,6€ por semana, para os dois tipos de veículos. Estes valores foram arredondados para 87€ e 157€ por semana (período de otimização), para colocação no modelo.

Para estabelecer o preço de aluguer cobrado aos clientes pela utilização de um serviço de *renting*, guiámo-nos pelos valores praticados por uma das grandes empresas a nível nacional, *EUROPCAR*, que já possui veículos elétricos na sua frota, mesmo que em número reduzido. Nessa empresa o preço de aluguer de um veículo elétrico é de 43€ por dia, enquanto o de um veículo convencional, semelhante em termos de tamanho a um VE, é cerca de 40€ por dia. Estes preços tiveram que ser alterados para €/time-step, e como referido anteriormente, um dia corresponde a 19 *time-steps*. Obtendo então os valores de *PVE* e de *PVC* acima indicados.

Os valores de manutenção para ambos os veículos que o modelo abrange foram retirados de um site oficial de uma marca de automóveis que fabrica os dois tipos. A manutenção de um veículo elétrico é de cerca de 57€ aos 10.000km, enquanto um veículo convencional acarreta um valor mais alto, de 271€ aos 10.000km. Os 10.000km correspondem a cerca de 200 *time-steps* considerando o mesmo raciocínio que para os 3 *time-steps* de carga máxima que fizemos corresponder a 150km percorridos.

### 4.1.2. Tempos de Viagem

A matriz de tempos de viagem ( $t_{i,j}$ ) entre as cidades para esta aplicação resume-se ao tempo aproximado de viagem do centro da cidade de Origem até ao centro da cidade de Destino. Foram considerados os tempos até aos centros das cidades, isto é, tempo na estrada principal que une essas cidades e, tempos de entrada e saída nas mesmas. Uma vez que se trata de veículos elétricos é necessário ter em conta o total percorrido, de modo a garantir que a autonomia do mesmo seja suficiente.

Além disso, optou-se por considerar o menor tempo possível (um instante) para alugueres com origem e destino na mesma cidade.

	Aveiro	Viseu	Coimbra	Leiria	Castelo Branco	Santarém	Lisboa
Aveiro	1	2	2	4	7	5	7
Viseu	2	1	3	4	4	6	8
Coimbra	2	3	1	2	5	3	5
Leiria	4	4	2	1	4	2	4
Castelo Branco	7	4	5	4	1	4	6
Santarém	5	6	3	2	4	1	3
Lisboa	7	8	5	4	6	3	1

Quadro 4.1 - Matriz de Tempos de Viagens (*Time-steps*) entre cidades –  $t_{i,j}$ .

### 4.1.3. Vetor de Alugueres

De acordo com a matriz OD de viagens na região centro, foi possível recriar uma nova matriz com viagens em veículos alugados, tendo multiplicado a informação original por um fator, reduzindo assim o número de viagens. Além disso, a matriz não contempla as viagens com origem e destino na mesma cidade, e uma vez que, a maioria dos alugueres efetuados são desse modo, cerca de 80%, conforme foi referido por uma grande empresa de *renting* a trabalhar em Portugal, considerou-se esse dado para gerar as viagens com saída e entrada na mesma cidade.

	Matriz (Alugueres/dia)						
	Aveiro	Viseu	Coimbra	Leiria	Castelo Branco	Santarém	Lisboa
Aveiro	12	1	3	1	1	1	4
Viseu	1	36	1	1	1	1	3
Coimbra	3	1	68	2	1	2	7
Leiria	1	1	2	88	1	4	12
Castelo Branco	1	1	1	1	32	1	2
Santarém	1	1	2	4	1	59	49
Lisboa	4	3	7	12	2	49	312

Quadro 4.2 - Matriz de Alugueres por dia entre cada cidade.

Outro dado necessário para o modelo são os tempos de aluguer, ou seja, o instante de saída e de entrada em cada estação/cidade. Os instantes de saída foram gerados através de uma diária de saídas que é proporcional à distribuição das viagens ao longo de um dia numa cidade, isto é com duas pontas na manhã e tarde. Considerou-se o instante de entrega do veículo sempre um dia depois (19 *time-steps*), tratando-se assim de alugueres diários.

Segundo o Quadro 4.2 e a distribuição efetuada, gerou-se um vetor de procura de viagens, com a informação:

- $t_1$  – instante de saída do veículo da cidade  $i$ ;
- $t_2$  – instante de entrada do veículo da cidade  $j$ ;
- $i$  – cidade de origem da viagem;
- $j$  – cidade de destino da viagem;
- $D_{i,j}^{t_1,t_2}$  – Número de viagens

## 4.2. Resultados

Como apresentado no Capítulo 3, na subsecção 3.1.6., foram criadas duas funções objetivo, sendo de seguida expostos os resultados para ambas, de forma a poder comparar e criticar resultados, bem como, conclusões acerca do que cada função produz.

Para uma melhor perceção das viagens que podem ser efetuadas por veículos elétricos, o Quadro 4.3 apresenta a verde essas possibilidades, e a branco as viagens que apenas podem ser realizadas por veículos convencionais, devido ao tempo de viagem entre as cidades.

	Aveiro	Viseu	Coimbra	Leiria	Castelo Branco	Santarém	Lisboa
Aveiro	1	2	2	4	7	5	7
Viseu	2	1	3	4	4	6	8
Coimbra	2	3	1	2	5	3	5
Leiria	4	4	2	1	4	2	4
Castelo Branco	7	4	5	4	1	4	6
Santarém	5	6	3	2	4	1	3
Lisboa	7	8	5	4	6	3	1
Setúbal	7	8	6	4	6	3	2

Quadro 4.3 – Matriz com delimitação dos tempos de viagens (*Time-steps*) entre cidades possíveis de realizar por veículos elétricos.

