UNIVERSIDADE D
COIMBRA

Patrícia Barbosa Vieira

Comportamento de Fundações Superficiais sob Cargas Excêntricas

Behavior of Spread Foundations under Eccentric Loads

Dissertação de Mestrado Integrado em Engenharia Civil, na área de Especialização em Geotecnia, orientada pelo Professor Doutor Paulo Lopes Pinto e pelo Professor Doutor José Grazina.

Maio de 2019

FCTUC DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL
FACULDADE DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
UNIVERSIDADE DE COIMBRA

Patrícia Barbosa Vieira

COMPORTAMENTO DE FUNDAÇÕES SUPERFICIAIS SOB CARGAS EXCÊNTRICAS

BEHAVIOR OF SPREAD FOUNDATIONS UNDER ECCENTRIC LOADS

Dissertação de Mestrado Integrado em Engenharia Civil, na área de Especialização em Geotecnia, orientada pelo Professor Doutor Paulo Lopes Pinto e pelo Professor Doutor José Grazina

Esta Dissertação é da exclusiva responsabilidade do seu autor.
O Departamento de Engenharia Civil da FCTUC declina qualquer responsabilidade, legal ou outra, em relação a erros ou omissões que possa conter.

Coimbra, maio de 2019

AGRADECIMENTOS

A presente dissertação representa o culminar do meu percurso académico, o qual não seria possível sem a intervenção de algumas pessoas, às quais não poderia deixar de agradecer.

Ao Professor Paulo Lopes Pinto, agradeço por todo o incentivo, empenho e apoio, bem como a enorme paciência e disponibilidade que demostrou ao longo do último ano, sem o seu contributo nada disto seria possível. Agradeço-lhe a partilha dos vastos conhecimentos que possui, foi um privilégio.

Ao Professor José Grazina, agradeço a enorme paciência que teve ao longo dos últimos meses, a dedicação e disponibilidade que sempre demostrou, a boa disposição com que sempre me recebeu e pelos sábios conselhos que enriqueceram todo este trabalho. Foi sem dúvida uma ajuda preciosa.

Aos meus pais, por serem a base fundamental de todo o meu caminho e o meu maior exemplo de perseverança. Espero um dia poder retribuir-lhes.

Aos meus amigos, pelos bons momentos passados e pelas histórias inesquecíveis que levamos juntos. À Rita e à Carina um agradecimento especial, por se terem tornado parte da minha família.

À Filipa e à Rafaela, as minhas amigas de sempre, pelo apoio inabalável nos bons e maus momentos.

A toda a minha família, pelo amor e entreajuda, em especial à Mariana, à Cristiana e à Alessandra, por sempre me ajudarem e acreditarem que conseguiria concluir esta etapa. Ao tio Paulo, por todo o orgulho e confiança que sempre demostrou ter em mim.

Ao Bruno agradeço a paciência interminável, bem como toda a motivação e dedicação durante os últimos anos.

A todos vós, um enorme e sincero, obrigada.

RESUMO

Esta dissertação procura fundamentalmente avaliar a validade das diferentes formas de consideração da rigidez rotacional em fundações superficiais, de forma a garantir uma estimativa fiável para o seu comportamento e otimizar o projeto destes elementos. A utilização de fundações superficiais é frequente devido, principalmente, a questões económicas e de facilidade de execução. No entanto, o seu dimensionamento e da superestrutura é ainda realizado de forma não integrada, comprometendo a validade das distribuições de esforços obtidos. A resposta das fundações às cargas excêntricas que lhe são aplicadas pode ser quantificada através da rigidez vertical e rotacional, uma vez que estas cargas conduzem, além dos assentamentos expectáveis, a rotações da fundação. Existem diferentes métodos para avaliar a rigidez rotacional de sapatas fornecendo, todavia, resultados diferentes. Além disso, as orientações definidas nas normas regulamentares acerca deste tema são escassas, pouco claras e pouco unânimes, definindo, para as mesmas condições, limites admissíveis distintos para as excentricidades máximas das cargas.

Com o objetivo de compreender os limites para a excentricidade da carga em fundações superficiais, a validade dos limites regulamentares e das fórmulas, recorrentemente utilizadas, propostas com base na T.E. para estimar a rigidez rotacional de sapatas, é analisada a variação da rigidez rotacional normalizada com o aumento da excentricidade unidirecional e bidirecional. São alvo de análise fundações com diferentes geometrias, assentes em areia densa, areia solta e argila e submetidas a momento fletor variável e carga vertical constante. A análise é realizada recorrendo a soluções analíticas, modelos discretos de molas (*Robot*) e modelos de elementos finitos de contínuo bidimensionais e tridimensionais (*RS2* e *RS3*). Para esta última análise são utilizados dois modelos constitutivos, o modelo elástico perfeitamente plástico de Mohr-Coulomb e o modelo hiperbólico de Duncan-Chang. Porém, a análise com o modelo hiperbólico de Duncan-Chang limitou-se ao estado plano de deformação por não se ter atingido a convergência do cálculo quando aplicado a casos tridimensionais.

Concluindo, são tecidas considerações acerca do trabalho realizado e apresentam-se algumas linhas para desenvolvimentos futuros.

ABSTRACT

This dissertation seeks to evaluate the validity of different procedures to consider rotational stiffness in spread foundations in order to ensure a reliable estimation of their behavior and optimize the design of these elements. The adoption of spread foundations is common, mainly due to economic reasons and to the easiness of their construction. However, their design and of the superstructure are still carried in a non-integrated way, compromising the validity of the internal stresses obtained. The foundation's behavior when submitted to eccentric loads can be quantified through vertical and rotational stiffness since these loads lead, in addition to the expectable settlements, to the rotation of the foundation. There are different methods to evaluate the rotational stiffness of footings, although the outputs obtained can vary considerably. Besides that, the orientations defined in the reglementary norms about this theme are scarce, unclear and unanimous. They define, for the same conditions, distinct admissible limits for the maximum loads' eccentricities.

In order to understand the limits for the eccentricities of the loads in spread foundations, the validity of the reglementary limits and the formulas usually applied, proposed according to the theory of the elasticity to estimate the rotational stiffness of the footings, it's analyzed the variation of the rotational stiffness standardized with the increase of eccentricities uni- and bi-directional. Foundations with different geometries are object of analysis, founded in dense and loose sand, and clay and submitted to a variable moment and constant vertical load. The analysis is preformed using analytical solutions, discrete spring models (Robot) and models to finite elements of continuous bi- and tri-dimensional (RS2 and RS3). For this last analysis it is applied two constructive models, the elastic perfectly elastic model of Mohr-Coulomb and the hyperbolic model of Duncan-Chang. Although, the analysis with the hyperbolic model of Duncan-Chang was limited by the plane strain state because it did not achieve the convergence of the calculus when applied to tridimensional cases.

To conclude, some considerations about the work performed are presented, followed by some suggestions for further works.

ÍNDICE

AGRADECIMENTOS i
RESUMO ii
ABSTRACT iii
ÍNDICE DE FIGURAS vi
ÍNDICE DE QUADROS ix
SÍMBOLOS, ABREVIATURAS E ACRÓNIMOS x
1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS 1
1.1 Âmbito e objetivos 2
1.2 Organização da Dissertação 2
2 PRINCÍPIOS DO DIMENSIONAMENTO DE FUNDAÇÕES SUPERFICIAIS 4
2.1 Preâmbulo 4
2.2 Pressão de Contacto em Sapatas com Cargas Excêntricas 5
2.3 Estimativa de Assentamentos pela Teoria da Elasticidade 8
2.4 Estimativa de Rotações pela Teoria da Elasticidade 10
2.5 Soluções Analíticas da Rigidez Elástica 11
2.5.1 Coeficiente de Rigidez Vertical 11
2.5.2 Coeficiente de Rigidez Rotacional 11
2.6 Coeficientes de Reação Vertical 13
2.7 Estimativa da Capacidade de Carga pela Teoria da Plasticidade 15
2.8 Enquadramento Normativo 16
2.8.1 Eurocódigo 7: NP EN 1997-1 e Norma Francesa: NF P94-261 17
2.8.2 AASHTO (AASHTO, 2009) 19
3 MODELAÇÃO DA INTERAÇÃO SOLO-FUNDAÇÃO COM MODELOS DISCRETOS DE MOLAS 21
3.1 Preâmbulo 21
3.2 Modelos Analíticos 24
3.2.1 Modelo com 2 molas 24
3.2.2 Modelo com 3 molas 27
3.3 Modelação com Programa de Análise Estrutural 29
3.3.1 Breve Apresentação do Programa de Cálculo *ROBOT* 29
3.3.2 Descrição dos modelos 30

3.3.3 Análises Numéricas Efetuadas 31
3.3.4 Resultados dos Cálculos 32
3.4 Considerações Finais 37
4 MODELAÇÃO DA INTERAÇÃO SOLO-FUNDAÇÃO COM MODELOS DE MEIO CONTÍNUO 39
4.1 Preâmbulo 39
4.2 Modelos Constitutivos Utilizados 41
4.2.1 Modelo de Mohr-Coulomb 42
4.2.2 Modelo de Duncan-Chang 44
4.2.3 Modelo Elástico da Fundação e Interface 49
4.3 Modelação 2D pelo Método dos Elementos Finitos 50
4.3.1 Descrição da Modelação Numérica 50
4.3.2 Apresentação de Resultados 51
4.4 Modelação 3D pelo Método dos Elementos Finitos 58
4.4.1 Descrição da Modelação Numérica 58
4.4.2 Apresentação de Resultados 60
4.5 Considerações Finais 67
5 ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS 70
5.1 Comparação entre os Diferentes Métodos Utilizados na Modelação 70
5.2 Comparação com a Aplicação das Normas 74
6 CONCLUSÕES 76
6.1 Principais Conclusões 76
6.2 Desenvolvimentos Futuros 78
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS 80

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2.1 – Fundação retangular: a) Núcleo central : b) Distribuição da pressão de contacto para resultante dentro do núcleo central c) Distribuição da pressão de contacto para resultante fora do núcleo central (Baban, 2016) 7
Figura 2.2 – Ábaco para determinação da pressão de contacto máxima sob uma fundação retangular no caso de carga duplamente excêntrica. 8
Figura 2.3 – Rotação de uma sapata assente em meio elástico sob a ação de um momento (Matos Fernandes, 2006).....10
Figura 2.4 - Fator adimensional F_θ para a determinar a rigidez rotacional da fundação (Adaptado de Knappett e Craig, 2012) 12
Figura 2.5 – Limites regulamentares para a excentricidade da carga em fundações superficiais impostos pela Norma Francesa e Eurocódigo 7: a) Quadradas e Retangulares; b) Circulares 19
Figura 2.6 – Limites regulamentares para a excentricidade da carga impostos pela AASHTO 20
Figura 3.1 – Modelo de mola desacoplada (Algie, 2011) 22
Figura 3.2 – Deslocamentos isolados de uma fundação superficial assente em duas molas lineares elástica e submetida a carga vertical e momento.....25
Figura 3.3 – Variação de $((1/I_\theta)-(1/4I_s))$ com a relação *L/B*.....26
Figura 3.4 – Erro cometido ao admitir um modelo com duas molas concentradas com rigidez vertical igual à rigidez vertical elástica.....27
Figura 3.5 – Deslocamentos isolados de uma fundação superficial assente em três molas lineares elásticas e submetida a carga vertical e momento 28
Figura 3.6 – Modelo de 3 molas com mola central deformável em sentido oposto as restantes 29
Figura 3.7 – Comportamento Força *vs* Deslocamento das molas utilizadas no modelo.....30
Figura 3.8 – Modelo de sapata *L/B*=1 e orientação do sistema de eixos, *Robot* 31
Figura 3.9 - Campos de deslocamentos verticais e de rotações para *L*=*B*=5m e $e \approx B/2$,13.....33
Figura 3.10 – Comportamento obtido através da modelação com molas vs comportamento teórico da curva linearizada para uma sapata com *L*=*B*=5m 34
Figura 3.11 - Variação da rigidez rotacional normalizada com a relação *e/B* para sapatas com diferentes geometrias e largura igual a 5m e 2.5m 35

Figura 3.12 – Campo de deslocamentos de uma sapata quadrada submetida a carga vertical e momentos com excentricidades de 1,20m nas duas direções.....36
Figura 3.13 – Evolução da rigidez rotacional com o aumento das excentricidades para os dois eixos ortogonais de rotação 36
Figura 3.14 - Variação da rigidez rotacional normalizada para as várias geometrias analisadas com largura igual a 5: a) segundo *B*; b) segundo *L* 37
Figura 4.1 – Envolvente de Rotura de MC (Adaptado de Matos Fernandes, 2006).....43
Figura 4.2 - Esquematização de resultados obtidos em ensaios triaxiais: a) reais; b) aproximados pelo modelo MC (adaptado de PLAXIS Manual, 2012).....43
Figura 4.3 – Representação hiperbólica da curva tensão – deformação: a) curva real; b) curva transformada, (Almeida e Sousa, 1998).....45
Figura 4.4 - Curva tensão-deformação do modelo hiperbólico (adaptado PLAXIS Manual, 2012) 47
Figura 4.5 – Modelo Axissimétrico bidimensional: a) ETI; b) Deslocamentos impostos.....49
Figura 4.6 – Resultados da modelação de ensaio triaxial de compressão para tensão de confinamento de 100kPa e com os modelos Duncan-Chang e Hardening Soil: a) areia densa; b) areia solta 49
Figura 4.7 - Representação do modelo de elementos finitos utilizado no programa *RS2*.....51
Figura 4.8 – Variação da rigidez rotacional normalizada com a relação *e/B* em análises bidimensionais elásticas para uma sapata com largura de: a)*B*=2,5 m; b)*B*=5 m .52
Figura 4.9 – Resultados da análise para *B*=5m e para DE50 com modelo MC : a) Estado de tensão em repouso; b) Deslocamentos verticais para carga centrada; c) Deslocamentos verticais para carga com *e*=0,34*B*; d) Deslocamentos verticais para carga com *e*=0,46*B* 53
Figura 4.10 – Variação da rigidez rotacional normalizada com a relação *e/B* para uma análise plástica bidimensional com o modelo de MC para: a) *B*=2,5m; b) *B*=5m.....54
Figura 4.11 - Configuração deformada dos deslocamentos verticais para o estado de tensão inicial do modelo hiperbólico – Argila 55
Figura 4.12 – Variação do módulo de deformabilidade de acordo com as expressões do modelo hiperbólico para: (a) areia solta; (b) areia densa; (c) argila 56
Figura 4.13 – Variação do módulo de deformabilidade tangente inicial para uma análise 2D drenada (DE50) com *B*=5m para: a)carga vertical centrada, b) *e*=0,14*B*m; c) *e*=0,32*B*m; d) *e*=0,48*B*m 57

Figura 4.14 – Variação da rigidez rotacional obtida com a modelação e a normalizada com a relação *e/B* para uma análise plástica bidimensional com o modelo de DC para: a) *B*=2,5m; b) *B*=5m 58
Figura 4.15 – Dimensões do modelo e malha de elementos finitos - *RS3*, caso *L/B*=1.....59
Figura 4.16 – Corte transversal da malha tridimensional de elementos finitos com 33718 elementos.....59
Figura 4.17 – Resultados da análise para *L/B*=1m com DE50: a) Estado de tensão em repouso; b) Deslocamentos verticais para carga distribuída; c) Deslocamentos verticais para carga com *e*=0,16(6)*B* m 61
Figura 4.18 – Evolução da rigidez rotacional normalizada obtida através da análise elástica 3D: a) Areia densa com *B*=2,5m; b) Areia densa com *B*=5m; c) Areia solta com *B*=2,5m; d) Areia solta com *B*=5m; e) Argila com *B*=2,5m; f) Argila com *B*=5m62
Figura 4.19 – Evolução da rigidez rotacional normalizada para areia densa, areia solta e argila obtida através de uma análise plástica tridimensional (MC): a) Areia densa com *B*=2,5m; b) Areia densa com *B*=5m; c) Areia solta com *B*=2,5m; d) Areia solta com *B*=5m; e) Argila com *B*=2,5m; f) Argila com *B*=5m 64
Figura 4.20 – Estado de tensão inicial do modelo hiperbólico na análise tridimensional para argila e areia densa.....65
Figura 4.21 – Variação da rigidez rotacional normalizada para as geometrias consideradas na análise elástica: a) segundo *B*; b) segundo *L*.....66
Figura 4.22 – Variação da rigidez rotacional normalizada para as geometrias consideradas na análise plástica MC: a) segundo *B*; b) segundo *L*.....66
Figura 4.23 – Profundidade abaixo da face lateral da sapata contínua relevante para a análise no *RS2* 68
Figura 5.1 – Comparação entre os limites impostos pela Norma Francesa, Eurocódigo 7 e AASHTO com os resultados da modelação numérica.....75

ÍNDICE DE QUADROS

Quadro 2.1 – Valores de *Is* para sapatas flexíveis e rígidas – (Perloff, 1975; Milovic, 1992) . 9
Quadro 2.2 – Coeficientes de reação dos solos obtidos através de ensaios de carga em placa a) Bowles (1997); b) Das (2011). 14
Quadro 2.3 – Limites da excentricidade da carga segundo EC7-1 (6.5.4(1)) 17
Quadro 2.4 – Limites para a excentricidade da carga para ELU (Combinações Fundamentais) segundo NF P94-261 (9.5) 17
Quadro 2.5 – Limites para a excentricidade da carga para ELS de acordo com a NF P94-261 18
Quadro 2.6 – Limites para a excentricidade da carga para ELU para cargas sísmicas de acordo com a FHWA (2011) 20
Quadro 3.1 – Fatores de influência I_s, I_θ utilizados no cálculo dos coeficientes de reação e valores elásticos de K_θ e k_s para as diferentes geometrias analisadas.....32
Quadro 4.1 – Parâmetros do modelo de MC 44
Quadro 4.2 – Parâmetros do modelo de HS e DC 48
Quadro 4.3 – Intervalos de valores da rigidez rotacional normalizada para as análises 2D e 3D com excentricidade unidirecional 69
Quadro 5.1 – Valores para a rigidez rotacional normalizada – Expressões alternativas 73

SÍMBOLOS, ABREVIATURAS E ACRÓNIMOS

$K_{\theta}^{T.E.}$ – Rigidez rotacional elástica
$K_{z}^{T.E.}$ – Rigidez vertical elástica
K_{θ}^{modelo} – Rigidez rotacional do modelo
E_{50}^{ref}; E_{80}^{ref} – Módulo Secante de referência
E_{oed}^{ref} – Módulo edométrico de referência
E_{ur}^{ref} – Módulo de descarga/recarga de referência
K_{z}^{modelo} – Rigidez vertical do modelo
A – Área de contacto
a, b – Constantes materiais definidas para o modelo de DC
A_i – Área afeta a cada mola
B – Largura da fundação
B', L' – Dimensões efetivas da fundação
c' – Coesão efetiva
c_u – Resistência ao corte não drenada
d_c, d_q, d_γ – Fatores de profundidade
E – Módulo de elasticidade da fundação
E_{50} – Módulo de deformabilidade secante no ponto correspondente a 50% da resistência ao corte
E_{80} - Módulo de deformabilidade secante no ponto correspondente a 80% da carga da resistência ao corte
E_i – Módulo de deformabilidade tangente inicial
EI – Rigidez à flexão da secção da base da fundação
$E_{u;t}$ – Módulo de deformabilidade tangente não drenado
E_s – Módulo de deformabilidade do solo
E_t – Módulo de deformabilidade tangente
E_u – Módulo de deformabilidade não drenado
E_{ur} – Módulo elástico de descarga e recarga
e_x – Excentricidade segundo o eixo dos x
e_y – Excentricidade segundo o eixo do y
f_c, f_q, f_γ – Fatores devido à existência de um estrato rígido
G – Módulo de distorção do solo
I – Momento de inércia na base da fundação
I_1, I_2 – Fatores de influência
i_c, i_q, i_γ – Fatores correctivos de inclinação
I_s – Coeficiente corretivo para dimensionamento de fundações superficiais
I_θ – Parâmetro adimensional que exprime a influência das dimensões e da rigidez da sapata
K – Constante material (modelo hiperbólico de Duncan Chang)
K_0 – Coeficiente de impulso em repouso
k_1, k_2 – Rigidez das molas
k_s - coeficiente de reação vertical
K_{ur} – Número do módulo de descarga
K_z – Rigidez vertical da fundação
K_θ – Rigidez rotacional da fundação
L – Comprimento da fundação
M – Momento fletor aplicado ao nível da fundação
m - Parâmetro da dependência da rigidez com as tensões (modelo hiperbólico de Duncan-Chang)
n – Constante material (modelo hiperbólico de Duncan-Chang)
N_c, N_q, N_γ – Fatores de capacidade de carga
p_a – Pressão atmosférica

p_{ref} – Pressão de referência
q – Pressão de contacto na base da fundação
q_a – Tensão desviatória assimptótica
q_{adm} – Tensão admissível
q_{canto} – Pressão nos cantos da fundação
q_f – Tensão desviatória de rotura
q_o – Carga transmitida à fundação
q_{ult} – Capacidade de carga da fundação
R – Raio da fundação
R_f – Razão de rotura
s_c, s_q, s_γ – Fatores de forma
u – Deslocamento da fundação
u_M – Deslocamento devido ao momento
u_V – Deslocamento devido à carga vertical
V – Carga vertical
γ – Peso volúmico do solo
Δh – Assentamentos elásticos
$\Delta\sigma_v$ – Acréscimos de tensão vertical
ε_1 – Extensão principal máxima
ε_a – Extensão axial
ε_V – Extensão volumétrica
θ – Ângulo de rotação da fundação
ν – Coeficiente de Poisson
σ_1, σ_2, σ_3 – Tensões principais máxima, intermédia e mínima
σ_{1c}, σ_{3c} – Tensões aplicadas no final da fase de consolidação
τ_f – Tensão de corte na rotura
φ' – Ângulo de atrito ou ângulo de resistência ao corte do solo
ψ – Ângulo de dilatância

<u>Abreviaturas e acrónimos:</u>
2D – Duas dimensões
3D – Três dimensões
AASHTO - *American Association of State Highway and Transportation Officials*
BNWF – *Beam on nonlinear Winkler Foundation*
CC – Combinações características
CF – Combinações frequentes
CQP – Combinações quase permanentes
DC – Duncan Chang
DE50, DE80 – Módulo de elasticidade para areia densa correspondente a 50% e 80% da carga de rotura, respetivamente
EC7-1 - Eurocódigo 7- parte 1
ELS – Estado limite de serviço
ELU – Estado limite último
EPD – Estado Plano de Deformação
FHWA - *Federal Highway Administration*
FS – Fator de Segurança
HS – Hardening Soil
ISE – Interação solo estrutura
MC – Mohr-Coulomb
MEF – Método dos elementos finitos
NF – Norma Francesa
NP – Norma Portuguesa
p.m.l – por metro linear
pgf – Parágrafo
RS2 – Rock and soil 2-dimensional analysis program
RS3 - Rock and soil 3-dimensional analysis program
SE50, SE80 – Módulo de elasticidade para areia solta correspondente a 50% e 80% da carga de rotura, respetivamente
T.E. – Teoria da Elasticidade

1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

A utilização de fundações superficiais é sempre uma opção a considerar devido, principalmente, a questões económicas e de facilidade de execução. No entanto, este tipo de solução requer que os solos superficiais tenham boas características de resistência e deformabilidade de forma a suportar em segurança e com deformações controladas as cargas transmitidas pela fundação aos estratos subjacentes.

As fundações encontram-se sujeitas a ações variadas, como, por exemplo, sobrecargas, peso próprio e vento. Sempre que a resultante das cargas atuantes for excêntrica o desempenho da sapata e, consequentemente, da estrutura pode estar comprometido por poderem ocorrer, para além dos assentamentos expectáveis, movimentos de rotação que diminuem a área da fundação em contacto com o solo (Wotherspoon et al., 2004). Para introduzir de forma realista a influência da excentricidade da carga na análise do comportamento da estrutura é necessário realizar-se o projeto de dimensionamento integrado, isto é, que considera um modelo capaz de reproduzir a interação entre o solo, a fundação e a estrutura. Na prática a consideração da interação entre os elementos passa pela avaliação correta da rigidez da fundação, mais concretamente da rigidez rotacional, uma vez que este parâmetro varia em função da excentricidade da carga. A rigidez da fundação influencia as deformações e esforços da estrutura, podendo afetar o seu desempenho e segurança e, aquando da ação de carga sísmicas, os seus modos de vibração. Para pequenas rotações o comportamento da sapata pode ser assumido como elástico e a rigidez rotacional é habitualmente definida pelo quociente entre o momento aplicado e a rotação elástica. Neste âmbito, a rigidez rotacional pode ser determinada com base em expressões da Teoria da Elasticidade, havendo também formulações matemáticas para diferentes geometrias da fundação, como são exemplo as desenvolvidas por Dobry e Gazetas (1986) e Gazetas (1991). Para rotações superiores, a resposta do solo torna-se não linear e a correta avaliação do seu comportamento deverá ser feita através do método dos elementos finitos (Gazetas et al., 2013).

Existem diversos tipos de modelos numéricos, que levam em consideração a deformação do solo e da estrutura, para avaliar a influência da excentricidade da carga no comportamento da rigidez rotacional da fundação. Os modelos mais comuns são os que recorrem a molas

rotacionais, a apoios sobre molas discretas distribuídas (modelo de Winkler (1867)) ou ainda através da consideração da interação solo-fundação com elementos finitos de contínuo.

O interesse do assunto tratado neste trabalho prende-se com o facto de a rigidez rotacional, quando sobrestimada, poder levar à ocorrência de danos severos e quando subestimada poder aumentar consideravelmente o custo do projeto. É função do projetista garantir uma solução económica e segura, sem nunca comprometer o desempenho da fundação e da estrutura. Para isso é importante que se conheçam as vantagens e limitações associadas aos diferentes métodos de análise.

1.1 Âmbito e objetivos

O presente trabalho tem como principal objetivo avaliar a influência da excentricidade da carga no comportamento da rigidez rotacional das fundações superficiais através de diferentes métodos de cálculo. Para o efeito foram utilizados diferentes programas de elementos finitos: o programa de cálculo estrutural *Robot* (Autodesk, 2018), em que a modelação do comportamento do solo de fundação é materializado por molas discretas; os programas *RS2* 9.0 (Rocscience, 2017 a) e *RS3* 2.0 (Rocscience, 2017 b) para cálculo geotécnico em 2D e 3D, respetivamente, em que o maciço de fundação é modelado por elementos de contínuo com modelos reológicos apropriados. São analisadas fundações retangulares com diferentes geometrias, desde fundações quadradas a fundações com grande desenvolvimento longitudinal com comportamento próximo das fundações contínuas. É efetuada uma comparação dos resultados obtidos pelos diferentes programas de cálculo, assim como pelas soluções analíticas provenientes da Teoria da Elasticidade (T.E.). Os resultados são igualmente analisados à luz das disposições normativas relativas à limitação da excentricidade em fundações diretas.

1.2 Organização da Dissertação

A presente dissertação está dividida em 7 capítulos, incluindo o que contém as referências bibliográficas. O Capítulo 2 é focado no enquadramento teórico, onde são apresentados os princípios fundamentais para o correto dimensionamento de fundações superficiais. São expostas noções de pressão de contacto, assentamentos e rotações elásticas, soluções analíticas para obter os coeficientes de rigidez elástica da fundação, capacidade de carga e ainda é realizado um enquadramento normativo que contempla os limites regulamentares impostos para a excentricidade da resultante das cargas a atuar sobre a fundação.

O Capítulo 3 é dedicado à modelação da interação solo-fundação com modelos discretos de molas. Numa primeira abordagem são apresentados os desenvolvimentos de modelos analíticos

com molas elásticas lineares concentradas, nos quais o comportamento das molas respeite a T.E. para os deslocamentos verticais e para as rotações. É também realizada a modelação com o programa de análise estrutural *Robot* (Autodesk, 2018), assim como analisados e comparados os resultados obtidos para a rigidez rotacional com os valores analíticos da T.E..

No Capítulo 4 são apresentados os resultados da modelação numérica com os programas de cálculo geotécnico *RS2* e *RS3*, para modelos 2D e 3D respetivamente. Nestes programas o solo de fundação é modelado como um meio contínuo, tendo sido utilizados os modelos constitutivos elástico linear, elástico perfeitamente plástico de Mohr-Coulomb (MC) e hiperbólico de Duncan-Chang (DC) para descrever o comportamento do solo. Após uma breve descrição dos modelos constitutivos e respetiva parametrização para diferentes tipos de materiais geotécnicos, são apresentados e discutidos os resultados obtidos em ambos os modelos 2D e 3D.

O capítulo 5 diz respeito às considerações finais, encontrando-se dividido em dois subcapítulos. No primeiro é realizada uma comparação entre os diferentes métodos utilizados na modelação e a relação com as soluções analíticas. No segundo é realizada uma análise comparativa entre os resultados obtidos e as normas regulamentares.

Finalmente, no Capítulo 6 são apresentadas as principais conclusões acerca do trabalho realizado na dissertação, dando-se destaque às vantagens e limitações dos diferentes métodos utilizados e apresentadas sugestões de linhas para possíveis desenvolvimentos futuros da investigação.

2 PRINCÍPIOS DO DIMENSIONAMENTO DE FUNDAÇÕES SUPERFICIAIS

2.1 Preâmbulo

Neste primeiro capítulo são descritos sucintamente os principais métodos para o cálculo da capacidade de carga e de deformações elásticas, para além do enquadramento normativo considerando que as fundações se encontram submetidas a cargas excêntricas.

Existem diferentes soluções de fundações superficiais, que se distinguem pelas suas características e geometria, que se designam por fundações isoladas, fundações contínuas, fundações combinadas ou ensoleiramentos gerais. Estes tipos de fundações podem ser empregues quando as camadas superiores dos maciços, sobre as quais estas assentam, apresentarem características de resistência e de deformabilidade compatíveis com as cargas transmitidas pela fundação e atenderem à capacidade da superestrutura em acomodar as deformações associadas. As fundações representam um dos elementos essenciais para garantir a estabilidade global das estruturas, tendo como principal função garantir a transmissão, em segurança, das cargas provenientes da estrutura ao solo de fundação, através da denominada interação solo-estrutura, sem exceder a capacidade de carga ou provocar deslocamentos incomportáveis (Das, 2017). Uma vez que são elementos fundamentais para a estabilidade estrutural, cujo dimensionamento recorre a estimativas aproximadas dos valores das propriedades do terreno, e exigem a utilização de soluções complexas em caso de ocorrência de danos posteriores à sua execução, geralmente o projeto tende a ser conservador, em prejuízo da economia das soluções encontradas.

O dimensionamento das sapatas tem de respeitar dois requisitos fundamentais: os Estados Limites Últimos (ELU) e os Estados Limites de Serviço (ELS). Segundo o Eurocódigo NP EN 1990 (2009) – Bases para o projeto de estruturas, os ELU estão associados ao colapso ou a outras formas de instabilização que provocam a ruína estrutural, enquanto os ELS representam as condições para além das quais os requisitos de utilização especificados deixam de ser satisfeitos.
Sucintamente, as sapatas podem sofrer assentamentos imediatos e assentamentos diferidos no tempo. Normalmente os assentamentos imediatos estão associados às deformações elásticas do

maciço de fundação pelo que a sua estimativa pode ser efetuada com base na T.E.. De acordo com Matos Fernandes (2011), a estimativa destes assentamentos através das soluções analíticas baseadas na T.E. é válida se forem verificadas duas condições: as solicitações têm de ser essencialmente monótonas e as tensões transmitidas ao solo têm que ser consideravelmente inferiores ao valor da capacidade de carga do solo de fundação. Neste trabalho apenas os assentamentos imediatos serão alvo de estudo.

2.2 Pressão de Contacto em Sapatas com Cargas Excêntricas

De acordo com Coduto (2001), a rigidez estrutural da fundação, o valor do carregamento, a excentricidade da carga, a rugosidade na base da fundação e ainda as propriedades de deformabilidade do solo de fundação têm uma influência considerável na distribuição da pressão de contacto, influenciando a forma como as tensões se distribuem sob a fundação. No caso de uma sapata perfeitamente flexível, a distribuição da pressão de contacto é uniforme, com os assentamentos a serem maiores na zona central ou nos bordos da fundação dependendo se assenta sobre um maciço predominantemente argiloso ou arenoso, respetivamente. Por outro lado, no caso de a sapata ser perfeitamente rígida o assentamento é aproximadamente uniforme enquanto a pressão de contacto sob a sapata é variável. Neste caso, em condições drenadas, como no caso dos maciços arenosos, as tensões de confinamento são maiores sob o centro da fundação, o que aumenta a rigidez nesta zona e, por isso, existe aí uma maior concentração das pressões. Em condições não drenadas verifica-se existir concentração de tensões na zona dos bordos das fundações, originando aí maiores pressões do que sob o centro da fundação, tal como observado por Pender et al. (2006) para uma sapata assente num meio contínuo elástico e submetida a um assentamento uniforme.

