



Universidade de Coimbra  
Faculdade de Ciências e Tecnologia  
Departamento de Engenharia Civil  
- LABORATÓRIO DE CONSTRUÇÕES -

**ESTUDO DA PROPAGAÇÃO DE ONDAS DE PRESSÃO EM  
ESPAÇOS ACÚSTICOS ATRAVÉS DO  
MÉTODO DOS ELEMENTOS DE FRONTEIRA**

por

**Luís Manuel Cortesão Godinho**

**Dissertação para obtenção do grau de Mestre em Engenharia Civil  
- Especialização em Ciências da Construção -**

Autor Luís Manuel Cortesão Godinho

Luís Manuel Cortesão Godinho  
FCTUC

Orientador António José Barreto Tadeu

Prof. Doutor António José Barreto Tadeu  
FCTUC

**Outubro de 2000**



## RESUMO

O conhecimento do modo como as ondas de pressão se propagam num meio acústico, é de grande importância no desenvolvimento em diversas áreas da Engenharia Civil; a acústica e os ensaios não destrutivos são algumas dessas áreas. O presente trabalho trata técnicas numéricas de simulação que permitem o estudo do fenómeno da propagação de ondas em meios acústicos, no interior dos quais ocorrem descontinuidades.

Calculam-se respostas, no domínio da frequência e no do tempo, que são geradas por uma fonte de ondas de pressão na vizinhança de inclusões existentes no interior de um meio acústico. Para a obtenção destas respostas em cada situação, duas vias são utilizadas: a resolução analítica da equação diferencial de Helmholtz, possível quando a geometria das inclusões é simples; a resolução do problema através do Método dos Elementos de Fronteira (BEM), técnica mais geral e de aplicação possível para qualquer geometria da inclusão.

A utilização do BEM afigura-se adequada a este tipo de estudos, uma vez que apenas requer a discretização das fronteiras das inclusões, ao contrário de outros métodos numéricos em que seria necessário discretizar todo o domínio. Utiliza-se uma formulação do BEM no domínio da frequência, obtendo-se depois a resposta no domínio do tempo através da aplicação de processos matemáticos adequados. As soluções aqui apresentadas permitem a obtenção das respostas devidas à actuação de fontes tridimensionais e bidimensionais.

São usados neste trabalho elementos de fronteira de diferentes ordens. O seu desempenho é analisado por comparação das respostas obtidas usando os diferentes tipos de elementos de fronteira com as soluções analíticas obtidas para a mesma situação.

As ferramentas numéricas e computacionais desenvolvidas são aplicadas a diferentes cenários, tais como o da propagação de ondas de pressão em redor de inclusões submersas ou a propagação de ondas sonoras em redor de barreiras acústicas. O conhecimento do modo de propagação das ondas de pressão nestes cenários irá permitir antever o comportamento acústico de espaços abertos ou confinados quando sujeitos a uma perturbação provocada por uma fonte de ondas acústicas.

# ÍNDICE

	Página
CAPÍTULO 1 - Introdução .....	1
CAPÍTULO 2 - Soluções analíticas para a propagação de ondas acústicas em redor de inclusões cilíndricas.....	5
2.1 - Introdução .....	5
2.2 - Definição do problema tridimensional.....	6
2.3 - Soluções bidimensionais .....	9
2.4 - Obtenção de respostas no domínio do tempo .....	14
2.4 - Exemplos de aplicação .....	16
2.4.1 - Exemplo 1: Cavidade com fronteira rígida submersa num fluido .....	17
2.4.2 - Exemplo 2: Inclusão preenchida com um segundo fluido .....	19
2.5 - Conclusões .....	21
2.6 - Bibliografia.....	22
CAPÍTULO 3 - Formulação do Método dos Elementos de Fronteira para a propagação de ondas acústicas .....	23
3.1 - Introdução .....	23
3.2 - Formulação do Método dos Elementos de fronteira.....	25
3.2.1 - Elementos de fronteira com função de interpolação constante.....	29
3.2.2 - Elementos de fronteira com função de interpolação linear .....	30
3.2.3 - Elementos de fronteira com função de interpolação quadrática .....	33
3.3 - Integrações efectuadas sobre a fronteira .....	36
3.3.1 - Solução analítica para $\int \phi_k G^{QP[k]}$ .....	37
3.3.1.1 - Cálculo de $\int_0^L H_0(k_\alpha r) dr$ .....	38
3.3.1.2 - Cálculo de $\int_0^L r H_0(k_\alpha r) dr$ .....	38
3.3.1.3 - Cálculo de $\int_0^L r^2 H_0(k_\alpha r) dr$ .....	39
3.3.2 - Solução analítica para $\int \phi_k H^{QP[k]}$ .....	41
3.4 - Aplicação do método dos elementos de fronteira ao caso 2-1/2 D .....	42

