



UNIVERSIDADE D
COIMBRA

Tatiana Viduedo Fernandes

**IMPACTO DAS DECISÕES DE
SEQUENCIAMENTO NA EQUILIBRAGEM DE
LINHAS DE MONTAGEM DE MODELOS
MISTOS**

Dissertação no âmbito do Mestrado em Engenharia e Gestão Industrial, orientada pelo Professor Doutor Cristóvão Silva e apresentada ao Departamento de Engenharia Mecânica da Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra.

Outubro de 2021



FCTUC FACULDADE DE CIÊNCIAS
E TECNOLOGIA
UNIVERSIDADE DE COIMBRA

DEPARTAMENTO DE
ENGENHARIA MECÂNICA

Impacto das decisões de Sequenciamento na Equilibragem de Linhas de Montagem de Modelos Mistos

Dissertação apresentada para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia e Gestão Industrial

The Impact of Sequencing Decisions on Mixed Model Assembly Line Balancing

Autor

Tatiana Viduedo Fernandes

Orientador

Professor Doutor Cristóvão Silva

Júri

Presidente	Professor Doutor Luís Miguel Ferreira Professor Auxiliar da Universidade de Coimbra
Vogais	Professor Doutor Samuel de Oliveira Moniz Professor Auxiliar da Universidade de Coimbra
Orientador	Professor Doutor Cristóvão Silva Professor Associado da Universidade de Coimbra

Coimbra, Outubro, 2021



“O período de maior ganho em conhecimento e experiência é o período mais difícil da vida de alguém.”

Dalai-lama

Para o meu avô José e Tio Augusto

Agradecimentos

Este trabalho representa o culminar do meu percurso académico e como tal, é momento de agradecer a todos aqueles que contribuíram para a minha formação pessoal e académica.

Em primeiro lugar, quero agradecer do fundo do meu coração à minha família, por serem o suporte da minha vida e pelo amor indiscritível e imensurável que sentem por mim. Aos meus avós, Zinha, Zé, Júlia e Gilberto, aos meus tios, Té, Midu, Titi, Nando, Ilda, Otilio e Augusto, por serem, sem exceção o exemplo do que é para mim, uma família unida e sempre disposta a ajudar o próximo. Aos meus primos, Cami, Miguel, Gonçalo, Benedita e João por serem como irmãos e por alegrarem todos os meus dias.

O agradecimento mais especial é direcionado os meus pais e irmã, Anabela, António e Beatriz pelo exemplo de luta, força, e resiliência, por sempre me ensinarem que nunca devemos desistir das causas em que acreditamos e sobretudo por me mostrarem que sem trabalho, na vida, nada se consegue, são tudo para mim.

Aos meus amigos, Juliana, Xana, Elsa, Rita, Luis, Sara, Mota, Bel, Chica, Luis Lopes e Folhas por terem sido os meus aliados e companheiros fiéis ao longo destes anos e por terem tornado este capítulo o mais bonito da minha vida, o meu sincero obrigado.

Um agradecimento também importante segue para o meu orientador, Professor Doutor Cristóvão Silva, por ter acreditado em mim, pelo seu conhecimento e visão crítica, por me ter ajudado quando estava à deriva e por puxar sempre por mim para conseguir fazer mais e melhor.

De seguida cabe-me ainda agradecer ao Professor Pedro Coelho, pela paciência, empenho e disponibilidade que teve em ajudar esta aluna vinda da licenciatura em Economia a tornar-se mestre em conteúdos de programação, sem ele a finalização deste trabalho não seria possível.

Por fim, e não menos importante obrigada a Coimbra, porque se não fosse nesta cidade, certamente, seria tudo muito diferente, pelas vivências, pelo espírito académico, pela Associação Académica de Coimbra onde tive o prazer de tralhar ao longo destes cinco anos, pelo encanto que Coimbra tem e pelos amigos que aqui fiz e que não mencionem em cima. Nunca vou conseguir descrever em palavras o sentimento que carrego e que me vai acompanhar para toda a vida.

“De Coimbra, fica o sonho, fica a graça

Antero de revolta, capa à solta

De Coimbra, fica um tempo que não passa

Neste passar de um tempo que não volta”

Manuel Alegre - 1978

Resumo

Os sistemas de manufatura têm vindo a evoluir e com isso advêm novos desafios a superar. Com o passar dos anos a produção em massa foi substituída pela customização em massa, de modo a poder corresponder à procura crescente dos clientes por produtos mais personalizados, o que levou a uma reformulação das linhas de montagem originais. Esta procura crescente por produtos customizados e por sua vez a reformatação das linhas de montagem, fez com que houvesse um investimento avultado para a construção de linhas de montagem para cada padrão de produto.

Para responder a estes desafios surgiram as linhas de montagem de modelos mistos que emergiram para colmatar a dificuldade de produzir diferentes modelos de produto sem ter que recorrer a múltiplas linhas de montagem.

No entanto, a partir do momento que se fala de uma linha de montagem de modelos mistos, fala-se também de problemas relacionados com a equilibragem e sequenciamento da mesma. Este trabalho está centrado na equilibragem da linha, mas mostra, por sua vez, a necessidade destes problemas serem tratados paralelamente ou em conjunto, ou seja, mesmo garantindo uma equilibragem perfeita da linha, há sempre que olhar para o sequenciamento da mesma de modo a poder otimizar o sistema.

Para tal e de modo a perceber como é importante a análise conjunta destes dois parâmetros, o trabalho baseia-se numa instância simples, com cinco postos de trabalho e dois modelos de produto. A escolha de um exemplo simples recai sobre o facto de querer explorar detalhadamente a influência tanto da equilibragem como do sequenciamento e de que modo estes, se forem explorados em conjunto, conseguem otimizar o sistema produtivo.

Palavras-chave: Linha de montagem de modelos mistos, Equilibragem, Sequenciamento, Tempo de Ciclo.

Abstract

The manufacturing system has been evolving exponentially and consequently there are new challenges to overcome. Over the years, mass production was replaced by mass customization, to be possible to meet the growing demand of more personalized products by the customers, which led to a reformulation of the original assembly lines. This growing demand for customized products and the reformulation of assembly lines led to a large investment in the construction of assembly lines for each product standard.

To respond these challenges, the assembly lines of mixed models emerged to overcome the difficulty of producing different product models without having to resort to multiple assembly lines.

Nonetheless, to speak about assembly lines of mixed models, it is also necessary to speak about the related problems with the balancing and sequencing. So, this study is mainly centered on lines balancing but also shows the need of these problems be dealt in parallel or together, which means that even if the balancing of the line is perfect, it is always necessary to look to the sequencing of the line with the purpose of optimize the system.

With a view to understand how important it is the joint analysis of these two parameters, this study is based in a simple instance, with five jobs and two product models. The choice of an example rests on the fact that I want to explore, in a detailed way, the influence of the balancing and the sequencing and how, if they are exploring together, they can optimize the production system.

Keywords Mixed Model Assembly Line, Balancing, Sequencing, Cycle Time.

Índice

Índice de Figuras	xi
Índice de Tabelas	xiii
Simbologia e Siglas	xv
Siglas	xv
1. Introdução	1
2. Revisão de literatura	5
2.1. Linhas de Montagem	5
2.1.1. Tipos de linhas de montagem	6
2.2. Fluxo da linha de montagem	9
2.3. Linhas de Montagem de Modelos Mistos.....	10
2.3.1. Problema de Equilibragem de uma Linha de Montagem	11
2.3.2. Problema de Sequenciamento de uma Linha de Montagem.....	12
2.4. Equilibragem de Linha de Montagem de Modelo Misto.....	13
2.5. Tempo de Ciclo	15
3. Caso de estudo	17
3.1. Características da Linha de Montagem	17
3.2. Produto e o Processo de montagem.....	19
4. Modelo Matemático.....	27
4.1. Parâmetros, conjuntos e variáveis	29
4.2. Restrições.....	30
4.3. Função Objetivo	32
5. Discussão de Resultados.....	33
5.1. Resultados do Caso de Estudo.....	33
5.2. Interpretação dos Resultados	34
6. Conclusão	47
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	49
ANEXO A	53
ANEXO B.....	59

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2.1. Princípio de uma linha de montagem de modelo simples (Scholl,1999)	7
Figura 2.2. Princípio de uma linha de montagem multi-modelo (Scholl, 1999)	7
Figura 2.3. Princípio de uma linha de montagem modelo misto (Scholl, 1999)	8
Figura 2.4. Linha de montagem reta vs linha de montagem em U: Adaptado de A. Simaria e Vilarinho (2009)	9
Figura 3.1. Linha de montagem em LIPSEN (Ana Gonçalves, 2020)	18
Figura 3.2. Base do cilindro pneumático	19
Figura 3.3. Diagrama de precedência da base do cilindro pneumático	20
Figura 3.4. Variantes possíveis de produção (Ana Gonçalves, 2020)	22
Figura 3.5. Diagrama de Precedência completo do cilindro pneumático	24
Figura 3.6. Diagrama de precedência do modelo 1	25
Figura 3.7. Diagrama de precedência do modelo 2	25
Figura 5.1. Tarefas atribuídas às estações de trabalho	37
Figura 5.2. Gráfico do tempo de entrada da peça p na estação s	42
Figura 5.3. Gráfico do tempo de entrada da peça p na estação $s-1$	42

ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 3.1. Base e Componentes	21
Tabela 3.2. Tempos de processamento das tarefas de montagem	23
Tabela 3.3. Matriz de requisitos Modelo-Tarefa	26
Tabela 4.1. Nomenclatura dos Parâmetros	29
Tabela 4.2. Nomenclatura das Variáveis	30
Tabela 5.1. Tupla Modelo-Tarefa.....	34
Tabela 5.2. Relações de precedência dos modelos 1 e 2	35
Tabela 5.3. Atribuição das tarefas às estações de trabalho.....	36
Tabela 5.4. T_{in} nas estações do modelo 1	38
Tabela 5.5. T_{in} nas estações do modelo 2	38
Tabela 5.6. T_{out} nas estações do modelo 1	39
Tabela 5.7. T_{out} nas estações do modelo 2	39
Tabela 5.8. T_{xnas} estações do modelo 1	39
Tabela 5.9. T_x nas estações do modelo 2	39
Tabela 5.10. $T_{in}(p;s)$ e $T_{out}(p;s-1)$	40
Tabela 5.11. Tempos para as 3 primeiras peças do modelo 1	43
Tabela 5.12. Tempos para as 3 primeiras peças do modelo 2	43
Tabela 5.13. Tempo de Ciclo de todas as sequências possíveis	45

SIMBOLOGIA E SIGLAS

Siglas

DEM - Departamento de Engenharia Mecânica

FCTUC - Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

JIT - Just in Time

LM - Linha de Montagem

LMMM - Linha de Montagem de Modelo Misto

LMMS - Linha de Montagem de Modelo Simples

LMMuM - Linha de montagem Multi-Modelo

TC - Tempo de Ciclo

1. INTRODUÇÃO

As linhas de montagem de modelos mistos (LMMM) são maioritariamente utilizadas para a montagem de produtos que exigem uma elevada variedade de modelos a preços reduzidos. Estas são comumente usadas pela sua flexibilidade em relação às mudanças do modelo, permitindo a redução de stocks do produto final e possibilitando que haja um fluxo contínuo de materiais. No entanto, o uso ineficaz da capacidade das LMMM leva a uma redução da produtividade, resultando em custos unitários avultados devido aos montantes elevados de investimento inicial.

Desde a sua criação, as linhas de montagem (LM) permitiram fabricar produtos a um ritmo e escala sem precedentes, no entanto, nas últimas décadas as próprias LM tiveram necessidade de se ajustar, de maneira a acompanhar as novas tecnologias digitais e a procura crescente por produtos mais complexos e customizados.

Apesar da controvérsia que para alguns ainda possa existir acerca de quem inventou a LM, o consenso fixa-se em Henry Ford. Embora Ford possa não ter sido o primeiro, contribuiu mais para o avanço da LM do que os seus contemporâneos. Ford estabeleceu metas de produção ambiciosas, taxas de produção mais rápidas e fez do *design* e do equilíbrio da LM uma ciência. Aquando da criação desta LM da Ford, um chassi vazio tornava-se um carro completo num intervalo de horas, e não dias.

A partir da perceção da eficiência e das mais valias deste processo, o mesmo foi, rapidamente, replicado e aprimorado pelos concorrentes, levando a uma rápida evolução em todos os processos de fabrico. Em meados do século XX, milhões de carros saíram das LM Ford e as LM acabaram por se espalhar para outras indústrias. Atualmente, a LM - ou pelo menos uma iteração mais sofisticada dela - é uma abordagem à manufatura em muitos setores industriais.

Enquanto as LM tornaram alguns processos de fabrico significativamente mais eficientes, alguns fabricantes procuraram novas maneiras de melhorar a precisão e reduzir custos. Assim, à medida que várias formas de automação amadureceram ao longo do século XX, os fabricantes incorporaram-nas nos seus processos. Gradualmente, as ferramentas

automatizadas começaram a assumir tarefas simples e repetitivas e, com o passar do tempo, a quantidade de automação nas LM aumentou, significativamente.

Embora existam exemplos de LM totalmente automatizadas, a maioria é uma mistura de mão de obra humana e automatizada. O homem realiza as tarefas que são muito sensíveis e/ou complexas para as máquinas, enquanto as máquinas fazem o trabalho que é repetitivo, perigoso ou sujeito a erros para o homem.

Na sua origem, as LM foram desenvolvidas para responder ao conceito de produção em massa, com o intuito de se alcançarem economias de escala. Isto é, foram desenvolvidas para a produção de um número muito limitado de produtos, em que muitas das vezes era produzido apenas um produto numa grande quantidade. No entanto, isso faz com que este tipo de sistema produtivo seja muito pouco flexível e incapaz de responder a mercados mais exigentes, quer em termos da variabilidade da procura, quer em termos do *mix* de produtos a oferecer.

Para responder ao problema descrito acima, as LM sofreram várias evoluções, sendo, talvez, uma das mais significativas o desenvolvimento de LM capazes de produzir vários produtos distintos. Nesse sentido surgiram as linhas de montagem multi-modelo (LMMuM) e as LMMM, sendo esta última o foco deste trabalho.

Nas LM originais, para fabrico de um único modelo, o problema principal passava pela sua equilibragem. O objetivo consistia em distribuir as tarefas a executar pelos diferentes postos de trabalho de modo a equilibrar a carga entre eles e consequentemente ter um fluxo de materiais eficiente. Este objetivo mantém-se quando se pretende gerir uma LMMM, no entanto, neste caso, existe um segundo problema em jogo: a definição da sequência pela qual os produtos irão entrar na linha. Isto torna o problema mais complexo e foram propostas várias abordagens para o resolver: começar por equilibrar a linha e depois definir a sequência de produtos a entrar na LM; definir a sequência de produção e, de seguida, equilibrar a linha ou resolver os dois problemas, simultaneamente. Seja qual for a abordagem seguida existe um consenso na literatura: os dois problemas estão relacionados, i.e., a sequência de produção tem impacto sobre a equilibragem conseguida e, consequentemente sobre a eficiência do fluxo de materiais.

Na sequência do que foi acima referido, com este trabalho, pretende-se alcançar dois objetivos principais:

1. Procurar incrementar o conhecimento sobre os problemas associados à gestão de LM, em particular de LMMM;
2. Procurar compreender o impacto que a decisão de sequenciamento da produção pode ter sobre a qualidade da equilibragem que se consegue numa LMMM.

Para atingir o objetivo 1, realizou-se uma revisão da literatura de modo identificar e analisar documentos relevantes sobre o tema das LMMM.

Para o objetivo 2, implementou-se um modelo de equilibragem de LMMM adaptado da literatura. Esse modelo faz a equilibragem da LM tendo como *input* a sequência pela qual os produtos irão entrar na linha. Com esse modelo será possível ir alterando a sequência definida para a produção e verificar o seu impacto sobre a equilibragem obtida. Esta opção permitirá, através da análise dos resultados, cimentar algum conhecimento sobre a relação entre o problema de sequenciamento e o problema de equilibragem em LMMM e, eventualmente, derivar algumas boas práticas para a operação deste tipo de sistema produtivo.

Para testar o modelo implementado recorrer-se-á a uma instância simples, considerando uma linha com cinco postos de trabalho e apenas dois modelos distintos do mesmo produto. A opção por uma instância simples deveu-se a: simplificar o processo de desenvolvimento e implementação do modelo de otimização a utilizar, garantir que este corre em tempo útil e conseguir analisar facilmente os resultados obtidos para compreender os fenómenos resultantes do sequenciamento que podem impactar a equilibragem da LM.

A linha escolhida e os produtos considerados são reais e existem numa LM académica existente no Laboratório de Engenharia de Sistemas Físicos e Digitais- LIPSEN, em Lille, França. Esta opção foi tomada, porque esta mesma linha e produtos foram consideradas em trabalhos realizados num passado recente no DEM, nomeadamente em Gonçalves, A.S. (2020). “Avaliação do problema de equilibragem e sequenciamento de uma Linha de Montagem de Modelos Mistos”. Tese de Mestrado em Engenharia e Gestão Industrial. Departamento de Engenharia Mecânica - Universidade de Coimbra, Coimbra,

garantindo-se assim que os dados necessários ao modelo desenvolvido se encontram disponíveis.

O desenvolvimento desta dissertação gira em torno da aplicação de um modelo matemático recolhido da literatura ao sistema de produção do trabalho realizado pela Ana Sofia no DEM, onde o foco são apenas em dois produtos, numa quantidade de lote pequena de seis unidades, uma vez que o objetivo é exatamente testar o modelo. Por esta razão, não é requerido um sistema demasiado complexo de modo a compreender de forma detalhada como o modelo vai correr e a partir daí poder tirar conclusões.

2. REVISÃO DE LITERATURA

2.1. Linhas de Montagem

A produção em massa foi consequência do desenvolvimento económico e tecnológico da sociedade, onde o comércio foi confrontado com a necessidade de oferecer uma grande variedade de produtos e reagir, rapidamente, às tendências do mercado (Rekiek, 2006).

As LM são sistemas de produção orientados para o fluxo que, na sua origem, foram desenvolvidos para a produção industrial de produtos padronizados e que, com o passar dos anos, têm ganho também uma maior importância para a produção de pequenos volumes de produtos customizados (Becker e Scholl, 2006; Scholl e Becker, 2006; Scholl et al., 2010), devido a uma maior exigência do mercado numa crescente procura por uma maior variedade de produtos.

