



FCTUC FACULDADE DE CIÊNCIAS  
E TECNOLOGIA  
UNIVERSIDADE DE COIMBRA

DEPARTAMENTO DE  
ENGENHARIA MECÂNICA

## **Determinação da extensão da camada superficial em geometrias planas**

Dissertação apresentada para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia  
Mecânica na Especialidade de Produção e Projeto

**Autor**

**Rúben Gomes Maia**

**Orientadores**

**Professor Doutor Fernando Jorge Ventura Antunes**

**Professor Doutor Ricardo Nuno Madeira Soares Branco**

**Júri**

<b>Presidente</b>	<b>Professora Doutora Marta Cristina Cardoso de Oliveira</b> <b>Professora Auxiliar da Universidade de Coimbra</b> <b>Professor Doutor José Domingos Moreira da Costa</b> <b>Professor Associado com agregação da Universidade de Coimbra</b>
<b>Vogais</b>	<b>Professor Doutor Ricardo Nuno Madeira Soares Branco</b> <b>Professor Adjunto do Instituto Superior de Engenharia de Coimbra</b>

---

**Coimbra, Julho, 2015**



“Construí amigos, enfrentei derrotas, venci obstáculos, bati à porta da vida e disse-lhe: Não tenho medo de te viver!”

Augusto Cury

Aos meus pais



## Agradecimentos

A realização deste percurso académico que culmina com a elaboração desta dissertação, deveu-se em grande parte à contribuição de várias pessoas. Sendo assim, gostaria de aqui prestar os meus sentidos e honestos agradecimentos:

- Ao orientador, Professor Doutor Ricardo Nuno Madeira Soares Branco, por toda a disponibilidade que sempre demonstrou, por toda a ajuda preciosa que me deu em todos os momentos deste trabalho, pela paciência que demonstrou em alturas que estava menos dentro do tema, por ter sido a peça chave para que concluísse este objetivo.
- Ao orientador, Professor Doutor Fernando Jorge Ventura Antunes, apesar de termos trabalhado menos em conjunto, reconheço a disponibilidade e interesse que sempre demonstrou em acompanhar este processo.
- À minha família, especialmente aos meus pais, por estarem sempre presentes durante este longo caminho, e por me permitirem continuar a sonhar, mesmo em alturas em que o caminho se estreitou conseguiram voltar a alargá-lo, sem eles este passo muito importante na minha vida não era dado, não posso esquecer as minhas irmãs que, ao lado dos pais, deram o maior apoio do mundo. Obrigado por tudo.
- À Cláudia Rocha, pela paciência, força e todo o apoio crucial que me deu neste percurso, simplesmente por ser quem é.
- Ao meu grupo de amigos bairradinos, por serem aquele apoio essencial ao longo de todo o percurso académico.
- À Professora Doutora Marta Oliveira pela ajuda no desenvolvimento do modelo elasto-plástico, e pela paciência quando o modelo demonstrou algumas falhas.
- Ao Grupo de Tecnologia do Departamento de Engenharia Mecânica pela utilização do *software* DD3IMP.

- Ao Laboratório de Construções Mecânicas do Departamento de Engenharia Mecânica, onde passei grande parte da realização deste trabalho, e aos colegas lá presentes pela companhia e apoio demonstrado.
- À Fundação para a Ciência e Tecnologia e ao Programa Operacional Temático Fatores de Competitividade (COMPETE), comparticipado pelo fundo comunitário Europeu FEDER, Projeto PTDC/EMS-PRO/3148/2012, COMPETE: FCOMP-01-0124-FEDER-029112.



## Resumo

A fadiga é um dos principais mecanismos de falha de componentes mecânicos sujeitos a cargas cíclicas. Este fenómeno é geralmente dividido em três fases principais: iniciação de fenda, propagação estável de fenda e rotura final. Esta dissertação centra-se na fase de propagação estável de fenda. A propagação de fendas por fadiga (FCG) é já um tema muito abordado na comunidade científica, levando a que este trabalho aponte numa direção mais específica e com menor incidência por parte de outros estudos. O objetivo geral deste estudo assenta na quantificação da extensão da camada superficial em geometrias planas sujeitas a Modo-I. Uma das principais aplicações deste estudo será o desenvolvimento mais preciso de malhas de elementos finitos para este tipo de geometrias.

Para conseguir essa quantificação, desenvolveu-se um procedimento que consiste em três etapas principais: obtenção de formas estáveis de fenda utilizando uma técnica de remalhagem baseada no método dos elementos finitos; determinação da triaxialidade de tensão ao longo da frente de fenda; e por fim o cálculo da extensão da camada superficial a partir dos valores de triaxialidade de tensão obtidos na etapa anterior. Antes da quantificação da extensão da camada superficial foi desenvolvida e otimizada uma topologia de malha específica, caracterizada por um elevado nível de refinamento ao longo da espessura. Foram estudados os efeitos da espessura do provete, da dimensão da fenda, da forma da fenda, da tensão aplicada, e também o efeito de diferentes valores de sobrecargas. Neste estudo foram utilizados dois modelos distintos, um com comportamento elástico do material e outro com comportamento elasto-plástico.

Ao longo do trabalho, verificou-se que a extensão da camada superficial é influenciada pelo valor da espessura do componente. Para espessuras inferiores a 1 mm, a extensão da camada superficial aumenta de forma acentuada à medida que a espessura diminui. Para espessuras superiores ao valor referido, a extensão da camada superficial tende a estabilizar, deixando de sofrer alterações significativas. A aplicação de sobrecargas tem também influência notória na extensão da camada superficial. Após aplicação da sobrecarga, há um aumento gradual da extensão da camada superficial que se dissipa à medida que a fenda propaga. Este efeito instável é mais acentuado e prolonga-se mais no tempo para

valores de taxa de sobrecarga superiores. A partir dos modelos elasto-plásticos foi ainda possível observar que a extensão da camada superficial aumenta com o comprimento de fenda. Por fim, foi possível estabelecer uma relação linear entre a extensão da camada superficial e a gama do fator de intensidade de tensão.

**Palavras-chave:** Fadiga, propagação de fendas por fadiga, extensão da camada superficial, triaxialidade de tensão, método dos elementos finitos, propagação automática de fenda, estado plano de tensão, estado plano de deformação, provete M(T)

## Abstract

Fatigue is a major failure mechanism of mechanical components subjected to cyclic loading. This phenomenon is generally divided into three main phases: crack initiation, stable crack growth, and final failure. This thesis is focused on the stable crack growth phase. The fatigue crack growth (FCG) is already a very common theme in the scientific community. Here, it is analysed a more specific aspect of FCG. The aim of this study is the quantification of the extent of surface region in planar geometries subjected to Mode-I. One of the main applications of this study will be the development of more adequate finite element meshes for this type of geometry.

To get this quantification, it was developed a procedure that consists of three main steps: simulation of stable crack fronts using a remeshing technique based on the finite element method; determination of stress triaxiality along the crack front; and finally the calculation of the extent of surface region from stress triaxiality values obtained in the previous step. Before the quantification of the extent of surface region, it has been developed and optimized a specific mesh topology, characterized by a high level of refinement along the thickness. We studied the effects of specimen thickness, crack dimension, crack shape, remote stress, and also the effect of different overload values. In this study were used two distinct constitutive material models, one with linear-elastic behavior and other with elasto-plastic behavior.

Throughout the study, it was verified that the extent of surface region is influenced by the thickness. For thicknesses lower than 1 mm, the extent of surface region increases sharply as the thickness decreases. For thicknesses bigger than that value, the extent of surface region tends to stabilize without significant changes. The application of overloads also influences notoriously the extent of surface region. After the application of the overload, there is a gradual increase of that extent which dissipates as the crack propagates. This unstable effect is more pronounced and is prolonged more time for higher values of the overload ratio. From the elasto-plastic models, it was also observed that the extent of surface region increases with the crack length. Lastly, it was possible to establish a linear relation between the extent of surface region and the stress intensity factor range.

**Keywords** Fatigue, fatigue crack growth, extent of the surface region, stress triaxiality, finite element method, automatic crack growth, plane stress state, plane strain state, M(T) specimen

---

## Índice

Índice de Figuras .....	xi
Índice de Tabelas .....	xiii
Simbologia e Siglas .....	xv
Simbologia.....	xv
Siglas .....	xvii
1. Introdução.....	1
1.1. Enquadramento .....	1
1.2. Objetivos.....	2
1.3. Estrutura da Dissertação .....	3
2. Revisão Bibliográfica .....	5
2.1. Fadiga.....	5
2.2. Variação da Taxa de Propagação de Fenda por Fadiga .....	7
2.3. Extensão da Camada Superficial .....	8
2.4. Fenómeno do Fecho de Fenda .....	11
2.5. Propagação Automática de Fenda.....	13
3. Procedimento Numérico .....	17
3.1. Modelo Físico .....	18
3.2. Formas Estáveis de Fenda.....	19
3.3. Triaxialidade ao Longo da Frente de Fenda .....	21
3.4. Definição da Extensão da Camada Superficial .....	24
4. Apresentação e Análise de Resultados .....	27
4.1. Formas Estáveis de Fenda.....	27
4.2. Otimização da Malha para Estudos de Triaxialidade .....	29
4.3. Modelo Elástico .....	35
4.3.1. Efeito da Espessura, $t$ .....	35
4.3.2. Efeito de Sobrecargas .....	39
4.4. Modelo Elasto-Plástico .....	41
4.4.1. Efeito da Tensão e Espessura .....	41
4.4.2. Efeito do Comprimento de Fenda, $a$ .....	45
5. Conclusões.....	49
Referências Bibliográficas.....	52



## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2.1. Curva típica $da/dN - \Delta K$ .....	6
Figura 2.2. Evolução da forma da fenda baseada no incremento de crescimento global. [Branco, 2006].....	14
Figura 2.3. Estudo da forma da fenda considerando dois pontos-chave: a) definição dos incrementos locais dos nós chave da frente de fenda; b) definição da nova frente de fenda global. [Branco, 2006].....	14
Figura 2.4. Estudo da forma da fenda considerando alguns pontos-chave: a) definição dos incrementos dos vários nós da frente de fenda; b) definição da nova frente de fenda. [Branco, 2006].....	15
Figura 3.1. Metodologia utilizada e esquema dos principais procedimentos seguidos. ....	17
Figura 3.2. Geometria M(T): a) perspetiva tridimensional; b) vista de lado; c) secção que contém a fenda. [Branco, 2006] .....	18
Figura 3.3. a) Parte a analisar do provete M(T); simplificações efetuadas: b) de simetria; c) de carregamento. [Branco, 2006] .....	19
Figura 3.4. Técnica de remalhagem adaptativa. [Branco, 2013b].....	20
Figura 3.5. Topologia típica de malhas de elementos finitos: a) malha em forma de teia de aranha; b) malha de transição; c) região fissurada; d) região não fissurada; e) modelo final. [Branco, 2013b] .....	21
Figura 3.6. Malha de elementos finitos utilizada. ....	22
Figura 3.7. Critério utilizado para o cálculo da extensão da camada superficial. ....	25
Figura 4.1. Exemplo dos resultados obtidos com a técnica de propagação automática utilizada. ....	27
Figura 4.2. Curvas PICC. ....	28
Figura 4.3. Identificação das variáveis a otimizar. ....	30
Figura 4.4. Exemplo de uma curva de triaxialidade. ....	30
Figura 4.5. Representação da área, $A$ , calculada para o estudo das variáveis. ....	31
Figura 4.6. Variação da área em função do valor de $X_1$ . ....	32
Figura 4.7. Comparação da curva $h$ obtida com camadas uniformes ao longo da espessura com a obtida utilizando a disposição otimizada. ....	34
Figura 4.8. Comparação da curva $h$ obtida, através do modelo elástico, com frentes de fenda retas, para duas espessuras extremas, 0.25 e 10 mm, e uma intermédia, 5 mm. ....	36
Figura 4.9. Efeito da espessura na extensão da camada superficial para o modelo elástico e com frentes de fenda retas. ....	36

Figura 4.10. Comparação da curva $h$ obtida, através do modelo elástico, com frentes de fenda curvas, para duas espessuras extremas, 0.25 e 7.5 mm, e uma intermédia, 2.5 mm. ....	38
Figura 4.11. Efeito da espessura na extensão da camada superficial para o modelo elástico e com frentes de fenda curvas. ....	38
Figura 4.12. Comparação do efeito da espessura na extensão da camada superficial para frentes de fenda retas e curvas obtidas com o modelo elástico. ....	39
Figura 4.13. Efeito da aplicação de sobrecargas na extensão da camada superficial. ....	41
Figura 4.14. Efeito da espessura para uma tensão de 50 MPa e para o modelo elasto-plástico. ....	43
Figura 4.15. Efeito da espessura para uma tensão de 100 MPa e para o modelo elasto-plástico. ....	43
Figura 4.16. Efeito da espessura para uma tensão de 150 MPa e para o modelo elasto-plástico. ....	44
Figura 4.17. Efeito da tensão e espessura na extensão da camada superficial para um comprimento de fenda de 3 mm e para o modelo elasto-plástico. ....	44
Figura 4.18. Comportamento das curvas de triaxialidade para um comprimento de fenda de 2 mm. ....	45
Figura 4.19. Comportamento das curvas de triaxialidade para um comprimento de fenda de 4 mm. ....	46
Figura 4.20. Efeito do comprimento de fenda na extensão da camada superficial para uma tensão de 100 MPa e para o modelo elasto-plástico. ....	46
Figura 4.21. Relação entre o valor estável da extensão da camada superficial ( $S_E$ ) e a gama do fator de intensidade de tensão ( $\Delta K$ ) ....	47

## ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 3.1. Propriedades do material. ....	23
Tabela 4.1. Valores iniciais de cada variável a otimizar. ....	31



---

## SIMBOLOGIA E SIGLAS

### Simbologia

$a$  – Comprimento de fenda

$a_0$  – Comprimento inicial de fenda

$a_0, \dots, a_5$  – Constantes de ajustamento

$a_m$  – Comprimento médio de fenda

$C$  e  $m$  – Constantes da lei de Paris

$da/dN$  – Taxa de propagação da fenda

$E$  – Módulo de Young

$F, G, H, L, M$  e  $N$  – Coeficientes que definem o estado de anisotropia do material

$k, \varepsilon_0, n$  – Constantes de ajustamento

$K$  – Fator de intensidade de tensão

$K_{1c}$  – Tenacidade à fratura do material

$K_c$  – Valor crítico do fator de intensidade de tensão

$K_{máx}$  – Valor máximo do fator de intensidade de tensão

$K_{mín}$  – Valor mínimo do fator de intensidade de tensão

$R$  – Razão de tensão

$S$  – Extensão da camada superficial

$S_E$  – Valores estáveis da extensão da camada superficial

$t$  – Espessura do corpo fissurado

$t_{pl}$  e  $t_{qm}$  – Matrizes de transformação

$X_1, X_2, X_3, X_4, X_5$  e  $X_6$  – Zonas da malha de elementos finitos a otimizar

$y$  – Coordenada no eixo  $Oy$  (coordenada do nó da frente de fenda na direção da espessura)

$Y$  – Fator geométrico

$\bar{Y}$  – Tensão equivalente

$Y_0$  – Tensão de cedência

$z$  – Coordenada no eixo Oz

$\alpha$  – Posição angular

$\Delta a$  – Incremento global de fenda

$\Delta a_i$  – Incremento de fenda para um nó arbitrário  $i$  da frente de fenda

$\Delta a_{m\acute{a}x}^{(j)}$  – Incremento máximo de fenda, do nó da frente de fenda, para o qual ocorre o valor máximo da gama do fator de intensidade de tensão  $\Delta K_{m\acute{a}x}^{(j)}$

$\Delta K$  – Gama do fator de intensidade de tensão

$\Delta K^+$  - Parte positiva da gama do fator de intensidade de tensão

$\Delta K^*$  - Força motriz mecânica

$\varepsilon$  – Deformação plástica equivalente

$\theta$  e  $h$  - Parâmetros de triaxialidade de tensão

$\nu$  – Coeficiente de Poisson

$\sigma$  – Tensão aplicada (Tensão de escoamento equivalente no Capítulo 3, Eq. (3.1))

$\sigma_1, \sigma_2$  e  $\sigma_3$  – Tensões principais

$\sigma_{abertura}$  – Tensão de abertura de fenda

$\sigma_h$  - Tensão hidrostática

$\sigma_{lm}$  – Tensor das tensões obtido em relação ao sistema de eixos XYZ

$\sigma_{m\acute{a}x}$  – Tensão máxima do ciclo de carga

$\sigma_{m\acute{i}n}$  – Tensão mínima

$\sigma'_{pq}$  - Tensor das tensões local

$\sigma_{vM}$  – Tensão equivalente de von Mises

$\sigma_{xx}, \sigma_{yy}$  e  $\sigma_{zz}$  – Tensões normais aos planos Ox, Oy e Oz, respectivamente (Eq. (2.4))

$\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}, \sigma_{xy}, \sigma_{xz}$  e  $\sigma_{yz}$  – Componentes efetivas do tensor das tensões (Eq. (3.2))

## **Siglas**

FCG – *Fatigue Crack Growth* (Propagação de Fendas por Fadiga)

MEF – Método dos Elementos Finitos

LEFM - *Linear Elastic Fracture Mechanics* (Mecânica da Fratura Linear Elástica)

PICC – *Plastic Induced Crack Closure* (Fecho de Fenda Induzido por Plasticidade)

DD3IMP - *Three-Dimensional Elasto-plastic Finite Element Program*

ASCII - *American Standard Code for Information Interchange* (Código Americano Padrão para o Intercâmbio de Informação)

OLR – *Overload Rate* (Taxa de Sobrecarga)



# 1. INTRODUÇÃO

## 1.1. Enquadramento

Em estruturas de engenharia sujeitas a cargas variáveis é imprescindível o estudo dos fenómenos de fadiga, de modo a desenvolver componentes mecânicos mais seguros e fiáveis e, assim, evitar falhas inesperadas em serviço.

O fenómeno de fadiga, como é bem sabido, engloba três etapas principais: nucleação e iniciação de fenda, propagação estável de fenda, e rotura final. Esta última, quando ocorre, pode causar danos materiais, humanos e económicos muito relevantes. Nesse sentido, é necessário aprofundar o conhecimento sobre o fenómeno, para deste modo se reduzir, e se possível, evitar quaisquer danos.

O projeto à fadiga, devido ao elevado progresso tecnológico das últimas décadas, é, cada vez mais, efetuado a partir de soluções numéricas baseadas no Método dos Elementos Finitos (MEF). Atualmente, as ferramentas que recorrem a abordagens bidimensionais são bastante fiáveis, porém consideram diversas simplificações e não permitem a análise precisa de vários efeitos tridimensionais. Nessa perspetiva, é importante desenvolver metodologias tridimensionais para melhorar a capacidade de análise, o que tem vindo a ocorrer no presente. Nos estudos tridimensionais baseados no MEF, a malha de elementos finitos tem grande influência na qualidade dos resultados. Por esse motivo, é de todo conveniente desenvolver metodologias objetivas que permitam criar malhas com níveis de refinamento ideais, principalmente ao longo da frente de fenda. Devido à inexistência destas metodologias hoje em dia, os estudos numéricos são efetuados com modelos com malhas uniformes ou com graus de refinamento à superfície definidos de forma empírica. Embora esses estudos tenham permitido obter resultados interessantes, próximos dos obtidos experimentalmente, é fácil aceitar que a definição da malha sem critérios objetivos não é uma prática adequada, havendo um claro risco de esta não ser ideal para simular os fenómenos superficiais.