3.5 – Validação do método dos elementos de fronteira.....	44
3.6 – Conclusões .....	48
3.7 – Bibliografia.....	49
<b>CAPÍTULO 4 - Eficiência do Método dos Elementos de Fronteira.....</b>	<b>49</b>
4.1 - Introdução .....	49
4.2 - Definição do problema.....	51
4.3 - Formulação do Método dos Elementos de Fronteira .....	52
4.4 - Análise da eficiência dos diferentes tipos de elementos de fronteira.....	55
4.4.1 - Descrição do caso estudado.....	55
4.4.2 - Identificação da posição dos erros.....	56
4.4.2.1 - Simulação com uma cavidade cilíndrica rígida submersa num fluido.....	56
4.4.2.2 - Simulação com uma inclusão cilíndrica submersa num fluido e preenchida com um segundo fluido.....	60
4.4.3 - Desempenho dos elementos de fronteira .....	62
4.4.3.1 - Cavidade cilíndrica rígida.....	63
4.4.3.2 - Inclusão preenchida com um segundo fluido.....	70
4.4.3.3 - Resposta tridimensional.....	73
4.5 - Conclusões .....	76
4.6 - Bibliografia .....	77
<b>CAPÍTULO 5 - Propagação de ondas de pressão na presença de inclusões submersas.....</b>	<b>78</b>
5.1 - Introdução .....	78
5.2 - Formulação do problema .....	80
5.3 - Formulação do Método dos Elementos de Fronteira para fronteiras rígidas .....	82
5.4 - Obtenção de respostas no domínio do tempo.....	83
5.5 - Casos de aplicação .....	84
5.5.1 - Caso 1: Uma só cavidade submersa num meio fluido infinito .....	85
5.5.2 - Caso 2: Uma só cavidade submersa num meio fluido semi-infinito.....	89
5.5.3 - Caso 3: Duas cavidades submersas num meio fluido infinito .....	94
5.6 - Conclusões .....	102
5.7 - Bibliografia .....	103
<b>CAPÍTULO 6 - Propagação de ondas sonoras em redor de barreiras acústicas.....</b>	<b>105</b>
6.1 - Introdução .....	105
6.2 - Definição do problema.....	108
6.3 - Formulação do Método dos Elementos de Fronteira para fronteiras rígidas .....	110

6.4 - Obtenção de respostas no domínio do tempo.....	111
6.5 - Aplicações.....	112
6.5.1 – Simulação da reflexão e difracção de ondas por barreiras acústicas utilizando o BEM.....	114
A – Caso em que os receptores se dispõem num plano perpendicular ao da fachada do edifício....	114
B – Caso em que os receptores se dispõem num plano paralelo ao da fachada do edifício.....	119
6.5.2 - Comparação entre os resultados obtidos através do BEM e os obtidos por aplicação de um método simplificado.....	122
6.6 - Conclusões.....	126
6.7 - Bibliografia.....	128
CAPÍTULO 7 - Considerações Finais.....	130

