



UNIVERSIDADE D
COIMBRA

Sergiu Budchin

**ESTRATÉGIA DE IDENTIFICAÇÃO DO
COMPORTAMENTO PLÁSTICO DE CHAPAS
METÁLICAS**

Dissertação no âmbito do Mestrado Integrado em Engenharia Mecânica, na especialidade Produção e Projeto Orientada pelo Professor Doutor José Valdemar Bidarra Fernandes e pelo Professor Doutor André Filipe Gomes Pereira e apresentada ao Departamento de Engenharia Mecânica da Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra.

Janeiro de 2021



FACULDADE DE
CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
UNIVERSIDADE DE
COIMBRA

Estratégia de identificação do comportamento plástico de chapas metálicas

Dissertação apresentada para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia
Mecânica na Especialidade de Produção e Projeto

Autor

Sergiu Budchin

Orientadores

Doutor José Valdemar Bidarra Fernandes

Doutor André Filipe Gomes Pereira

Júri

Presidente	Doutora Marta Cristina Cardoso de Oliveira Professora Associada da Universidade de Coimbra
Orientador	Doutor José Valdemar Bidarra Fernandes Professor Catedrático da Universidade de Coimbra Doutora Nataliya Sakharova
Vogais	Investigadora Doutora da Universidade de Coimbra Doutor Pedro André Dias Prates Investigador Doutoramento da Universidade de Coimbra

Coimbra, Janeiro, 2021

Agradecimentos

O trabalho que aqui se apresenta só foi possível graças à colaboração e apoio de algumas pessoas, às quais não posso deixar de prestar o meu reconhecimento.

Aos meus orientadores, Professor Doutor José Valdemar Bidarra Fernandes e Professor Doutor André Filipe Gomes Pereira, *por toda a ajuda, pela disponibilidade e auxílio prestado, pelo incentivo e partilha de conhecimento que me motivaram continuamente neste trabalho.*

À minha família, *pelo apoio, paciência, pelos conselhos e pela ajuda contínua, sem vocês nada disto seria possível, um enorme obrigado.*

A todos os que me acompanharam nesta etapa, amigos e demais, *pelo apoio, pela ajuda e pelos bons momentos partilhados.*

Esta dissertação foi realizada no âmbito dos projetos RDFORMING (PTDC/EME-EME/31243/2017) e EZ-SHEET (PTDC/EME-EME/31216/2017), cofinanciados pelo Fundo Europeu de Desenvolvimento Regional (FEDER), através do programa Portugal-2020 (PT2020), no âmbito do Programa Operacional Competitividade e Internacionalização (POCI-01-0145-FEDER-031243, POCI-01-0145-FEDER-031216) e pela Fundação para a Ciência e Tecnologia (FCT) através de fundos nacionais (PIDDAC).



UNIÃO EUROPEIA
Fundo Europeu
de Desenvolvimento Regional



Resumo

O comportamento plástico de chapas metálicas é descrito por leis constitutivas que traduzem o encruamento, isotrópico e cinemático, e a superfície de plasticidade. A determinação dos parâmetros destas leis pode recorrer a ensaios simples como a tração, o corte e o de expansão biaxial sobre pressão de óleo (“bulge test”). As metodologias mais utilizadas para a identificação dos parâmetros do critério de plasticidade recorrem em geral a resultados da distribuição da tensão limite de elasticidade em tração e do coeficiente de anisotropia, no plano da chapa.

Esta dissertação pretende dar uma contribuição para a elaboração de um procedimento que inclua a identificação simultânea dos parâmetros da lei de encruamento isotrópico e do critério de plasticidade de chapas metálicas, utilizando a globalidade das curvas de tração a diversos ângulos no plano da chapa. Para tal, investigou-se a rotação do eixo de tração relativamente aos eixos de ortotropia da chapa (ou vice-versa), durante o ensaio de tração de materiais anisotrópicos, e avaliou-se o erro introduzido na curva equivalente tensão – deformação quando esta rotação é desprezada.

Foram efetuados ensaios de tração, a diferentes ângulos no plano da chapa, de materiais reais e “fictícios” com comportamento de encruamento descrito pela lei de Swift e comportamento anisotrópico descrito pelos critérios de Hill'48 e CPB06ex2. Este estudo foi realizado numericamente com recurso ao programa de elementos finitos DD3IMP, desenvolvido no Centro de Engenharia Mecânica, Materiais e Processos (CEMMPRE) da Universidade de Coimbra.

Palavras-chave: Identificação de parâmetros, Critério de plasticidade, Lei de encruamento, Ensaio de tração, Método dos elementos finitos.

Abstract

The plastic behaviour of sheet metals is described by constitutive laws that reproduce the isotropic and kinematic hardening and the plasticity surface. The determination of the parameters of these laws can resort to simple tests such as tensile, shear and bulge tests. The most used methodologies for the identification of the parameters of the yield criterion generally use results of the distribution of the yield stress in tension and the anisotropy coefficient, in the sheet plane.

This dissertation intends to contribute to the elaboration of a procedure that includes the simultaneous identification of the parameters of the isotropic hardening law and the yield criterion, using the complete tensile curves at different angles in the sheet plane. For this purpose, the rotation of the tensile axis in relation to the orthotropic axes of the sheet was investigated during the tensile test of anisotropic materials, and the error introduced in the equivalent stress-strain curve was evaluated when this rotation is neglected.

Tensile tests at different angles in the plate plane were carried out on “fictitious” materials with hardening behavior described by Swift's law and anisotropic behavior described by Hill'48 and CPB06ex2 yield criteria. This study was performed numerically using the DD3IMP finite element code, developed at the Centre for Mechanical Engineering, Materials and Processes (CEMMPRE) of the University of Coimbra.

Keywords: Parameter identification, Yield criterion, Hardening law, Tensile test, Finite element method.

Índice

Índice de Figuras	ix
Índice de Tabelas	xiii
Simbologia e Siglas	xv
Simbologia.....	xv
Siglas	xvi
1. INTRODUÇÃO.....	1
1.1. Objetivo e guia de leitura.....	2
2. Modelo numérico e leis constitutivas	5
2.1. Critérios de plasticidade.....	6
2.1.1. Critério de Hill'48	6
2.1.2. Critério CPB06ex2(2008).....	8
2.2. Análise da rotação do eixo de tração	10
3. Casos em estudo	15
3.1. Casos do critério de Hill'48	16
3.1.1. Distribuição da tensão limite de elasticidade e do coeficiente de anisotropia no plano da chapa	16
3.2. Casos do critério CPB06ex2	19
3.2.1. Distribuição da tensão limite de elasticidade e do coeficiente de anisotropia no plano da chapa	19
4. Resultados.....	23
4.1. Influência do encruamento na rotação do eixo de tração.....	23
4.2. Influência da anisotropia na rotação do eixo de tração.....	24
4.2.1. Casos do critério de Hill'48.....	24
4.2.2. Casos do critério CPB06ex2.....	27
4.2.3. Comparação das rotações, numérica e analítica	29
4.3. Distribuição da tensão limite de elasticidade no plano da chapa e rotação dos eixos de tração	31
4.4. Comparação das curvas de tração com e sem correção da rotação.....	33
4.4.1. Casos do critério de Hill'48.....	34
4.4.2. Casos do critério CPB06ex2.....	40
4.4.3. Comparação dos erros em tensão equivalente.....	43
5. Conclusão e perspectivas.....	47
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	49
Anexo A.....	51
Influência da anisotropia na rotação do eixo de tração	51
Anexo B.....	55
Comparação das curvas de tração com e sem correção da rotação	55

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2.1. Representação do modelo numérico do provete de tração: a) dimensões em mm; b) número de elementos.	5
Figura 2.2. Representação esquemática do ensaio de tração no plano da chapa ($Ox'_{ini}y'_{ini}$) com o respetivo ângulo, α , entre o eixo de tração (Ox) e a direção de laminagem inicial (Ox'_{ini}).	12
Figura 2.3 Idêntica à Figura 2.2, mas mostrando a rotação, θ , do eixo de tração (paralelo a Ox) relativamente aos eixos de ortotropia; $Ox'_{ini}y'_{ini}$ e $Ox'y'$ representam estes eixos, na posição inicial e a cada instante de deformação; β representa, a cada instante, a posição do eixo de tração relativamente ao eixo de ortotropia Ox'	13
Figura 2.4 Idêntica à Figura 2.3, mas mostrando a rotação, θ , no sentido oposto.....	14
Figura 3.1. Evolução da tensão limite elasticidade normalizada, $\sigma_0(\alpha)/\sigma_0(\alpha = 0^\circ)$, em função do ângulo do eixo de tração com a direção de laminagem, α , no plano da chapa.....	16
Figura 3.2. Evolução do coeficiente de anisotropia, $r(\alpha)$, em função do ângulo do eixo de tração com a direção de laminagem, α , no plano da chapa.....	17
Figura 3.3. Curvas de encruamento, $Y(\epsilon_{eq})$, dos Caso 1, Caso 7 e Caso 8.....	18
Figura 3.4. Taxa de encruamento, $dY/d\epsilon_{eq}$, em função da deformação equivalente, ϵ_{eq}	18
Figura 3.5. Diferença em tensão, ΔY , entre os três casos (considerando o Caso 1 como referência) em função da deformação equivalente, ϵ_{eq}	19
Figura 3.6. Evolução da tensão limite elasticidade normalizada, $\sigma_0\alpha/\sigma_0(\alpha = 0^\circ)$, em função do ângulo do eixo de tração com a direção de laminagem, α , no plano da chapa.....	20
Figura 3.7. Evolução do coeficiente de anisotropia, $r(\alpha)$, em função do ângulo do eixo de tração com a direção de laminagem, α , no plano da chapa.	21
Figura 3.8. Curvas de encruamento, $Y(\epsilon_{eq})$, do alumínio e do aço.	21
Figura 4.1. Ângulo de rotação, θ , em função da deformação (resultados numéricos) para $\alpha = 22.5^\circ, 45^\circ$ e 67.5° , nos Caso 1, Caso 7 e Caso 8.....	24
Figura 4.2. Comparação da rotação, θ , obtida numérica e analiticamente para o Caso 4 com $\alpha = 22.5^\circ, 45^\circ$ e 67.5° , respetivamente.....	25
Figura 4.3. Comparação da rotação, θ , obtida numérica e analiticamente para o Caso 5 a com $\alpha = 22.5^\circ, 45^\circ$ e 67.5° , respetivamente.....	26
Figura 4.4. Comparação da rotação, θ , obtida numérica e analiticamente para o Caso 6 com $\alpha = 22.5^\circ, 45^\circ$ e 67.5° , respetivamente.....	27
Figura 4.5. Comparação da rotação, θ , obtida numérica e analiticamente no alumínio com $\alpha = 22.5^\circ, 45^\circ$ e 67.5° , respetivamente.....	28

Figura 4.6. Comparação da rotação, θ , obtida numérica e analiticamente no aço com $\alpha = 22.5^\circ, 45^\circ$ e 67.5° , respectivamente.....	29
Figura 4.7. Módulo da diferença média entre os valores de rotação, θ , numérico e analítico, nos casos dos materiais obedecendo ao critério de Hill'48	30
Figura 4.8. Módulo da diferença média entre os valores de rotação, θ , numérico e analítico, nos casos dos materiais obedecendo ao critério CPB06ex2	30
Figura 4.9. Rotação, θ , em função da derivada $d\sigma_0/d\alpha$, para os casos do critério de Hill'48 e CPB06ex2 a 10% de deformação	31
Figura 4.10. Rotação normalizada, $d\epsilon_{xy}/d\epsilon_{xx}$ para os Caso 1, Caso 2 e Caso 3 do critério de Hill'48 e a derivada $d\sigma_0/d\alpha$ em função de α	32
Figura 4.11. Rotação normalizada $d\epsilon_{xy}/d\epsilon_{xx}$ para os Caso 4, Caso 5 e Caso 6 do critério de Hill'48 e a derivada $d\sigma_0/d\alpha$ em função de α	33
Figura 4.12. Comparação da curva de encruamento com as curvas equivalentes, obtidas com e sem correção do ângulo de rotação, θ , indicando-se também os seus erros em relação à lei de encruamento, para o Caso 4 com $\alpha = 22.5^\circ$	34
Figura 4.13. Comparação da curva de encruamento com as curvas equivalentes, obtidas com e sem correção do ângulo de rotação, θ , indicando-se também os seus erros em relação à lei de encruamento, para o Caso 4 com $\alpha = 45^\circ$	35
Figura 4.14. Comparação da curva de encruamento com as curvas equivalentes, obtidas com e sem correção do ângulo de rotação, θ , indicando-se também os seus erros em relação à lei de encruamento, para o Caso 4 com $\alpha = 67.5^\circ$	35
Figura 4.15. Comparação da curva de encruamento com as curvas equivalentes, obtidas com e sem correção do ângulo de rotação, θ , indicando-se também os seus erros em relação à lei de encruamento, para o Caso 5 com $\alpha = 22.5^\circ$	36
Figura 4.16. Comparação da curva de encruamento com as curvas equivalentes, obtidas com e sem correção do ângulo de rotação, θ , indicando-se também os seus erros em relação à lei de encruamento, para o Caso 5 com $\alpha = 45^\circ$	37
Figura 4.17. Comparação da curva de encruamento com as curvas equivalentes, obtidas com e sem correção do ângulo de rotação, θ , indicando-se também os seus erros em relação à lei de encruamento, para o Caso 5 com $\alpha = 67.5^\circ$	37
Figura 4.18. Comparação da curva de encruamento com as curvas equivalentes, obtidas com e sem correção do ângulo de rotação, θ , indicando-se também os seus erros em relação à lei de encruamento, para o Caso 6 com $\alpha = 22.5^\circ$	38
Figura 4.19. Comparação da curva de encruamento com as curvas equivalentes, obtidas com e sem correção do ângulo de rotação, θ , indicando-se também os seus erros em relação à lei de encruamento, para o Caso 6 com $\alpha = 45^\circ$	39
Figura 4.20. Comparação da curva de encruamento com as curvas equivalentes, obtidas com e sem correção do ângulo de rotação, θ , indicando-se também os seus erros em relação à lei de encruamento, para o Caso 6 com $\alpha = 67.5^\circ$	39

Figura 4.21. Comparação da curva de encruamento com as curvas equivalentes, obtidas com e sem correção do ângulo de rotação, θ , indicando-se também os seus erros em relação à lei de encruamento, para o alumínio com $\alpha = 22.5^\circ$	40
Figura 4.22. Comparação da curva de encruamento com as curvas equivalentes, obtidas com e sem correção do ângulo de rotação, θ , indicando-se também os seus erros em relação à lei de encruamento, para o alumínio com $\alpha = 45^\circ$	41
Figura 4.23. Comparação da curva de encruamento com as curvas equivalentes, obtidas com e sem correção do ângulo de rotação, θ , indicando-se também os seus erros em relação à lei de encruamento, para o alumínio com $\alpha = 67.5^\circ$	41
Figura 4.24. Comparação da curva de encruamento com as curvas equivalentes, obtidas com e sem correção do ângulo de rotação, θ , indicando-se também os seus erros em relação à lei de encruamento, para o aço com $\alpha = 22.5^\circ$	42
Figura 4.25. Comparação da curva de encruamento com as curvas equivalentes, obtidas com e sem correção do ângulo de rotação, θ , indicando-se também os seus erros em relação à lei de encruamento, para o aço com $\alpha = 45^\circ$	42
Figura 4.26. Comparação da curva de encruamento com as curvas equivalentes, obtidas com e sem correção do ângulo de rotação, θ , indicando-se também os seus erros em relação à lei de encruamento, para o aço com $\alpha = 67.5^\circ$	43
Figura 4.27. Erros relativos, em percentagem, das curvas de encruamento dos casos do critério de Hill'48 com ângulo não corrigido	44
Figura 4.28. Erros relativos, em percentagem, das curvas de encruamento dos casos do critério de Hill'48 com ângulo corrigido	44
Figura 4.29. Erros relativos em tensão, para os casos dos materiais obedecendo ao critério CPB06ex2, não considerando a correção do ângulo de rotação, θ	45
Figura 4.30. Erros relativos em tensão, para os casos dos materiais obedecendo ao critério CPB06ex2, obtidos com a correção do ângulo de rotação, θ	46
Figura A.1. Comparação da rotação, θ , obtida numérica e analiticamente para o Caso 1 com $\alpha = 22.5^\circ$ 45° e 67.5° , respetivamente.	51
Figura A.2. Comparação da rotação, θ , obtida numérica e analiticamente para o Caso 2 com $\alpha = 22.5^\circ$ 45° e 67.5° , respetivamente.	52
Figura A.3. Comparação da rotação, θ , obtida numérica e analiticamente para o Caso 3 com $\alpha = 22.5^\circ$ 45° e 67.5° , respetivamente.	53
Figura B.1. Comparação da curva de encruamento com as curvas equivalentes, obtidas com e sem correção do ângulo de rotação, θ , indicando-se também os seus erros em relação à lei de encruamento, para o Caso 1 com $\alpha = 22.5^\circ$	55
Figura B.2. Comparação da curva de encruamento com as curvas equivalentes, obtidas com e sem correção do ângulo de rotação, θ , indicando-se também os seus erros em relação à lei de encruamento, para o Caso 1 com $\alpha = 45^\circ$	56
Figura B.3. Comparação da curva de encruamento com as curvas equivalentes, obtidas com e sem correção do ângulo de rotação, θ , indicando-se também os seus erros em relação à lei de encruamento, para o Caso 1 com $\alpha = 67.5^\circ$	56

Figura B.4. Comparação da curva de encruamento com as curvas equivalentes, obtidas com e sem correção do ângulo de rotação, θ , indicando-se também os seus erros em relação à lei de encruamento, para o Caso 2 com $\alpha = 22.5^\circ$	57
Figura B.5. Comparação da curva de encruamento com as curvas equivalentes, obtidas com e sem correção do ângulo de rotação, θ , indicando-se também os seus erros em relação à lei de encruamento, para o Caso 2 com $\alpha = 45^\circ$	57
Figura B.6. Comparação da curva de encruamento com as curvas equivalentes, obtidas com e sem correção do ângulo de rotação, θ , indicando-se também os seus erros em relação à lei de encruamento, para o Caso 2 com $\alpha = 67.5^\circ$	58
Figura B.7. Comparação da curva de encruamento com as curvas equivalentes, obtidas com e sem correção do ângulo de rotação, θ , indicando-se também os seus erros em relação à lei de encruamento, para o Caso 3 com $\alpha = 22.5^\circ$	58
Figura B.8. Comparação da curva de encruamento com as curvas equivalentes, obtidas com e sem correção do ângulo de rotação, θ , indicando-se também os seus erros em relação à lei de encruamento, para o Caso 3 com $\alpha = 45^\circ$	59
Figura B.9. Comparação da curva de encruamento com as curvas equivalentes, obtidas com e sem correção do ângulo de rotação, θ , indicando-se também os seus erros em relação à lei de encruamento, para o Caso 3 com $\alpha = 67.5^\circ$	59

ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 3.1. Parâmetros Critério de Hill'48 e Lei de Encruamento de Swift.....	15
Tabela 3.2. Propriedades dos materiais AA2090-T3 e HSS-Y350 (Adaptado de [24]).....	16

SIMBOLOGIA E SIGLAS

Simbologia

α, β – Ângulos entre o eixo de tração e a direção de laminagem, no início e durante a deformação, respetivamente

γ_{xy} – Deformação de corte no sistema de eixos associado ao provete

ε_{eq} – Deformação plástica equivalente

$\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}$ – Tensor das deformações no sistema de eixos de ortotropia do material

$d\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}$ – Tensor incremental de deformação no sistema de eixos de ortotropia do material, Ox'y'z'

$d\boldsymbol{\varepsilon}$ – Tensor incremental de deformação no sistema de eixos Oxyz, associado ao provete de tração

$d\hat{\varepsilon}_{ij}$ – Elemento do tensor incremental $d\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}$

θ – Ângulo de rotação do eixo do provete de tração relativamente aos eixos de anisotropia (ou vice-versa)

$d\lambda$ – Multiplicador incremental em regime plástico

ν – Coeficiente de Poisson

$\boldsymbol{\sigma}$ – Tensor das tensões de Cauchy definido no sistema de eixos Oxyz, associado ao provete de tração

$\hat{\boldsymbol{\sigma}}$ – Tensor das tensões de Cauchy definido no sistema de eixos de ortotropia do material, Ox'y'z'

$\hat{\sigma}_{ij}$ – Elemento do tensor $\hat{\boldsymbol{\sigma}}$

σ_{eq} – Tensão equivalente

σ_0 – Tensão limite de elasticidade em isotropia (von Mises)

$\sigma_0(\alpha)$ – Tensão limite de elasticidade para o ângulo α no plano da chapa

$\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}, \tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{xz}$ - Componentes do tensor das tensões no sistema de eixos, Oxyz, associado ao provete de tração

$\hat{\sigma}_{x'x'}, \hat{\sigma}_{y'y'}, \hat{\sigma}_{z'z'}, \hat{t}_{x'y'}, \hat{t}_{y'z'}, \hat{t}_{x'z'}$ – Componentes do tensor das tensões nos eixos de ortotropia do material

Σ, Σ' - Tensores resultantes das transformações lineares.

$\Sigma_1, \Sigma_2, \Sigma_3$ – Valores principais do tensor transformado Σ

$\Sigma'_1, \Sigma'_2, \Sigma'_3$ – Valores principais do tensor transformado Σ'

$\varphi(\hat{\sigma})$ – Função que descreve o critério de plasticidade

$A_1, A_2, A_3, A_{xx}, A_{yy}, A_{zz}, A_{xy}, A_{yy}, \phi_1, \phi_2, \phi_3, \psi_1, \psi_2, \psi_3$ – Variáveis auxiliares utilizadas no cálculo de $\sigma_0(\alpha)$ para o critério CPB06ex2

C, C' – Tensores de quarta ordem associados aos parâmetros do critério CPB06ex2

C_{ij}, C'_{ij} – Parâmetros de anisotropia do critério CPB06ex2

E – Módulo de Young

F, G, H, L, M, N – Parâmetros de anisotropia do critério de Hill'48

K, ε_0 – Constantes da lei de Swift

k, k', a – Parâmetros do critério CPB06ex2 (Lei de Swift)

n – Coeficiente de encruamento

R - Matriz de rotação

r – Coeficiente de anisotropia

$r(\alpha)$ – Coeficiente de anisotropia para o ângulo α no plano da chapa

S – Tensor desviador do tensor das tensões de Cauchy

s_1, s_2, s_3 – Valores principais associados ao tensor desviador, S

X^T – Tensão limite de elasticidade na direção de laminagem ($X^T = \sigma_0(\alpha = 0^\circ)$)

$Y = Y(\varepsilon_{eq})$ – Lei de encruamento isotrópico

Siglas

CEMMPRE- Centro de Engenharia Mecânica, Materiais e Processos

DD3IMP – Deep Drawing 3D IMPLICIT finite element code

DEM – Departamento de Engenharia Mecânica

1. INTRODUÇÃO

As chapas metálicas são um dos produtos semi-acabados mais comuns, que podem ser conformadas numa vasta gama de componentes com formas e tamanhos variados. Diversas motivações levaram ao desenvolvimento de processos de produção otimizados e de novos aços e ligas de alumínio de alta resistência para a indústria aeronáutica e automóvel, tais como as reduções de custos, de consumo de combustível e de libertação de CO_2 , assim como o aumento da segurança do veículo, e a economia dos recursos finitos [1-7].

Neste contexto, a simulação numérica dá uma importante contribuição na diminuição do tempo de design e no aumento da eficiência de produção, sendo esta abordagem muito utilizada no processo de estampagem de chapas metálicas [8]. A precisão dos códigos de simulação numérica é um desafio devido às dificuldades de identificar os parâmetros dos modelos constitutivos, sendo que o aparecimento de novas ligas proporcionou o desenvolvimento de critérios de plasticidade, possuindo um grande número de parâmetros a identificar, e assim garantindo maior flexibilidade para descrever o comportamento destes materiais, [8-10].

Os modelos constitutivos mais comumente utilizados na indústria são simples, com parâmetros facilmente identificáveis, de preferência utilizando ensaios de tração uniaxial (Hill'48 por exemplo), dando pouco uso a modelos constitutivos mais complexos, com maior número de parâmetros a identificar (CPB06ex2, por exemplo) [11].

A identificação dos parâmetros de modelos constitutivos é geralmente um problema de otimização, em que se utiliza uma função objectivo para minimizar as diferenças entre os resultados analíticos e/ou numéricos e experimentais [10–12]. A identificação dos parâmetros constitutivos pode ser feita por estratégias clássicas ou inversas, estando as primeiras directamente relacionadas com o presente trabalho, pelo que será alvo de atenção no próximo parágrafo.

