

## UNIVERSIDADE D COIMBRA

Andreia Cação Balsas

## MODELO CONSTITUTIVO PARA PREVISÃO DO COMPORTAMENTO CÍCLICO DA LIGA 7050-T6

### **VOLUME 1**

Dissertação no âmbito do Mestrado Integrado em Engenharia Mecânica, na especialidade de Produção e Projeto orientada pelos Professores Doutores Maria Augusta Neto e Ricardo Nuno Madeira Soares Branco e apresentada ao departamento de Engenharia Mecânica da Faculdade de Ciências e Tecnologias da Universidade de Coimbra

Setembro de 2019



# MODELO CONSTITUTIVO PARA PREVISÃO DO COMPORTAMENTO CÍCLICO DA LIGA 7050-T6

Dissertação apresentada para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia Mecânica na Especialidade de Produção e Projeto

## Constitutive Model for Cyclic Behavior Prediction of 7050-T6 alloy

Autor Andreia Cação Balsas Orientadores Professora Doutora Maria Augusta Neto Professor Doutor Ricardo Nuno Madeira Soares Branco Júri

	Professora Doutora Ana Paula Bettencourt Martins
Presidente	Amaro
	Professora Auxiliar da Universidade de Coimbra
Orientador	Professora Doutora Maria Augusta Neto
	Professora Auxiliar da Universidade de Coimbra
Vogais	Professor Doutor Pedro André Dias Prates
	Professor Auxiliar da Universidade de Coimbra

Coimbra, Setembro, 2019

Aos meus pais.

### Agradecimentos

O presente trabalho apenas foi possível graças à colaboração e apoio de algumas pessoas, às quais não posso deixar de prestar o meu reconhecimento.

Em primeiro lugar, agradeço a toda a minha família, em particular, aos meus avós e às minhas irmãs, pelo apoio e por terem acreditado sempre em mim. Em especial, quero agradecer aos meus pais, pelos sacrifícios, pelo carinho e apoio incondicional, e principalmente, por serem a maior fonte de motivação.

Agradeço aos meus orientadores: Professora Doutora Maria Augusta Neto e Professor Doutor Ricardo Nuno Madeira Soares Branco, pelos esclarecimentos, opiniões e sugestões e pelo tempo e atenção disponibilizados ao longo do desenvolvimento deste trabalho.

Ao Professor Pedro André Dias Prates, pelos esclarecimentos, pela acessibilidade e atenção disponibilizada.

À Joana Xu e à Ana Cavaco pela amizade e pelo companheirismo, pois sem dúvida tornaram estes 6 anos bastante mais fáceis.

### Resumo

Esta dissertação teve como principal objetivo a implementação de um modelo constitutivo que caracterizasse a resposta elastoplástica cíclica da liga de alumínio AA 7050-T6 utilizando o software de elementos finitos ADINA®.

A modelação do comportamento cíclico da liga foi feita com base em resultados experimentais obtidos através de ensaios de fadiga oligocíclica efetuados em controlo de amplitude de deformação total, entre 0,6% e 1,75%, e com razões de deformação de -1, 0 e 0,5. O modelo aplicado define o comportamento plástico cíclico do material através do critério de cedência de von Mises, de duas leis de encruamento: isotrópico e cinemático, e de uma regra de fluxo associada ao critério de von Mises.

Através das leis de encruamento, respetivas ao modelo constitutivo, e pela metodologia abordada por Prates, [20], obteve-se uma aproximação inicial dos parâmetros de encruamento do material, tendo-se procedido com simulações numéricas dos ensaios de fadiga num sólido cúbico tridimensional.

Posteriormente efetuou-se o ajustamento dos parâmetros através da análise comparativa entre as curvas de histerese de tensão-deformação experimentais e as resultantes das simulações numéricas, tendo-se conseguido simular com sucesso a resposta cíclica da liga quando solicitada em controlo de amplitude de deformação de 1,5% a 1%, com razão de deformação -1, 0 e 0,5 e de 1,75% e 0,8%, com razão de deformação de -1 e 0.

Conclusivamente, o procedimento desenvolvido é suficientemente robusto para simular satisfatoriamente as formas dos circuitos estáveis, assim como, para determinar as densidades de energia de deformação plástica e total para as diferentes amplitudes e razões de deformação.

> Palavras-chave: Liga de Alumínio 7050-T6, Modelo Constitutivo, Fadiga Oligocíclica, Encruamento Isotrópico, Encruamento Cinemático, Critério de Cedência de von Mises.

### Abstract

The main objective of this study was the implementation of a constitutive model able to characterize the cyclic elastoplastic response of the AA 7050-T6 aluminum alloy using the ADINA® finite element software.

The modelling of the alloy's cyclic behavior was based on experimental results from low-cycle fatigue tests performed under strain-controlled mode with total strain amplitudes between 0,6% and 1,75% and strain ratios of -1, 0 and 0,5. The model defines the cyclic plastic behavior of the material according to the von Mises yield criterion, a flow rule related to it, and two hardening laws - isotropic and kinematic.

Through the respective constitutive model hardening rules and the methodology used by Prates, [20], an initial estimate of the material hardening parameters was obtained, followed by numerical simulations of the fatigue tests on a tridimensional cubic solid.

Afterwards, an adjustment was made to the parameters by means of a comparative analysis between the experimental stress-strain hysteresis loops and those obtained from the numerical simulations, resulting in the successful simulation of the alloy's behavior, of low cyclic fatigue tests, in constant amplitude strain control of 1,5%, 1,25%, 1% (with strain ratios of -1, 0, 0,5), 1,75% and 0,8% (with strain ratios of -1 and 0).

In conclusion, the procedure developed is sufficiently accurate to satisfactorily simulate the stable circuits shapes, as well as to determinate the total and plastic strain energy densities for the several amplitude and strain ratios.

**Keywords** AA7050-T6 aluminium alloy, Constitutive Model, Low Cycle Fatigue, Isotropic Hardening, Kinematic Hardening, von Mises Yield Criteria.

## Índice

Índice de Figuras	ix
Índice de Tabelas	xi
Simbologia	xiii
1. Introdução	1
<ol> <li>Revisão Bibliográfica</li></ol>	5 7 11 13 14 15
<ol> <li>Leis de Encruamento</li> <li>Identificação dos Parâmetros Materiais</li> <li>Curvas Experimentais de Tensão e de Deformação Plástica Acumulada</li> <li>Curvas Numéricas de Tensão-Deformação Plástica Acumulada</li> <li>Otimização dos Parâmetros</li> <li>Simulações Numéricas</li> </ol>	16 19 20 22 24 26
<ul> <li>4. Análise e Discussão de Resultados</li></ul>	31 34 35 37 40 41
5. Conclusões e Trabalhos Futuros	43
Referências Bibliográficas	45 47
APÊNDICE B	

## **ÍNDICE DE FIGURAS**

Figura 2.1 Resposta de um material elastoplástico [10]
Figura 2.2 Curva monótona de tensão-deformação de ensaios de tração e compressão [10].
Figura 2.3 Curva de tensão-deformação obtida por inversão do sentido de carregamento, onde o efeito de Bauschinger causa a cedência do material no ponto A que antecede a tensão de cedência $\sigma y 0$ prevista pela curva monótona [11]9
Figura 2.4 Comparação entre os comportamentos de encruamento isotrópico e cinemático [11]
Figura 2.5 Ensaio de fadiga a amplitude de deformação constante: (a) Endurecimento cíclico, (b) Amaciamento cíclico [9]11
Figura 2.6 Ensaio de fadiga a amplitude de tensão constante: (a) Endurecimento cíclico, (b) Amaciamento cíclico [9]11
Figura 2.7 Efeito de Ratchetting consequente da acumulação de deformação plástica [9]. 12
Figura 2.8 Fenómeno de relaxação da tensão média: (a) Não-relaxamento da tensão média, (b) Relaxamento da tensão média [9]13
Figura 2.9 (a) Barra submetida a deformações uniaxiais cíclicas; (b) História de deformações descritas no tempo [13]13
Figura 2.10 Representação da direção normal da evolução da superfície de cedência com os incrementos de deformação plástica [17]16
Figura 2.11 Evolução da superfície de von Mises, b), com o encruamento isotrópico, a), [19]16
Figura 2.12 Evolução da superfície de von Mises, b), com o encruamento cinemático, a), [19]16
Figura 3.1 Representação da curva de tensão-deformação total acumulada baseada nos dados recolhidos para o ensaio de fadiga oligocíclica experimental de $\Delta \epsilon 2 = 1,75\%$ e razão de deformação, $R_{\epsilon} = -1$ 20
Figura 3.2 Representação da curva de tensão-deformação plástica acumulada inicialmente estimada com base nos dados recolhidos para o ensaio de fadiga oligocíclica experimental de $\Delta \epsilon 2 = 1,75\%$ e razão de deformação, R <sub>\epsilon</sub> = -121
Figura 3.3 Representação da curva de tensão-deformação plástica acumulada baseada nos dados recolhidos para o ensaio de fadiga oligocíclica experimental de $\Delta \epsilon 2 = 1,75\%$ e razão de deformação, $R_{\epsilon} = -1$
Figura 3.4 Representação do provete normalizado usado por Branco, [3], nos ensaios de fadiga oligocíclica em controlo de deformação27

Figura 3.5 Resultado do ensaio aplicado no modelo representativo de ¼ de provete utilizado por Branco, [3], com aumento da escala de deformação27
Figura 3.6 Representação do cubo criado no ADINA®, dividido em 1000 elementos com 27 nós por elemento
Figura 3.7 Interface do ADINA® relativo à definição das propriedades mecânicas do material em estudo
Figura 3.8 Interfaces do ADINA® relativos à definição dos parâmetros de encruamento do material em estudo
Figura 3.9 Representação das condições de fronteira estabelecidas e do deslocamento de 0,0175 mm aplicado no cubo
Figura 4.1 Resultados experimentais obtidos em ensaios da liga AA 7050-T6 para várias amplitudes e razões de deformação [4]31
Figura 4.2 Curva de tensão-deformação total acumulada obtida com base nos valores experimentais recolhidos para o ensaio em controlo de amplitude de deformação de 0,7%, com razão de deformação de -1, para o material em estudo33
Figura 4.3 Comparação entre respostas cíclicas obtidas por ensaios experimentais e pelo ADINA® da liga em estudo, em controlo de amplitude de deformação de 1,75% e razão de deformação 0
Figura 4.4 Comparação entre respostas cíclicas obtidas por ensaios experimentais e pelo ADINA® da liga em estudo, em controlo de amplitude de deformação de 1% e razão de deformação: (a) 0; (b) 0,5
Figura 4.5 Comparação entre respostas cíclicas obtidas por ensaios experimentais e pelo ADINA® da liga em estudo, em controlo de amplitude de deformação de 0,8% e razão de deformação: (a) -1; (b) 0
Figura 4.6 Comparação entre ciclos estáveis experimentais e numéricos, com as extremidades inferiores unidas na origem, para a razão de deformação -1
Figura 4.7 Comparação entre ciclos estáveis experimentais e numéricos, com as extremidades inferiores unidas na origem, para a razão de deformação 0
Figura 4.8 Comparação entre ciclos estáveis experimentais e numéricos, com as extremidades inferiores unidas na origem, para a razão de deformação 0,5
Figura 4.9 Comparação entre ciclos estáveis obtidos experimentalmente por Branco, [3], com amplitude de deformação 1,5% e diferentes razões de deformação39
Figura 4.10 Comparação entre ciclos estáveis obtidos numericamente com amplitude de deformação 1,5% e diferentes razões de deformação
Figura 4.11 Curvas cíclicas referentes às razões de deformação -1, 0 e 0,5 obtidas pelos ensaios em controlo de amplitude de deformação 1,5%: (a) experimentais, [4]; (b) numéricos
Figura 4.12 Representação gráfica da razão entre variações de densidades de energia total, experimentais e numéricas, correspondentes a amplitudes de deformação entre 1,75% e 0,8%, com razões de deformação -1, 0 e 0,5