Em termos de projeto, a pressão de contacto é normalmente considerada uniforme, como definido no EC7 (NP EN 1997-1, 2010) pgf. 6.8(2), o que consiste em assumir a fundação como um elemento muito mais rígido do que o solo subjacente e não considerando a influência da deformação na distribuição das pressões de contacto. Vários estudos mostraram que os assentamentos e esforços são fortemente influenciados pela deformabilidade do solo, podendo vir a alterar o dimensionamento dos elementos estruturais. Warren-Codrigton (2013), ao citar Straughan (1990), afirma que a suposição de uma distribuição uniforme para a pressão de contacto leva à consideração de valores altamente conservadores para os momentos fletores nos casos de solos granulares e a subestimar esses valores para solos coesivos. Segundo Matos Fernandes (2011), o comportamento das sapatas aproxima-se mais do comportamento rígido. Contudo, de acordo com Baban (2016), o erro associado à consideração da fundação flexível é negligenciável para fundações com relação largura/espessura considerável, uma vez que no

caso de esta relação ser alta, a fundação não apresenta características geométricas para se comportar como rígida.

A excentricidade de uma carga vertical, *V*, em relação a um eixo é quantificada pela razão entre o momento fletor atuante nesse eixo, *M*, e essa carga vertical. A excentricidade da carga pode ser resultado da combinação de uma carga vertical e momento ou da aplicação de um conjunto de cargas verticais não centradas na fundação. Na Equação 2.1 estão representadas as expressões que permitem calcular as excentricidades, e_x e e_y, em relação aos eixos ortogonais *x* e *y*, respetivamente.

$$e_x = \frac{M_y}{V} \;\; ; e_y = \frac{M_x}{V} \tag{2.1}$$

A ocorrência de excentricidades influencia a distribuição da pressão de contacto sob a base da fundação, originando uma variação dos deslocamentos ao longo da base, qualquer que seja a rigidez da fundação (Matos Fernandes, 2011). Esta excentricidade contribui de forma negativa para a estabilidade e tem, em casos reais, uma elevada probabilidade ocorrência.

Para determinar a influência da excentricidade na distribuição de pressões na base da fundação é importante conhecer o núcleo central. O núcleo central corresponde à área dentro da qual a aplicação da resultante das cargas origina compressões aplicadas em toda a base da fundação, correspondente ao pleno contacto da fundação com o terreno. O núcleo central depende da forma da fundação, sendo para sapatas circulares definido por um círculo de raio *R*/4, enquanto no caso da sapatas retangulares ou quadradas é definido por um losango centrado, com eixos coincidentes com os da secção e dimensões *L*/3 e *B*/3, conforme representado na Figura 2.1.a). Na situação em que a resultante se localize no interior do núcleo central, condição definida pela Equação 2.2, e haja dupla excentricidade em relação aos eixos principais de inércia *x* e *y*, a pressão de contato em qualquer ponto de coordenadas (*x;y*) na base da fundação é calculada pela Equação 2.3, onde I_x e I_y representam os momentos de inércia da base fundação em relação a esses eixos. Já a Equação 2.4 é aplicada para calcular a pressão de contacto em cada um dos cantos da fundação. Deste modo, para uma determinada solicitação e respetivas excentricidades, a pressão de contacto varia de ponto para ponto, mas sendo mantida a pressão de contacto na totalidade da base da sapata.

$$\left(\frac{6e_y}{L} \pm \frac{6e_x}{B}\right) \leq 1.0 \tag{2.2}$$

$$q = \frac{V}{A} \pm \frac{M_y}{I_y} x \pm \frac{M_x}{I_x} y \tag{2.3}$$

$$q_{canto} = \frac{V}{LB}\left(1 \pm \frac{6e_y}{L} \pm \frac{6e_x}{B}\right) \tag{2.4}$$

Por outro lado, se a resultante das cargas se localizar fora do núcleo central, apenas uma parte da base da sapata estará comprimida, não se podendo garantir o contacto entre o terreno e a fundação na restante área devido á ausência de resistência à tração nessa interface (Figura 2.1.c). Para os casos em que a excentricidade seja numa única direção, a pressão de contacto máxima é determinada através da Equação 2.5. Para sapatas duplamente excêntricas recorre-se a ábacos como o da Figura 2.2, que através da aplicação da Equação 2.6 permite definir o valor máximo da pressão de contacto. Considerando excentricidade apenas em uma direção, a Equação 2.5 gera resultados para a pressão de contacto máxima cerca de 2,5% superiores aos obtidos através do ábaco e da Equação 2.6.

$$q_{max} = \frac{2V}{3A\left(0.5 - \frac{e}{B}\right)} \tag{2.5}$$

$$q_{max} = K \cdot \frac{V}{BL} \tag{2.6}$$

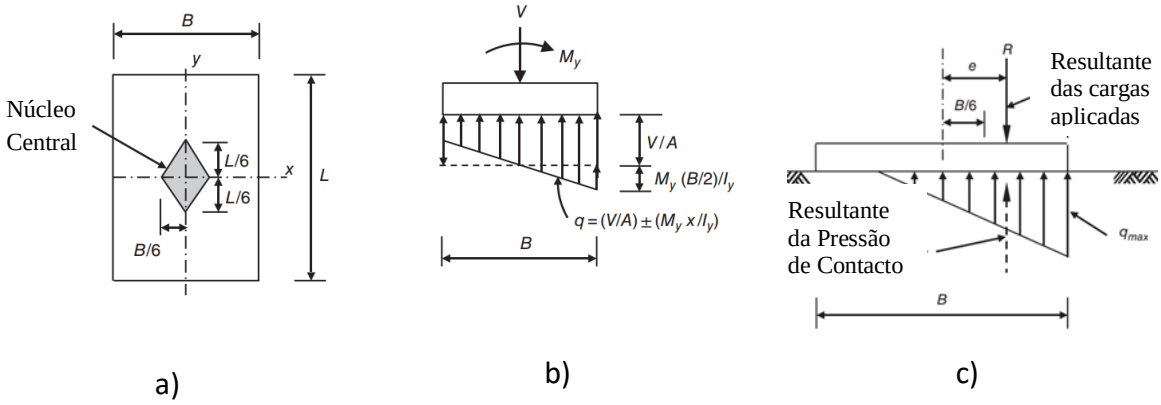


Figura 2.1 – Fundação retangular: a) Núcleo central : b) Distribuição da pressão de contacto para resultante dentro do núcleo central c) Distribuição da pressão de contacto para resultante fora do núcleo central (Baban, 2016)

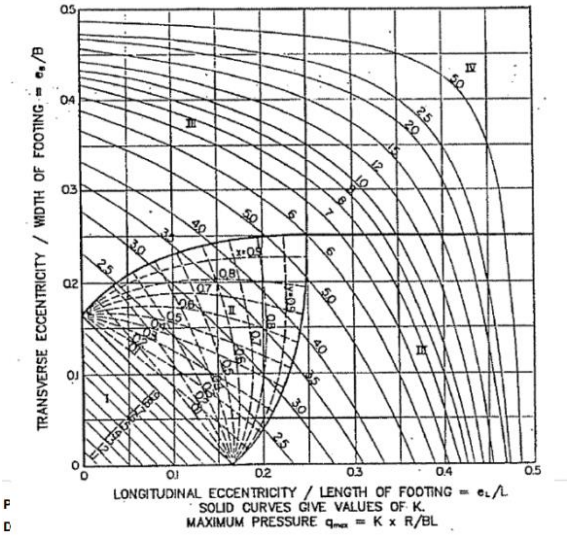


Figura 2.2 – Ábaco para determinação da pressão de contacto máxima sob uma fundação retangular no caso de carga duplamente excêntrica.

No entendimento de Murthy (2002), a questão principal passa por determinar a real influência da excentricidade na capacidade de carga última, sabendo que usualmente o valor máximo admissível para a excentricidade em condições de serviço é igual a *B*/6 no caso de fundações retangulares ou quadradas. Existem três limites (teóricos) para a excentricidade que importa considerar e que serão referidos nas análises subsequentes. Assim, exemplificando para uma excentricidade unidirecional segundo o eixo paralelo à menor dimensão (*B*) de uma fundação retangular:

- *e*=*B*/6 corresponde ao limite do núcleo central; excentricidades inferiores a este valor garantem que toda a fundação se encontra comprimida e, no limite, a pressão mínima é nula.
- *e*=*B*/3 indica que 50% da fundação se encontra comprimida, ou seja, metade da fundação deixa de estar em contacto com o terreno, devendo, segundo Bond e Harris (2008) ser tomadas medidas sempre que este valor seja ultrapassado.
- *e*=*B*/2, a carga encontra-se aplicada no limite da fundação, deixando de existir contacto entre a fundação e o terreno e resultando no derrube.

2.3 Estimativa de Assentamentos pela Teoria da Elasticidade

A estimativa dos assentamentos elásticos, Δh, pode ser feita através da Equação 2.7, proposta por Timoshenko e Goodier (1951) baseada na T.E. e admitindo um meio contínuo, elástico, homogéneo e semi-infinito. Nesta equação, q_0 representa a carga uniformemente distribuída transmitida pela fundação, E_s e v representam o módulo de deformabilidade e o coeficiente de Poisson, respetivamente, enquanto I_1 e I_2 representam fatores de influência propostos por Steinbrenner (1934). Estes fatores são dependentes das dimensões da fundação e da espessura

da camada deformável, podendo ser determinados através de expressões facilmente encontradas em livros da especialidade (por ex., Bowles, 1997). O fator I_F, proposto por Fox (1948), foi introduzido para considerar o efeito favorável da profundidade a que se encontra a base da sapata. Este parâmetro pode ser determinado através de ábacos, assumindo um valor unitário para fundações superficiais. A Equação 2.7, na forma representada, permite determinar os assentamentos nos cantos de fundações flexíveis. O resultado da sua aplicação a fundações rígidas, em que o assentamento é uniforme, deve ser afetado de uma redução de 7%, o que corresponde a multiplicar o valor do assentamento imediato obtido por 0,93 (Bowles, 1997).

A Equação 2.8 apresenta uma outra forma de cálculo dos assentamentos elásticos. Nesta equação o fator de influência, I_s, é também adimensional e depende da forma e rigidez da fundação e da espessura da camada deformável. Este fator assume valores diferentes dependendo do ponto para o qual se pretende obter o assentamento, sendo máximo no centro da área carregada e mínimo nos bordos (Matos Fernandes, 2011). No Quadro 2.1, encontram-se os valores do fator I_s aplicáveis a sapatas rígidas e flexíveis. Saliente-se que os resultados obtidos por ambas as Equações 2.7 e 2.8 são muito semelhantes.

Quadro 2.1 – Valores de *Is* para sapatas flexíveis e rígidas – (Perloff, 1975; Milovic, 1992)

Forma da sapata	*Is, Sapata perfeitamente flexível*					*Is, Sapata Rígida*
	Centro	Vértice	Meio do lado menor	Meio do lado maior	Média	
Circular	1,00	-	0,64	0,64	0,85	0,79
Quadrada	1,12	0,56	0,77	0,77	0,95	0,92
Retangular *L/B*=1,5	1,36	0,68	0,89	0,97	1,15	1,13
L/B=2,0	1,53	0,77	0,98	1,12	1,30	1,27
L/B=2,5	1,67	0,83	1,05	1,25	1,44	1,40
L/B=3,0	1,78	0,89	1,11	1,36	1,52	1,51
L/B=4,0	1,97	0,98	1,20	1,53	1,71	1,67
L/B=5,0	2,10	1,05	1,27	1,67	1,83	1,81
L/B=7,0	2,31	1,16	1,38	1,89	2,03	2,01
L/B=10	2,54	1,27	1,49	2,10	2,25	2,25

$$\Delta h = q_0 \cdot B \cdot \frac{1-v^2}{E_S} \cdot \left(I_1 + \frac{1-2v}{1-v} \cdot I_2\right) \cdot I_F \tag{2.7}$$

$$\Delta h = q_0 \cdot B \cdot \frac{1-v^2}{E_S} \cdot I_S \tag{2.8}$$

2.4 Estimativa de Rotações pela Teoria da Elasticidade

Como referido anteriormente, a atuação de cargas verticais excêntricas nas fundações provoca a atuação de momentos em torno do eixo da fundação e, consequentemente, leva a fundação a experimentar rotações para além de assentamentos (Figura 2.3).

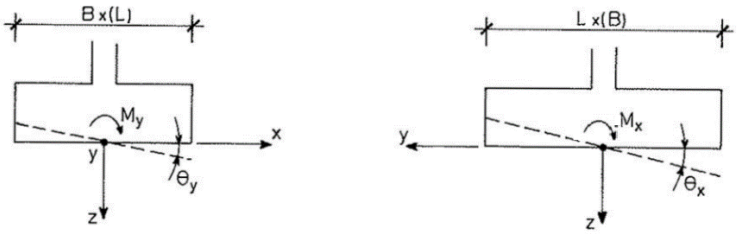


Figura 2.3 – Rotação de uma sapata assente em meio elástico sob a ação de um momento (Matos Fernandes, 2006)

A pesquisa desenvolvida por Bowles (1997) permitiu concluir que existem diversas soluções possíveis para determinar a rotação de uma fundação superficial, flexível, submetida a momentos fletores, verificando-se haver disparidade entre os resultados obtidos através das diversas soluções. Uma das formas de se obter uma solução mais próxima da realidade passa pelo uso de métodos numéricos avançados, tais como o Método dos Elementos Finitos (MEF).

O método analítico habitualmente utilizado para o cálculo das rotações recorre à T.E.. Este método utiliza a Equações 2.9, em que θ_x e θ_y representam a rotação da fundação em torno dos eixos *x* e *y*, respetivamente.

$$\mathrm{tg}\theta_y = \frac{1-\nu^2}{E_s} \cdot \frac{M_y}{B^2 L} \cdot I_{\theta y} \; ; \; \mathrm{tg}\theta_x = \frac{1-\nu^2}{E_s} \cdot \frac{M_x}{B L^2} \cdot I_{\theta x} \tag{2.9}$$

Onde os parâmetros adimensionais $I_{\theta y}$ e $I_{\theta x}$ representam a influência das dimensões e da rigidez da sapata, sendo determinados através da Equação 2.10 para o caso de sapatas rígidas. Para sapatas flexíveis existem ainda os valores tabelados definidos por Tettinek e Matl (1953). Normalmente as fundações não apresentam comportamentos perfeitamente rígidos ou flexíveis, podendo ser definidas como um meio termo entre estes dois comportamentos em função das suas dimensões e espessura (Bowles, 1997). A validade de aplicação destas expressões exige que a totalidade da base da fundação esteja em contacto com o terreno, ou seja, que a resultante das forças se localize no núcleo central.

$$I_{\theta x} = \frac{16}{\pi(1+0.22L/B)} \; ; I_{\theta y} = \frac{16}{\pi(1+0.22B/L)} \tag{2.10}$$

2.5 Soluções Analíticas da Rigidez Elástica

Como referido anteriormente, a rigidez da fundação traduz a relação entre as cargas atuantes e as deformações que lhes estão associadas. Em regime linear elástico a rigidez assume um valor constante, com as deformações a serem diretamente proporcionais aos valores das solicitações. Seguidamente são apresentadas expressões para os coeficientes de rigidez vertical e rotacional, baseadas nas expressões de cálculo das deformações elásticas apresentadas anteriormente

2.5.1 Coeficiente de Rigidez Vertical

Como o próprio nome indica, a rigidez vertical está associada a deslocamentos verticais resultantes de forças com a mesma direção, com o coeficiente de rigidez a exprimir a razão entre as cargas e as deformações. Partindo da Equação 2.8, relativa ao cálculo dos assentamentos elásticos de uma fundação, o coeficiente de rigidez vertical, K_z, pode ser definido conforme apresentado na Equação 2.11.

$$K_Z = \frac{V}{\Delta h} = \frac{E_S \cdot V}{q_0 \cdot B(1-\nu^2) \cdot I_S} = \frac{E_S \cdot\ q_0 \cdot LB}{q_0 \cdot B(1-\nu^2) \cdot I_S} = \frac{E_S \cdot L}{(1-\nu^2) \cdot I_S} \tag{2.11}$$

2.5.2 Coeficiente de Rigidez Rotacional

De forma análoga a K_z, o coeficiente de rigidez rotacional, K_θ, é a razão entre os momentos fletores, M, e as rotações, θ, que lhes estão associadas (Equação 2.12). Segundo Knappett e Craig (2012), baseado no trabalho desenvolvido por Gorbunov-Possadov e Serebrajanyi (1961), a rigidez rotacional da fundação é função da geometria da fundação, das propriedades elásticas do solo de fundação e do parâmetro F_θ, conforme representado na Equação 2.13.

$$K_\theta = \frac{M}{\theta} \tag{2.12}$$

$$K_\theta = \frac{G}{1-\nu} \mathrm{F_\theta BL^2} \tag{2.13}$$

Em que G representa o módulo de distorção do solo de fundação. Os valores de F_θ podem ser obtidos a partir do ábaco da Figura 2.4.

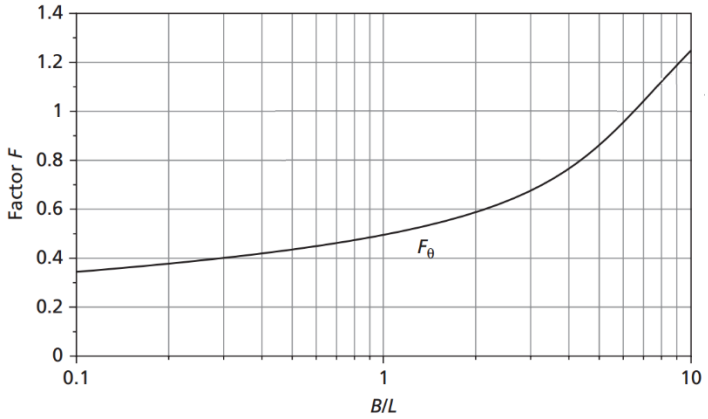


Figura 2.4 - Fator adimensional F_θ para a determinar a rigidez rotacional da fundação (Adaptado de Knappett e Craig, 2012)

Uma outra forma de determinar a rigidez rotacional consiste na utilização das expressões provenientes da T.E., admitindo que os valores das rotações são de muito pequena magnitude e, portanto, que $\theta \approx \tan(\theta)$. Assim, considerando válido o regime elástico linear, o denominador da Equação 2.12 pode ser substituído pelas Equação 2.9 para as rotações segundo os eixos *x* e *y*, respetivamente.

$$K_{\theta y} = \frac{E_s \cdot LB^2}{(1-\nu^2) \cdot I_{\theta y}} \; ; \; K_{\theta x} = \frac{E_s \cdot BL^2}{(1-\nu^2) \cdot I_{\theta x}} \tag{2.14}$$

Considerando fatores I_θ e F_θ correspondentes a relações *L*/*B* no intervalo de valores entre 1 e 5 verifica-se que F_θ é aproximadamente igual a $2/(I_{\theta y})$ para todas as geometrias e, portanto, a Equação 2.13 e a Equação 2.14 são equivalentes.

Em DIBt (2004) (*Deutsches Institut für Bautechnik*) é também apresentada uma proposta para determinação das rotações em fundações superficiais quadradas baseadas na T.E., descrita pela Equação 2.15. É importante notar que para *v*=0,5 a equação fornece valores nulos para a rigidez rotacional.

$$K_{\theta,din} = \frac{2(B/2)^3 \cdot (1-\nu-2\nu^2)}{(1+\nu)\,(1-\nu)^2} \times E_{s,din} \Leftrightarrow \frac{(B)^3 \cdot (1-\nu-2\nu^2)}{4(1+\nu)\,(1-\nu)^2} \times E_{s,din} \tag{2.15}$$

Por sua vez, Gazetas et al. (2013) apresentam diferentes formulações, em função da geometria da fundação, para determinar a rigidez rotacional de fundações superficiais associada a pequenos ângulos de rotação (Equações 2.16 a 2.19).

Sapata Contínua (por metro de desenvolvimento):

$$K_{\theta elástico} = \frac{\pi}{2}\frac{G(B/2)^2}{(1-v)} \tag{2.16}$$

Sapata Quadrada:

$$K_{\theta elástico} = 3.65\frac{G(B/2)^3}{(1-v)} \tag{2.17}$$

Sapata Retangular com B <L:

$$K_{\theta elástico} = 0.62\frac{G\left(B/2\right)^3}{(1-v)}\left(1+5\left(L/B\right)\right) \tag{2.18}$$

Sapatas Retangulares com B≥L:

$$K_{\theta elástico} = 3.72\frac{G\left(B/2\right)^3}{(1-v)}(L/B)^{0.6} \tag{2.19}$$

2.6 Coeficientes de Reação Vertical

O coeficiente de reação do solo, k_s, relaciona a pressão de contacto na base da sapata (q) com os assentamentos elásticos, Δh, num ponto da superfície de contacto (Equação 2.20). Com a consideração do coeficiente de reação do solo engloba-se, na análise, a deformabilidade do solo de fundação e o seu efeito no comportamento da sapata e, por consequência, da estrutura. O parâmetro k_s depende das características do terreno, da rigidez da fundação e da magnitude da carga atuante, variando para diferentes pontos da fundação. Pode ser definido através de correlações com parâmetros medidos em ensaios de campo, nomeadamente ensaio de carga em placa, ou a partir de formulações matemáticas.

$$k_s = \frac{q}{\Delta h} \tag{2.20}$$

Relativamente ao ensaio de carga em placa, o erro associado à extrapolação dos resultados cresce com a diferença entre as dimensões da sapata e da placa, sendo necessário ter em consideração os efeitos da heterogeneidade do maciço e de escala. Para corrigir este último efeito aplica-se a Equação 2.21, na qual n é um parâmetro dependente do solo de fundação, L e l correspondem à maior dimensão da fundação e da placa, respetivamente.

$$k_s = k_{splaca}\left(\frac{l}{L}\right)^n \tag{2.21}$$

Existem também tabelas, ao dispor dos projetistas, com valores de k_s padronizados para diferentes tipos de solos, os quais devem ser utilizados com prudência devido aos efeitos de escala e de heterogeneidade que o maciço possa apresentar. No Quadro 2.2 são apresentados os

valores propostos por Bowles (1997) e por Das (2011), determinados através de ensaios de carga em placa, para uma placa quadrada com 1 pé (≈30cm) de lado.

Quadro 2.2 – Coeficientes de reação dos solos obtidos através de ensaios de carga em placa a) Bowles (1997); b) Das (2011).

Solo	*ks (MN/m³)*
Areia solta	4,8 – 16
Areia densa média	9,6 – 80
Areia densa	64 – 128
Areia densa argilosa	32 – 80
Areia densa siltosa	24 - 48
Argila	12 - >48

a)

Solo	*ks (MN/m³)*		
	Solta	Média	Densa
Areia seca ou húmida	8-25	25-125	125-375
Areia saturada	10-15	35-40	130-150
Argila	10-25	25-50	>50

b)

Relativamente a formulações matemáticas, Biot (1937), Vesic (1961) e Bowles (1997) propuseram as Equações 2.22, 2.23 e 2.24, respetivamente, para definir o coeficiente de reação vertical. Nas Equações 2.22 e 2.24, *EI* representa a rigidez à flexão da secção da base da fundação; na Equação 2.23, *FS* representa o fator de segurança, q_a a tensão admissível determinada através do quociente entre q_{ult} e o *FS*, correspondendo a capacidade de carga do solo (q_{ult}) a um assentamento de 0,0254 m.

$$k_s = \frac{0.95E_s}{B(1-v^2)}\left[\frac{E_s B^4}{EI(1-v^2)}\right]^{0.108} \tag{2.22}$$

$$k_s = 40(FS)q_a \tag{2.23}$$

$$k_s = 0.65\sqrt[12]{\frac{E_s B^4}{EI}}\frac{E_s}{1-v^2}\frac{1}{B} \tag{2.24}$$

Conforme exposto acima, os valores tabelados têm uma margem de variação considerável para o mesmo tipo de solo, bem como os valores obtidos pelas diferentes expressões numéricas, pelo que a sua utilização deve ser feita de forma criteriosa e com base na experiência do projetista.

2.7 Estimativa da Capacidade de Carga pela Teoria da Plasticidade

A capacidade de carga de fundações, ou carga última, é definida como a tensão máxima suportada no limiar da rotura. Esta carga depende de diversos fatores como estratigrafia e condições de água no solo de fundação, assim como dos respetivos parâmetros de resistência, da geometria da fundação, das características da solicitação e das condições de projeto. De acordo com Matos Fernandes (2011), a rotura do terreno sob a fundação por insuficiente capacidade resistente ao carregamento vertical é um dos ELU mais relevantes.

Dependendo da relação entre a profundidade e a largura da fundação e da rigidez do solo, Vesic (1975) observou verificarem-se três modos de rotura diferentes. A rotura generalizada ocorre através da formação de uma cunha de solo sob a sapata que tende a empurrar e, consequentemente, levantar o solo adjacente lateralmente à sapata, ocorrendo preferencialmente em fundações superficiais e assentes em solos praticamente incompressíveis com resistência ao corte finita. Por outro lado, a rotura por punçoamento é caracterizada pela ocorrência de movimento vertical descendente e geralmente verifica-se em solos muito compressíveis. Numa situação intermédia observa-se a rotura localizada, característica de solos medianamente compactos.

Terzaghi (1943), com base na teoria da plasticidade e usando o método de equilíbrio limite, propôs a Equação 2.25 para determinar a capacidade de carga de uma fundação contínua sujeita a carga vertical centrada. Nesta equação c' representa a coesão efetiva do solo, γ o peso volúmico, B a menor dimensão da fundação, q' a sobrecarga correspondente ao peso do solo acima da base da fundação, Nc, Nq e $N\gamma$ são os fatores de capacidade de carga e representam a contribuição da coesão, sobrecarga e peso próprio para a capacidade de carga, respetivamente.

$$q_{ult} = \frac{Q_{ult}}{B`} = c'N_C + q'N_q + \frac{1}{2}\gamma B N_\gamma \tag{2.25}$$

Posteriormente a este estudo, outros investigadores introduziram fatores adicionais a esta expressão de forma a adaptá-la às situações comuns de dimensionamento de sapatas. Meyerhof (1953, 1963) e Hansen (1970) incluíram o efeito da excentricidade da carga no cálculo da capacidade de carga através da introdução de dimensões efetivas da fundação (Equações 2.26 e 2.27). As dimensões efetivas são determinadas de forma a se obter a mínima área efetiva de contacto da fundação de modo a que o centro dessa área efetiva coincida com o ponto de aplicação da carga (Meyerhof, 1953). Nestas equações, B representa a menor dimensão (largura), L representa o comprimento da fundação e e_x e e_y representam a excentricidade da carga vertical segundo a direção da largura e do comprimento da fundação, respetivamente.

$$B' = B - 2 \cdot e_x \tag{2.26}$$

$$L' = L - 2 \cdot e_y \tag{2.27}$$

A Equação 2.28 contempla os fatores corretivos introduzidos, sendo: s_c, s_q e s_γ correspondentes à forma da fundação; i_c, i_q e i_γ correspondentes à inclinação da carga; d_c, d_q e d_γ correspondentes à profundidade a que se encontra a sapata e f_c, f_q e f_γ os fatores para ter em conta a estratificação do maciço subjacente. As expressões que definem cada um dos referidos parâmetros podem ser consultadas em livros da especialidade. Bowles (1997) faz referência aos fatores corretivos e de capacidade de carga propostos por diversos autores (Terzaghi (1943), Meyerhof (1953, 1963), Hansen (1970) e Vesic (1973, 1975)), sintetizando todos os trabalhos de uma forma clara. Para o caso de fundações superficiais, Vesic (1975) recomenda, por se tratarem de fatores majorativos da capacidade de carga, que a correção relativa à profundidade não seja empregue por razões de segurança.

$$q_{ult} = c' N_c s_c i_c d_c f_c + q' N_q s_q i_q d_q f_q + \frac{1}{2} \gamma' B' N_\gamma s_\gamma i_\gamma d_\gamma f_\gamma \tag{2.28}$$

2.8 Enquadramento Normativo

Na análise de fundações superficiais, o EC7-1 (NP EN 1997-1) (pgf. 6.5) apresenta os critérios de dimensionamento em relação aos ELU, devendo ser realizadas verificações relativamente à estabilidade global, à capacidade resistente do terreno ao carregamento e ao deslizamento pela base, à atuação de cargas com grandes excentricidades e à rotura estrutural por movimento da fundação. No pgf. 6.6 são apresentadas as verificações necessárias relativas aos ELS, sendo referida a necessidade em limitar os assentamentos, o empolamento e as vibrações. De acordo com Knappett e Craig (2012), o dimensionamento de sapatas sujeitas a cargas combinadas deve garantir que a resultante das cargas verticais não excede a capacidade de carga do solo, o derrube da sapata não ocorra devido à ação do momento resultante e que os movimentos de fundação devido a qualquer assentamento, deslocamento horizontal e rotação não comprometam as funções da estrutura sobrejacente. A limitação da excentricidade da carga está relacionada com um valor mínimo para a área de contacto, a qual representa o “limite” para haver segurança, uma vez que o aumento da excentricidade da carga provoca rotações da sapata que evoluem progressivamente para o derrube.

De seguida são apresentadas as disposições regulamentares para a definição de limites da excentricidade da carga, segundo três regulamentos: o Eurocódigo 7 – Parte 1 (NP EN 1997-

1), a Norma Francesa (NF P94-261, 2013) e a Norma da AASHTO (2009) (*American Association of State Highway and Transportation Officials*).

2.8.1 Eurocódigo 7: NP EN 1997-1 e Norma Francesa: NF P94-261

Uma vez que o âmbito desta dissertação recai sobre a análise de sapatas submetidas à combinação de carga vertical e de momento, dos critérios de dimensionamento acima enunciados apenas é relevante para a análise o relativo à atuação de cargas com grandes excentricidades. Em EC7-1 (6.5.4(1)) são apresentados os limites para os quais é necessário tomar medias especiais para a excentricidade da carga, encontrando-se os valores expostos no Quadro 2.3.

Quadro 2.3 – Limites da excentricidade da carga segundo EC7-1 (6.5.4(1))

Tipo de fundação	*Limite de excentricidade*	*Área comprimida*
Retangular	$e<B/3$	>50%
Circular	$e<3R/5$	>53,3%

A norma francesa é aplicável ao projeto geotécnico de fundações superficiais com base horizontal ou inclinada. Em relação aos ELU a verificar para o dimensionamento das sapatas, estes são idênticos aos expostos no EC7-1. No Quadro 2.4, encontram-se os limites para a excentricidade da carga expostos na NF P94-261 (9.5) para os ELU. Caso os limites apresentados no Quadro 2.3 e Quadro 2.4 sejam ultrapassados e não sejam tomadas medidas especiais durante a construção, é necessário adotar tolerâncias para a geometria da sapata até 0,10 metros. No entanto, em relação aos critérios apresentados no Quadro 2.4, Burlon e Criado (2014) questionam a sua validade face à pequena percentagem de área comprimida que lhes está associada.

