



FCTUC DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL
FACULDADE DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
UNIVERSIDADE DE COIMBRA

Generalização da analogia da treliça de Ritter e Mörsch tendo em vista o dimensionamento ao esforço transversal de vigas de betão armado pré-esforçadas

Dissertação apresentada para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia Civil na Especialidade de Estruturas

Autor

Mário André Alves

Orientador

Paulo Manuel Mendes Pinheiro da Providência e Costa

Miguel Pedrosa Ferreira

Esta dissertação é da exclusiva responsabilidade do seu autor, não tendo sofrido correções após a defesa em provas públicas. O Departamento de Engenharia Civil da FCTUC declina qualquer responsabilidade pelo uso da informação apresentada

Coimbra, 8 de Julho, 2013

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar e acima de tudo gostaria de agradecer e dedicar esta tese ao meu querido Pai, Mário Antunes Alves e á minha querida Mãe, Maria Aline Alves Félix Antunes por todo o apoio e dedicação que tiveram ao longo de toda a minha vida e principalmente neste meu percurso académico. Este trabalho é dedicado a eles.

Gostaria de agradecer também ao Professor Doutor Paulo Providência a amizade e disponibilidade que sempre mostrou para comigo, não só neste trabalho mas também relativamente a outros assuntos. Obrigado.

Queria agradecer ao Engenheiro Miguel Pedrosa pela ajuda e disponibilidade que demonstrou durante esta tese de mestrado.

Sem não esquecer, queria também agradecer á minha irmã, Joana Filipa Alves, ao meu “meio-irmão”, Tiago Filipe Félix e á minha família em geral pelo apoio que me deram ao longo destes anos.

Por último queria agradecer á Deborah Ferreira por todo o apoio, força e confiança que depositou em mim nestes últimos anos de curso. Obrigado.

Dedico este trabalho a todos eles

Obrigado

Mário André Alves

RESUMO

Com a presente tese de mestrado, resultante do trabalho realizado ao longo do semestre, pretende-se ilustrar a aplicação dos métodos de análise e dimensionamento baseados nos modelos de escoras e tirantes à verificação do estado limite último de esforço transversal em vigas esbeltas de betão armado pré-esforçado.

O principal objetivo incide basicamente na otimização dos modelos estudados, minimizando as quantidades de armadura de flexão e de esforço transversal, mas garantindo sempre a segurança estrutural dos elementos, isto é, a segurança relativamente a estados limites últimos tem que ser sempre satisfeita. Esta otimização, como é habitual no dimensionamento de estruturas de betão armado, aproveita as capacidades resistentes não só do aço como também do betão, reduzindo portanto as respetivas quantidades necessárias e consequentemente os custos associados. Para o caso estudado, baseado num modelo proposto por Regan, como a geometria da viga foi estabelecida *à priori*, só se minimiza a quantidade de aço, no entanto a minimização da quantidade de betão teria a vantagem adicional de reduzir o peso próprio do elemento, fator preponderante em estruturas pré-esforçadas. No que diz respeito à otimização da quantidade de armadura, aproveitaram-se as capacidades resistentes do pré-esforço que não foram utilizadas resultantes de um aproveitamento parcial por parte da força de pré-esforço atuante. Isto acontece devido ao fato da aplicação do pré-esforço não esgotar a capacidade resistente dos cabos em questão, aproveitando-se essa resistência que não está a ser utilizada.

A referir que os estados limites de utilização apesar de terem um papel crítico em estruturas pré-esforçadas não foram considerados nesta análise.

Todos os cálculos foram efetuados com os resultados provenientes do programa *EvalS* de análise de estruturas reticuladas, que oferece um módulo específico para modelos de escoras e tirantes, revelando-se dessa forma muito eficaz.

Para um projetista com alguma experiência, mas mais habituado aos procedimentos simplificados de verificação da segurança propostos, por exemplo, no Eurocódigo 2, este estudo poderá revelar-se extremamente interessante, visto que os procedimentos baseados em modelos de escoras e tirantes além de mais intuitivos consideram de forma mais natural os resultados experimentais.

ABSTRACT

The following thesis is a result of work carried out over a semester, entirely intended to illustrate the application of the methods of analysis and dimension design based on strut and tie models for the verification of the ultimate limit state of shear in prestressed concrete beams.

The goals of this work focuses basically on the optimization of the studied models, minimizing the amounts of flexural and shear reinforcement, but always guarantying the security of the structure elements, in other words, it means that the safety to the ultimate limit state has to be satisfied. This optimization, as usual in the design of reinforced concrete structures, takes advantage of the capabilities of concrete and steel, thus reducing the respective amounts required and consequently the associated costs. Therefore this study is based on a model proposed by Regan, such as beam geometry was initially established, it should only minimize the exact amount of steel, but the minimizing of the amount of concrete would have the additional advantage of reducing the weight of its own being a very important factor in pre-stressed structures. Regarding the optimization of the amount of steel, it was still considered the resistance capacities of prestressing that weren't used resulting from a partial use by the prestressing force acting. This happens because of the application of prestressed that doesn't used all the resistance capacity of the cables in analyses thus taking advantage of this resistance that is not being used.

The service limits states applied to prestressed concrete beams were not considered in this situation.

All of the calculations were elaborated with the program *EvalS* to analysis of frame structures, offering a specific module for models strut and tie and proved to be very effective.

For a designer whom have some experience, but still used to the simple procedures of verification of the proposed security, for example, this study could be very interesting as the procedures based on models strut and tie and feel much more intuitive and natural towards experimental results.

ÍNDICE

AGRADECIMENTOS	i
RESUMO	ii
ABSTRACT	iii
ÍNDICE	iv
ÍNDICE DE FIGURAS	vi
ÍNDICE DE QUADROS	ix
SIMBOLOGIA	xi
1 INTRODUÇÃO	1
1.1 Organização do documento	3
2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	4
2.1 Considerações Iniciais – Modelo de Escoras e Tirantes	4
2.1.1 – Modelo de escoras e tirantes	8
2.2 Considerações Iniciais relativas ao pré-esforço	19
2.2.1 – Conceito básico de pré-esforço	19
2.2.2 – Materiais aplicados para pré-esforço	21
2.2.3 – Funcionamento estrutural do betão pré-esforçado	22
2.2.4 – Vantagens	24
2.2.5 – Desvantagens	25
2.2.6 – Aplicação do modelo da treliça de <i>Ritter</i> e <i>Mörsch</i> a peças de betão pré-esforçadas	26
3 ANÁLISE DAS HIPÓTESES ESTUDADAS	27
3.1 Secção Transversal Retangular	30
3.1.1 – 1ª Análise	31
3.1.2 – 2ª Análise	33
3.2 - Secção Transversal em I	35
3.2.1 – 3ª Análise:	36
3.2.2 – 4ª Análise:	38
3.2.3 – 5ª Análise:	39
3.3 - Secção Transversal T com traçado longitudinal parabólico de pré-esforço	42
3.3.1 – 6ª Análise:	43
3.3.2 – 7ª Análise:	45
3.3.3 – 8ª Análise:	47

3.4	- Secção Transversal T com traçado longitudinal parabólico e reto de pré-esforço ..	48
3.4.1	- 9ª Análise:	49
3.4.2	- 10ª Análise:	52
3.5	- Exemplo final.....	54
4	CONSIDERAÇÕES FINAIS	61
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	62
	ANEXOS	63

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2.1 - Esquema simplificado com algumas trajetórias principais de tensão para o carregamento indicado.	5
Figura 2.2 - Diagrama de esforço transversal para o carregamento representando na Figura 2.1. 5	5
Figura 2.3 - Estado de tensão do ponto A sobre o eixo da viga na zona de corte esquerda.	5
Figura 2.4 – Esquema de viga de betão armado fendilhada dotada de armadura de flexão e de esforço transversal.	6
Figura 2.5 – Esquema do encaminhamento das tensões do ponto de aplicação da carga até ao apoio.	7
Figura 2.6 – Modelos de treliça desenvolvidos por Ritter e Morsch (Appleton, 2012).	7
Figura 2.7 – Modelo de treliça aplicado a uma viga de betão armado.	8
Figura 2.8 - Representação esquemática dos campos de tração e compressão na alma da viga.	9
Figura 2.9 - Representação esquemática dos campos de tração e compressão nos “banzos” da viga.	9
Figura 2.10 – Representação esquemática de zonas de descontinuidade do tipo D.	10
Figura 2.11 – Esquema representativo do procedimento de dimensionamento baseado em modelos de escoras e tirantes, (Martin, Jr., 2007)	11
Figura 2.12 – Componentes do modelo de escoras e tirantes.	12
Figura 2.13 – Representação esquemática do significado das variáveis em estudo	14
Figura 2.14 – Tipologia dos campos de compressão estabelecidos por Schlaich e Schäfer (Schlaich, 1987).	14
Figura 2.15 – Escora isenta de tração na direção transversal ao seu eixo.	15
Figura 2.16 – Escora sujeita a tração na direção transversal ao seu eixo	15
Figura 2.17 – Exemplo ilustrativo para melhor compreensão do pré-esforço.	19
Figura 2.18 – Modelo de viga analisado.	20
Figura 2.19 – Modelo de viga de betão armado com abertura de fendas devidas à flexão.	20
Figura 2.20 – Modelo de viga com deformada originada exclusivamente por forças de pré-esforço.	21
Figura 2.21 – Diagrama característico para vários tipos de aço.	22

Figura 2.22 – Vista lateral da viga de betão armado pré-esforçado com um tirante longitudinal reto e respetiva força pontual.....	23
Figura 2.23 – Vista lateral da viga de betão armado pré-esforçado com um tirante longitudinal parabólico e respetivas cargas equivalentes e forças pontuais.	23
Figura 2.24 – Modelo esquemático para determinação das componentes da força equivalentes de ancoragem.....	24
Figura 2.25 – Ponte dotada de armadura de pré-esforço ao longo do tabuleiro (Coimbra, 2004).....	25
Figura 3.1 – Modelo esquemático da viga de betão armado com secção transversal em I estudada por Regan (FIB, 2009).....	27
Figura 3.2 – Modelo esquemático da viga de betão armado pré-esforçada com a disposição dos traçados longitudinais reto e parabólico.....	29
Figura 3.3 – Vista lateral da viga de betão armado de secção retangular.....	30
Figura 3.4 – Secção transversal retangular em análise.....	30
Figura 3.5 – Modelo de escoras e tirantes adotado para a primeira análise.	31
Figura 3.6 – Modelo de escoras e tirantes adotado para a segunda análise.	33
Figura 3.7 – Vista lateral da viga de betão armado correspondente á secção transversal em I35	
Figura 3.8 – Secção transversal em I correspondente á Figura 3.7.	35
Figura 3.9 – Modelo de escoras e tirantes adotado para a 3ª análise.	36
Figura 3.10 – Modelo de escoras e tirantes adotados para a 4ª análise.	38
Figura 3.11 - Modelo de escoras e tirantes adotados para a 5ª análise.....	40
Figura 3.12 – Corte da secção transversal numa das extremidades da viga coincidente com a zona de amarração do traçado longitudinal parabólico.	43
Figura 3.13 – Modelo de escoras e tirantes para um tirante longitudinal inferior com traçado parabólico para a sexta análise.	44
Figura 3.14 - Modelo de escoras e tirantes para um tirante longitudinal inferior com traçado parabólico para a sétima análise.	46
Figura 3.15 – Modelo de escoras e tirantes para um tirante longitudinal inferior com traçado parabólico para a oitava análise.	47
Figura 3.16 – Modelo de escoras e tirantes com tirante longitudinal parabólico e cargas equivalentes para o cabo de pré-esforço parabólico.....	50
Figura 3.17 – Modelo de escoras e tirantes com tirante longitudinal reto e cargas equivalentes para o cabo de pré-esforço reto.....	50
Figura 3.18 – Modelo de escoras e tirantes para a viga com troço em consola.....	54
Figura 3.19 – Traçado parabólico de pré-esforço adotado para a viga em estudo com base no diagrama de momentos fletores.....	58

Figura 3.20 – Traçado reto de pré-esforço adotado para a viga em estudo	58
Figura 3.21 – Cargas equivalentes distribuídas e pontuais atuantes nas zonas de ancoragem correspondentes ao tirante longitudinal reto	59
Figura 3.22 – Cargas pontuais equivalentes nas extremidades do tirante longitudinal reto	59
Figura 3.23 – Numeração dos nós para o modelo de escoras e tirantes com tirante longitudinal parabólico	60
Figura 3.24 – Numeração dos nós para o modelo de escoras e tirantes com tirante longitudinal reto	60

ÍNDICE DE QUADROS

Quadro 3.1 - 1ª Análise: Valores máximos do esforço axial nas barras.	32
Quadro 3.2 - 1ª Análise: Valores máximos da altura das escoras.	32
Quadro 3.3 - Cálculo da armadura de esforço transversal requerida.	32
Quadro 3.4 - Armadura de esforço transversal requerida pela expressão (2.13) proveniente do EC2.	33
Quadro 3.5 - 2ª Análise: Valores máximos do esforço axial nas barras.	34
Quadro 3.6 - 2ª Análise: Valores máximos da altura das escoras.	34
Quadro 3.7 - 3ª Análise: Valores máximos do esforço axial atuante nas barras.	36
Quadro 3.8 - 3ª Análise: Valores máximos da altura das escoras.	37
Quadro 3.9 - Cálculo da armadura de esforço transversal requerida.	37
Quadro 3.10 - Quantidade de armadura transversal requerida através da formulação do EC2. 37	
Quadro 3.11 - 4ª Análise: Valores máximos do esforço axial nas barras.	38
Quadro 3.12 - 4ª Análise: Valores máximos da altura das escoras.	39
Quadro 3.13 - Cálculo da armadura de esforço transversal requerida.	39
Quadro 3.14 - Quantidade de armadura transversal requerida através da formulação do EC2. 39	
Quadro 3.15 - 5ª Análise: Valores máximos do esforço axial nas barras.	40
Quadro 3.16 - Valores máximos da altura das escoras.	40
Quadro 3.17 - Cálculo da armadura de esforço transversal requerida pelo <i>Evals</i>	41
Quadro 3.18 - Armadura de esforço transversal requerida pela expressão (2.13) proveniente do EC2.	41
Quadro 3.19 - Comparação entre as quantidades de armadura requerida pelo <i>Evals/EC2</i>	41
Quadro 3.20 - 6ª Análise: Valores máximos do esforço axial nas barras.	44
Quadro 3.21 - Espessura máxima dos campos de compressão das escoras diagonais.	45
Quadro 3.22 - Espessura máxima dos campos de compressão das escoras do banzo superior.	45
Quadro 3.23 - 7ª Análise: Valores máximos do esforço axial nas barras.	46
Quadro 3.24 - Espessura máxima dos campos de compressão das escoras diagonais.	46
Quadro 3.25 - Espessura máxima dos campos de compressão das escoras do banzo superior.	47

Quadro 3.26 - 8ª Análise: Valores máximos do esforço axial nas barras	47
Quadro 3.27 - Espessura máxima dos campos de compressão das escoras diagonais	48
Quadro 3.28 - Espessura máxima dos campos de compressão das escoras do banzo superior	48
Quadro 3.29 – Carregamento equivalente para os traçados reto e parabólico.	49
Quadro 3.30 – Esforço atuante em cada uma das barras para o carregamento total relativamente ao modelo de escoras e tirantes correspondentes ao traçado reto e correspondentes ao traçado parabólico respetivamente.	50
Quadro 3.31 – Carga total suportada passivamente.	51
Quadro 3.32 - Cálculo da armadura de esforço transversal requerida.	52
Quadro 3.33 - Esforço atuante em cada uma das barras para o carregamento total relativamente ao modelo de escoras e tirantes correspondentes ao traçado reto e correspondentes ao traçado parabólico respetivamente para uma carga aplicada de 320kN por cabo.	52
Quadro 3.34 - Carga total suportada passivamente.	53
Quadro 3.35 - Cálculo da armadura de esforço transversal requerida.	53
Quadro 3.36 – Forças equivalentes distribuídas e forças de ancoragem para o cabo parabólico 55	
Quadro 3.37 – Modelo de escoras e tirantes com tirante longitudinal parabólico.	55
Quadro 3.38 – Esforços no modelo de escoras e tirantes com tirante longitudinal reto.	56
Quadro 3.39 – Percentagem de carga a suportar por cada um dos modelos	56
Quadro 3.40 – Cálculo da armadura transversal requerida para os tirantes com maior esforço axial.	57

SIMBOLOGIA

b – Largura do elemento por onde se desenvolve uma escora

d – Altura útil de uma secção transversal

e – Excentricidade

f – Excentricidade da secção média do cabo relativamente à corda que une as suas extremidades

f_{cd} – Valor de cálculo da tensão de rotura do betão à compressão

f_{ct} – Valor característico da tensão de rotura do betão à tração simples

f_{ck} – Valor característico da tensão de rotura do betão à compressão aos 28 dias de idade

f_{pyd} – Valor de cálculo da tensão de rotura à tração das armaduras de pré-esforço

f_{yk} – Valor característico último da tensão de cedência à tração do aço das armaduras de pré-esforço

f_{yd} – Valor de cálculo da tensão de cedência à tração do aço das armaduras para betão armado

f_{yk} – Valor característico da tensão de cedência à tração do aço das armaduras para betão armado

g – Espessura do campo comprimido

z – Braço do binário das forças interiores

A_p – Área da secção de uma armadura ou de cabos de pré-esforço

A_s – Área da secção de uma armadura para betão armado

$A_{s,min}$ – Área da secção mínima de armaduras

A_{sw} – Área da secção das armaduras de esforço transversal

E_p – Valor de cálculo do módulo de elasticidade do aço de uma armadura de pré-esforço

F_s – Valor de cálculo da força exercida sobre o aço

H – Altura de uma secção transversal

L – Comprimento

L_{panel} – Comprimento de um painel

M_{Ed} – Valor de cálculo do momento fletor atuante

N_{Ed} – Esforço axial atuante

P – Carga pontual

P_0 – Valor do pré-esforço inicial na extremidade ativa da armadura de pré-esforço, imediatamente após a aplicação do pré-esforço

V_{Ed} – Valor de cálculo do esforço transversal atuante

σ_C – Tensão de compressão

σ_{Rdmax} – Valor de cálculo da resistência de uma escora de betão

σ_T – Tensão de tração

ν – Coeficiente de redução da resistência do betão fendilhado por esforço transversal

θ – Ângulo de inclinação das escoras

1 INTRODUÇÃO

Na transição do século XIX para o século XX, surge o método baseado em modelos de escoras e tirantes para o dimensionamento da armadura transversal de vigas de betão armado, quando *Ritter* e *Mörsch* a partir de observações experimentais estabeleceram a inspirada “Analogia da Treliça”. Esta analogia foi sendo refinada, sendo de referir os trabalhos de *Kupfer* (1964), *Rüsch* (1964), *Leonhardt* (1965) e mais recentemente *Thürlimann* (1979), *Chen* (1982) entre outros, que contribuíram essencialmente para afinar o modelo e para sistematização dos procedimentos de aplicação.

Com base na treliça desenvolvida por *Ritter e Mörsch* a maioria das peças lineares pode ser dimensionada de maneira simplificada. De facto, estas peças constituem as habitualmente designadas por “Regiões B” de uma estrutura de betão armado, e a utilização da analogia da treliça permite ao projetista concentrar-se efetivamente nas zonas críticas da peça, baseando o dimensionamento nessas zonas, ao invés de realizar uma análise integral.

No entanto, há muitas partes de uma estrutura reticulada de betão armado que não podem ser consideradas como “Regiões B”, ou seja, onde a hipótese de *Euler* e *Bernoulli* não é aplicável. Estas zonas estão normalmente associadas a irregularidades na geometria da estrutura ou a pontos de inserção de forças “concentradas” e são denominadas de “Regiões D”, (Schlaich, 1987). Nestas situações pode recorrer-se ao modelo de escoras e tirantes, visto que para além de proporcionarem uma metodologia de fácil entendimento a respeito dos mecanismos resistentes da estrutura também conduzem a resultados bastante satisfatórios e conservativos. Estes modelos não são mais do que uma representação discreta dos campos de tensão nos elementos estruturais, sendo que as escoras representam os campos principais de compressão e os tirantes os campos principais de tração na armadura. Estas escoras e tirantes convergem em elementos denominados de nós ou regiões nodais (Alves de Souza, 2004).

O campo de aplicação do método baseado nestes modelos é muito vasto, podendo-se incluir qualquer tipo de estrutura de betão armado, desde vigas parede, consolas, vigas com abertura na alma, sapatas e blocos de fundação ou mesmo simples vigas como é o caso. Um projetista com alguma experiência pode conseguir bons resultados com esta metodologia de dimensionamento ao conjugar os diversos elementos constituintes do modelo, podendo atingir soluções muito favoráveis, não só tecnicamente mas também a nível económico.

Neste estudo interessa particularmente minimizar a armadura de flexão e de esforço transversal requeridas para garantir a segurança aos estados limites últimos.

Relativamente ao betão armado pré-esforçado parece ter a sua origem, pelo menos conceptual, no século XVIII. No entanto a sua concretização só foi conseguida quando *Freyssinet (1928)* desenvolveu um método que permitia ultrapassar a fraca resistência à tração que o betão apresenta, com o qual o betão armado convive bem. Graças às vantagens que este procedimento apresenta, hoje em dia pode ser aplicado a praticamente todo o tipo de estruturas, permitindo a construção de grandes vãos com peças de secção esbelta, o que não seria possível até essa altura. De facto, a força de pré-esforço nos cabos garante o funcionamento da totalidade da secção de betão em condições normais de funcionamento da estrutura, diminuindo a fendilhação das zonas “tracionadas” dos elementos, o que aumenta a durabilidade e a rigidez seccional por comparação com o betão normal, permitindo criar peças extremamente esbeltas e de grandes vãos. A conceção e dimensionamento do pré-esforço é focado no comportamento em serviço das estruturas, porém, e de forma complementar, a presença dos cabos de pré-esforço também pode e deve ser considerada na verificação dos estados limites últimos.