### 4.2.1. Maximização da Procura por Veículos Elétricos

A função de maximização da procura obriga a que o modelo utilize os veículos elétricos para satisfazer o máximo de viagens possíveis. Sendo que, quanto mais veículos elétricos existir na frota, mais viagens poderão ser realizadas através destes, desde que possuam carga suficiente para a distância em questão.

Através do modelo concebido, e para a função em causa, obtêm-se indicadores como, as viagens realizadas por cada tipo de veículo, elétricos e convencionais, sendo a procura satisfeita por veículos elétricos a primeira função objetivo, bem como a frota dos veículos convencionais, e o total de viagens satisfeitas.

Além disso, é possível retirar a informação sobre o lucro que os veículos elétricos e convencionais produzem para uma empresa de *renting*, considerando os dados anteriormente referidos. Esta informação no modelo de maximização da procura é apenas indicador e na segunda é a própria função objetivo como já referido.

De seguida, apresenta-se o Quadro 4.4, com os resultados obtidos para a função de maximização da procura.

Função Objectivo : Maximização da Procura satisfeita por Veículos Eléctricos										
C - 3 Time-steps	Frota de Veículos Convencionais	Viagens Totais	Viagens realizadas com veiculos eléctricos	Viagens realizadas com veiculos convencionais	Viagens realizadas com veiculos eléctricos [%]	Viagens realizadas com veiculos convencionais [%]	Lucro médio por VE [€]	Lucro médio por VC [€]	Lucro dos VE's [€]	Lucro dos VC's [€]
N - 1 veículos eléctricos	875	3329	4	3325	0,12	99,88	13,86	56,43	13,86	49377,80
N - 5 veículos eléctricos	870		20	3309	0,60	99,40	13,86	56,55	69,30	49194,50
N - 10 veículos eléctricos	868		40	3289	1,20	98,80	13,86	55,99	138,60	48595,60
N - 15 veículos eléctricos	862		60	3269	1,80	98,20	13,82	56,09	207,33	48347,40
N - 20 veículos eléctricos	859		80	3249	2,40	97,60	13,82	55,69	276,35	47836,80

Quadro 4.4 - Resultados obtidos pelo modelo, com a Função Objectivo de Maximizar a Procura satisfeita por veículos eléctricos, através do *Xpress*.

Analisando o Quadro 4.4, pode-se verificar que, no que diz respeito à frota de veículos convencionais esta diminui aquando do aumento da frota elétrica, o que tem todo o sentido, pois serão necessários menos convencionais para realizar as viagens requisitadas.

As viagens efetuadas por veículos elétricos aumentam proporcionalmente com o tamanho da frota, correspondendo a cada veículo elétrico efetuar 4 viagens. Isto deve-se ao facto de os dados relativos ao vetor de procura de viagens, que foram inseridos no modelo terem sido gerados de uma forma sintética para esta dissertação e não por um padrão real de procura numa empresa de aluguer de automóveis, além de que se considerou todos os alugueres diários, intervalo de tempo entre saída e entrada do veículo de 19 *time-steps*.

No que se refere ao lucro obtido por veículo nas duas tecnologias, é notório que os veículos convencionais são mais proveitosos do ponto de vista da empresa, sendo que a maior fatia do lucro total provém destes. No entanto, os veículos elétricos não causam prejuízo, apenas produzem muito menos que os outros.

O modelo coloca a maior quantidade de viagens realizadas pela frota elétrica na procura com a mesma cidade de origem e destino, pois estas correspondem a menores tempos de viagem, o que se traduz numa menor perda de carga, podendo cada veículo efetuar mais viagens. No entanto é importante referir que as soluções obtidas pelo modelo com esta função são soluções ótimas alternativas, isto é, as viagens obtidas para cada veículo elétrico entre cada par Origem-Destino podem variar entre pares, desde que os instantes de entrada e saída permitam as 4 viagens. É fácil verificar que outras cidades poderiam ter sido selecionadas para o veículo elétrico já que todas elas têm um tempo de viagem igual a 1 quando se trata de sair e entrar novamente na mesma cidade.

#### **4.2.2. Maximização do Lucro**

O modelo com a função objetivo de maximização do lucro, sem obrigar a utilização de veículos elétricos, tem sempre como resultado o lucro máximo que a empresa obtém colocando os veículos convencionais a efetuar toda a procura (3329 viagens), independentemente da dimensão da frota de elétricos. Conclui-se então, que os veículos elétricos são significativamente menos lucrativos que os convencionais. A dimensão da frota de veículos convencionais obtida para este caso é de 875 veículos, e com um lucro de 67907,4€, ou seja, um lucro médio por veículo convencional de 77,61€.

Torna-se assim importante impor no modelo a utilização dos veículos elétricos no sentido de compreender em que condições estes devem ser utilizados.

---

### 4.2.3. Maximização do Lucro com utilização obrigatória de Veículos Elétricos

Para esta função foi necessário adicionar ao modelo uma nova restrição de modo a que seja obrigatória a utilização de veículos elétricos para efetuar uma parte das viagens. A expressão (13) que se segue, impõe que o número de veículos elétricos utilizados seja igual ao número de veículos máximo da frota elétrica.

$$\sum_k W_k = N \quad (13)$$

A função de maximização do lucro fornece-nos como solução o lucro máximo total que a empresa produz ao colocar veículos elétricos a efetuar viagens possíveis para estes. Esse lucro é subdividido para ambos os tipos de veículos. Com esta função obtêm-se os mesmos indicadores que com a função de maximização da procura, acrescentando um indicador com as viagens realizadas por veículos elétricos para os pares OD, visto que se trata de uma informação importante para clarificar a solução que o modelo nos dá.

De seguida apresentam-se os Quadros 4.5 e 4.6, com os resultados obtidos para a função de maximização do lucro com a utilização obrigatória de veículos elétricos.