## ÍNDICE DE TABELAS

1
6
6
5
6
2
4
6
-1

### SIMBOLOGIA

- $\Delta \varepsilon$  Amplitude de Deformação
- $\Delta \sigma$  Amplitude de Tensão
- R Coeficiente de Correlação
- v Coeficiente de Poisson

 $\varepsilon_{conv}$  – Deformação Convencional

 $\bar{\varepsilon}_{p0}^{L}$ – Deformação Plástica Acumulada no Início da Trajetória de Carregamento

 $\bar{\varepsilon}_{p0}^{RL}$  – Deformação Plástica Acumulada no Início da Trajetória de Inversão de

Carregamento

 $\varepsilon'$  – Deformação de Desvio

 $\varepsilon_e$  – Deformação Elástica

 $\varepsilon_{máx}$  – Deformação Máxima

 $\varepsilon_m$  – Deformação Média

 $\varepsilon_{min}$  – Deformação Mínima

 $\varepsilon_p$  – Deformação Plástica

- $\bar{\varepsilon}_p$  Deformação Plástica Acumulada
- ε Deformação Total

 $\bar{\varepsilon}$  – Deformação Total Acumulada

f(A) – Função Objetivo

i – Índice de Medições

 $\kappa$  – Módulo de Compressibilidade

G – Módulo de Corte

*E* – Módulo de Elasticidade

n, m, r – Número Total de Medições

 $R_{\varepsilon}$  – Razão de Deformação

 $\dot{\overline{\varepsilon}}$  – Taxa de Deformação Plástica Equivalente

C<sub>Y</sub>, b – Taxa de Saturação de Encruamento Isotrópico

 $C_X$ ,  $\zeta$  – Taxa de Saturação de Encruamento Cinemático

- $\sigma$  Tensão
- $\sigma_c$  Tensão de Cedência
- $\sigma'$  Tensão de Desvio

*Y*,  $\sigma_v$ - Tensão de Escoamento

X<sub>sat</sub> – Tensão de Saturação de Encruamento Cinemático

Y<sub>Sat</sub>,  $\sigma_{y_{Sat}}$  – Tensão de Saturação de Encruamento Isotrópico

 $\sigma_{conv}$  – Tensão Convencional

 $\bar{\sigma}$  – Tensão Equivalente

X – Tensão Inversa

X<sup>L</sup> – Tensão Inversa Calculada para a Trajetória de Carregamento

X<sup>RL</sup> – Tensão Inversa Calculada para a Trajetória de Inversão de Carregamento

X<sub>0</sub><sup>L</sup> – Tensão Inversa no Início de Trajetória de Carregamento

 $X_0^{RL}$  – Tensão Inversa no Início de Trajetória de Inversão de Carregamento

Y<sub>0</sub>,  $\sigma_{y0}$  – Tensão Limite de Elasticidade Inicial

 $\sigma_{LRT}$  – Tensão Limite de Resistência à Tração

 $\sigma_{m \acute{a} x}$  – Tensão Máxima

 $\sigma_{min}$  – Tensão Mínima

 $\sigma_m$  – Tensão Média

 $\sigma_{Num}^{L}$  – Tensão Numérica Calculada para a Trajetória de Carregamento

 $\sigma_{Num}^{RL}$  – Tensão Numérica Calculada para a Trajetória de Inversão de

Carregamento

 $\sigma_{Exp}^{L}$  – Tensão Resultante de Ensaios Experimentais para a Trajetória de

Carregamento

 $\sigma_{Exp}^{RL}$  – Tensão Resultante de Ensaios Experimentais para a Trajetória de Inversão de Carregamento

 $g_i^{Ref}$  – Valores de Referência

 $g_i^{Num}$  – Valores Previstos Numericamente

 $r_i$  – Valor Residual no Instante *i* 

- $\boldsymbol{\varepsilon}$  Tensor de Deformações
- $oldsymbol{arepsilon}'$  Tensor de Deformações de Desvio
- $\boldsymbol{\varepsilon}_{H}$  Tensor de Deformação Hidrostática
- $\sigma$  Tensor de Tensões
- $\sigma'$  Tensor de Tensões de Desvio
- $\sigma_H$  Tensor de Tensão Hidrostática
- *A* Vetor de Parâmetros

## 1. INTRODUÇÃO

Uma das características mais notáveis no alumínio é a sua versatilidade. A variedade de propriedades físicas e mecânicas que se conseguem desenvolver a partir deste metal são excecionais, desde alumínios de alta pureza até às ligas mais complexas. As propriedades que fazem deste metal e das suas ligas tão atrativas e económicas para uma variedade de aplicações são: baixa densidade, boa ductilidade, resistência à corrosão, excelente condutibilidade térmica e elétrica e facilidade de fabricação [1].

O sistema de designação internacional de ligas, divide as ligas de alumínio em 8 séries, apresentadas na Tabela 1.1, com base no ligante em maior percentagem na série e na possibilidade de ser, ou não, endurecido termicamente [2].

Séries	Ligante predominante	Endurecível
1000	Alumínio puro (> 99%)	×
2000	Cobre	$\checkmark$
3000	Manganês	×
4000	Silício	<ul> <li>✓ (apenas se o magnésio estiver presente)</li> </ul>
5000	Magnésio	×
6000	Magnésio e Silício	$\checkmark$
7000	Zinco	$\checkmark$
8000	Ligados com vários elementos (incluído lítio)	<ul> <li>✓ (com exceção de algumas ligas)</li> </ul>

Tabela 1.1 Séries das ligas de alumínio catalogadas pelo sistema de designação internacional de ligas [2].

Em particular, as ligas das séries 2000 e 7000, apresentam excelentes propriedades, sendo por isso, conhecidas como as ligas de alta-resistência do alumínio. Os principais ligantes são, respetivamente, o cobre e o zinco, apesar de conterem quantidades

mais pequenas de outros elementos, tais como, magnésio, manganês, crómio e ferro [2]. Os precipitados formados por estes elementos após têmpera, conferem-lhes excelentes propriedades mecânicas, sendo por isso, a primeira escolha em aplicações da indústria aeroespacial. A liga em estudo, AA 7050-T6 usufrui das excelentes propriedades da série 7000, apresentando maior resistência por aplicação da têmpera T6, que consiste na solubilização e no posterior envelhecimento artificial da liga. Estas ligas são essencialmente usadas na construção de estruturas leves e resistentes, e por isso, frequentemente aplicadas em asas de aviões, fuselagem, nos paneis superiores e inferiores das asas, em superfícies de controlo e entre outros [2].

No entanto, muitas das estruturas em que são aplicadas funcionam sobre o efeito de carregamentos cíclicos prolongados, que consequentemente implicam falhas por fadiga do material. A progressiva degradação do material resulta em alterações das suas propriedades iniciais, o que se traduz em consequentes variações no comportamento exibido. Assim, com o intuito de evitar possíveis acidentes, é necessário garantir uma correta manutenção destas estruturas, sendo para isso imprescindível a elaboração de modelos de previsão. Os modelos são, de uma forma geral, baseados nas propriedades do material obtidas através de ensaios de fadiga oligocíclica, que descrevem curvas de histerese em diagramas de tensão-deformação permitindo avaliar a resposta cíclica do material, e deste modo, auxiliar na previsão de possíveis mudanças de comportamento.

Os ensaios de fadiga oligocíclica são frequentemente obtidos para razões de deformação,  $R_{\varepsilon}$  de -1, no entanto, as estruturas onde estas ligas são aplicadas podem estar submetidas, especialmente nas zonas críticas, a razões de deformação variáveis, sendo por isso necessário estudar esta liga para outras razões de deformação. Em trabalhos anteriores, [3, [4], procedeu-se ao estudo da liga AA 7050-T6 sob o efeito de amplitudes de deformação de 1,75% a 0,6%, com razões de deformação de -1, 0 e 0,5. O principal objetivo deste trabalho consiste em simular o comportamento estável da liga, para as mesmas amplitudes e razões de deformação, através do modelo constitutivo, *Plastic Cyclic*, do ADINA®, e, posteriormente, comparar e analisar os resultados com os dados experimentais recolhidos nos trabalhos anteriores.

O desenvolvimento deste trabalho está estruturado em 3 capítulos: na revisão bibliográfica, na identificação dos parâmetros materiais e na análise e discussão dos resultados. Na revisão bibliográfica faz-se um breve enquadramento do alumínio e a sua

importância na indústria aeroespacial, apresentando-se ainda a caracterização da liga em estudo. Neste capítulo abordam-se também, os tipos de comportamentos cíclicos que um material pode exibir durante os ensaios de fadiga oligocíclica e é feita uma breve descrição do princípio da modelação do comportamento plástico cíclico através de leis constitutivas.

O capítulo relativo à identificação dos parâmetros materiais trata o trabalho desenvolvido ao longo do semestre, apresentando-se os procedimentos adotados e as simulações decorridas para a obtenção dos resultados, sendo a respetiva análise e discussão dos mesmos feita no capítulo seguinte.

Termina-se então, com as principais conclusões e sugestão de trabalhos futuros.

## 2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

O alumínio tem sido um dos principais materiais utilizados na construção de estruturas aeroespaciais desde os anos 30, representando 60-80% do peso das estruturas da maioria dos aviões e veículos aéreos comerciais, e 40-60% da estrutura dos mais recentes veículos aéreos não tripulados. Apesar do crescente uso de materiais compósitos em grandes aviões de passageiros como o Airbus 380, o 350XWB e o Boeing 787, o alumínio continuará a ser essencial em aplicações nesta área, desempenhando um papel central na construção de estruturas leves e eficientes. Cerca de 400 000 toneladas de alumínio são usadas todos os anos para a construção de aeronaves civis e militares. Grande parte dos aviões continuam a ser construídos em alumínio, incluindo os aviões fabricados em grande escala como o Boeing 737, 747 e o 757, e ainda, o Airbus A320 e o A340. Assim como, o *Hornet*, uma aeronave militar, que continua a ser fabricada ao longo dos últimos 30 anos, onde o principal material estrutural tem sido o alumínio [2].

As razões pelas quais o alumínio se torna tão atrativo para o uso na indústria aeroespacial estão no moderado custo, na facilidade de fabricação, na baixa densidade, na elevada dureza especifica, na ductilidade, na resistência à fratura e à fadiga, e no bom controlo das propriedades mecânicas por tratamentos mecânicos e térmicos. No entanto, apresenta baixas propriedades mecânicas a elevada temperatura, é suscetível a fissuração por corrosão sob tensão, sofre corrosão quando em contacto com compósitos de fibra de carbono e as ligas endurecidas por envelhecimento não são facilmente soldáveis [2].