As estratégias de identificação clássicas são realizadas considerando ensaios mecânicos simples (tração, corte e expansão biaxial sob pressão de óleo), com geometria e distribuições de tensão e deformação homogéneas (ou quase) na secção em análise. Devido a várias dificuldades, por exemplo relativas ao tratamento dos resultados experimentais

[9,12], estas estratégias podem conduzir a previsões não muito precisas do comportamento do material em certas regiões da superfície de plasticidade e, conseqüentemente, os parâmetros dos modelos constitutivos podem não descrever convenientemente o comportamento do material segundo algumas trajetórias de deformação. Além disso, como os processos de conformação de chapas metálicas envolvem, em geral, tensões e deformações não homogêneas, as trajetórias que ocorrem nos ensaios mecânicos escolhidos para proceder à identificação podem também limitar a capacidade de caracterização do comportamento plástico do material [11,12].

1.1. Objetivo e guia de leitura

Pretende-se contribuir para o desenvolvimento de uma estratégia de identificação dos parâmetros constitutivos, de modo a melhorar a previsão do comportamento plástico de chapas metálicas e que seja de fácil implementação. A estratégia deve:

- (i) Identificar em simultâneo os parâmetros da lei de encruamento e do critério de plasticidade recorrendo à totalidade da curva tensão - deformação em tração;
- (ii) No caso de materiais muito anisotrópicos, ter em consideração que o eixo de tração roda durante a deformação relativamente aos eixos de ortotropia.

Para atingir o objectivo proposto, a dissertação está estruturada em cinco capítulos:

- Introdução (Capítulo 1) – No presente capítulo referiram-se aspectos gerais sobre o comportamento de chapas metálicas e a identificação dos respetivos parâmetros constitutivos do comportamento plástico.

- Modelo numérico (Capítulo 2) – Apresentam-se o modelo numérico e os critérios de plasticidade utilizados neste trabalho. Adicionalmente, refere-se o procedimento analítico para determinar a rotação do eixo de tração relativamente aos eixos de ortotropia da chapa metálica.

- Casos em estudo (Capítulo 3) – Identificam-se as propriedades dos materiais estudados, definindo os valores dos parâmetros da lei de encruamento (Swift) e dos critérios de plasticidade (Hill'48 e CPB06ex2) e analisa-se a sua anisotropia no plano da chapa.

- Resultados (Capítulo 4) – Apresentam-se e analisam-se os resultados respeitantes à rotação do eixo de tração relativamente aos eixos de ortotropia e a sua

influência no erro cometido na curva equivalente tensão - deformação quando esta rotação é desprezada. A importância do encruamento e da anisotropia é investigada.

- Conclusão e Perspectivas (Capítulo 5) – São apresentadas as principais conclusões e sugestões de trabalhos futuros.

2. MODELO NUMÉRICO E LEIS CONSTITUTIVAS

As simulações numéricas do ensaio de tração foram realizadas com o programa DD3IMP [13], desenvolvido na Universidade de Coimbra e frequentemente utilizado em vários estudos do processo de estampagem [14-18]. No modelo numérico considera-se que o provete de tração é encastrado de um dos lados, e no outro lado é aplicado um deslocamento segundo o eixo Ox . O provete tem uma espessura total de 1mm, sendo que devido às condições de simetria do material e da geometria do ensaio, é apenas simulado metade do provete em espessura com o intuito de diminuir o tempo de simulação. As dimensões do provete e o número de elementos estão representadas na Figura 2.1a) e Figura 2.1b), respetivamente. Na discretização são utilizadas duas camadas de elementos finitos em espessura. No total, o provete é discretizado com uma malha de 14400 elementos finitos hexaédricos de 8 nós.

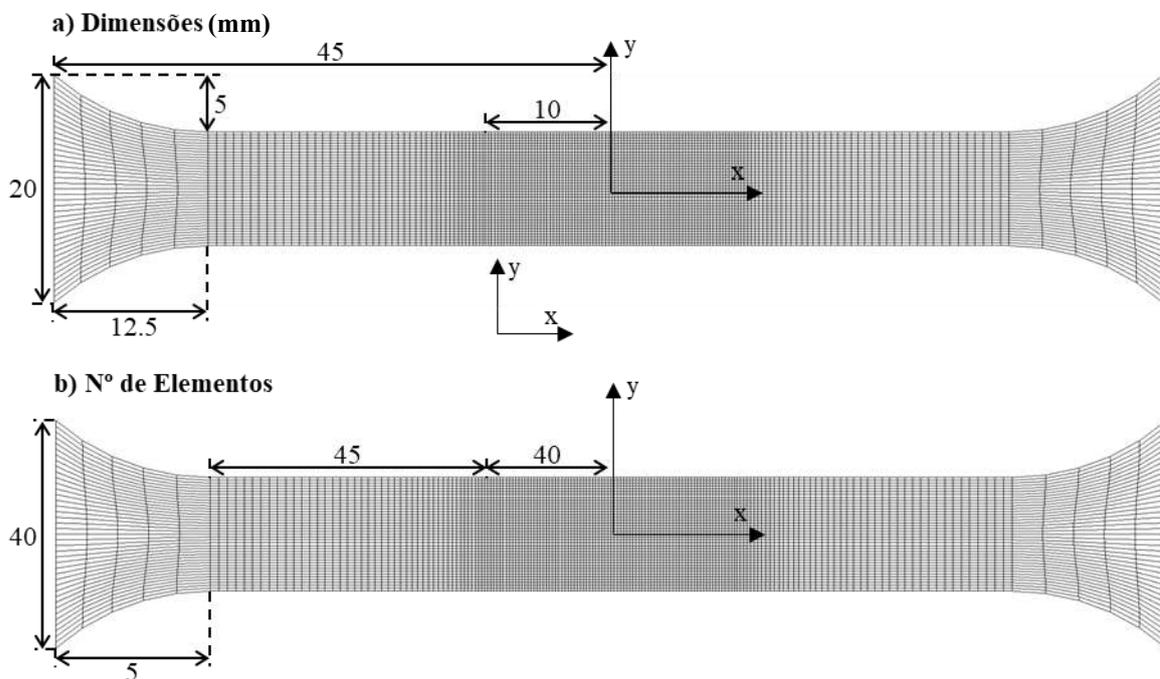


Figura 2.1. Representação do modelo numérico do provete de tração: a) dimensões em mm; b) número de elementos.

No modelo constitutivo dos materiais utilizados neste trabalho, assume-se que: a componente elástica é isotrópica e descrita pela lei de Hooke generalizada; o comportamento plástico é descrito através de um critério de plasticidade ortotrópico e de uma lei de encruamento isotrópico, a lei de Swift (1947). Os critérios de plasticidade utilizados serão descritos na secção seguinte.

2.1. Critérios de plasticidade

Os critérios de plasticidade são equações que descrevem o comportamento de materiais metálicos, assinalando o início da deformação plástica qualquer que seja a trajectória de tensão [10]. Ou seja, eles descrevem matematicamente as designadas superfícies limite de elasticidade ou superfícies de plasticidade, que separam o domínio plástico do domínio puramente elástico. Os dois primeiros critérios formulados foram o de Tresca e o de von Mises [8]. Como o critério de Tresca apresenta algumas dificuldades de aplicação e de descrição adequada do comportamento plástico de metais, von Mises desenvolveu o seu próprio critério no sentido de eliminá-las. Este critério, para um sistema de eixos de ortotropia, $Ox'y'z'$, escreve-se em função dos componentes do tensor das tensões $(\hat{\sigma}_{x'x'}, \hat{\sigma}_{y'y'}, \hat{\sigma}_{z'z'}, \hat{\tau}_{x'y'}, \hat{\tau}_{y'z'}, \hat{\tau}_{x'z'})$ e da tensão limite de elasticidade em tração (σ_0) :

$$\begin{aligned} & (\hat{\sigma}_{x'x'} - \hat{\sigma}_{y'y'})^2 + (\hat{\sigma}_{y'y'} - \hat{\sigma}_{z'z'})^2 + (\hat{\sigma}_{z'z'} - \hat{\sigma}_{x'x'})^2 + 6\hat{\tau}_{x'y'}^2 + 6\hat{\tau}_{y'z'}^2 + \\ & 6\hat{\tau}_{x'z'}^2 = 2\sigma_0^2. \end{aligned} \quad (2.1)$$

A análise realizada no presente trabalho incide em chapas metálicas obtidas pelo processo de laminagem, o qual induz anisotropia ortotrópica nos materiais laminados. A ortotropia é definida como sendo um tipo de anisotropia que possui 3 planos de simetria, perpendiculares entre si, denominados como planos principais de anisotropia ou simplesmente planos de ortotropia. A intersecção destes planos constitui um sistema de eixos ortogonais, designados por eixos principais de anisotropia ou eixos de ortotropia.

2.1.1. Critério de Hill'48

O critério de Hill'48 descreve de uma forma simples o comportamento de materiais ortotrópicos devido ao pequeno número de parâmetros que possui [8]. Este critério

foi desenvolvido com base no de von Mises, multiplicando cada parcela deste por um fator específico designado por parâmetro de anisotropia. A equação do critério de Hill'48 escreve-se:

$$F(\hat{\sigma}_{y'y'} - \hat{\sigma}_{z'z'})^2 + G(\hat{\sigma}_{z'z'} - \hat{\sigma}_{x'x'})^2 + H(\hat{\sigma}_{x'x'} - \hat{\sigma}_{y'y'})^2 + 2L\hat{t}_{y'z'}^2 + 2M\hat{t}_{x'z'}^2 + 2N\hat{t}_{x'y'}^2 = Y^2, \quad (2.2)$$

em que $Ox'y'z'$ é o sistema de eixos de ortotropia, F, G, H, L, M e N são os parâmetros que definem a anisotropia do material; e Y representa a tensão limite de elasticidade num dado momento da deformação: $Y = Y(\varepsilon_{eq})$, em que ε_{eq} é a deformação plástica equivalente. A identificação dos seus parâmetros pode ser obtida experimentalmente através de ensaios de tração, por exemplo. No caso dos parâmetros F, G, H e N podem utilizar-se três ensaios de tração uniaxial no plano da chapa, a diferentes ângulos, α , com a direcção de laminagem (DL), por exemplo com α igual a $0^\circ, 45^\circ$ e 90° . Os ensaios de corte nos planos Oxz e Oyz , perpendiculares à superfície da chapa, que permitiriam obter os parâmetros de anisotropia L e M , são impossíveis de realizar em chapas metálicas finas. Nestas condições, é habitual considerar $L = M = 1.5$ (valor de isotropia).

A tensão limite de elasticidade no plano da chapa, $\sigma_0(\alpha)$, para um qualquer ângulo α com a direcção de laminagem (DL), paralelo a Ox' , em função dos parâmetros do critério de Hill'48, é dada por:

$$\sigma_0(\alpha) = \sigma_0 [F \sin^2(\alpha) + G \cos^2(\alpha) + H + (2N - F - G - 4H) \sin^2(\alpha) \cos^2(\alpha)]^{-1/2} \quad (2.3)$$

O coeficiente de anisotropia no plano da chapa, $r(\alpha)$, para um qualquer ângulo α com DL, em função dos parâmetros do critério de Hill'48, é dado por:

$$r(\alpha) = \frac{H + (2N - F - G - 4H) \sin^2(\alpha) \cos^2(\alpha)}{F \sin^2(\alpha) + G \cos^2(\alpha)} \quad (2.4)$$

Os ensaios de tração uniaxial, com α igual a $0^\circ, 45^\circ$ e 90° , permitem determinar os valores dos parâmetros F, G, H e N a partir dos respetivos coeficientes de anisotropia r_0, r_{45} e r_{90} , supondo a condição $G + H = 1$ [20]:

$$F = \frac{r_0}{r_{90}(r_0 + 1)}, \quad G = \frac{1}{r_0 + 1}, \quad H = \frac{r_0}{r_0 + 1}, \quad N = \frac{1}{2} \frac{(r_0 + r_{90})(2r_{45} + 1)}{r_{90}(r_0 + 1)} \quad (2.5)$$

O critério de Hill'48 descreve o comportamento isotrópico de materiais e transforma-se no critério de von Mises quando:

$$3F = 3G = 3H = L = M = N = 1.5 \quad (2.6)$$

Apesar da sua vasta aplicação, o critério de Hill'48 apresenta pouca flexibilidade para descrever o comportamento plástico de alguns materiais, ditos com comportamento “anômalo” [8,21], pelo que surgiu a necessidade de desenvolver critérios mais flexíveis, com maior número de parâmetros a identificar.

2.1.2. Critério CPB06ex2(2008)

Em 2006, Cazacu et al. [22] desenvolveram um critério de plasticidade isotrópico, capaz de descrever o comportamento mecânico de materiais com assimetria tensão-compressão. Este critério é definido por:

$$(|s_1| - ks_1)^a + (|s_2| - ks_2)^a + (|s_3| - ks_3)^a = Y^a \quad (2.7)$$

onde k e a são parâmetros do critério e s_1 , s_2 e s_3 são os valores principais associados ao tensor desviador do tensor das tensões de Cauchy, \mathbf{S} . Este critério pode ser estendido à anisotropia através de uma ou mais transformações lineares aplicadas ao tensor desviador [23]. Para duas transformações lineares o critério é designado por CPB06ex2, e a superfície limite de elasticidade é definida por:

$$(|\Sigma_1| - k\Sigma_1)^a + (|\Sigma_2| - k\Sigma_2)^a + (|\Sigma_3| - k\Sigma_3)^a + (|\Sigma'_1| - k'\Sigma'_1)^a + (|\Sigma'_2| - k'\Sigma'_2)^a + (|\Sigma'_3| - k'\Sigma'_3)^a = Y^a \quad (2.8)$$

onde Σ_1 , Σ_2 , Σ_3 e Σ'_1 , Σ'_2 , Σ'_3 são os valores principais dos tensores transformados Σ e Σ' respetivamente, a , k e k' são parâmetros do material. Neste trabalho assume-se que não existe assimetria tensão-compressão pelo que $k = k' = 0$.

Os tensores Σ e Σ' são definidos por:

$$\Sigma = \mathbf{C} : \mathbf{S} \text{ e } \Sigma' = \mathbf{C}' : \mathbf{S} \quad (2.9)$$

Os tensores de quarta ordem \mathbf{C} e \mathbf{C}' , são dados por:

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix}, \quad (2.10)$$

$$\mathbf{C}' = \begin{bmatrix} C'_{11} & C'_{12} & C'_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C'_{12} & C'_{22} & C'_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C'_{13} & C'_{23} & C'_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C'_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C'_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C'_{66} \end{bmatrix}, \quad (2.11)$$

onde os elementos C_{ij} e C'_{ij} , com i e j entre 1 e 6, são parâmetros de anisotropia. As componentes C_{13} , C_{23} , C'_{13} e C'_{23} associadas às tensões de corte nos planos Oxz e Oyz, são habitualmente consideradas iguais a 1 (valor de isotropia).

Para o caso de tração uniaxial no plano ($Ox'y'$) segundo uma direção que faz um ângulo α com a direção de laminagem, paralela a Ox' , a tensão limite de elasticidade em tração $\sigma_0(\alpha)$ é dada por:

$$\sigma_0(\alpha) = X^T \{ [|A_1| - kA_1]^a + [|A_2| - kA_2]^a + [|A_3| - kA_3]^a + [|A'_1| - k'A'_1]^a + [|A'_2| - k'A'_2]^a + [|A'_3| - k'A'_3]^a \}^{-1/a} \quad (2.12)$$

onde $X = \sigma_0(\alpha = 0^\circ)$ é a tensão limite de elasticidade na direção de laminagem e :

$$A_1 = \frac{1}{2} \left(A_{xx} + A_{yy} + \sqrt{(A_{xx} - A_{yy})^2 + 4A_{xy}^2} \right); \quad (2.13)$$

$$A_2 = \frac{1}{2} \left(A_{xx} + A_{yy} - \sqrt{(A_{xx} - A_{yy})^2 + 4A_{xy}^2} \right); A_3 = A_{zz};$$

$$\begin{aligned} A_{xx} &= \phi_1 \cos^2(\alpha) + \psi_1 \sin^2(\alpha); A_{yy} = \phi_2 \cos^2(\alpha) + \psi_2 \sin^2(\alpha); \\ A_{zz} &= \phi_3 \cos^2(\alpha) + \psi_3 \sin^2(\alpha); A_{xy} = C_{66} \sin(\alpha) \cos(\alpha); \end{aligned} \quad (2.14)$$

$$\begin{aligned} \phi_1 &= \frac{2}{3} C_{11} - \frac{1}{3} C_{12} - \frac{1}{3} C_{13}; \phi_2 = \frac{2}{3} C_{12} - \frac{1}{3} C_{22} - \frac{1}{3} C_{23}; \\ \phi_3 &= \frac{2}{3} C_{13} - \frac{1}{3} C_{23} - \frac{1}{3} C_{33}; \end{aligned} \quad (2.15)$$

$$\begin{aligned} \psi_1 &= \frac{2}{3} C_{12} - \frac{1}{3} C_{11} - \frac{1}{3} C_{13}; \psi_2 = \frac{2}{3} C_{22} - \frac{1}{3} C_{12} - \frac{1}{3} C_{23}; \\ \psi_3 &= \frac{2}{3} C_{23} - \frac{1}{3} C_{13} - \frac{1}{3} C_{33} \end{aligned} \quad (2.16)$$

Para o caso de tração uniaxial, o coeficiente de anisotropia no plano da chapa, $r(\alpha)$, para um qualquer ângulo α com a direção de laminagem, é dado por:

$$r(\alpha) = \frac{\sin^2(\alpha) \frac{\partial \varphi(\hat{\sigma})}{\partial \hat{\sigma}_{xx}} - \sin(2\alpha) \frac{\partial \varphi(\hat{\sigma})}{\partial \hat{\sigma}_{xy}} + \cos^2(\alpha) \frac{\partial \varphi(\hat{\sigma})}{\partial \hat{\sigma}_{yy}}}{\frac{\partial \varphi(\hat{\sigma})}{\partial \hat{\sigma}_{xx}} + \frac{\partial \varphi(\hat{\sigma})}{\partial \hat{\sigma}_{yy}}} \quad (2.17)$$

assumindo que o critério de plasticidade se escreve na forma: $\varphi(\hat{\sigma}) = Y$

2.2. Análise da rotação do eixo de tração

A análise do provete solicitado é efetuada através do tensor das tensões de Cauchy. Este, definido por uma matriz com nove componentes (seis dos quais independentes), permite caracterizar devidamente o estado de tensão aplicado em determinado ponto no material durante um ensaio. Para um ensaio de tração, em que o eixo

do provete é paralelo à direção Ox do sistema de eixos associado ao provete (Figura 2.2), o tensor das tensões, $\boldsymbol{\sigma}$, tem apenas a componente σ_{xx} diferente de zero:

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} \Leftrightarrow \boldsymbol{\sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

Em geral, o sistema de eixos associado ao provete não coincide com o sistema de eixos de ortotropia do material ($Ox'y'z'$ onde Ox' representa a direção de laminagem da chapa, Oy' a sua direção transversal, ambas no plano da chapa, e Oz' a direção normal ao plano da chapa), resultando num ângulo α entre Ox e Ox' no plano $Ox'y'$. A utilização de critérios de plasticidade anisotrópicos para descrever o comportamento em tração no plano da chapa, a diversos ângulos, α , obriga ao conhecimento do tensor das tensões, $\hat{\boldsymbol{\sigma}}$, definido no sistema de eixos do material ($Ox'y'z'$). Isto é conseguido utilizando a matriz de rotação \mathbf{R} para obter o tensor $\hat{\boldsymbol{\sigma}}$:

$$\hat{\boldsymbol{\sigma}} = \mathbf{R}^T \boldsymbol{\sigma} \mathbf{R} \quad (2.19)$$

A matriz de rotação é dada por:

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha & 0 \\ -\sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

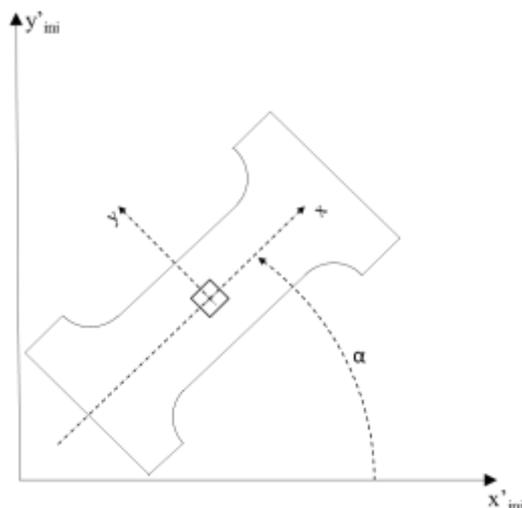


Figura 2.2. Representação esquemática do ensaio de tração no plano da chapa ($Ox'_{ini}y'_{ini}$) com o respetivo ângulo, α , entre o eixo de tração (Ox) e a direção de laminagem inicial (Ox'_{ini}).

Atendendo a que, durante o ensaio de tração, o sistema de eixos associado ao provete de tração ($Oxyz$) roda relativamente ao sistema de eixos de ortotropia do material ($Ox'_{ini}y'_{ini}z'_{ini}$), ou vice-versa, o ângulo α , da matriz de rotação, \mathbf{R} , deve ser atualizado a cada instante da deformação plástica para $\beta = (\alpha \pm \theta)$, em que θ representa a rotação, como se mostra na Figura 2.3 e Figura 2.4. O ângulo θ é considerado igual a $\gamma_{xy}/2$.

O tensor incremental da deformação, $d\hat{\boldsymbol{\epsilon}}$, no sistema de eixos do material ($Ox'y'z'$), é dado pela lei de plasticidade associada (lei da normalidade):

$$d\hat{\epsilon}_{ij} = d\lambda \frac{\partial \varphi(\hat{\boldsymbol{\sigma}})}{\partial \hat{\sigma}_{ij}} \quad (2.21)$$

em que $d\hat{\epsilon}_{ij}$ e $\hat{\sigma}_{ij}$ são elementos dos tensores $d\hat{\boldsymbol{\epsilon}}$ e $\hat{\boldsymbol{\sigma}}$, respetivamente; $d\lambda$ representa um multiplicador incremental em regime plástico. A função $\varphi(\hat{\boldsymbol{\sigma}})$ descreve a superfície limite de elasticidade, que no caso dos critérios de Hill'48 e CPB06ex2 é dada pelas equações 2.2 e 2.8 respetivamente. Para determinar o ângulo de rotação $\theta (= \gamma_{xy}/2)$ interessa agora fazer a transformação do tensor $d\hat{\boldsymbol{\epsilon}}$, determinado anteriormente no sistema de eixos material ($Ox'y'z'$), para o sistema de eixos associado ao provete de tração ($Oxyz$). Isto é, faz-se a transformação inversa do que foi realizado para as tensões, como se segue:

$$d\boldsymbol{\epsilon} = \mathbf{R}d\hat{\boldsymbol{\epsilon}}\mathbf{R}^T \quad (2.22)$$

Deve notar-se que: (i) quando o eixo de tração é paralelo a um eixo de ortotropia, Ox' ($\alpha = 0^\circ$) ou Oy' ($\alpha = 90^\circ$), não acontece rotação do eixo de tração relativamente aos de ortotropia (a tensão de corte, τ_{xy} , é igual a zero e consequentemente a deformação de corte, γ_{xy} , também é igual a zero); (ii) quando α é diferente de 0° e 90° , apesar de no sistema de eixos associado ao provete, $Oxyz$, o tensor das tensões ter a componente de corte, τ_{xy} , igual a zero, a deformação de corte, γ_{xy} , é em geral diferente de zero; (iii) durante o ensaio de tração a um ângulo α diferente de 0 e 90° , o valor da rotação, θ , pode ser determinado partindo sempre da posição inicial, α (com $\theta = 0^\circ$), para tomar em consideração que a direcção do eixo de tração vai variando à medida que a deformação plástica prossegue.