Função Objectivo : <b>Maximização do Lucro com utilização obrigatória de veículos eléctricos</b>										
C - 3 Time-steps	Frota de Veículos Convencionais	Viagens Totais	Viagens realizadas com veículos eléctricos	Viagens realizadas com veículos convencionais	Viagens realizadas com veículos eléctricos [%]	Viagens realizadas com veículos convencionais [%]	Viagens por par OD [Totais]		Viagens por veículos eléctricos por par OD	
N - 1 veículos eléctricos	874	3329	4	3325	0,12	99,88	St para Lx	206	St para Lx	1
							Lx para St	206	Lx para St	3
N - 5 veículos eléctricos	870		19	3310	0,57	99,43	St para Lx	206	St para Lx	6
							Lx para St	206	Lx para St	1
							Lx para Lx	1294	Lx para Lx	12
N - 10 veículos eléctricos	865		38	3291	1,14	98,86	Av para Cbr	12	Av para Cbr	1
							Cbr para Av	12	Cbr para Av	1
							Cbr para Cbr	282	Cbr para Cbr	2
							L para L	360	L para L	4
							L para St	17	L para St	1
							St para L	17	St para L	2
		St para St					241	St para St	5	
		St para Lx					206	St para Lx	6	
		Lx para St					206	Lx para St	4	
		Lx para Lx					1294	Lx para Lx	12	
N - 15 veículos eléctricos	860	58	3271	1,74	98,26	Av para Av	50	Av para Av	3	
						Av para Vs	5	Av para Vs	1	
						Av para Cbr	12	Av para Cbr	1	
						Vs para Vs	151	Vs para Vs	6	
						Cbr para Av	12	Cbr para Av	2	
						Cbr para Cbr	282	Cbr para Cbr	9	
						L para Cbr	8	L para Cbr	1	
						L para L	360	L para L	12	
						L para St	17	L para St	2	
						St para L	17	St para L	2	
						St para St	241	St para St	1	
						St para Lx	206	St para Lx	4	
						Lx para St	206	Lx para St	2	
Lx para Lx	1294	Lx para Lx	12							

N - 20 veículos eléctricos	856	3329	79	3250	2,37	97,63	Av para Av	50	Av para Av	10
							Av para Cbr	12	Av para Cbr	2
							Vs para Vs	151	Vs para Vs	16
							Cbr para Av	12	Cbr para Av	2
							Cbr para Cbr	282	Cbr para Cbr	24
							Cbr para L	8	Cbr para L	2
							L para L	360	L para L	8
							CB para CB	132	CB para CB	4
							St para St	241	St para St	3
							St para Lx	206	St para Lx	3
							Lx para St	206	Lx para St	1
							Lx para Lx	1294	Lx para Lx	4

Quadro 4.5 - Resultados de viagens obtidos pelo modelo, com a Função Objetivo de Maximização do Lucro com utilização obrigatória de veículos eléctricos, através do *Xpress*.

	Função Objectivo : Maximização do Lucro com utilização obrigatória de veículos eléctricos			
C - 3 Time-steps	Lucro médio por VE [€]	Lucro médio por VC [€]	Lucro dos VE's [€]	Lucro dos VC's [€]
N - 1 veículos eléctricos	13,29	56,60	13,29	49467,50
N - 5 veículos eléctricos	4,52	56,61	22,60	49252,10
N - 10 veículos eléctricos	4,60	56,61	46,05	48967,70
N - 15 veículos eléctricos	7,76	56,54	116,49	48624,40
N - 20 veículos eléctricos	11,52	56,25	230,50	48151,40

Quadro 4.6 – Resultados dos lucros obtidos pelo modelo com a Função Objetivo de Maximização do Lucro com utilização obrigatória de veículos eléctricos, através do *Xpress*.

Observando os Quadros 4.5 e 4.6, tal como os resultados obtidos pela função de maximização da procura satisfeita por veículos elétricos, a frota de veículos convencionais diminui com o aumento da frota elétrica.

No que diz respeito ao aumento das viagens realizadas por VE's aquando do aumento da frota elétrica, deixa de ser proporcional como acontecia com a primeira função, isto é, não existe um número fixo de viagens por veículo elétrico. No caso em que a frota elétrica é só constituída por um veículo, este efetua quatro viagens, como o que resultou na primeira função. Já na situação em que se aumenta a frota para cinco veículos, apenas 19 viagens são realizadas, não concretizando quatro viagens cada VE. Mas o rácio de viagens efetuadas por veículos elétricos sobre o número de VE's existentes na frota, apesar de não ser uniforme é bastante semelhante, variando entre 3,8 e 4 viagens por VE. Como justificado anteriormente na função de maximização da procura, isto dever-se-á à utilização dos dados sintéticos relativos ao vetor de procura de viagens.

Analisando o lucro obtido por ambos os tipos de veículos, nesta função os lucros provenientes dos elétricos são bastante mais baixos que os convencionais, o que também acontecia com a primeira função. No entanto, visto ser uma função de maximização do lucro, obtêm-se valores maiores de lucro total para esta função, resultantes do somatório do lucro proveniente dos veículos elétricos e convencionais, com maior percentagem correspondente aos últimos. A diferença entre os resultados obtidos de lucro não é significativa, pois o número de viagens feitas por VE's é semelhante ao da função de maximização da procura. Comparando os lucros médios obtidos para os veículos elétricos com esta função é observável que estes variam com algum significado conforme se altera a frota elétrica, o que não acontece com a primeira função, que mantém os lucros médios, tanto para elétricos como convencionais, mais uniformes.

O modelo com esta função é bastante aleatório a colocar os veículos elétricos a fazer as viagens, mas também aplica a maioria deles a viagens com origem e destino na mesma cidade, uma vez que estas correspondem a menores tempos de viagem, o que se traduz numa menor perda de carga, podendo cada veículo efetuar mais viagens. Visto que se obriga o modelo a utilizar os VE's presentes na frota, se o valor de aquisição já está forçosamente desembolsado, o preço de aluguer é mais elevado e o custo de manutenção mais baixo, é evidente que se coloque estes veículos a efetuar mais viagens, garantindo assim um maior lucro.