Quadro 2.4 – Limites para a excentricidade da carga para ELU (Combinações Fundamentais) segundo NF P94-261 (9.5)

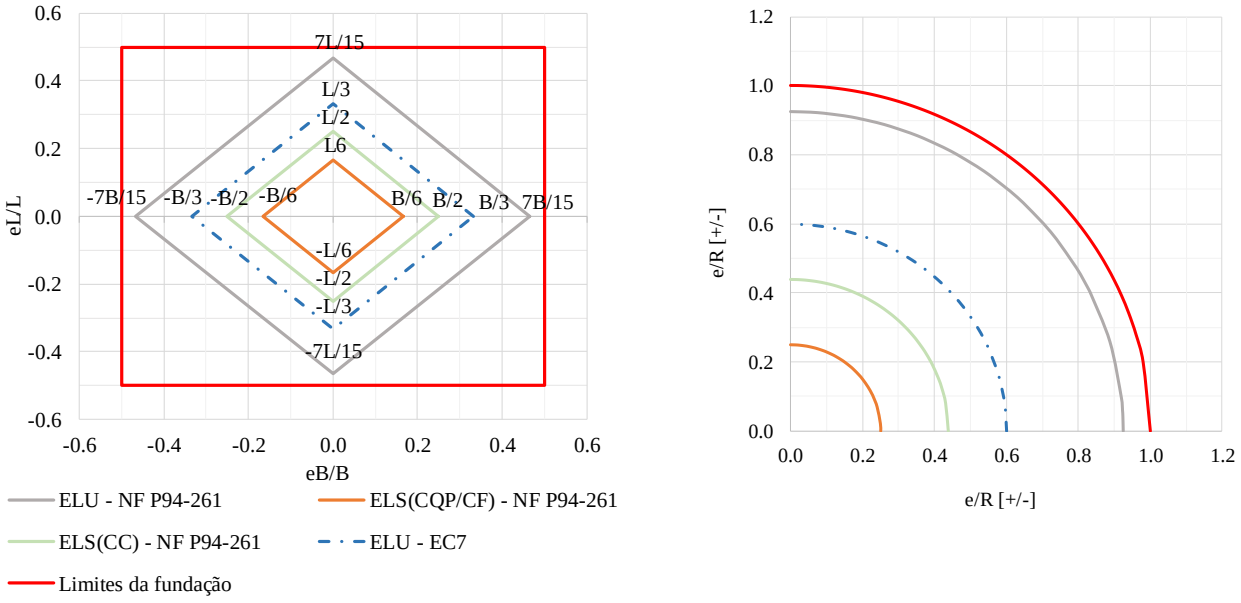
Tipo de fundação	*Limite de excentricidade*	*Área comprimida*
Sapata contínua de largura B	$1-\frac{2e}{B}\geq\frac{1}{15}$	10%
Circular de diâmetro B	$1-\frac{2e}{B}\geq\frac{3}{40}$	10%
Retangular de largura B e comprimento L	$\left(1-\frac{2e_B}{B}\right)\cdot\left(1-\frac{2e_L}{L}\right)\geq\frac{1}{15}$	-

Relativamente aos ELS, apenas a NF P94-261 apresenta limites para a excentricidade da carga aplicada, sendo definidos para combinações quase-permanentes e frequentes (CQP/CF) e para combinações características (CC) (Quadro 2.5). Para este estado limite é necessário tomar precauções especiais no caso de cargas "significativamente" excêntricas, isto é, com excentricidades superiores a um terço da largura.

Quadro 2.5 – Limites para a excentricidade da carga para ELS de acordo com a NF P94-261

Tipo de fundação	*Combinações Quase Permanentes (CQP) e Combinações Frequentes (CF)*		*Combinações Características (CC)*	
	Limite de excentricidade	Área comprimida	Limite de excentricidade	Área comprimida
Contínua de largura *B*	$1-\frac{2e}{B}\geq\frac{2}{3}$	100%	$1-\frac{2e}{B}\geq\frac{1}{2}$	75%
Circular de Diâmetro *B*	$1-\frac{2e}{B}\geq\frac{3}{4}$	100%	$1-\frac{2e}{B}\geq\frac{9}{16}$	75%
Retangular *B*×*L*	$\left(1-\frac{2e_B}{B}\right)\left(1-\frac{2e_L}{L}\right)\geq\frac{2}{3}$	-	$\left(1-\frac{2e_B}{B}\right)\left(1-\frac{2e_L}{L}\right)\geq\frac{1}{2}$	-

A Figura 2.5 a) e a Figura 2.5 b) ilustram os limites admissíveis para a excentricidade da resultante das cargas aplicadas sobre uma sapata quadrada ou retangular e sobre uma sapata circular, respetivamente. Os contornos apresentados representam os limites máximos admissíveis da excentricidade estipulados por ambas as normas para ELU e pela Norma Francesa para ELS.



a) b)

Figura 2.5 – Limites regulamentares para a excentricidade da carga em fundações superficiais impostos pela Norma Francesa e Eurocódigo 7: a) Quadradas e Retangulares; b) Circulares

2.8.2 AASHTO (AASHTO, 2009)

O FHWA (2011) (*Federal Highway Administration*) refere que no dimensionamento de fundações superficiais sujeitas a cargas sísmicas deve sempre verificar-se a capacidade de carga do solo, o deslizamento pela base e a rotação da sapata (derrube). Relativamente à análise da rotação da sapata, em consequência do aumento da excentricidade da carga aplicada à fundação, o FHWA (2011) enuncia os limites impostos pela norma da AASHTO (2009), apresentados no Quadro 2.6. No entanto, a norma da AASHTO a que o FWHA (2011) se refere não apresenta qualquer referência aos limites expostos no Quadro 2.6. Na AASHTO (2009) a excentricidade da carga é limitada por uma expressão de forma a garantir que as forças máximas atuantes que provocam rotação não atinjam a capacidade de rotação máxima da fundação. A permissão de excentricidades superiores ao limite da equação deve ser cuidadosamente analisada. No anexo A da AASHTO (2009) é referido que para uma distribuição não triangular de tensões, a base da sapata pode levantar mais do que 50% caso o assentamento consequente não cause danos inaceitáveis. Note-se que limitar a excentricidade para um levantamento superior a 50% da base da sapata, o que corresponde a uma excentricidade de *B*/3, igual ao limite do EC7 para sapatas retangulares, é bastante diferente de permitir que essa excentricidade seja exterior à base da fundação.

Quadro 2.6 – Limites para a excentricidade da carga para ELU para cargas sísmicas de acordo com a FHWA (2011)

Tipo de fundação	*Limite de excentricidade*	*Área comprimida*
Superficial em solo	$e = \frac{B}{4}$	75%
Superficial em rocha sem necessitar de aprovação pelo dono de obra	$e = \frac{3B}{4}$	0% (Resultante exterior à sapata)
Superficial em rocha com aprovação do dono obra (Caltrans)	$e = \frac{B}{2}$	0% (Resultante no limite da sapata)

No caso de a fundação superficial ser fundada em rocha e sem aprovação do dono de obra, de acordo com a FWHA (2011) a AASHTO permite que a resultante das cargas aplicadas seja exterior à sapata, com a justificação de que esta situação ocorre durante um muito curto espaço de tempo e de que as ações do balanço devido às forças de inércia aplicadas sobre a estrutura durante a ação dinâmica garantem o equilíbrio. Em relação ao caso em que a fundação se encontra fundada em rocha com aprovação do dono de obra apenas é referido o limite de excentricidade imposto por Caltrans (*California Department of Transportation*), que permite a elevação completa da sapata sob a carga sísmica de pico. A Figura 2.6 ilustra os limites admissíveis para a excentricidade da carga aplicada sobre uma sapata quadrada, na qual os contornos representam os limites máximos admissíveis para a excentricidade da carga.

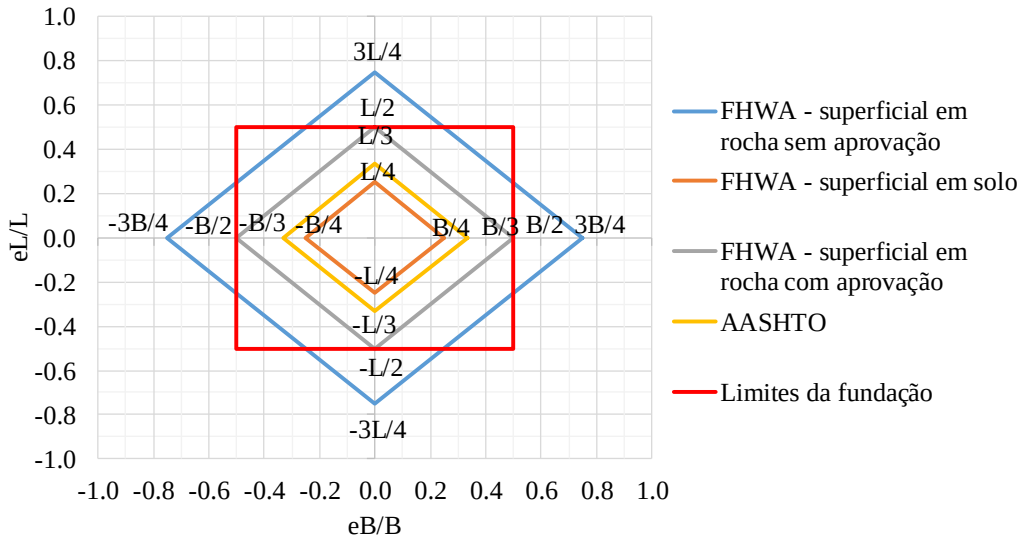


Figura 2.6 – Limites regulamentares para a excentricidade da carga impostos pela AASHTO

3 MODELAÇÃO DA INTERAÇÃO SOLO-FUNDAÇÃO COM MODELOS DISCRETOS DE MOLAS

3.1 Preâmbulo

Uma forma de os projetistas incluírem os efeitos de interação entre o solo e a estrutura (ISE) consiste na utilização de modelos discretizados com molas. Segundo Pinto (2010) a utilização de modelos com molas é recorrente e acessível aos projetistas, negligenciando, em alguns casos, o conhecimento geotécnico avançado. A utilização destes modelos, no espaço tridimensional, baseia-se na existência de 6 graus de liberdade possíveis: 3 translações ortogonais e 3 rotações. A matriz de rigidez global para modelos sem acoplamento toma a configuração matricial da Equação 3.1, na qual os termos da diagonal principal formada pela rigidez aos deslocamentos e rotações podem ser determinados com recurso à formulação da T.E., conforme apresentado no capítulo anterior. A Equação 3.2 fornece, através do produto entre o coeficiente de reação vertical k_s e a área afeta a cada mola A_i, a componente vertical da constante elástica de uma fundação, isto é, representa o elemento diagonal da matriz de rigidez para os deslocamentos verticais.

$$[K] = \begin{bmatrix} K_x & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & K_y & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & K_z & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & K\theta_x & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & K\theta_y & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & K\theta_z \end{bmatrix} \tag{3.1}$$

$$K_z = k_s\, A_i = \frac{E_S}{B(1-\nu^2)\, I_S} A_i \tag{3.2}$$

A rigidez rotacional elástica da matriz de rigidez é definida através da Equação 2.14. Os restantes coeficientes K_X, K_Y e $K\theta_Z$ referem-se à rigidez de translação nas direções x e y e à rigidez torcional, que não são objeto da presente dissertação. De acordo com Salimath e Pender (2015), a utilização de molas é um método válido para avaliar a rigidez à rotação da fundação. No entanto, apresenta várias limitações na sua formulação, destacando-se a falta de

acoplamento entre os movimentos nas diferentes direções, que se agrava nos casos de solos de menor rigidez.

A modelação com molas pode ser realizada utilizando apenas uma mola concentrada ou um conjunto de molas distribuídas ao longo da sapata. A utilização de um modelo com molas concentradas num único ponto e desacopladas para os diferentes tipos de movimentos, como as apresentadas no modelo da Figura 3.1, é o caso mais simples para modelar o comportamento de sapatas. Através da consideração de 3 molas e considerando a fundação como rígida é possível verificar, simultaneamente, a rigidez rotacional e vertical definida pela T.E., uma vez que o modelo admite comportamento independente para cada mola. Algie (2011) cita o trabalho de Gajan (2006) com o intuito de provar a falta de rigor do método apresentado para a modelação de sapatas. Segundo o autor, o facto de o modelo admitir valores constantes para a rigidez, não considerar o acoplamento entre a rigidez nas diferentes direções e não ser capaz de representar o levantamento da fundação que ocorre quando a sapata é sujeita a momento fletor, torna-o extremamente irrealista. Contudo, para casos simples como no limite das pequenas rotações, poderá ser utilizado sem daí resultarem erros grosseiros. No entanto, o comportamento deste tipo de modelo não é alvo de análise no presente estudo.

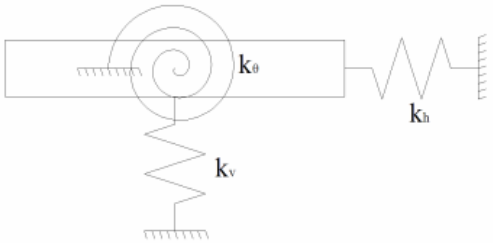


Figura 3.1 – Modelo de mola desacoplada (Algie, 2011)

Outra alternativa de dimensionamento é o modelo de Winkler, também conhecido por *"Bed of springs"*. Winkler (1867) desenvolveu um modelo, constituído por molas verticais e horizontais lineares elásticas, para representação do comportamento do solo, no qual se considera que as pressões de contacto são proporcionais aos deslocamentos (Equação 3.2). Nos modelos utilizados no presente trabalho a mola horizontal, responsável por controlar o comportamento nesta direção, foi omitida uma vez que é dado relevo apenas aos deslocamentos verticais e rotações. Através das molas verticais são controlados ambos os comportamentos vertical e rotacional. O modelo assume que todas as molas têm comportamento linear e com a mesma rigidez, sendo esta rigidez caracterizada pelo módulo de reação do solo (Equação 3.2) e atuando de forma independente, isto é, a deformação de uma mola não influencia as molas adjacentes. Autores como Bowles (1997), Horvath (1993) e Coduto (2001) sugerem que a simplificação proposta por Winkler se afasta do comportamento real, podendo levar a possíveis aumentos dos

esforços e deformações. O facto de se admitir que todas as molas atuam de forma independente não está correto, uma vez que a deflexão induzida num determinado ponto influencia a deflexão das molas mais próximas. Assim, Bowles (1997), Horvath (1993), entre outros autores, propuseram o método pseudo-acoplado de Winkler, no qual as molas continuam a apresentar um comportamento independente. No entanto, o coeficiente de reação vertical de cada mola difere em função do lugar em que estas se encontram na fundação, apresentando valores no contorno da fundação 2 vezes superiores aos do centro. Com esta abordagem, a modelação do comportamento da sapata aproxima-se mais do comportamento real sem tornar a análise extremamente exigente e complexa. Para o caso de ensoleiramentos gerais rígidos apenas sujeitos a carga vertical, Loukidis e Tamiolakis (2017) sugerem que utilizar um valor constante de rigidez para a mola ou a consideração do dobro na rigidez nas bordas leva a erros na determinação dos momentos fletores, na ordem dos 30% a 40% e 50% a 70% para os momentos fletores positivos e negativos, respetivamente. Além disso, o facto de não considerar a excentricidade da carga na distribuição da rigidez das molas que modelam a ISE, sobrestima as rotações em cerca de 80%.

Apesar das limitações que o modelo de Winkler apresenta, é ainda correntemente utilizado em casos práticos pela sua simplicidade de utilização e capacidade de incorporar a heterogeneidade associada ao comportamento do solo, aliadas ao esforço computacional reduzido (Allotey e Naggar, 2003). Segundo Gazetas e Apostolou (2004), o modelo elásto-plástico de Winkler pressupõe que a fundação tem movimento de corpo rígido em torno do seu centro independentemente da amplitude das rotações. Pender et al. (2006) sugerem que este método de dimensionamento não é o mais eficaz para representar a elevação da sapata. Salimath e Pender (2015) analisaram sapatas sujeitas a cargas combinadas e compararam os resultados obtidos pelo modelo de Winkler, admitindo resistência à tração nula para as molas, com os resultados obtidos por modelos de elementos finitos. Estes autores verificaram que as curvas momento-rotação são muito similares em ambos os tipos de modelos. Por sua vez, Allotey e Naggar (2003) desenvolveram formulações analíticas para obter a resposta estática momento-rotação para fundações rígidas, modeladas através do modelo de Winkler e submetidas a carga vertical e momento, tendo obtido uma boa aproximação com ensaios experimentais. Apesar de admitir hipóteses simplistas na análise, trata-se de um modelo recorrentemente utilizado atualmente.

O modelo de Winkler foi também estendido para a análise do comportamento não linear de sapatas sujeitas a carga cíclica, o denominado BNWF (*Beam on Nonlinear Winkler Foundation)*, que consiste numa abordagem simplificada do problema. Para Harden e Hutchinson (2009) trata-se, indiscutivelmente, do método mais utilizado para modelar a interação solo-fundação-estrutura, uma vez que simula a não linearidade do solo quando este

plastifica. Neste modelo (BNWF), a fundação encontra-se assente sobre molas não lineares com amortecimento, mas desacopladas. Consiste num procedimento simplificado que apresenta resultados aceitáveis se se selecionarem de forma adequada as propriedades das molas a utilizar no modelo.

3.2 Modelos Analíticos

Uma vez que as molas que simulam o solo podem ser caracterizadas através da formulação da T.E., pretende-se avaliar a possibilidade de criar um modelo com molas verticais que respeite simultaneamente a rigidez vertical e rotacional definidas pela T.E.. Assim, foram analisados dois casos simples em que a sapata se encontra sujeita a uma carga combinada, sendo no primeiro caso considerado um modelo com duas molas concentradas nas extremidades e no segundo caso um modelo com três molas concentradas. A análise dos modelos é estendida à verificação do critério relacionado com a excentricidade máxima para a qual ainda se garante o contacto da totalidade da base da fundação. De acordo com as soluções da T.E., esse valor limite da excentricidade é de $B/6$, à qual corresponde um deslocamento nulo em uma das extremidades da fundação.

3.2.1 Modelo com 2 molas

Para o primeiro modelo foi considerada uma sapata rígida, de largura B e comprimento L, assente em duas molas verticais colocadas nas extremidades da fundação, como ilustra a Figura 3.2. Ambas as molas têm uma rigidez k_1, cujo comportamento obedece à T.E. para simular a interação solo-fundação. Na Figura 3.2 estão também representados, de forma isolada, os deslocamentos independentes respeitantes à aplicação isolada da carga vertical V e do momento M reduzidos ao centro da fundação. Deste modo, os deslocamentos u_V, provocados pela força vertical, são uniformes em toda a fundação enquanto os momentos fletores provocam uma rotação θ em torno do eixo da fundação, correspondente a deslocamentos u_M, em sentidos opostos, nas extremidades.

Considerando a compatibilidade entre a força vertical e o deslocamento (Equação 3.3), a rigidez total vertical, K_z^{modelo} é definida em função da rigidez das molas pela Equação 3.4.

$$V = 2 \cdot u_V \cdot k_1 \tag{3.3}$$

$$K_z^{modelo} = \frac{V}{u_V} = 2k_1 \text{ [kN/m]} \tag{3.4}$$

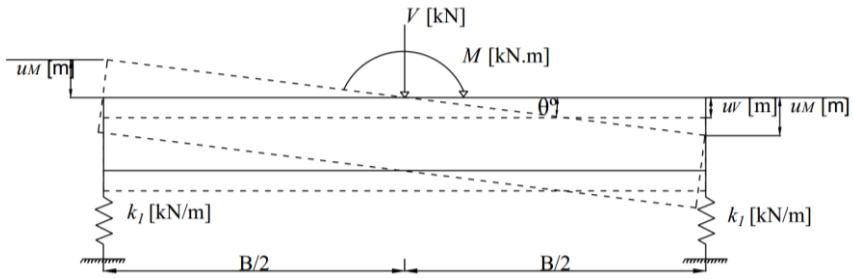


Figura 3.2 – Deslocamentos isolados de uma fundação superficial assente em duas molas lineares elástica e submetida a carga vertical e momento

Compatibilizando o momento fletor e a rotação (Equação 3.6), a rigidez rotacional do modelo, K_θ^{modelo}, está relacionada com a rigidez axial das molas pela Equação 3.7

$$M = 2 \cdot u_M \cdot k_1 \cdot \frac{B}{2} = u_M \cdot k_1 \cdot B \text{ [kN} \cdot \text{m]} \tag{3.5}$$

$$\tan\theta = \frac{2u_M}{B} \rightarrow u_2 = \frac{\tan\theta\, B}{2}$$

$$M = \tan\theta \cdot k_1 \cdot \frac{B^2}{2} \tag{3.6}$$

$$K_\theta^{modelo} = \frac{M}{tan\theta} = \frac{k_1 B^2}{2} \text{ [kN} \cdot \text{m/rad]} \tag{3.7}$$

A compatibilização da rigidez vertical e rotacional do modelo conduz à relação descrita pela Equação 3.8.

$$\begin{cases} k_1[kN/m] = \dfrac{K_z}{2} \\ k_1[kN/m] = \dfrac{2K_\theta}{B^2} \end{cases} \Leftrightarrow K_\theta^{modelo} = \frac{B^2}{4} \cdot K_z^{modelo} = \frac{B^2}{4} \cdot \frac{L}{I_s} \cdot \frac{E_s}{(1-v^2)} \tag{3.8}$$

A T.E. define a rigidez vertical e a rigidez rotacional através das expressões (3.9) e (3.10).

$$K_z^{T.E.} = \frac{q_0 \cdot LB}{\Delta h} = \frac{q_0 \cdot LB}{q_0 \cdot B \cdot \dfrac{(1-v^2)}{E_s} \cdot I_s} = \frac{L}{I_s} \cdot \frac{E_s}{(1-v^2)} \text{[kN/m]} \tag{3.9}$$

$$K_\theta^{T.E.} = \frac{M}{tan\theta} = \frac{M}{\frac{(1-v^2)}{E_s} \cdot \frac{M}{B^2 L} I_s} = \frac{B^2 L}{I_\theta} \cdot \frac{E_s}{(1-v^2)} [\mathrm{kN \cdot m/rad}] \tag{3.10}$$

Aplicando as expressões resultantes da T.E. à equação de compatibilidade do modelo (Equação 3.8), a relação entre os fatores de influência para os assentamentos verticais e rotações é:

$$\frac{B^2}{4} \cdot \frac{L}{I_s} \cdot \frac{E_s}{(1-v^2)} = \frac{B^2 L}{I_\theta} \frac{E_s}{(1-v^2)} \Leftrightarrow \frac{1}{4I_s} = \frac{1}{I_\theta} \tag{3.11}$$

Utilizando os valores de I_s apresentados no Quadro 2.1 e de I_θ representado pela Equação 2.11, a igualdade da Equação 3.11 só se verifica para dois casos particulares da geometria da fundação, correspondentes à interseção das linhas representadas na Figura 3.3. Assim, só se verifica haver compatibilidade entre as rigidezes do modelo de 2 molas com a T.E., para ambas a deformação vertical e rotação, quando *L/B*= 0,85 e *L/B*= 1,45.

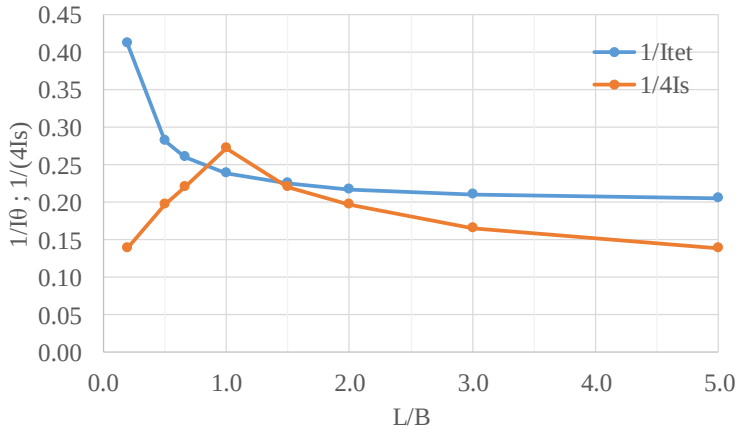


Figura 3.3 – Variação de ((1/I_θ)-(1/4I_s)) com a relação *L/B*

Um dos métodos habitualmente utilizados para definir a rigidez das molas em modelos discretos consiste em fixar a rigidez vertical com base na T.E.. Tal procedimento leva à consideração de uma rigidez rotacional distinta da preconizada pela T.E., como comprova o afastamento entre as duas curvas da Figura 3.3. A Equação 3.13 permite quantificar o erro cometido na definição da rigidez rotacional relativamente à solução elástica em função das dimensões relativas da sapata, *L/B*, conforme representado na Figura 3.4. Com base nos valores aqui representados, e em função da geometria da fundação, é possível relacionar as rigidezes rotacionais do modelo e da T.E. através da Equação 3.14.

$$\Delta K_\theta = K_\theta^{T.E.} - K_\theta^{modelo} = B^2 \cdot \frac{LE_s}{(1-v^2)} \left(\frac{1}{I_\theta} - \frac{1}{4I_s} \right) \tag{3.12}$$

$$erro(\%) = \frac{\Delta K_\theta}{K_\theta^{T.E.}} = \left(1 - \frac{I_\theta}{4I_s}\right) \cdot 100 \tag{3.13}$$

$$K_\theta^{T.E.} = \frac{K_\theta^{modelo}}{1 - erro} \tag{3.14}$$

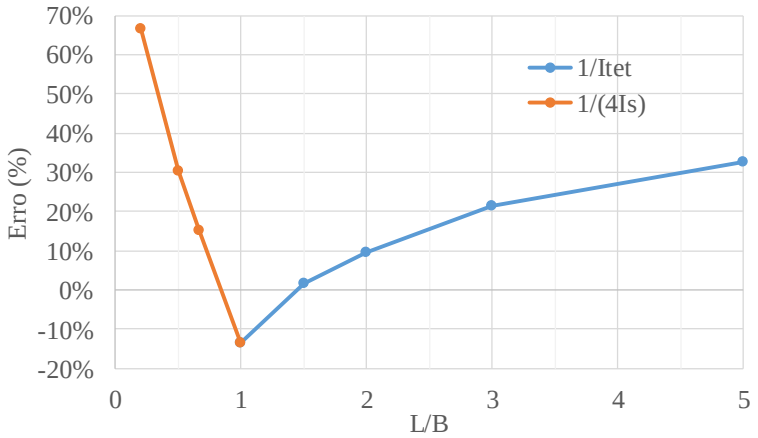


Figura 3.4 – Erro cometido ao admitir um modelo com duas molas concentradas com rigidez vertical igual à rigidez vertical elástica

A avaliação do critério de excentricidade pode ser efetuada garantindo que o assentamento provocado pela força vertical deverá ser superior ao levantamento na extremidade da fundação provocado pelo momento fletor. Assim, a partir das Equações 3.3 e 3.5 obtém-se a inequação 3.15.

$$u_1 \geq u_2 \Leftrightarrow \frac{V}{2k_1} \geq \frac{M}{Bk_1} \Leftrightarrow \frac{V}{M} < \frac{B}{2} \tag{3.15}$$

Na inequação 3.15 torna-se evidente que o critério relacionado com a excentricidade, a qual tomando um valor de *B/6* deveria corresponder ao limiar do levantamento numa das extremidades da fundação, não é satisfeito. Deste modo, conclui-se que apesar de ser conseguido, com o modelo de 2 molas, uma compatibilidade entre as rigidezes vertical e rotacional de acordo com a T.E., para dois valores específicos de *L/B*, tal conduz a um deslocamento nulo na extremidade da fundação apenas quando a excentricidade é *B/2*, diferente do valor *B/6* preconizado pela T.E. para a distribuição das pressões numa secção retangular.

3.2.2 Modelo com 3 molas

Neste modelo considerou-se uma terceira mola central com rigidez k_2 e duas molas nas extremidades da sapata com uma rigidez k_1, em que k_2 é independente de k_1 (Figura 3.5). Neste

modelo a rigidez rotacional é apenas conferida pelas molas das extremidades, enquanto as 3 molas contribuem para a rigidez vertical.

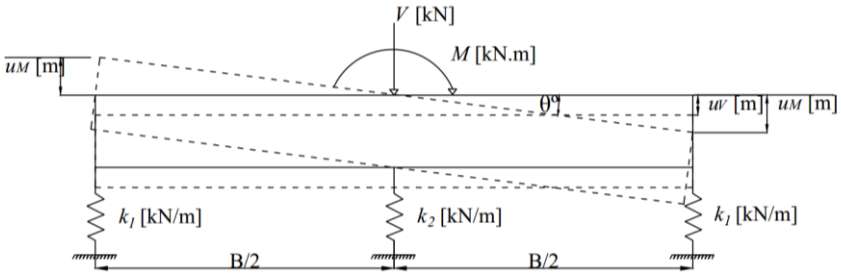


Figura 3.5 – Deslocamentos isolados de uma fundação superficial assente em três molas lineares elásticas e submetida a carga vertical e momento

Neste modelo a rigidez na direção vertical é dada pela soma da rigidez das 3 molas como definido pela Equação 3.17.

$$V = 2u_V k_1 + u_V k_2 \tag{3.16}$$

$$K_z^{modelo} = \frac{V}{u_V} = 2k_1 + k_2 \tag{3.17}$$

Definindo k_1 de modo que K_θ^{modelo} seja igual ao $K_\theta^{T.E.}$:

$$\begin{cases} K_\theta^{modelo}[kN.m] = k_1 \dfrac{B^2}{2} \\ K_\theta^{T.E.}[kN.m] = \dfrac{B^2 L}{I_\theta} \cdot \dfrac{E_s}{(1-v^2)} \end{cases} \Leftrightarrow k_1 = \frac{2L}{I_\theta} \cdot \frac{E_s}{(1-v^2)} \tag{3.18}$$

Sendo ainda admitido que K_z^{modelo} é igual ao $K_z^{T.E.}$:

$$\begin{cases} K_z^{modelo} = k_2 + 2k_1 = \dfrac{4L}{I_\theta} \cdot \dfrac{E_s}{(1-v^2)} + k_2 \\ K_z^{T.E.} = \dfrac{E_s L}{(1-v^2) I_s} \end{cases} \Leftrightarrow k_2 = \frac{E_s}{(1-v^2)} \cdot L \cdot \left(\frac{1}{I_s} - \frac{4}{I_\theta}\right) \tag{3.19}$$

Pela Equação 3.19 constata-se que a compatibilização da rigidez das molas com as deformações da T.E. é possível para valores positivos da rigidez k_2 quando $0{,}85 \leq L/B \leq 1{,}45$ (intervalo de valores positivos do termo entre parêntesis da Equação 3.19). Para geometrias da fundação com razões *L/B* fora deste intervalo essa compatibilização continua a ser possível desde que a rigidez

k_2 tome valores negativos ou se considere a mola deformável em sentido oposto às restantes, conforme representado na Figura 3.6.

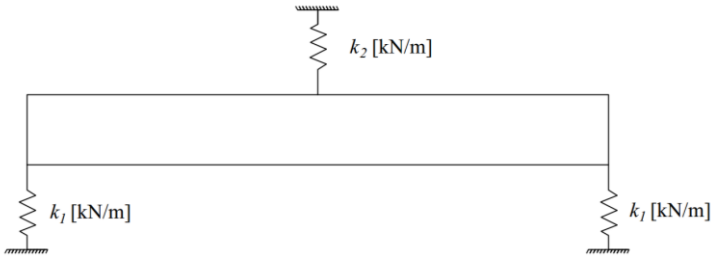


Figura 3.6 – Modelo de 3 molas com mola central deformável em sentido oposto as restantes

Para garantir a validade do modelo é necessário verificar o critério da excentricidade. De acordo com a T.E e, como referido para o modelo com duas molas, uma excentricidade de *B/6* deveria corresponder ao limiar do levantamento numa das extremidades, no entanto tal não se verifica. Assim, importa verificar a excentricidade para a qual o deslocamento devido ao momento u_M supera o deslocamento devido à carga vertical u_V, e passam a existir trações numa das extremidades da fundação. Através da Equação 3.20, a qual foi desenvolvida admitindo que u_V é igual a u_M é possível definir, em função da geometria, a excentricidade para a qual os deslocamentos se igualam. Através da análise de fundações com razões *L/B* entre 0,2 e 5 verificou-se que apenas para a sapata quadrada é que a relação *e/B* é inferior a 0,5, isto é, apenas para este caso é que se verifica haver trações para uma excentricidade no interior da fundação, com a excentricidade a ser superior às dimensões da fundação nos restantes casos.

$$e < 2B \cdot \frac{I_s}{I_\theta} \tag{3.20}$$

Assim, conclui-se que, com o modelo de 3 molas é possível uma compatibilidade entre as rigidezes vertical e rotacional de acordo com a T.E. para valores positivos da rigidez k_2 sempre que $0{,}85 \leq L/B \leq 1{,}45$ e para valores fora do intervalo através da utilização de uma mola central com rigidez negativa. A possibilidade de haver trações na base ocorre apenas na modelação de sapatas quadradas e para excentricidades próximas de *B*/2.

3.3 Modelação com Programa de Análise Estrutural

3.3.1 Breve Apresentação do Programa de Cálculo *ROBOT*

O programa de cálculo automático *Robot* (*Autodesk Robot Structural Analysis 2017*) é um programa de elementos finitos destinado à análise estrutural tridimensional. Permite realizar

análises estáticas e dinâmicas, lineares e não lineares, contendo na base de dados normas regulamentares de diversos países, entre eles o Eurocódigo. Este programa permite a utilização de diferentes tipos de elementos estruturais, tendo sido escolhidos elementos do tipo placa para a criação dos modelos das sapatas, face à sua reduzida espessura.

