



UNIVERSIDADE D  
COIMBRA

Miguel Abranches e Menezes Peixoto de Brito

**ANÁLISE DE VARIABILIDADE NA SIMULAÇÃO  
NUMÉRICA DO PROCESSO DE ESTAMPAGEM DE  
UM PERFIL EM U**

**Dissertação no âmbito do Mestrado Integrado em Engenharia Mecânica na especialidade de Produção e Projeto orientada pelo Doutor André Filipe Gomes Pereira e pelo Doutor Pedro André Dias Prates e apresentada ao Departamento de Engenharia Mecânica da Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra.**

Outubro de 2020



1 2



9 0

FACULDADE DE  
CIÊNCIAS E TECNOLOGIA  
UNIVERSIDADE DE  
COIMBRA

# **Análise de variabilidade na simulação numérica do processo de estampagem de um perfil em U**

Dissertação apresentada para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia  
Mecânica na Especialidade de Produção e Projeto

## **Variability analysis in the numerical simulation of a U-rail stamping process**

**Autor**

**Miguel Abranches e Menezes Peixoto de Brito**

**Orientadores**

**André Filipe Gomes Pereira**

**Pedro André Dias Prates**

**Júri**

**Presidente** Professor Doutor José Valdemar Bidarra Fernandes  
Professor Catedrático da Universidade de Coimbra

**Orientador** Professor Doutor André Filipe Gomes Pereira  
Investigador Doutoramento da Universidade de Coimbra

**Vogais** Professor Doutor Diogo Mariano Simões Neto  
Professor Auxiliar da Universidade de Coimbra

**Coimbra, outubro, 2020**



“Tell me and I forget, teach me and I may remember, involve me and I learn.”

Benjamin Franklin



## Agradecimentos

A elaboração desta dissertação não seria possível sem o apoio de algumas pessoas, às quais pretendo demonstrar a minha gratidão.

Ao professor André Pereira e ao professor Pedro Prates, pelos conhecimentos, apoio, paciência, preocupação e principalmente pela disponibilidade inabalável que demonstraram.

Aos meus pais, por me proporcionarem esta oportunidade, por acreditarem em mim, pelo carinho e por me ajudarem a ser uma pessoa melhor.

Ao meu irmão, por todos os momentos partilhados, por me ensinar a ter sentido de responsabilidade e por me fazer crescer.

À Alexandrina, pela presença diária durante todo este percurso, pela preocupação, por ouvir, motivar, ajudar e pela enorme amizade.

Ao meu padrinho, que sempre fez de tudo para me deixar feliz.

Aos meus amigos, Daniel Alves, Fábio Seixas, Joana Pires, Miguel Pedro, Guilherme Bento, Miguel Pais e Miguel Sousa pela amizade.

Esta dissertação foi realizada no âmbito dos projetos RDFORMING (PTDC/EME-EME/31243/2017) e EZ-SHEET (PTDC/EME-EME/31216/2017), cofinanciados pelo Fundo Europeu de Desenvolvimento Regional (FEDER), através do programa Portugal-2020 (PT2020), no âmbito do Programa Operacional Competitividade e Internacionalização (POCI-01-0145-FEDER-031243, POCI-01-0145-FEDER-031216) e pela Fundação para a Ciência e Tecnologia (FCT) através de fundos nacionais (PIDDAC); também foi patrocinada com fundos FEDER através do programa COMPETE - Programa Operacional Factores de Competitividade - e com fundos nacionais através da FCT, no âmbito do projeto UIDB/00285/2020.

Cofinanciado por:





## Resumo

Os processos de conformação estão entre os mais utilizados na indústria automóvel, aeronáutica e metalomecânica. A procura por produtos com melhor qualidade e menores custos de produção tem incentivado o interesse crescente por um robusto desenvolvimento e otimização destes processos, que tem em conta a variabilidade inerente aos mesmos. De forma a perceber quais as fontes de variabilidade mais importantes na estampagem de um perfil em U, esta dissertação apresenta um estudo numérico que visa analisar a influência da variabilidade de onze parâmetros de entrada diferentes (módulo de Young, coeficiente de Poisson, coeficientes de anisotropia, parâmetros da lei de Swift, espessura inicial da chapa, coeficiente de atrito e força do cerra-chapas) nos resultados de conformação (Deformação Plástica Equivalente, Redução de Espessura, Retorno Elástico, Alteração de Geometria e Força do Punção).

Inicialmente foi utilizado o método de quasi-Monte Carlo com uma sequência de Sobol para analisar a influência da variabilidade dos parâmetros de entrada na variabilidade dos resultados do processo. Nesta fase, concluiu-se que a variabilidade dos parâmetros de entrada afeta todos os resultados do perfil em U, principalmente a Alteração de Geometria. De seguida, através do cálculo dos índices de Sobol, é estimada a influência de cada um dos parâmetros de entrada nos valores máximos das variáveis de saída. Com esta análise foi possível concluir que o coeficiente de atrito, a espessura inicial da chapa, o coeficiente de encruamento e a constante  $C$  da lei de Swift, são os parâmetros de entrada que mais influenciam os resultados em estudo, sendo que as interações entre parâmetros de entrada só são relevantes na Alteração de Geometria. Por último, foram calculadas as distribuições dos índices de Sobol para todos os nós, de forma a analisar a influência dos parâmetros de entrada nos resultados ao longo do perfil em U. Esta análise permitiu concluir que: o coeficiente de atrito, a constante  $C$  da lei de Swift e o coeficiente de encruamento são os parâmetros com mais influência na zona da aba e da curvatura superior; o coeficiente de atrito é o parâmetro com mais influência na zona da curvatura inferior; a espessura inicial e o coeficiente de atrito são os parâmetros com mais influência na zona da parede do perfil em U.

**Palavras-chave:** Análise de Sensibilidade, Conformação de um perfil em U, Índices de Sobol, Variabilidade.

## Abstract

Forming processes are among the most used in the automotive, aeronautic and metalworking industry. The demand for products with enhanced quality and lower production costs has encouraged the growing interest for a robust development and optimization of these processes, which takes into account the inherent variability in them. In order to understand which are the most important sources of variability in a U-rail stamping process, this dissertation presents a numerical study that aims to analyse the influence of the variability of eleven different input parameters (Young's modulus, Poisson's coefficient, anisotropy coefficients, parameters of Swift's hardening law, initial thickness of the sheet metal, friction coefficient and Blank Holder force) in the forming process results (Equivalent Plastic Strain, Thickness Reduction, Springback, Geometry Change and Punch Force).

Initially the quasi-Monte Carlo method with a Sobol sequence was used to analyse the influence of the variability of the input parameters on the variability of the process results. In this phase, it was concluded that the variability of the input parameters affects all the results of the U-rail, mainly the Geometry Change. Then, the influence of each of the input parameters in the maximum values of the output variables is estimated by calculating the Sobol's indices. With this analysis it was possible to conclude that the friction coefficient, the initial thickness of the sheet metal, the hardening coefficient and the Swift's Law constant,  $C$ , are the input parameters that most influence the results under study, and the interactions between input parameters are only relevant for the Geometry Change. Lastly, distributions of the Sobol indices were calculated for all nodes, in order to analyse the influence of the input parameters throughout the U-rail geometry. This analysis allowed to conclude that: the friction coefficient, Swift's law constant  $C$  and the hardening coefficient are the parameters with the most influence in the flange and upper curvature regions; the friction coefficient is the parameter with the most influence in the lower curvature region; the initial thickness and the friction coefficient are the parameters with the most influence in the wall region of the U-rail.

**Keywords** Sensitivity Analysis, U-rail stamping process, Sobol's Indices, Variability.

## Índice

Índice de Figuras .....	ix
Índice de Tabelas .....	xiii
Simbologia.....	xv
Simbologia Romana .....	xv
Simbologia Grega.....	xvi
1. Introdução.....	1
1.1. Variabilidade.....	1
1.2. Objetivos e estrutura da dissertação.....	2
2. Modelo Numérico.....	5
2.1. Modelo Constitutivo .....	5
2.2. Processo de Conformação de um Perfil em U .....	6
3. Método Estatístico .....	9
3.1. Monte Carlo .....	9
3.2. Sequência de Sobol .....	10
3.3. Índices de Sobol.....	10
3.3.1. Cálculo dos Índices de Sobol .....	11
4. Análise de Sensibilidade.....	15
4.1. Variáveis de Entrada .....	15
4.2. Variáveis de Saída.....	16
4.3. Tamanho da Amostra.....	17
4.4. Variabilidade das Variáveis de Saída .....	17
4.4.1. Deformação Plástica Equivalente.....	18
4.4.2. Redução de Espessura .....	20
4.4.3. Retorno Elástico .....	22
4.4.4. Alteração de Geometria .....	23
4.5. Influência das variáveis de entrada no valor máximo das variáveis de saída.....	25
4.5.1. Deformação Plástica Equivalente Máxima.....	25
4.5.2. Redução de Espessura Máxima .....	26
4.5.3. Retorno Elástico Máximo.....	27
4.5.4. Alteração de Geometria Máxima.....	28
4.5.5. Força do Punção Máxima .....	29
4.6. Influência das variáveis de entrada no valor das variáveis de saída ao longo do perfil em U.....	30
4.6.1. Deformação Plástica Equivalente.....	31
4.6.2. Redução de Espessura .....	33
4.6.3. Retorno Elástico .....	34
4.6.4. Alteração de Geometria .....	37
5. Conclusões.....	41

Referências Bibliográficas .....	43
Apêndice A.....	45
Apêndice B.....	51

## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2.1 Processo de conformação de um perfil em U. Adaptado de Marques et al. (2020). .....	5
Figura 2.2 Representação esquemática do processo de conformação de um perfil em U (dimensões em mm). .....	7
Figura 3.1 Exemplo da geração de pontos através do método de Monte Carlo. ....	9
Figura 3.2 Exemplo da geração de pontos através de uma sequência. ....	10
Figura 4.1 Índices de Sobol de primeira ordem da Deformação Plástica Equivalente. ....	17
Figura 4.2 Valores da média da Deformação Plástica Equivalente ao longo do perfil em U. ....	19
Figura 4.3 Valores do desvio padrão da Deformação Plástica Equivalente ao longo do perfil em U. ....	19
Figura 4.4 Valores da média da Redução de Espessura [%] ao longo do perfil em U. ....	21
Figura 4.5 Valores do desvio padrão da Redução de Espessura [%] ao longo do perfil em U. ....	21
Figura 4.6 Valores da média da Retorno Elástico [mm] ao longo do perfil em U. ....	22
Figura 4.7 Valores do desvio padrão da Retorno Elástico [mm] ao longo do perfil em U. ....	23
Figura 4.8 Valores da média da Alteração de Geometria [mm] ao longo do perfil em U. ....	24
Figura 4.9 Valores do desvio padrão da Alteração de Geometria [mm] ao longo do perfil em U. ....	24
Figura 4.10 Índices de Sobol para o valor máximo da Deformação Plástica Equivalente. ....	26
Figura 4.11 Índices de Sobol para o valor máximo da Redução de Espessura. ....	27
Figura 4.12 Índices de Sobol para o valor máximo do Retorno Elástico. ....	28
Figura 4.13 Índices de Sobol para o valor máximo da Alteração de Geometria. ....	29
Figura 4.14 Índices de Sobol para o valor máximo da Força do Punção. ....	30
Figura 4.15 Distribuição dos índices de Sobol de primeira ordem (a) e totais (b) do parâmetro $MU$ , para a Deformação Plástica Equivalente. ....	32
Figura 4.16 Distribuição dos índices de Sobol de primeira ordem (a) e totais (b) do parâmetro $t_0$ , para a Deformação Plástica Equivalente. ....	32
Figura 4.17 Distribuição dos índices de Sobol de primeira ordem (a) e totais (b) do parâmetro $MU$ para a Redução de Espessura. ....	34
Figura 4.18 Distribuição dos índices de Sobol de primeira ordem (a) e totais (b) do parâmetro $MU$ para o Retorno Elástico. ....	35

Figura 4.19 Distribuição dos índices de Sobol de primeira ordem (a) e totais (b) do parâmetro $C$ , para o Retorno Elástico.....	36
Figura 4.20 Distribuição dos índices de Sobol de primeira ordem (a) e totais (b) do parâmetro $n$ , para o Retorno Elástico.....	36
Figura 4.21 Distribuição dos índices de Sobol de primeira ordem (a) e totais (b) do parâmetro $MU$ , para a Alteração de Geometria. ....	38
Figura 4.22 Distribuição dos índices de Sobol de primeira ordem (a) e totais (b) do parâmetro $C$ , para a Alteração de Geometria. ....	38
Figura 4.23 Distribuição dos índices de Sobol de primeira ordem (a) e totais (b) do parâmetro $n$ , para a Alteração de Geometria. ....	39
Figura A.1 Índices de Sobol de primeira ordem para o valor máximo da Deformação Plástica Equivalente. ....	45
Figura A.2 Índices de Sobol totais para o valor máximo da Deformação Plástica Equivalente.....	46
Figura A.3 Índices de Sobol de primeira ordem para o valor máximo da Redução de Espessura.....	46
Figura A.4 Índices de Sobol totais para o valor máximo da Redução de Espessura. ....	47
Figura A.5 Índices de Sobol de primeira ordem para o valor máximo do Retorno Elástico. ....	47
Figura A.6 Índices de Sobol totais para o valor máximo do Retorno Elástico. ....	48
Figura A.7 Índices de Sobol de primeira ordem para o valor máximo da Alteração de Geometria.....	48
Figura A.8 Índices de Sobol totais para o valor máximo da Alteração de Geometria. ....	49
Figura A.9 Índices de Sobol de primeira ordem para o valor máximo da Força do Punção. ....	49
Figura A.10 Índices de Sobol totais para o valor máximo da Força do Punção. ....	50
Figura B.1 Distribuição dos índices de Sobol de primeira ordem (a) e totais (b) do parâmetro $E$ para a Deformação Plástica Equivalente.....	51
Figura B.2 Distribuição dos índices de Sobol de primeira ordem (a) e totais (b) do parâmetro $r_0$ para a Deformação Plástica Equivalente.....	52
Figura B.3 Distribuição dos índices de Sobol de primeira ordem (a) e totais (b) do parâmetro $r_{45}$ para a Deformação Plástica Equivalente. ....	52
Figura B.4 Distribuição dos índices de Sobol de primeira ordem (a) e totais (b) do parâmetro $r_{90}$ , para a Deformação Plástica Equivalente. ....	53
Figura B.5 Distribuição dos índices de Sobol de primeira ordem (a) e totais (b) do parâmetro $n$ , para a Deformação Plástica Equivalente. ....	53
Figura B.6 Distribuição dos índices de Sobol de primeira ordem (a) e totais (b) do parâmetro $C$ , para a Deformação Plástica Equivalente. ....	54

---

Figura B.7 Distribuição dos índices de Sobol de primeira ordem (a) e totais (b) do parâmetro $t_0$ , para a Deformação Plástica Equivalente.....	54
Figura B.8 Distribuição dos índices de Sobol de primeira ordem (a) e totais (b) do parâmetro $Y_0$ , para a Deformação Plástica Equivalente.....	55
Figura B.9 Distribuição dos índices de Sobol de primeira ordem (a) e totais (b) do parâmetro $MU$ , para a Deformação Plástica Equivalente.....	55
Figura B.10 Distribuição dos índices de Sobol de primeira ordem (a) e totais (b) do parâmetro $PR$ , para a Deformação Plástica Equivalente.....	56
Figura B.11 Distribuição dos índices de Sobol de primeira ordem (a) e totais (b) do parâmetro $BHF$ , para a Deformação Plástica Equivalente.....	56
Figura B.12 Distribuição dos índices de Sobol de primeira ordem (a) e totais (b) do parâmetro $E$ para a Redução de Espessura.....	57
Figura B.13 Distribuição dos índices de Sobol de primeira ordem (a) e totais (b) do parâmetro $r_0$ para a Redução de Espessura.....	57
Figura B.14 Distribuição dos índices de Sobol de primeira ordem (a) e totais (b) do parâmetro $r_{45}$ para a Redução de Espessura. ....	58
Figura B.15 Distribuição dos índices de Sobol de primeira ordem (a) e totais (b) do parâmetro $r_{90}$ para a Redução de Espessura. ....	58
Figura B.16 Distribuição dos índices de Sobol de primeira ordem (a) e totais (b) do parâmetro $n$ para a Redução de Espessura. ....	59
Figura B.17 Distribuição dos índices de Sobol de primeira ordem (a) e totais (b) do parâmetro $C$ , para a Redução de Espessura. ....	59
Figura B.18 Distribuição dos índices de Sobol de primeira ordem (a) e totais (b) do parâmetro $t_0$ , para a Redução de Espessura. ....	60
Figura B.19 Distribuição dos índices de Sobol de primeira ordem (a) e totais (b) do parâmetro $Y_0$ , para a Redução de Espessura. ....	60
Figura B.20 Distribuição dos índices de Sobol de primeira ordem (a) e totais (b) do parâmetro $MU$ , para a Redução de Espessura. ....	61
Figura B.21 Distribuição dos índices de Sobol de primeira ordem (a) e totais (b) do parâmetro $PR$ , para a Redução de Espessura. ....	61
Figura B.22 Distribuição dos índices de Sobol de primeira ordem (a) e totais (b) do parâmetro $BHF$ , para a Redução de Espessura. ....	62
Figura B.23 Distribuição dos índices de Sobol de primeira ordem (a) e totais (b) do parâmetro $E$ para o Retorno Elástico.....	62
Figura B.24 Distribuição dos índices de Sobol de primeira ordem (a) e totais (b) do parâmetro $r_0$ para o Retorno Elástico.....	63
Figura B.25 Distribuição dos índices de Sobol de primeira ordem (a) e totais (b) do parâmetro $r_{45}$ para o Retorno Elástico. ....	63

---

Figura B.26 Distribuição dos índices de Sobol de primeira ordem (a) e totais (b) do parâmetro $r_{90}$ para o Retorno Elástico.....	64
Figura B.27 Distribuição dos índices de Sobol de primeira ordem (a) e totais (b) do parâmetro $n$ para o Retorno Elástico.....	64
Figura B.28 Distribuição dos índices de Sobol de primeira ordem (a) e totais (b) do parâmetro $C$ , para o Retorno Elástico. ....	65
Figura B.29 Distribuição dos índices de Sobol de primeira ordem (a) e totais (b) do parâmetro $t_0$ , para o Retorno Elástico.....	65
Figura B.30 Distribuição dos índices de Sobol de primeira ordem (a) e totais (b) do parâmetro $Y_0$ , para o Retorno Elástico.....	66
Figura B.31 Distribuição dos índices de Sobol de primeira ordem (a) e totais (b) do parâmetro $MU$ , para o Retorno Elástico.....	66
Figura B.32 Distribuição dos índices de Sobol de primeira ordem (a) e totais (b) do parâmetro $PR$ , para o Retorno Elástico.....	67
Figura B.33 Distribuição dos índices de Sobol de primeira ordem (a) e totais (b) do parâmetro $BHF$ , para o Retorno Elástico.....	67
Figura B.34 Distribuição dos índices de Sobol de primeira ordem (a) e totais (b) do parâmetro $E$ para a Alteração de Geometria. ....	68
Figura B.35 Distribuição dos índices de Sobol de primeira ordem (a) e totais (b) do parâmetro $r_0$ para a Alteração de Geometria. ....	68
Figura B.36 Distribuição dos índices de Sobol de primeira ordem (a) e totais (b) do parâmetro $r_{45}$ para a Alteração de Geometria.....	69
Figura B.37 Distribuição dos índices de Sobol de primeira ordem (a) e totais (b) do parâmetro $r_{90}$ para a Alteração de Geometria.....	69
Figura B.38 Distribuição dos índices de Sobol de primeira ordem (a) e totais (b) do parâmetro $n$ para a Alteração de Geometria. ....	70
Figura B.39 Distribuição dos índices de Sobol de primeira ordem (a) e totais (b) do parâmetro $C$ , para a Alteração de Geometria. ....	70
Figura B.40 Distribuição dos índices de Sobol de primeira ordem (a) e totais (b) do parâmetro $t_0$ , para a Alteração de Geometria. ....	71
Figura B.41 Distribuição dos índices de Sobol de primeira ordem (a) e totais (b) do parâmetro $Y_0$ , para a Alteração de Geometria.....	71
Figura B.42 Distribuição dos índices de Sobol de primeira ordem (a) e totais (b) do parâmetro $MU$ , para a Alteração de Geometria. ....	72
Figura B.43 Distribuição dos índices de Sobol de primeira ordem (a) e totais (b) do parâmetro $PR$ , para a Alteração de Geometria.....	72
Figura B.44 Distribuição dos índices de Sobol de primeira ordem (a) e totais (b) do parâmetro $BHF$ , para a Alteração de Geometria.....	73

## ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 4.1. Média e desvio padrão das variáveis de entrada. Adaptado de Marques et al. (2020). .....	15
--	----



## SIMBOLOGIA

### Simbologia Romana

$\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}_i$  – Matrizes de parâmetros de entrada do modelo

$BHF$  – Força do cerra-chapas considerada na simulação numérica

$C$  – Constante da lei de Swift

$E$  – Módulo de Young

$F, G, H, L, M, N$  – Parâmetros que caracterizam a anisotropia do material

$f_0$  – Média conjunta das variáveis de saída das matrizes  $\mathbf{A}$  e  $\mathbf{B}$

$k$  – Número de parâmetros de entrada do modelo

$MU$  – Coeficiente de atrito

$n$  – Coeficiente de encruamento

$N$  – Número de simulações base do modelo

$PR$  – Coeficiente de Poisson

$r_0, r_{45}, r_{90}$  – Coeficientes de anisotropia do material

$S_i$  – Índices de Sobol de primeira ordem

$S_{T_i}$  – Índices de Sobol totais

$t_f$  – Espessura final

$t_0$  – Espessura inicial da chapa metálica

$V[E(Y|X_i)]$  – Variância do valor esperado da resposta  $Y$  quando apenas se varia o parâmetro de entrada  $X_i$

$V[E(Y|X_{\sim i})]$  – Variância do valor esperado da resposta  $Y$  quando se variam todos os parâmetros de entrada exceto  $X_i$

$V(Y)$  – Variância total da resposta  $Y$

$x_i$  – Elemento das matrizes  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{B}$  e  $\mathbf{C}_i$

$X_i$  – Parâmetro de entrada do modelo

$x_2, z_2$  – Posições de um dado nó, nos eixos  $x$  e  $z$ , no instante anterior à remoção das ferramentas.