As regiões superficiais de um componente são de elevada importância. Note-se que nessas regiões existem singularidades complexas. Além disso, espera-se que nelas ocorram transições relativamente rápidas de estado plano de tensão existente à superfície, para estado plano de deformação em zonas mais interiores. Por outro lado, fenómenos

superficiais, tais como fecho de fenda ou tensões residuais, têm efeitos mais intensos à superfície. Este facto mostra, de forma clara, que a quantificação da camada superficial é de extrema importância para um correto desenvolvimento das malhas de elementos finitos.

A presença de entalhes é outro dos aspetos que tem influência direta na extensão da camada superficial, uma vez que introduz, na frente de fenda, estados complexos de triaxialidade de tensão. Para além da presença de entalhes, também a geometria, a história de carga, o nível de carga e as propriedades dos materiais afetam a dimensão da camada superficial.

## **1.2. Objetivos**

Este trabalho tem como principal objetivo quantificar de forma objetiva a extensão da camada superficial em geometrias planas fissuradas, sujeitas a Modo-I de carregamento. Sendo este um assunto ainda pouco estudado pela comunidade científica, outro dos objetivos do trabalho consiste no desenvolvimento de uma metodologia que permita, de forma sistemática, obter a extensão da camada superficial considerando o efeito de diversas variáveis, nomeadamente espessura da peça, a forma da fenda, a dimensão da fenda, a tensão aplicada bem como o efeito de sobrecargas.

É pretendido mais especificamente:

- Obter formas estáveis de fenda para diferentes condições de propagação utilizando uma técnica numérica de propagação automática baseada no método dos elementos finitos;
- Desenvolver procedimentos que permitam obter o estado de triaxialidade de tensão ao longo da frente de fenda utilizando modelos elásticos e modelos elasto-plásticos;
- Desenvolver um critério objetivo para quantificar a extensão da camada superficial a partir do estado de triaxialidade de tensão da frente de fenda;
- Quantificar a extensão da camada superficial para diferentes casos e desenvolver formulações que permitam a previsão da mesma.

### **1.3. Estrutura da dissertação**

Esta dissertação encontra-se dividida em cinco capítulos:

- Capítulo 2: Neste capítulo é efetuada uma descrição resumida dos conceitos e definições teóricas em que se enquadra o presente trabalho. É, ainda, feita referência a alguns estudos que abordam as várias temáticas em que se insere a presente dissertação;
- Capítulo 3: Aqui é realizada uma descrição mais específica do modelo físico utilizado neste trabalho, bem como de todo o procedimento numérico desenvolvido para quantificar a extensão da camada superficial. Ou seja, é descrita toda a metodologia utilizada para a obtenção dos resultados posteriormente apresentados;
- Capítulo 4: São apresentados todos os resultados obtidos numericamente, e procede-se à sua análise, comparação e discussão;
- Capítulo 5: Neste último capítulo são apresentadas as conclusões finais provenientes do estudo realizado e são apresentadas algumas sugestões para trabalhos futuros.



## 2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

### 2.1. Fadiga

A fadiga é uma alteração progressiva, localizada e permanente que ocorre em componentes mecânicos sujeitos a campos de deformação causados por tensões nominais que podem ser, em muitos casos, consideravelmente mais baixas do que a resistência à tração dos materiais envolvidos. O que impulsiona esta alteração é a existência de concentrações de tensões elevadas nas imediações de uma fenda.

A falha por fadiga é um processo sequencial que engloba três etapas principais. A primeira etapa é a da iniciação da fenda, que engloba a nucleação microscópica da fenda, e, em geral, é um fenómeno de superfície, devido em parte a um menor obstáculo que ocorre à superfície do material. A segunda etapa é a propagação estável da fenda, onde se verifica o crescimento macroscópico da fenda, em que esta aumenta progressivamente a sua velocidade de propagação e, conseqüentemente, o seu tamanho. Nesta etapa, a fenda atinge um tamanho crítico, deixando a secção transversal não fissurada do componente mecânico de ser capaz de suportar o carregamento imposto. A última etapa é a rotura final, e consiste num período de propagação instável de fenda que acaba por culminar numa fratura rápida da secção transversal remanescente do componente mecânico.

A análise da propagação de fendas por fadiga (FCG) recorre, geralmente, a conceitos da mecânica da fratura linear elástica (LEFM), que se baseiam no fator de intensidade de tensão,  $K$ , que, como demonstrado por Irwin (1958), expressa a magnitude de tensão na extremidade da fenda. Este fator quantifica a intensidade de tensões provocada pela existência da fenda, e é calculado através da seguinte expressão:

$$K = Y\sigma\sqrt{\pi a}, \quad (2.1)$$

onde  $Y$  representa o fator geométrico,  $\sigma$  a tensão aplicada e  $a$  o comprimento de fenda. A fratura do material ocorre quando  $K$  atinge o seu valor crítico,  $K_c$ , também conhecido por tenacidade à fratura.

O estudo da FCG está então ligado ao fator de intensidade de tensão através da relação da sua gama,  $\Delta K$  (que é a subtração entre o valor máximo de  $K$ ,  $K_{m\acute{a}x}$ , e o seu valor

mínimo,  $K_{\min}$ , durante o ciclo de carga), com a taxa de propagação da fenda  $da/dN$ . Este estudo é, normalmente, realizado através da análise de curvas  $da/dN - \Delta K$  obtidas experimentalmente. Na Figura 2.1 está representado um exemplo de uma curva típica.

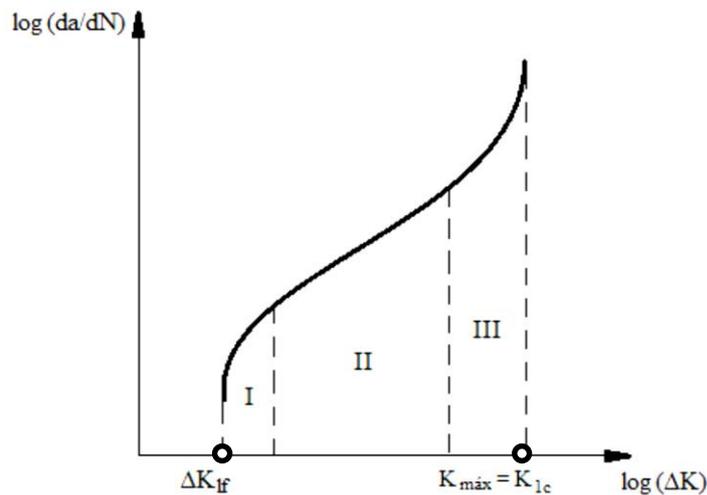


Figura 2.1. Curva típica  $da/dN - \Delta K$ .

É possível identificar, na Figura 2.1, a existência de três regimes de propagação de fenda. No regime I, nota-se uma propagação lenta da fenda, com a taxa de propagação a ser inferior a  $10^{-6}$  mm/ciclo, sendo que este regime é influenciado pelas características microestruturais, enquanto no regime III ocorre uma aceleração da propagação da fenda, aproximando-se  $K_{máx}$  do valor crítico e, conseqüentemente, o material da rotura. Uma taxa de propagação de fenda superior a  $10^{-3}$  mm/ciclo, neste regime, é bastante comum em materiais metálicos, quando a curva de propagação se aproxima, assintoticamente, da tenacidade à fratura ( $K_{1c}$  - Figura 2.1) do material. O regime II envolve um crescimento de fenda estável, com a taxa do mesmo a estar, tipicamente, entre valores de  $10^{-6}$  e  $10^{-3}$  mm/ciclo para materiais metálicos (Zhao et al., 2008).

Esta região apresenta, em escalas bi-logarítmicas, uma relação linear entre  $da/dN$  e  $\Delta K$ , podendo ser expressa na forma seguinte (Paris e Erdogan, 1960):

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K)^m \quad (2.2)$$

onde  $C$  e  $m$  são constantes da lei de Paris.

A lei de Paris afirma então que apenas a gama do fator de intensidade de tensão,  $\Delta K$ , determina o comportamento de  $da/dN$ . O que suscitou algumas dúvidas na comunidade de engenharia, uma vez que, este é um parâmetro linear elástico que acaba por ser utilizado para descrever, diga-se que com sucesso, os comportamentos plásticos na extremidade da fenda. Ainda assim, os vários estudos realizados neste âmbito, acabaram por confirmar a existência de outros parâmetros que têm influência em  $da/dN$ , como o historial de carga ou a razão de tensão, sendo a razão de tensão um tema que tem levado à realização de vários estudos para a tentativa de explicar a sua influência na velocidade de propagação da fenda. Essa razão de tensão,  $R$ , é definida pela razão entre a tensão mínima,  $\sigma_{min}$ , e a tensão máxima,  $\sigma_{max}$ . A velocidade de propagação aumenta para valores superiores de  $R$ .

Ainda relativamente a esta matéria, há que mencionar os avanços e aperfeiçoamentos conseguidos com os trabalhos de Christensen (1963), que introduziu a interação da superfície de fratura, o que promove uma redução da intensidade de tensão e consequentemente um aumento da vida à fadiga; ou de Elber (1970, 1971), que abordou este tema em termos dos parâmetros da mecânica da fratura, permitindo abordagens mais claras aos fenómenos associados ao fecho de fenda. Também Kujawski (2001a; 2001b), através da sua proposta de modelo de dois parâmetros, que combina  $\Delta K$  com  $K_{max}$  para quantificar a força motriz da fenda, acabou por promover uma variação interessante dos conceitos expressos na lei de Paris.

## 2.2. Variação da Taxa de Propagação de Fenda por Fadiga

Em aplicações de engenharia, um componente estrutural é, normalmente, sujeito a carregamentos variáveis ao invés de carregamentos constantes. Deste modo, uma das preocupações dos investigadores ao longo dos tempos tem sido a determinação de propriedades de fadiga de componentes estruturais sujeitos a espectros de carga realistas, onde se salienta, por exemplo, os estudos de FCG em ligas de alumínio (Zhao et al., 2008), aços ao carbono (Wang et al., 2009), aços inoxidáveis (Kalnaus et al., 2008) e ligas de magnésio (Nie e Zhao, 2008) submetidos a carregamentos de amplitude variável.

A aplicação de uma sobrecarga à tração resulta, normalmente, numa diminuição da velocidade na propagação da fenda (Zheng et al., 2013). Para uma liga de alumínio,

segundo Zhao et al. (2008), a taxa de FCG decresce imediatamente para um valor mínimo logo após aplicação da sobrecarga e cresce à medida que a fenda se estende. Já para alguns aços, esta taxa decresce gradualmente até atingir um valor mínimo antes de voltar a crescer e atingir uma taxa de crescimento estável (Shin e Hsu, 1993). Por outro lado, é habitualmente observada uma aceleração da taxa de propagação da fenda quando é aplicada uma subcarga à compressão (Zheng et al., 2013).

Khalil et al. (2013) observou uma aceleração na taxa de propagação da fenda com a aplicação de uma sobrecarga única próxima do limite de elasticidade. Este comportamento foi atribuído a uma perda do fecho de fenda.

Para materiais compostos por ligas de magnésio maquinado, a taxa de FCG é largamente influenciada pela microestrutura da liga. Em geral, grãos finos aumentam a resistência à tração e reduzem a velocidade da FCG (Zeng et al., 2010). A taxa de crescimento da fenda para materiais deste tipo, é diminuída quando se está perante uma microestrutura não homogênea (Bag e Zhou, 2001; Zeng et al., 2010). É também sabido que uma atmosfera húmida e água destilada promovem uma aceleração da taxa de propagação da fenda por fadiga, enquanto a oxidação, irá retardar a propagação da mesma (Kobayashi et al., 1997; Tokaji et al., 2009).

Apesar do extenso trabalho desenvolvido no estudo do fenómeno de propagação de fendas por fadiga, continua a persistir a necessidade de desenvolver um método satisfatório, aplicável de forma geral, para prever a taxa de propagação de fendas por fadiga considerando, simultaneamente, vários efeitos.

### **2.3. Extensão da Camada Superficial**

É possível encontrar, na literatura, um reduzido número de estudos focados na extensão da camada superficial. É de esperar que esta extensão varie com a espessura do provete, com a presença de entalhes, com o padrão de carga, com o nível de carga e com as propriedades do material (Branco et al., 2012a;2013a). Por outro lado, é espectável que o aumento do coeficiente de Poisson e a diminuição do módulo de Young façam aumentar a extensão da camada (Pook, 1994).

Prevê-se, também, que ocorra uma transição relativamente rápida de estado plano de tensão à superfície para estado plano de deformação nas regiões mais interiores. A presença de entalhes laterais decerto influencia significativamente a extensão da camada

superficial (Branco et al., 2012a). Para além disto, existem fenómenos de superfície como fecho de fenda, tensões residuais e até diferentes mecanismos de propagação, que levam a diferentes variações da leis de Paris, que devem ser apropriadamente incluídos nos modelos numéricos. É do consenso geral que fenómenos como o fecho de fenda são muito mais importantes à superfície, onde domina o estado plano de tensão, do que em regiões mais interiores. Em geral, o estado plano de tensão promove a propagação transgranular, enquanto a triaxialidade associada ao estado plano de deformação promove mecanismos de difusão associados a propagação dependente do tempo.

Estes efeitos à superfície são de extrema importância no estudo dos fenómenos de propagação de fendas por fadiga. Nesse sentido, os modelos numéricos usados, principalmente aqueles que se baseiam na aplicação do Método dos Elementos Finitos (MEF), devem conter elevado grau de refinamento superficial, para assim se poderem considerar os elevados gradientes de tensão e deformação atuantes nessas regiões. As regiões refinadas são, habitualmente, definidas de forma empírica. Noutros casos chegam mesmo a ser excluídas dos modelos numéricos.

A correta quantificação da extensão da camada superficial requer a identificação de parâmetros sensíveis ao estado de triaxialidade de tensão da frente de fenda. A razão entre a tensão hidrostática,  $\sigma_h$ , e a tensão equivalente de von Mises,  $\sigma_{vM}$ , é o parâmetro mais utilizado para estes estudos, sendo dado por:

$$\theta = \frac{\sigma_h}{\sigma_{vM}} = \frac{(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)/3}{\sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}/\sqrt{2}} \quad , \quad (2.3)$$

sendo  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  e  $\sigma_3$  as tensões principais.

Este parâmetro varia de 0, para cisalhamento puro, a 5 ou 6 para entalhes afiados. Tem sido usado por vários autores, Chen et al. (2005) para o estudo da propagação de fenda dúctil, Wang et al. (2000) para falha dúctil de juntas tubulares, Anvari et al. (2006) para estudar a propagação de fenda dúctil utilizando elementos coesivos e Mirone (2007) para prever a falha dúctil de geometrias com entalhe sujeitas a diferentes historiais de triaxialidade.

Atzori et al. (2005) desenvolveram expressões analíticas capazes de descrever a distribuição global da tensão principal máxima em placas com entalhe sujeitas a flexão pura e flexão combinada, através de uma formulação analítica já existente, formulação esta que

possui a capacidade de descrever zonas sujeitas a elevadas tensões em torno da extremidade do entalhe.

Kotousov et al. (2002) desenvolveram, de forma sistemática, formulações analíticas, experimentais e numéricas para análise de fenómenos tridimensionais em placas, nomeadamente placas com entalhes em V e placas com fendas passantes.

Outro dos parâmetros mais utilizados para quantificar a triaxialidade de tensão, e aquele que irá ser utilizado no presente trabalho, é dado por:

$$h = \frac{\sigma_{zz}}{\nu(\sigma_{xx} + \sigma_{yy})} , \quad (2.4)$$

onde  $\nu$  representa o coeficiente de Poisson,  $\sigma_{zz}$  representa a tensão normal ao plano da fenda e  $\sigma_{xx}$  e  $\sigma_{yy}$  são as tensões no plano da fenda. Este fator tem o valor 1 para estado plano de deformação e 0 para estado plano de tensão, o que é relativamente conveniente. Existem muitos autores que recorreram a este parâmetro, citam-se, a título de exemplo, os trabalhos de Macdonald e Pajot (1990), Bakker (1992) e Branco et al. (2010).

Outro parâmetro considerado tem sido a tensão-T elástica, que contabiliza a tensão tração-compressão que atua paralelamente ao plano da fenda. Bilby et al. (1986) mostraram que a tensão-T é capaz de afetar, grandemente, a magnitude da triaxialidade hidrostática, sabendo-se que uma tensão-T positiva aumenta, em geral, o nível de triaxialidade de tensão na extremidade da fenda. Para além disto, este parâmetro pode também ser utilizado para estudar a extensão da camada superficial.

A tensão-T foi determinada por Leever e Radon (1982) para algumas geometrias de provetes normalizados. Os valores deste parâmetro dependem fortemente do tipo de carregamento, do comprimento da fenda e da geometria da fenda, contudo, o provete com entalhe central mostrou uma pequena variação quando sujeito a um carregamento uniaxial. Um valor considerável de tensão-T pode ser apresentado em provetes sujeitos ao corte, segundo demonstram Ayatollahi et al. (1998), que recorreram a um teste com variados provetes sujeitos a diferentes combinações de tração e corte.

A variação do fator da intensidade de tensão,  $K$ , ao longo da frente de fenda foi estudada por Antunes et al. (2000), de modo a quantificar a extensão da camada superficial junto aos pontos de canto. Para fendas em quarto de círculo num provete com fenda de canto, a proximidade com as superfícies livres faz aumentar o valor de  $K$ , por outro lado, a fraca singularidade existente nessa zona faz com que este diminua e então assumirá um máximo

num ponto próximo da superfície livre. Este decréscimo do valor de  $K$  perto das superfícies livres foi observado também por autores como Burton et al. (1984) e Pickard (1986).

Burton et al. (1984) e Narayana et al. (1994) analisaram as fendas ao longo da espessura e indicaram extensões para a região superficial de  $S/a \leq 1.5\%$  e  $S/a \leq 5\%$ , respetivamente. Narayana et al. (1994) estimaram a extensão da camada superficial,  $S$ , como:

$$\frac{S}{t} = \frac{1}{4 + 16t/a} , \quad (2.5)$$

sendo  $t$  a espessura do corpo fissurado e  $a$  metade do comprimento da fenda.

A variação do parâmetro  $h$ , dado na Eq. (2.4), ao longo da frente de fenda foi estudada por Bakker (1992), assim como a influência da espessura neste parâmetro. Antunes et al. (2000) utilizaram a variação do fator de intensidade de tensão de modo a quantificar a extensão da camada superficial em provetes com fendas de canto de uma superliga à base de níquel. Neste estudo o máximo foi observado para a uma posição angular  $\alpha = 1.5^\circ$ , obtendo-se o valor de  $S/a \leq 2.6\%$  para a extensão da camada superficial com uma fenda em quarto de círculo de 5 mm.

