

# Patrícia Alexandra Rodrigues de Freitas

# Análise Avançada de Pórticos Tridimensionais em Aço

Dissertação de Mestrado Integrado em Engenharia Civil, na área de Especialização em Mecânica Estrutural, orientada pelo Professor Doutor Luís Simões da Silva e pela Professora Doutora Trayana Tankova e apresentada ao Departamento de Engenharia Civil da Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra.

Julho de 2021



Patrícia Alexandra Rodrigues de Freitas

# ANÁLISE AVANÇADA DE PÓRTICOS TRIDIMENSIONAIS EM AÇO

# ADVANCED ANALYSIS OF THREE-DIMENSIONAL STEEL FRAMES

Dissertação de Mestrado Integrado em Engenharia Civil, na área de Especialização em Mecânica Estrutural, orientada pelo Professor Doutor Luís Simões da Silva e pela Professora Doutora Trayana Tankova.

Esta Dissertação é da exclusiva responsabilidade do seu autor. O Departamento de Engenharia Civil da FCTUC, declina qualquer responsabilidade legal ou outra em relação a erros ou omissões que possam surgir

Coimbra, 28 de julho de 2021

### AGRADECIMENTOS

A realização desta dissertação dita o fim de uma das fases mais importantes da minha vida. A sua conclusão não foi fácil, e pelo caminho diversas pessoas ajudaram e apoiaram esta árdua tarefa.

Gostaria de começar por agradecer aos meus orientadores, Professor Doutor Luís Simões da Silva e Professora Doutora Trayana Tankova, pela disponibilidade e ajuda prestadas, sem as quais não teria sido possível a realização deste trabalho.

A todos os meus amigos agradeço pela presença nos bons momentos e paciência nos maus. Um agradecimento especial ao Sidnei, Elias e Jéssica que me ajudaram a lidar e superar todas as dificuldades ao longo do curso, sem vocês não sei se teria conseguido.

Por fim, o agradecimento mais importante é dirigido à minha família, em especial aos meus pais por nunca terem desistido de mim e por todo o esforço e dedicação que despenderam durante estes anos para que eu pudesse exercer uma profissão que adoro.

### RESUMO

Os programas de análise de estruturas pelo método dos elementos finitos vieram potenciar a realização de análises numéricas avançadas para a determinação da resistência última de estruturas. No entanto, pela sua maior complexidade e a falta de regulamentação específica, este tipo de análise não é ainda o preferido dos projetistas.

Nesta dissertação estudou-se o comportamento de pórticos em aço para estruturas porticadas de edifícios, com ênfase no comportamento geometrica e materialmente não linear com imperfeições (GMNIA). Os resultados foram objeto de uma avaliação crítica por comparação com as recomendações da nova prEN1993-1-14, em elaboração.

Numa primeira fase foi realizada a modelação e análise de uma viga simples, com o objetivo de perceber a influência da escolha do tipo de elemento finito e do fenómeno de encurvadura lateral torsional. Posteriormente, realizou-se a modelação e análise de um exemplo desenvolvido no âmbito do comité técnico TC8 – Estabilidade da ECCS.

**Palavras-chave:** Análise avançada; Método dos elementos finitos; Modelação numérica; Pórticos em aço.

### ABSTRACT

Structural analysis programs using the finite element method have enhanced the performance of advanced numerical analyzes to determine the ultimate strength of structures. However, due to its greater complexity and the lack of specific regulation, this type of analysis is still not preferred by designers.

In this dissertation, the behavior of steel frames for frame structures of buildings was studied, emphasizing the geometrically and materially nonlinear behavior with imperfections (GMNIA). The results were critically evaluated by comparison with the recommendations of the new prEN1993-1-14, in preparation.

In a first phase, the modeling and analysis of a simple beam was carried out to understand the influence of the choice of the finite element type and the torsional lateral buckling phenomenon. Subsequently, the modeling and analysis of an example developed within the scope of the technical committee TC8 – Stability of the ECCS was carried out.

Keywords: Advanced analysis; Finite element method; Numerical modeling; Steel frame

# ÍNDICE

A	grade	cimer	ntos	i
R	esumo	)		ii
A	bstrac	:t		iii
Ín	dice			iv
Ín	dice d	le Fig	guras	vi
Ín	dice d	le Qu	adros	.viii
A	brevia	aturas		ix
Si	imbol	ogia		x
1	Int	roduç	ção	1
	1.1	Âm	bito e objetivos	1
	1.2	Org	ganização da dissertação	2
2	Diı	nensi	ionamento de Estruturas Metálicas pelo Método dos Elementos Finitos	4
	2.1	Intr	odução	4
	2.2	Mét	todo dos elementos finitos	4
	2.3	Aná	álise global de estruturas metálicas	5
	2.3	.1	Tipos de análise	5
	2.3	.2	Comportamento do material	8
	2.3	.3	Efeitos de 2ª ordem	10
	2.3	.4	Imperfeições	12
	2.4	Orie	entações regulamentares	14
	2.4	.1	Métodos de análise para verificações de segurança de ELU	14
	2.4	.2	Projeto através de análise avançada por elementos finitos	17
3	Mo	odelaç	ção e Análise do Comportamento de Elementos Isolados	24
	3.1	Intr	odução	24
	3.2	Imp	perfeições	24
	3.3	Mo	delação no plano	25
	3.4	Mo	delação tridimensional	29

4	Mo	delação e Análise do Comportamento de Estruturas	
	4.1	Introdução	
	4.2	Caso de estudo	
	4.2.	1 Descrição do caso de estudo	
	4.2.	2 Imperfeições	
	4.2.	3 Modelação no plano	
	4.2.	4 Modelação tridimensional	46
5	Cor	nclusões e Trabalhos Futuros	58
	5.1	Conclusões	58
	5.2	Trabalhos futuros	59
R	eferên	cias Bibliográficas	60
A	nexo A	A – Momento crítico LTBeam	A-1
A	.nexo I	B – Benchmark 1	B-1
A	nexo (	C – Benchmark 2	C-1

# ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2.1 – Explicação gráfica dos diferentes tipos de análise (Adaptado CEN, 2020b)7
Figura 2.2 - Diagrama força-alongamento de uma barra de aço macio, obtido através de um
ensaio de tração axial (Dias da Silva, 2013)
Figura 2.3 – Lei-constitutiva simplificada do aço. (ECCS, 1984)
Figura 2.4 – Leis-constitutivas consideradas na dissertação
Figura 2.5 – Efeitos de 2 <sup>a</sup> ordem globais (P- $\Delta$ ) e locais (P- $\delta$ ) (Simões, 2014b)10
Figura 2.6 – Métodos para a consideração dos efeitos de 2ª ordem12
Figura 2.7 – Modos de encurvadura de pórticos (CEN, 2020a)14
Figura 2.8 – Métodos de análise aplicáveis na verificação de segurança aos ELU (Adaptado de
CEN, 2020b)15
Figura 2.9 – Aplicação do fator de modelo (Adaptado de CEN, 2020b)
Figura 3.1 – Rotação da secção obtida através do diagrama de extensões da secção transversal.
Figura 3.2 – Curva momento-rotação
Figura 3.3 – Extensões normais da análise MNA para LPF=0,8192
Figura 3.4 – Extensões normais da análise MNA para LPF=0,901129
Figura 3.5 – Modo 1 obtido com o elemento a) viga de 6 GDL, b) viga de 7 GDL, c) casca. 30
Figura 3.6 - Forma das imperfeições introduzidas a) deslocamento lateral inicial, b) com
encurvadura lateral (modo de encurvadura do elemento casca)
Figura 3.7 - Curva carga-rotação da análise GNIA com as diferentes amplitudes de imperfeição
com forma do modo de instabilidade
Figura 3.8 - Curva carga-rotação da análise GNIA com as diferentes amplitudes de imperfeição
com forma de um deslocamento lateral
Figura 3.9 - Curva carga-rotação da análise GNIA com a amplitude 3 com os dois processos
de introdução da forma da imperfeição
Figura 3.10 - Curva carga-rotação das análise GMNIA com as diferentes amplitudes e
diferentes tipos de elementos finitos
Figura 4.1 – Estrutura caso de estudo 1 a) estrutura tridimensional b) medidas dos perfis IPE
180 e HEB 140 (Snijder, 2020)
Figura 4.2 – a) Nomeação dos elementos estrruturais e b) orientação das barras39
Figura 4.3 – Deformada do pórtico obtida na análise LA40
Figura 4.4 – a) Primeiro modo de instabilidade e b) segundo modo de instabilidade40
Figura 4.5 – Curva carga-deslocamento no nó 2 da análise LA e GNA
Figura 4.6 – Curva carga-deslocamento no nó 2 das análises LA, GNA e GNIA com diferentes
amplitudes
Figura 4.7 – Tensões normais no banzo inferior ao longo da viga V1 da análise LA42

Figura 4.8 - Tensões normais no banzo inferior ao longo da viga considerando a plasticidade
do aço43
Figura 4.9 - Curva LPF rotação da análise MNA nas duas secções mais esforçadas com um
comportamento a) elástico perfeitamente plástico, b) elasto-plástico com endurecimento44
Figura 4.10 - Curva LPF rotação da análise GMNIA nas duas secções mais esforçadas com um
comportamento a) elástico perfeitamente plástico, b) elasto-plástico com endurecimento44
Figura 4.11 - Curva carga-deformação das diferentes análises com um comportamento elástico
perfeitamente plástico45
Figura 4.12 - Curva carga-deformação das diferentes análises com um comportamento elasto-
plástico com endurecimento45
Figura 4.13 – a) Nomeação dos elementos estruturais e b) orientação das barras46
Figura 4.14 - Modos de instabilidade obtidos no modelo com elementos viga: a) Modo 1, b)
Modo 2, c) Modo 947
Figura 4.15 - Curvas carga-deslocamento com a introdução das imperfeições através do modo
de instabilidade 148
Figura 4.16 - Curvas carga-deslocamento com a introdução das imperfeições através do modo
de instabilidade 949
Figura 4.17 – Curva LPF-rotação nas secções mais esforçadas da viga V149
Figura 4.18 - Cuvra LPF-deslocamento em x das análises GMNIA com a introdução dos dois
modos de instabilidade50
Figura 4.19 – Modo de rotura da análise GMNIA com a amplitude 1 de imperfeição50
Figura 4.20 – Curvas carga-deslocamento em x das diferentes análises realizadas51
Figura 4.21 – Aplicação das cargas no modelo com elementos casca
Figura 4.22 – Distribuição de tensões a) ao longo da viga V1, b) ao longo do pilar P353
Figura 4.23 – Modos de instabilidade obtidos no modelo com elementos casca: a) Modo 1, b)
Modo 2, c) Modo 354
Figura 4.24 – Curvas carga-deslocamento das análises LA e MNA nos modelos com elementos
viga e elementos casca
Figura 4.25 – Gráfico de extensões normais ao longo da estrutura ppara um LPF=0,2455
Figura 4.26 – Curvas carga-deslocamento em x das análises GNA e GNIA56
Figura 4.27 – Curvas carga-deslocamento em x das análises GMNIA com a introdução do modo
1 do modo 3

# ÍNDICE DE QUADROS

Quadro 2.1 – Tipos de análise estrutural (Adaptado CEN,2020b)7
Quadro 2.2 - Cálculo dos parâmetros para a determinação da lei-constitutiva do material 10
Quadro 2.3 - Valores de cálculo da amplitude das imperfeições locais dos elementos (CEN,
2010)
Quadro 2.4 – Métodos de análise17
Quadro 2.5 - Imperfeições geométricas equivalentes para encurvadura lateral-torsional (CEN,
2020b)
Quadro 3.1 – Valores obtidos para a amplitude das imperfeições locais25
Quadro 3.2 - Verificação da malha de elementos finitos do elemento viga26
Quadro 3.3 - Verificação da malha de elementos finitos do elemento casca26
Quadro 3.4 - Momento plástico resistente obtido nos diferentes modelos27
Quadro 3.5 – Resultados da análise elástica linear (LA)29
Quadro 3.6 - Coeficientes críticos do modo 1 e 2 dos elementos considerados30
Quadro 3.7 - Fatores de carga máximos obtidos nas análises GMNIA com diferentes tipos de
elementos finitos e amplitudes de imperfeição34
Quadro 3.8 - Momento resistente das análises GMNIA com diferentes amplitudes no modelo
com elementos casca
Quadro 3.9 - Determinação do momento resistente à encurvadura com base no método geral
do EC3-1-1
Quadro 3.10 - Tensões nas extremidades esquerda e direita do banzo superior e inferior nos
diferentes modelos analisados
Quadro 4.1 – Amplitude da imperfeição global
Quadro 4.2 – Esforços obtidos na análise LA
Quadro 4.3 - Comparação dos coeficientes críticos obtidos na análise LBA com os valores do
Benchmark 1
Quadro 4.4 - Comparação das reações de apoio no pilar P3 no modelo com elementos viga e
no modelo com elementos casca
Quadro 4.5 - Comparação dos coeficientes críticos obtidos na análise LBA com os valores do
Benchmark 154

### **ABREVIATURAS**

EC	Eurocódigo
ECCS	European Convention for Constructional Steelwork
ELU	Estado limite último
EM	Elemento equivalente
GDL	Graus de liberdade
GMNIA	Análise geométrica e materialmente não linear com imperfeições
GNA	Análise geometricamente não linear
GNIA	Análise geometricamente não linear com imperfeições
LA	Análise elástica linear
LBA	Análise elástica bifurcacional
LPF	Fator multiplicativo da carga aplicada
LTB	Encurvadura lateral torsional
MEF	Método dos elementos finitos
MNA	Análise materialmente não linear
NS	Modo de nós fixos
SW	Modo de nós móveis

### SIMBOLOGIA

### Letras minúsculas latinas

b	largura da secção transversal
$e_0$	amplitude da imperfeição de um elemento
e <sub>0,d</sub>	valor de cálculo da amplitude da imperfeição de um elemento
fy	tensão de cedência
h	altura de um pórtico (Capítulo 2)
h	altura da secção transversal (Capítulo 3 e 4)
k	coeficiente para e <sub>0,d</sub>
р	carga distribuída