As séries 7000 e 2000, apresentam excelentes propriedades, tais como, elevada resistência mecânica, tenacidade, resistência à fadiga e à corrosão, e por isso são frequentemente aplicadas nas asas, na fuselagem, nos painéis das asas inferiores e em superfícies de controlo. Comparativamente à série 2000, as ligas 7000 apresentam maior resistência mecânica, sendo a tensão de cedência de 470-600 MPa e nas ligas 2000 de 300-450 MPa. Assim, as ligas 7000 são usadas em estruturas que estão sujeitas a tensões maiores, como, as superfícies das asas superiores, mastros, vigas, estruturas e anteparos de pressão. Estas ligas são usualmente endurecidas por envelhecimento o que lhes confere a resistência

necessária para as aplicações na indústria aeroespacial, sendo por isso um processo crucial na construção de aeronaves, aviões, helicópteros [2], entre outros.

As ligas 7000 são principalmente constituídas por zinco, cobre e magnésio, sendo a quantidade de zinco três a quatro vezes superior à quantidade de cobre. Estes elementos formam precipitados após tratamento térmico o que lhes concede as excelentes propriedades e alta resistência [2]. Em particular, a liga de alumínio 7050 é ainda constituída por outras quantidades de elementos, apresentados na Tabela 2.1.

Tabela 2.1 Composição, em percentagem ponderal, dos elementos presentes na liga 7050 [5].

Ligantes	Zn	Cu	Mg	Mn	Si	Fe	Cr	Zr	Ti
Composição Ponderal [%]	5,7-6,7	2,0-2,6	1,9-2,6	0,10	0,12	0,15	0,04	0,08-0,115	0,06

A liga em estudo, é uma liga 7050, sendo ainda tratada termicamente com uma têmpera T6. Esta têmpera, induz a formação de precipitados, através da solubilização da liga a altas temperaturas, com o posterior envelhecimento artificial a determinada temperatura. Este tratamento térmico é aplicado a componentes que não são trabalhados a frio após o tratamento térmico da solução, ou nos quais, o efeito do trabalho a frio associado ao achatamento ou alisamento, não é possível para as especificações requeridas [6].

A liga AA 7050-T6 exibe boas propriedades mecânicas, apresentadas na Tabela 2.2, que lhe conferem: elevada resistência mecânica, assim como, alta resistência à fadiga e à corrosão sob tensão, sendo por isso, ideal para: aplicações em superfície de asas, construções de estruturas de fuselagem, e de outros componentes aeroespaciais [5].

Tabela 2.2 Propriedades mecânicas da liga de alumínio AA 7050-T6 [7, [8].

Tensão de Cedência, σ <sub>c</sub> [MPa]	Limite de Resistência à Tração, σ <sub>LRT</sub> [MPa]	Coeficiente de Poisson, ν	
546	621	71,7	0,33

No entanto, as estruturas onde estas ligas são aplicadas podem sofrer variações cíclicas de tensões e deformações, que consequentemente se traduzem na degradação progressiva do material. Deste modo, para poder antecipar possíveis mudanças estruturais é necessário estudar o comportamento do material quando sujeito a solicitações cíclicas através da criação de modelos de previsão. Os modelos têm como principal intuito prever a resposta cíclica do material em função das sucessivas solicitações aplicadas. Muitos desses modelos de previsão têm por base curvas de histerese tensão-deformação obtidas a partir de ensaios de fadiga oligocíclica, efetuados em controlo de deformação, em provetes sem entalhes.

O modelo constitutivo que se pretende implementar consiste na simulação do comportamento estável da liga quando submetida a amplitudes de deformação de 1,75% a 0,6%, com razões de deformação de -1, 0 e 0,5.

#### 2.1. Comportamento Cíclico do Material

#### 2.1.1. Fenómenos de Encruamento

Na Figura 2.1 encontra-se representado o comportamento básico de um material elastoplástico sujeito a um ensaio de tração. No início, o material apresenta um comportamento linear elástico, caracterizado pelo módulo de elasticidade, *E*, cuja relação entre tensões e deformações é estabelecida pela lei de Hooke. Posteriormente, ao atingir a tensão de cedência inicial,  $\sigma_{y0}$ , o material entra em regime plástico até ao ponto A. O subsequente descarregamento do material a partir deste ponto segue a relação linear elástica, recuperando elasticamente. No fim do descarregamento, ponto B, a deformação residual acumulada corresponde à deformação plástica,  $\varepsilon_p$ , atingida no ponto A. Assim, no ponto A, a deformação total,  $\varepsilon$ , é resultado da soma da deformação elástica,  $\varepsilon_e$ , com a deformação plástica,  $\varepsilon_p$  [9].

Quando tracionado novamente a partir de B, o material deforma elasticamente até atingir a tensão  $\sigma_y$  no ponto A, passando este a ser o novo valor da tensão de cedência. Com a progressiva tração após este ponto, o material comporta-se como se a descarga anterior nunca tivesse ocorrido [10]. Quando no recarregamento do material a tensão de cedência,  $\sigma_y$ , é superior à tensão de cedência inicial de um material "virgem",  $\sigma_{y0}$ , diz-se que o material se encontra endurecido, ou encruado [9].



Figura 2.1 Resposta de um material elastoplástico [10].

No estudo do comportamento de deformação plástica de materiais, são consideradas as curvas monótonas, ilustradas na Figura 2.2, obtidas para carregamentos efetuados apenas num sentido, como os ensaios em tração e em compressão. Estas curvas são normalmente usadas para efeitos de avaliação do tipo de comportamento cíclico, seja de amaciamento ou endurecimento [11].



Figura 2.2 Curva monótona de tensão-deformação de ensaios de tração e compressão [10].

Considerando um ensaio uniaxial cíclico com inversão do sentido de carregamento, o material é inicialmente solicitado em tração, comportando-se de acordo com a curva monótona do ensaio de tração, como na Figura 2.2, no entanto, quando ocorre a inversão do sentido de carregamento depois de atingido o domínio plástico, Figura 2.3, espera-se que a cedência do material se verifique para a tensão prevista pela curva monótona de um ensaio em compressão. Contudo, a Figura 2.3, mostra que a cedência do material se inicia quando atinge a tensão no ponto A, ao invés de se iniciar para a tensão  $\sigma_{y0}$  prevista pela curva monótona em compressão da Figura 2.2 Esta cedência precoce do material designa-se de efeito de Bauschinger [9, [11].

Geralmente, podemos considerar que existem dois tipos de comportamento de encruamento: o isotrópico e o cinemático [9, [11]. O encruamento isotrópico é baseado no comportamento do material previsto por curvas monótonas, em ensaios de tração ou compressão, enquanto que o encruamento cinemático se baseia na resposta real do material durante ensaios cíclicos [9].



**Figura 2.3** Curva de tensão-deformação obtida por inversão do sentido de carregamento, onde o efeito de Bauschinger causa a cedência do material no ponto A que antecede a tensão de cedência  $\sigma_{y0}$  prevista pela curva monótona [11].

Na Figura 2.3, o comportamento inicialmente observado é característico do encruamento isotrópico, no entanto quando se dá a inversão do sentido do carregamento destaca-se o encruamento cinemático.

As respetivas leis que traduzem estes dois comportamentos de encruamento apresentados na Figura 2.4, são consistentes com os modelos reológicos usados em [11]. O comportamento isotrópico assume que a cedência do material, durante a inversão do sentido da solicitação, ocorre quando a tensão, em valor absoluto, atinge o valor da tensão máxima alcançada na fase de carregamento,  $\sigma_{máx}$ , [9, [11]. A denominação de encruamento isotrópico resulta precisamente da suposição de que o material encrua uniformemente em todas as direções [9].

Neste caso, o comportamento de encruamento cinemático prevê que a cedência, no sentido inverso, ocorre quando a diferença entre a nova tensão de cedência atingida e a tensão máxima, no carregamento,  $\sigma_{máx}$  é o dobro da tensão de cedência inicial, prevista pela curva monótona,  $\sigma_{y0}$ , ilustrado na Figura 2.4 [9, [11]. É denotado que as leis respeitantes ao comportamento cinemático são capazes de definir o efeito de Bauschinger.



Figura 2.4 Comparação entre os comportamentos de encruamento isotrópico e cinemático [11].

Conclui-se que o encruamento cinemático, por considerar o efeito de Bauschinger e por se basear na resposta real do material, em situações de fadiga cíclica, torna-se o comportamento predominante do material sobrepondo-se ao encruamento isotrópico, e, por isso, desempenha um papel fulcral na previsão do comportamento cíclico de um material [9, [11].

#### 2.1.2. Fenómenos Cíclicos

#### 2.1.2.1. Endurecimento e Amaciamento Cíclico

A evolução do comportamento do material pode ser determinada quer por meio de ensaios de fadiga efetuados a amplitude de deformação constante, Figura 2.5, quer com amplitude de tensão constante, Figura 2.6. Em qualquer caso ocorre sempre deformação plástica generalizada em cada ciclo, que se traduz no aparecimento de ciclos de histerese no diagrama tensão-deformação. Nos ensaios realizados com amplitude de deformação constante, o aumento progressivo de  $\Delta\sigma$ , denomina-se de endurecimento cíclico, Figura 2.5 (a), enquanto a progressiva diminuição de  $\Delta\sigma$  se designa de amaciamento cíclico, Figura 2.5 (b). Os comportamentos de endurecimento e amaciamento cíclico, também podem ser obtidos em controlo de tensão, no entanto, são caracterizados, respetivamente, pela diminuição, Figura 2.6 (a), e pelo aumento progressivo de  $\Delta\varepsilon$ , Figura 2.6 (b) [9, [12].



Figura 2.5 Ensaio de fadiga a amplitude de deformação constante: (a) Endurecimento cíclico, (b) Amaciamento cíclico [9].



Figura 2.6 Ensaio de fadiga a amplitude de tensão constante: (a) Endurecimento cíclico, (b) Amaciamento cíclico [9].

A caracterização do material pelos comportamentos descritos, apenas é valida quando a razão de deformação ou de tensão é de -1. Ou seja, quando as solicitações a que o material é sujeito são alternadas, isto é, em ensaios realizados com amplitude de deformação constante, as deformações mínimas são simétricas às deformações máximas atingidas,  $\varepsilon_{min} = -\varepsilon_{máx}$ . No caso de ensaios em controlo de tensão,  $\sigma_{min} = -\sigma_{máx}$  [9].

#### 2.1.2.2. Ratchetting e Relaxação da Tensão Média

Quando a razão de deformação ou de tensão é diferente de -1, ou seja, quando a carga média é diferente de zero, surgem efeitos adicionais. Em ensaios de controlo da amplitude de tensão, quando o carregamento cíclico não produz curvas de histerese repetidas após alguns ciclos, as curvas de tensão-deformação começam a avançar na direção do eixo de deformação, ou seja, a cada ciclo de carga é acumulada mais deformação plástica. A este efeito designa-se de *Ratchetting*, representado na Figura 2.7 [9].



Figura 2.7 Efeito de Ratchetting consequente da acumulação de deformação plástica [9].

No caso de os ensaios serem realizados em controlo de amplitude de deformação, pode surgir o fenómeno de relaxação da tensão média, Figura 2.8. Neste caso, se a amplitude de deformação for suficientemente elevada para causar deformação plástica, a tensão média começa a tender para zero, Figura 2.8 (b), mas se não for suficientemente elevada, a tensão média mantém um valor estável, Figura 2.8 (a), ainda que possa assumir um valor mais baixo que o inicial [9].