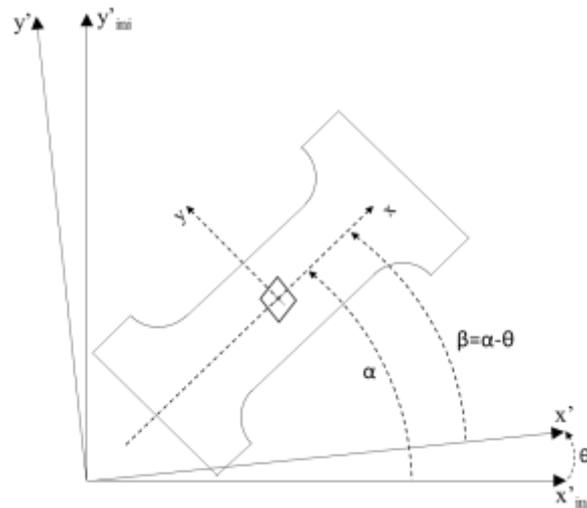


Figura 2.3 Idêntica à **Figura 2.2**, mas mostrando a rotação, θ , do eixo de tração (paralelo a Ox) relativamente aos eixos de ortotropia; $Ox'_{ini}y'_{ini}$ e $Ox'y'$ representam estes eixos, na posição inicial e a cada instante de deformação; β representa, a cada instante, a posição do eixo de tração relativamente ao eixo de ortotropia Ox' .

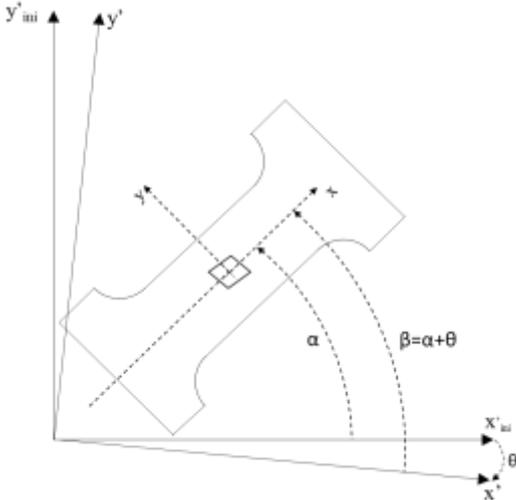


Figura 2.4 Idêntica à Figura 2.3, mas mostrando a rotação, θ , no sentido oposto.

3. CASOS EM ESTUDO

De modo a analisar a influência da anisotropia da chapa na rotação do eixo de tração relativamente aos eixos de ortotropia (ou vice-versa), foram escolhidos materiais apresentando diferentes distribuições de tensão limite de elasticidade, $\sigma_0(\alpha)$, no plano da chapa. A eventual importância da lei de encruamento foi também examinada. Neste contexto, foram realizadas simulações numéricas de 8 “materiais fictícios”, cujos parâmetros do critério de Hill’48 e da lei de encruamento de Swift ($Y = K(\varepsilon_{eq} + \varepsilon_0)^n$, com $Y_0 = K(\varepsilon_0)^n$) são apresentados na Tabela 3.1. Os restantes parâmetros do critério de Hill’48 são: $L = M = 1.5$.

Tabela 3.1. Parâmetros do Critério de Hill’48 e da Lei de Encruamento de Swift

	Critério de Hill				Lei de Encruamento de Swift			
	F	G	H	N	Y_0 [MPa]	K [MPa]	n	ε_0
Caso 1	0.1260	0.5340	0.4660	1.1820	300.00	1128.12	0.250	0.0050
Caso 2	0.2390	0.4120	0.5880	1.4880	300.00	1128.12	0.250	0.0050
Caso 3	0.3150	0.3150	0.6850	0.8690	300.00	1128.12	0.250	0.0050
Caso 4	0.3150	0.3150	0.6850	3.7663	300.00	1128.12	0.250	0.0050
Caso 5	1.6000	0.5500	0.4500	2.7000	300.00	1128.12	0.250	0.0050
Caso 6	0.1347	0.5387	0.4613	0.9736	300.00	1128.12	0.250	0.0050
Caso 7	0.1260	0.5340	0.4660	1.1820	300.00	900.00	0.350	0.0433
Caso 8	0.1260	0.5340	0.4660	1.1820	401.31	1215.78	0.220	0.0065

A influência da lei de encruamento é analisada com base nos **Caso 1**, **Caso 7** e **Caso 8**, que têm os mesmos parâmetros do critério de Hill’48 mas parâmetros da lei de encruamento diferentes, enquanto os **Casos 1 a 6** têm parâmetros do critério de Hill’48 diferentes e os mesmos parâmetros da lei de encruamento. Nas simulações, o módulo de elasticidade foi considerado $E = 200$ GPa e coeficiente de Poisson $\nu = 0.33$.

Para o critério de CPB06ex2 foram analisados dois materiais reais, com parâmetros já identificados [24], o alumínio AA2090-T3 ($E = 70$ GPa e $\nu = 0.33$) e o aço HSS-Y350 ($E = 210$ GPa e $\nu = 0.33$), como se mostra na tabela abaixo:

Tabela 3.2. Parâmetros do critério CPB06ex2 e da lei de Encruamento de Swift [24]

	Swift			CPB2x									
	Y_0 [MPa]	K [MPa]	n	C_{11}	C_{22}	C_{33}	C_{44}	C_{55}	C_{66}	C_{12}	C_{13}	C_{23}	$k = k^*$
AA2090-T3	279.624	646.015	0.227	0.476	-0.987	-3.070	0.563	2.008	1.117	-0.724	-1.209	-2.098	0
				C_{11}^*	C_{22}^*	C_{33}^*	C_{44}^*	C_{55}^*	C_{66}^*	C_{12}^*	C_{13}^*	C_{23}^*	a
				0.476	0.095	0.715	1.940	1.032	2.028	-0.763	1.143	-0.608	12
HSS-Y350	358.400	709.000	0.146	1.761	1.712	1.664	1.499	1.499	1.499	0.630	0.475	0.229	0
				C_{11}^*	C_{22}^*	C_{33}^*	C_{44}^*	C_{55}^*	C_{66}^*	C_{12}^*	C_{13}^*	C_{23}^*	a
				1.761	4.616	4.352	0.761	0.761	0.761	2.913	2.661	3.358	5

3.1. Casos do critério de Hill'48

Neste subcapítulo analisa-se a anisotropia no plano da chapa dos casos descritos pelo critério de Hill'48. Comparam-se também as correspondentes curvas de encruamento.

3.1.1. Distribuição da tensão limite de elasticidade e do coeficiente de anisotropia no plano da chapa

Na Figura 3.1 representa-se a distribuição da tensão limite elasticidade normalizada no plano da chapa, $\sigma_0(\alpha)/\sigma_0(\alpha = 0^\circ)$:

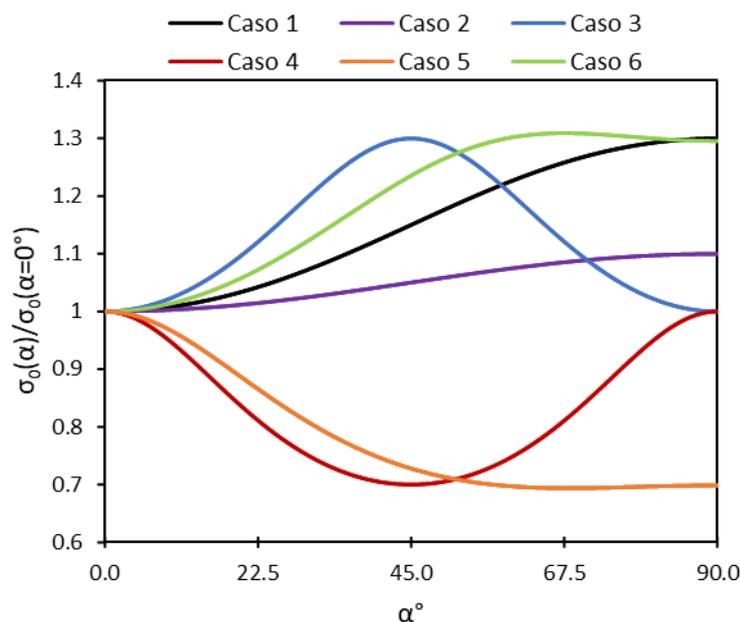


Figura 3.1. Evolução da tensão limite elasticidade normalizada, $\sigma_0(\alpha)/\sigma_0(\alpha = 0^\circ)$, em função do ângulo do eixo de tração com a direcção de laminagem, α , no plano da chapa

Como pode observar-se, as evoluções de $\sigma_0(\alpha)/\sigma_0(\alpha = 0^\circ)$ nos **Caso 1**, **Caso 2** e **Caso 6** mostram comportamentos crescentes com o ângulo, α ; o **Caso 5** apresenta uma curva decrescente. Os **Caso 3** e **Caso 4**, possuem simetria para $\alpha = 45^\circ$, sendo o primeiro caso crescente até 45° e o segundo decrescente. Os **Caso 7** e **Caso 8** têm curvas idênticas ao **Caso 1**, pelo que não estão representadas na figura. Porém, estes três casos possuem curvas de encruamento diferentes apresentadas na Figura 3.3.

A distribuição do coeficiente de anisotropia no plano na chapa, $r(\alpha)$, representado na Figura 3.2, mostra evoluções qualitativamente semelhantes às da tensão limite de elasticidade. No entanto, os casos simétricos para $\alpha = 45^\circ$ apresentam evoluções com crescimento invertido em relação às da Figura 3.1. Também os **Caso 7** e **Caso 8** coincidem com o **Caso 1**, pelo que não estão representadas na figura.

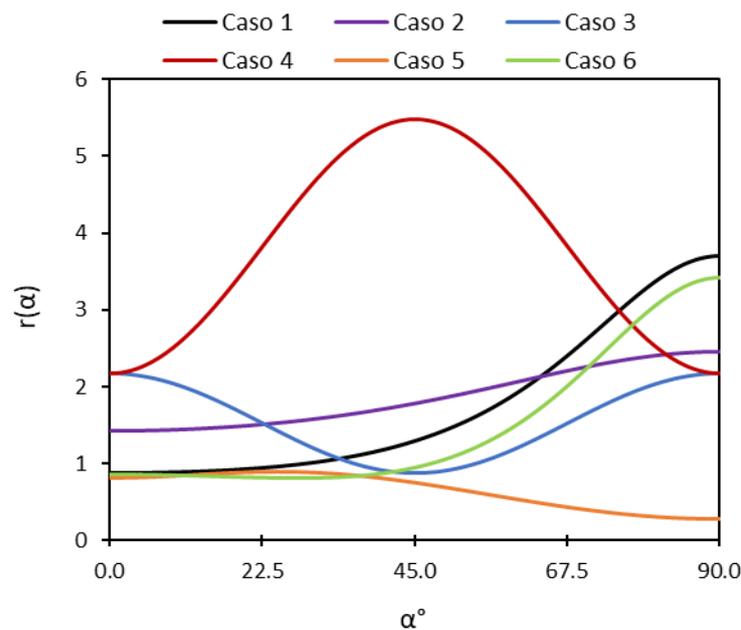


Figura 3.2. Evolução do coeficiente de anisotropia, $r(\alpha)$, em função do ângulo do eixo de tração com a direcção de laminagem, α , no plano da chapa

As curvas de encruamento, $Y(\epsilon_{eq})$, dos **Caso 1**, **Caso 7** e **Caso 8**, que são idênticas às curvas de tração para $\alpha = 0^\circ$ ($G + H = 1$), estão representados na Figura 3.3.

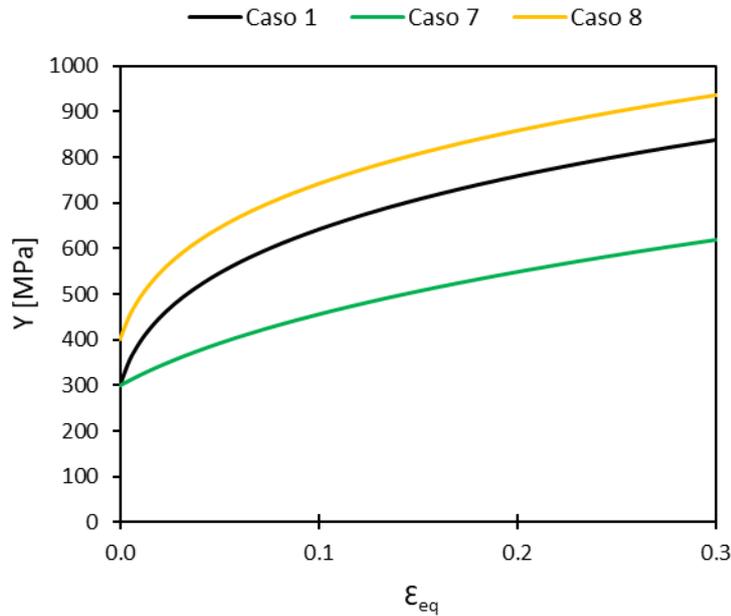


Figura 3.3. Curvas de encruamento, $Y(\epsilon_{eq})$, dos Caso 1, Caso 7 e Caso 8

Para melhor se perceber a diferença entre as três curvas, na Figura 3.4 representa-se a taxa de encruamento, $\frac{dY}{d\epsilon_{eq}}$, em função da deformação equivalente, ϵ_{eq} . Os Caso 1 e Caso 8 têm a mesma evolução, enquanto o Caso 7 segue uma evolução diferente, embora se aproxime dos casos anteriores a partir de $\epsilon_{eq} = 10\%$.

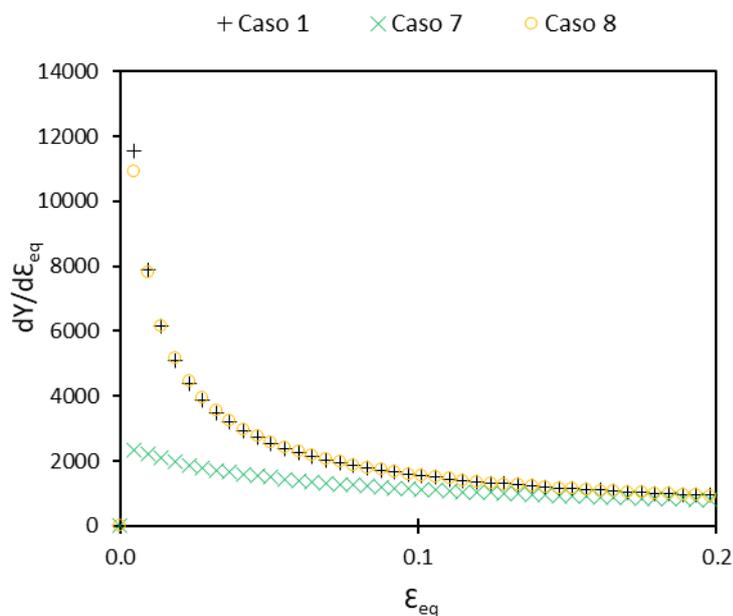


Figura 3.4. Taxa de encruamento, $dY/d\epsilon_{eq}$, em função da deformação plástica equivalente, ϵ_{eq}

A Figura 3.5 mostra a diferença em tensão, ΔY , entre os três casos, ao mesmo valor de deformação equivalente, considerando o **Caso 1** como referência. A diferença de tensão do **Caso 8** é constante com a deformação equivalente enquanto que a do **Caso 7** é sempre crescente.

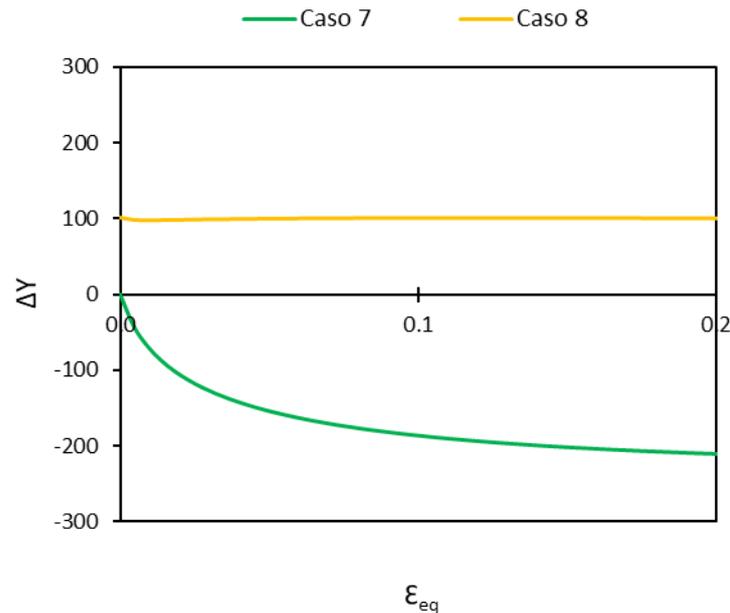


Figura 3.5. Diferença em tensão, ΔY , entre os três casos (considerando o Caso 1 como referência) em função da deformação plástica equivalente, ϵ_{eq} .

3.2. Casos do critério CPB06ex2

Neste subcapítulo analisa-se a anisotropia no plano da chapa dos casos descritos pelo critério de CPB06ex2: o alumínio AA2090-T3 e o aço HSS-Y350.

3.2.1. Distribuição da tensão limite de elasticidade e do coeficiente de anisotropia no plano da chapa

Na Figura 3.6 representa-se a distribuição da tensão limite elasticidade normalizada no plano da chapa, $\sigma_0(\alpha)/\sigma_0(\alpha = 0^\circ)$:

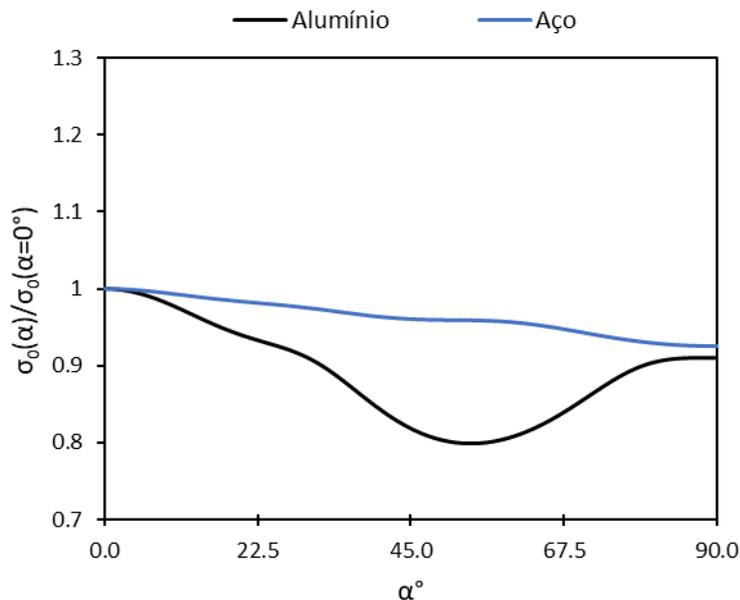


Figura 3.6. Evolução da tensão limite elástica normalizada, $\sigma_0(\alpha)/\sigma_0(\alpha = 0^\circ)$, em função do ângulo do eixo de tração com a direção de laminagem, α , no plano da chapa.

O alumínio mostra alguma variação de $\sigma_0(\alpha)$, atingindo um mínimo perto de $\alpha = 50^\circ$, enquanto o aço mostra uma variação de $\sigma_0(\alpha)$ aproximadamente linear entre $\alpha = 0^\circ$ e 90° e com pequena variação.

A Figura 3.7 mostra a evolução do coeficiente de anisotropia, em que se destaca o alumínio, com as maiores variações e valores acima e abaixo de 1. Além disso, o alumínio apresenta valores de coeficiente de anisotropia extremamente pequenos, sobretudo para valores de α menores do que 20° (inferiores a 0.4).

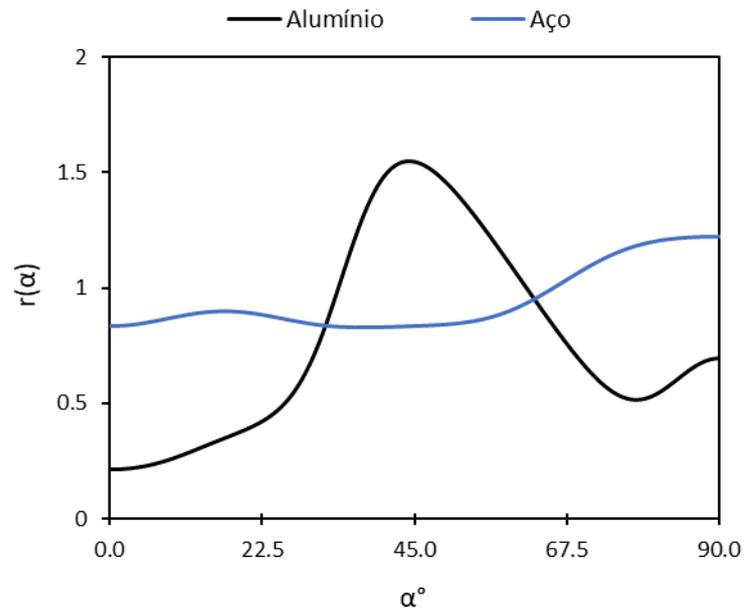


Figura 3.7. Evolução do coeficiente de anisotropia, $r(\alpha)$, em função do ângulo do eixo de tração com a direcção de laminagem, α , no plano da chapa.

Na Figura 3.8 mostram-se os resultados do ensaio de tração do aço e do alumínio. A curva de tração deste último tem um nível mais elevado do que a do aço.

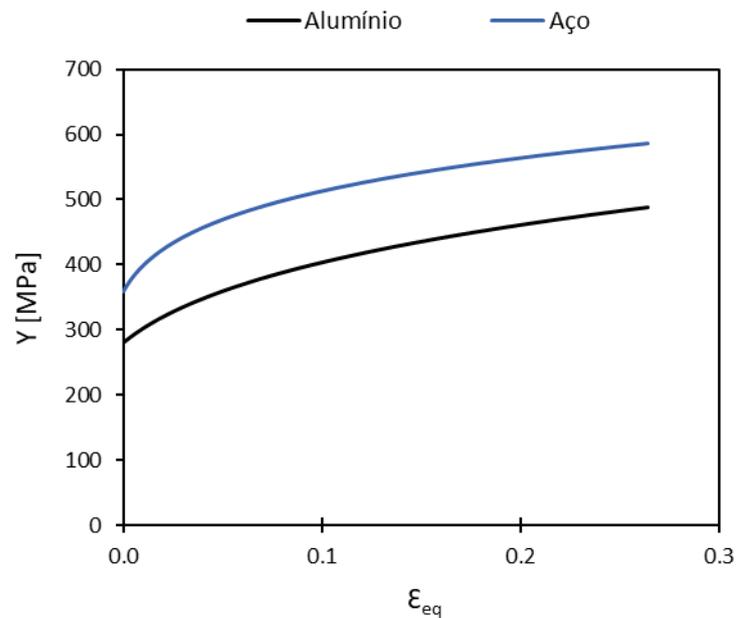


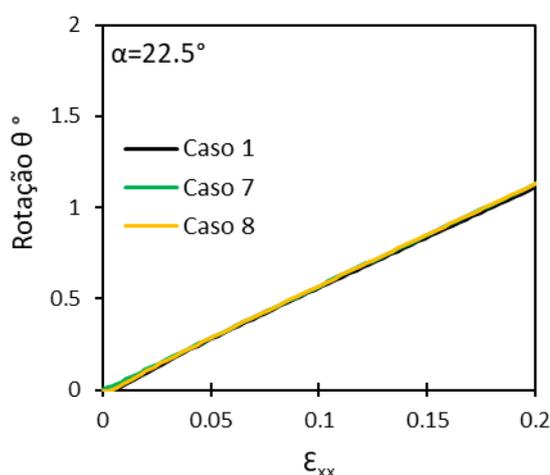
Figura 3.8. Curvas de encruamento, $Y(\epsilon_{eq})$, do alumínio e do aço.

4. RESULTADOS

Neste capítulo é realizada a análise dos resultados das simulações numéricas, nomeadamente a influência do encruamento e da anisotropia da chapa no seu plano na rotação dos eixos de ortotropia relativamente ao eixo de tração. São também comparados resultados numéricos com resultados analíticos. Esta análise é efetuada para curvas de encruamento distintas e para os dois critérios de plasticidade. Apenas se consideram valores de orientações iniciais do eixo de tração $\alpha = 22.5^\circ, 45^\circ$ e 67.5° ; os valores de $\alpha = 0^\circ$ e 90° não são considerados uma vez que não ocorre rotação do eixo de tração para estes ângulos.