Duas notas importantes relativas ao pré-esforço referem-se ao material e também aos métodos de análise habituais. O pré-esforço requer a utilização de cabos ou barras com elevada resistência. Uma vez que o módulo de elasticidade deste aço é praticamente igual ao do aço de resistência normal, a sua utilização eficaz implica a existência de extensões elevadíssimas, o que, em betão armado normal acarretaria problemas de fendilhação proibitivos. O pré-esforço é uma ação indireta pois consiste no encurtamento dos cabos a que o betão endurecido se opõe. Porém, uma forma habitual de tratar esta ação sobre a totalidade da estrutura consiste em considerar a ação dos elementos metálicos pré-esforçados sobre a remanescente estrutura em betão armado. Esta ação é designada de carregamento equivalente e o projetista concebe o traçado dos elementos metálicos de pré-esforço e o valor do pré-esforço aplicado, de modo a que este carregamento equivalente contrarie ou atenua as ações aplicadas aos deslocamentos da estrutura associados às ações aplicadas.

Ao longo deste trabalho os modelos de escoras e tirantes são aplicados à análise várias vigas pré-esforçadas com o intuito de minimizar a quantidade de armadura requerida aproveitando a capacidade resistente dos materiais envolvidos, garantindo sempre a segurança aos estados limites últimos. Trata-se de um tema com um campo de aplicação muito vasto e que pode interessar a muitos profissionais que lidem com este tipo de situação prática.

1.1 Organização do documento

Este documento divide-se em quatro partes ou capítulos. No primeiro faz-se uma apresentação introdutória com o intuito de elucidar o leitor acerca do tema em questão. A revisão bibliográfica efetuada no segundo capítulo, descreve o estado da arte atual, que estabelece o ponto de partida deste estudo e justifica algumas decisões tomadas no decorrer do mesmo. No terceiro capítulo, descreve-se o exemplo estrutural estudado criado por Regan, (Regan, 2009). Apresenta-se a análise deste exemplo, estudam-se os resultados obtidos nas diversas hipóteses testadas e indicam-se as conclusões de maior importância. O último capítulo retrata um resumo das conclusões obtidas no capítulo anterior.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 Considerações Iniciais – Modelo de Escoras e Tirantes

Dada a importância e relativa simplicidade do método de análise e dimensionamento de estruturas de betão armado baseados em modelos de escoras e tirantes, é hoje considerado por muitos investigadores e projetistas como a base racional e apropriada para o dimensionamento de elementos de betão armado, ou mais precisamente para a verificação dos estados limites últimos. Esta metodologia não é só passível de ser aplicada a elementos simples, mas também pode ser aplicada a meios irregulares como já foi referido. Tirando-se partido das capacidades informáticas atuais, é possível resolverem-se problemas que poderiam parecer complicados inicialmente, sendo transformados em alternativas simplificadas, constituindo portanto uma solução aproximada da solução “exata” passível de ser aplicada. Este modelo é de útil aplicação nas fases de conceção e pré-dimensionamento, entre outras.

Esta metodologia de escoras e tirantes baseia-se no teorema do limite inferior da análise plástica limite, e a sua utilização na análise e dimensionamento de uma dada estrutura de betão armado é válida desde que se tomem as medidas necessárias para assegurar a ductilidade da estrutura. Recorrendo aos princípios da análise plástica limite, é possível não só estimar o valor das cargas máximas que uma estrutura poderá suportar, como também, para uma dada estrutura e carregamento, determinar a posição e quantidade de armadura que essa estrutura necessita, como se verá adiante (Meirinhos, 2008).

Nesta fase inicial faz-se uma apresentação geral e qualitativa de uma peça linear de betão armado simplesmente apoiada sujeita a uma determinada carga.

Comece por se considerar uma viga de secção transversal retangular com comportamento elástico linear simplesmente apoiada e sujeita a duas cargas pontuais transversais de igual grandeza, situadas em posição simétrica relativamente à secção de meio vão. A estas cargas corresponde um campo de tensões na viga (Appleton, 2012). As trajetórias principais de tensão no elemento apresentam um grande raio de curvatura em grande parte do elemento e menor raio nas zonas mais próximas dos apoios e dos pontos de aplicação de cargas, Figura 2.1.

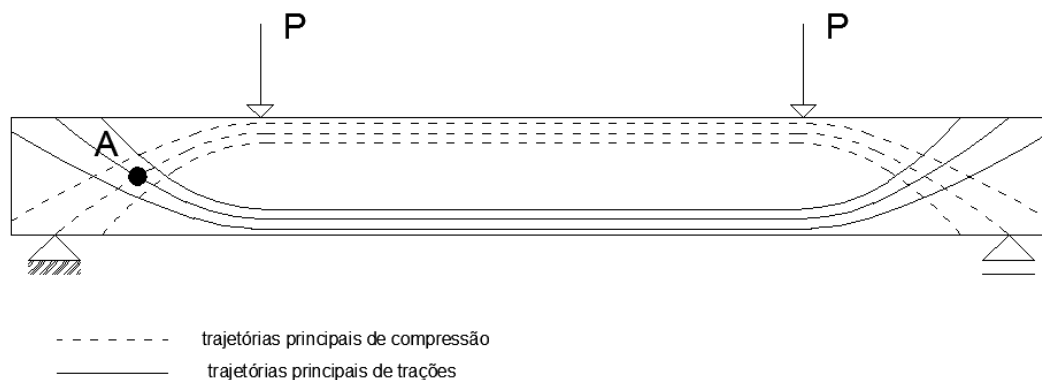


Figura 2.1 - Esquema simplificado com algumas trajetórias principais de tensão para o carregamento indicado.

O esforço é nulo entre as secções de aplicação das cargas e tem valor constante P entre cada apoio e a carga vizinha, Figura 2.2. Estas zonas de esforço transversal constante não nulo são designadas de zonas de corte.



Figura 2.2 - Diagrama de esforço transversal para o carregamento representando na Figura 2.1.

Seja A um ponto sobre o eixo da viga numa das zonas de corte, Figura 2.1, as correspondentes direções principais de tensão apresentam uma inclinação de 45° relativamente ao eixo da viga, Figura 2.3.

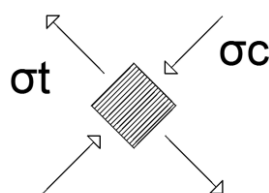


Figura 2.3 - Estado de tensão do ponto A sobre o eixo da viga na zona de corte esquerda.

Deixando cair a hipótese de material homogêneo com comportamento elástico linear e considerando o comportamento não linear dos materiais aço e betão, quando o valor da tensão principal de tração no betão σ_t , atinge a resistência à tração do betão f_{ct} , começa a surgir o aparecimento de fendas nas partes tracionadas. Estas serão inclinadas relativamente ao eixo da

viga na zona de corte e aproximadamente verticais entre as secções de aplicação das cargas, Figura 2.4.

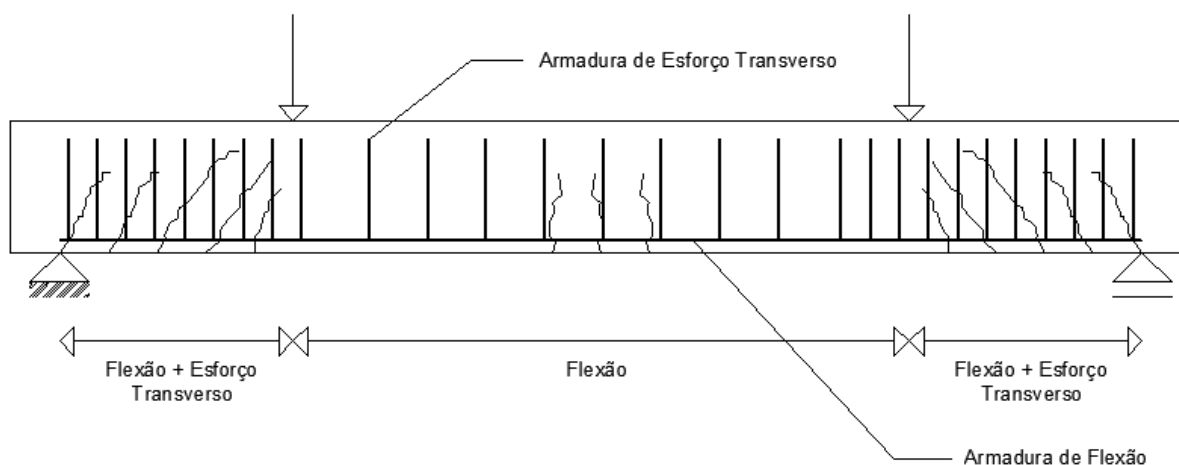


Figura 2.4 – Esquema de viga de betão armado fendilhada dotada de armadura de flexão e de esforço transversal.

O despoletar e desenvolvimento da fendilhação estão diretamente relacionados com a carga aplicada, portanto quanto maior o valor da carga, maior é a probabilidade ocorrência de novas fendas e maiores se tornam as já existentes impedindo assim a resistência à tração do betão. Torna-se portanto essencial a aplicação de armaduras transversais com direção oblíqua ou perpendicular às fendas, daí a utilização de estribos verticais na zona de corte e armadura longitudinal ao longo de toda a viga, Figura 2.5. Deste modo, a carga aplicada pode transmitir-se através de escoras inclinadas de compressão à parte inferior da viga, de onde é transferida à parte superior por tração nos estribos, de onde “segue” novamente por compressão para a parte inferior, etc., até que finalmente atinge o apoio. Designa-se este percurso de transmissão indireta de cargas aos apoios em oposição à transmissão direta que ocorre quando o ponto de aplicação das cargas se encontra muito perto do apoio. É evidente que o número de ciclos descendentes e ascendentes aumenta com a distância da secção de aplicação da carga ao apoio: no caso da Figura 2.5 só se observa um ciclo pois essa distância é relativamente pequena.

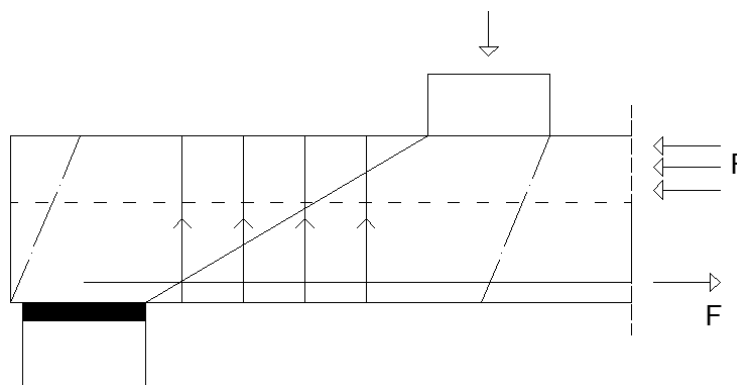


Figura 2.5 – Esquema do encaminhamento das tensões do ponto de aplicação da carga até ao apoio.

Basicamente foi esta a ideia seguida por *Ritter* e *Mörsch*, encontrar um modelo que se adaptasse a estas condições, que garantisse a segurança e que ao mesmo tempo fosse de fácil exequibilidade e de vasta aplicação. Assim, estabeleceram e desenvolveram este modelo análogo ao das treliças de madeira ou metálicas. É de referir que este tipo de mecanismo de transmissão de carga em elementos de betão armado submetidos à flexão com esforço transversal havia sido compreendido por estes autores desde os primeiros ensaios experimentais por eles realizados em vigas de betão armado, Figura 2.6.

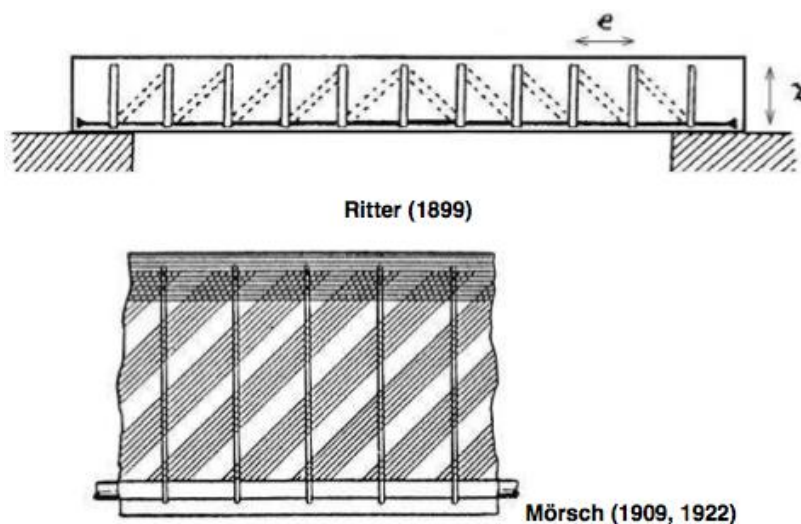


Figura 2.6 – Modelos de treliça desenvolvidos por *Ritter* e *Mörsch* (Appleton, 2012).

2.1.1 – Modelo de escoras e tirantes

Como foi referido anteriormente, o modelo de escoras e tirantes representa os campos de tensões nos elementos estruturais de betão armado de uma forma discreta. É como que uma representação do esqueleto resistente que constitui a estrutura, que transfere as forças desde o seu ponto de aplicação até aos apoios. Trata-se de uma idealização do fluxo de forças no interior de uma peça, (Meirinhos, 2008). Foi a partir desse fluxo interno de forças que *Ritter* e *Mörsch* desenvolveram, separadamente, o modelo de treliça tendo em vista o dimensionamento de vigas de betão armado, que constitui pois o primeiro caso específico do modelo de escoras e tirantes. De modo a otimizar o custo deste material compósito, a transmissão internas de forças faz-se, principalmente, através de tirantes metálicos segundo direções que apresentam tensões médias de tração e de escoras de betão segundo direções que apresentam tensões médias de compressão, Figura 2.7. O conjunto de escoras e tirantes tem de constituir um todo (estrutura fictícia) estável sob a ação das cargas aplicadas assim como apoios de suporte à estrutura.

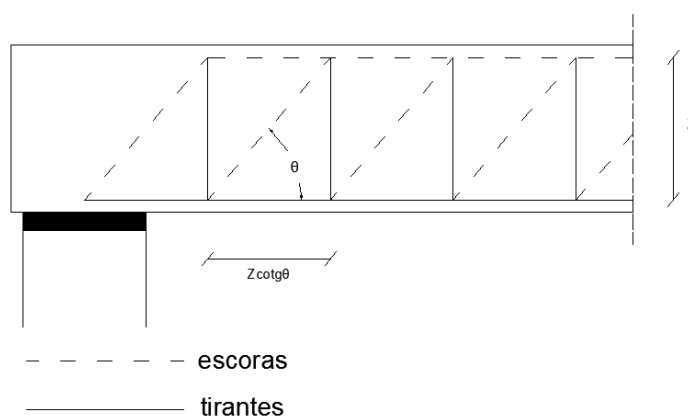


Figura 2.7 – Modelo de treliça aplicado a uma viga de betão armado.

Neste modelo de treliça, cada barra vertical representa a resultante de um campo de tensões de tração e cada barra inclinada representa um campo de tensões de compressão, Figura 2.8, (Appleton, 2012). Assim, a partir dos esforços axiais é possível saber quais as quantidades de armadura requerida e avaliar se a tensão longitudinal nas escoras de betão e se os campos de tensão nos nós garantem o bom funcionamento da peça.

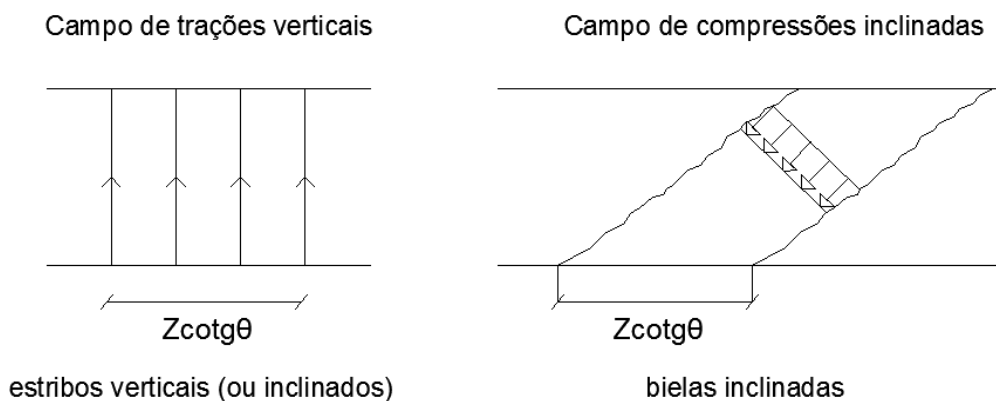


Figura 2.8 - Representação esquemática dos campos de tração e compressão na alma da viga.

Por outro lado, refira-se que as barras longitudinais, inferior e superior representam no essencial, os banzos tracionados e comprimidos por flexão, Figura 2.9.

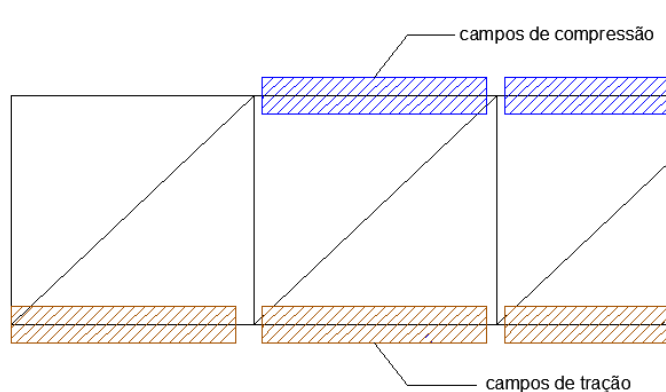


Figura 2.9 - Representação esquemática dos campos de tração e compressão nos “banzos” da viga.

Com base nesta modelação é possível relacionar os esforços na viga (M e V) com as tensões nos diferentes elementos da treliça, ou seja, na armadura transversal, armadura longitudinal e nas escoras comprimidas (inclinadas e longitudinais). No entanto, há que ter em conta que, sendo este modelo estaticamente válido e representando as características principais do comportamento à rotura, fornece apenas uma aproximação da resposta do betão armado. É claro que ao longo das últimas décadas muitas adaptações foram feitas ao modelo base, mas o princípio é sempre o mesmo (Appleton, 2012).

Esta metodologia pode ser aplicada não só a elementos lineares como acontece neste trabalho, mas em qualquer zona de uma estrutura, sendo a sua aplicação particularmente interessante em estruturas ou partes desta onde não seja válida a hipótese de Euler e Bernoulli.

Assim, na análise e dimensionamento de qualquer estrutura de betão armado, é necessário distinguir as “Regiões B” e as “Regiões D” assim batizadas por Schlaich (Alves de Souza, 2004). As zonas B são zonas onde é aceitável a aplicação da hipótese de *Euler e Bernoulli*, enquanto as zonas D são zonas de descontinuidade (zonas irregulares) que apresentam campos de deformação complexos, Figura 2.10 (Schlaich, 1987). Além das zonas de descontinuidade geométrica representadas na Figura 2.10, também são zonas de descontinuidade as zonas de aplicação mais ou menos concentradas de forças externas, como as correspondentes aos apoios e à ancoragem dos cabos de pré-esforço.

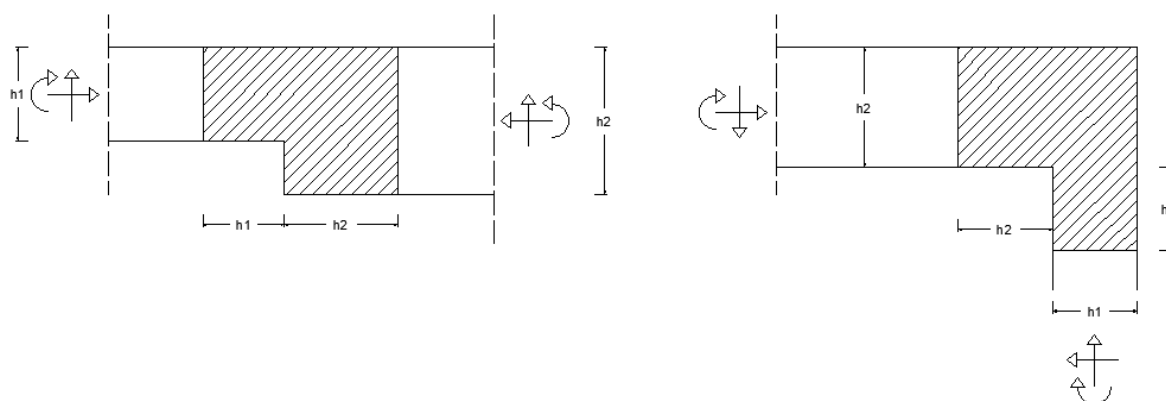


Figura 2.10 – Representação esquemática de zonas de descontinuidade do tipo D.

A maior dificuldade na elaboração deste tipo de modelos consiste em encontrar uma adequada localização dos diversos elementos que possa retratar eficazmente os mecanismos resistentes e o “percurso das forças” no interior da peça estrutural.

Hoje, o método de análise baseado nestes modelos é considerado por muitos investigadores e projetistas como a base racional e apropriada para o dimensionamento de meios irregulares de betão armado e por isso tem conhecido um grande desenvolvimento e interesse nos últimos anos. A referir que esta metodologia de análise não é somente aplicável a estados limites últimos.

2.1.1.1 – Procedimento de aplicação

O esquema seguinte representa os passos para o adequado dimensionamento apoiado num modelo de escoras e tirantes, Figura 2.11.