$x_3, z_3$  – Posições de um dado nó, nos eixos  $x$  e  $z$ , após remoção das ferramentas

$\bar{x}_3, \bar{z}_3$  – Posições de um dado nó, nos eixos  $x$  e  $z$ , para a simulação com os parâmetros de entrada médios

$Y_a, Y_b, Y_{c_i}$  – Respostas do modelo com parâmetros de entrada **A**, **B** e **C<sub>i</sub>**

$Y_0$  – Tensão limite de elasticidade

## **Simbologia Grega**

$\bar{\epsilon}^p$  – Deformação plástica equivalente

$\epsilon_0$  – Parâmetro constitutivo da lei de Swift

$\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}, \tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{zx}$  – Componentes do tensor das tensões de Cauchy

$\sigma$  – Tensão de escoamento

## 1. INTRODUÇÃO

O processo de conformação de chapas metálicas está muito presente na indústria (automóvel, aeronáutica, metalomecânica, etc.). O desenvolvimento e otimização destes processos é fulcral para a obtenção de produtos finais com melhor qualidade e com menores custos de produção. Neste sentido, a modelação do processo com o Método de Elementos Finitos (MEF) é cada vez mais comum. Este método é particularmente importante em processos complexos, como a estampagem, que são caracterizados pela sua não linearidade associada, por exemplo, ao material. A utilização do MEF permite prever a deformação da peça e os fatores que limitam a formabilidade da mesma (defeitos, etc.). No entanto, a aplicação do MEF baseia-se, geralmente, numa abordagem determinística que não tem em conta as várias fontes de variabilidade associadas ao processo de conformação. Neste contexto, a otimização e desenvolvimento do processo através do MEF tem como resultado soluções menos robustas.

### 1.1. Variabilidade

A variabilidade é um dos obstáculos ao correto desenvolvimento e otimização dos processos de conformação. As potenciais razões para a variabilidade são apresentadas de seguida (De Souza & Rolfe, 2010):

- Variabilidade do material: variações no comportamento plástico e elástico do material ou na espessura da chapa;
- Variabilidade das ferramentas: variações na rigidez do material das ferramentas ou alterações na geometria devido ao desgaste;
- Variabilidade do processo: variações na força do cerra-chapas, deslocamento e velocidade do punção;
- Variabilidade na lubrificação: variações da lubrificação devido à rugosidade ou temperatura;
- Variabilidade de carácter aleatório: advém de um posicionamento incorreto das ferramentas ou da chapa, de defeitos nas prensas ou de qualquer outra causa externa ao processo.

Hazra et al., (2011) estudaram o efeito da variabilidade no processo de estampagem para duas ligas de alumínio (AA6111-T4 e AA5754-O), e concluíram que: (i) a conformação com a liga AA6111-T4 é influenciada pela variação das propriedades do material; (ii) a conformação com a liga AA5754-O é influenciada (por ordem decrescente de importância) pelo aquecimento das ferramentas, variação das propriedades do material e pela quantidade de lubrificante. Ledoux et al., (2007) estudaram o impacto da variabilidade da tensão limite de elasticidade, do coeficiente de atrito e dos parâmetros de encruamento da lei de Hollomon, na geometria final de um perfil em U. Os autores concluíram que o coeficiente de atrito é o parâmetro que provocava maior variabilidade no processo, seguido do coeficiente de encruamento e da tensão limite de elasticidade. Gao et al., (2009) estudaram a influência do coeficiente de encruamento, da tensão limite de elasticidade e do módulo de Young, na deformação plástica equivalente, na força do punção e na variação de espessura do processo de estampagem de uma taça hemisférica, em titânio comercialmente puro e num aço GB 08AL. Os autores concluíram que o coeficiente de encruamento e a tensão limite de elasticidade são as variáveis com mais influência nos três resultados. De Souza & Rolfe, (2010) realizaram um estudo numérico sobre a influência da variação das propriedades do material, da geometria da chapa e dos parâmetros de processo, no retorno elástico de uma estampagem de um perfil semicilíndrico, para uma chapa de aço avançado de alta resistência. Os autores concluíram que os resultados do retorno elástico são principalmente afetados pela variação das propriedades do material.

## **1.2. Objetivos e estrutura da dissertação**

O objetivo deste trabalho consiste em realizar um estudo numérico do processo de estampagem de um perfil em U, de forma a avaliar a influência da variabilidade do comportamento elastoplástico do material, da espessura inicial da chapa, do coeficiente de atrito e da força de aperto do cerra-chapas nos resultados finais do processo. Com este estudo pretende-se perceber quais os parâmetros que mais influenciam a estampagem de um perfil em U, e assim identificar os parâmetros cujo controlo da variabilidade é prioritário.

Para além do presente capítulo introdutório, esta dissertação encontra-se estruturada da seguinte forma:

**Capítulo 2:** É introduzido o modelo numérico utilizado na simulação do processo de conformação de um perfil em U, nomeadamente, o modelo constitutivo do material da chapa e a geometria das ferramentas de estampagem.

**Capítulo 3:** Apresenta o método estatístico utilizado para analisar a influência da variabilidade dos parâmetros de entrada nos parâmetros de saída. É realizada uma introdução teórica ao método de Monte Carlo, à sequência de Sobol e aos índices de Sobol.

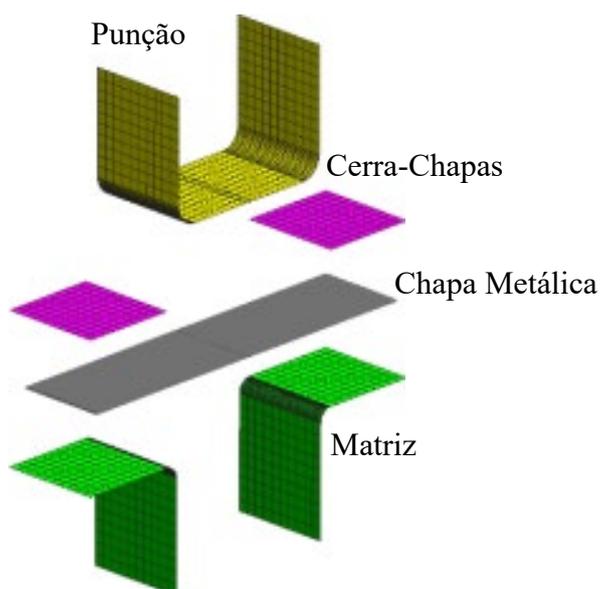
**Capítulo 4:** Neste capítulo são indicados os parâmetros de entrada e de saída estudados, e são apresentados os resultados da análise de sensibilidade.

**Capítulo 5:** São apresentadas as conclusões da dissertação e indicados trabalhos futuros.



## 2. MODELO NUMÉRICO

Nesta dissertação será estudado o processo de conformação de um perfil em U de uma chapa metálica. Na Figura 2.1 são representadas as ferramentas necessárias à realização deste processo, nomeadamente, a matriz, o cerra-chapas e o punção. O processo inicia-se com o posicionamento da chapa metálica entre a matriz e o cerra-chapas, após o posicionamento fixa-se a chapa metálica com o cerra-chapas. De seguida, o punção avança e entra em contacto com a chapa metálica deslocando-a para o interior da matriz, conformando-a com a geometria desejada. O cerra-chapas promove o deslizamento controlado da chapa metálica para o interior da matriz.



**Figura 2.1** Processo de conformação de um perfil em U. Adaptado de Marques et al. (2020).

### 2.1. Modelo Constitutivo

Nesta secção é estabelecido o modelo constitutivo utilizado para descrever o comportamento elástico e plástico do material metálico. O comportamento elástico do material é linear e descrito pela lei de Hooke. Já o comportamento plástico é descrito pelo critério de plasticidade de Hill'48 e pela lei de encruamento de Swift. A lei de Swift é dada pela seguinte equação:

$$\sigma = C(\varepsilon_0 + \bar{\varepsilon}^p)^n, \quad (2.1)$$

em que:  $\sigma$  é a tensão de escoamento;  $\bar{\varepsilon}^p$  a deformação plástica equivalente;  $C$ ,  $\varepsilon_0$  e  $n$  são parâmetros do material. A tensão limite de elasticidade,  $Y_0$ , pode ser obtida a partir da expressão  $Y_0 = C(\varepsilon_0)^n$ .

O critério de Hill'48 é dado pela seguinte equação:

$$H(\sigma_{xx} - \sigma_{yy})^2 + F(\sigma_{yy} - \sigma_{zz})^2 + G(\sigma_{zz} - \sigma_{xx})^2 + 2N\tau_{xy}^2 + 2L\tau_{yz}^2 + 2M\tau_{zx}^2 = \sigma^2, \quad (2.2)$$

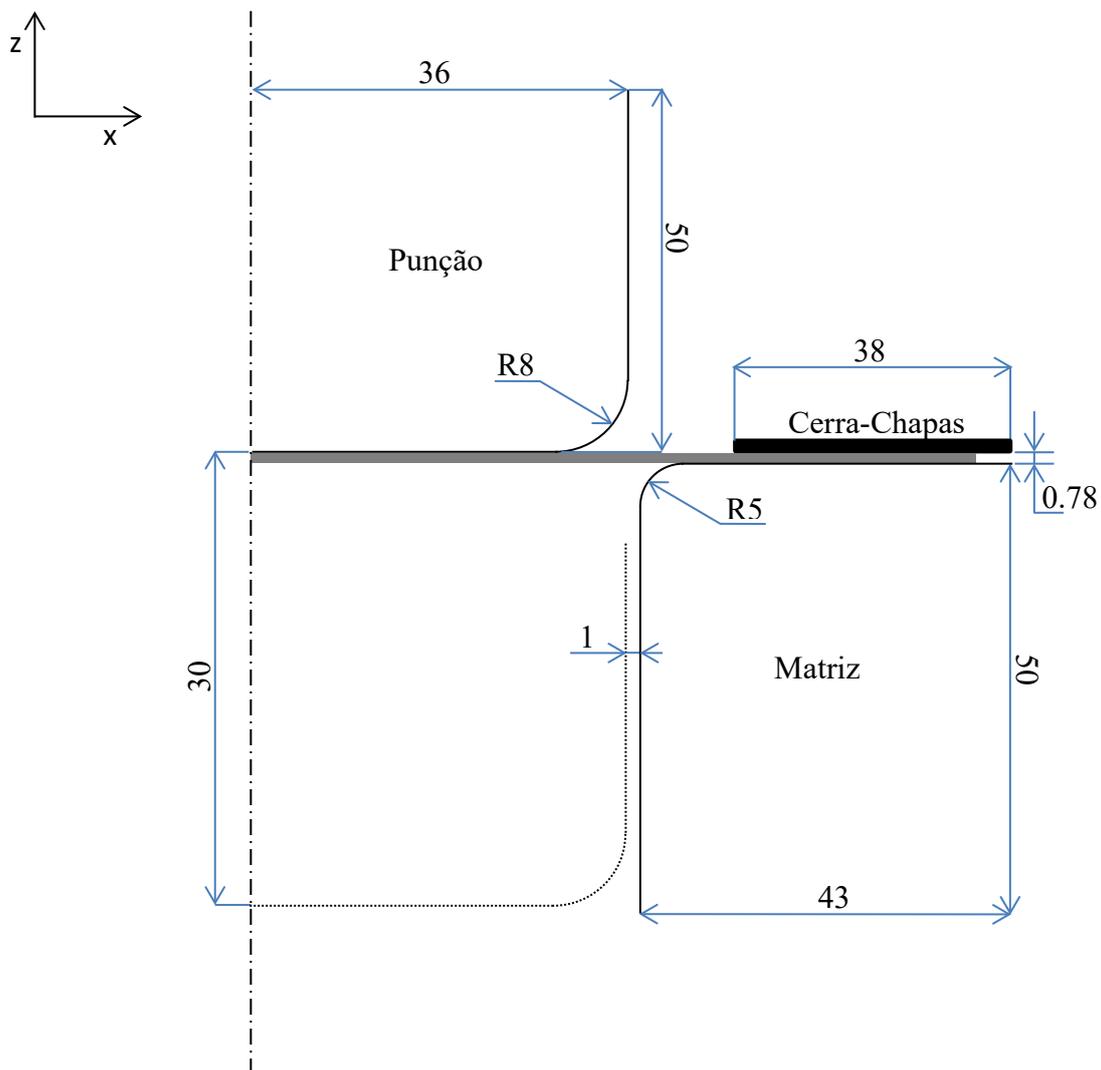
sendo  $\sigma_{xx}$ ,  $\sigma_{yy}$ ,  $\sigma_{zz}$ ,  $\tau_{xy}$ ,  $\tau_{yz}$  e  $\tau_{zx}$  componentes do tensor das tensões de Cauchy, definidas no sistema de eixos de ortotropia do material;  $F$ ,  $G$ ,  $H$ ,  $L$ ,  $M$  e  $N$  são os parâmetros que caracterizam a anisotropia do material. Assume-se que  $G + H = 1$  o que implica que a tensão limite de elasticidade é representada pela tensão uniaxial na direção de laminagem da chapa,  $\sigma_{xx}$ . Também se considera que  $L = M = 1.5$ , como em isotropia (von Mises). Os parâmetros  $F$ ,  $G$ ,  $H$  e  $N$  podem ser relacionados com os coeficientes de anisotropia  $r_0$ ,  $r_{45}$ ,  $r_{90}$  através das seguintes equações:

$$F = \frac{r_0}{r_{90}(r_0 + 1)}, G = \frac{1}{r_0 + 1}, H = \frac{r_0}{r_0 + 1}, N = \frac{1}{2} \frac{(r_0 + r_{90})(2r_{45} + 1)}{r_{90}(r_0 + 1)}. \quad (2.3)$$

## 2.2. Processo de Conformação de um Perfil em U

No modelo numérico do processo de conformação do perfil em U é considerado um estado plano de deformação, o que permite reduzir significativamente, o custo computacional das simulações numéricas. Devido às simetrias no material (ortotropia) e na geometria do ensaio, é apenas simulado metade do processo de conformação, o que permite simplificar ainda mais o modelo numérico. As dimensões iniciais da chapa são  $150 \times 35 \times 0.78 \text{ mm}^3$ , sendo discretizada com 150, 3 e 1 elementos finitos hexaédricos de 8 nós ao longo do comprimento, espessura e largura, respetivamente. Assume-se que o comportamento plástico do material é descrito pelo critério de Hill'48 e pela lei de encruamento de Swift, sendo o comportamento elástico descrito pela lei de Hooke generalizada; o material seleccionado apresenta um comportamento elastoplástico típico de um aço com baixo teor de carbono (DC06). Na Figura 2.2 são indicadas as dimensões das ferramentas de conformação. Durante a

simulação numérica o punção desloca-se 30 mm, sendo as ferramentas de conformação removidas após este valor para a subsequente etapa de retorno elástico. O atrito entre as ferramentas e a chapa é descrito pela lei de Coulomb. As simulações numéricas foram realizadas com o programa de elementos finitos DD3IMP, que foi desenvolvido e otimizado para efetuar simulações de processos de conformação plástica de chapas metálicas (Menezes & Teodosiu, 2000).



**Figura 2.2** Representação esquemática do processo de conformação de um perfil em U (dimensões em mm).



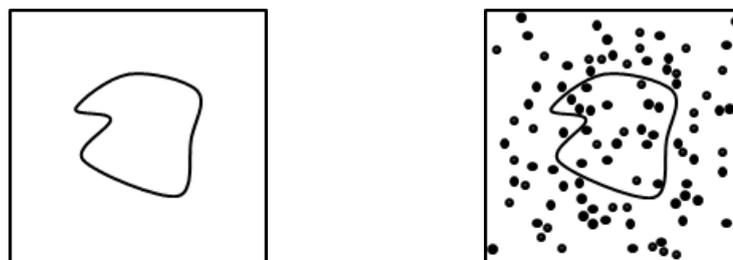
### 3. MÉTODO ESTATÍSTICO

Para pôr em prática o estudo da variabilidade do processo, é necessário fazer uma escolha prévia do método estatístico a ser utilizado. Neste estudo, foi escolhido o método de Monte Carlo, associado a uma sequência de Sobol.

#### 3.1. Monte Carlo

O método de Monte Carlo permite estudar estocasticamente o problema através da obtenção de resultados numéricos obtidos para amostragens (i.e., conjuntos de parâmetros) aleatórias. Para que os resultados obtidos com o método de Monte Carlo sejam precisos, é necessário um grande número de amostras.

Para ilustrar a aplicação do método de Monte Carlo é mostrado na Figura 3.1, a utilização deste no cálculo da área de uma figura geométrica contida num quadrado. Para aplicação do método de Monte-Carlo, são gerados pontos aleatórios dentro da área do quadrado, como está ilustrado na Figura 3.1, do lado direito. Após os pontos serem gerados, calcula-se a razão entre os pontos que caem apenas dentro da figura geométrica interior e o total de pontos gerados aleatoriamente. Uma vez que esta razão deve em teoria (para um número infinito de pontos) ser igual à razão entre a área da figura interior e do quadrado, é possível estimar a área da figura interior a partir da estimativa do valor da razão e da área do quadrado. De notar que, como já foi referido anteriormente, a qualidade deste processo está directamente relacionada com a quantidade de pontos gerados.



**Figura 3.1** Exemplo da geração de pontos através do método de Monte Carlo.

### 3.2. Sequência de Sobol

Se o método de Monte Carlo tiver como base uma sequência quase-aleatória como, por exemplo, a sequência de Sobol, em vez de uma sequência aleatória, o método de Monte Carlo passa a denominar-se “quasi-Monte Carlo”. Neste caso os pontos gerados pela sequência são obtidos de forma a distribuir uniformemente os pontos no espaço (Figura 3.2). Desta forma são evitadas zonas do espaço onde existe acumulação de pontos e outras onde não existem pontos. Neste sentido é espectável que a utilização do método quasi-Monte Carlo permita obter um resultado mais preciso comparativamente ao método de Monte Carlo, para um mesmo número de pontos. O que se traduz, neste estudo, num menor número de simulações numéricas.

A utilização da sequência de Sobol tem a vantagem de permitir adicionar novas simulações, a qualquer momento, sem necessidade de alterar os parâmetros de entrada das simulações já realizadas (Saltelli et al., 2008). Isto demonstra ser vantajoso nos estudos de convergência das métricas associadas à variabilidade (média, desvio padrão, etc.), uma vez que não é necessário predefinir o número total de simulações.

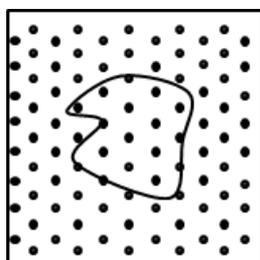


Figura 3.2 Exemplo da geração de pontos através de uma sequência.

### 3.3. Índices de Sobol

Os índices de Sobol são um método de análise de sensibilidade baseada na variância, que permitem avaliar a sensibilidade de um conjunto de dados de entrada a partir da variância dos dados de saída. Neste sentido, os resultados obtidos através deste método permitem quantificar o nível de influência que a variância de um determinado parâmetro de entrada tem sobre um determinado parâmetro de saída (resultado); é ainda possível

analisar a influência das interações entre diferentes parâmetros de entrada nos parâmetros de saída.

