



**FCTUC** DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL  
FACULDADE DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA  
UNIVERSIDADE DE COIMBRA

# **Repartição Transversal de Cargas em Lajes Mistas Madeira-Betão, Influência das Condições de Apoio**

Dissertação apresentada para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia Civil  
na Especialidade de Estruturas

Autor

**Joana Alexandra Andrade Campos**

Orientador

**Alfredo Manuel Pereira Geraldês Dias**

**Sandra Raquel de Sousa Monteiro**

Esta dissertação é da exclusiva responsabilidade do seu autor, não tendo sofrido correcções após a defesa em provas públicas. O Departamento de Engenharia Civil da FCTUC declina qualquer responsabilidade pelo uso da informação apresentada

**Coimbra, Fevereiro, 2016**

## **AGRADECIMENTOS**

Aos meus Orientadores, Professor Doutor Alfredo Manuel Pereira Geraldês Dias e Professora Doutora Sandra Raquel de Sousa Monteiro, um especial agradecimento pelo empenho e os ensinamentos transmitidos que possibilitaram o desenvolvimento deste trabalho e pela exigência, orientação e disponibilidade demonstrada.

Aos meus pais, Paula Cristina Andrade Rama Sousa e Victor Manuel da Cruz Sousa Campos, pelo apoio incondicional em todas as etapas da minha vida académica e pessoal, pois sem eles não teria sido possível chegar até aqui, um profundo obrigada.

Ao meu irmão, Pedro Emanuel Andrade Campos, por todo o apoio.

A toda a minha Família, por todo o apoio manifestado em todas as ocasiões, especialmente ao longo do meu percurso académico.

Ao Nuno Alves, pelo apoio incondicional, paciência e encorajamento em todos os momentos, nos melhores e piores, o meu eterno agradecimento.

À Paula Moço, Vanesa Cardoso e Margarida Santos, pelo apoio, companheirismo e amizade, motivação, e sobretudo por nunca terem deixado de acreditar em mim, um especial obrigada.

Aos restantes amigos, colegas e professores que direta ou indiretamente me ajudaram a atingir os meus objetivos e a realizar esta etapa da minha formação académica, um sincero obrigada.

## RESUMO

A aplicação da madeira em estruturas é realizada desde as primeiras construções do Homem. Com o aparecimento de novos materiais, como o aço e o betão, que apresentavam melhores propriedades, esta perdeu relevância enquanto material de construção. Devido à grande preocupação económica e ambiental, por se tratar de uma solução muito competitiva, em certas condições dada a sua relação peso/resistência, rapidez de montagem, resistência ao fogo, o facto de ser um material natural, ecológico e esteticamente agradável quando comparado com os outros materiais, esta voltou a ser aplicada nas construções.

Atualmente, em Portugal, o mercado da reabilitação de estruturas é um ponto forte no sector da engenharia civil, já que a maior parte do edificado antigo necessita de intervenção e a madeira tem aí um papel importante. Assim, nasce a necessidade de criar soluções, principalmente ao nível dos pavimentos que apresentem um bom comportamento acústico, térmico, mecânico e economicamente competitivas. Aparecendo, as lajes mistas madeira-betão, como uma solução com esses níveis de desempenho, mas que do ponto de vista do dimensionamento apresenta algumas especificidades.

Surgiu, a necessidade de aprofundar o estudo sobre estes elementos, sobretudo a influência de alguns parâmetros, quando os pavimentos estão submetidos à aplicação de cargas pontuais particularmente o efeito da repartição transversal de cargas. A presente dissertação acontece no seguimento da investigação “Load Distribution on Timber-Concrete Composite Floors” desenvolvida pela Professora Sandra R. S. Monteiro, onde desenvolveu e validou modelos de elementos finitos para a simulação do comportamento mecânico de sistemas mistos madeira-betão.

O estudo aqui apresentado é baseado em modelações numéricas onde se estuda a influência de parâmetros na distribuição transversal de cargas, nomeadamente as condições de apoio. Na realização deste trabalho foi necessário utilizar um software comercial de elementos finitos, onde se desenvolveram e usaram alguns modelos necessários à realização de uma análise paramétrica.

Palavras-Chave: Lajes mistas madeira-betão; Cargas pontuais; Repartição transversal; Modelações numéricas.

## **ABSTRACT**

The application of timber structures is performed from the first buildings of Man. With the advent of new materials, such as steel and concrete, which showed the best properties, it has lost importance as a building material. Because of the major economic and environmental concern, because it is a very competitive solution, under certain conditions because of its weight/strength, fast assembly, fire resistance, the fact that it is a natural material, ecological and aesthetically pleasing when compared with other materials, this came to be applied to buildings.

Currently, in Portugal, the market for rehabilitation of structures is a strong point in the civil engineering sector, as most of the old buildings require intervention and wood has an important role there. Thus arises the need to create solutions, especially at the level of floors that have a good acoustic behaviour, thermal, mechanical and economically competitive. Appearing, timber-concrete composite slabs, as a solution to these levels of performance, but the design point of view has some specific features.

Thus arises the need for deepen the study of these elements, particularly the influence of some parameters when the pavements are subject to the application of point loads particularly the effect of the transverse distribution of loads. This thesis follows the investigation "Load Distribution on Timber-Concrete Composite Floors" developed by Professor Sandra R. S. Monteiro, where she developed and validated finite element models to simulate the mechanical behaviour of timber-concrete composite systems.

The study presented here is based on numerical modeling where we study the influence of parameters in the transverse distribution of loads, namely the conditions of support. In this work it was necessary to use a commercial finite element software, which is developed and used models necessary to carry out a parametric analysis.

**Keywords:** Timber-concrete composite floors; Concentrated loads; Transversal distribution; Numerical modelling.

## ÍNDICE

AGRADECIMENTOS .....	i
RESUMO .....	ii
ABSTRACT .....	iii
SIMBOLOGIA .....	vi
ABREVIATURAS .....	vii
1. INTRODUÇÃO .....	1
1.1. Enquadramento .....	1
1.2. Objetivos .....	3
1.3. Estrutura do documento .....	4
2. ENQUADRAMENTO GERAL .....	5
2.1. Introdução .....	5
2.2. Estruturas do tipo laje mistas madeira-betão .....	5
Tipologia de lajes mistas madeira-betão .....	6
2.3. Sistema de ligação em lajes mistas madeira-betão .....	7
3. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA .....	10
3.1. Enquadramento Histórico .....	10
Estruturas mistas de madeira-betão .....	10
3.2. Análise e dimensionamento de estruturas mistas madeira-betão.....	12
3.3. Repartição transversal de cargas em lajes mistas madeira-betão.....	14
4. MODELO NUMÉRICO .....	23
4.1. Introdução .....	23
4.2. Modelo Base .....	24
4.3. Modelos Desenvolvidos.....	28
5. ANÁLISE PARAMÉTRICA .....	33
5.1. Introdução .....	33
5.2. Estudo Paramétrico .....	33
5.2.1. Modelo de um vão .....	36
5.2.2. Modelo de dois vãos contínuos .....	47
5.2.3. Modelo de três vãos contínuos .....	59
5.3. Comparação entre modelos.....	72
6. CONSIDERAÇÕES FINAIS .....	77
6.1. Conclusões .....	77

6.2. Sugestões para futuros trabalhos.....	78
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	79
ANEXO A .....	83
A.1 – Resultados do estudo paramétrico .....	83
A.1.1 – Reações de apoio em cada viga e na extremidade da laje .....	84
A.1.2 – Deslocamentos verticais a meio vão de cada viga.....	90
A.1.3 – Momento fletor a meio vão de cada viga.....	94

## SIMBOLOGIA

- $A_i$  - Área de secção de diferentes materiais  
 $b_0$  - Distância entre os ligadores  
 $b_{eff}$  - Largura efetiva  
 $b_{ei}$  - Valor da largura efetiva da aba de betão de cada lado dos ligadores  
 $b_i$  - Largura da secção transversal do material  $i$   
 $B_i$  - Viga número  $i$   
 $cf_{bm}$  - Coeficiente de quantidade para momento fletor longitudinal  
 $cf_i$  - Coeficiente de quantidade  $i$   
 $cf_{sr}$  - Coeficiente de quantidade para reações de apoio  
 $cf_{vd}$  - Coeficiente de quantidade para deslocamentos verticais  
 $E_i$  - Módulo de elasticidade do material  $i$   
 $E_i A_i$  - Rigidez axial do material  $i$   
 $k_i$  - Rigidez elástica dos ligadores para a situação  $i$   
 $K_{ser}$  - Módulo de deslizamento do ligador em ELS  
 $K_u$  - Módulo de deslizamento do ligador em ELU  
 $l$  - Comprimento de vão das vigas  
 $L$  - Comprimento total do vão  
 $L_e$  - Comprimento medido entre momentos fletores nulos  
 $L_i$  - Comprimento de cada tramo dos modelos  
 $Pr$  - Polinómio que define a percentagem de carga recebida por cada viga  
 $s$  - Espaçamento entre ligadores  
 $s_{máx}$  - Afastamento máximo  
 $s_{mín}$  - Afastamento mínimo  
 $\gamma_i$  - Coeficientes de eficiência da ligação do material  $i$

## ABREBIATURAS

CLT - *Crossed laminated timber* - madeira laminada cruzada

DV - Deslocamento vertical

EC1 - Eurocódigo 1: “Ações em estruturas - Parte 1-1: Ações gerais - Pesos volúmicos, pesos próprios, sobrecargas em edifícios.”

EC2 - Eurocódigo 2: “Ações em estruturas - Parte 1-1: Ações gerais - Pesos volúmicos, pesos próprios, sobrecargas em edifícios.”

EC4 - Eurocódigo 4: “*Design of composite steel and concrete structures - Part 1-1: General rules and rules for buildings.*”

EC5 - Eurocódigo 5: “*Design of timber structures- Part 1-1: General - Common rules and rules for buildings.*”

ELS - Estados Limites de Serviço

ELU - Estados Limites Últimos

EUA- Estado Unidos da América

LVL - *Laminated veneer lumber*

M - Momento fletor longitudinal

RA - Reações de apoio



# 1. INTRODUÇÃO

## 1.1. Enquadramento

Atualmente os projetos de engenharia civil devem ter em conta a sustentabilidade, quer nas escolhas de metodologias de construção quer na escolha dos materiais a utilizar. Um conceito que não pode ser ignorado é o da conservação e reabilitação de estruturas, já que esta é hoje em dia uma área em ascensão no mercado da construção civil. No entanto, este sector tem sido um pouco esquecido, não existindo em Portugal uma prática comum de intervenção na reabilitação das estruturas existente, mas sim a prática comum de construção nova. Contudo, nos últimos anos, devido à estagnação deste setor bem como à situação económica do país, houve uma inversão do paradigma da construção civil. Uma vez que uma parte do património edificado português se encontra num estado de degradação elevado, ou não apresenta capacidade de desempenho para novas exigências estruturais, é necessário desenvolver estudos que permitam preservar o edificado com o recurso a técnicas que não introduzam grandes perturbações, nem alterem a sua estética e o seu valor patrimonial.

A maior parte das estruturas que necessitam de intervenção foram construídas com o recurso ao uso da madeira como elemento estrutural ou apenas como elemento estético. A madeira era essencialmente usada em pavimentos, paredes e em coberturas. Com a evolução do conhecimento, apareceram novos materiais como o betão e o aço, caindo em desuso a aplicação da madeira em estruturas.

O conceito de estruturas mistas compostas por madeira e betão é relativamente novo, tendo os primeiros registos ocorrido nos anos 20 e 30 do século passado. Este tipo de estrutura surgiu como uma consequência da escassez de aço que ocorreu no período entre as guerras mundiais. Os principais estudos científicos sobre as estruturas mistas apareceram depois da década de 70 do século passado, com o intuito de aprofundar os conhecimentos sobre o comportamento deste tipo de estruturas bem como encontrar novas soluções (Monteiro, 2015).

De acordo com Monteiro (Monteiro, 2015), as estruturas mistas madeira-betão surgiram com a sua principal aplicação em reabilitação ou no reforço de estruturas, no entanto devido ao seu excelente funcionamento e ao seu custo de mercado competitivo, começaram a ser aplicadas também na construção de edifícios novos, nos pavimentos e paredes, bem como em obras de arte e nos tabuleiros de pontes. O uso destas estruturas mistas permite tirar partido das melhores propriedades de cada material, evitando os seus pontos fracos. As estruturas mistas são

compostas por uma laje de betão, elementos de madeira e por elementos que fazem a ligação entre os dois materiais, por norma, ligadores de aço. O comportamento deste tipo de estruturas é muito semelhante ao comportamento das estruturas de betão armado, podendo-se dizer que os elementos de madeira funcionam à tração como as armaduras nas estruturas de betão armado, e que a laje de betão funciona à compressão (Ceccotti, 1995). Tirando assim, partido do melhor funcionamento dos dois materiais em conjunto. De notar que estas estruturas serão tanto mais eficientes quanto melhor for o comportamento dos seus elementos. Torna-se portanto, fundamental conhecer as características da ligação entre os materiais, uma vez que os dois materiais ligados entre si funcionam “como um só”, obtendo-se um melhor desempenho dos dois materiais e, deste modo, da estrutura (Branco, 2003).

De acordo com alguns autores, por exemplo, (Ceccotti, 1995; Branco, 2003 e Jorge, 2005), as estruturas mistas apresentam várias vantagens, quando comparadas com estruturas de um só material, quer seja a madeira ou o betão. De entre as vantagens salientam-se: a redução do peso próprio da estrutura, uma vez que as estruturas de madeira são mais leves quando comparadas com as de betão; o aumento da capacidade de carga e rigidez de flexão devido à introdução da camada de betão, quando comparada com soluções de pavimento simples de madeira; o aumento da resistência ao fogo proporcionada pela camada de betão; o aumento do isolamento acústico e térmico relativamente a uma solução de madeira; a diminuição das vibrações por causa da existência da camada de betão; a rapidez de construção, especialmente quando usadas em reabilitação, pois os elementos de madeira podem ser usados como elementos de cofragem perdida da camada de betão; a sua maior economia quando se compara com pavimentos de betão, entre outras.

Devido ao aumento da aplicação deste tipo de soluções estruturais, e à escassez de informação sobre alguns aspetos do seu comportamento, existe a necessidade de realizar investigação. Com o intuito de aprofundar os estudos realizados sobre o mesmo, bem como de dar continuidade à investigação sobre o comportamento de estruturas mistas quando sujeitas a carregamentos transversais concentrados, de forma a perceber a influência que vários parâmetros têm na sua resposta mecânica, e em particular as condições de apoio, surge a presente dissertação.

Dada a inexistência de documentos normativos em Portugal que tratem a análise e dimensionamento de estruturas de madeira e de estruturas mistas de madeira-betão, o seu dimensionamento apresenta algumas especificidades. Contudo, com a adoção da regulamentação europeia, os Eurocódigos, especificamente o Eurocódigo 5, colmata a falta de regulamentação de dimensionamento de estruturas de madeira. O Eurocódigo 5 encontra-se dividido em três partes. A Parte 1-1 diz respeito às regras gerais e às bases para dimensionamento a utilizar no projeto de estruturas de edifícios de madeira; a Parte 1-2 trata as

regras de verificação da segurança sob ação do fogo e a Parte 2 é relativa a projetos de pontes. É de salientar que a Parte 1-1 do referido Eurocódigo é na prática, adotada como regulamentação nacional. Trata-se da norma, EN 1995-1-1, “Eurocode 5: Design of timber structures. Part 1.1: General-Common rules and rules for buildings” (EN 1995, 2004). A par com a regulamentação europeia existe um conjunto de normas europeias que abordam vários aspetos relativos à aplicação da madeira como elemento estrutural, as mais relevantes são as seguintes:

- EN 335-1 - “Hazard classes of wood and wood-based products against biological attack. Classification of hazard classes” (EN 335-1, 1992);
- EN 338 – “Structural Timber- Strength Classes” (EN 338, 2003);
- EN 350-2 - “Durability of wood and wood-based products. Natural durability of solid wood. Guide to natural durability and treatability of selected wood species of importance in Europe” (EN 350-2, 1994);
- EN 1194 - “Timber structures. Glued laminated timber. Strength classes and determination of characteristic values” (EN 1194, 2002);
- EN 1912 - “Structural timber. Strength classes. Assignment of visual grades and species” (EN 1912, 2004);
- EN 14081 - “Timber structures - Strength graded structural timber with rectangular cross section- Part 1, 2, 3, 4” (EN 14081, 2005).

## 1.2. Objetivos

A presente dissertação tem como principal objetivo analisar a influência que os parâmetros como as condições de apoio e o comprimento de vão dos elementos que constituem uma laje mista madeira-betão, quando submetida à aplicação de cargas pontuais têm no efeito da repartição transversal de cargas. Este tipo de estudo é fundamental, pois permite entender o comportamento mecânico de sistemas mistos quando submetidos a diferentes carregamentos transversais.

A fim de realizar uma análise paramétrica para os parâmetros e estrutura em causa, serão desenvolvidos durante o estudo vários modelos, com o recurso a um software comercial de elementos finitos. Com a realização da análise paramétrica pretende-se avaliar a forma como as condições de apoio e o comprimento de vão dos modelos influenciam a distribuição transversal de cargas, sendo esta realizada em termos de percentagens de reações de apoio, deslocamento vertical e momento fletor longitudinal a meio vão de cada viga. O software de elementos finitos escolhido para análise dos diversos modelos estruturais, foi o *SAP2000 v15*.

### **1.3. Estrutura do documento**

De modo a facilitar a perceção do trabalho desenvolvido, apresenta-se de seguida a estrutura da dissertação, esta está dividida em seis capítulos sendo estes subdivididos em secções e subsecções.

No capítulo 1 é efetuada a introdução, que consiste numa breve apresentação do trabalho desenvolvido, bem como os objetivos que se pretendem atingir com a sua elaboração.

No capítulo 2 é feito um pequeno enquadramento geral sobre a temática abordada, onde se expõe uma breve introdução sobre as estruturas mistas madeira-betão, a sua tipologia e sistemas de ligações utilizados.

No capítulo 3 é apresentada a revisão bibliográfica, constituída por um breve enquadramento histórico, uma pequena referência aos aspetos mais relevantes do dimensionamento das estruturas mistas, e também alguns estudos realizados sobre a distribuição transversal de cargas.

No capítulo 4 é explicado o modelo numérico base utilizado, bem como os modelos desenvolvidos para a realização da análise paramétrica e comparação de resultados.

No capítulo 5 é realizado o estudo paramétrico que consiste na exposição dos resultados obtidos para os diversos modelos numéricos, análise e comparação dos mesmos.

No capítulo 6 são exibidas de forma sintetizada as várias conclusões e considerações finais do trabalho desenvolvido bem como algumas sugestões para futuras investigações.

## **2. ENQUADRAMENTO GERAL**

### **2.1. Introdução**

Neste capítulo é apresentada uma breve descrição do comportamento mecânico das estruturas mistas e das técnicas construtivas de lajes mistas madeira-betão, nomeadamente uma tipologia. É apresentada também uma breve descrição dos seus sistemas de ligação, que são uma componente muito importante das estruturas mistas.

### **2.2. Estruturas do tipo laje mistas madeira-betão**

As estruturas mistas madeira-betão surgem como uma solução natural, especialmente quando se trata de reabilitação de estruturas de madeira. Nessa aplicação é imperativo tirar o máximo partido das estruturas existentes, de modo a que não se descaracterize a construção para que não haja perda do valor arquitetónico das construções e por forma a obter ganhos económicos (Branco, 2003). É fundamental manter a estrutura de madeira existente, reforçando-a para que os requisitos de segurança sejam assegurados. A técnica mais comum utilizada para o reforço é o uso de sistemas mistos madeira-betão. Ceccotti (Ceccotti, 2002) refere que os resultados obtidos na conversão dos soalhos tradicionais em lajes mistas de madeira-betão são bastante bons, quer pelo seu excelente desempenho estrutural quer pelo seu valor estético.

O uso do sistema misto permite reutilizar o material existente, em que as vigas continuam a ter uma função estrutural, e as tábuas de soalho são usadas como cofragem natural para a laje de betão. Os dois materiais podem ser ligados de várias formas, mas a forma mais simples e fácil é a aplicação de ligadores metálicos, como sejam parafusos, pregos ou cavilhas (Branco, 2003).

As estruturas mistas são estruturas que tiram proveito das propriedades dos dois materiais ligados, ou seja, da madeira tiram partido da sua leveza e ecologia, do betão retiram partido da resistência, rigidez e proteção ao fogo (Branco, 2003). Como já se referiu, podemos dizer que estas estruturas têm um comportamento semelhante ao do betão armado, isto é, o betão funciona à compressão em que tem como principal função a resistência e rigidez, e a madeira funciona em tração. Da junção dos dois materiais resulta uma estrutura eficiente e leve. De acordo com vários estudos, a capacidade resistente original pode ser duplicada, a rigidez de flexão aumenta três a quatro vezes bem como a rigidez no seu plano que pode ser considerada como infinita.

Contudo, as estruturas mistas de madeira-betão apresentam outras vantagens como a diminuição das vibrações, excelente isolamento acústico e proteção ao fogo (Ceccotti, 1995).

Esta técnica de reabilitação é bastante competitiva economicamente quando comparada com outras soluções e permite devolver aos edifícios a sua utilização de acordo com as condições de segurança regulamentadas. Contudo, o uso das estruturas mistas de madeira-betão, não tem unicamente emprego na reabilitação de estruturas antigas. Estas são também usadas em estruturas novas como pontes (Figura 2.1) e em lajes de edifícios, assim como na pré-fabricação de novos edifícios.



Figura 2.1 – Ponte *CrestaWald*, Suíça (<http://www.swiss-timber-bridges.ch/detail/471>)

### Tipologia de lajes mistas madeira-betão

Os pavimentos dos edifícios habitacionais até ao aparecimento do betão eram realizados em madeira. Esses eram essencialmente constituídos por uma estrutura reticulada horizontal composta por dois ou três níveis e a organização estrutural dos elementos em níveis distintos dependia da geometria da laje (Redondo, 2001).

Segundo (Branco, 2003) “no caso de pequenos vãos, 3.00 a 4.00m, as vigas eram diretamente apoiadas nas paredes e sobre estas eram pregadas as tábuas de soalho. Para vãos superiores, 5.00 a 7.00m, era necessária a colocação de vigas secundárias. As vigas principais, perpendiculares às paredes de apoio, suportavam as vigas secundárias, paralelas às paredes, e estas, as tábuas de soalho”. Em reabilitação, ao adotar sistemas mistos, “a laje de betão pode ser betonada diretamente sobre a madeira. Após a aplicação de um tratamento, dependente do

estado de conservação da madeira, procede-se à colocação dos pregos com um espaçamento de 40.00 a 45.00cm sobre as vigas principais. Depois da colocação da malhasol, para ter em conta os efeitos de retração do betão, procede-se à betonagem até se obter uma espessura de 4.00 a 5.00cm” (Branco, 2003). Sendo a ligação entre os dois materiais fundamental têm sido propostas várias soluções ao longo dos últimos anos. As ligações com ligadores metálicos diferem ou no tipo de ligador utilizado ou pelo ângulo que os ligadores formam com as vigas de madeira. Na Figura 2.2 é possível ver um esquema representativo de cada tipo de laje mencionado anteriormente.

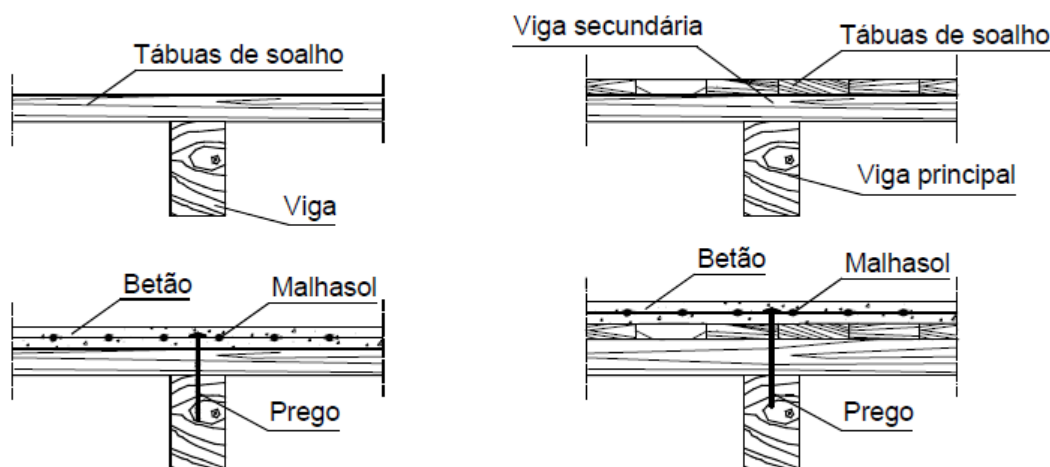


Figura 2.2 – Esquemas de laje de madeira e laje mista madeira-betão (Branco, 2003)

### 2.3. Sistema de ligação em lajes mistas madeira-betão

O sistema de ligação utilizado para efetuar a ligação entre os elementos do pavimento é um aspeto crucial neste tipo de estrutura, porque o desempenho do sistema de ligação define o comportamento global da mesma. A importância do sistema de ligação está relacionado com o comportamento individual dos dois materiais, dado que se pretende que exista um bom funcionamento destes é necessário haver um elemento que ligue os dois elementos/materiais e que faça a transmissão dos esforços de forma adequada. O sistema de ligação de uma secção transversal mista é normalmente caracterizado pelo uso de ligadores, os mais comuns são os ligadores metálicos, como por exemplo, pregos e parafusos, entre outros (Cardoso L. M., 2010).

Uma vez que o desempenho do sistema de ligação é fortemente responsável pelo comportamento global da estrutura, é fácil compreender que este sistema deve ser eficaz. A eficácia do sistema de ligação é totalmente garantida se os dois materiais trabalharem em conjunto, considerando-se que o pavimento é constituído por um material, sendo este “material”

obtido pela homogeneização da madeira com o betão. Idealmente numa ligação eficiente é desejável que não ocorra deslocamentos verticais entre os dois materiais (Cardoso L. M., 2010 e Branco, 2003).

De seguida apresentam-se alguns exemplos de sistemas de ligação existentes e comumente utilizados neste tipo de estruturas. O dimensionamento da estrutura depende da rigidez do sistema de ligação, podendo estes ser classificados em sistemas de ligação rígidos ou semirrígidos. Os sistemas de ligação rígidos são caracterizados por existir um deslocamento desprezável entre os dois materiais, o que permite considerar válida a hipótese da conservação das secções planas (Branco, 2003). Esta hipótese torna o processo de cálculo de dimensionamento mais simples, bastando o emprego das equações da resistência dos materiais para obtenção dos esforços e deformações. Esta simplificação é conseguida considerando que a secção é constituída por apenas um material, realizando a sua homogeneização. Na Figura 2.3 apresentam-se dois exemplos de ligações rígidas conseguidas através da colagem de uma treliça metálica (a) e pela colagem de uma chapa metálica (b). Contudo, este tipo de soluções não são economicamente competitivas por necessitarem de um grande número de elementos metálicos.

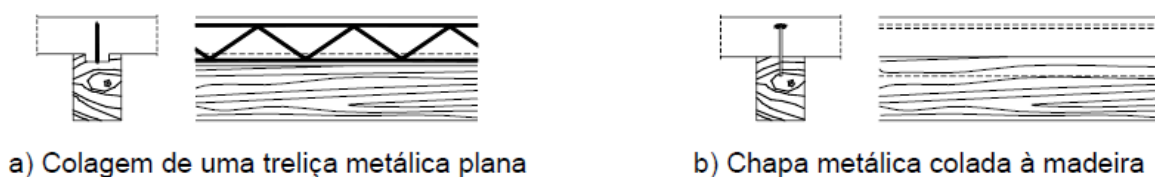


Figura 2.3 - Exemplos de ligações rígidas (Branco, 2003)

Quando se consideram os sistemas de ligação semirrígidos é necessário ter em atenção que surgem pequenos deslizamentos horizontais entre os dois elementos, e neste caso a hipótese da conservação das secções planas deixa de ser válida. A rigidez dos sistemas de ligação é variável, pois depende da rigidez dos ligadores metálicos que fazem a ligação entre os dois materiais (madeira e betão) ou do número de ligadores que se aplicam (Branco, 2003).

Este tipo de ligações normalmente utiliza como elementos de ligação ligadores metálicos do tipo cavilha, exemplificados na Figura 2.4, elementos de ligação constituídos por ligador e anéis de aço, tubos metálicos ou chapas dentadas ilustradas na Figura 2.5, ou podem ser executados por meio de entalhes com ligadores como se apresentam na Figura 2.6.



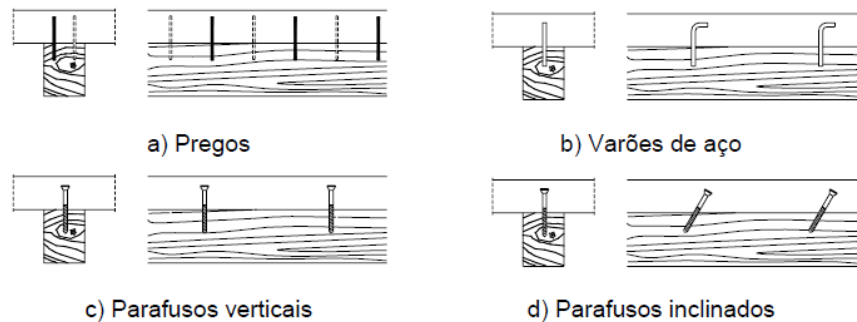


Figura 2.4 - Exemplo de ligações semirrígidas com ligadores do tipo cavilha (Branco, 2003)

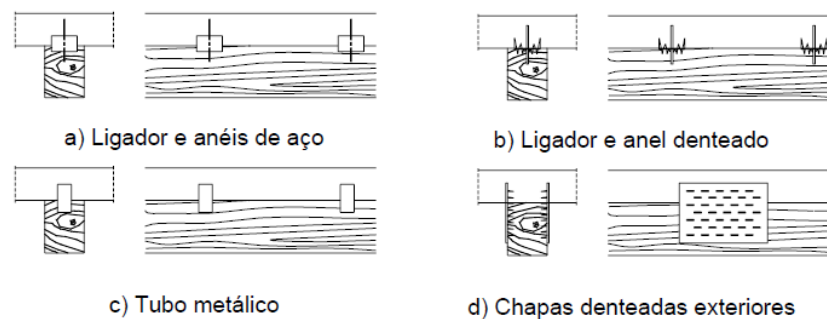


Figura 2.5 – Exemplo de ligações semirrígidas com ligador e anéis de aço, tubo metálico e chapa dentada (Branco, 2003)

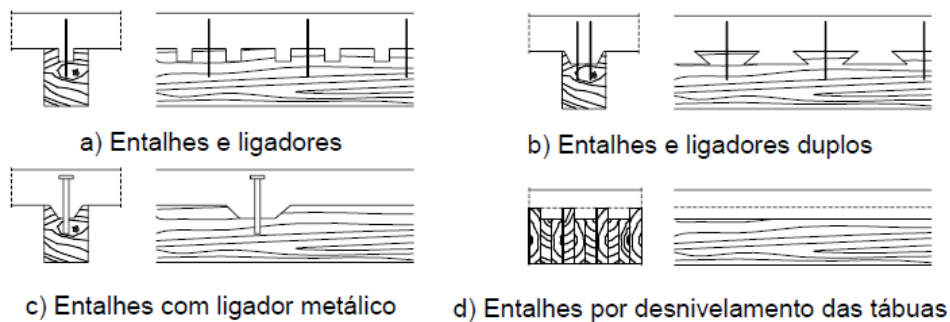


Figura 2.6 – Exemplo de ligações semirrígidas com recurso a entalhes (Branco, 2003)

De acordo com alguns estudos, é possível concluir que a diferença de rigidez efetiva à flexão entre considerar um sistema de ligação rígido a semirrígido corrente pode variar entre os 100% e os 50% respetivamente, sendo que no caso de ser 100% se considera que existe um comportamento dos elementos perfeito que se espera de uma ligação rígida. Uma ligação mal pensada e dimensionada pode levar a 0%. Verifica-se ainda que os sistemas de ligação semirrígidos compostos por ligadores do tipo cavilha são as menos rígidas das apresentadas anteriormente (Branco, 2003).

### 3. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

#### 3.1. Enquadramento Histórico

##### **Estruturas mistas de madeira-betão**

Como já se referiu as estruturas mistas madeira-betão surgiram essencialmente como uma solução economicamente competitiva para o reforço das estruturas existentes, uma vez que este tipo de estruturas combina as várias vantagens e qualidades dos dois materiais: madeira e betão. Contudo este tipo de soluções não é, hoje em dia, uma solução de aplicação restrita a reabilitação e reforço de pavimentos de madeira. O seu uso é também efetuado em construções novas de pavimentos de edifícios, públicos ou privados, e em pontes, podendo também ser utilizado em estruturas pré-fabricadas. Esta é uma solução bastante competitiva para estruturas de médio e longo vão (7.00 e 15.00m). As múltiplas aplicações destas estruturas mistas madeira-betão comprovam o enorme potencial destes sistemas mistos (Jorge, 2005).

O uso de sistemas mistos remonta ao ano de 1930, com a construção da primeira ponte mista nos EUA. Tendo-se verificado que a escassez do aço, que se deu após a 1ª e 2ª guerra mundial, contribuíram para a reaplicação da madeira como elemento estrutural em estruturas (Yeoh, Fragiacomio, Franceschi, & Boon, 2011; Rodrigues, Dias, & Providência, 2013 e Dias, Skinner, & K. Crews & T. Tannert, 2015). Após a construção da primeira ponte mista madeira-betão nos EUA, este tipo de construção tornou-se comum, sendo nas décadas seguintes também construídas na Austrália e Nova Zelândia. Contudo, durante muitos anos foram desprezadas pela maioria das regiões do mundo. A partir de 1990 começaram a surgir algumas pontes mistas na Europa, nomeadamente na Finlândia, Suíça, França, Alemanha e Áustria (Pischl & Schickhofer, 1993; Natterer, 1998; Aasheim, 2000 e Flach & Frenette, 2004), e também no Brasil (Calil Jr, 2006 e Rodrigues, Dias, & Providência, 2013).

De acordo com o estudo realizado por (Rodrigues, Dias, & Providência, 2013), em que se procurou perceber o uso de estruturas mistas em pontes no mundo, existem cerca de 75 pontes espalhadas pelos países já referidos, entre outros. Tendo verificado que a construção deste tipo de estruturas é muitíssimo rara nos países da Europa do Sul, facto justificado pela falta de consciência desta solução estrutural entre engenheiros e arquitetos, dificultando a introdução destas pontes em alguns mercados de construção (Rodrigues, Providência, & Dias, 2010). Exemplo disso é o facto de em Portugal apenas existir um caso de ponte mista madeira-betão, localizada em Quiaios com data de construção de 2005. O projeto desta ponte foi desenvolvido

com a colaboração do proprietário, do Serviço de Administração Florestal e da Universidade de Coimbra. A sua localização apresentava algumas dificuldades de projeto, pois localiza-se numa zona de “Rede Natura 2000” e apresentava ainda um conjunto de constrangimentos relacionados com o impacto ambiental, sobretudo na paisagem. Para colmatar esta situação a estrutura de madeira era a solução ideal. No entanto, o proprietário mostrou-se reticente em relação à segurança e durabilidade, pois a ponte teria uma extensão de 15.00m e uma carga de tráfego de 20 ton por eixo e também face à durabilidade, devido à permanente exposição da madeira à água e às cargas dos veículos. De forma a utilizar a madeira, e ultrapassar estas questões, foi decidido realizar a ponte com o recurso a uma solução mista, que consistiu no uso da madeira nas vigas e o uso do betão na laje. Deste modo asseguram-se as exigências do proprietário, criando uma solução com um comportamento misto eficaz. Além disso, a laje de betão é muito eficiente, pois impede contato entre a água da chuva e os membros estruturais de madeira. Provou-se que a solução adotada é economicamente competitiva, já que o custo total da construção foi idêntico ao que se esperaria para uma construção de betão ou de aço (Dias, Ferreira, Jorge, & Martins, 2011 e Dias, Skinner, & K. Crews & T. Tannert, 2015).

Em relação à utilização das soluções mistas em pavimentos, estas surgiram como uma solução de recuperação de edifícios antigos e históricos de várias cidades europeias e nos últimos anos começaram a surgir em construções novas. Um exemplo de um pavimento misto que comprova as vantagens destes sistemas em termos de desempenho dinâmico é o pavimento de uma escola de dança no Reino Unido, o *Thomas Clarkson Community College*. Estes são locais onde o desempenho dinâmico é importantíssimo, e a camada de betão existentes nos pavimentos mistos permite obter esse desempenho (Dias, Skinner, & K. Crews & T. Tannert, 2015).

Um bom exemplo de aplicação de estruturas mistas em reconstrução foi realizado no edifício de escritórios *St. Elmo* em Christchurch na Nova Zelândia, após este ter sido danificado com os terremotos de 2010 e 2011. Os sistemas mistos madeira-betão têm provado ser estruturas com um bom desempenho estrutural a cargas sísmicas, o que motiva a sua crescente aplicação. Em relação ao edifício referido, este possui três andares com geometria quadrada de 9.00x9.00m<sup>2</sup> com vigas de madeira pré-fabricadas de LVL com 9.00m de vão (Dias, Skinner, & K. Crews & T. Tannert, 2015).

Acredita-se que os sistemas mistos madeira-betão podem ter um nível de competitividade maior no mercado com o recurso a elementos pré-fabricados. (Lukaszewska & Fragiaco, 2008) e (Lukaszewska, 2009) desenvolveram um sistema misto totalmente desmontável. Este sistema consiste na utilização de uma laje de betão pré-fabricada já com os ligadores introduzidos e a ligação às vigas de madeira no local da construção. Este processo permite ultrapassar alguns inconvenientes com a construção in-situ da laje de betão, sendo possível existir um maior

controlo de qualidade e uma diminuição dos custos de construção (Yeoh, Fragiacom, Franceschi, & Boon, 2011).

A Alemanha e a Finlândia são países que já estudaram e desenvolveram pavimentos mistos com recurso à pré-fabricação. Também em Portugal, a Universidade de Coimbra propôs um pavimento semi pré-fabricado (Yeoh D. , et al., 2008 e Yeoh D. , 2010). Este sistema é constituído por um painel de secção-M construído com vigas de madeira LVL e uma camada intermédia de madeira/contraplacado, este é pré-fabricado e transportado para o local de construção, onde a camada de betão é adicionada após a sua colocação no local. Este procedimento apresenta algumas vantagens, baixo peso do painel o que facilita a sua introdução e elevação. A colocação do betão in-situ leva a que a laje tenha um comportamento monolítico e assim melhor resistência e rigidez, sem necessidade de ligações adicionais entre painéis adjacentes. A alta resistência e rigidez alcançam-se com um número reduzido de ligadores (6 a 8 ligadores) devido à eficácia da ligação por entalhe. Este sistema é aplicável em pavimentos de médio e longo vão (6.00 e 12.00m), sendo um sistema capaz de competir com as soluções tradicionais de betão pré-fabricado (Yeoh, Fragiacom, Franceschi, & Boon, 2011).