Figura 2.8 Fenómeno de relaxação da tensão média: (a) Não-relaxamento da tensão média, (b) Relaxamento da tensão média [9].

### 2.2. Modelação do Comportamento Plástico Cíclico

A resposta cíclica da liga em estudo foi simulada no ADINA®, um programa usado na indústria e em investigação para desenvolver análises lineares e não-lineares através do método dos elementos finitos. O programa tem vários modelos de materiais de plasticidade isotérmica, sendo um deles o modelo *Plastic-cyclic*: um modelo constitutivo que permite descrever o comportamento plástico cíclico do material. Este modelo aproxima o problema a uma barra submetida a deformações constantes e uniaxiais cíclicas, Figura 2.9, definido: (i) pelo critério de cedência de von Mises; (ii) por duas leis de encruamento: isotrópico e cinemático não linear de Armstrong-Frederick e (iii) por uma regra de fluxo associada ao critério de von Mises [13].



Figura 2.9 (a) Barra submetida a deformações uniaxiais cíclicas; (b) História de deformações descritas no tempo [13].

#### 2.2.1. Leis Constitutivas do Material

A modelação do comportamento mecânico de um material é estabelecida pela relação entre tensões e deformações. O desenrolar desta subsecção tem como base o trabalho desenvolvido em [14].

As tensões e deformações podem ser representadas pela decomposição do tensor de tensões,  $\sigma$ , e o tensor de deformações,  $\varepsilon$ , em componentes hidrostáticas e de desvio. Desta forma, o tensor das tensões pode ser representado por [14, [15]:

$$\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\sigma}' + \boldsymbol{\sigma}_H,\tag{1}$$

onde  $\sigma'$  é o tensor das tensões de desvio e  $\sigma_H$  é o tensor de tensão hidrostática. O tensor de tensões,  $\sigma$ , define o estado de tensão de um ponto material, sendo os seus componentes descritos da seguinte forma [14, [15]:

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{yx} & \tau_{zx} \\ \tau_{xy} & \sigma_{yy} & \tau_{zy} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_{zz} \end{bmatrix}$$
(2)

O tensor de tensão hidrostática ou isotrópica,  $\sigma_H$ , pode ser obtido através do produto da tensão média,  $\sigma_m$ , ou pressão hidrostática pela matriz identidade, *I* [14, [15]:

$$\boldsymbol{\sigma}_{H} = \left(\frac{\sigma_{XX} + \sigma_{YY} + \sigma_{ZZ}}{3}\right) \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \sigma_{m} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{m} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{m} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{m} \end{bmatrix}$$
(3)

E o tensor de tensões de desvio,  $\sigma'$  pode ser obtido subtraindo o tensor de tensão hidrostática ao tensor de tensões [14, [15]:

$$\boldsymbol{\sigma}' = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{yx} & \tau_{zx} \\ \tau_{xy} & \sigma_{yy} & \tau_{zy} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \sigma_m & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_m & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_m \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \sigma_{xx} - \sigma_m & \tau_{yx} & \tau_{zx} \\ \tau_{xy} & \sigma_{yy} - \sigma_m & \tau_{zy} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_{zz} - \sigma_m \end{bmatrix}$$
(4)

O tensor de deformações é definido pela seguinte equação [14, [15]:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}' + \boldsymbol{\varepsilon}_H,$$
 (5)

onde,  $\varepsilon$  é o tensor de deformações,  $\varepsilon'$  é o tensor de deformações de desvio e o  $\varepsilon_H$  é o tensor de deformação hidrostática.

Assim, seguindo o raciocínio usado na lei de tensões, a equação anterior é expressa da seguinte forma [14, [15]:
$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{yx} & \varepsilon_{zx} \\ \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{yy} & \varepsilon_{zy} \\ \varepsilon_{xz} & \varepsilon_{yz} & \varepsilon_{zz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} - \varepsilon_m & \varepsilon_{yx} & \varepsilon_{zx} \\ \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{yy} - \varepsilon_m & \varepsilon_{zy} \\ \varepsilon_{xz} & \varepsilon_{yz} & \varepsilon_{zz} - \varepsilon_m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_m & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_m & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_m \end{bmatrix}$$
(6)

Na Eq. (6)  $\varepsilon_m$  representa a deformação volumétrica  $(\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy} + \varepsilon_{zz})$ . As tensões e deformações podem ser relacionadas através das propriedades mecânicas de corte e compressibilidade do material, sendo representadas da seguinte forma [14, [15]:

$$\sigma_m = 3\kappa \cdot \varepsilon_m,\tag{7}$$

$$\sigma' = 2G(\varepsilon' - \varepsilon_P),\tag{8}$$

em que,  $\kappa = \frac{E}{3(1-2\nu)}$ , representa a módulo de compressibilidade e  $G = \frac{E}{2(1+\nu)}$ , o módulo de corte (sendo *E* e  $\nu$ , respetivamente, o módulo de elasticidade e o coeficiente de poisson), e  $\varepsilon_P$  a deformação plástica [14, [15].

#### 2.2.2. Critério de Cedência de von Mises

As leis de encruamento e o critério de von Mises descrevem a evolução da superfície de cedência do material durante a deformação plástica do material, através de f [16]:

$$f = J(\boldsymbol{\sigma} - \boldsymbol{X}) - \sigma_{y} = \left[\frac{3}{2}(\boldsymbol{\sigma}' - \boldsymbol{X}'):(\boldsymbol{\sigma}' - \boldsymbol{X}')\right]^{\frac{1}{2}} - \sigma_{y} \le 0,$$
<sup>(9)</sup>

onde,  $\sigma \in X$  são os tensores de tensões e de tensões inversas, respetivamente,  $\sigma' \in X'$ , os seus respetivos tensores de desvio.  $\sigma_y$ , é a tensão de escoamento, representada pela lei de encruamento isotrópico função da deformação plástica, concedendo dimensão à superfície de cedência [16].

Quando  $\left[\frac{3}{2}(\sigma' - X'):(\sigma' - X')\right]^{\frac{1}{2}} \le \sigma_y$  o estado de tensões do material mantemse no interior da superfície de cedência e apenas ocorre a deformação elástica. O material entra em regime plástico quando  $\left[\frac{3}{2}(\sigma' - X'):(\sigma' - X')\right]^{\frac{1}{2}} = \sigma_y$ , sendo que quando esta condição se verifica, a evolução da superfície de cedência é direcionada pela regra de fluxo. Esta regra estabelece a superfície de cedência evolui na direção dos incrementos de deformação plástica que são normais à própria, tal é possível de se visualizar na Figura 2.10 [16].



Figura 2.10 Representação da direção normal da evolução da superfície de cedência com os incrementos de deformação plástica [17].

#### 2.2.3. Leis de Encruamento

Como foi referido anteriormente, a superfície de cedência é descrita pelo critério de von Mises e pelas leis de encruamento isotrópico e cinemático do material. A evolução da tensão de escoamento,  $\sigma_y$ , é definida pela lei de encruamento isotrópico através da deformação plástica, ou seja, esta lei define a expansão da superfície de cedência, cujo centro se situa fixado no espaço de tensões, **Erro! A origem da referência não foi encontrada.** b), assim, quanto maior o valor de  $\sigma_y$ , maior a área de plasticidade. Contrariamente, o encruamento cinemático está apenas associado à translação do centro da superfície de plasticidade, **Erro! A origem da referência não foi encontrada.** b), que ocorre quando se verifica a deformação plástica do material. A cada translação do centro da superfície de plasticidade está associada uma tensão inversa,  $X_i$ , sendo que cada uma é independente da outra, ciclo após ciclo [18, [19].









#### 2.2.3.1. Encruamento Isotrópico Exponencial

O encruamento isotrópico evolui em função da deformação plástica e é definido pela lei exponencial [13]:

$$\sigma_y = \sigma_{y0} + Q(1 - \exp(-b \cdot \bar{\varepsilon}_P)), \tag{10}$$

em que, b e Q são constantes do material, que representam, respetivamente, a taxa de saturação e a diferença entre o valor de saturação do encruamento isotrópico e a tensão de cedência inicial,  $Q = (\sigma_{y_{sat}} - \sigma_{y0})$ . Esquematicamente, a tensão de saturação é correspondente ao ponto 2 e a tensão de cedência inicial ao ponto 1, na **Erro! A origem da referência não foi encontrada.** a). O parâmetro Q pode ser positivo ou negativo, dependendo do tipo de resposta cíclica do material, caso seja verificado o respetivo endurecimento ou amaciamento cíclico. Consequentemente, pela mesma analogia, é o parâmetro responsável pela expansão ou contração da superfície de cedência [20].

#### 2.2.3.2. Encruamento Cinemático Não-Linear de Armstrong-Frederick

A lei de Armstrong-Frederick estabelece a evolução do comportamento cinemático não linear. Esta lei expressa a tensão inversa como o somatório de tensões inversas parciais, introduzindo um termo de memorização associado a um efeito de deformação evanescente [13]:

$$X = \sum_{i=1}^{m} X_i \tag{11}$$

A tensão inversa parcial evolui de acordo com a equação diferencial [13]:

$$dX_i = \frac{2}{3} \cdot h_i \cdot d\varepsilon_P - \zeta_i \cdot X_i \cdot d\overline{\varepsilon}_P, \qquad (12)$$

onde,  $h \in \zeta$ , são constantes do material,  $d\varepsilon_P$ , é o incremento de deformação plástica e  $d\overline{\varepsilon}_P$ , o incremento de deformação plástica acumulada.

Assumindo que as direções dos incrementos de deformação plástica são constantes durante cada instante *i*, a equação anterior pode ser integrada na seguinte forma [13]:

$$X_{i} = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \frac{h}{\zeta} - \left(\sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \frac{h}{\zeta} - X_{i-1}\right) \cdot \exp\left(-\zeta \cdot \Delta \bar{\varepsilon}_{P}\right)$$
(13)

Pela aplicação da Eq. (11) obtém-se a expressão da tensão inversa para o primeiro carregamento, em função da deformação plástica, sendo que  $\frac{h}{\zeta}$  e  $\zeta$  representam o respetivo valor e taxa de saturação [13]:

$$X = \frac{h}{\zeta} \cdot (1 - \exp\left(-\zeta \cdot \bar{\varepsilon}_{P}\right)) \tag{14}$$

A determinação dos parâmetros de ambas as leis de encruamento, h,  $\zeta$ , b, Q, assim como a tensão de cedência,  $\sigma_{y0}$ , é fundamental para o estudo da evolução do comportamento do material. A obtenção destes parâmetros baseia-se numa metodologia que consiste essencialmente no ajustamento de curvas de tensão-deformação plástica acumulada numéricas (estimadas pelas leis de encruamento, considerando uma solução inicial dos parâmetros), às curvas experimentais. Esta metodologia tem como principal intento otimizar os parâmetros do material minimizando o erro entre as curvas, através do Solver, um suplemento existente no software Microsoft Excel

## 3. IDENTIFICAÇÃO DOS PARÂMETROS MATERIAIS

A abordagem seguida ao longo deste capítulo tem por base os resultados experimentais obtidos por Branco, [3], onde foram efetuados ensaios de fadiga oligocíclica, para a liga em estudo, em controlo de deformação usando provetes normalizados. As amplitudes de deformação uniaxiais consideradas,  $\frac{\Delta\varepsilon}{2}$ , foram 1,75%, 1,5%, 1,25%, 1%, 0,8%, 0,7% e 0,6%. Estudaram-se três razões de deformação,  $R_{\varepsilon}$  nomeadamente -1, 0 e 0,5.