## 2.4. Fenómeno do Fecho de Fenda

A necessidade de explicar a influência da tensão média nos regimes I e II de propagação, levou Elber (1970,1971) à introdução do fenómeno do fecho de fenda, que tem sido utilizado como o mecanismo responsável pelos efeitos de  $R$  (razão de tensão). Segundo Elber, a propagação da fenda provocada por cargas cíclicas, cria uma onda residual plástica. Atrás da extremidade da fenda, o material deformado acaba por funcionar como cunha e o material deformado elasticamente força o contacto das faces da fenda a recuperar a sua posição inicial durante a descarga. Só ocorre propagação da fenda, durante o ciclo de carga, quando esta se encontra totalmente aberta (Elber, 1971). Quando esta está fechada, a extremidade da fenda deixa de ser um ponto de concentração de tensões, uma vez que pode haver transmissão de tensões de compressão entre as suas faces.

Esta descoberta de Elber determinou que a natureza do contacto das faces de fenda atrás da extremidade da mesma também influencia a velocidade de propagação da fenda, quando anteriormente se acreditava que esta era apenas influenciada pelas condições à frente da extremidade da fenda.

Existem três principais mecanismos de fecho de fenda, identificados por Suresh e Ritchie (1981,1982), que são o fecho de fenda induzido por plasticidade (PICC), o fecho de fenda induzido por óxidos e o fecho de fenda induzido por rugosidade.

Segundo vários estudos, o fecho de fenda tem a capacidade de explicar a influência da tensão média nos regimes I e II de propagação (Elber, 1971; Blom e Holm, 1984), a taxa de crescimento de fendas curtas (Rao et al., 1988), o crescimento transiente de fenda quando sujeita à aplicação de sobrecargas (Borrego et al., 2001) e o efeito da espessura (Costa e Ferreira, 1998).

A importância do fecho de fenda, ou até mesmo a sua existência, têm sido questionadas por vários autores que abordam o tema da FCG. Sadananda e Vasudevan et al. (1994, 2003) têm vindo a defender que as abordagens baseadas no que acontece atrás da extremidade da fenda (fecho de fenda) não são as mais corretas, uma vez que estes acontecimentos anteriores à extremidade da frente de fenda têm um efeito bastante limitado no processo de dano que ocorre na extremidade da fenda. Segundo os referidos autores, estas abordagens devem ser trocadas por outras que estejam baseadas na extremidade da fenda. É também afirmado por estes, que a velocidade da FCG é controlada por uma força motriz de dois parâmetros, ou seja, uma função do fator de intensidade de tensão máximo,  $K_{m\acute{a}x}$ , e da gama do fator de intensidade de tensão,  $\Delta K$ . Como já referido no capítulo 2.1, o modelo que relaciona estes dois parâmetros foi proposto por Kujawski (2001a;2001b), sendo então a força motriz mecânica,  $\Delta K^*$ , segundo este autor, dada por:

$$\Delta K^* = (\Delta K^+ K_{m\acute{a}x})^{0.5}, \quad (2.6)$$

sendo  $\Delta K^+$  a parte positiva de  $\Delta K$ .

Com este trabalho, Kujawski provou que é possível explicar o efeito da razão de tensões sem a necessidade de utilizar o fecho de fenda, e até com melhores resultados.

Ainda assim, este modelo foi apontado, por parte de Noroozi et al. (2005,2004), como sendo um modelo estritamente empírico e que não explica a influência da parte compressiva do ciclo de carga no FCG.

O que acontece atrás da extremidade da fenda, seguindo o conceito do fecho de fenda, e à frente da mesma, através dos modelos de acumulação de dano, é um tema muito debatido na atualidade para se tentar perceber a importância relativa destes acontecimentos para a FCG.

O conceito do fecho de fenda tem sido validado, pela sua capacidade de explicar o comportamento e alguns dos muitos aspetos da FCG. Sendo assim, o conceito de fecho de fenda acaba por ser adotado como o único mecanismo responsável pelas consequências da razão de tensões em materiais metálicos.

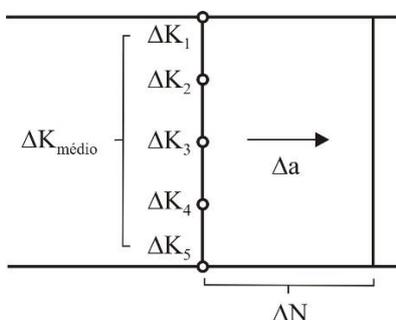
## 2.5. Propagação Automática de Fenda

O estudo da evolução da forma da fenda em problemas de propagação de fendas por fadiga permite prever o comportamento do componente fazendo com que o projeto seja mais adequado. Esta análise tanto pode ser efetuada experimental como numericamente. Nas últimas décadas, devido ao progresso tecnológico, têm sido diversas as técnicas numéricas para modelação da forma da fenda (Nykänen, 1996).

Inicialmente, estas técnicas abordavam de forma bastante rígida o fenómeno de propagação de fenda considerando a mesma forma da fenda durante toda a propagação. Apesar das restrições, estas abordagens permitem obter bons resultados em casos particulares, mas não permitem a análise de frentes de fenda com formas irregulares ou que apresentem grandes variações na sua forma durante a propagação. Após esses primeiros estudos, ainda hoje usados em certos contextos, surgiram técnicas mais flexíveis que assumem, um maior número de graus de liberdade, e que permitem estudar todos os tipos de frente de fenda, incluindo os casos onde a variação da forma da fenda é muito acentuada (Branco, 2006), ou casos de coalescência e interação entre defeitos, ou ainda casos sujeitos a modo misto de carregamento. Em suma, existem dois tipos de técnicas de propagação automática de fenda que permitem prever a evolução da forma da fenda e a vida à fadiga, e que se analisam sucintamente de seguida: a mais simplista considera um crescimento uniforme de toda a frente de fenda, ou seja, um incremento global (Figura 2.2); a mais sofisticada, considera um crescimento da frente de fenda de modo diferenciado e não-uniforme baseado num incremento local (Figura 2.3 e Figura 2.4). Estas técnicas, apesar das diferenças evidenciadas, apresentam a mesma base, em qualquer um dos casos trata-se de um procedimento de análise sucessiva, onde os resultados da análise anterior são os dados da análise seguinte.

Como foi já referido anteriormente, a técnica mais simples, esquematizada na Figura 2.2, utiliza apenas um incremento global de fenda,  $\Delta a$ , para definir a posição da nova frente de fenda. A forma da frente de fenda é predefinida e mantém-se inalterada durante

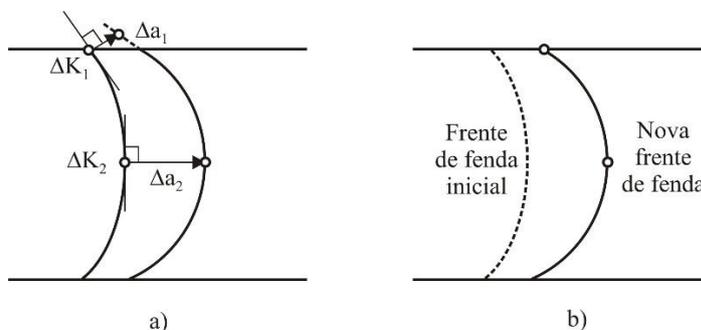
toda a propagação (Lee e Lee, 2004). O incremento global é calculado a partir da lei de Paris (2.2)), já abordada no subcapítulo 2.1.



**Figura 2.2.** Evolução da forma da fenda baseada no incremento de crescimento global. [Branco, 2006]

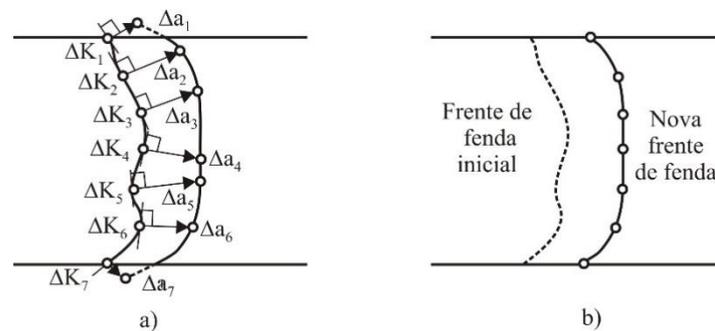
Se se recorrer ao incremento local de propagação de fenda, a exatidão do procedimento pode ser melhorada. É possível distinguir duas abordagens baseadas no incremento local: uma mais simplificada, representada na Figura 2.3, onde são considerados alguns pontos-chave dispostos ao longo da frente da fenda (Couroneau e Royer, 1998); e outra que considera vários pontos da frente de fenda e, conseqüentemente, um número mais elevado de graus de liberdade o que implica maior esforço computacional (Smith e Copper, 1989) (vd. Figura 2.4).

A abordagem mais simplificada utiliza dois pontos-chave, normalmente o nó superficial e o nó mais interior, assumindo uma forma particular para a frente de fenda que se mantém durante toda a propagação (Couroneau e Royer, 1998). São obtidos resultados relativamente bons, recorrendo a uma fenda já algo conhecida e desde que não ocorram alterações significativas durante a propagação.



**Figura 2.3.** Estudo da forma da fenda considerando dois pontos-chave: a) definição dos incrementos locais dos nós chave da frente de fenda; b) definição da nova frente de fenda global. [Branco, 2006]

A abordagem mais elaborada, proposta por Smith e Copper (1989) e mais tarde profundamente otimizada por Lin e Smith (1999a, 1999b, 1999c); considera vários nós dispostos sobre a frente de fenda, eliminando os constrangimentos ligados à definição de uma forma de fenda, o que faz com que esta análise seja muito mais flexível. A forma da fenda acaba por depender apenas da posição ocupada pelos nós que definem a frente de fenda e do tipo de ligação considerada para esses nós (Branco e Antunes, 2004).



**Figura 2.4.** Estudo da forma da fenda considerando alguns pontos-chave: a) definição dos incrementos dos vários nós da frente de fenda; b) definição da nova frente de fenda. [Branco, 2006]

O cálculo do incremento local sofre algumas alterações relativamente ao incremento global, ainda assim, continua a ser utilizada a lei de Paris, embora neste caso seja ajustada para cada nó da frente de fenda. É possível definir o incremento de fenda,  $\Delta a_i$ , para um nó arbitrário da frente de fenda,  $i$ , utilizando:

$$\Delta a_i^{(j)} = \left( \frac{\Delta K_i^{(j)}}{\Delta K_{m\acute{a}x}^{(j)}} \right)^m \Delta a_{m\acute{a}x}^{(j)}, \quad (2.7)$$

sendo  $\Delta a_{m\acute{a}x}^{(j)}$  o incremento máximo de fenda, do nó da frente de fenda, para o qual ocorre o valor máximo da gama do fator de intensidade de tensão,  $\Delta K_{m\acute{a}x}^{(j)}$ ,  $m$  uma constante de propagação do material e  $j$  o incremento em análise sensível ao tamanho do incremento. Recentemente, em 2015, foi publicado um trabalho de revisão sobre estas técnicas de propagação automática de fenda, que para além da descrição das diferentes metodologias e da identificação sistemática dos parâmetros que afetam a exatidão da técnica, apresenta também uma profunda revisão dos estudos efetuados nos últimos 30 anos (Branco et al., 2015).

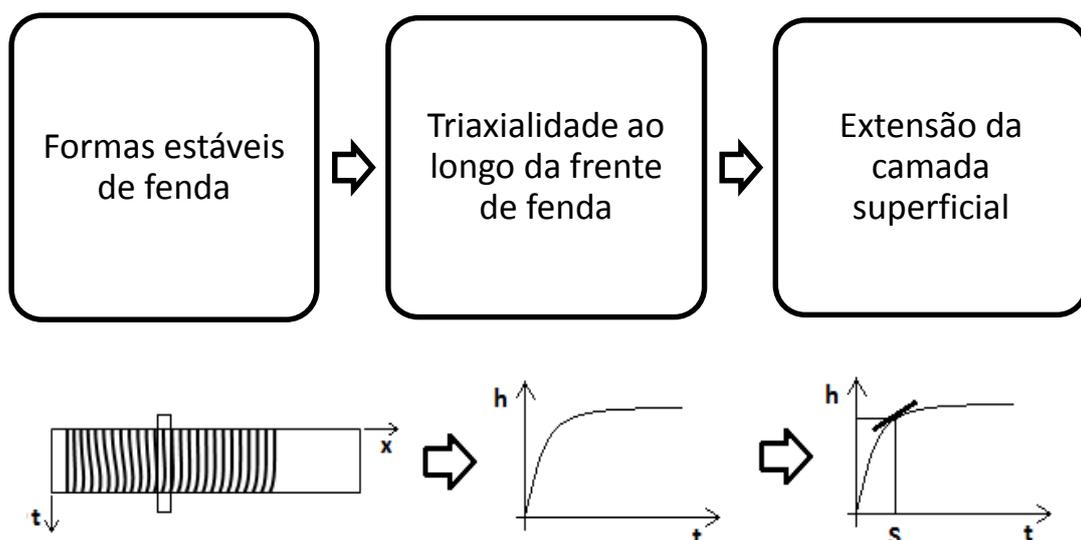


### 3. PROCEDIMENTO NUMÉRICO

Este capítulo tem o intuito de descrever, em detalhe, o procedimento numérico adotado para o estudo da extensão da camada superficial em geometrias planas. Começa por referir os parâmetros físicos do componente estudado neste trabalho, ou seja, a sua geometria, material pelo qual é composto e modo de aplicação do carregamento a que vai estar sujeito.

De seguida, descreve a técnica de propagação automática de fenda utilizada para a obtenção de formas estáveis de fenda. Estas formas estáveis, obtidas considerando a presença de fecho de fenda e sobrecargas, entre outras variáveis, são posteriormente analisadas, a partir de parâmetros de triaxialidade de tensão, com vista à quantificação da extensão da camada superficial.

O procedimento numérico desenvolvido neste trabalho está esquematizado na Figura 3.1 e, como referido anteriormente, pode dividir-se em três passos principais: i) obtenção de formas estáveis de fenda através de técnica de propagação automática de fenda; ii) cálculo da triaxialidade de tensão ao longo da frente de fenda; iii) cálculo da extensão da camada superficial a partir dos valores de triaxialidade de tensão.

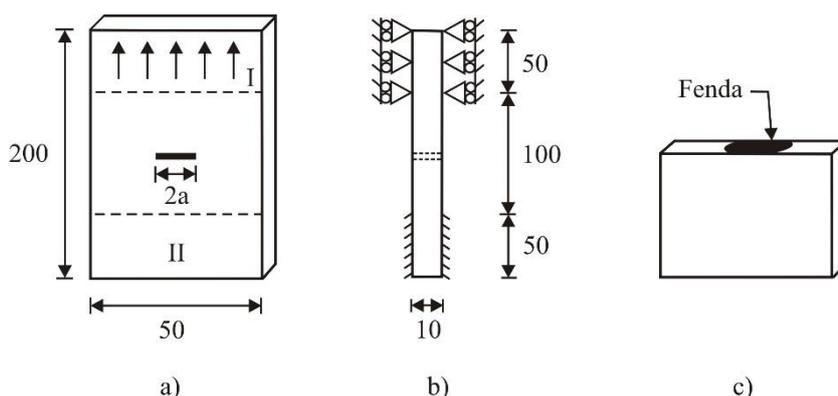


**Figura 3.1.** Metodologia utilizada e esquema dos principais procedimentos seguidos.

### 3.1. Modelo Físico

Como referido anteriormente, este trabalho teve como objetivo a análise de geometrias planas. Assim, a geometria selecionada foi um provete M(T). Trata-se de uma geometria normalizada, de forma paralelepipedica, que possui uma fenda central, plana, sobre a secção média, disposta num plano perpendicular ao de aplicação do carregamento. A escolha recaiu sobre esta geometria devido ao facto de ser amplamente utilizada pela comunidade científica para estudar fenómenos de propagação de fenda por fadiga, tanto sob o ponto de vista numérico como experimental. As principais dimensões adotadas neste trabalho estão indicadas na Figura 3.2. No que diz respeito à espessura, como esta variável afeta fortemente a extensão da camada superficial, as simulações efetuadas consideraram valores entre 0.25 e 10 mm.

Quanto ao carregamento, como é sabido, este é transferido para o provete através de duas amarras que tracionam as extremidades do provete. Estas entram em contacto com as superfícies I e II representadas na Figura 3.2 (a) e, devido à pressão exercida sobre elas, fixam-se ao provete. Como é possível ver na Figura 3.2 (b), a amarra inferior permanece imóvel, e é aplicado um movimento de translação à amarra superior, paralelo à linha de ação do provete. Estas forças são aplicadas longe da frente de fenda, e sendo a fenda normal ao carregamento, ocorre modo I de deformação ao longo de toda a frente de fenda.

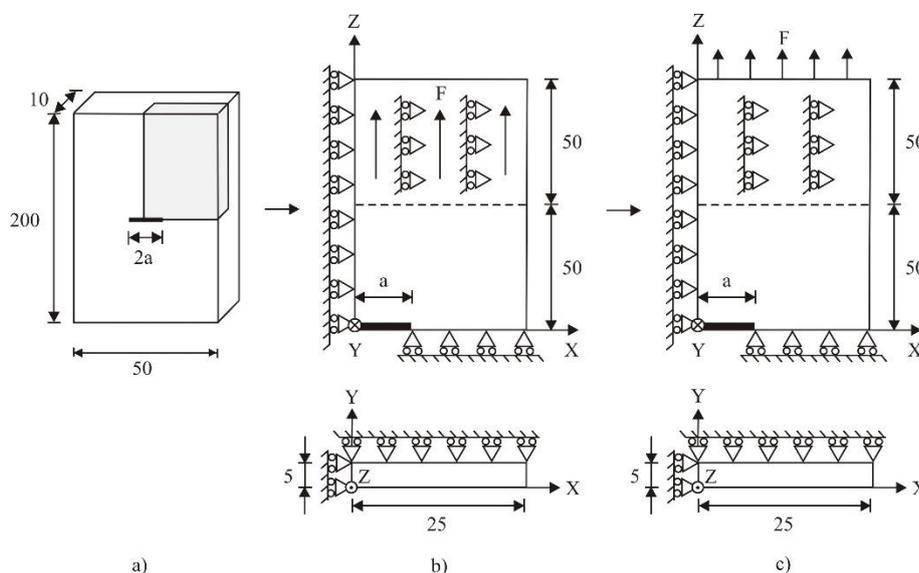


**Figura 3.2.** Geometria M(T): a) perspetiva tridimensional; b) vista de lado; c) secção que contém a fenda. [Branco, 2006]

Tendo em conta as várias simetrias do provete, em termos geométricos, de carregamento e de material, considerou-se apenas um oitavo do mesmo (Figura 3.3 (a)). Com

esta opção conseguiu-se reduzir de forma substancial o esforço de computação presente em cada simulação, sem que assim se altere, de forma considerável, a precisão dos resultados.