Como na primeira função, as soluções obtidas pelo modelo para viagens efectuadas com a mesma cidade de origem e destino são soluções ótimas alternativas, pois as viagens obtidas

entre cada par OD podem variar entre pares, desde que os instantes de entrada e saída permitam o mesmo total de viagens efetuadas por VE's, garantindo o mesmo lucro.

## 5. CONCLUSÕES

Um aspeto muito importante, que deve ser tido em conta neste trabalho é o facto do veículo elétrico ser uma tecnologia em evolução, ou seja, muito ainda está a ser estudado e realizado em volta deste. O veículo elétrico é ainda uma prospeção tecnológica, que inevitavelmente estará presente em maior quantidade no meio urbano e interurbano, num futuro próximo.

Conforme o que foi mencionado acima, é lógico e realista que aumente a inclusão destes veículos em sistemas de *renting* e *carsharing*, bem como a sua introdução noutras empresas e companhias e até mesmo na frota particular. No entanto, hoje em dia, ainda não é visível esta conversão por parte dessas empresas, sendo muito escasso o que existe atualmente. Muitas são as vantagens destes automóveis, mesmo no que diz respeito ao marketing de uma empresa de aluguer de veículos, pois são veículos com uma energia limpa e sustentável, além de que apresentam custos de manutenção e operação mais reduzidos (custo de energia elétrica mais baixo que os combustíveis fósseis). Mas as suas desvantagens continuam a prevalecer: como o seu valor de aquisição ser relativamente mais elevado do que o valor de aquisição de um veículo convencional, e o grande obstáculo relativo à sua autonomia, tratando-se assim de entraves do ponto de vista financeiro das empresas, que têm como objetivo obter o maior lucro e, neste momento, ainda é mais rentável a compra de veículos convencionais para aluguer, ao invés dos elétricos.

Com o modelo desenvolvido nesta dissertação tornaram-se ainda mais notórias certas restrições que os veículos elétricos têm num sistema de *renting*, isto é, estes só podem efetuar determinado tipo de viagens desde que possuam carga suficiente. É necessário ter em conta quanto tempo o veículo fica fora (alugado), mesmo que o veículo seja alugado e entregue na mesma cidade isso não quer dizer que o cliente tenha estado com ele em movimento todo o tempo. O modelo não considera se o cliente efetua carregamentos no veículo, pois a realização destes carregamentos ainda está dependente da localização dos escassos postos, não se podendo comparar com os postos de abastecimento de veículos convencionais, e mesmo na rapidez de execução de ambos.

Sendo assim, as restrições dos veículos elétricos resultam num número muito reduzido de viagens entre cidades, comparativamente com as viagens realizadas por veículos convencionais, tal justifica-se pela autonomia do VE que ainda não permite efetuar

determinadas distâncias. Ainda se trata de um veículo vocacionado para viagens dentro das cidades.

Através do modelo concebido é possível saber quantas e quais são as viagens realizadas com os VE's (frota máxima de VE's é um dado), dimensionar a frota de veículos convencionais e obter o lucro de ambos os tipos de veículo. Os dados inseridos são sintéticos, o que limita a análise de resultados. Observam-se alguns efeitos importantes: as viagens efetuadas por VE's aumentaram de maneira perfeitamente proporcional ao aumento da frota com a função de maximização da procura: cada VE efetua sempre quatro viagens. Isto deve-se ao facto de se ter recorrido a uma matriz de viagens entre cidades que não é a real de uma empresa de *Rent-a-Car*, em que os alugueres nunca seriam tão uniformes, as viagens da cidade  $i$  para a cidade  $j$  não seriam iguais de  $j$  para  $i$ . Os tempos de aluguer não seriam também todos diários.

No entanto, é perceptível através das soluções do modelo, que a cidade onde existe maior procura e em que a entrega e a saída se fazem na mesma cidade, é sempre satisfeita pelos veículos elétricos. O que é justificável, uma vez que correspondem a viagens com menor tempo de movimento, o que se traduz em mais utilizações de cada veículo.

O modelo com a função objetivo de Maximização do Lucro mostra que a utilização do veículo elétrico não é a mais lucrativa, ganhando muito mais ao colocar um convencional a efetuar as viagens. Contudo é de notar o facto de que é possível obter-se lucro líquido com a utilização do veículo elétrico.

A realização deste modelo vem confirmar aquilo que já é conhecido: um modelo de otimização nunca consegue alcançar todos os detalhes da realidade do sistema em si, ocorrendo sempre falhas de informação, e mesmo no que se trata de opções e vontades do cliente, não se consegue transmitir tudo para um modelo matemático. Além de que, quanto maior a quantidade de informação, mais difícil é de resolver o problema em tempo útil, e por isso, os dados inseridos não foram significativamente alterados de forma a obter mais resultados e conclusões. Isso acontece porque os problemas de Programação Inteira Mista (PIM) são difíceis de resolver, e um aumento de realismo traduz-se geralmente num aumento de variáveis inteiras.

Como trabalhos futuros, seria interessante testar dados reais e poder analisar os resultados, fornecidos por uma empresa de *Rent-a-Car*. Variar os dados inseridos, isto é, aumentar a carga do veículo elétrico, de modo a verificar se este realizaria maior quantidade de viagens, e aumentar significativamente a frota elétrica. Mas para tal é necessário investir em métodos de cálculo destes modelos, já que o modelo construído quando a dimensão do problema

aumentava levava a utilização de soluções híbridas onde parte do cálculo é realizado através de heurísticas.