Branco, [3] identificou que o comportamento saturado, independentemente da amplitude de deformação, é alcançado após uma vida relativamente curta, inferior a 5%, sendo a maioria da vida, cerca de 90%, passada num estado cíclico estável. Desta forma, através destes dados experimentais selecionaram-se ciclos intermédios, representativos do comportamento estável do material, para a identificação dos parâmetros de encruamento, e, posteriormente, para validação das simulações realizadas no ADINA®.

A identificação dos parâmetros materiais foi feita com base no ajustamento entre curvas de tensão-deformação plástica acumulada: experimentais e numéricas, em simultâneo com a análise comparativa entre os resultados experimentais e as simulações executadas no ADINA®, ou seja, através do Solver, efetuou-se o ajustamento das curvas tendo-se obtido uma aproximação inicial dos parâmetros cujos valores foram posteriormente verificados pela comparação entre curvas de histerese de tensão-deformação experimentais e as simuladas. O procedimento descrito nas próximas subsecções segue a metodologia proposta por Prates, [8].

Salienta-se ainda que, este tipo de modelo constitutivo que se pretende implementar, possuiu capacidade limitada para reproduzir a relaxação da tensão média nos casos onde elevadas amplitudes de deformação são aplicadas, devido à rápida ocorrência da relaxação da tensão média [21].

## 3.1. Curvas Experimentais de Tensão e de Deformação Plástica Acumulada

Para obtenção das curvas de tensão-deformação pretendidas, é necessário, primeiramente, converter as tensões e deformações convencionais, obtidas experimentalmente, em variáveis reais pelas seguintes equações [22]:

$$\sigma = \sigma_{conv} \cdot (1 + \varepsilon_{conv}), \tag{15}$$

$$\varepsilon = \ln(1 + \varepsilon_{conv}),\tag{16}$$

Posteriormente, foram calculadas as curvas de tensão em função da deformação total acumulada. O cálculo da deformação total acumulada,  $\bar{\varepsilon}$ , é o resultado da soma de incrementos de deformação,  $\Delta \varepsilon$ , correspondentes à diferença absoluta entre deformações, medidas em instantes sucessivos. Após esta transformação dos dados experimentais, foram selecionados 10 ciclos intermédios que caracterizam o comportamento que a liga exibe durante a sua utilização efetiva. As curvas de tensão em função da deformação total acumulada, para os ciclos selecionados, são apresentadas na Figura 3.1.



**Figura 3.1** Representação da curva de tensão-deformação total acumulada baseada nos dados recolhidos para o ensaio de fadiga oligocíclica experimental de  $\frac{\Delta \varepsilon}{2}$  = 1,75% e razão de deformação, R<sub>e</sub> = -1.

Na Figura 3.1 distingue-se o regime elástico correspondente aos troços retos, podendo ser definido pela lei de Hooke. Logicamente, de forma a se obterem as curvas de tensão em função da deformação plástica acumulada, proceder-se-ia à subtração das deformações elásticas,  $\varepsilon_e$ , calculadas pela lei de Hooke, Eq. (17), à deformação total acumulada, no entanto, a lei de Hooke expressa na forma apresentada apenas é válida para o comportamento à tração.

$$\varepsilon_e = \frac{\sigma}{E},\tag{17}$$

Na Figura 3.2 mostra-se a curva de deformação plástica acumulada inicialmente estimada pela subtração da componente elástica, onde é possível verificar-se a presença do regime elástico nas trajetórias de inversão do carregamento.



**Figura 3.2** Representação da curva de tensão-deformação plástica acumulada inicialmente estimada com base nos dados recolhidos para o ensaio de fadiga oligocíclica experimental de  $\frac{\Delta \varepsilon}{2}$  = 1,75% e razão de deformação, R<sub>e</sub> = -1

De modo, a obter a curva pretendida procede-se à seleção e eliminação da gama de valores relativos à componente elástica. A seleção de valores a remover foi feita através de uma linha de tendência que se faz passar somente pelos pontos correspondentes ao regime elástico, sendo que os valores ajustados na linha com um coeficiente de correlação  $R \ge 0,9990$  foram eliminados. Assim, obteve-se a curva de tensão deformação plástica acumulada pretendida, apresentada na Figura 3.3.



**Figura 3.3** Representação da curva de tensão-deformação plástica acumulada baseada nos dados recolhidos para o ensaio de fadiga oligocíclica experimental de  $\frac{\Delta \varepsilon}{2}$  = 1,75% e razão de deformação, R<sub>e</sub> = -1

Efetuou-se este processo para as amplitudes de deformação de 1,5%, 1% e 0,8%, com razão de deformação de -1. Após esta etapa, procedeu-se ao cálculo das tensões numéricas em função dos valores de deformação plástica acumulada, determinados nesta subsecção. Estas tensões são calculadas utilizando as leis de encruamento descritas no capítulo anterior, sendo posteriormente ajustadas pela otimização dos parâmetros de encruamento.

## 3.2. Curvas Numéricas de Tensão-Deformação Plástica Acumulada

As tensões numéricas são calculadas com base nas leis de encruamento isotrópico e cinemático, representando a soma algébrica das tensões de escoamento  $\sigma_y$  com as tensões inversas X. O cálculo das tensões inversas teve como base a abordagem feita por Prates, [20]. Neste artigo, a velocidade de translação do centro da superfície de cedência é descrita pelo modelo de encruamento cinemático de Lemaitre-Chaboche, [16, [18, [20]:

$$X' = C_X \left( X_{Sat} \cdot \frac{\sigma' - X'}{\overline{\sigma}} - X' \right) \cdot \dot{\overline{\varepsilon}},\tag{18}$$

onde  $\dot{\bar{\varepsilon}}$  é a taxa de deformação plástica equivalente,  $\bar{\sigma}$  é a tensão equivalente e  $C_X$  e  $X_{Sat}$  são os parâmetros de encruamento cinemático que representam, respetivamente, a taxa de

saturação e o valor de saturação do encruamento cinemático exponencial, dado pela equação [20, [18]:

$$X = X_{Sat} (1 - \exp\left(-C_X \cdot \bar{\varepsilon}_P\right)) \tag{19}$$

Para o caso de solicitações uniaxiais cíclicas, a equação de Lemaitre-Chaboche pode ser integrada de forma a obter as tensões inversas durante o percurso de carga (índice L-Loading) e de inversão de carga (índice RL - Reverse Loading), [20]:

$$X^{L} = X_{Sat} + (X_{0}^{L} - X_{Sat}) \cdot \exp\left(-C_{X}\left(\bar{\varepsilon}_{p} - \bar{\varepsilon}_{p0}^{L}\right)\right)$$
(20)

$$X^{RL} = -X_{Sat} + (X_0^{RL} + X_{Sat}) \cdot \exp(-\mathcal{C}_X(\bar{\varepsilon}_p - \bar{\varepsilon}_{p0}^{RL}))$$
(21)

Assim, para determinar os parâmetros pretendidos, igualou-se a lei de encruamento cinemático não linear de Armstrong-Frederick, válida para o primeiro carregamento, Eq. (14), com a Eq. (19), resultando as seguintes relações:

$$X_{Sat} = \frac{h}{\zeta} \tag{22}$$

$$C_X = \zeta \tag{23}$$

Por substituição de  $X_{sat}$  e  $C_x$ , obtêm-se as equações anteriores em função dos parâmetros pretendidos e da deformação plástica acumulada calculada:

$$X^{L}(\bar{\varepsilon}_{P_{t}}) = \frac{h}{\zeta} + \left(X_{0}^{L} - \frac{h}{\zeta}\right) \cdot \exp\left(-\zeta \cdot \left(\bar{\varepsilon}_{P_{t}} - \bar{\varepsilon}_{P_{t_{0}}}^{L}\right)\right),\tag{24}$$

$$X^{RL}(\bar{\varepsilon}_{P_{t}}) = -\frac{h}{\zeta} + \left(X_{0}^{RL} + \frac{h}{\zeta}\right) \cdot \exp\left(-\zeta \cdot \left(\bar{\varepsilon}_{P_{t}} - \bar{\varepsilon}_{P_{t_{0}}}^{RL}\right)\right),\tag{25}$$

em que,  $X_0^L$  e  $\bar{\varepsilon}_{P_{t_0}}^L$ , são respetivamente a tensão inversa e a deformação plástica no início do percurso de carregamento, sendo que inicialmente consideram-se iguais a zero.  $X_0^{RL}$  e  $\bar{\varepsilon}_{P_{t_0}}^{RL}$ , são respetivamente a tensão inversa e a deformação plástica no início da trajetória de inversão de carga. Desta forma, a Eq. (24) e (25), relacionam-se pela condição:  $X_0^{RL} = X^L(\bar{\varepsilon}_{P_t} = \bar{\varepsilon}_{P_{t_0}}^{RL})$ .

No artigo de Prates , [20], o cálculo das tensões de escoamento  $\sigma_y$  é feito com base na lei de Voce, Eq. (26).

$$Y = Y_o + (Y_{Sat} - Y_o)(1 - \exp(-\mathcal{C}_Y \cdot \bar{\varepsilon}_P)), \tag{26}$$

Esta lei é semelhante à lei de encruamento exponencial aplicada pelo ADINA®, onde Y e  $Y_o$ , correspondem respetivamente à tensão de escoamento,  $\sigma_y$ , e à tensão de cedência inicial,  $\sigma_{y0}$ .  $C_Y$  e  $Y_{Sat}$ , são as respetivas: taxa de saturação e a tensão de saturação de escoamento relativo ao encruamento isotrópico.

Relacionando a lei de encruamento exponencial, Eq. (10), com a lei de Voce, obtêm-se as seguintes igualdades:

$$Q = Y_{Sat} - Y_o \tag{27}$$

$$b = C_{\rm V} \tag{28}$$

As tensões numéricas são então determinadas pela soma das tensões inversas, Eq. (24) e (25), com as tensões de escoamento, Eq. (10), através das fórmulas referidas por, Prates, [20]:

$$\sigma_{Num}^{L}(\bar{\varepsilon}_{P}) = X^{L}(\bar{\varepsilon}_{P}) + \sigma_{y}(\bar{\varepsilon}_{P})$$
<sup>(29)</sup>

$$\sigma_{Num}^{RL}(\bar{\varepsilon}_P) = X^{RL}(\bar{\varepsilon}_P) - \sigma_y(\bar{\varepsilon}_P)$$
<sup>(30)</sup>

Assim, com uma solução inicial dos parâmetros incógnitos obtêm-se as curvas de tensões numéricas em função da deformação plástica acumulada, sendo possível procedese ao ajustamento destas curvas às curvas experimentais, determinadas em 3.1.

### 3.3. Otimização dos Parâmetros

A obtenção dos parâmetros constitutivos baseia-se na minimização de uma função objetivo, f(A), que traduz a diferença entre os valores numéricos e valores de referência, sendo, **A**, o vetor das constantes do material a otimizar. A função objetivo é formulada através do método dos mínimos quadrados, [20]:

$$f(\mathbf{A}) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} (r_i(\mathbf{A}))^2,$$
(31)

*n* é o número total de medições e  $r_i(\mathbf{A})$  é o valor residual no instante i. O valor residual pode ser definido por diferenças relativas [20]:

$$r_i(\boldsymbol{A}) = \frac{g_i^{Num}(\boldsymbol{A}) - g_i^{Ref}}{g_i^{Ref}},$$
(32)

ou por diferenças absolutas [20],

$$r_i(\boldsymbol{A}) = g_i^{Num}(\boldsymbol{A}) - g_i^{Ref}.$$
(33)

Sendo  $g_i^{Num}(A) \in g_i^{Ref}$ , respetivamente, os valores previstos numericamente e os valores de referência, medidos no instante i.

