



UNIVERSIDADE DE  
**COIMBRA**

Beatriz de Carvalho Pires Sacramento

**PREVISÃO NUMÉRICA DA VIDA À FADIGA  
EM PEÇAS ENTALHADAS PRODUZIDAS  
POR SLM SUJEITAS A HISTÓRIAS DE  
CARGA MULTIAXIAIS**

Dissertação no âmbito do Mestrado Integrado em Engenharia Mecânica na  
Especialidade de Produção e Projeto orientada pelo Professor Doutor Ricardo  
Nuno Madeira Soares Branco e pelo professor Doutor Pedro André Dias Prates e  
apresentada no Departamento de Engenharia Mecânica da Faculdade de Ciências  
e Tecnologias da Universidade de Coimbra

Outubro de 2020



1 2



9 0

FACULDADE DE  
CIÊNCIAS E TECNOLOGIA  
UNIVERSIDADE DE  
COIMBRA

# **Previsão numérica da vida à fadiga em peças entalhadas produzidas por SLM sujeitas a histórias de carga multiaxiais**

Dissertação apresentada para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia Mecânica na Especialidade de Produção e Projeto

## **Numerical fatigue life prediction for notched components produced by SLM subject to multiaxial loading histories**

**Autor**

**Beatriz de Carvalho Pires Sacramento**

**Orientadores**

**Professor Doutor Ricardo Nuno Madeira Soares Branco**

**Professor Doutor Pedro André Dias Prates**

**Júri**

|                   |  |
|-------------------|--|
| <b>Presidente</b> | <b>Professora Doutora Ana Paula Bettencourt Martins Amaro</b><br><b>Professora Auxiliar da Universidade de Coimbra</b> |
| <b>Orientador</b> | <b>Professor Doutor Ricardo Nuno Madeira Soares Branco</b><br><b>Professor Auxiliar da Universidade de Coimbra</b>     |
| <b>Vogais</b>     | <b>Professor Doutor Abílio Manuel Pinho de Jesus</b><br><b>Professor Associado da Universidade do Porto</b>            |



“Que os nossos esforços desafiem as impossibilidades. Lembrai-vos que as grandes proezas da história foram conquistas daquilo que parecia impossível”

Charlie Chaplin.

Aos meus pais e irmã.



## Agradecimentos

A elaboração desta dissertação de mestrado não teria sido possível sem a colaboração, dedicação e apoio de várias pessoas. Gostaria de expressar a minha gratidão por todos aqueles que contribuíram para que este trabalho se tornasse uma realidade.

Ao Professor Doutor Ricardo Nuno Madeira Soares Branco agradeço a orientação desta dissertação. A incansável disponibilidade que sempre demonstrou, a partilha de saber, o espírito crítico, a dedicação, a exigência, o rigor e as suas valiosas contribuições, que foram fundamentais e decisivas para a concretização deste trabalho.

Ao Professor Doutor Pedro André Dias Prates, pela sua disponibilidade, partilha de conhecimentos, motivação e pelo enorme contributo em toda a análise numérica realizada.

À Professora Doutora Marta Cristina Cardoso de Oliveira, pela disponibilização do template desta dissertação.

Aos meus pais e irmã, por terem sido sempre um pilar fundamental durante todo o meu percurso académico. Por serem modelos de coragem e perseverança, pelo seu apoio incondicional e pela sua paciência e carinho demonstrados ao longo desta caminhada. Sem dúvida que foram os que mais lutaram para a concretização desta minha etapa, os meus maiores agradecimentos.

Ao João, por toda a compreensão, paciência, motivação, pelo seu apoio incondicional em todos os momentos, e acima de tudo, por me fazer sempre acreditar que tudo é possível. Com muito amor, obrigada João.

A todos os meus amigos pelo apoio, preocupação, todos os momentos partilhados e toda a amizade, um enorme obrigada.





## Resumo

O presente trabalho tem como principal objetivo desenvolver um modelo de previsão de vida à fadiga para componentes entalhados produzidos por fusão seletiva por laser submetidos a carregamentos proporcionais combinados de flexão e torção. A geometria da peça em análise é híbrida, sendo constituída por uma secção circular maciça de aço fabricada através de técnicas subtrativas convencionais, no qual está implantada uma secção circular tubular oca, obtida pela técnica aditiva de fusão seletiva por laser, com um furo transversal passante. As relações entre o momento fletor (B) e o momento torsor (T) estudadas foram:  $B=2T$ ,  $B=T$  e  $B=2T/3$ .

Nesta dissertação desenvolve-se uma metodologia de previsão de vida à fadiga recorrendo ao método dos elementos finitos. O primeiro objetivo compreende a identificação de um modelo constitutivo elastoplástico cíclico, que possibilite uma caracterização precisa do estado de tensão e de deformação na região do entalhe para os diferentes cenários de carregamento considerados. Baseados nestes modelos, pretende-se desenvolver critérios numéricos que permitam prever o local de iniciação da fenda e o ângulo da fenda na fase inicial de propagação. A previsão do local de iniciação é feita com base no nó da parede do furo com maior valor da primeira tensão principal. Relativamente ao ângulo da fenda na fase inicial de propagação, este determina-se com base na primeira direção principal obtida para o nó da parede do furo com maior valor da primeira tensão principal.

O segundo objetivo consiste em identificar um critério de falha representativo para os diferentes tipos de carregamentos considerados e prever a vida de iniciação de fenda. Neste trabalho recorre-se ao parâmetro SWT, sendo o carregamento multiaxial reduzido a um carregamento uniaxial equivalente. As previsões de vida à fadiga são obtidas considerando os valores locais efetivos e máximos do parâmetro SWT.

As comparações entre os valores previstos e os valores experimentais obtidos para os mesmos cenários de carregamento, sugerem que ambas as abordagens aplicadas permitem obter resultados bastante satisfatórios. Porém, verifica-se que a abordagem baseada no valor máximo do parâmetro SWT conduz a melhores resultados, com 100% dos resultados de previsão localizados dentro das bandas de dispersão com fatores de 2.

**Palavras-chave:** Carregamentos proporcionais multiaxiais, Flexão-torção combinada, AISI 18Ni300, Fusão Seletiva por Laser, Modelo numérico elastoplástico, Parâmetro SWT, Previsão de vida à fadiga.

## Abstract

This work aims to develop a fatigue life prediction model for notched components produced by selective laser melting subjected to proportional bending-torsion loading. The specimen under analysis is a hybrid geometry, consisting of a solid circular cross-section produced by conventional subtractive techniques and a tubular implant obtained by the selective laser melting containing a transversal hole. The bending moment (B) to torsion moment (T) ratios considered in this study are:  $B=2T$ ,  $B=T$  and  $B=2T/3$ .

This dissertation develops a methodology for fatigue life prediction using the finite element method. The first objective consists of choosing a cyclic elastoplastic constitutive model, which allows an accurate characterization of the stress-strain state at the notch region for the different loading scenarios. Based on this model, it is intended to develop numerical criteria to predict the crack initiation sites and the crack angles at the early stage of growth. The crack initiation site is predicted from the maximum nodal value of the first principal stress at the hole surface and the crack angle at the early stage of growth is determined by computing the first principal direction of the node with the maximum value of the first principal stress along the hole surface.

The second objective is the identification of a failure criterium representative of the fatigue damage for the different loading scenarios and predict the fatigue lifetime. In this research, the SWT parameter is selected to correlate the fatigue damage with the fatigue life, by reducing the multiaxial stress-strain state to an equivalent uniaxial stress-strain state. The fatigue life predictions are obtained from both the effective and maximum local values of the SWT parameter.

The comparisons between the predict values and those obtained experimentally suggest that both approaches can be applied to predict the fatigue life with a quite satisfactory accuracy. However, the approach based on the maximum value of the SWT parameter has better predictive capabilities, with 100% of the results located within scatter bands with factors of 2.

**Keywords** Multiaxial proportional loading, Combined bending-torsion, AISI 18Ni300, Selective Laser Melting, Elastoplastic numerical model, SWT parameter, Fatigue life prediction.

---

## Índice

|  |      |
|--|------|
| Índice de Figuras .....  | ix   |
| Índice de Tabelas .....  | xiii |
| Simbologia e Siglas .....  | xv   |
| Simbologia.....  | xv   |
| Siglas .....   | xix  |
| 1. INTRODUÇÃO.....   | 1    |
| 1.1. Objetivos científicos .....   | 3    |
| 1.2. Estrutura da dissertação .....  | 3    |
| 2. REVISÃO DA LITERATURA .....   | 5    |
| 2.1. Fenómeno da fadiga.....   | 5    |
| 2.1.1. Aplicabilidade da Mecânica à Fratura na previsão de vida à fadiga .....           | 7    |
| 2.1.2. Parâmetros que influenciam a falha por fadiga .....                               | 10   |
| 2.1.3. Fadiga em Manufatura Aditiva (AM).....  | 13   |
| 2.2. Resposta tensão-deformação cíclica .....  | 15   |
| 2.3. Modelos de previsão da vida à fadiga.....   | 19   |
| 2.3.1. Modelos de previsão da vida baseados nas tensões.....                             | 20   |
| 2.3.2. Modelos de previsão da vida baseados na energia .....                             | 23   |
| 2.3.3. Modelos de previsão da vida baseados no plano crítico.....                        | 26   |
| 3. PROCEDIMENTO NUMÉRICO .....   | 29   |
| 3.1. Componentes em estudo .....   | 29   |
| 3.1.1. Material.....   | 29   |
| 3.1.2. Geometria .....   | 31   |
| 3.2. Modelação do comportamento elastoplástico do material.....                          | 32   |
| 3.2.1. Modelo teórico.....   | 32   |
| 3.2.2. Identificação das constantes do material .....                                    | 34   |
| 3.3. Procedimento numérico .....   | 36   |
| 4. RESULTADOS E DISCUSSÃO .....  | 39   |
| 4.1. Locais de iniciação da fenda e ângulos da fenda na fase inicial de propagação... 39 |      |
| 4.2. Previsão de vida à fadiga .....   | 46   |
| 5. CONCLUSÕES E INVESTIGAÇÕES FUTURAS.....   | 57   |
| REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....   | 61   |



## ÍNDICE DE FIGURAS

|  |    |
|--|----|
| Figura 2.1. Representação da iniciação e propagação de fendas por fadiga em componentes mecânicos devido a carregamentos cíclicos (adaptado de Farahmand et al. (1997)).   | 7  |
| Figura 2.2. Representação dos três modos de sollicitação: a) Modo I ; b) Modo II; c) Modo III (adaptado de Socie e Marquis (2000)).  | 8  |
| Figura 2.3. Representação esquemática das curvas $da/dN - \Delta K$ , com identificação dos regimes de propagação (adaptado de Ellyin (1997)).   | 10 |
| Figura 2.4. Representação esquemática dos tipos de carregamentos: a) amplitude aleatória b) blocos de amplitude constante c) amplitude constante (adaptado de Branco (2013)).  | 10 |
| Figura 2.5. Representação do efeito de concentração de tensões na vida à fadiga (adaptado de Branco (1985)).   | 13 |
| Figura 2.6. a) Presença de porosidades no aço 18Ni300; b) Presença de zonas por fundir no aço 18Ni300; c) Iniciação de fenda no aço 18Ni300 a partir de um defeito existente (adaptado de Branco et al. (2018a)).  | 14 |
| Figura 2.7. Comparação das curvas S-N da liga AISI 18NI300 para vida finita (R=-1): a) vermelho: sujeito a micro shot-peening e a tratamento térmico; b) amarelo: sujeito a micro shot-peening e maquinado de seguida; c) preto: sujeito a micro shot-peening sem tratamento térmico ou maquinação; d) verde: sujeito a micro shot-peening com maquinação e tratamento térmico (adaptado de Croccolo et al. (2018)). | 15 |
| Figura 2.8. a) Variação da densidade de energia de deformação plástica por ciclo; b) Variação da densidade de energia de deformação total por ciclo (adaptado de Branco et al. (2018a)).   | 16 |
| Figura 2.9. Representação de um circuito de histerese (adaptado de Ellyin (1997)).   | 17 |
| Figura 2.10. Representação da construção da curva cíclica (adaptado de Dowling (1993)).  | 17 |
| Figura 2.11. Representação da deformação elástica, plástica e total versus número de reversões até à rotura (adaptado de Branco (2013)).   | 19 |
| Figura 2.12. Representação da Teoria das Distâncias Críticas: a) Método do Ponto; b) Método da Linha; c) Método da Área (adaptado de Susmel e Taylor (2011)).  | 22 |
| Figura 2.13. Representação do diagrama de Kitagawa-Takahashi (adaptado de Branco (2013)).  | 22 |
| Figura 2.14. Interpretação gráfica do método da densidade de energia de deformação equivalente (adaptado de Glinka (1985)).  | 24 |
| Figura 2.15. Representação da densidade de energia de deformação cíclica para um estado de tensão uniaxial (adaptado de Koh (2002)).   | 26 |

|  |    |
|--|----|
| Figura 3.1. Representação da geometria do provete híbrido: a) Aço convencional maquinado; b) Zona de ligação; c) Zona do furo transversal; d) Aço AISI 18Ni300 obtido por SLM. ....  | 32 |
| Figura 3.2. Comparação entre a curva tensão-deformação plástica experimental (cor preta) e a curva ajustada por minimização de $F(A)$ (cor vermelha) para a liga AISI 18Ni300 para um ensaio em controlo de deformação com amplitude de deformação igual a 0,8 % (adaptado de Antunes et al. (2019)). ....   | 36 |
| Figura 3.3. Padrões de carregamento proporcionais de flexão combinada com torção utilizados nos ensaios de fadiga: a) $B=2T$ ( $\sigma=4\tau$ ); b) $B=T$ ( $\sigma=2\tau$ ); c) $B=2T/3$ ( $\sigma=4\tau/3$ ). ....   | 37 |
| Figura 3.4. Exemplo da malha de elementos finitos: a) Provete híbrido; b) Zona do furo; c) Detalhe da zona do furo. ....   | 38 |
| Figura 4.1. a) Local de iniciação previsto numericamente versus local de iniciação observado experimentalmente: a1) $B/T=2$ (BT2_1); a2) $B/T=1$ (BT1_2); a3) $B/T=2/3$ (BT3_1). b) Representação do campo da primeira tensão principal, $\sigma_1$ , na zona do entalhe: b1) $B/T=2$ (BT2_1); b2) $B/T=1$ (BT1_2); b3) $B/T=2/3$ (BT3_1). ....                        | 40 |
| Figura 4.2. Análise das superfícies de fratura por microscopia eletrónica de varrimento: (a) local de iniciação da fenda na parede do furo a partir de um defeito de fusão; (b) ampliação da zona de iniciação. A seta a branco representa o local de iniciação previsto numericamente para este caso. ....  | 41 |
| Figura 4.3. Ângulos de iniciação da fenda medidos experimentalmente versus ângulos de iniciação da fenda previstos numericamente para as diferentes relações $B/T$ ( $\beta_1$ refere-se à fenda do lado esquerdo do furo; $\beta_2$ refere-se à fenda do lado direito do furo). ....  | 43 |
| Figura 4.4. Ângulos da fenda na fase inicial de propagação medidos experimentalmente versus ângulos da fenda na fase inicial de propagação previstos numericamente para as diferentes relações $B/T$ ( $\alpha_1$ refere-se à fenda do lado esquerdo do furo; $\alpha_2$ refere-se à fenda do lado direito do furo). ....  | 44 |
| Figura 4.5. Ângulos de iniciação da fenda obtidos com modelos numéricos lineares elásticos versus ângulos de iniciação da fenda obtidos com modelos numéricos elastoplásticos para as diferentes relações $B/T$ ( $\beta_1$ refere-se à fenda do lado esquerdo do furo; $\beta_2$ refere-se à fenda do lado direito do furo). ....                                     | 45 |
| Figura 4.6. Ângulos da fenda na fase inicial de propagação obtidos com modelos numéricos lineares elásticos versus ângulos da fenda na fase inicial de propagação obtidos com modelos numéricos elastoplásticos para as diferentes relações $B/T$ ( $\alpha_1$ refere-se à fenda do lado esquerdo do furo; $\alpha_2$ refere-se à fenda do lado direito do furo). .... | 45 |
| Figura 4.7. Representação geral dos 15 nós considerados para a previsão numérica da vida à fadiga, identificados pela linha vermelha: a) Zona do entalhe; b) Amplificação da zona do entalhe. ....   | 46 |



---

|  |    |
|--|----|
| Figura 4.8. Variação de gama de tensão com o número de ciclos de carga-descarga: a) Gama de tensão normal segundo y; b) Gama de tensão de corte segundo o plano xy.....  | 47 |
| Figura 4.9. Representação da evolução da tensão de von Mises versus distância à superfície do furo: a) Para um carregamento B/T=2 (BT2_3); b) Representação adimensional para as três relações B/T. ....   | 49 |
| Figura 4.10. Representação da evolução da deformação de von Mises versus distância à superfície do furo: a) Para um carregamento B/T=2 (BT2_3); b) Representação adimensional para as três relações B/T. ....  | 49 |
| Figura 4.11. Tensão de von Mises versus distância à superfície do furo para um carregamento B/T=1 (BT1_1). A caixa a vermelho representa a tensão de von Mises efetiva obtida pelo Método da Linha da Teoria das Distâncias Críticas. ...  | 50 |
| Figura 4.12. Parâmetro SWT (adaptado de Branco et al. (2020))......  | 51 |
| Figura 4.13. Comparação entre vida experimental versus vida numérica obtida a partir da abordagem baseada no valor efetivo do parâmetro SWT.....   | 53 |
| Figura 4.14. Comparação entre vida experimental versus vida numérica obtida a partir da abordagem baseada no valor máximo do parâmetro SWT.....  | 53 |
| Figura 4.15. Representação do modelo linear elástico de previsão de vida à fadiga utilizado: a) Conversão do estado de tensão multiaxial num estado de tensão uniaxial equivalente; b) Determinação de um valor efetivo da tensão equivalente de von Mises; c) Geração de um circuito do histerese representativo; d) Estimativa da vida à fadiga (adaptado de Branco et al. (2020))...... | 54 |
| Figura 4.16. Comparação entre as vidas numéricas obtidas com o modelo numérico linear elástico e as vidas numéricas obtidas com o modelo elastoplástico usando o valor efetivo do parâmetro SWT. ....  | 55 |



---

## ÍNDICE DE TABELAS

|   |    |
|---|----|
| Tabela 3.1. Composição química da liga de alta resistência AISI 18Ni300 em percentagem de peso (Branco et al., 2018a). .....  | 30 |
| Tabela 3.2. Propriedades mecânicas monótonas e cíclicas da liga de alta resistência AISI 18Ni300 (Branco et al., 2018a). .....  | 30 |
| Tabela 3.3. Composição química da liga de alta resistência DIN 34CrNiMo6 em percentagem de peso (Gordo, 2017). .....  | 31 |
| Tabela 3.4. Propriedades mecânicas monótonas e cíclicas da liga de alta resistência DIN 34CrNiMo6 (Gordo, 2017). .....  | 31 |
| Tabela 3.5. Parâmetros do material AISI 18Ni300 do comportamento elástico, do encruamento isotrópico e do encruamento cinemático (adaptado de Antunes et al. (2019)). .....   | 35 |
| Tabela 3.6. Parâmetros do material DIN 34CrNiMo6 do comportamento elástico, do encruamento isotrópico e do encruamento cinemático (Pécuro, 2018). .....   | 35 |
| Tabela 3.7. Resumo das condições de carregamento analisadas nos ensaios numéricos de flexão combinada com torção (adaptado de Monteiro (2019)). .....   | 37 |
| Tabela 4.1. Comparação dos ângulos de iniciação da fenda e dos ângulos da fenda na fase inicial de propagação obtidos experimentalmente e previstos numericamente. Resultados experimentais obtidos por (Monteiro, 2019). ..... | 42 |
| Tabela 4.2. Vidas numéricas obtidas com base no valor efetivo e no valor máximo do parâmetro SWT e vidas obtidas experimentalmente. .....   | 52 |



---

## SIMBOLOGIA E SIGLAS

### Simbologia

$a$  – Comprimento da fenda

$A$  – Conjunto de parâmetros da lei de Voce, de Swift e de Lemaître-Chaboche

$a_0$  – Distância crítica

$b$  – Expoente de resistência cíclica

$B$  – Momento fletor

$c$  – Expoente de ductilidade cíclica

$C$  – Constante do material

$C_x$  – Constante do material

$C_Y$  – Constante do material

$d$  – Distância de um nó à superfície do entalhe

$da/dN$  – Taxa de propagação da fenda

$d\varepsilon^p$  – Taxa de deformação plástica equivalente

$D_{AM}$  – Distância Crítica do Método da Área

$D_{LM}$  – Distância Crítica do Método da Linha

$D_{PM}$  – Distância Crítica do Método do Ponto

$E$  – Módulo de Elasticidade

$F$  – Carga aplicada

$F(A)$  – Função de mínimos quadrados

$G$  – Taxa de libertação de energia

$G_c$  – Taxa de libertação de energia crítica

$k'$  – Coeficiente de endurecimento cíclico

$k_p$  – Constante do material

$k$  – Constante do material

$K$  – Fator de intensidade de tensão

$K_t$  – Coeficiente da curva mestra de fadiga

$K_T$  – Fator elástico de concentração de tensões

- $K_f$  – Fator de redução de resistência à fadiga  
 $K_{Ic}$  – Tenacidade à fratura  
 $K_{máx}$  – Fator de intensidade de tensão máximo  
 $K_{mín}$  – Fator de intensidade de tensão mínimo  
 $m$  – Constante do material  
 $n$  – Constante do material  
 $n'$  – Expoente de endurecimento cíclico  
 $N$  – Número de ciclos  
 $N_f$  – Vida do componente  
 $N'$  – Número total de pontos de medição experimental  
 $N/N_f$  – Razão de vida do componente  
 $N_p$  – Vida numérica  
 $N_{EXP}$  – Vida experimental  
 $N_{p,SWT\ efetivo}$  – Vida numérica obtida a partir da abordagem baseada no valor efetivo do parâmetro SWT  
 $N_{p,SWT\ máximo}$  – Vida numérica obtida a partir da abordagem baseada no valor máximo do parâmetro SWT  
 $N_{EP}$  – Vida numérica obtida com o modelo numérico elastoplástico  
 $N_{LE}$  – Vida numérica obtida com o modelo numérico linear elástico  
 $2N_R$  – Número de reversões até à rotura  
 $2N_T$  – Ponto de transição  
 $q$  – Fator de sensibilidade ao entalhe  
 $R$  – Razão de tensão  
 $R_\epsilon$  – Razão de deformação  
 $T$  – Momento Torsor  
 $W_\epsilon$  – Densidade de energia de deformação máxima  
 $W_n$  – Densidade de energia de deformação normal  
 $W_{nom}$  – Densidade de energia de deformação nominal  
 $W_p$  – Densidade de energia de deformação devido a tensões elastoplásticas  
 $x$  – Constante do material  
 $X_{sat}$  – Constante do material  
 $Y'$  – Fator genérico adimensional