Relativamente à repartição transversal de cargas em estruturas mistas de madeira-betão, não se encontram muitas investigações realizadas. No entanto, existem três que merecem destaque: o trabalho desenvolvido por Etournaud (Etournaud, 1998), nos Estados Unidos da América, que reside no estudo de tabuleiros de madeira-betão ligados por entalhes ancorados por meio de cavilhas coladas; o trabalho de Moraes (Moraes, 2007), no Brasil, que consiste no estudo da distribuição de cargas no sentido transversal de pontes mistas madeira-betão, compostas por vigas de madeira treliçadas e por uma laje de betão; e por fim, a investigação realizada por Monteiro (Monteiro, 2015) em Portugal, que consiste no estudo da distribuição de cargas concentradas em lajes mistas madeira-betão quando estão sujeitas a carregamentos pontuais ou lineares, estes estudos são expostos no subcapítulo 3.3.

### **3.2. Análise e dimensionamento de estruturas mistas madeira-betão**

Os regulamentos europeus e nacionais apresentam modelos de análise e cálculo de estruturas. No entanto, não existe um regulamento específico para estruturas mistas madeira-betão como existe, por exemplo, para as estruturas mistas aço-betão. Portanto a análise e dimensionamento das estruturas em análise são feitos tendo em conta a regulamentação que existe para cada um dos materiais, ou seja, o Eurocódigo 5 e o Eurocódigo 2 que são as normas europeias e nacionais que tratam as estruturas de madeira e de betão, respetivamente. (Jorge, 2005) Este tipo de

estruturas são dimensionadas tendo em conta o prescrito nos regulamentos, quer para os Estados Limites Últimos (ELU) quer para os Estados Limites de Serviço (ELS).

Em relação ao dimensionamento e verificação de segurança aos ELU de estruturas mistas madeira-betão este é efetuado com o recurso ao método simplificado contemplado no Anexo B do Eurocódigo 5-parte 1, embora este não seja um método para estruturas mistas. Este método simplificado recorre a equações simplificadas baseadas no cálculo da rigidez efetiva de flexão e na distribuição de tensões obtida em função da rigidez da ligação dos dois materiais (Branco, 2003).

No processo de cálculo de pavimentos mistos de acordo com o referido anexo, encontram-se duas particularidades. A primeira particularidade refere-se ao cálculo da área de betão que depende do valor que se considera para largura da seção transversal. Esta largura é determinada de acordo com o cálculo que se realiza para a determinação da largura efetiva,  $b_{eff}$ , considerada nas estruturas mistas de aço-betão de acordo com a cláusula 5.4.1.2 (5) do Eurocódigo 4 (EN 1994, 2004), pela expressão (1) e tendo em conta a Figura 3.1.

$$b_{eff} = b_0 + \sum b_{ei} \quad (1)$$

Em que  $b_0$  é a distância entre os ligadores e  $b_{ei}$  é o valor da largura efetiva da aba de betão de cada lado dos ligadores, e deve ser considerado igual a  $L_e/8$ , em que  $L_e$  é o comprimento medido entre momentos fletores nulos. É importante referir que a largura efetiva a meio vão,  $b_{eff}$ , deve tomar um valor menor ou igual ao espaçamento entre as vigas de madeira.

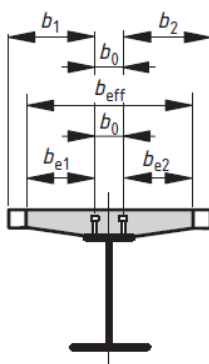


Figura 3.1 - Esquema da seção transversal para determinação de  $b_{eff}$  (EN 1994, 2004)

A segunda particularidade diz respeito ao cálculo do coeficiente  $\gamma_1$  que o EC5 (EN 1995, 2004) na cláusula B.2 (1) sugere que  $\gamma_1$  que tome o valor obtido pela expressão (2) e  $\gamma_2 = 1$ , estes

coeficientes expressam a eficiência da ligação, ou seja se este for unitário existe um comportamento entre os elementos perfeito, se o seu valor for nulo significa que os elementos madeira e betão têm um comportamento independente (Jorge, 2005).

$$\gamma_1 = \left[ 1 + \frac{\pi^2 E_1 A_1 s}{k_i l^2} \right]^{-1} \quad (2)$$

Onde o parâmetro  $k_i$  é a rigidez elástica do ligador, que varia conforme se trate de dimensionamento aos ELU ou ELS, ( $K_u$  e  $K_{ser}$ , respetivamente) estes são determinados de acordo com o indicado no EC5;  $l$  corresponde ao comprimento do pavimento;  $E_1 A_1$  à rigidez axial do betão e por fim, o  $s$  espaçamento entre ligadores, e o seu valor deve ser determinado com base na cláusula 9.1.3 do EC5 (EN 1995, 2004), expressões (3) e (4) em que os valores de afastamentos mínimos e máximos,  $s_{mín}$  e  $s_{máx}$  respetivamente são definidos pelo projetista.

$$s = 0.75s_{mín} + 0.25s_{máx} \quad (3)$$

$$s_{máx} \leq 4s_{mín} \quad (4)$$

Quando se realiza o dimensionamento de uma estrutura não interessa apenas aferir a sua capacidade resistente, mas também a sua capacidade para assegurar um bom desempenho durante a sua utilização (Branco, 2003). É, portanto, necessário efetuar a verificação aos ELS, sendo que em estruturas de madeira, estes podem ser bastante condicionantes. A verificação de segurança a ELS de estruturas mistas segundo o EC5 (EN 1995, 2004) compreende essencialmente duas verificações, controlo de deformações e de vibrações, estas verificações devem ser realizadas de acordo com a secção 7 do EC5 (EN 1995, 2004).

### 3.3. Repartição transversal de cargas em lajes mistas madeira-betão

Existem diversas investigações sobre lajes mistas de madeira-betão, no entanto, sobre a repartição transversal de cargas nestas estruturas não se encontram muitos estudos realizados, havendo a crescente necessidade de os realizar e a aprofundar. A escassez de informação sobre este assunto levou a que Monteiro realizasse a investigação intitulada “Load Distribution on Timber-Concrete Composite Floors”, que comprova a importância que a repartição transversal

de cargas tem no comportamento mecânico destes sistemas bem como na otimização do dimensionamento de projeto. A partir desta investigação, foi possível perceber que existem alguns conceitos que estão associados à repartição transversal de cargas concentradas, nomeadamente a largura efetiva, a distribuição de cargas concentradas e o *system effect*. Estes conceitos têm a si associados vários parâmetros que influenciam as suas características. É portanto, importante entendê-los e conhecer os parâmetros que os afetam, para que se possa compreender melhor o efeito da repartição transversal de cargas. Nos próximos parágrafos apresenta-se de forma sucinta cada um dos conceitos e alguns estudos sobre estes.

A largura efetiva está relacionada com a distribuição de tensões. Relaciona-se com o fenómeno de *shear-lag* que, “devido à deformação de corte, conduz a uma distribuição de tensão transversal não uniforme em algumas áreas quando a laje ou a viga é submetida a flexão”. “O conceito de largura efetiva surge a partir da consideração simplificada de *shear-lag* e obtém-se através da definição de uma largura menor em que a distribuição de tensões pode ser assumida como uniforme, considerada como o valor de tensão máxima, Figura 3.2, que corresponde a igual força resultante da tensão distribuída não uniforme, integrada ao longo de toda a largura efetiva” (Monteiro, 2015).

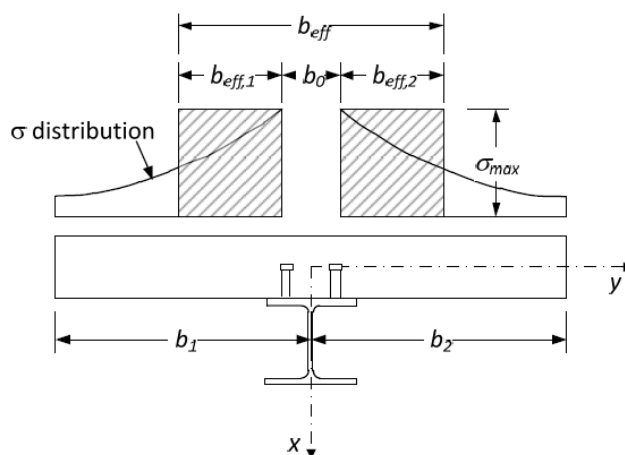


Figura 3.2 – Conceito de Largura Efetiva (Monteiro, 2015)

Ao longo dos anos foram realizados vários estudos com o intuito de perceber os parâmetros que afetam a influência da largura efetiva nas estruturas. Muitos autores mencionam parâmetros como por exemplo: o vão e as dimensões transversais da viga, as dimensões da laje e sua espessura, o espaçamento entre vigas, a rigidez dos elementos, a ligação entre a laje e a viga (nomeadamente, o número de ligadores de corte e a sua interação), as condições de apoio, o tipo de carga, o comportamento material e as propriedades do material, a posição do eixo neutro, imperfeições geométricas, entre outros parâmetros (Monteiro, 2015).

De acordo com Monteiro, os estudos realizados sobre o conceito de largura efetiva e sua influência em estruturas mistas madeira-betão são ainda muito reduzidos, porém em relação a estruturas mistas aço-betão é possível encontrar uma grande variedade de estudos, existindo para estas estruturas um Eurocódigo, o Eurocódigo 4, onde se encontram regras e especificações gerais de dimensionamento.

Apesar do número limitado de estudos específicos para estruturas mistas, é possível referir o estudo realizado por Julius Natterer e Michael Hoefft (Natterer & Hoefft, 1987), que consistiu no estudo do comportamento estrutural de estruturas mistas madeira-betão e também dos problemas relacionados à largura efetiva. Neste estudo foi utilizada a teoria geral da elasticidade para provar a validade do comportamento das estruturas. Estes autores “desenvolveram e propuseram um método de cálculo da largura efetiva com base na definição dos fatores de redução”. Estes usaram uma abordagem teórica para obtenção de uma definição do fator de redução correspondente a cada caso e para tal relacionaram a força/tensão normal na largura da secção transversal com uma viga sujeita a várias condições de carga. Deste modo, estes autores afirmam que “uma soma ponderada dos termos associados com o fator de redução é o suficiente para obter a largura efetiva associada a cada fator de redução”. Uma vez que o tipo de carga influencia muito a largura efetiva, foram determinados fatores de redução para cargas pontuais e cargas uniformemente distribuídas (Monteiro, 2015).

Relativamente à distribuição de cargas concentradas esta ocorre quando se aplicam cargas pontuais sobre o pavimento, composto por vigas de madeira com propriedades idênticas e igualmente espaçadas, ligadas pelo revestimento. A viga imediatamente abaixo da carga irá receber a maior percentagem da carga e as vigas adjacentes receberão a restante percentagem da carga. Isto verifica-se devido à transferência mecânica que o sucede da transferência de corte dos ligadores para o revestimento a partir da viga carregada para as adjacentes (Monteiro, 2015).

Este não é um assunto muito investigado no seio da população científica, pelo que existem pouquíssimos estudos sobre o assunto, sendo na sua maioria apresentados por Wilfred H. Thomas no caso de estruturas constituídas unicamente por madeira (Monteiro, 2015). Tal como para a largura efetiva, também a distribuição de cargas depende de vários parâmetros, e de acordo com este autor (Thomas, 2003), os parâmetros com maior importância são a espessura e o vão dos elementos que compõem as estruturas, as condições de apoio, a posição da carga e no caso específico da madeira, as propriedades anisotrópicas e ortotrópicas do material (Monteiro, 2015).



De acordo com o estudo paramétrico realizado por Thomas (Thomas, 2003), onde pretendia determinar modelos de avaliação de distribuição de cargas concentradas em juntas de pavimentos de madeira foi possível perceber que a posição da carga afetou a largura de distribuição da mesma. Tendo verificado que quando a carga foi colocada longe da viga, a largura de distribuição aumentou devido à dispersão da carga na laje, atingindo um valor máximo quando a carga foi aplicada a meio do pavimento entre as vigas. Este autor desenvolveu também uma equação de aplicação simples para a determinação da largura de distribuição de acordo com determinadas condições, nomeadamente para modelos simplesmente apoiados (Monteiro, 2015). A largura de distribuição diz respeito à largura em que ocorre a distribuição de carga.

Relativamente a estruturas mistas de madeira-betão, como já se referiu, existem três trabalhos desenvolvidos sobre o assunto. Estes foram desenvolvidos por Etournaud (Etournaud, 1998), por Moraes (Moraes, 2007), e por Monteiro (Monteiro, 2015). O trabalho desenvolvido por Etournaud (Etournaud, 1998) consistiu no “estudo de tabuleiros de madeira-betão ligados por entalhes ancorados por meio de cavilhas coladas”. Este trabalho tinha como principal objetivo avaliar o nível de ação mista existente na seção transversal dos pavimentos sujeitos a cargas concentradas, bem como a eficiência da distribuição de carga. Para tal, este efetuou vários ensaios experimentais, nomeadamente dois para pontes com diferentes geometrias e com/sem aplicação da camada de betão de forma a perceber a influência da sua existência na distribuição de carga. As cargas foram posicionadas em sítios diferentes e os tabuleiros foram levados à rotura no caso dos pavimentos mistos. No caso de pavimentos de madeira, estes foram avaliados no intervalo elástico. Foram analisados os deslocamentos verticais e o deslizamento entre os dois materiais. Tendo concluído que a posição da carga afeta o fator de redução de deformação, obtido entre as deformações detetadas nos tabuleiros de madeira e os tabuleiros mistos (Monteiro, 2015).

O trabalho realizado por Moraes (Moraes, 2007) consistiu no estudo da distribuição transversal de cargas de pontes mistas madeira-betão, compostas por vigas de madeira treliçadas e por uma laje de betão. Para a realização deste estudo, Moraes utilizou um método analítico, o método de Engesser-Courbon e Leonhardt que não considera a rigidez à torção das vigas, assumiu ainda por simplicidade, que as vigas secundárias eram simplesmente apoiadas e que se comportavam como barras rígidas após a deformação. De salientar que este método foi desenvolvido para estruturas de betão, no entanto, segundo o mesmo autor, pode se estender o seu uso ao caso de estudo. Deste estudo verificou-se que a rigidez transversal dos pavimentos foi conseguida pela laje de betão e pelo espaçamento entre as vigas longitudinais. Tendo o autor concluído que quando a carga é aplicada junto à extremidade da ponte, o método escolhido apresenta bons

resultados mostrando-se contudo um pouco conservador no que diz respeito aos deslocamentos transversais (Monteiro, 2015).

O trabalho realizado por Monteiro consistiu no estudo da distribuição de cargas concentradas em lajes mistas madeira-betão quando estão sujeitas a cargas pontuais ou lineares. Os pavimentos em estudo eram compostos por vigas de madeira lamelada colada e por uma laje de betão, ligados entre si através de ligadores metálicos. De modo a caracterizar o comportamento destas estruturas, Monteiro realizou um trabalho numérico em conjunto com ensaios experimentais, um modelo analítico e um estudo paramétrico. Os diferentes modelos permitiram a comparação de resultados entre si e, conseqüentemente, obter um modelo numérico válido, possível de ser utilizado noutras investigações. A investigação começou pela realização de um estudo preliminar, para identificar os parâmetros que mais afetam a distribuição de cargas e o comportamento mecânico destes pavimentos. Foram estudados parâmetros como: tipos e espessuras de betão, comprimentos de vão, entre outros. Em relação ao carregamento, todos os modelos foram sujeitos a cargas pontuais aplicadas a  $\frac{1}{2}$  vão e  $\frac{1}{4}$  de vão de cada viga e a cargas lineares ao longo do eixo longitudinal de cada viga. A análise dos modelos desenvolvidos foi executada em termos de reações de apoio, deslocamentos verticais e momento fletores a meio vão (Monteiro, 2015).

É importante referir que esta investigação, para além de ter como principal objetivo a caracterização da distribuição transversal de cargas também tem uma forte preocupação com a economia que se pode obter ao efetuar um projeto, tendo em conta uma boa avaliação da distribuição de carga. Assim, foi desenvolvida, uma equação simples e capaz de prever a distribuição de carga neste tipo de pavimentos. A equação foi desenvolvida para prever a percentagem de carga associada com uma viga específica na fase de conceção, e foi determinada tendo em conta os parâmetros que mais afetam a distribuição de cargas. Esta expressão tem em conta o comprimento do vão, a localização da viga e a espessura da laje de betão. Monteiro escolheu a equação polinomial, indicada na expressão (5), onde  $cf_i$  é o coeficiente de quantidade;  $P_r$  é o polinómio que define a percentagem de carga recebida por cada viga;  $L$  é o comprimento do vão;  $b_l$  é a localização da viga e  $h$  é a espessura do betão. De salientar que os coeficientes de quantidade,  $cf_i$  se refere a  $cf_{bm}$  para momento fletor longitudinal, a  $cf_{vd}$  para deslocamentos verticais e  $cf_{sr}$  para reações de apoio, os seus valores estão disponíveis na tabela 5.18 do trabalho referido (Monteiro, 2015).

$$cf_i \cdot P_r = cf_i \cdot (0.90 - 0.05 \cdot L - 0.472 \cdot b_l - 4.969 \cdot h + 0.002 \cdot L^2 + 0.299 \cdot b_l^2 + 15.805h^2) \quad (5)$$

Esta equação mostrou-se capaz de prever de forma adequada a distribuição transversal das reações de apoio, de deslocamentos verticais e momentos fletores na secção de aplicação da carga. Torna-se assim uma ferramenta muito útil para aplicar em projeto, que pode levar a um dimensionamento mais eficiente e por sua vez mais económico pela consequente otimização das secções transversais.

De seguida apresentam-se as principais conclusões da investigação realizada por Monteiro, esta concluiu que a distribuição transversal de cargas em estruturas mistas sujeitas a cargas concentradas pode ser significativa. Em termos de percentagens de reações de apoio, esta verificou que para os pavimentos de tipologia quadrada com 4.00m a distribuição variou entre 16% na viga de extremidade quando a carga estava a  $\frac{1}{4}$  de vão e 63% na viga central quando esta estava carregada a  $\frac{1}{2}$  vão. Concluindo que independentemente de se estudar as reações de apoio, deslocamentos verticais ou momentos fletores ou do tipo de análise, a viga carregada apresentou maior percentagem das quantidades referidas (Monteiro, 2015).

Os ensaios experimentais para todos os casos de carga referidos mostraram um comportamento semelhante. Verificou-se que o tipo de carregamento foi um dos parâmetros com maior influência no comportamento das lajes mistas. Para estes modelos verificou-se que quando a carga estava aplicada a  $\frac{1}{2}$  vão de uma viga de extremidade, pelo menos de 19% da carga aplicada acima dessa viga foi redistribuída pelas vigas adjacentes. Esta percentagem aumentou conforme a carga foi aplicada na viga próxima do centro da laje. Quando a carga foi aplicada a  $\frac{1}{2}$  vão da viga central observou-se que era necessário redistribuir pelas vigas adjacentes mais de 60% da carga, e deste modo, percebeu-se que a carga recebida pela viga imediatamente abaixo é inferior a 40%. Revelando que a posição da viga carregada é também um parâmetro com grande influência na distribuição de carga. No caso da carga aplicada a  $\frac{1}{4}$  vão detetou-se uma aptidão para a viga carregada suportar uma percentagem de carga superior do que no caso da carga a  $\frac{1}{2}$  vão. Naturalmente, a distribuição de carga exibiu uma maior eficácia quando a carga foi aplicada afastada dos apoios (Monteiro, 2015).

Com a alteração de alguns parâmetros como o tipo e espessura de betão e o comprimento do vão, os modelos revelaram que a rigidez de flexão estrutural afeta a distribuição de cargas. Com a alteração do comprimento de vão verificou-se para as lajes de menor dimensão ( $L=2.00\text{m}$ ) uma concentração maior na distribuição de cargas, em oposição às lajes de maior dimensão ( $L=6.00\text{m}$ ), em que se observou uma distribuição da carga maior. Em termos de percentagens, as lajes de menor vão apresentaram valores de distribuição de carga entre 4% para a viga de extremidade carregada com carga linear e 27% para a viga central carregada a  $\frac{1}{2}$  vão. As lajes de maior vão apresentaram valores de distribuição de carga entre 15% para a viga de extremidade carregada com carga linear e 66% para a viga central carregada a  $\frac{1}{2}$  vão. Monteiro

alterou o tipo e espessura da laje de betão em modelos distintos, e verificou um comportamento semelhante ao já apresentado em ambos. Estes apresentaram uma diminuição das percentagens, e resultados próximos para os dois modelos, especificamente, 5% para a viga de extremidade carregada com a carga linear e 54% para a viga central carregada a  $\frac{1}{2}$  vão. Da alteração dos vários parâmetros nos modelos experimentais foi possível verificar que a carga pontual a meio vão afeta mais a distribuição transversal de cargas (Monteiro, 2015).

Uma vez que existe uma relação direta entre o carregamento e os deslocamentos verticais, neste estudo foi possível verificar que, a viga carregada, independentemente do tipo de carga, apresentou maior percentagem de deslocamento, diminuindo nas vigas que se encontravam afastadas desta. No caso da carga pontual a  $\frac{1}{2}$  vão e da carga linear aplicadas da estrutura, o valor dos deslocamentos verticais foram superiores a  $\frac{1}{2}$  vão do que a  $\frac{1}{4}$  vão. Já no caso da carga pontual estar aplicada a  $\frac{1}{4}$  do vão os valores de deslocamentos a  $\frac{1}{2}$  e a  $\frac{1}{4}$  do vão são bastante próximos. Para o caso das vigas carregadas a  $\frac{1}{4}$  do vão, o deslocamento imediatamente abaixo da carga tende a ser maior do que o de  $\frac{1}{2}$  vão. A “distribuição de deslocamento” mostrou que o uso de betão leve e a diminuição da espessura da camada de betão afeta a distribuição de deslocamento, sendo esta menor, e este ocorre essencialmente na viga carregada e na sua vizinhança. Verificou-se o mesmo para o caso da laje de menor vão (Monteiro, 2015).

Relativamente aos modelos numéricos os materiais foram considerados com comportamento elástico e isotrópico, garantindo que esta simplificação não afeta os resultados destes modelos no estudo do comportamento dos pavimentos mistos. Os resultados obtidos para os modelos numéricos não foram muito diferentes dos obtidos para os modelos experimentais, sendo a sua diferença máxima inferior 10%, o que comprova a validade do modelo numérico desenvolvido para prever a distribuição de carga (Monteiro, 2015).

Para além do exposto, também foi realizado um estudo paramétrico com base no modelo numérico através da alteração de vários parâmetros para caracterizar melhor a distribuição transversal de cargas. Deste estudo paramétrico Monteiro, mostrou que parâmetros como o vão, o tipo e a espessura da laje de betão, as condições de apoio e o uso de uma camada intermédia de CLT sobre a camada de betão em vez das vigas de madeira afetaram a distribuição transversal. Verificou que o vão e a espessura da laje de betão foram os que mais afetaram a distribuição transversal de carga (Monteiro, 2015).

Também neste estudo foi investigado o efeito de sobredimensionamento das secções transversais das vigas de madeira. Este mostrou que o uso de secções transversais de grandes dimensões foram prejudiciais devido à sua tendência para concentrar uma percentagem de carga maior ao longo da viga sujeita à carga. O que leva a autora do estudo a dizer que este tipo de

situações deveram ser evitadas, pois além de tornar o projeto/estrutura economicamente inviável levaram a que a carga afete essencialmente a viga carregada quando se pode tirar partido da existência das restantes.

Por último, o conceito de *system effect* que está associado com o facto de, em pavimentos constituídos por vigas com rigidez diferentes, ser possível relacionar a rigidez com a resistência de cada viga quando sujeitas a cargas concentradas. Uma vez que as vigas com maior rigidez, por norma são mais resistentes, e conseqüentemente, mais suscetíveis de receber maior percentagem de carga do que as mais flexíveis (Monteiro, 2015). O sistema de distribuição de carga permite reduzir a deformação, e distribuir as cargas de forma eficiente, quando se compara com uma estrutura que não possui um sistema de distribuição de cargas. Este conceito é tratado da mesma forma diferente pelo investigador e pelas normas. As normas consideram uma aproximação através de uma simplificação, que consiste no aumento do desempenho dos elementos por meio de um fator. Este fator tanto é denominado como fator de resistência do sistema, fator de sistema, fator de partilha de carga e fator de membro repetitivo, depende de vários parâmetros, tais como a rigidez do sistema de distribuição de carga e os elementos de suporte, o módulo de elasticidade último e sua relação com a resistência à flexão (Blass, 1995).

Tal como para a largura efetiva e para a distribuição de cargas concentradas, também para o *system effect* existem investigações sobre pavimentos mistos madeira-betão. Um desses trabalhos foi realizado por Linden e teve como principal objetivo o fator de repartição de carga (Linden, 1999). Este autor definiu o fator de repartição de carga como a “razão entre a resistência característica do sistema com a resistência característica de um único elemento do sistema, em relação a uma carga uniformemente distribuída” (Monteiro, 2015). Linden na sua investigação efetuou um estudo paramétrico que lhe permitiu perceber que houve parâmetros que afetaram de forma significativa o fator de repartição de carga e outros que não tiveram qualquer influência. Parâmetros como a variação do coeficiente do módulo de elasticidade e a correlação entre o módulo de elasticidade e a resistência à flexão não afetaram o fator de repartição de carga. Já parâmetros como o número e o comprimento do vão dos elementos de madeira, o coeficiente de variação da resistência à flexão, influenciaram a distribuição de carga. Em relação à ligação, quando se tratou de uma ligação com rigidez habitual não se verificou grande influência, mas quando se trataram de ligações rígidas a partilha de carga aumentou cerca de 20% em condições específicas (Monteiro, 2015).

Outro trabalho foi realizado pela Simon (Simon, 2008), o trabalho abordou o comportamento de pontes mistas de madeira-betão. A investigação desenvolvida foi direcionada para a definição de procedimentos de projeto, a determinação de valores característicos para a conceção destas estruturas, e também analisou a distribuição de carga transversal. Neste

trabalho, Simon considerou que a distribuição de carga transversal depende de alguns parâmetros, como a geometria do vão, o espaçamento entre as vigas e as propriedades dos materiais, nomeadamente a relação entre a rigidez à torção global e a rigidez à flexão. Deste estudo, Simon, concluiu que quando se mantém constante a geometria, a carga é distribuída uniformemente, a rigidez à torção das vigas principais aumenta e a sua rigidez de flexão diminui. A autora verificou que as condições geométricas provocam um aumento da rigidez à torção, diminuição das deformações na secção transversal e, por sua vez melhor distribuição da carga. Esta ainda comparou a distribuição de carga transversal de uma secção mista de madeira-betão com uma secção de betão em função do vão e da rigidez da secção transversal. A secção transversal de betão apresentou melhor distribuição de carga do que a secção transversal mista, devido à maior rigidez à torção da secção de betão. Também verificou que, a distribuição das cargas pelas vigas principais é mais uniforme nas vigas de maior vão, uma vez que estas sofrem maiores deformações, já para as vigas vão menor a distribuição transversal de carga pouco significativa. Para a determinação da rigidez global à flexão, foi considerada a maior rigidez do elemento misto por ser a situação de projeto mais desfavorável, e desprezou-se a rigidez à torção, o que provocou uma diminuição da distribuição transversal de carga com o aumento da rigidez do elemento misto (Monteiro, 2015).

## 4. MODELO NUMÉRICO

### 4.1. Introdução

Como se referiu anteriormente, esta dissertação tem como principal objetivo analisar a influência que determinados parâmetros têm na repartição transversal de carga em lajes mistas madeira-betão sujeitas a cargas concentradas. O presente trabalho pretende ser uma continuação da análise paramétrica desenvolvida na investigação realizada por Monteiro, intitulada “Load distribution on timber-concrete composite floors”. Sendo este um assunto ainda pouco estudado, é necessário continuar a desenvolver estudos que nos permitam definir/conhecer da melhor forma o comportamento deste tipo de estruturas, bem como desenvolver metodologias de cálculo adequadas para estruturas do tipo lajes mistas madeira-betão.

O trabalho desenvolvido por Monteiro consistiu no desenvolvimento de ensaios experimentais que serviram de validação aos modelos numéricos. Para o desenvolvimento dos modelos numéricos recorreu à modelação por Elementos Finitos, capazes de representar o comportamento mecânico das lajes mistas madeira-betão quando submetidas a determinados carregamentos. Os resultados experimentais e numéricos foram comparados entre si, o que permitiu obter um modelo numérico válido. Contudo, para analisar a validade dos modelos numéricos em simultâneo com os ensaios experimentais foi também considerado um modelo analítico como elemento adicional de comparação. Monteiro realizou ainda uma análise preliminar experimental baseando-se para isso em dois conjuntos de ensaios experimentais que permitiram confirmar a validade dos resultados obtidos com a validação do modelo numérico. A validação deste modelo numérico permitiu definir uma análise preliminar numérica, com o objetivo de estabelecer os parâmetros que poderiam afetar o comportamento mecânico das lajes submetidas às cargas em estudo (Monteiro, 2015).

Monteiro (Monteiro, 2015) desenvolveu vários modelos numéricos utilizando diferentes tipos de elementos finitos, designadamente três modelos numéricos com o recurso a dois softwares comerciais de elementos finitos diferentes. Dois dos quais desenvolvidos com o software *SAP2000* (CSI, 2013) onde definiu um modelo composto por uma estrutura em Grelha e um segundo modelo constituído por elementos viga e casca. O terceiro modelo foi desenvolvido no software *AbaqusCAE* (Simulea, 2011) onde utilizou elementos sólidos.

A comparação dos modelos numéricos com os modelos experimentais e o modelo analítico foi realizada em termos de reações de apoio, deslocamentos verticais e momento fletor a meio vão

das vigas de madeira. Esta análise realizada por Monteiro permitiu-lhe concluir que o modelo numérico apresenta resultados mais próximos do comportamento mecânico real das lajes mistas testadas experimentalmente, este é o segundo modelo desenvolvido no *SAP2000*, ou seja, o modelo de *Frame+Shell* (Monteiro, 2015).

O modelo de *Frame+Shell* quando comparado com modelo composto por elementos sólidos apresentou resultados mais próximos dos resultados experimentais, assim como em termos de aplicação é mais simples e requer menos consumo de tempo. Este quando comparado com o modelo composto por uma estrutura em grelha simula o comportamento da laje de forma mais eficiente, especialmente porque a interação entre os dois elementos estruturais é importante (Monteiro, 2015).

É portanto, com base neste modelo que a presente dissertação é desenvolvida. Nas subsecções seguintes apresentam-se o modelo numérico base desenvolvido por Monteiro, bem como os modelos numéricos desenvolvidos que apoiam o estudo paramétrico a desenvolver, sendo este o principal foco da dissertação. Estes modelos foram realizados dada a impossibilidade de realizar campanhas experimentais exaustivas.

## 4.2. Modelo Base

De acordo com (Oliveira, 2002), os modelos numéricos, para além de preverem o comportamento de lajes de ensaio, também permitem o estudo dos efeitos que um grande número de parâmetros pode ter sobre o seu comportamento.

De acordo com a investigação de Monteiro (Monteiro, 2015), para a elaboração do modelo base, foram tidas em conta as características reais de pavimentos de madeira-betão, nomeadamente materiais, geometria, condições de apoio, e também as condições de carregamento. No seu trabalho foram analisados os seguintes parâmetros:

- Largura e extensão;
- Alturas relativas dos elementos resistentes, laje de betão e as vigas de madeira, e suas propriedades mecânicas;
- Ligação entre vigas de madeira e laje de betão: a rigidez e comportamento mecânico;
- Existência da camada intermédia (pré-existente tábuas de madeira);
- Tipo de carga e localização; e
- Condições de apoio.



O conjunto de parâmetros foi escolhido de forma a perceber a influência que estes podem ter no comportamento das lajes mistas madeira-betão, bem como na distribuição transversal de cargas quando sujeitas a ação de cargas concentradas. Após análise deste conjunto de parâmetros em função dos sistemas de pavimentos normalmente utilizados e as cargas que neles atuam, foi definido um conjunto de parâmetros a estudar, assim como o modelo base. Foi com este modelo que todos os modelos estudados por Monteiro foram comparados, assim como os modelos desenvolvidos neste trabalho.

O modelo base considerado por Monteiro (Monteiro, 2015) foi um pavimento misto madeira-betão quadrado e simplesmente apoiado, composto por sete vigas e uma laje de betão com as seguintes características geométricas (Figura 4.1):

- Vão de 4.00m,
- Camada intermédia de madeira com uma espessura de 0.02m,
- Camada de betão com uma espessura de 0.07m,
- Vigas de secção retangular de 0.10 x 0.20 m,
- Espaçamento entre vigas de 0.60m.

Relativamente às propriedades dos materiais utilizados, foi considerado betão regular C25/30 segundo o EC2 (NP EN 1992-1-1, 2010) e madeira softwood C24 segundo a (EN 338, 2003), em relação aos ligadores foram considerados com uma rigidez de 12000kN/m, optou-se por este valor por se tratar de um valor médio, utilizado em ligações correntes.

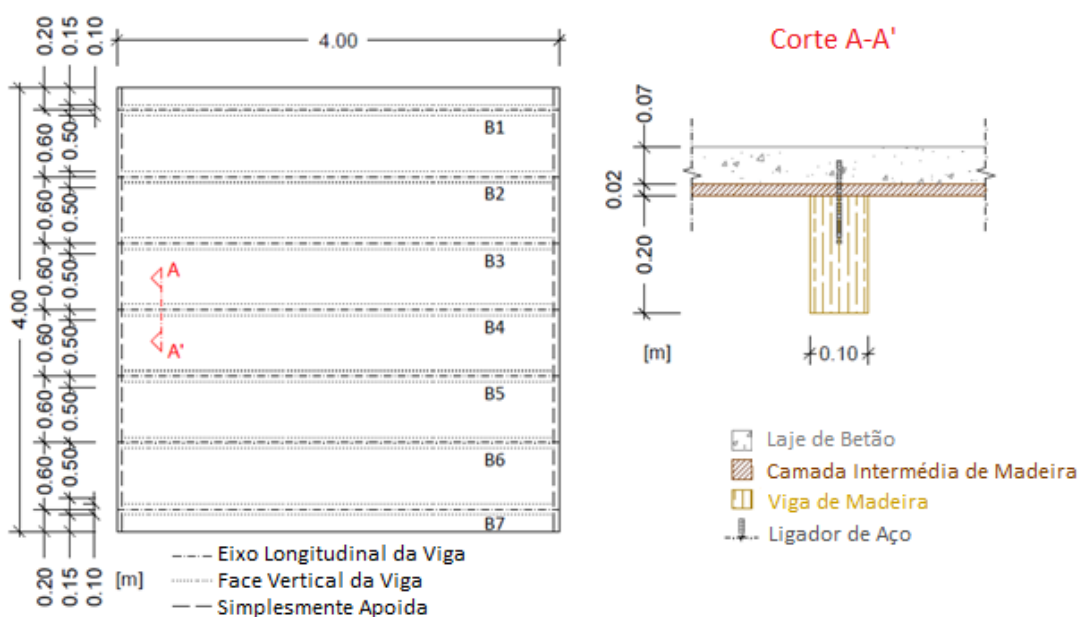


Figura 4.1- Planta e Corte do Modelo Base: Características Geométricas (ad.Monteiro, 2015)

Relativamente à realização do modelo base no software de análise de estruturas, foi necessário ter em conta alguns aspetos de funcionamento deste. Segundo o Manual do *SAP2000* (CSI, 2013) os elementos *Frame* são utilizados para modelar elementos de estruturas como pilares ou vigas, e em termos de análise usam uma “formulação tridimensional que inclui os efeitos de flexão biaxial, de torção, a deformação axial e as deformações de corte biaxiais” (Monteiro, 2015). Estes elementos são definidos como uma linha reta com nós nas suas extremidades, considerando seis graus de liberdade em cada extremidade. As vigas de madeira foram modeladas como elemento *Frame* do tipo prismático. A laje de betão foi modelada com o recurso a elementos *Shell*, conforme o Manual do *SAP2000* (CSI, 2013) estes elementos são elementos utilizados para modelar estruturas planas ou tridimensionais com comportamento de casca, membrana ou placa. São normalmente utilizados para modelar elementos estruturais como pavimentos e paredes. O comportamento completo dos elementos *Shell* combina o comportamento do elemento casca com placa, isto é, o elemento pode desenvolver forças internas e momentos. Neste caso, optou-se por considerar o tipo de comportamento de casca com espessura homogénea. Estes elementos são objetos de área que possuem seis graus de liberdade em cada articulação (translações e rotações). Relativamente à análise, “a sua formulação numérica pode ser uma formulação de três ou de quatro nós, com tensões, momentos e forças internas avaliados em 2 por 2 pontos de integração de Gauss e extrapolado para os nós dos elementos” (Monteiro, 2015).

De forma simplificada, considerou-se que os materiais têm um comportamento material linear e isotrópico. Segundo Monteiro, assumir que o comportamento material das vigas de madeira é isotrópico foi aceitável porque estas estão sujeitas essencialmente a esforço segundo a direção longitudinal das fibras. Em relação ao betão, uma vez que a espessura da laje de betão foi reduzida quando comparada com o vão, a deformação de corte transversal pode ser desprezada. Para a efetuar a ligação entre as vigas de madeira e a laje de betão (elementos *Frame* e elementos *Shell*), foi considerado um ligador com comportamento elástico linear, e modelado com o elemento do tipo *Link*. Os ligadores foram distribuídos ao longo dos elementos distanciados entre si de 0.10m fazendo a ligação entre um ponto da laje de betão com um ponto da viga de madeira. O comportamento do ligador foi definido de acordo com os deslocamentos translacionais e rotacionais. Para tal, considerou-se que as rotações possuíam um comportamento rígido e que as translações tinham um comportamento elástico linear (Monteiro, 2015).

De forma a retratar as condições de apoio de uma laje real foi considerado que o modelo base se encontra simplesmente apoiado. Relativamente à malha de elementos finitos, foi considerada uma malha constituída por elementos quadrados com dimensão 0.10x0.10m, Figura 4.2 (Monteiro, 2015).

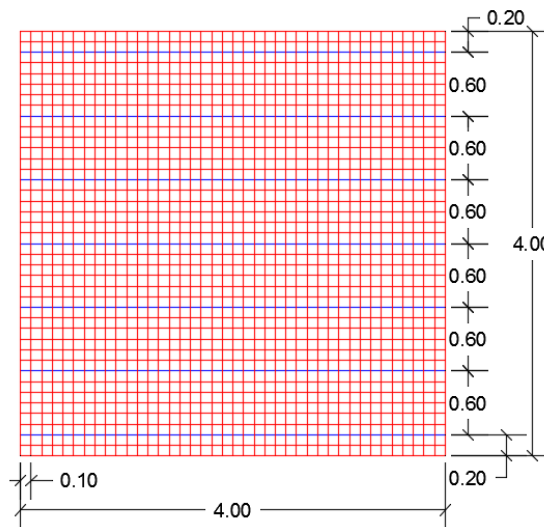


Figura 4.2 – Malha de Elementos Finitos do Modelo Base

A estrutura foi sujeita a cargas pontuais atuando na superfície da laje de betão. Na Figura 4.3 é possível visualizar o resultado final do modelo base desenvolvido no software *SAP2000*.