Os índices de Sobol de primeira ordem permitem quantificar a influência individual de um dado parâmetro de entrada no resultado (isto é, sem que a influência associada a interações entre parâmetros seja contabilizada) através da seguinte expressão (Saltelli et al., 2008):

$$S_i = \frac{V[E(Y|X_i)]}{V(Y)}, \quad (3.1)$$

em que  $V(Y)$  representa a variância total da resposta  $Y$  (ou variância incondicional);  $V[E(Y|X_i)]$  representa a variância condicional e pode ser traduzida como a variância do valor esperado da resposta  $Y$  quando apenas se varia o parâmetro de entrada  $X_i$ .

Por outro lado, os índices de Sobol totais permitem calcular a influência de um dado parâmetro de entrada no resultado (incluindo a influência associada às interações com os outros parâmetros de entrada) através da seguinte expressão (Saltelli et al., 2008):

$$S_{T_i} = 1 - \frac{V[E(Y|X_{\sim i})]}{V(Y)}. \quad (3.2)$$

Neste caso, o numerador  $V[E(Y|X_{\sim i})]$  representa a variância do valor esperado da resposta  $Y$  quando se variam todos os parâmetros de entrada excepto  $X_i$ . É importante realçar que a influência das interações associadas a um determinado parâmetro de entrada pode ser obtida a partir do resultado da diferença entre  $S_{T_i}$  e  $S_i$ . Por definição  $S_{T_i} \geq S_i$ , sendo que no caso particular  $S_{T_i} = S_i$  as interações com o parâmetro de entrada  $X_i$  não têm nenhuma influência no resultado (Saltelli et al., 2008).

### 3.3.1. Cálculo dos Índices de Sobol

Para calcular os índices de Sobol segue-se o procedimento proposto por Saltelli et al (2008). Inicialmente é criada uma matriz a partir da sequência de Sobol, composta por números de 0 a 1. A matriz tem  $2k$  colunas, sendo  $k = 11$  o número de parâmetros de entrada, e  $N$  linhas. Nesta dissertação utilizou-se a função *sobolset* do *Software Matlab* para gerar esta matriz. De seguida, divide-se a matriz em duas matrizes constituídas por onze colunas. Estas duas novas matrizes são denominadas de matriz **A** e matriz **B**:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} x_1^{(1)} & x_2^{(1)} & \dots & x_i^{(1)} & \dots & x_k^{(1)} \\ x_1^{(2)} & x_2^{(2)} & \dots & x_i^{(2)} & \dots & x_k^{(2)} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_1^{(N-1)} & x_2^{(N-1)} & \dots & x_i^{(N-1)} & \dots & x_k^{(N-1)} \\ x_1^{(N)} & x_2^{(N)} & \dots & x_i^{(N)} & \dots & x_k^{(N)} \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} x_{k+1}^{(1)} & x_{k+2}^{(1)} & \dots & x_{k+i}^{(1)} & \dots & x_{2k}^{(1)} \\ x_{k+1}^{(2)} & x_{k+2}^{(2)} & \dots & x_{k+i}^{(2)} & \dots & x_{2k}^{(2)} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_{k+1}^{(N-1)} & x_{k+2}^{(N-1)} & \dots & x_{k+i}^{(N-1)} & \dots & x_{2k}^{(N-1)} \\ x_{k+1}^{(N)} & x_{k+2}^{(N)} & \dots & x_{k+i}^{(N)} & \dots & x_{2k}^{(N)} \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

Após este processo, novas matrizes  $\mathbf{C}_i$  são criadas a partir das duas já existentes,  $\mathbf{A}$  e  $\mathbf{B}$ :

$$\mathbf{C}_i = \begin{bmatrix} x_{k+1}^{(1)} & x_{k+2}^{(1)} & \dots & x_i^{(1)} & \dots & x_{2k}^{(1)} \\ x_{k+1}^{(2)} & x_{k+2}^{(2)} & \dots & x_i^{(2)} & \dots & x_{2k}^{(2)} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_{k+1}^{(N-1)} & x_{k+2}^{(N-1)} & \dots & x_i^{(N-1)} & \dots & x_{2k}^{(N-1)} \\ x_{k+1}^{(N)} & x_{k+2}^{(N)} & \dots & x_i^{(N)} & \dots & x_{2k}^{(N)} \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

Cada uma das matrizes  $\mathbf{C}_i$  é composta pela coluna  $i$  da matriz  $\mathbf{A}$ , e pelas restantes colunas da matriz  $\mathbf{B}$ . Como se pretende estudar a variabilidade de onze parâmetros, então, serão necessárias onze matrizes  $\mathbf{C}_i$ . Uma vez que os valores,  $x_i$ , destas matrizes estão normalizados e uniformemente distribuídos entre 0 e 1 (sequência de Sobol), é necessário dimensionalizar estes valores e atribuir uma dada distribuição de probabilidade. Com essa finalidade, utiliza-se o método da transformada inversa para atribuir uma distribuição normal de acordo com a média e desvio padrão que caracterizam a variabilidade dos parâmetros de entrada. Nesta dissertação utilizou-se a função *NORM.INV*( $x_i$ ; média; desvio padrão) do *Excel*. Uma vez aplicado este método, realizam-se as simulações numéricas com os parâmetros de entrada, já normalizados, das matrizes  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{B}$  e  $\mathbf{C}_i$  para avaliar as respostas  $Y_a$ ,  $Y_b$  e  $Y_{C_i}$ , respetivamente.

Os índices de Sobol de primeira ordem podem ser estimados a partir da equação seguinte (Janon et al., 2014):

$$S_i = \frac{\frac{1}{N} \sum Y_a Y_{c_i} - \left(\frac{1}{N} \sum Y_a\right) \left(\frac{1}{N} \sum Y_{c_i}\right)}{\frac{1}{2N} (\sum Y_a^2 + \sum Y_b^2) - f_0^2}, \quad (3.6)$$

sendo  $Y_a$  e  $Y_b$  os valores das variáveis de saída obtidos através das matrizes **A** e **B**, respetivamente,  $Y_{c_i}$  o valor das variáveis de saída obtido através da matriz **C<sub>i</sub>** e  $f_0$  a média conjunta das variáveis de saída das matrizes **A** e **B**, dada por (Saltelli et al., 2008):

$$f_0 = \frac{\sum Y_a + \sum Y_b}{2N}. \quad (3.7)$$

Já os índices de Sobol totais podem ser estimados a partir da equação seguinte (Janon et al., 2014):

$$S_{T_i} = 1 - \frac{\frac{1}{N} \sum Y_b Y_{c_i} - \left(\frac{1}{N} \sum Y_b\right)}{\frac{1}{2N} (\sum Y_a^2 - \sum Y_b^2) - f_0^2}. \quad (3.8)$$



## 4. ANÁLISE DE SENSIBILIDADE

Neste capítulo é realizada uma análise de sensibilidade baseada na variância. Nesta análise é estudada a influência das variáveis de entrada (propriedades do material, etc.) sobre as variáveis de saída (resultados do perfil em U). No início do capítulo, são apresentadas as variáveis de entrada e saída consideradas na análise de sensibilidade do perfil em U. Após esta introdução, é determinado o número de simulações necessárias para a estabilização das medidas estatísticas, nomeadamente, índices de Sobol. Estabelecido o número de simulações, são calculados os índices de Sobol de primeira ordem e totais para avaliar a influência das variáveis de entrada (propriedades do material, etc.) e das interações entre estas, sobre as variáveis de saída (resultados do perfil em U).

### 4.1. Variáveis de Entrada

Nesta dissertação são estudadas onze variáveis de entrada ( $E$ ,  $r_0$ ,  $r_{45}$ ,  $r_{90}$ ,  $n$ ,  $C$ ,  $t_0$ ,  $Y_0$ ,  $MU$ ,  $PR$  e  $BHF$ ) que foram escolhidas com base no estudo da autoria de Marques et al. (2020), sendo:  $E$  o módulo de Young do material da chapa (DC06);  $t_0$  a espessura inicial da chapa metálica;  $MU$  o coeficiente de atrito entre a chapa e as ferramentas;  $PR$  o coeficiente de Poisson;  $BHF$  a força do cerra-chapas considerada na simulação numérica, por unidade de largura;  $r_0$ ,  $r_{45}$  e  $r_{90}$  são os coeficientes de anisotropia a  $0^\circ$ ,  $45^\circ$  e  $90^\circ$  com a direção de laminagem. Na Tabela 4.1 estão representados os valores da média e do desvio padrão que caracterizam a variabilidade de cada parâmetro de entrada.

**Tabela 4.1.** Média e desvio padrão das variáveis de entrada. Adaptado de Marques et al. (2020).

	$E$ [GPa]	$r_0$	$r_{45}$	$r_{90}$	$n$	$C$ [MPa]	$t_0$ [mm]	$Y_0$ [MPa]	$MU$	$PR$	$BHF$ [N]
Média	206	1.790	1.510	2.270	0.259	565.32	0.780	157.12	0.144	0.300	4900
Desvio Padrão	3.85	0.051	0.037	0.121	0.018	26.85	0.013	7.16	0.029	0.015	245

## 4.2. Variáveis de Saída

Neste subcapítulo são apresentadas as cinco variáveis de saída, para as quais se pretende estudar a variabilidade (Deformação Plástica Equivalente, Redução de Espessura, Retorno Elástico, Força Máxima do Punção e Alteração de Geometria). Os resultados da Deformação Plástica Equivalente e da Força Máxima do Punção são obtidos diretamente através dos outputs do programa de elementos finitos DD3IMP. Os restantes parâmetros de saída são calculados da seguinte forma:

- A Redução de Espessura pretende demonstrar as zonas onde o processo de conformação alterou a espessura da chapa. Esta variável compara a espessura inicial da chapa ( $t_0 = 0.78$  mm) com a espessura final,  $t_f$ , através da seguinte equação:

$$\text{Redução de Espessura [\%]} = \frac{t_0 - t_f}{t_0} \times 100. \quad (4.1)$$

- O Retorno Elástico ocorre quando no fim do processo de conformação as ferramentas são retiradas. De forma a quantificar este fenómeno, é calculada a distância entre os nós antes e após a recuperação elástica a partir da seguinte equação:

$$\text{Retorno Elástico [mm]} = \sqrt{(x_3 - x_2)^2 + (z_3 - z_2)^2}, \quad (4.2)$$

sendo  $x_3$  e  $z_3$  posições de um dado nó nos eixos  $x$  e  $z$  (representados na Figura 2.2), após remoção das ferramentas;  $x_2$  e  $z_2$  são as posições do mesmo nó, nos eixos  $x$  e  $z$ , no instante anterior à remoção das ferramentas.

- A Alteração de Geometria tem como objetivo quantificar a influência da variabilidade dos parâmetros de entrada no desvio à geometria pretendida, obtida a partir dos valores médios dos parâmetros de entrada. A Alteração de Geometria é calculada a partir da seguinte expressão:

$$\text{Alteração de Geometria [mm]} = \sqrt{(\bar{x}_3 - x_3)^2 + (\bar{z}_3 - z_3)^2}, \quad (4.3)$$

sendo  $\bar{x}_3$  e  $\bar{z}_3$  posições de um dado nó, nos eixos  $x$  e  $z$ , para a simulação com os parâmetros de entrada médios (ver Tabela 4.1);  $x_3$  e  $z_3$  são as posições do mesmo nó, nos eixos  $x$  e  $z$ , mas para as simulações com variabilidade nos parâmetros de entrada.

### 4.3. Tamanho da Amostra

Para determinar o número de simulações,  $N$ , que garantem um cálculo apropriado das medidas estatísticas, nomeadamente, índices de Sobol, é estudada a convergência destes valores. A variação dos índices do Sobol de primeira ordem (equação 3.6) com o número de simulações está representada na Figura 4.1 para a Deformação Plástica Equivalente. Analisando a figura, é possível concluir, com segurança, que para 3000 simulações os valores já se encontram estabilizados. O mesmo se verifica para as restantes variáveis de saída (ver Apêndice A). Uma vez que os índices de Sobol são calculados com base na média e desvio padrão podemos concluir que também estas medidas estatísticas se encontram estabilizadas para 3000 simulações.

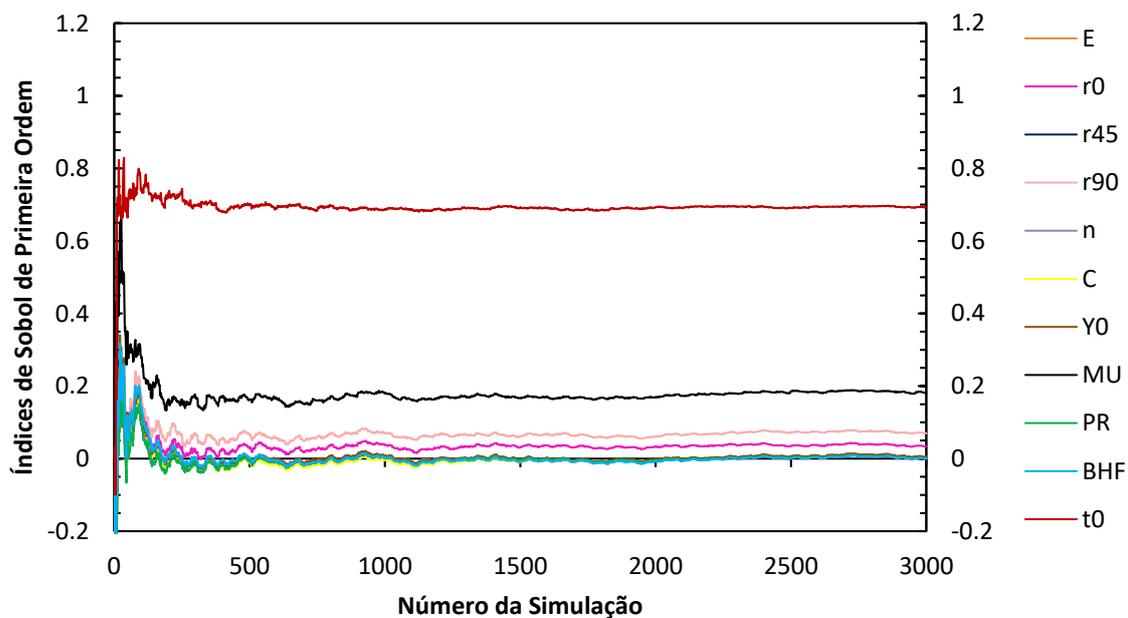


Figura 4.1 Índices de Sobol de primeira ordem da Deformação Plástica Equivalente.

### 4.4. Variabilidade das Variáveis de Saída

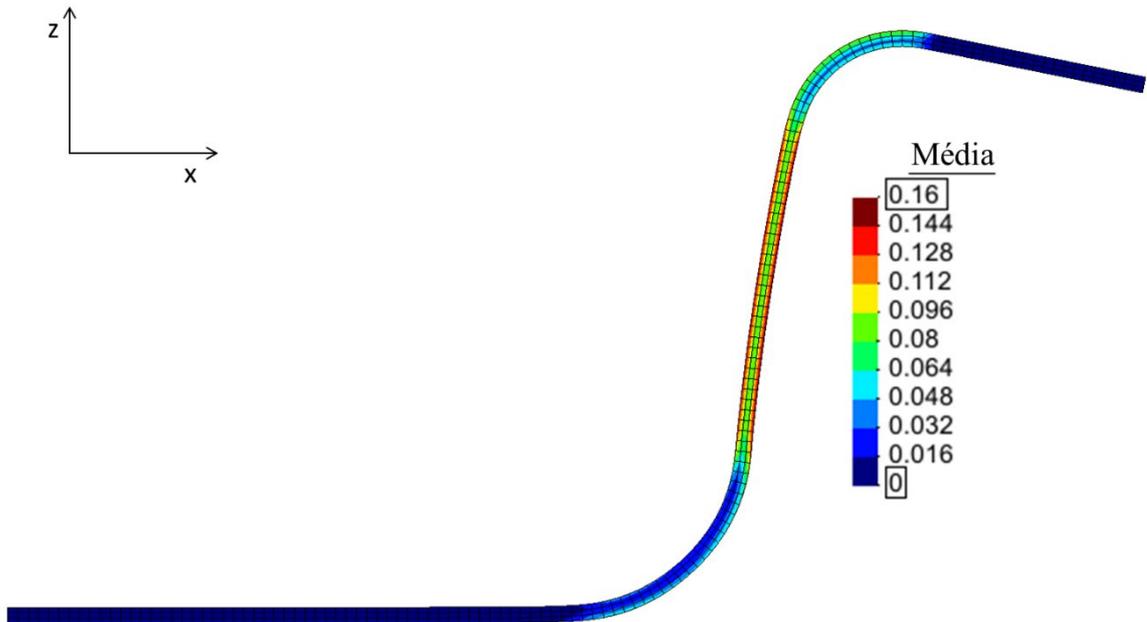
Nesta secção é mostrada a variabilidade das variáveis de saída ao longo do perfil em U. Neste sentido, serão apresentadas imagens produzidas no *software GiD* (após recuperação elástica da chapa), que representam a média e o desvio padrão das variáveis de saída em cada nó. Estes valores são obtidos com as 3000 simulações geradas com base na

matriz **A** (Capítulo 3.3.1). O valor da média permitirá estimar a relevância das variáveis de saída nas diversas zonas da peça. Já o desvio padrão é uma medida da variabilidade da variável de saída causada pela variabilidade nos parâmetros de entrada.

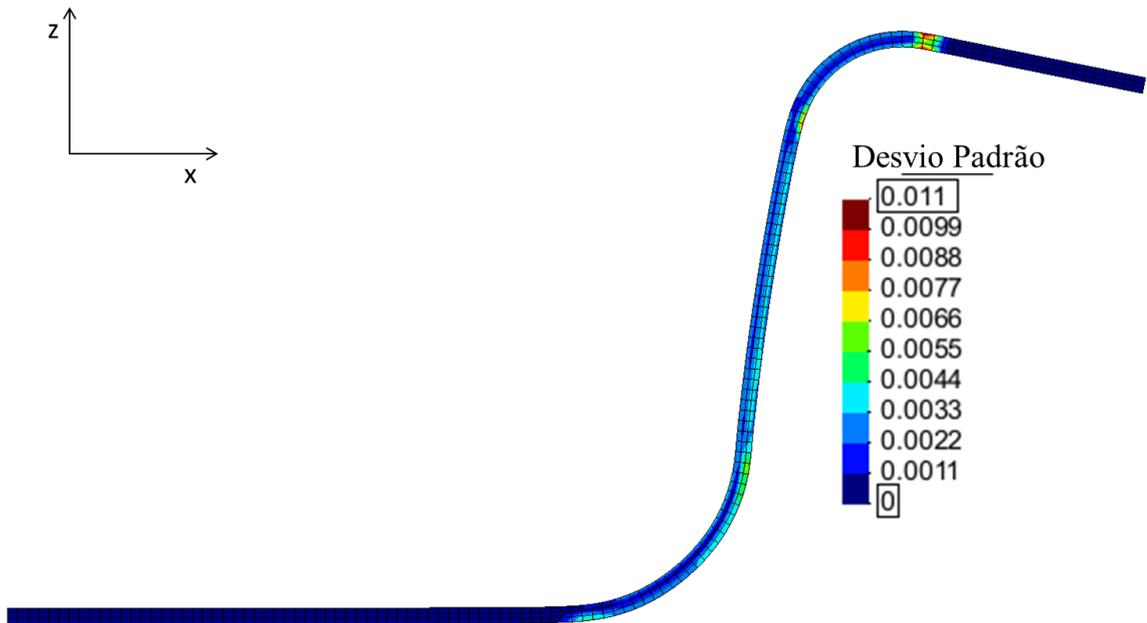
#### **4.4.1. Deformação Plástica Equivalente**

Na Figura 4.2 são representados os valores médios da Deformação Plástica Equivalente ao longo do perfil. Ao analisar esta figura é possível observar que a Deformação Plástica Equivalente é maior na zona da parede, principalmente na superfície, onde atinge valores próximos de 0.16. Ainda na parede, à medida que se aproxima do centro (em espessura), a Deformação Plástica Equivalente tende para valores compreendidos entre 0.08 e 0.096. Os valores vão tendendo para 0 à medida que se consideram nós próximos da aba e da base do perfil. Assim, conclui-se que esta variável de saída afeta principalmente as zonas da parede, da curvatura inferior e da curvatura superior do perfil em U.