### Letras maiúsculas latinas

E	módulo de elasticidade		
F <sub>Ed</sub>	valor de cálculo do carregamento para uma determinada combinação de ações		
F <sub>cr</sub>	carga crítica de instabilidade global da estrutura num modo com deslocamento		
	laterais, determinado com base na rigidez elástica inicial		
Ι	momento de inércia		
L	comprimento do elemento		
M <sub>cr</sub>	momento crítico elástico de encurvadura lateral		
M <sub>Rd,pl</sub>	valor de cálculo do momento fletor resistente plástico		
N	esforço axial		
R <sub>cr</sub>	resistência à encurvadura crítica elástica		
R <sub>pl</sub>	resistência plástica		
S11	tensão normal segundo o eixo longitudinal		
U	deslocamento		
UR	rotação		
$W_{pl}$	módulo de flexão plástico de uma secção transversal		

### Letras minúsculas gregas

α f	fator de imperfeição
$\alpha_{cr}$ f	fator de carga pelo qual deve ser multiplicado o carregamento de cálculo, para se
C	obter a carga crítica elástica num modo global
$\alpha_{cr,ns}$ f	fator de carga pelo qual deve ser multiplicado o carregamento de cálculo, para se obter a carga crítica elástica num modo de nós fixos

fator de carga pelo qual deve ser multiplicado o carregamento de cálculo, para se		
obter a carga crítica elástica num modo de nós móveis		
coeficiente de redução para tomar em consideração a altura h do pórtico		
coeficiente de redução para tomar em consideração o número de colunas num		
alinhamento		
fator de imperfeição		
imperfeição relativa do arco de referência para a encurvadura lateral torsional		
fator de segurança que contabiliza a incerteza do modelo numérico do tipo de		
análise		
coeficiente parcial de segurança para a resistência dos elementos em relação a		
fenómenos de encurvadura, avaliada através de verificações individuais de cada		
elemento		
deslocamento		
efeitos de 2ª ordem locais		
extensão de cedência		
esbelteza normalizada		
esbelteza normalizada para a encurvadura lateral		
comprimento do patamar das curvas de dimensionamento à encurvadura lateral de		
vigas constituídas por perfis laminados e soldados equivalentes		
coeficiente de redução para a encurvadura lateral		
tensão		

### Letras maiúsculas gregas

$\Delta l$	alongamento
Ρ-Δ	efeitos de 2ª ordem globais
Φ	imperfeição inicial global
$\Phi_0$	valor de base da imperfeição inicial global associada à falta de verticalidade
$\Phi_{ m LT}$	valor para determinar o coeficiente de redução XLT

### 1 INTRODUÇÃO

### 1.1 Âmbito e objetivos

A quota de mercado da construção metálica em Portugal tem evoluído bastante nas últimas décadas, essencialmente pela competitividade do aço enquanto material, rapidez de construção e facilidade de exportação. A alta resistência do aço em proporção com o seu peso permite minimizar o peso próprio das estruturas e, consequentemente, os custos associados ao material.

Com as estruturas cada vez mais otimizadas surgem os inevitáveis fenómenos de instabilidade, tornando-se imprescindível a verificação da estabilidade global da estrutura ou de algumas das suas sub-estruturas. De acordo com o Eurocódigo 3, parte 1-1 (CEN, 2010), esta verificação deverá ser efetuada considerando os efeitos de 2ª ordem e as imperfeições.

O EC3-1-1 fornece uma série de métodos para a verificação da estabilidade de estruturas metálicas, sendo o método mais usual o que considera parte dos efeitos de 2<sup>a</sup> ordem e imperfeições incluídos na análise global e parte contabilizada através de expressões regulamentares de verificação de segurança dos elementos (Marques et al, 2010). No entanto, a aplicabilidade destes métodos é limitada, conduzindo ao sobredimensionamento de estruturas complexas que não se enquadram nos casos abrangidos pelas normas regulamentares (Simões da Silva et al. 2018).

Com a evolução do cálculo computacional e a atual competitividade do mercado, a otimização das estruturas é fundamental, sendo cada vez mais frequente a utilização de métodos avançados de análise por elementos finitos de casca para a determinação da resistência última da estrutura. De facto, quando se efetua uma análise não linear de encurvadura com imperfeições, num modelo de elementos de casca validado, todo o processo de cálculo manual pode ser substituído pelo cálculo numérico (ECCS, 2008).

Contundo, ainda existem várias barreiras a ultrapassar para a generalização deste tipo de análise. A maior prende-se com a falta de informação a nível da modelação de problemas complexos, nomeadamente no que diz respeito à forma e amplitude das imperfeições (Simões da Silva et al., 2011). Por este motivo, é recomendado avaliar diferentes formas de imperfeição, com diferentes amplitudes, de modo a garantir que se obtém a menor resistência (Gonçalves, 2005).

A nível de regulamentação, o EC3-1-1 (CEN, 2010) permite a análise por elementos finitos, encaminhando para o Anexo C do EC3-1-5 (CEN, 2006). Porém não considera a incerteza associada à dificuldade deste tipo de modelação, por exemplo através de um fator de segurança.

No Anexo C do EC3-1-5 é apresentada já alguma informação mas ainda sem detalhe suficiente que permita tornar este método de análise como um procedimento habitual.

Posto isto, torna-se evidente a necessidade de criar um novo regulamento, ou atualizar os existentes, no que toca à orientação e regras na verificação de estruturas por métodos avançados de dimensionamento com base no método dos elementos finitos. De facto, na nova geração de Eurocódigos que será publicada proximamente, surgirá uma parte dedicada ao projeto assistido por análises através de elementos finitos: prEC3-1-14 (CEN, 2020b).

O surgimento destas orientações não torna os métodos avançados de análise em procedimentos de menor complexidade, aliás, o EC3-1-14 refere logo na cláusula 1(8) que as recomendações expostas são dirigidas a engenheiros experientes no uso de elementos finitos. No entanto, vem esclarecer algumas dúvidas existentes, como a consideração da forma das imperfeições com base nos modos críticos da estrutura, e definir orientações na obtenção da resistência da estrutura através das diferentes análises possíveis. Além disso, considera um fator de segurança que tem em conta as incertezas inerentes ao processo de modelação.

Com a presente dissertação pretende-se efetuar análises com diferentes níveis de sofisticação, através do método dos elementos finitos, em diferentes casos de estudo, no programa de cálculo automático Abaqus. O objetivo consiste em avaliar com espírito crítico os resultados obtidos, comparando com as prescrições regulamentares do Eurocódigo 3, nomeadamente o novo prEC3-1-14. Além disso, pretende-se analisar a influência da consideração de diferentes parâmetros, tais como, a lei-constitutiva do material, a escolha do tipo de elemento finito, a forma de introdução de imperfeições e, a amplitude das mesmas. De forma a validar os pressupostos da modelação, será realizada a modelação de um exemplo no âmbito do comité técnico TC8 – Estabilidade da ECCS.

### 1.2 Organização da dissertação

A presente dissertação encontra-se dividida em 5 capítulos. No capítulo 1 introduz-se o tema identificando os principais problemas da análise avançada por elementos finitos. Além disso, define-se os objetivos e estrutura do trabalho.

No capítulo 2 aborda-se os principais aspetos da análise global de estruturas metálicas e, apresenta-se as orientações regulamentares com enfâse no novo Eurocódigo dedicado ao projeto através de análise avançada por elementos finitos.

O capítulo 3 diz respeito à modelação e análise de elementos, onde foi estudada uma viga simplesmente apoiada, no plano e espacialmente, com diferentes tipos de elementos finitos.

O capítulo 4 compreende a modelação e análise de estruturas onde foi adotado um caso de estudo desenvolvido no âmbito do comité técnico TC8-Estabilidade da ECCS. Inicialmente analisou-se um dos pórticos da estrutura num modelo a duas dimensões, evoluindo posteriormente para a análise da estrutura a três dimensões.

Por fim, no capítulo 5, apresenta-se as conclusões dos diferentes casos estudados, assim como, sugestões de trabalhos futuros no âmbito do tema do trabalho desenvolvido.

### 2 DIMENSIONAMENTO DE ESTRUTURAS METÁLICAS PELO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

#### 2.1 Introdução

As ações provocam efeitos sobre as estruturas que devem ser avaliados através de métodos de análise global adequados aos estados limite considerados (Simões, 2014b). A determinação desses efeitos pode ser realizada através do método dos elementos finitos (MEF) com base nas orientações definidas na nova norma prEC3-1-14. Neste capítulo expõem-se os aspetos essenciais ao dimensionamento de estruturas metálicas pelo MEF, começando por apresentar sucintamente o método dos elementos finitos e os tipos de elementos disponíveis no programa de cálculo automático utilizado. De seguida define-se os diferentes tipos de análise global que podem ser adotados e os aspetos que determinam a sua escolha. Por fim, no subcapítulo 2.4 apresenta-se as principais orientações regulamentares, no âmbito do trabalho realizado, que irão entrar em vigor nos próximos anos, uma vez que representam uma evolução significativa na regulamentação dedicada a análises avançadas por elementos finitos. Assim, no ponto 2.4.1 definem-se os diferentes métodos de análise possíveis consoante seja necessário ter em conta os efeitos de 2<sup>a</sup> ordem e se estes são incluídos na análise global ou em verificações de segurança posteriores, e no ponto 2.4.2 apresenta-se as novas recomendações para o projeto assistido por elementos finitos.

#### 2.2 Método dos elementos finitos

O Método do Elementos Finitos (MEF) é um método de análise numérica que permite resolver problemas complexos de análise de estruturas. Embora acarrete um grande volume de cálculos o desenvolvimento de ferramentas computacionais veio facilitar a aplicação deste método, que hoje em dia constitui a base da maior parte dos softwares de cálculo estrutural.

A ideia do método consiste em transformar um sistema estrutural contínuo, isto é, um sistema estrutural em que o comportamento mecânico é descrito por variáveis num número infinito de pontos o que envolve a resolução de um sistema de equações diferenciais, num sistema estrutural descontínuo, através de uma malha de elementos finitos, que não se sobrepõem, e que se ligam entre si em pontos denominados de nós. As incógnitas do problema são os deslocamentos nos nós, sendo o campo de deslocamentos entre nós aproximado por funções de interpolação (Simões, 2014a).

O MEF é um método aproximado e como tal tem um erro associado, que pode ser tão pequeno quanto se queira, controlando a discretização da malha e o grau de interpolação entre nós. No

entanto, quanto mais precisa for a análise, maior o tempo de cálculo associado, pelo que importa definir inicialmente qual o nível de detalhe que interessa atingir para o problema a resolver.

Para que os resultados obtidos representem com precisão adequada o comportamento real da estrutura, a escolha do tipo de elemento finito deve ser cuidada e de acordo com o problema a resolver. Existem vários tipos de elementos finitos, sendo comum distinguir entre elementos lineares, elementos de casca e elementos sólidos. No presente trabalho não serão utilizados elementos sólidos, pelo que apenas se apresenta os elementos lineares e elementos casca. Dos elementos lineares destaca-se os elementos viga, que podem ter 3 graus de liberdade (GDL) em cada nó (2 translações e 1 rotação), no caso de modelação 2D, 6GDL em cada nó (3translações e 3 rotações), no caso de modelação 3D, e podem ainda ter 7GDL em que o sétimo grau de liberdade tem em consideração o fenómeno de empenamento. Por serem os mais simples, estes eram os elementos mais utilizados para a modelação de estruturas reticuladas. Contundo, com o desenvolvimento computacional, a adoção de elementos casca na modelação de estruturas constituídas por secções de paredes finas tornou-se a opção lógica para superar as insuficiências da teoria das peças lineares (Simões e Gervásio, 2007), (Walport et al., 2019).

Os elementos de casca são elementos laminares tridimensionais e podem distinguir-se em função da sua geometria em triangulares e quadrilaterais. No software utilizado, os elementos disponíveis dividem-se em três categorias, elementos de casca fina, elementos de casca espessa e elementos que podem ser usados em ambos os casos. Os elementos de uso geral fornecem soluções robustas e precisas em qualquer condição de carregamento tanto para problemas de casca fina como casca espessa (MIT Documentation@). Por este motivo, adotou-se um elemento desta categoria, nomeadamente, o elemento S4R, que é um elemento de 4 nós com 6 GDL em cada nó, três de translação e três de rotação, com integração reduzida.

### 2.3 Análise global de estruturas metálicas

### 2.3.1 Tipos de análise

A análise de uma estrutura permite determinar a distribuição de esforços e/ou tensões, extensões e deslocamentos ao longo dos seus elementos. Geralmente, quando se utilizam elementos lineares na modelação da estrutura, o resultado pretendido é a distribuição de esforços, pois, é com base nesses valores que se efetuam a maior parte das verificações regulamentares. Pelo contrário, quando a análise é realizada com elementos finitos bidimensionais ou tridimensionais, os resultados normalmente são expressos em termos de tensões, surgindo a dificuldade adicional de integrar as tensões ao longo da secção para obter os esforços.

Consoante o problema a resolver, diferentes tipos de análise poderão ser realizadas. Normalmente, estas classificam-se em função do comportamento do material adotado e, da consideração dos efeitos geometricamente não lineares, ou efeitos de 2ª ordem. Assim, a análise global pode ser elástica ou plástica, conforme se considere a relação tensão-deformação do material linear ou não-linear, e ainda de 1ª ordem ou 2ª ordem, conforme se considerem as cargas a atuar na geometria indeformada ou deformada da estrutura.

A análise mais simples denomina-se de análise elástica linear (LA), ou análise elástica de 1<sup>a</sup> ordem. Esta análise pode ser realizada para determinar a resistência elástica e baseia-se na hipótese dos pequenos deslocamentos e pequenas deformações e um comportamento do material elástico linear (Simões da Silva e Gervásio, 2007). Neste tipo de análise não se tira partido da plasticidade do material. No entanto, o aço apresenta um comportamento que pode ser aproximado a uma lei constitutiva elasto-plástica, atingido extensões de quinze vezes a extensão de cedência (Simões da Silva et al., 2010). Por este motivo, no dimensionamento de estruturas metálicas hiperstáticas, faz todo o sentido efetuar uma análise plástica, ou análise materialmente não linear (MNA), assumindo a plastificação das secções, pela formação de rótulas plásticas, até à geração de um mecanismo de colapso. Com esta análise determina-se a resistência plástica para verificação dos estados limite últimos (ELU).

Por outro lado, se os fenómenos de instabilidade não são desprezáveis, é necessário ter em conta o efeito da configuração deformada nos esforços internos da estrutura, podendo efetuar-se uma análise geometricamente não linear (GNA), ou análise elástica de 2ª ordem. Neste tipo de análise a carga é aplicada na configuração deformada da estrutura através de incrementos, o que implica normalmente o recurso ao cálculo computacional.