As simplificações adotadas na análise do provete M(T) estão descritas na Figura 3.3, e foram, para além da já referida redução para um oitavo do provete, a utilização de condições de fronteira associadas a esta redução do provete (Figura 3.3 (b)) e a aplicação da carga uniformemente na superfície superior do provete (Figura 3.3 (c)), apesar de na realidade o carregamento ser aplicado nas superfícies laterais que estão em contacto com as amarras. Esta última simplificação produz um campo local de tensões diferente, porém o efeito junto da frente de fenda é pouco significativo.

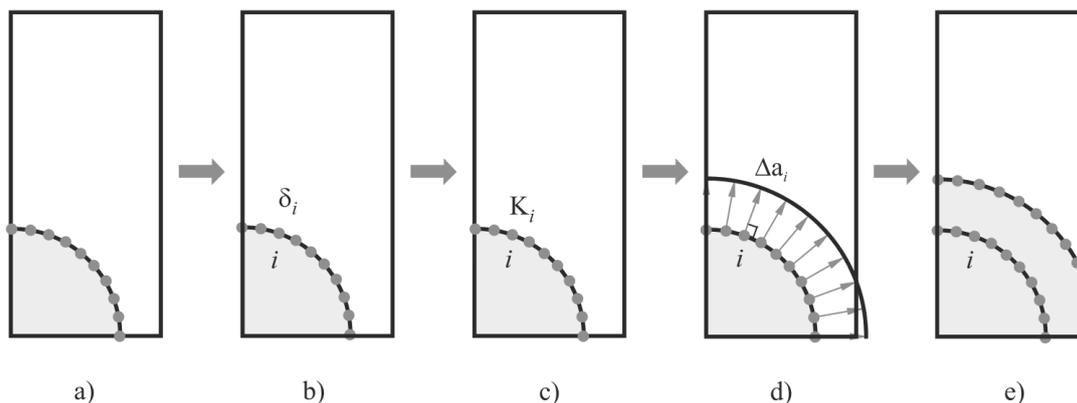


**Figura 3.3.** a) Parte a analisar do provete M(T); simplificações efetuadas: b) de simetria; c) de carregamento. [Branco, 2006]

## 3.2. Formas Estáveis de Fenda

As formas estáveis de fenda foram obtidas aplicando uma técnica de propagação automática de fenda baseada no método dos elementos finitos, vulgarmente designada por técnica de remalhagem adaptativa. Esta técnica, esquematizada na Figura 3.4, pode ser dividida em quatro passos: i) desenvolvimento de um modelo de elementos finitos tridimensional com a forma da frente de fenda; ii) cálculo dos fatores de intensidade de tensão efetivos ao longo da frente de fenda; iii) determinação dos incrementos dos nós da frente de fenda aplicando uma lei de propagação de fendas por fadiga; iv) definição de um novo modelo de elementos finitos tridimensional que incorpore a nova frente de fenda. No

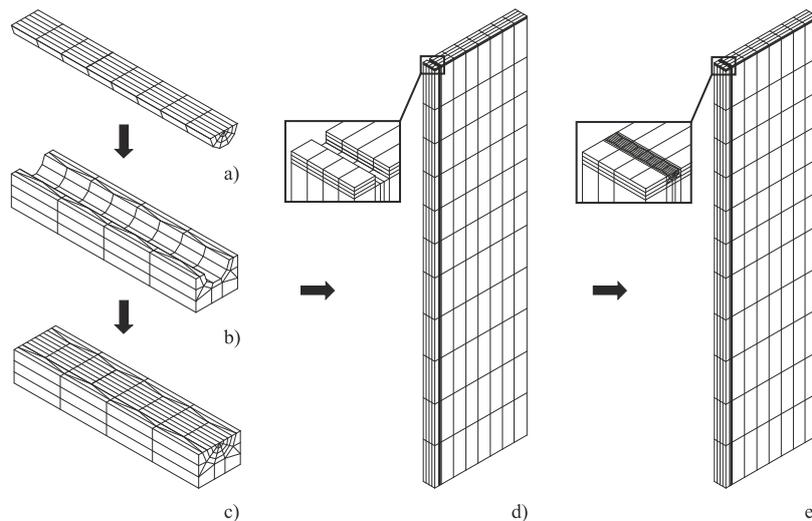
final destes passos é iniciada uma nova análise que repete todos os passos descritos, a diferença é que os resultados obtidos na análise anterior passam a ser os dados de entrada desta nova análise. Este processo é repetido até que se alcance um comprimento de fenda pré-definido ou até à fratura final. Neste trabalho, as frentes de fenda estáveis foram obtidas com o *software* de propagação de fendas por fadiga Lynx (Branco et al., 2012b).



**Figura 3.4.** Técnica de remalhagem adaptativa. [Branco, 2013b]

A estratégia adotada para criar a malha de elementos finitos apresenta-se descrita na Figura 3.5. A discretização foi iniciada a partir da extremidade da fenda, sendo que a frente de fenda foi dividida em 18 nós de canto e 17 nós intermédios. Foi criada uma malha em forma de teia de aranha com três anéis concêntricos constituídos por cinco elementos em volta da extremidade da fenda. No primeiro anel foram usados elementos isoparamétricos colapsados de 20 nós com os nós intermédios deslocados para um quarto da aresta. Nos outros dois anéis foram aplicados elementos isoparamétricos de 20 nós.

Foi adicionada uma malha intermédia (Figura 3.5 (b)), criada a partir de um padrão retangular que combina elementos isoparamétricos de 20 nós e elementos isoparamétricos colapsados de 20 nós. Esta malha intermédia tinha o objetivo de promover uma transição suave de uma região refinada para uma região relativamente grosseira assim como o de criar uma caixa retangular (Figura 3.5 (c)). A zona mais grosseira (Figura 3.5 (d)), normalmente conhecida como malha regular, foi formada utilizando elementos isoparamétricos de 20 nós. O modelo final (Figura 3.5) tinha 3533 elementos finitos e 41056 nós.



**Figura 3.5.** Topologia típica de malhas de elementos finitos: a) malha em forma de teia de aranha; b) malha de transição; c) região fissurada; d) região não fissurada; e) modelo final. [Branco, 2013b]

Nos casos das simulações com fecho de fenda e sobrecargas, os incrementos dos nós da frente de fenda, dados pela Eq. (2.7), foram definidos considerando valores efetivos da gama do fator de intensidade de tensão. Os valores efetivos de  $\Delta K$  foram obtidos em estudos prévios dedicados à análise do fenómeno de fecho de fenda induzido por plasticidade conduzidos por Antunes et al. (2015). A descrição detalhada dos modelos usados nestes estudos pode ser vista nas referências citadas atrás.

### 3.3. Triaxialidade ao longo da frente de fenda

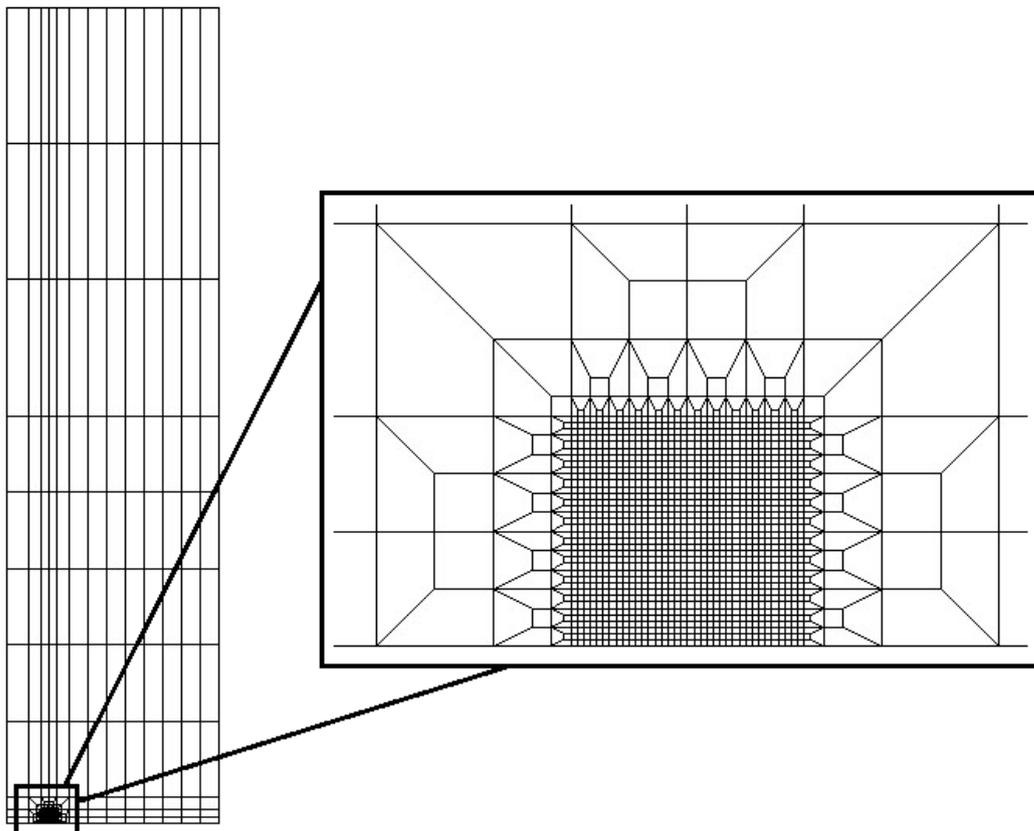
A caracterização do estado de triaxialidade de tensão ao longo da frente de fenda foi efetuada através de dois modelos desenvolvidos para o efeito: um modelo com comportamento elástico do material, já utilizado em trabalhos anteriores (Branco et al., 2013a); e um modelo com comportamento elasto-plástico do material.

Para ambos os casos foi utilizado o modelo físico já descrito ao longo do subcapítulo 3.1. No entanto, dadas as especificidades do estudo, nomeadamente a rápida variação dos valores de triaxialidade de tensão da frente de fenda, à medida que se avança da superfície para o interior da peça, foi desenvolvida uma nova topologia de malha que se encontra representada na Figura 3.6.

Nos dois modelos referidos foi utilizada a mesma malha de elementos finitos, que como se pode ver, apresenta zonas com diferentes níveis de refinamento. A zona de

maior refinamento encontra-se junto à extremidade da fenda. Desta forma é possível obter valores mais precisos nas imediações da mesma, onde incide o interesse deste estudo. Em zonas mais afastadas da frente de fenda, a malha passa a ser mais grosseira de modo a reduzir o peso numérico da simulação, uma vez que para estas zonas deixa de ser tão relevante a precisão dos resultados obtidos.

A zona mais refinada conta com elementos quadrados de 50  $\mu\text{m}$  de lado, dispostos numa caixa de 36 por 36 elementos, sendo o restante preenchido a partir desta condição. Na direção da espessura, a frente de fenda pode ser dividida até um máximo de 34 camadas que podem apresentar dimensões variáveis. Junto à superfície, onde são expectáveis gradientes de tensão mais elevados, o nível de refinamento usado foi superior. A malha foi criada a partir de elementos isoparamétricos de 8 nós sendo constituída por um total de 58242 elementos finitos e 66787 nós.



**Figura 3.6.** Malha de elementos finitos utilizada.

Os dois modelos referidos diferiram entre si no comportamento do material. O modelo elástico, definido pelo módulo de elasticidade e pelo coeficiente de Poisson do

material, foi desenvolvido a partir do *software* comercial de elementos finitos COSMOS/M 2.0 (Cosmos, 1998). Os ficheiros requeridos pelo *software* eram criados através de um executável, escrito em Visual Basic 6.0, que tornava o procedimento totalmente automático, não havendo necessidade de interagir com o software referido. No final de cada simulação era criado um ficheiro ASCII que continha, entre outras variáveis, o campo de tensões dos nós da frente de fenda e as respetivas coordenadas.

O modelo elasto-plástico foi desenvolvido utilizando o programa de elementos finitos, *Three-Dimensional Elasto-plastic Finite Element Program* (DD3IMP), desenvolvido pelo Grupo de Tecnologia do Departamento de Engenharia Mecânica da Universidade de Coimbra (Menezes e Teodosiu, 2000; Alves et al., 2001, 2003; Oliveira e Menezes, 2004). Neste trabalho, considerou-se um encruamento isotrópico descrito pela lei de Swift (Swift, 1952):

$$\sigma = k(\varepsilon_0 + \varepsilon)^n, \tag{3.1}$$

onde  $\sigma$  é a tensão de escoamento equivalente,  $\varepsilon$  é a deformação plástica equivalente, e  $k$ ,  $\varepsilon_0$  e  $n$  são constantes do material. A anisotropia do material foi descrita através do critério de Hill (Hill, 1948):

$$F(\sigma_{yy} - \sigma_{zz})^2 + G(\sigma_{zz} - \sigma_{xx})^2 + H(\sigma_{xx} - \sigma_{yy})^2 + 2L\sigma_{yz}^2 + 2M\sigma_{xz}^2 + 2N\sigma_{xy}^2 = \bar{Y}^2 \tag{3.2}$$

sendo  $F$ ,  $G$ ,  $H$ ,  $L$ ,  $M$  e  $N$  coeficientes que definem o estado de anisotropia do material;  $\sigma_{xx}$ ,  $\sigma_{yy}$ ,  $\sigma_{zz}$ ,  $\sigma_{xy}$ ,  $\sigma_{xz}$  e  $\sigma_{yz}$  as componentes efetivas do tensor das tensões; e  $\bar{Y}$  a tensão equivalente. As propriedades do material estão indicadas na Tabela 3.1.

**Tabela 3.1.** Propriedades do material.

Critério de Hill		Lei de Swift		Constantes elásticas	
$F$	0.5	$Y_0$ [MPa]	157.122	$E$ [MPa]	$210 \times 10^3$
$G$	0.5	$k$ [MPa]	565.32	$\nu$	0.33
$H$	0.5	$n$	0.2589		
$L$	1.5				
$M$	1.5				
$N$	1.5				

A informação necessária para cada simulação é inserida numa série de ficheiros ASCII. Resumidamente, temos:

- DD3\_bcon.dat: condições de fronteira;
- DD3\_input.dat: parâmetros de controlo para o funcionamento do programa;
- DD3\_mat1.msh: material;
- DD3\_mesh.msh: malha de elementos finitos;
- DD3\_phase.dat: condições de carregamento;
- extra\_bcon.dat: condições de fronteira extra (utilizado para definir, no plano da fenda, os nós da zona não fissurada para frentes de fenda curvas).

Como dados de saída temos, de momento, o tensor das tensões e o tensor das deformações. Para aumentar a eficiência da análise, foi desenvolvida uma sub-rotina em Visual Basic 6.0, que seleciona automaticamente, do ficheiro de output, os valores das tensões e deformações dos nós da frente de fenda, e calcula os respetivos valores de triaxialidade de tensão através da Eq. (2.4).

### 3.4. Definição da Extensão da Camada Superficial

Neste trabalho, a extensão da camada superficial foi definida com base em parâmetros de triaxialidade de tensão. Tendo em conta a eficiência já comprovada do parâmetro  $h$  (Eq. (2.4)) em trabalhos anteriores (McDonald, 1990; Branco et al., 2012) no que respeita ao estado de triaxialidade de tensão em peças fissuradas, este parâmetro foi também aqui adotado. Atendendo a que, como já foi referido atrás, varia entre 0 e 1, o critério proposto considera que a transição entre um estado de tensão predominantemente caracterizado por tensão plana para um estado de tensão predominantemente caracterizado por deformação plana ocorre quando a inclinação da curva  $h$  atinge os 50% (i.e. a derivada de  $h$  em ordem a  $y$  é igual a 1). Este critério está representado na Figura 3.7.

De modo a simplificar a determinação de  $S$ , e tendo em conta o andamento típico das curvas  $h$ , estas foram aproximadas por funções logarítmicas de quinta ordem:

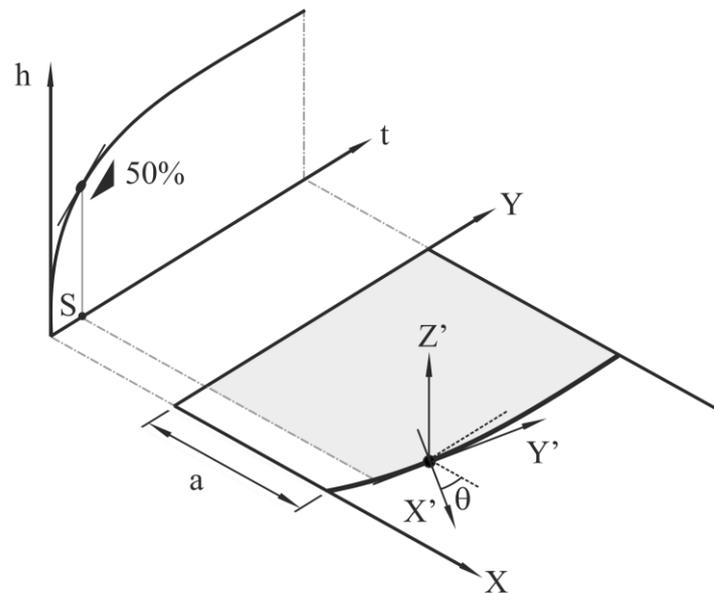
$$h(y) = a_0 + a_1 \ln(y) + a_2 \ln(y)^2 + a_3 \ln(y)^3 + a_4 \ln(y)^4 + a_5 \ln(y)^5 \quad (3.3)$$

sendo  $a_0$ - $a_5$  constantes de ajustamento e  $y$  a coordenada do nó da frente de fenda na direção da espessura da peça.

No cálculo das curvas  $h$ , o tensor das tensões usado nos cálculos foi obtido em relação a um sistema de eixos  $X'Y'Z'$  em que  $X'$  e  $Y'$  são eixos normais e tangentes aos nós da frente de fenda (conforme Figura 3.7). Deste modo, como as tensões obtidas, quer no modelo elástico, quer no modelo elasto-plástico, eram tensões referentes a um sistema de eixos com direções  $XYZ$ , o tensor das tensões local,  $\sigma'_{pq}$ , foi obtido aplicando, para cada nó, uma lei de transformação de tensores cartesianos de segunda ordem do tipo:

$$\sigma'_{pq} = t_{pl} \cdot t_{qm} \cdot \sigma_{lm}, \text{ com } p, q, l, m = 1, 2, 3 \quad (3.4)$$

onde  $t_{pl}$  e  $t_{qm}$  são matrizes de transformação e  $\sigma_{lm}$  é o tensor das tensões obtido em relação ao sistema de eixos  $XYZ$ .



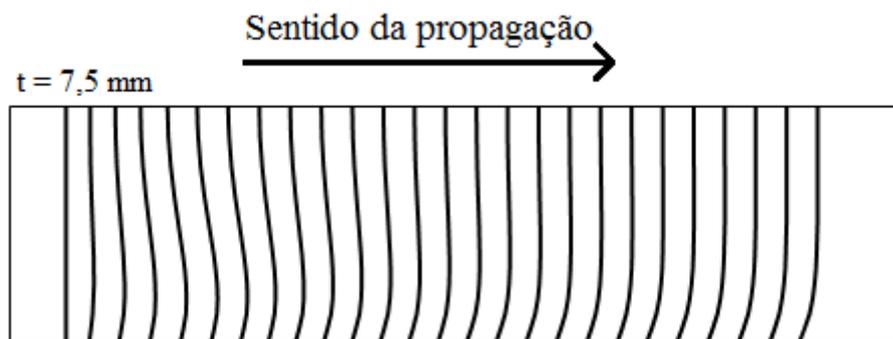
**Figura 3.7.** Critério utilizado para o cálculo da extensão da camada superficial.