Outro aspeto seria focar o estudo do ponto de vista de sustentabilidade e não do lucro da empresa, em que se consideram apenas custos diretos e receitas diretas do sistema de *renting*, e considerar um benefício a nível ambiental. Seria interessante uma visão mais genérica de balanço entre custos e benefícios, uma vez que pode indicar um benefício ótimo ambiental bem mais elevado do que uma análise puramente financeira. É quase inevitável que o veículo elétrico seja uma realidade muito próxima dos utentes destes sistemas nos próximos anos.

## 6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Almeida, C. (2010). “Planos de mobilidade no contexto da melhoria da qualidade do ar em Lisboa”. Tese de Mestrado. Departamento de Ciências e Engenharia do Ambiente da Universidade Nova de Lisboa, Lisboa.
- Antunes, D. (2010). “Modelação do problema de One-way Carsharing em Programação Inteira Mista”. Tese de Mestrado, Departamento de Engenharia Civil da Universidade de Coimbra, Coimbra.
- Beaujon, G., Turnquist, M. (1991). “A model for fleet sizing and allocation”. *Transportation Science*, vol. 25, Issue 1, pp. 19-45.
- Carroll, W., Grimes, R. (1995). “Evolutionary change in product management: Experiences in the car rental industry”. *Interfaces*, vol. 25, Issue 5, pp. 84-104.
- Chan, C.C. (2002). “The State of the Art of Electric, Hybrid, and Fuel Cell Vehicles”. *Proceedings of the IEEE*, vol. 90, Issue 2, pp. 247-275.
- Chan, C.C. (2005), “The State of the Art of Electric, Hybrid, and Fuel Cell Vehicles”. *Proceedings of the IEEE*, vol. 95, Issue 4, pp.704-718.
- Coelho, P. e Portugal, L. (2009). “Implementação do Transporte Público na Divisão Modal do Setor Aéreoportuario como Forma de Mitigar a Poluição Atmosférica”. Programa de Engenharia de Transportes – COPPE/UFRJ.
- Correia, G. (2009). “Testing the Mixed Integer Programming approach for the vehicle relocation problem in one-way carsharing”. Livro de Actas da APDIO, pp. 157-164.
- Ehsani, M., Gao, Y., Gay, S. E., Emadi, A. (2005). “Modern Electric, Hybrid Electric, and Fuel Cell Vehicles: fundamentals, theory, and design”. CRC Press LLC, Boca Raton, Florida.
- Ernst, T., Horn, M., Krishnamoorthy, M., Kilby, P., Degenhardt, P., Moran, M. (2007). “Static and Dynamic Order Scheduling for Recreational Rental Vehicles at Tourism Holdings Limited”. *Interfaces*, vol. 37, Issue 4, pp. 334-341.
- Ernst, T., Horn, M., Kilby, P., Krishnamoorthy, M. (2010). “Dynamic scheduling of recreational vehicles with revenue management extensions”. *Journal of the Operational Research Society*, vol. 61, Issue 7, pp. 1133-1143.
- Ernst, T., Gavriliouk, E., Marquez, L. (2011). “An efficient Lagrangean heuristic for rental vehicle scheduling”. *Computers & Operations Research*, vol. 38, Issue 1, pp. 216-226.
- Fink, A., Reinert, T. (2006). “Modeling and solving the short-term car rental logistics problem. *Transportation Research Part E*, vol. 42, Issue 4, pp. 272-292.
-

- Gomes, L. (2010). “O Veículo Eléctrico e a sua Integração no Sistema Eléctrico”. Tese de Mestrado, Engenharia Electrotécnica e de Computadores do Instituto Superior Técnico, Lisboa.
- Greenberg, P. (2013). “Travel Tip: When Renting Electric Cars Make Sense”. PeterGreenberg.com - Travel news you can from The Travel Detective.
- Kek, A., Cheu, R. Meng, Q., Fung, C. (2009). “A decision support system for vehicle relocation operations in carsharing systems”. *Transportation Research Part E-Logistics and Transportation Review*, vol. 45, Issue 1, pp. 149-158.
- Li, A., Tao, F. (2010). “On determining optimal fleet size and vehicle transfer policy for a car rental company”. *Computers & Operations Research*, vol. 37, Issue 2, pp. 341 – 350.
- Rodrigues, J. M. C. (2008). “Aplicações da Teoria de Sistemas-5ª edição”. EDILIBER, Coimbra
- Santos, B. (2009). “Road Network Planning With Efficiency, Equity, and Robustness Objectives”. Tese de Doutoramento em Engenharia Civil (Ordenamento do Território e Transportes) da Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra, Coimbra.
- Song, D., Earl, C. (2008). “Optimal empty vehicle repositioning and fleet-sizing for two-depot servise systems”. *European Journal of Operational Research*, vol. 185, pp. 760-777.
- Pachon, J., Iakovou, E., Ip, C., Aboudi, R. (2003). “A synthesis of tactical fleet planning models for the car rental industry”. *IIE Transactions*, vol. 35, Issue 9, pp. 907-916.
- Pachon, J., Iakovou, E., Ip, C. (2006). “Vehicle fleet planning in the car rental industry”. *Journal of Revenue and Pricing Management*, vol. 5, Issue 3, pp. 221-236.
- Pinheiro, A. e Santos, J. (2009). “Rent-a-Car”. *COGITUR – Journal of Tourism Studies*.
- Powell, W., Carvalho, T. (1998). “Dynamic Control of logistic squeueing network for large-scale fleet management”. *Transportation Science*, vol. 32, Issue 2, pp. 90-109.
- Zhang, Y., Li, J. (2007). “Dynamic Optimal Model of Vehicle Fleet Size and Exact Algorithm”. *Theory & Practice*, vol. 27, Issue 2, pp. 83-91.
- “Estudo de Diagnóstico “A Mobilidade Eléctrica””, Mesa Temática “A Mobilidade Eléctrica”, CIM Cávado - CTC Límia Lima Cávado. Disponível em: <[http://www.ctc-limialimacavado.com/fotos/editor2/diagnostico\\_a\\_mobilidade\\_electrica.pdf](http://www.ctc-limialimacavado.com/fotos/editor2/diagnostico_a_mobilidade_electrica.pdf)> Acedido em Abril de 2013
- “Portugal já tem estações de carregamento solar para veículos eléctricos”. GreenSavers 20 de Janeiro de 2013 – Energias Renováveis, Portugal. Disponível em: <<http://greensavers.sapo.pt/2013/01/20/portugal-ja-tem-estacoes-de-carregamento-solar-para-veiculos-electricos/>> Acedido em Abril de 2013