Uma vez que em todas as estruturas existem imperfeições, quer associadas à geometria quer ao material, numa análise de 2<sup>a</sup> ordem estas devem ser tidas em conta no modelo estrutural, por provocarem esforços secundários adicionais. Assim, uma análise elástica que incorpore estes efeitos é designada por análise geometricamente não linear com imperfeições (GNIA), e permite obter a resistência elástica à encurvadura.

Quando se utilizam métodos avançados de análise por elementos finitos, a forma das imperfeições pode ser determinada a partir dos modos de instabilidade da estrutura. Estes podem ser obtidos através de uma análise elástica bifurcacional (LBA), assim como os valores da carga crítica elástica associada a cada modo de instabilidade. A forma da imperfeição é imposta através da multiplicação da amplitude máxima da imperfeição pelos deslocamentos normalizados do modo de instabilidade. Além deste motivo, a determinação da carga crítica elástica da estrutura também é importante por ser a base de vários métodos aproximados para o cálculo dos efeitos de 2<sup>a</sup> ordem.

Por fim, a consideração de todos os efeitos apresentados anteriormente culmina na análise com maior nível de sofisticação, uma análise geométrica e materialmente não linear com imperfeições (GMNIA). Com esta análise obtém-se a resistência elasto-plástica para dimensionamento aos estados limite últimos. No Quadro 2.1 apresenta-se um resumo de todas as análises e as respetivas hipóteses assumidas e na Figura 2.1 ilustra-se os resultados expectáveis das diferentes análises. Note-se que, a análise LBA nem sempre fornece o maior fator de carga de todas as análises apresentadas, como sugerido na Figura 2.1, uma vez que o comportamento de pós-encurvadura da estrutura pode conduzir a cargas maiores antes de se atingir um critério de falha totalmente não linear (caminho secundário estável) (CEN, 2020b).

Quadro 2.1 – Tipos de análise estrutural (Adaptado CEN,2020b).

Tipos de análise	Deformação	Lei do material	Geometria
Análise elástica linear (LA)	Linear	Elástica linear	Perfeita
Análise elástica bifurcacional (LBA)	Bifurcacional	Elástica linear	Perfeita
Análise materialmente não linear (MNA)	Linear	Não-linear	Perfeita
Análise geometricamente não linear (GNA)	Não-linear	Elástica linear	Perfeita
Análise geométrica e materialmente não linear com	Não linear	Não linear	Darfaita
imperfeições (GMNA)	Na0-IIIIcai	Na0-IIIicai	renena
Análise geometricamente não linear com imperfeições	Não linear	Elástico lineor	Importoito
(GNIA)	Na0-IIIIcai	Liasuca inical	Imperienta
Análise geométrica e materialmente não linear com	Não linear	Não linear	Imperfeita
imperfeições (GMNIA)	inao-iiiicai	inao-iiiitai	imperienta



Figura 2.1 - Explicação gráfica dos diferentes tipos de análise (Adaptado CEN, 2020b).

#### 2.3.2 Comportamento do material

O comportamento reológico dos materiais é normalmente estudado a partir de ensaios simples, dos quais se obtêm as relações entre as forças e as deformações de um determinado material. Na Figura 2.2 apresenta-se a relação entre o esforço axial N e o alongamento  $\Delta l$  de uma barra de aço macio submetida a um ensaio de tração axial (Dias da Silva, 2013).



Figura 2.2 – Diagrama força-alongamento de uma barra de aço macio, obtido através de um ensaio de tração axial (Dias da Silva, 2013).

Pela figura entende-se que o comportamento de um aço macio é caracterizado por uma fase elástica linear em que a deformação é recuperável e proporcional à força aplicada, um patamar de cedência onde se verifica um grande aumento de deformação para uma pequena variação da carga e uma fase de endurecimento por deformação plástica.

A consideração da não linearidade material na análise estrutural implica a adoção de leisconstitutivas simplificadas para a representação do comportamento do material no modelo de cálculo. As leis mais utilizadas são do tipo bi-linear, onde se distinguem a fase elástica-linear e a fase elasto-plástica, contudo poderão ser utilizadas leis constitutivas multilineares ou nãolineares que simulam com maior precisão as relações tensão-deformação do material (Baptista e Muzeau, 1999).

Nos casos estudados na presente dissertação, adotou-se duas leis-constitutivas diferentes com o objetivo de avaliar a influência das mesmas nos resultados obtidos. Assim, considerou-se (i) um comportamento elástico perfeitamente plástico e (ii) um comportamento elasto-plástico com endurecimento, recorrendo à publicação nº33 do ECCS (ECCS, 1984), nomeadamente ao gráfico apresentado na Figura 2.3, para a determinação das respetivas leis-constitutivas simplificadas.



Figura 2.3 – Lei-constitutiva simplificada do aço. (ECCS, 1984).

Determinou-se a extensão de cedência,  $\varepsilon_{r}$ , considerando um módulo de elasticidade E de 210 GPa e uma tensão de cedência do aço de 235 MPa, obtendo-se os valores apresentados no Quadro 2.2. No caso do comportamento elástico-perfeitamente plástico considerou-se o comportamento apresentado na Figura 2.4, onde se adotou uma pequena inclinação para o patamar de cedência de modo a evitar erros no software. Em relação ao comportamento elastoplástico com endurecimento, adotou-se uma inclinação de 0,02E para o patamar de endurecimento, como sugerido na Figura 2.3, e fixou-se a tensão última em 360 MPa como indicado no Quadro 3.1 do EC3-1-1, tendo-se obtido o comportamento apresentado na Figura 2.4.



Figura 2.4 - Leis-constitutivas consideradas na dissertação.

Cálculo ε <sub>r</sub>			
E (GPa)	210		
σ (MPa)	235		
٤r	0,001119		
10er	0,011190		
<b>10ε</b> r - εr	0,010071		

Quadro 2.2 – Cálculo dos parâmetros para a determinação da lei-constitutiva do material.

### 2.3.3 Efeitos de 2ª ordem

Numa estrutura submetida a um carregamento ocorrem sempre deformações. Devido a estas deformações surgem excentricidades nas cargas aplicadas que não são consideradas numa análise efetuada com base na configuração indeformada da estrutura. Estes desvios provocam esforços adicionais, que aumentam as deformações e, consequentemente, novamente os esforços. A estes efeitos atribui-se o nome de efeitos de 2<sup>a</sup> ordem, os quais são usualmente divididos em efeitos P- $\Delta$  (efeitos globais) e P- $\delta$  (efeitos locais). Os efeitos globais (P- $\Delta$ ) correspondem aos efeitos dos deslocamentos nas extremidades dos elementos e os efeitos locais (P- $\delta$ ) correspondem aos efeitos dos deslocamentos ao longo de um elemento, como se ilustra na Figura 2.5 (Simões da Silva e Gervásio, 2007), (Simões, 2014b).



Figura 2.5 – Efeitos de 2<sup>a</sup> ordem globais (P- $\Delta$ ) e locais (P- $\delta$ ) (Simões, 2014b).

Nem sempre é necessário incluir na análise estes efeitos, uma vez que há estruturas em que as deformações são tão pequenas que o acréscimo de esforços não justifica a complexidade de efetuar uma análise geometricamente não linear. Assim, é necessário aferir a suscetibilidade de uma estrutura aos efeitos de 2ª ordem. De acordo com o EC3-1-1, os efeitos de 2ª ordem podem ser desprezados se o seguinte critério for cumprido:

$$\alpha_{cr} = \frac{F_{cr}}{F_{Ed}} \ge 10$$
 para a análise elástica (2.1)

$$\alpha_{cr} = \frac{F_{cr}}{F_{Ed}} \ge 15$$
 para a análise plástica (2.2)

Em que:

 $\alpha_{cr}$  – fator de carga pelo qual deve ser multiplicado o carregamento de cálculo, para se obter a carga crítica elástica num modo global;

F<sub>Ed</sub> – valor de cálculo do carregamento para uma determinada combinação de ações;

 $F_{cr}$  – carga crítica de instabilidade global da estrutura num modo com deslocamentos laterais, determinado com base na rigidez elástica inicial.

Se o critério anterior não for cumprindo, é necessário proceder à verificação da estabilidade global ou de parte da estrutura, o que implica a consideração dos efeitos de 2ª ordem e imperfeições na análise da estrutura. A clausula 5.2.2(3) do EC3-1-1 (CEN, 2010), refere que estes efeitos poderão ser considerados através de um dos seguintes métodos:

- Método 1: Este método consiste em realizar uma análise geométrica e materialmente não linear com imperfeições (GMNIA), ou seja, todos os efeitos de 2ª ordem e imperfeições são incluídos na análise global, sendo apenas necessário verificar a capacidade resistente das secções;
- Método 2: Neste método, as imperfeições e os efeitos de 2ª ordem globais são incluídos na análise de esforços e deslocamentos, sendo necessário proceder à verificação da estabilidade dos elementos através das fórmulas regulamentares que contabilizam os restantes efeitos;
- Método 3: Este método apenas se aplica a casos simples, pois a totalidade dos efeitos de 2ª ordem e imperfeições são apenas considerados através de verificações de segurança individuais de elementos equivalentes.

Na Figura 2.6 apresenta-se um esquema onde se ilustra os métodos expostos anteriormente.



Figura 2.6 – Métodos para a consideração dos efeitos de 2ª ordem.

#### 2.3.4 Imperfeições

Qualquer estrutura construída apresenta um conjunto de imperfeições, por mais rigoroso que seja o seu processo de fabrico e montagem. Estas imperfeições provocam esforços adicionais na estrutura, e como tal, devem ser consideradas na sua análise e dimensionamento. Posto isto, é usual distinguir entre imperfeições geométricas, como a falta de verticalidade e retilinearidade dos elementos, e imperfeições do material, como as tensões residuais inerentes ao processo de fabrico.

As imperfeições podem ser simuladas através de imperfeições geométricas equivalentes, que incorporem os efeitos dos diversos tipos de imperfeição, tensões residuais e falta de verticalidade. Segundo a clausula 5.3.1(3) do EC3-1-1, devem considerar-se as seguintes imperfeições:

- Imperfeições globais em pórticos e sistemas de contraventamento;
- Imperfeições locais dos elementos.

Na clausula 5.3.2 da norma referida anteriormente, indica-se que na análise global de pórticos suscetíveis de instabilizar segundo um modo com deslocamentos laterais, deve ser considerada uma imperfeição geométrica equivalente com a forma de uma inclinação lateral inicial dos

pilares (imperfeição global) e uma imperfeição local como curvatura inicial dos elementos. A amplitude da imperfeição global do pórtico,  $\Phi$ , pode ser calculada pela seguinte expressão:

$$\phi = \phi_0 \alpha_h \alpha_m \tag{2.3}$$

em que,

 $\phi_0$  – valor de base:  $\phi_0 = 1/200$ ;

 $\alpha_h$  – coeficiente de redução, calculado em função de h através de:

$$\alpha_h = \frac{2}{\sqrt{h}} \max \frac{2}{3} \le \alpha_h \le 1$$

h – altura de um pórtico, em m;

 $\alpha_{\rm m}$  – coeficiente de redução associado ao número de colunas num piso:  $\alpha_m = \sqrt{0.5 \left(1 + \frac{1}{m}\right)};$ 

m – número de colunas num piso, incluindo apenas aquelas que estão submetidas a um esforço axial  $N_{Ed}$  superior ou igual a 50% do valor médio por coluna no plano vertical considerado;

As imperfeições locais dos elementos, associadas à encurvadura por flexão, são definidas através de  $e_0/L$ , onde  $e_0$  é a amplitude máxima do deslocamento e L o comprimento do elemento. Os valores recomendados para  $e_0/L$  são apresentados no Quadro 2.3, em função da curva de encurvadura e do tipo de análise. As curvas de encurvadura são definidas na cláusula 6.3 do EC3-1-1.

Quadro 2.3 - Valores de cálculo da amplitude das imperfeições locais dos elementos (CEN, 2010).

Curva de	Análise elástica Análise plá		
de acordo com o Quadro 6.2	e <sub>0</sub> / L	e <sub>0</sub> / L	
a <sub>0</sub>	1/350	1/300	
a	1/300	1/250	
b	1/250	1 / 200	
с	1 / 200	1/150	
d	1 / 150	1 / 100	

#### 2.4 Orientações regulamentares

Nos subcapítulos anteriores têm sido referidos vários aspetos das normas regulamentares atualmente em vigor, no entanto, surgirá uma nova geração de eurocódigos nos próximos anos na qual se destaca a criação de uma parte específica para o projeto assistido por análises de elementos finitos. Assim, neste subcapítulo, apresenta-se as principais orientações regulamentares do novo prEC3-1-14 abrangendo os aspetos estudados neste trabalho, introduzindo o tema com os métodos de análise para verificação da segurança ao estado limite último (ELU) presentes no novo prEC3-1-1.

#### 2.4.1 Métodos de análise para verificações de segurança de ELU

A norma atualmente em vigor define que a avaliação da suscetibilidade da estrutura aos efeitos de 2<sup>a</sup> ordem dependia apenas da carga crítica de instabilidade global associada ao modo de deslocamentos laterais (Expressões 2.1 e 2.2). O novo prEC3-1-1 define dois critérios para determinar se é necessário considerar os efeitos de 2<sup>a</sup> ordem na análise, distinguindo os efeitos que derivam do modo de encurvadura de nós móveis (Sway mode) dos que derivam do modo de encurvadura de nós móveis (Sway mode) dos que derivam do modo de encurvadura de nós móveis (Sway mode) dos que derivam do modo de encurvadura de nós móveis (Sway mode) dos que derivam do modo de encurvadura de nós fixos (Non-sway mode) como se ilustra na Figura 2.7.



a) Pórtico com um modo de encurvadura de elementos (Modo de nós fixos)



b) Pórtico com um modo global de encurvadura (Modo de nós móveis)

Figura 2.7 - Modos de encurvadura de pórticos (CEN, 2020a)

Assim, define-se os coeficientes críticos  $\alpha_{cr,ns}$  e  $\alpha_{cr,sw}$ , como o fator pelo qual deve ser multiplicada a carga de projeto para causar instabilidade elástica no modo de nós fixos e no modo de nós móveis, respetivamente. Como habitual, a norma estipula limites para estes coeficientes de forma a avaliar se é necessário ter em conta estes efeitos na análise global. O critério 1 define a suscetibilidade aos efeitos de 2<sup>a</sup> ordem derivados do modo de encurvadura de nós fixos, e o critério 2 do modo de nós móveis. Além disso, o novo prEC3-1-1 indica uma série de casos para os quais podem ser desprezados os efeitos de 2<sup>a</sup> ordem devido à encurvadura lateral torsional (LTB), ao qual se atribuirá neste trabalho o nome de critério 3.