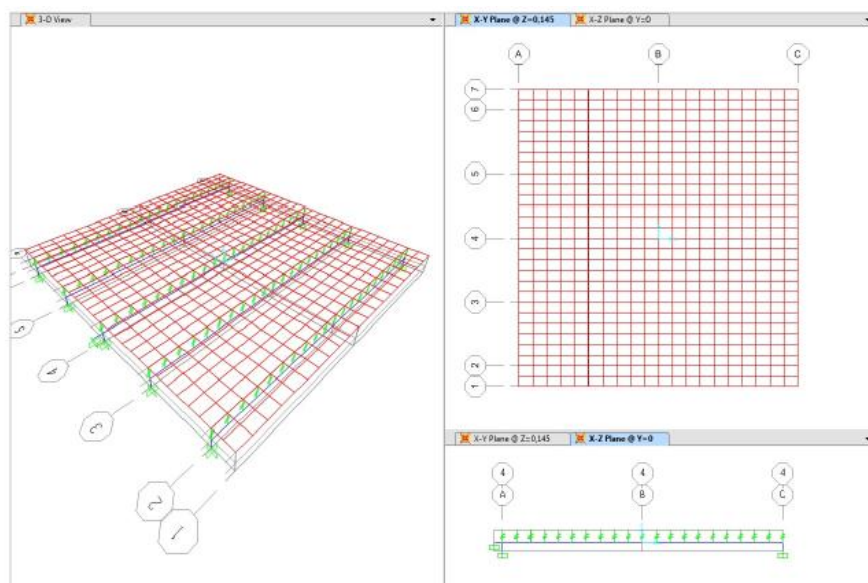


Figura 4.3 – Modelo Base – Software *SAP2000* (Monteiro, 2015)

Após a definição do conjunto de parâmetros que podem afetar o comportamento da laje mista madeira-betão e do modelo base, Monteiro realizou, um estudo numérico preliminar com o objetivo de encontrar os parâmetros que têm maior influência na distribuição de carga transversal na estrutura em estudo. Este estudo foi conseguido através de uma análise comparativa de resultados entre o modelo base e os restantes modelos. Os restantes modelos

foram obtidos a partir do modelo base com alteração de apenas um parâmetro dos já referidos anteriormente.

Para a realização da análise comparativa de resultados foram verificados os valores do deslocamento vertical a meio vão de cada viga em relação à soma dos deslocamentos de todas as vigas, as reações de apoio de cada viga em relação à soma da totalidade das reações de apoio, e o momento fletor na direção longitudinal da seção transversal a meio vão de cada viga em relação à soma dos momentos fletores de todas as vigas (Monteiro, 2015).

Da análise dos resultados obtidos por Monteiro e da análise comparativa, verificou-se que alguns dos parâmetros considerados têm influência no comportamento das lajes mistas madeira-betão em estudo. Esta análise foi feita individualmente para as reações de apoio, deslocamento vertical e momento fletor, para as cargas concentradas aplicada em cada viga considerando sempre a viga que está sujeita à carga.

Do estudo preliminar, Monteiro concluiu que as condições de apoio são um parâmetro que têm uma grande influência na distribuição dos deslocamentos verticais, reações de apoio e momento fletor. A espessura da laje de betão também revela ser um parâmetro com influência, assim como as dimensões da laje e o tipo de betão, embora com menor importância. Com base no estudo preliminar efetuado, Monteiro definiu também o programa experimental necessário à realização dos modelos experimentais.

### **4.3. Modelos Desenvolvidos**

No presente trabalho pretende-se avaliar a influência das condições de apoio no comportamento das estruturas do tipo laje mistas madeira-betão, nomeadamente na repartição transversal de cargas. Para tal foi necessário desenvolver alguns modelos, estes foram obtidos a partir do modelo base. O desenvolvimento destes modelos tem como principal objetivo a realização da análise paramétrica, apresentada no Capítulo 5 deste documento. Estes foram obtidos pela alteração das condições de apoio e pela alteração do comprimento de vão da estrutura.

Como já se referiu, as condições de apoio das vigas do modelo base são simplesmente apoiadas, isto é, o modelo é apoiado em duas extremidades opostas. Contudo Monteiro estudou também um modelo com as mesmas características do modelo base, mas com alteração das condições de apoio, em que considerou que as vigas nas suas extremidades se encontram encastradas. Para além das condições de apoio mencionadas, foram considerados outras condições de apoio, que consistem em ter os modelos com todas as suas extremidades apoiadas ou encastradas, isto é,

quer as vigas quer os bordos/extremidades da laje estão apoiadas ou encastradas, com os apoios espaçados de 0.10m em 0.10m, o correspondente à dimensão da malha de elementos finitos. A Figura 4.4 ilustra um dos modelos realizado, nomeadamente o modelo de um vão com todas as extremidades encastradas, submodelo encastrado.

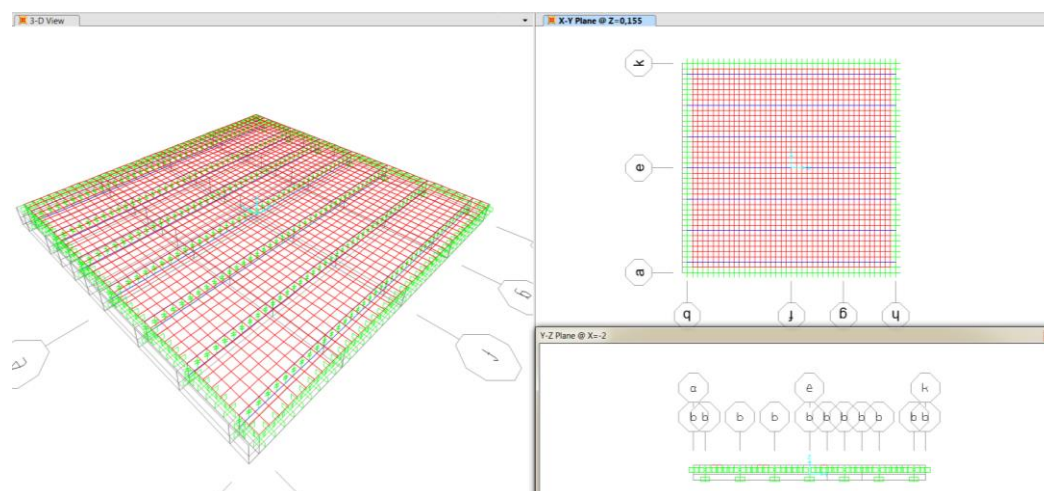


Figura 4.4 – Modelo de um vão encastrado – Software *SAP2000*

Para a realização da análise paramétrica consideram-se quatro submodelos de um vão, com um vão de 4.00m, cada submodelo é sujeito às condições de apoio referidas. São também desenvolvidos modelos em que as vigas são compostas por vãos contínuos. Consideram-se vãos contínuos compostos por dois vãos e por três vãos.

Relativamente aos modelos de vãos contínuos compostos por dois vãos, consideram-se três tipos de modelos diferentes, sujeitos às mesmas condições de apoio a que o modelo de um vão é sujeito, de forma a ser possível efetuar a análise paramétrica. Um dos modelos é constituído por dois vãos com as mesmas propriedades geométricas do modelo base, Figura 4.5. Os outros dois modelos são constituídos por um vão que mantém as características geométricas do modelo base, e por um segundo vão com comprimentos de vão diferentes, tomando valores de  $\frac{1}{2}$  e  $\frac{1}{4}$  do valor do primeiro vão. Na Figura 4.6 mostram-se as diferentes dimensões destes modelos. Os modelos tomam então o comprimento total de vão no valor de 8.00m, 6.00m e 5.00m respetivamente. De salientar que tratando-se de vigas contínuas, independentemente das condições de apoio de fronteira, o apoio central é sempre considerado um apoio simples.

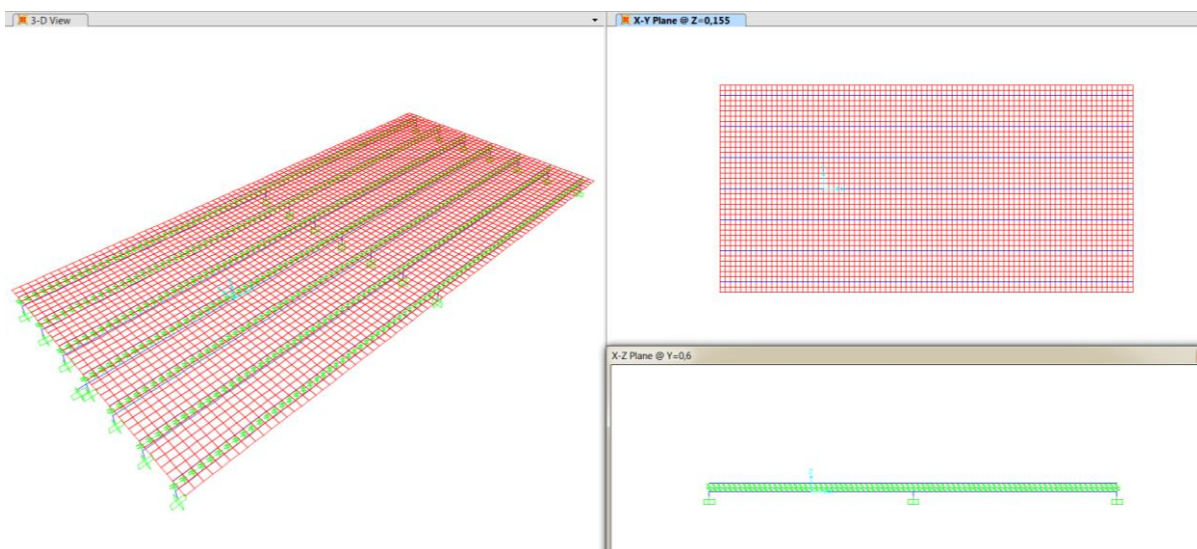


Figura 4.5 – Modelo de dois vãos iguais simplesmente apoiado - Software *SAP2000*

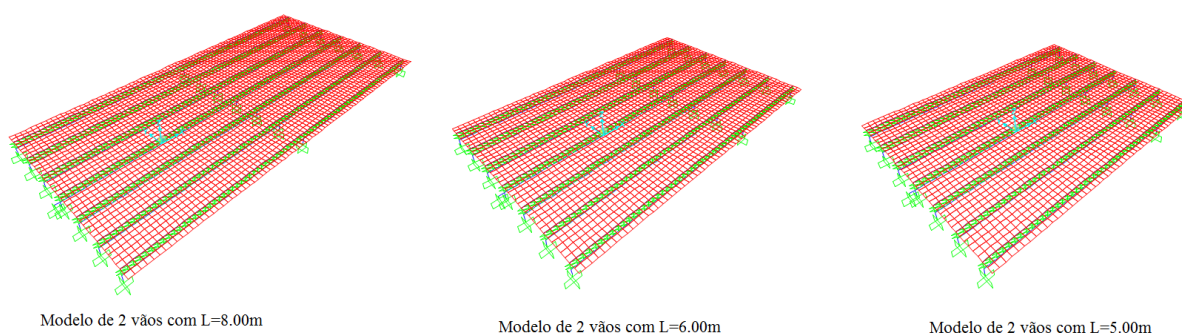


Figura 4.6 – Diferentes dimensões dos modelos de dois vãos contínuos

Relativamente aos modelos de três vãos contínuos, consideram-se três tipos de modelos diferentes, sujeitos às mesmas condições de apoio que o modelo de um vão e a que os contínuos de dois vãos são sujeitos, para permitir a análise paramétrica. Um dos modelos é constituído por três vãos com as mesmas propriedades geométricas do modelo base, Figura 4.7. Os outros dois modelos são constituídos por um vão central que mantém as características geométricas do modelo base, e pelos vãos laterais com comprimentos de vão diferentes, tomando valores de  $\frac{1}{2}$  e  $\frac{1}{4}$  do valor de vão do vão central. Na Figura 4.8 é possível ver as diferentes dimensões destes modelos. Os modelos ficam com comprimento total de vão de 12.00m, 8.00m e 6.00m respetivamente.

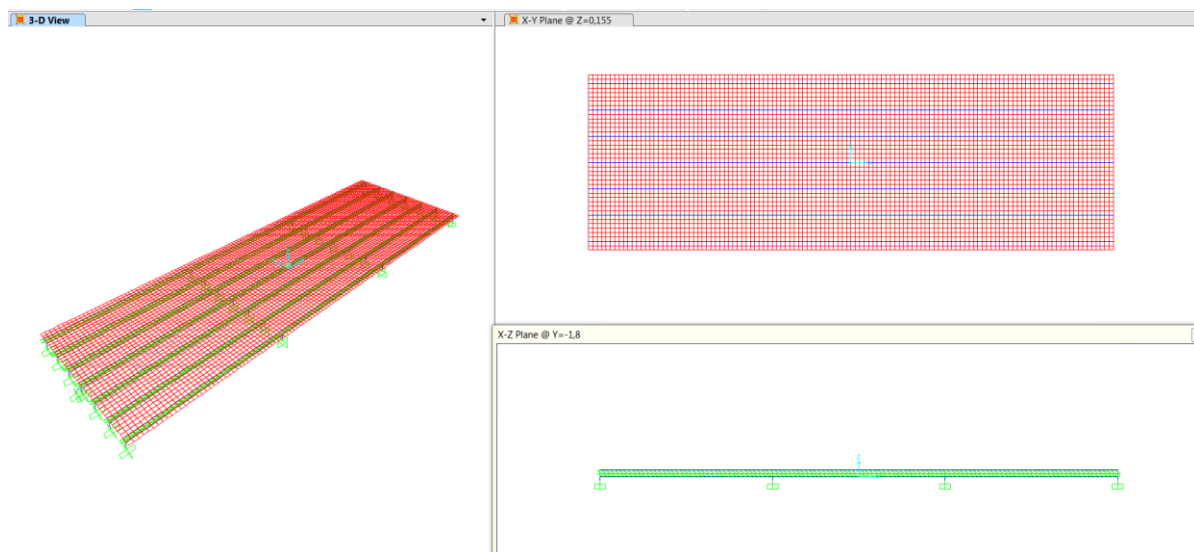


Figura 4.7 - Modelo de três vãos iguais simplesmente apoiado - Software *SAP2000*

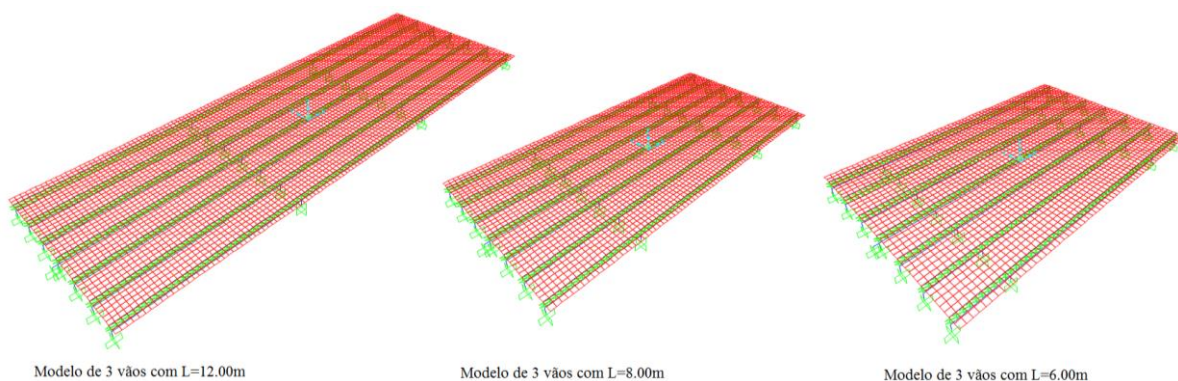


Figura 4.8 - Diferentes dimensões dos modelos de três vãos contínuos

Relativamente ao carregamento, todos os modelos são sujeitos a uma carga pontual com o valor de 9.0kN aplicada individualmente em cada viga. Segundo Monteiro (Monteiro, 2015) o valor da carga concentrada é ajustado de acordo com EC1 (NP EN 1991-1-1, 2009). Nos modelos de um vão esta é aplicada a meio vão das vigas, no modelo de dois vãos contínuo a carga é aplicada a meio vão do primeiro vão, e finalmente, no modelo de três vãos contínuo a carga pontual é aplicada a meio vão do vão central.

Na Figura 4.9 apresenta-se um esquema estrutural das vigas de madeira pertencentes à laje mista de modo a melhor ilustrar a posição de aplicação da carga bem como os modelos apresentados e estudados.

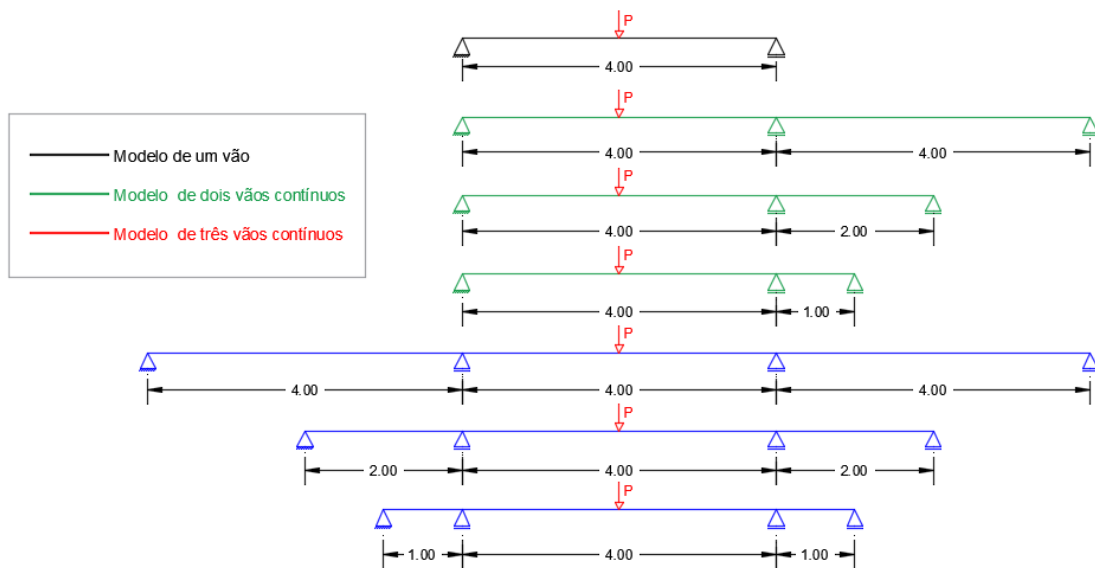


Figura 4.9 – Esquema estrutural das vigas do conjunto de modelos



## 5. ANÁLISE PARAMÉTRICA

### 5.1. Introdução

A análise paramétrica foi efetuada com base no modelo numérico já validado, estipulado na investigação realizada por Monteiro e nos modelos numéricos desenvolvidos, ambos expostos no Capítulo 4 deste documento. Esta tem como principal objetivo estudar o efeito que parâmetros como as condições de apoio e o comprimento de vão possam ter no comportamento de uma estrutura real quando esta é sujeita a cargas concentradas. Este tipo de análise é relevante em termos de dimensionamento, uma vez que uma boa análise da distribuição de cargas pelas vigas de madeira constituintes dos pavimentos mistos pode evitar que existam sobredimensionamentos ou subdimensionamentos, o que em termos de custos se pode refletir numa estrutura económica ou antieconómica (Monteiro, 2015).

### 5.2. Estudo Paramétrico

O estudo paramétrico possibilita a realização da análise comparativa dos resultados obtidos para os modelos desenvolvidos, permitindo assim perceber o comportamento das estruturas mistas madeira-betão quando sujeitas a cargas pontuais com diferentes condições de apoio e comprimentos de vão.

No subcapítulo 4.2 apresentou-se detalhadamente o modelo base, pelo que agora se indicam as suas características de forma resumida. Este modelo simula um pavimento misto de madeira-betão de forma quadrada com 4.00m de lado, como se ilustra na Figura 4.1, é constituído por uma laje de betão C25/30 com espessura de 0.07m e por um conjunto de sete vigas de madeira maciça C24 com um afastamento entre si de 0.60m com secção transversal retangular de dimensões 0.10x0.20m. Entre os dois elementos estruturais existe uma camada intermédia de madeira com a espessura de 0.02m. A laje de betão e as vigas de madeira são ligadas entre si por um conjunto de ligadores distanciados entre si de 0.10m. Os ligadores têm uma rigidez de ligação média de 12000kN/m. Em relação às condições de apoio, as vigas de madeira encontram-se simplesmente apoiadas nas duas extremidades. Relativamente ao carregamento, foi considerado um caso de carga, carga pontual, para além do peso próprio (Monteiro, 2015).

A Tabela 5.1 apresenta de forma sucinta a informação sobre os modelos desenvolvidos e analisados, indicando uma descrição das condições de apoio e do comprimento do vão, os

parâmetros analisados. Utiliza-se a descrição “Contínua - 2L” para os submodelos apoiados em duas extremidades e a descrição “Contínua - 4L” para os submodelos apoiados nas quatro extremidades da laje.

Tabela 5.1 – Modelos: Descrição

Modelo / L (m)	Descrição das condições de apoio (Submodelos)
Modelo de Um Vão ( $L=4m$ )	Simplemente Apoiado
	Apoiado
	Bi-encastado
	Encastado
Modelo de Dois Vãos Contínuos ( $L_1=L_2=4m; L=8m$ )	Contínua - 2L
	Contínua - 4L
	Bi-encastado
	Encastado
Modelo de Dois Vãos Contínuos ( $L_1=4m; L_2=2m; L=6m$ )	Contínua - 2L
	Contínua - 4L
	Bi-encastado
	Encastado
Modelo de Dois Vãos Contínuos ( $L_1=4m; L_2=1m; L=5m$ )	Contínua - 2L
	Contínua - 4L
	Bi-encastado
	Encastado
Modelo de Três Vãos Contínuos ( $L_1=L_2=L_3=4m; L=12m$ )	Contínua - 2L
	Contínua - 4L
	Bi-encastado
	Encastado
Modelo de Três Vãos Contínuos ( $L_1=L_3=2m; L_2=4m; L=8m$ )	Contínua - 2L
	Contínua - 4L
	Bi-encastado
	Encastado
Modelo de Três Vãos Contínuos ( $L_1=L_3=1m; L_2=4m; L=6m$ )	Contínua - 2L
	Contínua - 4L
	Bi-encastado
	Encastado

Os resultados são analisados com base nas reações de apoio ( $RA$ ) em cada viga, no deslocamento vertical ( $DV$ ) e o momento fletor longitudinal ( $M$ ) a meio vão de cada viga, isto para o modelo de um vão que serve de base à comparação de resultados com os modelos de vãos contínuos, compostos por dois e três vãos. Relativamente aos resultados retirados do

software de cálculo, para o modelo de dois vãos contínuos, os parâmetros  $DV$  e  $M$  foram retirados no primeiro vão das vigas contínuas. Em relação ao modelo de três vãos contínuos, os parâmetros referidos foram retirados no vão central das vigas contínuas. Note-se que os valores dos parâmetros foram retirados no ponto de aplicação da carga pontual, indicada na Figura 4.9.

Os resultados de cada um dos modelos foram comparados e analisados entre si e individualmente. Para realizar a análise dos resultados, optou-se por comparar cada uma das quantidades com a soma da mesma quantidade obtida para a totalidade das vigas, para o mesmo caso de carga. Isto é, o  $DV$  a meio vão foi comparado com a soma dos  $DV$  na mesma secção em todas as vigas, e de forma análoga se procedeu para as  $RA$  e para o  $M$ . Importa ainda referir que em relação às  $RA$  se apresenta para todos os modelos com os bordos da laje apoiados ou encastrados, o resultado da percentagem de  $RA$  que a extremidade da laje recebe. Esta percentagem foi determinada de forma diferente à indicada para as vigas, esta foi calculada a partir da comparação da soma de  $RA$  nos apoios da extremidade da laje com a carga pontual aplicada. Deste modo é possível perceber a percentagem de  $RA$  recebida pelos apoios no bordo da laje e a recebida pelos restantes apoios. Na Figura 5.1 representa-se metade do modelo de um vão encastrado, onde se identifica a extremidade da laje em análise (que será referida ao longo deste subcapítulo) e os restantes apoios na direção longitudinal.

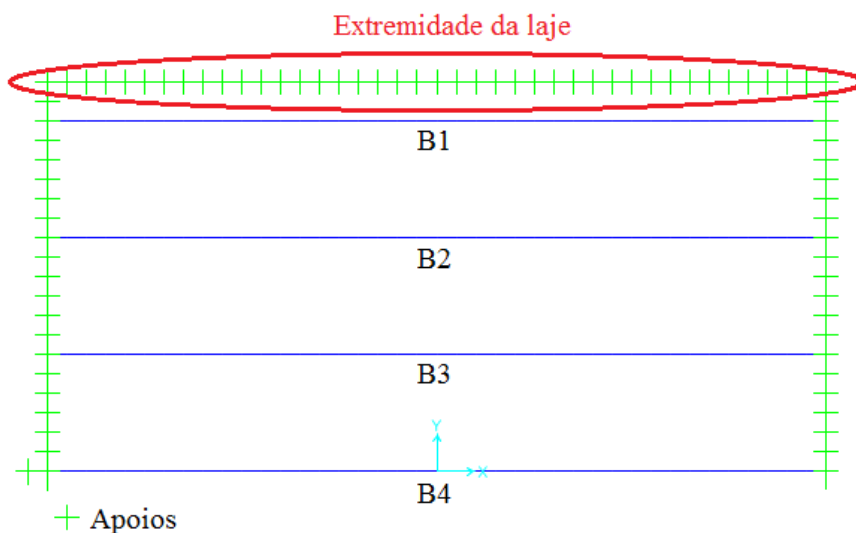


Figura 5.1 – Metade do modelo de um vão encastrado, identificação da extremidade da laje

De uma primeira análise foi possível verificar que o modelo base com alteração apenas das condições de apoio, e uma vez que a estrutura é geometricamente simétrica, os resultados obtidos para as  $RA$ , os  $DV$  e o  $M$  a meio vão de cada viga são simétricos em relação aos carregamentos aplicados. Ou seja, quando se aplica a carga na viga B1 obtêm-se resultados

iguais aos que se obtêm quando se aplica a carga na viga B7. O mesmo acontece entre as vigas B2 e B6, bem como entre as vigas B3 e B5. Por esta razão apenas se apresentam os resultados para metade da estrutura, quando as cargas pontuais estão aplicadas a meio vão das vigas B1, B2, B3 e B4. A localização das vigas referidas é visível na Figura 4.1 e na Figura 5.1. Verificou-se o mesmo padrão de comportamento para os modelos de vãos contínuos, pois as alterações efetuadas ao nível do comprimento do vão das estruturas não afetaram a simetria existente transversalmente.

Nas subseções seguintes, apresentam-se os resultados obtidos para cada modelo bem como a sua análise detalhada.

### **5.2.1. Modelo de um vão**

O modelo de um vão é composto por quatro submodelos, incluindo o modelo base, já exposto. Foram considerados três modelos de características geométricas iguais às do modelo base, modificando-se apenas as condições de apoio. As condições de apoio consideradas para além do modelo base foram as seguintes: Apoiado nas quatro extremidades; Bi-encastado (encastado em duas extremidades) e Encastado (todas as extremidades encastadas). De salientar que são estes os modelos que servem de base para a comparação de resultados com os modelos de vãos contínuos. A análise é realizada inicialmente comparando os modelos apoiados/encastados em duas extremidades e comparando os modelos apoiados/encastados em todas as extremidades separadamente, e posteriormente em simultâneo.

#### **Reações de apoio em cada viga**

De forma a auxiliar a compreensão da análise de resultados apresenta-se a representação gráfica da percentagem de  $RA$  que cada viga recebe quando a carga está aplicada a meio vão das vigas B1, B2, B3 e B4. Indicando-se também a percentagem de  $RA$  recebida pelos apoios da extremidade da laje quando a carga está aplicada a meio vão das vigas mencionadas nos submodelos apoiado e encastado. Nas próximas figuras é possível observar o efeito das condições de apoio na repartição transversal de cargas em estruturas mistas em termos de  $RA$ .

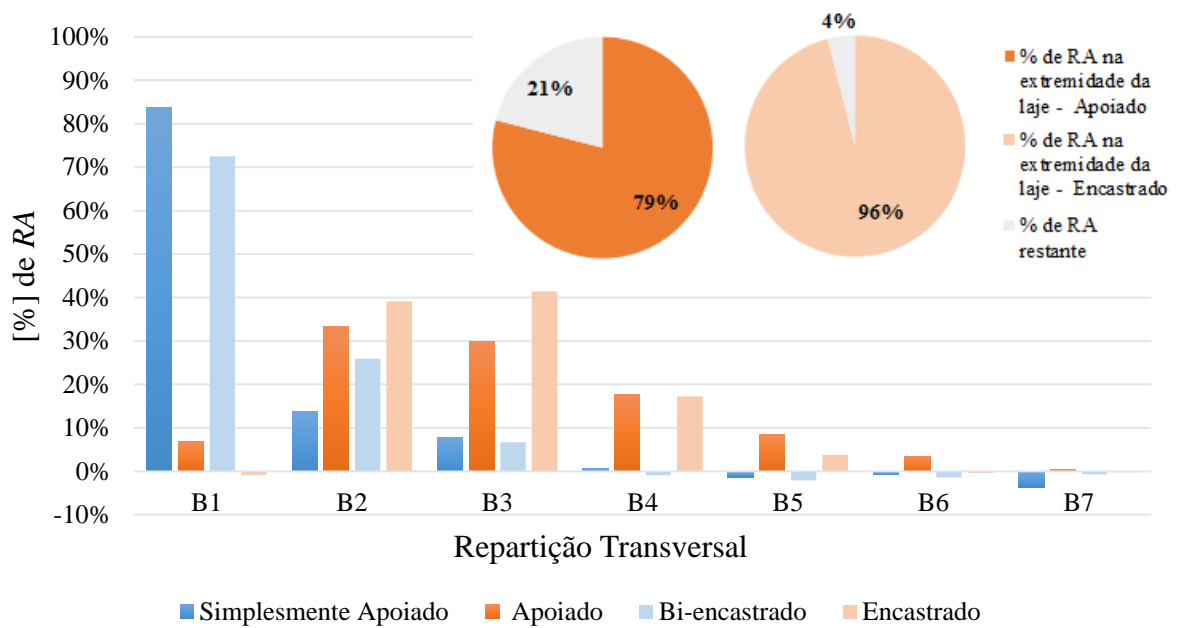


Figura 5.2 - RA em cada viga, quando a carga está aplicada a 1/2 vão da viga B1

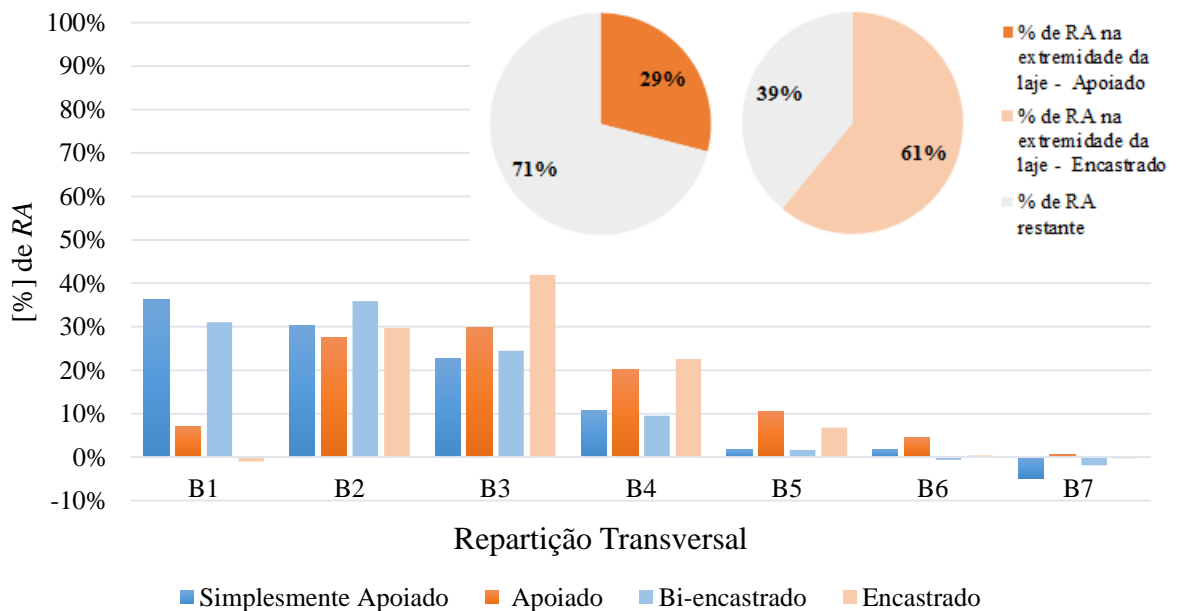


Figura 5.3 - RA em cada viga, quando a carga está aplicada a 1/2 vão da viga B2

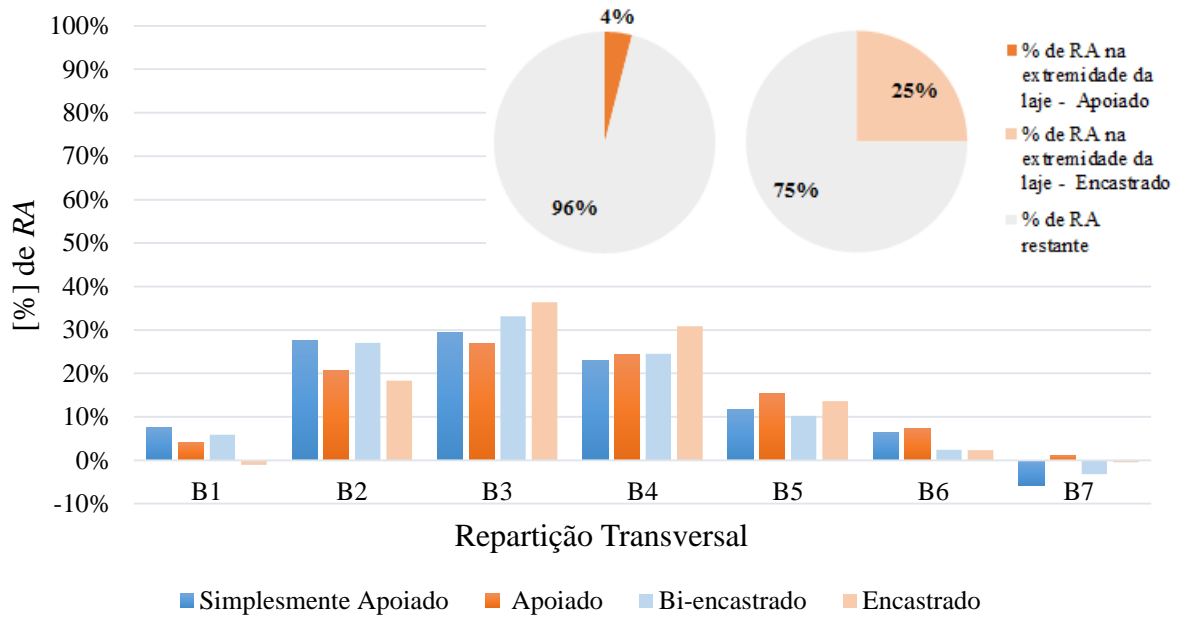


Figura 5.4 - RA em cada viga, quando a carga está aplicada a  $\frac{1}{2}$  vão da viga B3

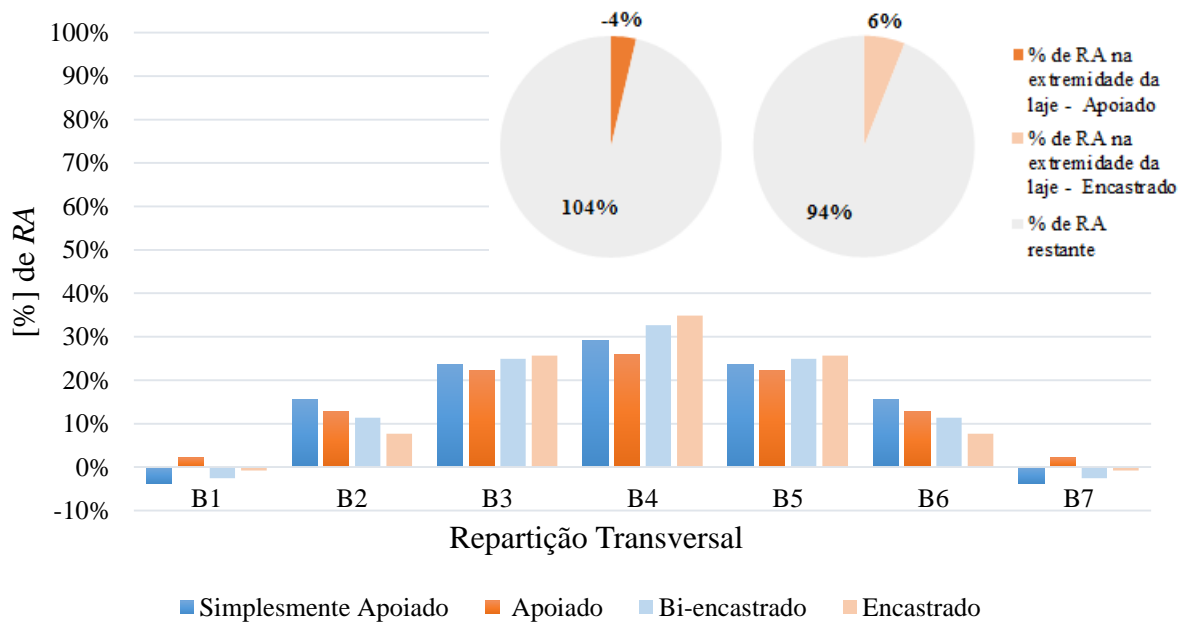


Figura 5.5 - RA em cada viga, quando a carga está aplicada a  $\frac{1}{2}$  vão da viga B4

Da observação das Figura 5.2, Figura 5.4 e Figura 5.5 referentes à percentagem de RA que cada viga recebe, é possível concluir que de forma geral, no caso dos submodelos simplesmente

apoiado e bi-encastado quando as cargas são aplicadas a meio vão da viga B1, B3 e B4, as vigas que recebem maior percentagem da carga sob a forma de *RA* são aquelas onde a carga pontual está aplicada. Nas Figura 5.4 e Figura 5.5 caso em que a carga é aplicada nas vigas B3 e B4, verifica-se ainda uma distribuição transversal de percentagem de *RA* relativamente uniforme para as vigas que se encontram junto às vigas carregadas. No caso da Figura 5.2 em que a viga carregada é a de extremidade, não se verifica uma distribuição de percentagem em termos de *RA* uniforme como se verifica nos casos referidos anteriormente.

Comparando o submodelo simplesmente apoiado com o submodelo bi-encastado quando a carga é aplicada a meio vão da viga B2, pela Figura 5.3 verifica-se que no submodelo simplesmente apoiado a maior percentagem de carga em termos de *RA* é recebida pela viga B1 ao passo que para o modelo bi-encastado a viga carregada (viga B2) é a que recebe maior percentagem de *RA*. Verifica-se ainda que, existe uma distribuição mais ou menos uniforme de percentagem de *RA* pelas vigas imediatamente adjacentes (viga B1 e B3).