## 4. APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DE RESULTADOS

### 4.1. Formas Estáveis de Fenda

As formas estáveis de fenda foram obtidas, conforme referido anteriormente, usando o *software* Lynx. Como o procedimento numérico já havia sido otimizado em estudos prévios desenvolvidos no Grupo de Construções Mecânicas da Universidade de Coimbra, não foi efetuada nenhuma análise específica. Na Figura 4.1 apresenta-se um exemplo típico dos resultados obtidos com esta técnica de propagação automática.



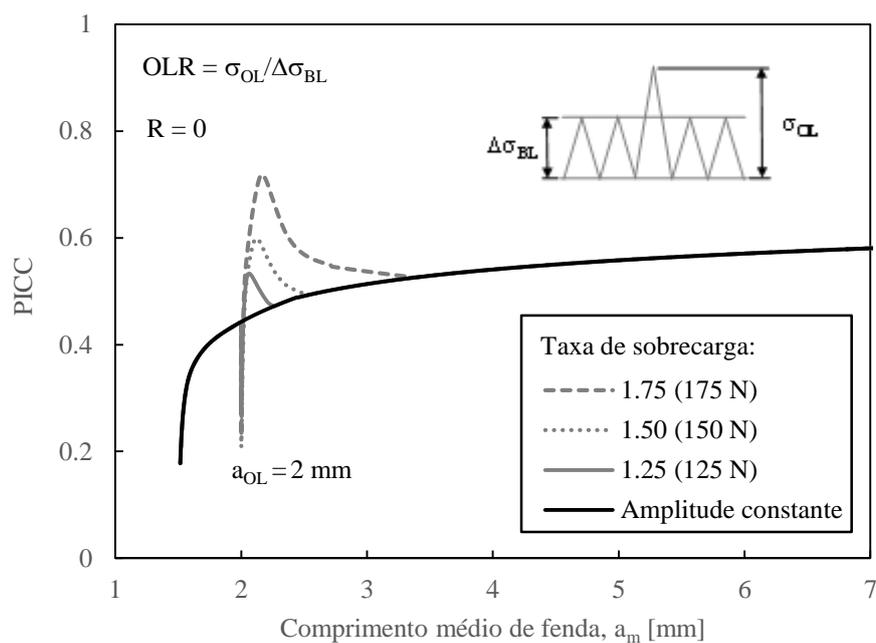
**Figura 4.1.** Exemplo dos resultados obtidos com a técnica de propagação automática utilizada.

Neste trabalho, como foi já referido no capítulo anterior, foram obtidas formas estáveis de fenda considerando casos sem fecho de fenda, com fecho de fenda, e também considerando o efeito de sobrecargas. Os resultados de fecho de fenda induzido por plasticidade, designados aqui por PICC, foram obtidos em estudos anteriores desenvolvidos por Antunes et al. (2015c). Como os modelos numéricos utilizados no estudo de fecho de fenda induzido por plasticidade apresentam alguma complexidade, e também atendendo à experiência que existe atualmente no Grupo de Construções Mecânicas da Universidade de Coimbra na sua aplicação (Antunes e Rodrigues, 2008; Antunes et al., 2010; Antunes et al., 2014; Antunes et al., 2015b), optou-se, neste trabalho, por não se fazer uma descrição detalhada dos mesmos. Os detalhes dos modelos numéricos usados na obtenção dos resultados de PICC podem ser vistos na referência Antunes et al. (2015c). Na Figura 4.2

apresentam-se resultados de PICC obtidos para um provete M(T), de espessura igual a 0.1 mm, considerando carga cíclica com amplitude constante ( $R=0$ ) com tensão remota máxima de 33.3 MPa correspondente a uma força máxima de 100 N, e também para sobrecargas com taxas de sobrecarga (OLR) iguais a 1.25, 1.50 e 1.75 (correspondentes respetivamente a 125 N, 150 N e 175 N) aplicadas no instante em que o comprimento médio de fenda,  $a_m$ , é igual a 2 mm. As simulações representadas foram iniciadas a partir de fendas retas com comprimento inicial,  $a_0$ , igual a 1.5 mm. Os valores de PICC foram calculados através da expressão seguinte:

$$PICC = \frac{\sigma_{abertura}}{\sigma_{m\acute{a}x}} \quad (4.1)$$

onde  $\sigma_{abertura}$  e  $\sigma_{m\acute{a}x}$  representam, respetivamente, a tensão de abertura de fenda e a tensão máxima do ciclo de carga.



**Figura 4.2.** Curvas PICC.

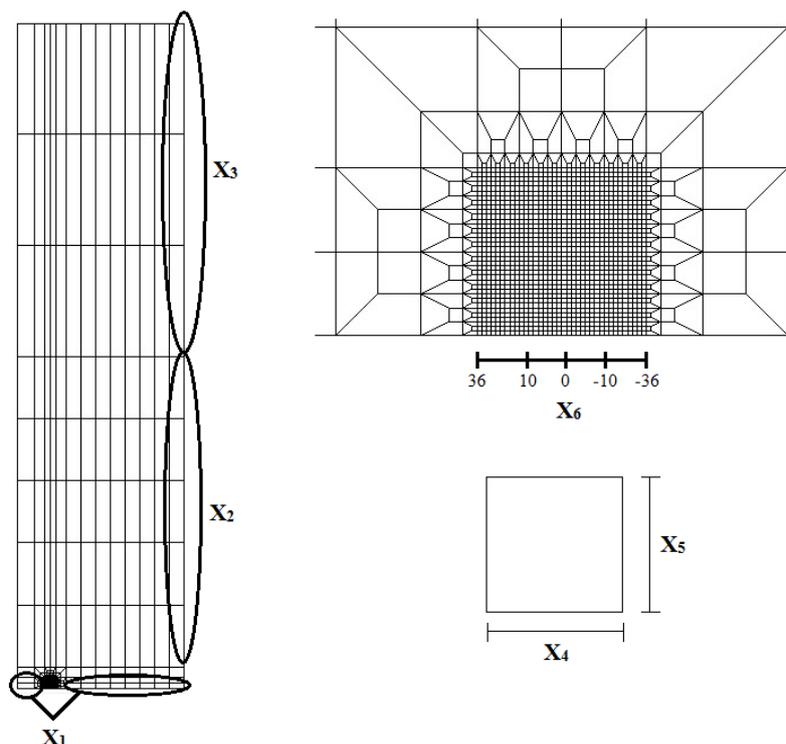
Estas curvas de PICC foram posteriormente inseridas no *software* de propagação automática utilizado neste trabalho. O procedimento adotado é descrito, em detalhe, na referência Antunes et al. (2015a). Resumidamente, foi definida uma zona superficial, predominantemente em estado plano de tensão, na qual se aplicaram os valores de fecho obtidos numericamente (Figura 4.2); foi definida uma segunda zona, predominantemente em

estado plano de deformação, sendo os valores de PICC definidos a partir dos valores da Figura 4.2 usando uma expressão proposta por Antunes et al. (2015a). Considerou-se uma transição linear entre as duas regiões descritas. A extensão da zona superficial foi definida, em função da espessura da peça, seguindo a metodologia proposta em Branco et al. (2012).

## 4.2. Otimização da Malha para Estudos de Triaxialidade

Previamente à obtenção do estado de triaxialidade de tensão ao longo da frente de fenda, para as várias situações analisadas neste trabalho, procedeu-se à otimização da malha de elementos finitos usada nos modelos elásticos e elasto-plásticos, descrita genericamente no ponto 3.2.

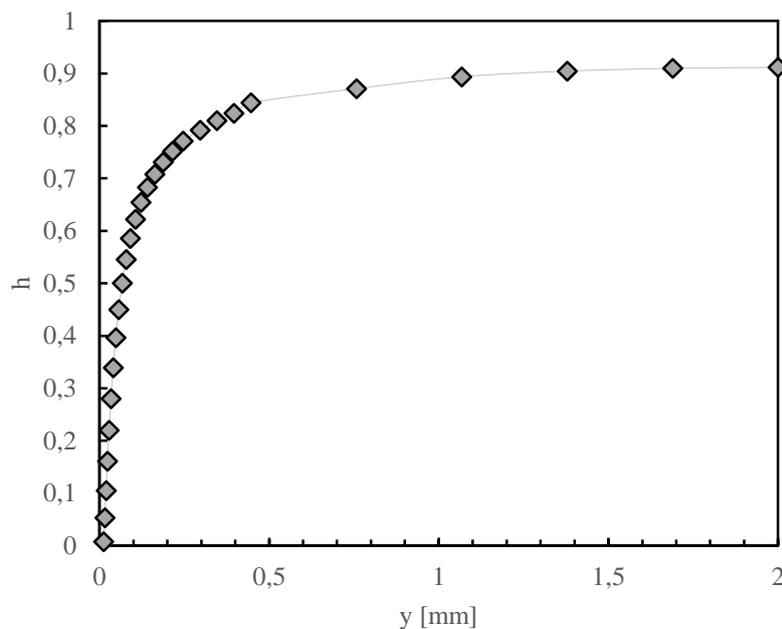
Como foi referido anteriormente, esta malha contém uma caixa retangular ultra refinada junto à frente de fenda e tem igualmente elevado refinamento na direção da espessura. Esta topologia tem como objetivo obter maior precisão de resultados ao longo da frente de fenda e, por outro lado, ter sensibilidade suficiente para capturar os elevados gradientes de tensão que geralmente se registam junto à frente de fenda à medida que se avança da superfície da peça para o seu interior. Nas zonas mais afastadas da frente fenda é utilizado um refinamento menor de modo a diminuir o tempo de computação gasto em cada simulação.



**Figura 4.3.** Identificação das variáveis a otimizar.

As variáveis principais que definem o nível de refinamento de cada região da malha (e conseqüentemente o número total de elementos) encontram-se identificadas na Figura 4.3. O estudo de otimização foi feito de forma sistemática, tendo-se analisado todas as variáveis que definem a topologia da malha de forma individual. Este estudo foi apenas baseado na análise das curvas  $h$  obtidas a partir de modelos elásticos.

Na Figura 4.4 apresenta-se o andamento típico das curvas  $h$  obtidas neste trabalho. Como se verifica, junto à superfície, têm valores próximos de zero e tendem para a unidade à medida que nos deslocamos para o interior da peça. A transição entre estes dois estados extremos ocorre, em geral, de forma muito rápida.



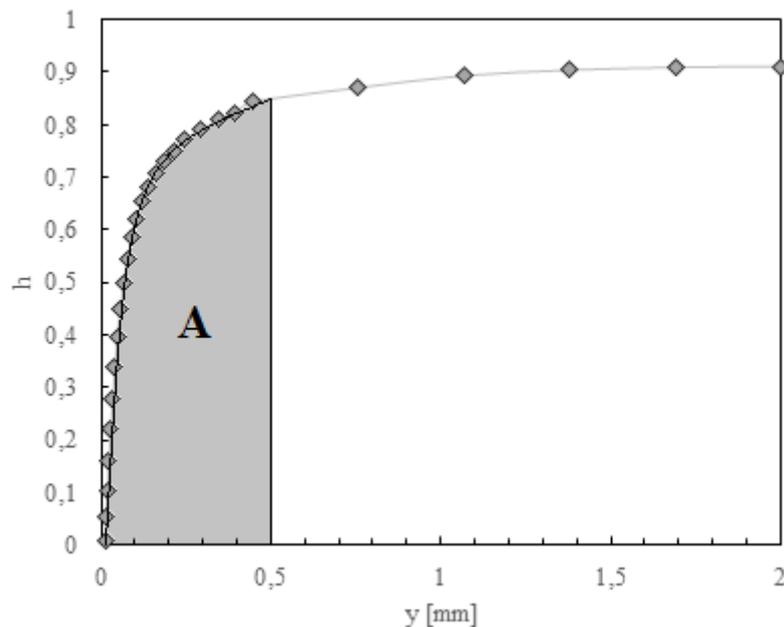
**Figura 4.4.** Exemplo de uma curva de triaxialidade.

Numa fase prévia, definiram-se valores iniciais de cada uma das variáveis. Estes valores estão representados na Tabela 4.1. A partir da malha inicial obteve-se a curva  $h$  correspondente. Seguidamente, alterou-se cada uma das variáveis individualmente (mantendo-se as outras fixas) e compararam-se as curvas  $h$  resultantes entre si. Com o aumento do refinamento, as variações das curvas  $h$  tendem a ser pouco expressivas. No sentido de definir de forma mais objetiva esta estabilização das curvas  $h$ , e tendo em conta

que se pretende analisar a extensão da camada superficial, foi definido um parâmetro dependente que quantifica a área abaixo da curva até 25% da espessura usada na simulação numérica (Região A da Figura 4.5).

**Tabela 4.1.** Valores iniciais de cada variável a otimizar.

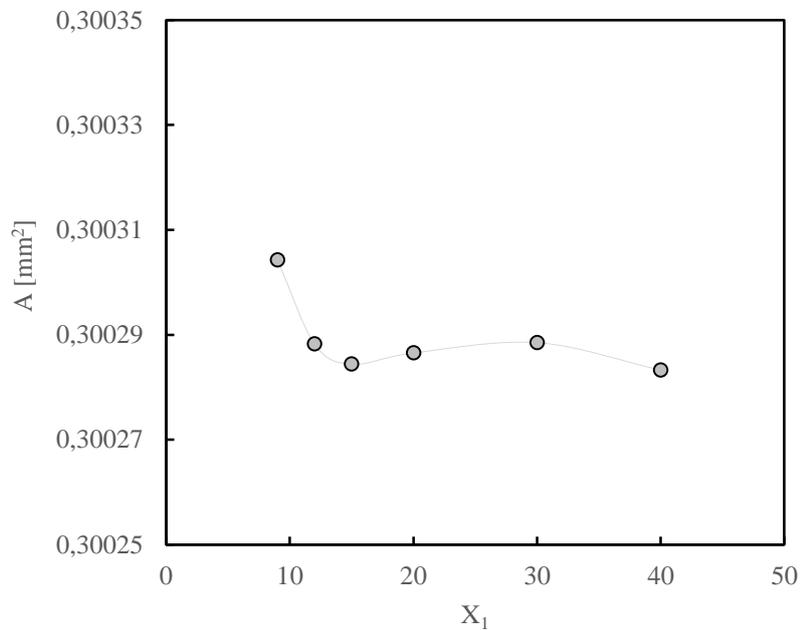
$X_1$ [nº de elementos]	9
$X_2$ [nº de elementos]	5
$X_3$ [nº de elementos]	3
$X_4$ [mm]	0.05
$X_5$ [mm]	0.05
$X_6$ [nº de elementos]	0



**Figura 4.5.** Representação da área, A, calculada para o estudo das variáveis.

Iniciou-se esta otimização fazendo variar o valor de  $X_1$  (Figura 4.3). Foram realizadas seis simulações para esta variável, com  $X_1$  igual a 9, 12, 15, 20, 30 e 40. Verificou-se que a partir de  $X_1=15$  os valores de triaxialidade já não apresentavam alterações

significativas, ainda que as diferenças entre todos os valores obtidos sejam muito pequenas, conforme se pode ver na Figura 4.6. Desta forma, definiu-se  $X_1=15$ .



**Figura 4.6.** Variação da área em função do valor de  $X_1$ .

Relativamente às variáveis  $X_2$  e  $X_3$  (Figura 4.3), que pertencem a zonas mais afastadas da frente de fenda, realizaram-se apenas duas simulações para cada uma delas, com os valores de 10 elementos e 25 elementos. Percebeu-se que ambos os parâmetros têm uma influência praticamente nula no que toca à triaxialidade. Optou-se então por manter os valores iniciais de criação da malha, respetivamente  $X_2 = 5$  e  $X_3 = 3$ .

Para os valores de  $X_4$  e  $X_5$  (Figura 4.3), que representam as dimensões horizontal ( $X_4$ ) e vertical ( $X_5$ ) de cada elemento da caixa refinada, foram utilizadas duas abordagens, primeiro variando as dimensões dos elementos mas mantendo uma relação unitária entre a altura e a largura; depois fazendo variar as dimensões e adotando diferentes relações entre a altura e a largura dos elementos.

Foram realizadas oito simulações com  $X_4$  igual a  $X_5$ , com os valores de 0.04, 0.03, 0.02, 0.01, 0.005, 0.004, 0.003 e 0.002 mm. Foi possível verificar que a área calculada aumentava de forma constante para valores inferiores das variáveis.

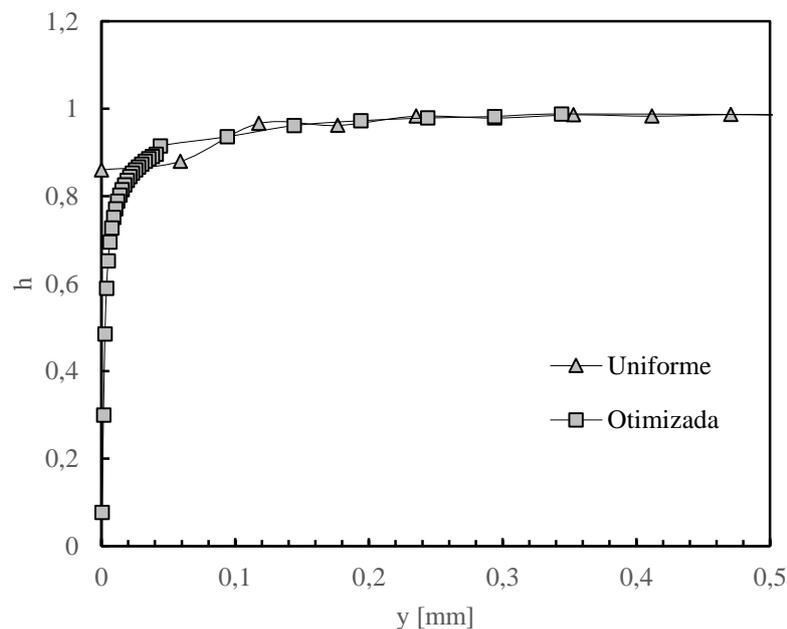
Já para valores de  $X_4$  e  $X_5$  diferentes entre si, o número de simulações pelo qual se optou foi quatro, duas com  $X_4 > X_5$  e outras duas com  $X_4 < X_5$ , variando a diferença entre os dois parâmetros. Constatou-se que, variando a diferença entre as variáveis, não ocorriam alterações significativas na área calculada, pelo que, se optou por manter as duas variáveis com valores iguais.

Posto isto, e analisando os resultados obtidos para as simulações da primeira abordagem, optou-se pelo valor mais pequeno, i.e. 0.002 mm, uma vez que apresentava uma área maior, o que garantia resultados mais precisos para a zona refinada ( $X_4=X_5=2 \mu\text{m}$ ).