Na Figura 4.3 é representado o desvio padrão da Deformação Plástica Equivalente ao longo do perfil. Os maiores valores de desvio padrão encontram-se na transição das zonas de curvatura inferior e superior com a aba, a parede e a base do perfil em U. O valor máximo de 0.011 é atingido na face superior da zona de transição entre a curvatura superior e a aba do perfil. De forma a avaliar a influência na variabilidade, é calculada a razão entre o desvio padrão e a média (coeficiente de variação). No nó onde o valor do desvio padrão é máximo, o coeficiente de variação é de 17.68%; já no nó onde a média da Deformação Plástica Equivalente é máxima, o coeficiente de variação corresponde a 1.88%. Conclui-se assim que na zona onde a média da Deformação Plástica Equivalente é máxima o efeito da variabilidade não é significativo.



**Figura 4.2** Valores da média da Deformação Plástica Equivalente ao longo do perfil em U.

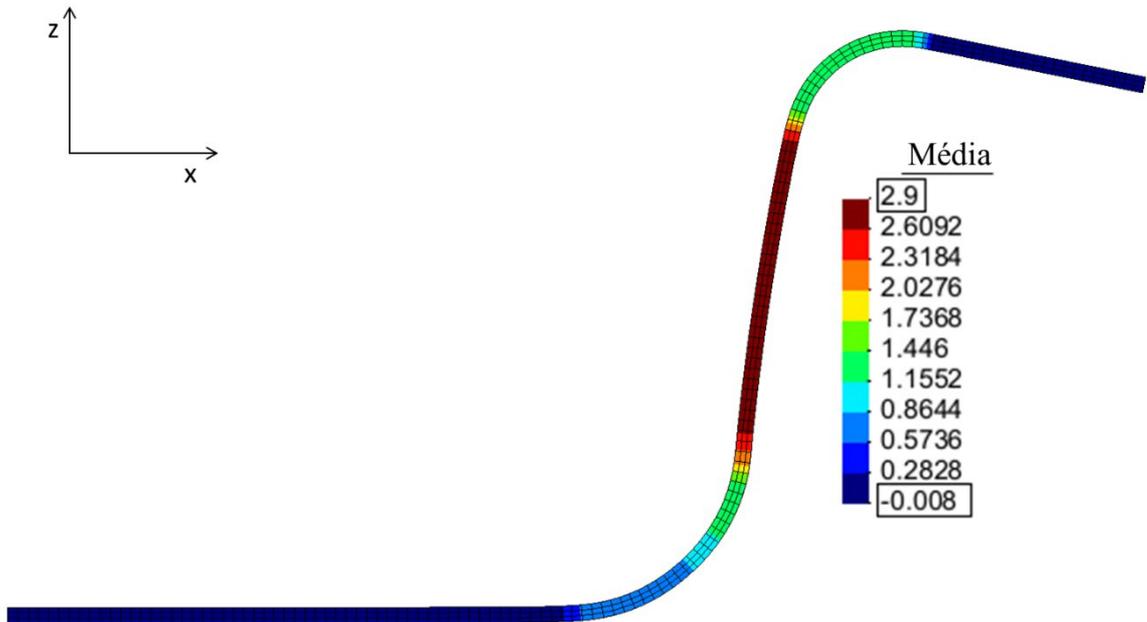


**Figura 4.3** Valores do desvio padrão da Deformação Plástica Equivalente ao longo do perfil em U.

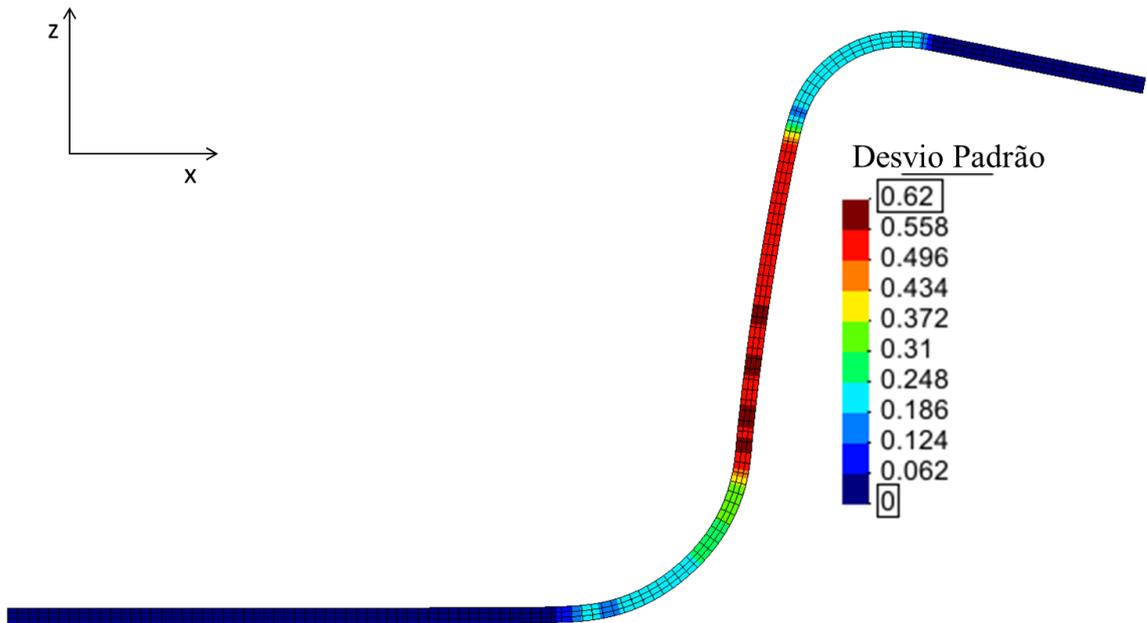
#### **4.4.2. Redução de Espessura**

A média dos valores da Redução de Espessura ao longo do perfil está representada na Figura 4.4. A Redução de Espessura máxima é aproximadamente 2.9% e ocorre na zona da parede, o que significa que a espessura final na parede é cerca de 0.757 mm. O valor médio desta variável de saída vai diminuindo conforme se consideram nós próximos da aba e da base do perfil. Embora seja possível a ocorrência de um aumento da espessura durante a estampagem do perfil em U (valores negativos na escala da Figura 4.4), nas condições atuais esse aumento é praticamente insignificante.

Na Figura 4.5 está representado o desvio padrão da Redução de Espessura ao longo do perfil. Os valores mais elevados do desvio padrão ocorrem, de forma intermitente, na zona inferior da parede da chapa (valores compreendidos entre 0.558% e 0.62%); no entanto, toda a parede está sujeita a valores do desvio padrão elevados relativamente às restantes zonas. Assim como na média, os valores do desvio padrão diminuem à medida que se consideram nós próximos da aba e da base do perfil (com a exceção de pequenas zonas que contrariam este comportamento). No nó onde ocorre o valor máximo da média, o coeficiente de variação é de 4.85%; já no nó onde ocorre o valor máximo do desvio padrão, o coeficiente de variação é de 4.53%. Conclui-se assim que na zona onde o valor médio da Redução de Espessura é máximo o efeito da variabilidade é pouco significativo.



**Figura 4.4** Valores da média da Redução de Espessura [%] ao longo do perfil em U.



**Figura 4.5** Valores do desvio padrão da Redução de Espessura [%] ao longo do perfil em U.

### 4.4.3. Retorno Elástico

A distribuição da média dos valores do Retorno Elástico está representada na Figura 4.6. Os valores mais elevados desta variável ocorrem na curvatura superior e na aba, sendo que o valor máximo (cerca de 5.9 mm) ocorre na extremidade livre da aba. Os valores médios do Retorno Elástico diminuem gradualmente consoante a aproximação à base do perfil, zona esta onde não ocorre Retorno Elástico.

O desvio padrão (ver Figura 4.7) tem uma distribuição ao longo do perfil muito semelhante à da média, com os seus valores mais elevados na curvatura superior e na aba. O desvio padrão atinge um valor máximo de cerca de 0.44 mm na extremidade livre da aba. O coeficiente de variação no nó correspondente ao valor máximo da média (que corresponde, também, ao nó onde o valor do desvio padrão é máximo) é 7.48%. Pode-se concluir que na zona de Retorno Elástico máximo o efeito da variabilidade é pequeno, ainda que um pouco mais relevante quando comparado ao efeito da variabilidade nos valores máximos da Deformação Plástica Equivalente e Redução de Espessura.

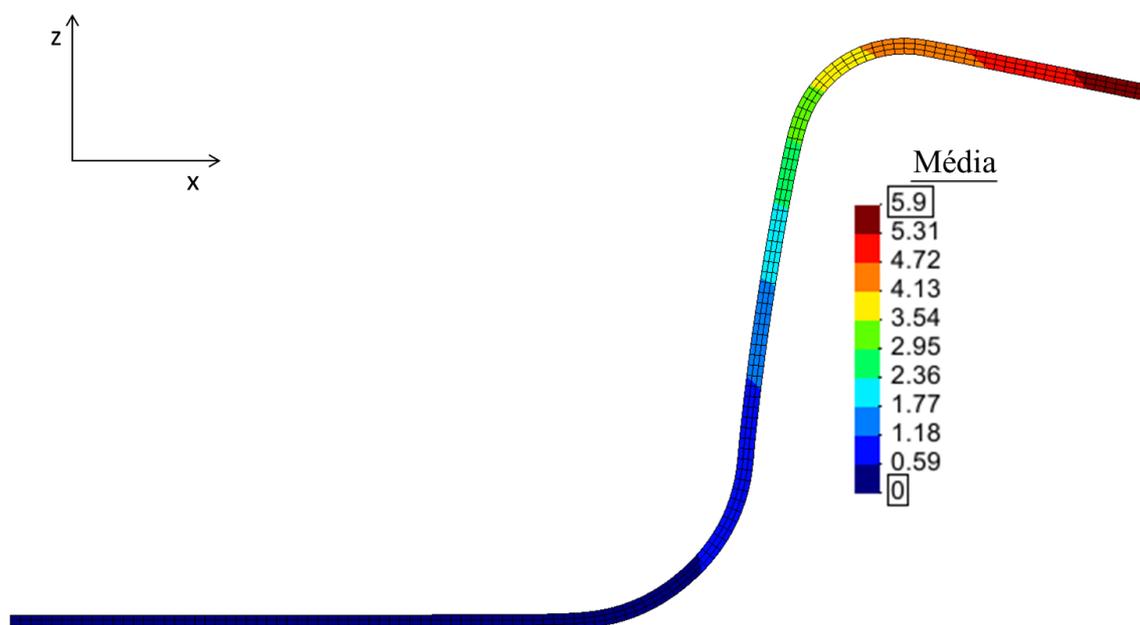
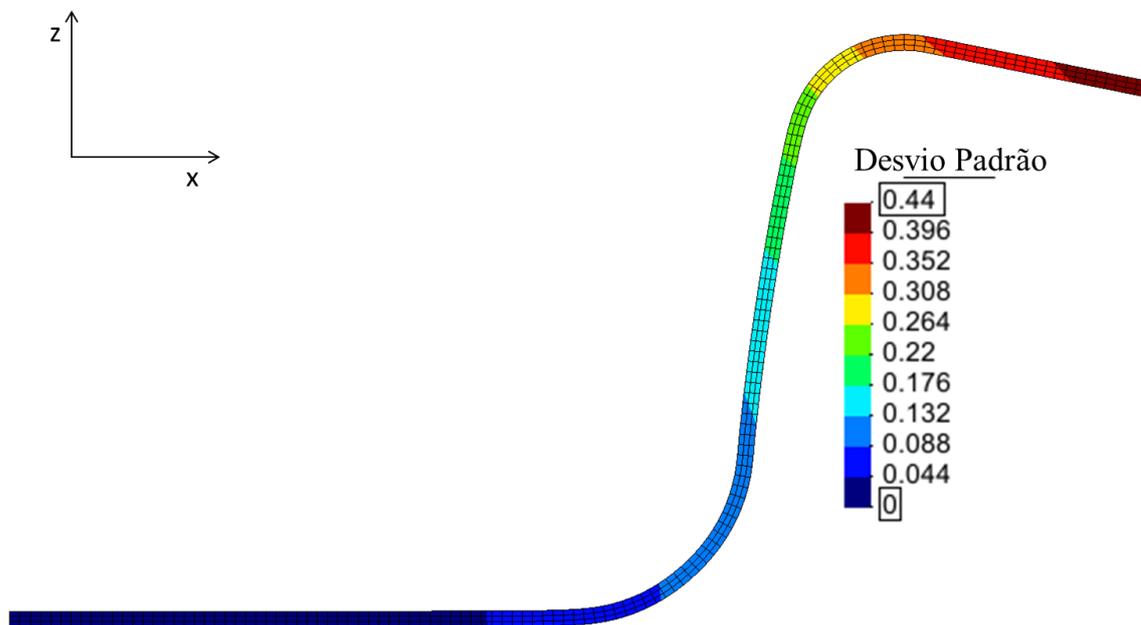


Figura 4.6 Valores da média da Retorno Elástico [mm] ao longo do perfil em U.

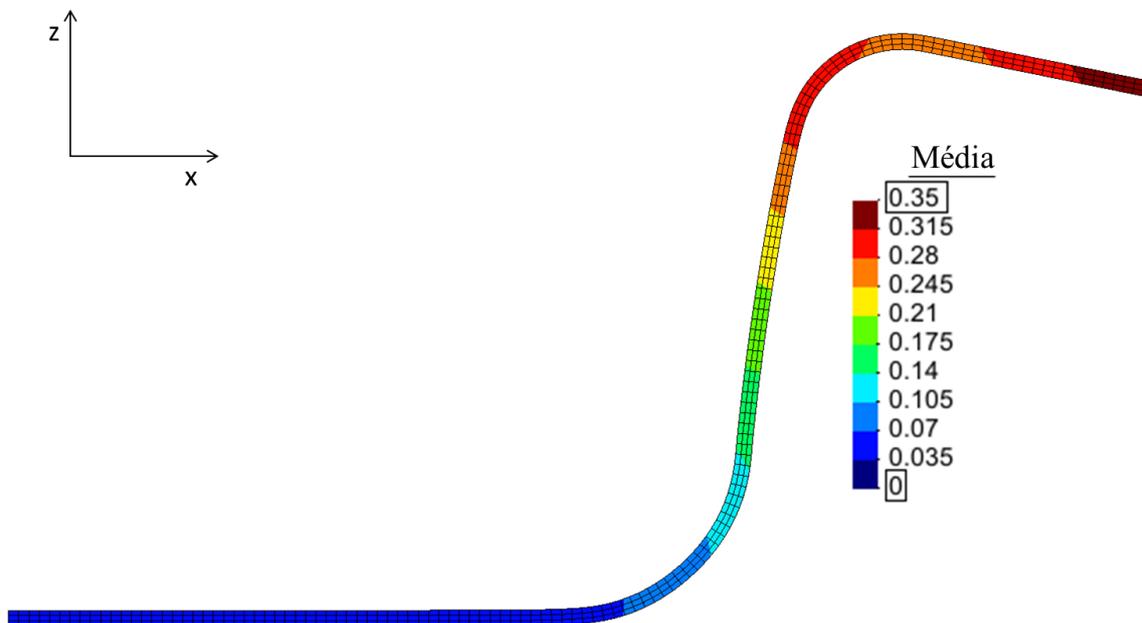


**Figura 4.7** Valores do desvio padrão da Retorno Elástico [mm] ao longo do perfil em U.

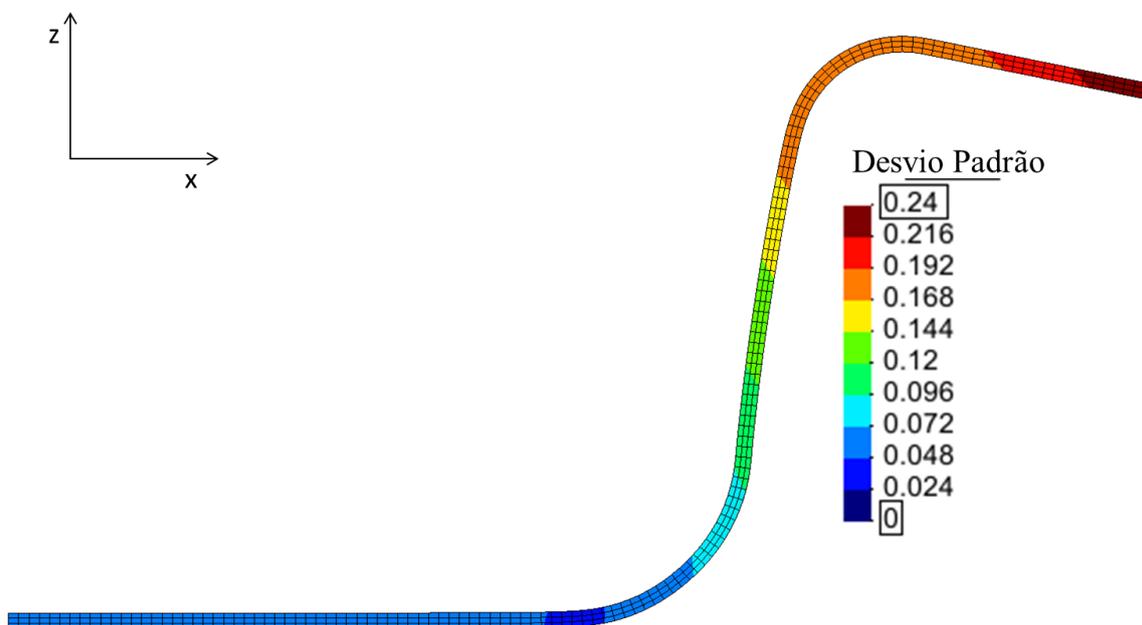
#### 4.4.4. Alteração de Geometria

A distribuição da média dos valores da Alteração de Geometria está representada na Figura 4.8. Estes são mais elevados desde o topo da parede até à extremidade livre da aba, onde atingem o valor máximo de 0.35 mm. Estes valores diminuem progressivamente desde a parede até à base do perfil em U.

A distribuição ao longo do perfil dos valores de desvio padrão da Alteração de Geometria estão representados na Figura 4.9. Estes valores são mais elevados na zona da curvatura superior e na aba, atingindo o valor máximo de 0.24 mm na extremidade livre da aba. Os valores de desvio padrão diminuem progressivamente da parede até à base do perfil em U. No caso da Alteração de Geometria os valores do desvio padrão são bastante elevados, com a mesma ordem de grandeza dos valores da média. Assim, pode-se concluir que a variabilidade dos parâmetros de entrada tem uma grande influência sobre os valores desta variável de saída. De facto, o coeficiente de variação no nó correspondente ao valor máximo da média (que corresponde, também, ao nó onde o valor do desvio padrão é máximo) é de cerca de 68.57%.



**Figura 4.8** Valores da média da Alteração de Geometria [mm] ao longo do perfil em U.



**Figura 4.9** Valores do desvio padrão da Alteração de Geometria [mm] ao longo do perfil em U.

## 4.5. Influência das variáveis de entrada no valor máximo das variáveis de saída

Neste capítulo são calculados os índices de Sobol de primeira ordem e totais (equações 3.6 e 3.8, respetivamente), com base nos nós onde ocorre o valor máximo de cada uma das variáveis de saída. Com esta análise pretende-se perceber qual a influência das variáveis de entrada nesses valores máximos das variáveis de saída, que muitas vezes representam os limites de conformação. A exposição desses resultados será feita através de gráficos de barras com os valores dos índices de Sobol de primeira ordem e dos índices de Sobol totais de todas as variáveis de entrada. A diferença entre estes dois índices permite ainda estimar a influência das interações entre os parâmetros de entrada.

### 4.5.1. Deformação Plástica Equivalente Máxima

Os valores dos índices de Sobol de primeira ordem e totais para a Deformação Plástica Equivalente máxima estão indicados na Figura 4.10 para as 11 variáveis de entrada estudadas. Observando esta figura conclui-se que a espessura inicial,  $t_0$ , influencia a Deformação Plástica Equivalente máxima de forma predominante, tendo um índice de Sobol de primeira ordem de 69.26%. O segundo parâmetro mais influente é o coeficiente de atrito,  $MU$ , que tem um índice de Sobol de primeira ordem de 18.17%. Os coeficientes de anisotropia  $r_{90}$  e  $r_0$  também têm alguma influência no valor máximo da Deformação Plástica Equivalente, ainda que muito reduzida. Relativamente às interações entre os parâmetros de entrada, pode-se constatar que a influência destas interações é muito pequena, pois os valores dos índices de Sobol de primeira ordem são idênticos aos índices de Sobol totais.