Em relação aos submodelos apoiado e encastado, estes apresentam um comportamento análogo aos submodelos com condições de apoio em duas extremidades, nomeadamente quando a carga está aplicada a meio vão das vigas B3 e B4 (Figura 5.4 e Figura 5.5). Também é notável o caso excecional da Figura 5.3, caso em que a carga é aplicada a meio vão da viga B2, em que se verifica a repartição da carga em termos de percentagem de *RA* pelas vigas adjacentes a esta, mas neste caso a viga B3 é a que recebe maior percentagem de *RA* em ambos os modelos. Da análise da Figura 5.2 é perceptível que quando a carga é aplicada na viga de extremidade, ou seja, a meio vão da viga B1, esta viga recebe uma percentagem de *RA* muito inferior às restantes vigas nos submodelos apoiado e encastado. Verifica-se que a maior parte da carga aplicada é absorvida pelas *RA* das vigas B2, B3 e B4, e nas vigas B5, B6 e B7 a percentagem de *RA* é reduzida. Deste modo é possível perceber que quando se aplica a carga em vigas de extremidades, a maior parte da carga é recebida em termos de *RA* pelos apoios existentes na extremidade da laje que se encontra apoiada ou encastada, não existindo uma grande percentagem de *RA* na viga de extremidade que recebe a carga, como se comprova pelos gráficos circulares.

Do estudo das várias figuras é possível perceber que os submodelos que têm condições de apoio do tipo encastamento apresentam nos casos em que as cargas são aplicadas nas vigas B2, B3 e B4 percentagem de *RA* maiores do que os submodelos com condições de apoio do tipo apoio simples. No caso em que se aplica a carga na viga de extremidade verifica-se o inverso, são os submodelos simplesmente apoiado e apoiado que apresentam maiores percentagens. No entanto, esta verificação é válida apenas quando se analisa a viga sujeita à carga.

Em termos de percentagem, é de referir ainda que para o submodelo simplesmente apoiado quando se carrega a viga de extremidade (viga B1 ou B7) verifica-se que 84% da percentagem de *RA* é recebida por esta. Para o submodelo bi-encastado verifica-se uma percentagem de 72%. No caso dos submodelos apoiado e encastado verifica-se uma percentagem de 7% e -1% respetivamente recebida pela viga de extremidade, sendo que as vigas B2, B3 e B4 recebem entre 17% e 41%. Relativamente à percentagem negativa, referida para o submodelo encastado, esta deve-se ao facto de os apoios da laje receberem 96%, e 4% serem recebidos pelos restantes apoios e os apoios da viga B1 e B7 têm uma reação contrária às outras vigas.

Em relação à carga aplicada nas vigas interiores em B2, B3 e B4, a maior percentagem de *RA* apresenta valores entre os 18% e os 42%, verificando-se a existência de uma repartição das percentagens de carga uniforme por todas as vigas adjacentes à viga carregada, que não se verifica para a viga de extremidade (viga B1) carregada. É de salientar que quando a carga é aplicada a meio vão da estrutura, ou seja, sobre a viga B4, existe uma simetria nas percentagens de *RA* que cada viga recebe, válida para todos os submodelos. A percentagem máxima recebida pelas vigas adjacentes à carregada varia entre os 22% e 35% nos quatro submodelos, não se verificando uma grande diferença de valores entre estes. É perceptível que os submodelos com todas as extremidades apoiadas ou encastadas apresentam uma percentagem de repartição transversal de *RA* para os vários carregamentos mais uniforme e de valores inferiores aos submodelos apenas com duas das extremidades apoiadas ou encastadas. Os valores máximos de percentagem de *RA* recebida por cada viga nos submodelos apoiado e encastado variam entre 26% e 42%. No caso dos submodelos simplesmente apoiado e bi-encastado, não se verifica o mesmo, sendo os valores máximos de percentagem de *RA* recebidas pelas vigas entre 29% e 84%.

Da análise específica dos gráficos circulares presentes nas figuras anteriores, é possível perceber que à medida que afastamos o ponto de aplicação da carga da extremidade da laje, as percentagens de *RA* recebidas pelos seus apoios diminui. No submodelo apoiado, quando a carga está na viga B1 a extremidade da laje recebe 79% de *RA* e quando a carga está sobre a viga B4 o bordo da laje recebe -4%. Quanto ao submodelo encastados estas percentagens são superiores, sendo 96% para o caso da carga aplicada na viga B1 e de 6% quando a carga está sobre a viga B4. Desta forma, verifica-se que o tipo de apoio afeta a distribuição transversal de cargas.

### **Deslocamento Vertical a $\frac{1}{2}$ vão em cada viga**

O efeito das condições de apoio na repartição transversal de cargas em estruturas mistas em termos de *DV* a meio vão em cada viga é efetuada de forma análoga ao apresentado para a



análise relativa às *RA*. Para a análise de resultados nas próximas figuras são apresentadas as percentagens de *DV* a meio vão de cada viga quando a carga está aplicada a meio vão das mesmas.

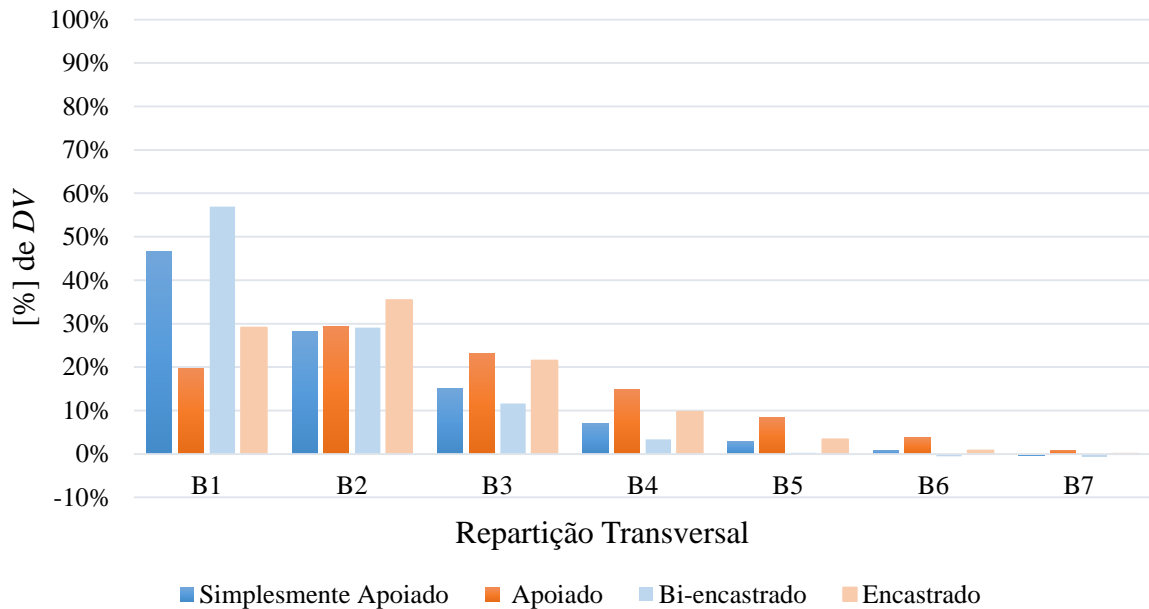


Figura 5.6 - *DV* a ½ vão, quando a carga está aplicada a ½ vão da viga B1

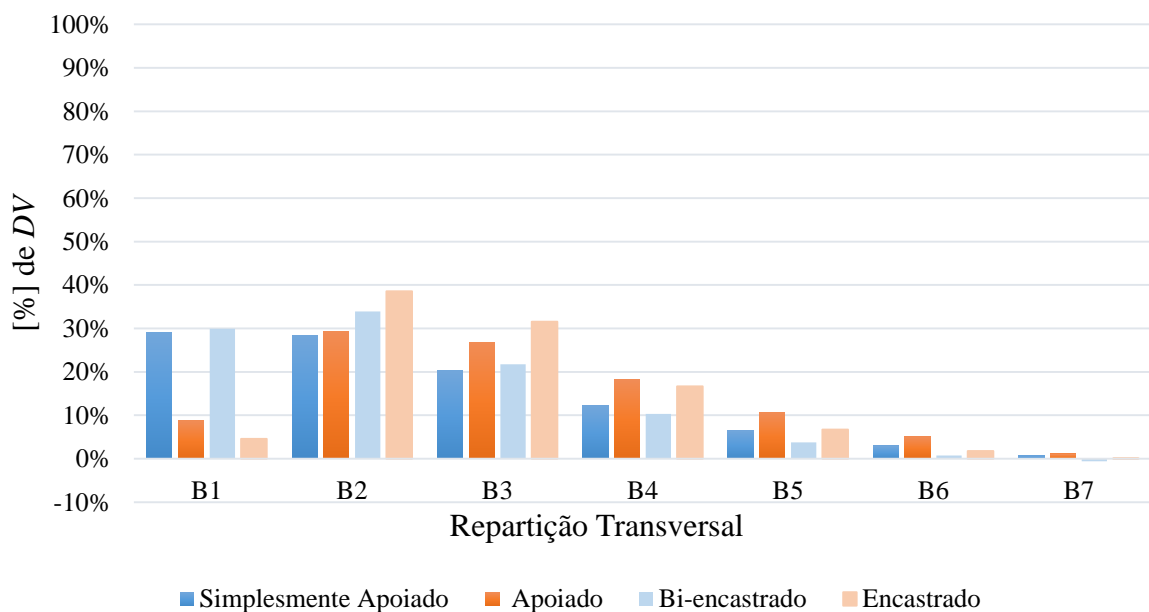


Figura 5.7 - *DV* a ½ vão, quando a carga está aplicada a ½ vão da viga B2

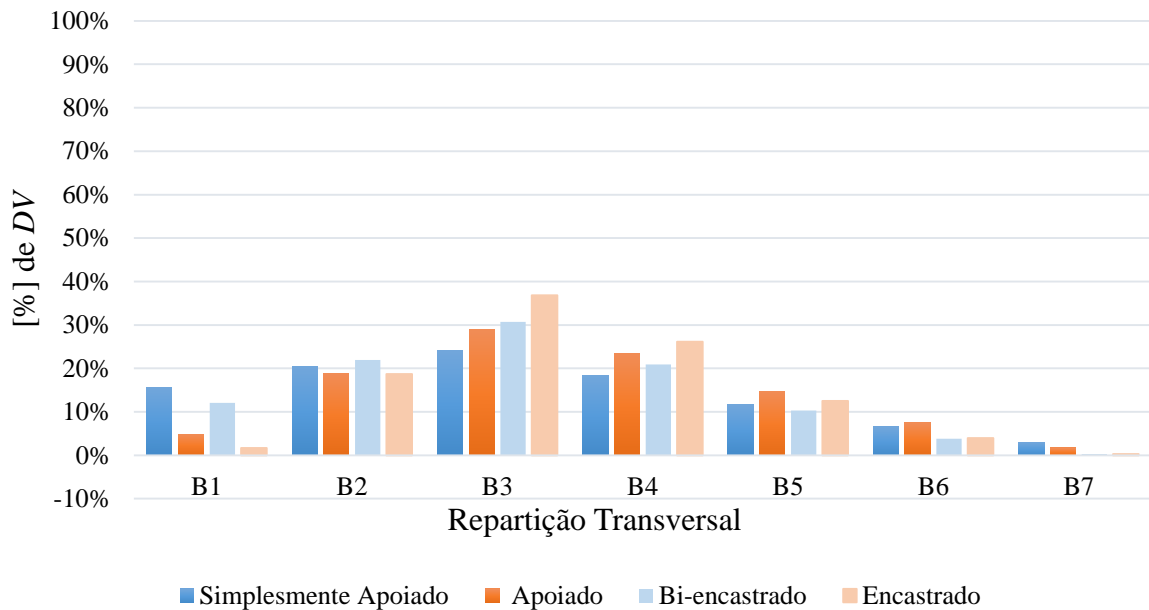


Figura 5.8 - *DV* a  $\frac{1}{2}$  vão, quando a carga está aplicada a  $\frac{1}{2}$  vão da viga B3

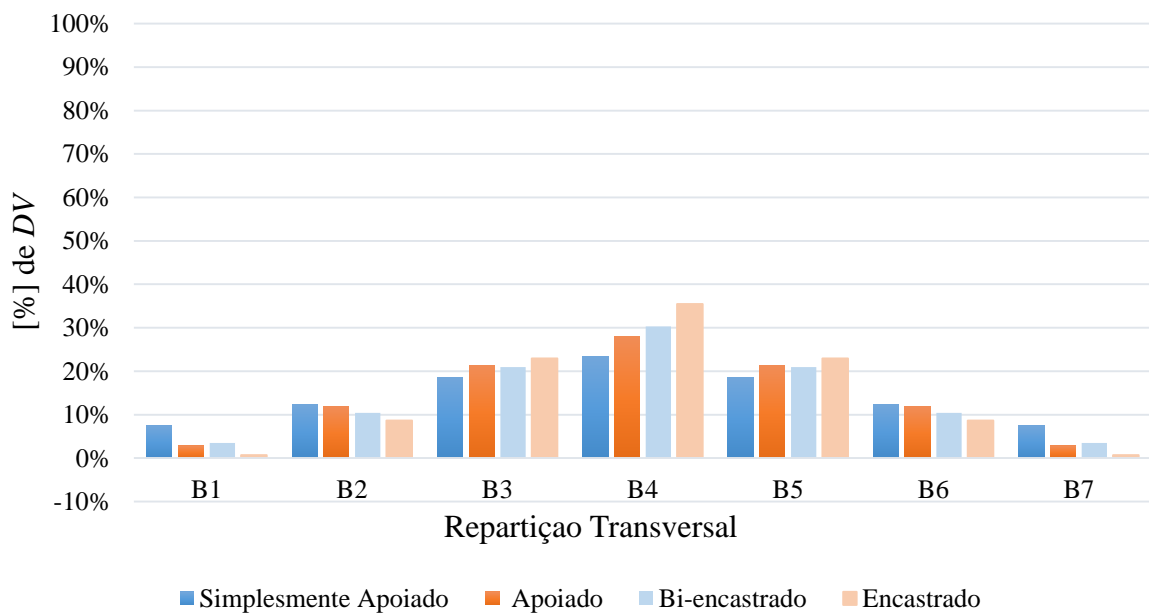


Figura 5.9 - *DV* a  $\frac{1}{2}$  vão, quando a carga está aplicada a  $\frac{1}{2}$  vão da viga B4

De uma primeira análise de *DV* a meio vão de cada viga quando sujeitas à carga pontual a meio vão, verifica-se que estes possuem um comportamento idêntico ao exposto para as *RA*. Das figuras Figura 5.6, Figura 5.8 e Figura 5.9 referentes à percentagem de *DV* que cada viga sofre,

conclui-se que quando as cargas são aplicadas a meio vão da viga B1, B3 e B4, nos submodelos simplesmente apoiado e o bi-encastado as vigas que apresentam maior percentagem de *DV* são aquelas onde a carga está aplicada. Pela Figura 5.7 alusiva à percentagem de *DV* a meio vão das vigas quando a carga é aplicada na viga B2, sempre que se analisam os modelos apoiado ou encastado em duas extremidades, observa-se que o submodelo simplesmente apoiado em que o *DV* a meio vão das vigas B1 e B2 é aproximadamente o mesmo nas vigas B1 e B2. No entanto, para o submodelo bi-encastado não se verifica o mesmo, sendo a viga carregada (B2) a que apresenta maior percentagem de *DV* a meio vão. Em relação aos submodelos apoiado e encastado em todas as extremidades, estes têm um comportamento semelhante aos modelos analisados anteriormente, nomeadamente quando a carga está aplicada a meio vão das vigas B2, B3 e B4. Para estes modelos, na Figura 5.6, a carga está sobre a viga B1 o comportamento destes salienta-se em relação aos outros submodelos. Verifica-se a existência da repartição transversal da carga pelas vigas B2 e B3 e apresentam a maior percentagem de *DV*. Nestes submodelos verifica-se ainda que a viga B2 é a que apresenta maior percentagem de *DV* a meio vão seguindo-se as vigas B1 e B3. Isto ocorre devido à aplicação da carga pontual na viga de extremidade e ao facto dos bordos da laje estarem também sujeitos a condições de apoio.

Tal como para as *RA* é importante referir, que em termos de percentagens, quando se carrega a viga de extremidade do submodelo simplesmente apoiado esta apresenta 47% da percentagem total dos *DV* exibidos por todas as vigas e no submodelo bi-encastado verifica-se uma percentagem de 57%. Para os submodelos apoiado e encastado esta percentagem é inferior, 20% e 29% respetivamente, verifica-se também que as vigas B2, B3 e B4 apresentam *DV* a meio vão entre 10% e 35%. Quando se analisa a carga aplicada nas vigas interiores em B2, B3 e B4, a maior percentagem de *DV* a meio vão toma valores entre 23% e 39%, assim como para as *RA*, verifica-se a repartição das percentagens de *DV* a meio vão uniforme por todas as vigas adjacentes à viga carregada, não verificável para a viga de extremidade. Como se já se referiu, existe uma simetria nas percentagens de *DV* a meio vão que cada viga sofre quando a carga é aplicada a meio vão da estrutura (viga B4) válida para todos os submodelos. A variação da percentagem máxima recebida pelas vigas adjacentes à carregada é entre 19% e 23%, tal como para as *RA* não se verifica uma grande diferença de valores entre estes.

Os submodelos com todas as extremidades apoiadas ou encastadas apresentam uma percentagem de repartição transversal de *DV* a meio vão para os vários carregamentos mais uniforme relativamente aos submodelos apenas com duas das extremidades apoiadas ou encastadas. A percentagem máxima de *DV* apresentada por cada viga para os submodelos apoiado e encastado é de 28% e 39% respetivamente. No caso dos submodelos simplesmente apoiado e bi-encastado, os valores máximos de percentagem de *DV* recebidas pelas vigas é de 57% e 23% respetivamente. Importa referir que os valores máximos de percentagem de *DV* a

meio vão verificados não ultrapassam os 57%, sendo este valor referente ao caso em que a carga está aplicada a meio vão da viga B1 para o submodelo bi-encastado. Verifica-se que o comportamento obtido para os *DV* é o mesmo que se obteve para as *RA* no submodelo bi-encastado, e para o submodelo simplesmente apoiado conclui-se o mesmo.

**Momento Fletor a 1/2 vão em cada viga**

Os resultados relativos ao *M* a meio vão de cada viga para os carregamentos considerados são realizados de forma similar ao apresentado para as *RA* e *DV*. Nas Figura 5.10 a Figura 5.14 apresenta-se o efeito das condições de apoio na repartição transversal de cargas em estruturas mistas em termos de percentagem de *M*. Deste modo é possível perceber a forma como a estrutura se comporta em termos de *M* quando possui diferentes condições de apoio.

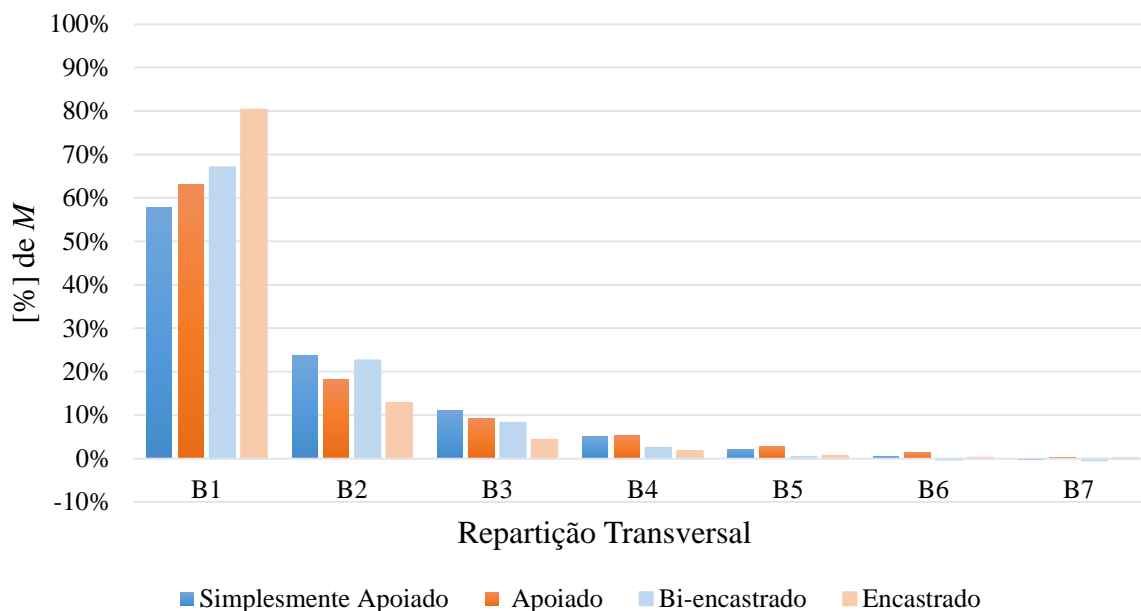


Figura 5.10 - *M* a 1/2 vão, quando a carga está aplicada a 1/2 vão da viga B1

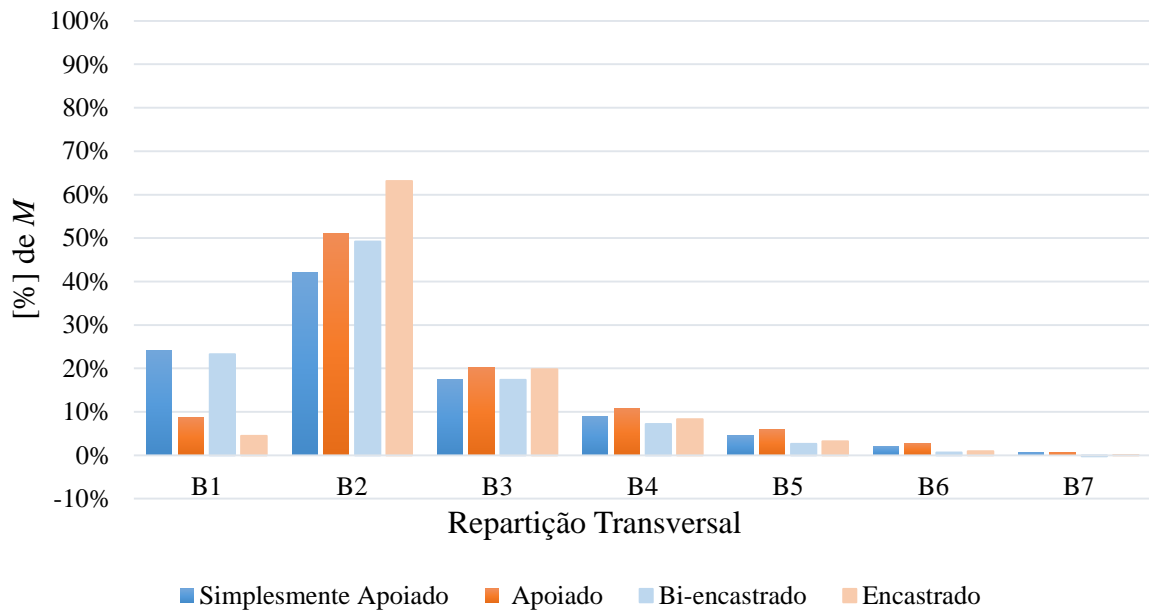


Figura 5.11 -  $M$  a  $\frac{1}{2}$  vão, quando a carga está aplicada a  $\frac{1}{2}$  vão da viga B2

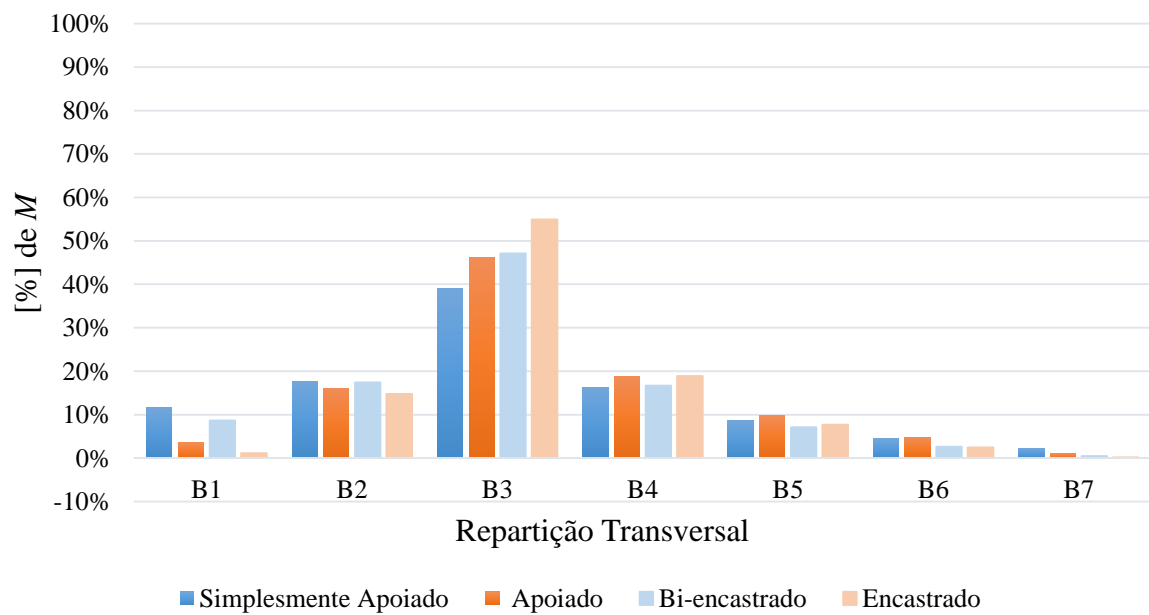


Figura 5.12 -  $M$  a  $\frac{1}{2}$  vão, quando a carga está aplicada a  $\frac{1}{2}$  vão da viga B3

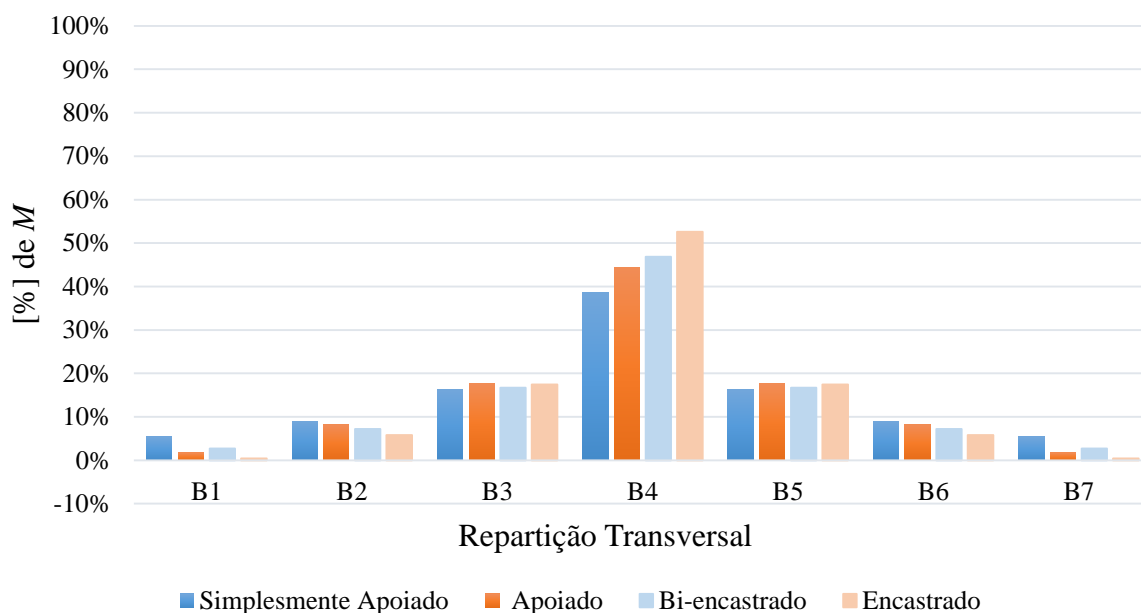


Figura 5.13 -  $M$  a  $\frac{1}{2}$  vão, quando a carga está aplicada a  $\frac{1}{2}$  vão da viga B4

De uma análise detalhada das anteriores é possível concluir que estes apresentam de um modo geral, um comportamento semelhante ao descrito para as  $RA$  e  $DV$  a meio vão de cada viga. De acordo com estas figuras para os submodelos em estudo, o  $M$  a meio vão recebido em todas as vigas apresenta as suas percentagens máximas nas vigas onde as cargas estão aplicadas sendo a restante percentagem de  $M$  dividida pelas outras vigas.

De forma genérica, verifica-se que na repartição transversal de cargas em termos de  $M$  os submodelos apoiado e encastrado apresentam valores de  $M$  a meio vão superiores aos dos submodelos simplesmente apoiado e bi-encastado quando se analisa a carga aplicada a meio vão nas quatro vigas apresentadas.

Para o caso da carga aplicada a meio vão da viga de extremidade, viga B1, verifica-se que a viga carregada recebe a maior quantidade de  $M$  a meio vão, sendo uma menor percentagem também recebida pela viga B2, e as restantes vigas recebem uma quantidade minoritária, sendo isto válido para todos os submodelos. Neste caso não se torna claro a uniformidade da repartição transversal de carga, facto que se verifica quando se carregam as vigas interiores. Quanto ao caso da viga B2 carregada, verifica-se que os submodelos simplesmente apoiado e bi-encastado apresentam as maiores percentagens de  $M$  na viga carregada, sendo no entanto, distribuída uma percentagem de  $M$  para as vigas adjacentes a esta (B1 e B3). Relativamente aos submodelos apoiado e encastrado verifica-se novamente que a viga carregada é a que têm maior percentagem de  $M$ , e que existe uma distribuição de percentagem de  $M$  para as vigas B3 e B4

com maior importância do que nas restantes. Ao analisar-se o efeito da carga aplicada a meio vão da estrutura, verifica-se a simetria referida para as  $RA$  e  $DV$  na percentagem de  $M$  a meio vão que cada viga recebe. Verifica-se ainda que a maior percentagem de  $M$  a meio vão ocorre na viga carregada sendo a restante percentagem com maior relevância evidente nas vigas adjacentes, sendo esta última conclusão também válida quando carga está aplicada na viga B3.

Para os submodelos simplesmente apoiado e bi-encastado, em termos de percentagem de  $M$  a meio vão da viga de extremidade estes apresentam valores de 58% e 67% respetivamente. A percentagem de  $M$  a meio vão sobranete é repartida pelas restantes vigas. Para os submodelos apoiado e encastado verifica-se uma percentagem de  $M$  a meio vão relativamente superior, tomando valores de 63% e 80% respetivamente. Quando se analisa a carga aplicada nas vigas interiores independentemente do submodelo, observam-se valores de percentagem de  $M$  a meio vão entre 63% e 39% no ponto de aplicação da carga. As percentagens máximas de  $M$  a meio vão de cada viga, verificam-se para os modelos com condições de apoio do tipo encastamento para a carga aplicada na viga de extremidade. No caso da carga aplicada nas vigas B2, B3 e B4 as percentagens máximas ocorrem no submodelo simplesmente apoiado com 42%, no submodelo apoiado com 51%, no submodelo bi-encastado com 49% e no submodelo encastado com 63%. Deste modo pode se afirmar que os submodelos com as condições de apoio em todas as extremidades apresentam maiores percentagens de  $M$ .

### **5.2.2. Modelo de dois vãos contínuos**

Os resultados respeitantes ao modelo de dois vãos contínuo são apresentados de forma semelhante aos mostrados para o modelo de um vão. A análise e comparação de resultados deste modelo são realizadas em termos de condições de apoio e dos diferentes comprimentos de vão. É efetuada também uma comparação entre este modelo e o modelo de um vão, nomeadamente a influência das condições de apoio e do comprimento do vão na repartição transversal de cargas em termos de  $RA$ ,  $DV$  e  $M$ .

#### **Reações de apoio em cada viga**

De seguida apresentam-se as representações gráficas da percentagem de  $RA$  que cada viga recebe quando sujeita a carga pontual a meio vão e a sua análise, bem como a percentagem total de  $RA$  recebida pela laje, particularmente para os submodelos contínuo-4L e encastado com o comprimento total de 8.00m. Opta-se por representar estes modelos porque as diferenças obtidas entre os modelos de diferente vão não é significativa e deste modo não se sobrecarregam as figuras.

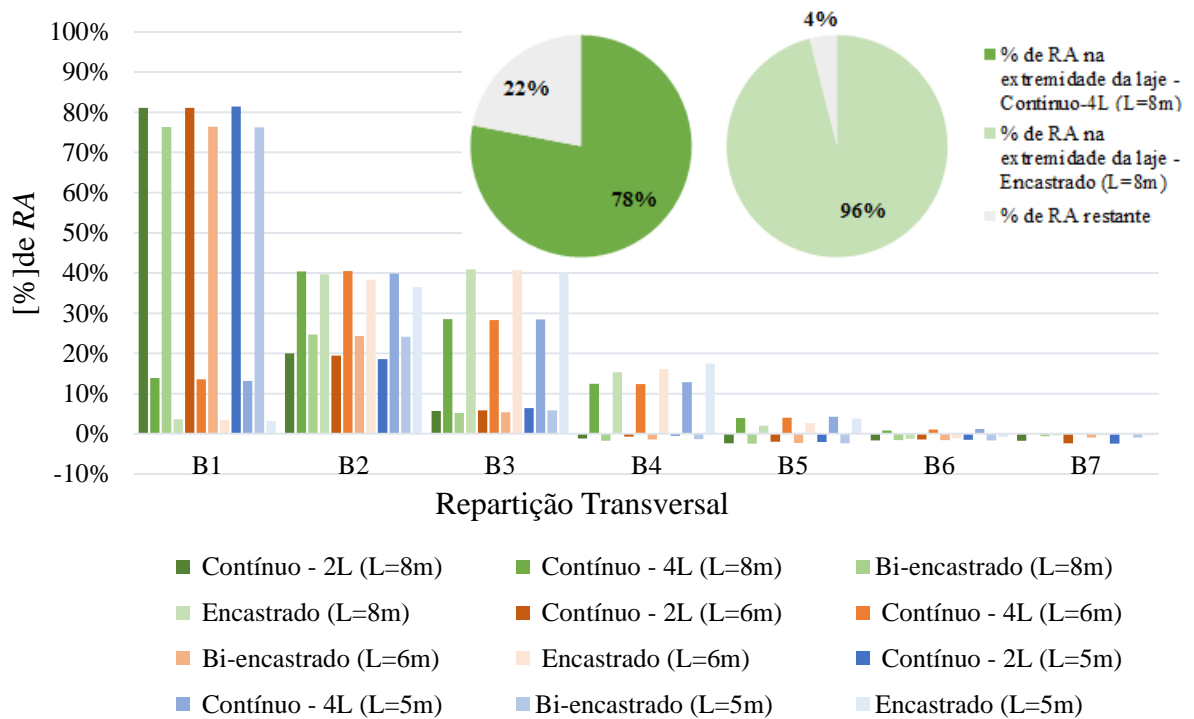


Figura 5.14 - RA em cada viga, quando a carga está aplicada a 1/2 vão da viga B1

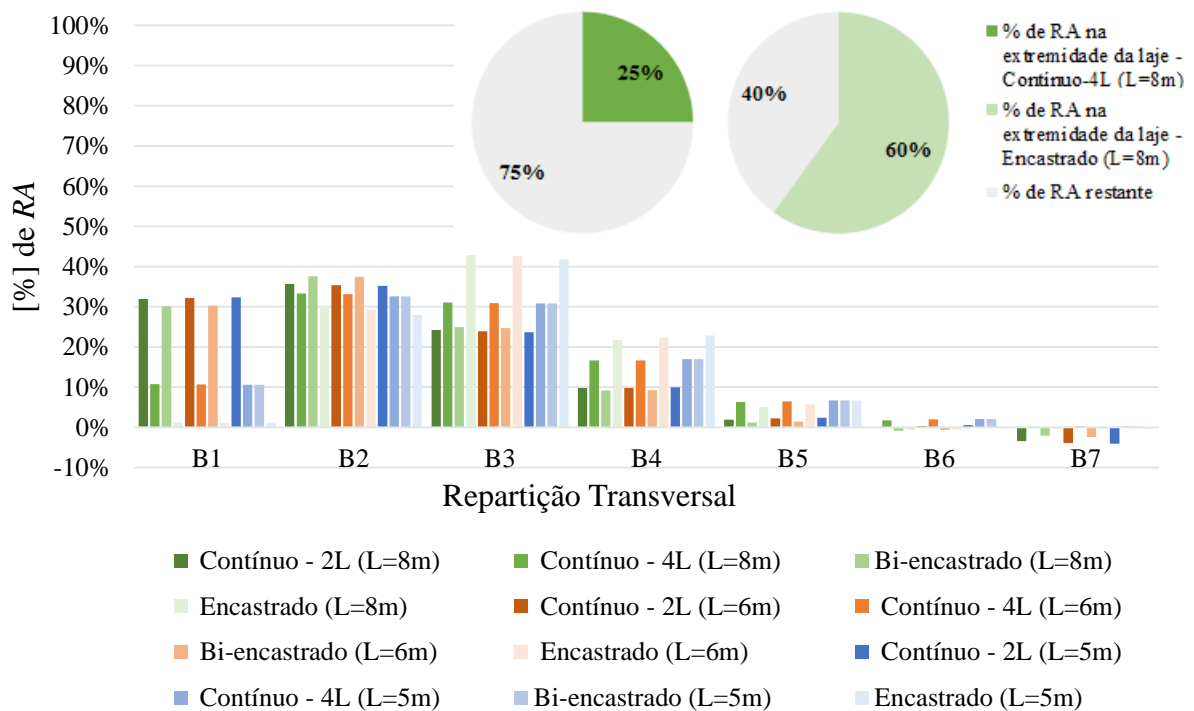


Figura 5.15 - RA em cada viga, quando a carga está aplicada a 1/2 vão da viga B2



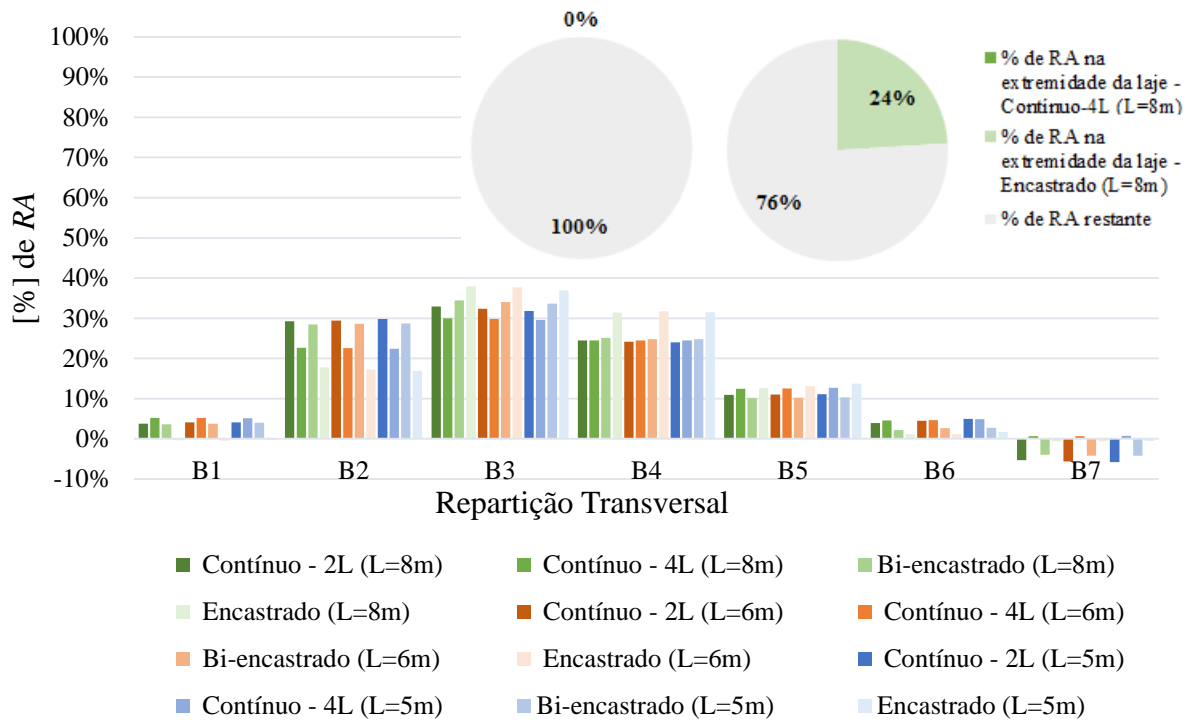


Figura 5.16 - RA em cada viga, quando a carga está aplicada a 1/2 vão da viga B3

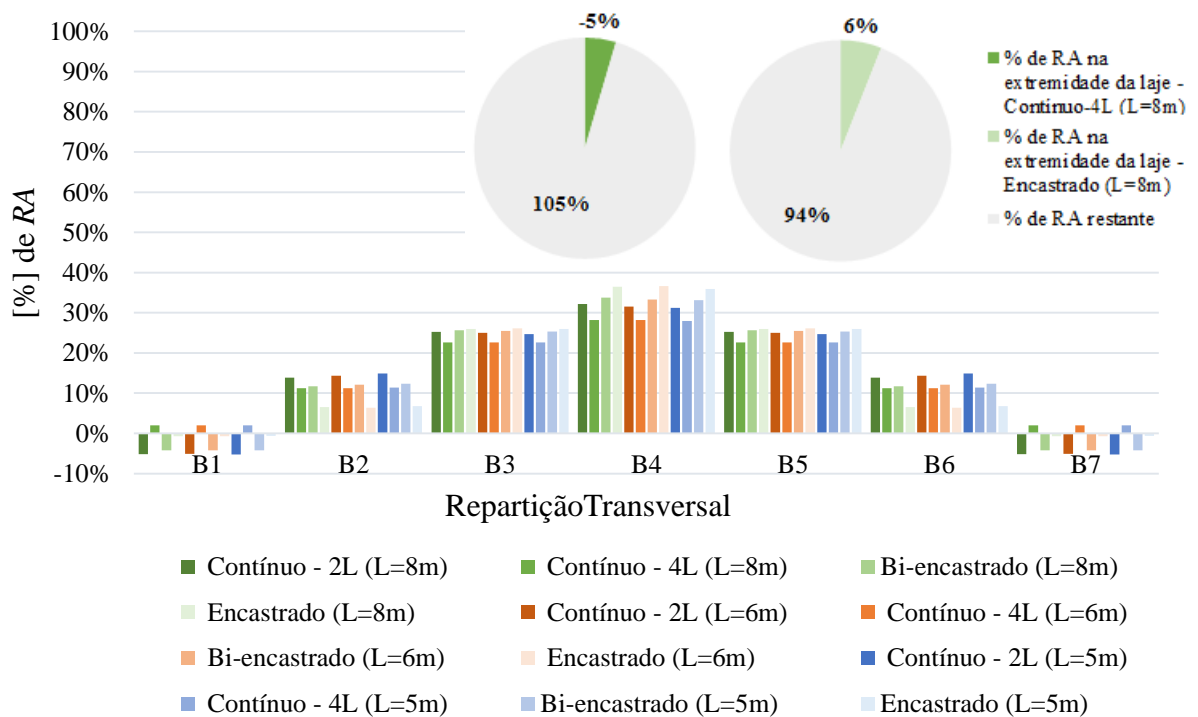


Figura 5.17 - RA em cada viga, quando a carga está aplicada a 1/2 vão da viga B4

De uma primeira análise das figuras Figura 5.14 a Figura 5.17 relativas à percentagem de *RA* que cada viga recebe, é possível concluir que os modelos de dois vãos contínuos apresentam um comportamento idêntico ao modelo de um vão, já apresentado. De um modelo geral, pela análise das mesmas, é possível concluir que, independentemente do comprimento no caso dos submodelos contínuo-2L e bi-encastado quando as cargas são aplicadas a meio vão da viga B1, B2, B3 e B4, as vigas que recebem maior percentagem da carga sob a forma de *RA* são aquelas sobre as quais está a carga. Para os casos em que a carga é aplicada nas vigas B3 e B4, Figura 5.16 e Figura 5.17, verifica-se que existe uma distribuição transversal de percentagem de *RA* relativamente uniforme para as vigas adjacentes às vigas carregadas. Tal é válido também para os submodelos contínuo-4L e encastado. No caso em que a viga carregada é a de extremidade, Figura 5.14, não se verifica o referido comportamento.