Uma LM corresponde a uma série de estações de trabalho de montagem manual ou automatizada, pelas quais um ou mais produtos são montados sequencialmente (Carnahan et al., 2001), onde o produto montado é transportado, sucessivamente, por cada estação através de um dispositivo de transporte específico como, por exemplo, tapetes rolantes. (Becker e Scholl, 2006; Scholl e Becker, 2006; Boysen et al., 2007, 2008)

Segundo Wild (1972), a primeira LM foi introduzida por Eli Whitney, durante a Revolução Francesa, para produção de espingardas. No entanto, este tipo de sistema produtivo foi popularizado por Henry Ford em 1913, quando desenvolveu a primeira linha de montagem com acionamento mecânico para a produção do automóvel Ford, Modelo T (Duguay et al., 1997; Amen, 2001; Klampfl et al., 2005; Boysen et al., 2008). Henry Ford revolucionou este sistema produtivo, permitindo obter ganhos significativos em produtividade e na redução de custos, parâmetros estes importantíssimos para a otimização do modelo de consumo da época, com base na comercialização de produtos a um preço baixo e com uma variedade reduzida, Hounshell (1984).

A partir da linha de montagem desenvolvida por Ford, e do seu sucesso na sociedade capitalista até meados do século XX, as linhas de montagem passaram a ser adotadas para os bens duráveis mais complexos, inicialmente, na indústria automóvel e de produtos elétricos e, posteriormente, na indústria de produtos eletrónicos (Piore e Sabel, 1984). Desta forma, a produção em massa ajudou a reduzir enormes custos em várias áreas da indústria, por um longo período de tempo (Jin e Wu, 2003).

Segundo Piore e Sabel (1984), o conceito de produção e consumo em massa, nasceu a partir daí e foi um marco da segunda Revolução Industrial. Numa fase inicial, as LM eram usadas como uma forma mais económica de produção em massa de produtos idênticos e pouco customizados, no entanto, de forma a responder às necessidades dos clientes, as empresas tiveram de aumentar a sua capacidade de personalização, uma vez que os consumidores têm vindo, cada vez mais, a desenvolver preferências e gostos diferenciados, acompanhados de rápidas evoluções em termos de conceito do produto. Devido a este fator, as indústrias passam a procurar, para além do preço e qualidade, uma competição baseada na flexibilidade, variedade, rapidez e confiabilidade de entrega.

Para Simaria e Vilarinho (2004), as empresas procuram incessantemente expandir os limites para atender às expectativas e necessidades dos clientes que procuram um alto grau de customização, além de manter altos níveis de qualidade a um baixo custo.

2.1.1. Tipos de linhas de montagem

Uma LM pode ser classificada em função do tipo/número de produtos que gera, ou seja, se a mesma produzir apenas um produto é chamada Linha de Montagem de Modelo Simples (LMMS) se produzir mais do que um produto pode ser classificada como LMMuM ou LMMM.

Segundo Scholl (1999), as LM muitas vezes não são dedicadas exclusivamente a um único produto, mas sim a um conjunto de produtos. Um exemplo comum é encontrado nas LM de fábricas de automóveis com diferentes modelos de veículos.

As linhas com mais de um modelo de produto podem ser ainda classificadas em dois tipos diferentes. Para Boysen et al. (2008), se os tempos de setup entre os modelos são significativos e é tido em consideração, o tamanho dos lotes de cada produto que passam pela linha de forma alternada, o problema é denominado LMMuM. Se esses tempos de

configuração forem reduzidos ou insignificantes, os modelos fluem pela linha de uma forma mais mista, e é chamada de LMMM (Lopes et al., 2017).

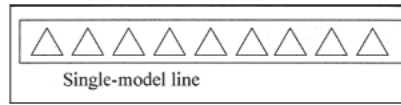


Figura 2.1. Princípio de uma linha de montagem de modelo simples (Scholl,1999)

Segundo Scholl (1999), uma LMMS é limitada a produzir uma variante, e é usada principalmente para a produção em massa de um produto homogêneo - Figura 1.

Neste caso, o problema da equilibragem da LM, ocorre quando as estações são equipadas igualmente em relação aos trabalhadores e máquinas, ao lado de uma linha com ritmo fixo, com Tempo de Ciclo (TC) fixo e tempos operacionais determinísticos (Scholl, 1999). Há ainda que satisfazer as restrições de precedência, que são o conjunto necessário de tarefas conectadas por relações de precedência (Scholl, 1999).

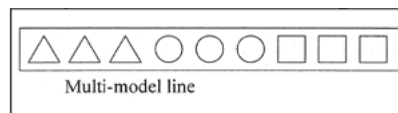


Figura 2.2. Princípio de uma linha de montagem multi-modelo (Scholl, 1999)

Uma LMMuM, produz diferentes modelos em lotes - Figura 2 e uma das suas vantagens é reduzir configurações (Boysen et al., 2008). Um problema ocorre quando da necessidade de decidir os tamanhos e sequências dos lotes (Scholl, 1999).

Para tamanhos grandes de lotes, o equilíbrio da linha pode, em princípio, ser determinado separadamente para cada modelo, pois a significância dos tempos de preparação entre os lotes é comparativamente pequena (Boysen et al., 2008). O tempo de processamento provavelmente diminuirá com o tempo devido aos efeitos de aprendizagem (Boysen et al., 2008). Neste caso, a equilibragem pode ser conduzida para todos os modelos simultaneamente, e as necessidades de metas e objetivos consideram que os TC de cada modelo podem variar (Boysen et al., 2008).



Figura 2.3. Princípio de uma linha de montagem modelo misto (Scholl, 1999)

Com o objetivo de aumentar as vendas e os lucros, as empresas estão sob constante pressão para aumentar o número de variantes ou modelos de um produto básico. A LMMM permite a produção de modelos variados com características similares, envolvendo diferentes tarefas, métodos e tempos padrão, e que requerem diferentes instalações, componentes e matérias-primas. Esse tipo de solução de montagem tem vindo a crescer na indústria, a fim de satisfazer a tendência atual de diversificação na procura do consumidor (Ponnambalam et al., 2003; Simaria & Vilarinho, 2004).

Dependendo da ordem das peças opcionais, as tarefas extras são executadas ou deixadas de fora (Scholl, 1999). As LMMM, geralmente são acompanhadas de mão-de-obra manual em alta proporção, e estas são, frequentemente, utilizadas na montagem final da produção automóvel. Hoje, os fabricantes de automóveis oferecem uma vasta seleção de modelos e variantes.

Como se verifica um aumento da procura por produtos com maior variedade e ciclos de vida mais curtos, as empresas são obrigadas a desenvolver sistemas de manufatura flexíveis. Para responder a essa necessidade, são implementadas LMMuM e, sobretudo, LMMM, onde a criação de uma variedade de produtos nas LM ajuda a absorver as flutuações de volume. Ambos oferecem flexibilidade de produto, o que aumenta a capacidade de lidar com mudanças no *mix* de produtos (Mönch et al., 2020).

Ainda dentro dos desenvolvimentos notáveis resultantes da implementação da produção *just in time* (JIT) surgiu a tese de substituição das linhas de produção retas tradicionais por linhas de produção em forma de U, o que fez aumentar a flexibilidade de produção. A equilibragem das LMMM torna-se complexa com uma configuração de linha tradicional, sendo que a linha em U trouxe melhores soluções para uma equilibragem adequada da linha de montagem flexível.

Os principais benefícios da linha U em comparação com uma linha reta incluem:

- maior flexibilidade do operador;
- maior flexibilidade de volume;
- o número de estações de trabalho nunca excede o necessário para uma linha reta e pode até ser menor;
- maior flexibilidade nas peças móveis;
- tamanho compacto permite um movimento reduzido de operadores e de *stock*;
- maior visibilidade e comunicação entre a equipa.

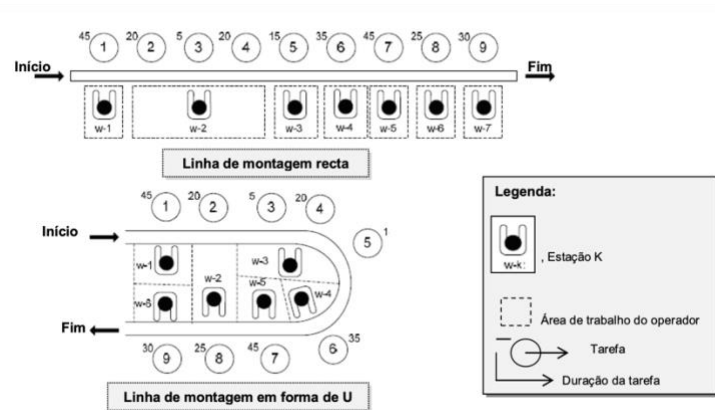


Figura 2.4. Linha de montagem reta vs linha de montagem em U: Adaptado de A. Simaria e Vilarinho (2009)

O ganho mais significativo no uso de linhas em forma de U é em termos de produtividade, que pode ser melhorada em cerca de 40% quando existe um equilíbrio adequado de recursos na LM (Cheng et al., 2000).

2.2. Fluxo da linha de montagem

As LM podem ser classificadas em termos de controle do fluxo da linha, como síncronas ou assíncronas (Boysen et al., 2008).

No caso de uma linha de montagem síncrona, cada posto de trabalho dispõe de um intervalo de tempo pré-definido, para executar um conjunto de tarefas que lhes estão atribuídas, intervalo esse que se designa por TC. Neste caso, a linha é pensada de maneira que, em cada instante, todos os postos de trabalho estejam ocupados e, portanto, quando o

TC, num determinado posto de trabalho, se consome, a montagem é transferida para o posto de trabalho seguinte. O TC determina assim a taxa de produção da LM sendo que a diferença entre o TC e a carga de um posto de trabalho é denominada como tempo inativo do posto e o somatório dos tempos inativos de todos os postos de trabalho é designado tempo inativo da linha.

Quanto a uma linha de montagem assíncrona, nesta não existe um intervalo fixo para cada posto de trabalho realizar as tarefas que lhe estão atribuídas, sendo por isso necessário recorrer a *buffers*, que servem de “armazéns intermédios” entre os postos de trabalho. Nesta situação, quando um posto termina as tarefas de montagem, a peça é colocada no *buffer* a jusante do posto e as tarefas de uma nova montagem são reiniciadas a partir da peça proveniente do *buffer* a montante.

2.3. Linhas de Montagem de Modelos Mistos

As LMMM fornecem um fluxo de material contínuo, eficiente, níveis reduzidos de *stock* de itens finais e flexibilidade em relação a mudanças de modelo (Scholl, 1999).

Suposições adicionais a ter em conta (Boysen et al., 2007):

- Não existência de *buffers* entre as estações;
- As peças de trabalho têm uma localização fixa no sistema de transporte, e apenas podem mudar a sua direção;
- A procura por modelos em todo o horizonte de planeamento é conhecida e não mudará, portanto, não existem pedidos urgentes;
- Vários modelos contêm diferentes partes e requerem diferentes tarefas com tempos de processamento individuais, portanto a procura por material e utilização da estação podem mudar de modelo para modelo;
- Não há perturbações, por ex. quebra de máquina ou falta de *stock*, de modo que o novo sequenciamento não é considerado.

A otimização de um modelo de fluxo cíclico misto consiste na combinação de problemas tradicionais mais simples, como o balanceamento da linha, inicialmente estudado por Salveson (1955) e o sequenciamento dos modelos, primeiramente modelado por Bard et al. (1992).

Tem sido afirmado repetidamente que, sempre que possível, o ideal é lidar com estes dois parâmetros simultaneamente para obter melhores resultados finais (Sawik, 2000; Boysen et al., 2008, 2009). No entanto, alguns autores tratam estes problemas de forma independente, como o caso de Battaia e Dolgui (2013) no balanceamento, e Boysen et al. (2009) no sequenciamento, sendo que a maioria combinam ambos os problemas, usando estratégias de decomposição ou procedimentos metaheurísticos (Battini et al., 2009; Özcan et al., 2010; Tiacci, 2015).

No geral, a maioria dos modelos de balanceamento não contabiliza as sequências de produto, enquanto na maioria dos modelos de sequenciamento, bem como nos de fluxo cíclico, os tempos de processamento são considerados parâmetros.

2.3.1. Problema de Equilibragem de uma Linha de Montagem

O problema de equilibragem é uma das questões de planejamento mais importantes numa LMMM, uma vez que este trata a forma como alocar as tarefas de montagem para um *mix* de produtos entre as estações de montagem com espaço e/ou tempo limitado, de modo a equilibrar as cargas de trabalho das estações. Esta equilibragem permite um melhor aproveitamento dos recursos disponíveis de modo que sejam obtidas taxas satisfatórias de produção ao mínimo custo. (Wild, 1972)

É necessário equilibrar a linha quando existem alterações do processo, como a inclusão ou exclusão de tarefas, alteração de componentes, mudanças no tempo de processamento e também na implantação de novos processos.

Scholl et al. (2009), Gurevsky et al. (2012); Kellegöz (2017); Lopes et al. (2017) e Sikora et al. (2017) são alguns dos autores que apresentam e exploram as variações de problemas de equilibragem.

2.3.2. Problema de Sequenciamento de uma Linha de Montagem

Além do problema de equilibragem da LM de longo e médio prazo, as LMMM dão origem a um problema de sequenciamento de curto prazo, (Baybars, 1986; Becker e Scholl, 2006; Scholl e Becker, 2006; Boysen et al., 2007) que incide sobre a sequência de produção de um determinado número de cópias do modelo dentro do horizonte de planeamento, ou seja, depois da linha ter sido equilibrada, o problema de sequenciamento surge quando existe um conjunto de produtos a executar num determinado horizonte de tempo (1 dia, 1 semana, 10 dias), sendo que o objetivo é definir a sequência pela qual os produtos entram na linha.

Embora a grande parte das sequências misturadas de modelos seja tecnicamente viável, os seus impactos económicos, significativos, requerem um planeamento completo. Segundo Bard et al. (1994), a utilização da mão-de-obra nas estações de trabalho e a distribuição da procura de material são determinadas pela sequência de modelos e estão, portanto, no centro de dois objetivos gerais diferentes que passam por minimizar a sobrecarga de trabalho e nivelar o uso de componentes.

- Sobrecarga de trabalho: A instalação de várias opções normalmente leva a variações nos tempos de processamento nas estações de trabalho. Na produção de automóveis, por exemplo, a instalação de um teto solar elétrico requer um tempo diferente do manual. Se vários modelos de trabalho intensivo se seguem na mesma estação, podem ocorrer sobrecargas de trabalho, que precisam de ser compensadas, por exemplo, por trabalhadores adicionais. As sobrecargas de trabalho podem ser evitadas se uma sequência correta de modelos for encontrada, onde os modelos que causam altos tempos de estação alternam com outros menos intensivos.

- Objetivos JIT: As abordagens de sequenciamento centradas no JIT focam-se nos requisitos de materiais divergentes. Modelos diferentes são compostos de opções de produtos diferentes e, portanto, requerem materiais e peças distintas, de modo que a sequência de modelos influencia a progressão da procura de materiais ao longo do tempo. Como uma linha de montagem é comumente acoplada aos níveis de produção anteriores por meio de um fornecimento JIT dos materiais necessários (Monden, 1998), a sequência do modelo tem como objetivo facilitar esse processo. Um importante pré-requisito para o fornecimento JIT segundo Joo e Wilhelm (1993),

é uma taxa de procura constante de material ao longo do tempo, caso contrário, as vantagens do JIT são corrompidas por stocks de segurança que se tornam necessários para evitar ruturas de stock durante os picos de procura. Consequentemente, as abordagens de sequenciamento centradas no JIT visam distribuir os requisitos de material uniformemente ao longo do horizonte de planeamento.

O sequenciamento de modelos mistos procura sequências onde os modelos com tempos de processamento altos alternam com outros menos trabalhosos em cada estação (Wester & Kilbridge, 1964). Para o efeito, são programados modelos em cada estação e ciclo, tendo em consideração explicitamente os tempos de processamento, os movimentos dos trabalhadores, os limites das estações e demais características operacionais da linha.

Leu et al. (1997), Heath et al. (2013) e Golle et al. (2015), são exemplos de autores que apresentam diferentes variações no que concerne ao sequenciamento.

Embora muitos autores sugiram que o método ideal é realizar uma abordagem coordenada, nesta fase, o foco deste trabalho será apenas no compartimento da equilibragem das LMMM.

2.4. Equilibragem de Linha de Montagem de Modelo Misto

A equilibragem é considerado o principal problema das LMMM, consistindo na otimização da alocação de tarefas numa estação de trabalho de forma que o tempo ocioso seja minimizado e as restrições de precedência sejam atendidas (Rekiek et al., 2002; Becker e Scholl, 2006; Kriengkorakot e Pianthong, 2007). A grande parte das pesquisas no planeamento da configuração de sistemas de montagem concentra-se na equilibragem de linha, que surge desde o problema de equilibragem da LMMS.

O uso ineficaz da capacidade de LMMM com redução da produtividade resulta em custos unitários elevados devido a um investimento inicial avultado. Assim, para que as linhas de montagem de modelos mistos funcionem de forma adequada e produtiva sob o tempo, espaço e localização, o problema da equilibragem de uma LMMM surge para distribuir o conteúdo do trabalho de maneira uniforme entre as estações.

Os tipos de problemas de equilibragem de uma LMMM encontrados na literatura correspondem a: (Scholl, 1995)

- I: O número de estações deve ser minimizado para um determinado TC (ou seja, taxa de produção).
- II: O TC deve ser minimizado para um determinado número das estações.
- III: O TC e o número de estações devem ser minimizados ao mesmo tempo.

Para tratar o problema de equilibragem das LMMM existem diversas abordagens dependendo do autor em questão, Chakravarty e Shtub (1985) trabalharam na equilibragem de LMMM com *stock* em processo, onde o trabalho, *stock* e custos de instalação são direcionados para a minimização usando algoritmos que determinam atribuições de tarefas, TC e o número de estações.

Fokkert e Kok (1997) fizeram uma revisão da literatura sobre o problema de equilibragem de LMMM e LMMuM e compararam várias heurísticas baseadas no diagrama de precedência combinado.

Gokcen e Erel (1997, 1998) desenvolveram um modelo de programação de metas e um modelo de programação inteira binária para o problema de equilibragem de uma LMMM.

Becker e Scholl (2006) consideram o problema de equilibrar LM com locais de trabalho paralelos variáveis de modo a minimizar o número de locais de trabalho necessários.

Em suma, e como se verifica acima, diferentes autores abordam a equilibragem LMMM de forma distinta, sendo que este caso de estudo está apoiado no “problema II”, onde segundo Scholl (1995), o TC deve ser minimizado para um determinado número das estações.