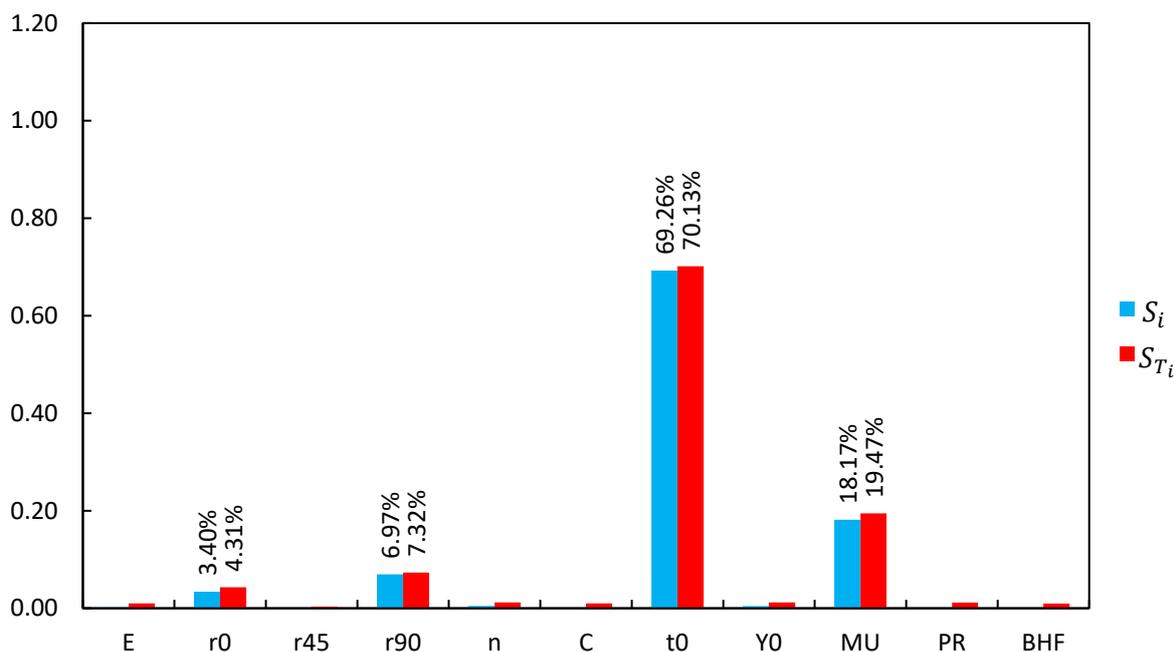


Figura 4.10 Índices de Sobol para o valor máximo da Deformação Plástica Equivalente.

#### 4.5.2. Redução de Espessura Máxima

Os valores dos índices de Sobol de primeira ordem e totais para a Redução de Espessura máxima estão representados na Figura 4.11. Nesta figura observa-se que a influência do coeficiente de atrito,  $MU$ , na variabilidade do valor máximo de Redução de Espessura é preponderante, com um índice de Sobol de primeira ordem de 84.9%. As variáveis  $C$ ,  $BHF$  e  $n$  também apresentam uma pequena influência, com índices de Sobol de primeira ordem inferiores a 5%. Quanto às interações entre os parâmetros de entrada, pode-se constatar que a influência destas interações é muito pequena, já que os valores dos índices de Sobol de primeira ordem são idênticos aos índices de Sobol totais.

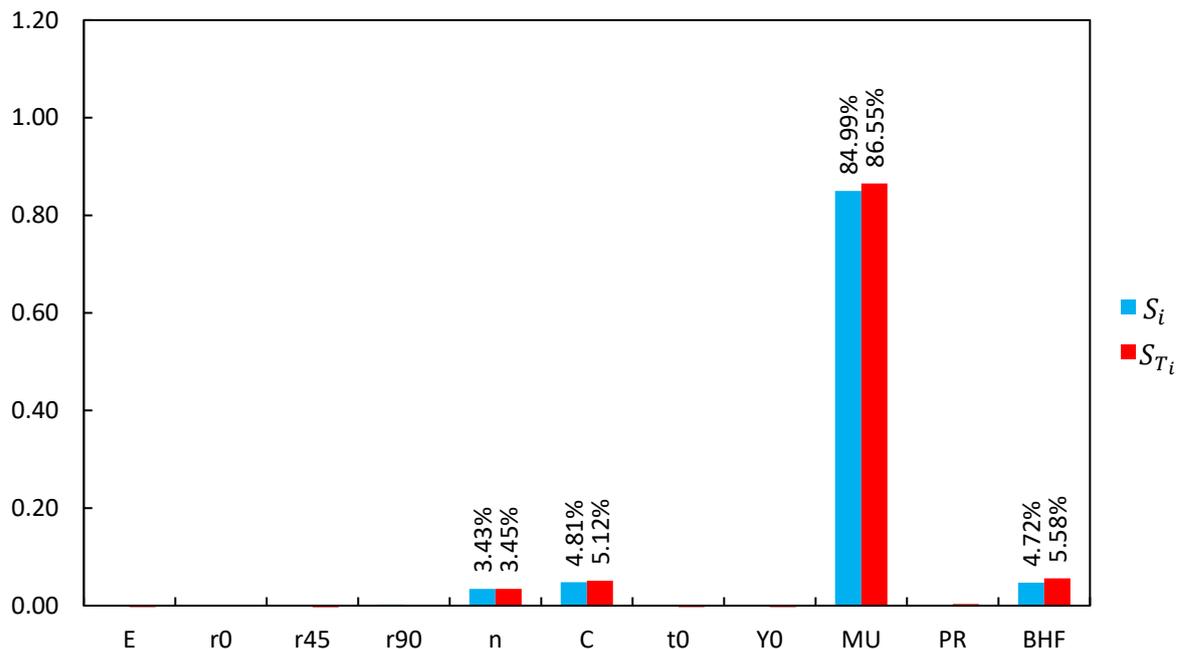


Figura 4.11 Índices de Sobol para o valor máximo da Redução de Espessura.

### 4.5.3. Retorno Elástico Máximo

Na Figura 4.12 estão indicados os valores dos índices de Sobol de primeira ordem e totais para o Retorno Elástico máximo. Nesta figura observa-se que o coeficiente de atrito,  $MU$ , é a variável com maior influência, com um índice de Sobol de primeira ordem de 42.45%. Também as variáveis  $C$  e  $n$  da lei de Swift têm uma influência significativa sobre o resultado, com índices de Sobol de primeira ordem superior a 15%. Contrariamente aos dois casos analisados anteriormente (Deformação Plástica Equivalente e Redução de Espessura), observa-se que não há uma variável de entrada com uma influência dominante. Também se observa uma pequena diferença entre os índices de Sobol de primeira ordem e totais, pelo que é estimado uma maior influência das interações entre os parâmetros de entrada, ainda que pequena. A influência mais nivelada das variáveis de entrada pode ser justificada pelo facto de o resultado do Retorno Elástico máximo (zona da aba) ser influenciado pelo retorno elástico que ocorre noutras zonas da peça. Neste sentido, as variáveis que influenciam essa outras zonas também devem apresentar alguma influência no resultado do Retorno Elástico máximo.

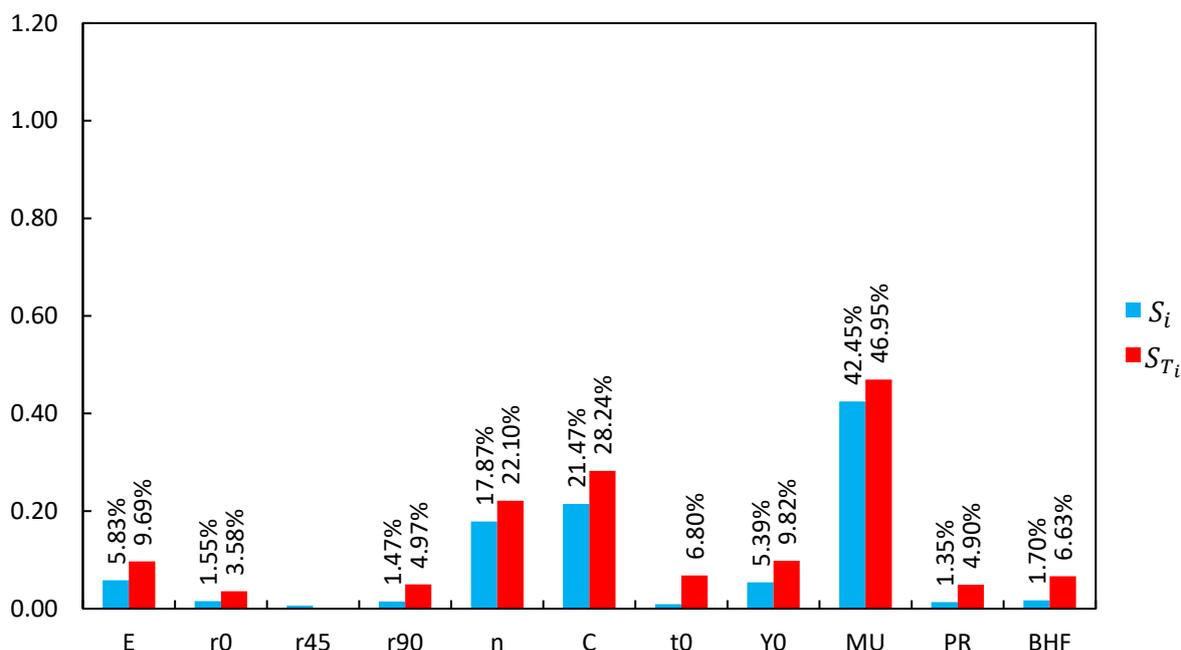


Figura 4.12 Índices de Sobol para o valor máximo do Retorno Elástico.

#### 4.5.4. Alteração de Geometria Máxima

Na Figura 4.12 mostram-se os valores dos índices de Sobol de primeira ordem e totais para a Alteração de Geometria máxima. Ao analisar esta figura conclui-se que o coeficiente de atrito,  $MU$ , é a variável que mais influencia, de forma independente, o valor máximo da Alteração de Geometria, com um índice de Sobol de primeira ordem de 42.45%. Também as variáveis  $C$  e  $n$  da lei de Swift apresentam alguma influência individual ainda que pequena, com índices de Sobol de primeira ordem inferiores a 10%. Contrariamente aos casos anteriormente estudados, verifica-se que existem diferenças significativas entre os índices de Sobol de primeira ordem e totais, o que indica uma grande influência das interações entre variáveis de entrada na Alteração de Geometria máxima. Neste contexto, os coeficientes de anisotropia ( $r_0$  e  $r_{90}$ ), a espessura inicial ( $t_0$ ), a tensão limite de elasticidade ( $Y_0$ ), o módulo de Young ( $E$ ), o coeficiente de Poisson ( $PR$ ) e a força de aperto do cerra-chapas ( $BHF$ ), embora não afetem individualmente a Alteração de Geometria máxima, têm uma influência significativa na Alteração de Geometria devido às suas interações com outras variáveis de entrada. A maior influência das interações entre variáveis de entrada pode ser justificada pelo facto de a Alteração de Geometria máxima (na zona da aba) ser influenciada pela restante geometria do perfil em U. Neste sentido, as

variáveis que influenciam essas outras zonas também devem apresentar alguma influência no resultado da Alteração de Geometria máxima, tal como acontece no Retorno Elástico máximo.

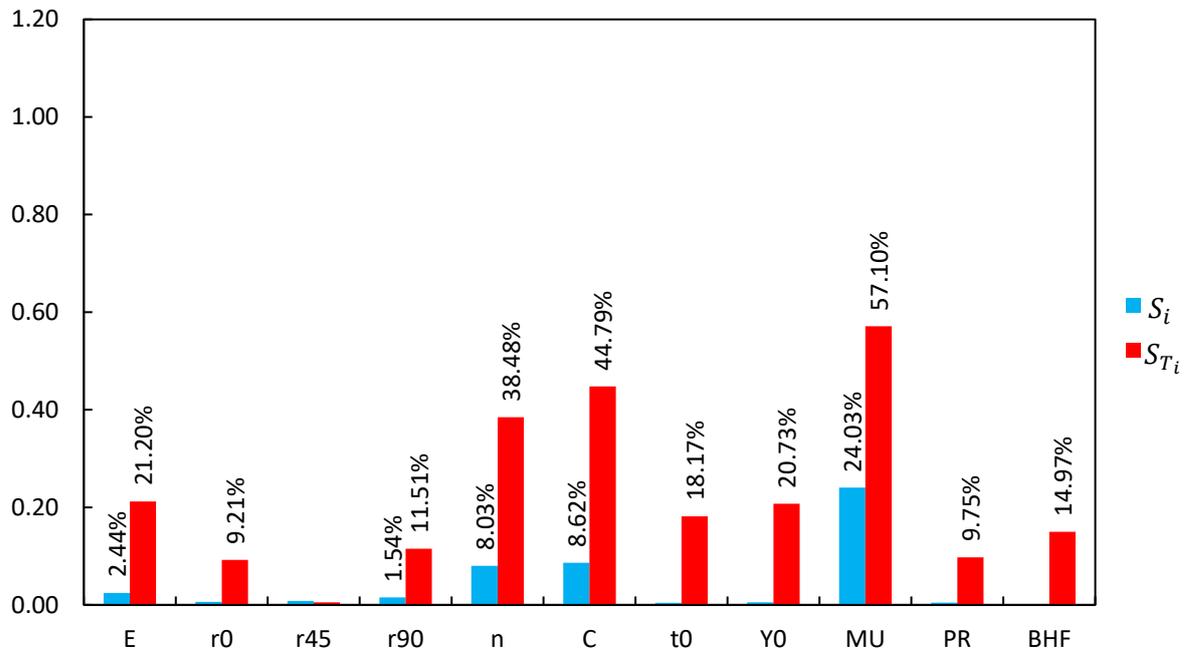


Figura 4.13 Índices de Sobol para o valor máximo da Alteração de Geometria.

#### 4.5.5. Força do Punção Máxima

Na Figura 4.14 estão representados os valores dos índices de Sobol de primeira ordem e totais para a Força do Punção máxima. Conclui-se desta figura que o coeficiente de atrito,  $MU$ , é a variável mais influente, com um índice de Sobol de primeira ordem de 94.41%; a força de aperto do cerra-chapas,  $BHF$ , também tem alguma influência sobre o resultado ainda que insignificante quando comparada com a influência do coeficiente de atrito,  $MU$ . A influência das restantes variáveis é insignificante. Na Figura 4.14 é possível ainda verificar que os índices de Sobol de primeira ordem e totais são idênticos, pelo que as interações entre variáveis são insignificantes.

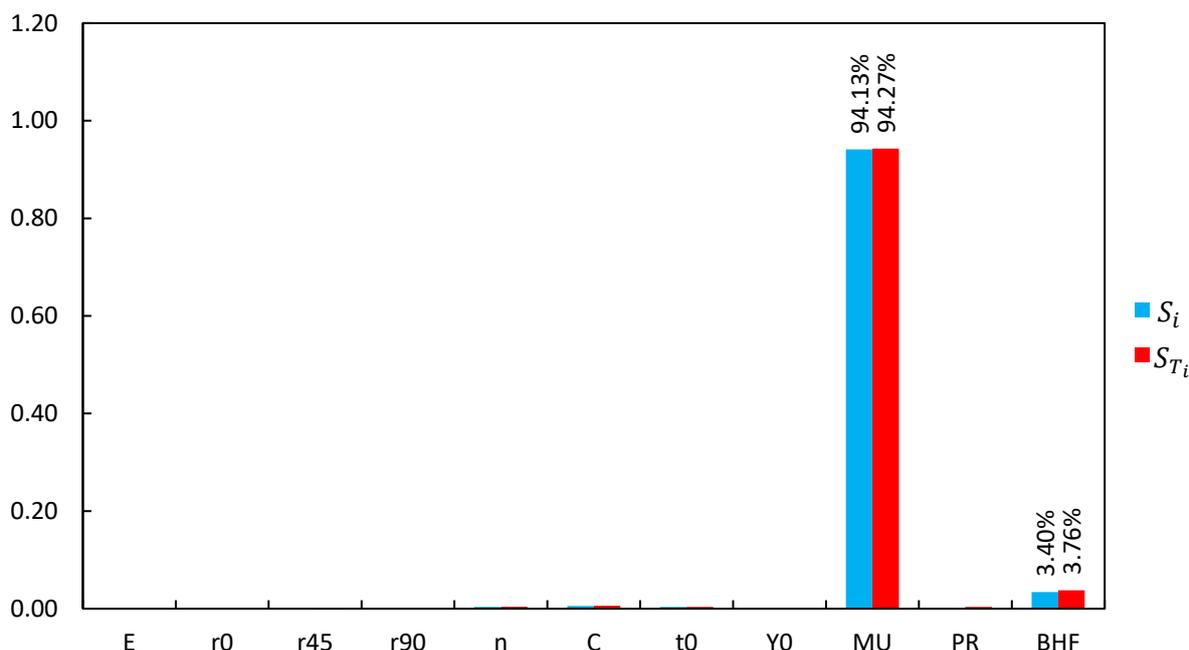


Figura 4.14 Índices de Sobol para o valor máximo da Força do Punção.

#### 4.6. Influência das variáveis de entrada no valor das variáveis de saída ao longo do perfil em U

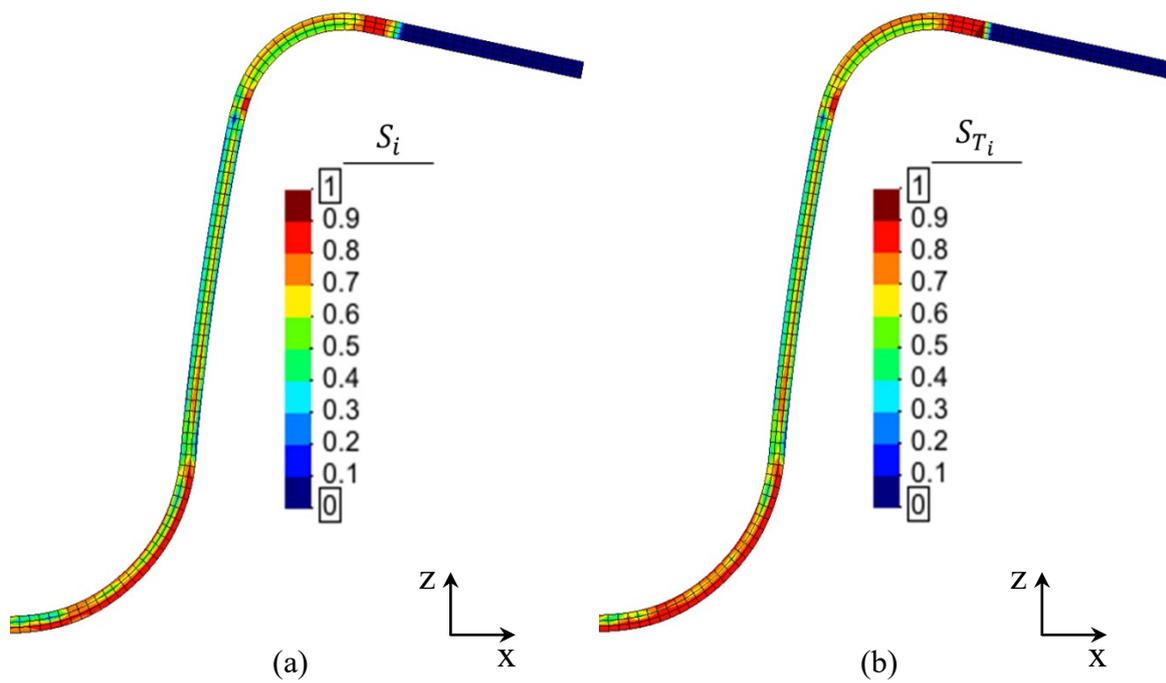
O cálculo dos índices de Sobol feito anteriormente contabilizava apenas os nós onde as variáveis de saída atingiam os valores máximos, negligenciado as restantes zonas do perfil em U. Nesta secção, esta análise é estendida para todos os nós, com o intuito de estudar a influência dos parâmetros de entrada sobre as variáveis de saída nas diferentes zonas do perfil em U. Esta análise permitirá identificar as zonas do perfil em U em que as variáveis de saída são mais influenciadas por um dado parâmetro de entrada. A representação dos valores dos índices de Sobol será feita de forma semelhante à representação das médias e desvios-padrão feita anteriormente (ver secção 4.4). Esta abordagem oferece uma perspectiva visual sobre os resultados que torna a sua leitura mais intuitiva. Com o objetivo de simplificar esta secção, são apenas representadas as distribuições dos índices de Sobol, ao longo do perfil em U, com valores significativos dos índices. As distribuições menos relevantes (isto é, com índices de Sobol pouco significativos) podem ser consultadas no Apêndice B. A base do perfil em U também não é

---

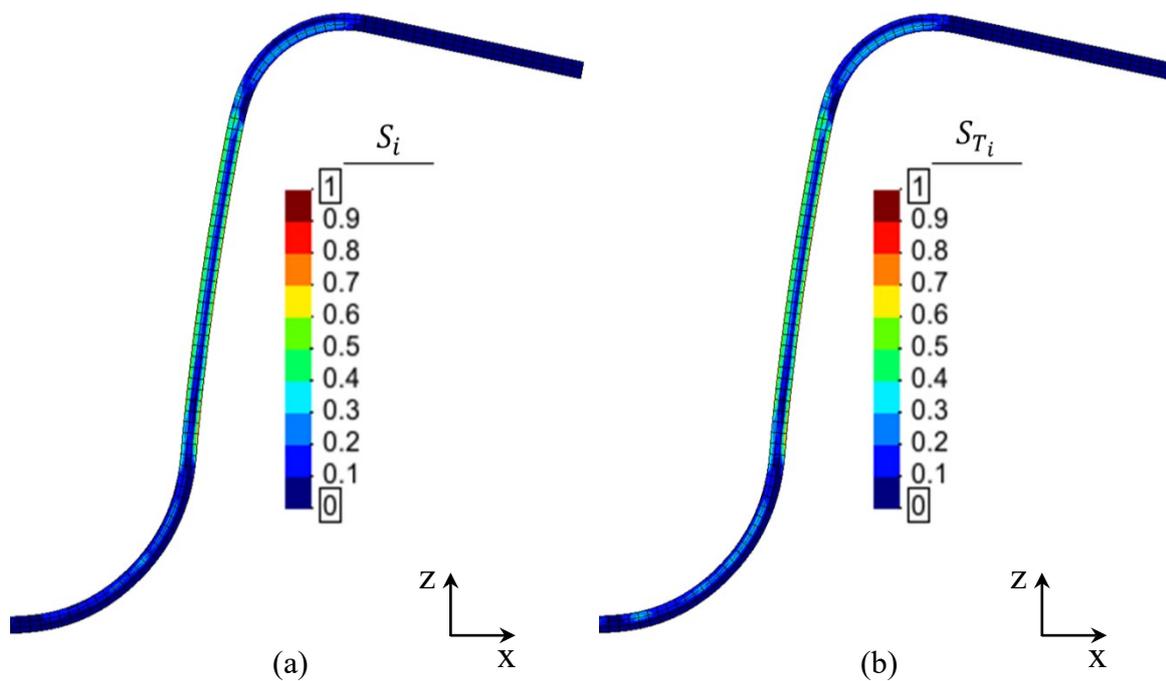
representada, já que nessa zona os resultados das variáveis de saída são desprezáveis (ver média e desvio padrão na secção 4.4).