4.1. Influência do encruamento na rotação do eixo de tração

Para estudar a influência do encruamento na rotação do material, foram realizados ensaios numéricos a $22.5^\circ, 45^\circ$ e 67.5° para os três casos do critério de Hill'48 com os mesmos parâmetros do critério de plasticidade e diferentes encruamentos (**Caso 1**, **Caso 7** e **Caso 8**) e analisados os respetivos ângulos de rotação, θ , em função da deformação do provete, ϵ_{xx} . Na Figura 4.1 mostram-se estes resultados, constatando-se que para cada valor do ângulo α , as evoluções da rotação durante a deformação são absolutamente idênticas para os três casos (quase não se distinguem nas figuras). Assim, é possível concluir que o encruamento não tem influência visível na rotação do material.



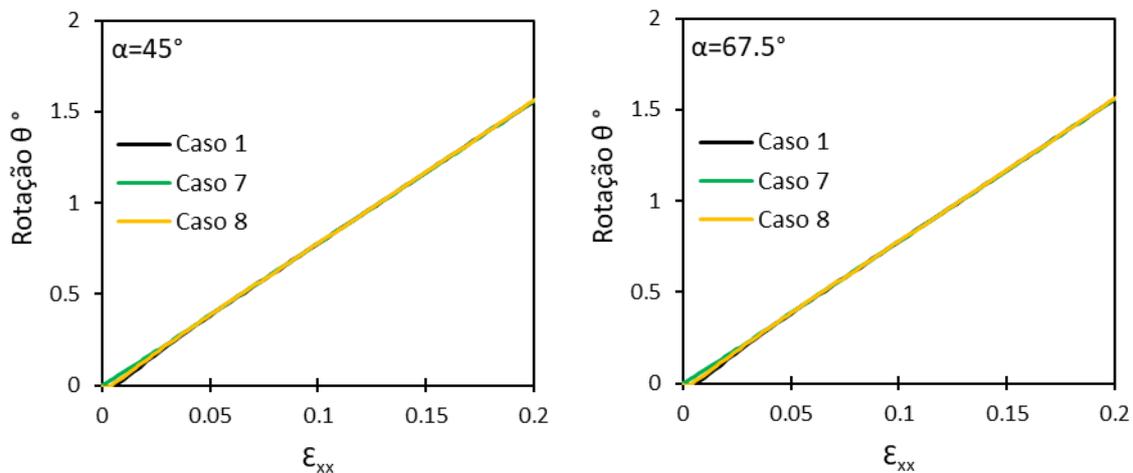


Figura 4.1. Ângulo de rotação, θ , em função da deformação (resultados numéricos) para $\alpha = 22.5^\circ$, 45° e 67.5° , nos **Caso 1**, **Caso 7** e **Caso 8**.

4.2. Influência da anisotropia na rotação do eixo de tração

Para estudar a influência da anisotropia na rotação dos eixos de ortotropia do material, foram realizados ensaios numéricos a 22.5° , 45° e 67.5° , para todos os casos com diferentes anisotropias, e analisados os respetivos ângulos de rotação, θ , em função da deformação do provete, ϵ_{xx} . Além disso, os resultados numéricos foram comparados com resultados analíticos obtidos de acordo com a metodologia definida na secção 2.2.

Os casos do critério de Hill'48 escolhidos como exemplos ilustrativos a mostrar nesta secção são os **Caso 4**, **Caso 5** e **Caso 6**, pelo facto das suas curvas $\sigma_0(\alpha)$ exibirem comportamentos marcadamente anisotrópicos e dissimilares entre eles (ver Figura 3.1); os resultados dos restantes casos podem ser vistos no Anexo A. Para o critério CPB06ex2, mostram-se resultados de ambos os materiais.

4.2.1. Casos do critério de Hill'48

Nas Figura 4.2, Figura 4.3 e Figura 4.4 mostram-se as evoluções do ângulo de rotação, θ , durante a deformação, referentes aos **Caso 4**, **Caso 5** e **Caso 6** do critério de Hill'48, respetivamente. Nestas figuras, os ângulos θ são considerados positivos quando o eixo de tração (Ox) se aproxima do eixo de ortotropia Ox' (ou vice-versa) - ver Figura 2.3 - e negativos no caso contrário - ver Figura 2.2. A rotação é tal que o material tende a

“amaciar”, isto é, o eixo de tração roda no sentido em que diminui a tensão limite de elasticidade (ver Figura 3.1).

Em todos os casos e ângulos considerados ($\alpha = 22.5^\circ$, 45° e 67.5°), existe uma diferença mínima entre o ângulo de rotação numérico e analítico.

No **Caso 4**, para uma orientação inicial do eixo de tração $\alpha = 22.5^\circ$, a rotação θ tem valores negativos, enquanto que com $\alpha = 67.5^\circ$ tem valores positivos, e simétricos, relativamente a $\alpha = 22.5^\circ$; para $\alpha = 45^\circ$, o ângulo de rotação, θ , é praticamente nulo durante toda a deformação (Figura 4.2).

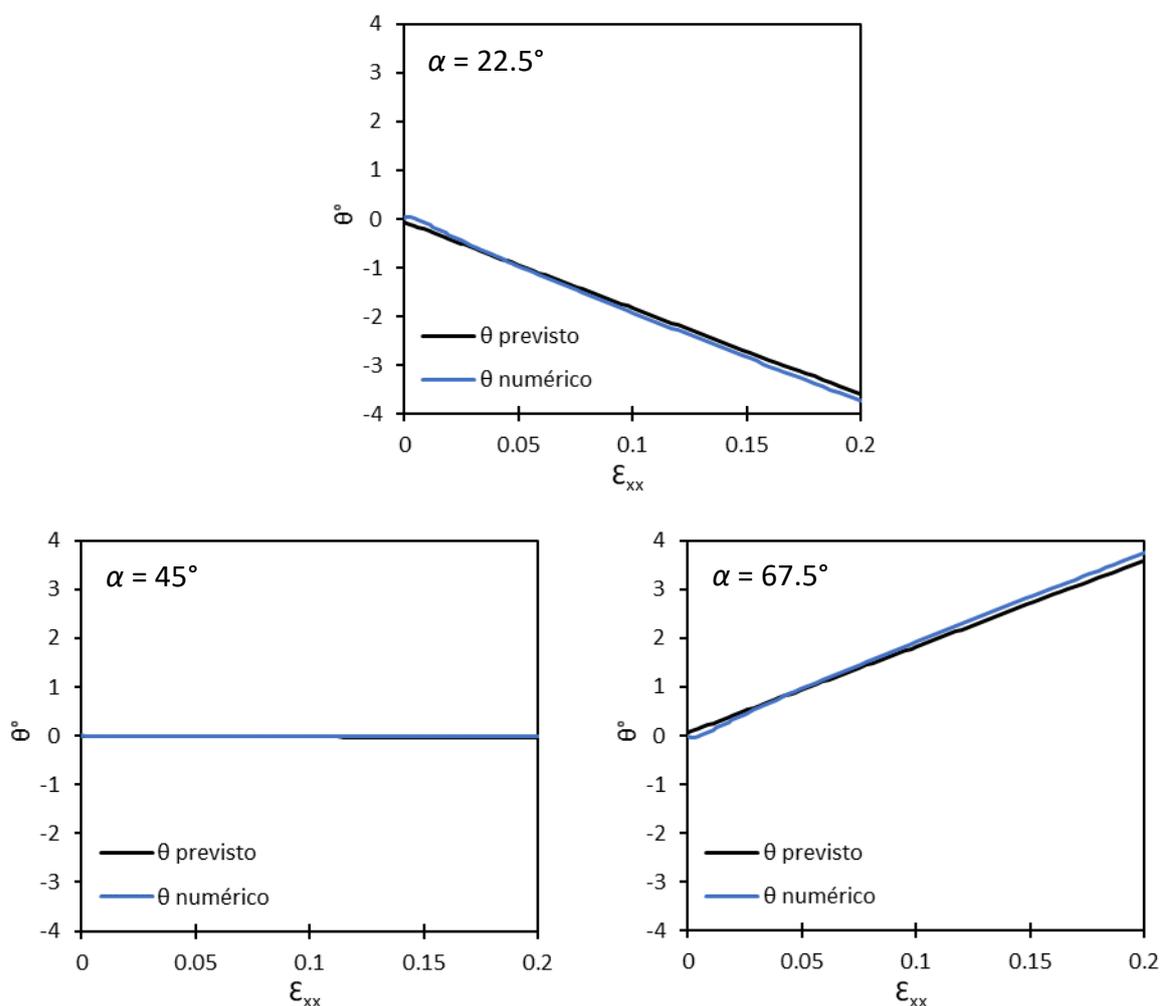


Figura 4.2. Comparação da rotação, θ , obtida numérica e analiticamente para o **Caso 4** com $\alpha = 22.5^\circ$, 45° e 67.5° , respetivamente.

No **Caso 5**, a rotação é negativa para $\alpha = 22.5^\circ$ e 45° e aproximadamente nula para $\alpha = 67.5^\circ$ (Figura 4.3). O **Caso 6** é idêntico ao **Caso 5**, mas com a rotação positiva para $\alpha = 22.5^\circ$ e 45° e também aproximadamente nula para $\alpha = 67.5^\circ$ (Figura 4.4).

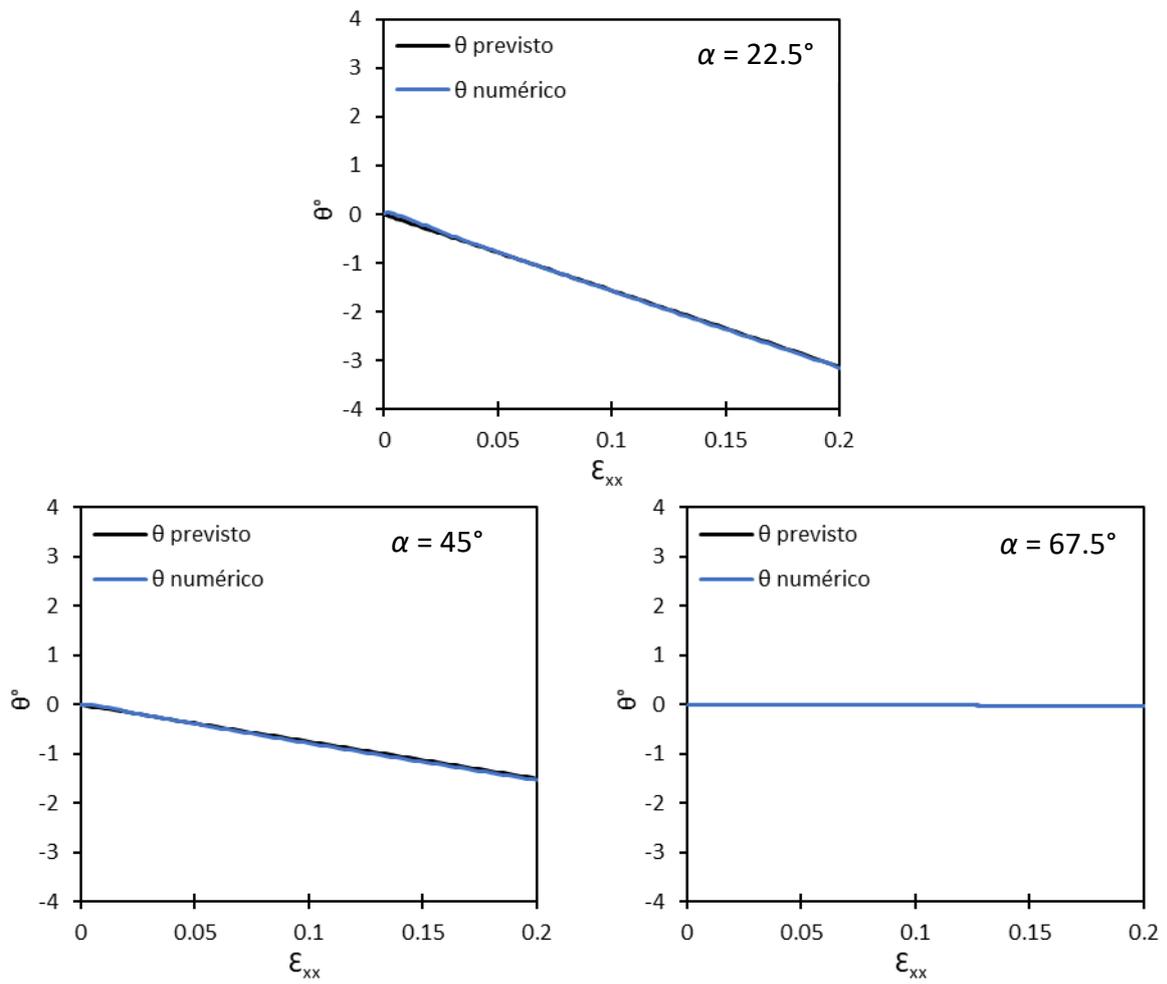


Figura 4.3. Comparação da rotação, θ , obtida numérica e analiticamente para o **Caso 5** a com $\alpha = 22.5^\circ$, 45° e 67.5° , respetivamente.

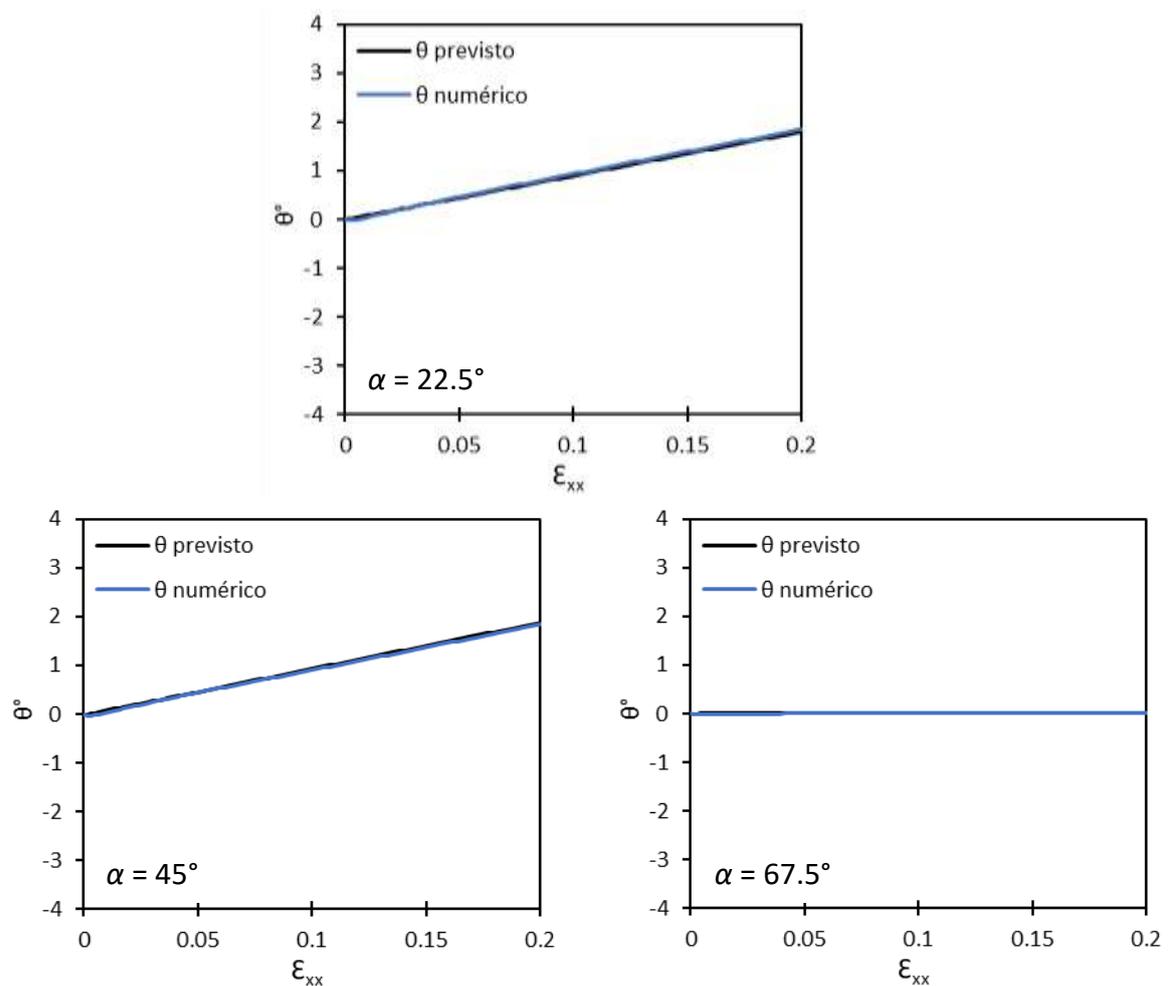


Figura 4.4. Comparação da rotação, θ , obtida numérica e analiticamente para o **Caso 6** com $\alpha = 22.5^\circ$, 45° e 67.5° , respetivamente.

4.2.2. Casos do critério CPB06ex2

Também os resultados dos materiais obedecendo ao critério CBPex02 mostram que a rotação, θ , determinada numericamente é semelhante à prevista analiticamente, como se mostra nas Figura 4.5 e Figura 4.6.

No caso do alumínio, a rotação, θ , é negativa para $\alpha = 22.5^\circ$ e $\alpha = 45^\circ$, sendo positiva para $\alpha = 67.5^\circ$, como se mostra na Figura 4.5.

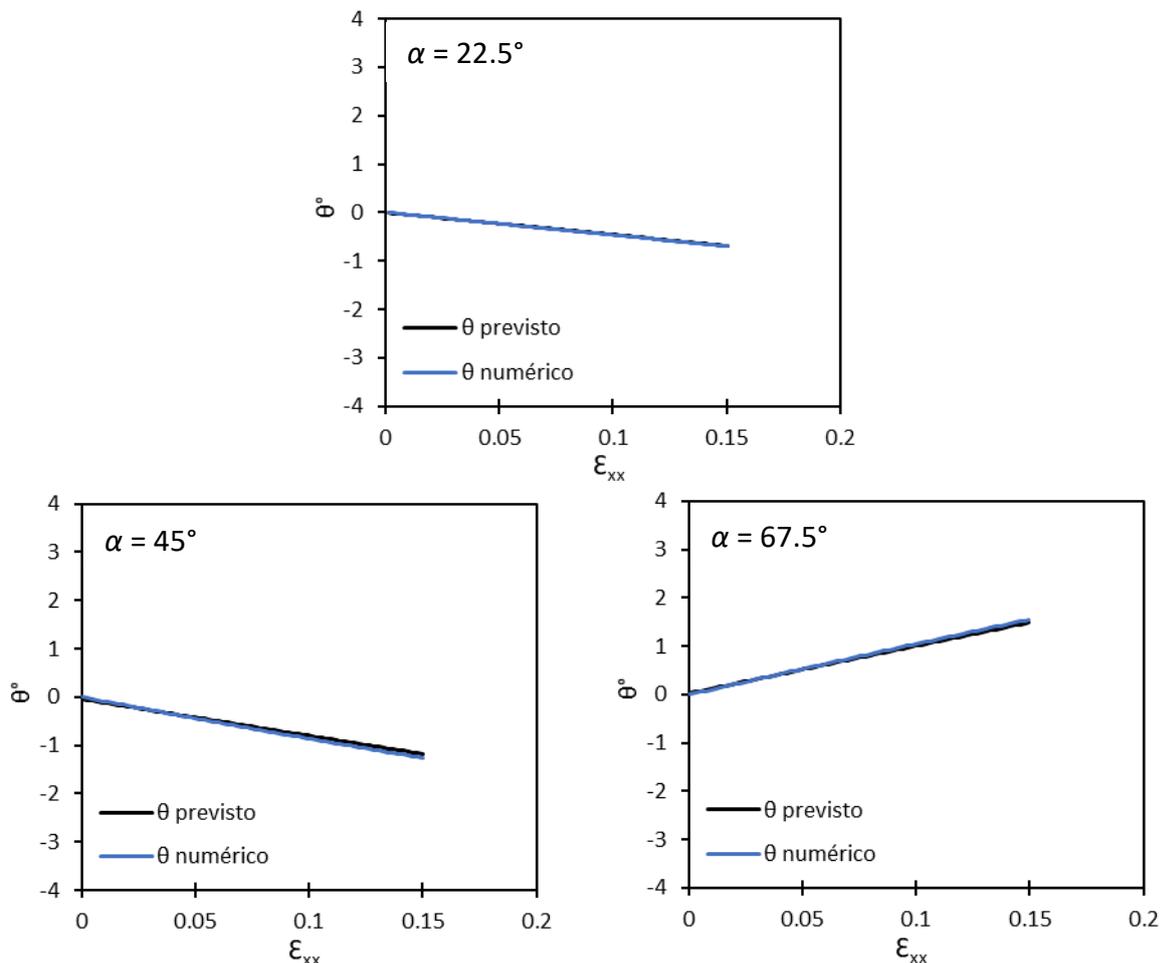


Figura 4.5. Comparação da rotação, θ , obtida numérica e analiticamente no alumínio com $\alpha = 22.5^\circ$, 45° e 67.5° , respetivamente.

No caso do aço, a rotação, θ , é negativa para $\alpha = 22.5^\circ$ e $\alpha = 45^\circ$, sendo positiva para $\alpha = 67.5^\circ$, se observa na Figura 4.6. Em todos os casos a rotação é muito pequena quando comparada com a do alumínio (ver Figura 4.5).

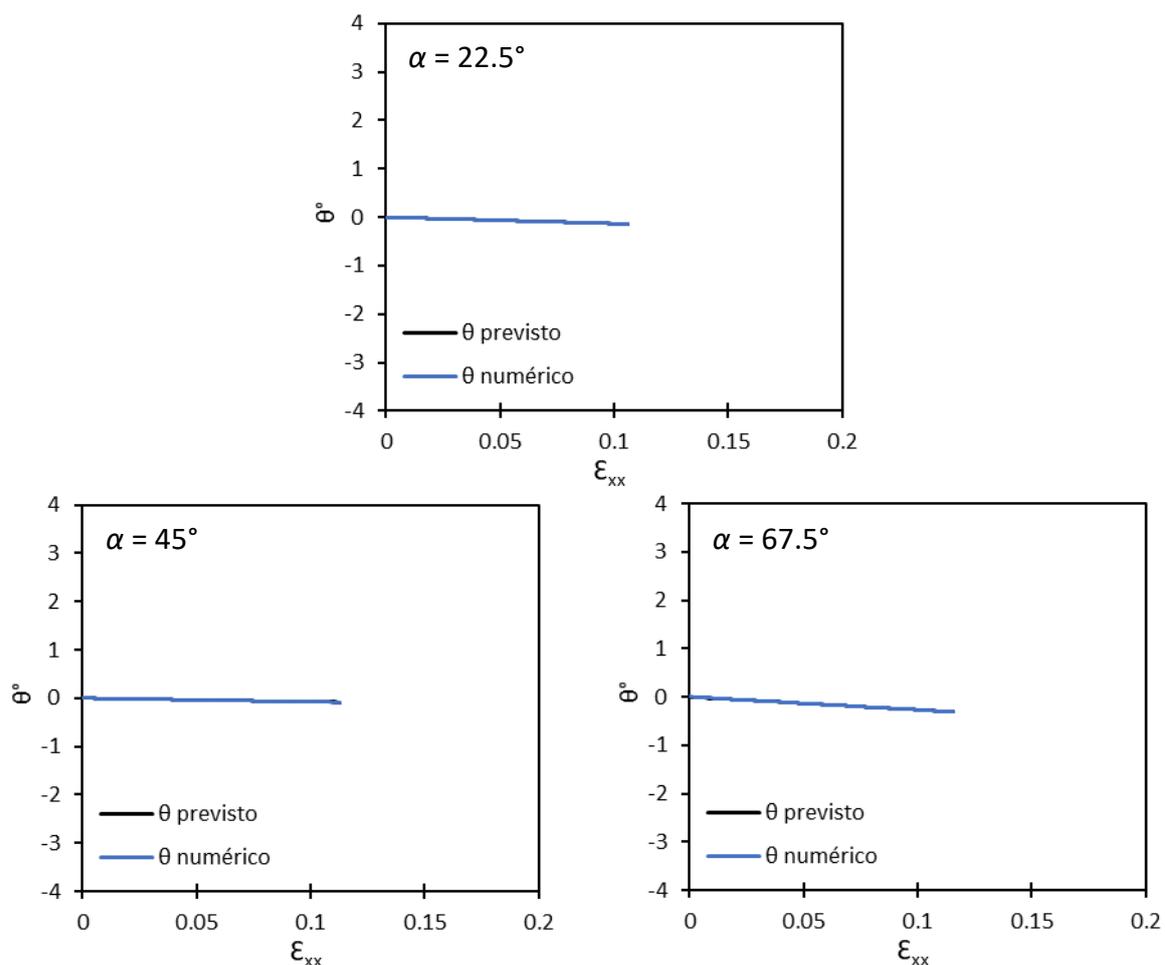


Figura 4.6. Comparação da rotação, θ , obtida numérica e analiticamente no aço com $\alpha = 22.5^\circ$, 45° e 67.5° , respetivamente.