Consoante os três critérios definidos no parágrafo anterior são satisfeitos ou não, diferentes métodos de análise poderão ser utilizados para as verificações de segurança ao estado limite último. Na Figura 2.8 apresenta-se um fluxograma da aplicabilidade dos diferentes métodos.



Figura 2.8 – Métodos de análise aplicáveis na verificação de segurança aos ELU (Adaptado de CEN, 2020b)

Os métodos M0 a M5 são ordenados numericamente por nível de complexidade. O método M0, sendo o mais simples, é o que deve ser usado quando os três critérios são satisfeitos, isto é, quando podem ser desprezados os efeitos de 2ª ordem resultantes do modo de encurvadura de nós fixos, do modo de encurvadura de nós móveis e ainda os que resultam da encurvadura lateral-torsional. Neste caso, não é necessário incluir na análise global nenhum dos efeitos de 2ª ordem nem as imperfeições, e a verificação da resistência da secção pode ser realizada com base nos esforços de 1ª ordem. Além disso, a verificação da resistência à encurvadura dos elementos pode ser dispensada. Se o critério 1 e 2 são satisfeitos, mas os efeitos devidos à encurvadura lateral-torsional não podem ser desprezados, terá de recorrer-se ao método M1, que difere do método anterior por ser necessário verificar a resistência à encurvadura fora do plano de elementos, no entanto, a verificação pode ser feita com os valores dos esforços de 1ª ordem.

Um método opcional pode ser utilizado quando os critérios 1 e 2 não são simultaneamente satisfeitos, o método do elemento equivalente (Método EM), o qual pode ser usado para a verificação da resistência à encurvadura de elementos. Neste método a resistência da secção transversal pode ser verificada através dos esforços de 1<sup>a</sup> ordem e não é necessário incluir as imperfeições na análise global, contudo, na verificação da resistência à encurvadura devem ser considerados comprimentos de encurvadura que estejam de acordo com os possíveis modos de encurvadura de nós móveis.

Quando o critério 1 não é satisfeito, mas o critério 2 é, o método recomendado é o método M2. Neste método, deve-se considerar as imperfeições globais na análise global e deve ser realizada a verificação da resistência à encurvadura de elementos no plano e fora do plano, considerando comprimentos de encurvadura de acordo com o modo de encurvadura de nós fixos. As verificações de resistência à encurvadura e de resistência da secção transversal podem ser efetuadas com base nos esforços de 1<sup>a</sup> ordem.

Se a estrutura for suscetível aos efeitos de 2ª ordem, de qualquer origem, poderá utilizar-se os métodos M3 a M5, que diferem uns dos outros pelo facto da consideração dos efeitos de 2ª ordem ser contabilizada na análise global ou em verificações de segurança posteriores. Nestes três métodos, a verificação da resistência da secção transversal deve ser baseada em esforços de  $2^{a}$  ordem e deverá utilizar-se o fator parcial  $\gamma_{M1}$ . Assim, se as imperfeições globais forem contabilizadas na análise global e as imperfeições locais puderem ser desprezadas (de acordo com a cláusula 7.3.4), poderá utilizar-se o método M3. Neste método é necessário verificar a resistência à encurvadura de elementos no plano e fora do plano com base nos esforços de 2ª ordem e o comprimento de encurvadura deve ser o associado ao modo de nós fixos. Por outro lado, se ambas as imperfeições globais e locais são incluídas na análise global assim como os efeitos de 2ª ordem no plano, apenas é necessário verificar a resistência à encurvadura de elementos fora do plano, com base nos esforços de 2ª ordem, a que corresponde o método M4. Por fim, se todos os efeitos de 2ª ordem, no plano e fora do plano, incluindo efeitos de torção, bem como as imperfeições globais e locais, no plano e fora do plano, forem incluídos na análise global, a verificação da resistência à encurvadura dos elementos pode ser desprezada (Método M5). No Quadro 2.4 apresenta-se um resumo das considerações dos diferentes métodos.

Métodos	Análise global da estrutura		Verificação da resistência à encurvadura de elementos		Verificação da	
	Imperfeições globais	Imperfeições locais	Efeitos de 2ª ordem	No plano	Fora do plano	resistência da secção transversal
M0	Х	Х	Х	Х	Х	Esforços de 1ª ordem
M1	Х	Х	X	Х	Esforços de 1ª ordem	Esforços de 1ª ordem
M2	V	Х	X	Esforços de 1ª ordem l <sub>0</sub> modo de nós fixos	Esforços de 1ª ordem l <sub>0</sub> modo de nós fixos	Esforços de 1ª ordem
M3	V	Х	X	Esforços de 2ª ordem l <sub>0</sub> modo de nós fixos	Esforços de 2ª ordem	Esforços de 2ª ordem
M4	V	V	No plano	Х	Esforços de 2ª ordem	Esforços de 2ª ordem
M5	V	V	V	Х	Х	Esforços de 2ª ordem

Quadro 2.4 – Métodos de análise

#### 2.4.2 Projeto através de análise avançada por elementos finitos

Como já foi referido anteriormente, o prEC3-1-14 será dedicado ao projeto assistido por análises por elementos finitos. Esta norma está organizada à semelhança dos restantes, sendo os três primeiros capítulos mais introdutórios e começando no capítulo 4 com as bases para o projeto e modelação. Segue-se o capítulo 5 que é dedicado à modelação, onde se definem recomendações sobre a modelação com diferentes tipos de elementos finitos, modelação de apoios e cargas, modelação do comportamento do material e a modelação das imperfeições. No capítulo 6 distinguem-se os diferentes tipos de análise e no capítulo 7 são fornecidas as regras necessárias para verificar e validar o modelo de elementos finitos. Por fim, no capítulo 8 apresenta-se diferentes metodologias de dimensionamento consoante o critério de estado limite que se pretende verificar. De seguida expõem-se as principais recomendações da norma referida.

No capítulo 4, o prEC3-1-14 começa por distinguir análises que exigem verificações de segurança posteriores, como as análises LA, LBA, GNA, GNIA e MNA, de análises em que a verificação de resistência é direta, como as análises MNA, GMNA e GMNIA. As regras fornecidas são diferentes consoante o tipo de análise e resultados definidos anteriormente. Além disso refere-se que no dimensionamento através de análises por elementos finitos não se deve obter aumentos significativos de resistência, a não ser que se comprove a fiabilidade do modelo

através de verificação e validação, de acordo com a secção 7, e que se cubra rodos os modos de rotura relevantes.

Passando ao capítulo dedicado à modelação, neste começa-se por referir a importância da escolha do tipo de elemento finito, que deve estar relacionada com a densidade da malha adotada, a complexidade da geometria e o método de análise para garantir que os resultados atendem aos requisitos de verificação e validação. Se se adotar o elemento de viga em problemas que envolvem fenómenos de torção, como por exemplo a encurvadura lateral-torsional, os elementos utilizados devem ser capazes de capturar o fenómeno da encurvadura (por exemplo, elementos com 7GDL). Ainda em relação à modelação com elementos viga, no Anexo C são fornecidas disposições para determinar o ponto em que ocorre a falha da secção transversal, através da aplicação de limites de deformação. No caso da adoção de elementos de casca, a norma refere que estes devem ter 5 ou 6 GDL em cada nó, e no caso de elementos sólidos, devem ter 2 ou 3 GDL em cada nó.

Em relação à consideração das imperfeições, o prEC3-1-14 indica que poderão ser aplicadas imperfeições geométricas e tensões residuais adicionais, ou imperfeições geométricas equivalentes que contabilizam todos os efeitos. Estas podem ser definidas no modelo de elementos finitos através das seguintes alternativas:

- Medição da forma da imperfeição do elemento estrutural (apenas permitido para imperfeições geométricas);
- Forma da imperfeição baseada em funções definidas na secção 5.4.4, ou modificação da configuração inicial da estrutura através de um deslocamento pré-definido (permitido para imperfeições geométricas e geométricas equivalentes);
- Com base numa numa análise elástica bifurcacional (LBA), em que a forma da imperfeição corresponde à forma do modo de falha esperado ou a uma combinação de modos (permitido para imperfeições geométricas e geométricas equivalentes).

Ao avaliar os possíveis modos de rotura, deve-se adotar a imperfeição mais condicionante (que poderia ocorrer de forma realista). Se a escolha deste modo mais desfavorável não for evidente, deve-se analisar várias formas e combinações de imperfeições. As regras para a formulação das combinações dependem do tipo de estrutura e são definidas a secção 5.5 do prEC3-1-14, onde se indica que no caso da consideração de imperfeições geométricas equivalentes que resultam de fenómenos diferentes (como imperfeições globais de pórticos, imperfeições de elementos e imperfeições da secção transversal), cada imperfeição deve ser definida com a respetiva amplitude e adicionada linearmente no modelo.

Focando agora no subcapítulo que define as imperfeições geométricas equivalentes, onde são classificadas nos seguintes grupos:

- Imperfeições geométricas equivalentes para estruturas globais (Exemplo: pórticos);
- Imperfeições geométricas equivalentes para elementos estruturais;
- Imperfeições geométricas para secções transversais (placas);
- Imperfeições geométricas para estruturas de casca.

A norma começa por referir que as imperfeições geométricas equivalentes para estruturas globais (pórticos) podem ser definidas de acordo com o EC3-1-1, que é exposto no presente documento no ponto 2.3.4. Também as imperfeições geométricas equivalentes de elementos estruturais podem ser determinadas com base no mesmo regulamento, ou então, em casos mais específicos o EC3-1-14 fornece outras expressões. No caso de se efetuar uma análise GMNIA em elementos estruturais sujeitos a encurvadura por flexão, as imperfeições geométricas equivalentes podem ter a forma de um arco ou um modo de instabilidade e o EC3-1-14 sugere a fórmula seguinte para o cálculo da amplitude máxima.

$$e_0 = \frac{\alpha L}{150}, \qquad \max e_0 \ge \frac{L}{1000}$$
 (2.4)

Onde:

L - comprimento do elemento,

 $\alpha$  – é o fator de imperfeição, obtido nas normas EC3-1-1 a EC3-1-4

Se pelo contrário, os elementos estruturais são suscetíveis à ocorrência de encurvadura lateral torsional, poderá usar-se a seguinte expressão.

$$e_0 = \alpha L \beta_{LT}, \qquad \max e_0 \ge \frac{L}{1000}$$
(2.5)

Onde:

 $\alpha$  – é o fator de imperfeição para encurvadura segundo o eixo de menor inércia, obtido nas normas EC3-1-1 a EC3-1-4;

 $\beta_{LT}$  – é a imperfeição relativa do arco de referência para a encurvadura lateral-torsional, de acordo com o quadro

Forma	B <sub>LT</sub>	
Arco	Combinação de 1/150 (meia onda sinusoidal) e 1/215 (onda sinusoidal completa)	
Modo de encurvadura	1/150	

Quadro 2.5 - Imperfeições geométricas equivalentes para encurvadura lateral-torsional (CEN, 2020b)

As orientações necessárias para verificar e validar o modelo são expostas no capítulo 7. Neste define-se validação como a comparação dos resultados numéricos com dados experimentais ou soluções conhecidas e reconhecidas como precisas, com o objetivo de demonstrar que o modelo captura de forma correta ou conservadora os fenómenos físicos a serem modelados. Já a verificação comprova que a solução numérica é uma boa aproximação da solução matemática exata.

O prEC3-1-14 indica que a primeira etapa deve ser o processo de verificação, e esta deve incluir (i) a verificação do erro de discretização da malha, isto é, que o tamanho da malha adotada e o tipo de elemento finito fornecem resultados precisos para o problema analisado, (ii) a verificação de sensibilidade dos parâmetros de entrada, apenas para modelos e dados de entrada para os quais não haja experiências anteriores, e (iii) análise de sensibilidade a imperfeições, apenas nos casos relevantes, ou seja, nos casos em que a resposta da estrutura é sensível ao tipo, forma e magnitude das imperfeições.

No processo de validação, a que corresponde a segunda etapa, deverá adotar-se um caso de benchmark para validar o modelo numérico e a sua aplicação (tipo de análise, critérios de estado limite, etc.). A norma refere ainda que, excluindo as situações em que se usa um método mais avançado de validação, a incerteza do modelo numérico e do tipo de análise deve ser contabilizada através de um fator do modelo ( $\gamma_{FE}$ ). O método de cálculo deste fator é fornecido no Anexo A e na Figura 2.9 apresenta-se as condições de aplicação do mesmo.



Figura 2.9 - Aplicação do fator de modelo (Adaptado de CEN, 2020b).

No capítulo 8 definem-se metodologias de dimensionamento para o estado limite último, estado limite de fadiga e estado limite de serviço. Começando pela verificação do estado limite último através de modelos de elementos finitos, a norma refere que esta deve ser efetuada através de uma das seguintes possibilidades:

- Projeto através de verificação de tensões, onde os problemas de estabilidade não são relevantes;
- Verificação da resistência plástica, onde os problemas de estabilidade não são relevantes;
- Verificação da resistência à encurvadura.

No caso da verificação da resistência à encurvadura, a norma indica que podem ser utilizadas as seguintes metodologias:

- Dimensionamento através de uma análise LA (ou MNA) e de uma análise LBA;
- Dimensionamento através de uma análise GNIA combinada com uma análise LBA;
- Dimensionamento através de uma análise GNIA combinada com verificação de tensão;
- Dimensionamento através de uma análise GMNIA.

No primeiro caso, a análise elástica linear (LA) ou a análise materialmente não linear (MNA) e a análise elástica bifurcacional (LBA) podem ser usadas em conjunto para determinar a esbelteza normalizada da estrutura relacionada com cada caso de carga, de acordo com:

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{R_{pl}}{R_{cr}}}$$
(2.6)

A resistência à encurvadura crítica elástica ( $R_{cr}$ ) deve ser determinada a partir de uma análise LBA relacionada com as cargas definidas. Deve ser considerado o menor valor próprio correspondente ao modo de rotura analisado. Já a resistência plástica ( $R_{pl}$ ) deve ser obtida através de uma análise MNA. A esbelteza normalizada calculada pode ser usada para determinar a resistência à encurvadura de acordo com as regras de EN 1993-1-1 a EN 1993-7.