2.5. Tempo de Ciclo

O TC é o tempo entre partes (peças, unidades ou clientes atendidos) consecutivas que um sistema de operações consegue produzir ou servir. É definido pelo mais lento dos processos ou etapas. A este processo é frequente chamar-se de estrangulamento ou *bottleneck*.

Este tempo é medido em tempo por unidade (ex. [min/cliente] ou [s/peça]) e não inclui os tempos não produtivos como: avarias, defeitos, acidentes ou outros. Dada a presença de falhas nos processos, é frequente encontrar desvios entre o TC planeado (valor de referência ou *target cycle time*) e o TC atual. Este tempo não considera perdas dado que apenas é determinado quando o processo está em funcionamento.

O TC é o tempo que passa do início de um processo ou atividade individual até o seu término. Diversos TC podem estar incluídos num processo ou função individual. (Tapping & Shuker, 2018)

Este inclui o tempo gasto nas atividades que agregam e não agregam valor ao produto final. Ou seja, corresponde ao tempo disponível em cada posto de trabalho para executar as operações que lhe são atribuídas. Desta forma, um produto encontra-se num determinado posto durante TC unidades de tempo. Consequentemente, o tempo de serviço associado aos diferentes postos de trabalho, deverá aproximar-se desse valor, de modo que a linha funcione suavemente e sem tempos mortos.

Uma LM diz-se equilibrada se o tempo morto total, o somatório dos tempos mortos de cada um dos postos de trabalho, for mínimo. Se for possível agrupar as operações de tal modo que o tempo de serviço seja exatamente o mesmo em todos os postos de trabalho, diz-se que a linha está perfeitamente equilibrada. Para a maioria dos casos práticos a equilibragem perfeita é muito difícil de conseguir.

3. CASO DE ESTUDO

O objetivo deste estudo é desenvolver e implementar um modelo de otimização para equilibragem de LMMM em que um dos *inputs* é a sequência de produção. O modelo foi desenvolvido para um sistema de montagem cujos elementos se apresentam nos subcapítulos seguintes.

3.1. Características da Linha de Montagem

O trabalho descrito nesta dissertação baseia-se numa LM académica do Laboratório de Engenharia de Sistemas Físicos e Digitais- LIPSEN, na Escola Nacional de Artes e Ofícios- ENSAM Lille, França.

Esta LM é usada para o ensino e para investigação. Em termos de investigação, os projetos visam desenvolver novas abordagens para a equilibragem e sequenciamento da linha, promovendo o desenvolvimento de LM mais flexíveis. Este objetivo pode ser alcançado através da introdução de novas tecnologias, como soluções robóticas ou gémeos digitais para a tomada de decisão, e através do desenvolvimento de novas abordagens para a equilibragem e sequenciamento da linha.

Na Figura 3.1 apresenta-se a linha de montagem presente no laboratório



Figura 3.1. Linha de montagem em LIPSEN (Ana Gonçalves, 2020)

Conforme se pode verificar na Figura 3.1. Linha de montagem em LIPSEN (Ana Gonçalves, 2020), a LM considerada é composta por seis postos de trabalho dispostos em U, no entanto, o primeiro posto de trabalho é robotizado e não é utilizado para a montagem manual do produto e, portanto, será ignorado no modelo, considerando-se uma LM com apenas cinco postos de trabalho. Apesar da configuração física da LM ser em U, no modelo que se desenvolveu esse aspeto é irrelevante e será ignorado.

A LM permite que esteja em simultâneo apenas um produto em cada posto de trabalho e não permite a existência de *buffers* entre postos de trabalho.

3.2. Produto e o Processo de montagem

O produto que tem sido utilizado na linha anteriormente referida é um cilindro pneumático, que apresenta diferentes variantes em função dos componentes que lhe são acoplados. Isto significa que as variantes do produto são geradas, selecionando combinações de componentes alternativos que podem ser montados num produto base. (Wang et al., 2011).

O produto final do cilindro pneumático é composto por uma base, que por sua vez, é constituída por seis componentes distintos: corpo do cilindro, traseira, haste, pistão, parafusos 1 e 2. Estes componentes que compõem a base do produto devem ser montados de acordo com relações de precedência, ou seja, em primeiro lugar aparafusar a parte traseira ao corpo do cilindro, posteriormente, a haste do pistão é colocada no orifício da parte frontal, e por fim inserir o pistão no corpo do cilindro e aparafusar a seção frontal do cilindro às primeiras peças montadas.

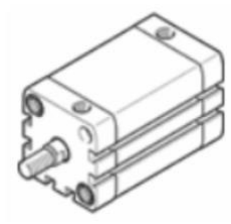


Figura 3.2. Base do cilindro pneumático

A Figura 3.3 apresenta o diagrama de precedência para o processo de montagem da base.

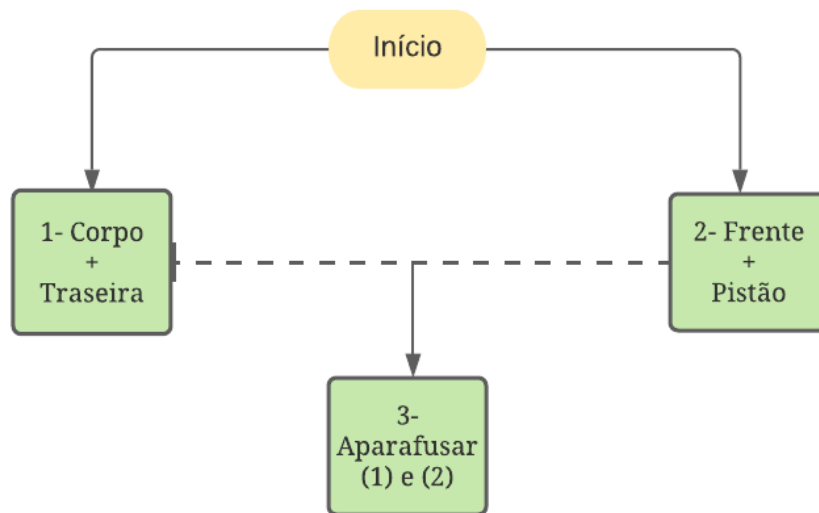


Figura 3.3. Diagrama de precedência da base do cilindro pneumático

A partir da base anterior descrita podem-se obter vários produtos acabados distintos adicionando diferentes componentes que podem ser agrupados em cinco categorias de acordo com sua função:

- Conectores;
- Hastes;
- Juntas rotativas;
- Flanges de fixação;
- Sensores.

A Tabela 3.1 apresenta o conjunto de componentes que podem ser adicionados ao cilindro, sendo que só podem ser adicionados um máximo de dois conetores, duas hastes, uma junta rotativa, três flanges de fixação e um sensor.











Tipo	NªAtividade	NºArtigo	Sub-componentes	Designação	3D
Base	1,2,3	536297	10,21,22,30,100,110	Cilindro	
Conetores	8	186098	41	Conetor Reto	
	7	186119	42	Conetor de Cotovelo	
Tronco	5	6144	51	Haste Clevis	
	6	9261	53	Extremidade da Haste	
Junta Rotativa	12	31761	61 ou 63	Pé de Manilha	
Flange	10	174405	71	Flange orientável	
	4	537242	81	Foot mounting	
Sensor	9	543861	91	Sensor proximidade	
		151680	93	Tampa do slot	

Tabela 3.1. Base e Componentes

O produto final é distinguido entre si em função dos componentes que lhes são adicionados. A título de exemplo, a Figura 3.4 mostra as três configurações (A, B e C) de modelo que podem existir na produção a partir do mesmo produto base.

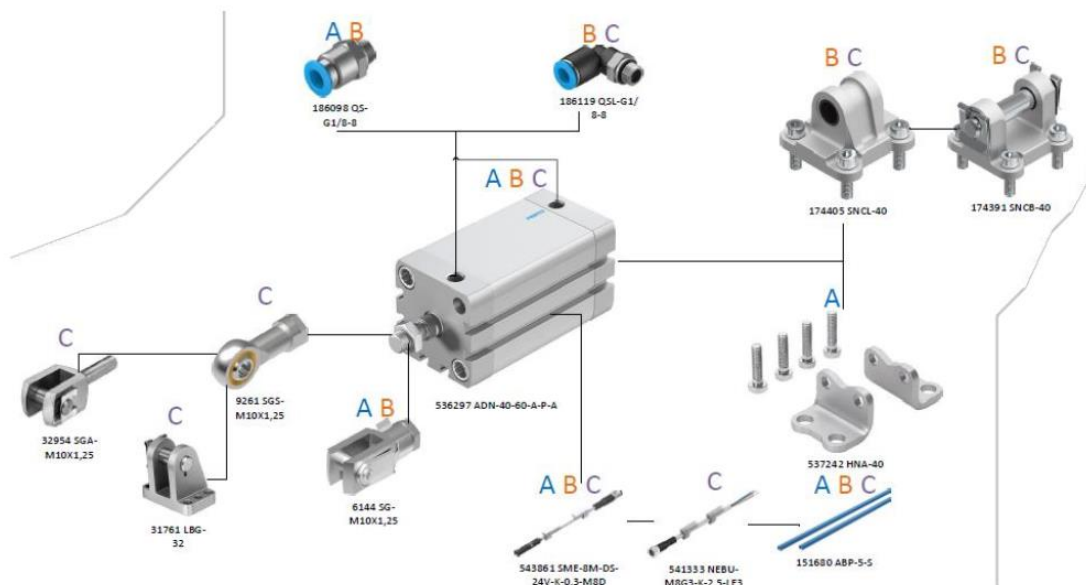


Figura 3.4. Variantes possíveis de produção (Ana Gonçalves, 2020)

No modelo A são adicionados os componentes 10, 22, 30, 100, 110, 21, 41x2, 81, 51, 91 e 93, já no modelo B adicionam-se os componentes 10, 22, 30, 100, 110, 21, 41, 42, 71, 51, 91 e 93 e, por fim, no modelo C são adicionados os componentes 10, 22, 30, 100, 110, 21, 42x2, 71, 53, 61 ou 63, 91 e 93. Isto são apenas três exemplos de modelos que se podem obter e que têm sido utilizados em trabalhos passados, no entanto poderiam idealizar-se muitas mais combinações.

Como se verifica na Figura 3.4 dependendo do tipo de peças associadas ao produto, este pode ser categorizado em três configurações diferentes, sendo que neste caso de estudo serão exploradas as configurações A e C, nomeadas como configuração 1 e 2, respetivamente. Assim, neste trabalho serão consideradas duas variantes de modelo do cilindro, denominadas de M1 e M2 que se distinguem pelo tipo e número de componentes agregados ao cilindro base e correspondem na, Figura 3.4, ao modelo A e C, respetivamente.

Na Tabela 3.2 são descritas e numeradas as sub tarefas de montagem das peças, juntamente com os respetivos tempos de processamento, correspondentes a cada uma das respetivas tarefas e de acordo com cada um dos modelos em questão.

Tarefa	Descrição	M1	M2
1	Encaixar a tampa traseira ao corpo do cilindro	7s	7s
2	Encaixar o pistão na parte frontal do cilindro	7s	7s
3	Aparafusar os dois parafusos ao corpo do cilindro-100-110	31s	31s
4	Aparafusar o foot mounting à traseira ao cilindro	51s	-
5	Inserir a haste clevis(51)	17s	-
6	Inserir extremidade da haste (53)	-	14s
7	Adicionar o conector de cotovelo (42)	13s	26s
8	Adicionar o conector reto (41)	13s	-
9	Inserir a flange orientável 71	-	20s
10	Inserir swivel mounting (72)	-	-
11	Introduzir a junta rotativa	-	14s
12	Colocar sensor de proximidade 91 e inserir a tampa do slot	20s	20s
	93		
	TOTAL	159 s	156 s

Tabela 3.2. Tempos de processamento das tarefas de montagem

Como se verifica, as três primeiras tarefas de cada modelo são comuns e correspondem à montagem da base do cilindro. A distinção, daí em diante, ocorre em função do tipo de componente a adicionar à base, por exemplo, ao modelo 1 são adicionados os componentes: “foot mounting”, “haste clevis” e “conector reto” o que não acontece com o modelo 2. Já no modelo 2 são ainda adicionados os componentes “extremidade da haste”, “flange orientável” e “junta rotativa” que por sua vez, não fazem parte dos subcomponentes a montar no modelo 1. A distinção para além de poder decorrer do tipo de componentes a adicionar, pode ainda advir da quantidade adicionada de um determinado componente, por exemplo, no modelo 1 é adicionado um único “conector de cotovelo” ao passo que no modelo 2 são adicionados dois.

Na Tabela 3.2 é apresentada a tarefa 10 – “Inserir swivel mounting”, que embora faça parte da montagem do modelo B, não será tida em conta daqui em diante uma vez que apenas estão em estudo os modelos A e C, sendo por isso apresentada, mas será ignorada.

A ordem pela qual as operações podem ser afetadas aos postos de trabalho não é arbitrária, dado a existência de requisitos tecnológicos de sequenciamento conhecidos por relações de precedência. Isto significa que uma determinada operação não poderá ser iniciada antes de estar concluído um conjunto de outras operações, conhecidas por precedências imediatas.

Para além da montagem inicial do corpo do cilindro (Figura 3.3), as tarefas de montagem dos componentes adicionais não têm regras de prioridades entre eles. No entanto, quando o produto requer o sensor de proximidade (91), as características do sensor restringem esta tarefa de montagem como sendo a última.

O diagrama de precedências completo do cilindro pneumático na sua forma mais complexa, ou seja, caso num único modelo fossem executadas todas tarefas, é apresentado na Figura 3.5.

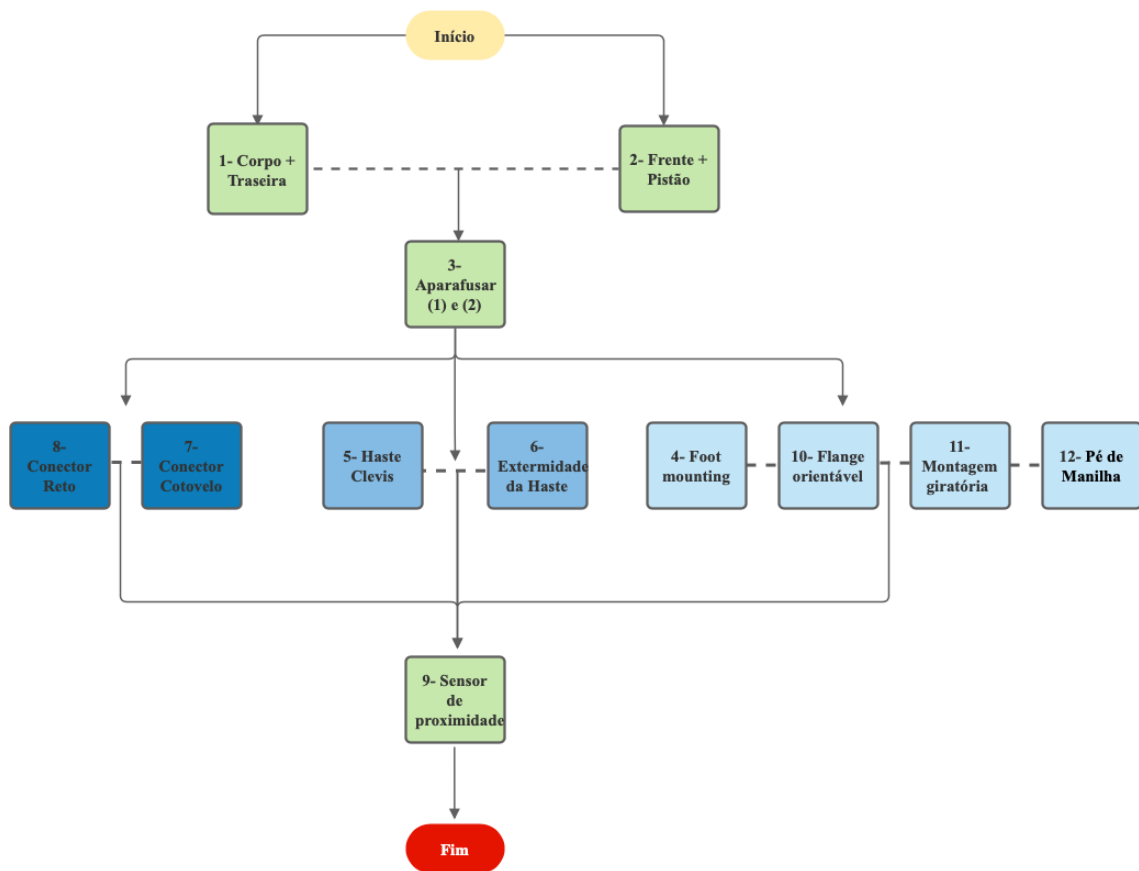


Figura 3.5. Diagrama de Precedência completo do cilindro pneumático

Com base no descrito acima, ou seja, tendo em conta que tem que ser montado, em primeiro lugar, o corpo do cilindro e em último lugar, o sensor de proximidade, sendo que os restantes subcomponentes não têm relações de precedência entre eles apresentam-se os diagramas de relações de precedência dos modelos 1 e 2, onde entre eles apenas difere o número dos subcomponentes.

As figuras apresentadas abaixo mostram as relações de precedência e os tempos de processamento das tarefas das configurações dos modelos 1 e 2, respetivamente.

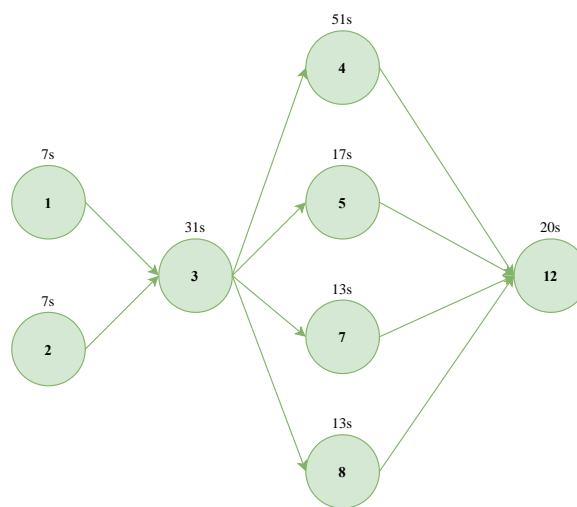


Figura 3.6. Diagrama de precedência do modelo 1

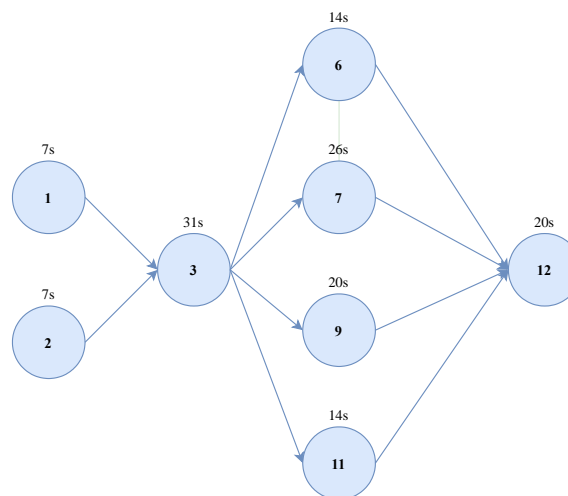


Figura 3.7. Diagrama de precedência do modelo 2

Tabela 3.3 mostra os dois modelos e os subconjuntos de tarefas que correspondem a cada um dos respectivos modelos.