O *Robot* apresenta dois métodos para a geração e discretização da malha de elementos finitos: o Método de Coons (geração de malha simples) e o Método de Delaunay (geração de malha complexa). Relativamente ao sistema de eixos, o programa define dois tipos, o sistema de eixos global e o sistema de eixos local. Em ambos os casos o eixo *z* é perpendicular ao elemento. Como se trata de uma modelação 3D, cada nó da malha de elementos finitos apresenta seis graus de liberdade, três translações (u_x, u_y *e* u_z) e três rotações (θ_x, θ_y *e* θ_z).

3.3.2 Descrição dos modelos

As geometrias dos modelos analisadas consistem em fundações quadradas e retangulares com razões *L*/*B* a variar entre 1 e 5, tendo-se considerado a dimensão para a menor dimensão da fundação os valores de 5 m e de 2,5 m. Em relação às molas distribuídas ao longo da fundação que descrevem a ISE foram admitidas, entre outras simplificações, as associadas ao modelo de Winkler, com comportamento elástico linear à compressão e resistência nula à tração. Deste modo, as análises efetuadas têm carácter não linear. A Figura 3.7 ilustra o comportamento Força *vs* Deslocamento característico das molas utilizadas.

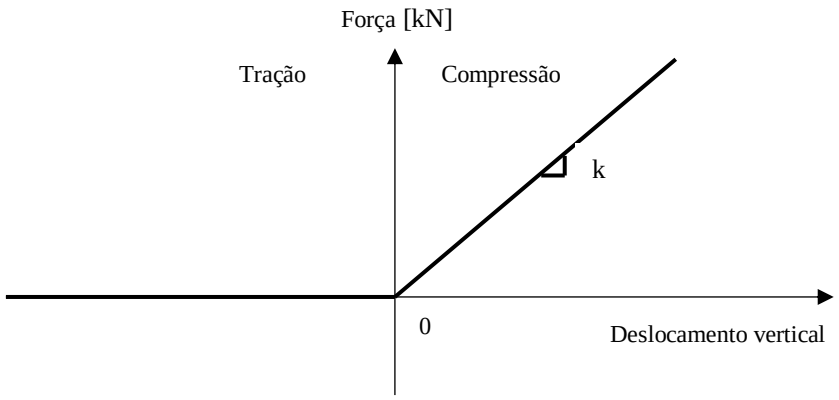


Figura 3.7 – Comportamento Força *vs* Deslocamento das molas utilizadas no modelo

As molas introduzidas nos modelos têm comportamento desacoplado, estando os deslocamentos em cada mola relacionados com o deslocamento vertical e rotação da fundação, considerada como rígida. A fundação foi simulada através de elementos de placa, quadriláteros de 4 nós, com 1 metro de espessura (Figura 3.8). Por simplificação, e uma vez que não tem

interferência nos resultados finais, o peso da fundação foi considerado como parcela integrante da força vertical aplicada.

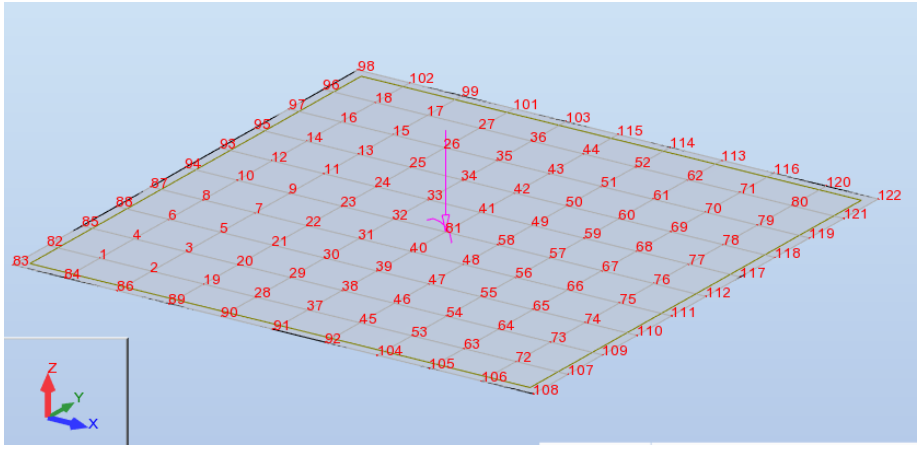


Figura 3.8 – Modelo de sapata *L/B*=1 e orientação do sistema de eixos, *Robot*

O coeficiente de reação por unidade de área da fundação, k_s, foi definido em função dos parâmetros elásticos do solo (E_s e v) e da geometria da fundação (Equação 2.11). Posteriormente, o programa *Robot* calcula a rigidez axial de cada mola em função da sua área de influência.

3.3.3 Análises Numéricas Efetuadas

Para os cálculos a efetuar no *Robot* é necessário definir as características do elemento de placa e o coeficiente de reação da mola em kN/m^3. Relativamente ao elemento de placa, este foi definido com 1 m de espessura e peso nulo. Para definir o coeficiente de reação da mola a introduzir no *Robot* é necessário conhecer a geometria da sapata, os parâmetros de deformabilidade do solo e o valor do coeficiente I_s exposto no Quadro 3.1 para o caso de sapatas rígidas. Uma vez que com os modelos de molas discretos os deslocamentos da fundação são inversamente proporcionais a $E_s/(1-v^2)$ (Equações 2.11 e 2.14), optou-se por desenvolver estas análises para valores de E_s=25000 kPa e v=0,2. No Quadro 3.1 estão representados os valores de I_s, I_θ, k_s e K_θ para a gama de *L/B* analisada, assim como para o cálculo em que foram consideradas condições em Estado Plano de Deformação (EPD). Após definido o valor de k_s, a rigidez vertical de cada mola, K_z^{mola}, é determinada automaticamente através do próprio programa, que multiplica k_s pela área de influência afeta a cada mola.

Quadro 3.1 – Fatores de influência I_s, I_θ utilizados no cálculo dos coeficientes de reação e valores elásticos de K_θ e k_s para as diferentes geometrias analisadas

	Parâmetros definidos	*L/B=1*	*L/B=2*	*L/B=3*	*L/B=4*	*L/B=5*	*L/B=∞**
Largura	I_s	0,92	1,27	1,51	1,66	1,81	-
	I_θ	4,17	4,59	4,74	4,83	4,88	5,09
B=2,5m	k_s[kN/m^3]	11 322	8 202	6 898	6 275	5 755	-
	K_θ[kN·m/rad]	97 472	177 367	257 261	337 156	417 051	31 977
B=5m	k_s[kN/m^3]	5661	4101	3449	3137	2877	-
	K_θ[kN·m/rad]	779 774	1 418 932	2 058 091	2 697 250	3 336 408	127906

*Análise p.m.l.

Nestes modelos é avaliada a variação da rigidez rotacional com o aumento da excentricidade da resultante de esforços. Este aumento da excentricidade é conseguido através da aplicação de incrementos do momento fletor, uma vez que a carga vertical é mantida constante e igual a 1000 kN, independentemente da geometria dos modelos analisados. Para o caso de excentricidade em uma direção, o momento foi aplicado segundo o eixo perpendicular à menor dimensão, *B*, da fundação, tendo sido consideradas as excentricidades de referência correspondentes a *B*/6, *B*/3 e *B*/2. No caso das análises com dupla excentricidade, para além da excentricidades referidas foram consideradas as excentricidades *L*/6, *L*/3 e *L*/2, correspondentes à aplicação do momento segundo o eixo perpendicular à maior dimensão da fundação, *L*. Os incrementos dos momentos foram aplicados em intervalos constantes e de dimensão suficiente para se conseguir descrever o efeito na variação da rigidez rotacional, numa gama de excentricidades a variar desde um valor muito baixo até ao limite geométrico da fundação, para *B*/2 ou *L*/2, dependendo da direção de aplicação do momento. Os procedimentos descritos foram utilizados para as ambas as larguras das fundações *B*=5m e *B*=2,5m. Em todos os modelos os momentos foram aplicados no centro da fundação, com exceção dos cálculos *L/B*=∞ para simular o EPD. Neste caso, o momento aplicado foi distribuído p.m.l. ao longo do eixo da fundação perpendicular à menor dimensão *B*.

3.3.4 Resultados dos Cálculos

3.3.4.1 Excentricidade da Carga em 1 Direção

A validade dos resultados destas análises está dependente do comportamento da fundação como corpo rígido. Para o efeito, foi realizada uma análise dos campos de deslocamentos verticais e rotações da fundação, para o cálculo com a fundação quadrada de dimensões *L*=*B*=5m e

excentricidade e=2,35m ($e \approx B/2{,}13$). Os resultados dos campos de deslocamentos e rotações são apresentados na Figura 3.9, onde se pode observar que o campo de rotações é praticamente uniforme em toda a fundação e que os deslocamentos verticais são constantes ao longo dos alinhamentos paralelos ao eixo de rotação. Assim, fica comprovado que a sapata apresenta um comportamento praticamente rígido.

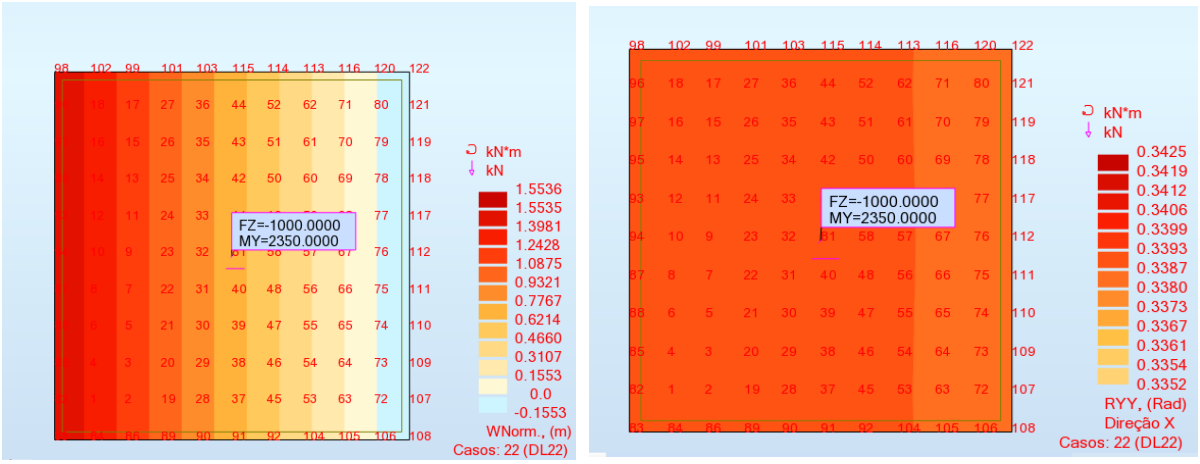


Figura 3.9 - Campos de deslocamentos verticais e de rotações para L=B=5m e $e \approx B/2{,}13$

A Figura 3.10 ilustra a variação da rigidez rotacional com a excentricidade normalizada pela largura da sapata, e/B, para uma sapata quadrada com L=B=5m. Na mesma figura encontra-se representado o comportamento teórico da curva linearizada e as excentricidades de referência já referidas. O comportamento teórico admite uma rigidez rotacional constante até $B/6$, correspondente ao contacto pleno entre a fundação e o terreno, e uma diminuição linear com o aumento da excentricidade até à situação de e=$B/2$, em que o contacto fica reduzido à aresta da fundação. Pela análise da Figura 3.10 verifica-se que os resultados dos cálculos indicam uma rigidez rotacional constante enquanto a excentricidade se situar no interior do núcleo central. Para excentricidades superiores a $B/6$ a rigidez rotacional diminui com o aumento da excentricidade, embora com uma evolução não coincidente com a curva linearizada expectável. Para excentricidades até e/B<1/3 os valores calculados são superiores aos da curva linearizada, com este comportamento a inverter-se quando e/B>1/3.

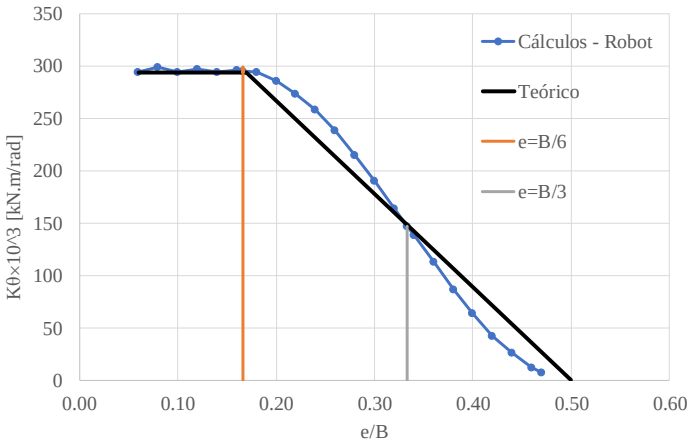


Figura 3.10 – Comportamento obtido através da modelação com molas vs comportamento teórico da curva linearizada para uma sapata com L=B=5m

Na Figura 3.11 são apresentadas as evoluções da rigidez rotacional obtidas nos cálculos normalizadas relativamente aos respetivos valores obtidos pela T.E. (Equação 2.14) para ambas as dimensões B de 5m e 2,5m das fundações. Foi ainda realizada uma modelação na qual a carga vertical e o momento foram aplicados p.m.l. segundo o maior comprimento da fundação, com o intuito de melhor simular o EPD a modelar no programa de elementos finitos *RS2* de análise 2D. Nestas análises L/B=∞ os valores da rigidez rotacional são muito semelhantes aos observados para L/B=4, para ambas as larguras B=2,5m e 5m, consideradas. Para excentricidades inferiores a B/6 verifica-se existir um patamar constante da rigidez rotacional para todos os modelos, independentemente das suas dimensões. Para B=5m, estes valores normalizados variam no intervalo entre 0,22 e 0,38, enquanto para B=2,5m esse intervalo situa-se entre 0,18 e 0,38. Observa-se que para L/B de 1, 2 e infinito os valores da rigidez rotacional normalizada são idênticos para ambas as larguras analisadas e também que a rigidez rotacional decresce com o aumento do comprimento L da fundação. Assim, para uma fase de total contacto entre o solo de fundação e a sapata, os resultados obtidos para a rigidez rotacional através da modelação com molas desacopladas e elásticas são muito inferiores aos obtidos pela T.E. Verifica-se, portanto, que usando molas definidas com o mesmo coeficiente de reação, k_s, em toda a fundação não se consegue garantir a concordância entre as rigidezes vertical e rotacional calculadas e os valores determinados através da T.E..

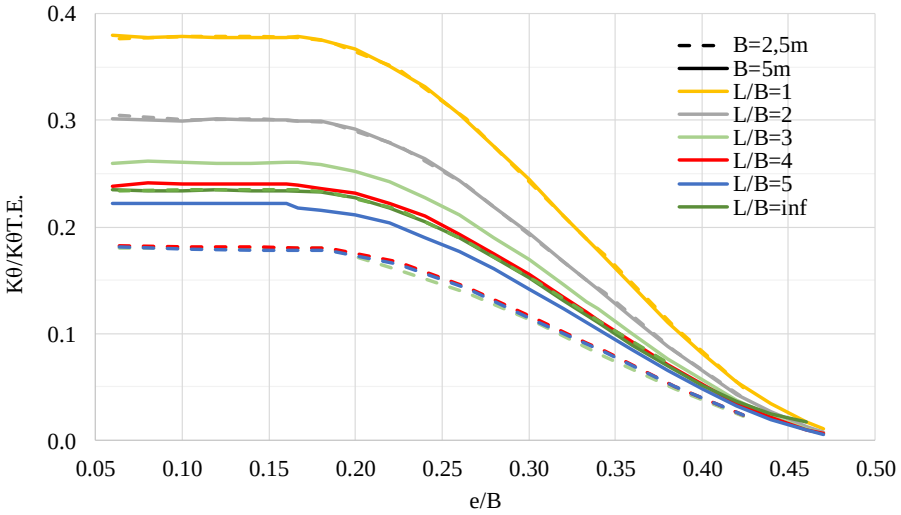


Figura 3.11 - Variação da rigidez rotacional normalizada com a relação *e/B* para sapatas com diferentes geometrias e largura igual a 5m e 2.5m

Através da normalização é possível estimar o erro que se comete ao realizar o dimensionamento deste tipo de sapatas com recurso à formulação da T.E.. Com o objetivo de avaliar a influência do valor de *B* na relação $K_\theta\ /K_\theta^{T.E}$, foram realizados cálculos adicionais para fundações quadradas com *B*=10m, 15m, 20m e 25m. Os valores da relação $K_\theta\ /K_\theta^{T.E}$ obtidos variaram entre 0,36 e 0,38, com o valor mais baixo a ser obtido para a sapata com *L*=*B*=20m. Fica assim comprovado que apesar do valor de *B* ter uma ligeira influência nesta relação, não existe um valor para o qual a modelação através de molas que garantam assentamentos corretos apresentem os mesmos resultados para a rigidez rotacional que a obtida pela T.E. De referir também que ao se aumentar a largura da sapata esta passa a comportar-se como ensoleiramento geral, ficando comprometido o funcionamento de corpo rígido para fundações com a espessura de 1m.

3.3.4.1 Excentricidade da carga em 2 Direções

A Figura 3.12 mostra o campo de deslocamentos verticais de uma sapata quadrada com *L*=*B*=5m, submetida a momentos iguais nas duas direções. Pela distribuição dos deslocamentos, uniformes segundo as paralelas ao eixo diagonal de rotação e com valores extremos nos cantos opostos, constata-se que continua garantido o comportamento de corpo rígido. A evolução da rigidez rotacional com o aumento das excentricidades está representada na Figura 3.13, para ambos os eixos ortogonais de rotação. Como expectável, a evolução da rigidez rotacional é coincidente para ambos os eixos. Contudo, ao contrário do observado nas análises com excentricidade segundo uma direção, aqui não se verifica existir de forma clara um patamar inicial. No que respeita aos valores normalizados em relação à T.E. para diferentes relações *L/B* (Figura 3.14), os valores máximos da rigidez rotacional segundo o eixo da largura situam-se

entre 0,38 e 0,21, decrescendo com o aumento de *L/B* e segundo o eixo do comprimento varia entre 0,38 e 0,62, crescendo com o aumento de *L/B*. No entanto, segundo o eixo da largura (Figura 3.14.a), estes valores são da ordem de grandeza dos observados para os casos com excentricidade unidirecional.

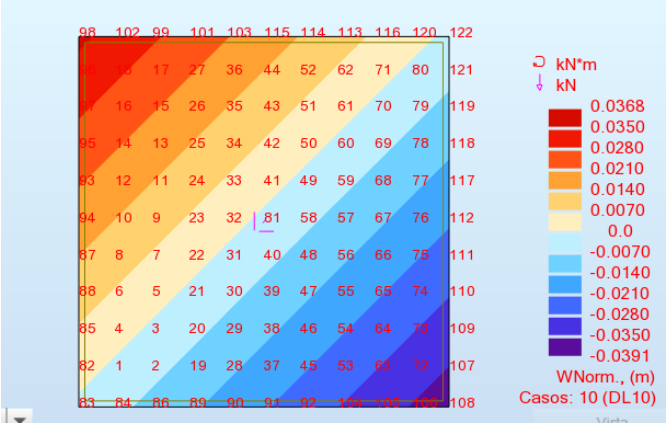


Figura 3.12 – Campo de deslocamentos de uma sapata quadrada submetida a carga vertical e momentos com excentricidades de 1,20m nas duas direções

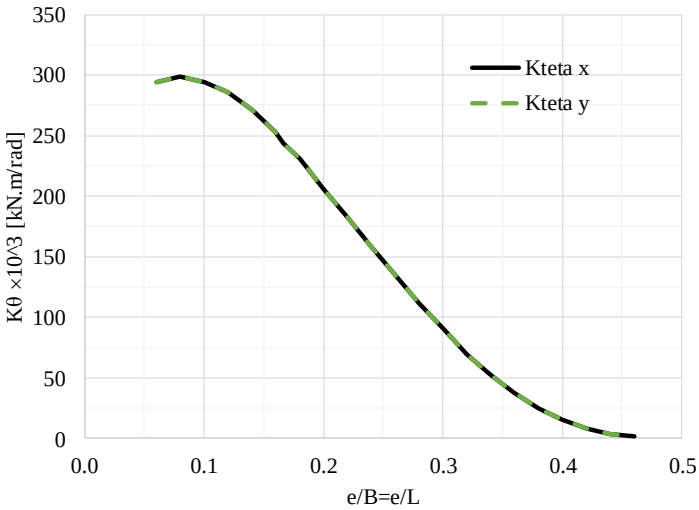
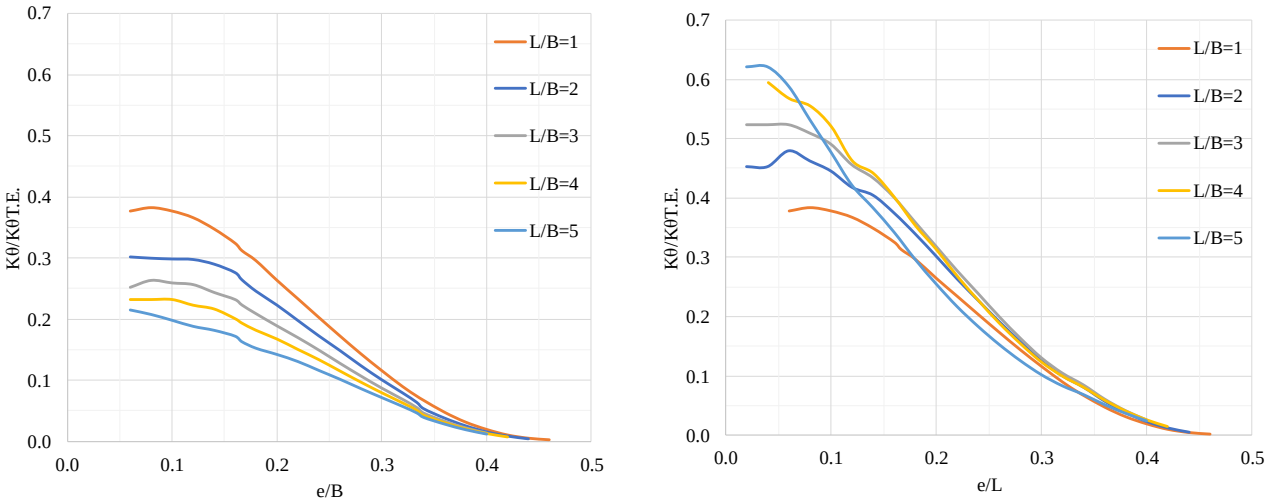


Figura 3.13 – Evolução da rigidez rotacional com o aumento das excentricidades para os dois eixos ortogonais de rotação



a) b)

Figura 3.14 - Variação da rigidez rotacional normalizada para as várias geometrias analisadas com largura igual a 5: a) segundo *B*; b) segundo *L*

3.4 Considerações Finais

Em relação aos modelos analíticos definidos na secção 3.2, as soluções indicam que a utilização de molas concentradas capazes de compatibilizar a rigidez vertical e rotacional da fundação com a T.E. e garantindo o critério de excentricidade, apenas é possível para o modelo com 3 molas à exceção da sapata quadrada. Em relação a este modelo constata-se que para relações externas ao intervalo $0{,}85 \leq L/B \leq 1{,}45$ a compatibilidade com a T.E. só é possível caso se utilize uma mola central com rigidez negativa ou deformável em sentido oposto às restantes (Figura 3.6).

No que respeita ao programa de cálculo automático *Robot*, eram esperadas algumas limitações na compatibilização entre a rigidez rotacional obtida e a T.E, uma vez que a rigidez das molas foi definida atendendo unicamente à rigidez vertical elástica (Equação 2.11). De facto, os valores da rigidez rotacional calculados são muito inferiores aos da T.E., apresentando uma diferença mais acentuada para relações *L/B* superiores. Para as duas larguras analisadas (*B*=2,5m e 5m) os valores normalizados da rigidez rotacional são idênticos para *L/B*=1, 2 e infinito, já para *L/B*=3, 4 e 5 a menor largura (*B*=2,5m) apresentou valores inferiores. Assim, a relação mais crítica corresponde a uma fundação com *B*=2,5m e *L/B*=3, 4 e 5, para os quais o *Robot* fornece valores para a rigidez rotacional iguais a 18% dos valores gerados pela solução elástica (Equação 2.14) na fase de total contacto. Relativamente à excentricidade da carga, à semelhança do comportamento teórico da curva linearizada, a sapata apresenta deslocamentos nulos numa das extremidades para uma excentricidade de *B*/6. Para os casos com excentricidade

unidirecional verificou-se que apesar do valor de *B* ter influência na relação estudada, não existe um valor para o qual a modelação através de molas e a T.E. apresentem os mesmos resultados para a rigidez rotacional. No que concerne à dupla excentricidade da carga, segundo o eixo da largura, os valores da rigidez rotacional normalizada são da ordem de grandeza dos observados para os casos com excentricidade unidirecional. Por outro lado, na direção perpendicular, o valor da rigidez rotacional normalizada cresce para razões *L/B* superiores, com o *Robot* a fornecer valores para a rigidez rotacional de 38% do valor gerado pela solução elástica (Equação 2.14) na fase de total contacto quando L/B=1.

Para os casos analisados verifica-se que a rigidez rotacional normalizada diminui com o aumento de *L/B* para uma largura *B* constante. Assim, e uma vez que o valor de I_θ e de *L* aumentam com o aumento de *L/B* e que os restantes valores permanecem constantes, é legitimo afirmar que a dimensão *L* tem maior influência que I_θ na avaliação da rigidez rotacional da fundação.

4 MODELAÇÃO DA INTERAÇÃO SOLO-FUNDAÇÃO COM MODELOS DE MEIO CONTÍNUO

4.1 Preâmbulo

Relativamente aos programas de elementos finitos desenvolvidos para modelar os problemas geotécnicos, estes têm vindo a sofrer uma evolução considerável, contribuindo para uma melhor compreensão do problema e garantindo maior proximidade entre o modelo e a realidade. De acordo com Potts e Zdravkovic (1999), o método dos elementos finitos envolve as seguintes etapas:

- *Discretização* do meio contínuo em elementos finitos de menor dimensão.
- *Aproximação da variável primária*, através de funções de forma ou de interpolações adequadas.
- *Equações elementares*, em que para cada elemento é necessário definir a matriz de rigidez elementar e o vetor das forças nodais equivalentes.
- *Equações globais*, correspondentes ao agrupamento das equações elementares.
- *Condições de fronteira*, que são condições impostas na formulação do modelo e que têm que ser consideradas no sistema de equações de equilíbrio.
- *Resolução das equações globais*, de forma a obter todos os deslocamentos nodais e, por consequência, as tensões e deformações necessárias à análise.

No método dos elementos finitos procede-se à divisão de um meio contínuo em vários elementos finitos de menor dimensão, que se interligam aos elementos adjacentes através de pontos nodais. As cargas atuantes são aplicadas nos pontos nodais e, recorrendo à álgebra matricial, a equações de compatibilidade e de equilíbrio, é possível determinar os deslocamentos nodais e, consequentemente, obter as tensões e deformações. A precisão dos resultados melhora com a subdivisão do meio em elementos menores, mas até certo limite. O refinamento da malha de elementos finitos deve ser assumido de modo que exista um compromisso entre a qualidade dos resultados e o tempo e esforço de cálculo despendidos. Trata-se de um método que apresenta a grande vantagem de conseguir criar corretamente modelos com geometrias de enorme complexidade e submetidos a qualquer carregamento e para condições de fronteira variáveis, que se tornariam impraticáveis através dos métodos

analíticos clássicos. Este método fornece soluções aproximadas para problemas físicos complexos.

Segundo Baban (2016), que considera o MEF o mais seguro e fiável para a análise de sapatas superficiais sob cargas combinadas, a utilização de elementos discretos apresenta vantagens consideráveis quando comparada com a hipótese de Winkler e com as hipóteses da T.E.. Pender et al. (2005) modelaram sapatas de betão armado assentes em argila dura através de duas abordagens distintas. No primeiro caso, consideraram a fundação e a estrutura separadamente, definindo primeiro as ações a atuar sobre a fundação e dimensionando as sapatas para resistirem a essas ações. No segundo caso consideraram o sistema estrutura – fundação de forma integrada através de um programa de análise estrutural dinâmica não linear. Estes autores concluíram que o projeto integrado, apesar de mais complexo, garante uma melhor compreensão do comportamento do sistema solo-fundação e permite ainda um projeto de fundação mais económico, tornando-se assim de elevada importância para qualquer gabinete de projeto.

Pender et al. (2006) analisaram o comportamento de uma sapata retangular rígida, assente em argila, em que o solo foi modelado de duas formas: no primeiro caso, através de uma "cama" de molas independentes, ou seja, o modelo clássico de Winkler; já no segundo caso foi modelado como um meio elástico contínuo. O dimensionamento das molas foi realizado de forma que a sua rigidez vertical seja igual à rigidez vertical do meio contínuo. A rigidez vertical e rotacional do meio contínuo foi definida através das fórmulas propostas por Gazetas (1991) para fundações superficiais. Os resultados do estudo indicaram que a rigidez rotacional é inferior na modelação através do modelo com molas, devendo-se essa diferença à distribuição das pressões de contacto. Os autores fazem referência a outros trabalhos que apresentam possíveis soluções para ultrapassar a diferença nos valores da rigidez rotacional pelos dois métodos, passando por: utilizar uma mola não linear localizada no centro da sapata ou por aumentar a área da base. No entanto, as soluções apresentam inconvenientes consideráveis na aferição dos momentos fletores e, consequentemente, na disposição e quantidade de armadura da fundação. Assim, concluíram que os modelos com molas não são adequados para a representação da rotação de uma fundação submetida à atuação de momento fletor, mesmo considerando o acoplamento de uma mola não linear no centro da fundação, com rigidez variável à medida que aumenta a rotação. Com o intuito de caracterizar a resposta de fundações com diferentes geometrias a rotações elevadas, Gazetas et al. (2013) formularam equações com parâmetros adimensionais para argilas de plasticidade média sob condições não drenadas. Estes autores obtiveram valores para a rigidez rotacional elástica inicial cerca de 10% superior à solução analítica.

Nesta dissertação foram desenvolvidos modelos de elementos finitos de contínuo bidimensionais e tridimensionais, utilizando os programas de cálculo *RS2* e *RS3*. O *software RS2* 9.0 (Rocscience, 2017a) destina-se à modelação e análise bidimensional (2D) de solos e rocha e permite ao utilizador a escolha entre dois tipos de análise, estado plano de deformação ou axissimétrico. Nos casos analisados, correspondentes a sapatas contínuas, aplicou-se o estado plano de deformação, ou seja, assumindo que uma dimensão (comprimento) é consideravelmente superior à largura e as condições de fronteira e as forças aplicadas se repetem ao longo do comprimento. Admite-se por isso que todas as secções transversais apresentam as mesmas características.

O *software RS3* 2.0 (Rocscience, 2017b) permite análises tridimensionais (3D), possibilitando a criação de modelos mais realistas, tendo de ser utilizado sempre que o problema a analisar não possa ser tratado como bidimensional. Esta é uma ferramenta importante na análise de estruturas geotécnicas de maior complexidade. Do ponto de vista teórico, um modelo tridimensional que idealize o sistema solo-sapata como um sistema único é o método mais realista para analisar o comportamento da fundação. Por ser um *software* relativamente recente, muitas funcionalidades importantes para análises geotécnicas não se encontram ainda implementadas. Para a presente dissertação seria interessante haver a possibilidade de colocar elementos de interface entre o solo de fundação e a sapata, à semelhança do realizado no *RS2*, por forma a modelar o comportamento da sapata quando deixa de haver contacto com o solo. No entanto o *RS3* não contempla ainda tal funcionalidade, sendo esta uma limitação do programa que pode comprometer a análise de resultados. Apesar de todas as vantagens na utilização de modelação 3D para a generalidade dos casos, em detrimento das outras opções apresentadas, existem situações em que a modelação 3D pode ser demasiado complexa e até inadequada, revelando-se um método capaz de ofuscar as características relevantes do problema (Pinto, 2010). Aliado ao tempo de cálculo e ao espaço de memória requerido por este método de análise, as características referidas são as principais condicionantes da análise através do programa utilizado.