No caso do dimensionamento através de uma análise GNIA combinada com uma análise LBA, estas podem ser usadas em conjunto para determinar as forças internas geometricamente não lineares, tensões e a esbelteza normalizada da estrutura. A norma refere ainda que este método é aplicável quando é necessário verificar vários modos de instabilidade, e apenas para modos no plano. Além disso, também é possível substituir a verificação dos diferentes modos de encurvadura por imperfeições geométricas equivalentes e realizar uma análise GNIA. Neste caso, a verificação à encurvadura deve ser efetuada através de verificações de tensões. De fato o princípio subjacente a este método consiste em admitir que a verificação de estabilidade pode ser substituída por uma análise geometricamente não linear com imperfeições de onde se obtém as forças ou tensões de segunda ordem, e que estas podem ser usadas como base para uma verificação das tensões usando as regras expostas nas partes 1 a 5 do EC3-1. No entanto, a norma indica que se as imperfeições ao nível dos elementos não forem totalmente incluídas na análise global, deverá ser verificada a estabilidade dos elementos individuais de acordo com os critérios das restantes normas. Pelo contrário, se estes efeitos estão completamente incluídos na análise global, então não é preciso verificar a estabilidade dos elementos no plano, contudo deve ser realizada uma verificação adicional de estabilidade fora do plano, de acordo com prEC3-1-1 – Método M4 (Figura 2.8).

O dimensionamento através de uma análise GNIA em conjunto com a verificação de tensão é semelhante ao caso anterior, embora neste se considera a modelação de todas as possíveis imperfeições associadas aos diferentes modos de instabilidade (encurvadura no plano e fora do plano juntamente com os modos de torção) e, portanto, a verificação de encurvadura pode ser completamente substituída por verificações de tensão de acordo com as restantes normas – Método M5 (Figura 2.8).
Por fim, o dimensionamento através de uma análise geométrica e materialmente não linear com imperfeições (GMNIA) pode ser usado para determinar o comportamento da estrutura, representado por uma curva carga-deslocamento. O prEC3-1-14 refere que podem ser utilizados os modos de instabilidade da estrutura para definir a forma das imperfeições geométricas equivalentes, no entanto, chama à atenção que nem sempre o modo a que corresponde o coeficiente crítico mais baixo é a fonte de imperfeições possíveis, de acordo com o que tem sido exposto.

# 3 MODELAÇÃO E ANÁLISE DO COMPORTAMENTO DE ELEMENTOS ISOLADOS

### 3.1 Introdução

Na modelação do comportamento de elementos isolados analisou-se uma viga simplesmente apoiada com um comprimento de 4,588 metros, constituída por um perfil IPE 300 em aço S235, submetida a uma carga vertical uniformemente distribuída de 60 kN/m. O elemento foi modelado com diferentes tipos de elemento finito com o objetivo de comparar a sua influência nos resultados obtidos. Adotou-se os elementos viga com 6 GDL, 7 GDL e elementos casca S4R, considerando um comportamento do material elástico perfeitamente plástico. Inicialmente modelou-se a viga impedindo as deformações fora do plano – modelação no plano, e posteriormente considerou-se que a viga não se encontra restringida lateralmente – modelação espacial. Foram efetuados os diferentes tipos de análise por ordem crescente de complexidade, desde uma análise elástica linear (LA) a uma análise geométrica e materialmente não linear com imperfeições (GMNIA).

### 3.2 Imperfeições

De acordo com o EC3-1-1(CEN, 2010) clausula 5.3.4(3), nos casos em que a estabilidade dos elementos é estudada através de uma análise de  $2^a$  ordem que tem em conta a encurvadura de um elemento fletido, poderá adotar-se um imperfeição ke<sub>0,d</sub>, em que e<sub>0</sub> é a amplitude da imperfeição inicial equivalente associada ao eixo de menor inércia do perfil. O valor recomendado é k=0,5.

A amplitude  $e_0$  é calculada com base na clausula 5.3.2(3)b), Quadro 5.1 e Quadro 6.2 do regulamento referido. Assim, para a viga com secção transversal constante, constituída por um perfil IPE 300, que apresenta uma relação h/b=2, uma espessura dos banzos inferior a 40mm e encurvadura em relação ao eixo de menor inércia (eixo z-z), adotou-se a curva de encurvadura b.

Definiu-se uma amplitude 1 igual ao valor da amplitude da imperfeição inicial equivalente calculada para uma análise plástica afetada do coeficiente k, e considerou-se mais dois níveis de amplitude, uma amplitude 2 igual a duas vezes o valor calculado e uma amplitude 3 igual a cinco vezes o valor calculado. Os valores obtidos são apresentados no Quadro 3.1.

IPE 300	IPE 300				
Curva de encurvadura	b				
e₀/L – Análise elástica	0,004				
e₀/L – Análise plástica	0,005				
e <sub>0</sub> (m) – Análise elástica	0,018				
e <sub>0</sub> (m) – Análise plástica	0,023				
<b>e</b> <sub>0</sub> ( <b>m</b> )	0,023				
k	0,5				
e <sub>0</sub> (m) – Amplitude 1	0,011				
e <sub>0</sub> (m) – Amplitude 2	0,022				
e <sub>0</sub> (m) – Amplitude 3	0,055				

Quadro 3.1 – Valores obtidos para a amplitude das imperfeições locais.

#### 3.3 Modelação no plano

Na análise de um elemento estrutural impedido de se deformar lateralmente, não ocorrem fenómenos de instabilidade, pelo que a resistência do elemento é a resistência da secção transversal. Por outro lado, como a viga não está submetida a esforços de compressão, a consideração do comportamento geometricamente não linear não provoca efeitos adicionais consideráveis. Assim, neste subcapítulo apenas será determinada a resistência plástica da viga através de uma análise MNA comparando com os resultados obtidos pela análise LA.

A malha de elementos finitos foi verificada através dos resultados obtidos na análise LA. No caso dos elementos viga determinou-se o momento fletor máximo (Quadro 3.2) comparando com o valor de referência de uma viga simplesmente apoiada que é obtido através da seguinte expressão:

$$M_{máx} = \frac{pL^2}{8} = \frac{60 \times 4,588^2}{8} = 157,873 \ kN.m \tag{3.1}$$

No caso do elemento de casca apresenta-se a verificação no Quadro 3.3, a qual foi realizada através do deslocamento vertical máximo, uma vez que, para obter o momento fletor num modelo com elementos finitos de casca é necessário integrar as tensões ao longo da secção. O valor de referência é obtido por:

$$U_{m \dot{a} x} = \frac{5pL^4}{384EI} = \frac{5 \times 60 \times 4,588^2}{384 \times 210 \times 10^6 \times 7999 \times 10^{-8}} = 0,0206 \, m \tag{3.2}$$

Momento fletor a meio vão (kN.m)							
Malha de elementos finitos (m)Valor de referênciaElemento vigaDiferença (%)							
0,10	157,873	157,724	-0,094				
0,05	157,873	157,836	-0,023				
0,01	157,873	157,872	-0,001				

Quadro 3.2 - Verificação da malha de elementos finitos do elemento viga.

Quadro 3.3 - Verificação da malha de elementos finitos do elemento casca.

Deslocamento vertical máximo (m)				
Malha de elementos finitos (m)	Valor de referência	Elemento casca	Diferença (%)	
0,10	0,0206	0,0245	18,932	
0,05	0,0206	0,0217	5,388	
0,01	0,0206	0,0216	4,951	

No caso do elemento viga, embora os erros obtidos sejam pequenos e se pudesse ter utilizado uma malha de elementos finitos menos refinada, adotou-se o espaçamento entre nós de 0,01 m, uma vez que, como se trata de um elemento simples, a exigência computacional é reduzida. No caso de elementos casca, com uma malha de 0,10 m já se obtém erros consideráveis, tendo-se adotado a malha mais refinada.

Efetuando uma análise de 1<sup>a</sup> ordem materialmente não linear, considerando um comportamento elástico-perfeitamente plástico introduzido no programa através da lei-constitutiva simplificada determinada em 2.3.2, obtém-se os mesmos resultados no elemento viga com 6 GDL e com 7GDL, convergindo a análise para um fator de carga (LPF) de 0,9. Já no modelo com elementos casca a análise não termina quando se atinge o momento plástico resistente da secção, pelo que se adota o critério de definir uma extensão máxima admissível para todos os tipos de elementos. De acordo com o EC3-1-14 pode tomar-se como referência uma extensão máxima de 5%. Assim, definindo uma extensão máxima de 5% nos diferentes modelos, obtém-se os momentos plásticos resistentes apresentados no Quadro 3.4. O valor de referência foi calculado através do módulo plástico de flexão da secção ( $W_{pl,y} = 602,1 \text{ cm}^3$ ) e de uma tensão de cedência de 236MPa, por se ter considerado esse valor na lei-constitutiva simplificada. Com os valores obtidos conclui-se que todos os elementos finitos fornecem resultados próximos do valor de referência, com diferenças inferiores a 0,2%.

Análise MNA	M <sub>Rd,pl</sub>	Valor de referência (kN m)	Diferença
Elemento viga (6GDL)	141,871	142,096	-0,16
Elemento viga (7GDL)	141,871	142,096	-0,16
Elemento casca	141,823	142,096	-0,19

Quadro 3.4 - Momento plástico resistente obtido nos diferentes modelos.

Traçando um gráfico momento – rotação da secção, do modelo com elemento viga, dos resultados da análise LA e da análise MNA (Figura 3.2), em que a rotação da secção é obtida através das extensões máximas, como ilustrado na Figura 3.1, verifica-se que na análise LA a reta ultrapassa o valor do momento resistente e, se tivesse sido colocada mais carga, a reta atingiria valores ainda superiores. Já na análise MNA, a curva é coincidente com a da análise LA até se atingir o momento elástico resistente, a partir do qual a secção começa a perder rigidez. Atingindo o  $M_{Rd,pl}$ , a curva mantém-se praticamente constante, crescendo muito a extensão da secção para um pequeno incremento da carga. Sobrepondo os resultados obtidos com elementos viga e com elementos casca conclui-se que todos os elementos analisados fornecem resultados semelhantes, como se pode observar pelo gráfico.



Figura 3.1 - Rotação da secção obtida através do diagrama de extensões da secção transversal.



Figura 3.2 - Curva momento-rotação.

Com os elementos casca, ao contrário dos elementos viga, é possível visualizar a evolução da plastificação da secção. Limitando os valores máximos e mínimos de extensão com o valor da extensão de cedência, verifica-se que se atinge este valor primeiro nos banzos para um LPF=0,82 (Figura 3.3). Aumentando a carga aplicada, a alma da secção vai plastificando progressivamente até se atingir a formação da rótula plástica, com um LPF=0,90, como se pode observar na Figura 3.4.



Figura 3.3 – Extensões normais da análise MNA para LPF=0,8192.



Figura 3.4 – Extensões normais da análise MNA para LPF=0,9011.

#### 3.4 Modelação tridimensional

Analisando agora a viga num modelo tridimensional, isto é, libertando a restrição da deformação lateral dos modelos anteriores, já há possibilidade de ocorrência de fenómenos de instabilidade. Por isso, foram realizadas as diferentes análises apresentadas no ponto 2.3.1 desde a análise mais simples, a análise LA, à análise mais sofisticada, a análise GMNIA. Utilizou-se os diferentes tipos de elementos finitos já considerados na modelação no plano. Efetuando uma análise LA, determina-se o momento fletor e o deslocamento vertical a meio vão, obtendo-se os valores apresentados no Quadro 3.5.

Quadro 3.5 - Resultados da análise elástica linear (LA).

Análise LA	Elemento viga (6GDL)	Elemento viga (7GDL)	Elemento casca
M (kN.m)	157,871	157,871	157,872
U2 (m)	0,0215	0,0215	0,0216

Na determinação dos modos de instabilidade, verificou-se os resultados comparando com os resultados obtidos no programa LTBeam (Anexo A), de modo a comprovar que as condições de apoio no modelo com elementos de casca foram bem definidas. No elemento viga com 7 GDL e no elemento de casca os resultados foram próximos aos obtidos pelo LTBeam (Quadro 3.6). Já no elemento viga com 6 GDL o coeficiente crítico obtido afasta-se dos restantes valores, o que era expectável, uma vez que este elemento é incapaz de captar o fenómeno de encurvadura.

Análise LBA	Elemento viga (6GDL)	Elemento viga (7GDL)	Elemento casca	LTBeam
Modo 1	0,618	0,873	0,860	0,868
Modo 2	1,438	3,244	3,127	3,255

Na Figura 3.5 ilustra-se o primeiro modo de instabilidade para cada um dos diferentes elementos. Repare-se, que tanto no elemento viga com 6 GDL como com 7 GDL a representação do modo de instabilidade não apresenta o fenómeno de encurvadura, no entanto, os coeficientes críticos são diferentes, pelo que, se conclui que o elemento de 7 GDL tem em conta o fenómeno de encurvadura lateral torsional na determinação do coeficiente crítico, embora na representação gráfica não se ilustre este fenómeno. Já no elemento casca a encurvadura é bem visível na representação do modo de encurvadura.



Figura 3.5 – Modo 1 obtido com o elemento a) viga de 6 GDL, b) viga de 7 GDL, c) casca.

Analisando o elemento considerando o comportamento geometricamente não linear, os resultados não se alteram significativamente em nenhum dos modelos, pois a viga não está comprimida. Além disso, esta análise não é capaz de capturar o fenómeno de encurvadura, pelo que a análise aplica a totalidade da carga e apresentam uma deformação essencialmente vertical. Para ser possível analisar o fenómeno de encurvadura no software, é necessário introduzir imperfeições no modelo, passando a uma análise GNIA. Como a forma do modo de instabilidade obtida nos diferentes elementos não é a mesma, as imperfeições foram introduzidas no modelo através de dois processos distintos, de acordo com o exposto no subcapítulo 2.4.2. Assim, introduziu-se as imperfeições com a forma do primeiro modo de instabilidade e, através da modificação da configuração inicial do elemento, aplicando um deslocamento lateral com a forma de um arco de amplitude máxima a meio vão, como se ilustra na Figura 3.6.



Figura 3.6 – Forma das imperfeições introduzidas a) deslocamento lateral inicial, b) com encurvadura lateral (modo de encurvadura do elemento casca).

Foram analisadas as amplitudes calculadas em 3.2. Com a introdução das imperfeições, a representação da deformada da viga já apresenta encurvadura lateral, em qualquer elemento finito adotado. Na Figura 3.7 apresenta-se as curvas LPF-UR1<sup>1</sup> com os resultados da análise GNIA com a introdução das imperfeições através do modo de instabilidade e na Figura 3.8 os mesmos resultados, mas com a forma da imperfeição introduzida através de um deslocamento lateral.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Rotação segundo o eixo longitudinal da peça



Figura 3.7 – Curva carga-rotação da análise GNIA com as diferentes amplitudes de imperfeição com forma do modo de instabilidade.