<i>Tarefas</i>	<i>Modelo</i>	
	1	2
1	.	.
2	.	.
3	.	.
4	.	.
5	.	.
6	.	.
7	.	.
8	.	.
9	.	.
10	.	.
11	.	.
12	.	.

Tabela 3.3. Matriz de requisitos Modelo-Tarefa

Tendo em conta o descrito anteriormente conclui-se que este sistema representa adequadamente uma LMMM, uma vez que existe um modelo base que dá origem a diferentes produtos acabados em função dos tipos de componentes que lhes são adicionados e o tempo de *setup* para preparar a linha para a passagem do modelo 1 para o modelo 2 é desprezável. Neste caso, em vez de existir uma sequência aleatória, há uma sequência cíclica que se repete.

Nesta LM verifica-se que cada tarefa de montagem deve ser atribuída a pelo menos uma estação de trabalho, sendo que pode ainda haver mais do que uma estação com capacidade de executar a mesma tarefa, o que permite que a LM seja flexível. Esta propriedade é um recurso desejado que resulta na redução do tempo de produção (ou ciclo), aumentando o número de estações elegíveis para realizar qualquer tarefa de montagem.

4. MODELO MATEMÁTICO

A LM apresentada tem cinco postos de trabalho e vai funcionar no âmbito da montagem de dois produtos diferentes a partir do mesmo produto base. De forma a controlar devidamente a experiência considera-se que é necessário produzir o mesmo número de cada um dos modelos e que essa produção será feita de forma cíclica. Como ponto de partida, assume-se que existem apenas seis produtos a produzir, sendo três do modelo 1 e três do modelo 2.

Consequentemente as sequências de produção totais possíveis são:

- 1, 1, 1, 2, 2, 2
- 1, 1, 2, 2, 2, 1
- 1, 2, 2, 2, 1, 1
- 2, 1, 1, 2, 1, 2
- 2, 1, 1, 2, 2, 1
- 2, 1, 2, 1, 1, 2
- 2, 1, 2, 1, 2, 1
- 1, 2, 1, 2, 1, 2
- 1, 2, 1, 2, 2, 1
- 1, 2, 2, 1, 1, 2
- 1, 2, 2, 1, 2, 1
- 2, 1, 1, 1, 2, 2
- 2, 2, 1, 1, 1, 2
- 2, 2, 2, 1, 1, 1
- 1, 2, 1, 1, 2, 2
- 2, 1, 2, 2, 1, 1
- 1, 1, 2, 1, 2, 2
- 2, 2, 1, 2, 1, 1
- 2, 2, 1, 1, 2, 1

É importante ter em conta que estas sequências são continuamente repetidas.

O objetivo para o modelo a aplicar é, a partir de uma determinada sequência de produção, obter a melhor equilibragem possível da LM, sendo que para isso será adaptado um modelo matemático da literatura- (Lopes et al., 2020)- que aborda exatamente o mesmo problema.

A fim de descrever e resolver este problema, foi desenvolvido um modelo matemático com recurso a programação inteira mista.

O modelo proposto é baseado nas seguintes premissas:

1. As tarefas são indivisíveis e realizadas nas mesmas estações para todos os modelos de produto.
2. Existem relações de precedência entre algumas tarefas, refletindo restrições tecnológicas.
3. Alguns deles podem ser restritos a um subconjunto de estações, refletindo restrições práticas (ou seja, o problema é limitado por atribuição).
4. A sequência do produto e o layout é fornecida e a sequência do produto gira indefinidamente.
5. Os tempos de transporte entre as estações são pequenos e podem ser ignorados.
6. Os produtos fluem de forma síncrona e sequencial na linha entre as estações.
7. O objetivo é equilibrar a linha de forma a maximizar a sua eficiência, minimizando a média do TC.

As seções a seguir descrevem os parâmetros, variáveis e restrições do modelo desenvolvido com base nestas premissas.

4.1. Parâmetros, conjuntos e variáveis

O modelo matemático desenvolvido é uma variação dos modelos de equilíbream de uma LMMM, portanto, contém um conjunto de elementos básicos, como tarefas, relações de precedência, estações e modelos. Neste modelo matemático existe uma sequência fixa de produtos que se repete ciclicamente.

Algumas restrições práticas significam que nem todas as tarefas t podem ser atribuído a cada estação s . Com o objetivo de descrever essas restrições, foi criado o conjunto F que traduz a lista todas as tuplas (t, s) que representam alocações de tarefa-estação viáveis, onde cada uma dessas tuplas indica que a tarefa t pode ser atribuída à estação s .

As Tabela 4.1 e Tabela 4.2 listam todos os nomes, parâmetros, variáveis e conjuntos utilizados no modelo.

<i>Conjunto de Parâmetros</i>	<i>Elemento</i>	<i>Descrição</i>
S	S	Estação s , variando de 1 a $ S $ (1 a 5)
T	T	Tarefa t , variando de 1 a $ T $ (nº tarefas)
P	P	Peça p , variando de 1 a $ P $ (nº de peças)
M	M	Modelo m , variando de 1ª a $ M $ (nº modelos)
nM[M]	nM	Nº de peças de cada modelo
M[P]	mP	Modelo m da peça ^a na sequência
d[M,T]	d(m,t)	Duração em segundos de cada tarefa t para cada um dos modelos m
TT	(t_1, t_2)	Tupla das relações de precedência
MT	(t,s)	Tupla que indica que a tarefa t pode ser atribuída à estação s

Tabela 4.1. Nomenclatura dos Parâmetros

<i>Conjunto de Variáveis</i>	<i>Modelo</i>	<i>Descrição</i>
$TS[F]$	Binário	1 se a tarefa t está atribuída à estação s ; 0 caso contrário
$T_{in}[P,S]$	Real ⁺	Tempo a que a peça p entra na estação s
$T_x[P,S]$	Real ⁺	Tempo de processamento da p^a peça na estação s
$T_{out}[P,S]$	Real ⁺	Tempo a que a peça p sai da estação s
CT_{pX}	Real ⁺	Tempo de ciclo do estado estacionário
$px_{[M,S]}$	Real ⁺	Tempo de processamento do modelo m na estação s

Tabela 4.2. Nomenclatura das Variáveis

4.2. Restrições

O modelo matemático desenvolvido utiliza um núcleo de equilibragem para controlar os tempos de processamento das peças nas estações. Este núcleo segue um multimodelo padrão configurado com ocorrência limitada de atribuição e restrições de precedência definidas para o conjunto de variáveis TS , para as tuplas viáveis (t, s) em F e para as tuplas de precedência (t_1, t_2) em TT .

(1)

$$\sum_{(t,s) \in F} TS_{[t,s]} = 1 \quad \forall t \in T$$

Restrição de ocorrência limitada de atribuição. Esta restrição diz que apenas pode existir uma e uma só tarefa por posto de trabalho. Para TS variável, tupla (t,s) viável em F e a precedência em (t_1, t_2) TT .

(2)

$$\sum_{(t_1,s) \in F} s \cdot TS_{[t_1,s]} \leq \sum_{(t_2,s) \in F} s \cdot TS_{[t_2,s]} \quad \forall (t_1,t_2) \in TT$$

Modela as relações de precedência, ou seja, obriga a que a tarefa em t_1 , anteceda a tarefa em t_2 , de modo a fazer cumprir o diagrama de relações de precedência.

(3)

$$T_{x[p,s]} = \sum_{(t,s) \in F} d_{[t,m[p]]} \cdot TS_{[t,s]} \quad \forall p \in P, s \in S$$

As variáveis centrais da equação são empregadas para determinar o tempo de processamento $T_{x[p,s]}$ de cada peça p em cada estação s .

Isto é feito combinando as informações da peça p de modelo mP ou com os parâmetros de duração $d_{[t,m]}$ em unidades de tempo de cada tarefa t para cada modelo m .

(4)

$$T_{out[p,s]} \geq T_{in[p,s]} + T_{x[p,s]} \quad \forall p \in P, s \in S$$

Uma peça só pode sair da estação depois de estar processada.

(5)

$$T_{in[p,s]} = T_{out[p,s-1]} \quad \forall p \in P, s \in S, s > 1$$

Após uma determinada peça sair de uma estação, entra de seguida na próxima.

(6)

$$T_{in[p,s]} \geq T_{out[p-1,s]} \quad \forall p \in P, s \in S, p > 1$$

Uma peça só pode entrar na estação s , após a peça anterior ter saído. Esta restrição impede que duas peças ocupem a mesma estação.

(7)

$$|P|. CT_{PX} + T_{in[t,s]} \geq T_{out[t,s]} \quad \forall s \in S$$

Versão adaptada de (6), unindo o final de um conjunto de produtos ao início do seguinte, como a peça p está ligada à $p-1$, a peça 1 liga-se à última peça de um conjunto $|P|$ “anterior”, tendo em conta o tempo de ciclo estacionário CT_{px} .

(8)

$$|P|. CT_{PX} \geq \sum_{(t,s) \in F, p \in P} d_{[t,m_p]} \cdot TS_{[t,s]} \quad \forall s \in S$$

Cada estação pode ser vista com um gargalo que limita o TC máximo em estado estacionário médio. Embora o tempo médio de processamento não defina o TC em estado estacionário, limita-o inferiormente.

(9)

$$T_{in[1,1]} = 0$$

A primeira peça entra na primeira estação no instante zero.

4.3. Função Objetivo

(10)

$$\text{Minimizar } CT_{PX}$$

Conforme afirmado por Tiacchi (2015), as características das LMMM tornam difícil estimar diretamente o rendimento, o que obriga vários autores a empregar uma medida de desempenho indireta (Thomopoulos 1970; Bukchin 1998). No entanto, o objetivo principal do caso de estudo é maximizar a produtividade/rendimento ou, de forma equivalente, minimizar o tempo médio de ciclo de estado estacionário. Para isso, é proposta uma medida de tempo de ciclo (CT_{PX}) e a formulação acima visa minimizá-lo, conforme declarado pela Equação (10).

5. DISCUSSÃO DE RESULTADOS

O modelo proposto é aplicado a dados de uma LM de cilindros pneumáticos no laboratório de LIPSEN em França. O problema tem cinco estações de trabalho e dois modelos de produto com procuras de três para três. No total, estão a produzir-se 6 peças, onde as três primeiras correspondem ao modelo 1 e as três peças seguintes são respetivas ao modelo 2.

Nenhumas tarefas do modelo são fixas, aumentando os graus de liberdade. Os dados do problema (tempos de processamento de tarefa, relações de precedência e possibilidades de atribuição de tarefas), juntamente com as tuplas criadas para facilitar a interpretação do modelo são apresentadas na secção anterior.

5.1. Resultados do Caso de Estudo

Os resultados foram obtidos a partir do *software* IBM ILOG CPLEX Optimization Studio, que usa tecnologia de otimização de decisão para desenvolver e implementar modelos de otimização usando programação matemática e restrições.

Da primeira corrida com a sequência testada, inicialmente, de três produtos do modelo 1 e três produtos do modelo 2 extrairam-se os seguintes resultados que serão explicados adiante:

- CT_{PX} representa o Tempo de Ciclo médio

$$CT_{PX} = 41.167 \text{ seg.}$$

- TS representa a equilibragem da linha, ou seja, como as tarefas foram atribuídas às estações.

$$TS = [1\ 0\ 0\ 0\ 0 - 1\ 0\ 0\ 0\ 0 - 0\ 1\ 0\ 0\ 0 - 0\ 0\ 0\ 1\ 0 - 0\ 0\ 1\ 0\ 0 - 0\ 0\ 1\ 0\ 0 - 0\ 0\ 0\ 0\ 1 - 0\ 0\ 0\ 0\ 1 - 1\ 0\ 0\ 0\ 0 - 1\ 0\ 0\ 0\ 0 - 1\ 0\ 0\ 0\ 0 - 0\ 1\ 0\ 0\ 0 - 0\ 0\ 0\ 1\ 0 - 0\ 0\ 1\ 0\ 0 - 0\ 1\ 0\ 0\ 0 - 0\ 0\ 0\ 0\ 1];$$

- T_x representa o tempo de processamento de cada um dos produtos, em segundos.

$$T_x = [14\ 31\ 30\ 51\ 33\ 14\ 31\ 30\ 51\ 33\ 14\ 31\ 30\ 51\ 33\ 45\ 28\ 20\ 26\ 20\ 45\ 28\ 20\ 26\ 20\ 45\ 28\ 20\ 26\ 20];$$

- T_{out} representa o tempo de saída de cada um dos produtos na LM, em segundos.

$$T_{out} = [33\ 64\ 94\ 145\ 196\ 64\ 112\ 145\ 196\ 247\ 112\ 157\ 196\ 247\ 280\ 157\ 202\ 247\ 280\ 311\ 202\ 247\ 280\ 311\ 341\ 247\ 280\ 311\ 341\ 392];$$

- T_{in} representa o tempo de entrada de cada um dos produtos na LM, em segundos.

$$T_{in} = [0\ 33\ 64\ 94\ 145\ 33\ 64\ 112\ 145\ 196\ 64\ 112\ 157\ 196\ 247\ 112\ 157\ 202\ 247\ 280\ 157\ 202\ 247\ 280\ 311\ 202\ 247\ 280\ 311\ 341];$$

5.2. Interpretação dos Resultados

De forma a poder começar a interpretar os resultados e a facilitar a interpretação criou-se uma Tupla MT- <Modelo, Tarefa> - que representa as atribuições possíveis de tarefas para cada um dos modelos individuais, ou seja, as tarefas que estão atribuídas a cada um dos respetivos modelos.

Modelo	Tupla MT
1	<1,1>; <1,2>; <1,3>; <1,4>; <1,5>; <1,7>; <1,8>; <1,12>
2	<2,1>; <2,2>; <2,3>; <2,6>; <2,7>; <2,9>; <2,11>; <2,12>

Tabela 5.1. Tupla Modelo-Tarefa

No seguimento das tarefas e respetivos diagramas de Relação de Precedência criou-se a tabela abaixo que compila as relações de precedência dos modelos de acordo com os dados de entrada do modelo matemático e que se pode ler como $\langle t_1, t_2 \rangle$, ou seja, para o modelo 1, a tarefa 1 precede a tarefa 3, por sua vez a tarefa 2 precede a tarefa 3, a tarefa 3 precede a tarefa 4 e assim sucessivamente.

Modelo	Relações de Precedência
1	$\langle 1,3 \rangle; \langle 2,3 \rangle; \langle 3,4 \rangle; \langle 3,5 \rangle;$ $\langle 3,7 \rangle; \langle 3,8 \rangle; \langle 4,12 \rangle; \langle 5,12 \rangle;$ $\langle 7,12 \rangle; \langle 8,12 \rangle$
2	$\langle 1,3 \rangle; \langle 2,3 \rangle; \langle 3,6 \rangle; \langle 3,7 \rangle;$ $\langle 3,9 \rangle; \langle 3,11 \rangle; \langle 6,12 \rangle;$ $\langle 7,12 \rangle; \langle 9,12 \rangle; \langle 11,12 \rangle;$

Tabela 5.2. Relações de precedência dos modelos 1 e 2

De forma a fazer uma análise de resultados coerente, em primeiro lugar, foi essencial entender a equilibragem da linha, ou seja, como as tarefas foram atribuídas a cada uma das estações de trabalho e, para isso, associaram-se os resultados da variável de decisão TS à tupla MT , criando a Tabela 5.3, de modo a facilitar a interpretação visual.

MT	TS				
	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5
$\langle 1,1 \rangle$	1	0	0	0	0
$\langle 1,2 \rangle$	1	0	0	0	0
$\langle 1,3 \rangle$	0	1	0	0	0
$\langle 1,4 \rangle$	0	0	0	1	0
$\langle 1,5 \rangle$	0	0	1	0	0
$\langle 1,7 \rangle$	0	0	1	0	0
$\langle 1,8 \rangle$	0	0	0	0	1
$\langle 1,12 \rangle$	0	0	0	0	1
$\langle 2,1 \rangle$	1	0	0	0	0
$\langle 2,2 \rangle$	1	0	0	0	0
$\langle 2,3 \rangle$	1	0	0	0	0
$\langle 2,6 \rangle$	0	1	0	0	0
$\langle 2,7 \rangle$	0	0	0	1	0
$\langle 2,9 \rangle$	0	0	1	0	0
$\langle 2,11 \rangle$	0	1	0	0	0
$\langle 2,12 \rangle$	0	0	0	0	1

Tabela 5.3. Atribuição das tarefas às estações de trabalho

A interpretação de TS passa pela atribuição da estação de trabalho à tupla MT , ou seja, para cada tupla de $\langle \text{modelo}, \text{tarefa} \rangle$ é atribuída uma e uma só estação de trabalho. Sendo TS uma variável binária aquando de uma atribuição à estação toma o valor 1 e nos restantes casos o valor 0.

Verifica-se para o Modelo 1: tarefa 1 iniciada na estação 1, tarefa 2 iniciada na estação 1, tarefa 3 iniciada na estação 2, tarefa 4 iniciada na estação 4, tarefa 5 iniciada na estação 3, tarefa 7 iniciada na estação 3, tarefa 8 iniciada na estação 5 e, por fim, tarefa 12 iniciada na estação 5.

Para o Modelo 2: tarefa 1 iniciada na estação 1, tarefa 2 iniciada na estação 1, tarefa 3 iniciada na estação 1, tarefa 6 iniciada na estação 2, tarefa 7 iniciada na estação 4, tarefa 9 iniciada na estação 3, tarefa 11 iniciada na estação 2 e, por último, tarefa 12 iniciada na estação 5.