A Figura 5.16 caso em que a carga está sobre a viga B2, mostra que a maior percentagem de carga em termos de *RA* é recebida pela viga carregada para todas as condições de apoio, à exceção dos submodelos encastados. Em relação aos submodelos contínuo-2L e bi-encastado, estes seguem o comportamento mencionado anteriormente, sendo a viga carregada a que recebe maior percentagem de *RA* e uma distribuição de *RA* pelas vigas adjacentes. Relativamente aos submodelos contínuo-4L e encastado onde existe uma distribuição uniforme de percentagem de *RA* pelas vigas que se encontram à direita da viga carregada (viga B3 e B4), sendo relativamente menor a percentagem de *RA* recebida pela viga B1, também se verifica que os modelos encastados apresentam a maior percentagem de *RA*.

No caso em que a carga é aplicada na viga de extremidade, Figura 5.15 é visível que para os submodelos contínuo-4L e encastado, esta viga recebe uma percentagem de *RA* muito inferior à recebida pelas restantes vigas. Neste caso, a maior parte da carga aplicada é absorvida pelas *RA* das vigas B2, B3 e B4, sendo nas vigas B5, B6 e B7 a percentagem de *RA* reduzida. Assim, é possível, concluir que, tal como para o modelo de um vão, para o modelo de dois vãos contínuos quando se aplica a carga em vigas de extremidades, a maior parte da carga é recebida pelos apoios existentes na extremidade da laje que se encontra apoiada ou encastada. Não existindo uma grande percentagem de *RA* na viga de extremidade que recebe a carga, evidente nos outros submodelos. Esta conclusão explica-se com a representação circular ilustrada nas figuras anteriores referente aos submodelos contínuo-4L e encastado para o vão de 8.00m.

Tal como para o modelo de um vão, também para os modelos de dois vãos contínuos se verifica que os submodelos com condições de apoio do tipo encastamento apresentam percentagem de *RA* maiores do que os modelos com condições de apoio do tipo apoio simples nos casos em que as cargas são aplicadas nas vigas B2, B3 e B4. No caso em que se aplica a carga na viga de extremidade verifica-se o inverso, são os submodelos simplesmente apoiado e apoiado que

apresentam maiores percentagens. No entanto, isto é válido quando se estuda a viga sujeita à carga.

Quando se carrega a viga de extremidade, em termos de percentagem, o submodelo contínuo-2L para diferentes comprimentos de vão, 81% de *RA* é recebida por esta viga. O modelo bi-encastado nos vários comprimentos de vão possui uma percentagem máxima de 76%. Sendo a restante percentagem de *RA* distribuída pelas outras vigas. No caso dos submodelos contínuo-4L e encastado nos três comprimentos de vão verifica-se uma percentagem de 14% e 3% respetivamente recebida pela viga de extremidade, sendo que as vigas B2, B3 e B4 recebem entre 12% e 41%. Relativamente à carga aplicada nas vigas interiores a maior percentagem de *RA* apresenta valores entre os 17% e 38%. A percentagem máxima recebida pelas vigas adjacentes à viga B4 carregada varia entre 23% e 37% nos modelos de dois vãos contínuos.

Ao comparar os modelos com todas as extremidades apoiadas ou encastadas com os modelos com duas extremidades apoiadas ou encastadas verifica-se que a percentagem de repartição transversal de *RA* é mais uniforme e de valor inferior nos modelos com a totalidade dos bordos apoiados ou encastados. Os valores máximos de percentagem de *RA* recebida por cada viga para os submodelos contínuo-4L e encastado variam entre 28% e 43%. No caso dos submodelos contínuo-2L e bi-encastado os valores máximos de percentagem de *RA* recebidas pelas vigas variam entre 81% e 31%.

As percentagens de *RA* recebida pelos apoios da extremidade da laje dos submodelos contínuo-4L e encastados quando comparado com o modelo de um vão não apresenta diferenças significativas, independentemente do ponto de aplicação da carga. O mesmo se verifica entre os modelos de dois vãos contínuos. À semelhança do que ocorre para o modelo de um vão, quando se aplica a carga na viga de extremidade, 78% e 96% de *RA* é recebida pela extremidade da laje do submodelo contínuo 4L e encastado com  $L=8.00m$ , respetivamente e no caso da carga aplica a meio da estrutura para os mesmos submodelos a extremidade da laje recebe -5% e 6% de *RA* respetivamente. As conclusões tiradas para o modelo de um vão são válidas para o modelo de dois vãos contínuos, os resultados que não foram aqui apresentados, podem ser consultados no Anexo A.1.1.

Para além do comportamento geral dos modelos de dois vãos contínuos apresentado é importante efetuar uma análise comparativa entre os vários modelos de forma a perceber o efeito que a alteração do comprimento de vão tem na repartição transversal de cargas. Deste modo, foi possível verificar que a variação do comprimento do vão nos modelos não afetou os resultados de forma significativa, pois quando se considera um vão total de 8.00m, de 6.00m e de 5.00m, os valores das percentagem de *RA* que recaem sobre cada viga não variam de todo

ou variam em apenas 3%, dependendo da posição em que carga está aplicada e das condições de apoio. A variação máxima dos 3% ocorre para os submodelos contínuos-4L e encastrados.

**Deslocamento Vertical a 1/2 vão em cada viga**

De forma análoga à realizada para as RA, nas figuras Figura 5.18 a Figura 5.21 apresenta-se a repartição transversal de cargas em estruturas mistas em termos de DV.

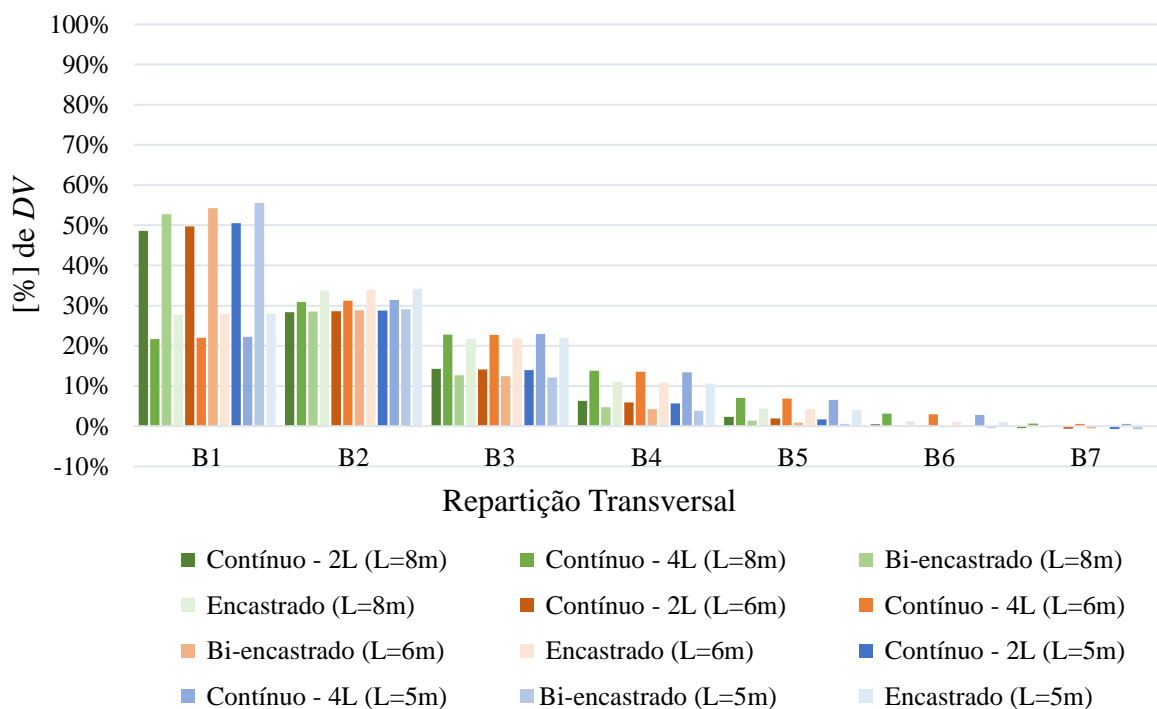


Figura 5.18 - DV a 1/2 vão, quando a carga está aplicada a 1/2 vão da viga B1

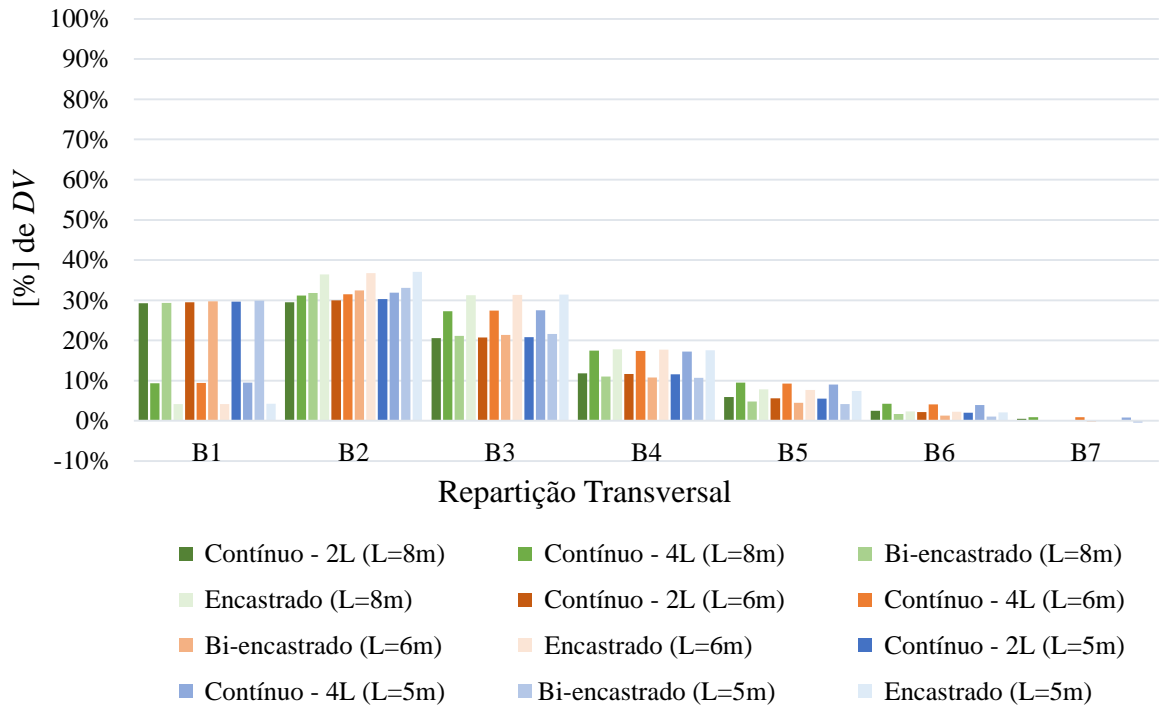


Figura 5.19 - DV a 1/2 vão, quando a carga está aplicada a 1/2 vão da viga B2

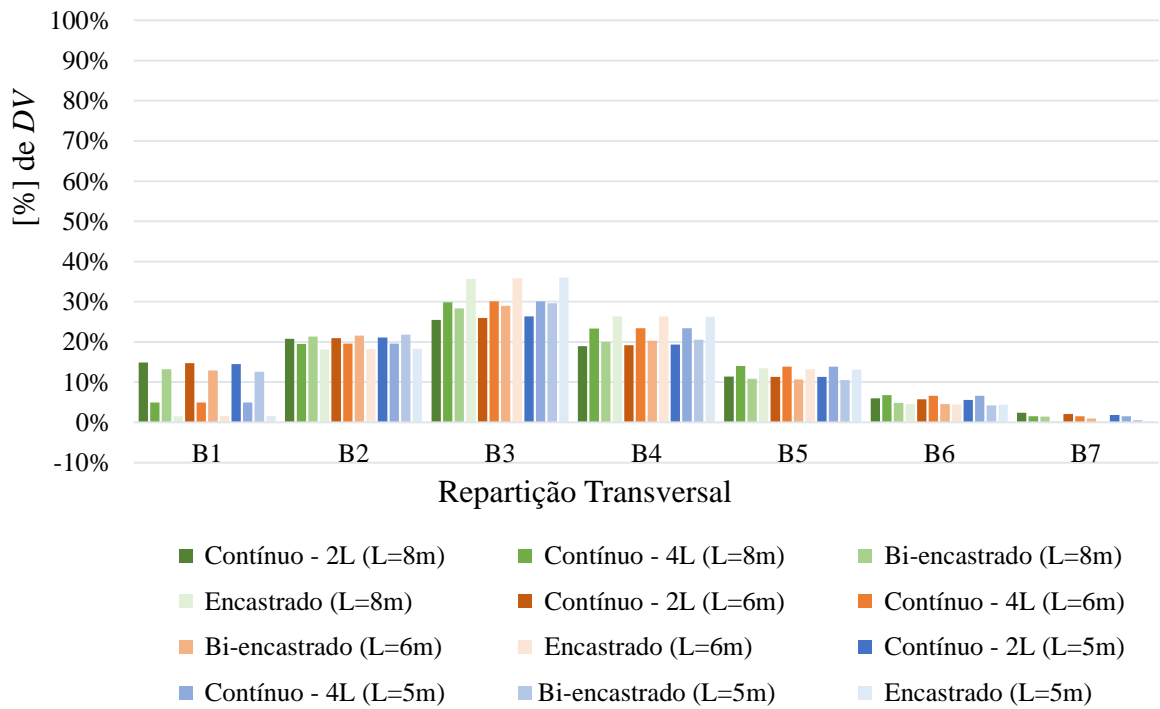


Figura 5.20 - DV a 1/2 vão, quando a carga está aplicada a 1/2 vão da viga B3

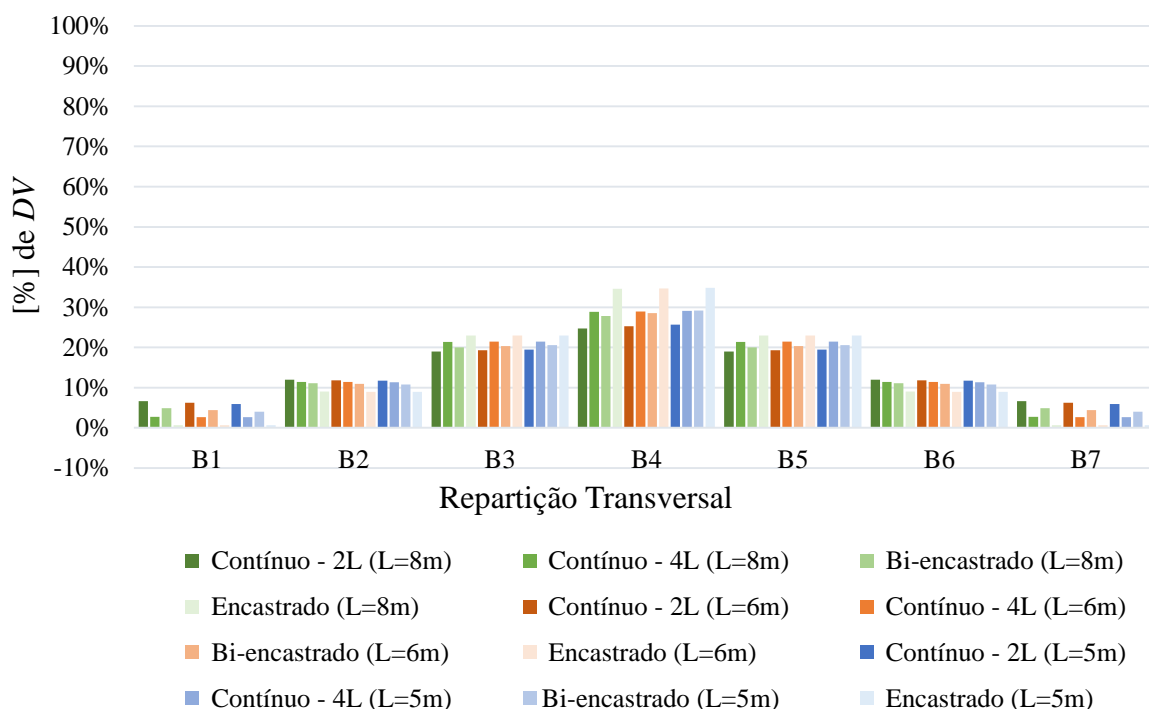


Figura 5.21 - *DV* a  $\frac{1}{2}$  vão, quando a carga está aplicada a  $\frac{1}{2}$  vão da viga B4

A repartição transversal da carga em termos de *DV* a meio vão de cada viga dos modelos de dois vãos contínuos apresenta um comportamento em tudo idêntico ao do modelo de um vão, quer para os modelos com condições de apoio do tipo apoio simples ou encastramento em duas extremidades, quer para os modelos em que todas extremidades da laje se encontram apoiadas ou encastradas. O comportamento da repartição transversal de cargas em termos de *DV* a meio vão de cada viga quando sujeitas à carga pontual a meio vão é semelhante ao exposto para as *RA*.

As figuras Figura 5.18, Figura 5.20 e Figura 5.21 da percentagem de *DV* quando as cargas são aplicadas a meio vão da viga B1, B3 e B4 permitem concluir que as vigas que sofrem maior percentagem de *DV* são aquelas onde a carga está aplicada nos submodelos contínuo-2L e o bi-encastrado, independentemente do comprimento do vão, existindo uma distribuição transversal de percentagem de *DV* a meio vão para as vigas adjacentes à carregada. Pela Figura 5.19 quando a carga está sobre a viga B2 observa-se que nos submodelos contínuos-2L que os *DV* a meio vão das vigas B1 e B2 é idêntico em ambas. No caso dos submodelos bi-encastrados é na viga carregada que ocorre a maior percentagem de *DV*. Nos submodelos contínuos-4L e encastrados a maior percentagem dá-se na viga carregada, nomeadamente quando a carga está nas vigas B2, B3 e B4. Quando a carga está aplicada a meio vão da viga B1, Figura 5.18 ocorre repartição transversal da carga pelas vigas B2 e B3. Nestes submodelos verifica-se ainda que a viga B2 é

a que apresenta maior percentagem de  $DV$  a meio vão seguindo-se as vigas B1 e B3. Isto ocorre devido à aplicação da carga pontual na viga de extremidade e ao facto dos bordos da laje estarem sujeitos a condições de apoio.

O submodelo contínuo-2L quando se carrega a viga de extremidade apresenta uma percentagem  $DV$  a meio vão desta entre 49% e 51% da percentagem total dos  $DV$  ocorridos para todas as vigas, dependendo do comprimento do vão. O submodelo bi-encastado tem uma percentagem de 53% a 56% que também depende do comprimento de vão em estudo. Os submodelos contínuo-4L e encastado tem uma percentagem de 22% e 28% respetivamente, na viga de extremidade, sendo que nas vigas B2, B3 e B4 ocorrem  $DV$  a meio vão entre 11% e 37%. Quando a carga é aplicada nas vigas B2, B3 e B4 os valores máximos de percentagem de  $DV$  a meio vão variam entre 25% e 37%, e existe repartição das percentagens de  $DV$  a meio vão uniforme por todas as vigas adjacentes à viga carregada, que não se verifica para o caso da viga B1 sujeita a carregamento. A percentagem máxima recebida pelas vigas adjacentes à viga B4 varia entre os 19% e 23% em todos os modelos.

Tal como para o modelo de um vão, para os modelos de dois vãos contínuos com as todas as extremidades apoiadas ou encastadas, estes apresentam uma percentagem  $DV$  a meio vão mais próximas do que os modelos com duas extremidades apoiadas ou encastadas. Os valores máximos de percentagem de  $DV$  para os submodelos contínuo-4L e encastado variam entre 29% e 37%. Os submodelos contínuo-2L e bi-encastado têm valores máximos de percentagem de  $DV$  recebidas pelas vigas entre 25% e 56%. Os valores máximos de percentagem de  $DV$  a meio vão observados não ultrapassam os 56%, este valor diz respeito ao submodelo bi-encastado quando a carga está aplicada a meio vão da viga B1. Verifica-se o padrão de comportamento obtido para as  $RA$  do mesmo modelo, assim pode-se concluir que ocorre o mesmo para o submodelo contínuo-2L.

Após análise detalhada do comportamento dos vários modelos de dois vãos contínuos é importante apresentar também uma análise e comparação dos resultados obtidos para os mesmos entre si. É portanto, possível concluir que, tal como para a análise realizada para a repartição transversal da carga em termos de  $RA$ , em termos de  $DV$  a meio vão, não se verifica que a alteração do comprimento dos vãos tenha uma influência significativa nos resultados. Especificando um pouco mais as diferenças encontradas, observa-se que quando os submodelos são apoiados ou encastados em duas extremidades não existe uma grande variação do valor dos  $DV$  a meio vão com a alteração do vão. Sendo esta diferença máxima de 3%. No que respeita aos submodelos que se encontram apoiados ou encastados em todas as extremidades verifica-se uma variação do valor dos  $DV$  a meio vão ainda menor do que a apresentada anteriormente, sendo o seu valor máximo de 1%. Estes valores máximos verificam-se em situações pontuais

para os vários posicionamentos da carga a meio vão das vigas, sendo na maioria das vezes a diferença entre os modelos de dois vãos contínuos nula.

É possível verificar, que entre os modelos de dois vãos contínuos com um comprimento de vão de 8.00m e de 6.00m e com condições de apoio do tipo apoio simples e encastramento em todas as extremidades, não existe variação do valor dos *DV* a meio vão, bem como entre os modelos com as mesmas condições de apoio com o comprimento de vão de 6.00m e de 5.00m. Encontra-se uma diferença de 1% e entre os modelos com um comprimento de vão de 8.00m e de 5.00m quando se aplica a carga a meio vão das vigas B1 e B2. A diferença máxima de valores de percentagem de *DV* dá-se entre os modelos com comprimento de vão de 8.00m e 5.00m quando a carga está aplicada a meio vão da viga B1. De entre as várias condições de apoio para os modelos de dois vãos contínuos existe um caso em que a alteração do comprimento do vão não mostrou qualquer influência, tendo-se obtido os mesmos resultados independentemente do vão para as diferentes cargas aplicadas, que é o modelo com todas as extremidades encastradas.

### Momento fletor a 1/2 vão em cada viga

A repartição transversal relativa a *M* a meio vão de cada viga em termos de percentagem é apresentada de seguida, nas figuras Figura 5.22 a Figura 5.25. E a sua análise é realizada de forma similar ao mostrado para as *RA* e *DV* do mesmo modelo e do modelo de um vão.

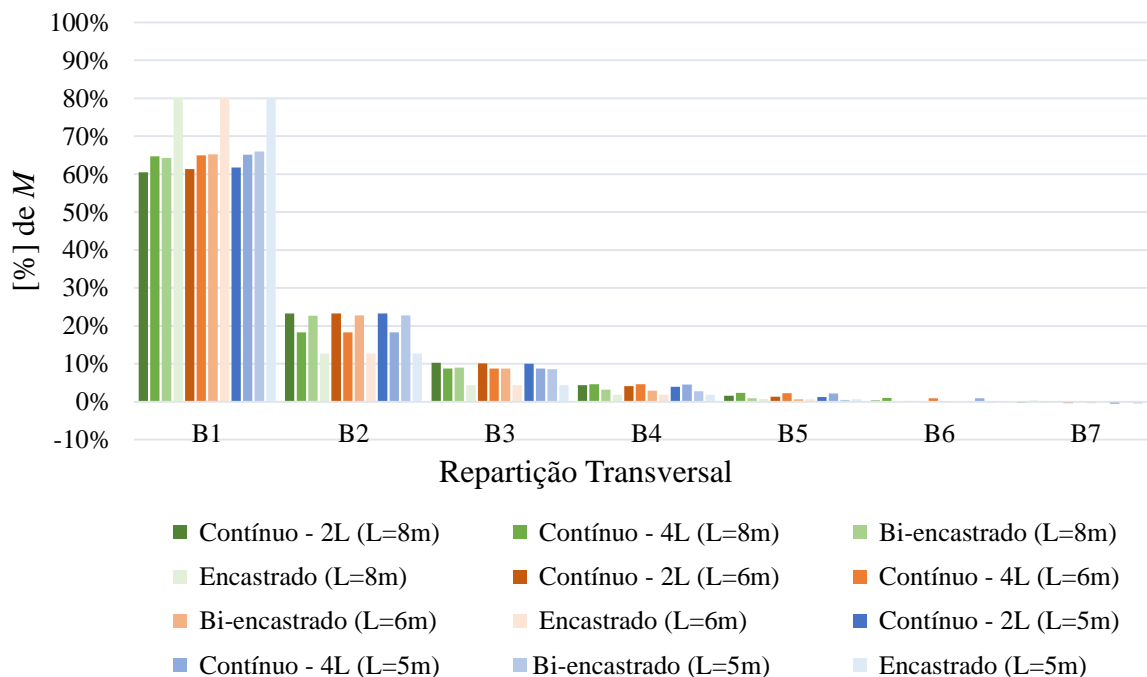


Figura 5.22 - *M* a 1/2 vão, quando a carga está aplicada a 1/2 vão da viga B1



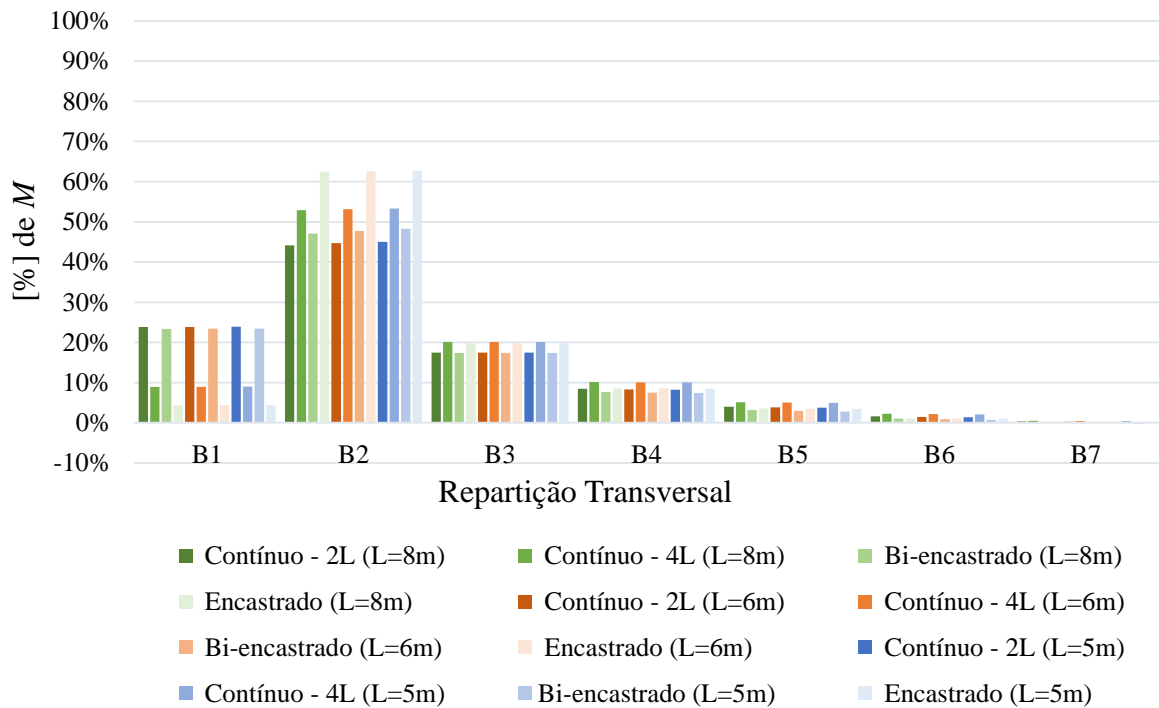


Figura 5.23 -  $M$  a  $\frac{1}{2}$  vão, quando a carga está aplicada a  $\frac{1}{2}$  vão da viga B2

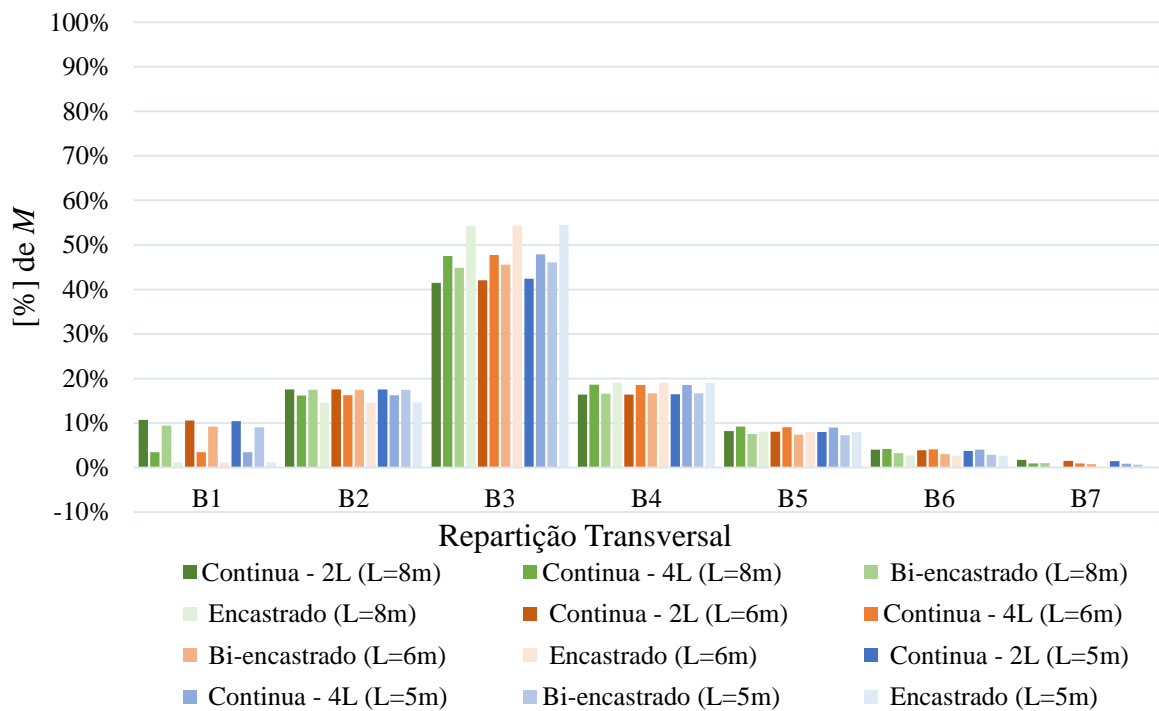


Figura 5.24 -  $M$  a  $\frac{1}{2}$  vão, quando a carga está aplicada a  $\frac{1}{2}$  vão da viga B3

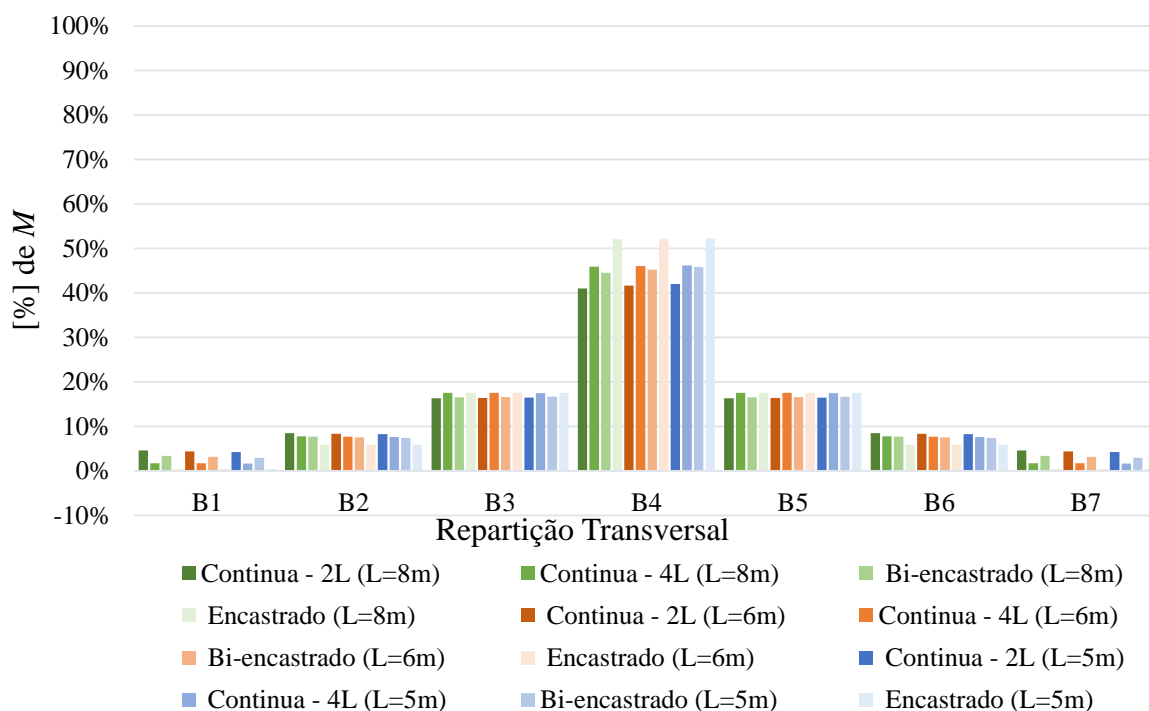


Figura 5.25 -  $M$  a  $\frac{1}{2}$  vão, quando a carga está aplicada a  $\frac{1}{2}$  vão da viga B4

A repartição transversal dos  $M$  a meio vão de cada viga ilustrada nas figuras anteriores, permite concluir que os modelos de dois vãos contínuos em geral apresentam um comportamento semelhante ao descrito para as  $RA$  e  $DV$ . O comportamento destes é o também igual ao exposto para o modelo de um vão. Para os modelos em estudo, o  $M$  a meio vão recebido por todas as vigas, apresenta as suas percentagens máximas nas vigas onde as cargas estão aplicadas sendo a restante percentagem de  $M$  repartida pelas outras vigas, tal como se verificou no modelo de um vão. De um modo geral, também se verifica que a repartição transversal de cargas em termos de  $M$  nos submodelos contínuo-4L e encastrado apresenta valores de  $M$  a meio vão superiores aos dos submodelos contínuo-2L e bi-encastrado.

Quando a carga está aplicada a meio vão da viga B1 verifica-se que esta recebe uma maior quantidade de  $M$  a meio vão, a viga B2 recebe uma quantidade de  $M$  menor, e as restantes vigas recebem uma quantidade minoritária, sendo isto válido para todos os modelos e submodelos. A uniformidade na repartição transversal de carga neste caso, não é clara, como é para o caso em que a carga é aplicada nas vigas interiores. Para os submodelos contínuo-2L e bi-encastrado quando a viga B2 está carregada, verifica-se que estes apresentam as maiores percentagens de  $M$  na viga carregada, existindo no entanto, uma percentagem de  $M$  distribuído pelas vigas adjacentes a esta (vigas B1 e B3). Para os submodelos contínuo-4L e encastrado conclui-se o mesmo, mas existe uma distribuição de percentagem de  $M$  para as vigas B3 e B4 com maior

importância do que nas restantes. No caso de aplicação da carga nas vigas B3 e B4 também se verifica que a maior percentagem de  $M$  a meio vão, ocorre nas vigas carregadas e a restante percentagem com maior peso é evidente nas vigas adjacentes.