## 2.6 – BIBLIOGRAFIA

- Bouchon, M. & Aki, K. (1977) - Discrete wave-number representation of seismic-source wave field. *Bull. Seism. Soc. Am.*, 67, pp. 259-277.
- Kausel, E., Roesset, J. M. (1992) - Frequency domain analysis of undamped systems. *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, 118(4), pp. 721-734.
- Pao, Y. H. & Mow, C.C. (1973) - Diffraction of Elastic Waves and Dynamic Stress Concentrations. Crane Russack and Co.
- Phinney, R. A. (1965) - Theoretical calculation of the spectrum of first arrivals in layered elastic mediums. *J. Geophys. Res.*, 70, pp. 5107-5123.
- Schwartz, L. (1966) – Théorie des distributions. Hermann, Paris.
- Tadeu, A. J. B. (1992) - Modelling and seismic imaging of buried structures. PhD dissertation, M.I.T., Department of Civil Engineering, Cambridge, Massachusetts.
- Tadeu, A. J. B. & Kausel, E. (2000) – Green's functions for two-and-a-half-dimensional elastodynamic problems. *J. Eng. Mech.*, 126(10), pp. 1093-1097.

### 3.7 – BIBLIOGRAFIA

- Abramowitz, M. & Stegun, I. A. (1972) - Handbook of Mathematical Functions. U.S. Department of Commerce, 10<sup>th</sup> printing.
- Banerjee, P.K. (1994) - The Boundary Element Methods in Engineering. McGraw-Hill Book Company, New York.
- Brebbia, C. A. (1984) - The Boundary Element Method for Engineers. Pentech Press, London.
- Brebbia, C. A. & Dominguez, J. (1989)- Boundary Elements: An Introductory Course. McGraw-Hill, London.
- Dawson, T. W. & Fawcett, J. A. (1990) - A boundary integral equation method for acoustic scattering in a waveguide with nonplanar surfaces. *J. Acoust. Soc. Am.*, 87, pp. 1110-1125.
- Fawcett, J. A. (1996a) - The computation of the scattered pressure field from a cylinder embedded between two half-spaces with different densities. *J. Acoust. Soc. Am.*, 99, pp. 2435-2438.
- Fawcett, J. A. (1996b) – Acoustic scattering from cylindrical objects embedded between two half-spaces. *J. Acoust. Soc. Am.*, 100, pp. 3053-3060.
- Santos, P. F. A. (1998) – Reflexão e difracção de ondas em estruturas enterradas. Tese de Mestrado, Departamento de Engenharia Civil, Universidade de Coimbra, Coimbra.
- Tadeu, A. J. B.; Santos, P. F. A.; Kausel, E. (1999) - Closed-form Integration of Singular Terms for Constant, Linear and Quadratic Boundary Elements -Part I: SH Wave Propagation. *Eng. An. Bound. El.*, 23(8), pp. 671-681.
- Tadeu, A. J. B.; Santos, P. F. A.; Kausel, E. (1999) - Closed-form Integration of Singular Terms for Constant, Linear and Quadratic Boundary Elements -Part II: SV-P Wave Propagation. *Eng. An. Bound. El.*, 23(9), pp. 757-768.
- Wu, T. (2000) – Boundary element acoustics. WIT Press, Southampton.