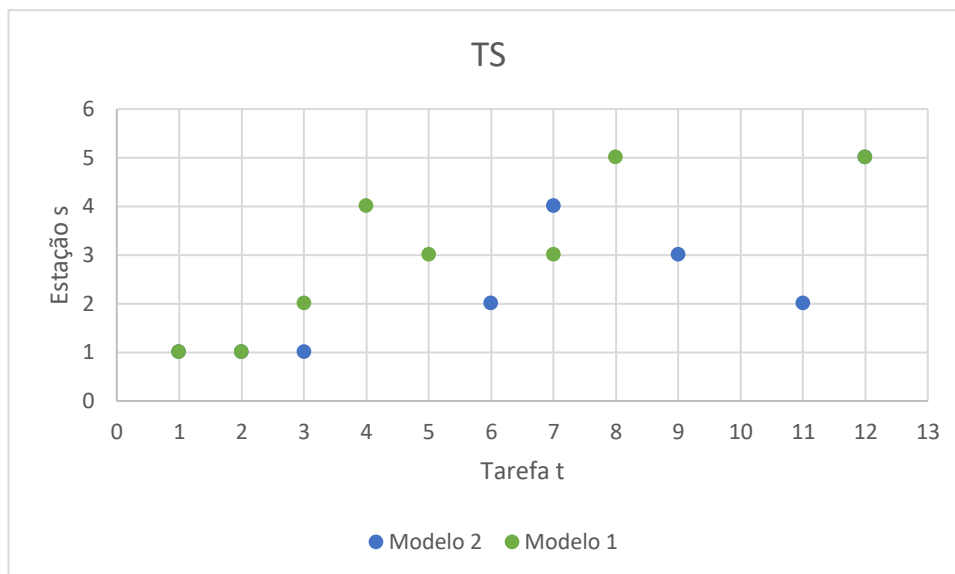


Figura 5.1. Tarefas atribuídas às estações de trabalho

O gráfico da Figura 5.1 mostra a atribuição das estações às tarefas e no caso do modelo 2, a alocação das estações para tarefas 1,2 e 12 está sobreposta ao gráfico do modelo 1 e por isso apenas conseguimos ver os pontos verdes e não ambos.

Neste momento, após perceber como a LMMM está equilibrada é necessário compreender os valores do T_{in} de modo a facilitar a interpretação do problema em questão.

O T_{in} para os seis produtos mostra os tempos de entrada das peças nas estações, ou seja, os primeiros cinco valores correspondem aos tempos de entrada da peça 1 nas estações 1,2,3,4,5. Os cinco valores seguintes dão os tempos de entrada da peça 2 nas cinco estações de trabalho e assim sucessivamente.

$(p;s)$	$(1;1)$	$(1;2)$	$(1;3)$	$(1;4)$	$(1;5)$	$(2;1)$	$(2;2)$	$(2;3)$	$(2;4)$	$(2;5)$	$(3;1)$	$(3;2)$	$(3;3)$	$(3;4)$	$(3;5)$
$T_{in}(seg)$	0	33	64	94	145	33	64	112	145	196	64	112	157	196	247

Tabela 5.4. T_{in} nas estações do modelo 1

$(p;s)$	$(4;1)$	$(4;2)$	$(4;3)$	$(4;4)$	$(4;5)$	$(5;1)$	$(5;2)$	$(5;3)$	$(5;4)$	$(5;5)$	$(6;1)$	$(6;2)$	$(6;3)$	$(6;4)$	$(6;5)$
$T_{in}(seg)$	112	157	202	247	280	157	202	247	280	311	202	247	280	311	341

Tabela 5.5. T_{in} nas estações do modelo 2

Desta forma, relativamente à peça 1, o T_{in} na estação 1 corresponde a 0 s, T_{in} na estação 2 é 33 seg, T_{in} na estação 3 corresponde a 64 seg, T_{in} na estação 4 toma o valor de 94 seg e por fim T_{in} na estação 5 corresponde é de 145 seg e assim sucessivamente até chegar à peça número 6.

O mesmo processo decorre relativamente ao T_{out} , ou seja, os cinco primeiros valores correspondem ao T_{out} da peça 1 nas cinco estações de trabalho, os cinco valores seguintes são relativos ao T_{out} da peça 2 em todas as estações de trabalho e assim sucessivamente. À semelhança do ponto anterior, os dados foram organizados em duas tabelas de modo a facilitar a compreensão e interpretação dos resultados.

$(p;s)$	$(1;1)$	$(1;2)$	$(1;3)$	$(1;4)$	$(1;5)$	$(2;1)$	$(2;2)$	$(2;3)$	$(2;4)$	$(2;5)$	$(3;1)$	$(3;2)$	$(3;3)$	$(3;4)$	$(3;5)$
$T_{out}(seg)$	33	64	94	145	196	64	112	145	196	247	112	157	196	247	280

Tabela 5.6. T_{out} nas estações do modelo 1

$(p;s)$	$(4;1)$	$(4;2)$	$(4;3)$	$(4;4)$	$(4;5)$	$(5;1)$	$(5;2)$	$(5;3)$	$(5;4)$	$(5;5)$	$(6;1)$	$(6;2)$	$(6;3)$	$(6;4)$	$(6;5)$
$T_{out}(seg)$	157	202	247	280	311	202	247	280	311	341	247	280	311	341	392

Tabela 5.7. T_{out} nas estações do modelo 2

Quanto ao tempo de processamento das peças nas estações, verificamos que, tal como esperado, de acordo com cada um dos modelos em separado, os tempos em cada uma das estações correspondentes repetem-se, por exemplo, o T_x da peça 1 na estação 1 é igual ao T_x da peça 2 na estação 1 e da peça 3 na estação 1. Isto acontece uma vez que as três primeiras peças são correspondentes ao mesmo modelo e por serem iguais, os tempos de processamento por sua vez também têm que ser equivalentes entre elas. O mesmo acontece se compararmos os tempos com as outras estações de trabalhado e com o modelo 2, como verificamos na Tabela 5.8 e Tabela 5.9.

$(p;s)$	$(1;1)$	$(1;2)$	$(1;3)$	$(1;4)$	$(1;5)$	$(2;1)$	$(2;2)$	$(2;3)$	$(2;4)$	$(2;5)$	$(3;1)$	$(3;2)$	$(3;3)$	$(3;4)$	$(3;5)$
$T_x(seg)$	14	31	30	51	33	14	31	30	51	33	14	31	30	51	33

Tabela 5.8. T_x nas estações do modelo 1

$(p;s)$	$(4;1)$	$(4;2)$	$(4;3)$	$(4;4)$	$(4;5)$	$(5;1)$	$(5;2)$	$(5;3)$	$(5;4)$	$(5;5)$	$(6;1)$	$(6;2)$	$(6;3)$	$(6;4)$	$(6;5)$
$T_x(seg)$	45	28	20	26	20	45	28	20	26	20	45	28	20	26	20

Tabela 5.9. T_x nas estações do modelo 2

Para permitir que visualmente seja simples o entendimento deste ponto idealizou-se a Tabela 5.10 que compila os tempos de entrada e de saída de cada uma das seis peças.

$(p;s)$	$T_{in}(seg)$	$T_{out}(seg)$	$(p; s-1)$
(1;1)	0	-	-
(1;2)	33	33	(1;1)
(1;3)	64	64	(1;2)
(1;4)	94	94	(1;3)
(1;5)	145	145	(1;4)
(2;1)	33	33	(1;5)
(2;2)	64	64	(2;1)
(2;3)	112	112	(2;2)
(2;4)	145	145	(2;3)
(2;5)	196	196	(2;4)
(3;1)	64	64	(2;5)
(3;2)	112	112	(3;1)
(3;3)	157	157	(3;2)
(3;4)	196	196	(3;3)
(3;5)	247	247	(3;4)
(4;1)	112	112	(3;5)
(4;2)	157	157	(4;1)
(4;3)	202	202	(4;2)
(4;4)	247	247	(4;3)
(4;5)	280	280	(4;4)
(5;1)	157	157	(4;5)
(5;2)	202	202	(5;1)
(5;3)	247	247	(5;2)
(5;4)	280	280	(5;3)
(5;5)	311	311	(5;4)
(6;1)	202	202	(5;5)
(6;2)	247	247	(6;1)
(6;3)	280	280	(6;2)
(6;4)	311	311	(6;3)
(6;5)	341	341	(6;4)

Tabela 5.10. $T_{in}(p;s)$ e $T_{out}(p;s-1)$

(5)

$$T_{in[p,s]} = T_{out[p,s-1]} \quad \forall p \in P, s \in S, s > 1$$

(6)

$$T_{in[p,s]} \geq T_{out[p-1,s]} \quad \forall p \in P, s \in S, p > 1$$

A restrição (5) diz que o tempo de entrada da peça p na estação s tem que ser igual ao tempo de saída, da mesma peça, na estação anterior, ou seja, após a peça p sair da estação $s-1$ tem que se dirigir, imediatamente, à estação seguinte s . Já a restrição (6) diz que o tempo de entrada da peça p tem que ser maior ou igual ao tempo de saída da peça anterior na mesma estação, ou seja, uma peça só pode entrar na estação s , após a peça anterior ter saído, impedindo que duas peças ocupem a mesma estação.

Analisando o primeiro caso, a peça 1 começa o trabalho na estação 1 e dirige-se ao longo das estações seguintes e, entretanto, a peça 1 abandona a estação 1 aos 33 seg - $T_{out(1;1)}$. Por sua vez, a peça 2 vai iniciar o trabalho na estação 1 (estação que lhe está atribuída) quando a mesma estiver livre, ou seja aos 33 seg (que corresponde ao momento em que a peça 1 abandona a estação 1).

O que acontece é que como a peça 1 entra na estação 1 ao tempo 0 seg e sai aos 33 seg, aos 33seg a estação 1 já está livre para permitir a entrada a outra peça, neste caso, a peça 2 que entra na estação 1 no segundo 33. Se este valor fosse inferior a 33 seg, estava a ser violada a restrição, uma vez que a peça 2 entrava na estação 1 quando a peça anterior ainda estava a ser processada.

O mesmo raciocínio acontece para todas as restantes peças em questão, como se pode verificar na Tabela 5.10.

De modo a consolidar esta ideia apresentam-se os gráficos $T_{in}(p, s)$ e $T_{out}(p, s - 1)$, onde se verifica com maior facilidade visual a igualdade entre os tempos de entrada e saída das peças nas estações.

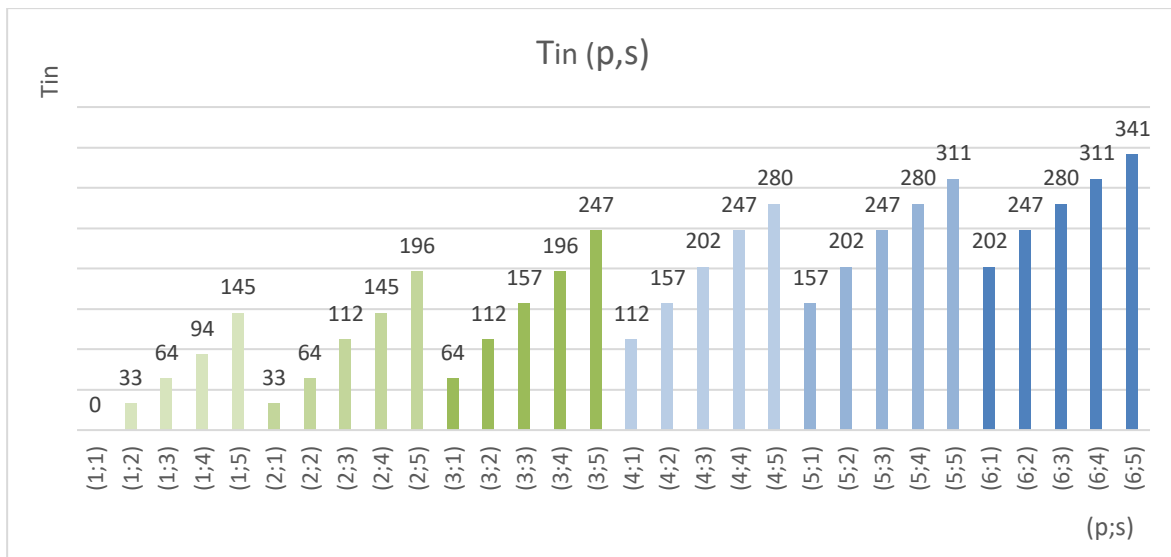


Figura 5.2. Gráfico do tempo de entrada da peça p na estação s

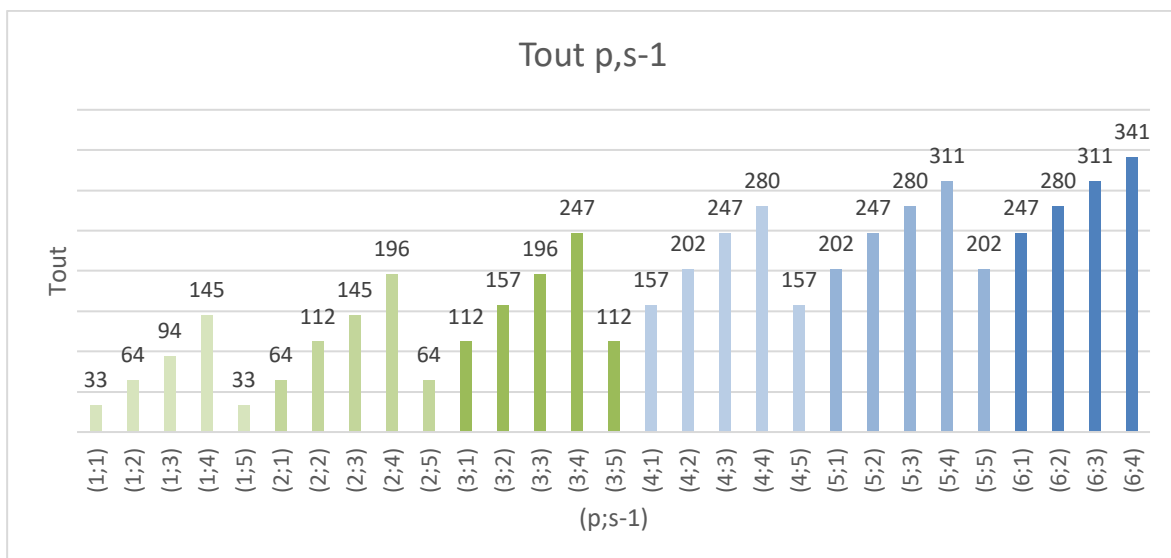


Figura 5.3. Gráfico do tempo de entrada da peça p na estação $s-1$

Após esta análise detalhada, pode-se dizer que o modelo está validado e que o seu TC minimizado toma um valor de 41.167 segundos.

De forma a corroborar e justificar a informação apresentada anteriormente foi feita uma análise detalhada do cálculo do TC médio, exposta na Tabela 5.11 e Tabela 5.12, que apresentam os vetores dos resultados de Tempo de entrada e Tempo de saída de uma forma organizada e de mais fácil compreensão.

S	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
$T_{in}(s)$	0	33	64	94	145	33	64	112	145	196	64	112	157	196	247
$T_{out}(s)$	33	64	94	145	196	64	112	145	196	247	112	157	196	247	280
$CT_{px}(s)$	33	31	30	51	51	31	48	33	51	51	48	45	39	51	33

Tabela 5.11. Tempos para as 3 primeiras peças do modelo 1

S	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
$T_{in}(s)$	112	157	202	247	280	157	202	247	280	311	202	247	280	311	341
$T_{out}(s)$	157	202	247	280	311	202	247	280	311	341	247	280	311	341	392
$CT_{px}(s)$	45	45	45	33	31	45	45	33	31	30	45	33	31	30	51

Tabela 5.12. Tempos para as 3 primeiras peças do modelo 2

Na linha 1, da Tabela 5.11 apresentam-se os cinco postos de trabalho sendo que para cada um destes e para cada um dos ciclos, é apresentado, na segunda linha, o Tempo de entrada de cada produto, na terceira linha, o Tempo de saída de cada produto, e na quarta linha a diferença entre os tempos de entrada e saída que representa o TC. Assim, no primeiro ciclo, para a peça 1 do modelo 1, quando a linha começa a funcionar, no primeiro posto de trabalho entra o produto 1 que vai dar entrada no instante zero e vai sair no instante 33, apresentando um valor de TC de 33 unidades de tempo. No segundo posto de trabalho, Tabela 5.11 vai entrar um produto no instante 33 e vai sair no instante 64 tendo assim um TC de 31 seg e assim em diante. O mesmo se verifica para o caso da Tabela 5.12, que representa os tempos de entrada, saída e TC dos três produtos do modelo 2. No final após analisar o ciclo completo e calculando a média do TC em todos os postos de trabalho chega-se ao valor dos 41,167 seg.

O que se demonstra é que ao longo da passagem dos seis produtos, sendo três de cada modelo, pelos cinco postos de trabalho existe um tempo de entrada e saída de cada um dos produtos, a diferença dá o TC e o TC médio é, naturalmente, a média dos TC nos postos de trabalho, verificando através do cálculo que tal como apresentou o IBM ILOG CPLEX a média toma o valor de 41,167 seg.

De forma a tentar perceber se o modelo está realmente a funcionar de forma correta, foi elaborado em Excel, a partir dos dados da Tabela 3.2, Tabela 5.11 e Tabela 5.12,

um diagrama que permite visualmente perceber a entrada e saída de cada um dos produtos em cada uma das estações de trabalho e a partir daí entender o funcionamento do ciclo completo dos seis produtos. Assim dado o tamanho do diagrama, foi inserido no ANEXO A, e verifica-se que no posto 1, o produto 1 entra no instante 0 e sai no instante 33, no entanto, este apenas está a ser processado durante 14 unidades de tempo (correspondentes à tarefa 1 e 2 que demoram 7 seg cada uma), ou seja, o restante tempo o produto vai ficar à espera no posto de trabalho (tempo de espera representado pela barra cinzenta).

De seguida, o segundo produto vai entrar no posto 1 aos 33 seg e sair aos 64 seg, porém apenas está a ser processado durante 14 seg. Nesse momento, o produto 1 que saiu do posto 1 entra no posto de trabalho 2, onde vai entrar aos 33 seg e sair aos 64 seg, sendo que será processado durante 31 unidades de tempo e por isso a barra fica completamente verde uma vez que o produto está o tempo todo a ser processado e não fica à espera. De seguida, o produto 1 passa para o posto 3, onde entra ao instante 64 e sai aos 94 seg estando os 30 seg a ser processado, sem tempo de espera. Aquando do término da tarefa no posto de trabalho 3, passa para o posto 4 aos 94 seg e abandona aos 145 seg, sendo esta a tarefa mais longa de 51 seg de tempo de processamento. Por fim, chega ao posto 5 aos 145 seg e sai aos 196 seg sendo processado apenas durante 33seg e o restante tempo fica a aguardar no posto de trabalho 5. Entretanto começaram a aparecer os produtos do modelo 2, no Excel representados por azuis, sendo que o processo descrito em cima é contínuo e verifica-se para todos os seis produtos sem exceção, como se pode confirmar no ANEXO A.