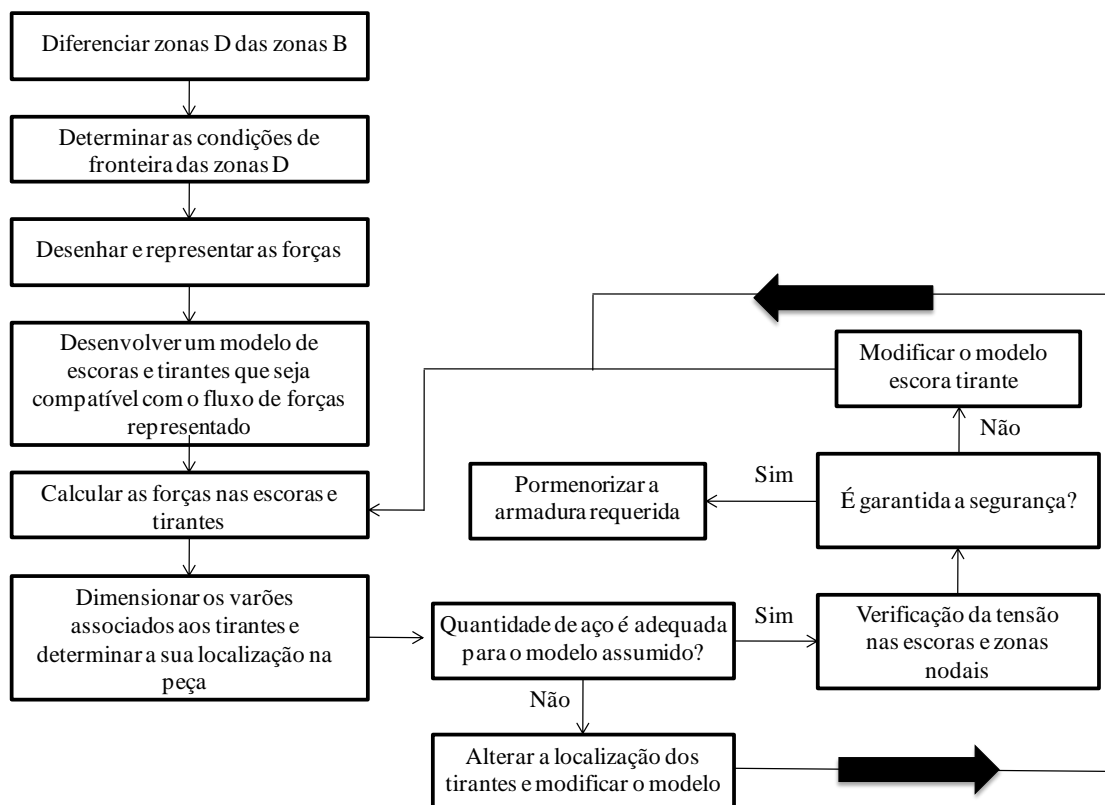


Figura 2.11 – Esquema representativo do procedimento de dimensionamento baseado em modelos de escoras e tirantes, (Martin, Jr., 2007)

2.1.1.2 – Otimização do modelo

Uma das grandes vantagens desta metodologia é que não existe uma tipologia única para cada problema, podendo haver várias igualmente adequadas passíveis de serem aplicadas. Este facto deve-se a duas situações. A primeira é devido às propriedades e características inerentes da própria estrutura de betão e das forças de carregamento que condicionam a disposição das armaduras, e a segunda reside no facto de haver uma generalização do método para todos os tipos de elementos estruturais, mesmo para os de geometria mais complexa. A aplicação desta metodologia depende também da experiência e conhecimento do material betão armado do engenheiro projetista e das suas opções, o que a torna numa técnica criativa e de soluções variadas.

Schlaich desenvolveu uma metodologia de seleção de tipologia de modelo baseada em critérios energéticos: os esforços tendem a “percorrer” os caminhos mais curtos e que proporcionam uma menor deformação da estrutura, por outras palavras, para Schlaich existe uma concentração de tensões nas zonas de maior rigidez. Considerando que a deformabilidade das escoras pode ser assumida como desprezável relativamente à dos tirantes, estes têm uma maior contribuição para a deformação global da estrutura e para o valor da energia total.

Perante isto, o modelo com um menor número e comprimento de tirantes é o modelo mais adequado (Schlaich, 1987).

2.1.1.3 – Componentes constituintes do modelo de escoras e tirantes

Quando se faz a substituição do campo de tensões numa estrutura ou elemento, por um conjunto de barras retas com dimensões finitas (escora e tirantes) está implícito que o desvio das forças se concentram nos nós, Figura 2.12. Esses nós existentes no modelo correspondem a zonas nodais onde se desenvolvem estados de tensão planos (ou melhor, espaciais). Uma vez que estes três elementos se encontram interligados, o funcionamento de um irá afetar o comportamento dos restantes (Meirinhos, 2008).

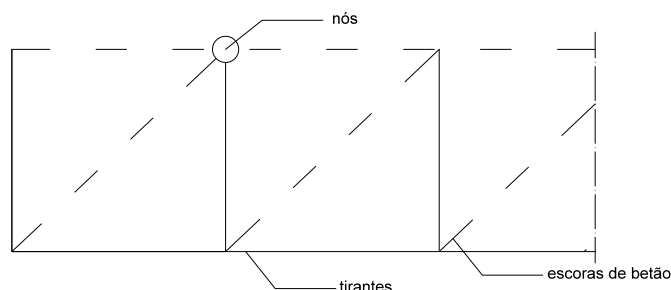


Figura 2.12 – Componentes do modelo de escoras e tirantes.

▪ Dimensionamento das escoras

As escoras são elementos lineares fictícios, que através dos campos de tensões planos ou espaciais transmitem tensões de compressão entre as zonas nodais. Poderão apresentar problemas relativamente ao esmagamento se o valor da tensão média no elemento for superior ao valor da tensão resistente do betão. Quando sujeitas a um esforço elevado, ocorre o alargamento ou dispersão transversal do campo de tensões entre os nós adjacentes, conduzindo ao encurvamento das trajetórias de compressão e conseqüente aparecimento de trações transversais. Quando se faz a verificação do elemento, este efeito tem que ser tido em consideração, quer introduzindo a influência nociva das tensões de tração no critério de rotura do betão, quer refinando o modelo de escoras e tirantes.

Se se fixar o valor máximo admissível para a tensão de compressão no betão, esta verificação é feita através da comparação da espessura máxima admissível para a escora, de acordo com a geometria da peça estrutural, com a largura de que essa escora necessita, sendo necessário garantir que a largura da escora nunca saia fora do volume de betão fisicamente disponível.

Nos modelos de treliça em vigas as escoras são dispostas paralelamente ao eixo longitudinal da viga ou obliquamente a este. Para a definição das escoras inclinadas ou oblíquas, o EC2 impõe limites máximos e mínimos da inclinação θ (Eurocódigo 2, 2010), sendo através de:

$$1 \leq \cot \theta \leq 2,5 \quad (2.1)$$

A razão para estes limites prende-se com o facto destas escoras estarem enquadradas por elementos metálicos dispostos ortogonalmente. A partir deste balizamento pode esboçar-se um primeiro modelo de escoras e tirantes.

A espessura g das escoras oblíquas e longitudinais, é definida por:

$$g = \frac{N_{Ed}}{bf_{cd}} \quad (2.2)$$

sendo N_{Ed} o esforço axial atuante em módulo e b a largura do elemento por onde a escora se desenvolve. Perante isto, as dimensões máximas permitidas para as escoras diagonais são dadas por:

$$g_{\max} = z \cos \theta \quad (2.3)$$

e para as escoras oblíquas por:

$$g_{\max} = h \quad (2.4)$$

Significa isto portanto que, a espessura máxima admissível para a escora não pode sair nunca fora do volume de betão fisicamente disponível para que a peça se encontre em segurança. A Figura 2.13 ajuda a entender qual o significado de cada uma das variáveis. A inclinação das escoras é representada por θ , z é o comprimento do braço interno do binário das forças interiores e h a altura do banzo.

Como foi referido, a altura da escora do banzo superior não pode ser superior ao valor de h (nesta situação), caso contrário poderá ocorrer o aparecimento de trações transversais devido ao encurvamento das trajetórias de compressão.

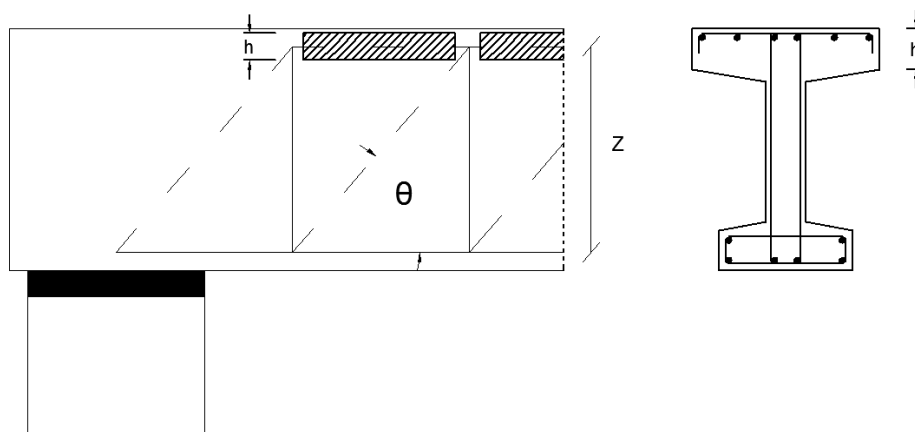


Figura 2.13 – Representação esquemática do significado das variáveis em estudo

Schlaich e Schäfer definiram três tipos de campos de compressão, Figura 2.14, os campos em leque, em garrafa e prismáticos (Schlaich,1987). Neste trabalho só são utilizados campos prismáticos (ou quase prismáticos, quando as tensões de rotura das zonas nodais que delimitam a escora são distintas).

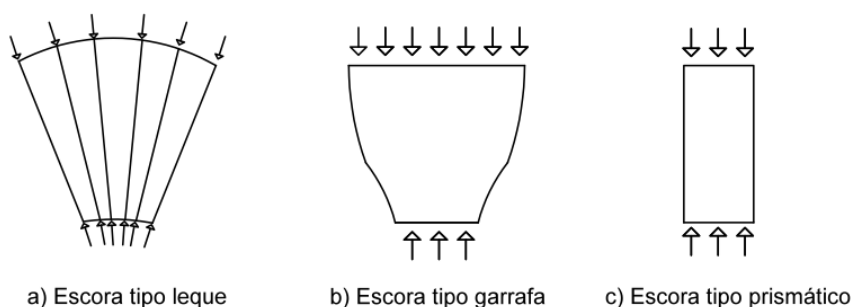


Figura 2.14 – Tipologia dos campos de compressão estabelecidos por Schlaich e Schäfer (Schlaich, 1987).

Segundo o EC2 (Eurocódigo 2, 2010) é necessário efetuar as seguintes verificações relativamente á segurança das escoras:

- O valor de cálculo da resistência de uma escora de betão ($S_{Rd,max}$) numa região comprimida transversalmente ao eixo da escora, ou isenta de tensões transversais, Figura 2.15, é dada por:

$$\sigma_{Rd,max} = f_{cd} \quad (2.5)$$

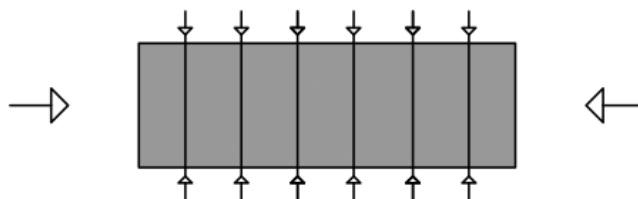


Figura 2.15 – Escora isenta de tração na direção transversal ao seu eixo.

- O valor de cálculo da resistência de uma escora de betão sujeita a tração transversal, Figura 2.16, devido à possibilidade de existir tração transversal, deve ser reduzido e determinado através da seguinte expressão:

$$\sigma_{Rd,max} = 0,6 \times \nu \times f_{cd} \quad (2.6)$$

com

$$\nu = 1 - \frac{f_{ck}}{250} [MPa] \quad (2.7)$$

sendo ν o coeficiente de redução da resistência do betão fendilhado por esforço transversal (Eurocódigo 2, 2010)

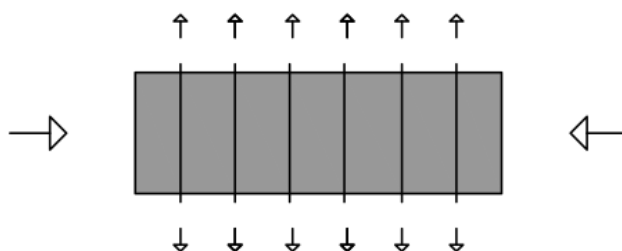


Figura 2.16 – Escora sujeita a tração na direção transversal ao seu eixo

▪ Dimensionamento dos tirantes

Como referido anteriormente, os tirantes representam os varões de aço que é necessário dispor ao longo da viga. A partir do valor do esforço axial de tração no tirante calcula-se a quantidade de armadura que garante a segurança do elemento. Assumindo que a resistência à tração do betão é desprezável, a armadura deverá ser dimensionada para resistir à totalidade do esforço atuante nesse tirante. Para o caso em estudo é necessário considerar a armadura de flexão, armadura de esforço transversal nas primeiras análises e a armadura de pré-esforço nas análises posteriores.

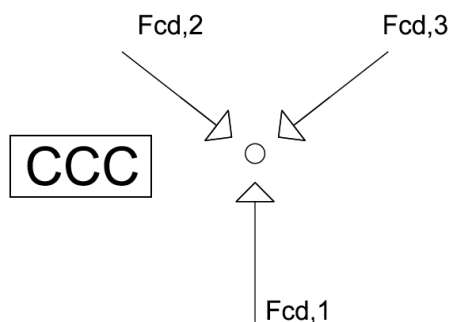
▪ Dimensionamento dos nós

Denomina-se de nó, ou zona nodal, ao volume de betão armado onde confluem escoras e/ou tirantes, que apresentam resultantes de tensões que satisfazem o equilíbrio nodal de forças.

Schlaich e Schäfer (Schlaich, 1987) estabeleceram duas tipologias de nós: nós contínuos e nós concentrados. Nos nós contínuos ou internos, a transferência de forças é assegurada por uma região relativamente grande e de forma progressiva, não existindo assim uma grande concentração de tensões, o que quer dizer que não existe nenhuma limitação relevante, podendo as escoras mobilizar uma área de betão suficiente para garantir que não ocorre esmagamento. Nesta tipologia de nós não existe nenhuma verificação específica, desde que seja assegurada a sua devida ancoragem através dos comprimentos de amarração necessários.

Os nós concentrados ou singulares são aqueles em que as forças concentradas são relevantes, e por consequência a região de transferência de força é de dimensões reduzidas. Nesta situação, a concentração de forças faz-se em pequenas regiões que representam os nós críticos onde se deve verificar as tensões. Devido à importância que deve ser dada a estes elementos, o dimensionamento de uma estrutura só fica completo após a verificação da segurança dos nós (Schlaich, 1987). De acordo com o EC2 (Eurocódigo 2, 2010), o cálculo da resistência dos nós vai ser efetuado em função do nó, podendo este ser de quatro tipos:

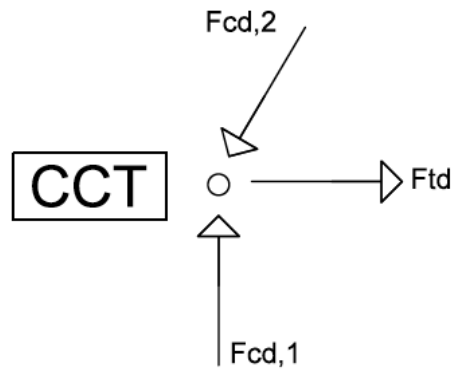
- i. Nó comprimido - não existe qualquer tirante amarrado ao nó e designa-se por CCC.



A tensão máxima que pode ser aplicada nas faces do nó obtém-se por:

$$\sigma_{Rd,max} = K_1 \times \nu \times f_{cd}, \text{ com } K_1 = 1,0 \quad (2.8)$$

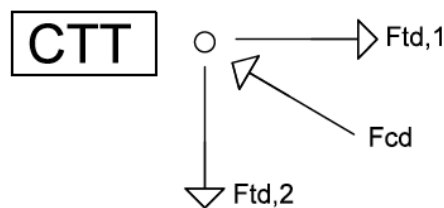
- ii. Nó sujeito a compressão e a tração numa direção, designado por CCT.



A tensão máxima que pode ser aplicada é dada por:

$$\sigma_{Rd,max} = K_2 \times \nu \times f_{cd}, \text{ com } K_2 = 0,85 \quad (2.9)$$

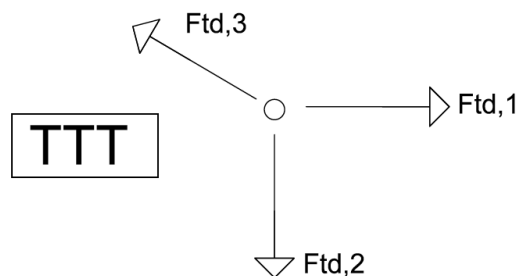
- iii. Nó sujeito a compressão e a tração em mais do que uma direção ou CTT.



A tensão máxima que pode ser aplicada é dada por:

$$\sigma_{Rd,max} = K_3 \times \nu \times f_{cd}, \text{ com } K_3 = 0,75 \quad (2.10)$$

- iv. Nó cercado por três ou mais tirantes ou TTT



2.1.1.4 – Dimensionamento das armaduras

Segundo o EC2 (Eurocódigo 2, 2010), a quantidade de armadura de flexão requerida pode ser calculada da seguinte forma:

$$A_s = \frac{M_{Ed}}{0,9df_{yd}} \quad (2.11)$$

Podendo o momento fletor atuante ser calculado através de:

$$M_{Ed} = F_s \times z \quad (2.12)$$

sendo F_s a força atuante no tirante e f_{yd} a tensão de cedência do aço.

Relativamente à quantidade de armadura de esforço transversal requerida, segundo o EC2 (Eurocódigo 2, 2010), é calculada por:

$$\frac{A_{sw}}{s} = \frac{V_{Ed}}{z \cot \theta f_{yd}} \quad (2.13)$$

com $\frac{A_{sw}}{s}$ a área transversal de armadura por unidade de comprimento, V_{Ed} o esforço transversal atuante e z o braço do binário das forças interiores.

No entanto também é possível o cálculo da armadura transversal requerida diretamente através do esforço axial no tirante,

$$\frac{F_s / f_{yd}}{L_{painel}} = \frac{A_{sw}}{s} \quad (2.14)$$

sendo F_s a força atuante no tirante e L_{painel} a distância entre montantes.

A quantidade de armadura de flexão requerida também pode ser estimada a partir do esforço axial atuante no tirante, vindo portanto:

$$\frac{F_s}{f_{yd}} = A_s \quad (2.15)$$

2.2 Considerações Iniciais relativas ao pré-esforço

2.2.1 – Conceito básico de pré-esforço

Embora o betão resista bem à compressão, a sua capacidade resistente à tração é da ordem de 10% da sua resistência quando comprimido. Devido a esta baixa capacidade de resistir a esforços de tração, é comum o aparecimento de fendas devidas à flexão, mesmo para carregamentos pouco importantes. Em estruturas em que as ações dariam origem a tensões de tração no betão, o pré-esforço apareceu como forma de eliminar essas tensões de tração, permitindo controlar a abertura de fendas. Como se explicou anteriormente, o pré-esforço trata-se de uma ação indireta. Assim, numa estrutura isostática este não produz quaisquer esforços. Por outro lado, o carregamento equivalente à ação do pré-esforço produz, numa estrutura isostática, um campo de esforços autoequilibrado, na estrutura de betão armado (ou seja, sem o cabo de pré-esforço).

De forma mais sumária, o betão armado pré-esforçado pode ser definido como uma associação ativa de dois materiais, betões de alta resistência conjugado com aços de alta resistência, em que se tira partido das elevadas capacidades resistentes de cada um, mediante a criação de um estado de tensões prévias ou iniciais, contrárias às proporcionadas pelas restantes ações permanentes (Appleton, 2012).

Faz-se habitualmente uma analogia de fácil compreensão para explicar o princípio básico do pré-esforço. Imagine-se um conjunto de livros dispostos numa fiada horizontal, Figura 2.17. Para que esta fiada seja levantada, segurando-a apenas pelas extremidades, é necessário aplicar primeiro um par de forças horizontais iguais que os comprimam uns contra os outros, produzindo dessa forma forças de atrito transversais entre eles, capazes de impedir o seu deslizamento transversal relativo por ação do seu peso próprio. Só assim será possível de se levantar a fiada de livros.

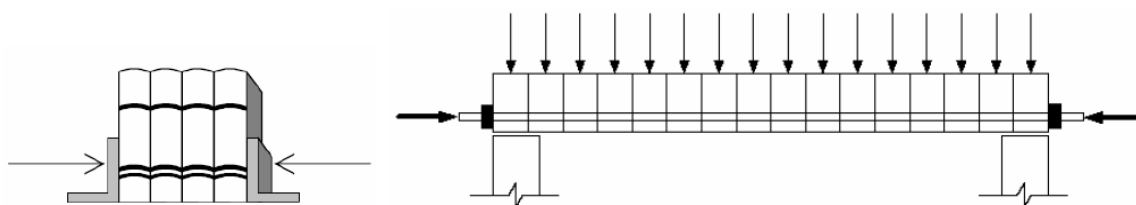


Figura 2.17 – Exemplo ilustrativo para melhor compreensão do pré-esforço.

Analogamente, supondo que se pretende executar uma viga de betão armado pré-esforçado simplesmente apoiada nas extremidades, o fator decisivo é o valor da carga que a viga terá que suportar. A partir do valor dessa carga, determinam-se as características que os materiais devem apresentar para que se consiga um comportamento estrutural adequado. Considere-se

uma viga simplesmente apoiada de comprimento L e altura H , em que o comprimento L é muito superior à altura H , Figura 2.19.

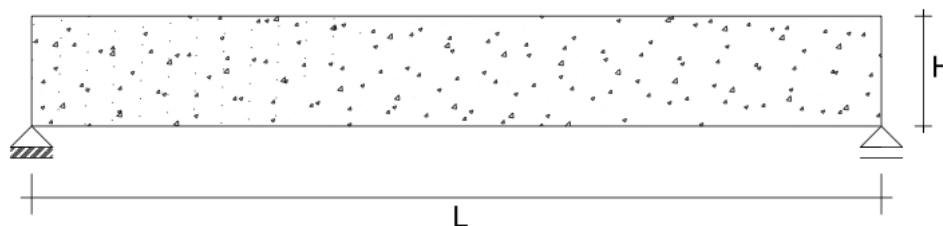


Figura 2.18 – Modelo de viga analisado.

Admita-se que a viga só tem que resistir ao seu próprio peso, ou seja, não existem cargas adicionais. O peso da viga terá que ser suportado pelo betão e pela armadura ordinária. Numa viga de betão armado normal, a ocorrência de fendilhação é uma consequência inevitável, visto que a quantidade de aço dos varões é insuficiente para manter as extensões axiais nas fibras inferiores suficientemente baixas para que o betão não fendilhe, Figura 2.19.

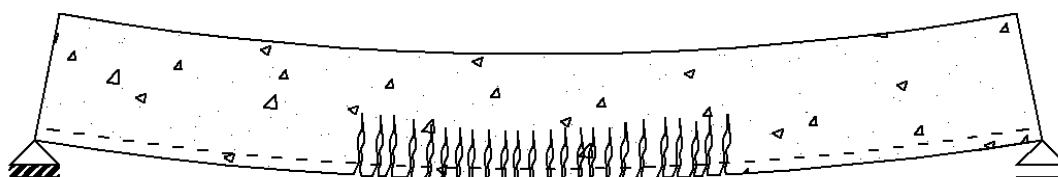


Figura 2.19 – Modelo de viga de betão armado com abertura de fendas devidas à flexão.