## 4.6 - BIBLIOGRAFIA

- Bouchon, M. & Aki, K. (1977) - Discrete wave-number representation of seismic-source wave field. *Bull. Seism. Soc. Am.* 67, 259-277.
- Burton, A. J. & Miller, G. F. (1971) – The application of integral equation methods to the numerical solution of some exterior boundary-value problems. *Proc. Royal Soc. London*, 323, pp. 201-210.
- Godinho, L. M. C.; Tadeu, A. J. B.; Santos, P. F. A. (2000) - Performance of higher order elements in the analysis of a 3D acoustic wavescattering. Proceedings of *Hidrosoft 2000*, Estoril, Portugal, pp. 253-264.
- Phinney, R. A. (1965) - Theoretical calculation of the spectrum of first arrivals in layered elastic mediums. *J. Geophys. Res.*, 70, pp. 5107-5123.
- Pao, Y. H. & Mow, C.C. (1973) - Diffraction of Elastic Waves and Dynamic Stress Concentrations. Crane Russack and Co.
- Santos, P. F. A. (1998) – Reflexão e difracção de ondas em estruturas enterradas. Tese de Mestrado, Departamento de Engenharia Civil, Universidade de Coimbra, Coimbra.
- Schenk, H. A. (1968) – Improved integral formulation for acoustic radiation problems, *J. Acoust. Soc. Amer.*, 44, pp. 41-58.
- Tadeu, A. J. B. (1992) - Modelling and seismic imaging of buried structures. PhD dissertation, Department of Civil Engineering, MIT., Cambridge, Massachusetts.
- Tadeu, A. J. B. & Santos, P. F. A. (1999) - Performance of higher order elements in the analysis of a two dimensional acoustic medium. Proceedings of *BEM XXI*, Oxford, UK, pp. 497-510.



## 5.7 - BIBLIOGRAFIA

- Bouchon, M. & K. Aki (1977) - Discrete wave-number representation of seismic-source wave field. *Bull. Seism. Soc. Am.*, 67, pp. 259-277.
- Datta, S. K. & Shah, A. H. (1982) - Scattering of SH-waves by embedded cavities. *Wave Motion*, 4, pp. 265-283.
- Dawson, T. W. & Fawcett, J. A. (1990) - A boundary integral equation method for acoustic scattering in a waveguide with nonplanar surfaces. *J. Acoust. Soc. Am.*, 87, pp. 1110-1125.
- Fawcett, J. A. (1996a) - The computation of the scattered pressure field from a cylinder embeded between two half-spaces with different densities. *J. Acoust. Soc. Am.*, 99, pp. 2435-2438.
- Fawcett, J. A. (1996b) - Acoustic scattering from cylindrical objects embedded between two half-spaces. *J. Acoust. Soc. Am.*, 100, pp. 3053-3060.
- Kausel, E. (1974) - Forced vibrations of circular foundations in layered media. *MIT Research Report 70-3*, Department of Civil Engineering, MIT, Cambridge, Massachusetts.
- Kausel, E., Roesset, J. M. (1992) - Frequency domain analysis of undamped systems. *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, 118(4), pp. 721-734.
- Lee, V. W. (1977) - On deformations near circular underground cavity subjected to incident plane SH waves. *Symp. Appl. Computer Methods in Eng.*, Univ. of Southern California, Los Angeles, pp. 951-961.
- Lee, V. W. (1988) - Three-dimensional diffraction of elastic waves by a spherical cavity in an elastic half-space. 1: Closed-form solutions. *Soil Dyn. Earthq. Eng.*, 7, pp. 149-161.
- Lee, V. W. & Karl, J. A. (1992) - Diffraction of SV waves by underground circular, cylindrical cavities. *Soil Dyn. Earthq. Eng.*, 11, pp. 445-456.
- Lee, V. W. & Wu, X. (1994) - Application of the weighted residual method to diffraction by 2-D canyons of arbitrary shape: II. Incident P, SV and Rayleigh waves. *Soil Dyn. Earthq. Eng.*, 13, pp. 365-375.
- Lysmer, J., Udaka, T., Seed, H. B. & Hwang, R. (1974) - LUSH - A computer program for complex response analysis of soil-structure systems. *Report No. EERC 74-4*, Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley, California.
- Moeen-Vaziri, N. & Trifunac, M. D. (1988) - Scattering and diffraction of plane P and SV waves by two-dimensional inhomogeneities: Part II. *Soil Dyn. Earthq. Eng.*, 7, pp. 189-200.