---

|                                |  |
|--------------------------------|--|
| $Y$                            | – Tensão de escoamento   |
| $Y_0$                          | – Constante do material  |
| $Y_{sat}$                      | – Constante do material  |
| $\alpha$                       | – Ângulo da fenda na fase inicial de propagação  |
| $\alpha_p$                     | – Constante do material  |
| $\alpha_{exp}$                 | – Ângulo da fenda na fase inicial de propagação experimental                               |
| $\alpha_{num}$                 | – Ângulo da fenda na fase inicial de propagação previsto numericamente                     |
| $\alpha_{EP}$                  | – Ângulo da fenda na fase inicial de propagação previsto através do modelo elastoplástico  |
| $\alpha_{LE}$                  | – Ângulo da fenda na fase inicial de propagação previsto através do modelo linear elástico |
| $\alpha_t$                     | – Expoente da curva mestra de fadiga   |
| $\alpha_1$                     | – Ângulo da fenda na fase inicial de propagação do lado esquerdo                           |
| $\alpha_2$                     | – Ângulo da fenda na fase inicial de propagação do lado direito                            |
| $\alpha'$                      | – Parâmetro do material do modelo constitutivo   |
| $\alpha''$                     | – Constante do material  |
| $\beta$                        | – Local de iniciação da fenda  |
| $\beta_{exp}$                  | – Local de iniciação da fenda experimental   |
| $\beta_{num}$                  | – Local de iniciação da fenda previsto numericamente                                       |
| $\beta_{EP}$                   | – Local de iniciação da fenda previsto através do modelo elastoplástico                    |
| $\beta_{LE}$                   | – Local de iniciação da fenda previsto através do modelo linear elástico                   |
| $\beta_1$                      | – Local de iniciação da fenda do lado esquerdo   |
| $\beta_2$                      | – Local de iniciação da fenda do lado direito  |
| $\beta'$                       | – Parâmetro do material do modelo constitutivo   |
| $\Delta K$                     | – Gama do fator de intensidade de tensões  |
| $\Delta K_{lf}$                | – Limiar de propagação da fenda por fadiga   |
| $\Delta W_0$                   | – Energia elástica do limite de fadiga   |
| $\Delta W_e$                   | – Energia de deformação elástica   |
| $\Delta W_e^+$                 | – Energia de deformação elástica positiva  |
| $\Delta W_p$                   | – Energia de deformação plástica absorvida por ciclo                                       |
| $\Delta W_T$                   | – Energia de deformação total  |
| $\frac{\Delta \varepsilon}{2}$ | – Amplitude de deformação  |

---

$\frac{\Delta \varepsilon_e}{2}$  – Amplitude de deformação elástica

$\frac{\Delta \varepsilon_p}{2}$  – Amplitude de deformação plástica

$\frac{\Delta \sigma}{2}$  – Amplitude de tensão

$\Delta \varepsilon_I$  – Gama de deformação normal que atua no plano crítico

$\Delta \sigma_{eq}$  – Gama de tensão equivalente

$\Delta \tau$  – Gama de tensão de corte

$\varepsilon_e$  – Deformação elástica

$\varepsilon_0$  – Constante do material

$\varepsilon_a$  – Amplitude de deformação

$\bar{\varepsilon}^p$  – Deformação plástica equivalente

$\varepsilon'_f$  – Coeficiente de ductilidade cíclica

$\varepsilon_R$  – Deformação até à rotura

$\varepsilon_{vM}$  – Deformação de von Mises

$\varepsilon_{vM, \text{máxima}}$  – Deformação de von Mises máxima

$\nu$  – Coeficiente de Poisson

$\sigma$  – Tensão nominal/ Tensão de flexão

$\sigma'$  – Tensão local

$\sigma_a$  – Amplitude de tensão

$\sigma_{ced}$  – Tensão de cedência

$\sigma_e$  – Tensão elástica

$\sigma_{f0}$  – Tensão limite de fadiga

$\sigma_{fe}$  – Tensão limite de fadiga de um provete entalhado

$\sigma'_f$  – Coeficiente de resistência cíclica

$\sigma_m$  – Tensão média

$\sigma_{máx}$  – Tensão máxima

$\sigma_{mín}$  – Tensão mínima

$\sigma_{nom}$  – Tensão nominal

$\sigma_{n, \text{máx}}$  – Tensão normal máxima

$\sigma_R$  – Tensão de rotura

$\sigma_{vM}$  – Tensão de von Mises

$\sigma_{vM, \text{máxima}}$  – Tensão de von Mises máxima



- 
- $\sigma^{Num}(A)$  – Tensão real ajustada numericamente  
 $\sigma^{Exp}$  – Tensão real medida experimentalmente  
 $\sigma_{eq}^{m\acute{a}x}$  – Tensão equivalente máxima  
 $\sigma_i^a$  – Amplitude de tensão principal i  
 $\sigma_i^m$  – Tensão média principal i  
 $\sigma''$  – Componente desviadora do tensor das tensões de Cauchy  
 $\tau$  – Tensão de corte  
 $\tau_a$  – Amplitude de tensão de corte  
 $\tau_m$  – Tensão de corte média  
 $\xi$  – Coeficiente de biaxilidade  
 $X'$  – Componente desviadora do tensor das tensões inversas  
 $f$  – Potencial elástico  
 $\sigma_{ij}$  – Componentes do tensor das tensões  
 $\varepsilon_{ij}$  – Componentes do tensor das deformações  
 $\Sigma_{ij}$  – Componentes do tensor das tensões efetivo  $\Sigma$

## Siglas

- AISI– American Iron and Steel Institute  
 AM– Additive Manufacturing (Manufatura Aditiva)  
 ASTM – American Society for Testing and Materials  
 CAD– Computer Aided Design (Desenho Assistido por Computador)  
 DD3IMP– Deep Drawing 3D IMPLICIT finite element code  
 DEM – Departamento de Engenharia Mecânica  
 ESED– Densidade de Energia de Deformação Equivalente  
 FCTUC – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra  
 MEF– Método dos Elementos Finitos  
 MFEP– Mecânica da Fratura Elastoplástica  
 MFLE–Mecânica da Fratura Linear Elástica  
 SLM– Fusão Seletiva por Laser (Selective Laser Melting)  
 SST– Single Step Test

SWT– Modelo Smith, Watson e Topper

TCD– Teoria das Distâncias Críticas

## 1. INTRODUÇÃO

Atualmente, na indústria é exigido o desenvolvimento rápido de produtos de alta complexidade, com elevada durabilidade e reduzido custo. No caso particular de componentes mecânicos críticos submetidos a carregamentos cíclicos, as metodologias relacionadas com análise da expectativa de vida útil são exigentes e utilizam programas complexos, dispendiosos e demorados (Branco et al., 2019a). Uma má avaliação das condições de serviço, ou um mau planeamento das intervenções de manutenção, pode resultar em falhas inesperadas nos sistemas mecânicos, acarretando prejuízos a nível material, económico, ambiental e até humano (Branco, 1985).

Uma peça metálica sujeita a cargas cíclicas pode sofrer rotura para tensões muito mais baixas do que a peça conseguiria suportar quando sujeita a uma carga estática simples. Porém, os componentes mecânicos estão frequentemente submetidos a solicitações dinâmicas resultantes de cargas cíclicas complexas. Considera-se que 80 a 90 % de todas as falhas mecânicas em componentes sujeitos a esforços mecânicos são provocadas por cargas cíclicas (Branco, 1985).

A existência de descontinuidades nos componentes mecânicos sujeitos a carregamentos variáveis no tempo pode originar campos de tensão-extensão elastoplásticos. Nos elementos entalhados, estes campos ocorrem normalmente junto à raiz do entalhe, onde as tensões e deformações são mais elevadas, e, portanto, onde há maior concentração de tensões. A aplicação de carregamentos cíclicos pode levar à acumulação de dano que, invariavelmente conduz à iniciação da fenda por fadiga, podendo culminar em fratura (Polák, 1991).

Segundo Branco (1985), a fadiga define-se como um fenómeno de enfraquecimento progressivo de um metal quando este está submetido a cargas dinâmicas ou repetidas. Este fenómeno é um processo sequencial que abrange três estágios principais: nucleação e iniciação da fenda; propagação estável da fenda; e propagação instável da fenda seguida de fratura final. O fenómeno da fadiga é afetado por uma infinidade de variáveis, por exemplo, variáveis relativas ao carregamento: a orientação da carga, histórico de carga e razão de carga; variáveis relativas ao material e ao seu processamento: geometria, microestrutura,

rugosidade e técnicas de processamento; e, variáveis relativas ao meio ambiente: temperatura e corrosão (Ellyin, 1997).

O desenvolvimento de novos modelos de previsão de vida, baseados num número reduzido de testes, e que recorram a métodos numéricos avançados são ferramentas importantes para a indústria atual. Entre outras aplicações, estes podem ser usados para prever os locais de iniciação e as trajetórias de propagação de fendas por fadiga, ou para descrever e caracterizar os modos de falha mais prováveis e, assim, selecionar as técnicas mais adequadas de inspeção (Branco et al., 2019a). Embora se verifiquem significativos progressos a nível experimental e numérico no domínio da fadiga, é fundamental continuar a estudar este fenómeno de forma sistemática, uma vez que não existe, ainda, um critério de avaliação de falha por fadiga multiaxial aceite universalmente (Susmel & Taylor, 2011).

As técnicas de fabricação aditiva (AM), em particular a técnica de fusão seletiva por laser (SLM), ocupam um lugar de destaque em vários setores da indústria, já que permitem a conceção de peças com elevada complexidade e flexibilidade geométrica, sem comprometer os tempos de fabrico nem os custos de produção (Branco et al., 2018a). A aplicabilidade do processo SLM abrange diversas áreas da indústria, desde a aeroespacial, automóvel, aeronáutica, eletrónica, moldes, militar e biomédica (Joo et al., 2009). Por exemplo, aliando o baixo peso com a fácil integração óssea, as próteses médicas produzidas por SLM são uma opção muito vantajosa para o paciente (Hao et al., 2009).

Esta técnica, devido às suas características intrínsecas, é particularmente afetada pela falha por fadiga. Porosidades, microfissuras, rugosidade excessiva, inclusões e anisotropia são exemplos de irregularidades que as peças, produzidas por SLM, frequentemente apresentam, devido a defeitos dispersos aleatoriamente. A elevada incerteza nas propriedades mecânicas finais destes componentes requer o desenvolvimento de metodologias de previsão à fadiga mais confiáveis e eficazes, especificamente desenvolvidas para este tipo de materiais. Para isso, é indispensável compreender profundamente a relação entre os parâmetros do processo, a microestrutura associada, as propriedades mecânicas finais dos materiais, e a resposta à fadiga (Branco et al., 2019b).

## **1.1. Objetivos científicos**

O primeiro objetivo da presente dissertação será o desenvolvimento de uma metodologia de previsão de vida à fadiga para componentes entalhados produzidos pela técnica de manufatura aditiva de fusão seletiva por laser (SLM) submetidos a um histórico de carga multiaxial. O procedimento consiste na criação de um modelo numérico elastoplástico que permita caracterizar os estados de tensão e de deformação nas zonas críticas dos entalhes, considerando relações distintas entre tensões normais e tensões de corte e diferentes níveis de carga nominal. Pretende-se também prever os locais de iniciação da fenda e os ângulos da fenda na fase inicial de propagação.

O segundo objetivo será a identificação de um parâmetro de dano que permita relacionar a vida de fadiga com o cenário de carregamento. Tendo em conta o sucesso já demonstrado do parâmetro SWT na previsão de vida em peças fabricadas a partir de técnicas subtrativas convencionais (Correia et al., 2017), pretende-se testar o seu potencial de previsão em materiais produzidos por técnicas aditivas.

Por fim, as previsões numéricas obtidas com o modelo elastoplástico serão comparadas com os resultados experimentais para as mesmas condições de carregamento, bem como com as previsões numéricas obtidas a partir de modelos lineares elásticos.

## **1.2. Estrutura da dissertação**

A presente dissertação encontra-se dividida em cinco capítulos. Seguidamente é realizada uma breve descrição do conteúdo de cada capítulo:

- O capítulo 1 introduz o tema em análise, define os objetivos primordiais e a estrutura da dissertação;

- O capítulo 2 faz uma breve revisão da literatura. Inicialmente, é abordado o fenómeno de fadiga e alguns dos principais parâmetros que o influenciam. De seguida, caracteriza-se o comportamento elastoplástico do material quando sujeito a históricos de tensão-deformação cíclica. E, por fim, faz-se uma breve referência a alguns dos principais modelos de previsão de vida existentes na literatura;

- O capítulo 3 descreve o procedimento numérico desenvolvido nesta dissertação e os cenários de carregamento estudados, bem como a modelação do comportamento elastoplástico do material;

- O capítulo 4 apresenta e descreve os resultados obtidos através das simulações numéricas no que diz respeito aos locais de iniciação da fenda e aos ângulos da fenda na fase inicial de propagação, e compara as previsões de vida de iniciação com os resultados experimentais e com as previsões baseadas em modelos de elementos finitos lineares elásticos;

- O capítulo 5 apresenta as conclusões principais do estudo realizado. Por fim, faz-se referência a alguns tópicos de investigação que merecem pesquisa futura.

## 2. REVISÃO DA LITERATURA

### 2.1. Fenómeno da fadiga

Apenas no século XIX se iniciaram as investigações alusivas ao fenómeno da fadiga. O primeiro estudo conhecido foi concebido por um engenheiro alemão August Wöhler, (1819-1914), devido à existência recorrente de roturas em eixos de locomotivas na indústria ferroviária alemã, onde efetuou ensaios experimentais sob tensões cíclicas (Wöhler, 1867). Estas suas investigações foram de extrema importância científica, pois deram início à caracterização do comportamento à fadiga com base em curvas de tensão versus vida, as bem conhecidas curvas S-N. Pela primeira vez, foi introduzido o conceito de tensão limite de fadiga. Por essa razão, Wöhler é considerado o pai dos ensaios sistemáticos de fadiga (Farahmand et al., 1997).

Sob ação de solicitações dinâmicas, o material pode sofrer degradação progressiva, que pode culminar na rotura final, mesmo para tensões inferiores à tensão de cedência do material. Segundo a ASTM (2013), a fadiga define-se como um processo de alteração estrutural permanente, localizado e progressivo, que surge num material submetido a condições que produzem tensões ou deformações dinâmicas, podendo ocorrer num ponto ou vários pontos, originando fendas ou podendo culminar na fratura final do componente após um número suficiente de variações de carga. A principal causa de falha mecânica, a fadiga, pode ocorrer devido a flutuações de tensões ou deformações aplicadas externamente, mas é também afetada por um conjunto vasto de variáveis, nomeadamente, a geometria do material, a microestrutura, o tipo de processamento do material e o meio ambiente. Além disso, em diversos campos da engenharia, há ampla gama de complexidade sinérgica destacando-se, por exemplo, a fadiga por fluência, a fadiga termomecânica, a fadiga por corrosão, a fadiga de contacto deslizante e a fadiga por fretting (Suresh, 1998).

O fenómeno da fadiga é um processo sequencial, e pode ser dividido em três estágios principais. O primeiro estágio compreende a nucleação microscópica e iniciação da fenda. O segundo estágio consiste no crescimento estável da fenda, que sob ação de cargas uniaxiais, tende a ocorrer na direção normal à aplicação do carregamento, até atingir um

tamanho crítico. E, por último, o terceiro estágio, que envolve a propagação instável da fenda, e que resulta na fratura inesperada do componente mecânico. Esta acontece quando a secção transversal que não contém fenda é incapaz de suportar as tensões aplicadas (Farahmand et al., 1997).

A iniciação da fenda ocorre na zona onde a tensão é máxima, geralmente na superfície dos componentes mecânicos. Na superfície o material tem a deformação menos restringida que no seu interior, facilitando a ocorrência de deformação plástica. Variações bruscas na geometria, acabamentos deficientes das peças, defeitos nos materiais ou ações corrosivas do meio ambiente nas superfícies dos materiais, são fatores que contribuem para que esta seja uma zona de elevada concentração de tensões (Ramalho, 2006).

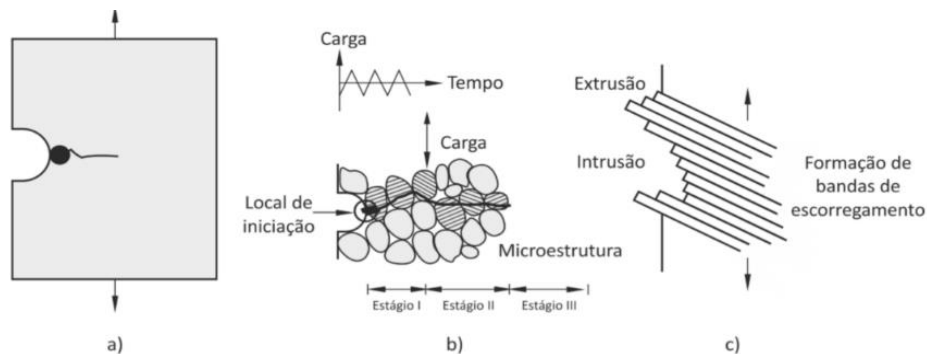
A iniciação da fenda resulta de fenómenos microestruturais no material (Mott, 1958). O carregamento cíclico provoca o movimento de deslocações em planos definidos da rede cristalina, conduzindo a bandas de escorregamento paralelas, nas quais existe acumulação de deslocações, resultando em deformação plástica localizada. Os grãos para os quais os planos de escorregamento cristalográfico são orientados favoravelmente em relação às tensões de corte cíclicas são os primeiros a formarem bandas de escorregamento (Socie & Marquis, 2000).

A aplicação ininterrupta de carregamento cíclico facilita a propagação estável da fenda (Figura 2.1 a), que é controlada pelas tensões de corte que ocorrem nos planos de escorregamento. Inicialmente, a direção de propagação não é perpendicular à direção da carga aplicada, dependendo da orientação da banda de escorregamento inicial. Posteriormente, a direção de propagação sofre uma inflexão segundo uma direção normal à direção da carga aplicada. O crescimento da fenda prossegue, e quando atinge as fronteiras de grão, a fenda propaga segundo os planos preferenciais de escorregamento dos novos cristais (Figura 2.1 b). Ao atingir um comprimento crítico, a propagação torna-se instável, resultando na fratura final (Branco, 2013).

Nos materiais policristalinos, como é o caso das ligas de alta resistência, o processo de nucleação é afetado pela presença de impurezas, precipitados e fronteiras de grão. Os deslizamentos cíclicos originam bandas de deformação, resultantes do movimento de deslocações no interior de grãos, que modificam permanentemente a morfologia do material. Nestas bandas intensifica-se a deformação plástica, provocando a formação de zonas de saliências irregulares, chamadas extrusões, ou de zonas de reentrância, as intrusões (Figura



2.1 c). Estas zonas, embora sejam microscópicas, funcionam como locais de concentração de tensões, conduzindo à rotura localizada (Ramalho, 2006).



**Figura 2.1.** Representação da iniciação e propagação de fendas por fadiga em componentes mecânicos devido a carregamentos cíclicos (adaptado de Farahmand et al. (1997)).

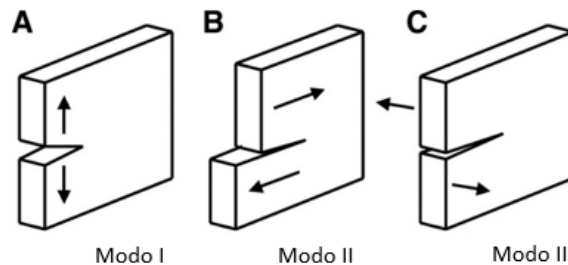
### 2.1.1. Aplicabilidade da Mecânica da Fratura na previsão de vida à fadiga

A Mecânica da Fratura estuda e descreve a forma como uma fenda é solicitada, prevendo a sua propagação até atingir a dimensão crítica, responsável pela fratura final do sólido. A Mecânica da Fratura engloba duas abordagens distintas, que são usadas conforme as considerações físicas para o modelo em estudo, são elas: a Mecânica da Fratura Linear Elástica (MFLE) e a Mecânica da Fratura Elastoplástica (MFEP). A MFLE é utilizada em situações em que a plastificação é de reduzida dimensão na extremidade da fenda e, admite-se que o material circundante possui comportamento linear elástico. Esta abordagem continua a ser usada na maioria das aplicações, pois permite fazer uma caracterização mais completa e real do fenómeno da fadiga (Ribeiro et al., 2011).

A propagação das fendas é influenciada pelo modo com as suas faces se deformam dependendo da carga que lhe é imposta. Qualquer que seja a deformação que a fenda apresenta, ela é sempre descrita como uma combinação dos três modos básicos de deformação, esquematizados na Figura 2.2. O modo I é o mais usual em aplicações práticas, pelo que a maioria dos estudos da MFLE incide neste modo. Porém, é comum a combinação de modos de carregamento distintos, originando modos de carregamento mistos.

O modo I corresponde ao modo mais severo, no qual a propagação da fenda é perpendicular ao carregamento aplicado, como consequência das tensões normais de tração na extremidade da fenda. Em modo II de deformação a propagação ocorre ao longo dos planos de escorregamento à superfície, devido a tensões de corte na extremidade da fenda.

E, por fim, em modo III, a propagação ocorre no interior da fenda, causada pelas tensões de corte normais ao plano da fenda.



**Figura 2.2.** Representação dos três modos de sollicitação: a) Modo I ; b) Modo II; c) Modo III (adaptado de Socie e Marquis (2000)).

Os primeiros estudos relativos à definição do fator de intensidade de tensões foram elaborados por Griffith (1921) e Irwin (1957). Griffith (1921) propôs o conceito de taxa de libertação de energia na previsão de materiais frágeis e, segundo ele, a ruptura ocorre quando a taxa de libertação de energia, que resulta da propagação de uma fenda,  $G$ , for superior a um valor da taxa de libertação de energia crítico,  $G_c$ . Posteriormente, Irwin (1957) estendeu a abordagem de Griffith aos metais e introduziu o conceito de fator de intensidade de tensão,  $K$ . Este fator é um parâmetro que estima a intensidade do campo de tensões numa zona próxima da extremidade de uma fenda, e é definido pela equação (2.1).

$$K = Y' \sigma \sqrt{\pi a}, \quad (2.1)$$

em que  $Y'$  é um fator genérico adimensional que depende da geometria da fenda e do tipo de carregamento,  $\sigma$  é a tensão nominal aplicada e  $a$  o comprimento da fenda. Os fatores de intensidade de tensão podem ser determinados usando abordagens analíticas, numéricas ou experimentais (Branco, 1985). A propagação da fenda torna-se instável quando o fator de intensidade de tensão iguala o valor crítico correspondente, característico de cada material, designado por tenacidade à fratura do material,  $K_{Ic}$  (Ramalho, 2006). A variação do fator de intensidade de tensões é o parâmetro usado para descrever o crescimento da fenda, e é definido pela equação (2.2).

$$\Delta K = K_{máx} - K_{mín}, \quad (2.2)$$

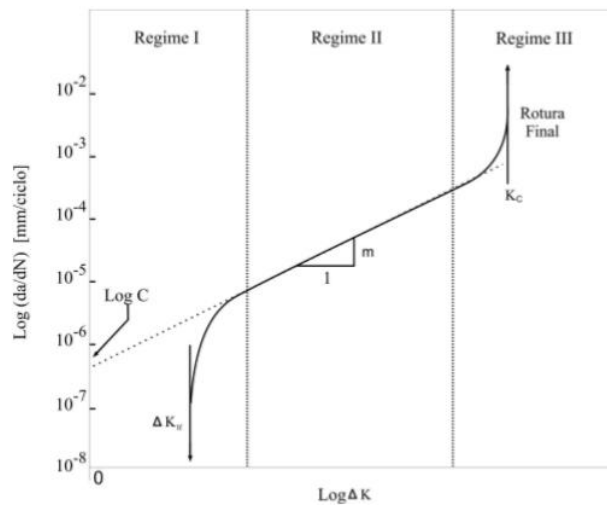
onde  $K_{máx}$  e  $K_{mín}$  representam, respetivamente, os valores máximo e mínimo do fator de intensidade de tensões durante um ciclo de carga.

A análise do comportamento da propagação de fendas por fadiga é geralmente realizada através de curvas da taxa de propagação de fendas,  $da/dN$ , em função da gama do fator de intensidade de tensões,  $\Delta K$ . A utilização destas curvas fundamenta-se na aplicação do conceito de semelhança entre solicitações de fadiga, que considera que duas fendas têm igual velocidade de propagação, desde que possuam igual valor de  $\Delta K$ , independentemente da geometria.