A função objetivo do caso em estudo expressa a diferença entre as curvas, de tensão-deformação plástica acumulada obtidas por via, numérica e por via experimental, ao longo dos trajetos de carregamento, *L*, e inversão de carregamento, *RL*. Deste modo, a minimização da diferença entre as curvas é definida por [20]:

$$f(A) = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{m} \left( \frac{\sigma_{Num}^{L}(\bar{\varepsilon}_{P_{i}}) - \sigma_{Exp}^{L}(\bar{\varepsilon}_{P_{i}})}{\sigma_{Exp}^{L}(\bar{\varepsilon}_{P_{i}})} \right)^{2} + \frac{1}{r} \sum_{i=1}^{r} \left( \frac{\sigma_{Num}^{RL}(\bar{\varepsilon}_{P_{i}}) - \sigma_{Exp}^{RL}(\bar{\varepsilon}_{P_{i}})}{\sigma_{Exp}^{RL}(\bar{\varepsilon}_{P_{i}})} \right)^{2}, \tag{34}$$

sendo que as tensões são expressas em função da deformação plástica acumulada e, *m* e *r*, representam o número total de valores em carregamento e na inversão de carregamento, respetivamente. O vetor de parâmetros a otimizar é definido por  $A = [\sigma_{y0}, Q, b, h, \zeta]$ , em que a estimativa inicial considerada foi adaptada do trabalho de Antunes, [8], onde se identificaram um conjunto de parâmetros materiais correspondentes às leis de Voce e de Lemaitre-Chaboche, apresentados na Tabela 3.1, válidos para a caracterização do comportamento cíclico da liga AA 7050-T6 em controlo de amplitudes de deformação total de 1 % (com  $R_{\varepsilon} = -1$ ,  $R_{\varepsilon} = 0$  e  $R_{\varepsilon} = 0,5$ ), 1,25% (com  $R_{\varepsilon} = -1$ ) e 1,5% (com  $R_{\varepsilon} = 0$  e  $R_{\varepsilon} = 0,5$ ).

**Tabela 3.1** Valores obtidos para os parâmetros de encruamento relativos às leis de Voce e Lemaitre-<br/>Chaboche, para a liga AA 7050-T6, por Antunes, [8].

Parâmetros da Lei de Voce			Parâmetros da Lei de Lemaitre-Chaboche		
Y <sub>0</sub> [MPa]	Y <sub>Sat</sub> [MPa]	C <sub>Y</sub>	C <sub>X</sub>	X <sub>Sat</sub> [MPa]	
420,50	420,50	3,806	228,91	198,35	

Convertendo estes valores através das Eq. (22), (23), (27) e (28), obtém-se os valores dos parâmetros constituintes do vetor *A*, Tabela 3.2, que serão usados como solução inicial para a aproximação das curvas.

Parâmetros da Lei Exponencial		Parâmetros da Lei de Armstrong-Frederick		
$\sigma_{y0}$ [MPa]	Q [MPa]	b	h [MPa] ζ	
420,50	0	3,806	45404,30	228,91

Tabela 3.2 Valores utilizados como solução inicial tendo sido calculados com base nos valores da Tabela 3.1.

Através da solução inicial, é feita uma primeira aproximação das curvas, tensãodeformação plástica acumulada, numéricas às experimentais, dimensionando a ordem de grandeza dos parâmetros da liga.

Este procedimento foi apenas efetuado para as amplitudes de 1,75%, 1,5%, 1% e 0,8% para as razões de deformação de -1 e funciona como uma primeira abordagem na identificação dos parâmetros de encruamento da liga em estudo, no entanto, a otimização dos mesmos foi feita em simultâneo com as simulações numéricas da liga para as diferentes amplitudes e razões de deformação, através da comparação das curvas obtidas no ADINA® com as curvas experimentais.

## 3.4. Simulações Numéricas

Dependendo do tipo de ensaio, material e das propriedades que se pretendem avaliar os provetes devem reunir as condições geométricas necessárias para garantir a distribuição de tensões e deformações em toda a zona útil, pois é nesta zona que se encontra o extensómetro que recolhe os valores das variáveis pretendidas [23]. De forma a simplificar o problema em estudo, e partindo do pressuposto que as tensões e deformações se encontram concentradas e distribuídas na zona útil, o provete foi reduzido a um cubo que pretende simular o comportamento registado pelo extensómetro nessa zona. Por forma a validar este pressuposto, através do ADINA® simulou-se um ensaio de fadiga oligocíclica num modelo representativo de ¼ dos provetes normalizados utlizados por Branco, [3], Figura 3.4.

Na Figura 3.5, apresenta-se o ensaio realizado no modelo criado onde se verifica, a cor vermelha, a concentração das deformações na zona útil, confirmando o pressuposto.



Figura 3.4 Representação do provete normalizado usado por Branco, [3], nos ensaios de fadiga oligocíclica em controlo de deformação.



**Figura 3.5** Resultado do ensaio aplicado no modelo representativo de ¼ de provete utilizado por Branco, [3], com aumento da escala de deformação.

Assim, as simulações realizaram-se num sólido cúbico tridimensional de volume unitário, em  $mm^3$ . Sabendo que as deformações calculadas pelo ADINA® correspondem à Eq. (35):

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{L_0},\tag{35}$$

aplicaram-se deslocamentos,  $\Delta l$ , de 0,0175 a 0,0060 *mm* que obedeciam a uma função sinusoidal, responsável pela inversão do sentido do deslocamento aplicado, de acordo com a razão de deformação -1. O cubo foi ainda subdividido em 1000 elementos sólidos tridimensionais com 27 nós por cada elemento, Figura 3.6.

Como referido anteriormente, o modelo plástico-cíclico é o modelo que permite equacionar o problema em estudo, através das leis constitutivas de tensões e deformações, com as leis de encruamento e o critério de von Mises. É através deste modelo que se definem as propriedades e os parâmetros de encruamento do material. Na Figura 3.7 apresenta-se a interface relativa ao modelo plástico-cíclico, onde se inseriram os valores relativos ao módulo de elasticidade, em *Pa*, e ao coeficiente de Poisson, apresentados na Tabela 2.2. Na Figura 3.8 mostram-se as interfaces correspondentes à definição dos parâmetros relativos às leis de encruamento isotrópico, Figura 3.8 (a), e cinemático, Figura 3.8 (b).



Figura 3.6 Representação do cubo criado no ADINA<sup>®</sup>, dividido em 1000 elementos com 27 nós por elemento.

Na Figura 3.9, apresentam-se as condições de fronteira e o deslocamento aplicado no cubo na direção de X. Restringiu-se o cubo em 3 faces: a face identificada pela letra E, que foi restringida na direção de X, a face respetiva à base do cubo representada pela letra B, onde se restringiu o movimento segundo Z, e por fim, a face correspondente à letra C, restringida na direção de Y.

Define Plastic-Cyclic Material	>				
Add Delete Copy Save	Discard				
*** For truss, beam, 2-D solid, 3-D solid and she	ell elements*** Cancel				
Material Number: 2 ~					
Description: NONE					
Young's Modulus: 71700	Density: 0				
Poisson's Ratio: 0.33 Me	an Coef. of Thermal Expansion: 0				
Stress Integration					
Factor (beta): Automatic 🗸	Isotropic Hardening Rule: 1 🗸				
Maximum # Iterations: 100	Kinematic Hardening Rule: 1 🗸				
Convergence Tolerance: 1e-012	Rupture Rule: 0 🗸				

Figura 3.7 Interface do ADINA® relativo à definição das propriedades mecânicas do material em estudo.

Figura 3.8 Interfaces do ADINA<sup>®</sup> relativos à definição dos parâmetros de encruamento do material em estudo.

Desta forma, dá-se início a uma série de simulações para as várias amplitudes de deformação permitindo a identificação dos parâmetros de encruamento da liga e a caracterização do comportamento estável da liga para as diferentes solicitações.



Figura 3.9 Representação das condições de fronteira estabelecidas e do deslocamento de 0,0175 mm aplicado no cubo.

## 4. ANÁLISE E DISCUSSÃO DE RESULTADOS

Na Figura 4.1, apresenta-se o comportamento típico da liga AA 7050-T6 através das curvas de histerese resultantes de ensaios de fadiga oligocíclica efetuados em controlo de deformação total, para as mesmas amplitudes e razões de deformação consideradas no presente estudo [4]. A figura indica a tracejado os circuitos tensão-deformação correspondentes ao primeiro ciclo, a vermelho os circuitos relativos ao comportamento estável e a preto a curva monótona da liga AA 7050-T6.



Figura 4.1 Resultados experimentais obtidos em ensaios da liga AA 7050-T6 para várias amplitudes e razões de deformação [4].

De um modo geral, é evidente que para elevadas amplitudes e razões de deformação os picos de tração e compressão tendem a descer à medida que o número de ciclos aumenta. A ocorrência de tal fenómeno é devida à relaxação da tensão média [4]. Verifica-se, ainda, que para baixas amplitudes de deformação, a área do ciclo estável, ou seja, a densidade de energia de deformação plástica, é muito mais pequena que a área referente aos primeiros ciclos. No entanto, para maiores amplitudes de deformação, as áreas permanecem aproximadamente constantes [4].

Na Tabela 4.1 apresentam-se os resultados dos ensaios realizados por Branco, [3], relativos às percentagens de amplitude de deformação elástica e plástica registadas para as várias amostras da liga em estudo, onde se verifica a diminuição da amplitude de deformação plástica com o decréscimo da amplitude de deformação total.

Razão de	Referência	Amplitude de Deformação	Amplitude de Deformação Plástica, $\frac{\Delta \varepsilon_p}{2}$ [%]	
Deformação	da Amostra	Elástica, $\frac{\Delta \varepsilon_e}{2}$ [%]		
	D175	0,836	0,915	
	D150	0,789	0,708	
	D125	0,775	0,479	
$R_{\epsilon} = -1$	D100	0,758	0,248	
	D080	0,751	0,130	
	D070	0,709	0,004	
	D060	0,601	0,013	
	D175	0,830	0,923	
	D150	0,780	0,717	
	D125	0,765	0,489	
$R_{\epsilon}=0$	D100	0,751	0,254	
	D080	0,745	0,109	
	D070	0,702	0,004	
	D060	0,596	0,002	
	D175	0,784	0,970	
	D150	0,781	0,714	
$R_{\epsilon} = 0,5$	D125	0,755	0,500	
	D100	0,742	0,264	
	D080	0,732	0,122	
	D070	0,668	0,038	
	D060	0,582	0,015	

Tabela 4.1 Resultados dos ensaios de fadiga oligocíclica obtidos por Branco, [3].