Este diagrama mostra a evolução do produto em cada um dos postos de trabalho ao longo da LM, com uma apresentação interessante onde dá para perceber que o modelo funciona perfeitamente bem, uma vez que, por exemplo, quando o modelo apresenta tempos mortos é porque o mesmo precisa deles para o produto poder passar para o posto de trabalho seguinte inclusivamente é interessante perceber que o modelo ao deixar um tempo morto elevado no final, no último posto de trabalho, embora possa parecer descabido à primeira impressão, como o modelo é cíclico o mesmo já está a contar com a necessidade de ter esse espaço para o produto número 1 do modelo 1 que vem a caminho novamente.

No entanto, embora se perceba que o modelo está a funcionar de forma correta, como o número total de sequências era reduzido optou-se por correr todas e o que se verifica são os valores de TC apresentados na Tabela 5.13.

Após realizar a análise de todos os cenários possíveis para o caso de estudo, ou seja, todas as combinações de sequências de 6 produtos, agrupados 3 a 3 (3 produtos de cada

um dos modelos), verifica-se que existem duas combinações que minimizam de forma substancialmente superior a função objetivo e que por essa razão constituem uma melhoria ao nível da produtividade do sistema.

Cenário	Sequência	CT _{px} (s)
1	1 1 1 2 2 2	41,167
2	1 1 2 2 2 1	41,167
3	1 2 2 2 1 1	41,167
4	2 1 1 2 1 2	38
5	2 1 1 2 2 1	38
6	2 1 2 1 1 2	38
7	2 1 2 1 2 1	32,5
8	1 2 1 2 1 2	32,5
9	1 2 1 2 2 1	38
10	1 2 2 1 1 2	38
11	1 2 2 1 2 1	38
12	2 1 1 1 2 2	41,167
13	2 2 1 1 1 2	41,167
14	2 2 2 1 1 1	41,167
15	1 2 1 1 2 2	38
16	2 1 2 2 1 1	38
17	1 1 2 1 2 2	38
18	2 2 1 2 1 1	38
19	2 2 1 1 2 1	38
20	1 1 2 2 1 2	38

Tabela 5.13. Tempo de Ciclo de todas as sequências possíveis

No

ANEXO B estão representados os resultados em IBM ILOG CPLEX de todas as combinações possíveis, no entanto o enfoque vai para as sequências 7 e 8 que tomam o menor valor de CT_{px} correspondente a 32.5 seg. Esta redução do TC verifica-se em ambas as sequências e isto acontece porque, embora numa fase de arranque haja uma diferença, por uma sequência iniciar com o modelo 1 e a outra com o modelo 2, daí em diante e quando a linha estiver a trabalhar continuamente essa diferença inicial acaba por se esbater e as sequências tomam o mesmo valor de TC. Por esse motivo explora-se apenas de uma delas, por serem representativas do mesmo exemplo.

O que se verifica é que a sequência que permite minimizar o TC de forma mais eficaz e com a extração de maior output é aquela onde se alterna um produto de cada modelo.

Ao observar a tabela, percebe-se que a sequência que dá os melhores TC é aquela que evita a produção de dois produtos consecutivos do mesmo modelo e isto também vem, por sua vez, corroborar a literatura, uma vez que, claramente, há um produto com um conteúdo de trabalho substancialmente superior ao outro e sempre que estes produtos aparecem seguidos causam problemas pois existe uma acumulação de carga de trabalho nos postos e que nunca mais é recuperável. Para evitar esta sobrecarga é necessário ter cuidado de forma a intercalar um produto menos complexo, neste caso o modelo 1, com um produto mais complexo, modelo 2 e assim sucessivamente.

Como se pode verificar existem múltiplas sequências que apresentam um valor de CT de 41,167 seg e para o cenário 7 há, sem margem para dúvidas, uma redução acentuada, onde, por sua vez, se existe um ganho no TC, há consequentemente um ganho no *output*, ou seja, com um TC mais baixo, o produto passa mais depressa e o produto final termina com uma maior brevidade. Como se pode concluir, o impacto que uma decisão errada na sequência de produção, pode levar a um aumento do TC que neste caso em particular é de quase 25%, representando uma diferença grande ao nível da produtividade

Este trabalho pode permitir derivar algumas boas práticas a utilizar em sistemas reais, como por exemplo, quando se está perante uma LMMM é importante estar sempre consciente da relação entre a equilibragem e o sequenciamento, deve evitar-se colocar de seguida produtos com elevadas cargas de trabalho, isto, na prática, pode implicar uma decisão à entrada da linha que procure evitar sequências que levem a que dois produtos consecutivos tenham elevada carga de trabalho.

6. CONCLUSÃO

Este trabalho apresenta um modelo matemático para equilibrar e sequenciar uma LMMM síncrona. O modelo é aplicado a uma LM de cilindros pneumáticos num estudo prático do caso, em Lille, na periferia França. A formulação proposta prevê com precisão as configurações possíveis em estacionário e foi validada manualmente.

Ao resultado otimizado dado pelo caso inicial, Cenário 1, foi detalhadamente explorado de forma a perceber como se conseguiria obter uma melhor solução de TC, sendo que para tal realizou-se uma análise de todos os cenários possíveis, neste caso todas as sequências de entrada na LM, num total de 20. Após essa análise, como se verificou no capítulo anterior, conclui-se que o cenário 7 consegue minimizar significativamente o TC relativamente ao Cenário inicial, 1.

Posto isto, a primeira grande conclusão que se retira desta comparação entre os dois cenários é que nesta tipologia de problemas, aquilo que se consegue em termos de *output* não depende apenas da capacidade de realizar uma equilibragem correta da LM, mas sim também da sequência de entrada que é definida. Como se verifica, após a linha já estar corretamente equilibrada foi possível aumentar o ganho em TC graças à alteração da sequência de entrada na linha. Ou seja, não se pode olhar para um problema de equilibragem de LMMM como se olha para um problema equilibragem de LMMS, porque como se conclui e verifica pela análise dos resultados, quando se trata de uma LMMM ao contrário das LMMS a ordem de entrada na linha tem um impacto significativo sobre o TC e consequentemente sobre o *output* final.

Outra grande conclusão, que é corroborada completamente pela literatura, é que embora a análise da equilibragem e do sequenciamento possa ser feita separadamente o ideal é serem realizadas em conjunto de maneira a conseguir otimizar a solução. Neste caso, se apenas se tivesse ficado pela equilibragem ter-se-ia um valor de TC quase 25% superior ao atual, uma vez que não se alteraria a sequência de entrada na linha e se manteria a original com três produtos seguidos de cada um dos modelos e como se verifica, neste caso, mediante a sequência que estabelecer os TC são muito distintos.

Tal como diz a literatura, deve evitar-se colocar seguidos produtos com elevados conteúdos de trabalho, ou seja, essa gestão deve ser intercalada entre um com uma levada carga e outra com uma carga reduzida de modo a evitar a sobrecarga de trabalho.

Por fim, e para concluir, verifica-se que quando se colocam dois produtos do mesmo modelo em sequência, vai haver um posto que durante duas tarefas consecutivas terá um tempo de trabalho muito elevado e superior ao TC médio, o que gera futuramente atrasos no trabalho na LM. No entanto, se se evitar colocar dois produtos do mesmo modelo e se for alternando com um produto menos complexo seguido de produto mais complexo consegue-se obter um resultado mais favorável. Isto significa que quando se tem uma LMMM deve-se procurar para além da equilibragem, garantir uma sequência de trabalhos que evite que haja, de forma consecutiva, produtos com uma carga de trabalho elevada num determinado posto de trabalho.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Amen, M. (2001). Heuristic methods for cost-oriented assembly line balancing: A comparison on solution quality and computing time. *International Journal of Production Economics*, 69(3), 255–264. [https://doi.org/10.1016/S0925-5273\(99\)00096-1](https://doi.org/10.1016/S0925-5273(99)00096-1)
- Ana Sofia, G. (2020). *ASSEMBLY LINE BALANCING AND SEQUENCING*. Universidade de Coimbra.
- Bard, F. J., DAR-ELJ, E., & SHTUB, A. (1992). An analytic framework for sequencing mixed model assembly lines. *International Journal of Production Research*, 30(1), 35–48. <https://doi.org/10.1080/00207549208942876>
- Bard, J. F., Shtub, A., & Joshi, S. B. (1994). Sequencing mixed-model assembly lines to level parts usage and minimize line length. *International Journal of Production Research*, 32(10), 2431–2454. <https://doi.org/10.1080/00207549408957076>
- Battaia, O., & Dolgui, A. (2013). A taxonomy of line balancing problems and their solution approaches. *International Journal of Production Economics*, 142(2), 259–277. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2012.10.020>
- Battini, D., Faccio, M., Persona, A., & Sgarbossa, F. (2009). Balancing–sequencing procedure for a mixed model assembly system in case of finite buffer capacity. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 44(3), 345–359. <https://doi.org/10.1007/s00170-008-1823-8>
- Baybars, I. (1986). Survey of Exact Algorithms for the Simple Assembly Line Balancing Problem. *Management Science*, 32(8), 909–932. <https://doi.org/10.1287/mnsc.32.8.909>
- Becker, C., & Scholl, A. (2006). A survey on problems and methods in generalized assembly line balancing. *European Journal of Operational Research*, 168(3), 694–715. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2004.07.023>
- Boysen, N., Fliedner, M., & Scholl, A. (2007). A classification of assembly line balancing problems. *European Journal of Operational Research*, 183(2), 674–693. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2006.10.010>
- Boysen, N., Fliedner, M., & Scholl, A. (2008). Assembly line balancing: Which model to use when? *International Journal of Production Economics*, 111(2), 509–528. <https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2007.02.026>
- Boysen, N., Fliedner, M., & Scholl, A. (2009). Sequencing mixed-model assembly lines: Survey, classification and model critique. *European Journal of Operational Research*, 192(2), 349–373. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2007.09.013>
- Carnahan, B. J., Norman, B. A., & Redfern, M. S. (2001). Incorporating physical demand criteria into assembly line balancing. *IIE Transactions (Institute of Industrial Engineers)*, 33(10), 875–887. <https://doi.org/10.1080/07408170108936880>
- Chakravarty, A. K., & Shtub, A. (1985). Balancing Mixed Model Lines With in-Process Inventories. *Management Science*, 31(9), 1161–1174. <https://doi.org/10.1287/mnsc.31.9.1161>
- Cheng, C. H., Miltenburg, J., & Motwani, J. (2000). The effect of straight- and U-shaped lines on quality. *IEEE Transactions on Engineering Management*, 47(3), 321–334. <https://doi.org/10.1109/17.865901>
- David Allen Hounshell. (1984). From the American System to Mass Production, 1800–1932: The Development of Manufacturing Technology in the United States. *The*

-
- American Historical Review*, 90(5), 1266–1267.
<https://doi.org/10.1086/ahr/90.5.1266-a>
- Duguay, C. R., Landry, S., & Pasin, F. (1997). From mass production to flexible/agile production. *International Journal of Operations & Production Management*, 17(12), 1183–1195. <https://doi.org/10.1108/01443579710182936>
- Fokkert, J. I., & Kok, T. G. (1997). The mixed and multi model line balancing problem: A comparison. *European Journal of Operational Research*, 100(3), 399–412.
[https://doi.org/10.1016/S0377-2217\(96\)00162-2](https://doi.org/10.1016/S0377-2217(96)00162-2)
- Gokcen, H., & Erel, E. (1997). A goal programming approach to mixed-model assembly line balancing problem. *International Journal of Production Economics*, 48(2), 177–185. [https://doi.org/https://doi.org/10.1016/S0925-5273\(96\)00069-2](https://doi.org/https://doi.org/10.1016/S0925-5273(96)00069-2)
- Gokcen, H., & Erel, E. (1998). Binary integer formulation for mixed-model assembly line balancing problem. *Computers and Industrial Engineering*, 34(2–4), 451–461.
[https://doi.org/10.1016/s0360-8352\(97\)00142-3](https://doi.org/10.1016/s0360-8352(97)00142-3)
- Golle, U., Rothlauf, F., & Boysen, N. (2015). Iterative beam search for car sequencing. *Annals of Operations Research*, 226(1), 239–254. <https://doi.org/10.1007/s10479-014-1733-0>
- Gurevsky, E., Battaïa, O., & Dolgui, A. (2012). Balancing of simple assembly lines under variations of task processing times. *Annals of Operations Research*, 201(1), 265–286.
<https://doi.org/10.1007/s10479-012-1203-5>
- Heath, S. K., Bard, J. F., & Morrice, D. J. (2013). A GRASP for simultaneously assigning and sequencing product families on flexible assembly lines. *Annals of Operations Research*, 203(1), 295–323. <https://doi.org/10.1007/s10479-012-1167-5>
- Jin, M., & Wu, S. D. (2003). A new heuristic method for mixed model assembly line balancing problem. *Computers & Industrial Engineering*, 44(1), 159–169.
[https://doi.org/https://doi.org/10.1016/S0360-8352\(02\)00190-0](https://doi.org/https://doi.org/10.1016/S0360-8352(02)00190-0)
- Joo, S. H., & Wilhelm, W. E. (1993). A review of quantitative approaches in just-in-time manufacturing. *Production Planning and Control*, 4(3), 207–222.
<https://doi.org/10.1080/09537289308919440>
- Kellegöz, T. (2017). Assembly line balancing problems with multi-manned stations: a new mathematical formulation and Gantt based heuristic method. *Annals of Operations Research*, 253(1), 377–404. <https://doi.org/10.1007/s10479-016-2156-x>
- Klampfl, E., Gusikhin, O., & Rossi, G. (2005). Optimization of workcell layouts in a mixed-model assembly line environment. *International Journal of Flexible Manufacturing Systems*, 17(4), 277–299. <https://doi.org/10.1007/s10696-006-9029-6>
- Kriengkarakot, N., & Pianthong, N. (2007). The Assembly Line Balancing Problem : Review articles *. *KKU Engineering Journal*, 34(2), 133–140.
- Leu, Y., Huang, P. Y., & Russell, R. S. (1997). Using beam search techniques for sequencing mixed-model assembly lines. *Annals of Operations Research*, 70(0), 379–397. <https://doi.org/10.1023/A:1018938608304>
- Lopes, T. C., Sikora, C. G. S., Michels, A. S., & Magatão, L. (2020). Mixed-model assembly lines balancing with given buffers and product sequence: model, formulation comparisons, and case study. *Annals of Operations Research*, 286(1–2), 475–500. <https://doi.org/10.1007/s10479-017-2711-0>
- Lopes, T. C., Sikora, C. G. S., Molina, R. G., Schibelbain, D., Rodrigues, L. C. A., & Magatão, L. (2017). Balancing a robotic spot welding manufacturing line: An industrial case study. *European Journal of Operational Research*, 263(3), 1033–1048.
<https://doi.org/10.1016/j.ejor.2017.06.001>
- Mönch, T., Huchzermeier, A., & Bebersdorf, P. (2020). Variable takt time groups and workload equilibrium. *International Journal of Production Research*, 1–18.

-
- <https://doi.org/10.1080/00207543.2020.1864836>
- Monden, Y. (1998). Toyota production system: An integrated approach to Just-In-Time. In *Computer Integrated Manufacturing Systems* (Vol. 8, Issue 3).
[https://doi.org/10.1016/0951-5240\(95\)90010-1](https://doi.org/10.1016/0951-5240(95)90010-1)
- Özcan, U., Çerçioğlu, H., Gökçen, H., & Toklu, B. (2010). Balancing and sequencing of parallel mixed-model assembly lines. *International Journal of Production Research*, 48(17), 5089–5113. <https://doi.org/10.1080/00207540903055735>
- Piore, M. J., & Sabel, C. F. (1984). The Second Industrial Divide. New York: Basic books.
Journal of Peace Research, 24(2), 206–206.
<https://doi.org/10.1177/002234338702400213>
- Ponnambalam, S. G., Aravindan, P., & Subba Rao, M. (2003). Genetic algorithms for sequencing problems in mixed model assembly lines. *Computers and Industrial Engineering*, 45(4), 669–690. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2003.09.001>
- Rekiek, B. (2006). Assembly Line Design: The Balancing of Mixed-Model Hybrid Assembly Lines with Genetic Algorithms 20061 Assembly Line Design: The Balancing of Mixed-Model Hybrid Assembly Lines with Genetic Algorithms . Springer, Springer Series in Advanced Manufacturing, . *Assembly Automation*, 26(3), 252–252. <https://doi.org/10.1108/aa.2006.26.3.252.1>
- Rekiek, B., Dolgui, A., Delchambre, A., & Bratcu, A. (2002). State of art of optimization methods for assembly line design. *Annual Reviews in Control*, 26(2), 163–174. [https://doi.org/https://doi.org/10.1016/S1367-5788\(02\)00027-5](https://doi.org/https://doi.org/10.1016/S1367-5788(02)00027-5)
- Salveson, M. (1955). The assembly line balancing problem: Review Problem. *Journal of Industrial Engineering*, 6(3), 18–25.
<http://scholar.google.com/scholar?hl=en&btnG=Search&q=intitle:The+Assembly+Line+Balancing+Problem+:#0%5Cnhttp://scholar.google.com/scholar?hl=en&btnG=Search&q=intitle:The+assembly+line+balancing+problem%231>
- Sawik, T. (2000). Simultaneous versus sequential loading and scheduling of flexible assembly systems. *International Journal of Production Research*, 38(14), 3267–3282. <https://doi.org/10.1080/002075400418252>
- Scholl, A. (1999). Balancing and Sequencing of Assembly Lines. In *Balancing and Sequencing of Assembly Lines*. Physica-Verlag HD. <https://doi.org/10.1007/978-3-662-00861-4>
- Scholl, A., & Becker, C. (2006). State-of-the-art exact and heuristic solution procedures for simple assembly line balancing. *European Journal of Operational Research*, 168(3), 666–693. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2004.07.022>
- Scholl, A., Boysen, N., & Fliedner, M. (2009). Optimally solving the alternative subgraphs assembly line balancing problem. *Annals of Operations Research*, 172(1), 243. <https://doi.org/10.1007/s10479-009-0578-4>
- Scholl, A., Fliedner, M., & Boysen, N. (2010). Absalom: Balancing assembly lines with assignment restrictions. *European Journal of Operational Research*, 200(3), 688–701. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2009.01.049>
- Sikora, C. G. S., Lopes, T. C., & Magatão, L. (2017). Traveling worker assembly line (re)balancing problem: Model, reduction techniques, and real case studies. *European Journal of Operational Research*, 259(3), 949–971. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.ejor.2016.11.027>
- Simaria, A. S., & Vilarinho, P. M. (2004). A genetic algorithm based approach to the mixed-model assembly line balancing problem of type II. *Computers and Industrial Engineering*, 47(4), 391–407. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2004.09.001>
- Tapping, D., & Shuker, T. (2018). Value stream management for the lean office: Eight steps to planning, mapping, and sustaining lean improvements in administrative areas.