Por último, estudou-se do mesmo modo a variável  $X_6$  (Figura 4.3). Esta variável representa a posição da caixa refinada em relação à frente de fenda, quando  $X_6$  é igual a 0 os elementos da coluna central da caixa refinada encontram-se centrados com a frente de fenda. Para valores positivos desta variável, a caixa refinada posiciona-se com menos elementos dentro da zona fissurada, ou seja, esta desloca-se no sentido contrário àquele em que se encontra essa zona, já para valores negativos, verifica-se o contrário, a caixa refinada aproxima-se da zona fissurada, apresentando agora mais elementos dentro desta última. Foram efetuadas 2 simulações, uma com um valor positivo, igual a 5 (caixa refinada com mais 5 elementos na zona não fissurada da frente de fenda do que na zona fissurada); e outra com valor negativo, igual a -5 (caixa refinada com menos 5 elementos na zona não fissurada da frente de fenda do que na zona fissurada). Analisando os resultados destas simulações, percebeu-se que este parâmetro não tem influência na triaxialidade, uma vez que os valores obtidos nestas simulações eram exatamente iguais aos obtidos para as simulações com o valor da variável igual a 0 (caixa refinada com igual número de elementos na zona fissurada da frente de fenda e na zona não fissurada).

Após a conclusão da otimização da topologia, foi ainda otimizada a disposição das camadas ao longo da espessura. Partiu-se, inicialmente, de uma malha com camadas uniformes, com 34 camadas, que, posteriormente, se foi refinando até ao valor ótimo. O procedimento adotado foi similar ao descrito em Branco et al. (2012). Foram consideradas três regiões diferentes ao longo da espessura. Junto à superfície, verificou-se que os elementos deveriam ter dimensões tão pequenas quanto possível, e que estas poderiam ir aumentando progressivamente à medida que se avançava para o interior da peça. Nesse sentido, a primeira região, colocada junto à superfície, foi definida com 26 camadas não uniformes, sendo a dimensão escolhida para o elemento superficial igual a  $0.5 \mu\text{m}$  e a dos

restantes dada pela relação  $1.05^{(i-1)} \mu\text{m}$ , onde  $i$  é o número da camada ( $i=1$  à superfície). A zona intermédia continha 6 camadas, distribuídas uniformemente, com um tamanho longitudinal de  $50 \mu\text{m}$ . Finalmente, a região menos refinada foi criada com 4 camadas, também elas uniformemente distribuídas, preenchendo o resto da frente de fenda. Na Figura 4.7 compara-se a curva  $h$  obtida para 34 camadas uniformes com a curva  $h$  obtida para a disposição de camadas adotada neste trabalho.



**Figura 4.7.** Comparação da curva  $h$  obtida com camadas uniformes ao longo da espessura com a obtida utilizando a disposição otimizada.

Como se pode ver no gráfico da Figura 4.7, a curva  $h$  obtida para as camadas uniformes apresenta uma diferença significativa na zona superficial relativamente à curva  $h$  obtida com o modelo otimizado. Os resultados obtidos nessa zona afastam-se, de forma considerável, dos valores expectáveis (próximos de 0,9, quando era esperado que estivessem próximos de 0). A curva otimizada consegue representar de forma mais correta os valores de triaxialidade junto à superfície, e aproxima-se da curva tipo para estes casos (0 junto à superfície e 1 em zonas interiores). É possível constatar então a necessidade desta otimização ao longo da espessura, o que pode ser efetuado através de um refinamento superficial e de uma distribuição mais grosseira em zonas mais interiores, pois nestas últimas não se verificam alterações significativas do estado de triaxialidade.

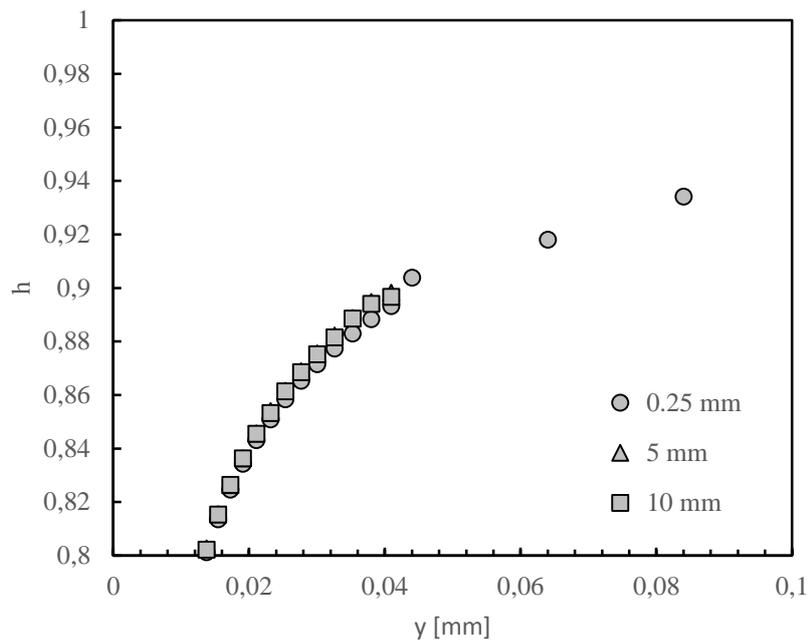
## 4.3. Modelo Elástico

### 4.3.1. Efeito da Espessura, $t$

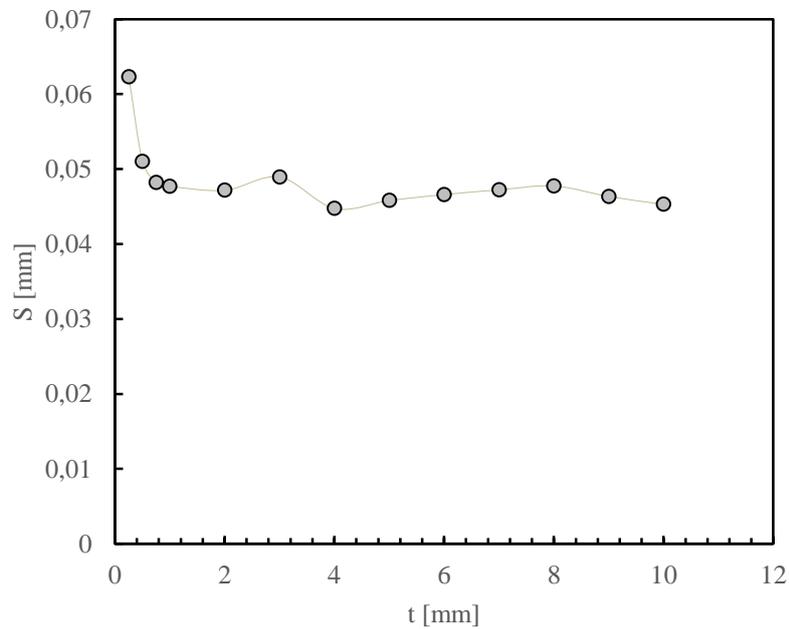
Para estudar o efeito da espessura na extensão da camada superficial usaram-se duas abordagens distintas: na primeira recorreu-se a frentes de fenda retas, com dimensão inicial,  $a_0$ , igual a 10 mm, e fez-se variar a espessura entre 0.25 e 10 mm; na segunda utilizaram-se frentes de fenda estáveis com comprimento médio,  $a_m$ , igual a 10 mm (obtidas através da técnica de propagação automática de fenda descrita atrás) fazendo-se variar a espessura entre 0.25 e 7.5 mm.

Na Figura 4.8, onde se encontram representadas as curvas  $h$ , obtidas através do modelo elástico, com frentes de fenda retas, para duas espessuras extremas, 0.25 e 10 mm, e para uma espessura intermédia, 5 mm, é possível verificar que para espessuras maiores (neste caso 5 e 10 mm), as curvas apresentam comportamentos muito idênticos. Já para o caso de espessura inferior, 0.25 mm, a curva  $h$  apresenta um comportamento estável e é perceptível que a inclinação da curva junto à superfície é inferior, o que denota que a condição referida no subcapítulo 3.4 para o cálculo da extensão da camada superficial será atingida mais tardiamente, ou seja, este caso apresentará uma extensão da camada superficial superior.

A Figura 4.9 vem corroborar a análise feita às curvas de triaxialidade referidas, uma vez que para espessuras superiores é verificada uma estabilização dos valores obtidos para a extensão da camada superficial, sendo que para valores de espessura mais reduzidos essa extensão se apresenta com maior dimensão. A estabilização da extensão da camada superficial ocorre para espessuras superiores a 0.5 mm, ficando com uma dimensão entre os 45 e os 50  $\mu\text{m}$ .



**Figura 4.8.** Comparação da curva  $h$  obtida, através do modelo elástico, com frentes de fenda retas, para duas espessuras extremas, 0,25 e 10 mm, e uma intermédia, 5 mm.



**Figura 4.9.** Efeito da espessura na extensão da camada superficial para o modelo elástico e com frentes de fenda retas.

Na segunda abordagem, como foi referido anteriormente, foram utilizadas frentes curvas com comprimento médio,  $a_m$ , igual a 10 mm, e variou-se a espessura entre 0.25 e 7.5 mm.

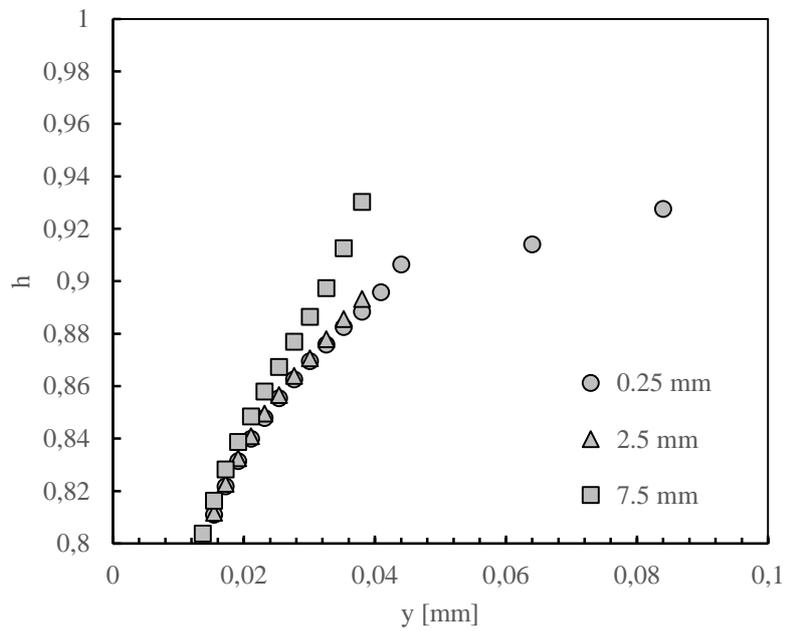
Na Figura 4.10 encontram-se representadas as curvas de triaxialidade obtidas para o modelo elástico e com frentes de fenda curvas, mais uma vez para duas espessuras extremas, 0.25 e 7.5 mm, e para uma espessura intermédia, 2.5mm. Assim como acontecia com frentes de fenda retas, as curvas têm andamentos semelhantes. Porém, neste caso, a curva para uma espessura de 7.5 mm afasta-se de forma mais acentuada das restantes o que é explicado pela diferença na forma de fenda estável. É de esperar, por isso, uma diferença na extensão da camada superficial para esta espessura relativamente aos outros casos.

O caso com espessura mais reduzida, 0.25 mm, mostra-se mais uma vez com uma curva de triaxialidade estável, sendo diferenciado dos outros casos, como acontecia nas frentes retas, pela sua inclinação. Essa inclinação apresenta-se novamente inferior aos casos em comparação, o que volta a indicar que este caso apresentará uma extensão da camada superficial de dimensão mais elevada do que os restantes casos.

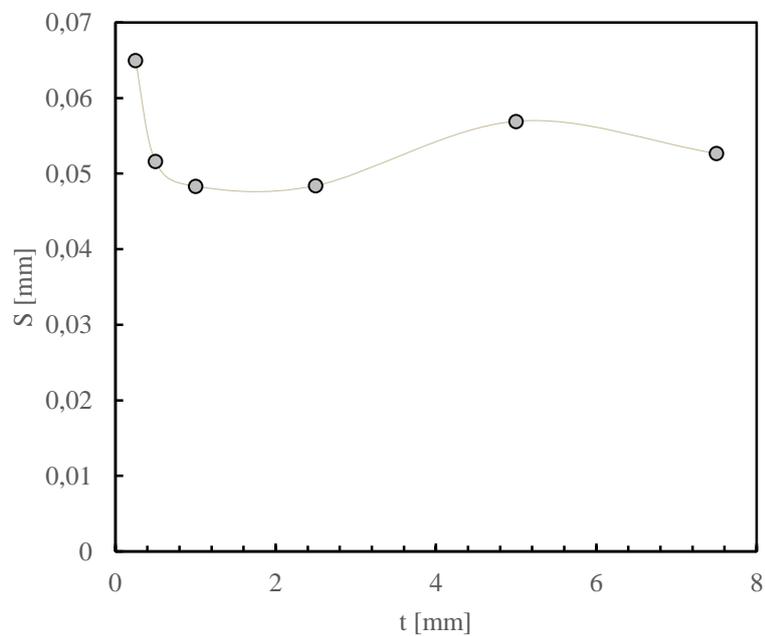
De referir que as figuras que representam as curvas de triaxialidade se apresentam focadas na zona de maior interesse, de modo a serem perceptíveis as diferenças entre as várias curvas. Além disso, como foi já verificado em pontos anteriores, para valores superiores da coordenada  $y$  as curvas são estáveis e apresentam comportamentos idênticos.

A Figura 4.11, que se refere ao efeito da espessura na extensão da camada superficial, mostra novamente que a extensão da camada superficial apresenta o seu valor mais elevado para uma espessura de 0.25 mm, tendendo a estabilizar perto dos 50  $\mu\text{m}$  para espessuras superiores a 0.5 mm, ainda que seja possível verificar, através da figura, que para a espessura de 5 mm, esse valor tende a afastar-se da tendência, parecendo retomar essa ordem de valores para espessuras superiores a 7.5 mm.

É também interessante notar que os resultados da extensão da camada superficial para casos com frentes retas e frentes curvas não apresentam diferenças significativas para esta geometria. As evoluções de  $S$  com a espessura, em ambos os casos, têm andamentos idênticos (Figura 4.12).

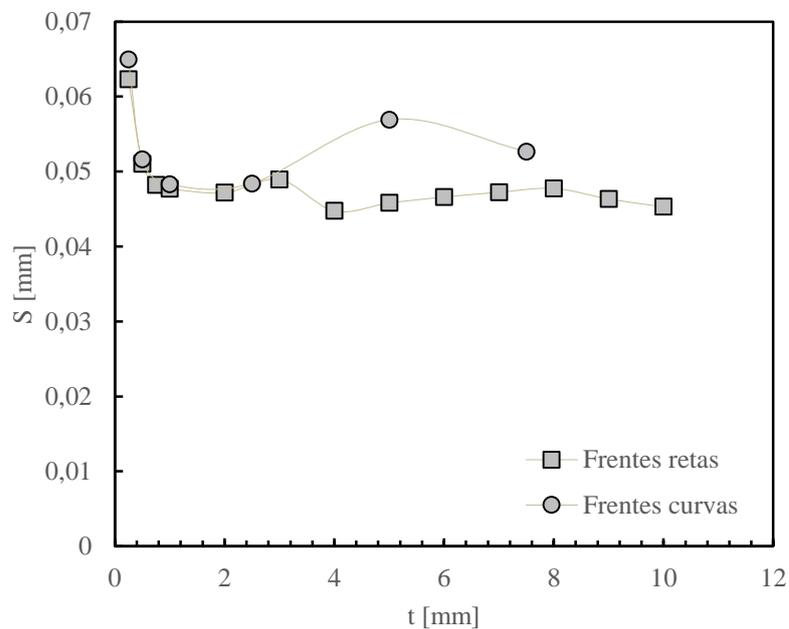


**Figura 4.10.** Comparação da curva  $h$  obtida, através do modelo elástico, com frentes de fenda curvas, para duas espessuras extremas, 0.25 e 7.5 mm, e uma intermédia, 2.5 mm.



**Figura 4.11.** Efeito da espessura na extensão da camada superficial para o modelo elástico e com frentes de fenda curvas.

Resumindo, para espessuras muito pequenas (0.25 e 0.5 mm) a extensão da camada superficial apresenta os seus valores mais elevados, estabilizando para espessuras a partir de 1 mm numa gama de valores entre 45 e 55  $\mu\text{m}$ , assumindo-se um valor médio de 50  $\mu\text{m}$  para extensão da camada superficial para espessuras superiores a 1 mm. Pode afirmar-se então, através dos resultados obtidos com o modelo elástico, que em componentes com espessuras reduzidas ( $t < 0.5 \text{ mm}$ ) a extensão da camada superficial tende a aumentar exponencialmente à medida que a espessura diminui; já para espessuras maiores ( $t > 0.5 \text{ mm}$ ) essa dimensão estará próxima dos 50  $\mu\text{m}$  (Figura 4.12).



**Figura 4.12.** Comparação do efeito da espessura na extensão da camada superficial para frentes de fenda retas e curvas obtidas com o modelo elástico.

### 4.3.2. Efeito de Sobrecargas

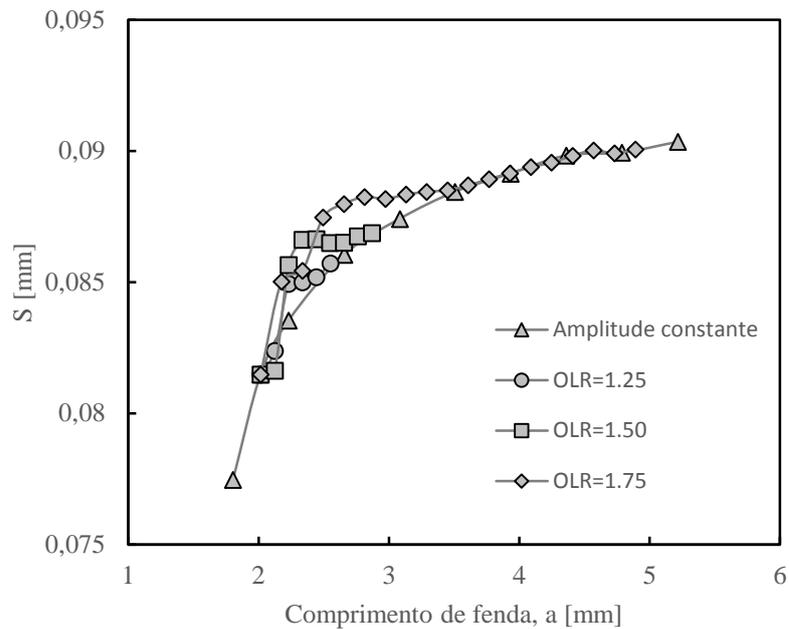
Outro parâmetro estudado com recurso ao modelo elástico foi a aplicação de sobrecargas e a análise do seu efeito na extensão da camada superficial. Foram calculados os valores de triaxialidade ao longo da propagação para frentes de fenda obtidas a partir do procedimento descrito no subcapítulo 4.1, considerando diferentes valores de sobrecargas e amplitude constante (vide Figura 4.2). Neste caso, devido à existência de fecho de fenda, não é possível ter apenas uma forma estável de fenda representativa de toda a propagação,

como aconteceu nos casos anteriores, porque o perfil da frente de fenda é influenciado pelo comprimento de fenda. Assim, obtiveram-se curvas  $h$  para frentes de fenda com diferentes comprimentos médios, a partir das quais se obtiveram os respectivos valores da extensão da camada superficial ao longo da propagação.