4.2.3. Comparação das rotações, numérica e analítica

Os módulos das diferenças entre os ângulos de rotação, θ , determinados numericamente e previstos analiticamente, para os casos do critério de Hill'48 e de CPB06ex2, são em regra insignificantes, nunca ultrapassando 0.1° , como se mostra na Figura 4.7 e Figura 4.8. Além disso, é possível notar que as diferenças são tanto maiores quanto maiores forem os valores de rotação, θ , referidas nas secções anteriores.

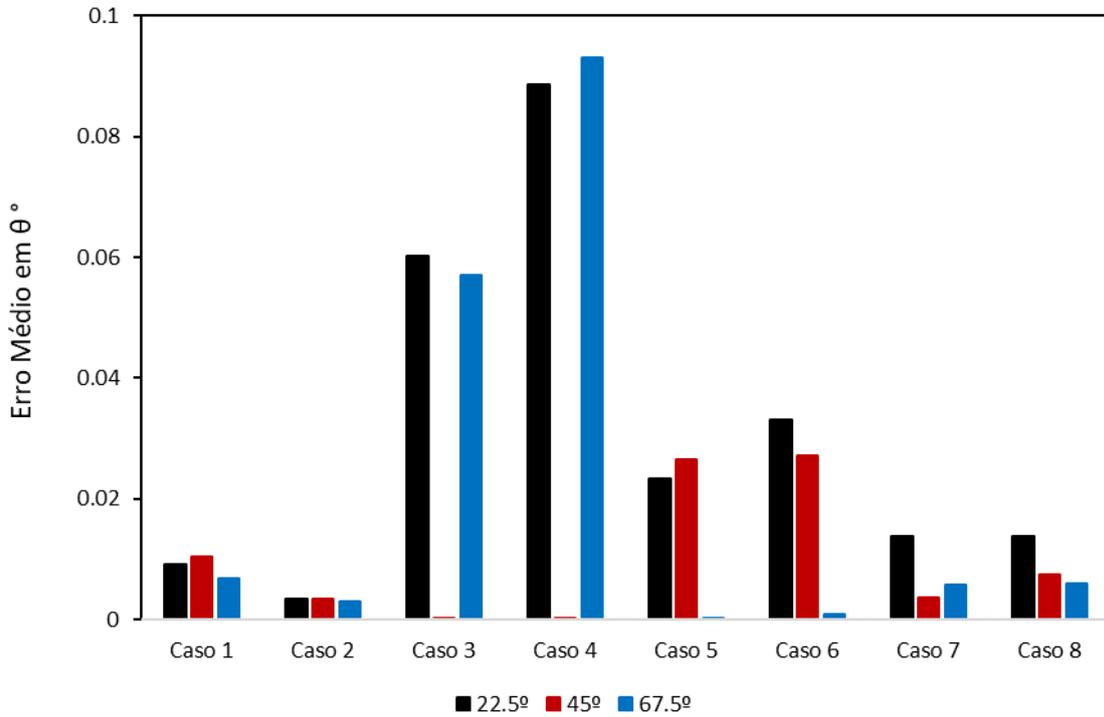


Figura 4.7. Módulo da diferença média entre os valores de rotação, θ , numérico e analítico, nos casos dos materiais obedecendo ao critério de Hill'48

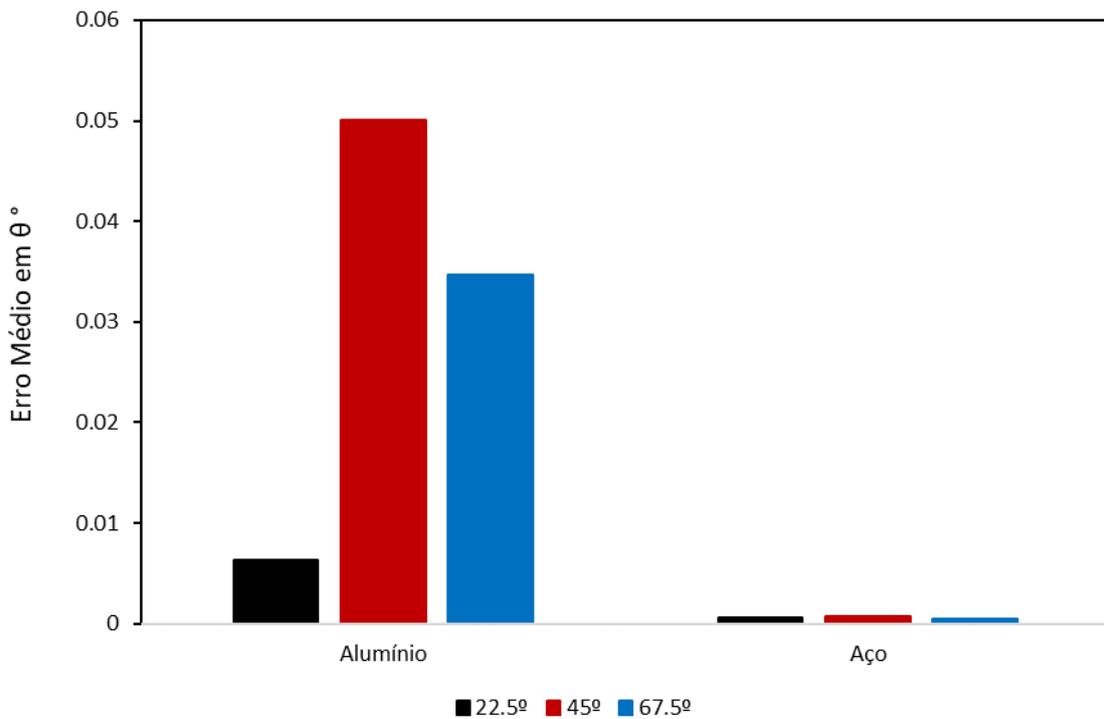


Figura 4.8. Módulo da diferença média entre os valores de rotação, θ , numérico e analítico, nos casos dos materiais obedecendo ao critério CPB06ex2

4.3. Distribuição da tensão limite de elasticidade no plano da chapa e rotação dos eixos de tração

Os resultados apresentados anteriormente, sobre a evolução da rotação, θ , durante a deformação, permitiram constatar a existência de uma correlação entre esta rotação e a evolução da curva de $\sigma_0(\alpha)$, particularmente a sua inclinação (derivada da curva). Assim, quando a derivada é nula (ou aproximadamente nula), as evoluções do ângulo de rotação, $\theta(\varepsilon_{xx})$, são nulas (ou aproximadamente nulas), e quando $\sigma_0(\alpha)$ cresce/decresce, o ângulo de rotação é não nulo e tanto maior (em valor absoluto) quanto maior for a derivada da curva. Tal acontece para ambos os critérios, Hill'48 e CPB06ex2. Com base nos dados das figuras anteriores foi possível descrever a rotação θ em função da derivada de $\sigma_0(\alpha)$, $(\frac{d\sigma_0}{d\alpha})$, para o valor de ε_{xx} (10 %), em que são apresentados 3 marcadores para cada caso (correspondentes a 22.5, 45 e 67.5 graus) como se mostra na Figura 4.9. Observa-se uma relação próxima da linearidade (proporcionalidade) entre a rotação, θ , e a derivada, $\frac{d\sigma_0}{d\alpha}$, para aquele valor de deformação, ε_{xx} .

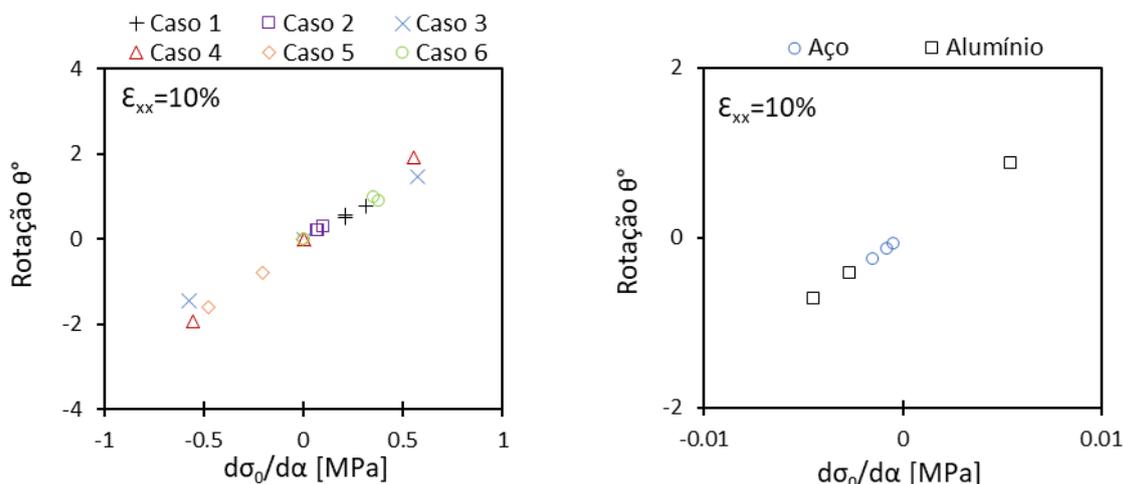


Figura 4.9. Rotação, θ , em função da derivada $d\sigma_0/d\alpha$, para os casos do critério de Hill'48 e CPB06ex2 a 10% de deformação (resultados numéricos)

De forma a proporcionar uma melhor análise quanto à relação entre a rotação e a derivada de $\sigma_0(\alpha)$, na Figura 4.10 e Figura 4.11 comparam-se as evoluções de $\frac{d\sigma_0}{d\alpha}$ e de

$\frac{d\varepsilon_{xy}}{d\varepsilon_{xx}}$ em função do ângulo, α . A razão $\frac{d\varepsilon_{xy}}{d\varepsilon_{xx}}$ representa a rotação $d\varepsilon_{xy}$ normalizada pelo correspondente valor de deformação na direção do eixo de tração, $d\varepsilon_{xx}$. Nestas figuras, as escalas foram escolhidas de modo a sobrepor o mais possível as duas curvas, para facilitar a comparação entre elas. Como pode ser observado, as curvas são muito próximas entre si, sendo ligeira a diferença entre elas.

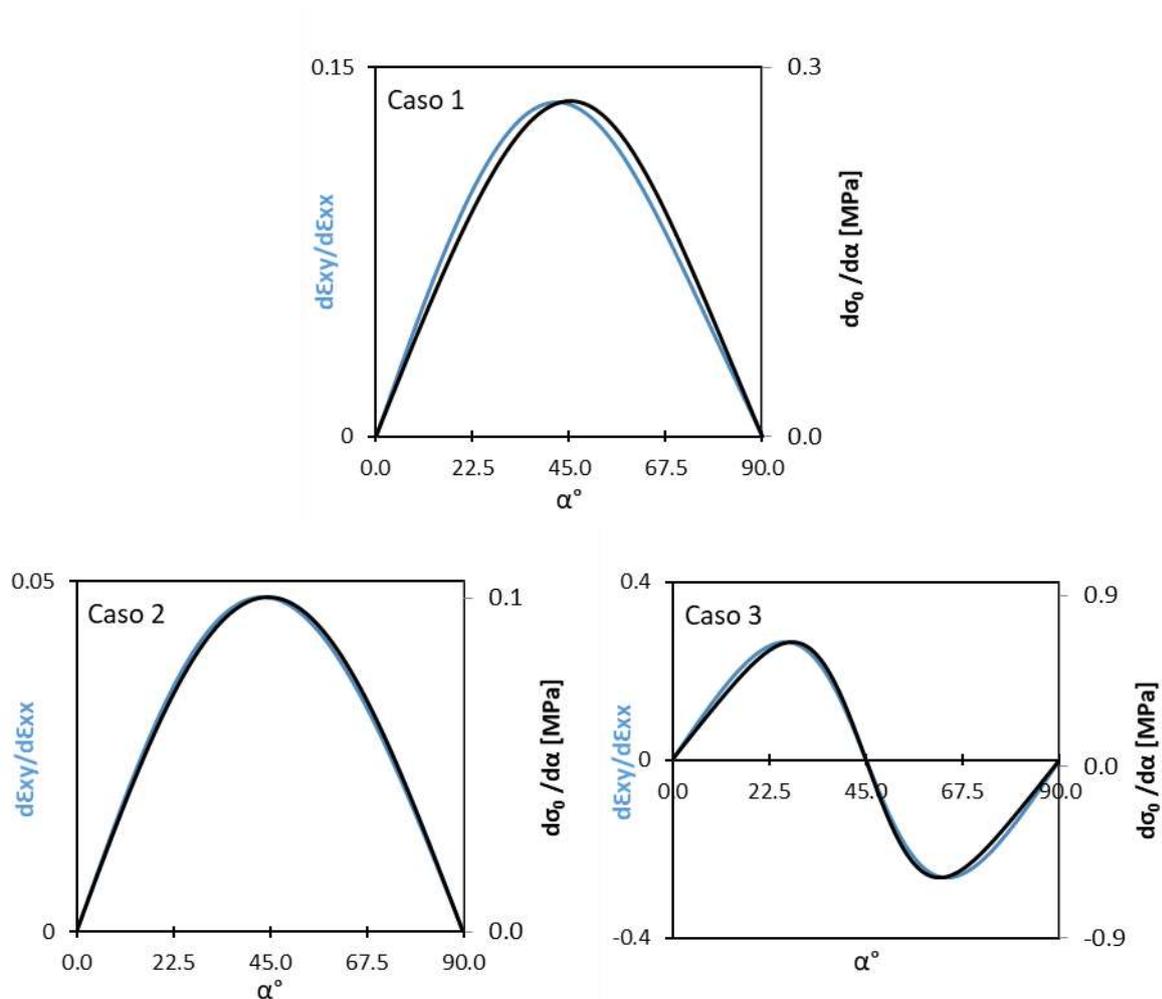


Figura 4.10. Rotação normalizada, $d\varepsilon_{xy}/d\varepsilon_{xx}$ para os **Caso 1**, **Caso 2** e **Caso 3** do critério de Hill'48 e a derivada $d\sigma_0/d\alpha$ em função de α .

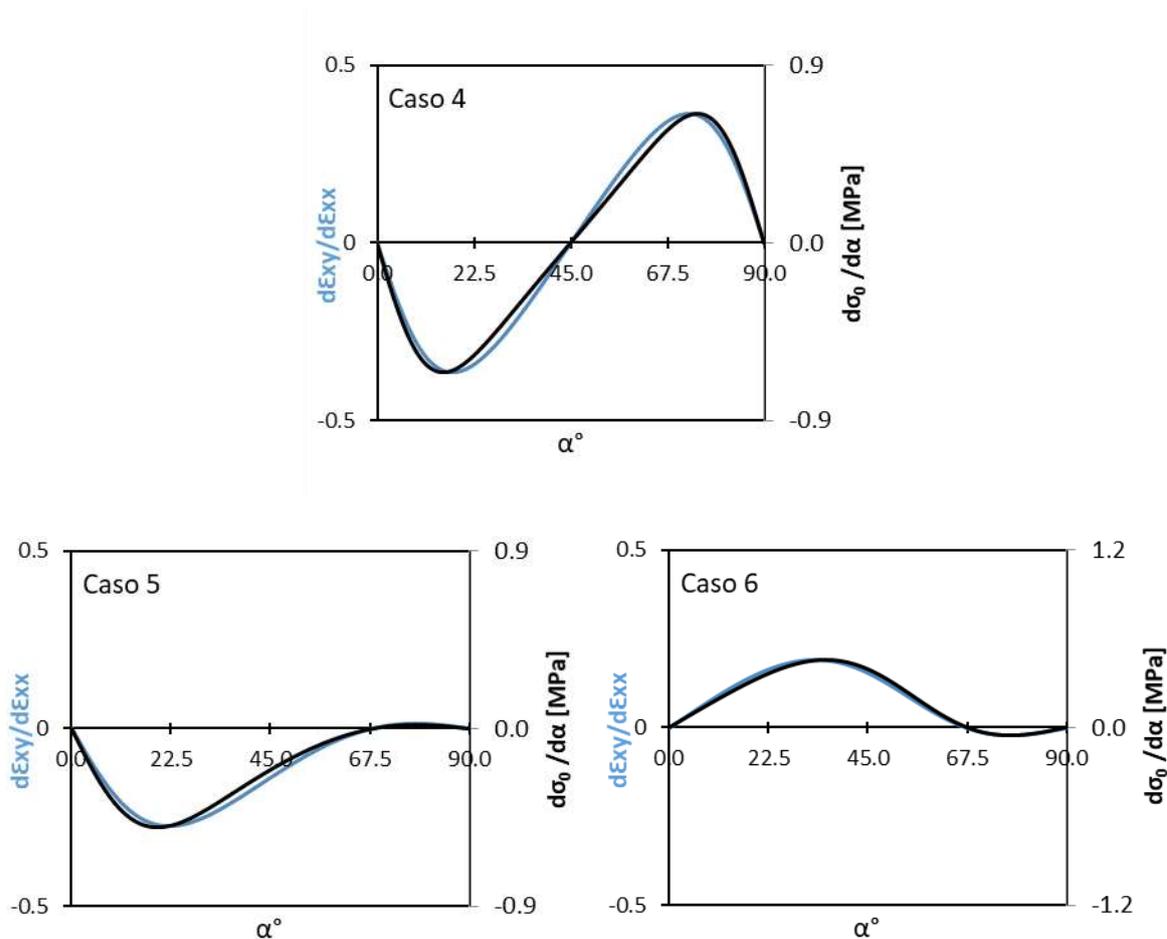


Figura 4.11. Rotação normalizada $d\varepsilon_{xy}/d\varepsilon_{xx}$ para os **Caso 4**, **Caso 5** e **Caso 6** do critério de Hill'48 e a derivada $d\sigma_0/d\alpha$ em função de α .

4.4. Comparação das curvas de tração com e sem correção da rotação

Nesta secção, vamos proceder à comparação entre, por um lado, a lei de encruamento (Swift) e, por outro lado, as curvas tensão – deformação equivalentes ($\sigma_{eq} = f(\varepsilon_{eq})$) obtidas a partir das curvas de tração numéricas com e sem correção da rotação, $\theta(\varepsilon_{xx})$, para os ângulos atrás analisados (22.5, 45 e 67.5°) e ambos os critérios de anisotropia acima utilizados (supondo conhecidos os respetivos parâmetros). Para ajudar a perceber as diferenças entre a lei de encruamento de Swift e as curvas tensão – deformação equivalentes ($\sigma_{eq} = f(\varepsilon_{eq})$), obtidas com e sem correção da rotação, mostra-se também, para ambos os

casos, o erro relativo em tensão equivalente (quando se comparam com a lei de encruamento).

4.4.1. Casos do critério de Hill'48

Tal como anteriormente, os **Caso 4**, **Caso 5** e **Caso 6** do critério de Hill'48 foram escolhidos como exemplos ilustrativos, pois estão entre os que apresentam maior erro médio em θ (ver Figura 4.7). Os resultados dos restantes casos são apresentados no Anexo B.

As Figura 4.12, Figura 4.13 e Figura 4.14 mostram os resultados do **Caso 4**.

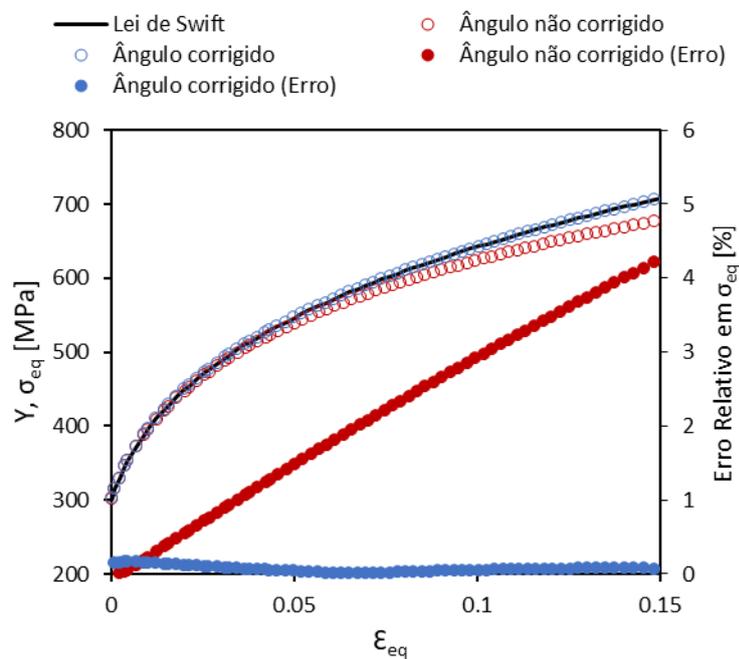


Figura 4.12. Comparação da curva de encruamento com as curvas equivalentes, obtidas com e sem correção do ângulo de rotação, θ , indicando-se também os seus erros em relação à lei de encruamento, para o **Caso 4** com $\alpha = 22.5^\circ$.

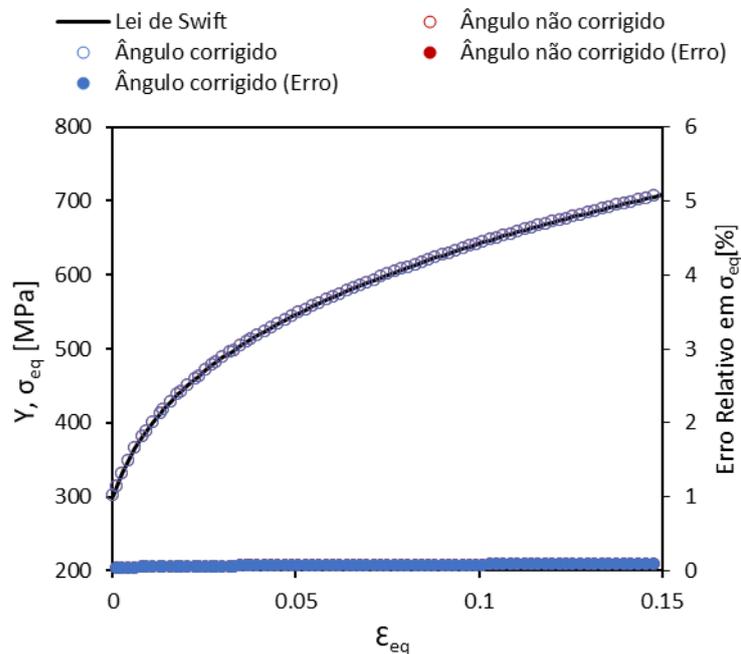


Figura 4.13. Comparação da curva de encruamento com as curvas equivalentes, obtidas com e sem correção do ângulo de rotação, θ , indicando-se também os seus erros em relação à lei de encruamento, para o **Caso 4** com $\alpha = 45^\circ$.

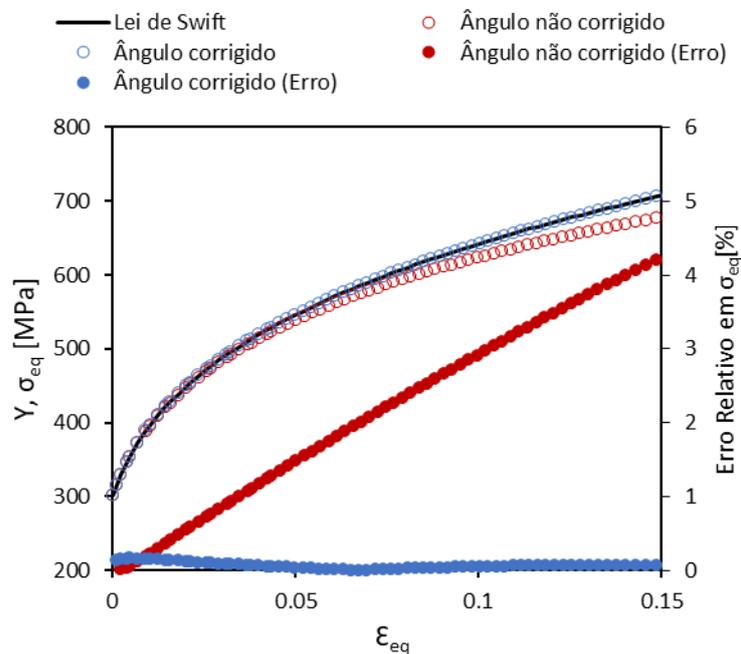


Figura 4.14. Comparação da curva de encruamento com as curvas equivalentes, obtidas com e sem correção do ângulo de rotação, θ , indicando-se também os seus erros em relação à lei de encruamento, para o **Caso 4** com $\alpha = 67.5^\circ$.