A curva de forma sigmoïdal característica,  $da/dN-\Delta K$ , geralmente obtida para carregamentos a amplitude constante, divide-se em três regimes de propagação distintos, representados na Figura 2.3. No regime I observa-se um crescimento lento da fenda, com velocidades inferiores a  $10^{-5}$  mm/ciclo, e é limitado inferiormente pelo limiar de propagação da fenda por fadiga,  $\Delta K_{lf}$ , abaixo do qual não existe propagação de fendas. Este regime é influenciado pela microestrutura do material, tensão média e condições ambientais. O regime II engloba a região de propagação estável da fenda, onde se verifica uma relação linear entre  $da/dN$  e  $\Delta K$ , numa escala bi-logarítmica, definida pela equação de Paris:

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K)^m, \quad (2.3)$$

onde  $C$  e  $m$  são constantes relativas ao material determinadas experimentalmente. Paris e Erdogan (1963) foram pioneiros no desenvolvimento da relação entre o crescimento da fenda em cada ciclo de carregamento,  $da/dN$ , e a gama do fator de intensidade de tensão,  $\Delta K$ , válida para o regime II de propagação. No regime III, o valor do fator de intensidade de tensão máximo aproxima-se do valor da tenacidade à fratura do material,  $K_{Ic}$ , e dá-se uma aceleração na propagação instável das fendas, até ocorrer a rotura (Ribeiro et al., 2011).

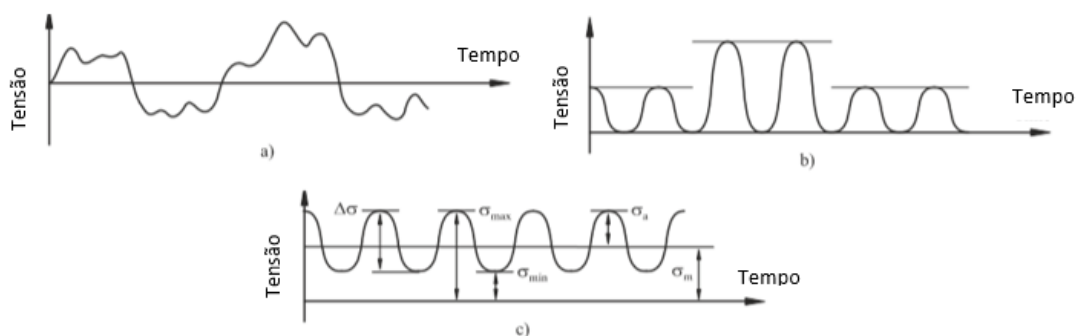


**Figura 2.3.** Representação esquemática das curvas  $da/dN - \Delta K$ , com identificação dos regimes de propagação (adaptado de Ellyin (1997)).

## 2.1.2. Parâmetros que influenciam a falha por fadiga

### 2.1.2.1. Efeito do carregamento

A vida à fadiga de um componente mecânico está intimamente ligada ao histórico de carregamento a que o material esteve submetido. Os componentes podem ser submetidos a ciclos de tensão de amplitude constante, que não variam com o tempo, como está representado na Figura 2.4 c), ou submetidos a históricos de carregamento totalmente aleatórios num determinado período de funcionamento, como esquematizado na Figura 2.4 a). Embora se considere o último caso como o tipo de ciclo de tensões mais usual, este é também o mais difícil de analisar. De forma a simplificar a análise, os ciclos aleatórios podem ser estudados agrupando as solicitações como sucessões de blocos de ciclos com amplitude constante, como é ilustrado na Figura 2.4 b).



**Figura 2.4.** Representação esquemática dos tipos de carregamentos: a) amplitude aleatória b) blocos de amplitude constante c) amplitude constante (adaptado de Branco (2013)).

Num ciclo de tensões, a gama de tensão,  $\Delta\sigma$ , define-se como a diferença entre a tensão máxima,  $\sigma_{m\acute{a}x}$ , e a tensão mínima,  $\sigma_{mín}$ , durante um ciclo de carga completo, conforme representado na equação (2.4).

$$\Delta\sigma = \sigma_{m\acute{a}x} - \sigma_{mín} \quad (2.4)$$

A amplitude de tensão,  $\sigma_a$ , é definida como sendo metade da gama de tensão:

$$\sigma_a = \frac{\Delta\sigma}{2} = \frac{\sigma_{m\acute{a}x} - \sigma_{mín}}{2} \quad (2.5)$$

e a tensão média,  $\sigma_m$ , é expressa em função da tensão máxima e da tensão mínima do ciclo de tensão, como se estabelece na equação (2.6).

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{m\acute{a}x} + \sigma_{mín}}{2} \quad (2.6)$$

A razão de tensão,  $R$ , é um parâmetro comumente usado em ensaios de fadiga, que permite diferenciar distintas condioes de carregamento, a amplitude constante, e pode ser expressa pela equação (2.7).

$$R = \frac{\sigma_{m\acute{a}x}}{\sigma_{mín}} \quad (2.7)$$

Os valores de razão de tensoes mais utilizados são:  $R=0$ , denominado carregamento pulsante, para o qual a tensão mínima é nula, e  $R=-1$ , denominado carregamento alternado, em que a tensão média é nula.

#### 2.1.2.1.1. Tensão média

O processo da fadiga é particularmente sensível  tensão média a que os componentes mecânicos estão sujeitos. Este facto pode ser explicado observando que uma tensão média positiva, provoca um aumento na abertura da fenda e acelera a acumulação de dano por fadiga, reduzindo significativamente a vida à fadiga (Xia et al., 1996). Pode afirmar-se que uma tensão média positiva origina uma redução da vida à fadiga, pelo contrário uma tensão média negativa terá o efeito oposto (Wehner & Fatemi, 1991).

Os critérios de Goodman (1899), Soderberg (1930) e Gerber (1874) são critérios geralmente usados para explicar matematicamente os resultados experimentais do efeito da tensão média, na tensão limite de fadiga de um determinado componente. Os critérios de Goodman (1899) e de Gerber (1874) são representados pela equação (2.8).

$$\sigma_a = \sigma_{f0} \left[ 1 - \left( \frac{\sigma_m}{\sigma_R} \right)^x \right], \quad (2.8)$$

em que  $\sigma_{f0}$  representa a tensão limite de fadiga do material para um ensaio com  $\sigma_m = 0$ ,  $\sigma_R$  representa a tensão de rotura do material e  $x$  representa uma constante dependente do critério escolhido, sendo que para a linha de Goodman  $x=1$  e para a parábola de Gerber  $x=2$ . Por último, o critério de Soderberg (1930), no qual a tensão de rotura é substituída pela tensão de cedência,  $\sigma_{ced}$ , é dado pela equação (2.9).

$$\sigma_a = \sigma_{f0} \left[ 1 - \left( \frac{\sigma_m}{\sigma_{ced}} \right) \right] \quad (2.9)$$

A reta de Soderberg é a que dá a maior margem de segurança no dimensionamento, e é a mais utilizada por ser definida para a tensão de cedência, traduzindo de forma mais próxima o comportamento real do material (Branco, 1985).

### **2.1.2.2. Efeito da geometria**

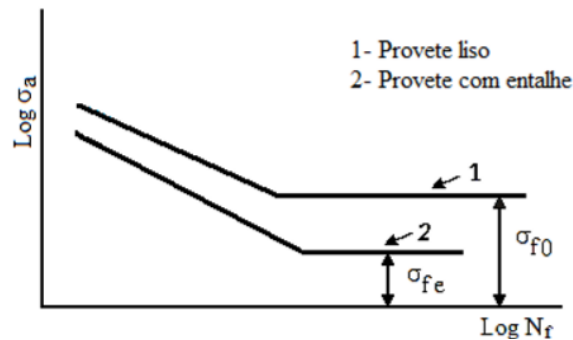
#### **2.1.2.2.1. Concentração de tensões**

De forma a satisfazer os requerimentos exigidos para executar as suas funções, as peças mecânicas possuem chavetas, entalhes, soldaduras, etc., que são zonas propícias à iniciação de fendas. Quando existe no componente mecânico um acidente geométrico que provoca concentração de tensões, a iniciação de fenda é favorecida (Branco, 1985).

O fator elástico de concentração de tensões,  $K_T$ , é definido pela razão entre a tensão máxima no entalhe e a tensão na secção crítica da descontinuidade, admitindo que não existe entalhe. O aumento deste fator intensifica a tensão local na raiz do entalhe. Desta forma, constata-se que os componentes entalhados falham para tensões nominais mais baixas do que os componentes lisos. Conclui-se, portanto, que sujeitando os componentes à mesma tensão nominal, o componente entalhado vai estar submetido a maiores tensões locais na raiz do entalhe e, conseqüentemente, é mais suscetível à falha por fadiga (Branco, 2013).

A análise da influência da concentração de tensões na vida à fadiga, pode ser feita através de curvas S-N em provetes lisos e provetes entalhados, em que se admite que, para componentes lisos  $K_T=1$  e para componentes entalhados  $K_T > 1$ , tal como se mostra na Figura 2.5. Verifica-se que a curva obtida em provetes entalhados tem uma tensão limite de fadiga

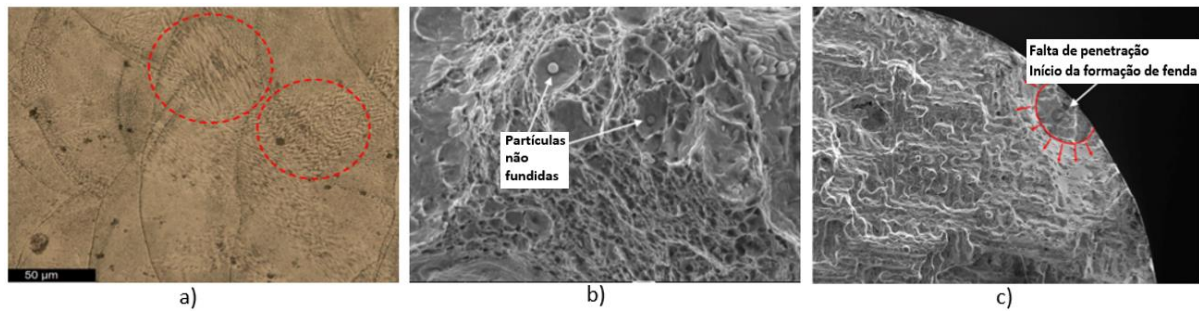
e uma resistência à fadiga para vidas finitas inferiores às curvas obtidas para provetes lisos. Desta forma facilmente se constata que a vida à fadiga para componentes mecânicos entalhados e lisos difere substancialmente, sendo mais elevada para componentes lisos.



**Figura 2.5.** Representação do efeito de concentração de tensões na vida à fadiga (adaptado de Branco (1985)).

### 2.1.3. Fadiga em Manufatura Aditiva (AM)

Os componentes fabricados por manufatura aditiva (AM) estão em larga expansão no mercado atual. Neste contexto, a técnica de fusão seletiva por laser (SLM) é uma das mais promissoras, sendo atualmente usada em diversas indústrias de alto valor acrescentado. Porém, a larga utilização de AM continua a ser desafiadora. A combinação da história de carga cíclica, a existência de concentração de tensões associadas a formas geométricas complexas, a existência de defeitos microestruturais tais como, porosidades (Figura 2.6 a)), rugosidade superficial excessiva, microfissuras, zonas não fundidas (Figura 2.6 b)), causam uma constante incerteza nas propriedades mecânicas dos componentes, tornando-os particularmente suscetíveis à falha por fadiga (Branco et al., 2018a). Por outro lado, a iniciação da fenda pode ocorrer a partir da superfície ou a partir de defeitos existentes no material, tal como se ilustra na Figura 2.6 c).



**Figura 2.6.** a) Presença de porosidades no aço 18Ni300; b) Presença de zonas por fundir no aço 18Ni300; c) Iniciação de fenda no aço 18Ni300 a partir de um defeito existente (adaptado de Branco et al. (2018a)).

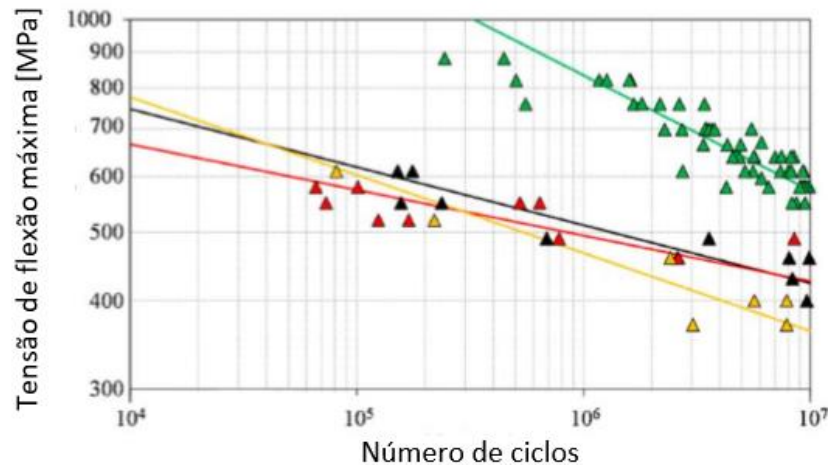
Apenas em 2006, surgiram as primeiras investigações focadas no comportamento à fadiga de componentes produzidos por manufatura aditiva, e foram realizadas em ligas FeNiCu que foram sujeitas a testes de fadiga por flexão em quatro pontos (Wang et al., 2006).

O SLM caracteriza-se como um processo complexo, que envolve um enorme número de parâmetros, incluindo parâmetros de processo, como a potência do laser, a velocidade do laser, a espessura da camada, etc; e parâmetros relacionados com o pó, como o formato do pó, o tamanho do pó, o estado de conservação do pó, etc. Estes influenciam drasticamente as propriedades mecânicas finais obtidas e, conseqüentemente a vida à fadiga (Santos et al., 2016). Em 2015, Casalino et al. afirmaram que utilizando um laser de 90 W e uma velocidade de varrimento inferior a 200 mm/s, era possível obter componentes com densidade relativa acima de 99%, melhorando significativamente as propriedades mecânicas do componente (Casalino et al., 2015). Posteriormente, Santos et al., (2016) ao analisarem o efeito da velocidade do laser nas propriedades mecânicas e na resistência à fadiga em amostras de aço 18Ni300 produzido por SLM, demonstraram que uma velocidade de varrimento do laser muito elevada, entre 400 e 600 mm/s, provoca elevadas percentagens de porosidade, traduzindo-se numa redução acentuada na resistência à tração e rigidez.

A maioria dos componentes produzidos por SLM são maquinados e tratados termicamente. O uso de tratamento térmico manifesta-se vantajoso quando usado numa superfície refinada, e em contrapartida também a maquinação se manifesta vantajosa, pois diminui a rugosidade superficial. Em amostras da liga AISI 18Ni300 produzidas por SLM, comparando o comportamento à fadiga, através de curvas S-N, para distintas condições de processamento, pode concluir-se, como se ilustra na Figura 2.7, que as curvas correspondentes às amostras com a) apenas tratamento térmico, b) apenas maquinadas e c)



sem tratamento térmico ou maquinação, são bastante similares. No caso d), sujeito a maquinação e tratamento térmico, o uso das duas técnicas de processamento em conjunto, e por esta ordem, traduz-se num aumento benéfico na resistência à fadiga do material (Croccolo et al., 2018).



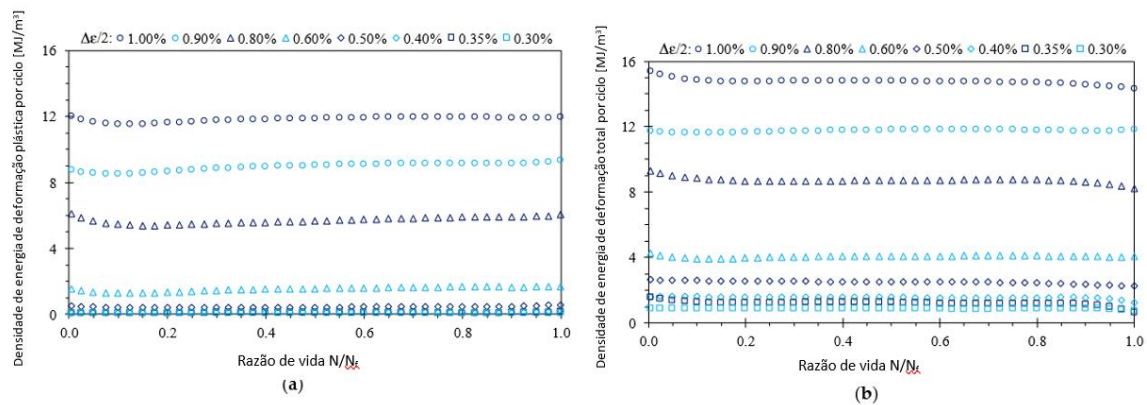
**Figura 2.7.** Comparação das curvas S-N da liga AISI 18NI300 para vida finita ( $R=-1$ ): a) vermelho: sujeito a micro shot-peening e a tratamento térmico; b) amarelo: sujeito a micro shot-peening e maquinação de seguida; c) preto: sujeito a micro shot-peening sem tratamento térmico ou maquinação; d) verde: sujeito a micro shot-peening com maquinação e tratamento térmico (adaptado de Croccolo et al. (2018)).

## 2.2. Resposta tensão-deformação cíclica

Os materiais quando estão sujeitos a deformações plásticas reversíveis, manifestam um comportamento cíclico diferente do comportamento monótono do material, podendo este ser significativamente modificado.

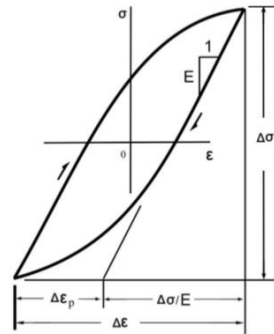
Consoante a variável controlada, a resposta do material, resultante do nível de deformação plástica, pode alterar-se. Numa situação de ensaios em controlo de deformação, a resposta do material é caracterizada por um comportamento de endurecimento cíclico, se a amplitude de tensão aumenta com o número de ciclos, ou por um comportamento de amaciamento se a amplitude de tensão diminui com o número de ciclos. O que define se um material sofre endurecimento ou amaciamento cíclico, prende-se com as características do material. Os materiais cuja razão entre a tensão de rutura e a tensão de cedência seja inferior ou igual a 1,2 sofrem, em geral, amaciamento cíclico; se essa razão for igual ou superior a 1,4 sofrem endurecimento cíclico (Smith et al., 1963). Por outro lado, segundo Campbell (2008), os materiais de elevada resistência, tais como os aços de alta resistência, geralmente sofrem amaciamento cíclico, e os materiais macios sofrem endurecimento cíclico.

O material 18Ni300 produzido por SLM apresenta, tendencialmente, um comportamento de amaciamento cíclico (Branco et al., 2018a). Esta tendência pode ser identificada a partir da evolução das densidades de energia de deformação plástica e total com a razão de vida,  $N/N_f$ , registada a partir de ensaios efetuados em controlo de deformação para diferentes amplitudes de deformação. Através da análise da Figura 2.8, e dividindo o diagrama em três zonas distintas, pode considerar-se que numa primeira região, o material sofre amaciamento cíclico, i.e. é visível uma diminuição das densidades de energia de deformação plástica e total, sendo mais notória para amplitudes de deformação maiores. Numa segunda zona, os parâmetros energéticos mantêm-se uniformes. Finalizando, na última zona, o material sofre, de novo, uma pequena redução das densidades de energia de deformação plástica e total, que coincide com a falha por fadiga.



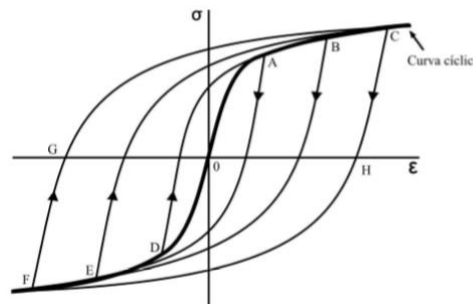
**Figura 2.8.** a) Variação da densidade de energia de deformação plástica por ciclo; b) Variação da densidade de energia de deformação total por ciclo (adaptado de Branco et al. (2018a)).

A resposta cíclica, na maioria dos materiais, ou se mantém constante após um determinado número de ciclos ou varia, de ciclo para ciclo, mas de forma pouco acentuada. É, portanto, dedutível que os ciclos de histerese não sofrem alterações significativas com o número de ciclos. A Figura 2.9 ilustra um ciclo de histerese estabilizado obtido através de um teste com amplitude de deformação alternada.



**Figura 2.9.** Representação de um circuito de histerese (adaptado de Ellyin (1997)).

A curva cíclica tensão-deformação é utilizada para descrever o comportamento cíclico estabilizado do material. O método denominado Single Step Test (SST) é uma das abordagens utilizadas para determinar a curva cíclica, através da ligação dos extremos dos diversos circuitos de histerese estáveis, obtidos para amplitudes distintas de deformação em ensaios de amplitude de deformação alternada (Figura 2.10).



**Figura 2.10.** Representação da construção da curva cíclica (adaptado de Dowling (1993)).

As propriedades cíclicas do material são utilizadas nas previsões de vida à fadiga. A amplitude de deformação elástica pode ser definida a partir da relação entre a amplitude de tensão,  $\frac{\Delta\sigma}{2}$ , e o número de reversões até à rotura,  $2N_r$ , tal como se mostra na equação (2.10), introduzida por Basquin (1910).

$$\frac{\Delta\sigma}{2} = \sigma'_f (2N_r)^b \Leftrightarrow \frac{\Delta\varepsilon_e E}{2} = \sigma'_f (2N_r)^b \Leftrightarrow \frac{\Delta\varepsilon_e}{2} = \frac{\sigma'_f (2N_r)^b}{E}, \quad (2.10)$$

onde  $\sigma'_f$  é o coeficiente de resistência cíclica,  $b$  é o expoente de resistência cíclica,  $\frac{\Delta\varepsilon_e}{2}$  é a amplitude de deformação elástica e  $E$  é o módulo de elasticidade. Esta relação é exibida na Figura 2.11 e, numa escala bi-logarítmica, origina uma linha reta.

Em termos de deformação plástica, os investigadores Coffin (1954) e Manson (1954), de forma independente, sugeriram uma relação entre a amplitude de deformação plástica,  $\frac{\Delta\varepsilon_p}{2}$ , e o número de reversões até à rotura,  $2N_r$ , dada por:

$$\frac{\Delta\varepsilon_p}{2} = \varepsilon'_f (2N_r)^c, \quad (2.11)$$

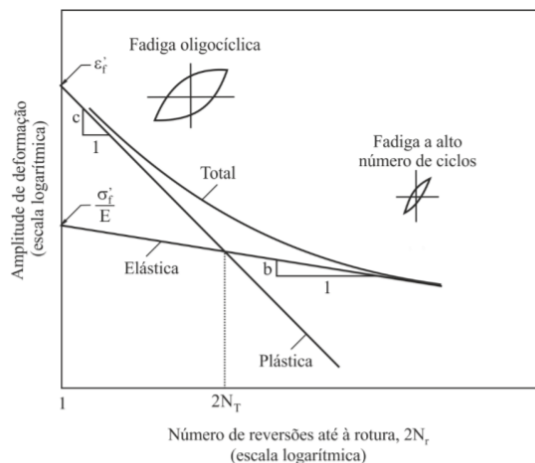
onde  $\varepsilon'_f$  é o coeficiente de ductilidade cíclica e  $c$  é o expoente de ductilidade cíclica. Esta relação também está ilustrada na Figura 2.11., e, em escala bi-logarítmica, origina uma linha reta. A curva deformação total-vida é obtida através da soma das componentes elástica e plástica da deformação. Assim, a relação entre a amplitude de deformação total,  $\frac{\Delta\varepsilon}{2}$ , e o número de reversões até à rotura,  $2N_r$ , pode ser obtida pela equação (2.12).

$$\frac{\Delta\varepsilon}{2} = \frac{\Delta\varepsilon_e}{2} + \frac{\Delta\varepsilon_p}{2} = \frac{\sigma'_f (2N_r)^b}{E} + \varepsilon'_f (2N_r)^c \quad (2.12)$$

O modelo determinado por Smith et al. (1970), definido na equação (2.13), é uma formulação que permite obter uma boa aproximação do efeito da tensão média no regime de fadiga a alto número de ciclos, porém é conservadora na região de fadiga oligocíclica (Koh & Stephens, 1991). Este modelo controla a influência da tensão média e também da amplitude de deformação.

$$\sigma_{m\acute{a}x} \frac{\Delta\varepsilon}{2} = \frac{(\sigma'_f)^2 (2N_r)^{2b}}{E} + \varepsilon'_f \sigma'_f (2N_r)^{b+c} \quad (2.13)$$

Na Figura 2.11, o ponto de transição,  $2N_T$ , representa o número de reversões para a qual as componentes elástica e plástica da deformação são iguais. Verifica-se que para um número de reversões superior a  $2N_T$ , a componente elástica sobrepõe-se à componente plástica e vice-versa (Branco, 2013).