Figura 3.8 – Curva carga-rotação da análise GNIA com as diferentes amplitudes de imperfeição com forma de um deslocamento lateral.

Da análise das figuras e dos resultados obtidos, percebe-se que, nos modelos analisados, o elemento viga com 6 GDL fornece resultados bastante diferentes dos restantes elementos, sobrestimando as deformações. Comparando os resultados do elemento viga com 7 GDL e do elemento casca nas análises com a introdução da imperfeição através do modo de instabilidade, constata-se que as duas curvas são praticamente coincidentes para a amplitude 1 e 2, com a amplitude 3 da imperfeição, estas afastam-se. Pelo contrário, na Figura 3.8 verifica-se que qualquer que seja o valor da amplitude, as curvas destes dois elementos são coincidentes inicialmente, afastando-se ligeiramente a partir de um determinado LPF.

Pelo motivo explicado anteriormente, verifica-se que a forma da imperfeição introduzida através dos modos de instabilidade do elemento viga e do elemento casca não é a mesma. Reforçando a ideia pela Figura 3.9 em que se sobrepõem as análises GNIA com a amplitude 3 (por ser a que mais evidencia as diferenças entre os resultados) nos dois processos de introdução de imperfeições, constata-se que nos elementos viga os resultados são exatamente os mesmos e no elemento casca são diferentes. Assim, conclui-se que mesmo com coeficientes críticos diferentes para o elemento viga com 6 GDL e com 7 GDL, a forma do modo de instabilidade é igual e corresponde a um deslocamento lateral. Já com elementos casca conclui-se que a introdução da imperfeição com modo de instabilidade fornece resultados diferentes, uma vez que a forma desse modo corresponde à forma de uma viga com encurvadura lateral.



Figura 3.9 – Curva carga-rotação da análise GNIA com a amplitude 3 com os dois processos de introdução da forma da imperfeição.

Efetuando seguidamente as análises GMNIA para obter a resistência última dos elementos, com a introdução das imperfeições através de um deslocamento lateral inicial, obtém-se as curvas carga-rotação apresentadas na Figura 3.10, onde se comprova mais uma vez que se obtêm resultados semelhantes nos modelos com elementos viga de 7 GDL e com elementos casca, e resultados bastante diferentes no elemento viga de 6 GDL.



Figura 3.10 – Curva carga-rotação das análise GMNIA com as diferentes amplitudes e diferentes tipos de elementos finitos.

No Quadro 3.7 apresenta-se o fator de carga máximo para cada nível de amplitude e tipo de elemento finito. As diferenças são calculadas para os elementos viga assumindo que os resultados obtidos com os elementos casca são os corretos. Mais uma vez, as diferenças são bastante inferiores no elemento viga com 7 GDL em comparação ao elemento viga com 6 GDL, no entanto, em todos os casos estudados com este último elemento os fatores de carga obtidos são inferiores, e as deformações são superiores, portanto, obtém-se resultados do lado da segurança.

Quadro 3.7 – Fatores de carga máximos obtidos nas análises GMNIA com diferentes tipos de elementos finitos e amplitudes de imperfeição.

Análise GMNIA	Elemento casca	Elemento viga (6GDL)	Diferença <sup>2</sup> (%)	Elemento viga (7GDL)	Diferença <sup>2</sup> (%)
LPF – Amplitude 1	0,550	0,493	-11,56	0,555	0,90
LPF – Amplitude 2	0,482	0,442	-9,05	0,483	0,21
LPF – Amplitude 3	0,377	0,372	-1,34	0,376	-0,27

Se, com base nos fatores de carga máximos se determinar o momento máximo resistente de cada análise, multiplicando o LPF pelo momento máximo obtido na análise LA obtém-se os resultados apresentados no Quadro 3.8. Se se comparar estes valores com o momento resistente à encurvadura calculado através do método geral do EC3-1-1 (CEN, 2010), que é apresentado no Quadro 3.9 verifica-se que, com a amplitude 1 se obtém um momento resistente superior ao calculado pelas fórmulas do Eurocódigo, no entanto, nas restantes amplitudes o valor já é

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Diferença calculada em relação aos resultados obtidos com o elemento casca

inferior. Daqui se conclui a importância de seguir as recomendações das normas em vigor, isto é, se não tivesse sido considerado o coeficiente k=0,5, referido no ponto 3.2 do presente documento, no cálculo da amplitude da imperfeição ter-se-ia obtido um valor da imperfeição correspondente à amplitude 2, ora, nesse caso, o resultado final obtido teria sido um momento resistente inferior ao calculado pelas fórmulas simplificadas, o que não seria correto, além do mais, a geometria da viga analisada assim como as condições de fronteira e o carregamento, enquadram-se nos casos simples que se adaptam às fórmulas simplificadas, pelo que, seria de esperar que os resultados fossem semelhantes.

M <sub>b,Rd</sub> – GMNIA (Elemento casca)				
M – Análise LA (kN.M)	157,87			
M <sub>b,Rd</sub> – Amp 1 (kN.m)	86,83			
M <sub>b,Rd</sub> – Amp 2 (kN.m)	76,09			
M <sub>b,Rd</sub> – Amp 3 (kN.m)	59,52			

Quadro 3.8 – Momento resistente das análises GMNIA com diferentes amplitudes no modelo com elementos casca.

Quadro 3.9 - J	Determinação d	o momento re	esistente à	encurvadura	com base	e no método	geral d	o EC3-1	1-1.
----------------	----------------	--------------	-------------	-------------	----------	-------------	---------	---------	------

M <sub>b,Rd</sub> –	M <sub>b,Rd</sub> – EC3-1-1				
W <sub>pl,y</sub> (cm <sup>3</sup> )	602,10				
F <sub>y</sub> (MPa)	236				
γм1	1				
φlt	1,158				
Curva de	h				
encurvadura	5				
αlt	0,340				
M <sub>cr</sub> (kN.m)	137,020				
$\lambda_{LT}$	1,018				
λlt,0	0,200				
χlt	0,585				
M <sub>b,Rd</sub> (kN.m)	83,19				

Por fim, e como no elemento casca os resultados que se obtém são em termos de tensões, no Quadro 3.10 indica-se as tensões obtidas na extremidade esquerda e direita do banzo superior e inferior.

Nestes, verifica-se novamente uma grande diferença nos resultados do elemento viga com 6 GDL, uma vez que este não captura o fenómeno da encurvadura lateral-torsional. De facto, enquanto neste elemento o banzo inferior à esquerda está comprimido e à direita está tracionado, com elementos viga 7 GDL e elementos casca, o banzo inferior está completamente tracionado. Por outro lado, se no caso das tensões máximas o elemento viga de 7 GDL e o elemento casca apresentam resultados semelhantes, já nas tensões mínimas não se pode tirar a mesma conclusão.

Quadro 3.10 – Tensões nas extremidades esquerda e direita do banzo superior e inferior nos diferentes modelos analisados.

GMNIA – Amplitude 1	Elemento viga 6GDL Tensão S11 (MPa)	Elemento viga 7GDL Tensão S11 (MPa)	Elemento casca Tensão S11 (MPa)
Banzo superior - Esquerda	41,84	19,87	43,34
Banzo superior - Direita	-235,03	-235,02	-235,12
Banzo inferior - Esquerda	235,03	169,56	182,19
Banzo inferior - Direita	-41,84	152,53	150,43

GMNIA – Amplitude 2	Elemento viga 6GDL Tensão S11 (MPa)	Elemento viga 7GDL Tensão S11 (MPa)	Elemento casca Tensão S11 (MPa)
Banzo superior - Esquerda	124,08	234,94	235,46
Banzo superior - Direita	-235,02	-235,07	-235,20
Banzo inferior - Esquerda	235,02	178,43	196,78
Banzo inferior - Direita	-124,08	117,38	112,97

GMNIA – Amplitude 3	Elemento viga 6GDL Tensão S11 (MPa)	Elemento viga 7GDL Tensão S11 (MPa)	Elemento casca Tensão S11 (MPa)
Banzo superior - Esquerda	235,02	235,06	235,21
Banzo superior - Direita	-235,07	-235,13	-235,26
Banzo inferior - Esquerda	235,07	204,72	140,16
Banzo inferior - Direita	-235,02	56,10	108,90

## 4 MODELAÇÃO E ANÁLISE DO COMPORTAMENTO DE ESTRUTURAS

#### 4.1 Introdução

Neste capítulo apresenta-se a modelação e análise do comportamento de uma estrutura tridimensional, tendo sido analisado um exemplo desenvolvido no âmbito do comité técnico TC8 – Estabilidade da ECCS. Os resultados são comparados com resultados publicados de outros autores com o objetivo de validar o modelo. Distingue-se o benchmark 1 (Feldmann, M. e Nonn, J., 2019) e o benchmark 2 (Snijder, 2020). Os resultados destes autores apenas dizem respeito à estrutura analisada espacialmente, mas neste trabalho procedeu-se inicialmente a uma modelação no plano e seguidamente evoluiu-se para a modelação tridimensional.

#### 4.2 Caso de estudo

#### 4.2.1 Descrição do caso de estudo

A estrutura do caso de estudo 1 é constituída por quatro pilares com 3 m de altura, ligados no topo por quatro vigas também com 3 m de comprimento. As colunas são constituídas por perfis HEB 140 enquanto as vigas são perfis IPE 180. Na Figura 4.1 apresenta-se o esquema estrutural e as dimensões dos perfis.



Figura 4.1 – Estrutura caso de estudo 1 a) estrutura tridimensional b) medidas dos perfis IPE 180 e HEB 140 (Snijder, 2020).

Relativamente às condições de apoio, na base das colunas estão restringidos os deslocamentos em todas as direções e a rotação segundo o eixo dos pilares. A carga aplicada na estrutura é a seguinte:

- Fv = 96 kN;
- Fh = 8,35 kN;
- qv = 13 kN/m

#### 4.2.2 Imperfeições

Foram calculadas as imperfeições geométricas equivalentes para a análise global de pórticos de acordo com o exposto no ponto 2.3.4 do presente documento. Adotou-se três níveis de imperfeições diferentes, a amplitude 1 corresponde ao deslocamento no topo do pilar obtido com o valor calculado pela expressão 2.1, uma amplitude 2 e 3 igual a duas e cinco vezes o valor da amplitude 1, respetivamente. No Quadro 4.1 apresenta-se os valores obtidos.

Quadro 4.1 -	Amplitude da	imperfeição global.
~ ~	1	1 3 0

$\Phi_0$	0,005
$\alpha_{\rm h}$	1
h (m)	3
$\alpha_{ m m}$	0,870
m	2
Φ	0,0043
<b>δ1</b> (m)	0,0130
<b>δ2</b> (m)	0,0260
<b>δ3</b> (m)	0,0650

#### 4.2.3 Modelação no plano

De modo a avaliar o comportamento da estrutura impedindo a deformação fora do plano, analisou-se um dos pórticos num modelo a duas dimensões. Adotou-se o elemento viga com 3 GDL e uma malha de elementos finitos de 0,01 m. A carga aplicada foi de 40 vezes a indicada na descrição do caso de estudo, com o objetivo de levar a estrutura à rotura. Na Figura 4.2 indica-se a nomeação dos elementos estruturais e a orientação das barras.



Figura 4.2 – a) Nomeação dos elementos estrruturais e b) orientação das barras.

Efetuou-se uma análise elástica linear (LA) para determinar os esforços elásticos de 1<sup>a</sup> ordem, tendo-se obtido os valores apresentados no Quadro 4.2. O pórtico deforma segundo um modo global com deslocamentos laterais, como seria de esperar uma vez que tem carga horizontal aplicada, com um deslocamento máximo no topo dos pilares de 0,789 m. Na Figura 4.3 ilustrase a deformada do pórtico.

Análise elástica linear (LA)			
Elemento	Nó	N (kN)	MZ (kN.m)
Dilan D1	1	-4286	0
Pliar P1 –	2	-4286	-257
	2	-4954	-257
Viga V1	Máximo	-4954	-446,1
	3	-4954	741,6
Dilon D2	3	-249,1	741,6
Fliar F2 –	4	-249,1	0



Figura 4.3 – Deformada do pórtico obtida na análise LA.

A determinação das cargas críticas e correspondentes modos de instabilidade é realizada através de uma análise elástica bifurcacional (LBA). Na Figura 4.4 apresenta-se o modo 1 e 2 a que correspondem o modo de nós móveis e o modo de nós fixos, respetivamente. Os modos obtidos apresentam cargas críticas elevadas se se tiver em conta que foi aplicada uma carga 40 vezes superior à carga proposta no benchmark, além disso, o modo 2 está muito distante do modo 1 (a carga crítica do modo 2 é cerca de sete vezes superior à carga crítica do modo 1). Por este motivo, pode-se concluir à partida que o modo 1 será o condicionante para a consideração da forma das imperfeições.



Figura 4.4 – a) Primeiro modo de instabilidade e b) segundo modo de instabilidade.

Considerando agora o comportamento geometricamente não linear, ainda sem a introdução das imperfeições, realizou-se uma análise GNA de modo a obter os esforços elásticos de 2ª ordem. A análise convergiu para um fator de carga 0,1258, próximo do valor da carga crítica do 1ª modo de instabilidade. Traçando uma curva carga-deslocamento (Figura 4.5), considerando o deslocamento no topo do pilar P1 (Nó 2), com os valores obtidos na análise LA e GNA, verifica-se que as análises apresentam um comportamento de acordo com o expetável e apresentado na figura 2.1.



Figura 4.5 – Curva carga-deslocamento no nó 2 da análise LA e GNA.

Passando à inclusão das imperfeições na análise, esta foi efetuada considerando que a forma das imperfeições é a forma do modo de instabilidade 1, isto é, o modo global com deslocamentos laterais (Figura 4.4a)). Neste caso, como se trata de uma modelação no plano de um pórtico simples, é evidente a escolha do modo expetável de rotura. Assim, a análise GNIA efetuada com a introdução do modo de instabilidade 1, convergiu para um fator de carga de 0.1251, 0.1246 e 0.1221, para as amplitudes 1, 2 e 3 respetivamente. De seguida apresenta-se na Figura 4.6 a curva carga-deslocamento para as análises efetuadas, que, como expetável convergem para o coeficiente crítico do modo 1.