Adicionando cabos de pré-esforço à viga, o pré-esforço nestes causa um estado de deformação inicial com extensões negativas das fibras que primeiro fendilham por ação do carregamento. Assim, se o traçado dos cabos e o valor do pré-esforço forem adequados, o valor das extensões produzidas pelo carregamento poderá ser inferior ao das extensões negativas devidas ao pré-esforço, impedindo a fendilhação do betão. De forma alternativa, se se utilizar o conceito de carregamento equivalente anteriormente explicado, pode-se conceber um traçado e um valor de pré-esforço que correspondem a um carregamento equivalente que contraria, anulando ou atenuando suficientemente, o carregamento efetivo.

De uma forma exagerada a Figura 2.20 representa o efeito do pré-esforço que uma peça linear poderá exibir, no caso de um traçado parabólico ou de um traçado reto junto ao banzo inferior da viga. Note-se que se o efeito deste pré-esforço fosse considerado isoladamente produziria a fendilhação das fibras que normalmente funcionam à compressão. Esta fendilhação não se representa na figura porque efetivamente o pré-esforço deverá ser considerado conjuntamente com as restantes ações.

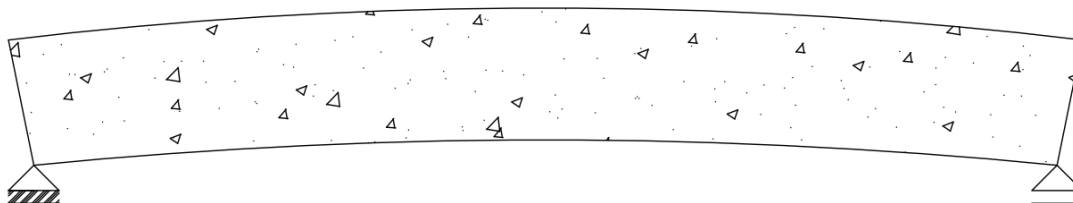


Figura 2.20 – Modelo de viga com deformada originada exclusivamente por forças de pré-esforço.

2.2.2 – Materiais aplicados para pré-esforço

A construção de estruturas pré-esforçadas requer um controlo de qualidade do betão a aplicar muito mais rigoroso que uma estrutura comum. Deve ser exigida a realização de ensaios prévios e um controlo muito restrito da qualidade dos materiais a aplicar durante a sua elaboração. Normalmente os betões aplicados neste tipo de estruturas são betões com elevada capacidade resistente para que possam aguentar grandes cargas quando comprimidos. Betões de baixas resistências não podem ser utilizados em situações de obra (Appleton 2012).

Este controlo apertado do betão tem a ver com um grande número de fatores. As elevadas forças de compressão que se fazem sentir aquando da introdução das forças de pré-esforço provocam grandes esforços nas zonas de amarração, tendo que ser garantida a condição de não esmagamento do betão. Outro fator preponderante na aplicação de aços e betões de elevadas resistências é a possibilidade de redução das dimensões transversais da peça, diminuindo claro está o seu peso próprio e permitindo a execução de grandes vãos quando assim for necessário. Uma vez que estes betões possuem em geral um módulo de elasticidade mais elevado, existe uma diminuição imediata das deformações, permitindo dessa forma garantir um maior controlo sobre a possibilidade de abertura de fendas.

Relativamente aos aços aplicados em elementos pré-esforçados são essencialmente caracterizados pela elevada resistência e pela ausência de um patamar de cedência definido, Figura 2.21. Tornam-se sensivelmente mais económicos que os aços normalmente usados em construção uma vez que a sua resistência pode chegar a ser de aproximadamente, três vezes maior que os aços convencionais. Poder-se-ia pensar que o aço de alta resistência seria passível de aplicar a estruturas de betão armado, no entanto essa aplicação é desaconselhada. Apesar disso, não é possível o aproveitamento de toda a resistência dos cabos de pré-esforço com a força de pré-esforço propriamente dita, podendo essa restante capacidade ser aproveitada para suportar o acréscimo de cargas associado à verificação para estados limites últimos.

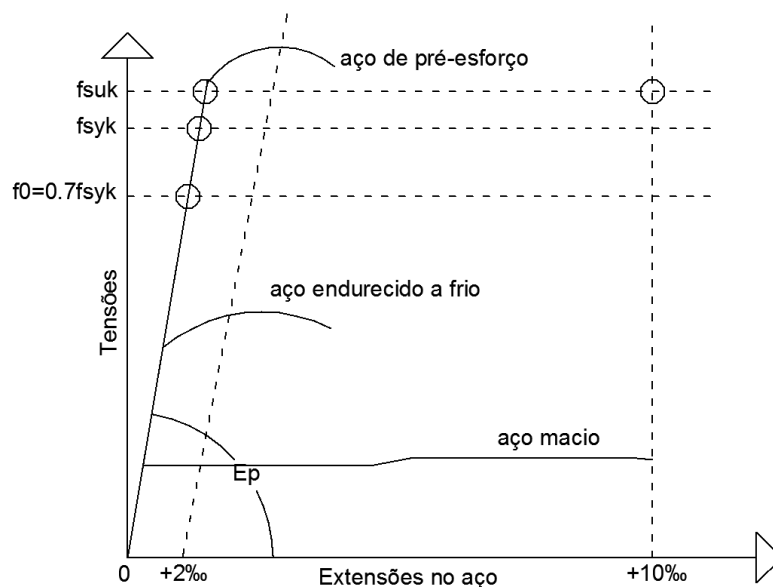


Figura 2.21 – Diagrama característico para vários tipos de aço.

2.2.3 – Funcionamento estrutural do betão pré-esforçado

Numa viga pré-esforçada o betão está basicamente sujeito a dois sistemas de forças, o pré-esforço e as restantes ações, incluindo o peso próprio.

A força de pré-esforço pode ser desdobrada num sistema de forças equivalentes e num sistema de cargas equivalentes aplicadas sobre o elemento. Enquanto o traçado reto apenas introduz um par de forças pontuais na amarração nas extremidades do cabo, Figura 2.22, já um traçado parabólico gera também cargas equivalentes distribuídas contrárias à ação das cargas atuantes para além das forças pontuais nas zonas de amarração dos cabos, Figura 2.23 (Appleton, 2012).

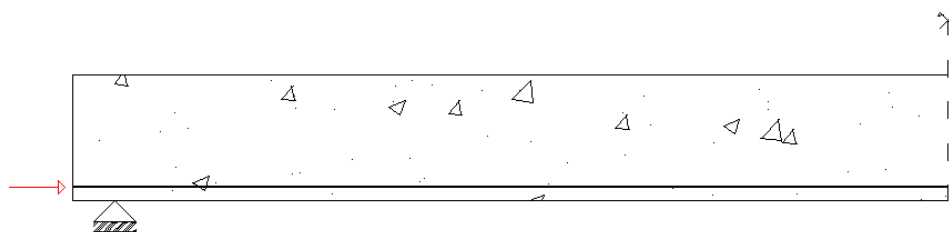


Figura 2.22 – Vista lateral da viga de betão armado pré-esforçado com um tirante longitudinal reto e respetiva força pontual.

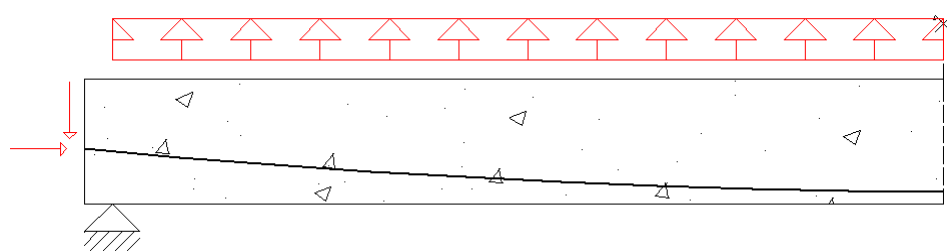


Figura 2.23 – Vista lateral da viga de betão armado pré-esforçado com um tirante longitudinal parabólico e respetivas cargas equivalentes e forças pontuais.

Uma questão que se deverá ter em conta relativamente á força de pré-esforço a aplicar num cabo é a ocorrência de perdas. Existem perdas de vários tipos, podendo-se realçar as perdas instantâneas ou as perdas diferidas. Efetivamente, numa análise real estes fatores teriam que ser tidos em conta visto que o valor da força de pré-esforço aplicada, após a dedução do valor das perdas, seria menor do que a força aplicada nas zonas de amarração. No entanto nesta análise optou por se desprezar o efeito dessas perdas, considerando que a carga aplicada nas extremidades dos cabos não sofre qualquer alteração.

▪ **Determinação das forças pontuais equivalentes de ancoragem**

A força de compressão no betão exercida nas ancoragens deve-se à força de tração (força de puxe) aplicada aos cabos de pré-esforço. Conhecida a excentricidade e a inclinação do ponto de entrada dos cabos e o valor da força de puxe, calculam-se as forças pontuais a que o betão irá ficar sujeito, ou as suas componentes reduzidas ao eixo da peça, Figura 2.24. Por convenção, em vigas, é a componente axial da força de puxe que representa o valor do pré-esforço P .

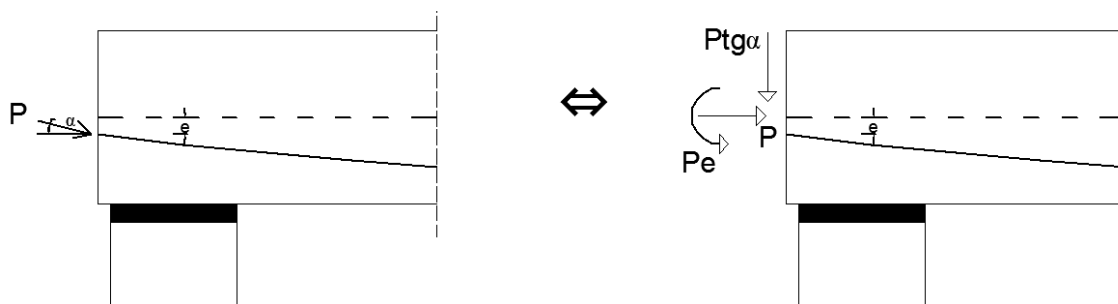


Figura 2.24 – Modelo esquemático para determinação das componentes da força equivalentes de ancoragem

▪ Determinação das forças distribuídas equivalentes

Apenas ocorrem nos troços curvos dos cabos de pré-esforço, correspondendo no caso dos troços parabólicos a cargas uniformemente distribuídas equivalentes que, normalmente, contrariam as cargas atuantes na peça. No caso parabólico, a intensidade da carga transversal equivalente é dada por:

$$q = \frac{8fP}{L^2} \quad (2.16)$$

sendo P a força de pré-esforço, L o comprimento da parábola e f a excentricidade da secção média do cabo relativamente à corda que une as suas extremidades.

2.2.4 – Vantagens

Algumas das principais vantagens deste sistema são (Appleton, 1999):

- Possibilidade de aplicação de processos construtivos evolutivos (pré-esforço provisório ou definitivo possibilita novos processos de construção, mais viáveis economicamente e com maior rapidez de execução)
- Redução no consumo de materiais (estruturas mais esbeltas)
- Diminuição do número de juntas (maiores vãos)
- Durabilidade, pois anula quase totalmente as tensões de tração (responsáveis pela fendilhação).
- Normalmente a estrutura apresenta uma maior resistência a efeitos de fadiga

2.2.5 – Desvantagens

Como desvantagens tem-se:

- Betões de maior resistência exigem um maior controlo durante a fase de execução
- Os aços de alta resistência para além de serem muito caros, exigem cuidados especiais de proteção contra a corrosão
- A colocação dos cabos de pré-esforço deverá ser feita com uma maior precisão, uma vez que um pequeno desvio na posição dos tendões poderá produzir esforços não previstos, levando a estrutura a comportar-se de forma não programada, podendo mesmo causar o seu colapso
- As operações de pré-esforço requerem pessoal e equipamento especializado

2.2.5.1 – Aplicações práticas de pré-esforço

Como se pode imaginar, a aplicação de betão pré-esforçado é muito vasta. Assim sendo, é frequentemente usado em obras de grande porte, como sejam plataformas marítimas (offshore) de exploração de petróleo ou gás, grandes pontes, lajes de edifícios em que se pretenda vencer grandes vãos, obras de contenção lateral ou barragens, etc. A Figura 2.25 representa uma das possíveis formas de aplicação do pré-esforço. A Ponte Rainha Santa Isabel em Coimbra é um bom exemplo da aplicação de pré-esforço no tabuleiro.

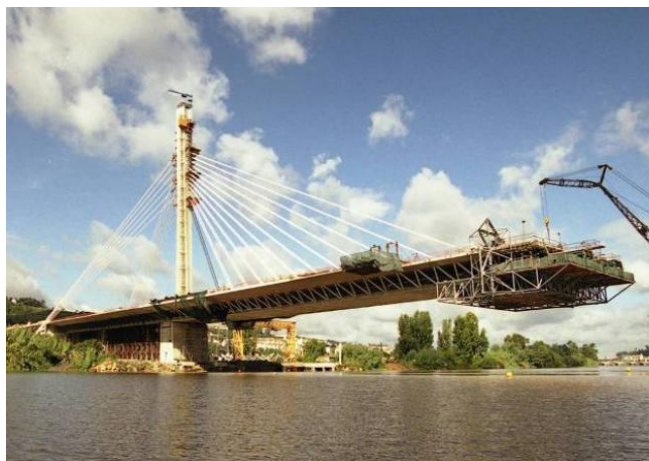


Figura 2.25 – Ponte dotada de armadura de pré-esforço ao longo do tabuleiro (Coimbra, 2004).

2.2.6 – Aplicação do modelo da treliça de Ritter e Morsch a peças de betão pré-esforçadas

Referindo agora o ponto fulcral deste trabalho, interessa considerar a utilização dos modelos de escoras e tirantes na análise de estruturas pré-esforçadas. O Eurocódigo 2 para dimensionamento de pontes de betão (Eurocode 2, 2005) sugere a utilização dos modelos de escoras e tirantes para o estudo de vigas de betão armado pré-esforçadas. Também o FIB numa secção dedicada à aplicação de modelos de escoras e tirantes à análise de vigas pré-esforçadas, de autoria de Regan, propõe e ilustra este procedimento. Esse artigo, e o exemplo apresentado, foram justamente o ponto de partida do presente trabalho.

Este modelo de escoras e tirantes que conjuga tirantes longitudinais reto e parabólico, e os correspondentes conjuntos de escoras diagonais é naturalmente hiperestático. Para a sua análise no *EvalS* duas estratégias são possíveis. Ou se considera o próprio modelo hiperestático, o que exigiria uma avaliação cuidadosa da rigidez das suas barras, particularmente das escoras, ou então separa-se nos dois modelos isostáticos estudados anteriormente, Figura 2.22 e Figura 2.23, sobrepondo-se posteriormente os resultados, procedimento habitual na análise de estruturas com base em modelos de escoras e tirantes. Optou-se pela segunda estratégia, embora tivesse sido interessante confrontar as duas.

3 ANÁLISE DAS HIPÓTESES ESTUDADAS

Este trabalho baseou-se numa análise estudada por Regan (Regan, 2009) relativamente à aplicação do modelo de treliça a uma viga de betão armado pré-esforçada no dimensionamento das armaduras resistentes à flexão e a esforço transverso para estados limites últimos.

O caso estudado por Regan consiste numa viga de betão armado pré-esforçada com 12 metros de vão de secção transversal em I, sujeita a uma carga uniformemente distribuída de 95kN/m ao longo de todo o seu comprimento, Figura 3.1. Nesse estudo sugeriu a aplicação de um betão C50/60. Relativamente à armadura ordinária, optou por um aço S500 e para armadura de pré-esforço um aço com uma tensão de cedência de aproximadamente 1700N/mm^2 , (FIB, 2009). Para além disso, Regan propõe a introdução de três cabos de pré-esforço, dois retos e um parabólico.

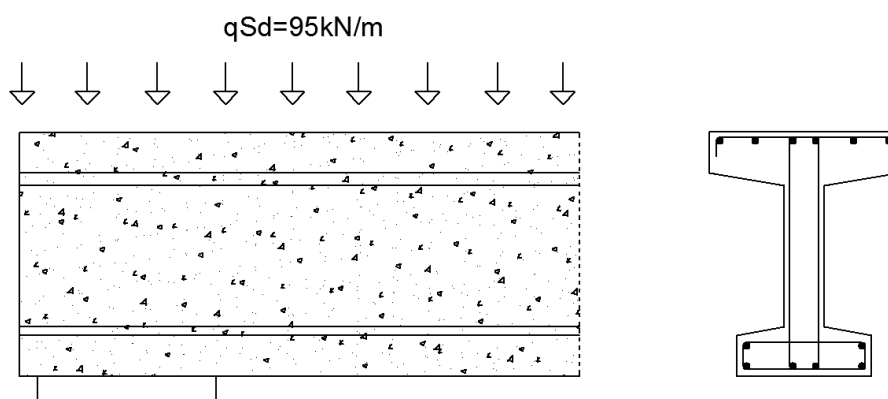


Figura 3.1 – Modelo esquemático da viga de betão armado com secção transversal em I estudada por Regan (Regan, 2009).

No entanto, nesta tese de mestrado interessa não só verificar o comportamento desse tipo de vigas, mas também analisar casos em que não se proceda á aplicação dessas forças de pré-esforço ou em que haja uma alteração da secção transversal.

Baseado no exercício proposto por Regan (Regan, 2009) começou por se analisar uma viga de betão armado simplesmente apoiada com 12 metros de vão e de secção transversal retangular.

Nesta análise verifica-se qual o comportamento dos elementos que compõe o modelo de treliça quando sujeito a uma ação descendente uniformemente distribuída. Regan propõe que apenas se considere o peso próprio da viga nesta análise, excluindo a aplicação de qualquer carga adicional para além dessa.

Nessa análise relativamente ao dimensionamento da armadura transversal faz-se variar a inclinação das escoras constituintes do modelo de treliça para verificar quais as alterações que surgem no comportamento global da viga e conseqüentemente na quantidade armadura resistente ao esforço transversal requerida.

Numa segunda fase altera-se a secção transversal inicial para uma secção transversal em I, recuperando-se o exemplo apresentado por Regan. Essencialmente a principal alteração ocorre ao nível da carga atuante sobre a viga. Visto tratar-se de uma secção transversal com menores dimensões, o seu peso próprio diminui, modificando o comportamento global da estrutura. Interessa nesta análise também verificar se as dimensões dos campos comprimidos ultrapassam o volume físico disponível de betão para uma determinada escora. Mais uma vez fazem-se variar as inclinações das escoras que constituem o modelo de escoras e tirantes e verificam-se quais as necessidades de armadura transversal e longitudinal que garantem a segurança da viga.

Posteriormente analisou-se uma situação similar à situação descrita no FIB, em que se introduzem três cabos de pré-esforço ao longo da viga, dois cabos retos que circulam ao longo do banzo inferior da viga e um cabo com um traçado longitudinal parabólico com uma determinada excentricidade, mantendo a secção transversal em I, Figura 3.2. Verificaram-se igualmente quais seriam as quantidades de armadura requeridas relativamente a esforço transversal e à flexão. Nesta situação, os cabos de pré-esforço já participariam no suporte a uma parte da carga atuante para os estados limites últimos da viga, aproveitando assim a capacidade resistente que não estava a ser utilizada, diminuindo dessa forma a carga efetiva atuante na viga. Numa primeira fase realizou-se a análise sem qualquer força de puxe aplicada. Posteriormente fez-se variar essa força nos três cabos.

Finalmente estudou-se uma viga de betão armado pré-esforçada simplesmente apoiada com 15 metros de vão, mas incorporando uma consola com 3 metros de comprimento, sendo constituída por uma secção transversal em I e por três cabos de pré-esforço tal como no caso anterior.

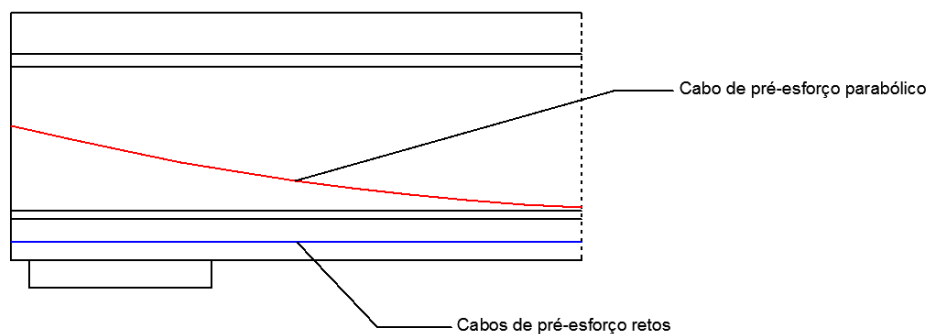


Figura 3.2 – Modelo esquemático da viga de betão armado pré-esforçada com a disposição dos traçados longitudinais reto e parabólico.

Neste capítulo apresentam-se os exemplos estudados, os parâmetros envolvidos em cada análise, os resultados obtidos e a respetiva análise. Para além de se ilustrar a aplicação dos modelos de escoras e tirantes à verificação dos estados limites últimos de uma viga pré-esforçada, pretende-se analisar o significado de alguns fatores e o modo como afetam o custo final de construção. Teria sido importante comparar os resultados obtidos com este procedimento com os obtidos com a verificação mais habitual, seguindo por exemplo as indicações descritas no Eurocódigo 2 bem como o controle dos estados limites de utilização, no entanto fugir-se-ia ao tema em questão.

O estudo numérico foi efetuado com o auxílio do programa de cálculo automático *Evals* para análise de estruturas reticuladas, da autoria de Miguel Pedrosa Ferreira, coorientador deste estudo, (Ferreira, 2011).

Começa por se analisar a situação mais desfavorável, uma viga de betão armado simplesmente apoiada com uma secção transversal retangular e sujeita a uma carga uniformemente distribuída de 140kN/m, Figura 3.3. Este valor, apesar de exagerado quando comparado com o valor proposto por Regan, (Regan,2009), simularia a carga relativa ao peso próprio da viga de secção transversal retangular comparativamente á secção transversal em I. Nesta situação a viga apenas é dotada de armadura resistente à flexão e ao esforço transversal.