Para o caso da carga a meio vão da viga de extremidade, verifica-se que para o submodelo contínuo-2L existe uma percentagem de  $M$  a meio vão a variar de acordo com o comprimento do vão do modelo, e toma valores entre 60% e 62%, e entre 64% e 66% para o submodelo bi-encastado. Quanto aos submodelos contínuo-4L e encastado a percentagem de  $M$  a meio vão é relativamente superior, este valor é entre 65% e 80% respetivamente, e igual nos diferentes comprimentos de vão. O caso da carga aplicada nas vigas interiores para os vários modelos, observam-se valores de percentagem de  $M$  a meio vão máximos entre 64% e 41%. Os valores máximos de percentagem verificados são de 80% e 66% para os submodelos com condições de apoio do tipo encastamento quando a carga é aplicada sobre viga de extremidade. No geral, as percentagens máximas ocorrem para os modelos com a totalidade das extremidades apoiadas ou encastadas, observando-se um valor máximo de 53% para o submodelo contínuo-4L e de 63% para o submodelo encastado nomeadamente quando a carga está sobre a viga B2.

Depois de efetuada a análise detalhada do comportamento dos modelos de dois vãos contínuos é relevante apresentar a análise e comparação dos resultados obtidos para estes, como se fez para as  $RA$  e  $DV$  a meio vão. Tal como para as  $RA$  e  $DV$  a meio vão, para os  $M$  a meio vão verifica-se e de forma mais marcada que a variação do comprimento de vão afeta muito pouco os resultados da repartição transversal de cargas, independentemente das condições de apoio. A reduzida diferença ocorre somente entre os submodelos que têm duas das extremidades encastadas ou apoiadas, tomando este um valor máximo de 2%, as diferenças encontram-se unicamente nas vigas carregadas, pois nas restantes vigas não se verificam desigualdades. É ainda de referir que esta diferença ocorre entre os modelos contínuos de dois vãos com um comprimento de vão de 8.00m e 5.00m. Não é visível nenhuma diferença entre os submodelos apoiados ou encastados nas quatro extremidades, independentemente do comprimento do vão. Não é uma diferença com grande relevância, pois é de apenas 1% entre os modelos contínuos de dois vãos com um comprimento de vão de 8.00m e de 6.00m com condições de apoio do tipo apoiado ou encastado em duas extremidades, e também entre os modelos com o comprimento de vão de 6.00m e de 5.00m com as iguais condições de apoio.

### 5.2.3. Modelo de três vãos contínuos

A análise e exposição dos resultados relativamente ao modelo de três vãos contínuos são executadas de igual forma à apresentada para os outros modelos, explicados nos subcapítulos

anteriores. A comparação de resultados é realizada de acordo com a que foi feita para o modelo de dois vãos contínuos.

**Reações de apoio em cada viga**

As figuras apresentadas de seguida auxiliam a realização da análise do comportamento da laje mista madeira-betão, relativamente à distribuição transversal de RA que cada viga recebe em percentagem quando é sujeita a carregamento. À semelhança do modelo de dois vãos contínuos, também aqui se apresenta a percentagem total de RA recebida pela laje, nomeadamente para os submodelos contínuo-4L e encastrado com o comprimento total de 12.00m.

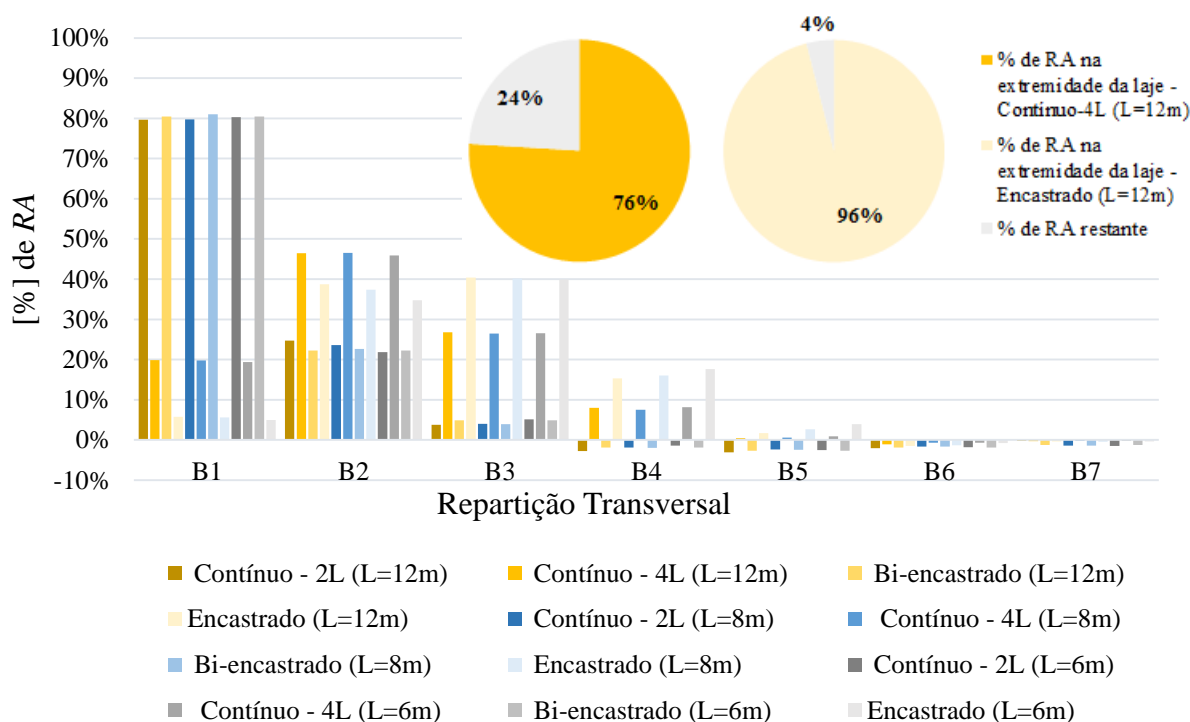


Figura 5.26 - RA em cada viga, quando a carga está aplicada a 1/2 vão da viga B1

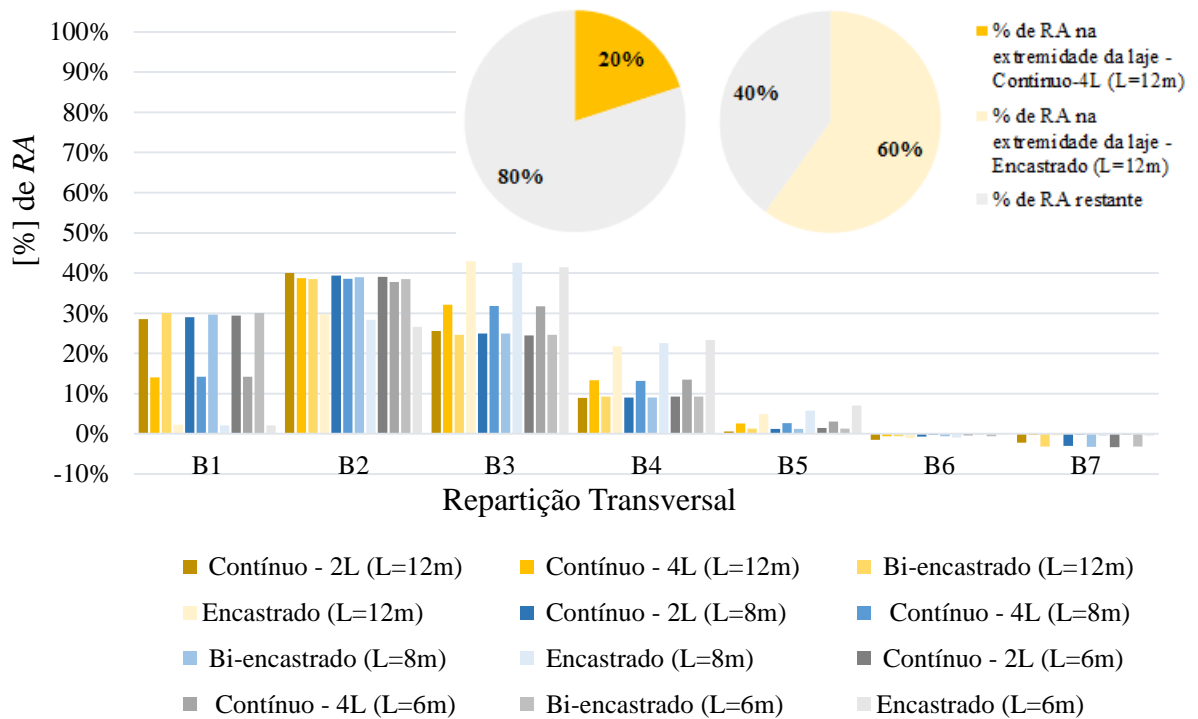


Figura 5.27 - RA em cada viga, quando a carga está aplicada a 1/2 vão da viga B2

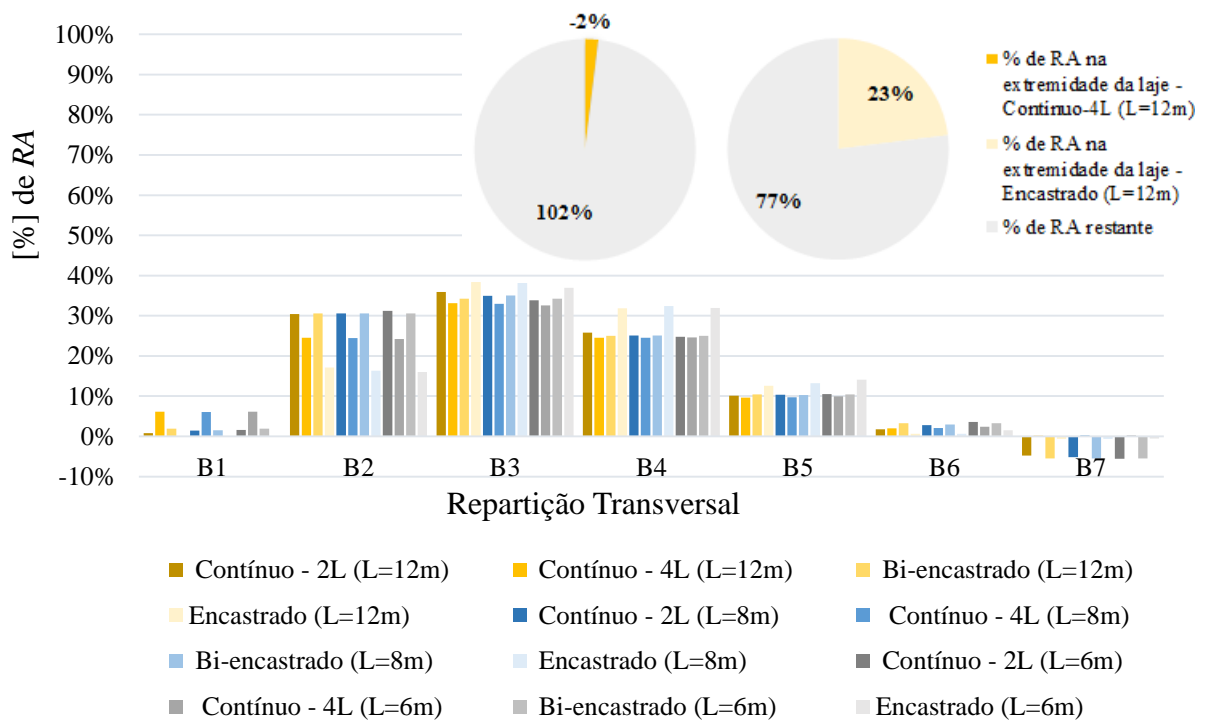


Figura 5.28 - RA em cada viga, quando a carga está aplicada a 1/2 vão da viga B3

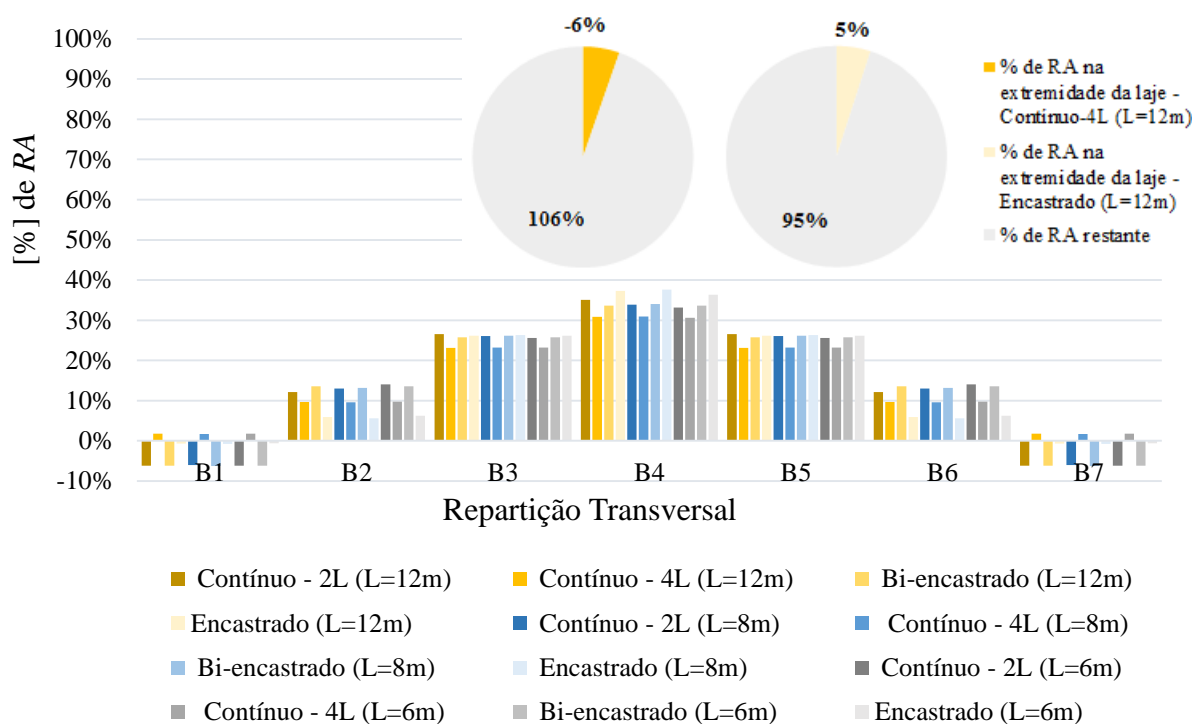


Figura 5.29 - RA em cada viga, quando a carga está aplicada a 1/2 vão da viga B4

O comportamento da distribuição transversal de cargas em termos de *RA* deste modelo é equivalente ao exposto para o modelo de um vão e para os modelos de dois vãos contínuos nos subcapítulos anteriores.

Pela análise das figuras Figura 5.26 a Figura 5.29 conclui-se que, no caso dos submodelos contínuo-2L e bi-encastrado quando as cargas são aplicadas a meio vão da viga B1, B2, B3 e B4, as vigas que recebem maior percentagem da carga sob a forma de *RA* são as que estão sujeitas à carga. Verifica-se ainda que quando a carga é aplicada nas vigas B3 e B4, Figura 5.28 e Figura 5.29 a distribuição transversal de percentagem de *RA* é uniforme para as vigas adjacentes às vigas carregadas, válido para todos os submodelos. Da Figura 5.26 carga aplicada na viga de extremidade verifica-se que a distribuição de percentagem de *RA* não segue o padrão de repartição de carga referido para a carga aplicada na viga B3 e B4. E da Figura 5.27 onde a carga é aplicada a meio vão da viga B2, observa-se que a maior percentagem de carga em termos de *RA* é recebida pela viga carregada para todos os submodelos, exceto para os submodelos encastrados. Os submodelos contínuo-2L e bi-encastrado seguem o comportamento referido anteriormente e apresentam uma distribuição da percentagem de *RA* pelas vigas adjacentes à carregada. Verifica-se também que no submodelo encastrado existe uma distribuição de percentagem de *RA* com maior importância nas vigas que se encontram à direita da viga carregada (viga B3 e B4), e uma menor percentagem de *RA* recebida pela viga B1. Estes

submodelos encastrados apresentam a maior percentagem de *RA*. O submodelo contínuo-4L apresenta uma distribuição de percentagem de *RA* pelas vigas adjacentes à viga carregada (vigas B1, B3 e B4).

Da observação da Figura 5.26, carga aplicada na viga de extremidade, é perceptível que para os submodelos contínuo-4L e encastrado, a viga que recebe uma percentagem de *RA* inferior à recebida pelas restantes vigas é a carregada. A maior parte da carga aplicada é absorvida pelos apoios das vigas B2, B3 e B4, nas vigas B5, B6 e B7 a carga absorvida pelos seus apoios é inferior. Deste modo, pode-se dizer que para o modelo em estudo, tal como para os modelos estudados nas subsecções anteriores, a maior parte da carga é recebida pelos apoios existentes na extremidade da laje que se encontra apoiada ou encastrada, como se pode verificar nos gráficos circulares, estes mostram a percentagem de *RA* recebida pelos apoios da extremidade da laje. Este valor diminui ligeiramente quando comparado com o modelo de um vão e dois vãos contínuos. Não havendo uma grande percentagem de *RA* na viga de extremidade visível nos submodelos sujeitos a condições de apoio em duas extremidades. Verifica-se que os modelos contínuo-2L e bi-encastrado apresentam maiores percentagens de *M* do que os modelos contínuo-4L e encastrado na viga carregada. Da análise das figuras anteriores, também se verifica que quando se aplica a carga nas vigas interiores, os modelos de três vãos contínuos com condições de apoio do tipo encastramento conforme o comprimento de vão em análise e a posição da carga, apesar das diferenças serem relativamente pequenas, estes modelos apresentam por vezes valores inferiores, iguais e superiores aos modelos de três vãos contínuos com condições de apoio do tipo apoio simples.

Para os diferentes comprimentos de vão quando se aplica a carga na viga de extremidade, a mesma no submodelo contínuo-2L recebe 80% de *RA*, já o submodelo bi-encastrado possui uma percentagem de 80% ou 81% dependendo do comprimento do vão. A percentagem de *RA* sobrança é distribuída pelas restantes vigas. Os submodelos contínuo-4L e encastrado para os vários comprimentos de vão apresentam uma percentagem de *RA* de 20% ou 19% e 6% ou 5%, respetivamente recebida pela viga de extremidade, e as vigas B2, B3 e B4 recebem entre 26% e 47%. Nestes modelos a percentagem total de *RA* recebida pelos apoios da extremidade da laje é de 76% e 96%, respetivamente, para os submodelos com 12.00m, a diferença entre os outros dois vãos é de 1%. A maior percentagem de *RA* nas vigas interiores apresenta valores entre 31% e 43%, independentemente das condições de apoio e do comprimento de vão. A percentagem máxima recebida pelas vigas adjacentes à carregada (viga B4) varia entre 23% e 27% em todos os modelos contínuos de três vãos.

É importante efetuar a análise comparativa entre os vários modelos de três vãos contínuos de forma a perceber o efeito que a alteração do comprimento de vão tem na repartição transversal

de cargas, além do comportamento global já apresentado. Desta forma, verifica-se que a variação do comprimento do vão nos modelos não influencia os resultados de forma significativa, porque quando se observa o vão total de 12.00m, de 8.00m e de 6.00m os valores das percentagem de *RA* que incidem sobre cada viga permanecem inalterado ou variam no máximo 4% dependendo do ponto de aplicação da carga e das condições de apoio. Os submodelos contínuos-2L e encastrados são os que registam a variação máxima dos 4%. As diferenças máximas notam-se entre os modelos com comprimentos de vão 12.00m e 6.00m, e entre os modelos com comprimento de vão de 8.00m e 6.00m.

Todavia estas diferenças não se verificam para todas as vigas, uma grande quantidade de valores mantêm-se inalterados, dependendo do ponto de aplicação da carga, do comprimento do vão e das condições de apoio em comparação. Porém, é possível concluir que o comprimento do vão não influencia de forma expressiva a repartição transversal em termos de *RA*. É importante referir ainda que o comportamento deste modelo em relação à percentagem total de carga que é absorvida pelos apoios da extremidade da laje e a que é absorvida pelos restantes apoios do modelo é o mesmo que se indicou para o modelo de um vão.

### Deslocamento vertical a 1/2 vão de cada viga

A repartição transversal de cargas em termos de *DV* para o modelo em análise é apresentada nas próximas figuras, de forma semelhante ao indicado para as *RA* e para os outros modelos.

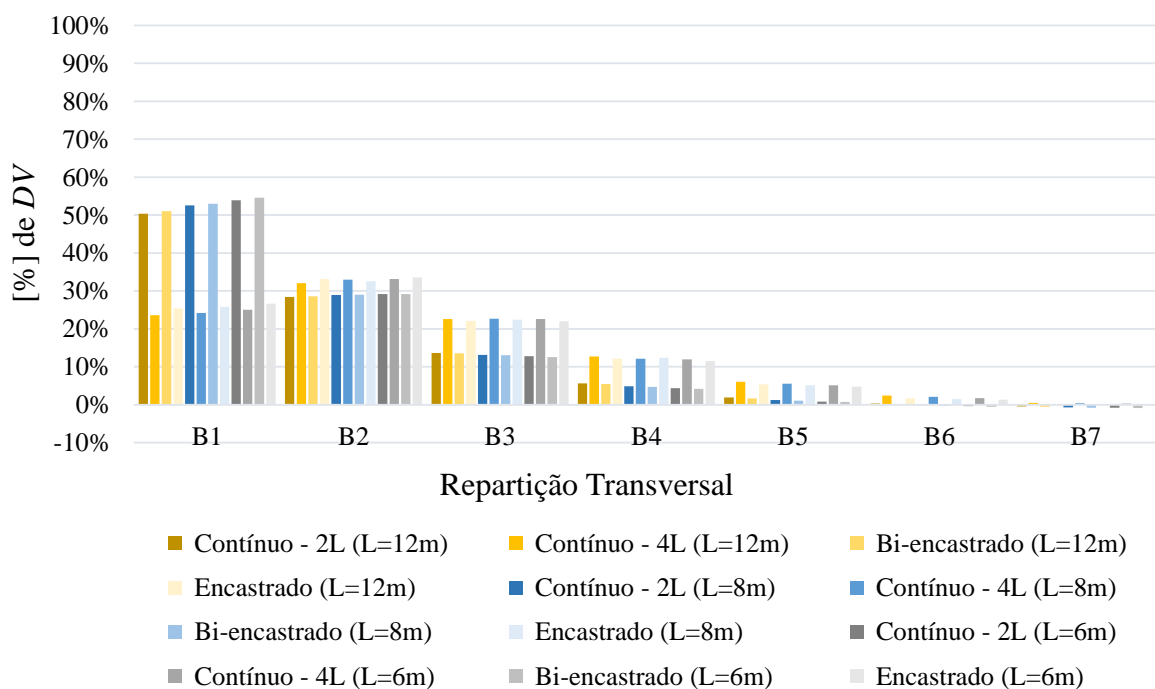


Figura 5.30 - *DV* a 1/2 vão, quando a carga está aplicada a 1/2 vão da viga B1



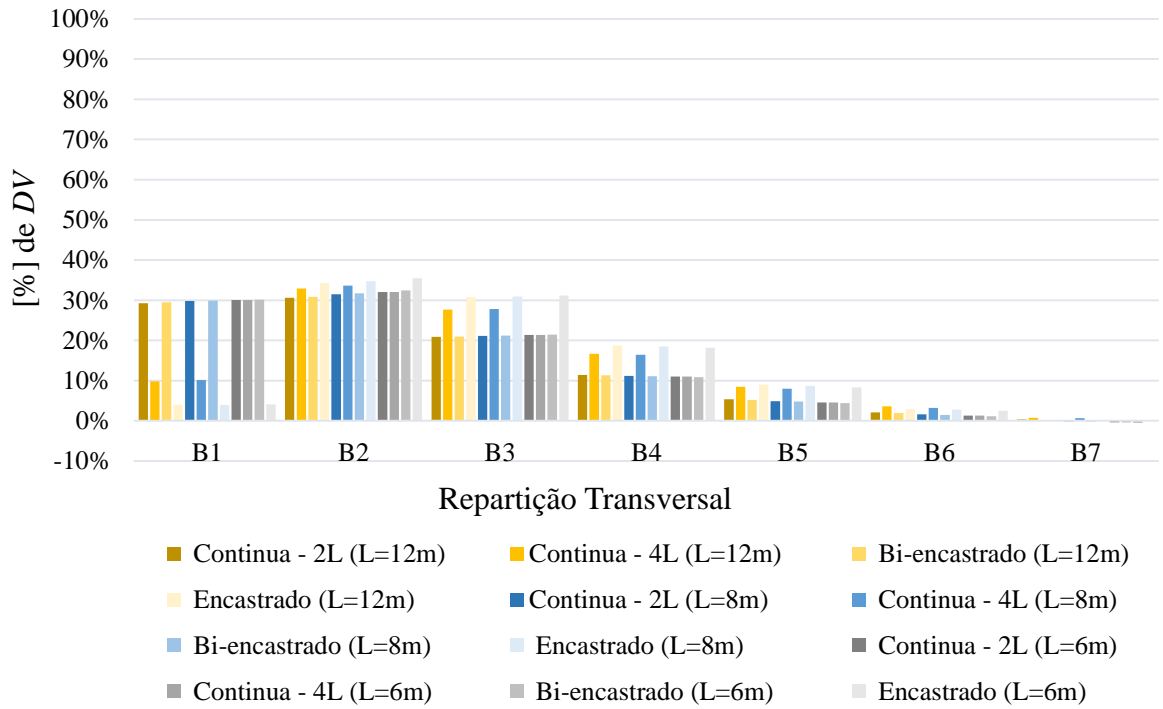


Figura 5.31 - DV a 1/2 vão, quando a carga está aplicada a 1/2 vão da viga B2

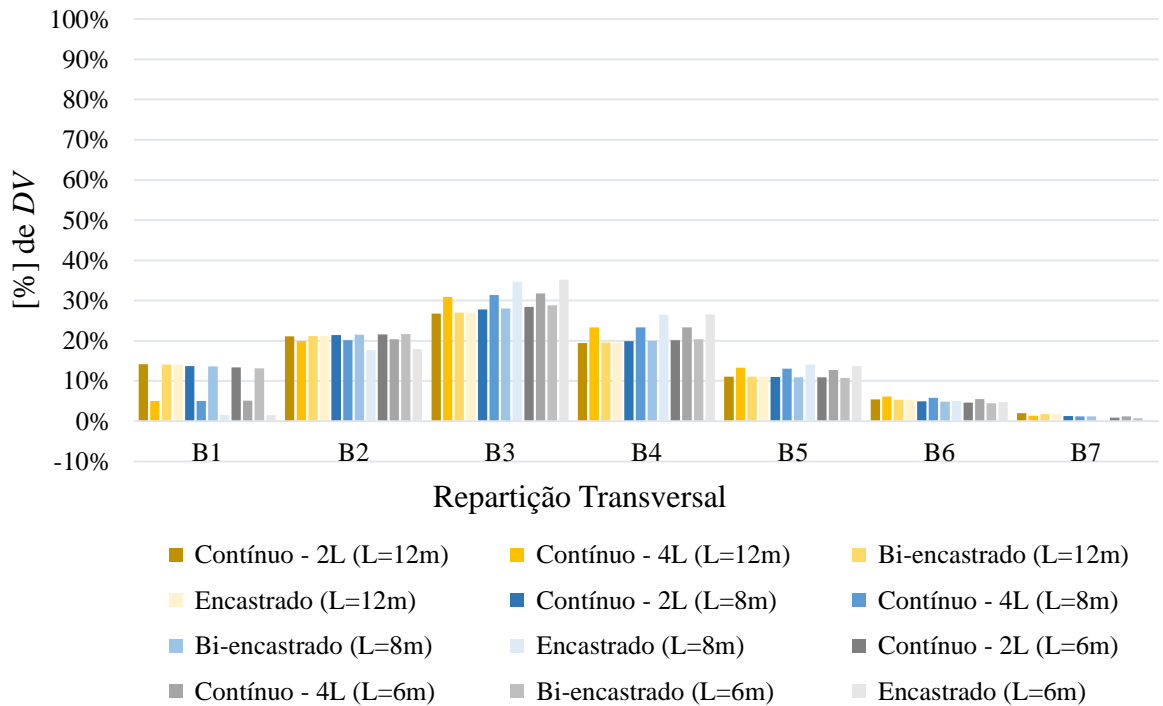


Figura 5.32 - DV a 1/2 vão, quando a carga está aplicada a 1/2 vão da viga B3

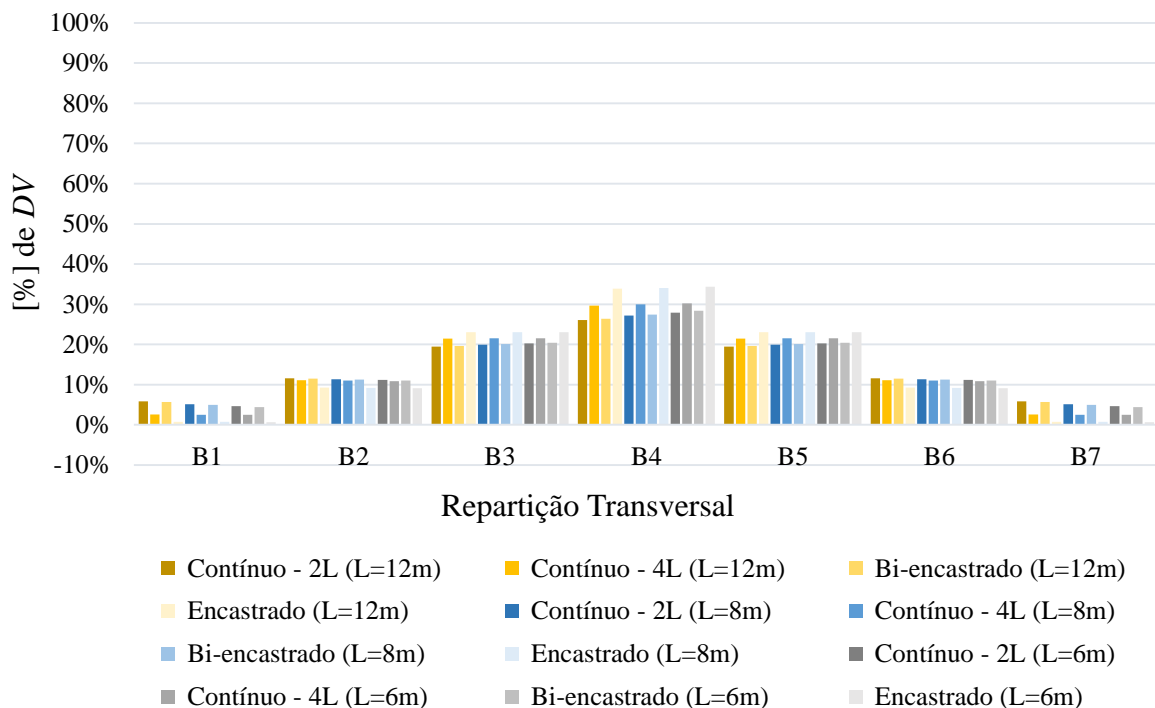


Figura 5.33 - *DV* a  $\frac{1}{2}$  vão, quando a carga está aplicada a  $\frac{1}{2}$  vão da viga B4

Do estudo desta é possível concluir que os modelos de três vãos contínuos apresentam um comportamento em tudo semelhante ao do modelo de um vão, quer para os modelos com condições de apoio do tipo apoio simples ou encastramento em duas extremidades quer para os modelos em que todas extremidades da laje se encontram apoiadas ou encastradas. É também visível que o comportamento da repartição transversal de cargas em termos de *DV* a meio vão de cada viga é semelhante ao descrito para as *RA*.

Da observação das figuras Figura 5.30 a Figura 5.33 quando as cargas são aplicadas a meio vão da viga B1 a B4, verifica-se que os submodelos contínuo-2L e o bi-encastado, independentemente do comprimento do vão, apresentam a maior percentagem de deslocamento nas vigas carregadas, e existe uma distribuição transversal de percentagem de *DV* a meio vão pelas vigas adjacentes a esta. Da Figura 5.31 referente à percentagem de *DV* a meio vão das vigas quando a carga é aplicada na viga B2, nota-se que nos submodelos contínuos-2L e bi-encastados o *DV* a meio vão nas vigas B1 e B2 é aproximadamente o mesmo. Apesar da diferença da percentagem de *DV* ser reduzida, a viga carregada (viga B2) é a que exhibe maior percentagem de *DV* a meio vão. Os submodelos contínuos-4L e encastrados, têm um comportamento semelhante aos submodelos anteriores, designadamente quando a carga está aplicada a meio vão das vigas B1, B3 e B4. Da Figura 5.30 caso em que a carga está aplicada a meio vão da viga B1, verifica-se a existência da repartição transversal da carga pelas vigas B2

e B3 nos submodelos contínuo-4L e encastrado. Nestes submodelos a viga B2 é a que apresenta maior percentagem de  $DV$  a meio vão e as vigas B1 e B3 de seguida. Isto deve-se ao facto de existir apoios nos bordos da laje.

Quando se carrega a viga de extremidade, esta viga apresenta uma percentagem total dos  $DV$  entre 50% e 54% no submodelo contínuo-2L e no submodelo bi-encastrado a percentagem varia entre 51% e 55%, estes resultados dependem do comprimento de vão em estudo. No caso dos submodelos contínuo-4L e encastrado a percentagem é de 24% e 27%, respetivamente, e as vigas B2, B3 e B4 apresentam  $DV$  a meio vão entre 22% e 27%. Relativamente à carga aplicada nas vigas interiores, a percentagem máxima de  $DV$  a meio vão toma valores entre 26% e 35%, e existe uma repartição das percentagens de  $DV$  a meio vão uniforme por todas as vigas adjacentes à viga carregada. Quando a carga é aplicada na viga B4, a percentagem máxima recebida pelas vigas adjacentes à carregada varia entre os 19% e 23% nos modelos.

Os modelos de três vãos contínuos apresentam o mesmo padrão de comportamento dos outros modelos. Ou seja, os submodelos com todas as extremidades apoiadas ou encastradas apresentam uma percentagem de  $DV$  a meio vão para os vários carregamentos mais regular do que nos submodelos com duas das extremidades apoiadas ou encastradas. Os valores máximos de percentagem de  $DV$  para os submodelos contínuo-4L e encastrado variam entre 30% e 35%, e para os submodelos contínuo-2L e bi-encastrado variam entre 26% e 55%. No geral, os valores máximos de percentagem de  $DV$  a meio vão não ultrapassam os 55%, este valor é relativo à carga aplicada a meio vão da viga B1 para o submodelo bi-encastrado. Verifica-se o padrão de comportamento das  $RA$  do mesmo submodelo e do submodelo contínuo-2L.

Da análise e comparação dos resultados obtidos para os modelos em estudo entre si verifica-se que a alteração dos comprimentos de vão dos modelos não afeta de forma significativa os resultados obtidos para a repartição transversal da carga em termos de  $DV$  a meio vão. Quando se observam os submodelos contínuo-2L e bi-encastrado não existe uma grande variação do valor dos  $DV$  a meio vão com a alteração do vão, a diferença máxima é de 4%. Quando se estuda os submodelos contínuo-4L e encastrados a variação do valor dos  $DV$  a meio vão ainda é menor do que a apresentada anteriormente, sendo o seu valor máximo de 1%. Estes valores máximos ocorrem em situações pontuais, nomeadamente, no ponto de aplicação da carga para os modelos de três vãos contínuos, na maioria das vezes a diferença entre os modelos é nula. Da análise dos diferentes comprimentos de vão dos modelos, verifica-se que entre os modelos contínuos com um comprimento de vão de 12.00m e de 8.00m a diferença máxima de  $DV$  é de 2%, e aparece nos modelos com condições de apoio do tipo apoio simples e encastramento em duas extremidades. Não se observa variação do valor dos  $DV$  a meio vão entre os modelos com as mesmas condições de apoio com o comprimento de vão de 8.00m e de 6.00m do apresentado

para os modelos com comprimento de 12.00m e 8.00m A diferença máxima de valores de percentagem de *DV* ocorre entre os modelos com comprimento de vão de 12.00m e 6.00m quando se aplica a carga na viga B1, também quando os modelos se encontram apoiados ou encastrados em duas extremidades.

**Momento fletor a 1/2 vão de cada viga**

Nas próximas figuras apresenta-se os resultados da distribuição transversal dos *M* e procede-se à sua análise de forma similar à exposta para as *RA* e *DV*, assim como foi feito para modelos em estudo.