4.2 Modelos Constitutivos Utilizados

Um modelo constitutivo é tanto mais adequado quanto melhor conseguir simular o comportamento real do material. No entanto, é importante ter sempre presente a noção de que o solo é um material extraordinariamente complexo e que nenhum modelo constitutivo existente é capaz de o representar fielmente em todas as condições de carregamento. Neste trabalho foi feita a análise de fundações sobre uma areia solta, uma areia densa e um solo argiloso utilizando dois modelos distintos: MC e DC. Foram também realizadas análises preliminares assumindo o comportamento elástico linear para o material de fundação com propriedades elásticas iguais

às do modelo de MC. Como o estudo dos parâmetros dos materiais não é o objetivo desta dissertação, foram adotados os valores propostos por Ferreira (2014). Esta autora realizou uma série de ensaios triaxiais drenados de compressão em Areia de Coimbra, para estados de compacidade distintos, no Laboratório de Geotecnia do DEC-FCTUC. Esta autora, posteriormente, procedeu à calibração de modelos Hardening Soil (HS) e MC para as duas densidades da areia. No caso do modelo DC, houve que fazer a adaptação dos parâmetros de forma a se obterem comportamentos equivalentes aos descritos pelo modelo HS, disponível no *PLAXIS*. Foi ainda considerado neste trabalho um maciço com propriedades comuns a uma argila sobreconsolidada e com plasticidade média.

4.2.1 Modelo de Mohr-Coulomb

4.2.1.1 Descrição do Modelo

De acordo com Matos Fernandes (2006) "*A maioria dos solos experimenta rotura de acordo com o chamado critério de Mohr-Coulomb".* O facto de se tratar de um critério de fácil compreensão, dada a simplicidade matemática e o significado claro dos parâmetros utilizados, torna-o facilmente aplicável.

O modelo de MC define-se por ter um comportamento elástico-perfeitamente plástico. Até ser atingido o patamar de cedência o solo apresenta um comportamento elástico linear, tendo depois um comportamento perfeitamente plástico após a cedência. Assim sendo, a deformação total é a soma das deformações elásticas e plásticas. As deformações na fase elástica-linear são totalmente recuperáveis e independentes da tensão inicial do material, sendo descritas através da Lei de Hooke (Equação 4.1) que rege a proporcionalidade tensão-deformação, com valor constante para o módulo de deformabilidade *E*. Na fase perfeitamente plástica, as deformações aumentam indefinidamente com o valor da tensão constante.

$$\sigma = E \cdot \varepsilon \tag{4.1}$$

A Equação 4.2 corresponde ao critério de rotura de MC e rege a fronteira que separa os estados de tensão que o solo não tem capacidade para suportar dos que este suporta. Esta equação é definida em função dos parâmetros de resistência ao corte (φ', c'), na qual o subíndice "f" indica que as componentes de tensão correspondem à rotura (Figura 4.1).

$$\tau_f = c' + \sigma'_f \cdot tan\varphi' \tag{4.2}$$

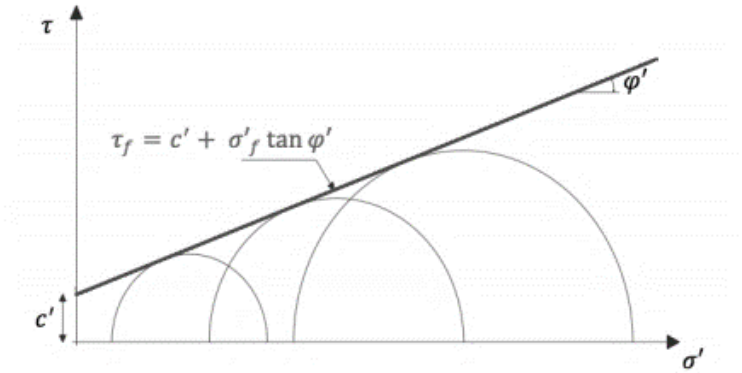


Figura 4.1 – Envolvente de Rotura de MC (Adaptado de Matos Fernandes, 2006)

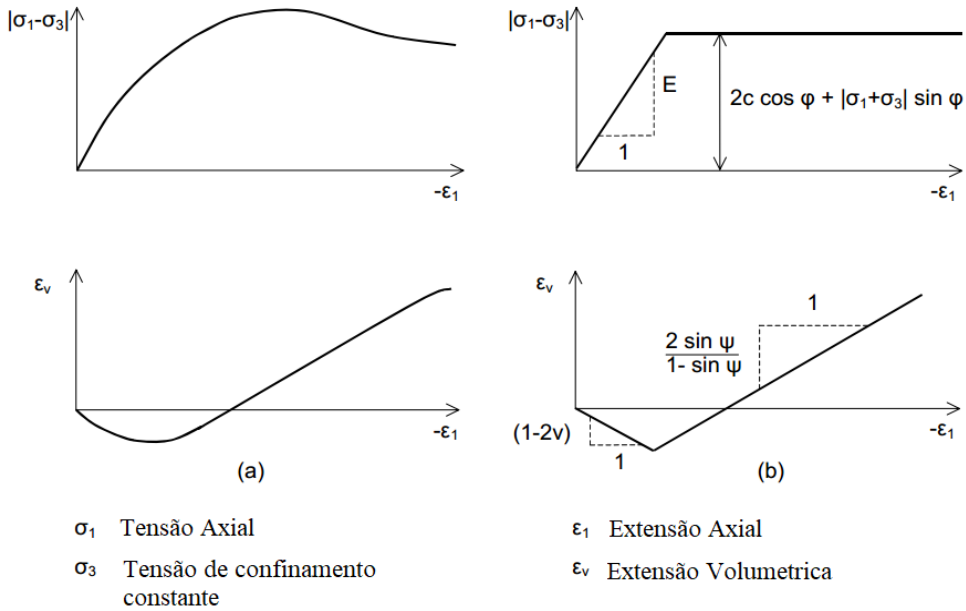


Figura 4.2 - Esquematização de resultados obtidos em ensaios triaxiais: a) reais; b) aproximados pelo modelo MC (adaptado de PLAXIS Manual, 2012)

No entanto, para a modelação do comportamento do solo com o modelo de MC é necessário conhecer as propriedades elásticas (ν, E) e o ângulo de dilatância (ψ), este último para a fase plástica. A Figura 4.2 a) ilustra uma curva tensão-deformação típica de um ensaio triaxial drenado, já a Figura 4.2 b) representa o comportamento idealizado (aproximado) pelo modelo de MC e mostra a influência dos parâmetros referidos. Relativamente ao ângulo de dilatância, este é importante para a modelação do aumento irreversível de volume.

A escolha do módulo de deformabilidade a utilizar nos cálculos deve ser feita de forma criteriosa, uma vez que o solo é um material com comportamento altamente não linear. Geralmente para solos submetidos a carregamento monotónico utiliza-se o módulo de

deformabilidade secante para 50% da tensão de rotura, E_{50}, mas para solos com um ramo linear extenso é válido utilizar-se o módulo de deformabilidade tangente inicial (E_i) (PLAXIS, 2012).

4.2.1.2 Parametrização

No Quadro 4.1 são apresentados os parâmetros do modelo de MC para a areia e a argila. No caso da areia são utilizados os parâmetros propostos por Ferreira (2014) para dois estados de compacidade diferentes, com a areia solta (S) e a areia densa (D) a corresponderem a valores médios da densidade relativa de 30% e de 70%, respetivamente. Em ambos os casos, são apresentados os parâmetros correspondentes a módulos secantes E_{50} e E_{80}. Para a argila foi adotada uma resistência ao corte não drenada c_u=85kPa, definida de acordo com o proposto por Salimath e Pender (2015) para um índice de plasticidade de 30, que, segundo Vucetic e Dobry (1991), é um valor apropriado para uma argila típica (Adamidis et al., 2014). Com base nestes valores foi determinado o módulo de deformabilidade não drenado, E_u, aplicando o ábaco de Duncan e Buchignani (1976), admitindo que se trata de uma argila sobreconsolidada. De acordo com Matos Fernandes (2006), para estas características, a argila pode-se classificar como rija. O valor do ângulo de dilatância da argila foi admitido nulo uma vez que este tipo de solo apresenta valores de dilatância muito baixos. Admitiu-se K_0=0,5, teria sido, no entanto mais razoável considerara a estimativa através da expressão de Jaky (1944) na qual K_0=(1-sinφ) e os resultados para a areia solta e para a areia densa seriam de 0,38 e 0,28, respetivamente.

Quadro 4.1 – Parâmetros do modelo de MC

Modelo	*Parâmetros*						
	ν	c_{ref} [kN/m^2]	ψ[°]	φ'[°]	E_{ref}[kN/m^2]	γ[kN/m^3]	K_0
DE50	0,2	1	15,7	46,1	25000	20	0,5
DE80	0,2	1	15,7	46,1	16000	20	0,5
SE50	0,3	1	4,3	38	15000	20	0,5
SE80	0,3	1	4,3	38	8000	20	0,5
Argila	0,5	85	0	0	34000	17,5	0,5

4.2.2 Modelo de Duncan-Chang

4.2.2.1 Descrição do Modelo

O modelo hiperbólico de Duncan e Chang (1970) (DC) assume uma relação hiperbólica entre a tensão e a deformação, como representada pela Equação 4.3, deduzida com base em ensaios triaxiais e expressa em relação às direções principais. Este modelo admite igualmente o critério de rotura de MC. Trata-se de um modelo elástico não linear, capaz de simular a variação do

módulo de deformabilidade com a tensão de confinamento através de três parâmetros: o módulo de deformabilidade tangente inicial, E_i, o coeficiente de Poisson, ν, e o parâmetro adimensional n. A relação entre as deformações axiais, ε_a, e a tensão desviatória ($q = \sigma_1 - \sigma_3$) é descrita pelas Equações 4.3 e 4.4 (Figura 4.3).

$$\sigma_1 - \sigma_3 = \frac{\varepsilon_a}{a + b\varepsilon_a} \tag{4.3}$$

$$a = \frac{1}{E_i};\ b = \frac{1}{(\sigma_1 - \sigma_3)_a} \tag{4.4}$$

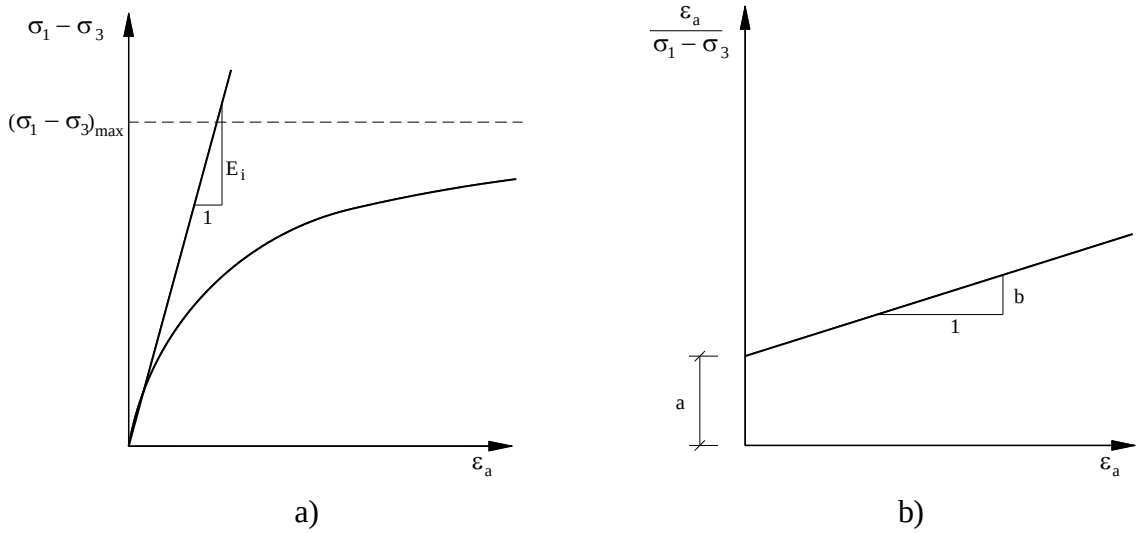


Figura 4.3 – Representação hiperbólica da curva tensão – deformação: a) curva real; b) curva transformada, (Almeida e Sousa, 1998)

Em que $(\sigma_1 - \sigma_3)_a$ corresponde ao valor máximo da tensão de desvio para a qual a curva hiperbólica tende assintoticamente. Os parâmetros a e b são constantes materiais definidas com base em resultados dos ensaios triaxiais. O módulo de deformabilidade tangente inicial, E_i, pode ser determinado através da expressão de Janbu (1963) (Equação 4.5), em que K é um parâmetro dependente do tipo de solo, n é o expoente, que pode variar entre 0 e 1, e p_a a pressão atmosférica (101.3 kPa). Uma forma alternativa de estimar o valor de E_i consiste na utilização da Equação 4.6 (PLAXIS, 2012), em que E_{50} representa o módulo de deformabilidade secante correspondente a 50% da carga de rotura e R_f a razão de rotura (Equação 4.7). A razão de rotura, R_f, relaciona a assimptota da curva hiperbólica com a resistência última do solo, devendo ser menor ou igual a 1. A diminuição da razão de rotura traduz-se em menores extensões para atingir a tensão de rotura imposta pelo critério de Mohr-Coulomb (Figura 4.4). Quando R_f =1 o critério de cedência de MC é coincidente com a linha para a qual tende a assimptota.

$$E_i = K \cdot p_a \cdot \left(\frac{\sigma'_3}{p_a}\right)^n \tag{4.5}$$

$$E_i = \frac{2E_{50}}{2 - R_f} \tag{4.6}$$

$$R_f = \frac{q_f}{q_a} = \frac{(\sigma_1 - \sigma_3)_f}{(\sigma_1 - \sigma_3)_a} \tag{4.7}$$

No modelo de DC E_{50} está relacionado com os parâmetros de resistência ao corte do solo pela Equação 4.8, enquanto os valores do módulo de descarga-recarga, E_{ur}, e do módulo confinado, E_{oed}, podem ser também determinados utilizando a Equação 4.8, substituindo o E_{50}^{ref} pelos respetivos valores de referência relacionados através das Equações 4.9 e 4.10. Relativamente aos módulos de deformabilidade de referência, estes são definidos para uma tensão de confinamento de referência, p_{ref}, geralmente admitida igual à pressão atmosférica. O parâmetro m representa a dependência da rigidez com a tensão de confinamento (σ'_3), variando entre 0,5 e 1, com este último valor típico das argilas.

$$E_{50} = E_{50}^{ref} \times \left(\frac{c\cos\varphi \ + \ \sigma'_3 \sin\varphi}{c\cos\varphi \ + p_{ref}\sin\varphi}\right)^m \tag{4.8}$$

$$E_{ur}^{ref} \approx 3E_{50}^{ref} \tag{4.9}$$

$$E_{oed}^{ref} \approx E_{50}^{ref} \tag{4.10}$$

Os valores dos módulos tangentes utilizados no modelo de DC, para condições drenadas, E_t, e não drenadas, E_{nt}, podem ser determinados pelas Equações 4.11 e 4.12. A formulação do modelo foi baseada na interpretação de resultados de ensaios de compressão triaxial convencionais com consolidação isotrópica pelo que, em ensaios triaxiais com consolidação anisotrópica, é necessário ajustar a hipérbole de forma a que esta passe na origem. Para isso, aplica-se a subtração apresentada nas Equações 4.11 e 4.12 na qual σ'_{1c}. e σ'_{3c} representam as tensões aplicadas no final da fase de consolidação. No entanto, nos programas de cálculo utilizados, o modelo hiperbólico de DC não considera a referida correção conduzindo a módulos de deformabilidade mais baixos para o estado de tensão inicial.

$$E_t = K \cdot pa \left(\frac{\sigma'_3}{p_a}\right)^n \left[1 - \frac{R_f(1-\sin\varphi)[(\sigma'_1 - \sigma'_3) - (\sigma'_{1c} - \sigma'_{3c})]}{2c \cdot \cos\varphi + 2\,\sigma'_3 \sin\varphi}\right]^2 \tag{4.11}$$

$$E_{u:t} = K \cdot pa \left(\frac{\sigma_3}{p_a}\right)^n \left[1 - R_f \frac{[(\sigma'_1 - \sigma'_3) - (\sigma'_{1c} - \sigma'_{3c})]}{2c_u}\right]^2 \tag{4.12}$$

De forma semelhante a E_i, o módulo elástico de descarga e recarga, E_{ur}, pode ser determinado através da Equação 4.13, na qual K_{ur} corresponde a um valor habitualmente superior a K da expressão de Janbu.

$$E_{ur} = K_{ur} \cdot p_a \cdot \left(\frac{\sigma_3}{p_a}\right)^n \tag{4.13}$$

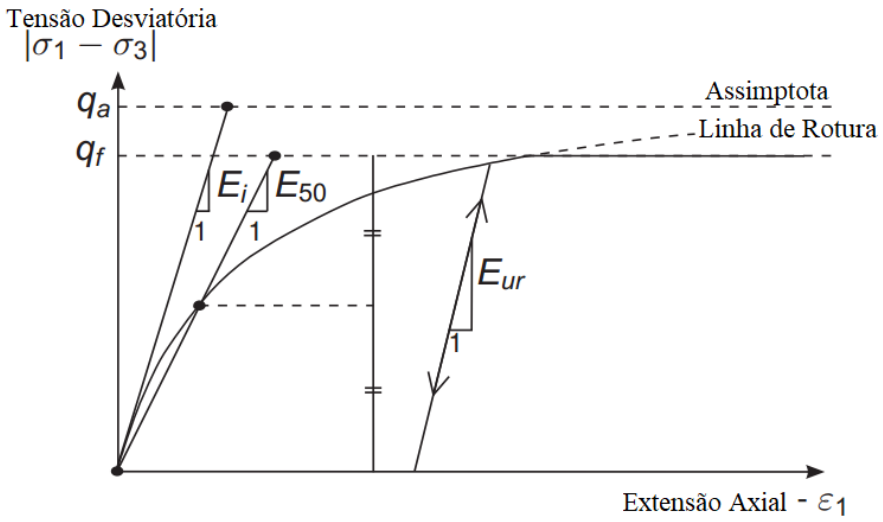


Figura 4.4 - Curva tensão-deformação do modelo hiperbólico (adaptado PLAXIS Manual, 2012)

De acordo com Almeida e Sousa (1998), a aplicação do modelo hiperbólico de DC com o método dos elementos finitos constitui um método fiável na simulação do comportamento dos solos em condições normais de serviço. Contudo, para níveis de deformação próximos dos correspondentes à mobilização da resistência ao corte dos solos o modelo afasta-se da realidade.

4.2.2.2 Validação e Parametrização

Atendendo a que o modelo de DC utiliza o critério de MC para definir a rotura, os parâmetros de resistência para a areia e argila a utilizar neste modelo são os anteriormente apresentados no Quadro 4.1. A única diferença consiste na utilização de c'=0 para o caso das areias, visto não ter havido problemas de convergência do cálculo quando adotado este valor. Em relação aos parâmetros de deformabilidade, foram utilizados procedimentos distintos para a argila e para a areia. Para a argila procurou-se utilizar um valor de K balizado pelos valores de típicos presentes na bibliografia (Kulhawy e Mayne, 1990). Para este solo foram assumidos valores iguais para

o módulo tangente inicial não drenado e para o módulo de descarga-recarga. No caso da areia, os parâmetros de deformabilidade foram deduzidos a partir dos parâmetros de calibração do modelo HS definidos por Ferreira (2014) (Quadro 4.2). Estes parâmetros foram estabelecidos com base nos resultados dos ensaios triaxiais de compressão realizados na Areia de Coimbra para diferentes estados de compacidade. Como o modelo HS, na forma como se encontra implementado no programa *PLAXIS*, utiliza módulos de deformabilidade secantes para a descrição da lei tensão-deformação, houve que fazer a sua conversão para módulos tangentes para parametrização do modelo DC. Para o efeito foram utilizadas as expressões apresentadas no Subcapítulo 4.2.2.1. Refira-se ainda que o valor do expoente *n* é igual a 1,0 para a argila, o que significa que a variação do módulo de deformabilidade com a profundidade cresce linearmente enquanto para a areia foi adotado o valor comum de 0,5.

Quadro 4.2 – Parâmetros do modelo de HS e DC

Solo	*Parâmetros HS*				*DC e HS*
	E_{50}^{ref} [kN/m^2]	E_{ur}^{ref} [kN/m^2]	E_{oed}^{ref} [kN/m^2]	m	R_f
Areia Solta	27000	81000	36346	0,7	0,90
Areia Densa	36000	108000	40000	0,5	0,85
Argila	-	-	-	1,0	0,90

Solo	*Parâmetros DC*						
		B=5m			*B*=2,5m		
	n	E_i [kN/m^2]	K	K_{ur}	E_i [kN/m^2]	K	K_{ur}
Areia Solta	0,5	18923	376	620	12043	338	558
Areia Densa	0,5	31546	627	1081	22716	638	1101
Argila	1	34000	340	340	34000	340	340

De forma a aferir a boa concordância entre os parâmetros dos modelos HS e DC, foram simulados ensaios triaxiais de compressão para uma tensão de confinamento de 100 kPa. Refira-se que Ferreira (2014) realizou ensaios triaxiais drenados com tensões de confinamento de 50 kPa, 100 kPa e 200 kPa, a partir dos quais definiu os parâmetros do modelo HS presentes no Quadro 4.2.

Para o teste foi utilizado um modelo axissimétrico de um provete triaxial, com 0,1m de altura e 0,05m de raio, e restrições de fronteira representadas na Figura 4.5.a). Inicialmente foi instalado um estado de tensão isotrópico com uma tensão de confinamento de 100kPa. Posteriormente procedeu-se à simulação do corte impondo deslocamentos no topo de modelo (Figura 4.5 b)). Refira-se ainda que o peso da amostra não foi considerado na análise, tendo

sido utilizada a opção *"none"* para o carregamento inicial do elemento. A comparação entre os resultados obtidos para o modelo de HS através do *PLAXIS* e os obtidos para o modelo de DC no *RS2*, encontram-se representados na Figura 4.6, a qual sugere uma boa aproximação entre os parâmetros apresentados no Quadro 4.2 para o modelo de HS e de DC.

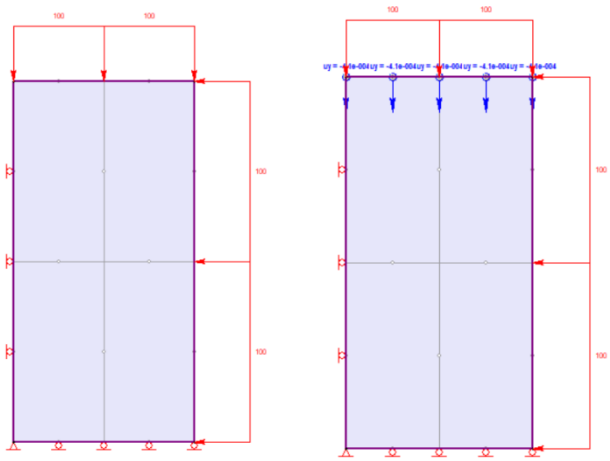
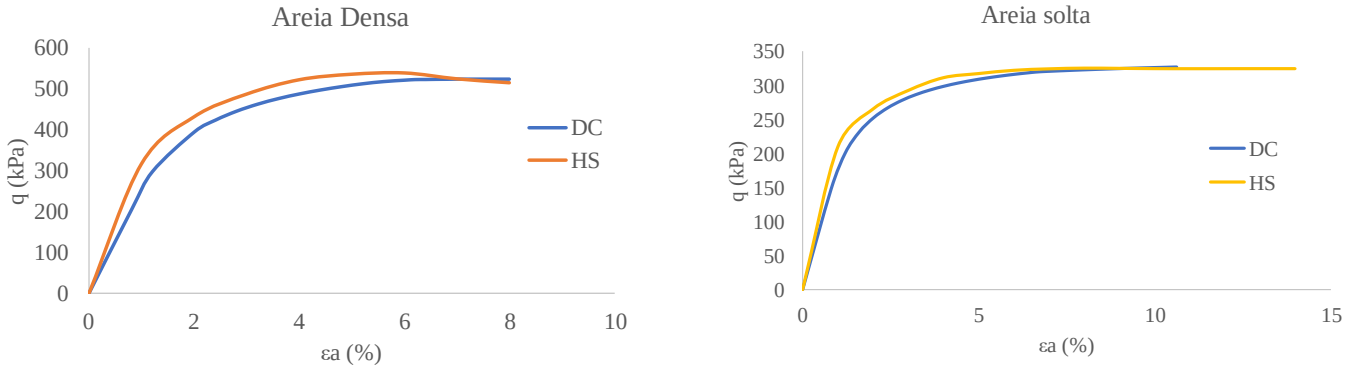


Figura 4.5 – Modelo Axissimétrico bidimensional: a) ETI; b) Deslocamentos impostos



a) b)

Figura 4.6 – Resultados da modelação de ensaio triaxial de compressão para tensão de confinamento de 100kPa e com os modelos Duncan-Chang e Hardening Soil: a) areia densa; b) areia solta

4.2.3 Modelo Elástico da Fundação e Interface

Para o material da fundação foi assumido um comportamento elástico linear, com módulo de elasticidade E=20GPa e coeficiente de Poisson ν=0,3, correspondente a um material com características semelhantes ao betão armado. Na utilização do programa foi considerada a opção *"none"* para o carregamento inicial do elemento.

Devido à existência de momento fletor, existe a possibilidade de haver perda de contacto entre o solo e a fundação e, portanto, este é um aspeto a ter em consideração no desenvolvimento do modelo. Para permitir a existência de separação entre a fundação e o solo, em programas de

elementos finitos de contínuo recorre-se à utilização de elementos de interface, ou de junta. Estes elementos de interface não estão disponíveis no programa *RS3*, tendo sido apenas utilizados nas análises 2D. O comportamento tensão-deformação dos elementos de junta é definido através da rigidez de corte ou tangente e da rigidez normal. O valor da rigidez normal deve ser suficientemente alto para que o assentamento vertical na base da sapata não seja superior ao do solo de fundação. Contudo, valores muito elevados podem dificultar o processo de convergência do cálculo, pelo que se adotaram os valores propostos no manual do RS2 (Rocscience, 2017 a). Assim, os valores da rigidez normal e tangencial utilizados foram de 250MPa/m e 25MPa/m, respetivamente, sendo que no caso de rigidez tangencial o seu valor é de menor importância para as análises efetuadas já que não foram consideradas solicitações horizontais na fundação. Em relação à resistência destes elementos foram definidos os mesmos parâmetros de resistência de MC presentes no Quadro 4.1.

4.3 Modelação 2D pelo Método dos Elementos Finitos

4.3.1 Descrição da Modelação Numérica

A geometria do modelo é definida de forma simples através da introdução de coordenadas. As dimensões da malha foram ajustadas de acordo com a maior largura da sapata, *B*=5m. Inicialmente com o objetivo de analisar a influência da dimensão da malha foram definidas duas geometrias, uma delas com 20*B* de largura e 6*B* de profundidade e a outra com 7*B* de largura e 3*B* de profundidade. Após os cálculos concluiu-se que a malha de menores dimensões era suficiente por abranger todas as particularidades relevantes da análise. A malha com as mesmas dimensões foi igualmente utilizada para a sapata de menores dimensões com *B*=2,5m. Foi utilizada uma malha de elementos finitos graduada, "*graded mesh*", com elementos triangulares de 6 nós, sendo refinada a uma distância *B* na zona envolvente à fundação. A malha de elementos finitos adotada para o cálculo apresenta 1083 e 1057 elementos, para a maior e a menor largura da sapata, respetivamente. As condições de fronteira foram definidas admitindo uma opção pré-definida pelo programa, em que os deslocamentos horizontais estão restringidos nas fronteiras laterais do modelo, enquanto na base estão restringidos em ambas as direções. Na fronteira da superfície não há restrições de deslocamentos, permitindo à fundação levantar e rodar livremente. Em relação aos elementos de junta, estes têm a função de permitir que exista deslocamento entre o solo e a sapata. Salimath e Pender (2015) utilizaram elementos de junta na parte inferior da sapata, ao longo dos bordos da mesma e ainda estenderam cerca de 0,5 m além dos limites (para evitar concentração de tensões nos cantos). O *RS2* não permite estender os elementos de interface, tendo estes sido aplicados apenas sob a fundação, como mostra a Figura 4.7. Para garantir que nos pontos de extremidade o solo e a fundação tenham movimentos independentes, devem definir-se condições de extremidade do elemento de junta

utilizando a opção *"Both ends open"*. Caso se considerassem os nós fechados, estes estariam permanentemente em contacto, o que obrigaria a que o solo se deslocasse juntamente com a fundação quando esta se eleva e tende a separar-se.

A sequência de carregamento considerada nas modelações é a que seguidamente se descreve. Na primeira fase é definido o estado de tensão inicial no maciço considerando a opção de um campo de tensões gravítico *("Field stress & body force"),* com um coeficiente de impulso em repouso K_0 =0,5 para todos os solos quando utilizado os modelos elástico linear e de MC, e um valor de K_0=ν/(1-ν) quando utilizado o modelo de DC. Posteriormente, na segunda fase foi aplicada a solicitação vertical sobre a sapata, sendo mantida constante e centrada na fundação com o valor de 1000kN ou 500kN. O segundo valor apenas foi aplicado em análises plásticas para o maciço argiloso devido à proximidade entre a tensão resultante da aplicação da carga de 1000kN e a capacidade de carga do solo de fundação. O binário que representa o momento foi aplicado na terceira fase, com um braço de 2,5m centrado em relação à fundação e correspondente a um valor inicial de excêntricidadede 0,06*B*. Nas fases subsequentes o momento foi incrementado até se obter a excentricidade correspondente a *B*/2.

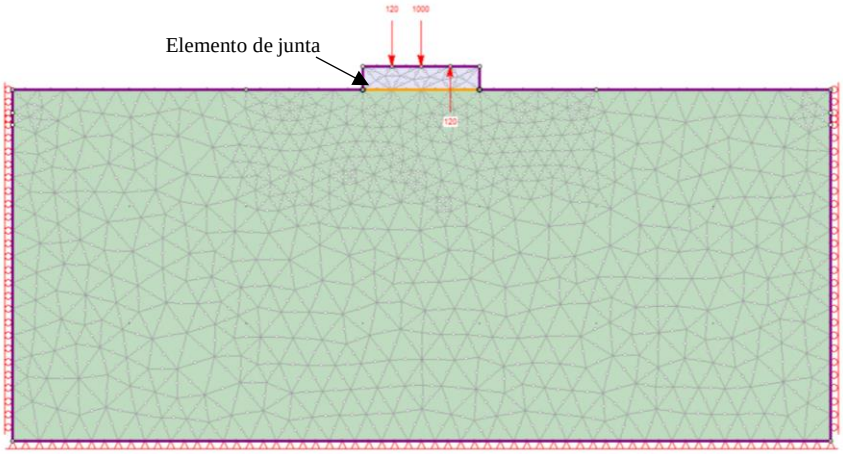


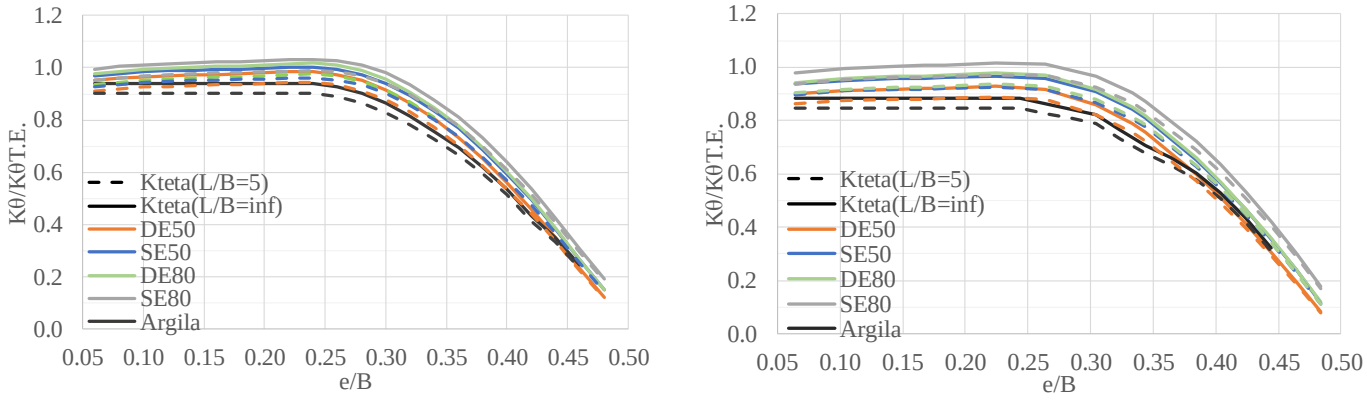
Figura 4.7 - Representação do modelo de elementos finitos utilizado no programa *RS2*

4.3.2 Apresentação de Resultados

- Cálculo elástico:

Numa primeira fase foram confirmados os valores das tensões de repouso em todo o maciço. Posteriormente foram determinadas as rotações da fundação com base nos deslocamentos das suas extremidades e calculada a evolução da rigidez rotacional. Para esta análise os valores da rigidez rotacional obtidos foram normalizados em relação a dois valores diferentes. Para o primeiro caso utilizou-se a rigidez rotacional da T.E. (Equação 2.14) para fundações com

geometria *L/B*=5, o que corresponde a *L*=12,5m e a 25m para valores de *B* correspondentes a 2,5m e 5m, respetivamente. O valor da rigidez rotacional obtido em cada cálculo foi dividido pelo comprimento da fundação de forma a se obter o valor p.m.l. de desenvolvimento. Para o segundo caso a rigidez rotacional foi determinada para uma sapata com desenvolvimento infinito. A única diferença no valor de referência para a normalização é em I_θ (Equação 2.10), em que num caso se considera o comprimento real da fundação *L* e no outro o máximo valor tabelado, correspondente a uma relação *L/B*=100, para simular a sapata de desenvolvimento infinito. A Figura 4.8 mostra a variação da rigidez rotacional com o aumento da excentricidade, para as duas geometrias analisadas (*B*=2,5m e *B*=5m) e para as duas normalizações referidas.



a) b)

Figura 4.8 – Variação da rigidez rotacional normalizada com a relação *e/B* em análises bidimensionais elásticas para uma sapata com largura de: a)*B*=2,5 m; b)*B*=5 m

Verifica-se que o patamar inicial com rigidez rotacional constante se estende até excentricidades superiores às definidas pelo núcleo central de fundações contínuas (*B*/6), sendo constante até valores de *e/B*=0,25, decrescendo para excentricidades superiores. Para *B*=2,5m e para o primeiro caso de normalização, com *L/B*=5, estes valores variam no intervalo entre 0,84 e 0,94 e para o segundo caso de normalização, com *L/B*=∞, estes valores variam no intervalo entre 0,88 e 0,98, para a relação *e/B*=0,06. Já para *B*=5m, o intervalo de variação para o a rigidez rotacional normalizada situa-se entre 0,90 e 0,95 para o primeiro caso de normalização (*L/B*=5) e entre 0,94 e 1,00 para o segundo caso de normalização (*L/B*=∞). Porém, apesar de as análises serem elásticas, no caso da argila os cálculos deixaram de convergir para relações de *e/B* superiores a 0,44 enquanto para as areias a convergência foi conseguida até valores próximos de 0,5. Assim, para uma fase de total contacto entre o solo de fundação e a sapata, os resultados obtidos para a rigidez rotacional através da modelação bidimensional elástica são muito próximos dos obtidos pela T.E. (Equação 2.14) para uma fundação com desenvolvimento infinito. Nos cálculos subsequentes com os modelos MC e DC

também se observou um melhor ajuste com a normalização para $L/B=\infty$, pelo que foi adotada esta normalização para a apresentação dos resultados.