#### 4.6.1. Deformação Plástica Equivalente

Na Figura 4.15 (a) e na Figura 4.16 (a) são representadas as distribuições dos índices de Sobol de primeira ordem do coeficiente de atrito,  $MU$ , e da espessura inicial da chapa,  $t_0$ , respetivamente. Destas figuras pode-se concluir que  $MU$  é o parâmetro com mais influência na Deformação Plástica Equivalente, atingindo índices de Sobol de primeira ordem com valores entre os 80% e os 90%. A maior influência deste parâmetro na Deformação Plástica Equivalente localiza-se, essencialmente, nas zonas de curvatura inferior e superior, e na parede do perfil em U (ver Figura 4.15 (a)). Já o parâmetro  $t_0$  atinge índices de Sobol de primeira ordem com valores máximos entre os 70% e os 80%, localizado na superfície da parede do perfil em U (ver Figura 4.16 (a)). Conjugando a informação obtida anteriormente (Capítulo 4.4.1 e Capítulo 4.5.1), é possível verificar que de facto  $t_0$  tem uma influência maior na zona da parede (ver Figura 4.16 (a)), onde os valores médios da Deformação Plástica Equivalente são máximos (ver Figura 4.2), o que está de acordo com os resultados anteriores (ver Figura 4.10).



**Figura 4.15** Distribuição dos índices de Sobol de primeira ordem (a) e totais (b) do parâmetro  $MU$ , para a Deformação Plástica Equivalente.

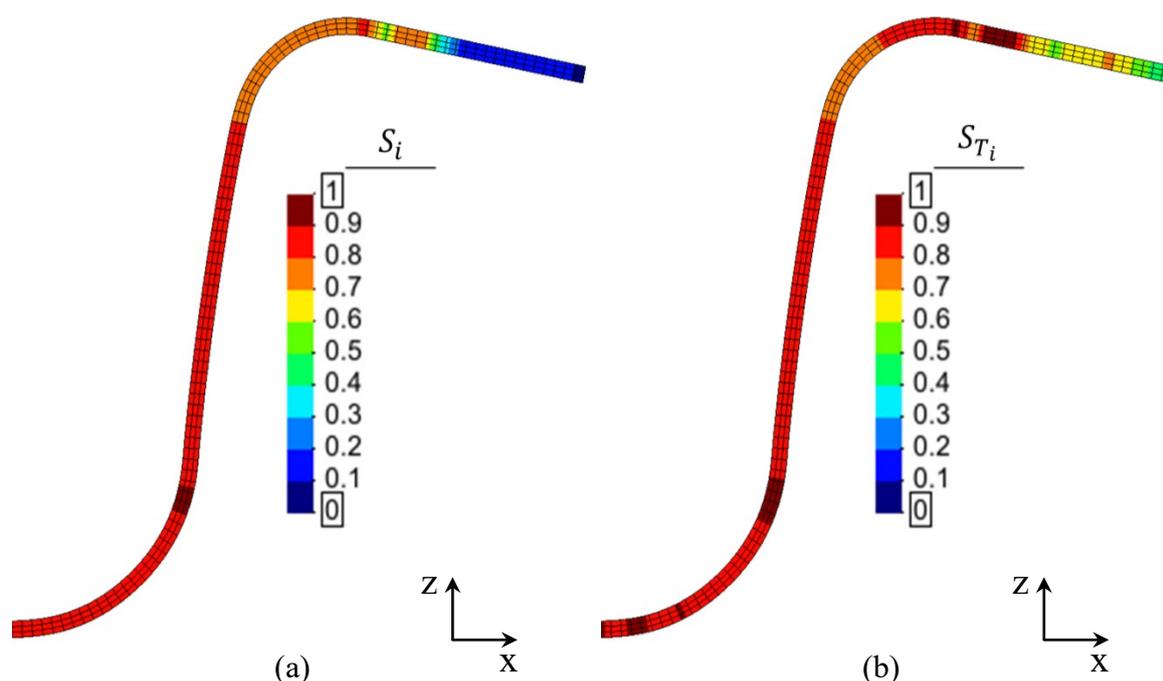


**Figura 4.16** Distribuição dos índices de Sobol de primeira ordem (a) e totais (b) do parâmetro  $t_0$ , para a Deformação Plástica Equivalente.

Na Figura 4.15 (b) e na Figura 4.16 (b) estão representadas as distribuições dos índices de Sobol totais para os parâmetros  $MU$  e  $t_0$ , respetivamente. Uma vez que ambas as distribuições são semelhantes às dos índices de Sobol de primeira ordem (ver Figura 4.15 (a) e Figura 4.16 (a)), pode-se concluir que, no geral, a influência das interações na Deformação Plástica Equivalente não é significativa. É importante mencionar que a diferença entre a distribuição dos índices de primeira ordem e totais na base do perfil em U não é relevante, uma vez que o desvio padrão (ou a variância total) nessa zona é próximo de 0 (ver Figura 4.3). De facto, a definição/formulação dos índices de Sobol (ver equações 3.1 e 3.2) não é adequada nestes casos, podendo resultar em indeterminações matemáticas.

#### 4.6.2. Redução de Espessura

Na Figura 4.17 (a) está representada a distribuição dos índices de Sobol de primeira ordem do coeficiente de atrito,  $MU$ . Nesta figura observa-se que este parâmetro tem uma forte influência nas zonas de curvatura e na parede do perfil em U, com valores dos índices de Sobol de primeira ordem superiores a 70%. Na zona da parede onde os valores médios da Redução de Espessura são máximos (Figura 4.4), o parâmetro  $MU$  tem uma influência entre os 80% e os 90%, o que está de acordo com o que se observa na Figura 4.11. Os restantes parâmetros de entrada só têm índices de Sobol significativos na aba ou na base do perfil em U (ver Apêndice B), onde o desvio padrão da Redução de Espessura é nulo (ver Figura 4.5).



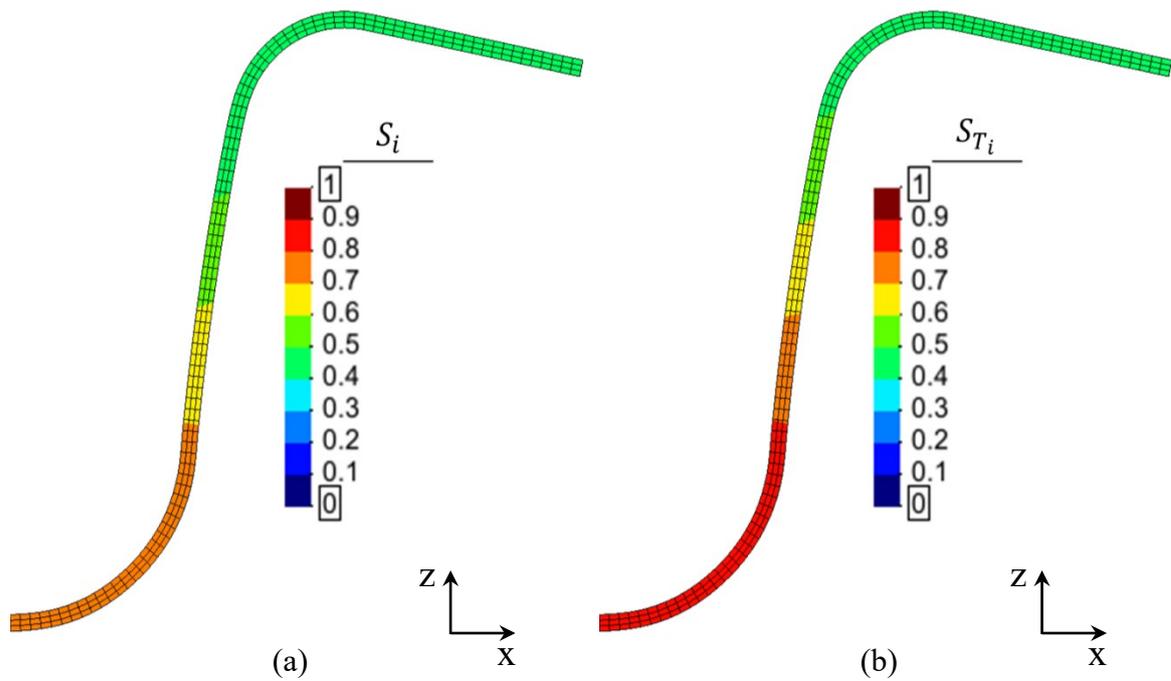
**Figura 4.17** Distribuição dos índices de Sobol de primeira ordem (a) e totais (b) do parâmetro  $MU$  para a Redução de Espessura.

A distribuição dos índices de Sobol totais do parâmetro  $MU$  está representada na Figura 4.17 (b). No geral, as distribuições dos índices de Sobol de primeira ordem e totais são semelhantes, pelo que se pode concluir que a influência das interações na Redução de Espessura é reduzida. Uma vez mais existem zonas (aba e base) onde a diferença entre índices de Sobol de primeira ordem e totais é significativa, no entanto, nestas zonas o desvio padrão é igual a 0 (ver Figura 4.6), e conseqüentemente, não são resultados relevantes.

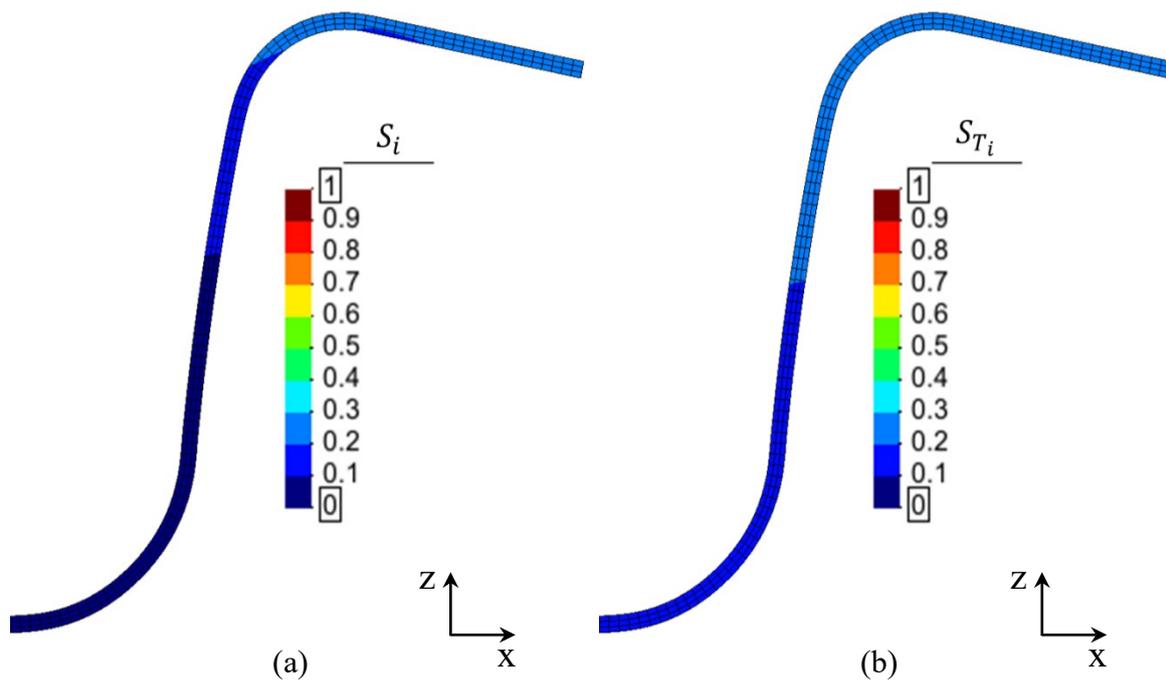
### 4.6.3. Retorno Elástico

Na Figura 4.18 (a), Figura 4.19 (a) e Figura 4.20 (a) estão representadas as distribuições do índices de Sobol de primeira ordem dos parâmetros  $MU$ ,  $C$  e  $n$ , respetivamente. O parâmetro  $MU$  é o mais influente (entre 40% a 80%) em todo o perfil, sendo que esta influência aumenta com a proximidade à base do perfil em U. Já os parâmetros  $C$  e  $n$  têm uma influência muito mais reduzida, atingindo um índice de Sobol de primeira ordem máximo de 30%. Ambos os parâmetros  $C$  e  $n$  afetam essencialmente a zona superior da parede, a zona de curvatura superior e a aba do perfil em U. Confirma-se

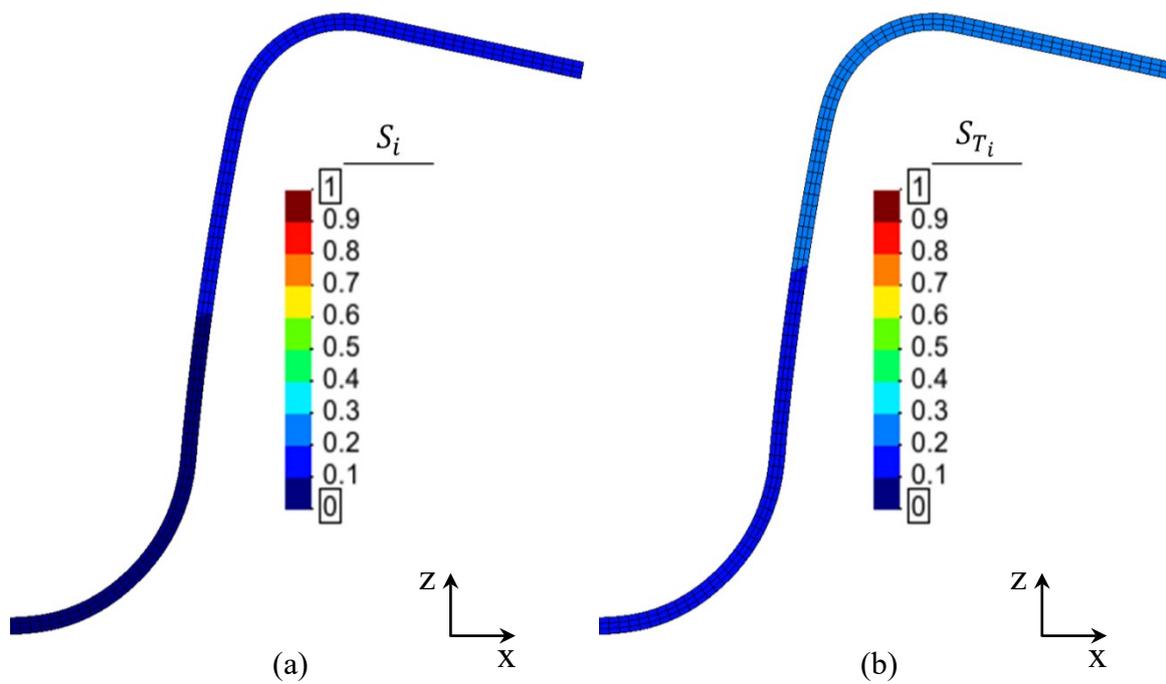
que na extremidade da aba (zona onde ocorre o valor máximo do Retorno Elástico, Figura 4.6) os valores dos índices de Sobol de  $MU$ ,  $C$  e  $n$  correspondem aos da Figura 4.12.



**Figura 4.18** Distribuição dos índices de Sobol de primeira ordem (a) e totais (b) do parâmetro  $MU$  para o Retorno Elástico.



**Figura 4.19** Distribuição dos índices de Sobol de primeira ordem (a) e totais (b) do parâmetro  $C$ , para o Retorno Elástico.



**Figura 4.20** Distribuição dos índices de Sobol de primeira ordem (a) e totais (b) do parâmetro  $n$ , para o Retorno Elástico.

Na Figura 4.18 (b), Figura 4.19 (b) e Figura 4.20 (b) estão ilustradas as distribuições dos índices de Sobol totais dos parâmetros  $MU$ ,  $C$  e  $n$ , respetivamente. Com base na comparação das distribuições dos índices de Sobol de primeira ordem (ver Figura 4.18 (a)) e totais (ver Figura 4.18 (b)) para o parâmetro  $MU$ , é perceptível uma diferença de cerca de 10% entre ambos, na zona inferior da parede e na curvatura inferior do perfil em U. Também no caso dos parâmetros  $C$  e  $n$  se observa uma ligeira diferença entre os índices de Sobol de primeira ordem (ver Figura 4.19 (a) e Figura 4.20 (a)) e totais (ver Figura 4.19 (b) e Figura 4.20 (b)), em todas as zonas do perfil em U. Com base nestes resultados pode-se concluir que existe alguma influência das interações entre parâmetros, ainda que pequena.

#### 4.6.4. Alteração de Geometria

Na Figura 4.21 (a), Figura 4.22 (a) e Figura 4.23 (a) estão representadas as distribuições dos índices de Sobol de primeira ordem, para a Alteração de Geometria, dos três parâmetros mais influentes,  $MU$ ,  $C$  e  $n$ , respetivamente. O parâmetro  $MU$  é o mais influente na Alteração de Geometria da peça (exceto na aba), sendo que a influência deste parâmetro aumenta com a proximidade à base do perfil em U. Os parâmetros  $C$  e  $n$  só têm uma pequena influência na aba, com índices de Sobol de primeira ordem inferiores a 20%. Ao contrário dos casos anteriores, existem incongruências nos valores obtidos quando comparados com os resultados da Figura 4.13, para a zona onde o valor médio da Alteração de Geometria é máximo (extremidade direita da aba). Isto é consequência da localização do valor máximo da Alteração de Geometria não se restringir à extremidade da aba. De facto, os resultados da Alteração de Geometria são caracterizados por um desvio padrão elevado comparativamente ao valor da média (ver capítulo 4.4.4), o que indica que o máximo pode ocorrer em diferentes zonas do perfil em U.