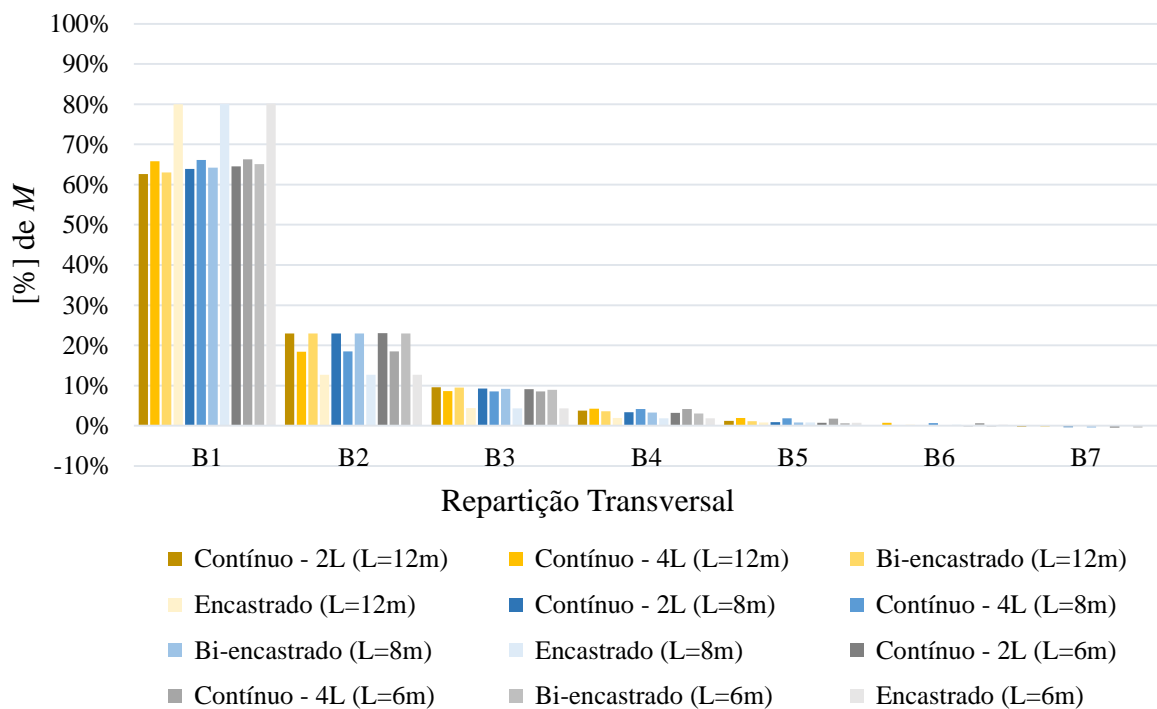


Figura 5.34 - *M* a 1/2 vão, quando a carga está aplicada a 1/2 vão da viga B1

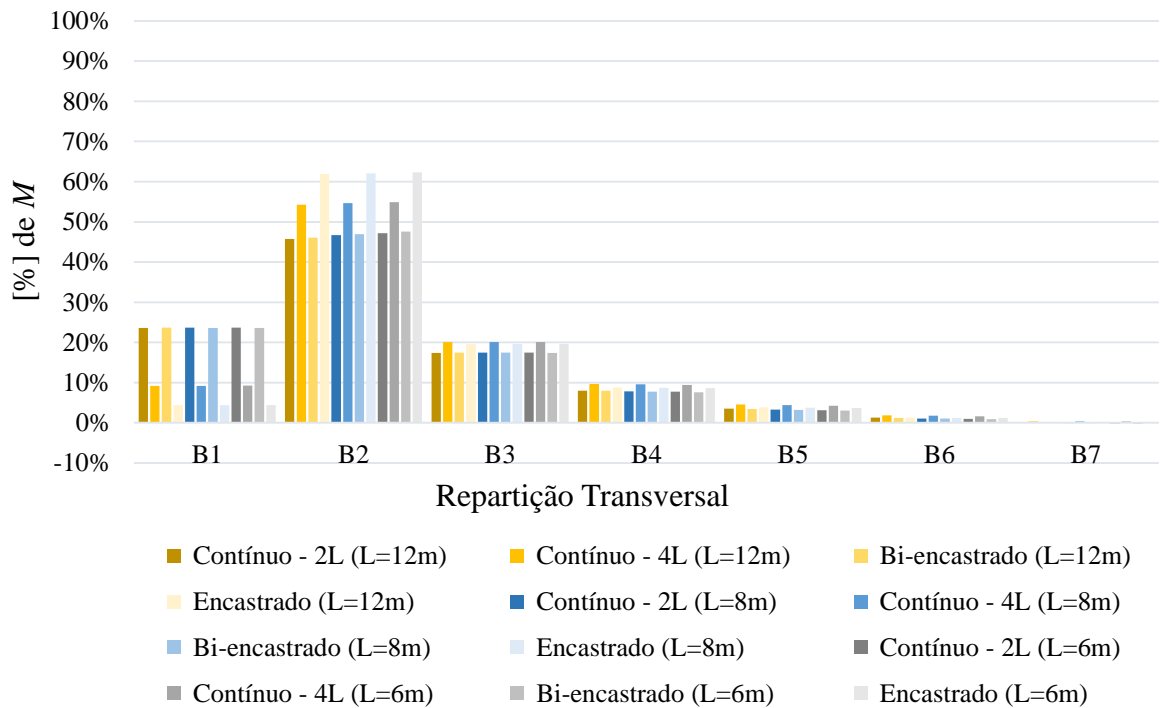


Figura 5.35 -  $M$  a  $\frac{1}{2}$  vão, quando a carga está aplicada a  $\frac{1}{2}$  vão da viga B2

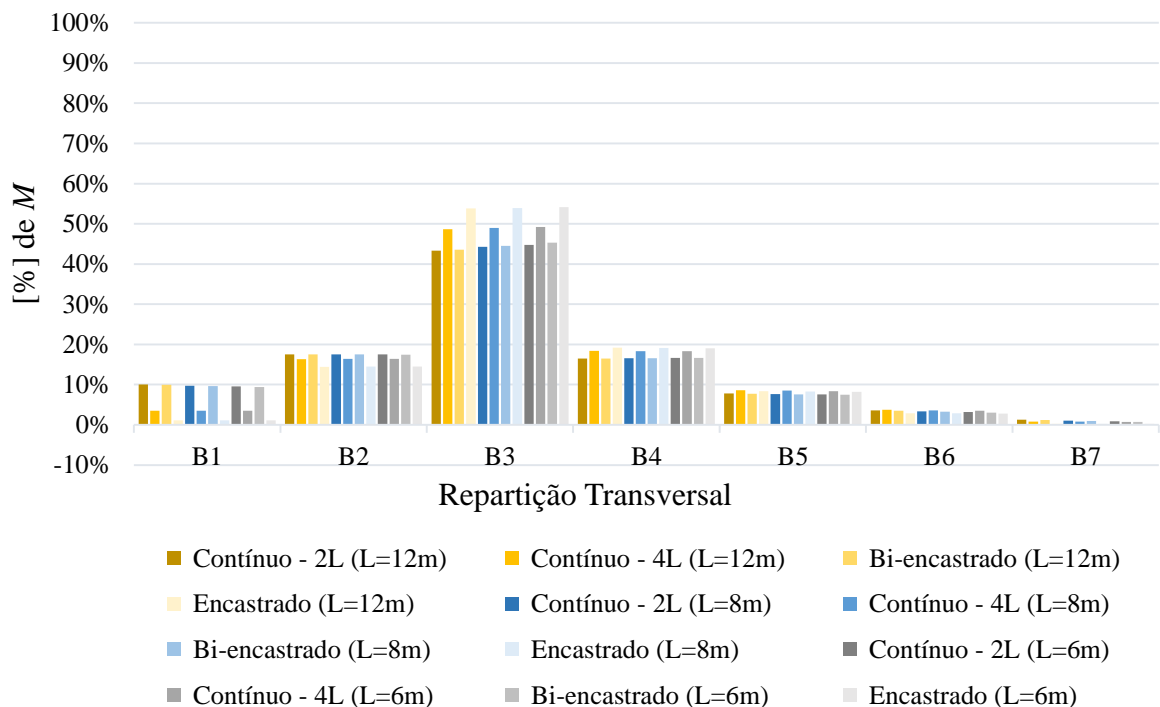


Figura 5.36 -  $M$  a  $\frac{1}{2}$  vão, quando a carga está aplicada a  $\frac{1}{2}$  vão da viga B3

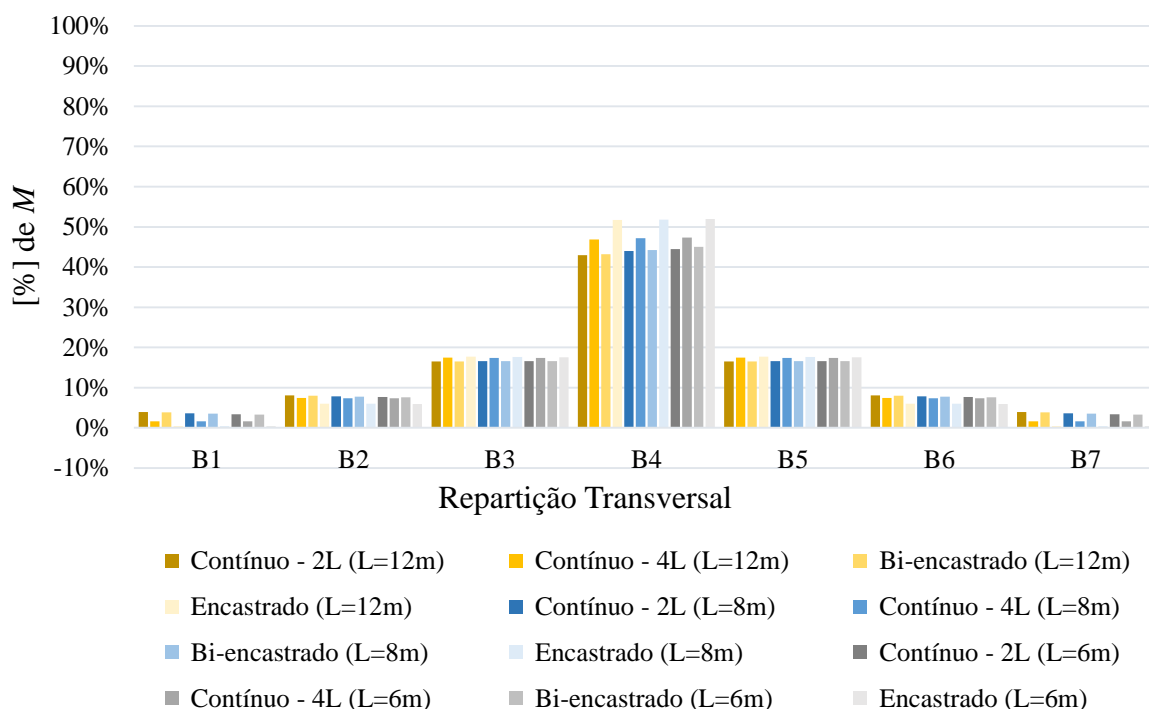


Figura 5.37 -  $M$  a  $\frac{1}{2}$  vão, quando a carga está aplicada a  $\frac{1}{2}$  vão da viga B4

De uma análise detalhada das figuras anteriores, é possível concluir que a forma de distribuição transversal de  $M$  no geral é semelhante à descrita para as  $RA$  e  $DV$ , e que o comportamento destes modelos é o mesmo que o indicado para os modelos já estudados.

De acordo com as figuras, o  $M$  a meio vão recebido pelas vigas indica que as percentagens máximas ocorrem nas vigas sujeitas à carga pontual e a que restante percentagem de  $M$  é distribuída pelas outras vigas, como se verifica nos modelos analisados nos subcapítulos anteriores. As mesma figuras mostram que a repartição transversal de cargas em termos de  $M$  nos submodelos contínuo-4L e encastrado apresentam valores superiores aos dos submodelos contínuo-2L e bi-encastrado, quando se analisa a carga aplicada a meio vão nas quatro vigas apresentadas. Neste modelo, os resultados para este modelo não apresentam diferenças significativas entre os submodelos contínuo-2L e o bi-encastrado independentemente do comprimento do vão em análise. Para o caso da carga aplicada a meio vão da viga de extremidade, verifica-se que a viga carregada recebe a maior quantidade de  $M$  a meio vão, mas a viga B2 também recebe uma percentagem de  $M$  ainda que em menor quantidade, as vigas B3 a B7 recebem uma percentagem inferior, válido para todos os submodelos. A uniformidade na repartição transversal de carga neste caso não é tão acentuada como no caso da carga aplicada nas vigas B2 a B4. Ao analisar-se submodelos contínuo-2L e bi-encastrado quando a viga B2 está carregada, verifica-se que estes apresentam as maiores percentagens de  $M$  na viga

carregada, e uma parte da percentagem de  $M$  é distribuída pelas vigas adjacentes (B1 e B3). Já nos submodelos contínuo-4L e encastrado a viga carregada é a que têm maior percentagem de  $M$ , no entanto a distribuição de percentagem de  $M$  é feita para as vigas B3 e B4 com maior peso do que nas restantes. Relativamente à carga aplicada sobre a viga B3 e B4 é possível dizer que a maior percentagem de  $M$  a meio vão, ocorre na viga carregada sendo a restante percentagem com maior importância evidente nas vigas adjacentes.

O valor da percentagem de  $M$  quando se aplica a carga a meio vão da viga de B1, para os submodelos contínuo-2L e bi-encastrado varia entre 63% e 65%, conforme o comprimento do vão do modelo, para os submodelos contínuo-4L e encastrado a percentagem de  $M$  a meio vão é relativamente superior, de 66% e 80% respetivamente, não existindo distinção entre os diferentes comprimentos de vão. Quando a carga está aplicada nas vigas interiores para os diferentes submodelos, observam-se valores máximos de percentagem de  $M$  a meio vão entre 62% e 43% no ponto de aplicação da carga. Os valores máximos de percentagem verificados ocorrem nos modelos com condições de apoio do tipo encastramento e são de 80% e 66%, para a carga aplicada na viga de extremidade. Para a carga aplicada nas vigas interiores, o valor máximo de percentagem de  $M$  é de 55% para o submodelo contínuo-4L e de 62% para o submodelo encastrado.

Depois de efetuada a análise global do comportamento dos modelos é importante apresentar a análise e comparação dos resultados obtidos para os modelos com diferentes comprimentos de vão, à semelhança do realizado para as  $RA$  e  $DV$  a meio vão. Da mesma forma que se conclui para as  $RA$  e  $DV$  a meio vão, para os  $M$  a meio vão também se verifica que a variação do comprimento de vão afeta muito pouco os resultados obtidos para a repartição transversal de carga, do submodelo em análise. A pequena diferença nos valores da repartição transversal de carga em termos de percentagem de  $M$  encontra-se entre os modelos que têm apenas duas extremidades encastradas ou apoiadas, com um valor máximo de 2%, para as vigas que estão carregadas e nas restantes vigas não existe diferenças. Esta diferença acontece entre os modelos de três vãos contínuos com um comprimento de vão de 12.00m e 6.00m. Não é perceptível diferença entre os submodelos apoiados ou encastrados nas quatro extremidades nos modelos com comprimento de vão de 12.00m e 8.00m e nos modelos com comprimento de vão de 8.00m e 6.00m. A máxima diferença é de 1% e ocorre entre os modelos com comprimento de vão de 12.00m e 6.00m.

### 5.3. Comparação entre modelos

Como se referiu, o estudo paramétrico fica concluído, quando se efetua uma análise comparativa dos parâmetros em análise entre os vários modelos. Pelo que, neste subcapítulo se apresentam as principais conclusões retiradas da análise detalhada dos vários modelos desenvolvidos neste trabalho, de forma a melhor se perceber a influência que as condições de apoio têm nestas estruturas. As conclusões são novamente, expostas em termos de  $RA$  em cada viga e na extremidade da laje, de  $DV$  e  $M$  a meio vão de cada viga separadamente.

#### Reações de apoio em cada viga

Relativamente à repartição transversal de cargas em termos de  $RA$ , é importante comparar os resultados obtidos para o modelo de um vão com os resultados adquiridos para os modelos de dois vãos contínuos, verificando-se que existe uma ligeira diferença na mesma. A diferença existente entre os modelos sem diferenciar o tipo de condições de apoio é no máximo 7%. Se se analisarem os modelos com as condições de apoio impostas em apenas duas extremidades da laje de um vão e de dois vãos contínuos, verifica-se que a diferença máxima é de 6% e de 7% quando estes se encontram apoiados ou encastrados em todas as extremidades respetivamente. Estes máximos ocorrem quando a carga está aplicada a meio vão das vigas B1 e B2. Quando a carga é aplicada a meio vão das vigas B3 e B4, verificam-se diferenças máximas de 4% para os modelos apoiados ou encastrados nas quatro extremidades, e de 3% quando estes apenas se encontram apoiados ou encastrados em duas extremidades. Os valores máximos ocorrem fundamentalmente entre os modelos de um vão com um comprimento de vão de 4.00m e os modelos de dois vãos contínuos com vão total de 8.00m e 6.00m, sendo a diferença não muito inferior quando se compara com o modelo de três vãos contínuos com um comprimento de vão de 5.00m.

É igualmente essencial comparar os resultados obtidos para o modelo de um vão com os resultados adquiridos para os modelos de três vãos contínuos, tendo-se verificando que existe uma diferença mais expressiva na repartição transversal de cargas em termos de  $RA$  relativamente às diferenças encontradas entre o modelo de um vão e o modelo de dois vãos contínuos. A diferença existente entre os modelos, independentemente do tipo de condições de apoio, comprimentos de vão ou posicionamento da carga, é no máximo 13%. Se se analisarem os modelos com as condições de apoio impostas em apenas duas extremidades da laje de um vão e de três vãos contínuos, verifica-se que a diferença máxima é entre os 4% e 11%. Quando estes se encontram apoiados ou encastrados em todas as extremidades a diferença máxima varia entre 3% e 13%. Os valores máximos ocorrem principalmente quando a carga está aplicada a meio vão das vigas B1 e B2. Os modelos com as condições do tipo encastramento quer seja o



submodelo bi-encastado ou o submodelo encastado, apresentam valores de diferenças relativamente mais baixos, sendo o seu máximo de 9%. Os valores máximos ocorrem essencialmente entre os modelos de um vão com um vão de 4.00m e os modelos de três vãos contínuos com comprimento total de vão de 12.00m e 8.00m, sendo a diferença um pouco mais reduzida quando se compara com o modelo de três vãos com um vão total de 6.00m.

Da observação dos vários modelos desenvolvidos neste trabalho, verifica-se que existem modelos de dois vãos e de três vãos contínuos com o mesmo comprimento de vão, pelo que é importante perceber a diferença de resultados existente entre as suas repartições transversais de cargas em termos de *RA*. Os comprimentos de vão comuns aos modelos contínuos são 8.00m e 6.00m. Analisando em primeiro lugar o modelo de 8.00m verifica-se que a diferença existente entre os modelos de dois vãos e de três vãos contínuos é, no máximo, de 6% este valor ocorre entre os submodelos contínuo-4L. Contudo, os submodelos bi-encastado não apresentam uma diferença muito inferior ao valor máximo verificado, sendo de 5%. Estas diferenças máximas ocorrem essencialmente quando se aplica a carga a meio vão da viga B1 e B2, verificando-se que quando se aplica a carga a meio vão das vigas B3 e B4 a diferença máxima entre os modelos é de 3%. Analisando os modelos contínuos com um comprimento de vão de 6.00m, não se verifica grande diferença entre estes e os resultados obtidos para os modelos contínuos de 8.00m comparados anteriormente, concluindo-se exatamente o mesmo.

Deste modo é possível verificar que os modelos de três vãos contínuos apresentam uma percentagem máxima de *RA* inferior aos modelos de um vão e aos modelos de dois vãos contínuos, mantendo-se o comportamento da repartição transversal de cargas em termos de *RA*. Uma vez que as diferenças encontradas não são significativas, pode-se dizer que os comprimentos de vão não afetam de forma muito significativa as percentagens obtidas em termos de *RA*.

Relativamente à percentagem de *RA* recebida pelos apoios da extremidade da laje para os submodelos apoiado, contínuo-4L e encastados pertencentes aos três modelos em análise, tratando o caso com maior importância, carga aplicada sobre a viga B1, porque é neste caso que se verifica a percentagem máxima de *RA*, é portanto, possível concluir que a diferença máxima ocorre entre os submodelos com as condições de apoio do tipo apoio simples e é de 3%. Esta diferença ocorre entre o modelo de um vão e o de três vãos contínuos com um vão total de 12.00m. Quando se aplica a carga na viga B2 observa-se a diferença máxima de 9% entre os mesmos submodelos. No caso da carga aplicada na viga B3 verifica-se uma diferença máxima de 6% também para os submodelos referidos. Quando se aplica a carga no centro do modelo, a diferença é muito reduzida, sendo de no máximo de 2%. Os valores observados para os submodelos encastados são inferiores aos referidos.

### **Deslocamentos Verticais a $\frac{1}{2}$ vão de cada viga**

Tal como para as *RA*, também em termos de *DV* é importante perceber as diferenças existentes nas repartições transversais de cargas entre os modelos. É portanto, relevante comparar os resultados obtidos para o modelo de um vão com os resultados adquiridos para os modelos de dois vãos contínuos, verificando-se que existe uma pequena diferença na repartição transversal de cargas em termos de *DV* a meio vão. A diferença existente entre os modelos sem diferenciar o tipo de condições de apoio é no máximo 4%. Se se analisarem os modelos com as condições de apoio impostas em apenas duas extremidades da laje de um vão e de dois vãos contínuos, verifica-se que a diferença máxima é de 4% e 3% quando estes se encontram apoiados ou encastrados em todas as extremidades. Estes máximos ocorrem quando a carga está aplicada a meio vão das vigas B1 e B2. Quando a carga é aplicada a meio vão das vigas B3 e B4 verificam-se diferenças máximas de 2% para os modelos apoiados ou encastrados em duas extremidades e de 1% quando estes apenas se encontram apoiados ou encastrados nas quatro extremidades. A diferença máxima ocorre entre os modelos de um vão com um comprimento de vão de 4.00m e entre os modelos de dois vãos contínuos com comprimento de 8.00m e 5.00m, seguindo-se depois entre o modelo contínuo de 6.00m.

É também importante efetuar a comparação dos resultados obtidos para o modelo de um vão com os resultados dos modelos de três vãos contínuos, concluindo-se que existe diferença na repartição transversal de cargas em termos de *DV* a meio vão. A diferença entre os modelos sem diferenciar o tipo de condições de apoio é no máximo 7%. Ao se analisar os modelos com as condições de apoio impostas em apenas duas extremidades da laje de um vão e de três vãos contínuos, verifica-se que a diferença máxima é de 3% a 7% e de 2% a 5% quando estes se encontram apoiados ou encastrados em todas as extremidades. Esta ocorre entre os modelos de um vão com um comprimento de vão de 4.00m e entre os modelos de dois vãos contínuos com vão total de 6.00m. E posteriormente entre o modelo contínuo de 12.00m e 8.00m. Observa-se que não existem grande diferença de resultados entre a comparação dos modelos apresentados por último.

Assim como, para as *RA*, em termos de *DV* a meio vão de cada viga, é necessário comparar os resultados obtidos entre os modelos de dois vãos e de três vãos contínuos com o mesmo vão. Os comprimentos de vão comuns aos modelos contínuos são 8.00m e 6.00m. Estudando em primeiro lugar o modelo de 8.00m verifica-se que a diferença existente entre os modelos de dois vãos e de três vãos contínuos é de 4%, no máximo, e que este valor ocorre entre os modelos contínuo-2L. Contudo, os modelos bi-encastrado não apresentam uma diferença muito inferior ao valor máximo verificado, sendo de 3%. Analisando os modelos contínuos com um comprimento de vão de 6.00m, não se verifica grande diferença entre estes e os resultados

obtidos para os modelos contínuos de 8.00m comparados anteriormente, concluindo-se o já exposto.

Neste caso é possível verificar que os modelos de três vãos contínuos apresentam percentagem máxima de *DV* a meio vão superiores aos modelos de um vão e aos modelos de dois vãos contínuos, mantendo-se o comportamento da repartição transversal de cargas em termos de *DV*. Uma vez que as diferenças encontradas não são significativas, pode-se dizer que os comprimentos de vão não afetam de forma muito significativa as percentagens obtidas em termos de *DV*.

### **Momento fletor a 1/2 vão de cada viga**

Assim como se efetuou a análise comparativa para as *RA* e *DV* a meio vão, é igualmente necessário comparar os resultados obtidos da repartição transversal de carga para o modelo de um vão com os resultados obtidos para os modelos de dois vãos contínuos. Desta análise, verifica-se que existe uma pequena diferença na repartição transversal de cargas em termos de *M* a meio vão. A diferença existente entre os modelos sem diferenciar o tipo de condições de apoio é, no máximo, de 4%. Ao estudar os modelos com as condições de apoio impostas em duas extremidades da laje de um vão e de dois vãos contínuos, verifica-se que a diferença máxima é de 4% e 2% quando estes se encontram apoiados ou encastrados em todas as extremidades. Estes máximos ocorrem quando a carga está aplicada a meio vão das vigas B1, B2, B3 e B4. É importante referir que as diferenças máximas se verificam entre o modelo de um vão com 4.00m e entre o modelo de dois vãos contínuo com 8.00m e 6.00m de vão total, seguindo-se o modelo de dois vãos contínuos com 5.00m. De entre as várias condições de apoio para os modelos de dois vãos contínuos existe um caso que em comparação com o modelo de um vão não apresenta qualquer diferença, corresponde à condição de apoio em que o modelo se encontra encastrado em todas as extremidades. É importante salientar o facto das diferenças existentes serem pouco expressivas e que ocorrerem em casos pontuais.

Relativamente à comparação dos resultados obtidos para o modelo de um vão com os resultados dos modelos de três vãos contínuos, conclui-se que há diferença na repartição transversal de cargas em termos de *M* a meio vão. A diferença existente entre os modelos sem diferenciar o tipo de condições de apoio é no máximo 7%. Se se analisar os modelos com as condições de apoio impostas em apenas duas extremidades da laje de um vão e de três vãos contínuos, verifica-se que a diferença máxima é de 7% e 4% quando estes se encontram apoiados ou encastrados em todas as extremidades. É importante referir que as diferenças máximas se verificam entre o modelo de um vão com 4.00m e entre o modelo de três vãos contínuo com

6.00m de vão, seguindo-se o modelo de três vãos contínuos com 8.00m e depois o modelo de três vãos contínuos com 12.00m.

Assim como, para as  $RA$  e  $DV$  a meio vão de cada viga, em termos de  $M$  é importante comparar os resultados obtidos entre os modelos de dois vãos e de três vãos contínuos com o mesmo comprimento de vão. Os vãos iguais nos modelos contínuos são 8.00m e 6.00m. Examinando em primeiro lugar o modelo de 8.00m verifica-se que a diferença existente entre os modelos de dois vãos e de três vãos contínuos é de 3% no máximo e este valor ocorre entre os submodelos contínuo-2L e contínuo-4L. Os modelos bi-encastado e encastado não apresentam diferenças de valores de momento fletor. Analisando os modelos contínuos com o vão de 6.00m, não se verifica diferença entre estes e os resultados obtidos para os modelos contínuos de 8.00m comparados anteriormente, concluindo-se exatamente o exposto.

Por fim, é possível verificar que os modelos de três vãos contínuos apresentam percentagem máxima de  $M$  a meio vão superiores aos modelos de um vão e aos modelos de dois vãos contínuos, mantendo-se o comportamento da repartição transversal de cargas em termos de  $M$ . Uma vez que as diferenças encontradas não são significativas, pode-se dizer que os comprimentos de vão não afetam de forma muito expressiva as percentagens obtidas em termos de  $M$ .

## 6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

### 6.1. Conclusões

A presente dissertação de mestrado teve como principal objetivo compreender a forma como os pavimentos/lajes mistas de madeira-betão se comportam quando são sujeitos a cargas pontuais, com particular enfoque na influência das condições de apoio. Desta forma, foi realizada uma análise paramétrica, onde se estudaram essencialmente dois parâmetros, condições de apoio e o comprimento do vão. Os parâmetros analisados permitiram perceber o modo como estas estruturas efetuam a repartição transversal da carga, nomeadamente em termos de  $RA$ , de  $DV$  e de  $M$  a meio vão para os modelos desenvolvidos.

Da análise dos resultados foi possível concluir que quando se aplicam as cargas nas vigas de extremidade para os modelos com duas extremidades apoiadas ou encastradas, quer se analise o modelo de um vão ou os modelos contínuos, estas vigas recebem a maior percentagem de  $RA$ ,  $DV$  e  $M$ , sendo a restante percentagem distribuídas pelas outras vigas. No entanto quando se consideram os modelos com todas as extremidades apoiadas ou encastradas, as vigas que recebem maior percentagem não são as carregadas, mas sim as adjacentes a esta, verificando-se que os bordos da laje que se encontram apoiados ou encastrados estão a receber uma percentagem considerável do valor da carga aplicada, sendo esta percentagem de 79% e 96% respetivamente.

Foi também possível concluir que quando se aplicam as cargas na viga central do pavimento, independentemente das condições de apoio e do comprimento do vão, a repartição transversal de cargas é feita pelas vigas adjacentes à carregada sendo que está é a que apresenta maior valor de percentagem, verificando-se também uma distribuição simétrica quer em termos de  $RA$ ,  $DV$  e  $M$ . De salientar que neste caso os apoios da extremidade da laje recebem uma percentagem de  $RA$  muito inferior à recebida pelos apoios das vigas para os modelos com todos os bordos encastrados ou apoiados.

Da comparação realizada entre os vários modelos foi possível concluir que em termos de  $RA$ , os modelos de três vãos contínuos e o modelo de um vão apresentam uma diferença de resultados obtidos de 13% e de 7% entre os modelos de dois vãos contínuos e o modelo de um vão. Em termos de  $DV$  e de  $M$  entre os modelos de um vão e os modelos de três vãos contínuos verificou-se uma diferença máxima de 7% e de 4% entre os modelos de dois vãos contínuos e o modelo de um vão.

Foi possível comparar os resultados da repartição transversal de cargas obtidos entre os modelos de dois e três vãos contínuos com o comprimento de vão em comum, ( 8.00m e 6.00m), obteve-se uma diferença máxima de 6% para as *RA*, de 4% para os *DV* e de 3% para os *M*.

Em resumo, verificou-se que todos os modelos apresentam o mesmo tipo de comportamento existindo somente alguma diferença de valores na repartição transversal de cargas. Tendo-se comprovado que os parâmetros em estudo têm uma importância significativa no desempenho das estruturas do tipo lajes mistas madeira-betão.

## **6.2. Sugestões para futuros trabalhos**

Uma vez que o assunto aqui tratado tem um âmbito limitado, fica por estudar um vasto conjunto de parâmetros quer numericamente quer experimentalmente. De modo a se conhecer melhor o comportamento deste tipo de estruturas, otimizar o seu processo de dimensionamento e tornar este tipo de soluções economicamente mais competitivas, sugere-se para trabalhos futuros análises paramétricas que avaliem o efeito da geometria da seção transversal, o efeito de secções transversais de grandes dimensões ou o efeito das mesmas mas com recurso a outro tipo de madeira na repartição transversal de cargas.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Aasheim, E. (2000). Development of timber bridges in the Nordic countries. Em *Proc. of the 6th World Conference on Timber Engineering*. Vancouver, Canada.
- Blass, H. (1995). STEP lecture B16. Em P. A. H. J. Blass, *STEP1 Basis of design, material properties, structural components and joints*. Almere, The Netherlands: Centrum Hout.
- Branco, J. M. (2003). *Comportamento das ligações tipo cavilha em estruturas mistas madeira-betão*. Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia Civil da Universidade do Minho.
- Breve história da engenharia de estruturas*. (s.d.). Obtido de <http://www.lmc.ep.usp.br/people/hlinde/estruturas/historia.htm>
- Calil Jr, C. (2006). *Brazilian Handbook for the Design and Construction of Timber Bridges*. Suprema, São Carlos, Brazil.
- Cardoso, L. M. (2010). *Recuperação de pavimentos antigos em madeira com lajes mistas madeira-betão*. Porto: Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia Civil da Universidade do Porto.
- Cardoso, N. F. (2013). *Dimensionamento e comparação de custos de execução de lajes a grande altura com soluções tradicionais escoradas e em estrutura mista aço-betão*. Porto: Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia Civil da Universidade do Porto.
- Casema, Casas Especiais de Madeira*. (Março de 2007). Obtido de <http://www.casema.pt/um-pouco-de-historia/>
- Ceccotti, A. (1995). Timber-Concrete Composite Structures. Em *STEP "Timber Engineering"* (p. E13/1 a E13/11). Netherlands.
- Ceccotti, A. (2002). Composite Concrete-Timber Structures, In *Progress in Structural Engineering and Materials*. Nethercot, D. et al.
- CSI. (2013). *CSI Analysis Reference Manual for SAP2000*. Berkeley, California, USA.
- Dias, A. M. (2014/2015). *Estruturas de Madeira e Alvenaria - Apontamentos de apoio 2014/2015*. Coimbra: Departamento de Engenharia Civil, Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra.
- Dias, A., Ferreira, M., Jorge, L., & Martins, H. (2011). Timber-concrete practical applications - bridge case study. *Proc Inst Civ Eng Struct Build* 164(2), pp. 130-140.
- Dias, A., Skinner, J., & K. Crews & T. Tannert. (15 de February de 2015). Timber-concrete-composites increasing the use of timber in construction. *European Journal of Wood and Wood Products*.

- EN 1194. (2002). *Timber structures. Glued laminated timber. Strength classes and determination of characteristic values*. CEN.
- EN 14081. (2005). *Timber structures - Strength graded structural timber with rectangular cross section- Part 1, 2, 3, 4*. CEN.
- EN 1912. (2004). *Structural timber. Strength classes. Assignment of visual grades and species*. CEN.
- EN 1994. (2004). *Eurocode 4: Design of composite steel and concrete structures - Part 1-1: General rules and rules for buildings*. CEN, Brussels.
- EN 1995. (2004). *Eurocode 5: Design of timber structures- Part 1-1: General - Common rules and rules for buildings*. CEN, Brussels.
- EN 335-1. (1992). *Hazard classes of wood and wood-based products against biological attack. Classification of hazard classes*. CEN.
- EN 338. (2003). *Structural timber - Strength classes*. CEN, Brussels.
- EN 350-2. (1994). *Durability of wood and wood-based products. Natural durability of solid wood. Guide to natural durability and treatability of selected wood species of importance in Europe*. CEN.
- Engenharia Portugal*. (26 de Junho de 2014). Obtido de <http://www.engenhariapt.com/2014/06/29/construcao-em-madeira-a-madeira-como-material-de-construcao/>
- Etournaud, P. J.-F. (1998). *Load tests of composite wood-concrete decking under point*. Dissertação de Mestrado, Colorado State University, Fort Collins, Colorado.
- Flach, M., & Frenette, C. (2004). Wood-concrete-composite-technology in bridge construction. Em *Proc. of the 8th World Conference Engineering* (pp. 289-294). Lahti: Finland.
- Jorge, L. F. (2005). *Estruturas mistas madeira-betão com utilização de betões de agregados leves*. Coimbra: Dissertação de Doutoramento, Departamento de Engenharia Civil da Universidade de Coimbra.
- Jular Madeiras*. (s.d.). Obtido de <http://www.jular.pt/produtos/estruturas-em-madeira>
- Linden, M. v. (1999). *Timber Concrete Composite Floor Systems*. Delft: Dissertação de Doutoramento, Technical University of Delft.
- Lourenço, P. B., & Branco, J. M. (s.d.). Dos abrigos da pré-história aos edifícios de madeira do século XXI. pp. 201-213.
- Lukaszewska, E. (2009). *Development of prefabricated timber-concrete composite floors*. Lulea, Sweden: Dissertação de Doutoramento, Lulea Univ. of Technology.
- Lukaszewska, E., & Fragiaco, M. (2008). Static performance of prefabricated timber-concrete composite systems. Em *Proc., 10th World Conf. on Timber Engineering*. Miyazaki, Japan: CD copy.



- Madeira Estrutural*. (12 de Maio de 2009). Obtido de <https://madeiraestrutural.wordpress.com/2009/05/12/vantagens-do-uso-da-madeira-como-material-estrutural/>
- Monteiro, S. R. (2015). *Load Distribution on Timber-Concrete Composite Floors*. Coimbra: Dissertação de Doutoramento, Departamento de Engenharia Civil da Universidade de Coimbra.
- Moraes, V. M. (2007). *Ponte mista madeira-concreto em vigas treliçadas de madeira*. Dissertação de Mestrado, Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", Ilha Solteira.
- Natterer, J. (1998). Tendencies in bridge construction. Em *Proc. of the 5th World Conference on Timber Engineering* (pp. 100-107). Montreux, Switzerland.
- Natterer, J., & Hoefl, M. (1987). *Zum Tragverhalten von Holz-Beton Verbundkonstruktionen*. Lausanne.
- NP EN 1991-1-1. (2009). *Eurocódigo 1: Ações em estruturas - Parte 1-1: Ações gerais - Pesos volúmicos, pesos próprios, sobrecargas em edifícios*. CEN, Bruxelas.
- NP EN 1992-1-1. (2010). *Eurocódigo 2: Projeto de estruturas de betão- Parte 1-1: Regras gerais e regras para edifícios*. CEN, Bruxelas.
- Oliveira, A. L. (2002). *Contribuição para a análise de vigas mistas de madeira laminada colada e concreto (MLC/concreto)*. Belo Horizonte: Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Minas Gerais.
- Pischl, R., & Schickhofer, G. (1993). The Mur River wooden bridge, Austria. *Structural Engineering International* 3(4), pp. 217-219.
- Redondo, G. A. (2001). Study of the building systems used in domestic architecture of 17th – 19th centuries in Madrid. Em *Historical Constructions 2001* (pp. 789-798).
- Repórter Ambiental*. (2 de Maio de 2014). Obtido de <http://www.reporterambiental.com.br/predio-de-madeira-mais-alto-do-mundo-comeca-a-ser-erguido-na-noruega.html>
- Rodrigues, J. N. (2014). *Pontes com estrutura mista madeira-betão e seu potencial de aplicação*. Coimbra: Dissertação de Doutoramento, Departamento de Engenharia Civil da Universidade de Coimbra.
- Rodrigues, J. N., Dias, A. M., & Providência, P. (1 de Novembro de 2013). Timber-Concrete Composite Bridges: State-of-the-Art Review. *BioResources*, pp. 6630-6649.
- Rodrigues, J., Providência, P., & Dias, A. (2010). Use of composite timber-concrete bridges solutions in Portugal. *Proc. of the International Conference on Timber Bridges*, pp. 67-78.
- Simon, A. (2008). *Analyse zum Trag- und Verformungsverhalten von Straßenbrücken in Holz-Beton-Verbundbauweise*. Weimar: Tese de Doutoramento, University of Bauhaus, Weimar.

- Simulea, A. 6. (2011). *Documentation collection - (2011)*. AbaqusCAE - Simulea.
- Thomas, W. (2003). Models for concentrated load performance assessment of isotropic wood sheathing. Em *Journal of Structural Engineering* (pp. 1080-1086). ASCE Vol. 129, 8.
- Yeoh, D. (2010). *Behaviour and design of timber-concrete composite floor system*. New Zealand: Ph.D. thesis, Univ. of Canterbury.
- Yeoh, D., Fragiaco, M., Buchanan, A., Crews, K., Haskell, J., & Deam, B. (2008). Developmen of semi-prefabricated timber-concrete composite floors in Australasia. Em *Proc., 10th World Conf. on Timber Engineering*. Miyazaki, Japan: CD copy.
- Yeoh, D., Fragiaco, M., Franceschi, M. D., & Boon, K. H. (October de 2011). State of the Art on Timber-Concrete Composite Structures : Literature Review. *Journal of structural engineering*, pp. 1085-1095.

## **ANEXO A**

### **A.1 – Resultados do estudo paramétrico**

Neste anexo apresentam-se os resultados obtidos para a realização do estudo paramétrico em formato de tabela, para mais informação consulte o subcapítulo 5.2.