- Ohtsuki, A. & Harumi, K. (1983) - Effect of topography and subsurface inhomogeneities on seismic SV waves. *Earthq. Eng Struct. Dyn.*, 11, pp. 441-462.
- Phinney, R. A. (1965) - Theoretical calculation of the spectrum of first arrivals in layered elastic mediums. *J. Geophys. Res.*, 70, pp. 5107-5123.
- Sanchez-Sesma, F. J. (1983) - Diffraction of elastic waves by three dimensional surface irregularities. *Bull. Seism. Soc. Am.*, 73, pp. 1621-1636.
- Shah, A. H., Wong, K. C. & Datta, S. K. (1982) - Diffraction of plane SH waves in a half-space. *Earthq. Eng. and Struct. Dyn.*, 10, pp. 519-528.
- Tadeu, A. J. B. & Godinho, L. M. C. (1999) - 3D wave scattering by a fixed cylindrical inclusion submerged in a fluid medium. *Eng. An. Bound. El.*, 23, pp. 745-756.
- Trifunac, M. D. (1971) - Surface motion of a semi-cylindrical alluvial valley for incident plane SH waves. *Bull. Seism. Soc. Am.*, 61, pp. 1755-1770.
- Waas, G. (1972) - Linear two-dimensional analysis of soil dynamics problems in semi-infinite layered media. *PhD dissertation*, University of California, Berkeley, California.
- Wong, H. L. & Trifunac, M. D. (1974) - Surface motion of semi-elliptical alluvial valley for incident plane SH-waves. *Bull. Seism. Soc. Am.*, 64, pp. 1389-1403.

## 6.7 - BIBLIOGRAFIA

- Barry, T. M. & Reagan, J. A. (1978) - FHWA highway traffic noise prediction model. , *Report FHWA-RD-77-108*, U.S. Federal Highway Administration, Washington DC.
- Beranek, L. L. & Vér, I. L. (1992) - Noise and vibration control engineering. Wiley Interscience.
- Bouchon, M. & K. Aki (1977) - Discrete wave-number representation of seismic-source wave field. *Bull. Seism. Soc. Am.*, 67, pp. 259-277.
- Filippi, P. & Durnery, G. (1969) - Etude théorique et numérique de la diffraction par un écran mince. *Acustica*, 21, pp. 343-359.
- Hanson, C. E., Saurenman, H. J., Anderson, G. S. & Towers, D. A. (1990)- Guidance manual for transit noise and vibration impact assessment. *Report UMTA-DC-08-9091-90-1*, U.S. Urban Mass Transportation Administration, Washington DC.
- Kausel, E. (1974) - Forced vibrations of circular foundations in layered media. *MIT Research Report 70-3*, Department of Civil Engineering, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, Massachusetts.
- Kawai, Y., Terai, T. (1990) - The application of integral equation methods to the calculation of sound attenuation by barriers. *Appl. Acoust.*, 31, pp. 101-117.
- Lacerda, L. A., Wrobel, L. C., Power, H. & Mansur, W. J. (1998a) - A dual boundary element formulation for sound propagation around barriers over an infinite plane. *J. Sound Vib.*, 202, pp. 235-347.
- Lacerda, L. A., Wrobel, L. C., Power, H. & Mansur, W. J. (1998b) - A novel boundary integral formulation for three-dimensional analysis of thin acoustic barriers over an impedance plane. *J. Acoust. Soc. Am.*, 104(2), pp. 671-678.
- Lam, Y. W. (1994) - Using Maekawa's chart to calculate finite length barrier insertion loss. *Appl. Acoust.*, 42, pp. 29-40.
- Muradali, A. & Fyfe, K. R. (1998) - A study of 2D and 3D barrier insertion loss using improved diffraction-based methods. *Appl. Acoust.*, 53, pp. 49-75.
- Phinney, R. A. (1965) - Theoretical calculation of the spectrum of first arrivals in layered elastic mediums. *J. Geophys. Res.*, 70, pp. 5107-5123.

- Tadeu, A. J. B. & Godinho, L. M. C. (1999) - 3D wave scattering by a fixed cylindrical inclusion submerged in a fluid medium. *Eng. An. Bound. El.*, 23, pp. 745-756.
- Terai, T. (1980) - On calculation of sound fields around three-dimensional objects by integral equation methods. *J. Sound Vib.*, 69, pp. 71-100.