**Figura 2.11.** Representação da deformação elástica, plástica e total versus número de reversões até à rotura (adaptado de Branco (2013)).

### 2.3. Modelos de previsão da vida à fadiga

Apesar de, ao longo do tempo, ter sido introduzida uma ampla variedade de modelos de previsão de vida, a fadiga multiaxial continua a ser um problema complexo que requer mais estudo. Neste sentido, urge a necessidade de desenvolver um modelo universal de dano multiaxial. A solução deve prever com rigor o comportamento dos componentes submetidos a este tipo de carregamento e, de preferência, deve procurar reduzir o tempo e o custo associados à análise.

A fadiga multiaxial é um fenómeno com condições de carregamento variáveis e complexas. As cargas cíclicas podem ser aplicadas em várias direções, com frequências diferentes e com diferenças de fase (Wang & Brown, 1993). A este fenómeno está associado o conceito de proporcionalidade e de não proporcionalidade. No carregamento proporcional, ou em fase, a orientação dos eixos das tensões principais é fixa em relação aos eixos do componente. No caso do carregamento não proporcional, ou fora de fase, a análise é mais complexa, dado que a orientação dos eixos das tensões principais varia em relação aos eixos dos componentes (Socie & Marquis, 2000).

A vida à fadiga de componentes entalhados pode ser analisada através de modelos distintos, que podem agrupar-se em modelos baseados nas tensões, nas deformações, na energia e no plano crítico. Nos subcapítulos seguintes abordam-se, resumidamente, alguns destes modelos.

### 2.3.1. Modelos de previsão da vida baseados nas tensões

A origem dos modelos de previsão de vida com base nas tensões remonta aos trabalhos desenvolvidos por Wöhler, complementados com investigações mais recentes, que têm em consideração os efeitos da tensão média e abordagens de aproximação das curvas S-N. Os modelos baseados nas tensões fundamentam-se em relações empíricas existentes entre as tensões aplicadas e o número de ciclos até à rotura. Estes modelos usam, em geral, parâmetros globais do componente. Assim, deve ser prevenido o efeito que o carregamento pode provocar a nível local, junto da região onde ocorre fissuração (Ramalho, 2006).

A resistência à fadiga é significativamente reduzida na presença de acidentes geométricos em componentes mecânicos sujeitos a cargas cíclicas. A ocorrência do fenómeno de concentração de tensões origina tensões locais na região do entalhe, e na sua vizinhança, superiores à tensão nominal. O fator geralmente utilizado para avaliar a severidade e a intensidade dessas concentrações de tensões nas descontinuidades geométricas, é o fator elástico de concentrações de tensões,  $K_T$ . Este fator é obtido a partir da teoria da elasticidade, e é definido pela razão entre a tensão elástica máxima na região da descontinuidade,  $\sigma_{m\acute{a}x}$ , e a tensão nominal afastada do entalhe,  $\sigma_{nom}$ , e pode ser escrita na forma da equação (2.14) (Polák, 1991).

$$K_T = \frac{\sigma_{m\acute{a}x}}{\sigma_{nom}} \quad (2.14)$$

O efeito da presença do entalhe na resistência é determinado através do fator de redução de resistência à fadiga,  $K_f$ . Este fator é definido pela razão entre a tensão limite de fadiga de um provete liso,  $\sigma_{f0}$ , e de um provete com entalhe,  $\sigma_{fe}$ , conforme representado na equação (2.15). Ao contrário do fator de concentração de tensões, que apenas depende da geometria do entalhe e do carregamento, o fator de redução de resistência à fadiga depende de uma vasta gama de parâmetros, tais como: propriedades do material, severidade e tipo do entalhe, tipo de carregamento, número de ciclos de carregamento e gradiente de tensões (Branco, 1985).

$$K_f = \frac{\sigma_{f0}}{\sigma_{fe}} \quad (2.15)$$

A sensibilidade ao entalhe em fadiga, quantifica-se pelo fator de sensibilidade ao entalhe,  $q$ , que pode ser definido a partir da equação (2.16). Este último fator estabelece a relação entre o fator de redução de resistência fadiga e o fator de concentração de tensões, e varia entre 0 e 1. Se  $q=0$  então  $K_f=1$  e o material considera-se insensível ao entalhe, ou seja, a presença do entalhe não influencia a resistência à fadiga do material. Em contrapartida, se  $K_f=K_T$  então  $q=1$ , e o material considera-se totalmente sensível ao entalhe. Este parâmetro não é uma constante do material, varia com o tipo de material, com o tipo de entalhe, geometria e carregamento (Branco, 1985).

$$q = \frac{K_f - 1}{K_T - 1} \quad (2.16)$$

Esta abordagem experimental revela-se, embora bastante confiável, demasiado demorada e cara. Têm, por isso, sido propostos novos métodos alternativos com o propósito de determinar o fator de redução de resistência à fadiga com maior eficácia.

Atualmente, na análise à fadiga de componentes com entalhes existem abordagens de maior complexidade. Uma das mais conhecidas, é a Teoria das Distâncias Críticas (TDC). Este método, uma vez que possui a capacidade de incorporar efeitos não lineares na estrutura linear elástica, tem sido aplicado numa grande variedade de materiais e carregamentos e, é um dos mais populares (Branco et al., 2019a). O conceito subjacente a esta teoria é a determinação de uma tensão efetiva, resultante de um acidente geométrico, tendo em conta uma distância crítica, que pode ser definida a partir do comprimento característico do material,  $a_0$  (El Haddad et al., 1980). Este parâmetro é definido pela equação (2.17).

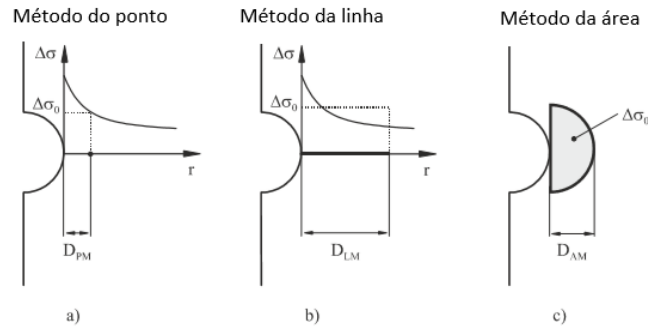
$$a_0 = \frac{1}{\pi} \left( \frac{\Delta K_{If}}{\sigma_{f0}} \right)^2, \quad (2.17)$$

onde  $\Delta K_{If}$  é o limiar de propagação de fenda por fadiga e  $\sigma_{f0}$  a tensão limite de fadiga de um provete não entalhado. Esta tensão efetiva pode ser obtida por diferentes métodos, entre eles, o Método do Ponto ( $D_{PM}$ ), o Método da Linha ( $D_{LM}$ ) e o Método da Área ( $D_{AM}$ ) (Susmel & Taylor, 2011). Os conceitos dos vários métodos usados para determinar as distâncias críticas encontram-se esquematizados na Figura 2.12 e são definidos pelas equações (2.18) a (2.20).

$$D_{PM} = \frac{a_0}{2} \quad (2.18)$$

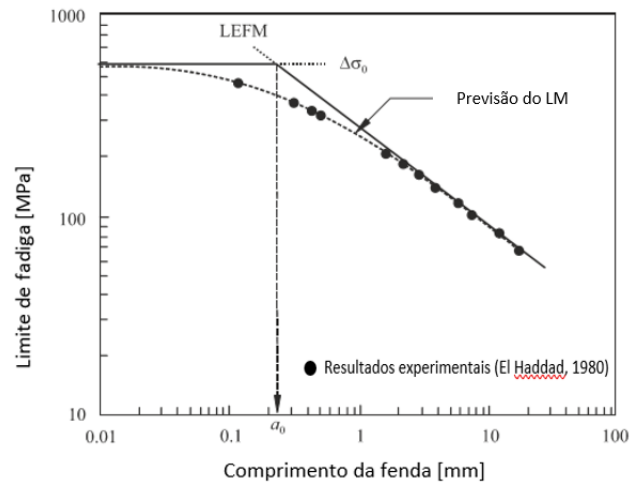
$$D_{LM} = 2a_0 \quad (2.19)$$

$$D_{AM} = a_0 \quad (2.20)$$



**Figura 2.12.** Representação da Teoria das Distâncias Críticas: a) Método do Ponto; b) Método da Linha; c) Método da Área (adaptado de Susmel e Taylor (2011)).

O diagrama de Kitagawa-Takahasi, representado na Figura 2.13, é utilizado para descrever um tamanho de fenda intrínseco. Este indica o comprimento da fenda abaixo do qual a abordagem de mecânica da fratura linear elástica (MFLE) deixa de ser válida. Os cálculos para um tamanho de fenda intrínseco são idênticos aos cálculos da distância crítica.



**Figura 2.13.** Representação do diagrama de Kitagawa-Takahashi (adaptado de Branco (2013)).



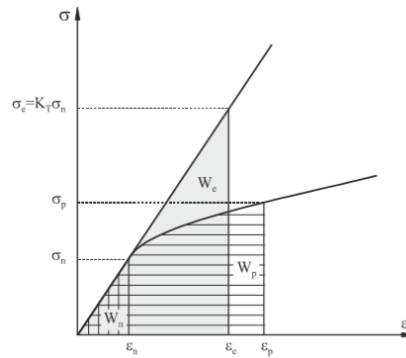
### 2.3.2. Modelos de previsão da vida baseados na energia

As abordagens baseadas em modelos energéticos determinam que o trabalho plástico é o principal responsável por causar dano irreversível e pela eventual falha por fadiga (Branco, 2013). A maior vantagem desta abordagem é que a quantidade de energia necessária para provocar uma falha por fadiga não depende da complexidade do estado de tensões nos pontos críticos. A previsão de vida à fadiga é obtida por uma curva de fadiga uniaxial mesmo na presença de carregamentos complexos (Pan et al., 1999).

Hutchinson (1968) demonstrou que a distribuição da densidade de energia de deformação na zona plástica de uma fenda, para um material com comportamento bilinear de tensão-deformação é idêntica à calculada através de uma análise de deformação linear elástica. Molski e Glinka (1981) assumiram o mesmo comportamento para componentes entalhados com distribuições de tensão-deformação não lineares. Em 1981, apresentaram o método da densidade de energia de deformação equivalente (ESED). Esta abordagem defende que a densidade de energia de deformação elastoplástica de um material na zona do entalhe é igual à densidade de energia de deformação que seria expectável no caso do material apresentar um comportamento perfeitamente elástico. Considerando um comportamento linear elástico e um fator elástico de concentração de tensões,  $K_T$ , a densidade de energia de deformação máxima sob estado de tensão uniaxial é descrita pela equação (2.21).

$$W_e = \int_0^{\varepsilon_e} \sigma d\varepsilon \Leftrightarrow W_e = \frac{\sigma_e \varepsilon_e}{2} \Leftrightarrow W_e = \frac{\sigma_{nom}^2 K_T^2}{2E} \Leftrightarrow W_e = W_{nom} K_T^2, \quad (2.21)$$

onde  $W_e$  é a densidade de energia de deformação máxima na raiz do entalhe,  $W_{nom}$  é a densidade de energia de deformação nominal,  $\sigma_e$  e  $\varepsilon_e$  são a tensão e a deformação na raiz do entalhe obtidas a partir de uma análise linear elástica, respetivamente. O conceito de energia de deformação equivalente assume que a razão entre a densidade máxima de energia de deformação no entalhe e a densidade nominal de energia de deformação é a mesma nas deformações elásticas e elastoplásticas (Branco, 2013). Esse conceito é representado na Figura 2.14. Quando o comportamento é linear, a equação (2.21) corresponde à área abaixo da curva tensão-deformação elástica (Lei de Hooke), como esquematizado na Figura 2.14.



**Figura 2.14.** Interpretação gráfica do método da densidade de energia de deformação equivalente (adaptado de Glinka (1985)).

Molski e Glinka (1981) assumiram ainda que, a relação anterior (equação (2.21), também é válida quando ocorre deformação plástica local na raiz do entalhe e, nesse caso, pode escrever-se através da equação (2.22).

$$W_p = W_e = W_{nom} K_T^2, \quad (2.22)$$

onde  $W_p$  é a densidade de energia de deformação causada pelas tensões elasto-plásticas.

Outro modelo de previsão de vida baseado na energia foi proposto por Ellyin (1997), e utiliza a energia total de deformação como uma medida contínua para incluir os parâmetros que influenciam a iniciação de fendas em componentes (Ahmadzadeh & Varvani-Farahani, 2016). Esta é uma abordagem energética que se formula a partir da área dos circuitos de histerese para estudar a previsão de vida à fadiga. Sob condições de deformação controlada, a área do circuito de histerese é quase constante ao longo da vida. Esta área, esquematizada a cinzento escuro na Figura 2.15, representa a energia de deformação plástica absorvida por ciclo,  $\Delta W_p$ . O circuito de histerese cíclico é utilizado como parâmetro de dano para avaliar a falha por fadiga, e é definido pela equação seguinte:

$$\Delta W_p = k_p (2N_f)^{\alpha_p}, \quad (2.23)$$

onde  $k_p$  e  $\alpha_p$  são constantes do material obtidas de forma experimental e  $2N_f$  representa a vida da peça. A equação (2.24) permite calcular a energia de deformação total,  $\Delta W_T$ , a partir da soma da energia de deformação plástica,  $\Delta W_p$ , e da energia de deformação elástica,  $\Delta W_e$ , o que corresponde à soma das áreas cinzenta clara e escura da Figura 2.15 (Ellyin, 1997).

$$\Delta W_T = \Delta W_p + \Delta W_e \quad (2.24)$$

O critério de falha por fadiga, neste caso, é dado por:

$$\Delta W_T = k(2N_f)^{\alpha''} + \Delta W_0, \quad (2.25)$$

onde  $k$  e  $\alpha''$  são constantes do material obtidas de forma experimental e  $\Delta W_0$  é aproximadamente igual à energia elástica correspondente ao limite de fadiga do material. Golos e Ellyin (1987; 1988) propuseram uma abordagem que compreende o somatório da energia de deformação plástica com a densidade de deformação elástica positiva,  $\Delta W_{e+}$ . Esta abordagem é descrita pela equação (2.26) e está representada na Figura 2.15, correspondendo à soma das áreas a cinzento escuro e a tracejado.

$$\Delta W_T = \Delta W_p + \Delta W_{e+} \quad (2.26)$$

Golos e Ellyin (1987; 1988) definiram o critério de falha como:

$$\Delta W_T = k_t(2N_f)^{\alpha_t} + \Delta W_{ot}, \quad (2.27)$$

onde  $k_t$  e  $\alpha_t$  são duas constantes do material obtidas de forma experimental e  $\Delta W_{ot}$  é a energia elástica positiva correspondente ao limite de fadiga do material.

Posteriormente, desenvolveram o modelo anteriormente descrito, mas para carregamentos multiaxiais, o que resultou no critério de falha dado por:

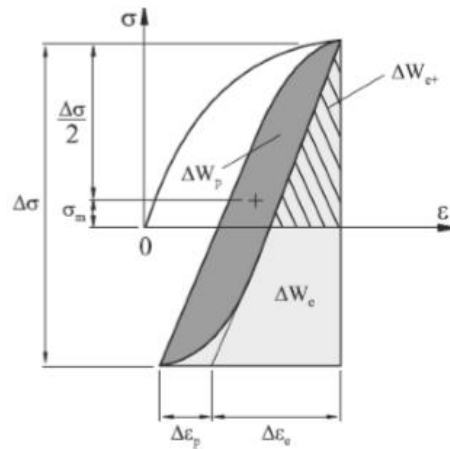
$$\Delta W_T = \xi \Delta W_p + \Delta W_{e+}, \quad (2.28)$$

onde  $\xi$  é um coeficiente que depende da relação de biaxialidade. O valor da energia de deformação elástica positiva e o valor da deformação plástica são dados pelas equações seguintes, respetivamente:

$$\Delta W_{e+} = \left\{ \frac{1+\nu}{3E} (\sigma_{eq}^{m\acute{a}x})^2 + \frac{1+2\nu}{6E} \left[ \sum_{i=1}^3 (\sigma_i^a \sigma_i^m)^2 \right] \right\} \quad (2.29)$$

$$\Delta W_p = \left\{ \frac{2(1-n')}{1+n'} (2k')^{-\frac{1}{n'}} (\Delta\sigma_{eq})^{\frac{1+n'}{n'}} \right\}, \quad (2.30)$$

onde  $E$  e  $\nu$  são parâmetros elásticos do material,  $\sigma_{eq}^{m\acute{a}x}$  é a tensão equivalente máxima,  $\sigma_i^a$  é a amplitude de tensão principal  $i$ ,  $\sigma_i^m$  é a tensão média principal  $i$ ,  $n'$  e  $k'$  são parâmetros cíclicos do material e  $\Delta\sigma_{eq}$  é a gama de tensão equivalente.



**Figura 2.15.** Representação da densidade de energia de deformação cíclica para um estado de tensão uniaxial (adaptado de Koh (2002)).

### 2.3.3. Modelos de previsão da vida baseados no plano crítico

Os modelos de plano crítico são baseados nos modos de falha do plano crítico, e podem ocorrer devido às tensões normais ou tensões de corte máximas. Estes podem ser agrupados em três grupos distintos: tensão, deformação e energia (Karolczuk & Macha, 2005).

Os modelos baseados na tensão são adequados para fadiga supercíclica em que a deformação plástica não tem significado. Enquanto que, os baseados na deformação são apropriados para casos onde existe deformação plástica, mas não refletem o comportamento constitutivo do material. Por fim, os modelos baseados na energia, refletem o comportamento constitutivo do material, inclusive os efeitos da tensão média e de carregamentos não proporcionais (Branco, 2013). No que diz respeito aos modelos baseados no plano crítico, atualmente existem inúmeras propostas (Balthazar & Malcher, 2007). Contudo, de forma a evitar uma revisão demasiado extensa, analisa-se apenas o modelo Smith-Watson-Topper (SWT).

O modelo baseado na energia desenvolvido por Smith et al. (1970), conhecido por modelo SWT, sugere que a causa para a ocorrência de falha por fadiga é a densidade de energia de deformação normal,  $W_n$ , que atua no plano crítico. Apesar deste parâmetro de dano ter sido primordialmente desenvolvido para integrar o efeito da tensão média em carregamentos uniaxiais, pode ser utilizado em componentes sujeitos a carregamentos multiaxiais proporcionais e não proporcionais. O parâmetro SWT para situações de

carregamento multiaxial é fundamentado apenas nas tensões e deformações que acontecem no plano crítico (Socie, 1987). Esta formulação é dada pela equação (2.31).

$$W_n = \sigma_{n,máx} \frac{\Delta\varepsilon_1}{2} = \frac{\sigma'_f{}^2}{E} (2N_f)^{2b} + \sigma'_f \varepsilon'_f (2N_f)^{b+c}, \quad (2.31)$$

onde  $\sigma_{n,máx}$  é a tensão normal máxima e  $\Delta\varepsilon_1$  a gama da deformação normal que atua no plano crítico, sendo que o plano crítico é o plano no qual a variação de deformação normal é máxima.



## **3. PROCEDIMENTO NUMÉRICO**

### **3.1. Componentes em estudo**

Neste capítulo faz-se uma descrição sucinta do procedimento numérico desenvolvido no presente trabalho, que tem como objetivo prever a vida de iniciação de fendas por fadiga em componentes tubulares entalhados sujeitos a esforços multiaxiais de flexão-torção. Faz-se, também, um resumo dos principais resultados dos ensaios de fadiga multiaxial utilizados para efeitos de comparação.

#### **3.1.1. Material**

A utilização da técnica SLM na conceção de peças tridimensionais representa uma abordagem promissora na indústria. Esta permite amplificar substancialmente a liberdade de conceção e de fabricação, permitindo criar componentes que atendem às mais variadas funções, em apenas uma única etapa de fabricação (Yadroitsev et al., 2007).

A fusão seletiva por laser é um processo de manufatura aditiva que permite, através de modelos CAD, a produção de componentes tridimensionais funcionais diretamente a partir de pó metálico, sem recurso a aglutinantes (Yadroitsev et al., 2007). Este processo inicia-se com a deposição da primeira camada de pó sobre a plataforma de construção do equipamento. Posteriormente, um laser de alta intensidade varre uma área pré-definida, de acordo com o modelo de cada camada, para fundir o pó metálico. De seguida, a plataforma desloca-se e é depositada, sobre a camada já solidificada, uma nova camada de material. O processo repete-se até o componente pretendido estar finalizado. As peças obtidas por esta técnica, nalguns casos, não necessitam de pós-processamento, embora se recorra, muitas vezes, a esta estratégia para melhorar as propriedades mecânicas finais das peças produzidas (Kruth et al., 2010).

Uma vantagem adicional deste processo, comparativamente a técnicas convencionais, é a produção de componentes de alta resistência mecânica, através da otimização das estruturas internas, constituídas por canais e paredes finas. Isto traduz-se em peças de menor peso e que, simultaneamente, não comprometem a estabilidade e a

fiabilidade das peças (Hao et al., 2009). Outras das vantagens inerentes são: produção de peças funcionais de alta complexidade; produção direta a partir de modelos CAD; redução no tempo de desenvolvimento e no custo; maior sustentabilidade do processo produtivo; e grande flexibilidade no design das peças. No entanto, o controlo dos defeitos nos componentes obtidos por esta técnica aditiva é particularmente difícil. A existência de porosidades, a elevada rugosidade superficial e a microestrutura heterogênea são algumas das limitações que dificultam o uso desta técnica de forma mais generalizada.

Neste trabalho, utilizou-se a liga AISI 18Ni300 produzida por SLM. Na Tabela 3.1 mostra-se a composição química, e na Tabela 3.2 apresentam-se as propriedades mecânicas monótonas e cíclicas obtidas para uma velocidade de deposição de 200 mm/s.

**Tabela 3.1.** Composição química da liga de alta resistência AISI 18Ni300 em percentagem de peso (Branco et al., 2018a).

| Elemento                   | Ni        | Mn   | Mo  | Co  | Cr  | Ti  | Si  | P    | C    | Al   | Fe       |
|----------------------------|-----------|------|-----|-----|-----|-----|-----|------|------|------|----------|
| Percentagem em peso (wt.%) | 17,0-19,0 | 0,65 | 5,0 | 9,0 | 0,3 | 0,6 | 0,1 | 0,01 | 0,01 | 0,05 | Restante |

**Tabela 3.2.** Propriedades mecânicas monótonas e cíclicas da liga de alta resistência AISI 18Ni300 (Branco et al., 2018a).

|  |      |   |         |
|--|------|---|---------|
| Porosidade [%]   | 0,74 | Coefficiente de resistência cíclica, $\sigma'_f$ [MPa]                  | 1798,73 |
| Densidade [g/m <sup>3</sup> ]  | 7,42 | Expoente de resistência cíclica, $b$                                    | -0,1311 |
| Dureza [HV1]   | 354  | Coefficiente de ductilidade cíclica, $\epsilon'_f$                      | 0,32784 |
| Módulo de Elasticidade, $E$ [GPa]  | 168  | Expoente de ductilidade cíclica, $c$                                    | -1,0941 |
| Tensão de rotura, $\sigma_R$ [MPa]   | 1147 | Coefficiente de endurecimento cíclico, $k'$ [MPa]                       | 1921,21 |
| Tensão de cedência, $\sigma_{ced}$ [MPa]                                       | 910  | Expoente de endurecimento cíclico, $n'$                                 | 0,1100  |
| Deformação até à rotura, $\epsilon_R$ [%]                                      | 5,12 | Coefficiente da curva mestra de fadiga, $k_t$ [MJ/m <sup>3</sup> ]      | 140,667 |
| Coefficiente de Poisson, $\nu$   | 0,33 | Expoente da curva mestra de fadiga, $\alpha_t$                          | 0,5974  |
| Tensão limite de fadiga, $\sigma_{f0}$ [MPa]                                   | 266  | Energia elástica do limite de fadiga, $\Delta W_0$ [MJ/m <sup>3</sup> ] | 0,2287  |
| Limiar de propagação de fenda por fadiga $\Delta K_{f(R=0)}$ [MPa $\sqrt{m}$ ] | 5,2  |   |         |



Para além da liga AISI 18Ni300 produzida por SLM, foi também utilizada a liga de alta resistência DIN 34CrNiMo6 produzida por técnicas convencionais. Esta liga é amplamente utilizada em diversos setores na indústria devido às suas excelentes propriedades. A sua composição química está apresentada na Tabela 3.3, e as suas propriedades mecânicas monótonas e cíclicas na Tabela 3.4.