### A.1.1 – Reações de apoio em cada viga e na extremidade da laje

Tabela A.1 - Reações de apoio em cada viga, quando a carga está aplicada a ½ vão da viga B1

Modelos	Submodelos	Posição das vigas						
		B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7
Modelo de Um Vão ( $L=4m$ )	Simplesmente Apoiado	84%	14%	8%	1%	-1%	-1%	-4%
	Apoiado	7%	33%	30%	18%	8%	4%	1%
	Bi-encastado	72%	26%	7%	-1%	-2%	-1%	-1%
	Encastado	-1%	39%	41%	17%	4%	0%	0%
Modelo de Dois Vãos Contínuos ( $L_1=L_2=4m; L=8m$ )	Contínuo - 2L	81%	20%	6%	-1%	-2%	-2%	-2%
	Contínuo - 4L	14%	40%	29%	12%	4%	1%	0%
	Bi-encastado	76%	25%	5%	-2%	-2%	-2%	-1%
	Encastado	4%	40%	41%	15%	2%	-1%	0%
Modelo de Dois Vãos Contínuos ( $L_1=4m; L_2=2m; L=6m$ )	Contínuo - 2L	81%	19%	6%	-1%	-2%	-1%	-2%
	Contínuo - 4L	14%	41%	28%	12%	4%	1%	0%
	Bi-encastado	76%	24%	5%	-1%	-2%	-2%	-1%
	Encastado	3%	38%	41%	16%	3%	-1%	0%
Modelo de Dois Vãos Contínuos ( $L_1=4m; L_2=1m; L=5m$ )	Contínuo - 2L	81%	19%	6%	0%	-2%	-1%	-2%
	Contínuo - 4L	13%	40%	28%	13%	4%	1%	0%
	Bi-encastado	76%	24%	6%	-1%	-2%	-2%	-1%
	Encastado	3%	36%	40%	18%	4%	-1%	0%
Modelo de Três Vãos Contínuos ( $L_1=L_2=L_3=4m; L=12m$ )	Contínuo - 2L	80%	25%	4%	-3%	-3%	-2%	0%
	Contínuo - 4L	20%	46%	27%	8%	0%	-1%	0%
	Bi-encastado	80%	22%	5%	-2%	-3%	-2%	-1%
	Encastado	6%	39%	40%	15%	2%	-2%	0%
Modelo de Três Vãos Contínuos ( $L_1=L_3=2m; L_2=4m; L=8m$ )	Contínuo - 2L	80%	24%	4%	-2%	-2%	-2%	-1%
	Contínuo - 4L	20%	47%	26%	8%	1%	-1%	0%
	Bi-encastado	81%	23%	4%	-2%	-2%	-2%	-1%
	Encastado	6%	37%	40%	16%	3%	-1%	0%
Modelo de Três Vãos Contínuos ( $L_1=L_3=1m; L_2=4m; L=6m$ )	Contínuo - 2L	80%	22%	5%	-1%	-2%	-2%	-1%
	Contínuo - 4L	19%	46%	27%	8%	1%	-1%	0%
	Bi-encastado	80%	22%	5%	-2%	-3%	-2%	-1%
	Encastado	5%	35%	40%	18%	4%	-1%	0%

Tabela A.2 - Reações de apoio em cada viga, quando a carga está aplicada a ½ vão da viga B2

Modelos	Submodelos	Posição das vigas						
		B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7
Modelo de Um Vão ( $L=4m$ )	Simplesmente Apoiado	36%	30%	23%	11%	2%	2%	-5%
	Apoiado	7%	27%	30%	20%	10%	5%	1%
	Bi-encastado	31%	36%	24%	9%	2%	-1%	-2%
	Encastado	-1%	30%	42%	23%	7%	0%	0%
Modelo de Dois Vãos Contínuos ( $L_1=L_2=4m$ ; $L=8m$ )	Contínuo - 2L	32%	36%	24%	10%	2%	0%	-3%
	Contínuo - 4L	11%	33%	31%	17%	6%	2%	0%
	Bi-encastado	30%	38%	25%	9%	1%	-1%	-2%
	Encastado	1%	30%	43%	22%	5%	-1%	0%
Modelo de Dois Vãos Contínuos ( $L_1=4m$ ; $L_2=2m$ ; $L=6m$ )	Contínuo - 2L	32%	35%	24%	10%	2%	0%	-4%
	Contínuo - 4L	11%	33%	31%	17%	6%	2%	0%
	Bi-encastado	30%	37%	25%	9%	1%	-1%	-2%
	Encastado	1%	29%	43%	22%	6%	-1%	0%
Modelo de Dois Vãos Contínuos ( $L_1=4m$ ; $L_2=1m$ ; $L=5m$ )	Contínuo - 2L	32%	35%	24%	10%	2%	1%	-4%
	Contínuo - 4L	11%	33%	31%	17%	7%	2%	0%
	Bi-encastado	31%	37%	25%	9%	1%	-1%	-2%
	Encastado	1%	28%	42%	23%	7%	0%	0%
Modelo de Três Vãos Contínuos ( $L_1=L_2=L_3=4m$ ; $L=12m$ )	Contínuo - 2L	29%	40%	26%	9%	1%	-2%	-2%
	Contínuo - 4L	14%	39%	32%	13%	3%	-1%	0%
	Bi-encastado	30%	39%	25%	9%	1%	-1%	-3%
	Encastado	2%	30%	43%	22%	5%	-1%	0%
Modelo de Três Vãos Contínuos ( $L_1=L_3=2m$ ; $L_2=4m$ ; $L=8m$ )	Contínuo - 2L	29%	39%	25%	9%	1%	-1%	-3%
	Contínuo - 4L	14%	39%	32%	13%	3%	0%	0%
	Bi-encastado	30%	39%	25%	9%	1%	-1%	-3%
	Encastado	2%	28%	43%	23%	6%	-1%	-1%
Modelo de Três Vãos Contínuos ( $L_1=L_3=1m$ ; $L_2=4m$ ; $L=6m$ )	Contínuo - 2L	29%	39%	24%	9%	1%	0%	-3%
	Contínuo - 4L	14%	38%	32%	14%	3%	0%	0%
	Bi-encastado	30%	39%	25%	9%	1%	-1%	-3%
	Encastado	2%	27%	41%	23%	7%	0%	0%

Tabela A.3 - Reações de apoio em cada viga, quando a carga está aplicada a  $\frac{1}{2}$  vão da viga B3

Modelos	Submodelos	Posição das vigas						
		B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7
Modelo de Um Vão ( $L=4m$ )	Simplemente Apoiado	7%	28%	30%	23%	12%	6%	-6%
	Apoiado	4%	21%	27%	24%	15%	7%	1%
	Bi-encastrado	6%	27%	33%	25%	10%	2%	-3%
	Encastrado	-1%	18%	36%	31%	14%	2%	0%
Modelo de Dois Vãos Contínuos ( $L_1=L_2=4m$ ; $L=8m$ )	Contínuo - 2L	4%	29%	33%	25%	11%	4%	-5%
	Contínuo - 4L	5%	23%	30%	24%	12%	5%	1%
	Bi-encastrado	4%	29%	34%	25%	10%	2%	-4%
	Encastrado	0%	18%	38%	31%	13%	1%	-1%
Modelo de Dois Vãos Contínuos ( $L_1=4m$ ; $L_2=2m$ ; $L=6m$ )	Contínuo - 2L	4%	29%	32%	24%	11%	5%	-6%
	Contínuo - 4L	5%	23%	30%	24%	13%	5%	1%
	Bi-encastrado	4%	29%	34%	25%	10%	3%	-4%
	Encastrado	0%	17%	38%	32%	13%	1%	-1%
Modelo de Dois Vãos Contínuos ( $L_1=4m$ ; $L_2=1m$ ; $L=5m$ )	Contínuo - 2L	4%	30%	32%	24%	11%	5%	-6%
	Contínuo - 4L	5%	22%	30%	25%	13%	5%	1%
	Bi-encastrado	4%	29%	34%	25%	10%	3%	-4%
	Encastrado	0%	17%	37%	31%	14%	2%	-1%
Modelo de Três Vãos Contínuos ( $L_1=L_2=L_3=4m$ ; $L=12m$ )	Contínuo - 2L	1%	30%	36%	26%	10%	2%	-5%
	Contínuo - 4L	6%	24%	33%	24%	10%	2%	0%
	Bi-encastrado	2%	31%	34%	25%	10%	3%	-5%
	Encastrado	0%	17%	38%	32%	13%	1%	-1%
Modelo de Três Vãos Contínuos ( $L_1=L_3=2m$ ; $L_2=4m$ ; $L=8m$ )	Contínuo - 2L	1%	31%	35%	25%	10%	3%	-5%
	Contínuo - 4L	6%	24%	33%	25%	10%	2%	0%
	Bi-encastrado	1%	31%	35%	25%	10%	3%	-5%
	Encastrado	0%	16%	38%	32%	13%	1%	-1%
Modelo de Três Vãos Contínuos ( $L_1=L_3=1m$ ; $L_2=4m$ ; $L=6m$ )	Contínuo - 2L	2%	31%	34%	25%	11%	4%	-6%
	Contínuo - 4L	6%	24%	33%	25%	10%	2%	0%
	Bi-encastrado	2%	31%	34%	25%	10%	3%	-5%
	Encastrado	0%	16%	37%	32%	14%	2%	-1%

Tabela A.4 - Reações de apoio em cada viga, quando a carga está aplicada a ½ vão da viga B4

Modelos	Submodelos	Posição das vigas						
		B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7
Modelo de Um Vão ( $L=4m$ )	Simplemente Apoiado	-4%	15%	24%	29%	24%	15%	-4%
	Apoiado	2%	13%	22%	26%	22%	13%	2%
	Bi-encastado	-3%	11%	25%	33%	25%	11%	-3%
	Encastado	-1%	8%	26%	35%	26%	8%	-1%
Modelo de Dois Vãos Contínuos ( $L_1=L_2=4m; L=8m$ )	Contínuo - 2L	-5%	14%	25%	32%	25%	14%	-5%
	Contínuo - 4L	2%	11%	23%	28%	23%	11%	2%
	Bi-encastado	-4%	12%	26%	34%	26%	12%	-4%
	Encastado	-1%	7%	26%	36%	26%	7%	-1%
Modelo de Dois Vãos Contínuos ( $L_1=4m; L_2=2m; L=6m$ )	Contínuo - 2L	-5%	14%	25%	32%	25%	14%	-5%
	Contínuo - 4L	2%	11%	23%	28%	23%	11%	2%
	Bi-encastado	-4%	12%	25%	33%	25%	12%	-4%
	Encastado	-1%	6%	26%	37%	26%	6%	-1%
Modelo de Dois Vãos Contínuos ( $L_1=4m; L_2=1m; L=5m$ )	Contínuo - 2L	-5%	15%	25%	31%	25%	15%	-5%
	Contínuo - 4L	2%	11%	23%	28%	23%	11%	2%
	Bi-encastado	-4%	12%	25%	33%	25%	12%	-4%
	Encastado	-1%	7%	26%	36%	26%	7%	-1%
Modelo de Três Vãos Contínuos ( $L_1=L_2=L_3=4m; L=12m$ )	Contínuo - 2L	-6%	12%	27%	35%	27%	12%	-6%
	Contínuo - 4L	2%	10%	23%	31%	23%	10%	2%
	Bi-encastado	-6%	14%	26%	34%	26%	14%	-6%
	Encastado	-1%	6%	26%	37%	26%	6%	-1%
Modelo de Três Vãos Contínuos ( $L_1=L_3=2m; L_2=4m; L=8m$ )	Contínuo - 2L	-6%	13%	26%	34%	26%	13%	-6%
	Contínuo - 4L	2%	10%	23%	31%	23%	10%	2%
	Bi-encastado	-6%	13%	26%	34%	26%	13%	-6%
	Encastado	-1%	6%	26%	38%	26%	6%	-1%
Modelo de Três Vãos Contínuos ( $L_1=L_3=1m; L_2=4m; L=6m$ )	Contínuo - 2L	-6%	14%	26%	33%	26%	14%	-6%
	Contínuo - 4L	2%	10%	23%	31%	23%	10%	2%
	Bi-encastado	-6%	14%	26%	34%	26%	14%	-6%
	Encastado	-1%	6%	26%	36%	26%	6%	-1%

Tabela A.5 – Reações de apoio na laje, quando a carga está aplicada a 1/2 vão da viga B1

Modelos	Submodelos	Posição	
		% de RA na extremidade da laje	% de RA restante
Modelo de Um Vão ( $L=4m$ )	Apoiado	79%	21%
	Encastrado	96%	4%
Modelo de Dois Vãos Contínuos ( $L_1=L_2=4m; L=8m$ )	Continua - 4L	78%	22%
	Encastrado	96%	4%
Modelo de Dois Vãos Contínuos ( $L_1=4m; L_2=2m; L=6m$ )	Continua - 4L	78%	22%
	Encastrado	96%	4%
Modelo de Dois Vãos Contínuos ( $L_1=4m; L_2=1m; L=5m$ )	Continua - 4L	78%	22%
	Encastrado	97%	3%
Modelo de Três Vãos Contínuos ( $L_1=L_2=L_3=4m; L=12m$ )	Continua - 4L	76%	24%
	Encastrado	96%	4%
Modelo de Três Vãos Contínuos ( $L_1=L_3=2m; L_2=4m; L=8m$ )	Continua - 4L	77%	23%
	Encastrado	97%	3%
Modelo de Três Vãos Contínuos ( $L_1=L_3=1m; L_2=4m; L=6m$ )	Continua - 4L	77%	23%
	Encastrado	97%	3%

Tabela A.6 – Reações de apoio na laje, quando a carga está aplicada a 1/2 vão da viga B2

Modelos	Submodelos	Posição	
		% de RA na extremidade da laje	% de RA restante
Modelo de Um Vão ( $L=4m$ )	Apoiado	29%	71%
	Encastrado	61%	39%
Modelo de Dois Vãos Contínuos ( $L_1=L_2=4m; L=8m$ )	Continua - 4L	25%	75%
	Encastrado	60%	40%
Modelo de Dois Vãos Contínuos ( $L_1=4m; L_2=2m; L=6m$ )	Continua - 4L	26%	74%
	Encastrado	62%	38%
Modelo de Dois Vãos Contínuos ( $L_1=4m; L_2=1m; L=5m$ )	Continua - 4L	26%	74%
	Encastrado	62%	38%
Modelo de Três Vãos Contínuos ( $L_1=L_2=L_3=4m; L=12m$ )	Continua - 4L	20%	80%
	Encastrado	60%	40%
Modelo de Três Vãos Contínuos ( $L_1=L_3=2m; L_2=4m; L=8m$ )	Continua - 4L	23%	77%
	Encastrado	62%	38%
Modelo de Três Vãos Contínuos ( $L_1=L_3=1m; L_2=4m; L=6m$ )	Continua - 4L	23%	77%
	Encastrado	63%	37%



Tabela A.7 – Reações de apoio na laje, quando a carga está aplicada a 1/2 vão da viga B3

Modelos	Submodelos	Posição	
		% de RA na extremidade da laje	% de RA restante
Modelo de Um Vão ( $L=4m$ )	Apoiado	4%	96%
	Encastrado	25%	75%
Modelo de Dois Vãos Contínuos ( $L_1=L_2=4m$ ; $L=8m$ )	Continua - 4L	0%	100%
	Encastrado	24%	76%
Modelo de Dois Vãos Contínuos ( $L_1=4m$ ; $L_2=2m$ ; $L=6m$ )	Continua - 4L	1%	99%
	Encastrado	26%	74%
Modelo de Dois Vãos Contínuos ( $L_1=4m$ ; $L_2=1m$ ; $L=5m$ )	Continua - 4L	2%	98%
	Encastrado	26%	74%
Modelo de Três Vãos Contínuos ( $L_1=L_2=L_3=4m$ ; $L=12m$ )	Continua - 4L	-2%	102%
	Encastrado	23%	77%
Modelo de Três Vãos Contínuos ( $L_1=L_3=2m$ ; $L_2=4m$ ; $L=8m$ )	Continua - 4L	0%	100%
	Encastrado	27%	73%
Modelo de Três Vãos Contínuos ( $L_1=L_3=1m$ ; $L_2=4m$ ; $L=6m$ )	Continua - 4L	0%	100%
	Encastrado	28%	72%

Tabela A.8 – Reações de apoio na laje, quando a carga está aplicada a 1/2 vão da viga B4

Modelos	Submodelos	Posição	
		% de RA na extremidade da laje	% de RA restante
Modelo de Um Vão ( $L=4m$ )	Apoiado	-4%	104%
	Encastrado	6%	94%
Modelo de Dois Vãos Contínuos ( $L_1=L_2=4m$ ; $L=8m$ )	Continua - 4L	-5%	105%
	Encastrado	6%	94%
Modelo de Dois Vãos Contínuos ( $L_1=4m$ ; $L_2=2m$ ; $L=6m$ )	Continua - 4L	-5%	105%
	Encastrado	7%	93%
Modelo de Dois Vãos Contínuos ( $L_1=4m$ ; $L_2=1m$ ; $L=5m$ )	Continua - 4L	-5%	105%
	Encastrado	7%	93%
Modelo de Três Vãos Contínuos ( $L_1=L_2=L_3=4m$ ; $L=12m$ )	Continua - 4L	-6%	106%
	Encastrado	5%	95%
Modelo de Três Vãos Contínuos ( $L_1=L_3=2m$ ; $L_2=4m$ ; $L=8m$ )	Continua - 4L	-5%	105%
	Encastrado	8%	92%
Modelo de Três Vãos Contínuos ( $L_1=L_3=1m$ ; $L_2=4m$ ; $L=6m$ )	Continua - 4L	-5%	105%
	Encastrado	9%	91%

### A.1.2 – Deslocamentos verticais a meio vão de cada viga

Tabela A.9 - Deslocamentos Verticais a  $\frac{1}{2}$  vão, quando a carga está aplicada a  $\frac{1}{2}$  vão da viga B1

Modelos	Submodelos	Posição das vigas						
		B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7
Modelo de Um Vão ( $L=4m$ )	Simplesmente Apoiado	47%	28%	15%	7%	3%	1%	0%
	Apoiado	20%	29%	23%	15%	8%	4%	1%
	Bi-encastrado	57%	29%	12%	3%	0%	-1%	-1%
	Encastrado	29%	35%	22%	10%	3%	1%	0%
Modelo de Dois Vãos Contínuos ( $L_1=L_2=4m$ ; $L=8m$ )	Contínuo - 2L	49%	28%	14%	6%	2%	0%	0%
	Contínuo - 4L	22%	31%	23%	14%	7%	3%	1%
	Bi-encastrado	53%	29%	13%	5%	1%	0%	0%
	Encastrado	28%	34%	22%	11%	4%	1%	0%
Modelo de Dois Vãos Contínuos ( $L_1=4m$ ; $L_2=2m$ ; $L=6m$ )	Contínuo - 2L	50%	29%	14%	6%	2%	0%	-1%
	Contínuo - 4L	22%	31%	23%	14%	7%	3%	1%
	Bi-encastrado	54%	29%	12%	4%	1%	0%	-1%
	Encastrado	28%	34%	22%	11%	4%	1%	0%
Modelo de Dois Vãos Contínuos ( $L_1=4m$ ; $L_2=1m$ ; $L=5m$ )	Contínuo - 2L	51%	29%	14%	6%	2%	0%	-1%
	Contínuo - 4L	22%	31%	23%	13%	7%	3%	1%
	Bi-encastrado	56%	29%	12%	4%	1%	0%	-1%
	Encastrado	28%	34%	22%	11%	4%	1%	0%
Modelo de Três Vãos Contínuos ( $L_1=L_2=L_3=4m$ ; $L=12m$ )	Contínuo - 2L	50%	28%	14%	6%	2%	0%	0%
	Contínuo - 4L	24%	32%	23%	13%	6%	2%	0%
	Bi-encastrado	51%	29%	14%	5%	2%	0%	-1%
	Encastrado	25%	33%	22%	12%	5%	2%	0%
Modelo de Três Vãos Contínuos ( $L_1=L_3=2m$ ; $L_2=4m$ ; $L=8m$ )	Contínuo - 2L	53%	29%	13%	5%	1%	0%	-1%
	Contínuo - 4L	24%	33%	23%	12%	6%	2%	0%
	Bi-encastrado	53%	29%	13%	5%	1%	0%	-1%
	Encastrado	26%	33%	22%	12%	5%	2%	0%
Modelo de Três Vãos Contínuos ( $L_1=L_3=1m$ ; $L_2=4m$ ; $L=6m$ )	Contínuo - 2L	54%	29%	13%	4%	1%	0%	-1%
	Contínuo - 4L	25%	33%	23%	12%	5%	2%	0%
	Bi-encastrado	55%	29%	13%	4%	1%	0%	-1%
	Encastrado	27%	34%	22%	12%	5%	1%	0%

Tabela A.10 - Deslocamentos Verticais a  $\frac{1}{2}$  vão, quando a carga está aplicada a  $\frac{1}{2}$  vão da viga B2

Modelos	Submodelos	Posição das vigas						
		B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7
Modelo de Um Vão ( $L=4m$ )	Simplemente Apoiado	29%	28%	20%	12%	6%	3%	1%
	Apoiado	9%	29%	27%	18%	11%	5%	1%
	Bi-encastado	30%	34%	22%	10%	4%	1%	-1%
	Encastado	5%	39%	32%	17%	7%	2%	0%
Modelo de Dois Vãos Contínuos ( $L_1=L_2=4m$ ; $L=8m$ )	Contínuo - 2L	29%	30%	21%	12%	6%	3%	1%
	Contínuo - 4L	9%	31%	27%	17%	10%	4%	1%
	Bi-encastado	29%	32%	21%	11%	5%	2%	0%
	Encastado	4%	36%	31%	18%	8%	2%	0%
Modelo de Dois Vãos Contínuos ( $L_1=4m$ ; $L_2=2m$ ; $L=6m$ )	Contínuo - 2L	30%	30%	21%	12%	6%	2%	0%
	Contínuo - 4L	9%	32%	27%	17%	9%	4%	1%
	Bi-encastado	30%	32%	21%	11%	4%	1%	0%
	Encastado	4%	37%	31%	18%	8%	2%	0%
Modelo de Dois Vãos Contínuos ( $L_1=4m$ ; $L_2=1m$ ; $L=5m$ )	Contínuo - 2L	30%	30%	21%	12%	6%	2%	0%
	Contínuo - 4L	10%	32%	28%	17%	9%	4%	1%
	Bi-encastado	30%	33%	22%	11%	4%	1%	0%
	Encastado	4%	37%	31%	18%	7%	2%	0%
Modelo de Três Vãos Contínuos ( $L_1=L_2=L_3=4m$ ; $L=12m$ )	Contínuo - 2L	29%	31%	21%	11%	5%	2%	0%
	Contínuo - 4L	10%	33%	28%	17%	9%	4%	1%
	Bi-encastado	29%	31%	21%	11%	5%	2%	0%
	Encastado	4%	34%	31%	19%	9%	3%	0%
Modelo de Três Vãos Contínuos ( $L_1=L_3=2m$ ; $L_2=4m$ ; $L=8m$ )	Contínuo - 2L	30%	31%	21%	11%	5%	2%	0%
	Contínuo - 4L	10%	34%	28%	16%	8%	3%	1%
	Bi-encastado	30%	32%	21%	11%	5%	1%	0%
	Encastado	4%	35%	31%	19%	9%	3%	0%
Modelo de Três Vãos Contínuos ( $L_1=L_3=1m$ ; $L_2=4m$ ; $L=6m$ )	Contínuo - 2L	30%	32%	21%	11%	5%	1%	0%
	Contínuo - 4L	10%	34%	28%	16%	8%	3%	1%
	Bi-encastado	30%	32%	21%	11%	4%	1%	0%
	Encastado	4%	35%	31%	18%	8%	3%	0%

Tabela A.11 - Deslocamentos Verticais a  $\frac{1}{2}$  vão, quando a carga está aplicada a  $\frac{1}{2}$  vão da viga B3

Modelos	Submodelos	Posição das vigas						
		B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7
Modelo de Um Vão ( $L=4m$ )	Simplemente Apoiado	16%	20%	24%	18%	12%	7%	3%
	Apoiado	5%	19%	29%	23%	15%	7%	2%
	Bi-encastado	12%	22%	31%	21%	10%	4%	0%
	Encastado	2%	19%	37%	26%	12%	4%	0%
Modelo de Dois Vãos Contínuos ( $L_1=L_2=4m$ ; $L=8m$ )	Contínuo - 2L	15%	21%	25%	19%	11%	6%	2%
	Contínuo - 4L	5%	19%	30%	23%	14%	7%	2%
	Bi-encastado	13%	21%	28%	20%	11%	5%	1%
	Encastado	2%	18%	36%	26%	13%	5%	0%
Modelo de Dois Vãos Contínuos ( $L_1=4m$ ; $L_2=2m$ ; $L=6m$ )	Contínuo - 2L	15%	21%	26%	19%	11%	6%	2%
	Contínuo - 4L	5%	20%	30%	23%	14%	7%	1%
	Bi-encastado	13%	22%	29%	20%	11%	5%	1%
	Encastado	2%	18%	36%	26%	13%	4%	0%
Modelo de Dois Vãos Contínuos ( $L_1=4m$ ; $L_2=1m$ ; $L=5m$ )	Contínuo - 2L	15%	21%	26%	19%	11%	6%	2%
	Contínuo - 4L	5%	20%	30%	23%	14%	7%	1%
	Bi-encastado	13%	22%	30%	21%	11%	4%	1%
	Encastado	2%	18%	36%	26%	13%	4%	0%
Modelo de Três Vãos Contínuos ( $L_1=L_2=L_3=4m$ ; $L=12m$ )	Contínuo - 2L	14%	21%	27%	19%	11%	5%	2%
	Contínuo - 4L	5%	20%	31%	23%	13%	6%	1%
	Bi-encastado	14%	21%	27%	20%	11%	5%	2%
	Encastado	2%	18%	34%	27%	14%	5%	0%
Modelo de Três Vãos Contínuos ( $L_1=L_3=2m$ ; $L_2=4m$ ; $L=8m$ )	Contínuo - 2L	14%	21%	28%	20%	11%	5%	1%
	Contínuo - 4L	5%	20%	31%	23%	13%	6%	1%
	Bi-encastado	14%	21%	28%	20%	11%	5%	1%
	Encastado	2%	18%	35%	27%	14%	5%	0%
Modelo de Três Vãos Contínuos ( $L_1=L_3=1m$ ; $L_2=4m$ ; $L=6m$ )	Contínuo - 2L	13%	22%	28%	20%	11%	5%	1%
	Contínuo - 4L	5%	20%	32%	23%	13%	6%	1%
	Bi-encastado	13%	22%	29%	20%	11%	4%	1%
	Encastado	2%	18%	35%	26%	14%	5%	0%

Tabela A.12 - Deslocamentos Verticais a  $\frac{1}{2}$  vão, quando a carga está aplicada a  $\frac{1}{2}$  vão da viga B4

Modelos	Submodelos	Posição das vigas						
		B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7
Modelo de Um Vão ( $L=4m$ )	Simplemente Apoiado	7%	12%	19%	23%	19%	12%	7%
	Apoiado	3%	12%	21%	28%	21%	12%	3%
	Bi-encastado	3%	10%	21%	30%	21%	10%	3%
	Encastado	1%	9%	23%	35%	23%	9%	1%
Modelo de Dois Vãos Contínuos ( $L_1=L_2=4m$ ; $L=8m$ )	Contínuo - 2L	7%	12%	19%	25%	19%	12%	7%
	Contínuo - 4L	3%	11%	21%	29%	21%	11%	3%
	Bi-encastado	5%	11%	20%	28%	20%	11%	5%
	Encastado	1%	9%	23%	35%	23%	9%	1%
Modelo de Dois Vãos Contínuos ( $L_1=4m$ ; $L_2=2m$ ; $L=6m$ )	Contínuo - 2L	6%	12%	19%	25%	19%	12%	6%
	Contínuo - 4L	3%	11%	21%	29%	21%	11%	3%
	Bi-encastado	4%	11%	20%	29%	20%	11%	4%
	Encastado	1%	9%	23%	35%	23%	9%	1%
Modelo de Dois Vãos Contínuos ( $L_1=4m$ ; $L_2=1m$ ; $L=5m$ )	Contínuo - 2L	6%	12%	19%	26%	19%	12%	6%
	Contínuo - 4L	3%	11%	21%	29%	21%	11%	3%
	Bi-encastado	4%	11%	21%	29%	21%	11%	4%
	Encastado	1%	9%	23%	35%	23%	9%	1%
Modelo de Três Vãos Contínuos ( $L_1=L_2=L_3=4m$ ; $L=12m$ )	Contínuo - 2L	6%	12%	19%	26%	19%	12%	6%
	Contínuo - 4L	3%	11%	21%	30%	21%	11%	3%
	Bi-encastado	6%	12%	20%	26%	20%	12%	6%
	Encastado	1%	9%	23%	34%	23%	9%	1%
Modelo de Três Vãos Contínuos ( $L_1=L_3=2m$ ; $L_2=4m$ ; $L=8m$ )	Contínuo - 2L	5%	11%	20%	27%	20%	11%	5%
	Contínuo - 4L	2%	11%	22%	30%	22%	11%	2%
	Bi-encastado	5%	11%	20%	27%	20%	11%	5%
	Encastado	1%	9%	23%	34%	23%	9%	1%
Modelo de Três Vãos Contínuos ( $L_1=L_3=1m$ ; $L_2=4m$ ; $L=6m$ )	Contínuo - 2L	5%	11%	20%	28%	20%	11%	5%
	Contínuo - 4L	2%	11%	22%	30%	22%	11%	2%
	Bi-encastado	4%	11%	20%	28%	20%	11%	4%
	Encastado	1%	9%	23%	34%	23%	9%	1%

### A.1.3 – Momento fletor a meio vão de cada viga

Tabela A.13 - Momento fletor a ½ vão, quando a carga está aplicada a ½ vão da viga B1

Modelos	Submodelos	Posição das vigas						
		B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7
Modelo de Um Vão ( $L=4m$ )	Simplesmente Apoiado	58%	24%	11%	5%	2%	1%	0%
	Apoiado	63%	18%	9%	5%	3%	1%	0%
	Bi-encastado	67%	23%	8%	2%	0%	0%	0%
	Encastado	80%	13%	4%	2%	1%	0%	0%
Modelo de Dois Vãos Contínuos ( $L_1=L_2=4m$ ; $L=8m$ )	Contínuo - 2L	60%	23%	10%	4%	2%	0%	0%
	Contínuo - 4L	65%	18%	9%	5%	2%	1%	0%
	Bi-encastado	64%	23%	9%	3%	1%	0%	0%
	Encastado	80%	13%	4%	2%	1%	0%	0%
Modelo de Dois Vãos Contínuos ( $L_1=4m$ ; $L_2=2m$ ; $L=6m$ )	Contínuo - 2L	61%	23%	10%	4%	1%	0%	0%
	Contínuo - 4L	65%	18%	9%	5%	2%	1%	0%
	Bi-encastado	65%	23%	9%	3%	1%	0%	0%
	Encastado	80%	13%	4%	2%	1%	0%	0%
Modelo de Dois Vãos Contínuos ( $L_1=4m$ ; $L_2=1m$ ; $L=5m$ )	Contínuo - 2L	62%	23%	10%	4%	1%	0%	0%
	Contínuo - 4L	65%	18%	9%	5%	2%	1%	0%
	Bi-encastado	66%	23%	9%	3%	1%	0%	0%
	Encastado	80%	13%	4%	2%	1%	0%	0%
Modelo de Três Vãos Contínuos ( $L_1=L_2=L_3=4m$ ; $L=12m$ )	Contínuo - 2L	63%	23%	10%	4%	1%	0%	0%
	Contínuo - 4L	66%	18%	9%	4%	2%	1%	0%
	Bi-encastado	63%	23%	10%	4%	1%	0%	0%
	Encastado	80%	13%	4%	2%	1%	0%	0%
Modelo de Três Vãos Contínuos ( $L_1=L_3=2m$ ; $L_2=4m$ ; $L=8m$ )	Contínuo - 2L	64%	23%	9%	3%	1%	0%	0%
	Contínuo - 4L	66%	18%	9%	4%	2%	1%	0%
	Bi-encastado	64%	23%	9%	3%	1%	0%	0%
	Encastado	80%	13%	4%	2%	1%	0%	0%
Modelo de Três Vãos Contínuos ( $L_1=L_3=1m$ ; $L_2=4m$ ; $L=6m$ )	Contínuo - 2L	65%	23%	9%	3%	1%	0%	0%
	Contínuo - 4L	66%	18%	9%	4%	2%	1%	0%
	Bi-encastado	65%	23%	9%	3%	1%	0%	0%
	Encastado	80%	13%	4%	2%	1%	0%	0%

Tabela A.14 - Momento fletor a ½ vão, quando a carga está aplicada a ½ vão da viga B2

Modelos	Submodelos	Posição das vigas						
		B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7
Modelo de Um Vão ( $L=4m$ )	Simplesmente Apoiado	24%	42%	18%	9%	5%	2%	1%
	Apoiado	9%	51%	20%	11%	6%	3%	1%
	Bi-encastado	23%	49%	17%	7%	3%	1%	0%
	Encastado	4%	63%	20%	8%	3%	1%	0%
Modelo de Dois Vãos Contínuos ( $L_1=L_2=4m$ ; $L=8m$ )	Contínuo - 2L	24%	44%	17%	8%	4%	2%	0%
	Contínuo - 4L	9%	53%	20%	10%	5%	2%	0%
	Bi-encastado	23%	47%	17%	8%	3%	1%	0%
	Encastado	4%	62%	20%	9%	4%	1%	0%
Modelo de Dois Vãos Contínuos ( $L_1=4m$ ; $L_2=2m$ ; $L=6m$ )	Contínuo - 2L	24%	45%	17%	8%	4%	1%	0%
	Contínuo - 4L	9%	53%	20%	10%	5%	2%	0%
	Bi-encastado	23%	48%	17%	8%	3%	1%	0%
	Encastado	4%	63%	20%	9%	4%	1%	0%
Modelo de Dois Vãos Contínuos ( $L_1=4m$ ; $L_2=1m$ ; $L=5m$ )	Contínuo - 2L	24%	45%	17%	8%	4%	1%	0%
	Contínuo - 4L	9%	53%	20%	10%	5%	2%	0%
	Bi-encastado	23%	48%	17%	7%	3%	1%	0%
	Encastado	4%	63%	20%	8%	3%	1%	0%
Modelo de Três Vãos Contínuos ( $L_1=L_2=L_3=4m$ ; $L=12m$ )	Contínuo - 2L	24%	46%	17%	8%	4%	1%	0%
	Contínuo - 4L	9%	54%	20%	10%	5%	2%	0%
	Bi-encastado	24%	46%	17%	8%	3%	1%	0%
	Encastado	4%	62%	20%	9%	4%	1%	0%
Modelo de Três Vãos Contínuos ( $L_1=L_3=2m$ ; $L_2=4m$ ; $L=8m$ )	Contínuo - 2L	24%	47%	17%	8%	3%	1%	0%
	Contínuo - 4L	9%	55%	20%	10%	4%	2%	0%
	Bi-encastado	24%	47%	17%	8%	3%	1%	0%
	Encastado	4%	62%	20%	9%	4%	1%	0%
Modelo de Três Vãos Contínuos ( $L_1=L_3=1m$ ; $L_2=4m$ ; $L=6m$ )	Contínuo - 2L	24%	47%	17%	8%	3%	1%	0%
	Contínuo - 4L	9%	55%	20%	9%	4%	2%	0%
	Bi-encastado	24%	48%	17%	8%	3%	1%	0%
	Encastado	4%	62%	20%	9%	4%	1%	0%

Tabela A.15 - Momento fletor a ½ vão, quando a carga está aplicada a ½ vão da viga B3

Modelos	Submodelos	Posição das vigas						
		B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7
Modelo de Um Vão ( $L=4m$ )	Simplemente Apoiado	12%	18%	39%	16%	9%	5%	2%
	Apoiado	3%	16%	46%	19%	10%	5%	1%
	Bi-encastado	9%	17%	47%	17%	7%	3%	0%
	Encastado	1%	15%	55%	19%	8%	2%	0%
Modelo de Dois Vãos Contínuos ( $L_1=L_2=4m$ ; $L=8m$ )	Contínuo - 2L	11%	18%	41%	16%	8%	4%	2%
	Contínuo - 4L	3%	16%	48%	19%	9%	4%	1%
	Bi-encastado	9%	17%	45%	17%	8%	3%	1%
	Encastado	1%	15%	54%	19%	8%	3%	0%
Modelo de Dois Vãos Contínuos ( $L_1=4m$ ; $L_2=2m$ ; $L=6m$ )	Contínuo - 2L	11%	18%	42%	16%	8%	4%	2%
	Contínuo - 4L	3%	16%	48%	19%	9%	4%	1%
	Bi-encastado	9%	17%	46%	17%	7%	3%	1%
	Encastado	1%	15%	54%	19%	8%	3%	0%
Modelo de Dois Vãos Contínuos ( $L_1=4m$ ; $L_2=1m$ ; $L=5m$ )	Contínuo - 2L	10%	18%	42%	16%	8%	4%	1%
	Contínuo - 4L	3%	16%	48%	19%	9%	4%	1%
	Bi-encastado	9%	17%	46%	17%	7%	3%	1%
	Encastado	1%	15%	54%	19%	8%	3%	0%
Modelo de Três Vãos Contínuos ( $L_1=L_2=L_3=4m$ ; $L=12m$ )	Contínuo - 2L	10%	17%	43%	16%	8%	4%	1%
	Contínuo - 4L	3%	16%	49%	18%	9%	4%	1%
	Bi-encastado	10%	18%	44%	17%	8%	3%	1%
	Encastado	1%	14%	54%	19%	8%	3%	0%
Modelo de Três Vãos Contínuos ( $L_1=L_3=2m$ ; $L_2=4m$ ; $L=8m$ )	Contínuo - 2L	10%	17%	44%	17%	8%	3%	1%
	Contínuo - 4L	300%	16%	49%	18%	8%	4%	1%
	Bi-encastado	10%	17%	45%	17%	8%	3%	1%
	Encastado	1%	14%	54%	19%	8%	3%	0%
Modelo de Três Vãos Contínuos ( $L_1=L_3=1m$ ; $L_2=4m$ ; $L=6m$ )	Contínuo - 2L	10%	18%	45%	17%	8%	3%	1%
	Contínuo - 4L	3%	16%	49%	18%	8%	4%	1%
	Bi-encastado	9%	17%	45%	17%	7%	3%	1%
	Encastado	1%	15%	54%	19%	8%	3%	0%



Tabela A.16 - Momento fletor a ½ vão, quando a carga está aplicada a ½ vão da viga B4

Modelos	Submodelos	Posição das vigas						
		B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7
Modelo de Um Vão ( $L=4m$ )	Simplemente Apoiado	5%	9%	16%	39%	16%	9%	5%
	Apoiado	2%	8%	18%	45%	18%	8%	2%
	Bi-encastado	3%	7%	17%	47%	17%	7%	3%
	Encastado	0%	6%	17%	53%	17%	6%	0%
Modelo de Dois Vãos Contínuos ( $L_1=L_2=4m$ ; $L=8m$ )	Contínuo - 2L	5%	8%	16%	41%	16%	8%	5%
	Contínuo - 4L	2%	8%	18%	46%	18%	8%	2%
	Bi-encastado	3%	8%	17%	45%	17%	8%	3%
	Encastado	0%	6%	18%	52%	18%	6%	0%
Modelo de Dois Vãos Contínuos ( $L_1=4m$ ; $L_2=2m$ ; $L=6m$ )	Contínuo - 2L	4%	8%	16%	42%	16%	8%	4%
	Contínuo - 4L	2%	8%	18%	46%	18%	8%	2%
	Bi-encastado	3%	8%	17%	45%	17%	8%	3%
	Encastado	0%	6%	18%	52%	18%	6%	0%
Modelo de Dois Vãos Contínuos ( $L_1=4m$ ; $L_2=1m$ ; $L=5m$ )	Contínuo - 2L	4%	8%	16%	42%	16%	8%	4%
	Contínuo - 4L	2%	8%	18%	46%	18%	8%	2%
	Bi-encastado	3%	7%	17%	46%	17%	7%	3%
	Encastado	0%	6%	18%	52%	18%	6%	0%
Modelo de Três Vãos Contínuos ( $L_1=L_2=L_3=4m$ ; $L=12m$ )	Contínuo - 2L	4%	8%	16%	43%	16%	8%	4%
	Contínuo - 4L	2%	7%	17%	47%	17%	7%	2%
	Bi-encastado	4%	8%	17%	43%	17%	8%	4%
	Encastado	0%	6%	18%	52%	18%	6%	0%
Modelo de Três Vãos Contínuos ( $L_1=L_3=2m$ ; $L_2=4m$ ; $L=8m$ )	Contínuo - 2L	4%	8%	17%	44%	17%	8%	4%
	Contínuo - 4L	2%	7%	17%	47%	17%	7%	2%
	Bi-encastado	4%	8%	17%	44%	17%	8%	4%
	Encastado	0%	6%	18%	52%	18%	6%	0%
Modelo de Três Vãos Contínuos ( $L_1=L_3=1m$ ; $L_2=4m$ ; $L=6m$ )	Contínuo - 2L	3%	8%	17%	44%	17%	8%	3%
	Contínuo - 4L	2%	7%	17%	47%	17%	7%	2%
	Bi-encastado	3%	8%	17%	45%	17%	8%	3%
	Encastado	0%	6%	18%	52%	18%	6%	0%