“Walter L. Jacobs, 88; Rent-a-Car Pioneer”. LA Times. February 08,1985. Disponível em: <[http://articles.latimes.com/1985-02-08/local/me-4716\\_1\\_walte-jacobs](http://articles.latimes.com/1985-02-08/local/me-4716_1_walte-jacobs)> Acedido em Abril de 2013

APVE@ (2013), <http://www.apve.pt/>, Associação Portuguesa do Veículo Eléctrico (página internet oficial), Portugal.

ARAC@ (2013), <http://www.arac.pt/noticias/detalhes.php?id=15>, Associação dos Industrias do Aluguer de Automóveis sem Condutor (página internet oficial), Portugal.

DGEG@ (2013), <http://www.dgeg.pt/>, Direcção Geral de Energia e Geologia (página internet oficial), Portugal.

EUROPCAR@ (2013), <http://www.europcar.pt/>, Europcar (página internet oficial), Portugal.

iINTERFILE@ (2013), <http://excel.interfile.de/Autokostenrechner/autokostenrechner.html>, Autokostenrechner AuCa, Greven (página internet oficial), Alemanha.

MOBIE@ (2013), <http://www.mobie.pt/>, Mobilidade Eléctrica (página internet oficial), Portugal.

RENAULT@ (2013), <http://www.renault.pt>, Renault (página internet oficial), Portugal.

## ANEXO A

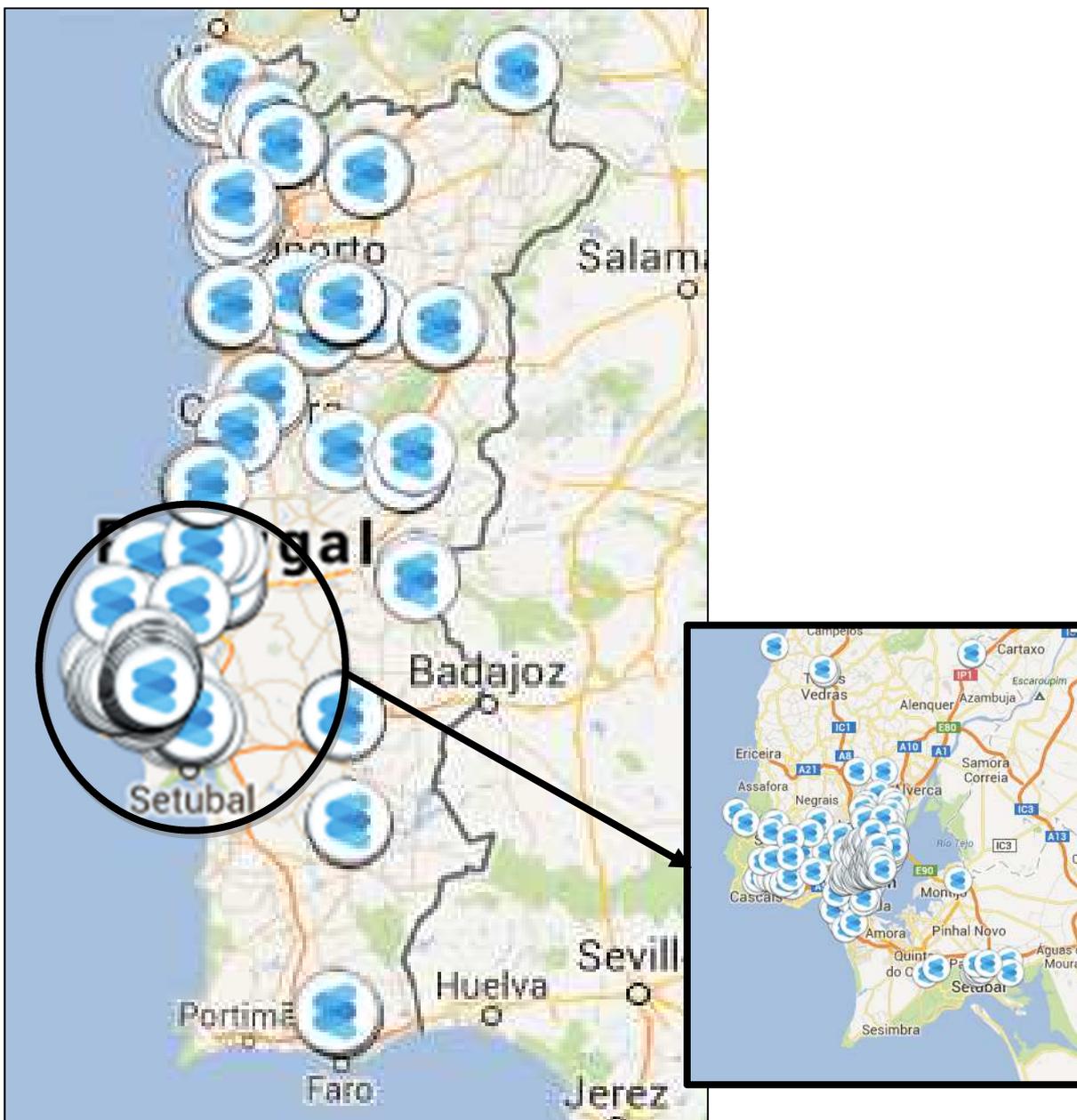


Figura A.1 - Rede de postos de carregamento para veículos elétricos em Portugal – MOBI.E.