**Tabela 3.3.** Composição química da liga de alta resistência DIN 34CrNiMo6 em percentagem de peso (Gordo, 2017).

| Elemento                   | Ni   | Mn   | Mo   | Cr  | Si    | C    |
|----------------------------|------|------|------|-----|-------|------|
| Percentagem em peso (wt.%) | 1,50 | 0,65 | 0,22 | 1,5 | ≤0,40 | 0,34 |

**Tabela 3.4.** Propriedades mecânicas monótonas e cíclicas da liga de alta resistência DIN 34CrNiMo6 (Gordo, 2017).

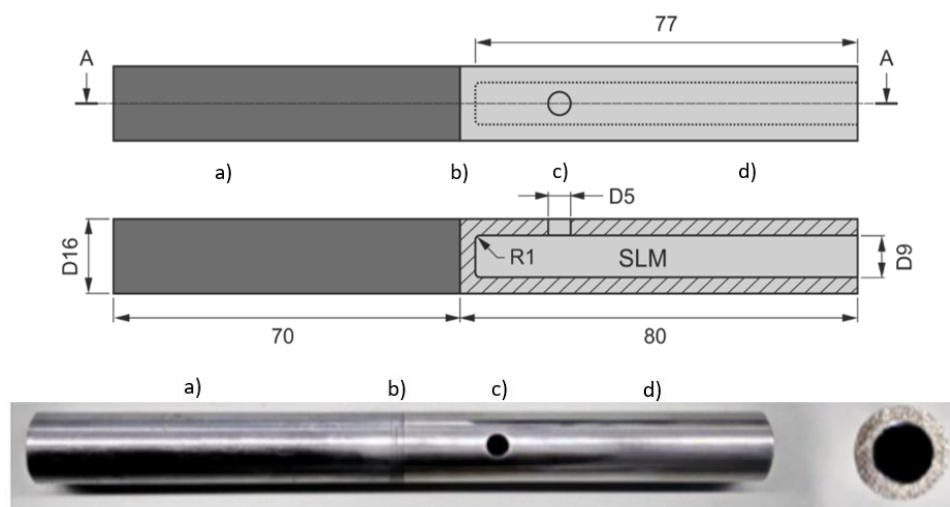
|  |         |   |         |
|--|---------|---|---------|
| Tensão de cedência, $\sigma_{ced}$ [MPa]               | 967     | Coefficiente de ductilidade cíclica, $\epsilon'_f$                      | 0,4697  |
| Tensão de rotura, $\sigma_R$ [MPa]                     | 1035    | Expoente de ductilidade cíclica, $c$                                    | -0,6059 |
| Deformação até à rotura, $\epsilon_R$ [%]              | 18      | Coefficiente de endurecimento cíclico, $k'$ [MPa]                       | 1361,6  |
| Redução de área [%]                                    | 58      | Expoente de endurecimento cíclico, $n'$                                 | 0,1041  |
| Módulo de Elasticidade, $E$ [GPa]                      | 209,8   | Coefficiente da curva mestra de fadiga, $k_t$ [MJ/m <sup>3</sup> ]      | 2165,37 |
| Coefficiente de Poisson, $\nu$                         | 0,296   | Expoente da curva mestra de fadiga, $\alpha_t$                          | -0,6854 |
| Coefficiente de resistência cíclica, $\sigma'_f$ [MPa] | 1183,7  | Energia elástica do limite de fadiga, $\Delta W_0$ [MJ/m <sup>3</sup> ] | 0,7049  |
| Expoente de resistência cíclica, $b$                   | -0,0545 |   |         |

### 3.1.2. Geometria

Na presente dissertação foram utilizados provetes constituídos por dois materiais e fabricados com duas técnicas distintas, conforme representado na Figura 3.1. Esta geometria, denominada híbrida, é composta por uma região que corresponde a uma liga de alta resistência 18Ni300, obtida pela técnica aditiva de fusão seletiva por laser (SLM), e por outra região, concebida a partir de um aço convencional maquinado, a liga DIN 34CrNiMo6. A parte convencional é constituída por uma secção circular maciça, com diâmetro de 16 mm. A parte aditiva tem secção circular oca, de diâmetro externo igual a 16 mm e uma espessura

de parede de 3 mm. Nesta zona está presente um entalhe transversal de forma circular, com diâmetro de 5 mm, que apenas penetra uma das paredes do perfil tubular do provete. O furo está posicionado de modo a que os campos de tensão nessa região não sejam influenciados pelos campos de tensão criados na zona de ligação entre as duas partes do componente.

A ligação entre as duas zonas é conseguida através de uma camada maciça obtida por SLM, com espessura 3 mm. De forma a minimizar a concentração de tensões nas arestas, utilizou-se um raio de concordância de 1 mm.



**Figura 3.1.** Representação da geometria do provete híbrido: a) Aço convencional maquinado; b) Zona de ligação; c) Zona do furo transversal; d) Aço AISI 18Ni300 obtido por SLM.

## 3.2. Modelação do comportamento elastoplástico do material

### 3.2.1. Modelo teórico

Os modelos constitutivos foram desenvolvidos com o objetivo de descrever o comportamento elastoplástico de um corpo deformável sob ação de um estado geral de tensão, sendo que a escolha da modelação adequada ao comportamento do material é determinante para obter previsões numéricas precisas e de qualidade (Antunes et al., 2019). Neste sentido, tem surgido uma preocupação crescente na elaboração de modelos constitutivos complexos, associados a um grande número de parâmetros, de modo a prever com maior rigor a evolução dos estados de tensão e deformação.

Os critérios de plasticidade são utilizados para modelar a superfície de plasticidade inicial e as leis de encruamento para modelar a sua evolução com a deformação plástica. Assim, a representação do modelo constitutivo pode ser descrita através do potencial elástico  $F$ , tal como esquematizado na equação (3.1).

$$F(\boldsymbol{\sigma}'' - \mathbf{X}', \bar{\varepsilon}^p, \alpha', \beta') = \bar{\sigma}(\boldsymbol{\sigma}'' - \mathbf{X}', \alpha') - Y(\bar{\varepsilon}^p, \beta'), \quad (3.1)$$

em que  $\bar{\sigma}(\boldsymbol{\sigma}'' - \mathbf{X}', \alpha')$  é a tensão equivalente descrita pelo critério de plasticidade. A tensão equivalente é função do tensor das tensões efetivo,  $\boldsymbol{\Sigma} = \boldsymbol{\sigma}'' - \mathbf{X}'$ , em que  $\boldsymbol{\sigma}''$  é a componente desviadora do tensor das tensões de Cauchy,  $\boldsymbol{\sigma}$ , e  $\mathbf{X}'$  é a componente desviadora do tensor das tensões inversas, associada à lei de encruamento cinemático.  $Y(\bar{\varepsilon}^p, \beta')$  representa a lei de encruamento isotrópico, que descreve a evolução da tensão de cedência com a deformação.  $\alpha'$  e  $\beta'$  são os parâmetros de material do modelo constitutivo e  $\bar{\varepsilon}^p$  é a deformação plástica equivalente (Prates et al., 2016).

Neste trabalho, o comportamento plástico é descrito através do critério de plasticidade de von Mises, representado na equação (3.2).

$$(\Sigma_{22} - \Sigma_{33})^2 + (\Sigma_{33} - \Sigma_{11})^2 + (\Sigma_{11} - \Sigma_{22})^2 + 6\Sigma_{23}^2 + 6\Sigma_{13}^2 + 6\Sigma_{12}^2 = 2Y^2, \quad (3.2)$$

onde  $\Sigma_{11}$ ,  $\Sigma_{22}$ ,  $\Sigma_{33}$ ,  $\Sigma_{12}$ ,  $\Sigma_{13}$ ,  $\Sigma_{23}$  são os componentes do tensor das tensões efetivo  $\boldsymbol{\Sigma}$ .  $Y$  é a tensão de escoamento e a sua evolução é modelada pela lei de encruamento isotrópico de Voce (Voce, 1948):

$$Y = Y_0 + (Y_{sat} - Y_0)[1 - \exp(-C_Y \bar{\varepsilon}^p)], \quad (3.3)$$

em que  $Y_0$ ,  $Y_{sat}$  e  $C_Y$  são parâmetros do material e  $\bar{\varepsilon}^p$  é a deformação plástica equivalente. Esta lei de encruamento isotrópico foi utilizada na liga 18Ni300. Outra forma de modelar o encruamento isotrópico é pela lei de Swift (Swift, 1952):

$$Y = C(\varepsilon_0 + \bar{\varepsilon}^p)^n, \quad (3.4)$$

em que  $C$ ,  $n$  e  $\varepsilon_0$  são parâmetros do material. Esta lei de encruamento isotrópico foi utilizada na modelação da liga DIN 34CrNiMo6. Por sua vez, para a representação do encruamento cinemático não linear utilizou-se a lei de Lemaître-Chaboche (Chaboche, 2008):

$$dX' = C_x \left[ \frac{X_{sat}}{\bar{\sigma}} (\sigma' - X') - X' \right] d\bar{\epsilon}^p \quad (3.5)$$

em que  $C_x$  e  $X_{sat}$  são parâmetros do material e  $d\bar{\epsilon}^p$  é a taxa de deformação plástica equivalente.

### 3.2.2. Identificação das constantes do material

Para obter o conjunto de parâmetros do material que melhor descrevem os comportamentos plásticos cíclicos das ligas AISI 18Ni300 e DIN 34CrNiMo6 realizou-se um procedimento de otimização, que teve por base ensaios de fadiga oligocíclica, realizado em controlo de deformação. Este procedimento teve como objetivo minimizar a função de mínimos quadrados  $F(A)$ :

$$F(A) = \sum_{i=1}^{N'} \left( \frac{\sigma^{Num}(A) - \sigma^{Exp}}{\sigma^{Exp}} \right)_i^2, \quad (3.6)$$

em que  $\sigma^{Num}(A)$  e  $\sigma^{Exp}$  são os valores ajustados de forma analítica e medidos de forma experimental da tensão real no ponto de dados  $i$ , respetivamente.  $N'$  é o número total de pontos de medição experimentais e  $A$  é o conjunto de parâmetros da lei de Voce, de Swift e de Lemaître-Chaboche a serem identificados.

Este procedimento de ajuste foi realizado de forma independente para cada material. No caso da liga DIN 34CrNiMo6, a amplitude de deformação selecionada foi de 2%, e foram usados os primeiros 100 ciclos do ensaio de fadiga oligocíclica, para uma razão de deformação,  $R_e$ , igual a -1. No caso da liga AISI 18Ni300, considerou-se uma amplitude de deformação de 0,8%, e utilizaram-se os primeiros 33 ciclos de carregamento do ensaio de fadiga oligocíclica ( $N=6600$ ), o que representa cerca de 80% da vida total, para uma razão de deformação,  $R_e$ , igual a 0. Este procedimento realizou-se através de um algoritmo de otimização, que tem por base um gradiente não linear, disponível na ferramenta Microsoft Excel Solver (Antunes et al., 2019).

Na Tabela 3.5 e Tabela 3.6 encontram-se representados os parâmetros obtidos e ajustados, que descrevem os comportamentos elastoplásticos da liga AISI 18Ni300 e da liga DIN 34CrNiMo6, respetivamente. Observa-se, na tabela, que os parâmetros de encruamento

isotrópico de Voce, i.e.  $Y_0$  e  $Y_{sat}$  são iguais e que  $C_Y$  é igual a 0. No caso da liga AISI 18Ni300, em que durante os 33 ciclos de carregamento ocorre amaciamento cíclico, pode-se concluir que o encruamento isotrópico pode ser desprezado e, portanto, apenas se considera o encruamento cinemático. Conseqüentemente, considera-se que o ajuste tensão-deformação é ciclicamente estável (Antunes et al., 2019). Também, no caso da liga DIN 34CrNiMo6, podemos simplificar o modelo constitutivo a utilizar. Sendo que o valor do parâmetro  $n$  é muito próximo de 0, considera-se que o encruamento isotrópico é inexistente, ou seja, que a tensão  $Y$  é constante com a deformação plástica, i.e.  $Y = Y_0$ , sendo  $Y_0$  a tensão limite de elasticidade e, conseqüentemente, o material não sofre encruamento. Deste modo, conclui-se que os parâmetros relevantes para a modelação do comportamento das ligas AISI 18Ni300 e DIN 34CrNiMo6 são: módulo de elasticidade ( $E$ ), coeficiente de Poisson ( $\nu$ ), tensão limite de elasticidade ( $Y_0$ ) e os parâmetros de encruamento cinemático de Lemaître-Chaboche ( $X_{sat}$  e  $C_x$ ).

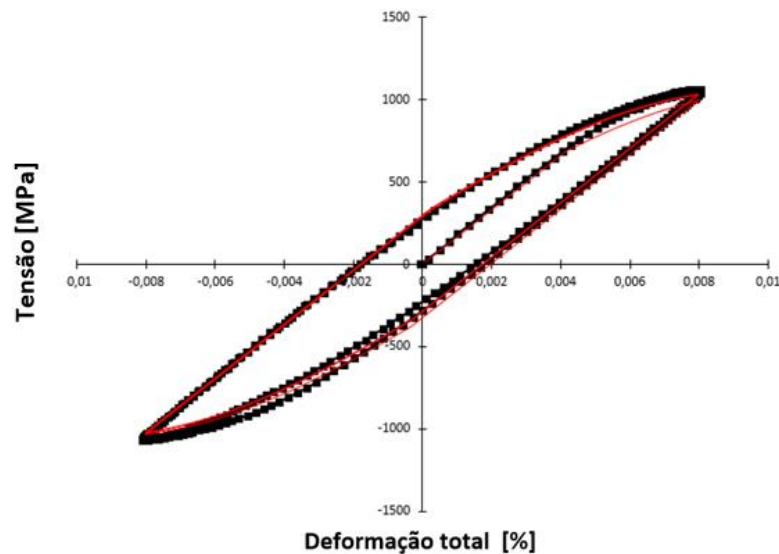
Através da análise da Figura 3.2, para o material 18Ni300, pode concluir-se que os parâmetros ajustados do material, representados pela cor vermelha, descrevem adequadamente os resultados experimentais, representados pela cor preta (Antunes et al., 2019). Relativamente à liga DIN 34CrNiMo6, o modelo constitutivo é também bastante próximo do comportamento experimental observado, tendo já sido usado com sucesso na previsão de vida de peças entalhadas produzidas por aço convencional (Branco et al., 2018b).

**Tabela 3.5.** Parâmetros do material AISI 18Ni300 do comportamento elástico, do encruamento isotrópico e do encruamento cinemático (adaptado de Antunes et al. (2019)).

| Parâmetros da lei de Hooke |       | Parâmetros da lei de Voce |                 |       | Parâmetros da lei de Lemaître-Chaboche |                 |
|----------------------------|-------|---------------------------|-----------------|-------|--|-----------------|
| $E$ [GPa]                  | $\nu$ | $Y_0$ [MPa]               | $Y_{sat}$ [MPa] | $C_Y$ | $C_x$                                  | $X_{sat}$ [MPa] |
| 168                        | 0,33  | 683,62                    | 683,62          | 0     | 728,34                                 | 402,06          |

**Tabela 3.6.** Parâmetros do material DIN 34CrNiMo6 do comportamento elástico, do encruamento isotrópico e do encruamento cinemático (Pécourto, 2018).

| Parâmetros da lei de Hooke |       | Parâmetros da lei de Swift |           |       | Parâmetros da lei de Lemaître-Chaboche |                 |
|----------------------------|-------|----------------------------|-----------|-------|--|-----------------|
| $E$ [GPa]                  | $\nu$ | $Y_0$ [MPa]                | $C$ [MPa] | $n$   | $C_x$                                  | $X_{sat}$ [MPa] |
| 209,8                      | 0,296 | 741,51                     | 744,94    | 0,001 | 87,598                                 | 212,16          |

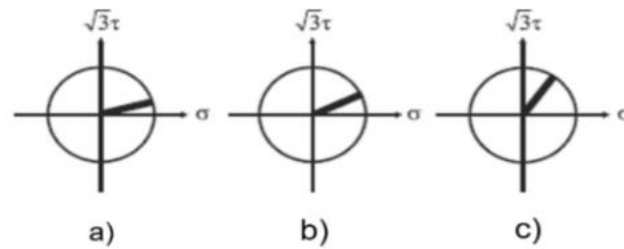


**Figura 3.2.** Comparação entre a curva tensão-deformação plástica experimental (cor preta) e a curva ajustada por minimização de  $F(A)$  (cor vermelha) para a liga AISI 18Ni300 para um ensaio em controlo de deformação com amplitude de deformação igual a 0,8 % (adaptado de Antunes et al. (2019)).

### 3.3. Procedimento numérico

O presente trabalho procura reproduzir o modelo físico considerando os ensaios experimentais de fadiga multiaxial realizados no Departamento de Engenharia Mecânica da Universidade de Coimbra por Monteiro (2019), usando a geometria mostrada na Figura 3.1, para carregamentos proporcionais de flexão combinada com torção. Posteriormente, os resultados do trabalho experimental, acima referido, serão usados como referência e comparados com as previsões numéricas obtidas.

Neste estudo foram considerados três tipos de carregamento, particularmente, três relações distintas entre o momento fletor ( $B$ ) e o momento torsor ( $T$ ):  $B=T$ ,  $B=2T$  e  $B= 2T/3$ . Os carregamentos normalizados aplicados nestes ensaios e, posteriormente, replicados nos modelos numéricos desenvolvidos estão ilustrados na Figura 3.3. Na Tabela 3.7 são resumidas as condições de carregamento consideradas nos ensaios de flexão-torção, definidas com base nas tensões nominais aplicadas na geometria. O valor da razão de tensão,  $R$ , utilizado foi próximo de zero. Optou-se por usar um valor ligeiramente positivo, de forma a evitar flutuações do sistema de amarras durante a ausência de carga.



**Figura 3.3.** Padrões de carregamento proporcionais de flexão combinada com torção utilizados nos ensaios de fadiga: a)  $B=2T$  ( $\sigma=4\tau$ ); b)  $B=T$  ( $\sigma=2\tau$ ); c)  $B=2T/3$  ( $\sigma=4\tau/3$ ).

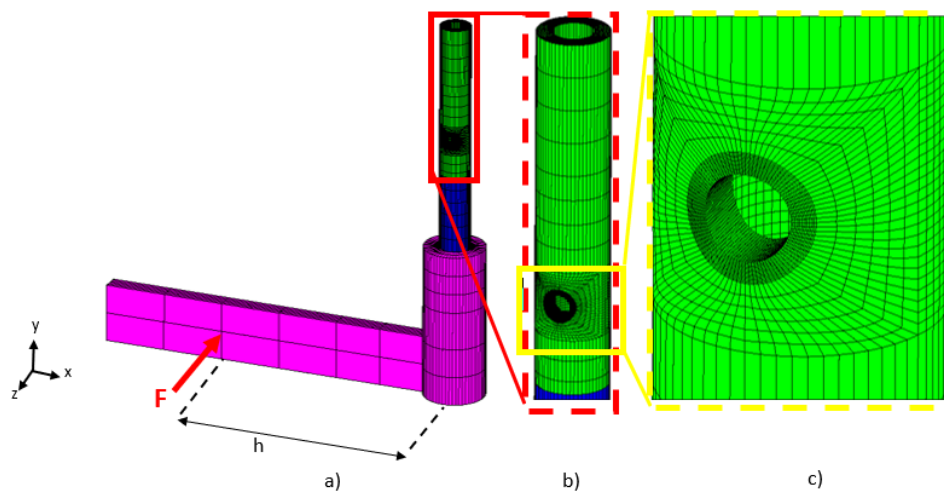
**Tabela 3.7.** Resumo das condições de carregamento analisadas nos ensaios numéricos de flexão combinada com torção (adaptado de Monteiro (2019)).

| Referência do provete                                     | Amplitude de tensão normal, $\sigma_a$ [MPa] | Tensão normal média, $\sigma_m$ [MPa]    | Razão de tensão, $R$ |
|---|--|--|----------------------|
| <b><math>\sigma/\tau=2</math> (<math>B=T</math>)</b>      | <b><math>\sigma_a = 2\tau_a</math></b>       | <b><math>\sigma_m = 2\tau_m</math></b>   |                      |
| BT1_1   | 66,32  | 72,96                                    | 0,048                |
| BT1_2   | 79,59  | 87,55                                    | 0,048                |
| BT1_3   | 95,50  | 105,05                                   | 0,048                |
| <b><math>\sigma/\tau=4</math> (<math>B=2T</math>)</b>     | <b><math>\sigma_a = 4\tau_a</math></b>       | <b><math>\sigma_m = 4\tau_m</math></b>   |                      |
| BT2_1   | 78,26  | 86,09                                    | 0,048                |
| BT2_2   | 79,59  | 87,55                                    | 0,048                |
| BT2_3   | 95,50  | 105,06                                   | 0,048                |
| <b><math>\sigma/\tau=4/3</math> (<math>B=2T/3</math>)</b> | <b><math>\sigma_a = 4\tau_a/3</math></b>     | <b><math>\sigma_m = 4\tau_m/3</math></b> |                      |
| BT3_1   | 79,59  | 87,55                                    | 0,048                |
| BT3_2   | 55,27  | 60,79                                    | 0,048                |

A face do provete obtida por SLM, representada pela cor verde na Figura 3.4, foi encastrada para um comprimento total de 30 mm. A face contrária, representada pela cor rosa, na Figura 3.4, é a zona onde o provete está submetido a uma carga pontual, responsável por originar as tensões de flexão e de torção. A posição da força aplicada variou segundo a direção da haste de secção retangular, para assim assegurar as relações B/T consideradas neste trabalho.

As simulações numéricas dos modelos elastoplásticos tridimensionais, efetuadas com elementos hexaédricos isoparamétricos de oito nós foram realizadas através do software comercial DD3IMP, desenvolvido pelo Grupo de Tecnologia do Departamento de Engenharia Mecânica da Universidade de Coimbra (Menezes & Teodosiu, 2000). No sentido

de obter resultados tão exatos quanto possível, sem pôr em causa a eficiência na computação, considerou-se, conforme mostra a Figura 3.4, uma discretização da malha não homogénea. Deste modo, a zona do entalhe foi fortemente refinada, enquanto que fora dessa zona foi utilizada uma malha mais grosseira. O número de elementos finitos foi igual a 89064 e o número de nós foi igual a 96419. Para cada caso simulado foram aplicados cinco ciclos, cada um deles com fases de carga e descarga. Considerou-se, no que diz respeito às análises de previsão de vida, os resultados obtidos para o quinto ciclo carga-descarga.



**Figura 3.4.** Exemplo da malha de elementos finitos: a) Provete híbrido; b) Zona do furo; c) Detalhe da zona do furo.

Complementarmente ao modelo elastoplástico descrito anteriormente, foi também usado um modelo constitutivo linear elástico, definido pelos valores dos módulos de elasticidade e coeficientes de Poisson dos dois materiais, indicados na Tabela 3.2 e Tabela 3.4. Os resultados de previsão obtidos com este segundo modelo de elementos finitos, que difere apenas no modelo constitutivo considerado, foram comparados com os resultados do modelo elastoplástico.