A Figura 4.13 apresenta o efeito da aplicação de sobrecargas na extensão da camada superficial, e nela pode verificar-se que a propagação de fenda que não esteve sujeita à aplicação da sobrecarga, i.e. amplitude constante, apresenta um comportamento estável, aumentando o valor da extensão da camada superficial para comprimentos de fenda superiores e com tendência a estabilizar perto dos 90  $\mu\text{m}$ .

Já as propagações sujeitas à aplicação de uma sobrecarga, quando atingem comprimentos médios de fenda iguais a 2 mm, apresentam alguma instabilidade. Porém, à medida que a propagação se desenrola, tendem para a curva não sujeita a sobrecarga. Destaca-se, ainda, que para valores de OLR inferiores, a instabilidade verificada é inferior àquela que ocorre para valores superiores. Por outro lado, nota-se também, de forma clara, que a recuperação da estabilidade ocorre igualmente mais cedo nos casos em que os valores de OLR são menores.

Estes resultados eram de certa forma espectáveis e acabam por ser um reflexo dos comportamentos das curvas de PICC apresentadas na Figura 4.2. A aplicação de uma sobrecarga mais intensa gera uma maior perturbação na frente de fenda, sendo por isso necessário mais tempo para recuperar a estabilidade perdida.



**Figura 4.13.** Efeito da aplicação de sobrecargas na extensão da camada superficial.

## 4.4. Modelo Elasto-Plástico

O modelo elasto-plástico utilizado neste trabalho foi desenvolvido ao longo do mesmo em conjunto com o Grupo de Tecnologia do Departamento de Engenharia Mecânica da Universidade de Coimbra, sendo esse mesmo um dos objetivos deste trabalho.

Com este novo modelo foram estudados os efeitos da espessura, da tensão e do comprimento de fenda. Todos os casos simulados consideraram frentes de fenda retas. Para estudar o efeito da espessura e da tensão foram efetuadas simulações com espessuras entre 0.25 e 10 mm, variando-se para cada espessura a tensão remota aplicada entre 50 e 150 MPa, mantendo-se o comprimento de fenda igual a 3 mm. Para se perceber o efeito do comprimento de fenda fixou-se a tensão remota em 100 MPa e, para cada uma das espessuras já estudadas, fez-se variar o comprimento de fenda, considerando-se casos com  $a_0 = 2$  mm e  $a_0 = 4$  mm, para posteriormente se comparar com o caso já analisado ( $a_0 = 3$  mm).

### 4.4.1. Efeito da Tensão e Espessura

As Figuras 4.14, 4.15 e 4.16 mostram o efeito da espessura na curva de triaxialidade de tensão para tensões remotas de 50, 100 e 150 MPa, respetivamente. Para otimizar a visualização, apresentam resultados para duas espessuras extremas (0.25 e 10

mm) e uma espessura intermédia (5 mm). A partir destas curvas, é possível verificar, como já havia sido mostrado para os casos com o modelo elástico, que o caso de menor espessura apresenta, para todas as tensões, uma curva com declive menor, ou seja, terá uma extensão da camada superficial maior em relação às simulações com maior espessura. A partir destas figuras é possível concluir também que à medida que a tensão aumenta, as curvas tendem a ficar sobrepostas, não sendo tão perceptível a diferença entre os vários casos representados.

Na Figura 4.17 encontram-se representadas as curvas da extensão da camada superficial obtidas para as diferentes tensões e espessuras já referidas, os valores obtidos para as diferentes tensões encontram-se visivelmente distinguidos. Para valores superiores de tensão obtiveram-se valores superiores para a extensão da camada superficial. Quanto ao efeito da espessura, verifica-se, independentemente do valor da tensão, que a extensão da camada superficial aumenta de forma exponencial para valores menores de  $t$  e tende a estabilizar para valores de espessura superiores a 1 mm. Este comportamento das curvas de  $S$  já havia sido observado para o modelo elástico, sendo confirmado agora pelo modelo elasto-plástico. Há, no entanto, que referir que os valores de  $S$  obtidos através do modelo elasto-plástico tendem a ser superiores aos do modelo elástico. Como se verifica, para as tensões de 50, 100 e 150 MPa, os valores estáveis de  $S$  são na ordem dos 55, 62 e 68  $\mu\text{m}$ , respetivamente. Os valores de  $S$  para frentes retas, obtidos com o modelo elástico eram de cerca de 45  $\mu\text{m}$ . É também interessante verificar que as curvas da Figura 4.17 tendem a apresentar menos oscilação na região estável do que a que foi obtida na Figura 4.9, a partir do modelo elástico.

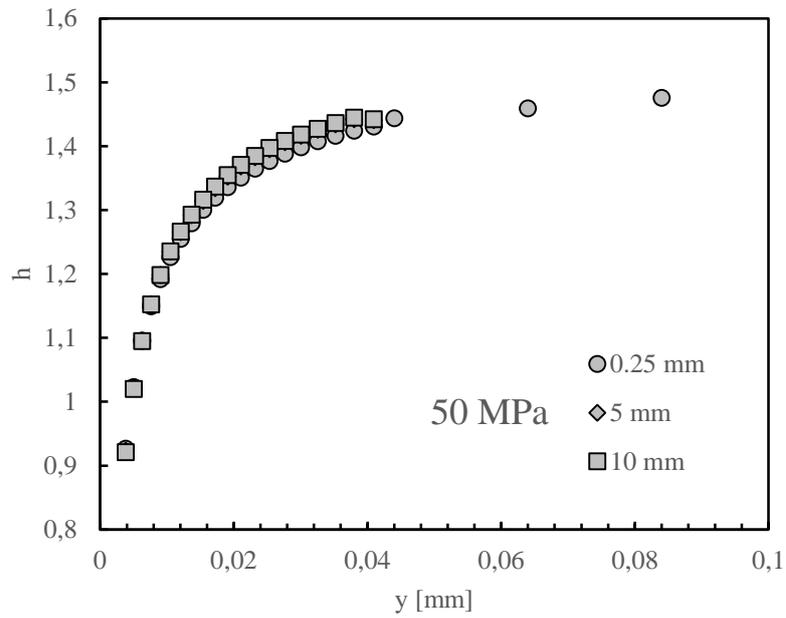


Figura 4.14. Efeito da espessura para uma tensão de 50 MPa e para o modelo elasto-plástico.

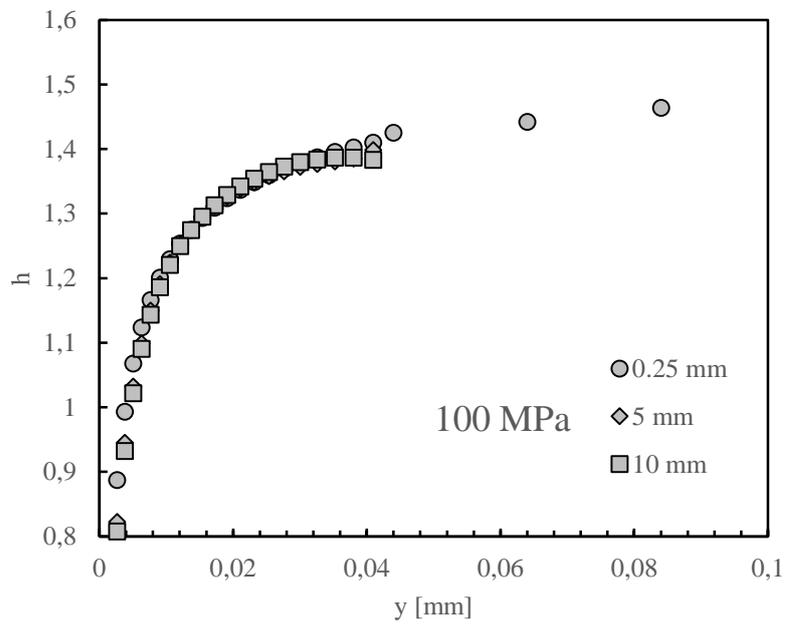


Figura 4.15. Efeito da espessura para uma tensão de 100 MPa e para o modelo elasto-plástico.

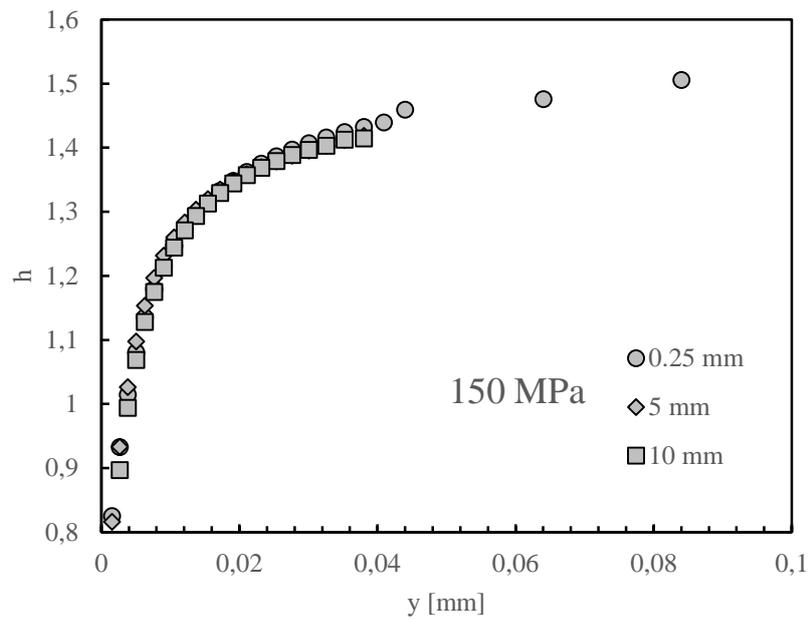


Figura 4.16. Efeito da espessura para uma tensão de 150 MPa e para o modelo elasto-plástico.

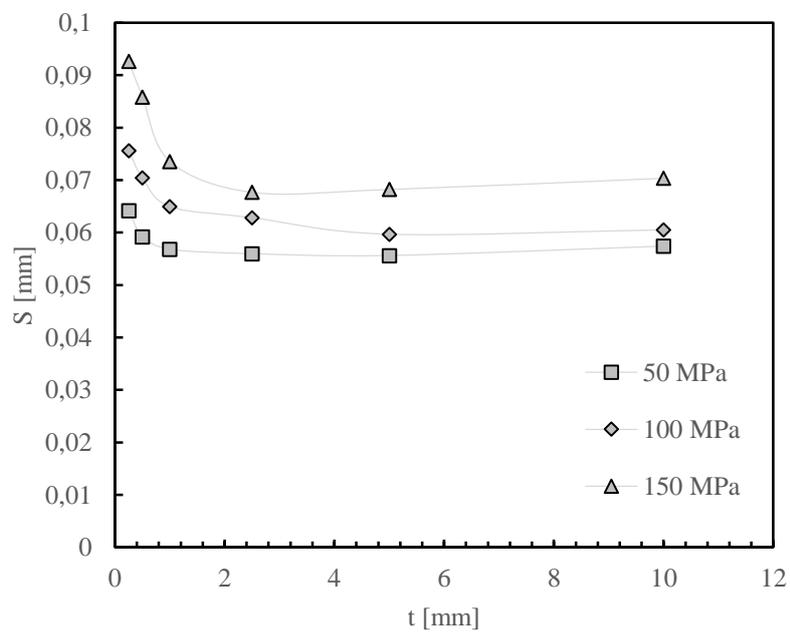
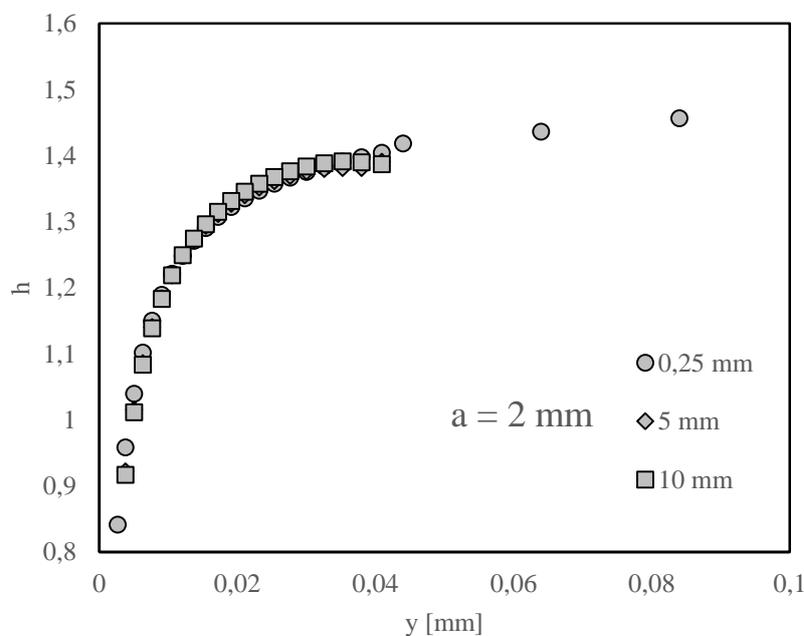


Figura 4.17. Efeito da tensão e espessura na extensão da camada superficial para um comprimento de fenda de 3 mm e para o modelo elasto-plástico.

#### 4.4.2. Efeito do Comprimento de Fenda, $a$

Como foi referido no início do ponto 4.4, estudou-se também o efeito do comprimento de fenda na extensão da camada superficial. Foram realizadas simulações com comprimentos de fenda iguais a 2 e 4 mm para uma tensão remota fixa de 100 MPa. Os resultados obtidos foram comparados com aqueles que se obtiveram, anteriormente, para os casos com  $a_0 = 3$  mm.

As Figuras 4.18 e 4.19 apresentam as curvas de triaxialidade obtidas para diferentes espessuras e para os comprimentos de fenda de 2 e 4 mm. Os comportamentos das curvas, em termos de variação de espessura, são idênticos aos já obtidos anteriormente. É perceptível, como já acontecia com a variação da tensão, que o aumento do comprimento de fenda origina maiores valores da extensão da camada superficial. Como seria de esperar, o aumento da dimensão da fenda causa um aumento da gama do fator de intensidade de tensão, o que na prática é semelhante ao aumento da tensão (se for mantida a dimensão da fenda). Neste sentido, como se pode observar na Figura 4.20, regista-se um aumento de  $S$  para espessuras menores, e uma tendência para a estabilização para espessuras superiores. Os valores estáveis obtidos variam entre 55, 59 e 63  $\mu\text{m}$  (muito próximos dos que se obtiveram na Figura 4.17, nomeadamente 55, 62 e 68  $\mu\text{m}$ ).



**Figura 4.18.** Comportamento das curvas de triaxialidade para um comprimento de fenda de 2 mm.

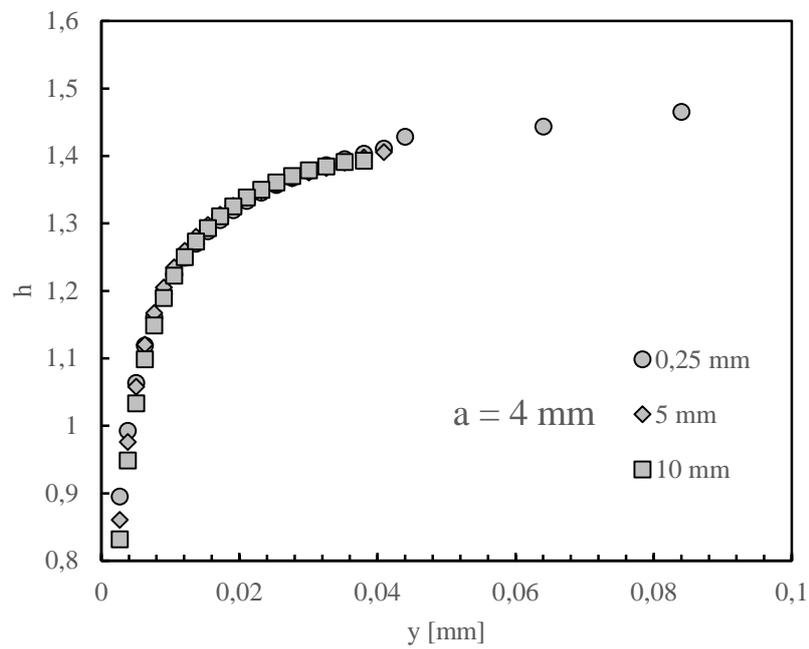


Figura 4.19. Comportamento das curvas de triaxialidade para um comprimento de fenda de 4 mm.

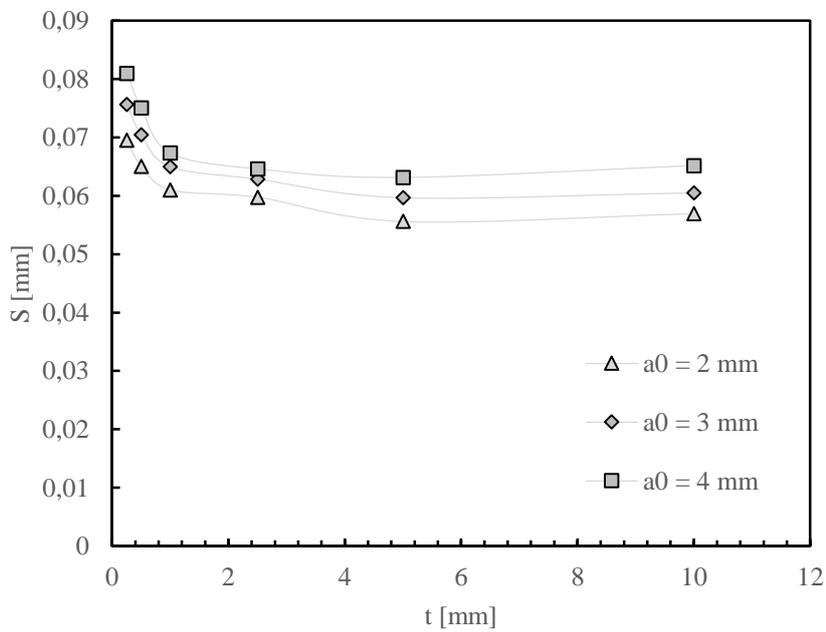
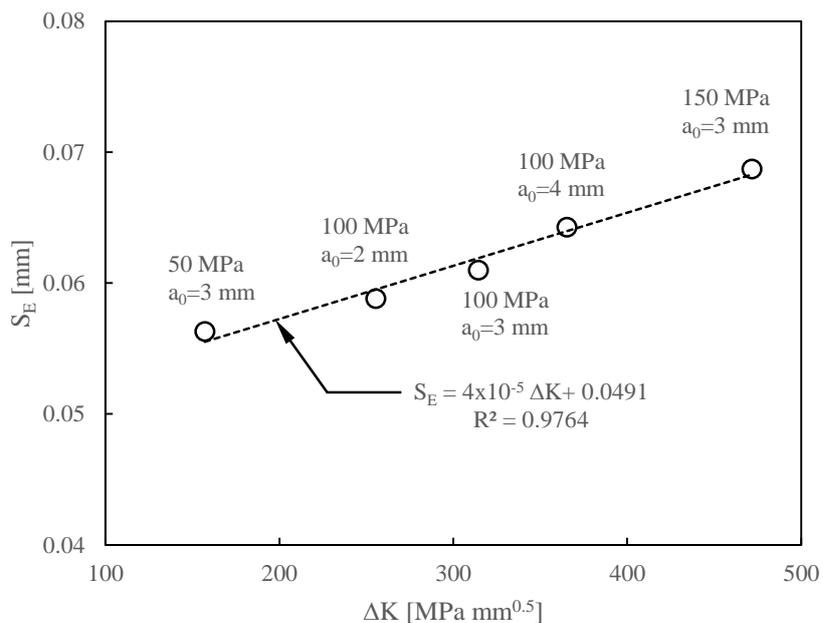


Figura 4.20. Efeito do comprimento de fenda na extensão da camada superficial para uma tensão de 100 MPa e para o modelo elasto-plástico.