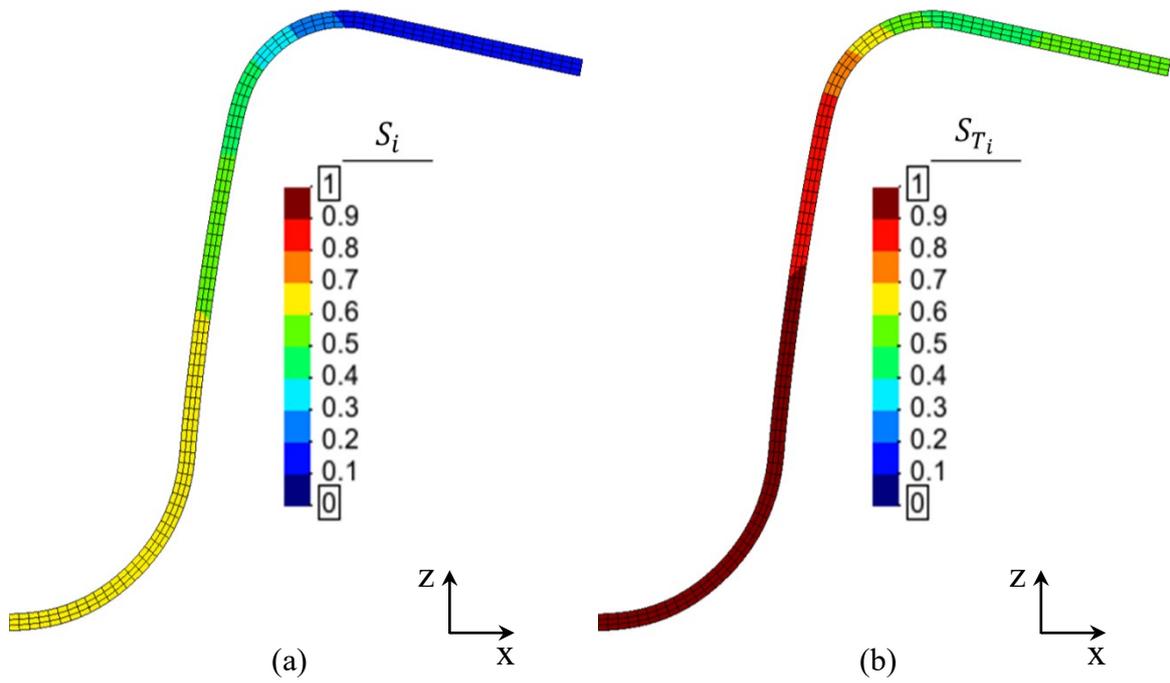


Figura 4.21 Distribuição dos índices de Sobol de primeira ordem (a) e totais (b) do parâmetro  $MU$ , para a Alteração de Geometria.

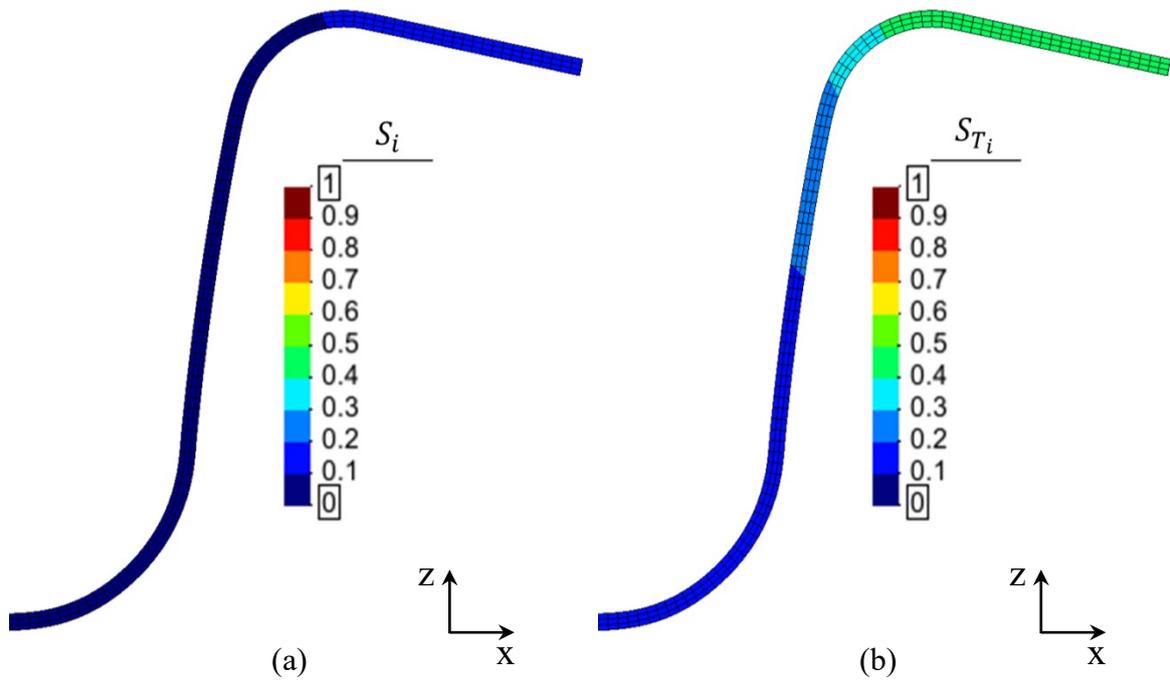
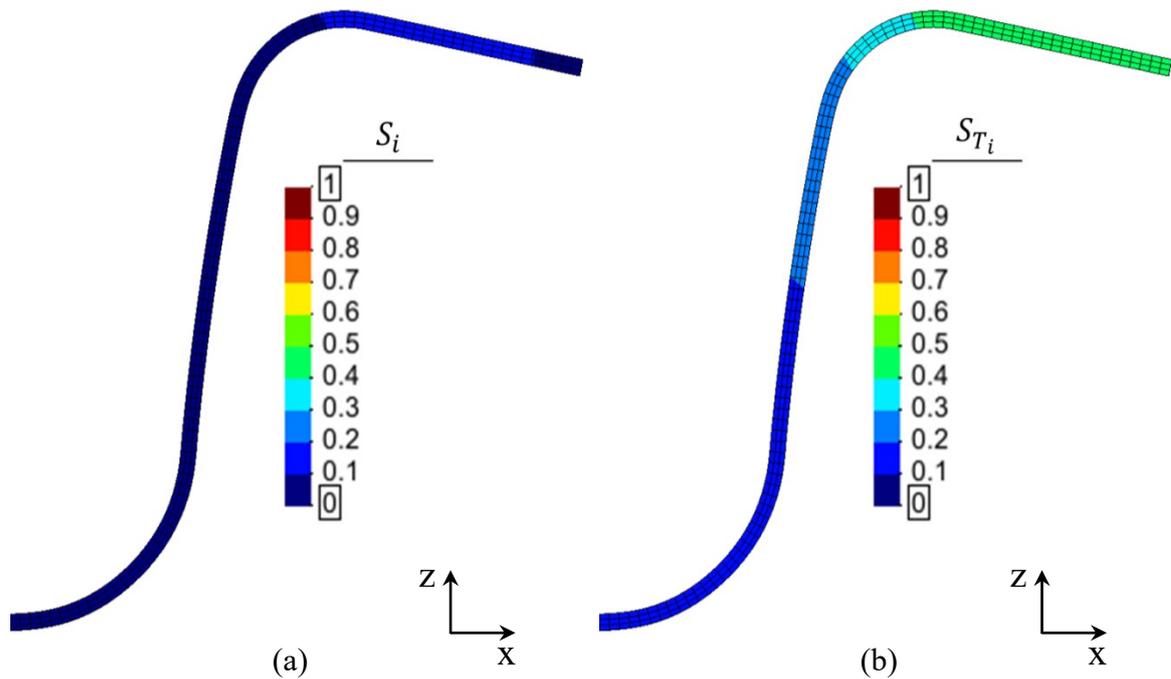


Figura 4.22 Distribuição dos índices de Sobol de primeira ordem (a) e totais (b) do parâmetro  $C$ , para a Alteração de Geometria.



**Figura 4.23** Distribuição dos índices de Sobol de primeira ordem (a) e totais (b) do parâmetro  $n$ , para a Alteração de Geometria.

As distribuições dos índices de Sobol totais dos parâmetros  $MU$ ,  $C$  e  $n$  estão representados na Figura 4.21 (b), Figura 4.22 (b) e Figura 4.23 (b), respetivamente. Comparando as distribuições dos índices de Sobol de primeira ordem (ver Figura 4.21 (a), Figura 4.22 (a) e Figura 4.23 (a)) com os totais (ver Figura 4.21 (b), Figura 4.22 (b) e Figura 4.23 (b)), é possível observar que existem diferenças significativas para os três parâmetros. Isto indica que a influência das interações associadas a cada um dos parâmetros de entrada é significativa. O parâmetro  $MU$  tem uma influência muito elevada na globalidade da peça, com valores dos índices de Sobol totais superiores a 80% na parede e na curvatura inferior do perfil em U, e compreendidos entre 40% a 80% na zona da aba e da curvatura superior. Ambos os parâmetros  $C$  e  $n$  têm uma influência relevante na zona da aba e da curvatura superior, com os valores dos índices de Sobol totais a poderem atingir os 50%. Estes valores vão diminuindo com a aproximação à base.



## 5. CONCLUSÕES

Os processos de conformação de chapas metálicas estão cada vez mais presentes na indústria. A otimização e desenvolvimento destes processos é geralmente realizada com o método de elementos finitos assumindo uma abordagem determinística. No entanto, uma das maiores barreiras para a obtenção de resultados mais robustos é a variabilidade inerente ao processo de conformação. Neste sentido, o principal objetivo desta dissertação é estudar numericamente a influência da variabilidade de onze parâmetros ( $E$ ,  $r_0$ ,  $r_{45}$ ,  $r_{90}$ ,  $n$ ,  $C$ ,  $t_0$ ,  $Y_0$ ,  $MU$ ,  $PR$  e  $BHF$ ) no processo de conformação de um perfil em U numa chapa de aço macio DC06.

Inicialmente foi gerado um conjunto de resultados através do método quasi-Monte Carlo e, de seguida, analisados os valores obtidos das médias e dos desvios padrão das diversas variáveis de saída (Deformação Plástica Equivalente, Redução de Espessura, Retorno Elástico e Alteração de Geometria), com o intuito de compreender a sensibilidade do processo à variabilidade dos parâmetros de entrada. Após análise dos valores médios, pode-se concluir que as variáveis de saída têm valores significativos ao longo de todo o perfil em U, com exceção da base. A Deformação Plástica Equivalente e a Redução de Espessura são mais significativas na zona da parede, já o Retorno Elástico e a Alteração de Geometria têm valores mais elevados na zona da aba e na zona da curvatura superior. Ao analisar os valores do desvio padrão das variáveis de saída foi possível concluir que a variabilidade dos parâmetros de entrada influencia a variabilidade dos parâmetros de saída ao longo de todo o perfil em U, com exceção da base. Após analisar todas as variáveis de saída e tendo em conta o valor médio, conclui-se que a Alteração de Geometria é a variável mais sensível à variabilidade dos parâmetros de entrada. De facto, para esta variável, os valores do coeficiente de variação (razão entre o desvio padrão e a média) são elevados ao longo de todo o perfil em U (exceção da base), atingindo os maiores valores na zona da aba e da curvatura superior, onde atingem um valor de 68.57% no nó correspondente ao valor máximo da média e do desvio padrão. Para a Deformação Plástica Equivalente, Redução de Espessura e Retorno Elástico, e considerando a zona onde o valor das suas médias é máximo, os resultados do desvio padrão não ultrapassam os 8% do valor da média.

De seguida, foram calculados os índices de Sobol para os nós correspondentes aos valores máximos das variáveis de saída e para cada nó da chapa com o objetivo de avaliar a influência de cada um dos parâmetros de entrada, e das suas interações com outros parâmetros de entrada. De forma geral, os parâmetros  $MU$ ,  $t_0$ ,  $C$  e  $n$  são os mais influentes, contudo, o coeficiente de atrito é o parâmetro que deve receber maior atenção na otimização deste processo. Caso se pretenda controlar o valor máximo de alguma das variáveis de saída então deve-se priorizar o controlo dos seguintes parâmetros:  $MU$  no caso da Redução de Espessura e da Força do Punção;  $MU$  e  $t_0$  no caso da Deformação Plástica Equivalente;  $MU$ ,  $C$  e  $n$  no caso da Alteração de Geometria e do Retorno Elástico. As interações entre os parâmetros só são relevantes para a Alteração de Geometria, sendo que no valor máximo, estas interações têm um peso maior do que o peso individual dos parâmetros  $MU$ ,  $C$  e  $n$ . Em conclusão, os parâmetros mais influentes para cada uma das zonas do perfil em U (exceto base) são:

- Zona da aba e zona de curvatura superior: coeficiente de atrito, parâmetro  $C$  da lei de Swift e coeficiente de encruamento;
- Zona da parede: coeficiente de atrito e espessura inicial da chapa;
- Zona de curvatura inferior: coeficiente de atrito.

Em trabalhos futuros, sugere-se que se façam estudos semelhantes, mas para materiais diferentes (p.ex. outros tipos de aço e ligas de alumínio), para outros processos de conformação ou parâmetros de entrada, tais como, o aquecimento das ferramentas. Seria ainda interessante calcular os índices de Sobol de segunda ordem para um melhor entendimento da influência das interações entre os parâmetros de entrada nos resultados, nomeadamente na Alteração de Geometria. Por último, propõe-se a futura aplicação de técnicas de metamodelação, com o intuito de reduzir significativamente o número de simulações necessárias a esta análise de sensibilidade, com vista à aplicação desta, no desenvolvimento e otimização dos processos de conformação, em ambiente industrial.

---

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- De Souza, T., & Rolfe, B. F. (2010). Characterising material and process variation effects on springback robustness for a semi-cylindrical sheet metal forming process. *International Journal of Mechanical Sciences*, 52(12), 1756–1766. <https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2010.09.009>
- GAO, E. zhi, LI, H. wei, KOU, H. chao, CHANG, H., LI, J. shan, & ZHOU, L. (2009). Influences of material parameters on deep drawing of thin-walled hemispheric surface part. *Transactions of Nonferrous Metals Society of China (English Edition)*, 19(2), 433–437. [https://doi.org/10.1016/S1003-6326\(08\)60291-5](https://doi.org/10.1016/S1003-6326(08)60291-5)
- Hazra, S., Williams, D., Roy, R., Aylmore, R., & Smith, A. (2011). Effect of material and process variability on the formability of aluminium alloys. *Journal of Materials Processing Technology*, 211(9), 1516–1526. <https://doi.org/10.1016/j.jmatprotec.2011.04.001>
- Janon, A., Klein, T., Lagnoux, A., Nodet, M., & Prieur, C. (2014). Asymptotic normality and efficiency of two Sobol index estimators. *ESAIM - Probability and Statistics*, 18, 342–364. <https://doi.org/10.1051/ps/2013040>
- Ledoux, Y., Sergent, A., & Arrieux, R. (2007). Impact of the material variability on the stamping process: Numerical and analytical analysis. *AIP Conference Proceedings*, 908, 1213–1218. <https://doi.org/10.1063/1.2740975>
- Marques, A. E., Prates, P. A., Pereira, A. F. G., Oliveira, M. C., Fernandes, J. V., & Ribeiro, B. M. (2020a). Performance comparison of parametric and non-parametric regression models for uncertainty analysis of sheet metal forming processes. *Metals*, 10(4). <https://doi.org/10.3390/met10040457>
- Marques, A. E., Prates, P. A., Pereira, A. F. G., Oliveira, M. C., Fernandes, J. V., & Ribeiro, B. M. (2020b). Performance comparison of parametric and non-parametric regression models for uncertainty analysis of sheet metal forming processes. *Metals*, 10(4), 1–11. <https://doi.org/10.3390/met10040457>
- Menezes, L. F., & Teodosiu, C. (2000). Three-dimensional numerical simulation of the deep-drawing process using solid finite elements. *Journal of Materials Processing*

*Technology*, 97(1), 100–106. [https://doi.org/https://doi.org/10.1016/S0924-0136\(99\)00345-3](https://doi.org/10.1016/S0924-0136(99)00345-3)

Saltelli, A., Ratto, M., Andres, T., Campolongo, F., Cariboni, J., Gatelli, D., Saisana, M., & Tarantola, S. (2008). Global Sensitivity Analysis. The Primer. In *Global Sensitivity Analysis. The Primer*. <https://doi.org/10.1002/9780470725184>

## APÊNDICE A

Este apêndice contém a variação dos índices de Sobol de primeira ordem e totais com o número de simulações, para os valores máximos da Deformação Plástica Equivalente, da Redução de Espessura, do Retorno Elástico, da Alteração de Geometria e da Força do Punção.

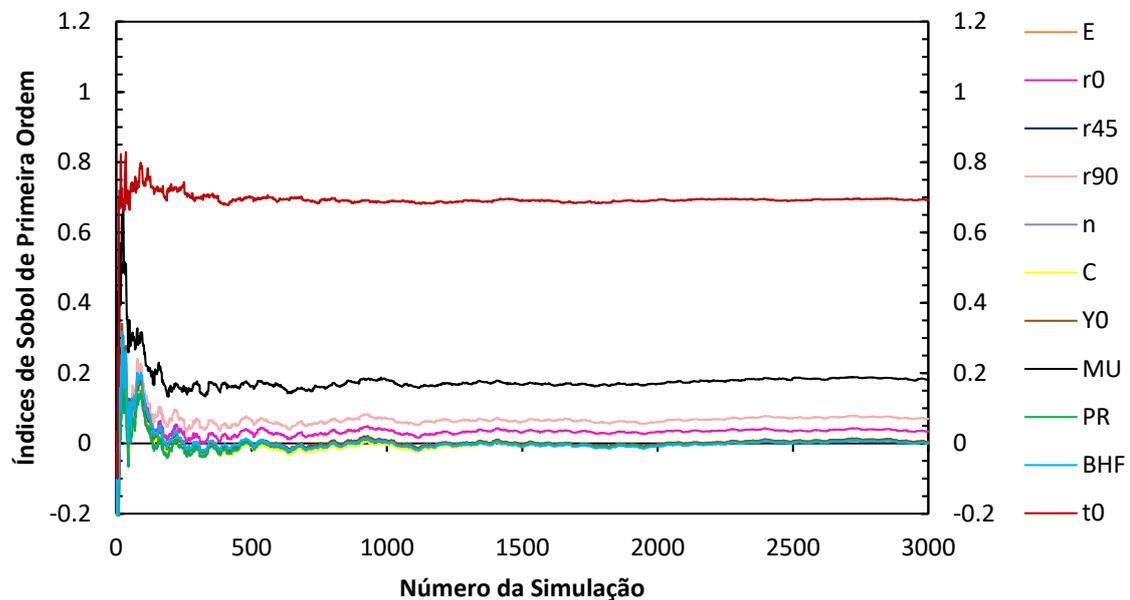


Figura A.1 Índices de Sobol de primeira ordem para o valor máximo da Deformação Plástica Equivalente.

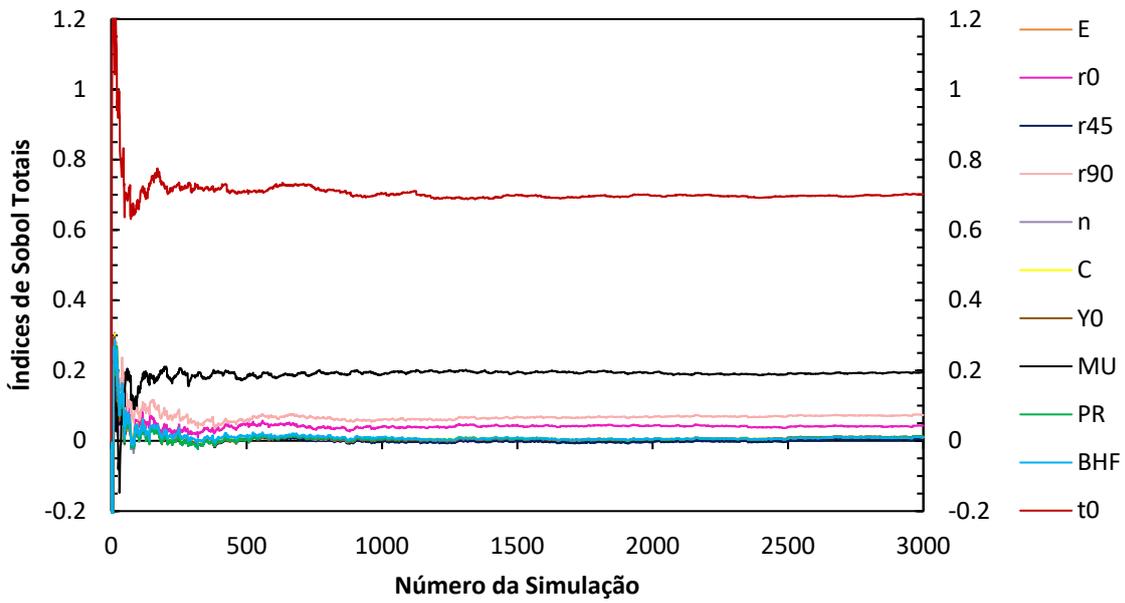


Figura A.2 Índices de Sobol totais para o valor máximo da Deformação Plástica Equivalente.