Estas figuras mostram que quando as curvas equivalentes tensão – deformação são obtidas considerando a rotação, θ , o erro relativamente à lei de encruamento é desprezável em todos os casos (sempre inferior a 0.2%).

Quando a rotação, θ , é desprezada, os erros maiores de tensão ocorrem para orientações do eixo de tração, α , para os quais ocorrem os maiores valores de $\frac{d\sigma_0}{d\alpha}$, coincidindo com as maiores rotações do material, θ . Neste **Caso 4**, isto acontece para orientações $\alpha = 22.5^\circ$ e 67.5° . Para o provete a 45° com a direção de laminagem da chapa, todas as curvas são aproximadamente coincidentes, porque a curva $\sigma_0(\alpha)$ passa por um máximo e consequentemente o ângulo de rotação, θ , é nulo.

Os resultados do **Caso 5** mostram-se nas Figura 4.15, Figura 4.16 e Figura 4.17.

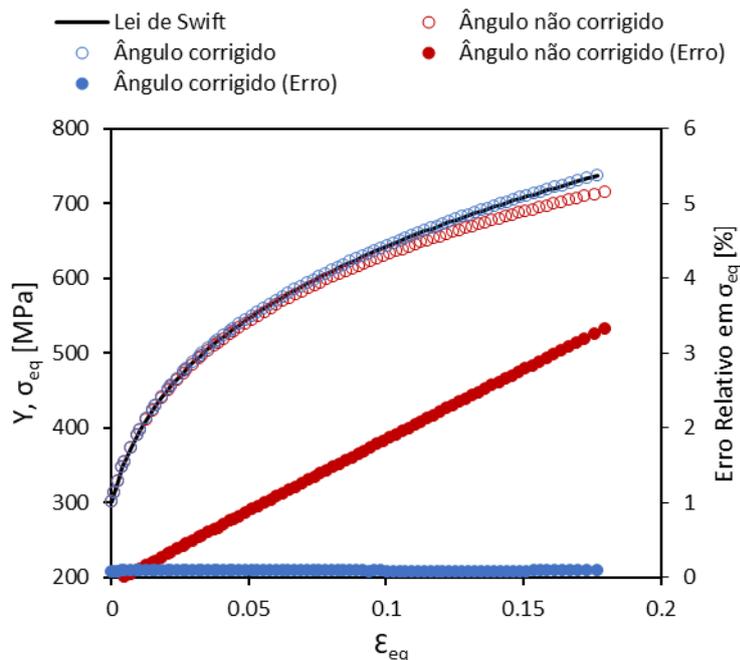


Figura 4.15. Comparação da curva de encruamento com as curvas equivalentes, obtidas com e sem correção do ângulo de rotação, θ , indicando-se também os seus erros em relação à lei de encruamento, para o **Caso 5** com $\alpha = 22.5^\circ$.

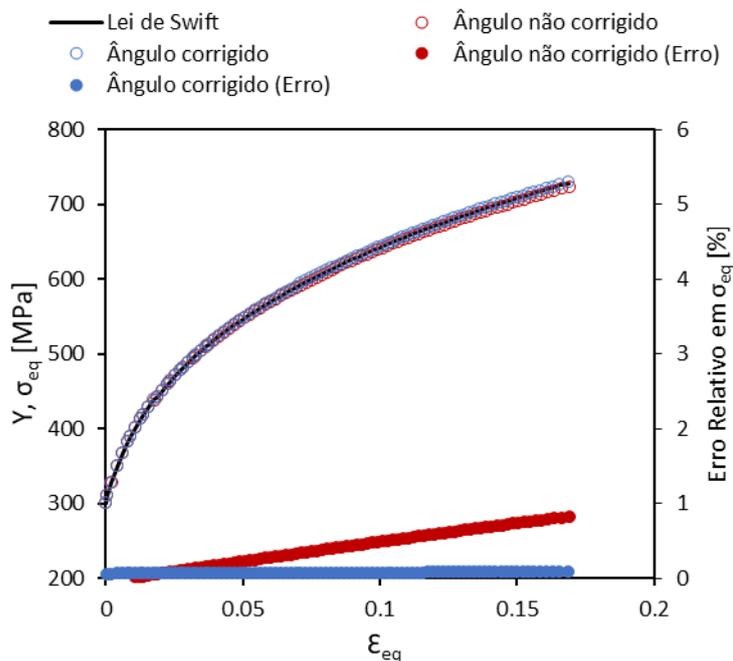


Figura 4.16. Comparação da curva de encruamento com as curvas equivalentes, obtidas com e sem correção do ângulo de rotação, θ , indicando-se também os seus erros em relação à lei de encruamento, para o **Caso 5** com $\alpha = 45^\circ$.

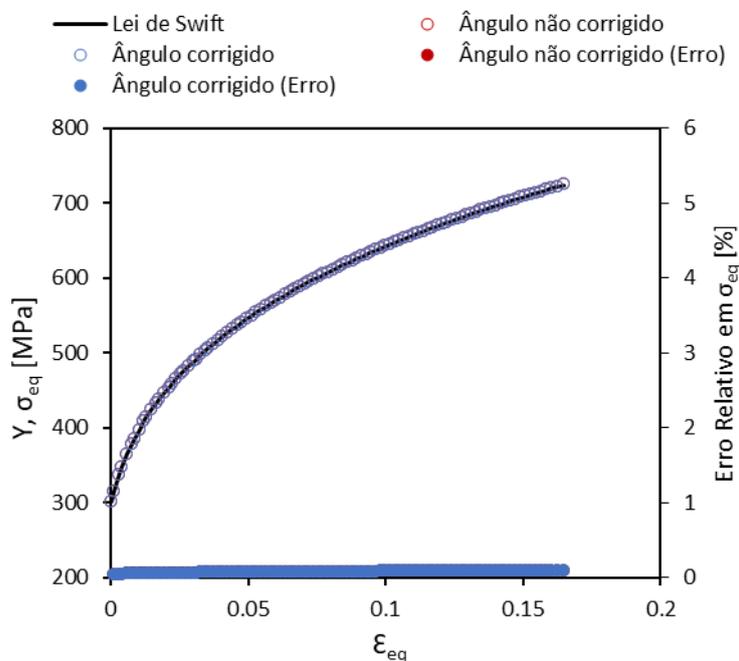


Figura 4.17. Comparação da curva de encruamento com as curvas equivalentes, obtidas com e sem correção do ângulo de rotação, θ , indicando-se também os seus erros em relação à lei de encruamento, para o **Caso 5** com $\alpha = 67.5^\circ$.

Tal como no **Caso 4**, os erros maiores em tensão no **Caso 5** acontecem quando a rotação, θ , é desprezada, e em ângulos α para os quais ocorrem os maiores valores de $\frac{d\sigma_0}{d\alpha}$

coincidindo com as maiores rotações do material, θ . Neste **Caso 5**, isto acontece para orientações $\alpha = 22.5^\circ$ e 45° . Para o provete a 67.5° com a direção de laminagem na chapa, todas as curvas são aproximadamente coincidentes, porque a curva $\sigma_0(\alpha)$ apresenta derivada próxima de zero e conseqüentemente o ângulo de rotação, θ , é nulo.

Os resultados do **Caso 6** mostram-se nas Figura 4.18, Figura 4.19 e Figura 4.20 e estão em concordância com os casos anteriores.

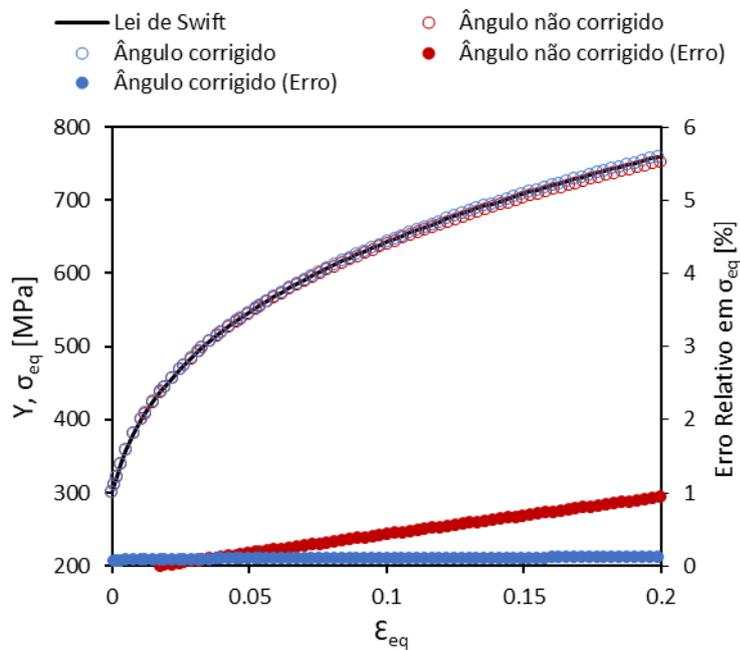


Figura 4.18. Comparação da curva de encruamento com as curvas equivalentes, obtidas com e sem correção do ângulo de rotação, θ , indicando-se também os seus erros em relação à lei de encruamento, para o **Caso 6** com $\alpha = 22.5^\circ$

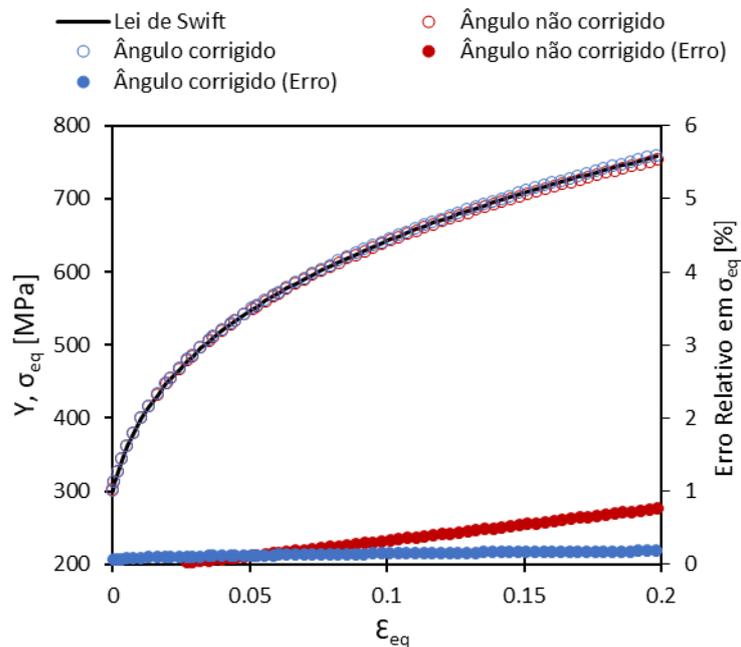


Figura 4.19. Comparação da curva de encruamento com as curvas equivalentes, obtidas com e sem correção do ângulo de rotação, θ , indicando-se também os seus erros em relação à lei de encruamento, para o **Caso 6** com $\alpha = 45^\circ$

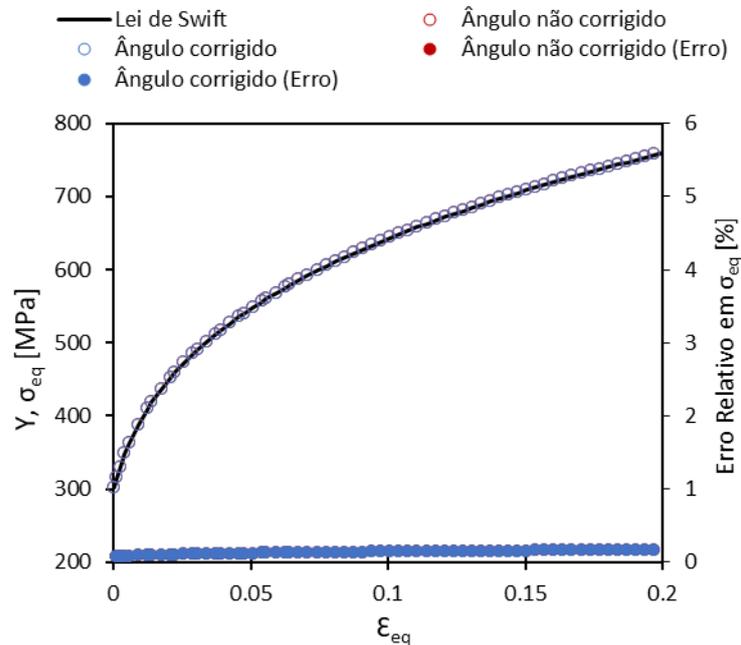


Figura 4.20. Comparação da curva de encruamento com as curvas equivalentes, obtidas com e sem correção do ângulo de rotação, θ , indicando-se também os seus erros em relação à lei de encruamento, para o **Caso 6** com $\alpha = 67.5^\circ$

O **Caso 6** mostra erros maiores de tensão para $\alpha = 22.5^\circ$ e 45° os quais, tal como nos casos anteriores, correspondem a orientações da chapa em que existem maiores rotações do material, θ , e maiores valores absolutos de $\frac{d\sigma_0}{d\alpha}$. Para o provete a 67.5° com a direção de laminagem na chapa, todas as curvas são aproximadamente coincidentes, porque a curva $\sigma_0(\alpha)$ apresenta derivada próxima de zero e consequentemente o ângulo de rotação, θ , é quase nulo.

4.4.2. Casos do critério CPB06ex2

No caso do critério CPB06ex2 são analisados ambos os materiais. Os resultados do alumínio mostram-se nas Figura 4.21, Figura 4.22 e Figura 4.23. Os erros maiores em tensão acontecem para os maiores valores da rotação, θ , que quase coincidem também com os maiores valores de $\frac{d\sigma_0}{d\alpha}$, isto é: $\alpha = 45^\circ$ e 67.5° .

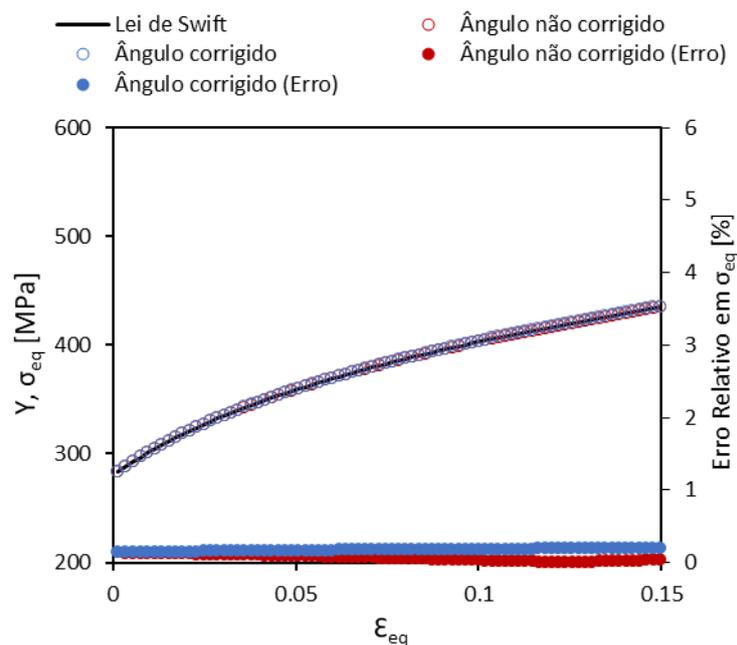


Figura 4.21. Comparação da curva de encruamento com as curvas equivalentes, obtidas com e sem correção do ângulo de rotação, θ , indicando-se também os seus erros em relação à lei de encruamento, para o alumínio com $\alpha=22.5^\circ$

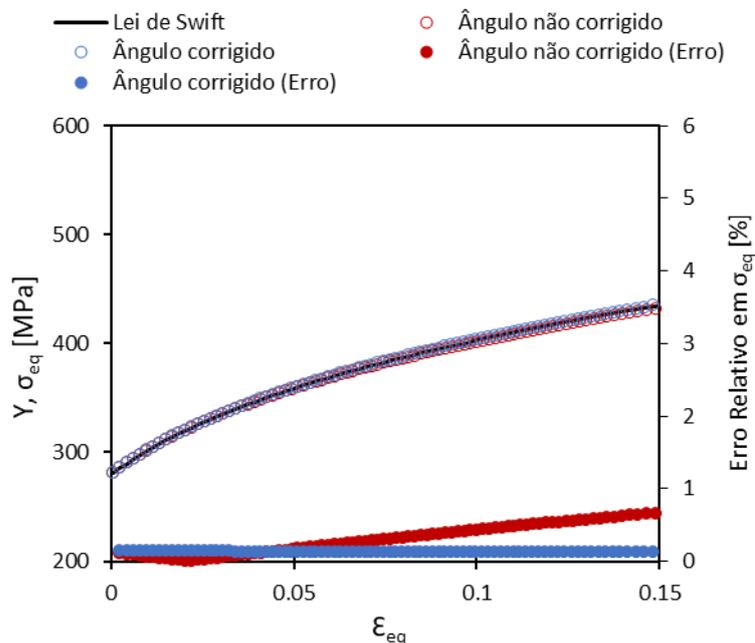


Figura 4.22. Comparação da curva de encruamento com as curvas equivalentes, obtidas com e sem correção do ângulo de rotação, θ , indicando-se também os seus erros em relação à lei de encruamento, para o alumínio com $\alpha = 45^\circ$

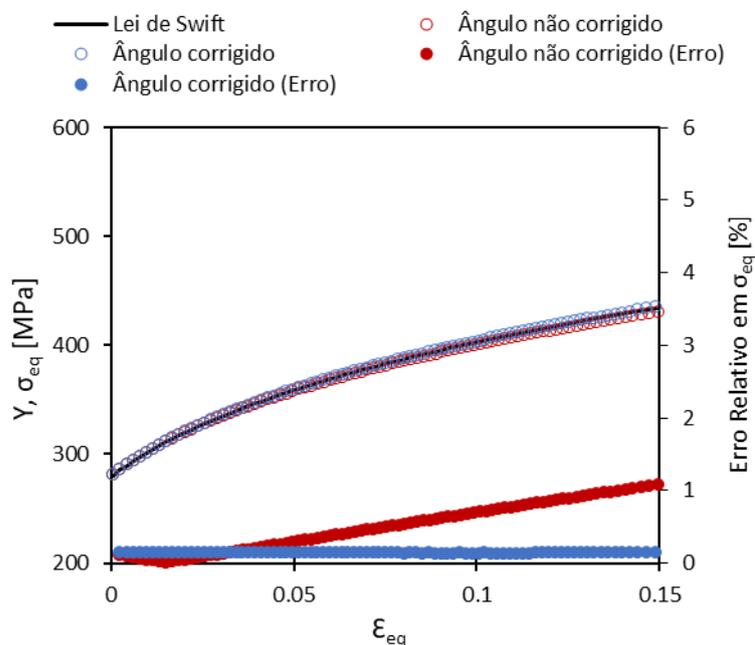


Figura 4.23. Comparação da curva de encruamento com as curvas equivalentes, obtidas com e sem correção do ângulo de rotação, θ , indicando-se também os seus erros em relação à lei de encruamento, para o alumínio com $\alpha = 67.5^\circ$

O comportamento do aço está descrito nas Figura 4.24, Figura 4.25 e Figura 4.26. Este comportamento vai ao encontro dos descritos anteriormente para os restantes materiais.

Para as três orientações, $\alpha = 22.5^\circ$, 45° e 67.5° , o erro de tensões é praticamente nulo, uma vez que a rotação, θ , e a derivada $\frac{d\sigma_0}{d\alpha}$ também o são.

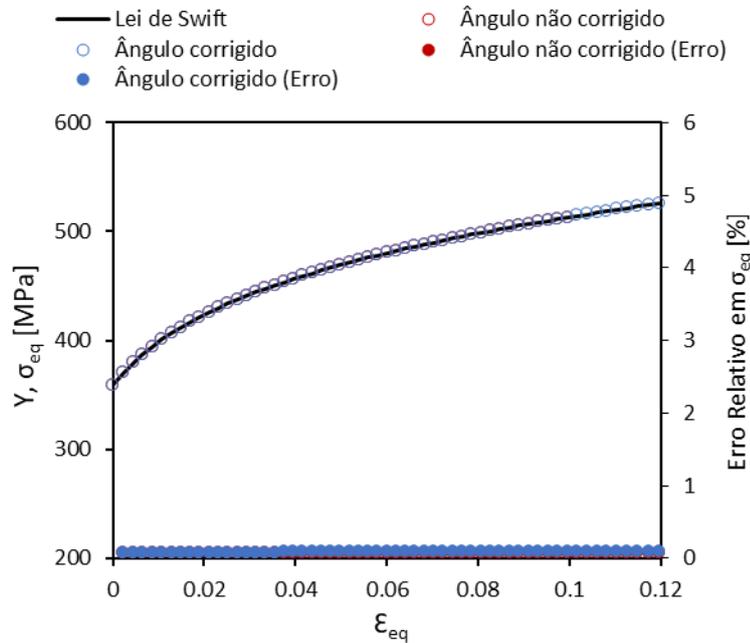


Figura 4.24. Comparação da curva de encruamento com as curvas equivalentes, obtidas com e sem correção do ângulo de rotação, θ , indicando-se também os seus erros em relação à lei de encruamento, para o aço com $\alpha = 22.5^\circ$.

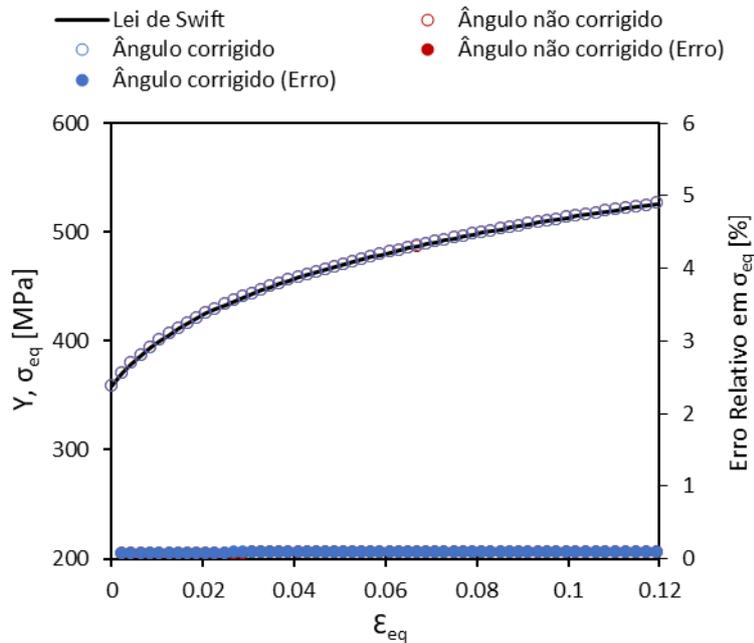


Figura 4.25. Comparação da curva de encruamento com as curvas equivalentes, obtidas com e sem correção do ângulo de rotação, θ , indicando-se também os seus erros em relação à lei de encruamento, para o aço com $\alpha = 45^\circ$.

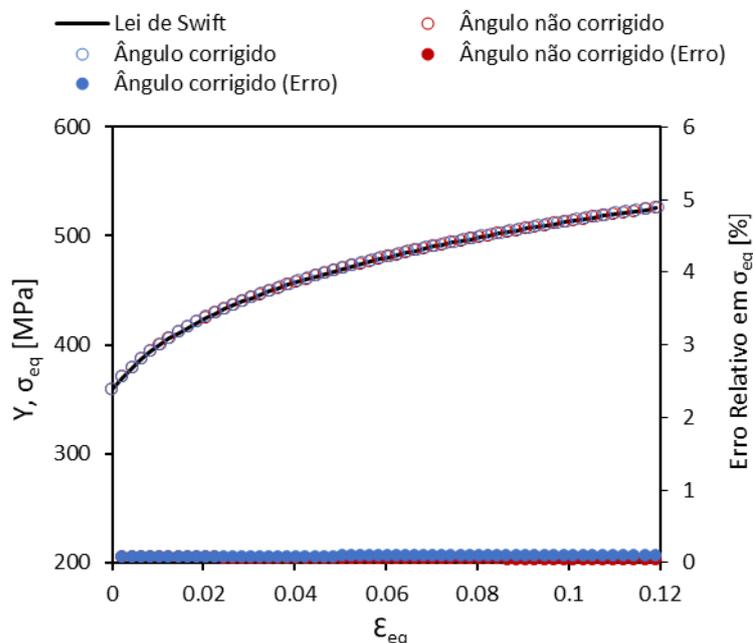


Figura 4.26. Comparação da curva de encruamento com as curvas equivalentes, obtidas com e sem correção do ângulo de rotação, θ , indicando-se também os seus erros em relação à lei de encruamento, para o aço com $\alpha = 67.5^\circ$.