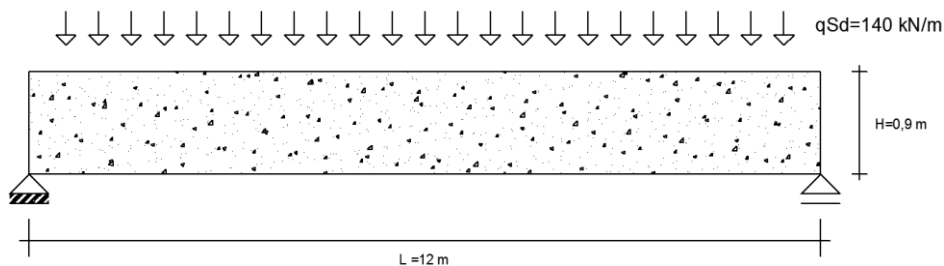


Figura 3.3 – Vista lateral da viga de betão armado de secção retangular

Relativamente aos materiais aplicados, seguindo o exemplo proposto por Regan (Regan, 2009), um betão de classe de resistência C50/60, armaduras de flexão e estribos de aço um aço S500 e para armadura de pré-esforço aço com uma tensão de cedência de aproximadamente 1700 N/mm^2 e com uma área de 396 mm^2 por cabo. Foi também testado um betão C30/37 para averiguar a influência da classe de resistência do betão. Assume-se que o centro de gravidade da viga se encontra aproximadamente á meia altura da secção.

3.1 Secção Transversal Retangular

Começou por se analisar a situação mais simples em que a viga de secção transversal retangular em estudo apenas estava dotada de armadura de flexão e de esforço transverso, para além da armadura construtiva.

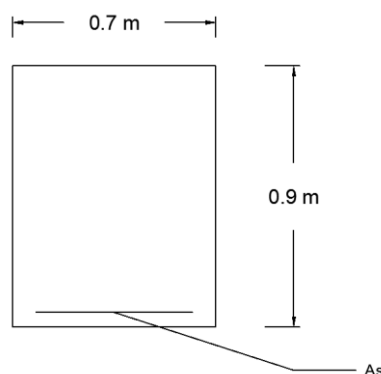


Figura 3.4 – Secção transversal retangular em análise

Para uma carga distribuída de 140 kN/m o momento máximo vale

$$M_{Sd} = \frac{PL^2}{8} = \frac{140 \times 12^2}{8} = 2520 \text{ kN.m} \quad (3.1)$$

Em seguida apresentam-se os três modelos treliçados utilizados na análise, os quais diferem unicamente na inclinação das escoras diagonais. Nestes modelos assume-se que as escoras do banzo superior e os tirantes do banzo inferior se localizam a aproximadamente 100mm dos limites da secção.

Relativamente á identificação dos esforços atuantes nas barras, optou-se por numerar cada um dos nós para uma mais fácil identificação.

3.1.1 – 1ª Análise

Nesta primeira hipótese adotou-se uma inclinação de escora de $\theta = 44,19^\circ$, com uma distância entre painéis de 0,75 metros e com uma distância entre barras horizontais correspondente ao braço do binário das forças interiores de 0,729 metros, Figura 3.5.

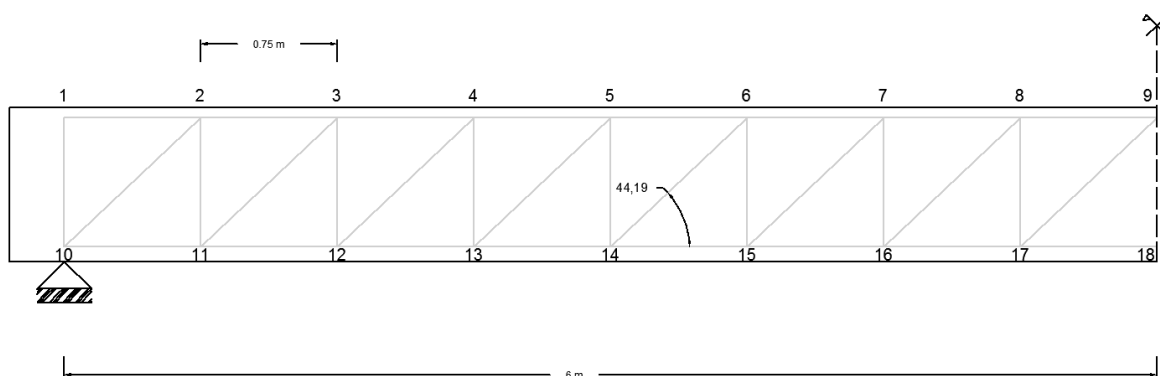


Figura 3.5 – Modelo de escoras e tirantes adotado para a primeira análise.

Para um modelo com a configuração da Figura 3.5, podem-se definir quais as espessuras máximas admissíveis das escoras diagonais e qual a altura máxima permitida para as escoras horizontais situadas no banzo superior.

Com base na expressão (2.3) para a definição da espessura máxima nas escoras inclinadas, nesta situação vem:

$$g_{\max} = 522,75\text{mm} . \quad (3.2)$$

Relativamente á altura máxima das escoras horizontais, com base na expressão (2.4), tem-se:

$$g_{\max} = 200\text{mm} . \quad (3.3)$$

O valor máximo para a altura das escoras horizontais é proveniente da altura do banzo superior, local onde se encontram as escoras.

Para que exista segurança, é necessário garantir que as escoras não sofrem esmagamento, isto é, que a tensão de rotura do betão à compressão não seja ultrapassada.

Os esforços atuantes nas escoras e tirantes calculados pelo *EvalS* apresentam-se no Quadro A.1, que consta no anexo. No Quadro 3.1 reúnem-se os valores máximos dos esforços provenientes desta análise.

Quadro 3.1 - 1ª Análise: Valores máximos do esforço axial nas barras.

Esforços máximos nas barras [kN]		
Escoras Diagonais	10-2	-1129,80
Tirantes Verticais	2-11	682,50
Escoras do Banzo Superior	8-9	-3402,80
Tirantes do Banzo Inferior	17-18	3456,80

Com base nos esforços máximos nas escoras apresentados no Quadro 3.1, e no valor da tensão de rotura à compressão do betão determinam-se as alturas máximas das escoras apresentadas no Quadro 3.2, constatando-se assim que são inferiores aos máximos admissíveis calculados nas expressões (3.2) e (3.3), não ocorrendo dessa forma o esmagamento do betão.

Quadro 3.2 – 1ª Análise: Valores máximos da altura das escoras.

Escoras Diagonais	Altura [mm]	48
Escoras do Banzo Superior		146

A área da secção transversal dos estribos para o esforço axial no tirante vertical mais próximo do apoio, $F=682,5\text{kN}$, é de aproximadamente $20,93\text{ cm}^2/\text{m}$, Quadro 3.3.

Quadro 3.3 – Cálculo da armadura de esforço transversal requerida.

Cálculo da armadura transversal requerida pelo <i>EvalS</i>		
$\frac{F}{L_{panel}} \frac{f_{yd}}{s} = \frac{A_{sw}}{s}$	$A_{s,req} \left[\frac{\text{cm}^2}{\text{m}} \right]$	20,93

Este resultado, baseado no modelo de escoras e tirantes apresentado, foi comparado com o resultante da aplicação da expressão (2.13) proveniente do EC2 (Eurocódigo 2, 2010), Quadro 3.4, constatando-se que não há uma grande discrepância entre os dois valores. O resultado proporcionado pelo EC2 é mais conservativo, sendo a diferença de aproximadamente 7% entre ambos.

Quadro 3.4 – Armadura de esforço transverso requerida pela expressão (2.13) proveniente do EC2.

Cálculo da armadura transversal requerida - EC2		
$z \cot \theta = 0,9 \times d \times \cot \theta$	[m]	0,75
V_{Ed}	[kN]	735
$\frac{A_{sw}}{s} = \frac{V_{Ed}}{z \cot \theta g \theta f_{yd}}$	$A_{s,req} \left[\frac{cm^2}{m} \right]$	22,54

A partir do esforço de tração máximo nos tirantes inferiores apresentado no Quadro 3.1 e da tensão de cedência do aço determina-se a quantidade de armadura longitudinal requerida admitindo a inexistência de pré-esforço.

$$\frac{F}{f_{yd}} = \frac{3456,8}{434,8 \times 10^3} = 0,00795 m^2 \approx 80 cm^2 \quad (3.4)$$

3.1.2 – 2ª Análise

Na segunda situação em estudo diminuiu-se a inclinação das escoras diagonais para $\theta = 36,09^\circ$, obtendo-se uma distância entre painéis de 1 metro. Figura 3.6.

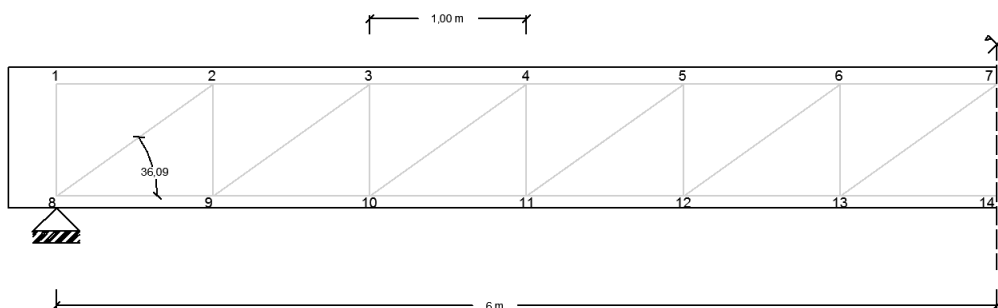


Figura 3.6 – Modelo de escoras e tirantes adotado para a segunda análise.

A partir da configuração representada na Figura 3.6 podem-se definir quais as alturas máximas admissíveis das escoras diagonais e escoras do banzo superior.

Relativamente á espessura máxima das escoras diagonais e com base na expressão (2.3),

$$g_{\max} = 589\text{mm} \quad (3.5)$$

Quanto á altura máxima das escoras do banzo superior, mais uma vez a partir da expressão (2.4), vem tal como na 1ª análise:

$$g_{\max} = 200\text{mm} . \quad (3.6)$$

O valor mantém-se constante, visto que as dimensões da secção transversal não se alteraram.

O procedimento aplicado foi em tudo análogo ao anterior, e por isso apenas se apresentam os novos resultados. Os esforços atuantes na treliça para esta hipótese encontram-se nos anexos, Quadro A.2, fazendo-se aqui apenas referência aos esforços máximos atuantes, Quadro 3.5.

Quadro 3.5 – 2ª Análise: Valores máximos do esforço axial nas barras.

Esforços máximos nas barras [kN]		
Escoras Diagonais	8-2	-1307,10
Tirantes Verticais	2-9	630,00
Escoras do Banzo Superior	6-7	-3360,83
Tirantes do Banzo Inferior	13-4	3456,81

Uma vez que os valores do esforço axial nas escoras aumentaram, a sua altura também aumentou, Quadro 3.6, verificando-se a ocorrência de esmagamento das escoras horizontais na parte superior da viga visto que a altura máxima admissível é ultrapassada.

Quadro 3.6 - 2ª Análise: Valores máximos da altura das escoras.

Escoras Diagonais	Altura [mm]	93
Escoras do Banzo Superior		240

Uma solução para este problema seria alterar o modelo de escoras e tirantes, aumentando a distância entre o eixo das escoras e a face superior da viga. Caso não este procedimento não fosse possível, dever-se-ia encontrar um valor para esta distância tal que o limite máximo admissível para que a altura daquela escora fosse satisfeita. Pode concluir-se portanto que perante o modelo de escoras e tirantes adotado, não é possível considerar uma inclinação tão reduzida das escoras para uma carga tão elevada, o que não quer dizer que procedendo às devidas alterações não fosse possível a sua concretização.

3.2 - Secção Transversal em I

Nesta segunda alínea analisou-se a secção transversal em I proposta por Regan (Regan, 2009), nas mesmas condições que a secção transversal retangular, exceto relativamente á carga aplicada visto que o peso próprio da viga diminuiu. Tal como Regan propôs, a carga atuante sobre a viga de betão armado seria de 95kN/m ao longo de todo o seu comprimento, Figura 3.7.

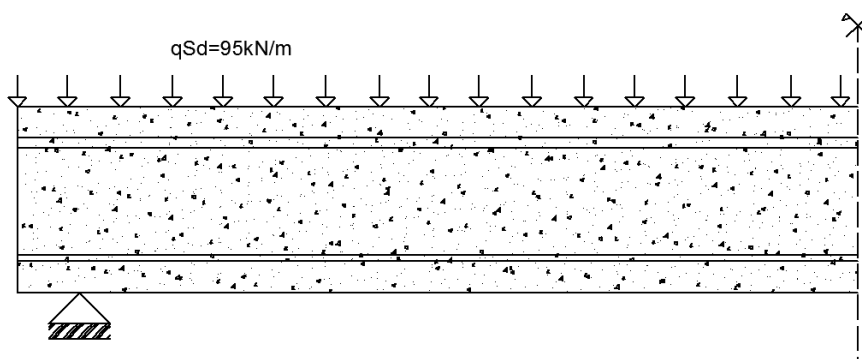


Figura 3.7 – Vista lateral da viga de betão armado correspondente á secção transversal em I

As dimensões da secção transversal em I são aproximadamente às propostas por Regan (Regan, 2009). A Figura 3.8 retrata a secção transversal adotada.

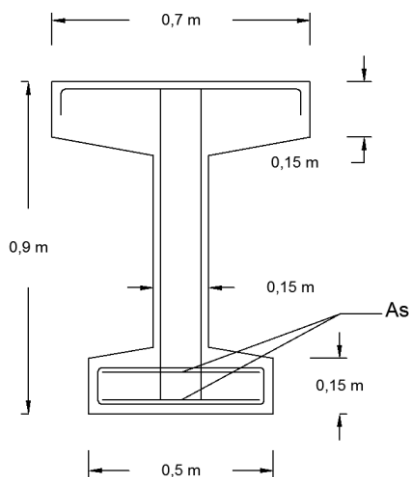


Figura 3.8 – Secção transversal em I correspondente á Figura 3.7.

Esta situação é apenas dotada de armadura ordinária resistente ao esforço transverso e à flexão, não sendo ainda executada a armadura de pré-esforço citada acima. Tal como no caso da secção retangular, analisam-se várias inclinações das escoras diagonais e diferentes comprimentos dos painéis para a mesma carga atuante. Neste caso a distância entre o eixo das escoras do banzo superior e a face da viga é de cerca de 75mm. Assumiu-se igualmente que o centro de gravidade da peça se localiza a aproximadamente 0,41m da face superior da secção.

3.2.1 – 3ª Análise:

Adota-se nesta situação uma inclinação de escoras diagonais de 44,19° e uma distância entre painéis de 0,75 metros mantendo constante o valor de z , Figura 3.9.

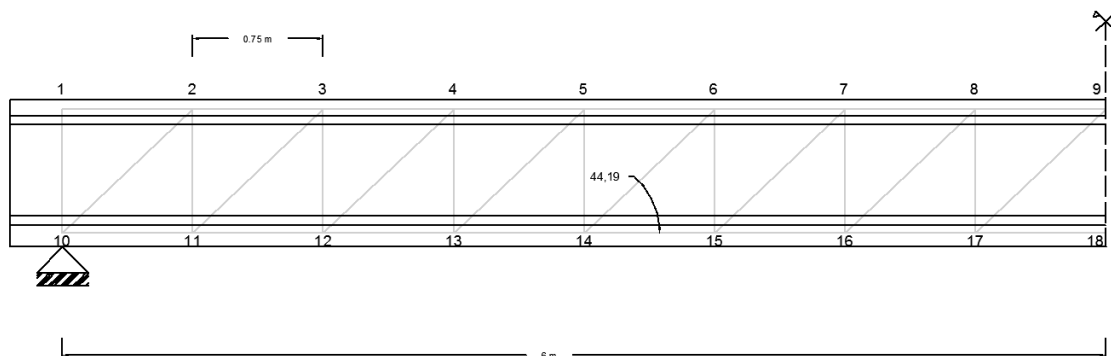


Figura 3.9 – Modelo de escoras e tirantes adotado para a 3ª análise.

Mais uma vez, relativamente à espessura das escoras, há que verificar se efetivamente existe esmagamento.

Com base na expressão (2.3) para a definição da espessura máxima nas escoras diagonais, nesta situação vem:

$$g_{\max} = 522,75\text{mm} . \quad (3.7)$$

Relativamente á altura máxima das escoras horizontais, com base na expressão (2.4), tem-se:

$$g_{\max} = 150\text{mm} . \quad (3.8)$$

Esta alteração da altura máxima admissível relativamente ao caso da secção transversal retangular tem a ver com o facto da altura do banzo ser de apenas 150mm, sendo portanto essa a dimensão máxima possível para a escora. Existe mais uma vez a necessidade de garantir que a tensão de rotura do betão à compressão não é ultrapassada.

Os esforços atuantes nas barras provenientes do *EvalS* encontram-se no Quadro A.3 dos anexos. No Quadro 3.7 resumem-se os valores máximos provenientes desta análise.

Quadro 3.7 – 3ª Análise: Valores máximos do esforço axial atuante nas barras.

Esforços máximos nas barras [kN]		
Escoras Diagonais	10-2	-766,68
Tirantes Verticais	2-11	463,13
Escoras do Banzo Superior	8-9	-2309,00
Tirantes do Banzo Inferior	17-18	2345,70

Mais uma vez, com base nos esforços apresentados no Quadro 3.7, e no valor da tensão de rotura à compressão do betão determinam-se as alturas máximas das escoras, Quadro 3.8. Comparando os valores provenientes das expressões (3.7) e (3.8), verifica-se que não ocorre esmagamento das escoras.

Quadro 3.8 – 3ª Análise: Valores máximos da altura das escoras.

Escoras Diagonais	Altura [mm]	33
Escoras do Banzo Superior		99

Na quantificação da armadura transversal, o procedimento foi análogo ao da alínea 3.1.1. A partir do esforço axial atuante no tirante mais próximo do apoio, $F=463,13\text{kN}$, a quantidade de armadura necessária seria de aproximadamente $14,20\text{cm}^2/\text{m}$, Quadro 3.9.

Quadro 3.9 – Cálculo da armadura de esforço transverso requerida.

Cálculo da armadura transversal requerida pelo <i>Evals</i>		
$\frac{F}{L_{\text{painel}} f_{yd}} = \frac{A_{sw}}{s}$	$A_{s,req} \left[\frac{\text{cm}^2}{\text{m}} \right]$	14,20

Este resultado, baseado no modelo de escoras e tirantes citado, foi comparado com o valor resultante da aplicação da expressão (2.13) proveniente do EC2 (Eurocódigo 2, 2010), Quadro 3.10.

Quadro 3.10 – Quantidade de armadura transversal requerida através da formulação do EC2.

Cálculo da armadura transversal requerida - EC2		
$z \cot \theta = 0,9 \times d \times \cot \theta$	[m]	0,75
V_{Ed}	[kN]	498,75
$\frac{A_{sw}}{s} = \frac{V_{Ed}}{z \cot \theta g \theta f_{yd}}$	$A_{s,req} \left[\frac{\text{cm}^2}{\text{m}} \right]$	15,30

Através do esforço axial atuante nos tirantes do banzo inferior é possível encontrar qual a quantidade de armadura requerida para resistir à flexão nesta situação.

$$\frac{F}{f_{yd}} = \frac{2345,7}{434,8 \times 10^3} = 0,0054\text{m}^2 \approx 55\text{cm}^2 \quad (3.9)$$

3.2.2 – 4ª Análise:

As condições aplicadas nesta situação são em tudo similares á situação da alínea 3.1.2, variando apenas a secção transversal. A disposição dos elementos constituintes do modelo de escoras e tirantes encontram-se na Figura 3.10.

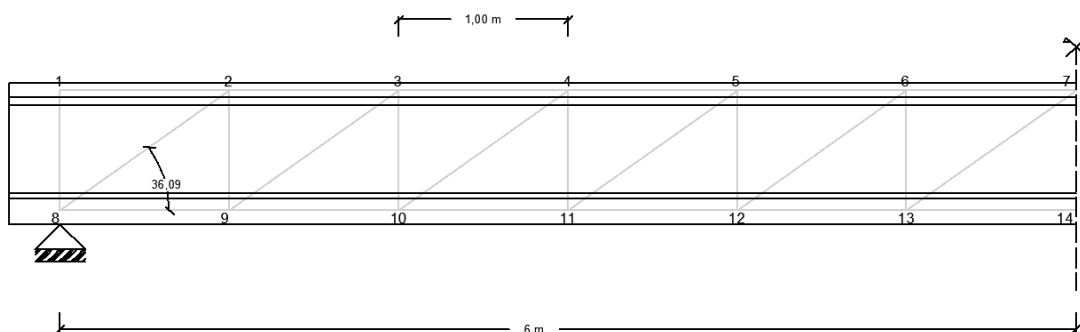


Figura 3.10 – Modelo de escoras e tirantes adotados para a 4ª análise.

Com base na expressão (2.3) para a definição da espessura máxima nas escoras diagonais, nesta situação vem:

$$g_{\max} = 589,08\text{mm} . \quad (3.1)$$

Relativamente á altura máxima das escoras horizontais, com base na expressão (2.4), tem-se:

$$g_{\max} = 150\text{mm} . \quad (3.2)$$

Visto que houve uma alteração relativamente á inclinação das escoras diagonais, os esforços nas barras já não são os mesmos. Os esforços provenientes dessa análise encontram-se no Quadro A.4 dos anexos. Aqui apenas se faz referência aos valores máximos relativos aos esforços axiais atuantes em cada uma das barras, Quadro 3.11.

Quadro 3.11 – 4ª Análise: Valores máximos do esforço axial nas barras.

Esforços máximos nas barras [kN]		
Escoras Diagonais	8-2	-886,97
Tirantes Verticais	2-9	427,50
Escoras do Banzo Superior	6-7	-2280,50
Tirantes do Banzo Inferior	13-4	2345,71

Com base nas expressões (3.7) e (3.8) e no Quadro 3.11, verifica-se que não ocorre esmagamento das escoras quando sujeitas a compressão, Quadro 3.12.

Quadro 3.12 – 4ª Análise: Valores máximos da altura das escoras.