- Cálculo com o modelo de MC:

Após confirmado o estado de tensão inicial para K_0=0,5 procedeu-se ao início da análise plástica com o modelo MC. O estado de tensão em repouso e a evolução das deformações verticais encontram-se representados na Figura 4.9. A Figura 4.9 c) e d) exibe os deslocamentos verticais para a excentricidade correspondente à separação da sapata e do solo (0,34*B*) e para o valor limite de excentricidade para a qual a solução converge (0,46*B*), respetivamente. Note-se que a escala utilizada é distinta para os 4 casos apresentados.

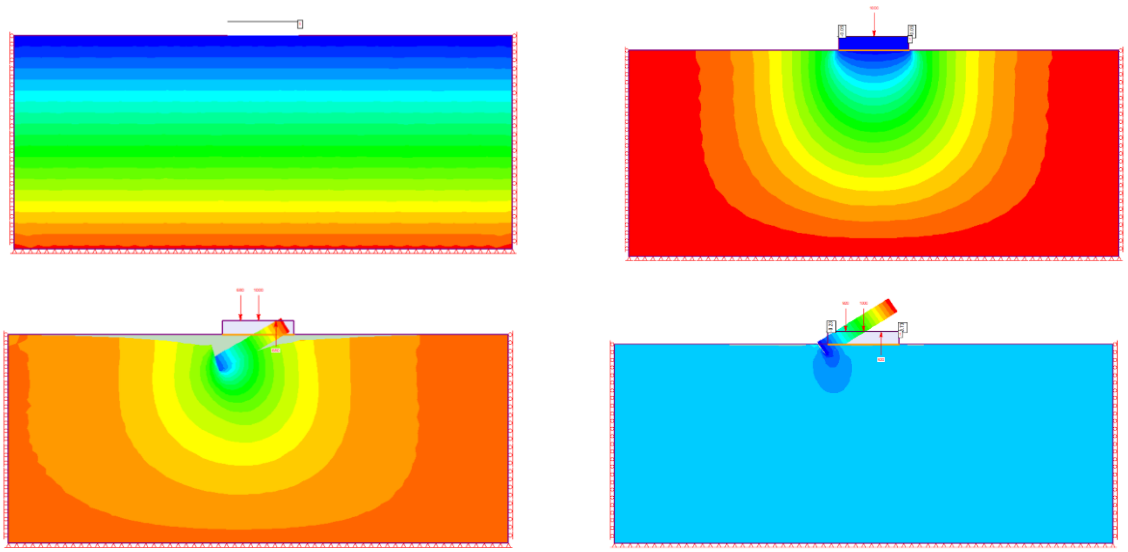


Figura 4.9 – Resultados da análise para *B*=5m e para DE50 com modelo MC : a) Estado de tensão em repouso; b) Deslocamentos verticais para carga centrada; c) Deslocamentos verticais para carga com *e*=0,34*B*; d) Deslocamentos verticais para carga com *e*=0,46*B*

Nas análises plásticas ocorre plastificação do solo de fundação e redistribuição das cargas até ser atingido o limite de capacidade de carga do solo, não se verificando por isso um patamar tão pronunciado para relações *e/B* inferiores a *B*/6. A evolução da rigidez rotacional normalizada está exposta na Figura 4.10 para as duas larguras (*B*=2,5m e *B*=5m) e para os maciços considerados. Pela análise da Figura 4.10 verifica-se que a relação *e/B* para a qual a solução deixa de convergir varia em função do tipo de solo devido à capacidade de carga do mesmo, sendo inferior para a menor largura da fundação (*B*=2,5m) assente em argila. Verifica-se que, para ambas as larguras da fundação, os resultados normalizados obtidos para a areia no mesmo estado de compacidade e para os dois módulos de deformabilidade E_{50} e E_{80} são relativamente próximos entre si. Para a mesma largura da fundação, verifica-se que os cálculos com os dois módulos de deformabilidade para o mesmo estado de compacidade geram

resultados idênticos, sendo a diferença nos resultados para os dois estados de compacidade devidas ao ângulo de atrito utilizado no cálculo. Como expectável, face à maior resistência ao corte e, portanto, à menor plastificação do maciço, é conseguida uma melhor aproximação entre a rigidez rotacional da areia densa e o respetivo valor da T.E.

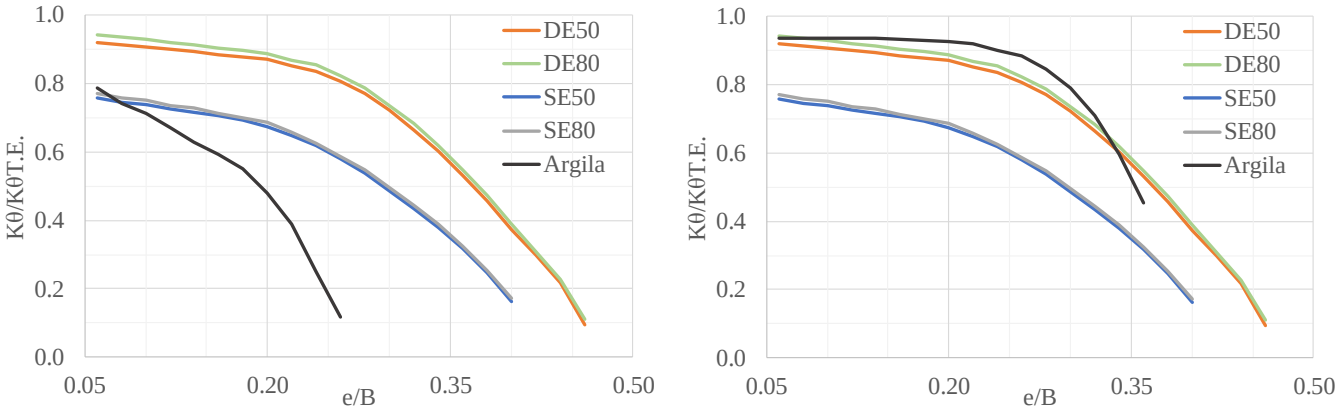


Figura 4.10 – Variação da rigidez rotacional normalizada com a relação *e/B* para uma análise plástica bidimensional com o modelo de MC para: a) *B*=2,5m; b) *B*=5m

- Cálculo com o modelo de DC:

Em relação ao estado de tensão inicial, este modelo calcula as tensões horizontais considerando $K_0=\nu/(1-\nu)$, omitindo o valor introduzido pelo utilizador, o que corresponde a valores de K_0= 0,25, 0,43 e 1,0 para areia densa, areia solta e argila, respetivamente. Também se verificou que o cálculo do estado de tensão inicial diverge, originando deslocamentos exagerados na superfície dos maciços, tal como se pode observar na Figura 4.11, mas prosseguindo nas restantes fases. Através da análise dos resultados do modelo para essa situação, constata-se que a divergência ocorre devido a pequenos deslocamentos em pontos singulares, podendo estar associados a erros numéricos ou erros no próprio algoritmo. Para resolver este problema foi tentada a aplicação de uma carga distribuída na superfície do solo de 20kPa e 17,5kPa, para areia e argila, respetivamente, o que corresponde a ter a sapata à profundidade de 1m. Apesar de esta solução ter resolvido o problema nos maciços arenosos, o mesmo não aconteceu no caso do maciço argiloso. Para este maciço, uma vez que para as restantes etapas a solução converge, apresenta um estado de tensão corretamente gerado e uma deformada aceitável, decidiu-se prosseguir com a análise "ignorando" a não convergência na primeira fase. Posteriormente, o mesmo problema voltou a surgir na fase de aplicação da carga vertical, tendo-se procedido à aplicação da carga por incrementos de menor valor. Assim, foi possível contornar o problema e garantir a convergência da análise.

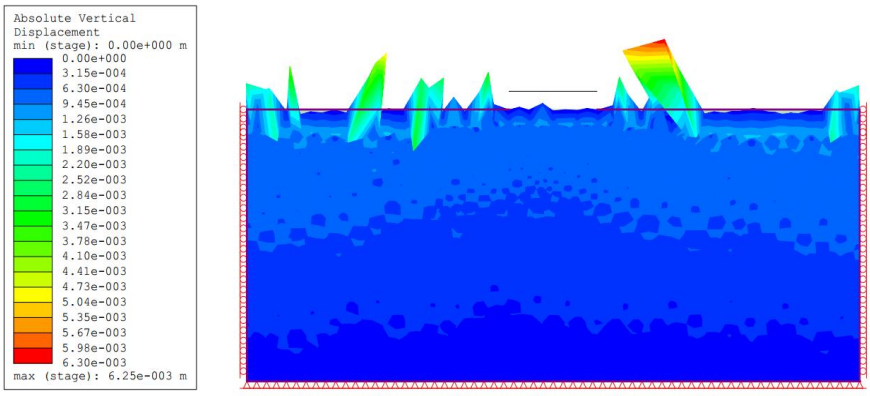
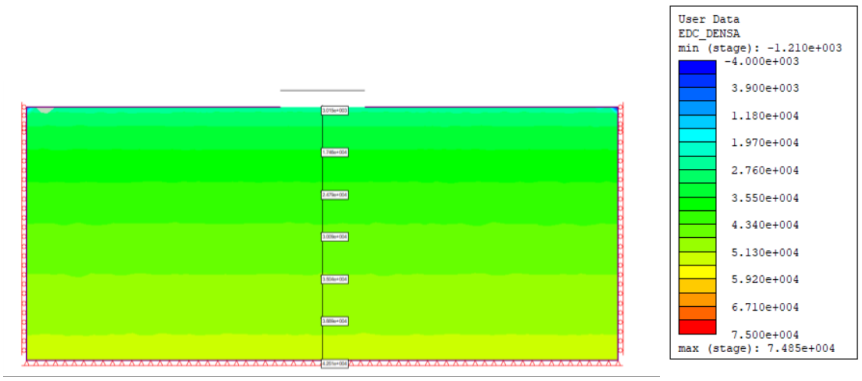
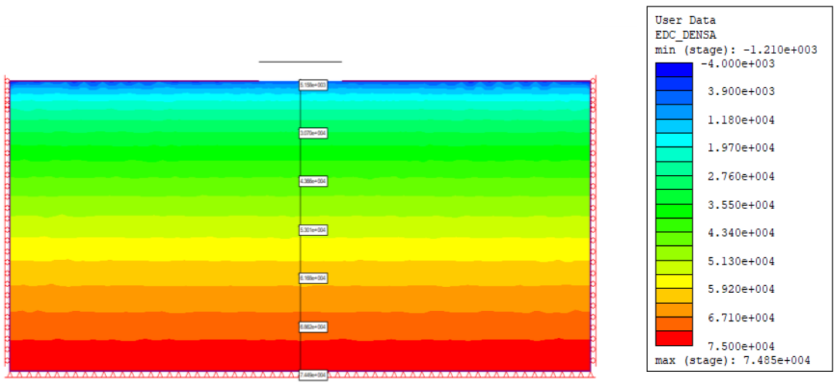


Figura 4.11 - Configuração deformada dos deslocamentos verticais para o estado de tensão inicial do modelo hiperbólico – Argila

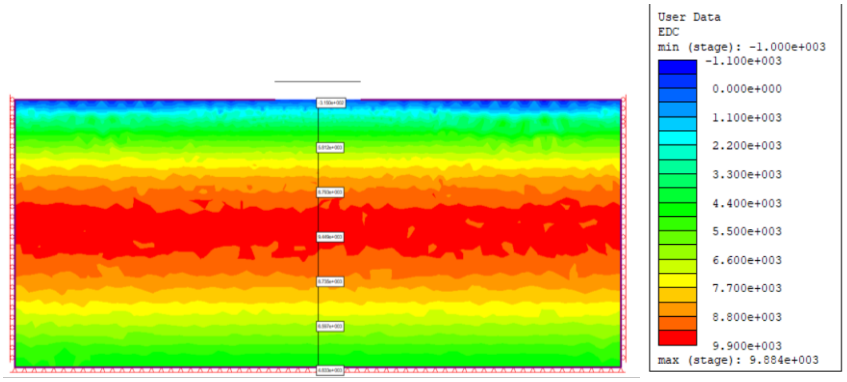
O modelo hiperbólico de DC considera na análise a variação do módulo de deformabilidade tangente em profundidade, o qual pode ser observado na Figura 4.12 para o estado de repouso nos três maciços em análise. No caso dos maciços arenosos verifica-se que os valores do módulo são crescentes em profundidade e de acordo com a Equação 4.11. Já no caso da argila, sendo essa variação calculada com base na Equação 4.12 e admitindo um valor de c_u=85 kPa constante em toda a profundidade do maciço, a evolução não está de acordo com o expectável. Neste caso verifica-se que os valores junto à superfície são ligeiramente negativos, evoluindo de forma crescente até uma profundidade de 10m e voltando a diminuir após essa profundidade. Tal deve-se ao facto de a partir de determinada profundidade haver um decréscimo na segunda parcela da Equação 4.12 que define a lei de variação do módulo tangente inicial em condições não drenadas. Na Figura 4.13 é apresentada a variação do módulo de deformabilidade tangente para o maciço granular no estado denso sujeito a diferentes casos de carga. Pela análise da Figura 4.13 constata-se que o aumento do momento fletor aplicado na fundação causa uma variação mais notória do módulo de deformabilidade na zona imediatamente abaixo da sapata, na área carregada, ou seja, a zona de influência para a análise.



a)

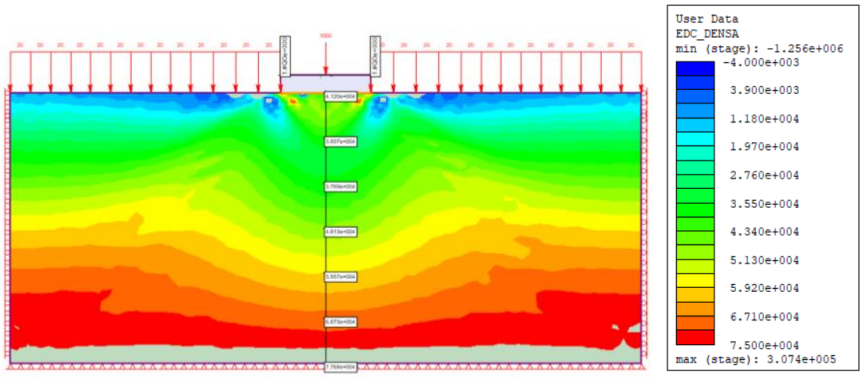


b)

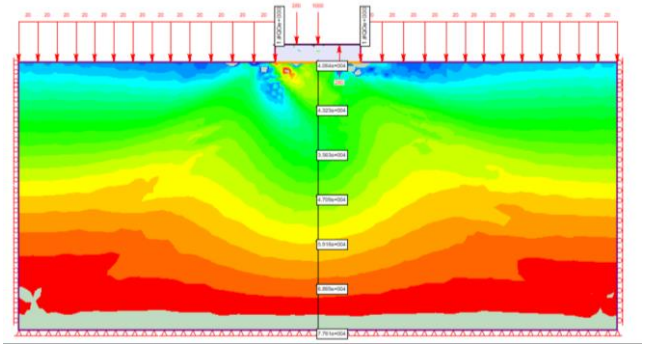


c)

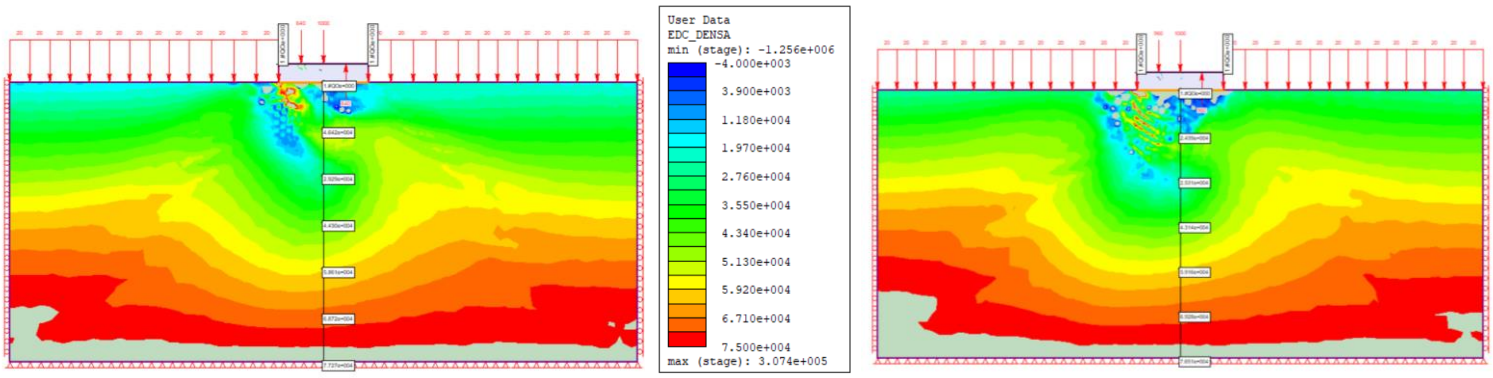
Figura 4.12 – Variação do módulo de deformabilidade de acordo com as expressões do modelo hiperbólico para: (a) areia solta; (b) areia densa; (c) argila



a)



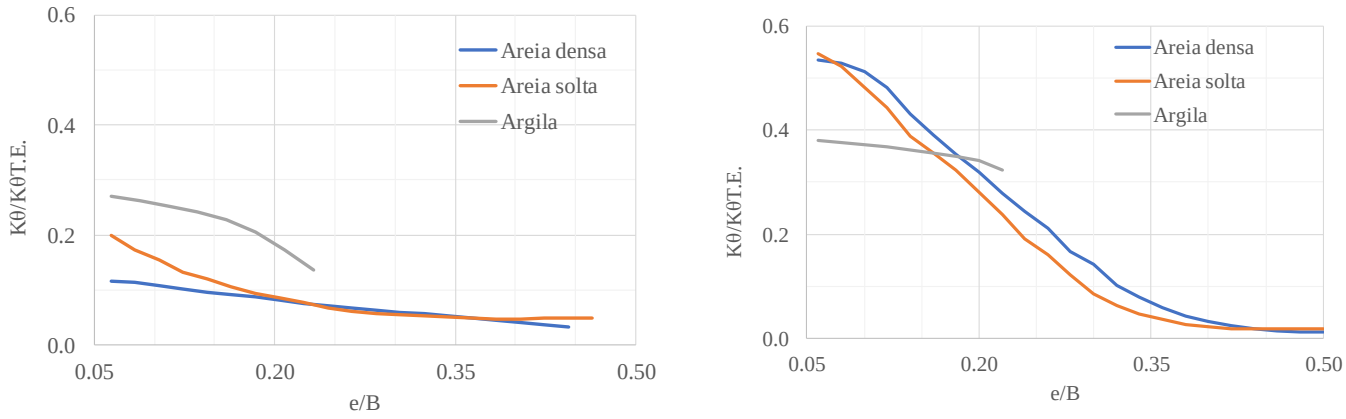
b)



c) d)

Figura 4.13 – Variação do módulo de deformabilidade tangente inicial para uma análise 2D drenada (DE50) com *B*=5m para: a)carga vertical centrada, b) *e*=0,14*B*m; c) *e*=0,32*B*m; d) *e*=0,48*B*m

Para o material granular e argiloso, a avaliação da rigidez rotacional elástica (Equação 2.14). foi realizada utilizando os valores de E_i e E_u, respetivamente, exibidos no Quadro 4.2. Para a argila a definição do módulo de deformabilidade foi realizada considerando uma tensão de confinamento de 100kPa, já para a areia a tensão de confinamento corresponde à profundidade de *B*/2, considerada apropriada para representar a deformabilidade da zona de influência do maciço de fundação para os níveis e tipo de solicitação aplicados. Os valores normalizados para a análise 2D com o modelo de DC encontrando-se expostos na Figura 4.14. A análise da Figura 4.14 indica relações $K_\theta/K_{\theta T.E}$. superiores para a maior largura da fundação (*B*=5m). Uma vez que para o maciço argiloso foram adotados os mesmos parâmetros para as duas larguras da fundação, as diferenças nos resultados da rigidez rotacional devem-se ao valor das tensões transmitidas ao solo e, portanto, comtemplam a influência da largura da fundação. Por outro lado, para os dois estados de compacidade do maciço arenoso são empregues parâmetros distintos em função da profundidade de influência. O valor do módulo de deformabilidade considerado cresce com o aumento da largura da fundação e as plastificações diminuem com o aumento da largura da fundação devido à transmissão das cargas, pelo que se verifica uma rigidez rotacional consideravelmente inferior para a menor largura da fundação. Deste modo, a análise dos resultados para o maciço arenoso para as duas larguras comtempla a influência da profundidade admitida no cálculo e da largura da fundação.



a) b)

Figura 4.14 – Variação da rigidez rotacional obtida com a modelação e a normalizada com a relação *e/B* para uma análise plástica bidimensional com o modelo de DC para: a) *B*=2,5m; b) *B*=5m

4.4 Modelação 3D pelo Método dos Elementos Finitos

4.4.1 Descrição da Modelação Numérica

Foi considerada uma geometria representativa por forma a não influenciar as deformações e os resultados. Para ambas as larguras de fundações analisadas (*B*=2,5m e *B*=5m), o modelo tem as dimensões representadas na Figura 4.15, o que corresponde a comprimento×largura×altura de 7*B*×7*B*×3*B* para a fundação de maior largura. Estas dimensões são idênticas às utilizadas por Gazetas et al. (2013). O estado de tensão inicial foi gerado da mesma forma que nos modelos 2D, utilizando a opção *"Field stress e body force"*.

Face ao grande afastamento entre a fundação e as fronteiras laterais, foi utilizada uma condição de fronteira pré-definida *"Auto-Restrain (Surface)"*, condição que restringe todos os deslocamentos nas diversas faces do modelo, permitindo apenas que a face superior do plano *xy*, que contém a sapata se possa deslocar livremente nas três direções. Relativamente à malha de elementos finitos, o *RS3* permite definir dois tipos de malha: uniforme e variável ("*graded mesh*"), ambas com a possibilidade de optar entre elementos tetraédricos de 4 ou 10 nós. Após várias análises, foi adotada uma malha variável de elementos tetraédricos de 10 nós que, posteriormente, foi refinada na periferia da sapata a uma distância *B* em todas as direções (Figura 4.16). A malha de elementos finitos adotada para o cálculo apresenta 33718 e 19664 elementos, para a maior e a menor largura da sapata, respetivamente. Com o objetivo de se obterem deslocamentos em diversos pontos na base da fundação procedeu-se igualmente ao refinamento da malha respeitante ao elemento de fundação.

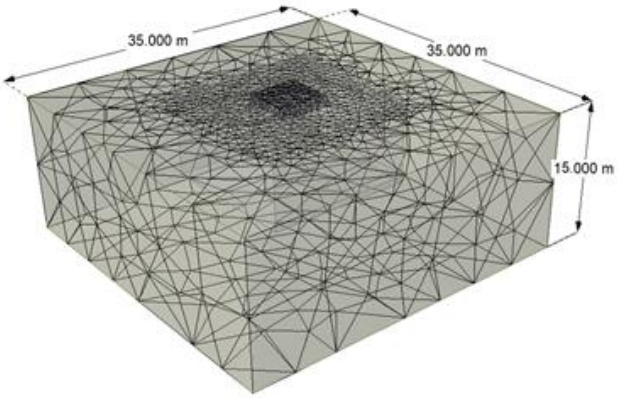


Figura 4.15 – Dimensões do modelo e malha de elementos finitos - *RS3*, caso *L/B*=1

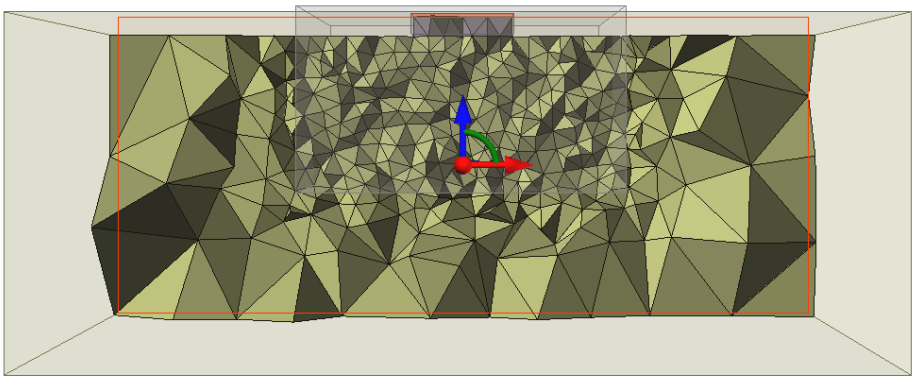


Figura 4.16 – Corte transversal da malha tridimensional de elementos finitos com 33718 elementos.

Para o faseamento foi seguido o mesmo processo utilizado nos cálculos com o *RS2*, composto por: geração do estado de tensão inicial; aplicação da carga vertical constante em todo o cálculo; aplicação incremental dos momentos fletores. No entanto, a forma de aplicação das cargas foi diferente da utilizada nas análises 2D. A carga vertical cuja resultante tem valor de 1000kN ou 500kN, este último apenas utilizado nas análises plásticas do maciço argiloso para *L/B*=1, foi aplicada distribuída em toda a superfície da fundação e o momento foi aplicado através de um binário de forças verticais distribuídas ao longo das arestas da fundação. A amplitude de variação do momento foi definida de forma a que as excentricidades segundo a largura e o comprimento da fundação se situem entre 0,06*B* e 0,33(3)*B* e entre 0,06*L* e 0,33(3)*L*, respetivamente, para todas as análises. A diminuição da variação do momento é devida à impossibilidade de se utilizarem elementos de interface e, portanto, não se poder garantir a ausência de contacto entre a base da fundação e o maciço. Tal tem, decerto, consequências na fiabilidade das análises para amplitudes consideráveis do momento fletor. Em relação à aplicação dos momentos incrementais, fez-se a tentativa de aplicar o binário através de forças

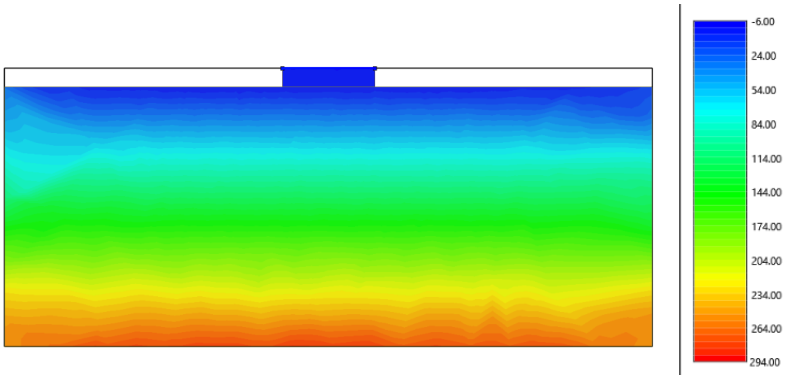
concentradas nos cantos da fundação, mas tal causou grande concentração de tensões que falseavam os resultados que se pretendiam obter.

4.4.2 Apresentação de Resultados

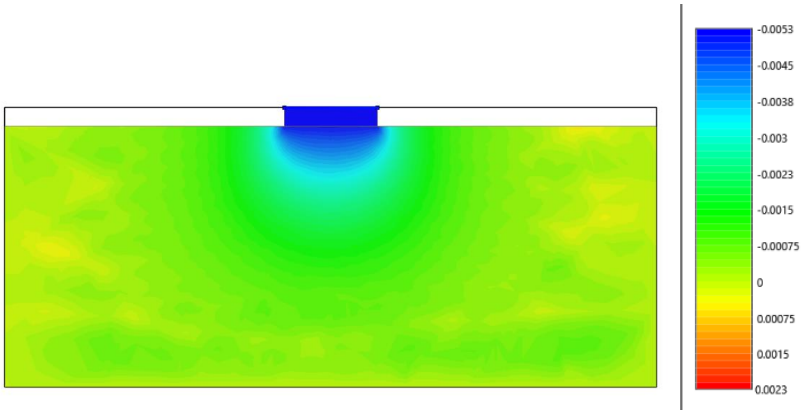
4.4.2.1 Cálculos com excentricidade em 1 direção

- Cálculo elástico:

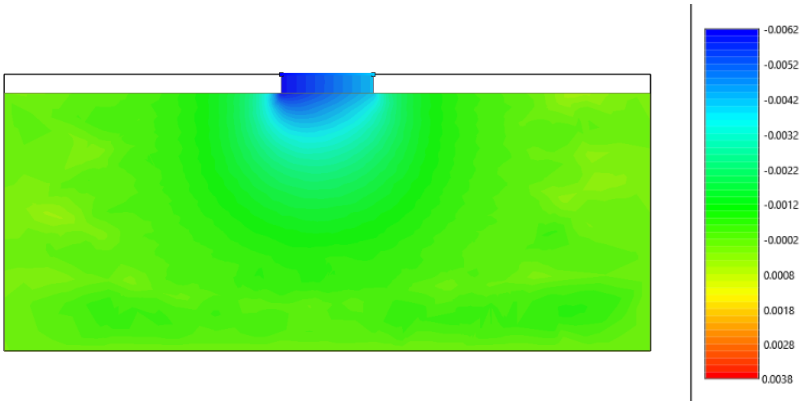
À semelhança do cálculo elástico bidimensional, a geração do estado de tensão inicial deu resultados de acordo com o expectável. A Figura 4.17 ilustra o estado de tensão em repouso, os deslocamentos verticais devido à carga distribuída e devido à excentricidade de 0,16(6)*B*, respetivamente. Não se verificando, devido à ausência de elementos de junta, separação entre a sapata e o solo para nenhuma geometria, ao contrário do que se observou nas análises 2D da Figura 4.9.



a)



b)



c)

Figura 4.17 – Resultados da análise para *L/B*=1m com DE50: a) Estado de tensão em repouso; b) Deslocamentos verticais para carga distribuída; c) Deslocamentos verticais para carga com *e*=0,16(6)*B* m

As evoluções da rigidez rotacional normalizada considerando valores de E_s que constam no Quadro 4.1 e utilizando a Equação 2.14 para ambas as dimensões *B* de 5m e 2,5m das fundações, são apresentadas na Figura 4.18. Para o solo granular, os cálculos foram realizados para os dois módulos de deformabilidade E_{50} e E_{80}. Para uma análise em regime elástico linear, é expectável que as normalizações dos resultados da areia para a mesma densidade coincidam. Por esse motivo são apenas apresentados os resultados para os dois valores extremos da rigidez, ou seja, para as areias SE80 e DE50. Posto isto, para as duas dimensões *B* consideradas a rigidez rotacional normalizada é constante para os diferentes valores de *e/B* e apresenta valores normalizados muito próximos para a mesma largura. Para a sapata com *B*=5m os valores normalizados para os dois estados de compacidade do maciço arenoso diminuem com o aumento da relação *L/B*. Já para a largura de 2,5m, os valores normalizados diminuem com o aumento da relação *L/B* em todos os casos. Assim, quando comparados com os valores elásticos (Equação 2.14) os resultados deste modelo sobrestimam os valores a rigidez rotacional das fundações. As maiores diferenças verificam-se para menor largura da sapata quadrada em areia densa e para a argila. Constata-se uma aproximação das curvas que representam a rigidez rotacional normalizada com o crescimento da relação *e/B* para os diferentes maciços.