Figura 4.6 – Curva carga-deslocamento no nó 2 das análises LA, GNA e GNIA com diferentes amplitudes.

Da curva carga-deslocamento com as análises efetuadas, conclui-se que a introdução das imperfeições é desfavorável para a resposta da estrutura, tanto mais quanto maior a amplitude da imperfeição.

Efetuando agora uma análise de 1ª ordem, mas com a consideração da não-linearidade do comportamento do material, analisa-se o pórtico considerando as duas leis-constitutivas simplificadas apresentadas na Figura 2.4. Na Figura 4.7 apresenta-se o diagrama de tensões normais no banzo inferior ao longo da viga, resultante de uma análise elástica linear para um fator de carga de 0,064 e de 0,096, por ser o LPF máximo das análises materialmente não lineares com comportamento elástico perfeitamente plástico e comportamento elasto-plástico com endurecimento, respetivamente. Na Figura 4.8 apresenta-se o mesmo diagrama, mas com a consideração das diferentes leis-constitutivas adotadas para o material.



Figura 4.7 – Tensões normais no banzo inferior ao longo da viga V1 da análise LA.



Figura 4.8 – Tensões normais no banzo inferior ao longo da viga considerando a plasticidade do aço.

Comparando as tensões obtidas com a consideração da não-linearidade material com as obtidas ao considerar um comportamento elástico linear, verifica-se que as tensões obtidas neste último ultrapassam a tensão de cedência do material na secção mais esforçada. Pelo contrário, na Figura 4.8 constata-se que se se considerar a plasticidade do material, quando se forma uma rótula plástica ocorre uma distribuição de esforços para as secções que ainda não plastificaram, ocorrendo um patamar de cedência no diagrama de tensões da viga, patamar este que é maior no comportamento elástico perfeitamente plástico do que com a consideração do endurecimento do aço, o que seria de esperar, uma vez que a consideração do endurecimento do aço permite aumentar a tensão última. As tensões máximas ocorrem para x=0,87 m e para x=3,00 m, aos quais correspondem o nó 390 e o nó 3, respetivamente. Como o nó 3 é o nó da ligação com o pilar com a viga, optou-se por analisar o nó imediatamente antes, ou seja, para x=2.99 m, a que corresponde o nó 602.

Na Figura 4.9 traça-se a curva LPF-rotação com os dois comportamentos do material adotados, nos nós onde ocorre as tensões máximas, de modo a perceber quando se forma a rótula plástica. Considerando um comportamento elástico perfeitamente plástico a primeira rótula plástica forma-se para um LPF=0,051 e a segunda, que dita o colapso do pórtico, forma-se para um LPF=0,064. Ao considerar o endurecimento do aço, a primeira rótula plástica forma-se para um LPF=0,083 e a segunda para um LPF=0,097.



Figura 4.9 – Curva LPF rotação da análise MNA nas duas secções mais esforçadas com um comportamento a) elástico perfeitamente plástico, b) elasto-plástico com endurecimento

Por fim, realiza-se uma análise GMNIA apenas com a consideração da amplitude 1 de imperfeição, mas com os dois comportamentos do material considerados. Na Figura 4.10 apresenta-se as curvas LPF-rotação para os nós com as tensões máximas, onde se constata que, comparativamente aos resultados da análise MNA, na análise GMNIA apenas se forma a primeira rótula plástica no caso do comportamento sem endurecimento, para um fator de carga de 0,037 e, no comportamento com endurecimento nem se atinge a formação da primeira rótula plástica. Assim se conclui que o colapso se dá por instabilidade.



Figura 4.10 – Curva LPF rotação da análise GMNIA nas duas secções mais esforçadas com um comportamento a) elástico perfeitamente plástico, b) elasto-plástico com endurecimento

Analisando as curvas carga-deformação de todas as análises, verifica-se que o comportamento das curvas é semelhante ao expetável (Figura 2.1). Na Figura 4.11 apresenta-se as curvas com a consideração do comportamento elástico-perfeitamente plástico e na Figura 4.12 com o comportamento elasto-plastico com endurecimento, com os quais se obteve um fator de carga último de 0,039 e 0,041, respetivamente. Nestas curvas verifica-se que a análise MNA segue a curva da análise LA até se atingir a tensão de cedência. A curva da GNA afasta-se logo da curva LA porque neste caso os efeitos de 2ª ordem são consideráveis. A curva GNIA é praticamente paralela à curva GNA, no qual o seu distanciamento se deve à introdução das imperfeições. A curva GMNIA segue a curva GNIA até se atingir a tensão de cedência e termina quando se dá o colapso da estrutura.



Figura 4.11 – Curva carga-deformação das diferentes análises com um comportamento elástico perfeitamente plástico.



Figura 4.12 – Curva carga-deformação das diferentes análises com um comportamento elasto-plástico com endurecimento.

#### 4.2.4 Modelação tridimensional

Depois de analisar o pórtico no plano, passa-se à análise da estrutura tridimensional, com a qual se pretende validar o modelo comparando com resultados conhecidos. A estrutura foi analisada por diferentes autores, nomeadamente o benchmark 1 (Feldmann, M. e Nonn, J., 2019) e o benchmark 2 (Snijder, 2020). No benchmark 1 (Feldmann, M. e Nonn, J., 2019) a estrutura foi analisada no programa de cálculo ANSYS com elementos viga e no programa de cálculo Abaqus com elementos finitos sólidos, já no benchmark 2 (Snijder, 2020) a estrutura foi modelada com elementos finitos de casca, mas não se indica o programa de cálculo utilizado. No benchmark 1 são apresentados os resultados de dois modos de instabilidade e respetivos coeficientes críticos, e a curva carga-deslocamento de uma análise de 2ª ordem com imperfeições, os quais se encontram no Anexo B do presente documento. Pelo contrário, no benchmark 2 apenas é indicado o fator de carga último, isto é, o fator de carga de uma análise GMNIA, apresentado no Anexo C do presente documento. No presente trabalho a estrutura foi analisada através de um modelo com elementos finitos viga com 6 GDL e de um modelo com elementos de casca S4R e adotou-se um comportamento elástico perfeitamente plástico para o material. Na modelação espacial do caso de estudo aplicou-se 10 vezes a carga inicialmente proposta, de modo a levar a estrutura à rotura. Foi adotada uma malha de elementos finitos com a dimensão de 1 cm, tanto em elementos casca como viga.

#### Modelo com elementos viga

Na modelação com elementos viga nomeou-se os elementos e definiu-se a orientação das barras como ilustrado na Figura 4.13.



Figura 4.13 – a) Nomeação dos elementos estruturais e b) orientação das barras.

Iniciando com uma análise LA, na qual a estrutura se deforma segundo a direção das forças horizontais aplicadas (direção X), com um deslocamento horizontal máximo no topo dos pilares de 19,7 cm.

Os modos de instabilidade são obtidos através de uma análise LBA, e são apresentados os modos globais na Figura 4.14. O primeiro modo é um modo de flexão segundo o eixo de menor inércia, o segundo modo é um modo de torção e o terceiro modo é um modo de flexão segundo o eixo de maior inércia. Comparando com os coeficientes críticos apresentados no benchmark 1 (Anexo B), obtém-se as diferenças apresentadas no Quadro 4.3.



Figura 4.14 – Modos de instabilidade obtidos no modelo com elementos viga: a) Modo 1, b) Modo 2 e c) Modo 9.

Coeficientes críticos			
Modo	Benchmark 1	LBA	Diferença (%)
1	2,004	1,988	-0,80
2	2,734	2,654	-3,01

Quadro 4.3 - Comparação dos coeficientes críticos obtidos na análise LBA com os valores do Benchmark 1.

Com a consideração dos efeitos de 2<sup>a</sup> ordem na análise, a estrutura deforma segundo a direção X, convergindo a análise para um fator de carga de 3,19 com um deslocamento máximo no topo dos pilares de 27,1 cm, o que resulta num acréscimo de 38% no deslocamento máximo para menos de 1/3 da carga aplicada, com o qual se comprova a importância dos efeitos de 2<sup>a</sup> ordem em estruturas suscetíveis de instabilizar.

A introdução das imperfeições no modelo é efetuada considerando a forma dos modos de instabilidade da análise LBA. Embora a estrutura deforme segundo a direção X o modo de instabilidade com o coeficiente crítico mais baixo é um modo com deformação segundo Y, no entanto os modos são próximos uns dos outros. Por este motivo, e de acordo com o exposto no EC3-1-14 (CEN, 2020B), quando não é obvio o modo de rotura condicionante, devem ser avaliados vários modos. Assim, introduziu-se as imperfeições com o modo 1 (flexão segundo Y) e o modo 9 (flexão segundo X) na análise GNIA, de onde se obteve fatores de carga de 1,83, 1,74 e 1,52 para os três níveis de amplitude com o modo 1 e, fatores de carga de 2,25, 2,14 e 1,86 com o modo 9. Na Figura 4.15 ilustra-se as curvas carga deslocamento com a introdução do modo 1 e na Figura 4.17 com a introdução do modo 9, com as quais se conclui que o modo 1 é condicionante.



Figura 4.15 – Curvas carga-deslocamento com a introdução das imperfeições através do modo de instabilidade 1.



Figura 4.16 - Curvas carga-deslocamento com a introdução das imperfeições através do modo de instabilidade 9.

Na análise materialmente não linear analisa-se a formação de rótulas plásticas na estrutura. Traçando uma curva LPF-rotação nas secções mais esforçadas conclui-se que o colapso plástico da estrutura ocorre com a formação duas rótulas plásticas na viga V1 e duas rótulas plásticas na viga V3. Como a estrutura e o carregamento são simétricos, a viga V1 e V3 apresentam a mesma distribuição de tensões, assim, retirou-se os dados relativamente à viga V1, na secção de momento máximo positivo (x=0,87 m – nó 819) e de momento máximo negativo (x=2,99 m– nó 607). Da Figura 4.17 conclui-se que as duas primeiras rótulas plásticas se formam simultaneamente na viga V1 e V3 sobre o apoio para um fator de carga de 0,20 e, as segundas rótulas plásticas formam-se na secção de x=0,87 m para um fator de carga de 0,26, o que dita o colapso da estrutura.



Figura 4.17 - Curva LPF-rotação nas secções mais esforçadas da viga V1.

Efetuando agora uma análise GMNIA compara-se os resultados obtidos com a introdução dos dois modos de instabilidade sobrepondo as curvas carga-deslocamento com as diferentes amplitudes (Figura 4.18). Pelo gráfico conclui-se que, no caso da menor amplitude (amplitude 1), as curvas são coincidentes e atinge-se o mesmo fator de carga (LPF=1,398), assim, para este nível de amplitude a forma da imperfeição não tem influência no resultado. Pelo contrário, à medida que se aumenta a amplitude da imperfeição constata-se que as curvas com a introdução do modo 9 se afastam, conduzindo a fatores de carga superiores, concluindo-se que a introdução do modo 1 como forma da imperfeição é a situação condicionante. Na Figura 4.19 apresenta-se o modo de rotura com a amplitude 1 de imperfeição, que é idêntico nos dois casos.



Figura 4.18 – Cuvra LPF-deslocamento em x das análises GMNIA com a introdução dos dois modos de instabilidade.



Figura 4.19 – Modo de rotura da análise GMNIA com a amplitude 1 de imperfeição.

Sobrepondo os resultados das diferentes análises num gráfico carga-deslocamento apresentado na Figura 4.20, verifica-se que o comportamento das curvas não está exatamente de acordo com o expectável (Figura 2.1). Começando pelas curvas das análises GNA e MNA onde seria expetável que o comportamento geometricamente não linear só tivesse influência para um fator de carga superior ao do colapso plástico, constata-se que nos resultados obtidos para a estrutura em análise isso não ocorre. De facto, a curva GNA afasta-se logo da curva LA, muito antes da MNA se afastar da LA. Isto ocorre porque a estrutura analisada é muito sensível aos efeitos de  $2^a$  ordem ( $\alpha_{cr} < 3$ ) e, à medida que se considera as cargas aplicadas na estrutura deformada, o deslocamento no topo dos pilares aumenta consideravelmente, comparando com o deslocamento numa análise LA, para o mesmo fator de carga.

Em relação às curvas das análises GNA e GNIA, no gráfico do comportamento expetável, estas afastam-se logo uma da outra pelo facto da análise GNIA começar com uma deformação inicial, o que não acontece na Figura 4.20. Isto ocorre, pois, na análise GNA a estrutura deforma segundo a direção X, que é a direção das forças horizontais aplicadas, no entanto, com a introdução das imperfeições segundo a sua direção mais desfavorável (direção Y), passa a ser dominante a flexão segundo a direção Y. Como a curva carga-deslocamento apresentada diz respeito à deformação segundo X, é como se nessa direção não houvesse introdução de uma imperfeição inicial e, assim, a curva da análise GNIA segue o caminho da curva da análise GNA até se atingir o coeficiente crítico do modo 1, e consequente colapso da estrutura. Pelo mesmo motivo, a análise GMNIA também segue o caminho da análise GNA até atingir a carga última da estrutura.



Figura 4.20 – Curvas carga-deslocamento em x das diferentes análises realizadas.

Comparando o fator de carga último obtido na análise GMNIA com a amplitude 1 de imperfeição (LPF=1,398) verifica-se que este valor é superior ao obtido no benchmark 2 (LPF=1,154), contudo, neste benchmark a estrutura foi modelada com elementos casca.

#### Modelo com elementos casca

Na modelação com elementos casca, consideraram-se enrijecedores nos pilares, com as dimensões indicadas no benchmark 1 (Anexo B). As vigas V1 e V3 são rigidamente ligadas aos banzos das colunas e as vigas V2 e V4 à alma das colunas. A carga distribuída  $q_v$  foi aplicada como uma pressão no banzo superior das vigas e, a carga  $F_h$  como uma pressão numa área de 0,172m x 0,140m no banzo do pilar. Já a carga vertical  $F_v$  foi aplicada como uma carga distribuída na secção transversal do topo do pilar. Na Figura 4.21 ilustra-se a aplicação das cargas e colocação dos enrijecedores.



Figura 4.21 - Aplicação das cargas no modelo com elementos casca.

Da análise elástica linear obtém-se um deslocamento máximo no topo dos pilares de 22,9 cm, superior ao obtido com elementos viga. Por o valor ser um pouco diferente e, de forma a despistar erros no modelo, analisa-se as reações no apoio do pilar P3 nos dois modelos (Quadro 4.4) e a distribuição de tensões na viga V1 e no pilar P3 (Figura 4.22). Em relação às reações de apoio, as diferenças entre os dois modelos são pequenas, o que permite concluir que as cargas aplicadas no modelo casca estão de acordo com as aplicadas no modelo viga. Já na Figura 4.22 percebe-se que a distribuição de tensões é semelhante nos dois modelos.