Nos trabalhos anteriormente realizados, [3, [4], é denotado que as amostras solicitadas por amplitudes de deformação de 0,7% e 0,6% são caracterizadas por um comportamento essencialmente elástico, apresentando baixa densidade de energia de deformação plástica. Atendendo ao comportamento exibido por estas amostras, e pelo facto do modelo constitutivo caracterizar essencialmente o comportamento plástico, tornou-se impraticável, pelo procedimento adotado neste trabalho, quer a identificação dos parâmetros materiais, quer a simulação do comportamento estável para estas amplitudes de deformação.

Na Figura 4.2, apresenta-se a curva de tensão-deformação total acumulada obtida para um ensaio em controlo de amplitude de deformação de 0,7%, onde se verifica o comportamento predominantemente elástico da liga, o que impossibilitou obter a curva de tensão-deformação plástica acumulada, que é necessária para a identificação dos parâmetros.



**Figura 4.2** Curva de tensão-deformação total acumulada obtida com base nos valores experimentais recolhidos para o ensaio em controlo de amplitude de deformação de 0,7%, com razão de deformação de - 1, para o material em estudo.

Neste contexto, a análise e discussão incidirá nas amplitudes de deformação entre 1,75% e 0,8%, com razões de deformação -1, 0 e 0,5.

O desenvolvimento deste capítulo segue com a apresentação dos resultados numéricos obtidos, sendo posteriormente feita uma análise comparativa entre os ciclos tensão-deformação estáveis numéricos e experimentais. Procede-se ainda, à comparação das curvas de tensão-deformação cíclicas, e ao estudo da densidade de energia de deformação total experimental e numérica, de modo a identificar o erro entre as áreas delimitadas pelos respetivos ciclos estáveis.

### 4.1. Simulações Numéricas

Na sequência do capítulo anterior, obtiveram-se dois conjuntos de parâmetros materiais, procedendo-se, primeiramente, com a análise dos resultados relativos às amplitudes de deformação de 1,75% a 1% e, de seguida, com a análise dos resultados obtidos para a amplitude de deformação de 0,8%.

# 4.1.1. Ensaios em Controlo de Amplitude de Deformação de 1,75% a 1%

Na Tabela 4.2 apresentam-se os parâmetros materiais que simulam o comportamento estável da liga AA 7050-T6 para as amplitudes de deformação de 1,75%, com razões de deformação de -1 e 0, e 1,5%, 1,25% e 1%, com razões de deformação de -1, 0 e 0,5. No Apêndice A, mostram-se as comparações entre os ciclos estáveis experimentais e numéricos para estas amplitudes e razões de deformação.

**Tabela 4.2** Valores dos parâmetros de encruamento otimizados da liga AA 7050-T6 em controlo de<br/>amplitude de deformação total,  $\frac{\Delta \varepsilon}{2}$ , de 1,75%, 1,5%, 1,25% e 1%, com R<sub> $\varepsilon$ </sub>, -1, 0 e 0,5.

Parâmetros da Lei Exponencial			Parâmetros da Lei de Armstrong-Frederick		
$\sigma_{y0}$ [MPa]	<b>Q</b> [MPa]	b	h [MPa]	ζ	
425,56	-10,97	3,806	47500	293	

De modo geral, conseguiu-se um bom ajustamento entre as curvas de histerese experimentais e numéricas, como exemplo, apresenta-se na Figura 4.3, a comparação entre as curvas para o ensaio em controlo de amplitude de deformação total de 1,75%, com razão de deformação 0. Nesta figura observa-se a conformidade entre as áreas delineadas pelas curvas numéricas e as experimentais, verificando-se a mesma concordância para as restantes amplitudes de deformação, à exceção da amplitude de deformação de 1%, com razões de deformação de 0, Figura 4.4 (a), e 0,5, Figura 4.4 (b), onde se observa a relaxação da tensão média do primeiro para o segundo ciclo e se verifica alguma discrepância entre as áreas delimitadas pelas curvas experimentais e numéricas. No entanto, pode-se afirmar que o



conjunto de parâmetros identificados é capaz de caracterizar o comportamento estável da liga.

Figura 4.3 Comparação entre respostas cíclicas obtidas por ensaios experimentais e pelo ADINA<sup>®</sup> da liga em estudo, em controlo de amplitude de deformação de 1,75% e razão de deformação 0.



Figura 4.4 Comparação entre respostas cíclicas obtidas por ensaios experimentais e pelo ADINA<sup>®</sup> da liga em estudo, em controlo de amplitude de deformação de 1% e razão de deformação: (a) 0; (b) 0,5.

# 4.1.2. Ensaios em Controlo de Amplitude de Deformação de 0,8%

Na Tabela 4.3 apresentam-se os parâmetros materiais identificados para a simulação do comportamento cíclico da liga AA 7050-T6 quando solicitada em controlo de

amplitude de deformação total de 0,8%, com razões de deformação de -1 e 0, apresentandose as respetivas comparações entre ciclos estáveis experimentais e numéricos na Figura 4.5.

**Tabela 4.3** Valores dos parâmetros de encruamento otimizados da liga AA 7050-T6 em controlo de amplitude de deformação total,  $\frac{\Delta \varepsilon}{2}$ , de 0,8%, com R<sub> $\varepsilon$ </sub>, -1 e 0.

Parâmetros da Lei Exponencial			Parâmetros da Lei de Armstrong-Frederick		
$\sigma_{y0}$ [MPa]	<b>Q</b> [MPa]	b	h [MPa]	ζ	
405	-10,97	3,806	250000	1900	



Figura 4.5 Comparação entre respostas cíclicas obtidas por ensaios experimentais e pelo ADINA<sup>®</sup> da liga em estudo, em controlo de amplitude de deformação de 0,8% e razão de deformação: (a) -1; (b) 0.

À semelhança do que foi demonstrado na subsecção anterior, é possível observar-se um ajustamento razoável entre ambas as curvas, apesar do comportamento para esta amplitude de deformação ser maioritariamente elástico. Neste caso, para a razão de deformação de 0, Figura 4.5, (b), observa-se um ligeiro amaciamento cíclico do material, evidenciando-se uma variação da tensão máxima na fase de carga. Os resultados numéricos da simulação com amplitude de deformação de 0,8% e razão de deformação 0,5, apresentaram um desfasamento entre as áreas das curvas de histerese experimentais e numéricas significativo. Atendendo a que o comportamento experimental, nestes casos, se aproxima da resposta cíclica exibida nas amplitudes de deformação de 0,7% e 0,6%,

procedeu-se com as simulações para estas amplitudes de deformação, com razão de deformação -1, recorrendo-se aos parâmetros materiais da Tabela 4.3. Ainda assim, a resposta cíclica não foi a esperada, evidenciando-se igualmente um desfasamento entre as curvas experimentais e numéricas.

Os resultados obtidos para as amplitudes de deformação de 0,7% e 0,6%, com razão de deformação -1 e 0,8%, com razão de deformação 0,5, são apresentados no Apêndice B.

#### 4.2. Comparações entre Ciclos Estáveis

Nesta secção faz-se a comparação entre ciclos estáveis numéricos e experimentais, para as diferentes amplitudes de deformação, com a mesma razão de deformação. Para facilitar a comparação, os circuitos de histerese são representados em coordenadas relativas fazendo-se coincidir os máximos compressivos na origem.

Na Figura 4.6, representam-se os ciclos estáveis resultantes dos ensaios referentes às amplitudes de deformação de 1,75% a 0,8%, com razão de deformação -1. A cor vermelha, encontram-se as curvas numéricas e a preto as curvas experimentais. Na generalidade, evidencia-se uma semelhança assinalável entre os ciclos estáveis, sendo que as maiores diferenças ocorrem na parte final da fase de descarga.

Os circuitos relativos aos ensaios com razão de deformação 0, Figura 4.7, apresentam maiores discrepâncias entre as curvas experimentais e numéricas. Tal como no caso anterior, exibem discordâncias nos trajetos de descarga, no entanto, as maiores diferenças surgem nas trajetórias de carga. Apesar destas discrepâncias, globalmente, as formas dos circuitos são bastante próximas das observadas experimentalmente.

Na Figura 4.8 apresentam-se os ciclos estáveis experimentais e numéricos relativos às amplitudes de deformação de 1,5% a 0,8%, com razão de deformação 0,5. Nesta situação observa-se menor concordância das curvas, sendo este o caso onde se identificam maiores diferenças. No caso dos resultados obtidos para os ensaios em controlo de amplitude de deformação de 1,5%, Figura 4.10, destaca-se o facto dos ciclos estáveis numéricos não atingirem os 3% de deformação total como seria previsto.



Figura 4.6 Comparação entre ciclos estáveis experimentais e numéricos, com as extremidades inferiores unidas na origem, para a razão de deformação -1.



Figura 4.7 Comparação entre ciclos estáveis experimentais e numéricos, com as extremidades inferiores unidas na origem, para a razão de deformação 0.



Figura 4.8 Comparação entre ciclos estáveis experimentais e numéricos, com as extremidades inferiores unidas na origem, para a razão de deformação 0,5.

Numa diferente perspetiva, sobrepuseram-se os vários ciclos estáveis relativos à amplitude de deformação 1,5%, para as razões de deformação de -1 (a roxo), 0 (a vermelho), e 0,5 (a azul). Na Figura 4.9, encontram-se os ciclos estáveis provenientes dos resultados experimentais, onde se evidencia a semelhança entre circuitos. Este comportamento é consequência da rápida relaxação da tensão média para esta amplitude de deformação [4].



Figura 4.9 Comparação entre ciclos estáveis obtidos experimentalmente por Branco, [3], com amplitude de deformação 1,5% e diferentes razões de deformação.

Na Figura 4.10, os circuitos correspondentes às razões 0 e 0,5 não atingem os 3% de deformação. Tal ocorrência foi anteriormente evidenciada na Figura 4.8, o que pode ser consequência de possíveis erros numéricos ocorridos durante a fase de descarga.



Figura 4.10 Comparação entre ciclos estáveis obtidos numericamente com amplitude de deformação 1,5% e diferentes razões de deformação.

### 4.3. Curvas de Tensão-Deformação Cíclicas

Nos trabalhos realizados sobre a liga AA 7050-T6, utilizando as mesmas condições deste estudo, [4], concluiu-se que, independentemente da razão de deformação, é observado amaciamento ciclico. Este comportamento é apresentado na Figura 4.11 (a), uma vez que as curvas cíclicas (a tracejado), se encontram abaixo da curva monotona, (a preto). O amaciamento da liga é afetado pela razão de deformação, assim como pela amplitude de deformação, sendo que para baixas amplitudes de deformação a acumulação de deformação plástica por ciclo não é suficiente e, consequentemente, a relaxação da tensão média não é total, e, por isso, os ciclos estáveis são diferentes entre si. Pelo contrário, para amplitudes de deformação superiores, por consequência do fenómeno da relaxação da tensão média, as curvas de histerese a meia vida tendem a ser semelhantes [4].



Figura 4.11 Curvas cíclicas referentes às razões de deformação -1, 0 e 0,5 obtidas pelos ensaios em controlo de amplitude de deformação 1,5%: (a) experimentais, [4]; (b) numéricos

A Figura 4.11 (b) apresenta as curvas referentes aos resultados numéricos obtidos com amplitude de deformação 1,5% e razões de deformação -1 (tracejado a verde), 0 (tracejado a vermelho), e 0,5 (tracejado a azul). Comparativamente às curvas experimentais, as curvas numéricas apresentam menor amaciamento cíclico, não sendo tão afetadas pela razão de deformação. Nesta figura, observa-se que a curva relativa à razão de

deformação -1 está ligeiramente abaixo das outras curvas, sendo que tal pode encontrar-se relacionado com os erros numéricos ocorridos na fase de descarga.