Escoras Diagonais	Altura [mm]	38
Escoras do Banzo Superior		98

Em relação à armadura resistente ao esforço transversal, Quadro 3.13, para um esforço de $F=427,5\text{kN}$ no tirante mais próximo do apoio, existiu uma diminuição da área requerida visto o esforço ter diminuído.

Quadro 3.13 – Cálculo da armadura de esforço transversal requerida.

Cálculo da armadura transversal requerida pelo <i>EVALS</i>		
$\frac{F}{L_{panel}} = \frac{A_{sw}}{s}$	$A_{s,req} \left[\frac{\text{cm}^2}{\text{m}} \right]$	14,49

Comparando estes resultados com os resultados provenientes do EC2, houve igualmente uma diminuição das áreas de armadura necessárias para verificar a segurança.

Quadro 3.14 – Quantidade de armadura transversal requerida através da formulação do EC2.

Cálculo da armadura transversal requerida - EC2		
$z \cot \theta = 0,9 \times d \times \cot \theta$	[m]	1
V_{Ed}	[kN]	475
$\frac{A_{sw}}{s} = \frac{V_{Ed}}{z \cot \theta g \theta f_{yd}}$	$A_{s,req} \left[\frac{\text{cm}^2}{\text{m}} \right]$	10,93

Uma vez que a carga atuante não se alterou, o esforço máximo atuante no tirante do banzo inferior permaneceu constante, sendo as quantidades de armadura resistente à flexão iguais às da alínea anterior.

3.2.3 – 5ª Análise:

Uma vez que esta análise é em tudo similar às anteriores, apenas se faz referência aos resultados obtidos. O modelo de escoras e tirantes adotado encontra-se na Figura 3.11.

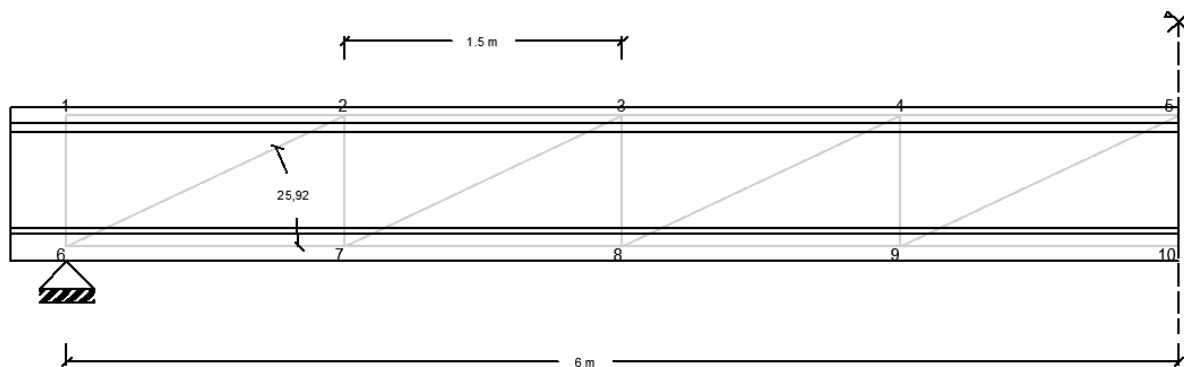


Figura 3.11 - Modelo de escoras e tirantes adotados para a 5ª análise

Com base na expressão (2.3) para a definição da espessura máxima nas escoras diagonais, nesta situação vem:

$$g_{\max} = 655,70\text{mm} . \quad (3.1)$$

Relativamente á altura máxima das escoras horizontais, com base na expressão (2.4), tem-se:

$$g_{\max} = 150\text{mm} . \quad (3.2)$$

Os resultados devidos aos esforços atuantes em cada barra encontram-se no Quadro A.5 dos anexos. Representam-se aqui apenas os esforços máximos desses esforços axiais, Quadro 3.15.

Quadro 3.15 - 5ª Análise: Valores máximos do esforço axial nas barras.

Esforços máximos nas barras [kN]		
Escoras Diagonais	6-2	-1141,00
Tirantes Verticais	2-7	356,25
Escoras do Banzo Superior	4-5	-2199,10
Tirantes do Banzo Inferior	9-5	2345,70

Perante os esforços atuantes, a espessura máxima atingida pelas escoras, tanto diagonais como do banzo superior, não ultrapassam as dimensões máximas, não existindo portanto esmagamento do betão, Quadro 3.16.

Quadro 3.16 – Valores máximos da altura das escoras.

Escoras Diagonais	Altura [mm]	49
Escoras do Banzo Superior		94

Comparando os resultados obtidos nas três últimas aléias, conclui-se que as inclinações mais reduzidas estão associadas maiores esforços atuantes e conseqüentemente maiores espessuras das escoras. Existem maiores problemas relativamente á espessura das escoras na secção transversal em I do que na secção transversal retangular devido á redução da dimensão da largura da alma.

As quantidades de armadura transversal requerida pelo *Evals* e pelo EC2 encontram-se representadas nos Quadros 3.17 e 3.18 respetivamente.

Quadro 3.17 – Cálculo da armadura de esforço transversal requerida pelo *Evals*

Cálculo da armadura transversal requerida pelo <i>Evals</i>		
$\frac{F}{L_{painel}} = \frac{A_{sw}}{s}$	$A_{s,req} \left[\frac{cm^2}{m} \right]$	5,46

Quadro 3.18 – Armadura de esforço transversal requerida pela expressão (2.13) proveniente do EC2

Cálculo da armadura transversal requerida - EC2		
$z \cot \theta = 0,9 \times d \times \cot \theta$	[m]	1,5
V_{Ed}	[kN]	427,5
$\frac{A_{sw}}{s} = \frac{V_{Ed}}{z \cot \theta g \theta f_{yd}}$	$A_{s,req} \left[\frac{cm^2}{m} \right]$	6,56

Pode-se concluir que a armadura transversal requerida é tanto menor quanto menor for a inclinação das escoras, devendo-se este facto ao maior aproveitamento das propriedades resistentes do betão. Este é um resultado bem conhecido do betão armado.

Resumindo os resultados provenientes da quantidade de armadura de esforço transversal necessária para cada um dos casos, conclui-se que quanto menor for o valor de θ , menor será a quantidade de armadura transversal requerida, Quadro 3.19.

Quadro 3.19 – Comparação entre as quantidades de armadura requerida pelo *Evals*/EC2

		$\theta_{escoras} [^\circ]$	EC2	<i>Evals</i>
$A_{s,req} \left[\frac{cm^2}{m} \right]$	3ª Análise	44,19	15,30	14,20
	4ª Análise	36,09	10,93	9,83
	5ª Análise	25,92	6,56	5,46

Comparando agora os valores obtidos para a espessura dos campos de compressão para as três inclinações em estudo em ambas as secções transversais, constata-se que quanto menor a largura da alma, maior será a altura das escoras inclinadas. Isso é facilmente constatável pela expressão (2.2), em que a largura da alma é inversamente proporcional ao esforço aplicado. A diminuição da largura da alma da secção transversal retangular para a secção transversal em I faz aumentar em mais de 800% a altura das escoras diagonais. Conclui-se portanto que uma diminuição da largura da alma terá efeitos que podem comprometer o comportamento estrutural do elemento. Apesar disso, com um betão C50/60 os esforços nas escoras não comprometem a segurança da viga.

Para se comprovar a necessidade de se aplicarem betões de alta resistência, repetiram-se as alíneas anteriores, mas testando-se os três modelos para um betão C30/37 e verificou-se que a altura requerida para as escoras superiores era superior à altura disponível, não verificando a condição $g < g_{\max}$.

3.3 - Secção Transversal T com traçado longitudinal parabólico de pré-esforço

Como foi descrito no início deste capítulo, nesta situação analisa-se o comportamento da viga com a secção transversal em I da alínea anterior, mas desta vez com um traçado longitudinal curvo, isto é, cria-se um modelo de escoras e tirantes em que o tirante longitudinal inferior apresenta um traçado parabólico com uma excentricidade máxima de 0,3 metros em relação ao eixo da viga, coincidindo com o traçado de um cabo de pré-esforço mantendo-se a carga atuante de 95kN/m. O centro de gravidade da secção encontra-se a aproximadamente 0,41m da face superior da viga como já foi dito. A Figura 3.12 representa um corte da secção transversal na zona de amarração dos cabos de pré-esforço. Ap representa a área do cabo correspondente ao traçado parabólico. Na representação do modelo de escoras e tirantes testaram-se os mesmos valores de inclinação das escoras diagonais. Posteriormente representam-se esses modelos para cada uma das inclinações correspondente.

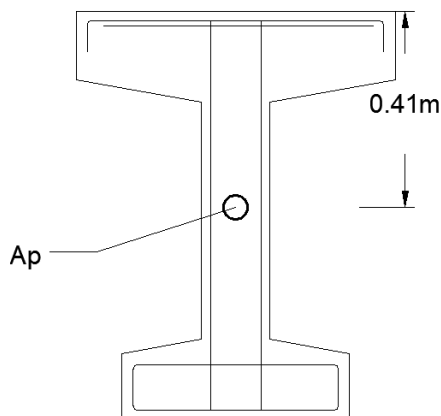


Figura 3.12 – Corte da secção transversal numa das extremidades da viga coincidente com a zona de amarração do traçado longitudinal parabólico.

Pretende-se com esta análise verificar quais as alterações que surgem quando o tirante longitudinal inferior apresenta um traçado parabólico comparativamente com um traçado reto como o já analisado.

3.3.1 – 6ª Análise:

Nesta análise considerou-se uma distância entre painéis de 0,75 metros e um braço do binário das forças interiores com 0,71 metros. Este caso é muito semelhante ao da 3ª análise, a diferença é que existe um acréscimo significativo do esforço atuante nas escoras inclinadas e uma diminuição acentuada do esforço nos tirantes verticais. Isto deve-se ao facto das escoras inclinadas apresentarem uma inclinação variável e inferior a $44,19^\circ$, Figura 3.13.

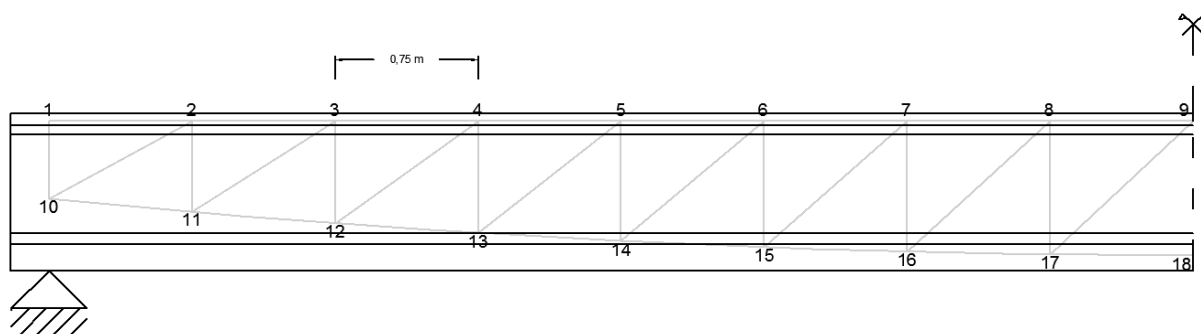


Figura 3.13 – Modelo de escoras e tirantes para um tirante longitudinal inferior com traçado parabólico para a sexta análise.

Os esforços atuantes nas escoras e tirantes calculados pelo *EvalS* apresentam-se no Quadro A.6, que consta no anexo. Aqui apenas se apresentam os valores máximos relativos ao esforço axial atuante nas barras, Quadro 3.20.

Quadro 3.20 – 6ª Análise: Valores máximos do esforço axial nas barras

Esforços máximos nas barras [kN]		
Escoras Diagonais	10-2	-955,36
Tirantes Verticais	2-11	387,01
Escoras do Banzo Superior	8-9	-2394,40
Tirantes do Banzo Inferior	17-18	2408,61

Relativamente aos resultados descritos no Quadro A.6, é importante referir o facto do esforço no traçado longitudinal curvo ter aumentado quando comparado com o caso dos tirantes retos. Esta diferença deve-se ao facto da distância do cabo ao eixo neutro ser menor do que no caso em que se tinha os tirantes retos.

Neste caso, para a definição da espessura máxima admissível não existe um máximo único para as escoras inclinadas, visto que o valor de z varia entre painéis, obrigando a ser feita uma análise escora a escora.

Sabendo que à medida que aumenta o afastamento ao apoio, o valor do esforço nas escoras inclinadas é cada vez menor. Quanto maior for o valor de z , maior é a espessura máxima admissível. Para esta situação e com base nas expressões (2.3) e (2.4) e no valor da tensão de rotura do betão à compressão é possível verificar se efetivamente ocorre esmagamento do betão, Quadro 3.21 e Quadro 3.22.

Quadro 3.21 – Espessura máxima dos campos de compressão das escoras diagonais

Segurança nas escoras diagonais					
Esforço Instalado [kN]		Z [m]	$g = \frac{N_{Ed}}{bf_{cd}} [mm]$	$g_{m\acute{a}x} = Z \times \cos \theta [mm]$	Verificação
10-2	-955,36	0,41	191,07	294,34	Verifica
11-3	-655,27	0,48	131,05	343,23	Verifica
12-4	-463,35	0,54	92,67	386,16	Verifica
13-5	-328,27	0,59	65,65	423,28	Verifica
14-6	-243,06	0,63	48,61	454,58	Verifica
15-7	-159,87	0,66	31,97	477,12	Verifica
16-8	-86,33	0,69	17,27	493,78	Verifica
17-9	-19,22	0,70	3,84	504,69	Verifica

Quadro 3.22 – Espessura máxima dos campos de compressão das escoras do banzo superior

Segurança nas escoras do banzo superior					
Esforço Instalado [kN]		Z [m]	$g = \frac{N_{Ed}}{bf_{cd}} [mm]$	$g_{m\acute{a}x} = h_{banzo}$	Verificação
1-2	0	0,410	0,000	150,0	Verifica
2-3	-838,28	0,478	35,926	150,0	Verifica
3-4	-1390,8	0,538	59,606	150,0	Verifica
4-5	-1767,4	0,590	75,746	150,0	Verifica
5-6	-2025,4	0,633	86,803	150,0	Verifica
6-7	-2211,2	0,665	94,766	150,0	Verifica
7-8	-2330,8	0,688	99,891	150,0	Verifica
8-9	-2394,4	0,703	102,617	150,0	Verifica

Como se pode comprovar pelos Quadros 3.21 e 3.22, não corre esmagamento do betão uma vez que as escoras nunca ultrapassam o limite físico de betão disponível.

Nesta situação resolveu não se calcular as áreas de armadura requeridas, devido ao facto da diferença relativamente às alíneas anteriores não ser significativa.

3.3.2 – 7ª Análise:

Neste caso analisou-se o caso similar ao da alínea 3.2.2, em que se tem uma distância entre painéis de 1m e uma inclinação máxima das escoras de 36,09° mantendo o valor de z em 0,71m, Figura 3.14.

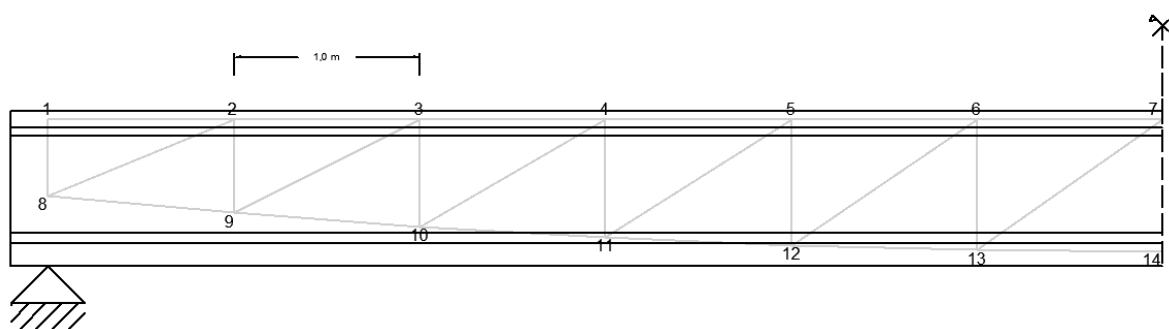


Figura 3.14 - Modelo de escoras e tirantes para um tirante longitudinal inferior com traçado parabólico para a sétima análise.

Os esforços atuantes nas escoras e tirantes calculados pelo *EvalS* apresentam-se no Quadro A.7, que consta no anexo. Aqui apenas se apresentam os valores máximos relativos ao esforço axial atuante nas barras, Quadro 3.23.

Quadro 3.23 - 7ª Análise: Valores máximos do esforço axial nas barras

Esforços máximos nas barras [kN]		
Escoras Diagonais	8-2	-1129,40
Tirantes Verticais	2-9	333,45
Escoras do Banzo Superior	6-7	-2373,00
Tirantes do Banzo Inferior	13-14	2408,60

Tal como no caso anterior, a espessura máxima admissível não é constante para todas as escoras inclinadas uma vez que o valor de z é variável. De acordo com as expressões (2.3) e (2.4), conclui-se portanto que não existe esmagamento das escoras de betão, Quadro 3.24 e Quadro 3.25.

Quadro 3.24 - Espessura máxima dos campos de compressão das escoras diagonais

Segurança nas escoras diagonais					
Esforço Instalado [kN]		Z [m]	$g = \frac{N_{Ed}}{bf_{cd}} [mm]$	$g_{m\acute{a}x} = Z \times \cos \theta [mm]$	Verificação
8-2	-1.129,40	0,41	225,88	331,31	Verifica
9-3	-678,52	0,50	135,70	404,60	Verifica
10-4	-430,91	0,58	86,18	464,72	Verifica
11-5	-268,00	0,63	53,60	511,67	Verifica
12-6	-146,12	0,68	29,22	545,45	Verifica
13-7	-43,33	0,70	8,67	566,13	Verifica

Quadro 3.25 - Espessura máxima dos campos de compressão das escoras do banço superior

Segurança nas escoras do banço superior					
Esforço Instalado [kN]		Z [m]	$g = \frac{N_{Ed}}{bf_{cd}} [mm]$	$g_{m\acute{a}x} = h_{ban\grave{c}o}$	Verificação
1-2	0,00	0,41	0,00	150,00	Verifica
2-3	-1045,00	0,48	44,79	150,00	Verifica
3-4	-1651,90	0,54	70,80	150,00	Verifica
4-5	-2025,40	0,59	86,80	150,00	Verifica
5-6	-2251,90	0,63	96,51	150,00	Verifica
6-7	-2373,00	0,66	101,70	150,00	Verifica

3.3.3 – 8ª Análise:

Por último analisou-se o comportamento das escoras quando a inclinação das escoras diagonais é mínima de acordo com o EC2 (Eurocódigo 2, 2010), $\theta = 25,92^\circ$, e para um afastamento entre painéis de 1,5 metros, Figura 3.15.

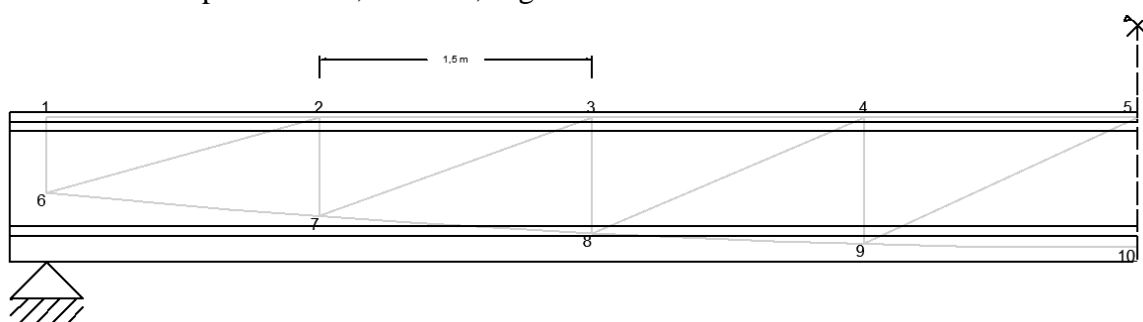


Figura 3.15 – Modelo de escoras e tirantes para um tirante longitudinal inferior com traçado parabólico para a oitava análise.

Mais uma vez os esforços atuantes nas escoras e tirantes calculados pelo *Evals* apresentam-se no Quadro A.8, que consta no anexo. Aqui apenas se apresentam os valores máximos relativos ao esforço axial atuante nas barras, Quadro 3.26.

Quadro 3.26 - 8ª Análise: Valores máximos do esforço axial nas barras

Esforços máximos nas barras [kN]		
Escoras Diagonais	6-2	-1432,50
Tirantes Verticais	1-6	235,20
Escoras do Banço Superior	4-5	-2319,00
Tirantes do Banço Inferior	9-10	2408,60

A espessura máxima dos campos de compressão devido ao esforço aplicado nas barras não ultrapassa o máximo admissível, tanto para as escoras diagonais, Quadro 3.27, como para as escoras do banço superior, Quadro 3.28.

Quadro 3.27 - Espessura máxima dos campos de compressão das escoras diagonais

Segurança nas escoras diagonais					
Esforço Instalado [kN]		Z [m]	$g = \frac{N_{Ed}}{bf_{cd}} [mm]$	$g_{m\acute{a}x} = Z \times \cos \theta [mm]$	Verificação
6-2	-1432,50	0,41	286,50	368,76	Verifica
7-3	-677,79	0,54	135,56	483,79	Verifica
8-4	-325,38	0,63	65,08	569,50	Verifica
9-5	-98,49	0,69	19,70	618,61	Verifica

Quadro 3.28 - Espessura máxima dos campos de compressão das escoras do banzo superior

Segurança nas escoras do banzo superior					
Esforço Instalado [kN]		Z [m]	$g = \frac{N_{Ed}}{bf_{cd}} [mm]$	$g_{m\acute{a}x} = h_{banzo}$	Verificação
1-2	0,00	0,41	0,00	150,00	Verifica
2-3	-1381,80	0,54	59,22	150,00	Verifica
3-4	-2019,40	0,63	86,55	150,00	Verifica
4-5	-2319,00	0,69	99,39	150,00	Verifica

Os resultados obtidos neste modelo foram muito semelhantes aos obtidos anteriormente para o caso do traçado reto, o que leva a crer que os esforços nas escoras e tirantes não são muito afetados pela configuração da armadura longitudinal, caso não se considere uma força de pré-esforço atuante nos cabos.