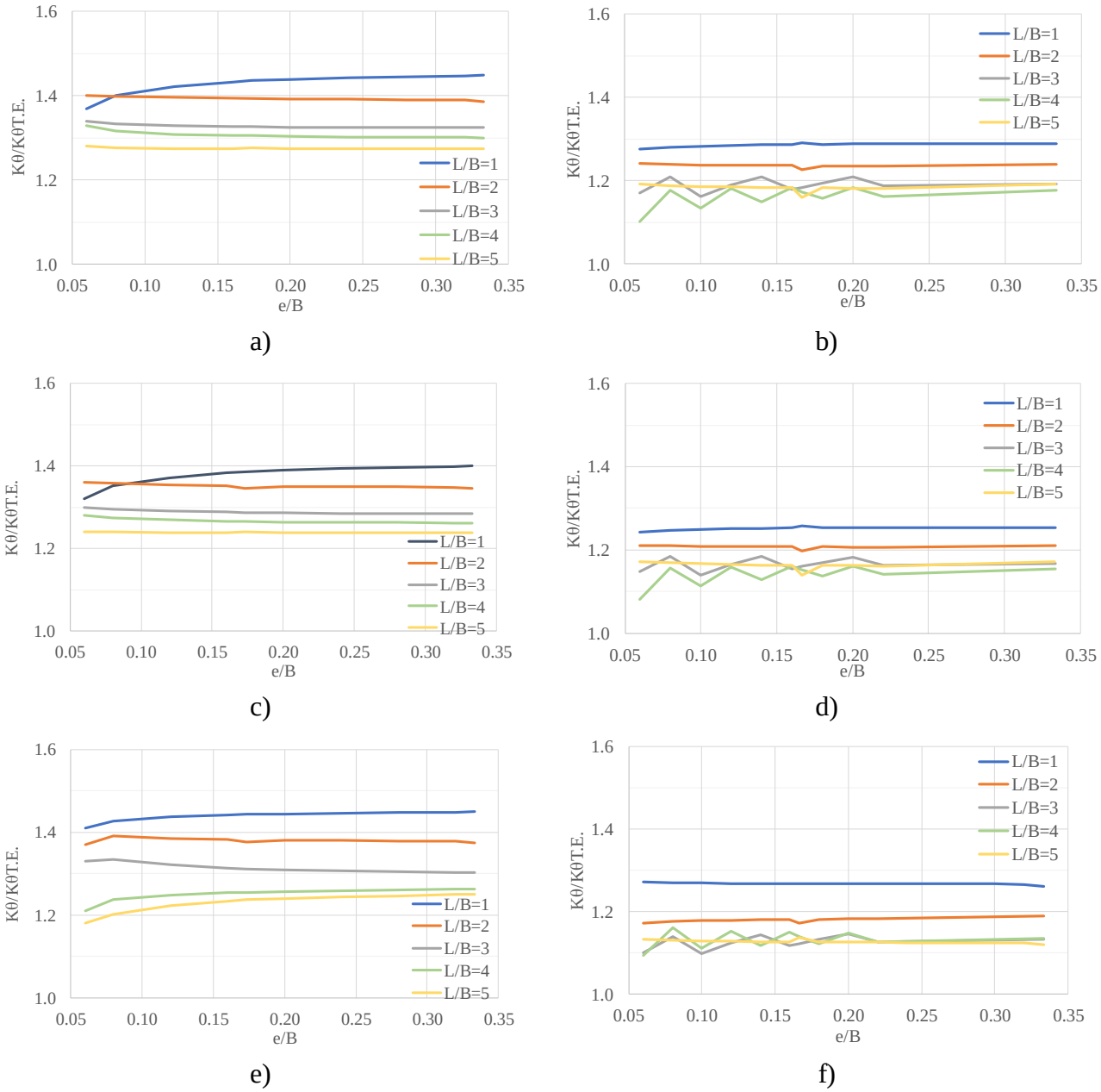


Figura 4.18 – Evolução da rigidez rotacional normalizada obtida através da análise elástica 3D: a) Areia densa com *B*=2,5m; b) Areia densa com *B*=5m; c) Areia solta com *B*=2,5m; d) Areia solta com *B*=5m; e) Argila com *B*=2,5m; f) Argila com *B*=5m

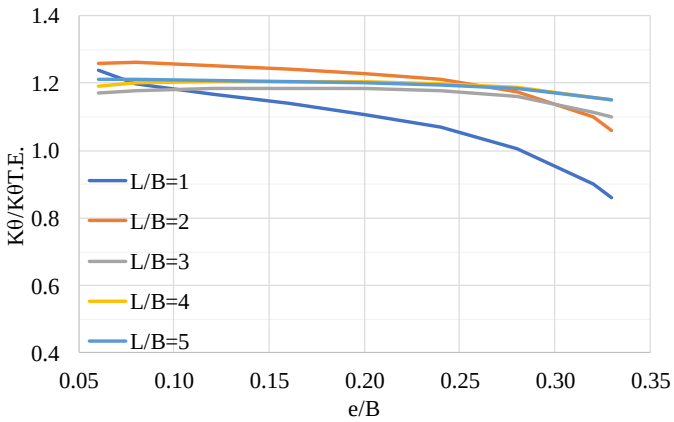
- Cálculo plástico com o modelo de MC:

Na análise plástica com o modelo de MC, o estado de tensão inicial para K_0=0,5 foi confirmado. As curvas que descrevem a evolução da rigidez rotacional normalizada com o aumento de *e/B* para as duas larguras da fundação (*B*=2,5m e *B*=5m) são expostas na Figura 4.19 apenas para

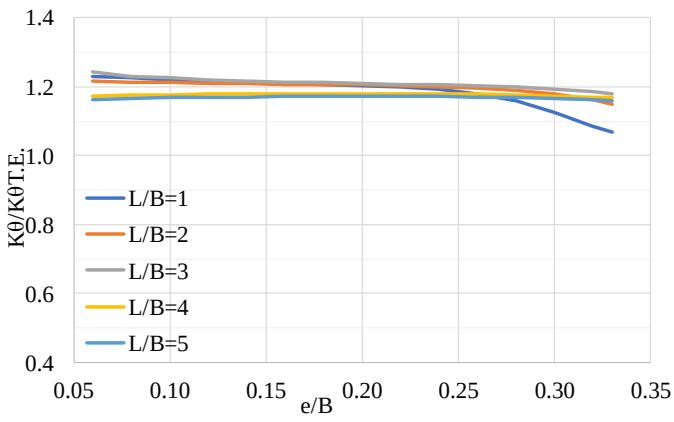
DE50 e SE80. A justificação prende-se com o facto de os resultados obtidos para a rigidez rotacional normalizada com DE80 e SE50 se sobreporem aos apresentados. A variação mais discrepante verifica-se para a menor largura da fundação assente em areia solta.
A limitação fundamental desta análise é o facto de não ser possível aplicar elementos de interface, garantindo apenas a validade da análise para excentricidades inferiores ao limite do núcleo central. Porém, a modelação foi realizada admitindo uma excentricidade superior à referida (e=B/3) uma vez que para modelações com elementos de meio contínuo a separação entre a sapata e o solo verifica-se para valores superiores aos do núcleo central (Gazetas et al., 2013), tal como observado nas análises plásticas 2D.

- Cálculo com o modelo de DC:

A utilização do modelo hiperbólico na análise tridimensional não garantiu a convergência da análise em nenhumas das fases para todos os maciços. Apesar de o estado de tensão inicial se encontrar corretamente gerado, como ilustra a Figura 4.20 para a argila e areia densa, respetivamente, a análise dos deslocamentos revelou incongruências semelhantes às da análise 2D. Assim, à semelhança do realizado na análise 2D, foi aplicada uma carga vertical e distribuída ao longo da superfície do solo com valor inicialmente igual ao peso específico do solo e superior para análises posteriores, o que simularia que a sapata se encontrava à profundidade mínima de 1m, dependendo do valor atribuído à carga. Outra solução passou por colocar uma camada inicial, com comportamento elástico e módulo de deformabilidade inferior ao utilizado, uma vez que a primeira camada de solo pode apresentar uma resistência consideravelmente inferior, e conduzir a problemas de instabilidade numérica. Contudo, nenhuma das soluções foi suficiente para garantir a convergência do modelo tridimensional, a primeira solução continuava a divergir para uma carga de 100kPa e o cálculo revelou-se exageradamente moroso e pesado.



a)



b)

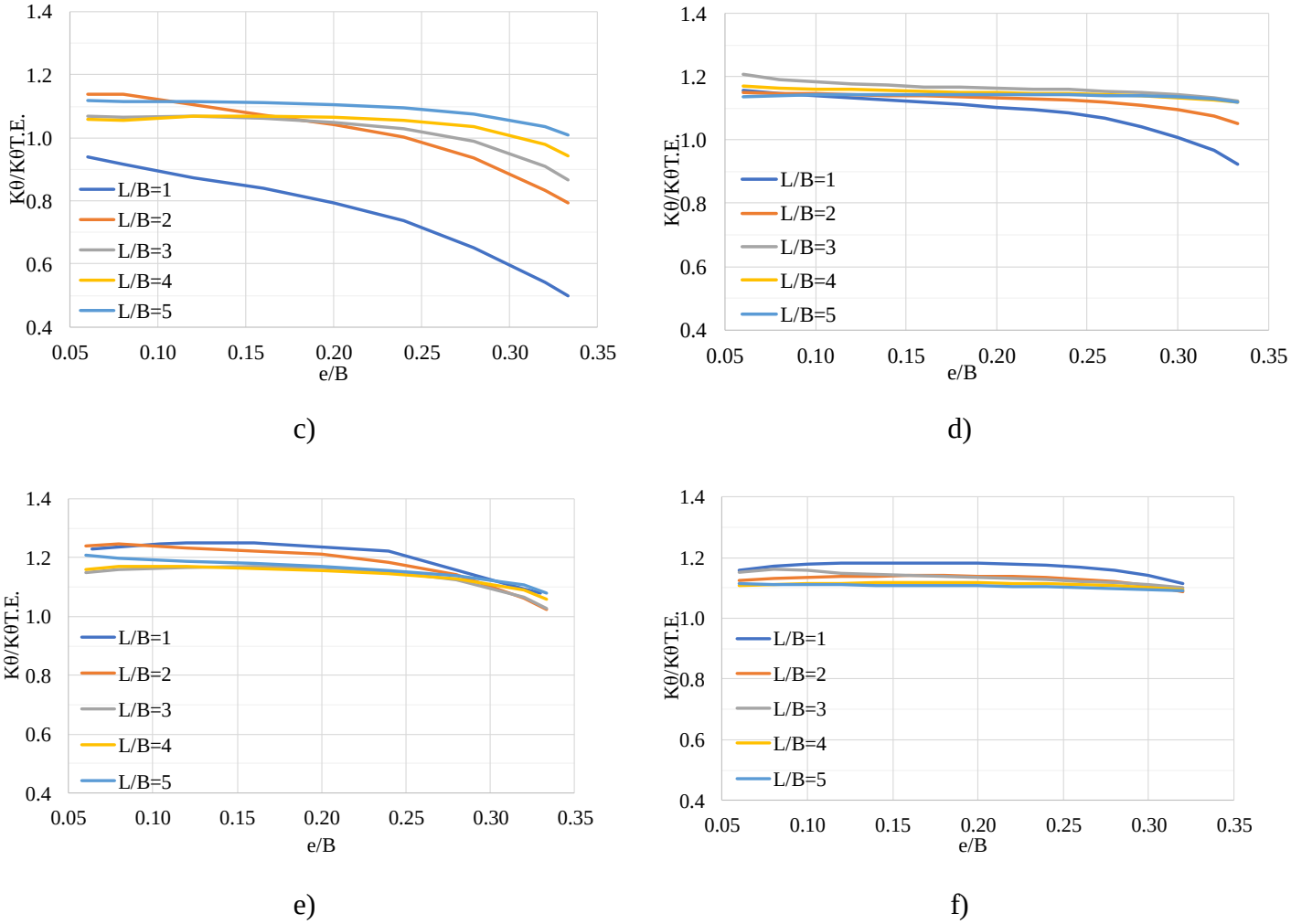


Figura 4.19 – Evolução da rigidez rotacional normalizada para areia densa, areia solta e argila obtida através de uma análise plástica tridimensional (MC): a) Areia densa com *B*=2,5m; b) Areia densa com *B*=5m; c) Areia solta com *B*=2,5m; d) Areia solta com *B*=5m; e) Argila com *B*=2,5m; f) Argila com *B*=5m

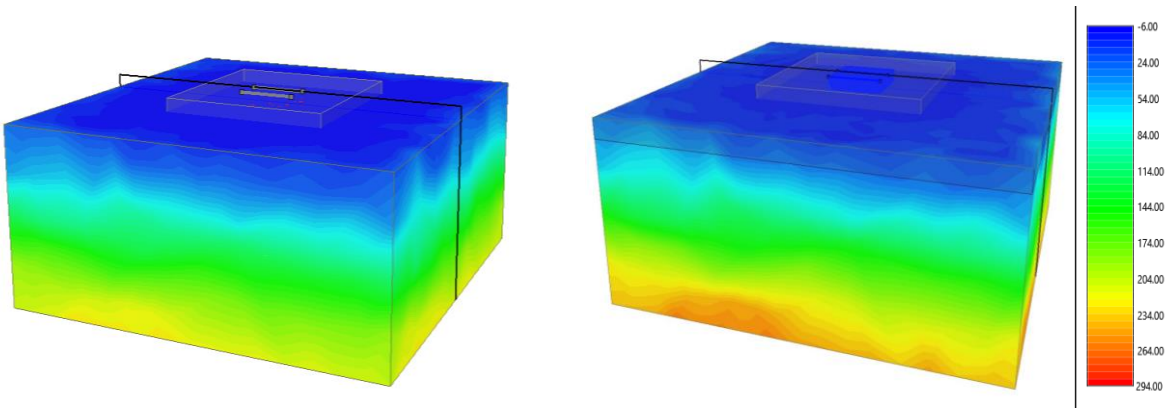


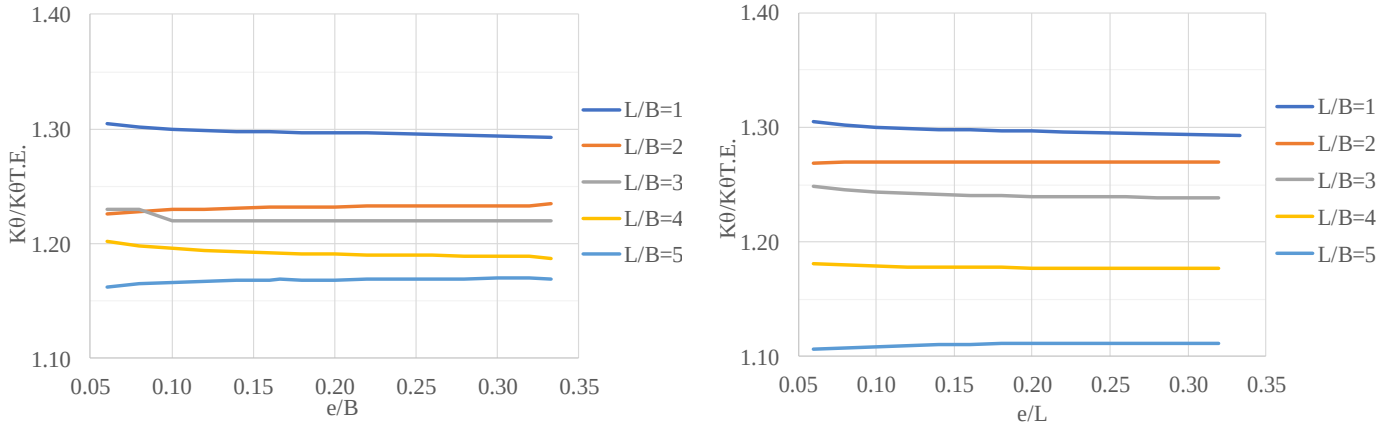
Figura 4.20 – Estado de tensão inicial do modelo hiperbólico na análise tridimensional para argila e areia densa

4.4.2.1 Cálculos com excentricidade em 2 direção

Após a análise dos resultados obtidos para a análise 3D com excentricidade bidirecional, verificou-se que os valores normalizados para a rigidez rotacional através da análise elástica eram, como expectável, muito próximos para os três solos e para a mesma geometria. Já para o caso da análise plástica, o maciço argiloso conduziu a valores mais discrepantes para a rigidez rotacional, tendo revelado dificuldades na convergência para L/B=1 com B=2,5m e não tendo garantido a convergência para a maior dimensão (B=5m). Pelo que, a análise da dupla excentricidade da carga, apenas será realizada para DE50, a qual garantiu a convergência da análise para todas as geometrias e apresentou as relações mais elevadas para $K_\theta/K_{\theta T.E}$.

- Cálculo elástico:

A evolução da rigidez rotacional normalizada com o aumento das excentricidades para diferentes relações L/B está representada na Figura 4.21 para ambos os eixos ortogonais de rotação. Verifica-se que os valores normalizados para a rigidez rotacional decrescem com o aumento de L/B em ambas as direções. À exceção da sapata quadrada, para a qual os valores da rigidez rotacional normalizados são idênticos nas duas direções, as restantes geometrias apresentam valores superiores para $K_\theta/K_{\theta T.E}$. segundo o eixo da largura para a mesma excentricidade.

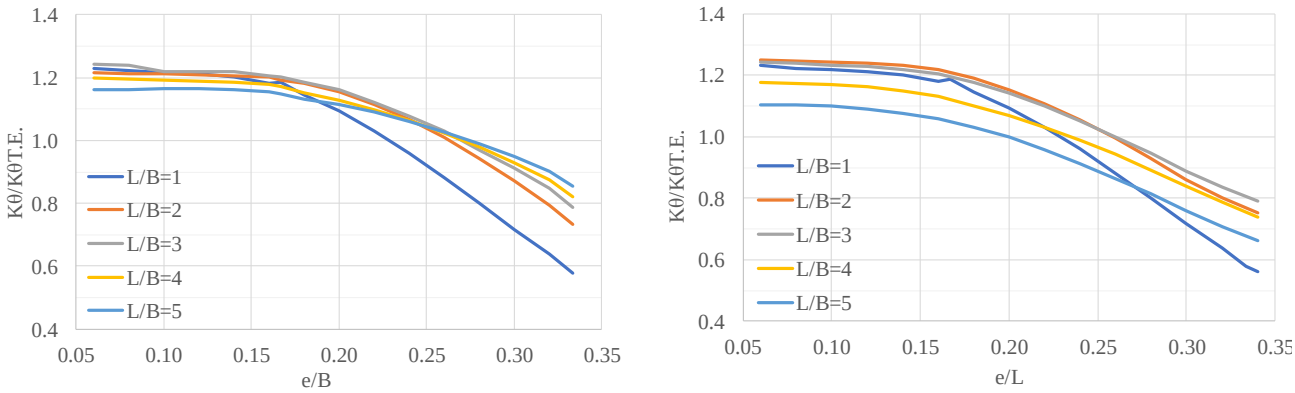


a) b)

Figura 4.21 – Variação da rigidez rotacional normalizada para as geometrias consideradas na análise elástica: a) segundo *B*; b) segundo *L*

- Cálculo com o modelo elástico perfeitamente plástico MC:

A Figura 4.22 ilustra para a análise plástica a evolução da rigidez rotacional normalizada com o aumento das excentricidades para as diferentes relações *L/B* analisadas e para ambos os eixos ortogonais de rotação. Relativamente aos valores normalizados em relação à T.E. (Equação 2.14) estes apresentam uma relação aproximadamente constante para *L/B*=1, 2 e 3 e decrescendo para as restantes geometrias. Sendo a variação para excentricidades inferiores a *B*/6 mais pronunciada segundo o eixo do comprimento.



a) b)

Figura 4.22 – Variação da rigidez rotacional normalizada para as geometrias consideradas na análise plástica MC: a) segundo *B*; b) segundo *L*

4.5 Considerações Finais

Os resultados das diferentes análises, à exceção dos obtidos com o modelo hiperbólico de DC no qual é simulada a variação do módulo de deformabilidade tangente com o nível de tensão, admitem um módulo de deformabilidade constante. À priori é esperado que o modelo hiperbólico de DC, por considerar a variação do módulo de deformabilidade com a profundidade, garanta uma melhor aproximação do comportamento do solo relativamente ao modelo elástico perfeitamente plástico de MC. No entanto, o modelo hiperbólico de DC ao contrário do modelo de MC, não considera a influência do ângulo de dilatância do solo, ou seja, não considera as variações volumétricas devidas a tensões de corte. Além de não garantir a convergência da análise 3D. Uma limitação dos dois modelos constitutivos é o facto de estes não considerarem a influência da tensão principal intermédia.

Ainda acerca da malha de elementos finitos, a zona mais refinada deve englobar os acréscimos de tensões mais significativos. A profundidade até à qual estes acréscimos são significativos é limitada e varia, de acordo com a cláusula 6.6.2(5) do EC7, com as dimensões da fundação e com a variação do módulo de deformabilidade em profundidade. Para as análises realizadas os acréscimos de tensões podem ser apreciados através de bolbos de tensões de acordo com os quais os acréscimos de tensões significativos, correspondentes a 10% da tensão aplicada na superfície, vão até profundidades aproximadas de 2*B* e de 6*B* para sapatas quadradas e sapatas contínuas, respetivamente. A Figura 4.23 ilustra, para a análise realizada no *RS2* (sapata contínua) com *B*=5m, os acréscimos de tensão vertical ($\Delta\sigma_v$) devidos à atuação do momento fletor, normalizados relativamente à tensão máxima provocada pelo momento fletor (σ_M). A profundidade abaixo da face lateral foi normalizada relativamente à largura da sapata. Nos modelos de cálculo a malha de elementos finitos foi refinada na periferia *B* da fundação, constatando-se pela análise da Figura 4.23. que tal dimensão é capaz de englobar os acréscimos de tensão significativos provocados pela carga vertical e, portanto, garantir a fiabilidade da análise. Uma vez que a condição é verificada para a sapata contínua pressupõem-se que o mesmo se constate para as sapatas retangulares.

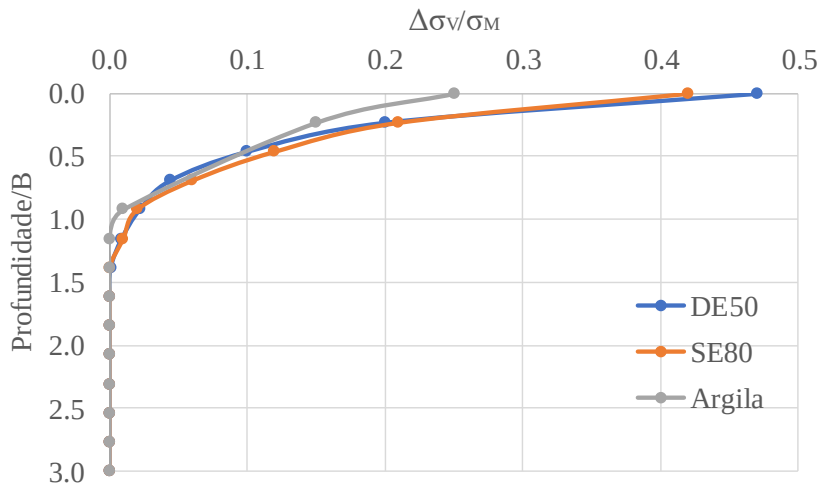


Figura 4.23 – Profundidade abaixo da face lateral da sapata contínua relevante para a análise no *RS2*

Relativamente as análises elásticas com modelos de meio contínuo, os resultados demostram que as análises 3D geram valores superiores para a rigidez rotacional da fundação comparativamente com as análises 2D. Se tal é justificável quando a excentricidade excede o núcleo central, devido à ausência de elementos de interface em 3D, já para excentricidades inferiores, e mesmo para condições comparáveis para o maior comprimento *L* da fundação, não existe uma explicação óbvia para estes resultados. Os valores normalizados para a rigidez rotacional obtida na análise elástica em relação à Equação 2.14 podem ser consultados no Quadro 4.3. Tomando como referência os resultados das análises 2D, verifica-se que estes valores são crescentes com o aumento da largura da sapata, assim como com a diminuição do módulo de deformabilidade. Posto isto, com o objetivo de compreender a discrepância verificada nos resultados obtidos através da análise 2D e 3D para o mesmo maciço, definiu-se no *RS3* um modelo equivalente a uma fatia com 1m de comprimento e largura *B*. Mantiveram-se inalteradas as condições de fronteira e a malha de elementos finitos aplicadas na análise das diferentes relações *L/B*. Para a mesma variação do momento fletor e carga vertical, verificaram-se valores para a rigidez rotacional normalizada consideravelmente superiores aos da análise 2D (Quadro 4.3). Isto permite concluir que as diferenças verificadas na análise 2D e na análise 3D podem ser devidas à discretização da malha de elementos finitos. Constata-se na análise 3D que a relação $K_\theta\ /K_\theta^{T.E}$ diminui com o aumento da relação *L/B*, pelo que o aumento desta relação poderia gerar valores mais próximos dos obtidos para a análise 2D levando a que a disparidade verificada fosse devida à falta de continuidade. No Quadro 4.3 são apresentados os resultados obtidos com os modelos MC e DC. Em relação às análises com MC em areia, são apenas representados os resultados para DE50 e SE80. Os intervalos de valores apresentados no Quadro 4.3 para o *RS3* correspondem à variação dos valores normalizados da rigidez rotacional

entre *L/B*=1 a *L/B*=5. A comparação entre o modelo MC e o modelo DC apenas foi possível na análise 2D, na qual o modelo de DC apresentou rotações superiores. Assim, e sendo a amplitude de variação do momento fletor idêntica para as duas análises, constata-se que o modelo de DC conduz a menores valores para a rigidez rotacional. Verifica-se pela análise dos resultados apresentados (Figura 4.10 e Figura 4.14) que o modelo de MC apresenta, para todas a excentricidades, uma relação mais próxima entre a rigidez rotacional obtida na análise e a solução elástica. E garante a convergência da análise para excentricidades superiores.

Quadro 4.3 – Intervalos de valores da rigidez rotacional normalizada para as análises 2D e 3D com excentricidade unidirecional

Largura e solo de fundação		*Valores normalizados=* $K_\theta/K_{\theta T.E.}$							
		Análise elástica			Análise MC			Análise DC	
		RS2	*RS3*	*RS3: L=1*	*RS2*	*RS3*	*RS3: L=1*	*RS2*	*RS3*
B=2.5 [m]	Areia densa	0,90	1,28 – 1,40	2,52	0,81	1,17 – 1,27	1,73	0,56	-*
	Areia solta	0,98	1,24 – 1,30	2,42	0,69	0,94 – 1,14	1,19	0,23	-*
	Argila	0,88	1,18 – 1,41	2,47	0,79	1,21 – 1,25	1,99	0,28	-*
B=5.0 [m]	Areia densa	0,95	1,19 – 1,28	2,82	0,92	1,17 – 1,23	2,17	0,58	-*
	Areia solta	1,00	1,16 – 1,24	2,75	0,77	1,14 – 1,20	1,71	0,50	-*
	Argila	0,94	1,10 – 1,25	2,76	0,94	1,11 – 1,18	2,75	0,38	-*

*(Valores não calculados)

5 ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

5.1 Comparação entre os Diferentes Métodos Utilizados na Modelação

Ao longo da dissertação foi frisada a importância da correta avaliação da rigidez vertical e rotacional da fundação para garantir uma estimativa correta do seu comportamento. Para simular o solo de fundação foram utilizadas molas e elementos finitos de contínuo. A definição da rigidez das molas é conseguida através do coeficiente de reação vertical, o qual depende da estimativa dos assentamentos imediatos e, portanto, do módulo de deformabilidade considerado. Por outro lado, com a utilização de elementos finitos de contínuo o solo de fundação é caracterizado pelas propriedades apresentadas nos Quadro 4.1 e 4.2 em função do modelo constitutivo utilizado na análise. Em ambos os casos, a estimativa do comportamento depende do módulo de deformabilidade utilizado, verificando-se ainda a importância considerável deste parâmetro na definição da rigidez rotacional elástica (Equação 2.14). Assim, é importante que o módulo de deformabilidade utilizado para os cálculos, quer analíticos quer numéricos, seja representativo da zona com influência na determinação dos deslocamentos, a qual corresponde à zona do maciço mais próximo da base da fundação sob a área carregada. De uma forma geral, para solos aproximadamente homogéneos o módulo de deformabilidade cresce com o aumento da tensão de confinamento, ou seja, da profundidade e com a aplicação de cargas na superfície do solo. As camadas superiores têm maior influência no comportamento da estrutura do que as mais profundas porque os incrementos de tensão são superiores à superfície, o que se reflete nos valores admitidos para a profundidade relevante para esta análise. Assim, na análise realizada é importante ter em consideração que a aplicação sucessiva da carga pode gerar um aumento das tensões de confinamento em certas zonas do maciço, aumentando aí a sua rigidez, noutras aumentará as tensões de corte e, portanto, aumenta as deformações plásticas e a rigidez no maciço. No entanto, à exceção dos parâmetros referentes aos solos granulares para o modelo hiperbólico de DC, os quais foram deduzidos considerando uma tensão de confinamento correspondente à profundidade de $B/2$, os restantes módulos de deformabilidade considerados correspondem a uma tensão de confinamento de 100kPa, a qual corresponde a uma profundidade bastante superior a $B/2$. É evidente que quanto melhor a estimativa do módulo de deformabilidade, melhora será a previsão dos assentamentos e, portanto, mais fiável será a estimativa do comportamento da fundação.

Em relação à análise elástica, realizada nos três programas de cálculo (*Robot*, RS2 e RS3), a simplicidade e rapidez associadas a este tipo de análise torna-a bastante apelativa. No entanto, a utilização do cálculo elástico em problemas geotécnicos é limitada pela incapacidade que este demostra em representar o comportamento do solo (Potts e Zdravkovic, 1999). Para os casos em análise a validade do cálculo elástico é condicionada pelo valor da excentricidade da carga aplicada, a qual deve ser inferior às dimensões do núcleo central, numa gama de deformações a variar entre pequenas a médias (molas não lineares). A diferença notória verificada nos resultados pode ser em parte justificada pelo facto de as soluções elásticas sobrestimarem os assentamentos (Matos Fernandes 2011). Das três ferramentas de análise utilizadas em regime elástico foram obtidos valores diferentes da rigidez rotacional. Como a variação do momento fletor é idêntica, as diferenças devem-se às rotações, as quais são superiores nos modelos discretos de molas comparativamente com os modelos de meio contínuo Relativamente à análise 3D e 2D, os modelos com molas, nos quais a rigidez das molas é definida de forma a acertar os assentamentos subestimam a rigidez rotacional, apresentando valores 2 e 3,5 vezes inferiores aos obtidos através da análise elástica 2D e 3D, respetivamente.