## 4. RESULTADOS E DISCUSSÃO

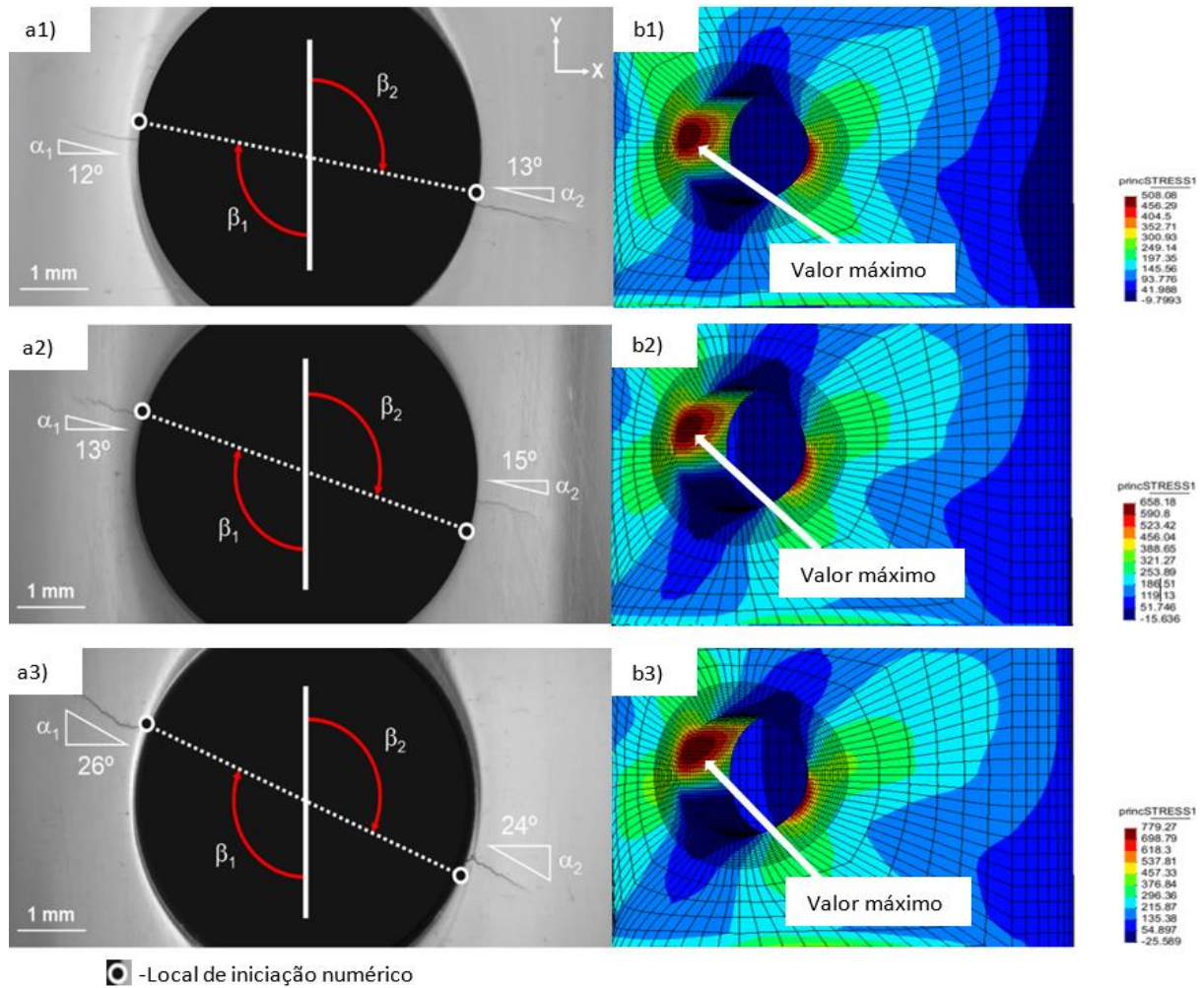
Este capítulo foca-se na apresentação e discussão dos resultados obtidos através das simulações numéricas realizadas para os diferentes carregamentos multiaxiais estudados. A análise é efetuada com os estados de tensão e deformação obtidos para o quinto ciclo. Numa primeira fase é realizado o estudo dos locais de iniciação da fenda e dos ângulos da fenda na fase inicial de propagação. Esta análise recorre aos modelos elastoplásticos descritos no capítulo anterior. Numa segunda fase, faz-se a previsão da vida à fadiga. Os resultados de previsão são comparados com os resultados experimentais obtidos para as mesmas condições de carregamento e, também, com as previsões numéricas baseadas em modelos de elementos finitos lineares elásticos.

### 4.1. Locais de iniciação da fenda e ângulos da fenda na fase inicial de propagação

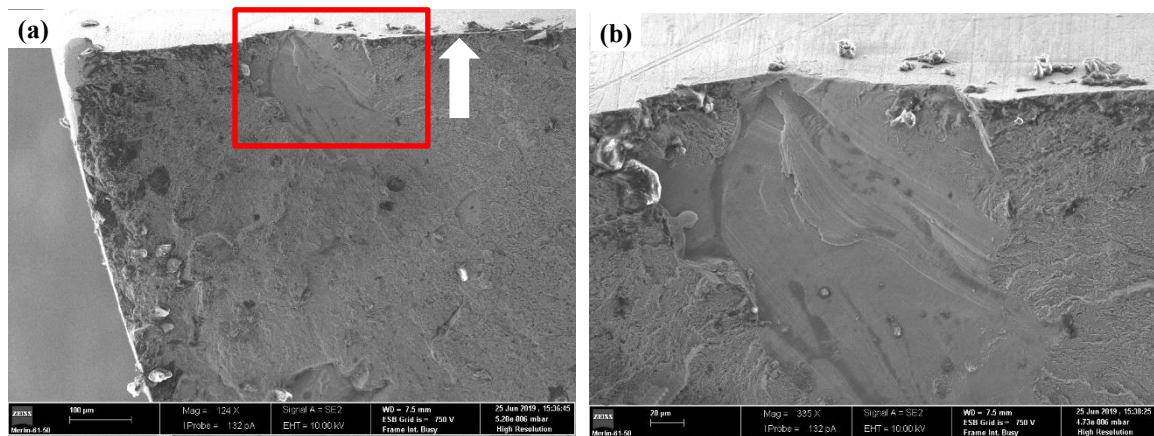
A identificação dos locais de iniciação em peças solicitadas por carregamentos multiaxiais é uma tarefa complexa. Contudo, o conhecimento desta informação é de grande utilidade no projeto à fadiga. Para a geometria estudada neste trabalho, independentemente do tipo de carregamento flexão-torção aplicado, o processo de iniciação de fenda é caracterizado por duas fendas que surgem em posições diametralmente opostas na parede do furo. Na Figura 4.1, do lado esquerdo, mostra-se o comportamento típico registado nos ensaios experimentais para as três relações B/T. Através da análise da figura, é possível concluir que, à medida que a relação B/T diminui, os ângulos de iniciação, quantificados relativamente ao eixo horizontal, tendem a aumentar.

Estes resultados são também confirmados nas simulações numéricas, conforme se pode observar no lado direito da Figura 4.1, onde se verifica que os locais de iniciação são muito dependentes da relação B/T aplicada na peça. É também claro, que a iniciação da fenda não ocorre na superfície do provete, mas numa determinada posição da parede do furo, posição essa que varia com o cenário de carregamento. A análise das superfícies de fratura por microscopia eletrónica de varrimento também confirmou essa realidade, como se mostra

na Figura 4.2. Verifica-se, claramente, que a iniciação da fenda ocorreu na parede do furo, numa zona próxima da zona prevista numericamente, representada pela seta a branco.



**Figura 4.1.** a) Local de iniciação previsto numericamente versus local de iniciação observado experimentalmente: a1) B/T=2 (BT2\_1); a2) B/T=1 (BT1\_2); a3) B/T=2/3 (BT3\_1). b) Representação do campo da primeira tensão principal,  $\sigma_1$ , na zona do entalhe: b1) B/T=2 (BT2\_1); b2) B/T=1 (BT1\_2); b3) B/T=2/3 (BT3\_1).



**Figura 4.2.** Análise das superfícies de fratura por microscopia eletrônica de varrimento: (a) local de iniciação da fenda na parede do furo a partir de um defeito de fusão; (b) ampliação da zona de iniciação. A seta a branco representa o local de iniciação previsto numericamente para este caso.

A análise dos ângulos de iniciação realizou-se a partir dos campos de tensão obtidos através do procedimento numérico descrito atrás. A previsão do local de iniciação foi feita com base nos nós da parede do furo com maior valor da primeira tensão principal. Relativamente ao ângulo da fenda na fase inicial de propagação, este foi determinado a partir da primeira direção principal calculada para os nós da parede do furo com maior valor da primeira tensão principal, ou seja, através da expressão seguinte:

$$2\alpha_{num} = \tan^{-1} \left( \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_{xx} - \sigma_{yy}} \right), \quad (4.1)$$

onde  $\sigma_{yy}$  é o valor da tensão normal segundo a direção Y,  $\sigma_{xx}$  é o valor da tensão normal segundo a direção X e  $\tau_{xy}$  é o valor da tensão de corte no plano XY (as direções X e Y correspondem ao sistema de eixos indicado na Figura 3.4).

Na Tabela 4.1 apresentam-se os resultados numéricos e experimentais relativos aos ângulos da fenda na fase inicial de propagação,  $\alpha$ , assim como os resultados relativos aos locais de iniciação,  $\beta$ . A fenda do lado esquerdo do provete é designada por 1.<sup>a</sup> Fenda, enquanto a fenda do lado direito do provete é designada por 2.<sup>a</sup> Fenda. Os resultados experimentais relativos aos ângulos da fenda na fase de inicial de propagação e aos locais de iniciação foram obtidos anteriormente por Monteiro (2019).

Numericamente, a diferença de  $\alpha$  entre a 1.<sup>a</sup> Fenda e a 2.<sup>a</sup> Fenda é quase nula, sendo em média inferior a  $0,06^\circ$ , o que se pode justificar pela simetria do carregamento na

proximidade do furo. No que diz respeito aos valores de  $\beta$ , a diferença entre a 1ª Fenda e a 2ª Fenda é ligeiramente superior, ainda assim, os resultados numéricos para as duas fendas são semelhantes, sendo a diferença média de cerca de 3,5°.

**Tabela 4.1.** Comparação dos ângulos de iniciação da fenda e dos ângulos da fenda na fase inicial de propagação obtidos experimentalmente e previstos numericamente. Resultados experimentais obtidos por (Monteiro, 2019).

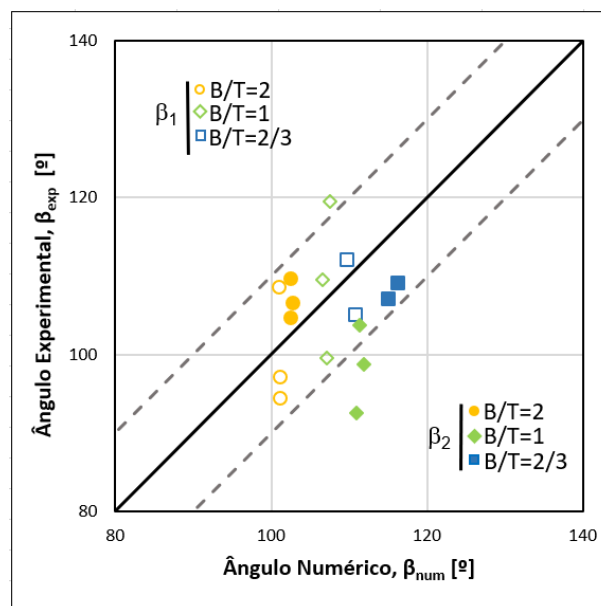
| Fenda    | Carregamento | Referência do provete | $\alpha_{exp}$ [°] | $\alpha_{num}$ [°] | $\beta_{exp}$ [°] | $\beta_{num}$ [°] |
|----------|--------------|-----------------------|--------------------|--------------------|-------------------|-------------------|
| 1ª Fenda | B=T          | BT1_1                 | 20,25              | 18,82              | 119,55            | 107,47            |
|          |              | BT1_2                 | 12,98              | 18,83              | 99,56             | 107,11            |
|          |              | BT1_3                 | 13,98              | 18,84              | 109,55            | 106,64            |
|          | B=2T         | BT2_1                 | 12,15              | 11,29              | 97,16             | 101,19            |
|          |              | BT2_2                 | 14,11              | 11,29              | 94,38             | 101,19            |
|          |              | BT2_3                 | 17,59              | 11,30              | 108,6             | 101,01            |
|          | B=2T/3       | BT3_1                 | 26,16              | 22,72              | 112,07            | 109,67            |
|          |              | BT3_2                 | 21,92              | 22,69              | 105,12            | 110,77            |
|          | 2ª Fenda     | B=T                   | BT1_1              | 23,2               | 18,88             | 92,58             |
| BT1_2    |              |                       | 15,01              | 18,90              | 103,73            | 111,32            |
| BT1_3    |              |                       | 17,45              | 18,91              | 98,79             | 111,88            |
| B=2T     |              | BT2_1                 | 12,62              | 11,27              | 104,66            | 102,54            |
|          |              | BT2_2                 | 13,56              | 11,27              | 109,61            | 102,56            |
|          |              | BT2_3                 | 8,13               | 11,28              | 106,56            | 102,83            |
| B=2T/3   |              | BT3_1                 | 24,86              | 22,82              | 109,07            | 116,19            |
|          |              | BT3_2                 | 25,26              | 22,79              | 107,08            | 114,99            |

Na Figura 4.3 e na Figura 4.4 faz-se uma análise quantitativa entre os valores obtidos experimentalmente e os valores previstos numericamente para os locais de iniciação da fenda,  $\beta$ , e para os ângulos da fenda na fase inicial de propagação,  $\alpha$ , para as diferentes condições de carregamento. Para facilitar a análise, foram adicionadas bandas de dispersão com limites superiores e inferiores de 10° e 5°, respetivamente. Nestas figuras, os ângulos são identificados segundo a zona onde ocorreu a iniciação da fenda: o número 1 diz respeito aos valores da fenda iniciada à esquerda, e o número 2 diz respeito aos valores da fenda iniciada à direita.

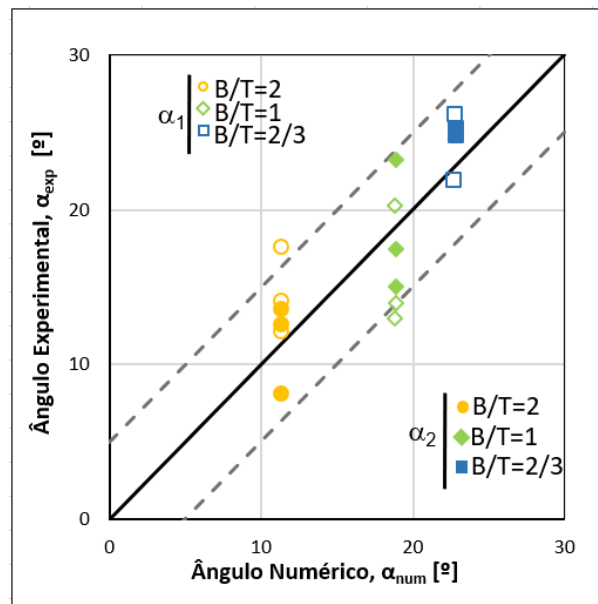
Como se observa na Figura 4.3, a maioria dos pontos está dentro dos limites predefinidos, o que sugere, em geral, que os resultados obtidos estão relativamente bem correlacionados. O erro médio obtido para os valores de  $\beta_1$  e  $\beta_2$  foi de 6,1° e 8,3°, respetivamente. Numericamente, é visível, que os locais de iniciação de fenda,  $\beta$ , aumentam com a redução da relação B/T, o que está associado ao efeito das tensões de corte.

No que diz respeito aos ângulos da fenda na fase inicial de propagação,  $\alpha$ , como se verifica na Figura 4.4, estes diminuem com o aumento da relação B/T. Mais uma vez, este comportamento é explicado pelo facto de relações B/T mais altas diminuir a predominância de tensões de corte e, desta forma, a zona da frente da fenda tende a estar mais próxima de uma propagação em Modo I. Assim, pode afirmar-se que os ângulos da fenda na fase inicial de propagação são funções decrescentes da relação B/T. A análise comparativa entre os valores numéricos e os valores experimentais dos ângulos da fenda na fase inicial de propagação, mostra que os resultados estão em conformidade. Os erros médios obtidos para os valores de  $\alpha_1$  e  $\alpha_2$  foram de 3,2° e 2,6°, respetivamente.

Globalmente, verifica-se que os valores previstos numericamente são bastante próximos dos resultados experimentais, o que permite concluir que a abordagem proposta pode ser usada neste tipo de geometria para os carregamentos analisados.



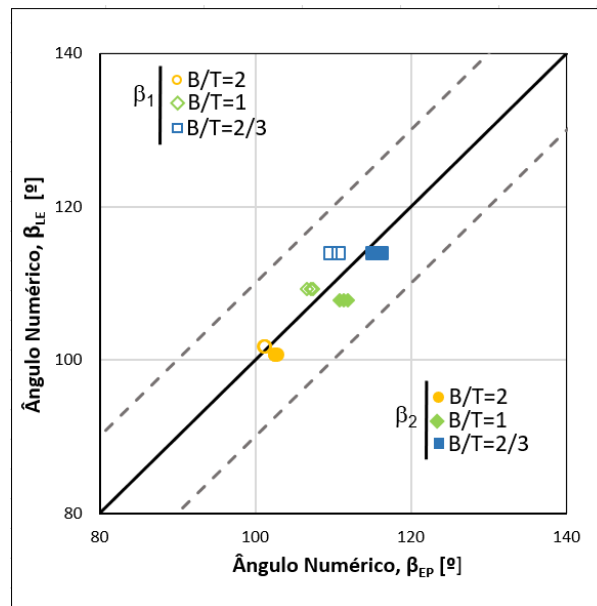
**Figura 4.3.** Ângulos de iniciação da fenda medidos experimentalmente versus ângulos de iniciação da fenda previstos numericamente para as diferentes relações B/T ( $\beta_1$  refere-se à fenda do lado esquerdo do furo;  $\beta_2$  refere-se à fenda do lado direito do furo).



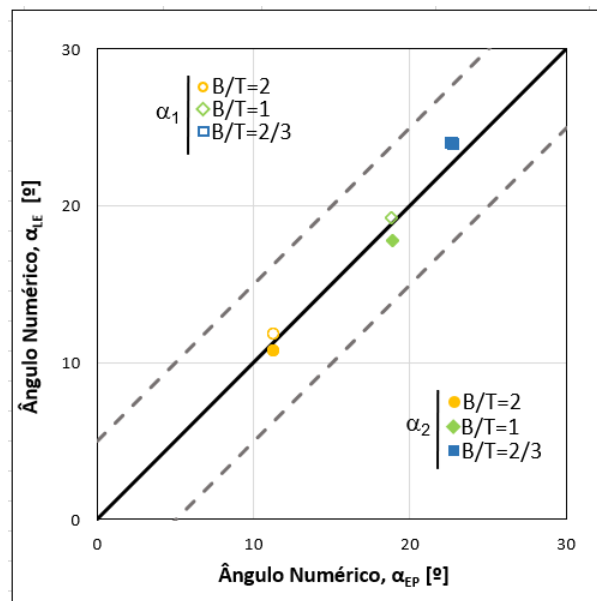
**Figura 4.4.** Ângulos da fenda na fase inicial de propagação medidos experimentalmente versus ângulos da fenda na fase inicial de propagação previstos numericamente para as diferentes relações B/T ( $\alpha_1$  refere-se à fenda do lado esquerdo do furo;  $\alpha_2$  refere-se à fenda do lado direito do furo).

Outro objetivo deste trabalho é a comparação das previsões obtidas através da aplicação de modelos de elementos finitos elastoplásticos com as obtidas com modelos de elementos finitos lineares elásticos. Embora os primeiros simulem de uma forma mais rigorosa o comportamento mecânico do material, os segundos permitem obter resultados mais rapidamente, o que, em certos contextos, pode ser útil. Interessa, por isso, fazer uma análise crítica sobre as potencialidades de previsão das duas abordagens. As previsões obtidas com modelos lineares elásticos foram realizadas anteriormente por Monteiro (2019).

Na Figura 4.5 e na Figura 4.6 comparam-se os resultados relativos aos locais de iniciação,  $\beta$ , e aos ângulos da fenda na fase inicial de propagação,  $\alpha$ , respetivamente, obtidos através de modelos numéricos elastoplásticos e de modelos numéricos lineares elásticos. Conclui-se que, para ambos os ângulos,  $\alpha$  e  $\beta$ , os valores são muito similares, sendo as diferenças médias obtidas de  $1,9^\circ$  e  $2,4^\circ$  para  $\beta_1$  e  $\beta_2$  e  $0,7^\circ$  e  $0,9^\circ$  para  $\alpha_1$  e  $\alpha_2$ , respetivamente. Desta forma, verifica-se que os dois modelos desenvolvidos permitem alcançar resultados bastante próximos, o que é uma conclusão bastante interessante, pois permite a utilização de ambos sem afetar significativamente a qualidade das previsões.



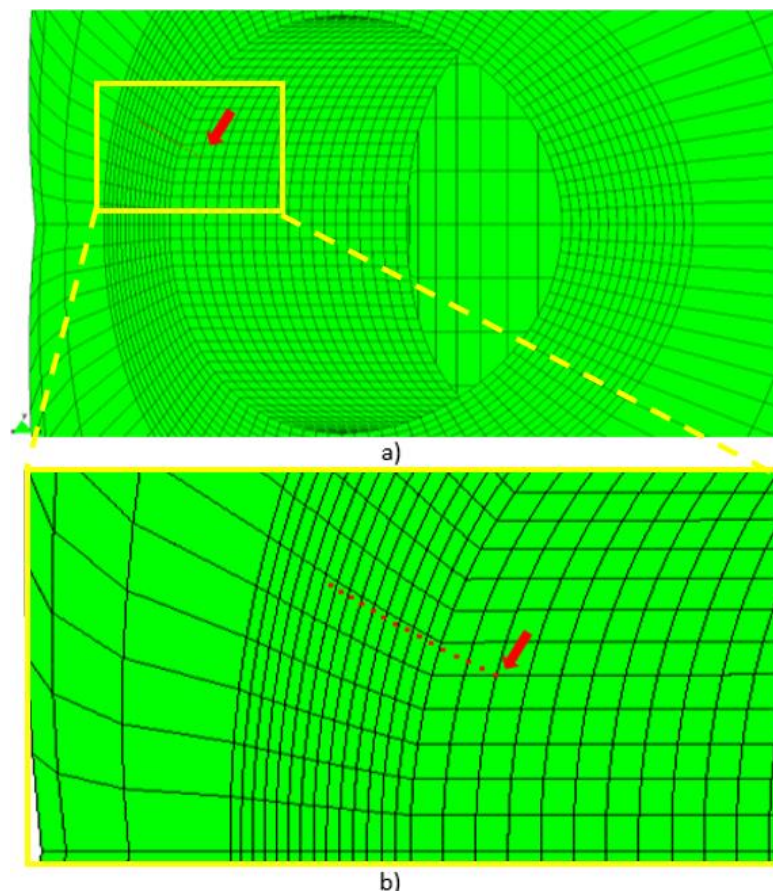
**Figura 4.5.** Ângulos de iniciação da fenda obtidos com modelos numéricos lineares elásticos versus ângulos de iniciação da fenda obtidos com modelos numéricos elastoplásticos para as diferentes relações B/T ( $\beta_1$  refere-se à fenda do lado esquerdo do furo;  $\beta_2$  refere-se à fenda do lado direito do furo).



**Figura 4.6.** Ângulos da fenda na fase inicial de propagação obtidos com modelos numéricos lineares elásticos versus ângulos da fenda na fase inicial de propagação obtidos com modelos numéricos elastoplásticos para as diferentes relações B/T ( $\alpha_1$  refere-se à fenda do lado esquerdo do furo;  $\alpha_2$  refere-se à fenda do lado direito do furo).