A relação entre os valores estáveis da extensão da camada superficial,  $S_E$ , e a gama do fator de intensidade de tensão,  $\Delta K$ , para os casos considerados nas Figura 4.17 e Figura 4.20 pode ser vista na Figura 4.21. Os valores estáveis da extensão da camada superficial foram obtidos através da média dos valores de  $S$  para espessuras superiores a 2 mm. A gama do fator de intensidade de tensão foi calculada usando uma solução do fator geométrico para o provete M(T) proposta por Antunes et al. (2015c). Como se pode verificar na figura, é possível estabelecer uma relação linear entre estas duas variáveis o que é um resultado muito interessante. Desta forma é possível conhecer *a priori* a extensão da camada superficial, o que facilita de sobremaneira o desenvolvimento das malhas de elementos finitos em estudos futuros, nomeadamente a definição da zona superficial que deverá ser sujeita a refinamento.



**Figura 4.21.** Relação entre o valor estável da extensão da camada superficial ( $S_E$ ) e a gama do fator de intensidade de tensão ( $\Delta K$ )



## 5. CONCLUSÕES

O presente trabalho centrou-se no estudo da extensão da camada superficial em geometrias planas fissuradas. Foram desenvolvidos modelos elásticos e elasto-plásticos. As geometrias consideradas foram provetes  $M(T)$ . Foram estudados os efeitos da dimensão da fenda, forma da fenda, espessura da peça, nível de tensão e taxa de sobrecarga. A extensão da camada superficial foi definida através de parâmetros de triaxialidade de tensão. Em geral, os objetivos que foram propostos no início desta dissertação foram cumpridos. A seguir apresentam-se as principais conclusões:

- As malhas de elementos finitos utilizadas na quantificação da camada superficial devem ter uma zona bastante refinada junto à superfície, para poderem ser sensíveis aos elevados gradientes de tensão e deformação existentes nessa região da frente de fenda;
- O critério usado para quantificar a extensão da camada superficial, baseado nas curvas  $h$ , revelou-se adequado. Considerou-se que a zona superficial era a quantidade de espessura do provete em que o declive da curva  $h$  fosse inferior a 50%. Este critério mostrou-se bastante sensível às variações produzidas nas curvas  $h$  devido às alterações introduzidas nas variáveis estudadas;
- A espessura da peça mostrou ser uma variável com grande influência na extensão da camada superficial. Para valores reduzidos de  $t$ , entre 0.25 e 1 mm, a extensão da camada superficial aumenta de forma muito acentuada com a redução da espessura. Já para valores de  $t$  superiores, maiores do que 1mm, a extensão da camada superficial não sofre grandes alterações tendendo para uma quantidade constante, aqui designada por valor estável. Estas tendências foram registadas quer nos modelos elásticos, quer nos modelos elasto-plásticos. No modelo elástico o valor estável foi na ordem dos 50  $\mu\text{m}$  enquanto no modelo elasto-plástico variou entre 60 e 70  $\mu\text{m}$ ;

- A presença de sobrecargas leva a um aumento da extensão da camada superficial. Esse aumento é tanto maior quanto maior é a taxa de sobrecarga aplicada. Contudo, este aumento da extensão da camada superficial dissipa-se à medida que a fenda propaga. O tempo necessário para a estabilização está dependente da intensidade da sobrecarga, sendo maior para uma sobrecarga superior;
- Através da análise do efeito da tensão remota aplicada e do comprimento de fenda, foi possível estabelecer uma relação linear entre a extensão da camada superficial e a gama do fator de intensidade de tensão. Concluiu-se que o valor estável da camada superficial aumenta com a tensão e o comprimento de fenda. Esta relação é muito interessante pois permite de uma forma simples definir *a priori* a zona superficial que poderá ser refinada nos modelos numéricos utilizados no estudo de problemas de fadiga e fratura para geometrias planas fissuradas.

Sendo este um tema ainda pouco explorado, há ainda uma grande quantidade de questões por responder e que poderão ser abordadas de forma sistemática a partir do modelo elasto-plástico desenvolvido no âmbito desta dissertação. Deste modo, o trabalho futuro no que respeita à extensão da camada superficial, poderá passar por:

- Estudar o efeito de entalhes laterais, tentando perceber a influência da forma, do raio de curvatura, e da profundidade destes;
- Efeito da forma da fenda. (Este estudo foi iniciado neste trabalho mas não foi ainda possível apresentar resultados devido a pequenas incongruências não resolvidas em tempo útil);
- Efeito de sobrecargas e subcargas (quer isoladas, quer múltiplas);
- Estudar diferentes materiais;
- Alargar o estudo a outras geometrias (por exemplo: veios e barras); outros tipos de fendas (por exemplo: fendas passantes e fendas semi-elípticas); ou outros tipos de carregamento (por exemplo: modo misto).



## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Antunes, F.V., Ferreira, J.A.M., Branco, C.M. e Byrne, J. (2000), “Stress intensity factor solutions for corner cracks under mode I loading”, *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, 23, 81–90.
- Antunes, F.V. e Rodrigues, D.M. (2008), “Numerical simulation of plasticity induced crack closure: Identification and discussion of parameters”, *Engineering Fracture Mechanics*, 75, 3101–3120.
- Antunes, F.V., Branco, R., Costa, J.D. e Rodrigues, D.M. (2010), “Plasticity induced crack closure in Middle-Tension specimen: Numerical versus experimental”, *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, 33, 673–686.
- Antunes, F.V., Chegini, A.G., Correia, L. e Branco, R. (2014), “Numerical study of contact forces for crack closure analysis”, *International Journal of Solids and Structures*, 51, 1330–1339.
- Antunes, F.V., Chegini, A.G., Branco, R., Camas, D. (2015a), “A numerical study of plasticity induced crack closure under plane strain conditions”, *International Journal of Fatigue*, 71, 75–86.
- Antunes, F.V., Correia, L. e Ramalho, A.L. (2015b), “A parameter for quantitative analysis of plasticity induced crack closure”, *International Journal of Fatigue*, 71, 87–97.
- Antunes, F.V., Baptista, J., Correia, L. e Branco, R. (2015c), “Effect of overloads on plasticity induced crack closure”, *International Journal of Solids and Structures* (submetido).
- Anvari, M., Scheider, I. e Thaulow, C. (2006), “Simulation of dynamic ductile crack growth using strain-rate and triaxiality-dependent cohesive elements”, *Engineering Fracture Mechanics*, 73, 2210–2228.
- Atzori, B., Filippi, S., Lazzarin, P. e Berto, F. (2005), “Stress distributions in notched structural components under pure bending and combined traction and bending”, *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, 28, 13–23.
- Ayatollahi, M.R., Pavier, M.J. e Smith, D.J. (1998), “Determination of T-stress from finite element analysis for mode I and mixed mode I/II loading”, *International Journal of Fracture*, 91, 283–298.
- Bag, A. e Zhou, W. (2001), “Tensile and fatigue behavior of AZ91D magnesium alloy”, *Journal of Materials Science Letters*, 20, 457–459.
- Bakker, A. (1992), “Three-dimensional constraint effects on stress intensity distributions in plate geometries with through-thickness cracks”, *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, 15, 1051–1069.

- Bilby, B.A., Cardew, G.E., Goldthorpe, M.R. e Howard, I.C. (1986), “A finite element investigation of the effect of specimen geometry on the fields of stress and strain at the tips of stationary cracks”, *Size Effects in Fracture*, Mechanical Engineering Publications Limited, 37–46.
- Blom, A.F. e Holm, D.K. (1984), “An experimental and numerical study of crack closure”, *Engineering Fracture Mechanics*, 22, 997-1011.
- Borrego, L.P., Ferreira, J.M. e Costa, J.M. (2001), “Fatigue crack growth and crack closure in an AlMgSi alloy”, *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, 24, 255-265.
- Branco, R. e Ventura F.J. (2004), “Optimisation of the numerical study of crack shape evolution”, *9as Jornadas Portuguesas de Fractura*, Escola Superior de Tecnologia do Instituto Politécnico de Setúbal, Setúbal.
- Branco, R. (2006), “Estudo numérico de propagação de fendas por fadiga em provetes MT”, Tese de Mestrado em Engenharia Mecânica na especialidade de Projeto Mecânico, Departamento de Engenharia Mecânica, Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade de Coimbra, Coimbra.
- Branco, R., Silva, J.M., Infante, V., Antunes, F.V. e Ferreira, F. (2010), “Using a standard specimen for crack propagation under plain strain conditions”, *International Journal of Structural Integrity*, 1, 332–343.
- Branco, R., Antunes, F.V. e Costa, J.D. (2012a), “Extent of surface regions near corner points of notched cracked bodies subjected to mode-I loading”, *Finite Elements in Analysis and Design*, 50147–160.
- Branco, R., Antunes, F.V. e Costa, J.D. (2012b), “Lynx: A user-friendly computer application for simulating fatigue growth of planar cracks using FEM”, *Computer Applications in Engineering Education*, DOI:10.1002/cae.20578.
- Branco, R., Antunes, F.V. e Costa, J.D. (2013a), “Extent of the surface region in notched Middle Cracked Tension specimens”, *Key Engineering Materials*, 560, 107-127.
- Branco, R. (2013b), “Fatigue Life Prediction of Notched Components Subjected to Complex Loading”, Tese de Doutoramento em Engenharia Mecânica na especialidade Construção Mecânica, Departamento de Engenharia Mecânica, Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade de Coimbra.
- Branco, R., Antunes, F.V. e Costa, J.D. (2015), “A review on 3D-FE adaptive remeshing techniques for crack growth modelling”, *Engineering Fracture Mechanics*, 41, 170-195.
- Burton, W., Sinclair, G., Solecki, J. e Swedlow, J. (1984), “On the implications for LEFM of the three-dimensional aspects in some crack/surface intersection problems”, *International Journal of Fracture*, 25, 3-32.
- Chen, C.R., Kolednik, O., Heerens, J. e Fischer, F.D. (2005), “Three-dimensional modeling of ductile crack growth: cohesive zone parameters and crack tip triaxiality”, *Engineering Fracture Mechanics*, 72, 2072–2094.

- Christensen, R.H. (1963), “Fatigue crack growth affected by metal fragments wedged between opening-closing crack surfaces”, *Applied Materials Research*, 2, 207-210.
- Costa, J.D.M. e Ferreira, J.A.M. (1998), “Effect of Stress Ratio and Specimen Thickness on Fatigue Crack Growth of CK45 Steel”, *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, 30, 65-73.
- Couroneau, N. e Royer, J. (1998), “Simplified model for the fatigue growth analysis of surface cracks in round bars under mode I”, *International Journal of Fatigue*, 20, 711-718.
- Elber, W. (1970), “Fatigue crack closure under cyclic tension”, *Engineering Fracture Mechanics*, 2, 37-45.
- Elber, W. (1971), “The significance of fatigue crack closure under cyclic tension”, *Damage Tolerance in Aircraft Structures*, ASTM STP 486, American Society for Testing and Materials, 230-242.
- Hill, R. (1948), “A theory of the yielding and plastic flow of anisotropic metals”, In: *Proceedings of Mathematical, Physical and Engineering Science*, Royal Society London.
- Irwin, G.R. (1958), “Fracture”, *Encyclopedia of Physics*, 6, 551-590.
- Kalnaus, S., Fan, F., Vasudevan, A.K. e Jiang, Y. (2002), “An experimental investigation on fatigue crack growth of AL6XN stainless steel”, *Engineering Fracture Mechanics*, 75, 2002–2019.
- Khalil, M.A., DuQuesnay, D.L. e Topper, T.H. (2002), “Prediction of crack-opening stress levels for service loading spectra”, ASTM STP 1411, American Society for Testing and Materials, 205–219.
- Kobayashi, Y., Shibusawa, T. e Ishikawa, K. (1997), “Environmental effect of fatigue crack propagation of magnesium alloy”, *Materials Science and Engineering: A*, 234–236, 220–222.
- Kotousov, A. e Wang, C.H. (2002), “Three dimensional stress constraint in an elastic plate with a notch”, *International Journal of Solids and Structures*, 39, 4311–4326.
- Kujawski, D. (2001a), “A fatigue crack driving force parameter with load ratio effects”, *International Journal of Fatigue*, 23, 239–246.
- Kujawski, D. (2001b), “A new  $(DK^+ K_{max})^{0.5}$  driving force parameter for crack growth in aluminum alloys”, *International Journal of Fatigue*, 23, 733–740.
- Lee, W.Y. e Lee, J. J. (2004), “Successive 3D FE analysis technique for characterization of fatigue crack growth behaviour in composite-repaired aluminum plate”, *Composite Structures*, 66, 513-520.
- Leevers, P.S. e Radon, J.C. (1982), “Inherent stress biaxiality in various fracture specimen geometries”, *International Journal of Fracture*, 19, 311–325.

- Lin, X.B. e Smith, R.A. (1999a), “Finite element modelling of fatigue crack growth of surface cracked plates. Part I: The numerical technique”, *Engineering Fracture Mechanics*, 63, 503–522.
- Lin, X.B. e Smith, R.A. (1999b), “Finite element modelling of fatigue crack growth of surface cracked plates. Part II: Crack shape change”, *Engineering Fracture Mechanics*, 63, 523–540.
- Lin, X.B. e Smith, R.A. (1999c), “Finite element modelling of fatigue crack growth of surface cracked plates. Part III: Stress intensity factor and fatigue crack growth”, *Engineering Fracture Mechanics*, 63, 541–556.
- Macdonald, B.D. e Pajot, J.J. (1990), “Stress intensity factors for side-grooved fracture specimens”, *Journal of Testing and Evaluation*, 18, 281–285.
- Mirone, G. (2007), “Role of stress triaxiality in elastoplastic characterization and ductile failure prediction”, *Engineering Fracture Mechanics*, 74, 1203-1221.
- Narayana, N.B., Dattaguru, B., Ramamurthy, T.S. e Vijayakumar, K. (1994), “A general procedure for modified crack closure integral in 3D problems with cracks”, *Engineering Fracture Mechanics*, 48, 167–176.
- Nie, D.F. e Zhao, J. (2008), “Fatigue Crack Growth and Overload Effect in AZ31 Magnesium Alloy”, *Chinese Journal of Nonferrous Metals*, 18, 771–776.
- Noroozi, A.H., Glinka, G. e Lambert, S. (2005), “A two parameter driving force for fatigue crack growth analysis”, *International Journal of Fatigue*, 27, 1277–1296.
- Noroozi, A.H., Glinka, G. e Lambert, S. (2007), “A study of the stress ratio effects on fatigue crack growth using the unified two-parameter fatigue crack growth driving force”, *International Journal of Fatigue*, 29, 1616–1633.
- Nykänen, T.J. (1996), “Fatigue crack growth simulations based on free front shape development”, *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, 19, 99-109.
- Paris, P.C. e Erdogan, F. (1960), “A critical analysis of crack propagation laws”, *Journal of Basic Engineering*, 85, 528–534.
- Pickard, A.C. (1986), “The Application of 3-Dimensional Finite Element Methods to Fracture Mechanics and Fatigue Life Prediction”, EMAS.
- Pook, L.P. (1994), “Some implications of corner point singularities”, *Engineering Fracture Mechanics*, 48, 367–378.
- Rao, K.T.V., Yu, W. e Ritchie, R.O. (1988), “On the behavior of small fatigue cracks in commercial aluminum lithium alloys”, *Engineering Fracture Mechanics*, 31, 623-635.
- Sadananda, K. e Vasudevan, A.K. (2003), “Multiple mechanisms controlling fatigue crack growth”, *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, 26, 835–845.
- Shin, C.S. e Hsu, S.H. (1993), “On the mechanisms and behavior of overload retardation in AISI 304 stainless steel”, *International Journal of Fatigue*, 15, 181–192.

- Smith, R.A. e Copper, J.F. (1989), “A finite element model for the shape development of irregular planar cracks”, *International Journal of Pressure Vessel and Piping*, 36, 315-326.
- Suresh, S. e Ritchie, R.O. (1981), “On the influence of fatigue underloads on cyclic crack growth at low stress intensities”, *Materials Science and Engineering*, 51, 61-69.
- Suresh, S. e Ritchie, R.O. (1982), “A geometric model for fatigue crack closure induced by fracture surface roughness”, *Metallurgical Transactions*, 13, 1627-1631.
- Swift, H.W. (1952), “Plastic instability under plane stress”, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 1, 1-18.
- Tokaji, K., Nakajima, M. e Uematsu, Y. (2009), “Fatigue crack propagation and fracture mechanisms of wrought magnesium alloys in different environments”, *International Journal of Fatigue*, 31, 137-143.
- Vasudevan, A.K., Sadananda, K. e Louat, N. (1994), “A review of crack closure, fatigue crack threshold and related phenomena”, *Materials Science and Engineering: A*, 188, 1-22.
- Wang, B., Hu, N., Kurobane, Y., Makino, Y. e Lie, S.T. (2000), “Damage criterion and safety assessment approach to tubular joints”, *Engineering Structures*, 22, 424-434.
- Wang, X., Gao, Z., Zhao, T. e Jiang, Y. (2009), “An experimental study of the crack growth behavior of 16MnR pressure vessel steel”, *Journal of Pressure Vessel Technology*, 131, 1-9.
- Zeng, R.C., Han, E.H., Ke, W., Dietzel, W., Kainer, K.U. e Atrens, A. (2010), “Influence of microstructure on tensile properties and fatigue crack growth in extruded magnesium alloy AM60”, *International Journal of Fatigue*, 32, 411-419.
- Zhao, T., Zhang, J. e Jiang, Y. (2008), “A study of fatigue crack growth of 7075-T651 aluminum alloy”, *International Journal of Fatigue*, 30, 1169-1180.
- Zheng, S., Yu, Q., Gao, Z. e Jiang, Y. (2013), “Loading history effect on fatigue crack growth of extruded AZ31B magnesium alloy”, *Engineering Fracture Mechanics*, 114, 42-54.