4.4.3. Comparação dos erros em tensão equivalente

Para uma fácil comparação, nas Figura 4.27 e Figura 4.29 representam-se os erros para os ângulos não corrigidos e nas Figura 4.28 e Figura 4.30 representam os erros para os ângulos corrigidos, todos a um valor de deformação de 10%, para os materiais anteriormente estudados dos critérios de Hill'48 e CPB06ex2.

4.4.3.1. Critério de Hill'48

Para os casos dos materiais obedecendo ao critério de Hill'48, não procedendo à correção da rotação, θ , os erros em tensão, a 10% de deformação, podem atingir valores próximos de 3%, como no **Caso 4** da Figura 4.27.

Porém, a eficácia da correção de ângulo de rotação, θ , é notória como se mostra na Figura 4.28, em que todos os casos do critério de Hill'48 apresentam erro abaixo de 0.2%.

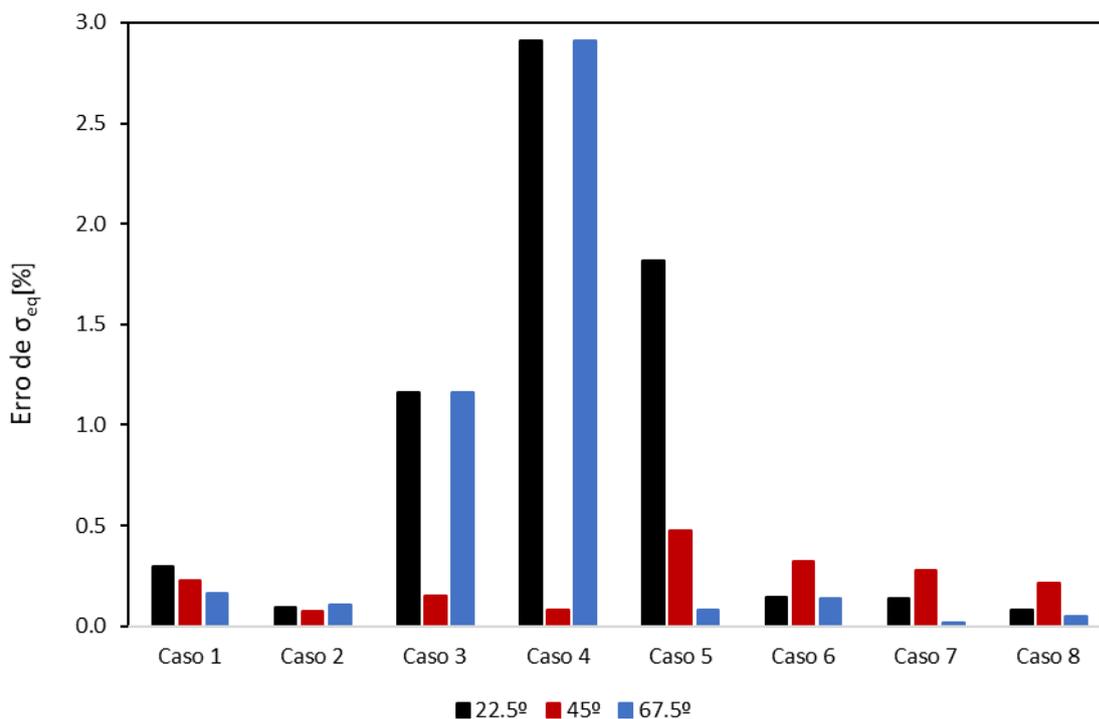


Figura 4.27. Erros relativos, em percentagem, das curvas de encruamento dos casos do critério de Hill'48 com ângulo não corrigido

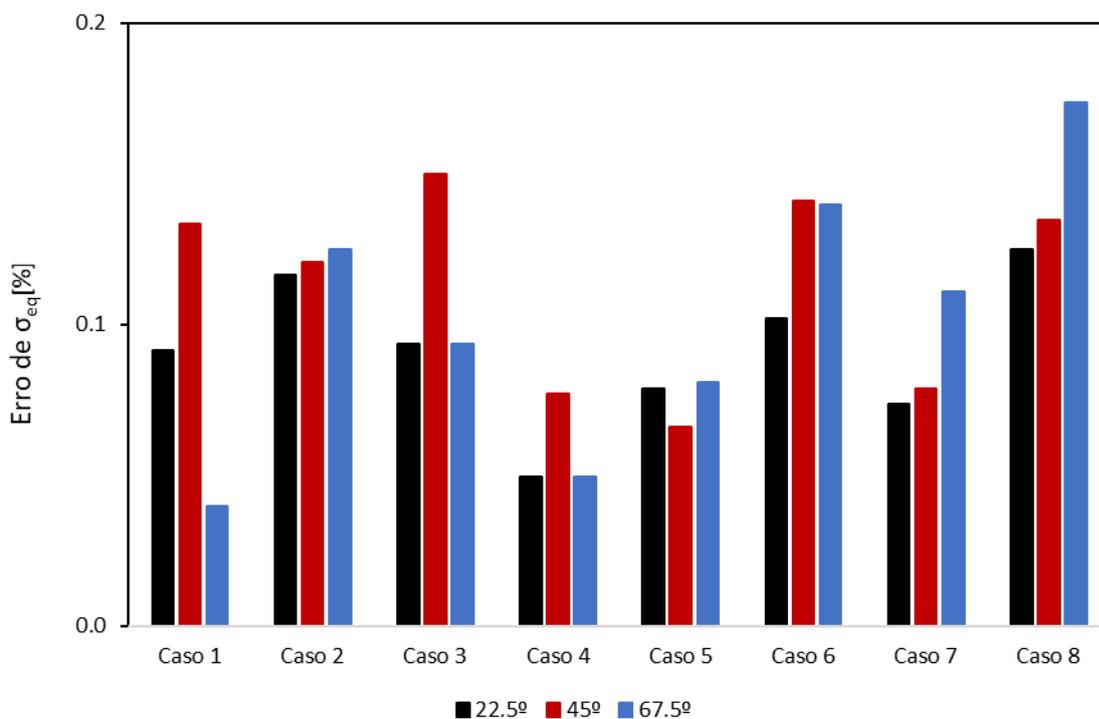


Figura 4.28. Erros relativos, em percentagem, das curvas de encruamento dos casos do critério de Hill'48 com ângulo corrigido

4.4.3.2. Critério CPB06ex2

A mesma abordagem é efetuada para os materiais do critério CPB06ex2. Nestes casos, não procedendo à correção da rotação, θ , os erros a 10% de deformação atingem valores relativamente pequenos (não superiores a 0.7%), como se mostra na Figura 4.29. Isto deve-se à quase isotropia de distribuição da tensão limite de elasticidade no plano da chapa particularmente evidente no caso do aço.

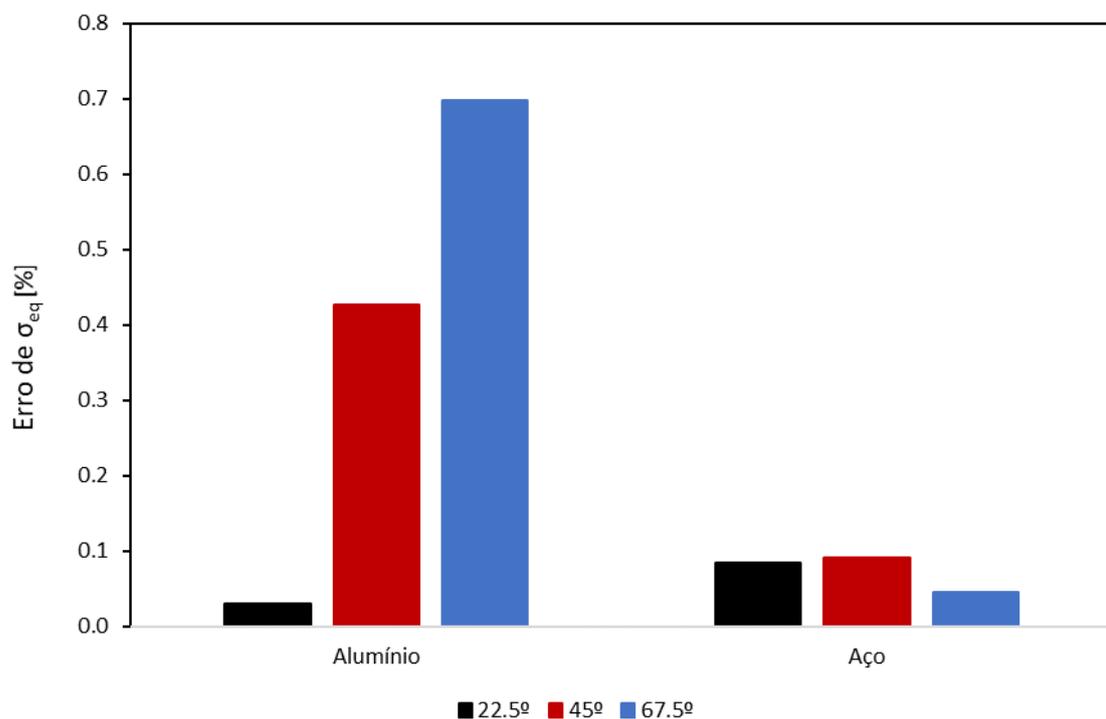


Figura 4.29. Erros relativos em tensão, para os casos dos materiais obedecendo ao critério CPB06ex2, não considerando a correção do ângulo de rotação, θ .

Também nos materiais obedecendo ao critério CPB06ex2 a eficácia da correção de ângulo de rotação, θ , é visível reduzindo ainda mais o erro para valores insignificantes (inferiores a 0.2%).

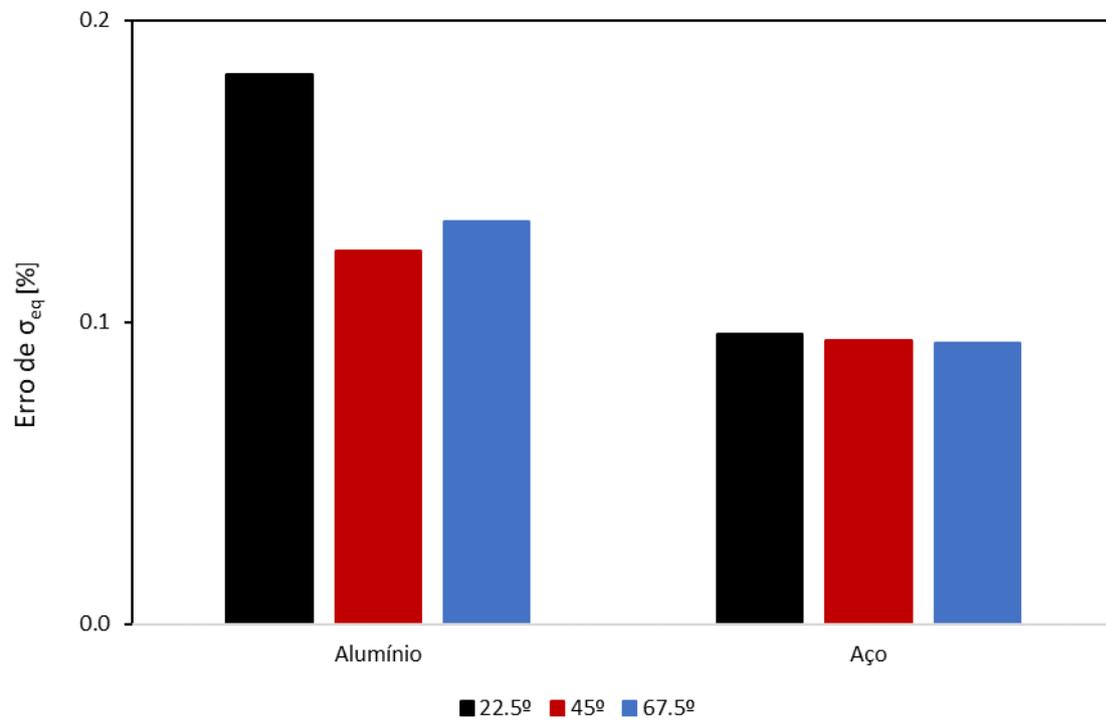


Figura 4.30. Erros relativos em tensão, para os casos dos materiais obedecendo ao critério CPB06ex2, obtidos com a correção do ângulo de rotação, θ .

5. CONCLUSÃO E PERSPETIVAS

Esta dissertação pretende contribuir para a elaboração de um método que permita, em simultâneo, a identificação dos parâmetros da lei de encruamento isotrópico e do critério de plasticidade, de chapas metálicas, recorrendo a resultados de ensaios simples como a tração. O estudo apoia-se em resultados numéricos deste ensaio, feito a diversos ângulos no plano da chapa. Para tal, foram considerados materiais “fictícios”, todos com encruamento descrito pela lei de Swift e com anisotropias descritas pelos critérios de Hill’48 e de CPB06ex2 (neste último caso, os parâmetros escolhidos foram os identificados em materiais reais, um aço e um alumínio, por outros autores).

A rotação do eixo de tração relativamente aos eixos de ortotropia da chapa (ou vice-versa), que ocorre para materiais anisotrópicos quando a tração se efetua fora dos eixos de ortotropia, foi alvo de análise detalhada. Esta rotação (igual à deformação de corte $d\varepsilon_{xy}$, em que Ox é o eixo de tração e Oy é perpendicular a Ox no plano da chapa) depende da evolução da tensão limite de elasticidade no plano da chapa, $\sigma_0(\alpha)$, e em particular da sua derivada. Quanto maior esta for (em valor absoluto), maior é a rotação; se a derivada é nula ou quase, o mesmo acontece com a rotação.

Assim, a correta determinação da curva equivalente tensão – deformação necessita de utilizar uma metodologia que permita considerar a rotação do eixo de tração relativamente aos eixos de ortotropia da chapa, durante a deformação. Neste trabalho, isto foi efetuado analiticamente recorrendo às equações da teoria da plasticidade que permitem determinar as deformações de corte, $d\varepsilon_{xy}$, no sistema de eixos associado ao provete de tração (note-se que, em materiais anisotrópicos, esta deformação é em geral não nula, apesar da correspondente tensão de corte, τ_{xy} , ser zero). Quando a rotação do eixo de tração é tomada em consideração, o erro na determinação da lei de encruamento, a partir das curvas numéricas e supondo conhecidos os parâmetros do critério de plasticidade, é praticamente nulo; o mesmo não acontece quando a orientação do eixo de tração é considerada fixa. Nos casos dos materiais estudados, descritos pelo critério de Hill’48, os erros em tensão equivalente podem atingir valores próximos de 3%, após 10% de deformação; nos casos

descritos pelo critério CPB06ex2, os erros não ultrapassam 0.7% (as evoluções de $\sigma_0(\alpha)$ destes materiais são relativamente suaves).

Neste contexto, o passo seguinte deste trabalho seria testar a identificação simultânea dos parâmetros da lei de encruamento e do critério de plasticidade com base na totalidade das curvas de tração a diversos ângulos no plano da chapa. Primeiro, pode recorrer-se a ensaios numéricos de materiais fictícios, como neste trabalho, e mais tarde a materiais reais, apresentado anisotropia na distribuição da tensão limite de elasticidade, $\sigma_0(\alpha)$, no plano da chapa. Nesta identificação, podem ser utilizados ensaios de corte, os quais também são utilizados na identificação de parâmetros de leis constitutivas. Por último, seria interessante comparar os resultados numéricos de estampagem de um componente, por exemplo uma taça quadrada, fazendo a identificação dos parâmetros com e sem considerar a rotação do eixo de tração.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] T. Dursun and C. Soutis, “Recent developments in advanced aircraft aluminium alloys,” *J. Mater.*, vol. 56, pp. 862–871, 2014.
- [2] H. Friedrich and S. Schumann, “Research for a ‘‘ new age of magnesium ’ ’ in the automotive industry,” vol. 117, pp. 276–281, 2001.
- [3] R. Kuziak, R. Kawalla, and S. Waengler, “Advanced high strength steels for automotive industry,” *Arch. Civ. Mech. Eng.*, vol. 8, no. 2, pp. 103–117, 2008.
- [4] J. Galán, L. Samek, P. Verleysen, K. Verbeken, and Y. Houbaert, “Advanced high strength steels for automotive industry,” vol. 48, no. 2, pp. 118–131, 2012.
- [5] N. Baluch, “Advanced High Strength Steel in Auto Industry: an Overview,” vol. 4, no. 4, pp. 686–689, 2014.
- [6] M. Tisza, “Advanced Materials in Sheet Metal Forming,” vol. 581, pp. 137–142, 2014.
- [7] D. Banabic, F. Barlat, O. Cazacu, and T. Kuwabara, “Advances in anisotropy and formability,” *Int. J. Mater. Form.*, vol. 3, no. 3, pp. 165–189, 2010.
- [8] D. Banabic, “*Sheet Metal Forming Processes: Constitutive Modelling and Numerical Simulation*,” ISBN 978-3-540-88112-4, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2010.
- [9] P. A. Prates, A. F. G. Pereira, N. A. Sakharova, M. C. Oliveira, and J. V. Fernandes, “Inverse Strategies for Identifying the Parameters of Constitutive Laws of Metal Sheets,” *Adv. Mater. Sci. Eng.*, vol. 2016, no. September, 2016.
- [10] M. J. P. Viegas, “*Identificação da Anisotropia de Chapas Metálicas com Recurso a Ensaaios Mecânicos Simples*,” Tese de Mestrado, Universidade de Coimbra, 2017.
- [11] P. D. Barros, “*Numerical Simulation of the Deep-Drawing of Cylindrical Cups*,” Tese de Doutoramento, Universidade de Coimbra, 2017.
- [12] B. Chaparro, “*Comportamento Plástico de Materiais Metálicos: Identificação e Optimização de Parâmetros*,” Tese de Doutoramento, Universidade de Coimbra, 2006.
- [13] L. F. Menezes and C. Teodosiu, “Three-dimensional numerical simulation of the deep-drawing process using solid finite elements,” *J. Mater. Process. Technol.*, vol. 97, no. 1–3, pp. 100–106, 2000.
- [14] Neto, D.M., Oliveira, M.C., Menezes, L.F, *Surface Smoothing Procedures in Computational Contact Mechanics*. *Arch. Comput. Methods Eng.* 24, 37–87, 2017.
- [15] Oliveira, M.C., Alves, J.L., Menezes, L.F, *Algorithms and Strategies for Treatment of Large Deformation Frictional Contact in the Numerical Simulation of Deep Drawing Process*. *Arch. Comput. Methods Eng.* 15, 113–162, 2008
- [16] M. Carvalho, “*Eliminação das Orelhas de Estampagem*,” Tese de Mestrado, Universidade de Coimbra, 2020.
- [17] T. Neves, “*Simulação Numérica do Retorno Elástico de um Componente Automóvel*,” Tese de Mestrado, Universidade de Coimbra, 2016
- [18] M. C. Oliveira, “*Algoritmos e Estratégias de Gestão do Problema de Contacto com Atrito em Grandes Deformações Aplicação à Estampagem de Chapas Metálicas*,” Tese de Doutoramento, Universidade de Coimbra, 2005.
- [19] A. Pereira, “*Constitutive parameters identification of metal sheets*,” Tese de

- Doutoramento, Universidade de Coimbra, 2018.
- [20] P. A. D. Prates, “*Metodologia de Análise Inversa para Determinação Simultânea dos Parâmetros de Leis Constitutivas, com Recurso a um Provete Cruciforme,*” Tese de Mestrado, Universidade de Coimbra, 2010.
- [21] J. Woodthorpe and R. Pearce, “*The anomalous behaviour of aluminium sheet under balanced biaxial tension,*” *Int. J. Mech. Sci.*, vol. 12, no. 4, pp. 341–347, 1970.
- [22] O. Cazacu, B. Plunkett, and F. Barlat, “*Orthotropic yield criterion for hexagonal closed packed metals,*” *Int. J. Plast.*, vol. 22, no. 7, pp. 1171–1194, 2006.
- [23] B. Plunkett, O. Cazacu, and F. Barlat, “*Orthotropic yield criteria for description of the anisotropy in tension and compression of sheet metals,*” *Int. J. Plast.*, vol. 24, no. 5, pp. 847–866, 2008.
- [24] A. F. G. Pereira, P. A. Prates, M. C. Oliveira, and J. V. Fernandes, “*Normal stress components during shear tests of metal sheets,*” *Int. J. Mech. Sci.*, vol. 164, no. September, 2019.

ANEXO A

Influência da anisotropia na rotação do eixo de tração

Nas Figura 4.21, Figura 4.3 e Figura 4.4 mostram-se as evoluções do ângulo de rotação, θ , durante a deformação, referentes aos **Caso 1**, **Caso 2** e **Caso 3** (para os ângulos $\alpha = 22.5^\circ$, $\alpha = 45^\circ$ e $\alpha = 67.5^\circ$) do critério de Hill'48, respetivamente.

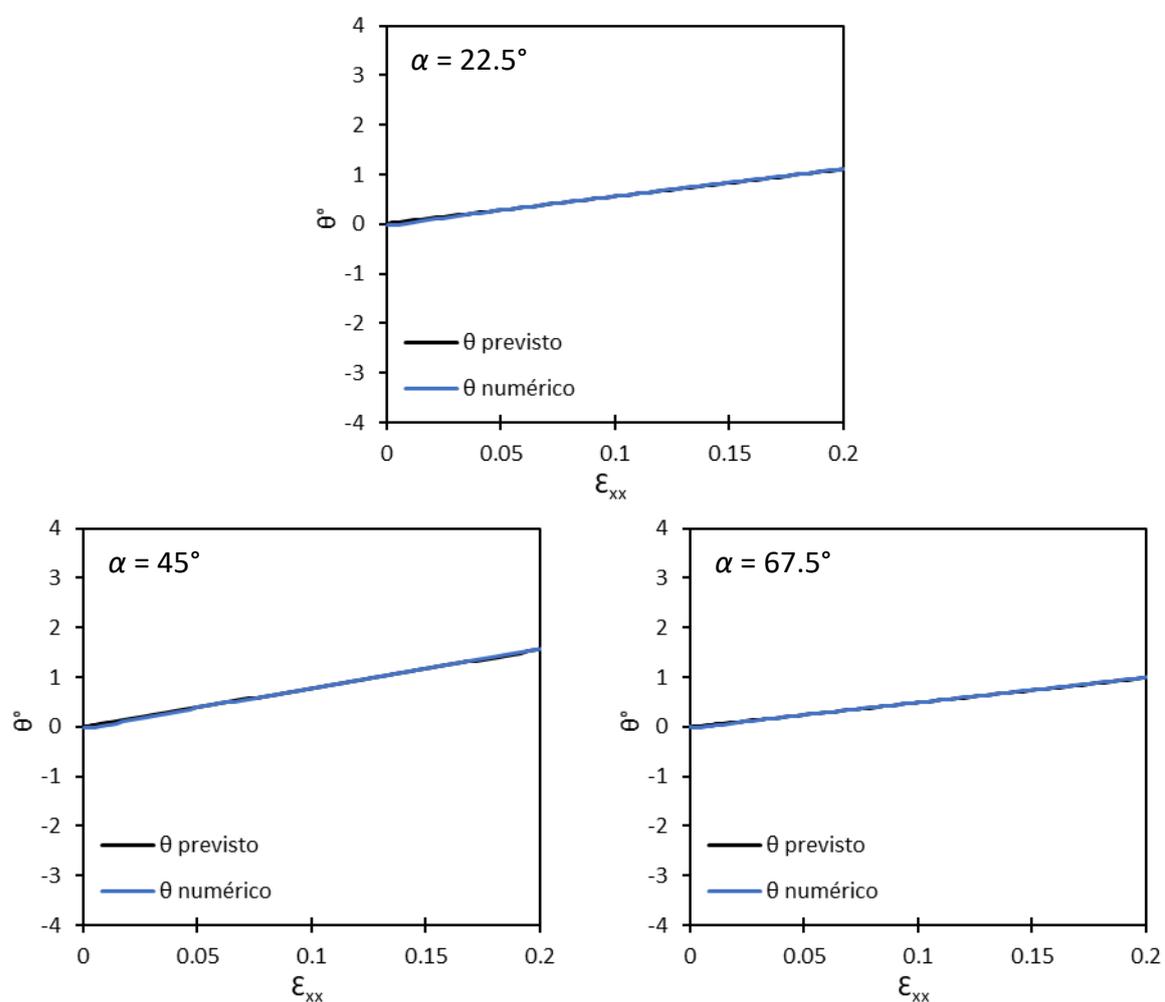


Figura A.1. Comparação da rotação, θ , obtida numérica e analiticamente para o **Caso 1** com $\alpha = 22.5^\circ$, 45° e 67.5° , respetivamente.