## 4.2. Previsão de vida à fadiga

O procedimento desenvolvido para a previsão de vida à fadiga considera os campos de tensão e de deformação do quinto ciclo de carga-descarga obtidos em cada simulação a partir dos modelos finitos elastoplásticos desenvolvidos. Com o intuito de se efetuar uma caracterização mais detalhada do estado de tensão e deformação na zona do entalhe, desenvolveu-se uma malha bastante refinada nessa zona, como se representa na Figura 4.7. Numa primeira fase, a análise centrou-se no estado de tensão e de deformação do nó com maior valor da primeira tensão principal na superfície do furo, cuja posição varia com a relação B/T, conforme se mostrou na secção anterior. A partir desse nó, obteve-se o valor máximo do parâmetro SWT, seguindo o procedimento descrito, em detalhe, a seguir. Paralelamente, com vista à obtenção do valor efetivo do parâmetro SWT, foram seleccionados os 14 nós contíguos ao nó superficial, orientados segundo uma linha com inclinação igual à da fenda na fase inicial de propagação, como se mostra na Figura 4.7.

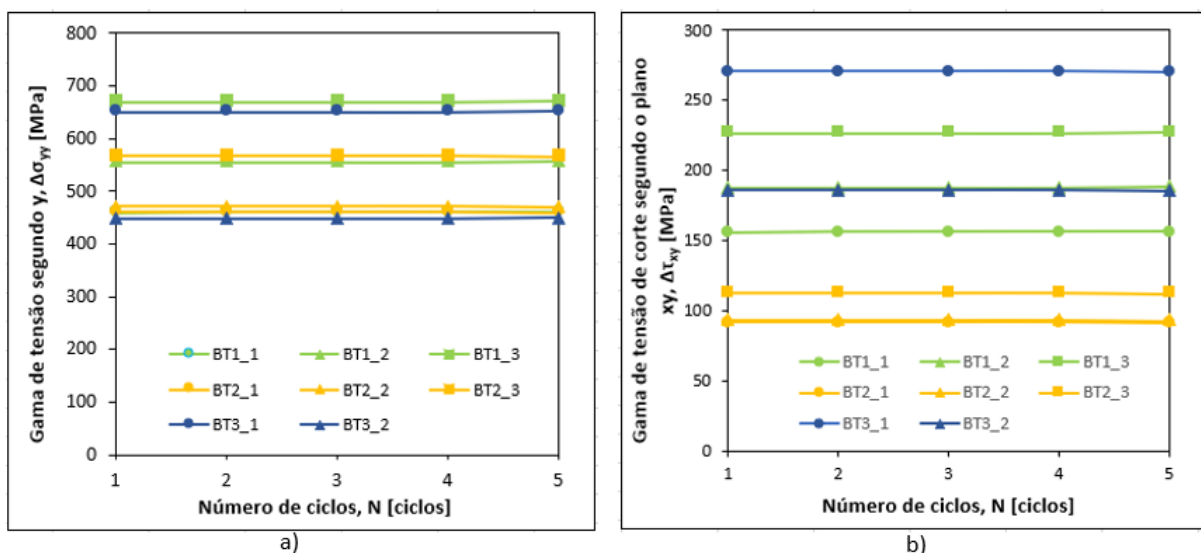


**Figura 4.7.** Representação geral dos 15 nós considerados para a previsão numérica da vida à fadiga, identificados pela linha vermelha: a) Zona do entalhe; b) Amplificação da zona do entalhe.



Antes de se efetuar o cálculo da previsão de vida, fez-se um estudo para avaliar a variação do estado de tensão e de deformação causada pela aplicação dos cinco ciclos de carga e descarga definidos nas simulações numéricas. Para simplificar a discussão, tendo em conta que as conclusões para as restantes componentes de tensão e de deformação foram idênticas, analisa-se apenas a evolução da gama de tensão segundo  $y$ ,  $\Delta\sigma_{yy}$ , com o número de ciclos de carga-descarga,  $N$ , e a evolução da gama de tensão de corte segundo o plano  $xy$ ,  $\Delta\tau_{xy}$ , com o número de ciclos de carga-descarga,  $N$ .

A Figura 4.8 apresenta a evolução da gama de tensão normal e da gama de tensão de corte para as diferentes relações B/T no nó à superfície, onde se assume que se inicia a fenda (i.e. o nó com máximo valor da primeira tensão principal). Observa-se que, independentemente da relação B/T, as gamas de tensão normal e de corte ao longo dos ciclos de carga-descarga são estáveis, variando menos de 1%. Assim, pode concluir-se que os estados de tensão e de deformação obtidos ao longo de cada simulação apresentam variações muito pouco significativas, demonstrando que os valores usados para o quinto ciclo correspondem a um estado estável do material. Verifica-se, também, que o procedimento numérico, neste caso, converge muito rapidamente.



**Figura 4.8.** Variação de gama de tensão com o número de ciclos de carga-descarga: a) Gama de tensão normal segundo  $y$ ; b) Gama de tensão de corte segundo o plano  $xy$ .

Com o intuito de relacionar os estados de tensão e de deformação com a vida à fadiga utilizou-se a tensão e a deformação equivalente de von Mises, obtidas, respetivamente, através das equações seguintes:

$$\sigma_{vM} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[ (\sigma_{xx} - \sigma_{yy})^2 + (\sigma_{xx} - \sigma_{zz})^2 + (\sigma_{yy} - \sigma_{zz})^2 + 6(\sigma_{xy}^2 + \sigma_{xz}^2 + \sigma_{yz}^2) \right]^{\frac{1}{2}} \quad (4.2)$$

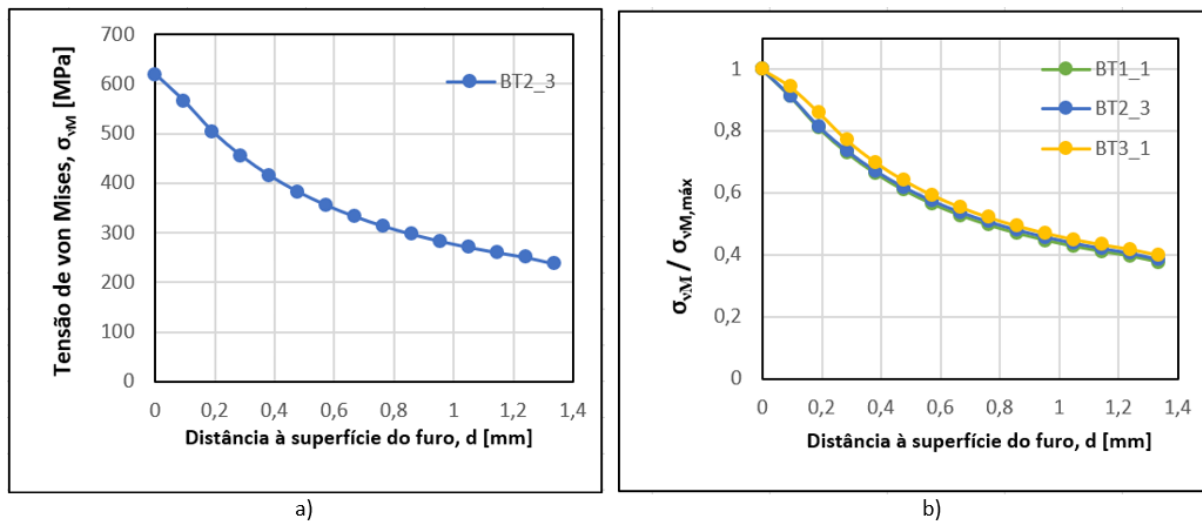
em que  $\sigma_{xx}$ ,  $\sigma_{yy}$ ,  $\sigma_{zz}$ ,  $\sigma_{xy}$ ,  $\sigma_{xz}$ , e  $\sigma_{yz}$  representam as componentes do tensor das tensões e

$$\varepsilon_{vM} = \sqrt{\frac{2}{3}} \sqrt{(\varepsilon_{xx}^2 + \varepsilon_{yy}^2 + \varepsilon_{zz}^2) + 2(\varepsilon_{xy}^2 + \varepsilon_{yz}^2 + \varepsilon_{xz}^2)} \quad (4.3)$$

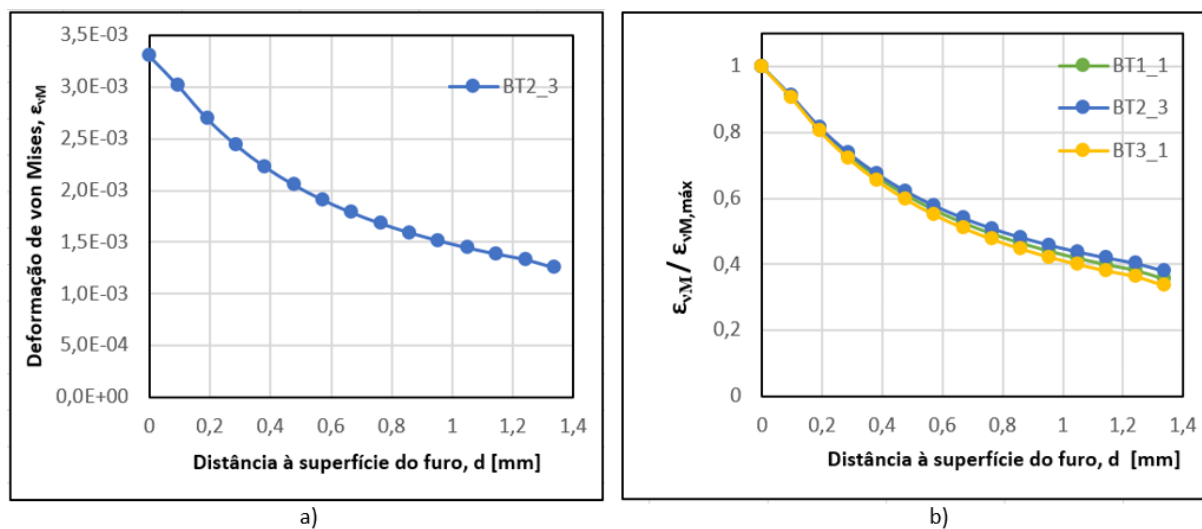
em que  $\varepsilon_{xx}$ ,  $\varepsilon_{yy}$ ,  $\varepsilon_{zz}$ ,  $\varepsilon_{xy}$ ,  $\varepsilon_{yz}$  e  $\varepsilon_{xz}$  representam as componentes do tensor das deformações.

Esta estratégia teve como principal objetivo reduzir o estado de tensão-deformação multiaxial a um estado de tensão-deformação uniaxial equivalente, permitindo assim uma relação direta com o comportamento uniaxial cíclico dos materiais.

Na Figura 4.9 e na Figura 4.10 representam-se as distribuições de tensões e deformações equivalentes de von Mises na proximidade das descontinuidades geométricas para diferentes cenários de carregamento, segundo as direções definidas na Figura 4.7. Como se pode constatar, estas duas variáveis são máximas junto à superfície do entalhe e diminuem gradualmente para um valor assintótico, à medida que se caminha para o interior da peça. Conclui-se que, quanto maior for a distância do nó à superfície do entalhe, menores serão as tensões e as deformações equivalentes de von Mises. Tal acontece porque o efeito do entalhe tende a ser menos significativo para os nós localizados em regiões mais afastadas da superfície do furo. Por outro lado, pode verificar-se que, independentemente da relação B/T, o andamento das curvas é relativamente semelhante, conforme a Figura 4.9 b) e a Figura 4.10 b), não havendo diferenças muito significativas a assinalar causadas pela mudança do cenário de carregamento.



**Figura 4.9.** Representação da evolução da tensão de von Mises versus distância à superfície do furo: a) Para um carregamento B/T=2 (BT2\_3); b) Representação adimensional para as três relações B/T.



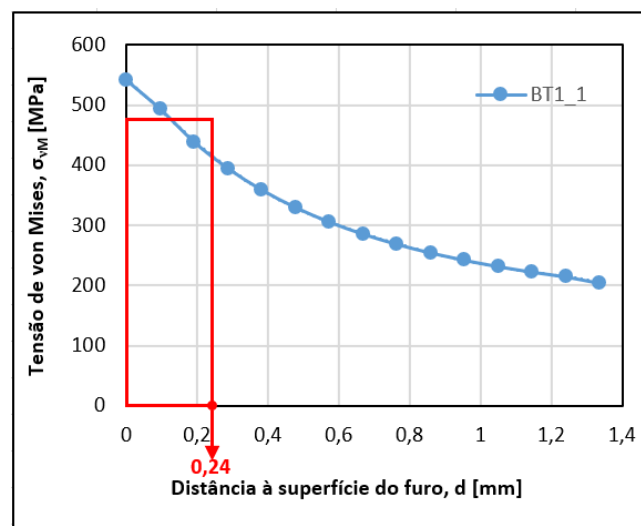
**Figura 4.10.** Representação da evolução da deformação de von Mises versus distância à superfície do furo: a) Para um carregamento B/T=2 (BT2\_3); b) Representação adimensional para as três relações B/T.

Tendo em conta a quase perfeita sobreposição das curvas da gama de tensão equivalente de von Mises e das curvas da gama de deformação equivalente de von Mises para os diferentes cenários de carregamento, estas duas variáveis foram utilizadas para calcular o valor efetivo do parâmetro SWT. Este último cálculo foi efetuado com base no Método da Linha (DLM) da Teoria das Distâncias Críticas (TDC), descrito na secção 2.3.1.

Assim, com o intuito de determinar as tensões e as deformações efetivas na zona do processo, calculou-se primeiro o comprimento característico do material,  $\alpha_0$ , recorrendo à equação (2.17). Os valores do limiar de propagação de fendas por fadiga,  $\Delta K_{I_f}$ , e da tensão limite de fadiga,  $\sigma_{f0}$ , para a liga AISI 18Ni300 foram determinados anteriormente por Santos

et al. (2016) e por Branco et al. (2019), para a mesma razão de tensão usada nos ensaios de fadiga multiaxial ( $R=0$ ), sendo os seus valores iguais a  $5,2 \text{ MPa m}^{1/2}$  e  $266 \text{ MPa}$ , respetivamente, conforme na Tabela 3.2, resultando um valor de  $a_0$  igual a  $0,12 \text{ mm}$ .

Recorrendo à equação (2.19), obteve-se uma distância crítica do Método da Linha ( $D_{LM}$ ) igual a  $0,24 \text{ mm}$ . Seguidamente determinaram-se as tensões efetivas e as deformações efetivas a partir das funções locais geradas a partir das simulações numéricas. As funções foram ajustadas por polinómios de grau seis e integradas analiticamente até uma distância de  $0,24 \text{ mm}$ . A Figura 4.11 representa, a título de exemplo, o gráfico da variação da tensão de von Mises com a distância à superfície do furo para o carregamento BT1\_1. Observa-se que dos 15 nós representados, os primeiros quatro são aqueles que têm uma contribuição mais direta na determinação dos valores das tensões e deformações efetivas de von Mises.



**Figura 4.11.** Tensão de von Mises versus distância à superfície do furo para um carregamento  $B/T=1$  (BT1\_1). A caixa a vermelho representa a tensão de von Mises efetiva obtida pelo Método da Linha da Teoria das Distâncias Críticas.

Após a determinação dos valores efetivos das tensões e das deformações equivalentes de von Mises, calculou-se o valor correspondente do parâmetro SWT, i.e. o valor efetivo do parâmetro SWT, dado pelo produto da tensão máxima pela amplitude de deformação. Por outro lado, para cada cenário de carregamento, também se calculou o valor máximo do parâmetro SWT a partir dos valores de tensão e de deformação de von Mises do nó com maior valor da primeira tensão principal na superfície do furo.

De modo a que seja possível determinar a vida à fadiga para as diferentes condições de carregamento, foi utilizada uma curva que relaciona o parâmetro SWT com o número de ciclos até à rotura. Essa curva, ilustrada na Figura 4.12, foi desenvolvida por Branco et al. (2020) a partir de uma série de ensaios uniaxiais realizados no domínio da fadiga oligocíclica, em controlo de deformação, para amplitudes de deformação entre 1% e 0,3%. Com base nos circuitos estáveis obtidos em cada ensaio, calculou-se o parâmetro SWT e o respetivo número de ciclos até à rotura. Como se pode observar na figura, foi obtida uma excelente correlação entre o valor do parâmetro SWT e a vida à fadiga para o intervalo estudado. Neste caso, foi possível relacionar as duas variáveis através de uma função de potência.

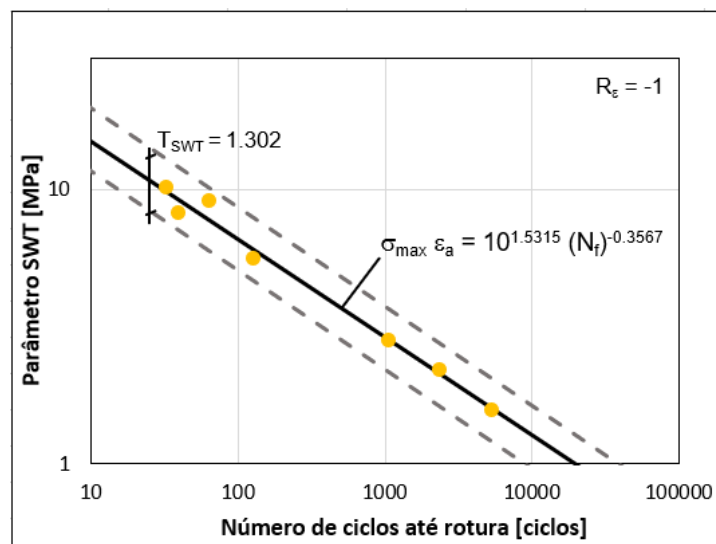


Figura 4.12. Parâmetro SWT (adaptado de Branco et al. (2020)).

Finalmente, introduzindo os valores do parâmetro SWT obtidos a partir das simulações com carregamentos multiaxiais na função representada na Figura 4.12, foi possível determinar a vida à fadiga para os diferentes cenários de carregamento. Neste estudo, como já foi referido, a previsão de vida fez-se a partir do valor efetivo do parâmetro SWT ( $N_{p,SWTefetivo}$ ) e, também, a partir do valor máximo do parâmetro SWT ( $N_{p,SWTmáximo}$ ). Os resultados obtidos com estas duas abordagens, para as diferentes relações B/T, bem como os respetivos valores das vidas experimentais ( $N_{EXP}$ ), estão resumidos na Tabela 4.2. Tal como seria expectável, concluiu-se que, globalmente, carregamentos mais elevados implicam menores vidas à fadiga.

**Tabela 4.2.** Vidas numéricas obtidas com base no valor efetivo e no valor máximo do parâmetro SWT e vidas obtidas experimentalmente.

| Carregamento  | Referência da simulação | $N_{EXP}$<br>[ciclos] | $N_p, SWTefetivo$<br>[ciclos] | $N_p, SWTmáximo$<br>[ciclos] |
|---------------|-------------------------|-----------------------|-------------------------------|------------------------------|
| <b>B=T</b>    | BT1_1                   | 52883                 | 96725                         | 47932                        |
|               | BT1_2                   | 32677                 | 33903                         | 16796                        |
|               | BT1_3                   | 7947                  | 11947                         | 6559                         |
| <b>B=2T</b>   | BT2_1                   | 35115                 | 116144                        | 58673                        |
|               | BT2_2                   | 75516                 | 105378                        | 53235                        |
|               | BT2_3                   | 20037                 | 36555                         | 18469                        |
| <b>B=2T/3</b> | BT3_1                   | 84204                 | 100359                        | 49461                        |
|               | BT3_2                   | 8514                  | 12292                         | 6679                         |

Com o propósito de comparar as vidas à fadiga experimentais ( $N_{exp}$ ) com as vidas à fadiga previstas numericamente para as duas abordagens descritas anteriormente ( $N_p, SWTefetivo$  e  $N_p, SWTmáximo$ ), traçaram-se os gráficos das Figura 4.13 e Figura 4.14. O primeiro apresenta os resultados obtidos a partir do valor efetivo do parâmetro SWT, enquanto o segundo apresenta os resultados obtidos a partir do valor máximo do mesmo parâmetro. Para simplificar a análise, traçaram-se bandas de dispersão com fatores de 2, respetivamente  $N_p=2N_{exp}$  e  $2N_p=N_{exp}$ . De forma geral, os resultados das previsões de vida à fadiga consideram-se aceitáveis quando se situam no intervalo  $0,5 < N_{exp}/N_p < 2$ , isto é, dentro das bandas de dispersão apresentadas nas figuras. Neste caso, observa-se que a quase totalidade dos pontos está dentro do intervalo das bandas de dispersão. Na Figura 4.13, 87,5% dos pontos estão dentro dos limites das bandas de dispersão e, no caso da Figura 4.14, 100% dos pontos estão dentro dos limites. Relativamente à abordagem do parâmetro SWT efetivo, os resultados obtidos localizam-se na sua totalidade na zona não conservativa, ao contrário do que acontece com o parâmetro SWT máximo, em que 87,5% dos pontos se localizam na zona conservativa. Conclui-se, assim, que ambas as abordagens aplicadas permitem obter uma boa correlação entre os resultados numéricos e os experimentais, sendo que abordagem baseada no valor máximo do parâmetro SWT demonstra capacidades preditivas de melhor qualidade.

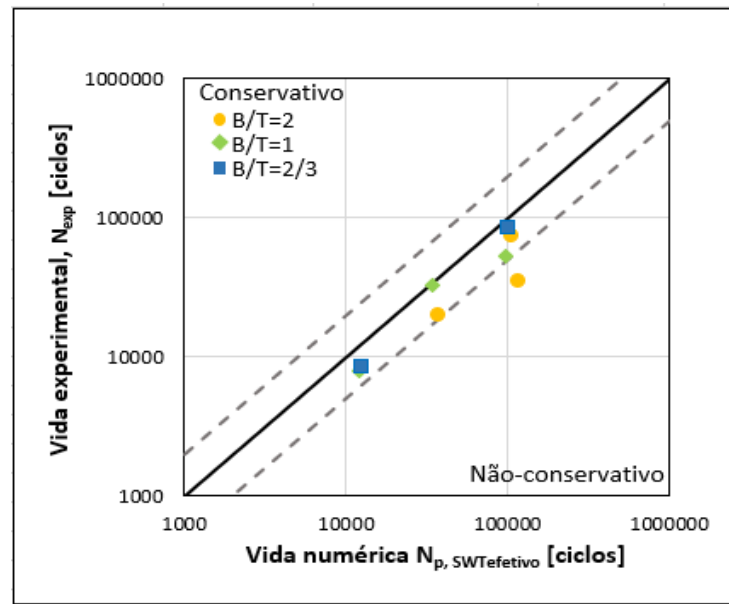


Figura 4.13. Comparação entre vida experimental versus vida numérica obtida a partir da abordagem baseada no valor efetivo do parâmetro SWT.

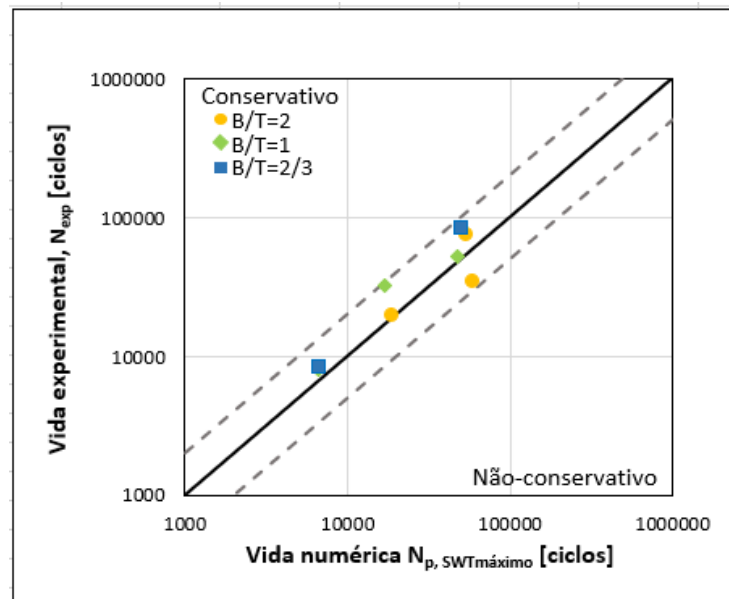
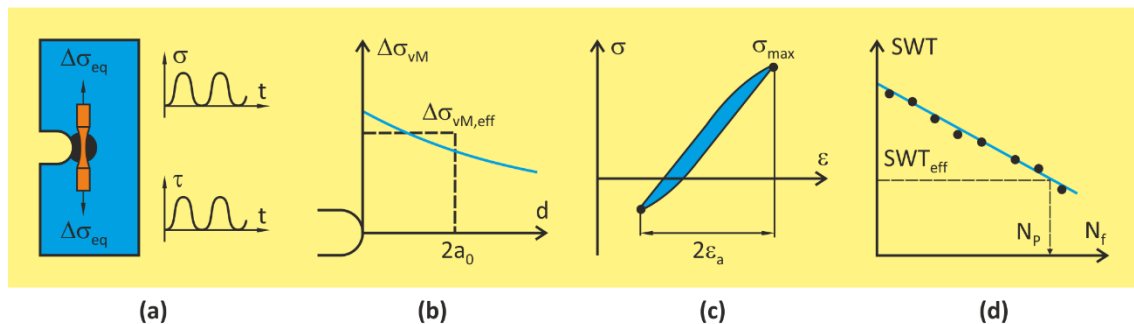


Figura 4.14. Comparação entre vida experimental versus vida numérica obtida a partir da abordagem baseada no valor máximo do parâmetro SWT.