## ANEXO B



Figura B.1 - Localização das Cidades em Portugal, para Aplicação do Modelo.

## ANEXO C

### Código do modelo no Xpress:

```
model "ModelName"  
uses "mmxprs" !gain access to the Xpress-Optimizer solver  
uses "mmive"
```

```
!Parâmetros  
parameters
```

```
File= "Dados.dat"  
M= 7 !M- Número de cidades  
N= 1 !Número de veículos elétricos na frota  
Período= 96 !Período de tempo de Otimização  
C= 3 !Carga máxima  
Modelo = 0 !0 se for maximização da procura 1 se for do lucro
```

```
!Custos  
PVE=43/19 !Preço de aluguer veículo elétrico  
PVC=40/19 !Preço de aluguer veículo convencional  
CVE=57/200 !Custo de manutenção de veículo elétrico por 10000km  
CVC=271/200 !Custo de manutenção de veículo convencional por 10000km  
VVE=157  
VVC=87
```

```
end-parameters
```

```
!Conjuntos - sets  
declarations
```

```
K=1..N  
T=1..Periodo  
I=1..M
```

```
end-declarations
```

```
!Dados  
declarations
```

---

```

Trips: array (1..1110,1..5) of integer ! Matriz número de viagens entre as cidades com inicio
em t1 e fim em t2
Travel_time: array (I,I) of integer !Matriz de tempo de viagens entre cidades em time steps
D: dynamic array (I,I,T,T) of integer
DE: dynamic array (I,I,T,T) of real

```

```
end-declarations
```

```
!!!! VARIAVEIS DE DECISÃO
```

```
declarations
```

```

X: dynamic array (K,I,I,T,T) of mpvar !variavel binaria que diz se o veiculo elétrico k vai da
cidade i para a cidade j do instante t1 para o t2
Y: dynamic array (I,I,T,T) of mpvar !variavel inteira , numero de veículos convencionais que
viajem da cidade i para j de t1 para t2
SC: array (I,T) of mpvar !numero de veic convencionais na cidade i, no instante t
SE: array (I,T) of mpvar !numero de veic electricos na cidade i, no instante t
St: dynamic array (K,I,T,T)of mpvar !variavel binaria, que indica se o veiculo k esta parado
ou não, na cidade i, no instante t
Ch: dynamic array (K,I,T,T) of mpvar !variavel binaria carregamento a começar no instante t1
e a terminar no inst t2 do carro k na cidade i
W: array (K) of mpvar !variavel binaria que indica o estado do veiculo k
Carga: array (K,T) of mpvar ! Variavel auxiliar
NR: array(K) of mpvar ! Variavel auxiliar
U: mpvar
NC:mpvar
end-declarations

```

```
writeln("Begin Building Model")
```

```
!Data
```

```
initializations from File !Bring the attributes from .dat file
```

```
Trips
```

```
Travel_time
```

```
end-initializations
```

```
!Bring the data vector of Trips inside the matrix Trip
```

```
forall (i in 1..1110|Trips(i,2)<=Período) do
```

```
create (D(Trips(i,3),Trips(i,4),Trips(i,1),Trips(i,2)))
```

```
D(Trips(i,3),Trips(i,4),Trips(i,1),Trips(i,2)):=Trips(i,5)
```

```
end-do
```

!Calcular viagens por par OD que cabem dentro do nosso intervalo de tempo de uma semana  
 forall (i in I, j in I) Viagens(i,j):= sum(t1 in T, t2 in T) D(i,j,t1,t2)

!Vou apenas criar as variáveis de que preciso

forall (k in K, i in I, j in I, t1 in T, t2 in T | t2>t1 and D(i,j,t1,t2)>=1 and Travel\_time(i,j)<=C  
 and t2<Periodo) create (X(k,i,j,t1,t2))

forall (i in I, j in I, t1 in T, t2 in T | t2>t1 and D(i,j,t1,t2)>=1) create (Y(i,j,t1,t2))

forall (k in K, i in I, t1 in T, t2 in T | t2>t1 and t2-t1<=1 and t2 <=Periodo) create  
 (Ch(k,i,t1,t2))

forall (k in K, i in I, t1 in T, t2 in T | t2>t1 and t2-t1<=1 and t2 <=Periodo) create  
 (St(k,i,t1,t2))

!!!! RESTRIÇÕES

!Restrição opcional de que todos os veículos têm que ser usados

sum(k in K) W(k)=N

! TOTAL DE VEÍCULOS ELÉCTRICOS realmente UTILIZADOS

U=sum(k in K) W(k)

! Número de veículos elétricos nas cidades no instante inicial (2)

sum(i in I) SE(i,1)=U

!Satisfazer a procura (3)

forall (i in I, j in I, t1 in T, t2 in T)

(sum (k in K) X(k,i,j,t1,t2)) + Y(i,j,t1,t2) = D(i,j,t1,t2)

! Equilíbrio do número de veículos convencionais em cada cidade (4)

forall (i in I, t in T|t<Periodo)

SC(i,t) - (sum (j in I, t2 in T|t2>t) Y(i,j,t,t2)) +(sum (j in I, t1 in T|t1<t)

Y(j,i,t1,t))=SC(i,t+1)

! Equilíbrio do número de veículos elétricos em cada cidade (5)

forall (i in I, t in T|t<Periodo)

SE(i,t) - (sum (k in K, j in I, t2 in T|t2>t) X(k,i,j,t,t2)) +(sum (k in K,j in I, t1 in T|t1<t)  
 X(k,j,i,t1,t))-(sum(k in K, t2 in T|t2>t) Ch(k,i,t,t2)) +(sum(k in K, t1 in T|t1<t) Ch(k,i,t1,t))  
 =SE(i,t+1)