3.4 - Secção Transversal T com traçado longitudinal parabólico e reto de pré-esforço

Nesta secção considerou-se a existência de uma força de pré-esforço de modo a avaliar de que forma são afetados os esforços nos modelos de escoras e tirantes. Esta análise retrata exatamente o modelo estudado por Regan (Regan, 2009), em que se sugere a introdução de três cabos de pré-esforço com traçado longitudinal, dois retos e um parabólico. Regan sugeriu que se aplicasse uma força de puxe de 400kN em cada um dos cabos. No entanto, além da força de pré-esforço proposta por Regan, considerou-se igualmente a aplicação de uma força de 320kN num outro modelo para analisar de que modo o modelo de escoras e tirantes seria afetado no caso de uma força de pré-esforço menor.

Como se explicou no capítulo 2, a capacidade resistente dos aços de alta resistência não pode ser totalmente aproveitada com o pré-esforço propriamente dito, podendo essa parte ser considerada como armadura passiva na verificação dos estados limites últimos. É claro que quanto maior for o valor da força de pré-esforço aplicada, menor será a capacidade resistente restante para ser considerada como armadura passiva, no entanto a carga equivalente que contraria a carga atuante será maior.

O procedimento agora seguido repetiu o das secções anteriores, porém com algumas alterações. Tal como se explicou na revisão bibliográfica, pretende-se tirar partido da dupla função dos cabos de pré-esforço: por um lado o pré-esforço aplicado produz um carregamento equivalente que atenua o efeito do carregamento efetivo, o que reduz conseqüentemente a quantidade de armadura passiva necessária; por outro lado, a capacidade resistente do cabo não utilizada com o pré-esforço pode ser considerada como armadura passiva. Como também já foi referido, o objetivo principal do pré-esforço nas estruturas é o suporte das cargas de serviço. A carga restante terá que ser suportada pela armadura ordinária ou pela parte da armadura de pré-esforço que não está a ser utilizada com o pré-esforço propriamente dito.

Características do aço de pré-esforço (Regan, 2009):

- Área: $A_p = 396\text{mm}^2 / \text{cabo}$
- Força de puxe: $Pd_0 = 400\text{kN} / \text{cabo}$
- $\cos \beta \cong 1$
- $A_p f_{pyd} = 576\text{kN}$

O Quadro 3.29 traduz as cargas equivalentes em função do valor de Pd_0 , força de puxe.

Quadro 3.29 – Carregamento equivalente para os traçados reto e parabólico.

%	Pd0 [kN/cabo]	Força distribuída equivalente				Forças de ancoragem (parabólico)			Forças de ancoragem (reto)
		Parábola	f [m]	L [m]	q [kN/m]	$tg\alpha = y'(x)$	Verticais [kN]	Horizontais [kN]	Horizontais [kN]
100	400	1	0,3	12	6,6667	0,1	-40	400	400
80	320	1	0,3	12	5,3333	0,1	-32	320	320
60	240	1	0,3	12	4,0000	0,1	-24	240	240
40	160	1	0,3	12	2,6667	0,1	-16	160	160
20	80	1	0,3	12	1,3333	0,1	-8	80	80

3.4.1 – 9ª Análise:

Nesta alínea e seguintes, fez-se variar o parâmetro Pd_0 , força de pré-esforço aplicada, mantendo constante o número de cabos. Basicamente pretende-se avaliar qual a redução de armadura ordinária possibilitada pela adição dos cabos de pré-esforço com uma força de pré-esforço de 400kN em cada um. Dividiu-se o modelo de escoras e tirantes em dois, como se referiu anteriormente, um com um tirante longitudinal parabólico e o outro com dois tirantes longitudinais retos, Figura 3.16 e Figura 3.17.

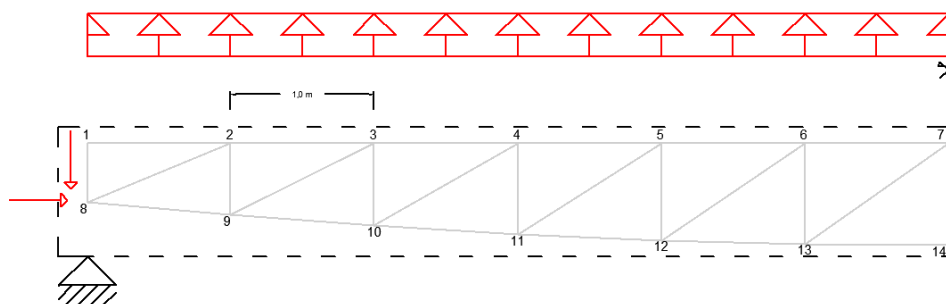


Figura 3.16 – Modelo de escoras e tirantes com tirante longitudinal parabólico e cargas equivalentes para o cabo de pré-esforço parabólico

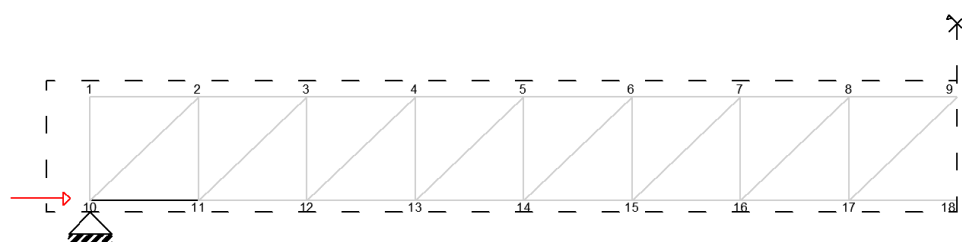


Figura 3.17 – Modelo de escoras e tirantes com tirante longitudinal reto e cargas equivalentes para o cabo de pré-esforço reto

Começou por se calcular os esforços axiais nas escoras e tirantes para cada um dos dois modelos, quando sujeitos ao carregamento total, formado por carregamento efetivo mais carregamento equivalente, de modo a determinar qual a percentagem do carregamento total que cada um dos modelos poderia suportar, Quadro 3.30.

Quadro 3.30 – Esforço atuante em cada uma das barras para o carregamento total relativamente ao modelo de escoras e tirantes correspondentes ao traçado reto e correspondentes ao traçado parabólico respetivamente.

MODELO DE ESCORAS E TIRANTES (correspondente ao traçado reto)							
Tirantes Verticais [kN]		Tirantes do Banzo Inferior [kN]		Escoras Diagonais [kN]		Escoras do Banzo Superior [kN]	
1-8	-44,167	8-9	-123,5	8-2	-837,18	1-2	0
2-9	403,5	9-10	430	9-3	-684,96	2-3	-676,5
3-10	313,83	10-11	860,5	10-4	-532,75	3-4	-1230
4-11	224,17	11-12	1168	11-5	-380,54	4-5	-1660,5
5-12	134,5	12-13	1352,5	12-6	-228,32	5-6	-1968
6-13	44,833	13-14	1414	13-7	-76,107	6-7	-2152,5
7-14	0	14	1414	-	-	7	-2152,5
MODELO DE ESCORAS E TIRANTES (correspondente ao traçado parabólico)							
Tirantes Verticais [kN]		Cabo [kN]		Escoras Diagonais [kN]		Escoras do Banzo Superior [kN]	
1-8	-44,167	8-9	625,82	8-2	-1104,8	1-2	0
2-9	330,79	9-10	1194,1	9-3	-638,69	2-3	-1022,3
3-10	205,08	10-11	1532,4	10-4	-396,56	3-4	-1589,6
4-11	116,87	11-12	1734,3	11-5	-245,12	4-5	-1928,9
5-12	48,483	12-13	1842,5	12-6	-134,89	5-6	-2132,3
6-13	-9,427	13-14	1876,4	13-7	-43,266	6-7	-2241,7
7-14	-36,4	14	1876,4	-	-	7	-2241,7

Após a aplicação do pré-esforço, os cabos ainda podem suportar aproximadamente 176kN que ficaram disponíveis dos 576kN iniciais, funcionando agora como armadura passiva. Isto acontece porque apenas foram aproveitados 400kN dos 576kN disponíveis inicialmente.

Conclui-se que o cabo parabólico tem capacidade de suportar passivamente cerca de 10% da carga total, os cabos retos cerca de 24% devendo os restantes 66% serem resistidos pela armadura ordinária, Quadro 3.31.

Quadro 3.31 – Carga total suportada passivamente.

TRAÇADO RECTO	
nº cabos	2
f disponível [kN]	352
% suportada	24,89
TRAÇADO PARABÓLICO	
nº cabos	1
f disponível [kN]	176
% suportada	9,38
ARMADURA PASSIVA	
% restante a suportar	65,73
carga a suportar [kN]	929,37
q [kN]	58,06

Desta forma, a armadura ordinária resistente à flexão e a armadura resistente ao esforço transversal teriam que suportar aproximadamente 66% da carga total aplicada sobre a viga. Para a numeração dos nós da Figura 3.17, os esforços restantes relativos ao modelo de escoras e tirantes encontram-se no Quadro A.9 dos anexos.

Uma vez que a secção não foi alterada e que os esforços nas escoras neste caso não ultrapassam os esforços calculados anteriormente, a espessura das escoras continua a ser menor que a espessura máxima admissível.

- **Armadura longitudinal requerida**

Os resultados apresentados revelam que a área de armadura longitudinal requerida diminuiu devido à diminuição do esforço axial nos tirantes. Isto acontece porque grande parte da carga total é suportada de forma passiva pelos cabos de pré-esforço.

$$\frac{F}{f_{yd}} = \frac{930}{434,8 \times 10^3} = 0,0021 \text{m}^2 \approx 21 \text{cm}^2 \quad (3.3)$$

Comparando a quantidade de armadura requerida desta análise, com a quantidade de armadura requerida da alínea 3.2.1, verifica-se que houve um decréscimo de aproximadamente 62%, o que indica que a aplicação de uma força de pré-esforço sobre os cabos tem enormes vantagens como se pôde comprovar.

▪ **Armadura transversal requerida**

Também se observa uma diminuição dos esforços nos tirantes verticais, provocando assim um decréscimo na quantidade de armadura transversal requerida, Quadro 3.32.

Quadro 3.32 - Cálculo da armadura de esforço transversal requerida.

Cálculo da armadura transversal requerida pelo <i>Eva/S</i>		
$\frac{F}{L_{painei}} \frac{f_{yd}}{s} = \frac{A_{sw}}{s}$	Asreq [cm ² /m]	9,12

3.4.2 – 10ª Análise:

Considera-se agora uma redução de 20% no valor da carga de pré-esforço inicial, de 400kN para 320kN. O procedimento foi em tudo semelhante ao caso anterior, mas aqui o objetivo foi de aproveitar uma maior resistência do cabo como armadura passiva, para suportar as cargas últimas. Os esforços relativos a este caso encontram-se no Quadro 3.33.

Quadro 3.33 - Esforço atuante em cada uma das barras para o carregamento total relativamente ao modelo de escoras e tirantes correspondentes ao traçado reto e correspondentes ao traçado parabólico respetivamente para uma carga aplicada de 320kN por cabo.

MODELO DE ESCORAS E TIRANTES (correspondente ao traçado reto)									
	Tirantes Verticais [kN]		Tirantes do Banzo Inferior [kN]		Escoras Diagonais [kN]		Escoras do Banzo Superior [kN]		
80%	1-8	-44,833	8-9	36,5	8-2	-837,18	1-2	0	
	2-9	403,5	9-10	590	9-3	-684,96	2-3	-676,5	
	3-10	313,83	10-11	1020,5	10-4	-532,75	3-4	-1230	
	4-11	224,17	11-12	1328	11-5	-380,54	4-5	-1660,5	
	5-12	134,5	12-13	1512,5	12-6	-228,32	5-6	-1968	
	6-13	33,833	13-14	1574	13-7	-76,107	6-7	-2152,5	
	7-14	0	14	1574	-	-	7	-2152,5	
	MODELO DE ESCORAS E TIRANTES (correspondente ao traçado parabólico)								
		Tirantes Verticais [kN]		Cabo [kN]		Escoras Diagonais [kN]		Escoras do Banzo Superior [kN]	
		1-8	-44,833	8-9	703,87	8-2	-1102,3	1-2	0
		2-9	328,48	9-10	1270,7	9-3	-637,23	2-3	-1019,9
		3-10	203,07	10-11	1608,1	10-4	-395,66	3-4	-1585,9
		4-11	115,07	11-12	1809,5	11-5	-244,57	4-5	-1924,4
		5-12	46,843	12-13	1917,3	12-6	-134,59	5-6	-2127,4
	6-13	-10,938	13-14	1951,2	13-7	-43,169	6-7	-2236,6	
	7-14	-37,851	14	1951,2	-	-	7	-2236,6	

Tal como no caso anterior, determinaram-se as percentagens da carga total resistida passivamente pelos cabos de pré-esforço e pela armadura ordinária, Quadro 3.35.

Quadro 3.34 - Carga total suportada passivamente.

TRAÇADO RECTO	
nº cabos	2
f disponível [kN]	512
% suportada	32,53
TRAÇADO PARABÓLICO	
nº cabos	1
f disponível [kN]	256
% suportada	13,12
ARMADURA PASSIVA	
% restante a suportar	54,35
carga a suportar [kN]	855,49

Os esforços remanescetes que deverão ser suportados pela armadura ordinária encontram-se no Quadro A.10 dos anexos.

Comparando os valores dos esforços agora determinados com os do caso anterior, conclui-se que as alterações são pouco significativas. Isto acontece porque a redução da força de pré-esforço não é muito significativa. No entanto, verifica-se que, para uma secção constante, quanto menor for a carga de pré-esforço, maior será a capacidade passiva dos cabos. Consequentemente, a quantidade de armadura ordinária requerida também decresce em comparação com o caso anterior.

- **Armadura longitudinal requerida**

$$\frac{F}{f_{yd}} = \frac{856}{434,8 \times 10^3} = 0,00195 \text{m}^2 \approx 19,5 \text{cm}^2 \quad (3.4)$$

- **Armadura transversal requerida**

A variação da quantidade de armadura requerida face ao caso anterior não foi significativa como seria de esperar, permanecendo praticamente inalterada, Quadro 3.35.

Quadro 3.35 - Cálculo da armadura de esforço transversal requerida.

Cálculo da armadura transversal requerida pelo <i>EvalS</i>		
$\frac{F}{f_{yd}} = \frac{A_{sw}}{L_{painel} \cdot s}$	Asreq [cm ² /m]	7,78

Verifica-se também que, mais uma vez não ocorre esmagamento das escoras, visto que a secção transversal não foi alterada nem as forças de compressão são superiores às calculadas em análises anteriores.

3.5 – Exemplo final

Considera-se agora uma viga simplesmente apoiada 15 metros de vão com um troço de 3 metros de comprimento em consola, novamente com uma carga atuante descendente de 95kN/m, Figura 3.19. Note-se que este modelo de escoras e tirantes apresenta painéis de diferentes comprimentos.

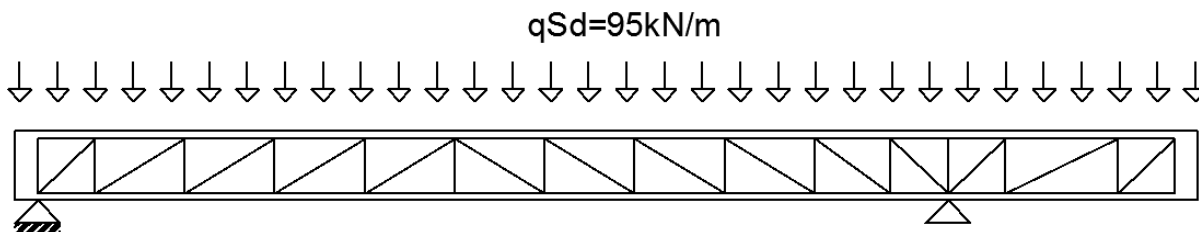


Figura 3.18 – Modelo de escoras e tirantes para a viga com troço em consola

O procedimento manteve-se o mesmo, fazendo-se variar apenas as cargas equivalentes provenientes dos traçados de aço pré-esforçado.

O traçado longitudinal parabólico tem uma excentricidade máxima de 0,3 m e é constituído por um total de quatro parábolas. Para além disso, a parte da viga mais próxima da extremidade direita ainda é dotada de um troço reto que a liga à zona de amarração da parte direita da viga. As parábolas induzem forças equivalentes distribuídas e forças de ancoragem nas extremidades dos cabos. Os traçados dos cabos estão representados na Figura 3.19 e na Figura 3.20.

As forças equivalentes e as forças de ancoragem calculadas representam-se na Figura 3.21 e na Figura 3.22. Para um carga de pré-esforço de 320kN por cabo os valores deste carregamento equivalente encontram-se no Quadro 3.36. Visto que o traçado reto tem apenas dois cabos retos, as forças pontuais de ancoragem são 320kN por cabo. A referir que o traçado longitudinal apenas se encontra desde a extremidade direita até a aproximadamente ao ponto de inflexão do traçado parabólico.

Quadro 3.36 – Forças equivalentes distribuídas e forças de ancoragem para o cabo parabólico

Pd0 [kN/cabo]	Força distribuída equivalente				Força de ancoragem		
	Parábola	f [m]	L [m]	q [kN/m]	$tg\alpha = y'(x)$	Verticais [kN]	Horizontais [kN]
320	1	0,3	11	6,3471	0,109091	-34,91	320
320	2	0,4861	11,489	9,4271	-	-	-
320	3	-0,0639	1,511	-71,6795	-	-	-
320	4	-0,0094	1,2	-16,7111	-	-	-
320	Recta	0	-	-	0,06	19,2	320

Considerou-se de novo a decomposição do modelo de escoras e tirantes em dois modelos isostáticos.

Inicialmente analisou-se qual a percentagem que cada um dos modelos seria capaz de suportar passivamente, tal como na hipótese estudada anteriormente, e posteriormente determinou-se a quantidade de armadura ordinária necessária para suportar a parte remanescente da carga total. Para melhor entendimento dos elementos numeraram-se os nós de cada modelo (modelo parabólico e modelo reto), Figura 3.23 e Figura 3.24 respetivamente.

Os esforços para o modelo de escoras e tirantes com tirante longitudinal parabólico encontram-se no Quadro 3.37, e para o modelo com tirante longitudinal reto no Quadro 3.38.

Quadro 3.37 – Modelo de escoras e tirantes com tirante longitudinal parabólico.

MODELO DE ESCORAS E TIRANTES (correspondente ao traçado parabólico)							
Tirantes Verticais		Cabo		Escoras do Banzo Superior		Escoras Diagonais	
Barra	Esforço [kN]	Barra	Esforço [kN]	Barra	Esforço [kN]	Barra	Esforço [kN]
1-12	-33,24	12-13	456,48	1-2	0	2-12	-881,55
2-13	335,62	13-14	1161,3	2-3	-774,25	3-13	-759,09
3-14	180,57	14-15	1538,4	3-4	-1477,5	4-14	-420,97
4-15	79,469	15-16	1733,8	4-5	-1855,7	5-15	-224,54
5-16	-39,688	16-17	1732,8	5-6	-2123,5	6-16	82,438
6-17	-99,777	17-18	1803,8	6-7	-2117,1	6-18	-7,3294
7-18	-57,505	18-19	1799,7	7-8	-2032,9	7-19	-95,057
8-19	-9,9662	19-20	1719,5	8-9	-1822,7	8-20	-229,3
9-20	59,062	20-21	1513,8	9-10	-1311,7	9-21	-535,74
10-21	196,68	21-22	996,04	10-11	0	10-22	-1343,4
11-22	-105,29	22-23	422,41	27-28	7,9113	21-27	8,3969
22-27	-2,814	23-24	421,09	28-29	-434,34	22-28	-904,28
23-28	-151,38	24-25	114,5	29-30	-60,261	28-24	-380,19
24-29	-117,21	25-26	-260,32	30-31	0	29-25	-392,01
25-30	33,746					30-26	-69,066
26-31	0						

Quadro 3.38 – Esforços no modelo de escoras e tirantes com tirante longitudinal reto

MODELO DE ESCORAS E TIRANTES (correspondente ao traçado reto)							
Tirantes Verticais		Tirantes do Banzo Inferior		Escoras do Banzo Superior		Escoras Diagonais	
Barra	Esforço [kN]	Barra	Esforço [kN]	Barra	Esforço [kN]	Barra	Esforço [kN]
1-16	-35,625	16-17	-126,88	1-2	0	16-2	-715,57
2-17	460,72	17-18	535,64	2-3	-513,12	17-3	-777,41
3-18	293,91	18-19	1014,4	3-4	-1175,6	18-4	-561,78
4-19	181,09	19-20	1309,4	4-5	-1654,4	19-5	-346,14
5-20	68,282	20-21	1420,6	5-6	-1949,4	20-6	-130,51
6-21	0	21-22	1420,6	6-7	-1988,1	6-22	-85,117
7-22	44,531	22-23	1348,1	7-8	-1731,8	7-23	-300,75
8-23	157,34	23-24	1091,8	8-9	-1291,7	8-24	-516,38
9-24	270,16	24-25	651,71	9-10	-667,87	9-25	-732,01
10-25	382,97	25-26	667,87	10-11	0	10-26	-826,5
11-26	486,88	11-12	586,42	26-27	0	11-27	-817,8
12-27	-71,25	12-13	586,42	27-28	-329,86	27-13	-357,79
13-28	142,5	13-14	329,86	28-29	-36,651	28-14	-326
14-29	35,625	14-15	36,651	29-30	0	29-15	-51,112
15-30	0						

Verifica-se que o modelo com tirante parabólico suporta cerca de 14% da carga total e o modelo com tirante reto suporta aproximadamente 36%, restando assim 50% da carga total que deve ser suportada pela armadura ordinária, Quadro 3.39.

Quadro 3.39 – Percentagem de carga a suportar por cada um dos modelos

TRAÇADO RECTO	
nº cabos	2
f disponível [kN]	512
% suportada	36,04
TRAÇADO PARABÓLICO	
nº cabos	1
f disponível [kN]	256
% suportada	14,19
ARMADURA PASSIVA	
% restante a suportar	49,77
carga a suportar [kN]	706,98

Neste modelo verifica-se mais uma vez que os valores do esforço axial nas escoras não são suficientemente grandes para que ocorra o seu esmagamento.

Os esforços remanescentes que deverão ser suportados pelo modelo de escoras e tirantes representado na Figura 3.24 encontram-se no Quadro A.11 dos anexos.

Relativamente às quantidades de armadura longitudinal requerida, existem duas zonas onde se tem que fazer essa análise, as zonas de momento máximo positivo e as zonas de momento máximo negativo.