Por fim, pretende-se comparar as previsões obtidas com modelos numéricos elastoplásticos com as previsões baseadas em modelos numéricos lineares elásticos. No caso da previsão de vida à fadiga obtida com modelos lineares elásticos, a metodologia utilizada está esquematizada na Figura 4.15 (Branco et al., 2020). Esta análise começa por reduzir o carregamento multiaxial a um carregamento uniaxial equivalente, à semelhança do que se fez nas previsões elastoplásticas, recorrendo à tensão de von Mises (Figura 4.15 a)).

Posteriormente, utilizando o valor efetivo da tensão equivalente de von Mises na região de iniciação (Figura 4.15 b)), é gerado um circuito de histerese representativo, através da aplicação do conceito de densidade de energia de deformação equivalente (Figura 4.15 c)), que permite determinar o valor efetivo do parâmetro SWT. Finalmente, insere-se o valor efetivo obtido na curva SWT-vida obtida nos ensaios uniaxiais de fadiga oligocíclica (Figura 4.12) e, obtém-se a vida à fadiga correspondente (Figura 4.15 d)).

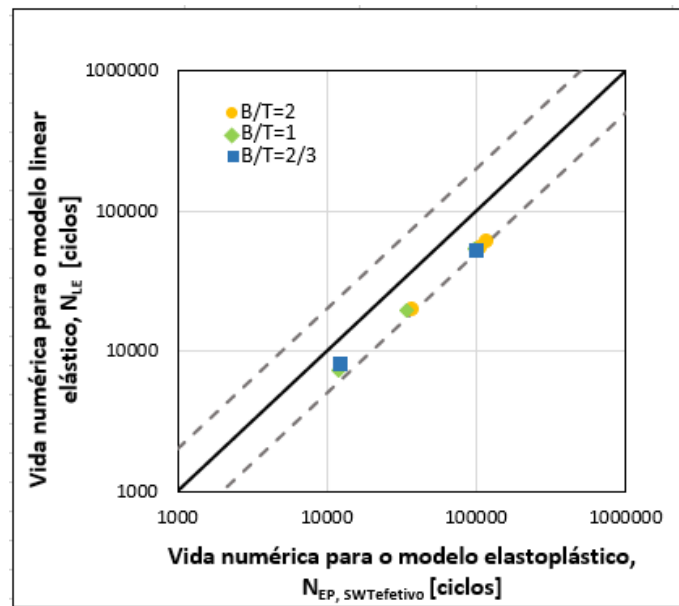


**Figura 4.15.** Representação do modelo linear elástico de previsão de vida à fadiga utilizado: a) Conversão do estado de tensão multiaxial num estado de tensão uniaxial equivalente; b) Determinação de um valor efetivo da tensão equivalente de von Mises; c) Geração de um circuito de histerese representativo; d) Estimativa da vida à fadiga (adaptado de Branco et al. (2020)).

A Figura 4.16 compara os resultados da vida à fadiga previstos através do modelo numérico elastoplástico ( $N_{p, SWTeftetivo}$ ) aplicado anteriormente, com os resultados obtidos com o modelo numérico linear elástico ( $N_{LE}$ ). Tal como se fez anteriormente, foram adicionadas bandas de dispersão com fatores de 2 para facilitar a análise (i.e.  $N_{EP}=2N_{LE}$  e  $2N_{EP}=N_{LE}$ ).

Como se pode verificar, obteve-se uma boa correlação entre os dois tipos de valores. Porém, de uma forma geral, os resultados previstos com os modelos lineares elásticos são inferiores às previsões obtidas com os modelos numéricos elastoplásticos.





**Figura 4.16.** Comparação entre as vidas numéricas obtidas com o modelo numérico linear elástico e as vidas numéricas obtidas com o modelo elastoplástico usando o valor efetivo do parâmetro SWT.



## 5. CONCLUSÕES E INVESTIGAÇÕES FUTURAS

A presente dissertação teve como propósito a previsão numérica de vida à fadiga em peças entalhadas produzidas a partir da liga AISI 18Ni300 por fusão seletiva por laser para carregamentos proporcionais de flexão-torção combinada. As geometrias testadas foram peças tubulares com um furo transversal numa das paredes. As relações consideradas entre o momento fletor (B) e o momento torsor (T) foram:  $B/T=1$ ,  $B/T=2$  e  $B/T=2/3$ .

Um dos principais objetivos deste trabalho consistiu na previsão dos locais de iniciação e dos ângulos da fenda na fase inicial de propagação para os diferentes cenários de carregamento.

Nesse sentido, inicialmente, desenvolveu-se um modelo de elementos finitos elastoplástico capaz de caracterizar o estado de tensão e de deformação na zona crítica da peça. Outro dos objetivos passou pela identificação de um parâmetro de dano representativo, com a finalidade de estimar a vida à fadiga para as diferentes relações entre tensões normais e tensões de corte estudadas. As previsões de vida à fadiga foram efetuadas com base no parâmetro SWT, considerando quer o valor máximo na zona de iniciação da fenda, quer o valor efetivo na zona de processo. O cálculo do valor efetivo foi efetuado com o Método da Linha da Teoria das Distâncias Críticas.

Salientam-se as seguintes conclusões:

- A iniciação de fenda não ocorreu na superfície cilíndrica do provete, mas sim na parede do furo, numa coordenada que varia com o cenário de carregamento;
- Os locais de iniciação e os ângulos da fenda na fase inicial de propagação foram substancialmente influenciados pela razão entre a tensão normal e a tensão de corte;
- Os locais de iniciação e os ângulos da fenda na fase inicial de propagação podem ser previstos a partir do campo de tensões principais na parede do furo;
- A diminuição da relação  $B/T$ , o que pressupõe tensões de corte mais elevadas, provoca um aumento dos ângulos da fenda na fase inicial de propagação ( $\alpha$ ), bem como dos ângulos considerados para prever os locais de iniciação ( $\beta$ );

- Os locais de iniciação e os ângulos da fenda na fase inicial de propagação obtidos numericamente apresentaram uma boa correlação com os resultados medidos experimentalmente;
- Os métodos numéricos elastoplástico e linear elástico permitem prever os locais de iniciação com diferenças inferiores a 2,5° e os ângulos da fenda na fase inicial de propagação com diferenças inferiores a 1°;
- A aplicação de cinco ciclos de carga e descarga nas simulações numéricas elastoplásticas revelou-se suficiente para que ocorresse a estabilização dos campos de tensões e de deformações multiaxiais;
- Nas previsões de vida à fadiga, observou-se que o modelo baseado no valor máximo do parâmetro SWT mostrou ser o modelo mais adequado, permitindo resultados mais próximos das vidas de fadiga experimentais;
- No caso do modelo baseado no valor máximo do parâmetro SWT, foi possível obter 100% das previsões dentro das bandas de dispersão com fatores de 2, estando os resultados tendencialmente deslocados para a zona conservativa;
- O modelo baseado no valor efetivo do parâmetro SWT apresentou 87,5% dos casos dentro das bandas de dispersão com fatores de 2, embora os resultados surjam mais deslocados para a zona não conservativa;
- As vidas previstas numericamente apresentaram uma correlação satisfatória com os valores experimentais, bem como os valores numéricos obtidos a partir dos modelos numéricos lineares elásticos.

No decorrer deste trabalho, estudou-se um conjunto de tópicos relevantes no contexto da fadiga multiaxial. Porém, com o avançar do trabalho, foram identificadas outras questões de pesquisa merecedoras de análise futura, tais como:

- Estudar a capacidade do modelo de previsão de vida à fadiga desenvolvido noutras geometrias produzidas por fusão seletiva por laser, quer a partir da liga AISI 18Ni300, quer a partir de outras ligas processadas por técnicas aditivas;
- Estudar a capacidade de previsão da vida à fadiga do modelo desenvolvido noutros tipos de carregamentos multiaxiais, quer proporcionais, quer não proporcionais, e com outras razões de tensão.

- Estudar a capacidade de previsão da vida à fadiga do modelo desenvolvido em casos com amplitude variável, ou carregamentos aleatórios, procurando identificar modelos de acumulação de dano lineares e não lineares representativos.



---

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Ahmadzadeh, G. R., & Varvani-Farahani, A. (2016). Fatigue damage and life evaluation of SS304 and Al 7050-T7541 alloys under various multiaxial strain paths by means of energy-based fatigue damage models. *Mechanics of Materials*, 98, 59–70. <https://doi.org/10.1016/J.MECHMAT.2016.04.007>
- Antunes, F., Santos, L., Capela, C., Ferreira, J., Costa, J., Jesus, J., & Prates, P. (2019). Fatigue Crack Growth in Maraging Steel Obtained by Selective Laser Melting. *Applied Sciences*, 9(20), 4412. <https://doi.org/10.3390/app9204412>
- ASTM. (2013). ASTM E1823-13. In *Standart Terminology Relating to Fatigue and Fracture Testing*. ASTM International.
- Balthazar, J. C., & Malcher, L. (2007). A review on the main approaches for determination of the multiaxial high cycle fatigue strength. *Mechanics of Solids in Brazil*.
- Basquin, O. H. (1910). The exponential law of endurance tests. *American Society for Testing and Materials (ASTM)*, 10 (II), 625–630.
- Branco, C. M. (1985). *Mecânica dos materiais*. Fundação Calouste Gulbenkian.
- Branco, R. (2013). *Fatigue life predictions of notched components subject to complex loading*. Tese de Doutoramento em Engenharia Mecânica na especialidade de Construções Mecânicas, Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade de Coimbra, Coimbra.
- Branco, R., Costa, J., Berto, F., Razavi, S., Javad, M., Ferreira, J., Capela, C., Santos, L., & Antunes, F. (2018a). Low-Cycle Fatigue Behaviour of AISI 18Ni300 Maraging Steel Produced by Selective Laser Melting. *Metals*, 8(1), 32. <https://doi.org/10.3390/MET8010032>
- Branco, R., Costa, J. D., Martins Ferreira, J. A., Capela, C., Antunes, F. V., & Macek, W. (2020). Multiaxial fatigue behaviour of maraging steel produced by selective laser melting. *Materials & Design (submitted)*.
- Branco, R., Prates, P. A., Costa, J. D., Berto, F., & Kotousov, A. (2018b). New methodology of fatigue life evaluation for multiaxially loaded notched components based on two uniaxial strain-controlled tests. *International Journal of Fatigue*, 111, 308–320. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2018.02.027>

- Branco, R., Prates, P. A., Costa, J. D., Borrego, L. P., Berto, F., Kotousov, A., & Antunes, F. V. (2019a). Rapid assessment of multiaxial fatigue lifetime in notched components using an averaged strain energy density approach. *International Journal of Fatigue*, *124*, 89–98. <https://doi.org/10.1016/J.IJFATIGUE.2019.02.005>
- Branco, R., Silva, J., Ferreira, J. M., Costa, J. D., Capela, C., Berto, F., Santos, L., & Antunes, F. V. (2019b). Fatigue behaviour of maraging steel samples produced by SLM under constant and variable amplitude loading. *Procedia Structural Integrity*, *22*, 10–16. <https://doi.org/10.1016/J.PROSTR.2020.01.002>
- Campbell, F. C. (2008). *Elements of metallurgy and engineering alloys*. Materials Park, OH: ASM International.
- Casalino, G., Campanelli, S. L., Contuzzi, N., & Ludovico, A. D. (2015). Experimental investigation and statistical optimisation of the selective laser melting process of a maraging steel. *Optics & Laser Technology*, *65*, 151–158. <https://doi.org/10.1016/J.OPTLASTEC.2014.07.021>
- Chaboche, J. L. (2008). A review of some plasticity and viscoplasticity constitutive theories. *International Journal of Plasticity*, *24*(10), 1642–1693. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.ijplas.2008.03.009>
- Coffin, L. F. (1954). A study of the effects of cyclic thermal stresses on a ductile metal. *Transactions of ASME*, *76*, 931–950.
- Correia, J., Apetre, N., Arcari, A., Jesus, A., Muñoz-Calvente, M., Calçada, R., Berto, F., & Fernández-Canteli, A. (2017). Generalized probabilistic model allowing for various fatigue damage variables. *International Journal of Fatigue*, *100*, 187–194. <https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2017.03.031>
- Crocco, D., De Agostinis, M., Fini, S., Olmi, G., Robusto, F., Ćirić Kostić, S., Vranić, A., & Bogojević, N. (2018). Fatigue Response of As-Built DMLS Maraging Steel and Effects of Aging, Machining, and Peening Treatments. *Metals*, *8*(7), 505. <https://doi.org/10.3390/met8070505>
- Dowling, N. E. (1993). *Mechanical Behaviour of Materials: Engineering Methods for Deformation*. Prentice-Hall International Editions.
- El Haddad, M. H., Dowling, N. E., Topper, T. H., & Smith, K. N. (1980). J-integral applications for short fatigue cracks at notches. *International Journal of Fracture*, *16*(1), 15–30. <https://doi.org/10.1007/BF00042383>



- 
- Ellyin, F. (1997). *Fatigue damaged, crack growth and life prediction* (1st ed.). Chapman & Hall.
- Farahmand, B., Bockrath, G., & Glassco, J. (1997). *Fatigue and fracture mechanics of high risk parts: Application of LEFM & FMDM theory*. Chapman & Hall.
- Gerber, W. Z. (1874). Calculation of the allowable stresses in iron structures. *Z.Bayer Archit. Ing. Ver.*, 6, 101–110.
- Glinka, G. (1985). Calculation of inelastic notch-tip strain-stress histories under cyclic loading. *Engineering Fracture Mechanics*, 22(5), 839–854. [https://doi.org/10.1016/0013-7944\(85\)90112-2](https://doi.org/10.1016/0013-7944(85)90112-2)
- Golos, K., & Ellyin, F. (1987). Generalization of cumulative damage criterion to multilevel cyclic loading. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, 7(3), 169–176. [https://doi.org/10.1016/0167-8442\(87\)90032-2](https://doi.org/10.1016/0167-8442(87)90032-2)
- Golos, K., & Ellyin, F. (1988). A total strain energy density theory for cumulative damage. *Journal of Pressure Vessel Technonogy*, 110, 36–41.
- Goodman, J. (1899). *Mechanics Applied to Engeneering* (1st ed.). Longman.
- Gordo, J. (2017). *Desenvolvimento de um modelo de previsão de vida à fadiga para componentes mecânicos entalhados sujeitos a carregamentos multiaxiais*. Tese de Mestrado em Engenharia Mecânica na especialidade de Produção e Projeto, Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade de Coimbra, Coimbra
- Griffith, A. A. (1921). The phenomena of rupture ad flow in solids. *Royal Society*, 221(582–593). <https://doi.org/https://doi.org/10.1098/rsta.1921.0006>
- Hao, L., Dadbakhsh, S., Seaman, O., & Felstead, M. (2009). Selective laser melting of a stainless steel and hydroxyapatite composite for load-bearing implant development. *Journal of Materials Processing Technology*, 209(17), 5793–5801. <https://doi.org/10.1016/J.JMATPROTEC.2009.06.012>
- Hutchinson, J. W. (1968). Singular behaviour at the end of a tensile crack in a hardening material. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 16(1), 13–31. [https://doi.org/10.1016/0022-5096\(68\)90014-8](https://doi.org/10.1016/0022-5096(68)90014-8)
- Irwin, G. (1957). Analysis of stresses and strains near the end of a crack traversing a plate. *Journal of Applied Mechanics*, 24.
- Joo, B., Jang, J., Lee, J., Son, Y., & Moon, Y. (2009). Selective laser melting of Fe-Ni-Cr layer on AISI H13 tool steel. *Transactions of Nonferrous Metals Society of China*,
-

- 19(4), 921–924. [https://doi.org/10.1016/S1003-6326\(08\)60378-7](https://doi.org/10.1016/S1003-6326(08)60378-7)
- Karolczuk, A., & Macha, E. (2005). A Review of Critical Plane Orientations in Multiaxial Fatigue Failure Criteria of Metallic Materials. *International Journal of Fracture*, 134, 267–304.
- Koh, S. K. (2002). Fatigue damage evaluation of a high pressure tube steel using cyclic strain energy density. *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, 79(12), 791–798. [https://doi.org/10.1016/S0308-0161\(02\)00135-7](https://doi.org/10.1016/S0308-0161(02)00135-7)
- Koh, S. K., & Stephens, R. I. (1991). Mean stress effects on low cycle fatigue for a high strength steel. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, 14(4), 413–428. <https://doi.org/10.1111/j.1460-2695.1991.tb00672.x>
- Kruth, J. P., Badrossamay, M., Yasa, E., Deckers, J., Thijs, L., & Van Humbeeck, J. (2010). Part and material properties in selective laser melting of metals. In W. Zhao, J. Ye, & D. Zhu (Eds.), *16th International Symposium on Electromachining (ISEM XVI)*. Shanghai Jiao Tong Univ Press.
- Manson, S. S. (1954). Behavior of materials under conditions of thermal stress. *National Advisory Committee for Aeronautics, NACA TN-29*.
- Menezes, L. F., & Teodosiu, C. (2000). Three-dimensional numerical simulation of the deep-drawing process using solid finite elements. *Journal of Materials Processing Technology*, 97(1), 100–106. [https://doi.org/https://doi.org/10.1016/S0924-0136\(99\)00345-3](https://doi.org/https://doi.org/10.1016/S0924-0136(99)00345-3)
- Molski, K., & Glinka, G. (1981). A method of elastic-plastic stress and strain calculation at a notch root. *Materials Science and Engineering*, 50(1), 93–100. [https://doi.org/10.1016/0025-5416\(81\)90089-6](https://doi.org/10.1016/0025-5416(81)90089-6)
- Monteiro, D. (2019). *Comportamento e previsão da vida à fadiga multiaxial de componentes com entalhes*. Tese de Mestrado em Engenharia Mecânica na especialidade de Produção e Projeto, Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade de Coimbra, Coimbra
- Mott, N. F. (1958). A theory of the origin of fatigue cracks. *Acta Metallurgica*, 6(3), 195–197. [https://doi.org/10.1016/0001-6160\(58\)90007-5](https://doi.org/10.1016/0001-6160(58)90007-5)
- Pan, W. F., Hung, C. Y., & Chen, L. L. (1999). Fatigue life estimation under multiaxial loadings. *International Journal of Fatigue*, 21(1), 3–10. [https://doi.org/10.1016/S0142-1123\(98\)00050-4](https://doi.org/10.1016/S0142-1123(98)00050-4)
-

- 
- Paris, P., & Erdogan, F. (1963). A critical analysis of crack propagation laws. *Journal of Basic Engineering*, 85(4). <https://doi.org/10.1115/1.3656900>
- Pécourto, F. A. (2018). *Previsão de vida à fadiga em componentes mecânicos com entalhes severos sujeitos a carregamentos multiaxiais de flexão-torção combinada*. Tese de Mestrado em Engenharia Mecânica na especialidade de Produção e Projeto, Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade de Coimbra, Coimbra
- Polák, J. (1991). Cyclic plasticity and low cycle fatigue life of metals. *Materials Science Monographs*, 63.
- Prates, P. A., Pereira, A. F. G., Sakharova, N. A., Oliveira, M. C., & Fernandes, J. V. (2016). Inverse Strategies for Identifying the Parameters of Constitutive Laws of Metal Sheets. *Advances in Materials Science and Engineering*, 2016, 18. <https://doi.org/10.1155/2016/4152963>
- Ramalho, A. (2006). *Previsão da resistência à fadiga em juntas soldadas reabilitadas por técnicas de refusão*. Tese de Doutoramento em Engenharia Mecânica na especialidade de Construções Mecânicas, Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade de Coimbra, Coimbra
- Ribeiro, A. S., Silva, A. L., & Abilio, M. P. (2011). Evolution of fatigue history. *21st Brazilian Congress of Mechanical*, 5–7.
- Santos, L. M. S., Ferreira, J. A. M., Jesus, J. S., Costa, J. M., & Capela, C. (2016). Fatigue behaviour of selective laser melting steel components. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, 85, 9–15. <https://doi.org/10.1016/J.TAFMEC.2016.08.011>
- Smith, R. W., Hirschberg, M. H., & Manson, S. S. (1963). *Fatigue behaviour of materials under strain cycling in low and intermediate life range* (NASA TN D-). National Aeronautics and Space Administration.
- Smith, R., Watson, P., & Topper, T. (1970). A stress-strain parameter for the fatigue of metals. *Journal of Materials*, 5, 767–778.
- Socie, D. (1987). Multiaxial fatigue damage models. *Journal of Engineering: Materials and Technology*, 109, 293–298.
- Socie, D., & Marquis, G. (2000). *Multiaxial fatigue*. Society of automotive engineers.
- Soderberg, C. R. (1930). Fatigue of safety and working stress. *Transactions of the American Society of Mechanical Engineers*, 52.
- Suresh, S. (1998). *Fatigue of materials* (2nd ed.). Cambridge University Press.
-

- Susmel, L., & Taylor, D. (2011). The Theory of Critical Distances to estimate lifetime of notched components subjected to variable amplitude uniaxial fatigue loading. *International Journal of Fatigue*, 33(7), 900–911. <https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2011.01.012>
- Swift, H. W. (1952). Plastic instability under plane stress. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 1(1), 1–18. [https://doi.org/10.1016/0022-5096\(52\)90002-1](https://doi.org/10.1016/0022-5096(52)90002-1)
- Voce, E. (1948). The relationship between stress and strain for homogeneous deformation. *Journal of the Institute of Metals*, 74, 537–562.
- Wang, C. H., & Brown, M. W. (1993). A path-independent parameter for fatigue under proportional and non-proportional loading. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials and Structures*, 16(12), 1285–1298. <https://doi.org/10.1111/j.1460-2695.1993.tb00739.x>
- Wang, Y., Bergström, J., & Burman, C. (2006). Four-point bending fatigue behaviour of an iron-based laser sintered material. *International Journal of Fatigue*, 28(12), 1705–1715. <https://doi.org/10.1016/J.IJFATIGUE.2006.01.007>
- Wehner, T., & Fatemi, A. (1991). Effects of mean stress on fatigue behaviour of a hardened carbon steel. *International Journal of Fatigue*, 13(3), 241–248. [https://doi.org/10.1016/0142-1123\(91\)90248-W](https://doi.org/10.1016/0142-1123(91)90248-W)
- Wöhler, A. (1867). Attempts to determine the forces acting on the railway car axles and the resilience of the car axles. *Journal of Construction*. X.
- Xia, Z., Kujawski, D., & Ellyin, F. (1996). Effect of mean stress and ratcheting strain on fatigue life of steel. *International Journal of Fatigue*, 18(5), 335–341. [https://doi.org/10.1016/0142-1123\(96\)00088-6](https://doi.org/10.1016/0142-1123(96)00088-6)
- Yadroitsev, I., Thivillon, L., Bertrand, P., & Smurov, I. (2007). Strategy of manufacturing components with designed internal structure by selective laser melting of metallic powder. *Applied Surface Science*, 254(4), 980–983. <https://doi.org/10.1016/j.apsusc.2007.08.046>