! Equilíbrio na atividade de cada veiculo eléctrico ou está parado, ou a carregar ou em viagem  
 (6)

forall (i in I,k in K, t in T|t<>1 and t<Periodo)

((sum(t2 in T|t2<t) St(k,i,t2,t)) + (sum(t2 in T|t2<t) Ch(k, i, t2,t)) + (sum(j in I, t2 in  
 T|t2<t) X(k,j,i,t2,t)))=((sum(t2 in T|t2>t) St(k,i,t,t2)) + (sum(t2 in T|t2>t) Ch(k, i, t,t2)) +  
 (sum(j in I, t2 in T|t2>t) X(k,i,j,t,t2)))

! Condição inicial para as atividades de cada carro (7)

```
forall (k in K)
  ((sum(i in I, t2 in T|t2>1) St(k,i,1,t2)) + (sum(i in I, t2 in T|t2>1) Ch(k, i, 1,t2)) +
  (sum(j in I, i in I, t2 in T|t2>1) X(k,i,j,1,t2)))=W(k)
```

! A carga de cada veículo em cada instante t é dada por (8)

```
forall (k in K, t in T)
  Carga(k,t) = C + (sum(i in I,t1 in T,t2 in T|t2<t and t1<t) Ch(k,i,t1,t2)*(t2-t1)*(3/16))-
  (sum(i in I, j in I,t1 in T, t2 in T|t2<t and t1<t) X(k,i,j,t1,t2)*Travel_time(i,j)) +
  (sum(i in I,t1 in T,t2 in T|t2>=t and t1<t) Ch(k,i,t1,t2)*(t-t1)*(3/16))-
  (sum(i in I, j in I,t1 in T, t2 in T|t2>=t and t1<t) X(k,i,j,t1,t2)*(Travel_time(i,j))*((t-t1)/(t2-
  t1))))
```

! A carga tem que ser inferior ou igual a 3 time steps (9)

```
forall (k in K, t in T)
  Carga(k,t)<=C
```

! A carga tem que ser positiva (10)

```
forall (k in K, t in T)
  Carga(k,t)>=0
```

!!!! TIPO DAS VARIÁVEIS

```
forall (k in K,i in I,j in I,t1 in T,t2 in T) X(k,i,j,t1,t2) is_binary
forall (k in K,i in I,t1 in T,t2 in T) Ch(k,i,t1,t2) is_binary
forall (k in K, i in I, t1 in T, t2 in T) St(k,i,t1,t2) is_binary
forall (k in K) W(k) is_binary
```

```
if (Modelo=0) !!!! OBJECTIVO - MAXIMIZAR A PROCURA DE VEICULOS
ELECTRICOS
then
```

```
Z:= sum(k in K, i in I, j in I, t1 in T, t2 in T|t2>t1) X(k,i,j,t1,t2)
```

```
else
```

!MAXIMIZAR O LUCRO

```
Z:= -sum(k in K) W(k)*VVE-NC*VVC+sum (k in K, i in I, j in I, t1 in T, t2 in T) X(k,
i,j,t1,t2)*(t2-t1)*PVE + sum (i in I, j in I, t1 in T, t2 in T) Y(i,j,t1,t2)*(t2-t1)*PVC -
sum (k in K, i in I, j in I, t1 in T, t2 in T) X(k,i,j,t1,t2) * (Travel_time(i,j))* CVE - sum (i in I,
j in I, t1 in T, t2 in T)Y(i,j,t1,t2)* (Travel_time(i,j))*CVC
```

```
end-if
```

```
setparam("xprs_verbose",true)
```

```
writeln(getparam("xprs_CORESDETECTED"))
setparam("xprs_miplog",2)
number:= getparam("xprs_mipsols")
```

```
!!! OBJECTIVO - MAXIMIZAR A PROCURA DE VEICULOS ELECTRICOS E
MAXIMIZAR O LUCRO
maximize(Z)
```

```
!!! VARIÁVEIS AUXILIARES
```

```
Total_satisfeitas:=sum(k in K, i in I, j in I, t1 in T, t2 in T|t2>t1) X(k,i,j,t1,t2)+ sum (i in I, j in I, t1 in T, t2 in T) Y(i,j,t1,t2)
```

```
Total_satisfeitasVE:=sum(k in K, i in I, j in I, t1 in T, t2 in T|t2>t1) X(k,i,j,t1,t2)
```

```
Total_satisfeitasVC:= sum (i in I, j in I, t1 in T, t2 in T) Y(i,j,t1,t2)
```

```
Viagens_Potenciais:=sum( k in K, i in I, j in I, t1 in T, t2 in T) X(k,i,j,t1,t2)*a(i,j)
```

```
forall(i,j in I) Total_satisfeitasVE_par(i,j):=sum(k in K, t1 in T, t2 in T|t2>t1) X(k,i,j,t1,t2)
```

```
!Número de veículos convencionais
NC=sum(i in I) SC(i,1)
```

```
lucro_elect:=-sum(k in K) W(k)*VVE+sum (k in K, i in I, j in I, t1 in T, t2 in T) X(k,
i,j,t1,t2)*(t2-t1)*PVE-sum (k in K, i in I, j in I, t1 in T, t2 in T) X(k,i,j,t1,t2) *
(Travel_time(i,j))* CVE
```

```
lucro_conv:=-NC*VVC+ sum (i in I, j in I, t1 in T, t2 in T) Y(i,j,t1,t2)*(t2-t1)*PVC- sum (i
in I, j in I, t1 in T, t2 in T)Y(i,j,t1,t2)* (Travel_time(i,j))*CVC
```

```
lucro_mele:=lucro_elect/N
```

```
lucro_mconv:=lucro_conv/getsol (NC)
```