## 4.4. Densidade de Energia de Deformação Total

Na Tabela 4.4 apresentam-se as variações de densidade de energia de deformação plástica,  $\Delta W_p$ , e elástica positiva,  $\Delta W_{e+}$ , para as respetivas razões e amplitudes de deformação obtidas através do cálculo da área dos circuitos estáveis.

		Resultados Numéricos		Resultados Experimentais	
Razão de Amplitude	Amplitude de Deformação	$\Delta W_p$ [MJ/m <sup>3</sup> ]	$\Delta W_{e+}$ [MJ/m <sup>3</sup> ]	ΔW <sub>p</sub> [MJ/m <sup>3</sup> ]	$\Delta W_{e+}$ [MJ/m <sup>3</sup> ]
	1,75%	19,88	2,32	19,26	2,29
	1,50%	14,32	2,24	12,98	2,27
$R\epsilon = -1$	1,25%	9,17	2,13	8,79	2,12
	1,00%	4,87	1,85	4,22	2,03
	0,80%	1,43	1,82	1,13	1,94
$R\varepsilon = 0$	1,75%	18,96	2,40	19,23	2,44
	1,50%	13,42	2,40	12,62	2,35
	1,25%	8,23	2,39	7,71	2,28
	1,00%	3,99	2,36	3,69	2,17
	0,80%	1,09	2,01	1,01	2,11
Rε = 0,5	1,50%	12,48	2,39	12,31	2,49
	1,25%	7,65	2,38	7,21	2,33
	1,00%	3,68	2,40	3,22	2,21

**Tabela 4.4** Densidades de energia de deformação plástica e elástica calculadas para as diferentes razões e<br/>amplitudes de deformação.

A soma algébrica de  $\Delta W_p$  e  $\Delta W_{e+}$ , Eq. (36), permite avaliar as variações de densidade de energia de deformação total numéricas e experimentais.

$$\Delta W_{t} = \Delta W_{p} + \Delta W_{e+}, \qquad (36)$$

Na Figura 4.12, encontram-se representadas as razões entre as variações de densidade de deformação total, experimentais e numéricas, correspondentes às amplitudes e razões de deformação em análise.

Esta figura permite identificar o erro associado às diferenças entre os ciclos estáveis experimentais e numéricos. Analisando o gráfico observa-se que a razão entre a variação de densidade de energia de deformação, obtida para cada um dos ensaios, não demostra ser afetada pelas amplitudes e razões de deformação aplicadas. Nota-se, ainda, que o erro entre ciclos estáveis experimentais e numéricos é relativamente baixo, sendo, de um modo geral, inferior a 10%.



**Figura 4.12** Representação gráfica da razão entre variações de densidades de energia total, experimentais e numéricas, correspondentes a amplitudes de deformação entre 1,75% e 0,8%, com razões de deformação - 1, 0 e 0,5.

## 5. CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS

O principal objetivo deste trabalho consistia na implementação de um modelo constitutivo capaz de simular o comportamento estável da liga de alumínio AA 7050-T6 sob o efeito de amplitudes de deformação entre 0,6% e 1,75%, com razões de deformação de -1, 0 e 0,5. Recorrendo ao modelo plástico cíclico do ADINA® e com base na metodologia abordada por Prates, [20], obtiveram-se dois conjuntos de parâmetros de encruamento, conseguindo-se simular o comportamento da liga, durante a sua vida útil, quando solicitada ciclicamente por amplitudes de deformação de 1,5% a 1%, com razão de deformação -1, 0 e 0,5 e de 1,75% e 0,8%, com razão de deformação de -1 e 0.

A resposta cíclica obtida através das simulações numéricas dos ensaios em controlo de amplitude de deformação de 0,7%, 0,6%, (com razão de deformação -1, 0 e 0,5) e 0,8% (com razão de deformação 0,5), apresentaram um comportamento diferente do verificado nas curvas de histerese de tensão-deformação obtidas por ensaios experimentais. Atendendo ao facto do comportamento exibido em ensaios em controlo de deformação de 0,7% e 0,6% ser predominantemente elástico, também não foi possível identificar os parâmetros materiais para estes casos. Assim, para estes casos, não foi possível simular o comportamento da liga numericamente.

Comparando os ciclos experimentais e numéricos estáveis, concluiu-se que o afastamento entre ciclos progride com o aumento da razão de deformação, sendo que tal ocorrência pode ser devida a erros numéricos na fase de descarga que impedem o modelo de atingir a totalidade da amplitude de deformação.

Através da análise comparativa entre curvas de tensão-deformação cíclicas foi possível identificar que o comportamento de amaciamento é afetado pela amplitude de deformação, no entanto, parece não sofrer alterações em função da razão de deformação.

O modelo apresenta, ainda, capacidade para determinar as energias de deformação plásticas e totais para as diferentes amplitudes e razões de deformação em estudo, tendo-se destacado elevada semelhança entre os resultados numéricos e os experimentais.

Futuramente, sugere-se proceder à investigação do potencial do modelo constitutivo através de simulações de ensaios de fadiga oligocíclica nas mesmas condições

de solicitação, que permitam avaliar o comportamento da liga em função do número de ciclos até à rotura. Propõe-se realizar um estudo que através de análises comparativas com resultados experimentais avalie:

- A evolução da amplitude de tensão ao longo do número de ciclos para diferentes amplitudes de deformação total;
- A evolução da amplitude de tensão para diferentes valores de razão de deformação, fixando a amplitude de deformação total, ao longo do número de ciclos;
- A variação do grau de amaciamento para diferentes valores de amplitude de deformação total e razão de deformação;
- A variação da tensão média em função do número de ciclos;

# **REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

- [1] ASM Specialty Handbook (1996), "Aluminium and Aluminium Alloys", ASM International, J. R. Davis (eds.), Materials Park, Ohio, USA.
- [2] Mouritz, A.P. (2012), "Introduction to Aerospace Materials", Elsevier Science & Technology.
- [3] Branco, M.G.F. (2018), "Estudo do fenómeno de relaxação de tensões na liga de alumínio 7050-T6". Tese de Mestrado em Engenharia Mecânica na especialidade de Produção e Projeto, Departamento de Engenharia Mecânica, Faculdade de Ciências e Tecnologias, Universidade de Coimbra, Coimbra.
- [4] Branco, R. et. al. (2019), "Effect of strain ratio on cyclic deformation behaviour of 7050-T6 aluminium alloy", em: International Journal of Fatigue, Elsevier Science & Technology, 129, pg. 105-234.
- [5] SMITHS, (2018), "7050 Aluminium. Technical Datasheet". Acedido a 2 de julho de 2019, em: https://www.smithmetal.com/pdf/aluminium/7xxx/7050.pdf.
- [6] Horn, V. (1967), "Aluminum, Vol. I: Properties, Physical Metallurgy and Phase Diagrams", American Society for Metals.
- [7] Polmear, I. et. al., (2017), "Light Alloys. Metallurgy of the Light Metals" (5<sup>a</sup> ed.), Butterworth-Heinemann.
- [8] Antunes, F.V. et. al., (2017), "Fatigue Crack Growth Modelling based on CTOD for the 7050-T6 alloy", em: Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures.
- [9] Basan, R. e Marohnić, T. (2016), "Constitutive Modelling and Material Behaviour", Projeto científico na especialidade do desenvolvimento de processos evolucionários para caracterização de tecidos biológicos, Faculdade de Engenharia da Universidade de Rijeka, Rijeka.
- [10] Ottosen, N. e Ristinmaa, M. (2005), "The Mechanics of Constitutive Modeling" (1<sup>a</sup> ed.), Elsevier Science & Technology.
- [11] Dowling, N. (2013), "Mechanical Behavior of Materials Engineering Methods for Deformation, Fracture, and Fatigue" (4<sup>a</sup> ed.), Pearson Education Limited, Edinburgh Gate, Harlow, England.
- [12] Peralta, P. e Laird, C. (2014), "Fatigue of Metals", Em: Laughlin, D. e Hono, K. (eds.), Physical Metallurgy (Fifth edition), Elsevier Science & Technology.
- [13] ADINA, R&D. (2012), "Isothermal plasticity material models Plastic-Cyclic Material Model", Em: "Theory and Modeling Guide. Volume I: ADINA".
- [14] Lee, Y.-L. e Barkey, M.E. (2012), "Fundamentals of Cyclic Plasticity Theories", Em: Lee, Y.-L. et. al., Metal Fatigue Analysis Handbook, Butterworth-Heinemann.

- [15] Timoshenko, S.P. e Goodier, J.N. (1970). "Theory of Elasticity", McGraw-Hill Education, Europe.
- [16] Chaboche, J. L. e Nouailhas, D. (1989), "Constitutive Modeling of Ratchetting Effects—Part I: Experimental Facts and Properties of the Classical Models", Em: Journal of Engineering Materials and Technology.
- [17] Adeeb, S. (2019), "Plasticity: Mathematical Modelling of Plasticity". Acedido a 3 de julho de 2019, em: https://sameradeeb-new.srv.ualberta.ca/constitutive-laws/plasticity/mathematical-modelling-of-plasticity/
- [18] Prates, P. A. et. al. (2014), "On the equivalence between sets of parameters of the yield criterion and the isotropic and kinematic hardening laws.", Em: "International Journal of Material Forming", 8(4), pg. 505-515.
- [19] Ten Horn, C.H.L.J. (2003) "Cyclic Plastic Deformation and Welding Simulation". Tese de Doutoramento em Ciências Aplicadas, da Universidade de Tecnologias de Delft, Delft.
- [20] Prates, P. A. et. al. (2019), "Analytical sensitivity matrix for the inverse identification of hardening parameters of metal sheets", Em: European Journal of Mechanics, A/Solids (2019), 75, pg. 205-215.
- [21] Wu, D. L. et. al. (2015), "Uniaxial mean stress relaxation of 9–12% Cr steel at high temperature: Experiments and viscoplastic constitutive modeling", Em: International Journal of Plasticity", 77, pg. 156-173.
- [22] Chandramouli, R., "Mechanical behavior of crystalline materials", Associate Dean-Research, SASTRA University, Thanjavur-613 401.
- [23] François D. (2013) "Structural Components: Mechanical Tests and Behavioral Laws", Wiley-ISTE, Ecole Centrale de Paris, France.

# **APÊNDICE A**

Neste apêndice apresentam-se as comparações entre ciclos estáveis obtidos pelos ensaios experimentais e pelas simulações executadas no ADINA® através do conjunto de parâmetros da Tabela 4.2. As figuras são relativas aos ensaios em controlo de deformação de:



• 1,75%, com razões de deformação de -1 e 0,

• 1,5%, com razões de deformação de -1, 0 e 0,5.





• 1,25%, com razões de deformação de -1, 0 e 0,5.





• 1%, com razões de deformação de -1, 0 e 0,5.


## **APÊNDICE B**

Neste apêndice apresentam-se as comparações entre ciclos estáveis obtidos pelos ensaios experimentais e pelas simulações executadas no ADINA® através do conjunto de parâmetros da Tabela 4.3. As figuras são relativas aos ensaios em controlo de deformação de:



• 0,8%, com razões de deformação de 0,5;



• 0,7% ,com razões de deformação de -1;

• 0,6%, com razões de deformação de -1.