Para a zona de momento máximo positivo:

$$\frac{F}{f_{yd}} = \frac{1035,62}{434,8 \times 10^3} = 0,0024 \text{m}^2 \approx 24 \text{cm}^2 \quad (3.5)$$

Para a zona de momento máximo negativo:

$$\frac{F}{f_{yd}} = 427,5 = 9,85 \times 10^{-4} \text{m}^2 \approx 9,85 \text{cm}^2 \quad (3.6)$$

Em relação á armadura transversal, visto que o espaçamento entre painéis não é constante, seria necessário analisar mais pormenorizadamente o esforço atuante em cada tirante vertical e a partir daí calcular as quantidades requeridas nas secções mais críticas. Com base na numeração dos nós da Figura 3.24, os tirantes mais críticos são os que se localizam mais próximos dos apoios. Assim, consideram-se nesta análise os tirantes 2-17, 11-26 e 13-28. A quantidade de armadura requerida para estes tirantes encontra-se no Quadro 3.40.

Quadro 3.40 – Cálculo da armadura transversal requerida para os tirantes com maior esforço axial

Cálculo da armadura transversal requerida pelo <i>Eva/S</i>			
$\frac{F}{f_{yd}} = \frac{A_{sw}}{L_{\text{painel}} s}$	2 - 17	Asreq [cm2/m]	5,07
	11 - 26		4,22
	13 - 28		0,61

No final deste estudo relativo ao dimensionamento ao esforço transversal de vigas de betão armado pré-esforçado com base na analogia da treliça de *Ritter* e *Mörsch*, os resultados obtidos foram satisfatórios uma vez que o objetivo foi atingido. É possível, a partir da introdução de traçados longitudinais de pré-esforço reduzir as quantidades de armadura requeridas, tanto transversal como longitudinal, para garantir a segurança de vigas de betão armado aos estados limites últimos. Isto é conseguido através do aproveitamento das capacidades resistentes dos materiais envolvidos, o aço á tração e o betão á compressão, tornando-se assim numa metodologia de fácil aplicação que origina resultados satisfatórios nesta tipologia de elementos de betão armado.

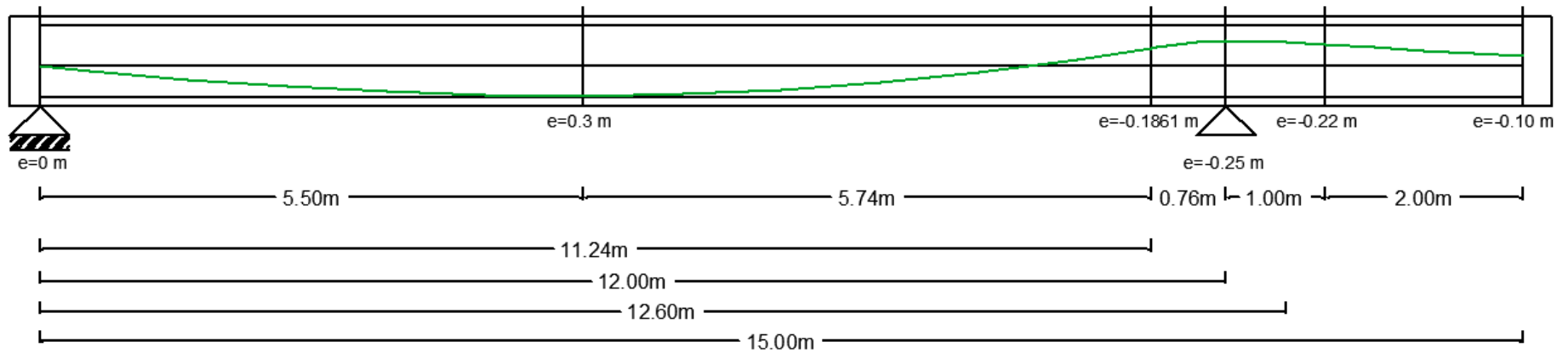


Figura 3.19 – Traçado parabólico de pré-esforço adotado para a viga em estudo com base no diagrama de momentos fletores

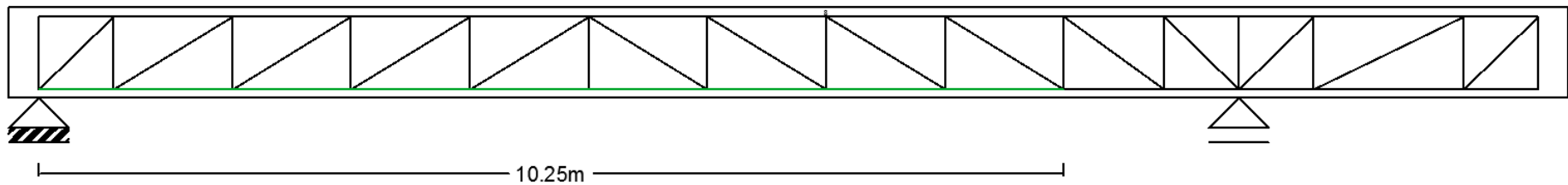


Figura 3.20 – Traçado reto de pré-esforço adotado para a viga em estudo

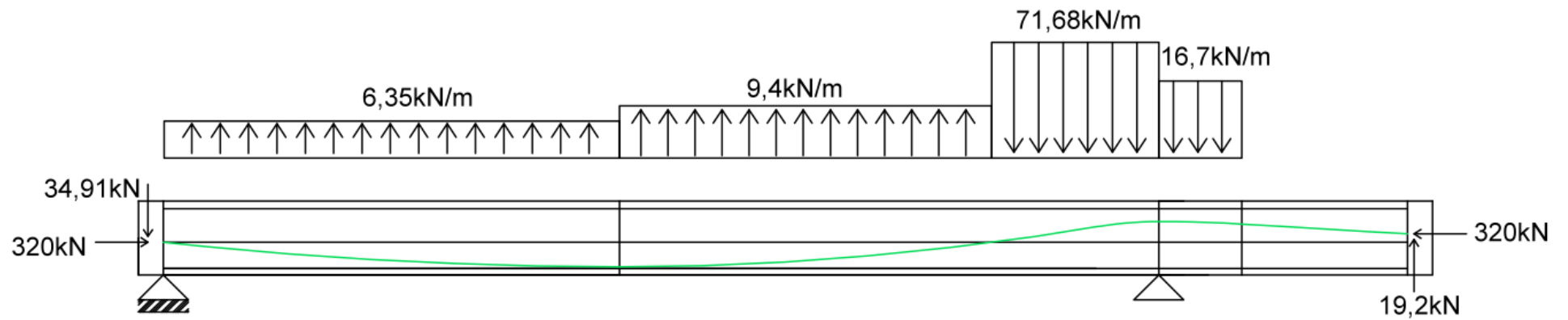


Figura 3.21 – Cargas equivalentes distribuídas e pontuais atuantes nas zonas de ancoragem correspondentes ao tirante longitudinal reto

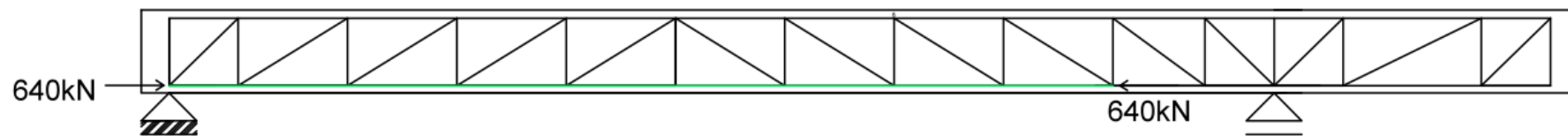


Figura 3.22 – Cargas pontuais equivalentes nas extremidades do tirante longitudinal reto

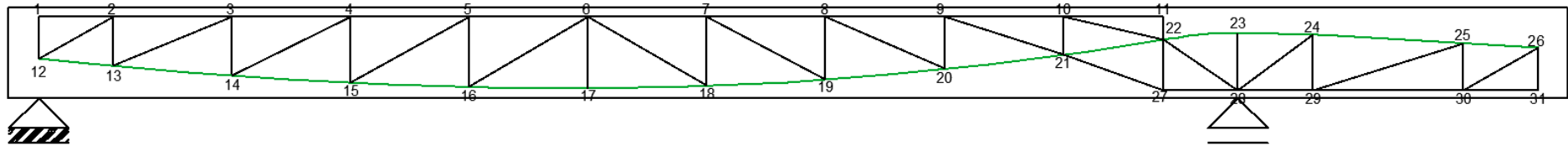


Figura 3.23 – Numeração dos nós para o modelo de escoras e tirantes com tirante longitudinal parabólico

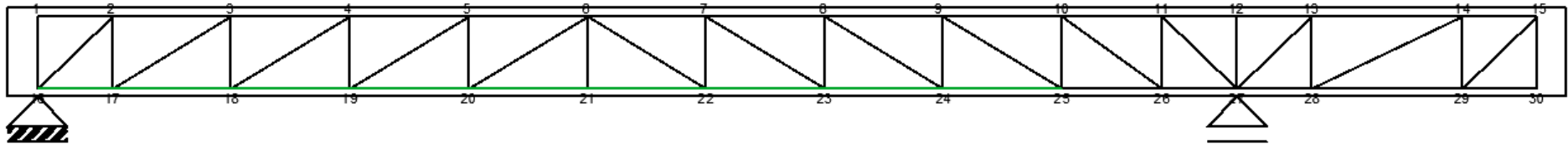


Figura 3.24 – Numeração dos nós para o modelo de escoras e tirantes com tirante longitudinal reto

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Os exemplos apresentados mostram que os modelos de escoras e tirantes são facilmente aplicáveis à verificação da segurança aos estados limites últimos de vigas de betão armado pré-esforçadas.

Pode-se concluir que em modelos com escoras diagonais com inclinação muito reduzida o esforço de compressão nessas escoras pode ser demasiado elevado, podendo ocorrer o seu esmagamento. Existe portanto a necessidade de garantir que a inclinação da escora é compatível com o volume efetivo disponível na viga para o seu desenvolvimento.

Sendo o fator económico fundamental, há que garantir uma minimização do material necessário, em particular da quantidade de armadura. Num modelo de escoras e tirantes simples, uma boa solução para garantir a diminuição da armadura transversal passa pela redução da inclinação das escoras diagonais.

Nas soluções pré-esforçadas, os cabos de pré-esforço suportam uma parte das cargas, normalmente as cargas de serviço. Nesse caso, a armadura ordinária apenas terá que suportar a carga restante que não seja resistida passivamente pelas armaduras pré-esforçadas.

Conclui-se também que, para uma secção constante dos cabos de pré-esforço, quanto menor for a força de puxe nos cabos, menor será a área de armadura ordinária necessária para garantir a segurança. Isto deve-se ao facto da percentagem de carga suportada passivamente por estes cabos ser maior, aproveitando-se assim uma maior resistência que não está a ser utilizada pelo pré-esforço.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] Regan, P., “Ultimate limit state principles – basic design for moment, shear and torsion”. FIB Bulletin No.52 (2009) “Structural Concrete Textbook on behavior, design and performance, Second Edition Volume 2: Design of concrete structures, conceptual design materials”.
- [2] Ferreira Meirinhos, M. (2008). “Projeto de betão armado com modelos de escoras e tirantes assistido por computador”. Tese de Mestrado – Especialização em Estruturas.
- [3] Appleton, J., Marchão, C., (2012) ISTL – Instituto Superior Técnico “Betão armado e pré-esforçado I – Módulo 3, Verificação da segurança aos estados limites últimos de esforço transversal e torção. Pormenorização de armaduras”.
- [4] Alves de Souza, R. e Nogueira Bittencourt – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, “Recomendações práticas para a aplicação do método das bielas”.
- [5] Schlaich, J. , Schäfer, K., Jennewein, M. PCI Journal (1987) - “Toward a consistent design of structural concrete”.
- [6] Meirinhos, G. (2008) “Projeto de betão armado com modelos de escoras e tirantes assistido por computador”.
- [7] Barney T. Martin, Jr., Modjeski and Masters, Inc (2007) – “Verification and implementation of strut-and-tie model in LRFD bridge design specifications”.
- [8] Eurocódigo 2 (2010) – Projeto de estruturas de betão, Parte 1-1: “Regras gerais e regras para edifícios”.
- [9] Appleton, J. (1999) – “Interesse e vantagens da aplicação de pré-esforço em edifícios”.
- [10] Eurocode 2 (2005) – “Design of concrete structures. Concrete bridges: design and detailing rules”.
- [11] Ferreira, M. [2011] – EvalS 2.2, Leiria

ANEXOS

Quadro A.1 - Esforço atuantes nas barras para a primeira análise

ESFORÇOS NAS BARRAS - 1ª ANÁLISE [q=140kN/m]							
Tirantes Verticais [kN]		Tirantes do Banzo Inferior [kN]		Escoras Diagonais [kN]		Escoras do Banzo Superior [kN]	
1-10	-52,5	10-11	810,19	10-2	-1129,8	1-2	0
2-11	682,5	11-12	1512,3	11-3	-979,2	2-3	-810,19
3-12	577,5	12-13	2106,5	12-4	-828,56	3-4	-1512,3
4-13	472,5	13-14	2592,6	13-5	-677,91	4-5	-2106,5
5-14	367,5	14-15	2970,7	14-6	-527,28	5-6	-2502,6
6-15	262,5	15-16	3240,7	15-7	-376,62	6-7	-2970,7
7-16	157,5	16-17	3402,8	16-8	-225,97	7-8	-3240,7
8-17	52,5	17-18	3456,8	17-9	-75,323	8-9	-3402,8
9-18	0	18	3456,8	-	-	9	-3402,8

Quadro A.2 – Esforços atuantes nas barras para a segunda análise

ESFORÇOS NAS BARRAS - 2ª ANÁLISE [q=140kN/m]							
Tirantes Verticais [kN]		Tirantes do Banzo Inferior [kN]		Escoras Diagonais [kN]		Escoras do Banzo Superior [kN]	
1-8	-70	8-9	1056,2	8-2	-1307,1	1-2	0
2-9	630	9-10	1920,4	9-3	-1069,5	2-3	-1056,2
3-10	490	10-11	2592,6	10-4	-831,8	3-4	-1920,4
4-11	350	11-12	3072,7	11-5	-594,14	4-5	-2592,6
5-12	210	12-13	3360,8	12-6	-356,49	5-6	-3072,7
6-13	70	13-14	3456,8	13-7	-118,83	6-7	-3360,8
7-14	0	14	3456,8	-	-	7	-3360,8

Quadro A.3 – Esforços atuantes nas barras para a terceira análise

ESFORÇOS NAS BARRAS - 3ª ANÁLISE [q=95kN/m]							
Tirantes Verticais [kN]		Tirantes do Banzo Inferior [kN]		Escoras Diagonais [kN]		Escoras do Banzo Superior [kN]	
1-10	-35,625	10-11	549,77	10-2	-766,68	1-2	0
2-11	463,13	11-12	1026,2	11-3	-684,46	2-3	-549,77
3-12	391,87	12-13	1429,4	12-4	,562,23	3-4	-1026,2
4-13	320,62	13-14	1759,3	13-5	-460,01	4-5	-1429,4
5-14	249,38	14-15	2015,8	14-6	-357,79	5-6	-1759,3
6-15	178,13	15-16	2199,1	15-7	-255,56	6-7	-2015,8
7-16	106,87	16-17	2309	16-8	-153,34	7-8	-2199,1
8-17	35,625	17-18	2345,7	17-9	-51,112	8-9	-2309
9-18	0	18	2345,7	-	-	9	-2309

Quadro A.4 – Esforços atuantes nas barras para a quarta análise

ESFORÇOS NAS BARRAS - 4ª ANÁLISE [q=95kN/m]							
Tirantes Verticais [kN]		Tirantes do Banzo Inferior [kN]		Escoras Diagonais [kN]		Escoras do Banzo Superior [kN]	
1-8	-47,5	8-9	716,74	8-2	-886,97	1-2	0
2-9	427,5	9-10	1303,2	9-3	-725,7	2-3	-716,74
3-10	322,5	10-11	1759,3	10-4	-564,44	3-4	-1303,2
4-11	237,5	11-12	2085	11-5	-403,17	4-5	-1759,3
5-12	142,5	12-13	2280,5	12-6	-241,9	5-6	-2085
6-13	47,5	13-14	2345,7	13-7	-80,634	6-7	-2280,5
7-14	0	14	2345,7	-	-	7	-2280,5

Quadro A.5 – Esforços atuantes nas barras para a quinta análise

ESFORÇOS NAS BARRAS - 5ª ANÁLISE [q=95kN/m]							
Tirantes Verticais [kN]		Tirantes do Banzo Inferior [kN]		Escoras Diagonais [kN]		Escoras do Banzo Superior [kN]	
1-6	-71,25	6-7	1026,2	6-2	-1141	1-2	0
2-7	356,25	7-8	1759,3	7-3	-815,01	2-3	-1026,2
3-8	213,75	8-9	2199,1	8-4	-489,01	3-4	-1759,3
4-9	71,25	9-10	2345,7	9-5	-163	4-5	-2199,1
5-10	0	10	2345,7	-	-	5	-2199,1

Quadro A.6 – Esforços atuantes nas barras para a sexta análise

ESFORÇOS NAS BARRAS - 6ª ANÁLISE [q=95kN/m]							
Tirantes Verticais [kN]		Tirantes do Banzo Inferior [kN]		Escoras Diagonais [kN]		Escoras do Banzo Superior [kN]	
1-10	-35,625	10-11	841,73	10-2	-955,36	1-2	0
2-11	387,01	11-12	1395,2	11-3	-655,27	2-3	-838,28
3-12	280,98	12-13	1771,5	12-4	-463,35	3-4	-1390,8
4-13	198,8	13-14	2028,8	13-5	-328,27	4-5	-1767,4
5-14	131,63	14-15	2213,1	14-6	-243,06	5-6	-2025,4
6-15	85,551	15-16	2331,9	15-7	-159,87	6-7	-2211,2
7-16	34,776	16-17	2394,9	16-8	-86,326	7-8	-2330,8
8-17	-12,902	17-18	2408,6	17-9	-19,223	8-9	-2394,4
9-18	-44,958	18	2408,6	-	-	9	-2394,4

Quadro A.7 - Esforços atuantes nas barras para a sétima análise

ESFORÇOS NAS BARRAS - 7ª ANÁLISE [q=95kN/m]							
Tirantes Verticais [kN]		Tirantes do Banzo Inferior [kN]		Escoras Diagonais [kN]		Escoras do Banzo Superior [kN]	
1-8	-47,5	8-9	1049,2	8-2	-1129,4	1-2	0
2-9	333,45	9-10	1656,5	9-3	-678,52	2-3	-1045
3-10	208,44	10-11	2028,8	10-4	-430,91	3-4	-1651,9
4-11	119,82	11-12	2253,8	11-5	-268	4-5	-2025,4
5-12	48,373	12-13	2373,7	12-6	-146,12	5-6	-2251,9
6-13	-13,248	13-14	2408,6	13-7	-43,327	6-7	-2373
7-14	-45,279	-	-	-	-	-	-

Quadro A.8 – Esforços atuantes nas barras para a oitava análise

ESFORÇOS NAS BARRAS - 8ª ANÁLISE [q=95kN/m]							
Tirantes Verticais [kN]		Tirantes do Banzo Inferior [kN]		Escoras Diagonais [kN]		Escoras do Banzo Superior [kN]	
1-6	-71,25	6-7	1387,1	6-2	-1432,5	1-2	0
2-7	235,2	7-8	2023,3	7-3	-677,79	2-3	-1381,8
3-8	87,607	8-9	2320,6	8-4	-325,38	3-4	-2019,4
4-9	-15,635	9-10	2408,6	9-5	-98,493	4-5	-2319
5-10	-60,051	-	-	-	-	-	-

Quadro A.9 – Esforços atuantes nas barras para o modelo de escoras e tirantes a suportar pela armadura passiva da nona análise

MODELO DE ESCORAS E TIRANTES - 9ª Análise					
Tirantes Verticais [kN]		Escoras Diagonais [kN]		Escoras do Banzo Superior [kN]	
1-8	-44,17	8-2	-850,97	1-2	0,00
2-9	391,23	9-3	-671,37	2-3	-699,79
3-10	299,39	10-4	438,39	3-4	-1247,15
4-11	211,07	11-5	316,71	4-5	-1663,20
5-12	124,61	12-6	-216,48	5-6	1556,85
6-13	39,14	13-7	-72,00	6-7	-2131,78
7-14	-3,41	-	-	7	-

Quadro A.10 - Esforços atuantes nas barras para o modelo de escoras e tirantes a suportar pela armadura passiva da décima análise

MODELO DE ESCORAS E TIRANTES - 10ª Análise					
Tirantes Verticais [kN]		Escoras Diagonais [kN]		Escoras do Banzo Superior [kN]	
1-8	-44,83	8-9	-861,09	1-2	0,00
2-9	396,73	9-10	-680,65	2-3	-707,47
3-10	303,84	10-11	-520,38	3-4	-1262,10
4-11	214,33	11-12	-368,28	4-5	-1684,30
5-12	126,59	12-13	-219,87	5-6	-1982,38
6-13	29,79	13-14	-73,14	6-7	-2160,09
7-14	-3,41	14	-	7	-

Quadro A.11 - Esforços atuantes nas barras para o modelo de escoras e tirantes a suportar pela armadura passiva para o exemplo final

MODELO DE ESCORAS E TIRANTES (armadura ordinária)					
Tirantes Verticais		Escoras do Banço Superior		Escoras Diagonais	
Barra	Esforço [kN]	Barra	Esforço [kN]	Barra	Esforço [kN]
1-16	-17,56	1-2	0,00	16-2	-383,01
2-17	213,68	2-3	-294,82	17-3	-387,92
3-18	131,56	3-4	-633,39	18-4	-262,22
4-19	76,55	4-5	-859,63	19-5	-156,62
5-20	18,98	5-6	-1003,96	20-6	-35,34
6-21	-14,16	6-7	-1017,00	6-22	-31,72
7-22	7,89	7-8	-912,67	7-23	-121,88
8-23	55,29	8-9	-724,23	8-24	-218,65
9-24	105,75	9-10	-426,87	9-25	-339,86
10-25	165,94	10-11	0,00	10-26	-488,54
11-26	160,53	26-27	1,12	11-27	-293,55
12-27	-26,08	27-28	-180,53	27-13	-257,29
13-28	29,87	28-29	-21,76	28-14	-171,45
14-29	-3,80	29-30	0,00	29-15	-74,06
15-30	4,79				