In *Value Stream Management for the Lean Office: Eight Steps to Planning, Mapping, & Sustaining Lean Improvements in Administrative Areas*.

<https://doi.org/10.1201/b16934>

Tiacci, L. (2015). Simultaneous balancing and buffer allocation decisions for the design of mixed-model assembly lines with parallel workstations and stochastic task times.

International Journal of Production Economics, 162, 201–215.

<https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2015.01.022>

Wang, H., Zhu, X., Wang, H., Hu, S. J., Lin, Z., & Chen, G. (2011). Multi-objective optimization of product variety and manufacturing complexity in mixed-model assembly systems. *Journal of Manufacturing Systems*, 30(1), 16–27.

<https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.jmsy.2011.03.002>

Wester, L., & Kilbridge, M. (1964). The assembly line model-mix sequencing problem.

Third International Conference on Operation Research, Oslo, 247–260.

Wild, R. (1972). *Mass-production management: The design and operation of production flow-line systems*. 164.

ANEXO A

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	AA	AB	AC	AD	AE	A		
0	posto 1			posto 2			posto 3			posto 4			posto 5																				
1	1																																
2																																	
3																																	
4																																	
5																																	
6																																	
7																																	
8																																	
9																																	
10																																	
11																																	
12																																	
13																																	
14																																	
15																																	
16																																	
17																																	
18																																	
19																																	
20																																	
21																																	
22																																	
23																																	
24																																	
25																																	
26																																	
27																																	
28																																	
29																																	
30																																	
31																																	
32																																	
33																																	
34		2					1																										
35																																	
36																																	
37																																	
38																																	
39																																	
40																																	
41																																	
42																																	
43																																	
44																																	
45																																	
46																																	
47																																	
48																																	
49																																	
50																																	
51																																	
52																																	
53																																	
54																																	
55																																	
56																																	
57																																	
58																																	
59																																	
60																																	
61																																	
62																																	
63																																	
64																																	
65																																	
66		3					2										1																
67																																	
68																																	
69																																	
70																																	
71																																	
72																																	
73																																	
74																																	
75																																	
76																																	
77																																	
78																																	
79																																	
80																																	

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	AA	AB	AC	AD	AE	A		
243	242																																	
244	243																																	
245	244																																	
246	245																																	
247	246																																	
248	247																																	
249	248												6					5					4					3						
250	249																																	
251	250																																	
252	251																																	
253	252																																	
254	253																																	
255	254																																	
256	255																																	
257	256																																	
258	257																																	
259	258																																	
260	259																																	
261	260																																	
262	261																																	
263	262																																	
264	263																																	
265	264																																	
266	265																																	
267	266																																	
268	267																																	
269	268																																	
270	269																																	
271	270																																	
272	271																																	
273	272																																	
274	273																																	
275	274																																	
276	275																																	
277	276																																	
278	277																																	
279	278																																	
280	279																																	
281	280																																	
282	281																		6					5					4					
283	282																																	
284	283																																	
285	284																																	
286	285																																	
287	286																																	
288	287																																	
289	288																																	
290	289																																	
291	290																																	
292	291																																	
293	292																																	
294	293																																	
295	294																																	
296	295																																	
297	296																																	
298	297																																	
299	298																																	
300	299																																	
301	300																																	
302	301																																	
303	302																																	
304	303																																	
305	304																																	
306	305																																	
307	306																																	
308	307																																	
309	308																																	
310	309																																	
311	310																																	
312	311																																	
313	312																																	
314	313																																	
315	314																																	
316	315																																	
317	316																																	
318	317																																	
319	318																																	
320	319																																	
321	320																																	
322	321					</																												

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	AA	AB	AC	AD	AE				
324	323																																		
325	324																																		
326	325																																		
327	326																																		
328	327																																		
329	328																																		
330	329																																		
331	330																																		
332	331																																		
333	332																																		
334	333																																		
335	334																																		
336	335																																		
337	336																																		
338	337																																		
339	338																																		
340	339																																		
341	340																																		
342	341																																		
343	342																																		6
344	343																																		
345	344																																		
346	345																																		
347	346																																		
348	347																																		
349	348																																		
350	349																																		
351	350																																		
352	351																																		
353	352																																		
354	353																																		
355	354																																		
356	355																																		
357	356																																		
358	357																																		
359	358																																		
360	359																																		
361	360																																		
362	361																																		
363	362																																		
364	363																																		
365	364																																		
366	365																																		
367	366																																		
368	367																																		
369	368																																		
370	369																																		
371	370																																		
372	371																																		
373	372																																		
374	373																																		
375	374																																		
376	375																																		
377	376																																		
378	377																																		
379	378																																		
380	379																																		
381	380																																		
382	381																																		
383	382																																		
384	383																																		
385	384																																		
386	385																																		
387	386																																		
388	387																																		
389	388																																		
390	389																																		
391	390																																		
392	391																																		
393	392																																		

ANEXO B

```
1- Original.mod 1-Original.dat
1 /*****
2 * OPL 20.1.0.0 Data
3 * Author: tatianafernandes
4 * Creation Date: Aug 16, 2021 at 2:26:17 PM
5 *****/
6 nStations=5;
7
8 nPieces= 6;
9
10 nModels=2;
11
12 nM=[3,3]; //1,1,1;2,2,2//
13
14 mP = [1,1,1,2,2,2];
15

Solutions
// solution (optimal) with objective 41.166666666667
// Quality Incumbent solution:
// MILP objective 4.1166666667e+01
// MILP solution norm |x| (Total, Max) 1.26262e+04 3.92000e+02
// MILP solution error (Ax=b) (Total, Max) 0.00000e+00 0.00000e+00
// MILP x bound error (Total, Max) 0.00000e+00 0.00000e+00
// MILP x integrality error (Total, Max) 0.00000e+00 0.00000e+00
// MILP slack bound error (Total, Max) 0.00000e+00 0.00000e+00
//
CTpx = 41.167;
TS = [1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 1
      0 0 0 0 1 1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 1 0 0 0 1
      0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 1];
Tx = [14 31 30 51 33 14 31 30 51 33 14 31 30 51 33 45 28 20 26 20 45 28 20 26
      20 45 28 20 26 20];
Tout = [33 64 94 145 196 64 112 145 196 247 112 157 196 247 280 157 202 247
        280 311 202 247 280 311 341 247 280 311 341 392];
Tin = [0 33 64 94 145 33 64 112 145 196 64 112 157 196 247 112 157 202 247 280
       157 202 247 280 311 202 247 280 311 341];
```

```

2.mod 2.dat
1 /*****
2 * OPL 20.1.0.0 Data
3 * Author: tatianafernandes
4 * Creation Date: Sep 8, 2021 at 10:21:16 PM
5 *****/
6 nStations=5;
7
8 nPieces= 6;
9
10 nModels=2;
11
12 nM=[3,3];
13
14 mP = [1,1,2,2,2,1];

```

```

Problems Scripting log Solutions Conflicts Relaxations Engine log Statistics Profiler
// solution (optimal) with objective 41.166666666667
// Quality Incumbent solution:
// MILP objective 4.1166666667e+01
// MILP solution norm |x| (Total, Max) 1.28802e+04 3.98000e+02
// MILP solution error (Ax=b) (Total, Max) 0.00000e+00 0.00000e+00
// MILP x bound error (Total, Max) 0.00000e+00 0.00000e+00
// MILP x integrality error (Total, Max) 0.00000e+00 0.00000e+00
// MILP slack bound error (Total, Max) 0.00000e+00 0.00000e+00
//
CTpx = 41.167;
TS = [1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 1 0 0 0 1 0 0 0 1 0 0 0 1 0 0 0 1 0 0 0
      0 0 0 0 1 1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 1 0 0 0 1
      0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 1];
Tx = [45 26 17 51 20 45 26 17 51 20 14 31 34 26 34 14 31 34 26 34 14 31 34 26 34 14 31 34 26
      34 45 26 17 51 20];
Tout = [57 83 100 151 202 108 134 151 202 228 137 168 202 228 262 168 202 236
        262 296 202 236 270 296 347 247 279 296 347 398];
Tin = [0 57 83 100 151 57 108 134 151 202 108 137 168 202 228 137 168 202 236
       262 168 202 236 270 296 347 247 279 296 347];

```

```

3.mod 3.dat
1 /*****
2 * OPL 20.1.0.0 Data
3 * Author: tatianafernandes
4 * Creation Date: Sep 8, 2021 at 10:33:23 PM
5 *****/
6 nStations=5;
7
8 nPieces= 6;
9
10 nModels=2;
11
12 nM=[3,3];
13
14 mP = [1,2,2,2,1,1];

```

```

Problems Scripting log Solutions Conflicts Relaxations Engine log Statistics Profiler
// solution (optimal) with objective 41.166666666667
// Quality Incumbent solution:
// MILP objective 4.1166666667e+01
// MILP solution norm |x| (Total, Max) 1.21852e+04 3.88000e+02
// MILP solution error (Ax=b) (Total, Max) 0.00000e+00 0.00000e+00
// MILP x bound error (Total, Max) 0.00000e+00 0.00000e+00
// MILP x integrality error (Total, Max) 0.00000e+00 0.00000e+00
// MILP slack bound error (Total, Max) 0.00000e+00 0.00000e+00
//
CTpx = 41.167;
TS = [1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 1 0 0 1 0 0 0 0 0 0 1
      0 0 0 0 1 1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 1 0 0 0 1 0 0 0 0 0
      1 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 1];
Tx = [45 13 51 17 33 14 31 26 34 34 14 31 26 34 34 14 31 26 34 34 45 13 51 17
      33 45 13 51 17 33];
Tout = [51 64 115 141 175 84 115 141 175 209 115 146 175 209 260 146 177 209
        260 311 196 209 260 311 355 247 260 311 355 388];
Tin = [0 51 64 115 141 51 84 115 141 175 84 115 146 175 209 115 146 177 209
       260 146 196 209 260 311 196 247 260 311 355];

```

```

4.mod 4.dat
2 * OPL 20.1.0.0 Data
3 * Author: tatianafernandes
4 * Creation Date: Sep 8, 2021 at 10:34:54 PM
5 *****/
6 nStations=5;
7
8 nPieces= 6;
9
10 nModels=2;
11
12 nM=[3,3];
13
14 mP = [2,1,1,2,1,2];
15

Problems Scripting log Solutions Conflicts Relaxations Engine log Statistics Profiler

// solution (optimal) with objective 38
// Quality Incumbent solution:
// MILP objective 3.800000000e+01
// MILP solution norm |x| (Total, Max) 1.06640e+04 3.49000e+02
// MILP solution error (Ax=b) (Total, Max) 0.00000e+00 0.00000e+00
// MILP x bound error (Total, Max) 0.00000e+00 0.00000e+00
// MILP x integrality error (Total, Max) 0.00000e+00 0.00000e+00
// MILP slack bound error (Total, Max) 0.00000e+00 0.00000e+00
//
CTpx = 38;
TS = [1 0 0 0 1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 1 0 1 0 0 0 0 0 0 1 0
      0 0 0 0 1 1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0
      1 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 1];
Tx = [14 45 14 46 20 45 13 51 13 37 45 13 51 13 37 14 45 14 46 20 45 13 51 13
      27 14 45 14 46 20];

5.mod 5.dat
1 /*****
2 * OPL 20.1.0.0 Data
3 * Author: tatianafernandes
4 * Creation Date: Sep 8, 2021 at 10:37:22 PM
5 *****/
6 nStations=5;
7
8 nPieces= 6;
9
10 nModels=2;
11
12 nM=[3,3];
13
14 mP = [2,1,1,2,2,1];
15

Problems Scripting log Solutions Conflicts Relaxations Engine log Statistics Profiler

// solution (optimal) with objective 38
// Quality Incumbent solution:
// MILP objective 3.800000000e+01
// MILP solution norm |x| (Total, Max) 1.11810e+04 3.54000e+02
// MILP solution error (Ax=b) (Total, Max) 0.00000e+00 0.00000e+00
// MILP x bound error (Total, Max) 0.00000e+00 0.00000e+00
// MILP x integrality error (Total, Max) 0.00000e+00 0.00000e+00
// MILP slack bound error (Total, Max) 1.13687e-13 5.68434e-14
//
CTpx = 38;
TS = [1 0 0 0 1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 1 0 1 0 0 0 0 0 0 1 0
      0 0 0 0 1 1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0
      1 0 0 1 0 0 0 0 0 0 1];
Tx = [14 45 14 46 20 45 13 51 13 37 45 13 51 13 37 14 45 14 46 20 14 45 14 46
      20 45 13 51 13 37];
Tout = [14 65 80 126 146 65 80 131 146 196 117 131 182 196 242 131 182 196 242
        288 182 228 242 288 308 228 242 293 308 354];
Tin = [0 14 65 80 126 14 65 80 131 146 65 117 131 182 196 117 131 182 196 242
       131 182 228 242 288 182 228 242 293 308];

```



```

6.mod 6.dat
1 /*****
2 * OPL 20.1.0.0 Data
3 * Author: tatianafernandes
4 * Creation Date: Sep 8, 2021 at 10:40:51 PM
5 *****/
6 nStations=5;
7
8 nPieces= 6;
9
10 nModels=2;
11
12 nM=[3,3];
13
14 mP = [2,1,2,1,1,2];

```

```

// solution (optimal) with objective 38
// Quality Incumbent solution:
// MILP objective                               3.800000000e+01
// MILP solution norm |x| (Total, Max)         1.24480e+04  3.84000e+02
// MILP solution error (Ax=b) (Total, Max)    0.00000e+00  0.00000e+00
// MILP x bound error (Total, Max)           0.00000e+00  0.00000e+00
// MILP x integrality error (Total, Max)      0.00000e+00  0.00000e+00
// MILP slack bound error (Total, Max)       0.00000e+00  0.00000e+00
//
CTpx = 38;
TS = [1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 1 0 0 0 1 0 0 1 0 0 0
      0 0 0 0 1 1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0
      1 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 1];
Tx = [14 45 14 46 20 45 13 51 13 37 14 45 14 46 20 45 13 51 13 37 45 13 51 13
      37 14 45 14 46 20];
Tout = [50 96 110 156 176 97 110 162 176 227 117 162 176 227 247 162 176 227
        247 292 214 227 278 292 338 228 278 292 338 384];
Tin = [0 50 96 110 156 50 97 110 162 176 97 117 162 176 227 117 162 176 227
       247 162 214 227 278 292 214 228 278 292 338];

```

```

7.mod 7.dat
1 /*****
2 * OPL 20.1.0.0 Model
3 * Author: tatianafernandes
4 * Creation Date: Sep 8, 2021 at 10:42:13 PM
5 *****/
6 int nStations=...;
7 range S= 1..nStations;
8
9
10 int nPieces=...;
11
12 range P= 1..nPieces;
13
14 int nModels=...;

```

```

// solution (optimal) with objective 32.5
// Quality Incumbent solution:
// MILP objective                               3.250000000e+01
// MILP solution norm |x| (Total, Max)         1.00835e+04  3.19000e+02
// MILP solution error (Ax=b) (Total, Max)    0.00000e+00  0.00000e+00
// MILP x bound error (Total, Max)           0.00000e+00  0.00000e+00
// MILP x integrality error (Total, Max)      0.00000e+00  0.00000e+00
// MILP slack bound error (Total, Max)       0.00000e+00  0.00000e+00
//
CTpx = 32.5;
TS = [1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 1 0 0 0 1 0 0 0
      0 0 0 0 1 1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 1 0 0 1 0
      0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 1];
Tx = [14 51 14 40 20 45 13 51 13 37 14 51 14 40 20 45 13 51 13 37 14 51 14 40
      20 45 13 51 13 37];
Tout = [14 65 79 124 144 65 79 130 144 189 79 130 144 189 209 130 144 195 209
        254 144 195 209 254 274 195 209 260 274 319];
Tin = [0 14 65 79 124 14 65 79 130 144 65 79 130 144 189 79 130 144 195 209
       130 144 195 209 254 144 195 209 260 274];

```



```

8.dat 8.mod
1 /*****
2 * OPL 20.1.0.0 Data
3 * Author: tatianafernandes
4 * Creation Date: Sep 8, 2021 at 10:43:39 PM
5 *****/
6 nStations=5;
7
8 nPieces= 6;
9
10 nModels=2;
11
12 nM=[3,3];
13
14 mP = [1,2,1,2,1,2];
15

```

```

Solutions
// solution (optimal) with objective 32.5
// Quality Incumbent solution:
// MILP objective                               3.250000000e+01
// MILP solution norm |x| (Total, Max)         1.11935e+04  3.25000e+02
// MILP solution error (Ax=b) (Total, Max)     0.00000e+00  0.00000e+00
// MILP x bound error (Total, Max)            0.00000e+00  0.00000e+00
// MILP x integrality error (Total, Max)       0.00000e+00  0.00000e+00
// MILP slack bound error (Total, Max)        0.00000e+00  0.00000e+00
//
CTpx = 32.5;
TS = [1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 1 0 0 0 1 0 0 0
      0 0 0 0 1 1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 1 0 0 1 0
      0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 1];
Tx = [45 13 51 13 37 14 51 14 40 20 45 13 51 13 37 14 51 14 40 20 45 13 51 13
      37 14 51 14 40 20];
Tout = [51 65 116 130 175 65 116 130 175 195 116 130 181 195 240 130 181 195
        240 260 181 195 246 260 305 195 246 260 305 325];
Tin = [0 51 65 116 130 51 65 116 130 175 65 116 130 181 195 116 130 181 195
       240 130 181 195 246 260 181 195 246 260 305];

```

```

9.mod 9.dat
1 /*****
2 * OPL 20.1.0.0 Data
3 * Author: tatianafernandes
4 * Creation Date: Sep 8, 2021 at 10:43:39 PM
5 *****/
6 nStations=5;
7
8 nPieces= 6;
9
10 nModels=2;
11
12 nM=[3,3];
13
14 mP = [1,2,1,2,2,1];