Segundo Gazetas et al. (2013), admitir que o comportamento do solo é linear elástico e que existe total contacto entre a sapata e o solo de fundação, não contabilizando no projeto a não linearidade do solo e a elevação da sapata, tem-se revelado uma análise desfavorável. Pender et al. (2006) demostraram que o modelo de Winkler, no qual a rigidez vertical das molas é determinada através da T.E. subestima a rigidez rotacional comparativamente com um meio elástico uniforme, fundamentando os resultados obtidos nesta dissertação. Por outro lado, Salimath e Pender (2015) concluíram para as geometrias analisadas no seu estudo (*L/B*=3 e *L/B*=5) que as curvas momento-rotação obtidas através de análises 3D com o método dos elementos finitos realizadas no *PLAXIS* e através de modelos com molas distribuídas sem resistência à tração são muito semelhantes.

No que diz respeito às análises plásticas, com o modelo de MC realizada no *RS2* e *RS3* e com o modelo de DC realizada apenas no *RS2*, os resultados para a rigidez rotacional normalizada podem ser encontrados no Quadro 4.3. Viana da Fonseca (1996) realizou modelações de fundações diretas submetidas a carregamento crescente com 35 etapas e com 4 ciclos de carga e descarga intermédios utilizando o modelo hiperbólico. Através da comparação dos resultados que obteve com os resultados de ensaios laboratoriais concluiu que o modelo hiperbólico não exibe eficazmente o comportamento dos solos ensaiados, verificando-se em geral uma sobrestimação das deformações. Para o presente caso, os valores da rigidez rotacional normalizados são baixos relativamente ao modelo elástico perfeitamente plástico de MC. Note-se que no modelo de DC a condição inicial é anisotrópica e a correção apresentada nas Equações 4.11 e 4.12 não é considerada, pelo que o módulo de deformabilidade utilizado para aferir os

parâmetros a aplicar é inferior ao módulo de deformabilidade tangente inicial aumentando os deslocamentos verticais obtidos. Nas análises plásticas, para fundações assentes em argila a carga vertical foi reduzida para metade, porém, foi para este maciço que se verificou a divergência da análise para menores relações *e/B*. Todavia, importa salientar que os parâmetros admitidos para o maciço argiloso são valores típicos da bibliografia da especialidade (Kulhawy e Mayne, 1990), não tendo sido precedidos por nenhum ensaio laboratorial nem calibrados para as análises realizadas. Note-se ainda que os parâmetros utilizados no modelo hiperbólico de DC foram definidos através de aproximações a partir do modelo HS. No que concerne à dupla excentricidade da carga modelada no *Robot* e no *RS3*, as análises apenas foram realizadas para a maior largura da sapara (*B*=5m). Segundo o eixo da largura, os valores da rigidez rotacional normalizada apresentam a mesma relação da análise unidirecional, diminuindo com o aumento da relação *L/B* para ambos os casos. Na direção perpendicular os valores da rigidez rotacional normalizada para o *Robot* crescem com o aumento da geometria, enquanto com o *RS3* verifica-se um crescimento com o aumento da geometria até *L/B*=3, decrescendo para relações superiores.

No que diz respeito à separação entre a sapata e o solo de fundação as diferentes análises apresentam resultados distintos. Em análises elásticas com o *Robot* a separação verifica-se para excentricidades superiores a *B*/6. Por outro lado, para o *RS2* verifica-se para a análise elástica separação entre os elementos para excentricidades de 0,36*B*, para todos os solos, já na análise plástica a excentricidade para a qual se verifica elevação da sapata é função do tipo de solo. Assim, a excentricidade para a qual se verifica a separação corresponde a 0,22*B*, 0,30*B* e 0,34*B* para argila, areia solta e areia densa, respetivamente. De acordo com Gazetas et al. (2013) a elevação da sapata para um meio contínuo deveria ocorrer para uma excentricidade de *B*/4.

Os valores obtidos através dos cálculos numéricos foram ainda normalizados em relação às expressões alternativas para avaliar a rigidez rotacional, expostas no Capítulo 2. Relativamente à Equação 2.15 proposta pelo regulamento alemão e aplicável apenas em sapatas quadradas, o Quadro 5.1 apresenta os valores normalizados para a rigidez rotacional obtida no *Robot* e no *RS3* para DE50 e SE80. Para a mesma geometria da sapata e momento fletor aplicado, os valores obtidos variam consoante o tipo de solo, aumentando com o coeficiente de Poisson, uma vez que o valor normalizado é independente do módulo de deformabilidade. Comparativamente aos valores obtidos com a Equação 2.14 da T.E., para todos os casos a normalização com a Equação 2.14 conduz a resultados superiores, o que significa valores para a rigidez rotacional mais próximos dos elásticos para o *Robot* e mais afastados para a análise 3D (por estes serem já superiores quando normalizados pela Eq. 2.14). Relativamente às expressões propostas por Gazetas et al. (2013) (Equações. 2.16 a 2.18), os valores dos resultados normalizados estão também representados no Quadro 5.1, para as diferentes

geometrias analisadas em que as expressões são aplicáveis. As Equações 2.16 e 2.17 são aplicáveis na normalização dos resultados obtidos através do *Robot* e do *RS3* para sapatas quadradas e retangulares, respetivamente. Na Equação 2.17 o resultado é influenciado pela geometria da fundação, crescendo com o aumento da razão *L/B*. Por outro lado, a Equação 2.18 é aplicável a sapatas continuas e, portanto, comparável com a análise 2D (*RS2*). Pela análise dos resultados verifica-se que tais equações não apresentam para a rigidez rotacional resultados discrepantes dos obtidos através da Equação 2.14, a qual foi empregue em todas as normalizações ao longo da dissertação.

Quadro 5.1 – Valores para a rigidez rotacional normalizada – Expressões alternativas

Equação	*Robot*		*RS2*(Elástica / MC)		*RS3*(Elástica / MC)	
	DE50	SE80	DE50	SE80	DE50	SE80
2.16	0,40	0,40	-*	-*	1,40	1,40
2.17	0,22 a 0,31	0,22 a 0,31	-*	-*	1,20-1,27 / 1,19-1,27	0,85-1,19 / 1,16- 1,23
2.18	-*	-*	0,90 / 0,97	0,76 / 1,0	-*	-*
2.15	0,40	0,49	-*	-*	1,37 / 1,30	1,37 / 1,49

*(não aplicável)

Para a relação entre a rigidez rotacional das fundações obtida com as modelações numéricas realizadas e a solução elástica (Equação 2.14), para as geometrias e maciços analisados, é possível enunciar que:

- Os resultados para as duas larguras analisadas não são muito discrepantes, porém, a menor largura (*B*=2,5m) apresentou resultados mais distantes da solução elástica, verificando-se a influência da largura para a definição da rigidez rotacional;
- Os modelos com molas apresentam, para todas as geometrias, valores consideravelmente baixos para a rigidez rotacional normalizada. Os resultados indicam que, independentemente da sua largura, os valores obtidos vão sempre subestimar a rigidez rotacional elástica com diferenças de pelo menos 62%, apresentando, no limite, diferenças de 82% em relação à solução elástica (*B*=2,5m e *L*=12,5m). Nas restantes geometrias para a sapata com *B*=5m, os modelos com molas subestimam a rigidez rotacional da fundação com diferenças de 60%, 74%, 77% e 79% relativamente à solução elástica para razões *L/B* de 2, 3, 4 e 5, respetivamente;
- Como expectável, os modelos de meio contínuo apresentam relações superiores para análise elástica linear comparativamente com a análise plástica (MC e DC). No limite a análise 2D subestima a solução elástica com diferenças de 77%. Por outro lado, a análise 3D sobrestima o valor da rigidez rotacional relativamente à solução elástica, com diferenças que no limite podem ser de 40%;
- A discrepância entre os resultados obtidos para a rigidez rotacional dos modelos com molas e dos modelos de meio contínuo, pode dever-se à diferença na distribuição das pressões

na base da fundação. Considerando os resultados do *Robot* e do *RS3* verifica-se que a modelação com molas subestima a rigidez rotacional e o modelo tridimensional de meio contínuo a sobrestima. Nos modelos com molas, a pressão de contacto depende apenas do deslocamento na mola apresentando para um deslocamento uniforme uma pressão uniforme. A existência de rotação da fundação conduz a que a distribuição das pressões seja linear (Figura 2.1c)). Por outro lado, no caso do meio ser contínuo a distribuição das pressões de contacto associada a um deslocamento uniforme varia em função do tipo de solo de fundação, como já referido, sendo que a pressão a atuar num determinado ponto influência todo o maciço. Portanto, para um meio contínuo sujeito a combinação de carga vertical e momento fletor, a distribuição das pressões afasta-se da distribuição linear verificada nos modelos discretos de molas. Pender et al. (2006) analisaram a variação das pressões em sapatas contínuas assentes sobre molas discretas e sobre um meio contínuo. Mostraram que para uma excentricidade de *B*/6 o modelo de molas considera que a pressão na base da sapata é nula na extremidade em que o deslocamento é nulo. Isto é discrepante do observado para um meio contínuo. Uma vez que o modelo de molas não garante uma correta distribuição das pressões na base da fundação, altera também a distribuição do momento fletor. Porém, de acordo com Pender et al. (2006), para combinações de carga que provoquem tensões próximas da capacidade de carga do solo de fundação, os modelos de molas exibem mais eficazmente a rigidez rotacional da fundação;

- Na análise bidimensional os resultados com MC e com DC apresentam diferenças consideráveis para a rigidez rotacional, estando as diferenças associadas aos diferentes valores dos módulos de deformabilidade utilizados nos dois modelos constitutivos;
- Nas análises 2D e 3D, para excentricidades inferiores às dimensões do núcleo central, as discrepâncias nos resultados poderão ser devidas à discretização da malha de elementos finitos, uma vez que os resultados obtidos na análise 3D para uma sapata com 1m de comprimento e largura *B* nas mesmas condições da análise elástica 2D, à exceção da discretização da malha de elementos finitos, geraram resultados distintos. As diferenças entre a rigidez rotacional normalizada para o *RS3* e para o *RS2* podem ser consultadas no Quadro 4.3.

5.2 Comparação com a Aplicação das Normas

Na análise dos limites impostos por normas regulamentares, neste caso em particular da excentricidade da carga, é importante ter a noção de que estes valores garantem uma reserva adequada de segurança. De acordo com Baban (2016), o Eurocódigo apresenta escassas orientações para tratar o caso das cargas excêntricas, devendo definir-se cuidadosamente todos os valores das ações e analisar-se as diferentes combinações de carga. Porém, Baban (2016), citando Bond e Harris 2010, justifica que o limite imposto pelo EC7 deve ser aceite uma vez que este foi “exaustivamente testado na prática”.

Condensando na Figura 5.1 os limites admissíveis para a excentricidade apresentados na Figura 2.5.a) e na Figura 2.6, e adicionando os pontos obtidos nas modelações efetuadas apenas para os casos em que a solução convergia e os limites físicos da fundação, podem tirar-se as seguintes conclusões:

- Para ELU o EC7 é o limite mais exigente garantindo uma maior margem de segurança comparativamente à norma francesa;
- As excentricidades apresentadas pelo FHWA (2011), referentes à norma da AASHTO (2009), são questionáveis;
- A convergência dos cálculos numéricos realizados é, como expectável, garantida para limites superiores aos impostos pelas normas regulamentares desde que a excentricidade seja inferior aos limites da fundação e não se verifique a existência de plastificações muito elevadas que causem problemas de capacidade de carga.

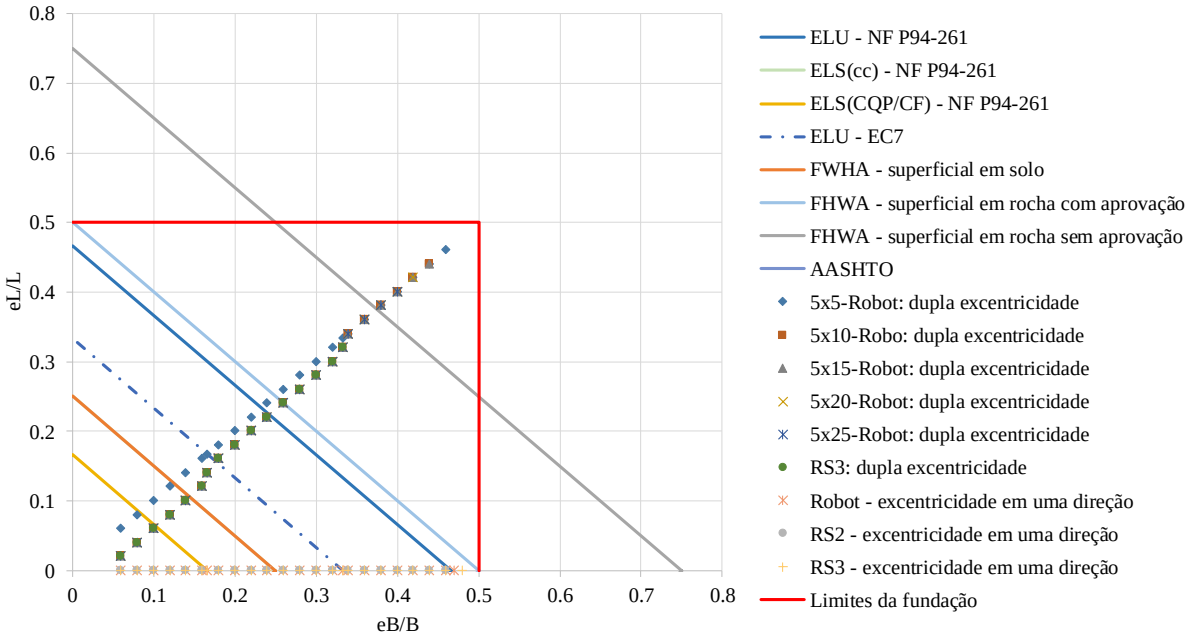


Figura 5.1 – Comparação entre os limites impostos pela Norma Francesa, Eurocódigo 7 e AASHTO com os resultados da modelação numérica

6 CONCLUSÕES

6.1 Principais Conclusões

Ao longo da dissertação foi analisada, com recurso a soluções analíticas e ao método dos elementos finitos, a variação da rigidez rotacional com o aumento da excentricidade da carga aplicada, tendo sido identificados alguns aspetos pertinentes no que respeita ao projeto. Em todas as análises a rigidez rotacional resultante do cálculo numérico foi normalizada em relação à solução elástica (T.E.). Esta solução (Equação 2.14) é proporcional ao módulo de deformabilidade e à geometria da sapata, na qual a dimensão correspondente ao eixo de rotação tem maior influência. Por outro lado, é inversamente proporcional ao valor de I_θ, que aumenta com o aumento da relação *L/B*, e ao coeficiente de Poisson, que para solos varia entre 0,2 e 0,5, sendo este último valor apenas aplicado em condições não drenadas e pressupõe que os assentamentos e as rotações se limitam ao regime elástico. Como referido, a rotação depende dos deslocamentos extremos da sapata na direção perpendicular à da aplicação do momento e segundo Knappett e Craig (2012), os deslocamentos são mais afetados por imprecisões nos parâmetros do solo do que pelo método de análise.

As soluções analíticas foram definidas para cada tipo de solo e para cada geometria. Já a análise elástica com recurso a molas discretas foi apenas apresentada para um tipo de solo, uma vez que o valor normalizado da rigidez rotacional é independente dos parâmetros elásticos do solo. Por outro lado, na modelação com o *RS2* e *RS3*, foram realizadas análises elásticas, análises plásticas com o modelo elástico perfeitamente plástico de MC e análises não lineares com o modelo hiperbólico de DC, este último apenas aplicado ao caso bidimensional. Foram ainda apresentados os limites da excentricidade definidos em três regulamentos (NP EN 1997-1, NF P94-261 e AASHTO) e analisados os resultados das excentricidades atingidas nos cálculos à luz destas disposições regulamentares.

A utilização de soluções analíticas, formuladas com base na T.E., consiste num método apelativo pela facilidade de compreensão e de aplicação para o utilizador, apresentando como principal desvantagem as limitações consideráveis na análise de geometrias mais complexas. Além disso estas formulações são limitadas a casos específicos. A modelação com recurso ao MEF foi realizada através de modelos discretos de molas e modelos com elementos finitos de

contínuo. A modelação com molas discretas distribuídas, com rigidez constante (sem patamar) e com possibilidade de levantamento, nas quais o coeficiente de reação vertical varia ao longo da base da sapata (modelo pseudo acoplado de Winkler), apresenta limitações associadas, tais como: a relação linear entre o deslocamento do solo e a carga aplicada; a não consideração na análise dos parâmetros constitutivos não lineares do solo; e o facto da deformação se verificar apenas na zona carregada devido ao comportamento das diferentes molas ser independente entre si e, portanto, não representar adequadamente as deformações do solo nem a dispersão das cargas. Além disso, o modelo não considera a influência das características do carregamento nem as condições de fonteira. No entanto, quando comparado com o modelo clássico de Winkler garante uma deformada mais próxima da real devido à variação do coeficiente de reação vertical ao longo da base. Além disso, a criação do modelo, os cálculos e a análise dos resultados constituem um processo simples e rápido. Mas, para a análise realizada, é conveniente relembrar a conclusão exposta por Pender et al. (2006), na qual referia que os modelos com molas independentes não são capazes de representar adequadamente o levantamento da fundação quando sujeita a momento fletor por não representarem adequadamente a distribuição das tensões na base da fundação. Os resultados obtidos no Capítulo 3 mostraram que não foi atingido um valor para a rigidez rotacional da fundação idêntico ao da solução elástica (Equação 2.14), em qualquer das modelações. Assim, apesar da modelação com molas discretas se tratar de um método recorrentemente utilizado, apresenta limitações consideráveis na representação de alguns aspetos do comportamento real das sapatas e, consequentemente, condiciona a fiabilidade dos resultados e a validade da análise.

Relativamente à utilização de modelos 2D e 3D com elementos finitos de contínuo, estes são teoricamente mais completos devido à existência de modelos constitutivos que permitem descrever, de forma aproximada, o comportamento do solo, a consideração de condições de fronteira e a possibilidade de considerar a estratificação do maciço. O modelo 2D exige um menor espaço de memória, menor tempo de cálculo, é de mais fácil utilização relativamente à análise 3D e permitiu obter resultados para o modelo hiperbólico. No que concerne às análises 3D com o programa *RS3*, estas garantem uma geometria do modelo mais realista para fundações não contínuas e permitem determinar a distribuição tridimensional das cargas aplicadas. No entanto, a proximidade do modelo com a realidade leva a que este seja mais complexo e, portanto, os cálculos sejam mais morosos e pesados, a análise dos resultados é também ela mais complexa. O facto de não permitir a aplicação de elementos de interface entre o solo e a sapata constitui a maior limitação deste modelo, tendo comprometido a análise realizada para excentricidades de carga exteriores ao limite do núcleo central. Além disso, não garante convergência na análise com o modelo hiperbólico de Duncan-Chang e pode, como sugeriu Pinto (2010) ofuscar as características relevantes do problema.

Uma vez que a utilização de modelos discretos de molas ou mesmo o projeto não-acoplado entre a superestrutura e a fundação são recorrentemente aplicados na prática, seja devido a questões económicas, de facilidade de utilização e análise ou de falta de conhecimento acerca de programas de modelação numérica, torna-se imprescindível que o projetista tenha conhecimento sobre as limitações de cada tipo de análise, bem como das possíveis consequências para a funcionalidade e estabilidade das estruturas sobrejacentes. Ainda acerca das normas regulamentares, estas carecem de uma explicação mais cuidada e detalhada e de uma uniformização dos limites máximos para a excentricidade da carga aplicada.

Concluindo, é importante reter que a correta avaliação da rigidez rotacional no dimensionamento da fundação e da superestrutura é imprescindível para garantir a segurança aquando da atuação de cargas excêntricas, quer para ELU quer para ELS, uma vez que a sua incorreta aferição pode ter implicações no cálculo estrutural, afetando a distribuição de esforços e a fiabilidade do comportamento verificado sob a ação de cargas combinadas. Tendo-se concluído relativamente à solução elástica que os modelos discretos de molas subestimam com diferenças consideráveis a rigidez rotacional da fundação e que os modelos 3D sobrestimam esse valor, sendo a análise 2D a que apresenta resultados mais próximos. No entanto, os resultados obtidos para a análise 3D poderão ser devidos a erros na discretização da malha de elementos finitos. Assim, para declarar qual o método mais fiável na representação do comportamento das fundações nas condições analisadas, os resultados deveriam ter sido comparados com medições realizadas em obras reais.

6.2 Desenvolvimentos Futuros

No presente trabalho foi estudado o comportamento da rigidez rotacional com o aumento da excentricidade da carga, mas a análise não foi relacionada com nenhum caso real, ou seja, à exceção da análise 2D com o modelo hiperbólico de DC, é considerado um solo homogéneo com um módulo de deformabilidade constante para o solo. Portanto, para a continuação deste trabalho propõe-se:

- Realização de ensaios em modelos reduzidos, de forma a confirmar a validade das expressões da T.E e dos resultados aqui apresentados.
- A aplicação dos modelos a casos práticos reais com controlo das deformações para comparar com os resultados modelados e verificar a fiabilidade dos resultados e das conclusões expostas.
- Modelar a atuação de cargas cíclicas, englobando o efeito do amortecimento do solo de fundação e a dissipação de energia na superfície de interação entre o solo e a estrutura.

- Analisar diferentes discretizações da malha tridimensional de elementos finitos na simulação do EPD para compreender a razão da discrepância nos resultados comparativamente com a análise 2D.
- Analisar em mais detalhe a aplicação do modelo hiperbólico a modelos com elementos finitos de contínuo tridimensionais para avaliar as possíveis causas da falta de convergência nas análises realizadas.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AASHTO (Association of State Highway and Transportation Officials) (2009) "Guide Specifications for LRFD Seismic Bridge Design" , Washington, D.C.

Adamidis, O., Gazetas, G., Anastasopoulos, I., Argyrou, Ch. (2014). "Equivalent-linear stiffness and damping in rocking of circular and strip foundations". Bulletin of Earthquake Engineering, Vol. 12, Issue 3, pp.1177-1200.

Algie, T. (2011). "Nonlinear Rotational Behaviour of Shallow Foundations on Cohesive Soil". PhD thesis. Department of Civil and Environmental Engineering, The University of Auckland, New Zealand.

Allotey, N., Naggar, M. (2003). "Analytical Moment-Rotation Curves for Rigid Foundations Based on a Winkler Model". Soil Dynamics and Earthquake Engineering, Vol. 23, Issue 5, pp.367-381.

Almeida e Sousa, J. (1998). Túneis em Maciços Terrosos: Comportamento e Modelação Numérica. Tese de Doutoramento. Departamento de Engenharia Civil da Universidade de Coimbra, Coimbra.

Autodesk. (2018). Autodesk Robot Structural Analysis.

Baban, M. (2016). "Shallow Foundations: Discussions and Problem Solving". 1st ed, Wiley, United Kingdom.

Biot, M. (1937). "Bending of an Infinite Beam on an Elastic Foundation". Journal of Applied Physics, Vol. 12, Issue. 2, pp.155-164.

Bond, A., Harris, A. (2008). "Decoding Eurocode 7". 2nd ed, Taylor & Francis, New York.

Bond, A., Harris, A. (2010). "Decoding Eurocode 7". 1st ed, Taylor & Francis, New York.

Bowles, J. E. (1997). "Foundation Analysis and Design". 5th ed, McGraw-Hill, New York.

Burlon, S., Criado, D. (2014). "Justification de La Portance Des Semelles Avec Les Eurocodes 7 et 8 En France". Journées Nationales de Géotechnique et de Géologie de l'Ingénieur.

Coduto, D. P. (2001). "Foundation Design: Principles and Practices". 2nd ed, Prentice Hall.

Das, B. M. (2011). "Principles of Foundation Engineering". 7th ed, CENGAGE Learning, United States.

Das, B. M. (2017). "Shallow Foundations Bearing Capacity and Settlement". Taylor & Francis, London, New York.

DIBt (Deutsches Institut für Bautechnik) (2004). Richtlinie für Windenergieanlagen, Einwirkungen und Standsicherheitsnachweise für Turm und Gründung. Berlin.

Dobry, R., Gazetas, G. (1986). "Dynamic response of arbitrarily shaped foundations". Journal of Geotechnical Engineering Division, ASCE. Vol.112, pp.109-135.

Duncan, J. M., Chang, C. Y. (1970). "Nonlinear Analysis of Stress and Strain in Soils". Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, Vol. 96, Issue 5, pp.1629-1653.

Duncan, J.M., Buchignani, A.L. (1976). "An Engineering Manual for Settlement Studies". Department of Civil Engineering, University of California, Berkeley.

Ferreira, C. (2014). "Modelação Numérica de Ensaios de Carga Em Placa Em Modelos à Escala Reduzida" .Tese de Mestrado. Departamento de Engenharia Civil da Universidade de Coimbra, Coimbra.

FHWA. (Federal Highway Administration) (2011). "LRFD Seismic Analysis and Design of Transportation Geotechnical Features and Structural Foundations". FHWA-NHI-11-032.

Fox, E. N. (1948). "The mean elastic settlement of a uniformly loaded area at the depht below the ground surface". Proc. of the 2nd ICSMFE, Vol.1, pp.129-132.

Gajan, S. (2006). "Physical and Numerical Modeling of Nonlinear Cyclic Load-Deformation Behavior of Shallow Foundations Supporting Rocking Shear Walls". PhD thesis, University of California, Davis, U.S.A.

Gazetas, G. (1991). "Formulas and Charts for Impedances of Surface and Embedded Foundations". Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, Vol. 117, Issue 9, pp.1129-1141.

Gazetas, G., Anastasopoulos, I., Adamidis, O., Kontoroupi, Th. (2013). "Nonlinear Rocking Stiffness of Foundations". Soil Dynamics and Earthquake Engineering Vol. 47, pp.83-91.

Gazetas, G., Apostolou, M. (2004). "Nonlinear Soil–structure Interaction: Foundation Uplifting and Soil Yielding". Proc. of the 3th USA–Japan Workshop on Soil–structure Interaction. Menlo Park,California,USA.

Gorbunov-Possadov, M.I., Serebrajanyi, R.V. (1961). "Design of structures upon elastic foundations". Proc. of the 5th ICSMFE, Vol. 1, pp. 643–648.

Hansen, J. B. (1970). “A Revised and Extended Formula for Bearing Capacity”. Bulletin No. 28. pp. 5-11. Danish Geotechnical Institute, Copenhagen.

Harden, C.W., Hutchinson, T. C. (2009). “Beam-on-Nonlinear-Winkler-Foundation Modeling of Shallow, Rocking-Dominated Footings”. Earthquake Spectra, Vol. 25, Issue 2, pp.277-300.

Horvath, J.S. (1993). “Subgrade Modeling for Soil–Structure Interaction Analysis of Horizontal Foundation Elements”. Manhattan College Research Report No. CE/GE-93-1, Manhattan, New York.

Jaky, J .(1944). "The Coefficient of Earth Pressure at Rest". J. Soc. Hungarian Arch. Eng.

Janbu, N. (1963). “Soil compressibility as determined by oedometer and triaxial tests”. Proceedings of European Conference on Soil Mechanics and Foundations Engineering, Wiesbaden, Vol.1, pp 19-25.

Knappett, J.A., Craig, R. F. (2012). "Craig’s Soil Mechanics". 8th ed, Taylor & Francis, London and New York.

Kulhawy, F. H., Mayne, P.W. (1990). “Manual on Estimating Soil Properties for Foundation Design”. EL-6800, Electric Power Research Institute, Palo Alto, California.

Loukidis, D., Tamiolakis, G. P. (2017). “Spatial Distribution of Winkler Spring Stiffness for Rectangular Mat Foundation Analysis”. Engineering Structures, Vol. 153, pp.443-459.

Matos Fernandes, M. (2006). “Mecânica dos Solos - Conceitos e Principios Fundamentais”. Volume I. Edições FEUP, Portugal.

Matos Fernandes, M. (2011). “Mecânica dos Solos - Introdução à Engenharia Geotécnica”. Volume II. Edições FEUP, Portugal.

Meyerhof, G. G. (1953). “The Bearing Capacity of Foundations under Eccentric and Inclined Loads”. Proc. of the 3rd ICSMFE, Vol. 1, pp.440-445.

Meyerhof, G. G. (1963). “Some Recent Research on the Bearing Capacity of Foundations”. Canadian Geotechnical Journal, Vol.1, pp.16-26.

Milovic, D. (1992). “Stresses and Displacements for Shallow Foundations”. 1th ed, Elsevier.

Murthy, V. N. S. (2002). “Geotechnical Engineering: Principles and Practices of Soil Mechanics and Foundation Engineering”. 1st ed, Marcel Dekker, New York.

NF P94-261: 2013 - Justification des ouvrages géotechniques — Normes d’application

nationale de l'Eurocode 7 — Fondations Superficielles, AFNOR.

NP EN 1990: 2009 - Eurocódigo 0: Bases para o projeto de estruturas. Instituto Português da Qualidade.

NP EN 1997-1: 2010 - Eurocódigo 7: Projecto geotécnico - Parte 1: Regras Gerais. Instituto Português da Qualidade.

Pender, M. J., Wotherspoon, L. M. and Ingham, J. M. (2005). "Approaches to design of shallow Foundations for low-rise framed structures". Proc. NZSEE Conference, Wellington, New Zealand.

Pender, M. J., Wotherspoon, L. M., Ingham, J. M. (2006). "Shallow Foundation Stiffness : Continuous Soil and Discrete Spring Models Compared". Proc. NZSEE Conference, Wellington, New Zealand.

Perloff, W. H. (1975). "Pressure Distribution and Settlement". Foundation Engineering Handbook, Chapter.4, Van Nostrand Reinhold, New York, pp.166-178.

Pinto, P. M. L (2010). "Projeto de Fundações - Prática Atual e Alguns Aspetos Inovadores." V Congresso Luso-Brasileiro de Geotecnia, Gramado, Brasil.

Plaxis 2D User's Manual – Version 8 (2012). Finite element Package for analysis of geotechnical structures. Delft, Holanda.

Potts, D. M., Zdravkovic, L (1999). "Finite Element Analysis in Geotechnical Engineering "Finite element analysis in geotechnical engeneering – Theory". 1st ed, Thomas Telford, London England.

Rocscience. (2017a). "RS2 - Rock and Soil 2- Dimensional Analysis Program."

Rocscience. (2017b). "RS3 - Rock and Soil 3-Dimensional Analysis Program."

Salimath, R. S., Pender, M. J. (2015). "Moment-Rotation Behavior of Shallow Foundations with Fixed Vertical Load Using PLAXIS 3D". Proc. of the 6th International Conference on Earthquake Geotechnical Engineering, Christchurch, New Zealand.

Steinbrenner, W. (1934). "Tafeln Zur Setzungsberechnung". Die Strasse, Vol. 1, pp.121-124.

Straughan, W. T. (1990). "Analysis of Plates on Elastic Foundations". Master Thesis, Texas Tech University.

Terzaghi, Karl. (1943). "Theoretical Soil Mechanics". 1st ed, John Wiley & Sons, New York.

Tettinek, W., Matl, F. (1953). "A Contribution to Calculating the Inclination of Eccentrically Loaded Foundations". Proc. of the 3rd ICSMFE, Vol 1, pp 461-465.

Timoshenko, S.,Goodier, J. N. (1951). “Theory of Elasticity”. 2nd ed. McGraw-Hill, New York.

Vesic, A. S. (1961). “Beams on Elastic Subgrade and the Winkler’s Hypothesis”. Proceedings of the 5th ICSMFE, Vol.1, pp.845-850, University of Michigan, Michigan.

Vesic, A. S. (1973). “Analysis of Ultimate Loads of Shallow Foundations.” Journal of The Soil Mechanics and Foundations Division, Vol. 99, Issue 1, pp.45-73.

Vesic, A. S. (1975). “Bearing Capacity of Shallow Foundations”. Foundation Engineering Handbook, Chapter.3, Van Nostrand Reinhold, New York.

Viana da Fonseca, A. (1996).”Geomecânica dos Solos Residuais do Granito do Porto. Critérios para Dimensionamento de Fundações Diretas”. Tese de Doutoramento. Departamento de Engenharia Civil da Universidade do Porto, Porto.

Vucetic M., Dobry R. (1991). “Effect of soil plasticity on cyclic response”. Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, Vol. 117, Issue 1, pp.89–107.

Warren-Codrigton, C. J. (2013). “Geotechnical Considerations for Onshore Wind Turbines”. Master thesis, Department of Civil Engineering, University of Cape Town, South Africa.

Winkler, E. (1867). “Die Lehre von Elastizität Und Festigkeit”. H. Dominicus, Prague, Czechoslovakia.

Wotherspoon, L. M., Pender, M. J., Ingham, J. M. (2004). “Combined modelling of structural and foundation systems”. Proc. of the 13th World Conference on EQ Engineering, Vancouver.