Quadro 4.4 – Comparação das reações de apoio no pilar P3 no modelo com elementos viga e no modelo com elementos casca.

Reações de apoio – Pilar P3				
Elemento finitoRFv (kN)RFh (kN)				
Viga	1433,500	62,265	12,757	
Casca	1424,050	61,070	12,151	
Diferença (%)	-0,66	-1,96	-4,99	



Figura 4.22 – Distribuição de tensões a) ao longo da viga V1, b) ao longo do pilar P3.

Efetuando uma análise LBA para determinar os modos de instabilidade verifica-se, que nos modos globais de flexão ocorre encurvadura lateral nas vigas, pelo que, os coeficientes críticos obtidos são inferiores aos obtidos no modelo com elementos viga. Na Figura 4.23, apresenta-se os modos obtidos onde se pode constatar a encurvadura das vigas V1 e V3 no modo 1 e, encurvadura nas vigas V2 e V4 no modo 3. No Quadro 4.5 calculam-se as diferenças dos coeficientes críticos obtidos com os indicados no benchmark 1 na modelação com elementos sólidos.



Figura 4.23 – Modos de instabilidade obtidos no modelo com elementos casca: a) Modo 1, b) Modo 2, c) Modo 3.

Quadro 4.5 – Comparação dos coeficientes críticos obtidos na análise LBA com os v	valores do Benchmar	ck 1
---	---------------------	------

Coeficientes críticos			
Modo	Benchmark 1	LBA	Diferença (%)
1	1,686	1,690	0,24
2	2,835	2,619	-8,25

Introduzindo o comportamento materialmente não linear na análise verifica-se que a análise converge para um fator de carga de 3,055 com um deslocamento no topo dos pilares de 113,4m o que não é realista, acontecendo o mesmo que se constatou na modelação da viga com elementos casca (Capítulo 3), isto é, que a análise não termina com a formação do mecanismo de colapso.

Analisando as curvas carga-deslocamento do modelo com elementos viga e com elementos casca, verifica-se que no modelo casca a curva da análise MNA se afasta da curva elástica linear antes da análise MNA com elementos viga (Figura 4.24). Isto ocorre porque a zona da ligação vai plastificando lentamente no modelo com elementos casca, ao contrário do que sucedia com elementos viga, na qual a formação da rótula plástica junto ao apoio é praticamente instantânea. Na Figura 4.25 observa-se a formação da terceira e quarta rótula plástica no vão das vigas V1 e V3, para um LPF=0,24.



Figura 4.24 – Curvas carga-deslocamento das análises LA e MNA nos modelos com elementos viga e elementos casca.



Figura 4.25 – Gráfico de extensões normais ao longo da estrutura ppara um LPF=0,24.

Introduzindo as imperfeições e o comportamento geometricamente não linear, analisou-se os modos globais segundo X (Modo 1) e segundo Y (Modo 3)<sup>3</sup>. Na Figura 4.26, onde se representa as curvas carga-deslocamento das análises referidas verifica-se, como seria de esperar, que com a introdução das imperfeições com a forma do modo 1 (direção Y), a curva segue o mesmo andamento da curva da análise GNA uma vez que o deslocamento plotado é na direção X. Já com a introdução do modo 3, a curva afasta-se inicialmente uma vez que foi introduzida uma imperfeição com a direção do deslocamento plotado. No entanto, a análise GNIA com a introdução do modo 1 deveria afastar-se ao chegar ao coeficiente crítico desse mesmo modo, o que não acontece. Além disso, a análise GNIA com o modo 3 atinge um fator de carga superior ao da análise GNA, o que também não faz sentido.



Figura 4.26 - Curvas carga-deslocamento em x das análises GNA e GNIA.

Se às análises anteriores se adicionar o comportamento do material elástico perfeitamente plástico, obtém-se a curva carga deslocamento apresentada na Figura 4.27. Nesta constata-se, ao contrário do que acontecia no modelo com elementos viga, que a forma do modo 3 é condicionante para a introdução das imperfeições (LPF=1,050). Por outro lado, se se comparar o fator de carga obtido com a introdução do modo 1 (LPF=1,166) com o obtido no benchmark 2 (Anexo B) obtém-se um erro de 1%. No entanto, no benchmark não são fornecidas informações suficientes que permitam a validação do modelo, como por exemplo, a forma e amplitude das imperfeições, se foram consideradas imperfeições geométricas equivalentes ou imperfeições geométricas e tensões residuais e ainda a lei-constitutiva do material adotada.

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> O modo 3 do modelo com elementos casca corresponde ao modo 9 do modelo com elementos viga.



Figura 4.27 – Curvas carga-deslocamento em x das análises GMNIA com a introdução do modo 1 do modo 3.

## **5 CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS**

#### 5.1 Conclusões

O projeto através de análise avançada por elementos finitos ganha novas possibilidades com o surgimento de um novo eurocódigo específico sobre este tema. Com um modelo verificado e validado e com a aplicação de um fator de segurança que tem conta as incertezas do modelo e do tipo de análise, é possível dimensionar uma estrutura com os resultados obtidos de uma análise geométrica e materialmente não linear com imperfeições (GMNIA). Contudo, é inevitável que o projetista possua experiência na análise por elementos finitos e, conhecimentos sólidos do comportamento de encurvadura de estruturas de modo a avaliar rigorosamente a introdução das imperfeições mais desfavoráveis.

Dos casos de estudo analisados conclui-se que uma análise MNA com elementos finitos de casca não termina com a formação da última rótula plástica, sendo necessário aplicar um critério de definição de uma extensão máxima admissível, já referido no EC3-1-14.

Em relação ao gráfico indicado na EN 1993-1-14 onde se indica o comportamento expetável das curvas carga-deformação dos diferentes tipos de análise conclui-se que, nem sempre se obtêm resultados de acordo com o apresentado no gráfico. Por exemplo, numa estrutura suscetível aos efeitos de 2ª ordem espera-se que a curva da análise GNA se afaste da curva da análise LA inicialmente, uma vez que a consideração das cargas a atuar na configuração deformada da estrutura provoca efeitos não desprezáveis na deformação da estrutura. Além disso, enquanto numa análise 2D a deformação da estrutura com e sem a consideração das imperfeições se dá no mesmo plano, numa análise 3D isto pode não acontecer. Repare-se no caso de estudo analisado no capítulo 4, onde, na modelação espacial se constatou que, embora a estrutura perfeita se deforme segundo a direção das forças horizontais aplicadas (direção X), que neste caso corresponde à direção de menor inércia dos pilares, a introdução de uma imperfeição geométrica na direção de menor inércia dos pilares é condicionante, levando a que a estrutura se deforme na direção Y. Pelo que, se conclui, que numa análise 3D a relação entre as curvas carga-deformação das diferentes análises depende bastante da direção da imperfeição imposta comparando com a direção da deformação plotada.

Por outro lado, enquanto na análise 2D do pórtico não houve dúvidas na direção das imperfeições a considerar, na análise 3D a dificuldade da avaliação da direção das imperfeições mais desfavoráveis cresce bastante, tendo sido necessário avaliar mais do que um modo.
Outro aspeto fundamental que se conclui com a presente dissertação é a importância da escolha do tipo de elemento finito e a influência na sua escolha nos resultados obtidos. Aliás, quando se efetuou a análise da estrutura com o elemento finito de viga com 6 GDL a introdução das imperfeições através do modo 1 de instabilidade é condicionante, ao contrário dos resultados obtidos com elementos finitos de casca, onde o modo 3 foi condicionante. Para despistar o resultado correto seria necessário validar corretamente o modelo. Embora a adoção do exemplo desenvolvido no âmbito do comité técnico TC8 – Estabilidade da ECCS tivesse como objetivo a validação do modelo, este aspeto não foi conseguido. Por exemplo, se se comparar os resultados do modelo com elementos casca do benchmark 2 (Snijder, 2020), nomeadamente o coeficiente último com a introdução do modo 1, obtém-se um erro de 1%, no entanto, este facto não é suficiente para validar o modelo, uma vez que os resultados são muito sensíveis à forma e amplitude das imperfeições, assim como do comportamento do material adotado, e o benchmark carece dessas informações.

Assim, embora no modelo com elementos casca com a introdução do modo 3 se tenha obtido um coeficiente último inferior ao indicado no benchmark 2, e, por isso, do lado da insegurança, o resultado do benchmark 2 poderá ter sido obtido também com este modo, mas com a consideração de amplitudes de imperfeição menores e/ou com a consideração do endurecimento na lei-constitutiva adotada para o material. Pelos motivos explicados, não foi possível validar o modelo do caso de estudo adotado no Capítulo 4.

#### 5.2 Trabalhos futuros

Como trabalhos futuros sugere-se a evolução para pórticos de edifícios de múltiplos andares. A ideia seria realizar todo o dimensionamento com os métodos do novo prEC3-1-1 (CEN, 2020a), comparando com os resultados obtidos numa análise GMNIA num modelo validado. Além disso, sugere-se a avaliação dos resultados obtidos com a aplicação do fator de segurança do modelo ( $\gamma_{FE}$ ).

Uma questão que necessita de ser avaliada é as combinações de imperfeições, pelo que se sugere um trabalho neste âmbito, isto é, explorar fatores de combinação de diversos tipos de imperfeições a considerar na análise global que permitam obter resultados seguros e ao mesmo tempo realistas.

Outro aspeto que deverá ser avaliado futuramente é a diferença obtida na carga última da estrutura considerando imperfeições geométricas mais tensões residuais ou considerando imperfeições geométricas equivalentes.

## **REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

- ABAQUS User's manual (2016). Dassault Systèmes Simulia Corp, USA
- Baptista, A. M., Muzeau, J. P. (1999). "Influência da modelação da lei constitutiva dos aços na análise elasto-plástica de estruturas metálicas". II Encontro nacional de Construção Metálica e Mista
- Boissonmade, N., Somja, H. (2012). "Influence of Imperfections in FEM Modelling of Lateral Torsional Buuckling". Annual Stability Conference, Structural Stability Research Council, Gravepine, Texas.
- CEN. (2006). Eurocódigo, NP EN-1993-1-1:2010. "Eurocode 3: Design of steel structures -Parte 1-5: Plated structures". Comité Europeu da Normalização, de Bruxelas, Bélgica
- CEN. (2010). Eurocódigo, NP EN-1993-1-1:2010. "Eurocódigo 3: Projeto de estruturas de aço-Parte 1-1: Regras gerais e regras para edifícios". Comité Europeu da Normalização, de Bruxelas, Bélgica
- CEN. (2020a). Eurocódigo, NP EN-1993-1-1:2020. "Eurocode 3: Design of steel structures -Part 1-1: General Rules and Rules for Buildings". Comité Europeu da Normalização, de Bruxelas, Bélgica.
- CEN. (2020b). Eurocódigo, NP EN-1993-1-14:2020. "Eurocode 3: Design of steel structures-Parte 1-14: Design assisted by finite elements analysis". Comité Europeu da Normalização, de Bruxelas, Bélgica.
- Dias da Silva, V. (2013). "Mecânica e resistência dos materiais". Coimbra, Portugal.
- ECCS (1984). Ultimate Limit State Calculation of Sway Frames with Rigid Joints, Publicação Nº 33 Bruxelas, Bélgica.
- ECCS (2008). Buckling of steel shells European design recomendation, Publicação Nº 125 Bruxelas, Bélgica
- Feldmann, M., Nonn, J. (2019). "Example 3D Frame". ECCS TC8 Stability. RWTH AACHEN University, Alemanha.

- Gonçalves, R., Camotim, D. (2005). "On the incorporation of equivalent member imperfections in the in-plane design of steel frames". Journal of Constructional Steel Research, Vol. 61, pp. 1226-1240.
- Marques, L., L. Simões da Silva, et al. (2010). "Métodos avançados de análise por elementos finitos para verificação da estabilidade de estruturas metálicas". VII Congresso de Construção Metálica e Mista.
- MIT Documentation@ (2021). https://abaqusdocs.mit.edu/2017/English/SIMACAETHERefMap/simathe-c-shells.htm
- Simões, L. M. C. (2014a). "Análise de estruturas, Vol. II". Coimbra, Portugal
- Simões da Silva, L., Gervásio, H. (2007). "Manual de Dimensionamento de Estruturas Metálicas: Métodos Avançados; Eurocódigo 3: Projeto de Estruturas de Aço; Parte 1 -1: Regras gerais e regras para edifícios; Parte 1 - 5: Estruturas constituídas por placas": CMM - Associação Portuguesa da Construção Metálica e Mista.
- Simões da Silva, L., Gervásio, H. and Simões, R (2010). "Design of Steel Structures -, Part 1-1: General Rules and Rules for Buildings", ECCS.
- Simões da Silva, L., Marques, L and Martins, J. P. (2011). "Stability and design of thin-walled steel shells". The 6th International Conference on Thin Walled Structures, Timisoara, Romania.
- Simões da Silva, L., Tankova, T., Marques, L., Rebelo, C. and Taras, A. (2018). " Safety Assessment of EUROCODE 3 Stability Design Rules for the Lateral-torsional Buckling of Prismatic Beams". Advanced Steel Construction, Vol. 14, No. 4, pp. 668-693
- Simões, R. A. (2014b). "Manual de Dimensionamento de Estruturas Metálicas: Eurocódigo 3: Projeto de estruturas metálicas: Parte 1-1: Regras Gerais e Regras para Edifícios". CMM, Coimbra, Portugal.
- Snijder, B. (2020). "Case study on stability interaction effects in steel frames II" ECCS TC8 Stability. University of Tecnology, Eindhoven
- Vales, J., Stan, T.C. (2017). "FEM Modelling of Lateral-Torsional Buckling Using Shell and Solid Elements". Proceedia Engineering, 190, pp. 464-471.

Walport, F., Gardner, L., Real E., Arrayago, I. and Nethercot, D. A. (2019), "Effects of material nonlinearity on the global analysis and stability of stainless steel frames". Journal of Constructional Steel Research, Vol. 152, pp. 173-182.

# ANEXO A – MOMENTO CRÍTICO LTBEAM



#### **ANEXO B – BENCHMARK 1**







#### Example - 3D Steel Frame – Critical Buckling Analysis



### **ANEXO C – BENCHMARK 2**