```

```

Problems Scripting log Solutions Conflicts Relaxations Engine log Statistics Profiler
// solution (optimal) with objective 38
// Quality Incumbent solution:
// MILP objective                               3.800000000e+01
// MILP solution norm |x| (Total, Max)         1.16580e+04  3.59000e+02
// MILP solution error (Ax=b) (Total, Max)     0.00000e+00  0.00000e+00
// MILP x bound error (Total, Max)            0.00000e+00  0.00000e+00
// MILP x integrality error (Total, Max)       0.00000e+00  0.00000e+00
// MILP slack bound error (Total, Max)        0.00000e+00  0.00000e+00
//
CTpx = 38;
TS = [1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 1 0 0 0
      0 0 0 0 1 1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0
      1 0 0 0 1 0 0 0 0 0 1];
Tx = [45 13 51 13 37 14 45 14 46 20 45 13 51 13 37 14 45 14 46 20 14 45 14 46
      20 45 13 51 13 37];
Tout = [53 66 117 131 177 72 117 131 177 197 118 131 183 197 243 138 183 197
        243 294 183 228 243 294 314 228 243 294 314 359];
Tin = [0 53 66 117 131 53 72 117 131 177 72 118 131 183 197 118 138 183 197
       243 138 183 228 243 294 183 228 243 294 314];

```

```

10.mod 10.dat
1 /*****
2 * OPL 20.1.0.0 Data
3 * Author: tatianafernandes
4 * Creation Date: Sep 8, 2021 at 10:48:17 PM
5 *****/
6 nStations=5;
7
8 nPieces= 6;
9
10 nModels=2;
11
12 nM=[3,3];
13
14 mP = [1,2,2,1,1,2];
15

// solution (optimal) with objective 38
// Quality Incumbent solution:
// MILP objective 3.800000000e+01
// MILP solution norm |x| (Total, Max) 1.21810e+04 3.59000e+02
// MILP solution error (Ax=b) (Total, Max) 0.00000e+00 0.00000e+00
// MILP x bound error (Total, Max) 0.00000e+00 0.00000e+00
// MILP x integrality error (Total, Max) 0.00000e+00 0.00000e+00
// MILP slack bound error (Total, Max) 0.00000e+00 0.00000e+00
//
CTpx = 38;
TS = [1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 1 0 1 0 0 0 0 0 1 0
      0 0 0 0 1 1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0
      1 0 0 1 0 0 0 0 0 0 1];
Tx = [45 13 51 13 37 14 45 14 46 20 14 45 14 46 20 45 13 51 13 37 45 13 51 13
      37 14 45 14 46 20];
Tout = [51 65 116 131 177 65 116 131 177 223 116 163 177 223 243 163 177 228
         243 293 214 228 279 293 339 228 279 293 339 359];
Tin = [0 51 65 116 131 51 65 116 131 177 65 116 163 177 223 116 163 177 228
       243 163 214 228 279 293 214 228 279 293 339];

```

```

11.mod 11.dat
2 * OPL 20.1.0.0 Data
3 * Author: tatianafernandes
4 * Creation Date: Sep 8, 2021 at 10:49:33 PM
5 *****/
6 nStations=5;
7
8 nPieces= 6;
9
10 nModels=2;
11
12 nM=[3,3];
13
14 mP = [1,2,2,1,2,1];
15

// solution (optimal) with objective 38
// Quality Incumbent solution:
// MILP objective 3.800000000e+01
// MILP solution norm |x| (Total, Max) 1.17930e+04 3.58000e+02
// MILP solution error (Ax=b) (Total, Max) 0.00000e+00 0.00000e+00
// MILP x bound error (Total, Max) 0.00000e+00 0.00000e+00
// MILP x integrality error (Total, Max) 0.00000e+00 0.00000e+00
// MILP slack bound error (Total, Max) 5.68434e-14 5.68434e-14
//
CTpx = 38;
TS = [1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 1 0 1 0 0 0 0 0 1 0
      0 0 0 0 1 1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0
      1 0 0 1 0 0 0 0 0 0 1];
Tx = [45 13 51 13 37 14 45 14 46 20 14 45 14 46 20 45 13 51 13 37 14 45 14 46
      20 45 13 51 13 37];
Tout = [51 65 116 130 176 65 116 130 176 222 116 162 176 222 242 162 177 228
         242 288 177 228 242 288 308 228 242 293 308 358];
Tin = [0 51 65 116 130 51 65 116 130 176 65 116 162 176 222 116 162 177 228
       242 162 177 228 242 288 177 228 242 293 308];

```

```

12.mod 12.dat
1 /*****
2 * OPL 20.1.0.0 Data
3 * Author: tatianafernandes
4 * Creation Date: Sep 8, 2021 at 10:50:29 PM
5 *****/
6 nStations=5;
7
8 nPieces= 6;
9
10 nModels=2;
11
12 nM=[3,3];
13
14 mP = [2,1,1,1,2,2];

// solution (optimal) with objective 41.166666666667
// Quality Incumbent solution:
// MILP objective                               4.1166666667e+01
// MILP solution norm |x| (Total, Max)         1.24432e+04  3.92000e+02
// MILP solution error (Ax=b) (Total, Max)     0.00000e+00  0.00000e+00
// MILP x bound error (Total, Max)            0.00000e+00  0.00000e+00
// MILP x integrality error (Total, Max)       0.00000e+00  0.00000e+00
// MILP slack bound error (Total, Max)        0.00000e+00  0.00000e+00
//
CTpx = 41.167;
TS = [1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 1 0
      0 0 0 0 1 1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 1
      0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 1];
Tx = [14 31 20 26 48 45 17 51 13 33 45 17 51 13 33 45 17 51 13 33 14 31 20 26
      48 14 31 20 26 48];
Tout = [31 62 94 145 194 77 94 145 194 227 128 145 196 227 260 179 196 247 260
        293 196 247 267 293 341 247 278 298 341 392];
Tin = [0 31 62 94 145 31 77 94 145 194 77 128 145 196 227 128 179 196 247 260
       179 196 247 267 293 196 247 278 298 341];

```

```

13.mod 13.dat
1 /*****
2 * OPL 20.1.0.0 Data
3 * Author: tatianafernandes
4 * Creation Date: Sep 8, 2021 at 10:51:50 PM
5 *****/
6 nStations=5;
7
8 nPieces= 6;
9
10 nModels=2;
11
12 nM=[3,3];
13
14 mP = [2,2,1,1,1,2];

// solution (optimal) with objective 41.166666666667
// Quality Incumbent solution:
// MILP objective                               4.1166666667e+01
// MILP solution norm |x| (Total, Max)         1.08772e+04  3.55000e+02
// MILP solution error (Ax=b) (Total, Max)     0.00000e+00  0.00000e+00
// MILP x bound error (Total, Max)            0.00000e+00  0.00000e+00
// MILP x integrality error (Total, Max)       0.00000e+00  0.00000e+00
// MILP slack bound error (Total, Max)        0.00000e+00  0.00000e+00
//
CTpx = 41.167;
TS = [1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 1 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 1 0
      0 0 0 0 1 1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0
      0 1 0 0 1 0 0 0 0 0 0 1];
Tx = [14 31 14 40 40 14 31 14 40 40 45 17 51 13 33 45 17 51 13 33 45 17 51 13
      33 14 31 14 40 40];
Tout = [14 45 68 108 159 45 91 108 159 199 91 108 159 199 242 142 159 210 242
        275 193 210 261 275 315 210 261 275 315 355];
Tin = [0 14 45 68 108 14 45 91 108 159 45 91 108 159 199 91 142 159 210 242
       142 193 210 261 275 193 210 261 275 315];

```

```

14.mod 14.dat
1 /*****
2 * OPL 20.1.0.0 Data
3 * Author: tatianafernandes
4 * Creation Date: Sep 8, 2021 at 10:52:43 PM
5 *****/
6 nStations=5;
7
8 nPieces= 6;
9
10 nModels=2;
11
12 nM=[3,3];
13
14 mP = [2,2,2,1,1,1];
15

```

```

Solutions
// solution (optimal) with objective 41.1666666666667
// Quality Incumbent solution:
// MILP objective                4.1166666667e+01
// MILP solution norm |x| (Total, Max)  1.33162e+04  4.15000e+02
// MILP solution error (Ax=b) (Total, Max)  0.00000e+00  0.00000e+00
// MILP x bound error (Total, Max)  0.00000e+00  0.00000e+00
// MILP x integrality error (Total, Max)  0.00000e+00  0.00000e+00
// MILP slack bound error (Total, Max)  0.00000e+00  0.00000e+00
//
CTpx = 41.167;
TS = [1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 1 0 0 1 0 0
      0 0 0 0 1 1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0
      1 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 1];
Tx = [45 28 26 20 20 45 28 26 20 20 45 28 26 20 20 14 31 30 51 33 14 31 30 51
      33 14 31 30 51 33];
Tout = [45 90 135 168 199 90 135 168 199 229 135 168 199 229 280 168 199 229
         280 331 199 247 280 331 382 247 292 331 382 415];
Tin = [0 45 90 135 168 45 90 135 168 199 90 135 168 199 229 135 168 199 229
       280 168 199 247 280 331 199 247 292 331 382];

```

```

15.mod 15.dat
1 /*****
2 * OPL 20.1.0.0 Data
3 * Author: tatianafernandes
4 * Creation Date: Sep 8, 2021 at 10:54:35 PM
5 *****/
6 nStations=5;
7
8 nPieces= 6;
9
10 nModels=2;
11
12 nM=[3,3];
13
14 mP = [1,2,1,1,2,2];
15

```

```

Solutions
// solution (optimal) with objective 38
// Quality Incumbent solution:
// MILP objective                3.8000000000e+01
// MILP solution norm |x| (Total, Max)  1.16820e+04  3.54000e+02
// MILP solution error (Ax=b) (Total, Max)  0.00000e+00  0.00000e+00
// MILP x bound error (Total, Max)  0.00000e+00  0.00000e+00
// MILP x integrality error (Total, Max)  0.00000e+00  0.00000e+00
// MILP slack bound error (Total, Max)  0.00000e+00  0.00000e+00
//
CTpx = 38;
TS = [1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 1 0 1 0 0 0 0 0 0 1 0
      0 0 0 0 1 1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0
      1 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 1];
Tx = [45 13 51 13 37 14 45 14 46 20 45 13 51 13 37 45 13 51 13 37 14 45 14 46
      20 14 45 14 46 20];
Tout = [46 60 111 126 172 60 111 126 172 192 111 126 177 192 242 164 177 228
         242 288 183 228 242 288 334 228 274 288 334 354];
Tin = [0 46 60 111 126 46 60 111 126 172 60 111 126 177 192 111 164 177 228
       242 164 183 228 242 288 183 228 274 288 334];

```

```

16.mod 16.dat
1 /*****
2 * OPL 20.1.0.0 Data
3 * Author: tatianafernandes
4 * Creation Date: Sep 8, 2021 at 10:56:07 PM
5 *****/
6 nStations=5;
7
8 nPieces= 6;
9
10 nModels=2;
11
12 nM=[3,3];
13
14 mP = [2,1,2,2,1,1];
15

Solutions
// solution (optimal) with objective 38
// Quality Incumbent solution:
// MILP objective 3.8000000000e+01
// MILP solution norm |x| (Total, Max) 1.07050e+04 3.52000e+02
// MILP solution error (Ax=b) (Total, Max) 0.00000e+00 0.00000e+00
// MILP x bound error (Total, Max) 0.00000e+00 0.00000e+00
// MILP x integrality error (Total, Max) 0.00000e+00 0.00000e+00
// MILP slack bound error (Total, Max) 0.00000e+00 0.00000e+00
//
CTpx = 38;
TS = [1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 1 0 0 0 1 0 0 1 0 0 0
      0 0 0 0 1 1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0
      1 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 1];
Tx = [14 45 14 46 20 45 13 51 13 37 14 45 14 46 20 14 45 14 46 20 45 13 51 13
      37 45 13 51 13 37];
Tout = [14 64 78 124 144 64 78 129 144 190 84 129 144 190 236 129 176 190 236
        256 176 190 241 256 306 228 241 292 306 352];
Tin = [0 14 64 78 124 14 64 78 129 144 64 84 129 144 190 84 129 176 190 236
       129 176 190 241 256 176 228 241 292 306];

```

```

17.mod 17.dat
1 /*****
2 * OPL 20.1.0.0 Data
3 * Author: tatianafernandes
4 * Creation Date: Sep 8, 2021 at 11:04:02 PM
5 *****/
6 nStations=5;
7
8 nPieces= 6;
9
10 nModels=2;
11
12 nM=[3,3];
13
14 mP = [1,1,2,1,2,2];
15

Solutions
// solution (optimal) with objective 38
// Quality Incumbent solution:
// MILP objective 3.8000000000e+01
// MILP solution norm |x| (Total, Max) 1.20530e+04 3.54000e+02
// MILP solution error (Ax=b) (Total, Max) 0.00000e+00 0.00000e+00
// MILP x bound error (Total, Max) 0.00000e+00 0.00000e+00
// MILP x integrality error (Total, Max) 0.00000e+00 0.00000e+00
// MILP slack bound error (Total, Max) 5.68434e-14 5.68434e-14
//
CTpx = 38;
TS = [1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 1 0 0 1 0 0 0
      0 0 0 0 1 1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0
      1 0 0 1 0 0 0 0 0 0 1];
Tx = [45 13 51 13 37 45 13 51 13 37 14 45 14 46 20 45 13 51 13 37 14 45 14 46
      20 14 45 14 46 20];
Tout = [47 60 111 126 176 98 111 162 176 222 117 162 176 222 242 162 176 228
        242 288 183 228 242 288 334 228 274 288 334 354];
Tin = [0 47 60 111 126 47 98 111 162 176 98 117 162 176 222 117 162 176 228
       242 162 183 228 242 288 183 228 274 288 334];

```



```

18.mod 18.dat
1 /*****
2 * OPL 20.1.0.0 Data
3 * Author: tatianafernandes
4 * Creation Date: Sep 8, 2021 at 11:05:28 PM
5 *****/
6 nStations=5;
7
8 nPieces= 6;
9
10 nModels=2;
11
12 nM=[3,3];
13
14 mP = [2,2,1,2,1,1];
15

```

```

Solutions
// solution (optimal) with objective 38
// Quality Incumbent solution:
// MILP objective                               3.8000000000e+01
// MILP solution norm |x| (Total, Max)         1.10230e+04  3.52000e+02
// MILP solution error (Ax=b) (Total, Max)     0.00000e+00  0.00000e+00
// MILP x bound error (Total, Max)             0.00000e+00  0.00000e+00
// MILP x integrality error (Total, Max)       0.00000e+00  0.00000e+00
// MILP slack bound error (Total, Max)         0.00000e+00  0.00000e+00
//
CTpx = 38;
TS = [1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 1 0 1 0 0 0 0 0 1 0
      0 0 0 0 1 1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0
      1 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 1];
Tx = [14 45 14 46 20 14 45 14 46 20 45 13 51 13 37 14 45 14 46 20 45 13 51 13
      37 45 13 51 13 37];
Tout = [19 64 78 124 170 64 110 124 170 190 111 124 176 190 241 131 176 190
        241 261 177 190 241 261 305 228 241 292 305 352];
Tin = [0 19 64 78 124 19 64 110 124 170 64 111 124 176 190 111 131 176 190 241
       131 177 190 241 261 177 228 241 292 305];

```

```

19.mod 19.dat
1 /*****
2 * OPL 20.1.0.0 Data
3 * Author: tatianafernandes
4 * Creation Date: Sep 8, 2021 at 11:24:39 PM
5 *****/
6 nStations=5;
7
8 nPieces= 6;
9
10 nModels=2;
11
12 nM=[3,3];
13
14 mP = [2,2,1,1,2,1];
15

```

```

Solutions
// solution (optimal) with objective 38
// Quality Incumbent solution:
// MILP objective                               3.8000000000e+01
// MILP solution norm |x| (Total, Max)         1.14250e+04  3.54000e+02
// MILP solution error (Ax=b) (Total, Max)     0.00000e+00  0.00000e+00
// MILP x bound error (Total, Max)             0.00000e+00  0.00000e+00
// MILP x integrality error (Total, Max)       0.00000e+00  0.00000e+00
// MILP slack bound error (Total, Max)         0.00000e+00  0.00000e+00
//
CTpx = 38;
TS = [1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 1 0 0 0 1 0 0 1 0 0 0
      0 0 0 0 1 1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0
      1 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 1];
Tx = [14 45 14 46 20 14 45 14 46 20 45 13 51 13 37 45 13 51 13 37 14 45 14 46
      20 45 13 51 13 37];
Tout = [20 65 80 126 172 65 112 126 172 192 112 126 177 192 242 164 177 228
        242 288 178 228 242 288 308 228 242 293 308 354];
Tin = [0 20 65 80 126 20 65 112 126 172 65 112 126 177 192 112 164 177 228 242
       164 178 228 242 288 178 228 242 293 308];

```

```

20.mod 20.dat
1 /*****
2 * OPL 20.1.0.0 Data
3 * Author: tatianafernandes
4 * Creation Date: Sep 8, 2021 at 11:26:22 PM
5 *****/
6 nStations=5;
7
8 nPieces= 6;
9
10 nModels=2;
11
12 nM=[3,3];
13
14 mP = [1,1,2,2,1,2];
15

Solutions
// solution (optimal) with objective 38
// Quality Incumbent solution:
// MILP objective                3.8000000000e+01
// MILP solution norm |x| (Total, Max)  1.22950e+04  3.54000e+02
// MILP solution error (Ax=b) (Total, Max)  0.00000e+00  0.00000e+00
// MILP x bound error (Total, Max)  0.00000e+00  0.00000e+00
// MILP x integrality error (Total, Max)  0.00000e+00  0.00000e+00
// MILP slack bound error (Total, Max)  0.00000e+00  0.00000e+00
//
CTpx = 38;
TS = [1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 1 0 1 0 0 0 0 0 0 1 0
      0 0 0 0 1 1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0
      1 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 1];
Tx = [45 13 51 13 37 45 13 51 13 37 14 45 14 46 20 14 45 14 46 20 45 13 51 13
      37 14 45 14 46 20];
Tout = [45 60 111 126 176 98 111 162 176 222 117 162 176 222 268 162 207 222
        268 288 207 222 273 288 334 228 273 288 334 354];
Tin = [0 45 60 111 126 45 98 111 162 176 98 117 162 176 222 117 162 207 222
       268 162 207 222 273 288 207 228 273 288 334];

```