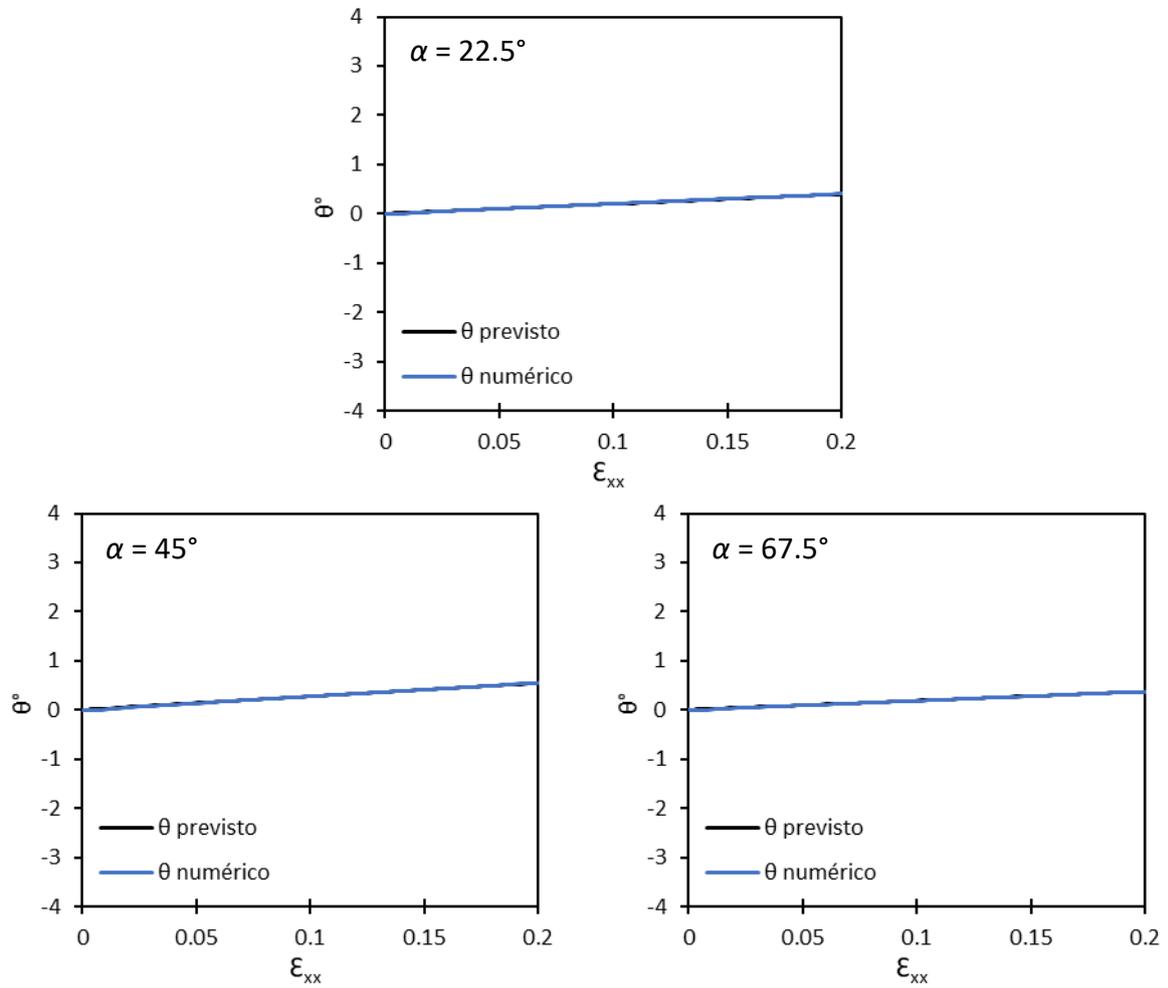


Figura A.2. Comparação da rotação, θ , obtida numérica e analiticamente para o **Caso 2** com $\alpha = 22.5^\circ$, 45° e 67.5° , respetivamente.

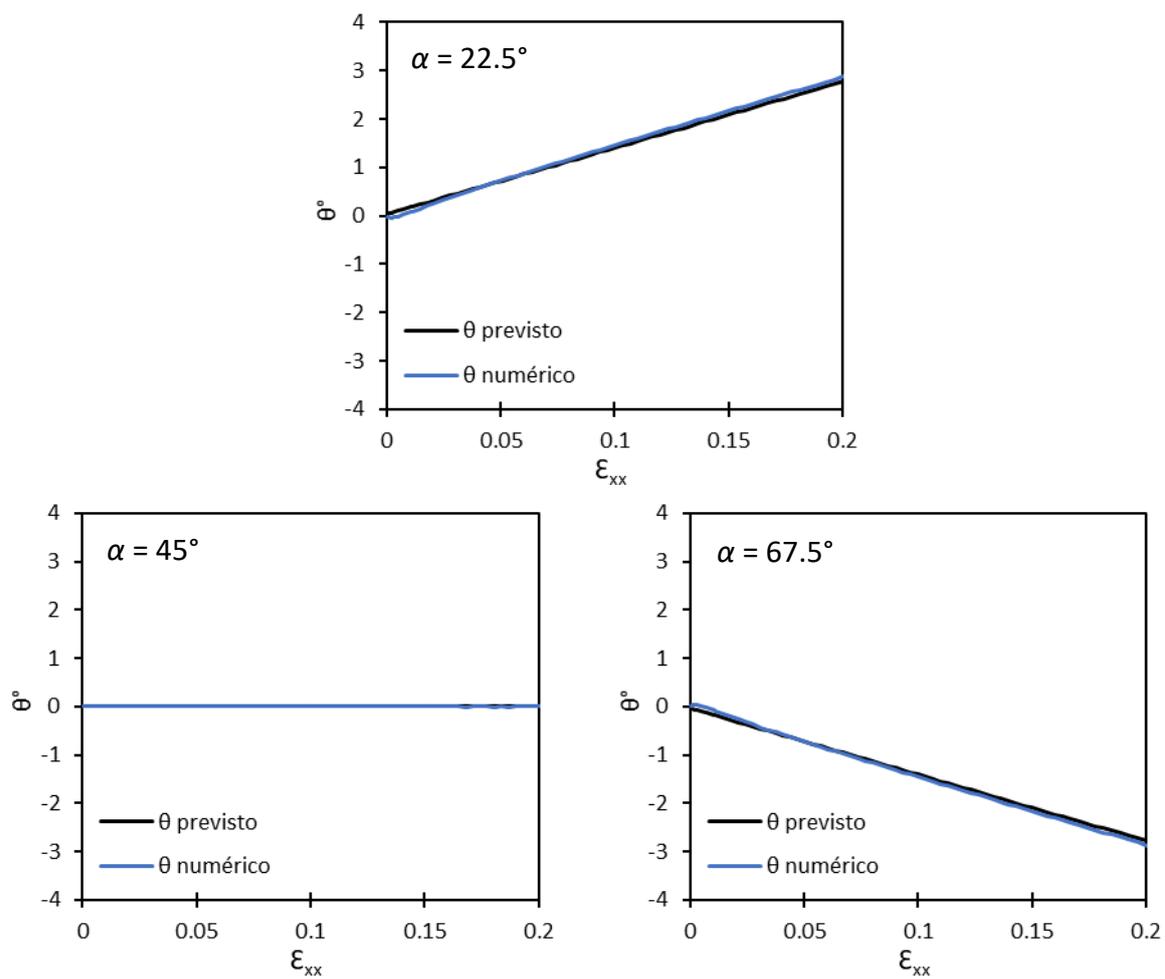


Figura A.3. Comparação da rotação, θ , obtida numérica e analiticamente para o **Caso 3** com $\alpha = 22.5^\circ$, 45° e 67.5° , respetivamente.

ANEXO B

COMPARAÇÃO DAS CURVAS DE TRAÇÃO COM E SEM CORREÇÃO DA ROTAÇÃO

Nas Figura 4.21 a Figura 4.39 procede-se à comparação entre, por um lado, a lei de encruamento (Swift) e, por outro lado, as curvas tensão – deformação equivalentes ($\sigma_{eq} = f(\epsilon_{eq})$) obtidas a partir das curvas de tração numéricas com e sem correção da rotação, $\theta(\epsilon_{xx})$, para os ângulos atrás analisados (22.5, 45 e 67.5°) e para os **Caso 1**, **Caso 2** e **Caso 3** do critério de Hill'48. Mostra-se também, o erro relativo em tensão equivalente (quando se comparam com a lei de encruamento).

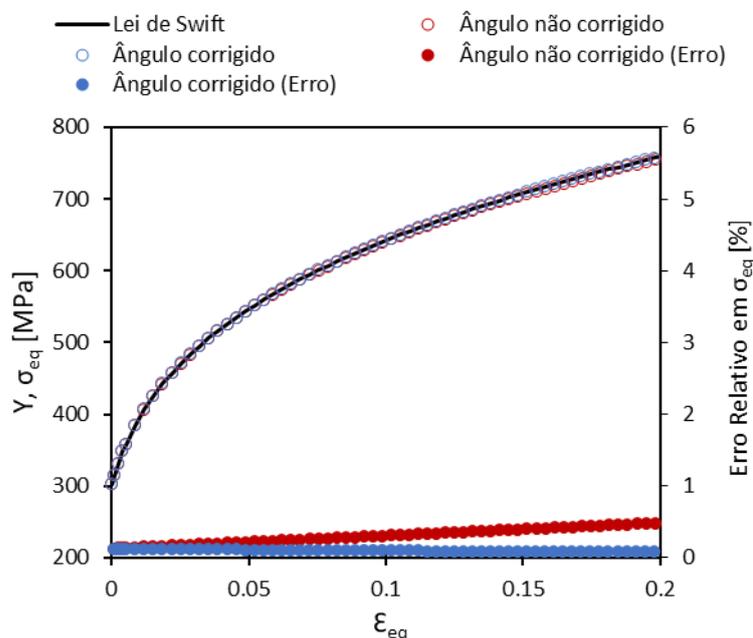


Figura B.1. Comparação da curva de encruamento com as curvas equivalentes, obtidas com e sem correção do ângulo de rotação, θ , indicando-se também os seus erros em relação à lei de encruamento, para o **Caso 1** com $\alpha = 22.5^\circ$.

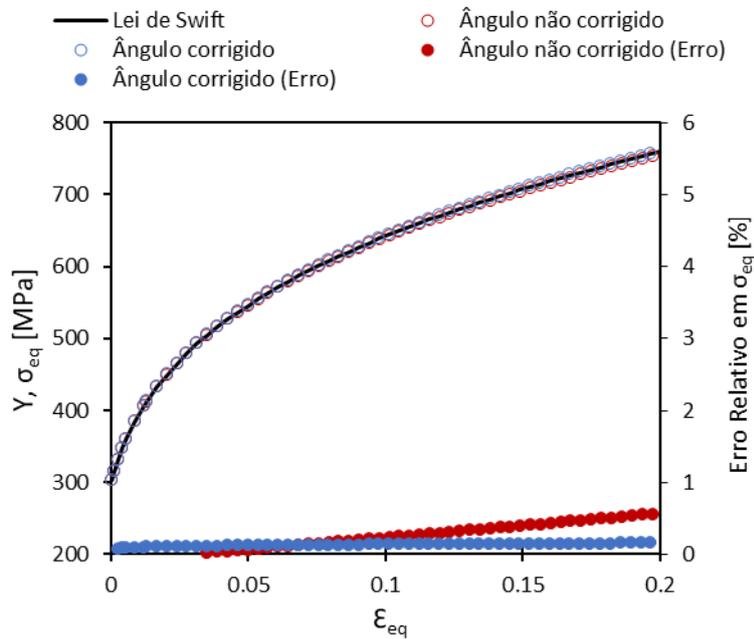


Figura B.2. Comparação da curva de encruamento com as curvas equivalentes, obtidas com e sem correção do ângulo de rotação, θ , indicando-se também os seus erros em relação à lei de encruamento, para o **Caso 1** com $\alpha = 45^\circ$.

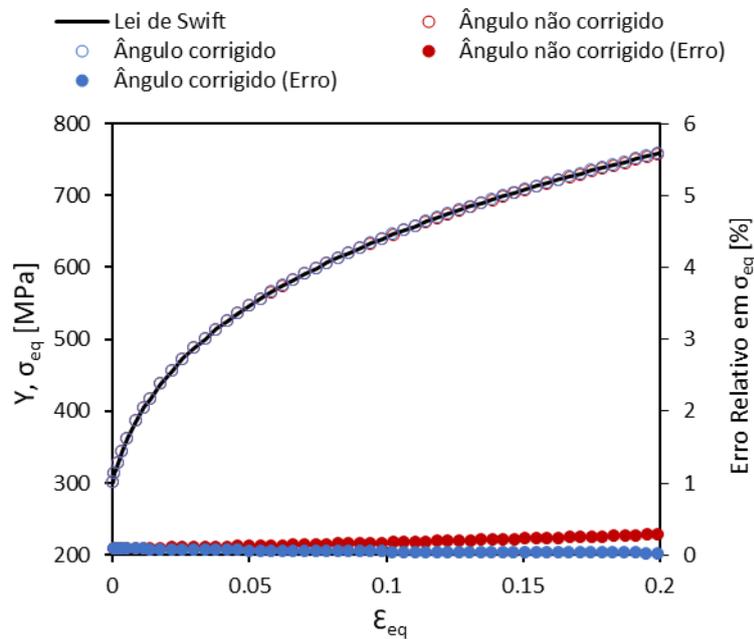


Figura B.3. Comparação da curva de encruamento com as curvas equivalentes, obtidas com e sem correção do ângulo de rotação, θ , indicando-se também os seus erros em relação à lei de encruamento, para o **Caso 1** com $\alpha = 67.5^\circ$.

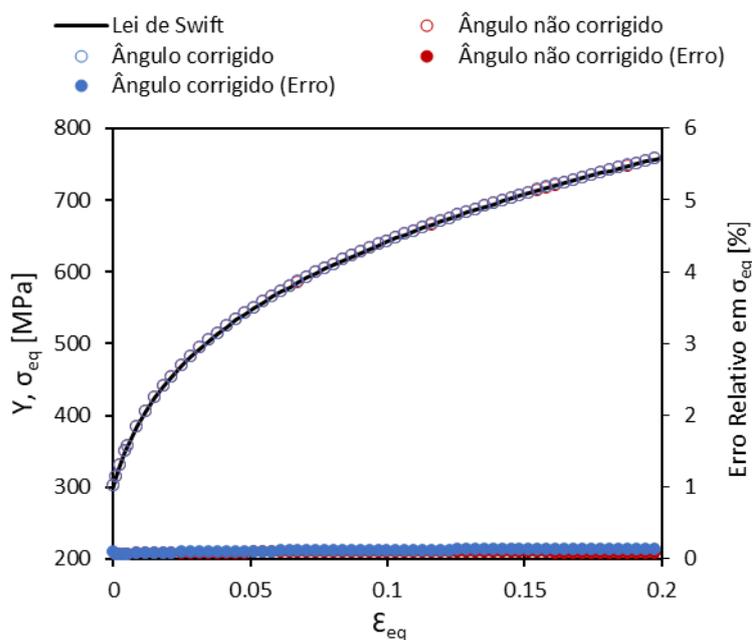


Figura B.4. Comparação da curva de encruamento com as curvas equivalentes, obtidas com e sem correção do ângulo de rotação, θ , indicando-se também os seus erros em relação à lei de encruamento, para o **Caso 2** com $\alpha = 22.5^\circ$.

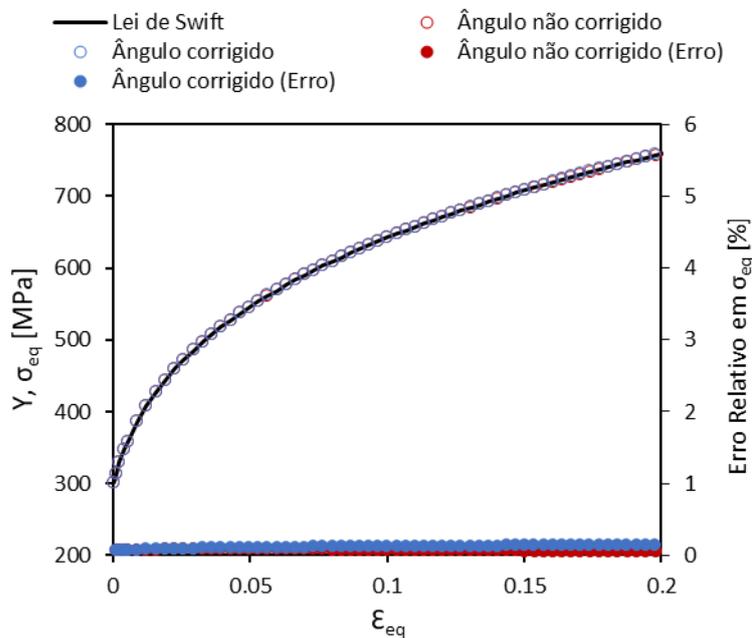


Figura B.5. Comparação da curva de encruamento com as curvas equivalentes, obtidas com e sem correção do ângulo de rotação, θ , indicando-se também os seus erros em relação à lei de encruamento, para o **Caso 2** com $\alpha = 45^\circ$.

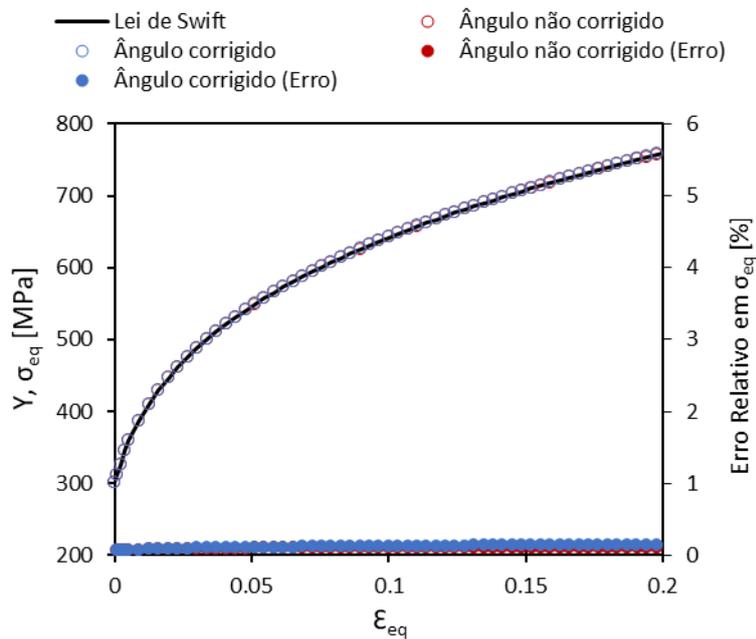


Figura B.6. Comparação da curva de encruamento com as curvas equivalentes, obtidas com e sem correção do ângulo de rotação, θ , indicando-se também os seus erros em relação à lei de encruamento, para o **Caso 2** com $\alpha = 67.5^\circ$.

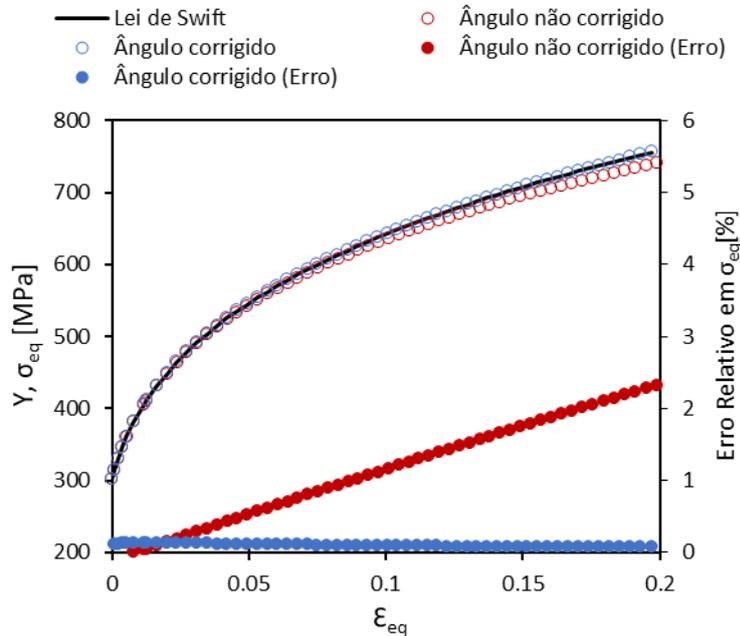


Figura B.7. Comparação da curva de encruamento com as curvas equivalentes, obtidas com e sem correção do ângulo de rotação, θ , indicando-se também os seus erros em relação à lei de encruamento, para o **Caso 3** com $\alpha = 22.5^\circ$.

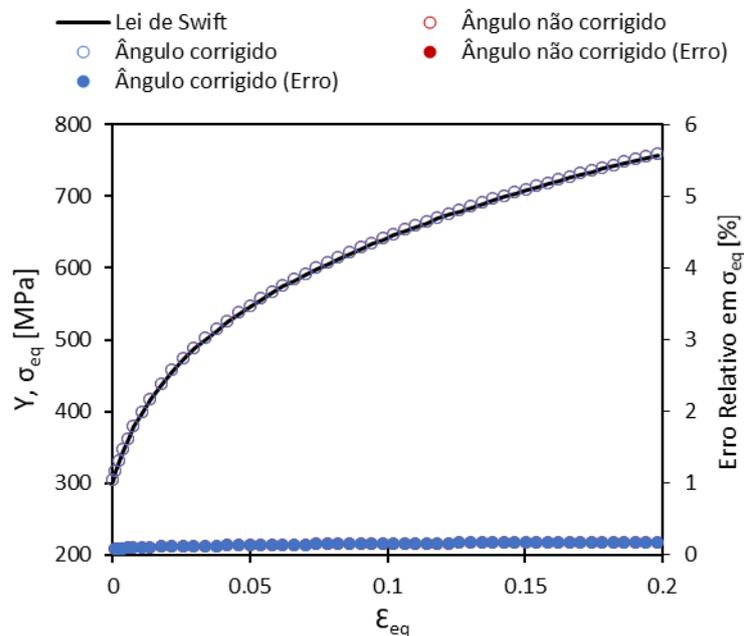


Figura B.8. Comparação da curva de encruamento com as curvas equivalentes, obtidas com e sem correção do ângulo de rotação, θ , indicando-se também os seus erros em relação à lei de encruamento, para o **Caso 3** com $\alpha = 45^\circ$.

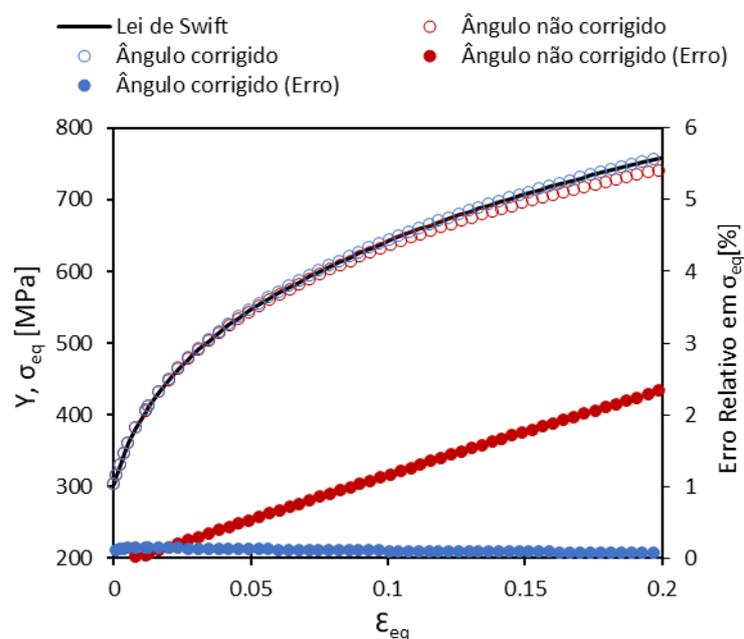


Figura B.9. Comparação da curva de encruamento com as curvas equivalentes, obtidas com e sem correção do ângulo de rotação, θ , indicando-se também os seus erros em relação à lei de encruamento, para o **Caso 3** com $\alpha = 67,5^\circ$.