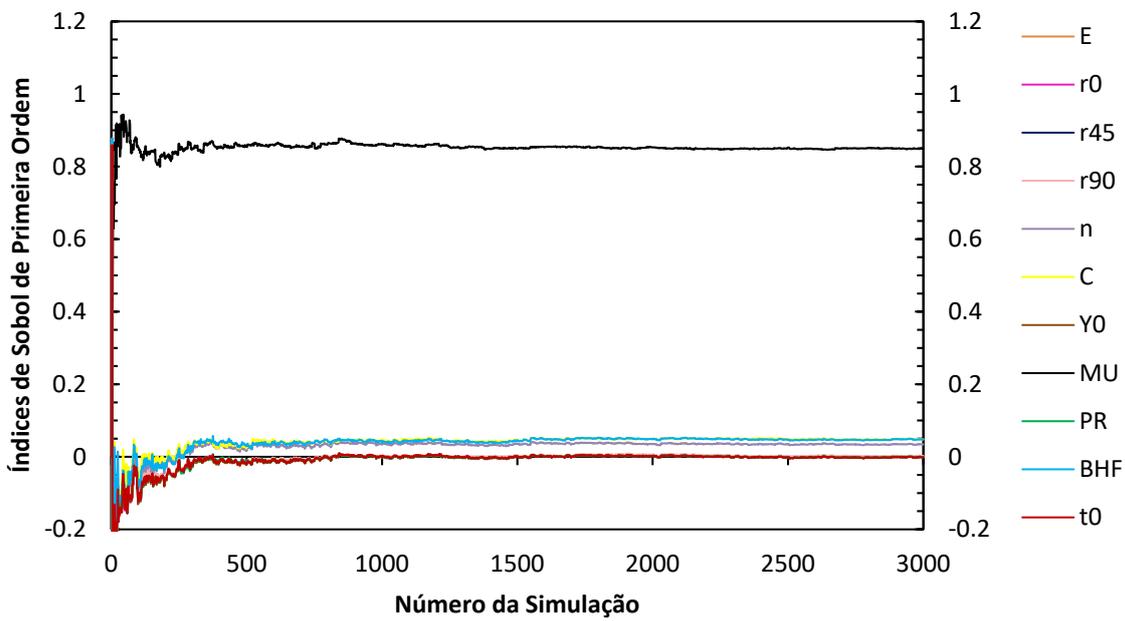


Figura A.3 Índices de Sobol de primeira ordem para o valor máximo da Redução de Espessura.

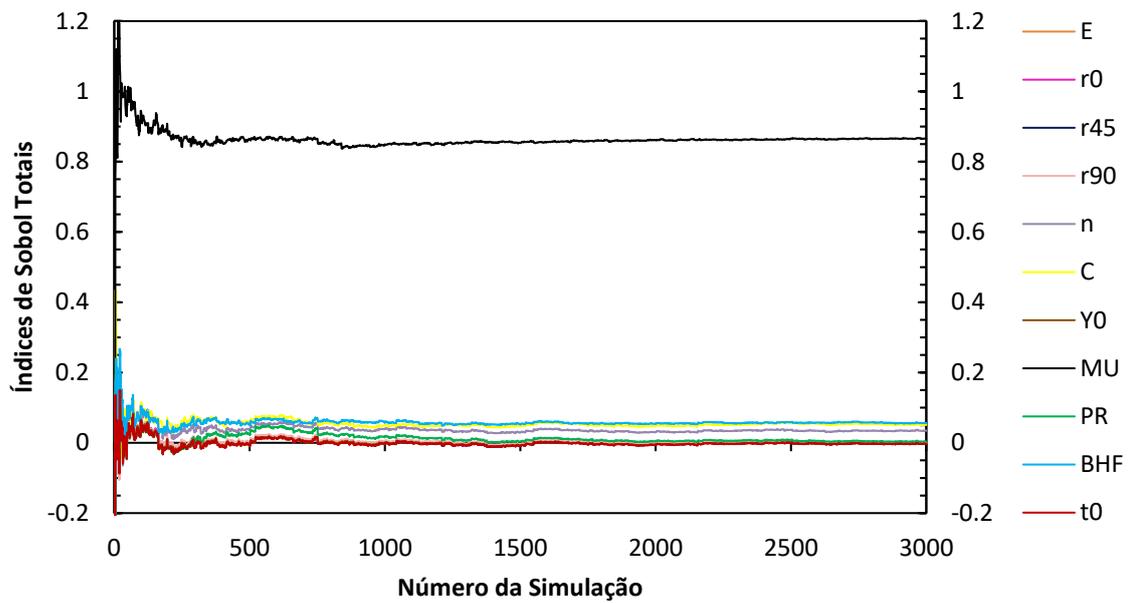


Figura A.4 Índices de Sobol totais para o valor máximo da Redução de Espessura.

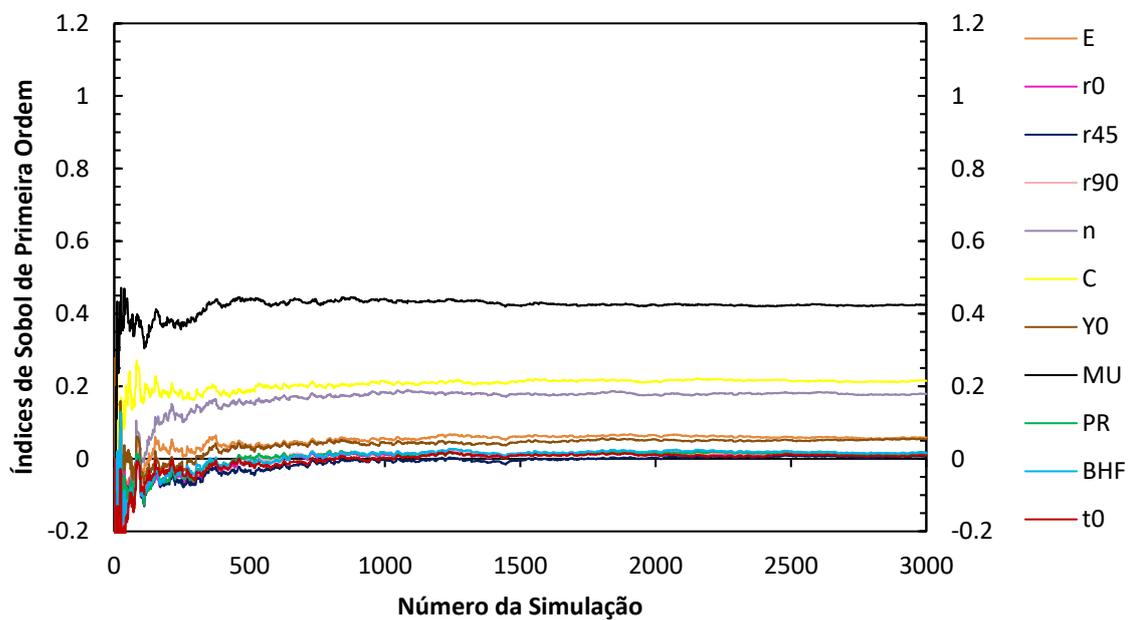


Figura A.5 Índices de Sobol de primeira ordem para o valor máximo do Retorno Elástico.

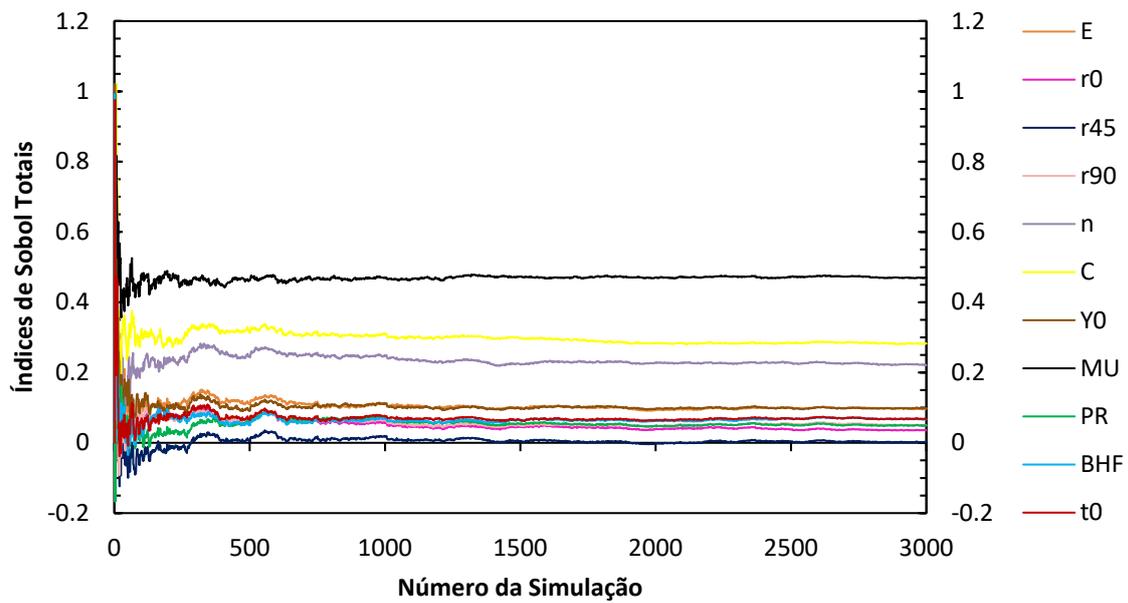


Figura A.6 Índices de Sobol totais para o valor máximo do Retorno Elástico.

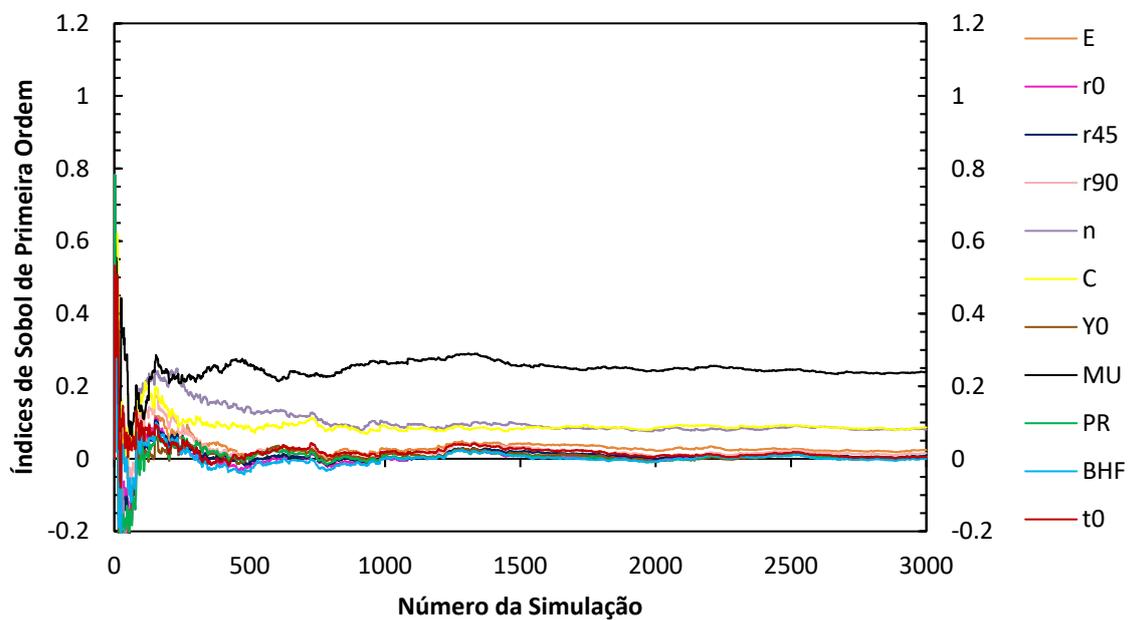


Figura A.7 Índices de Sobol de primeira ordem para o valor máximo da Alteração de Geometria.

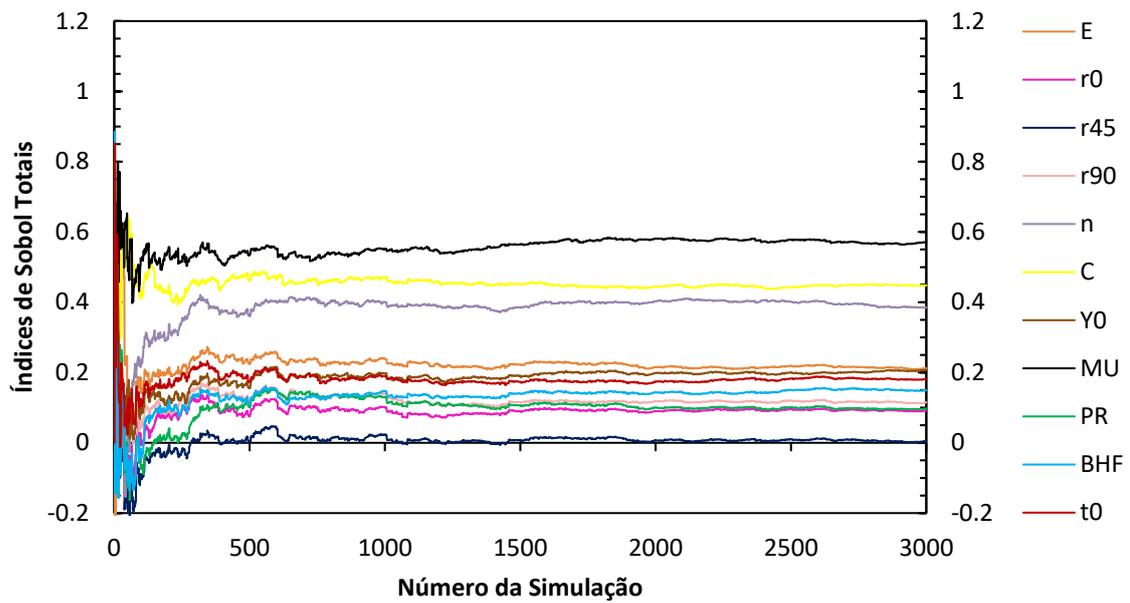


Figura A.8 Índices de Sobol totais para o valor máximo da Alteração de Geometria.

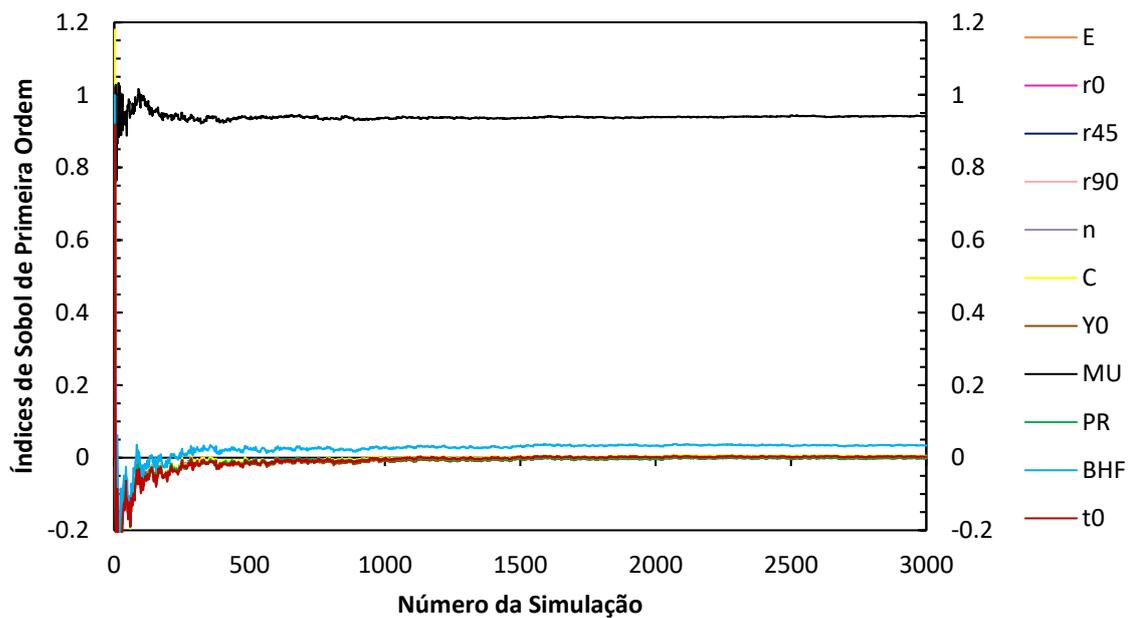
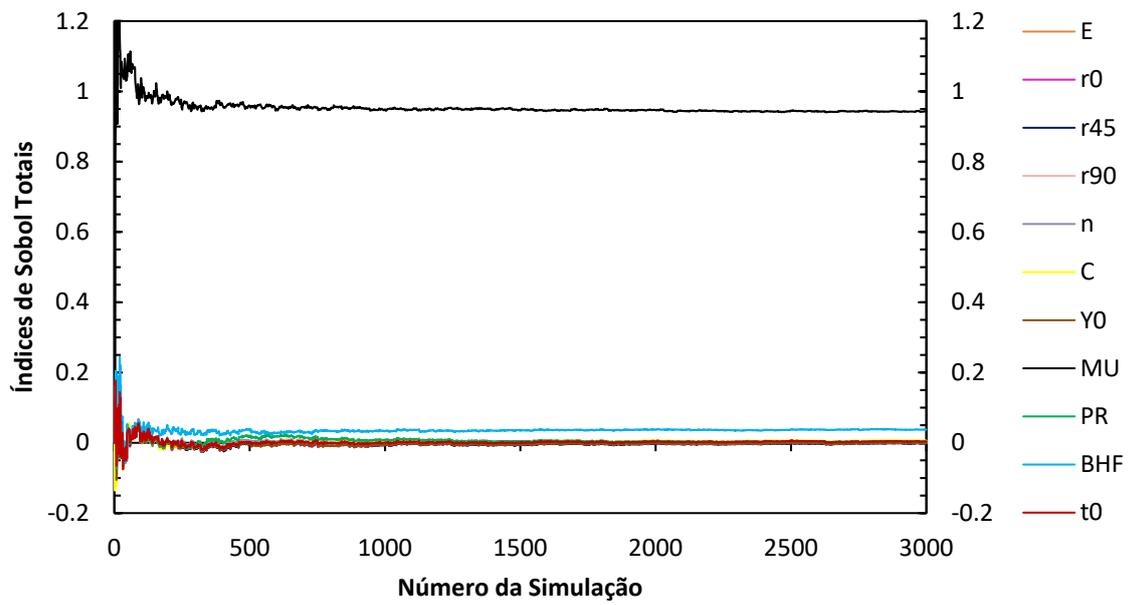


Figura A.9 Índices de Sobol de primeira ordem para o valor máximo da Força do Punção.

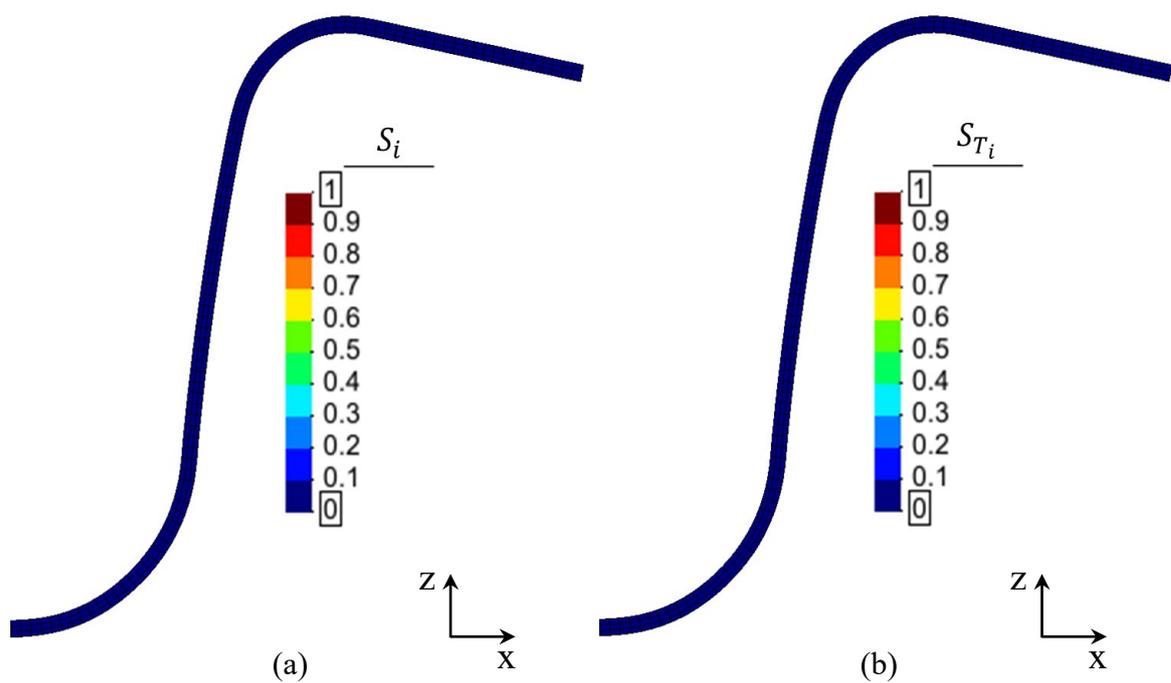


**Figura A.10** Índices de Sobol totais para o valor máximo da Força do Punção.

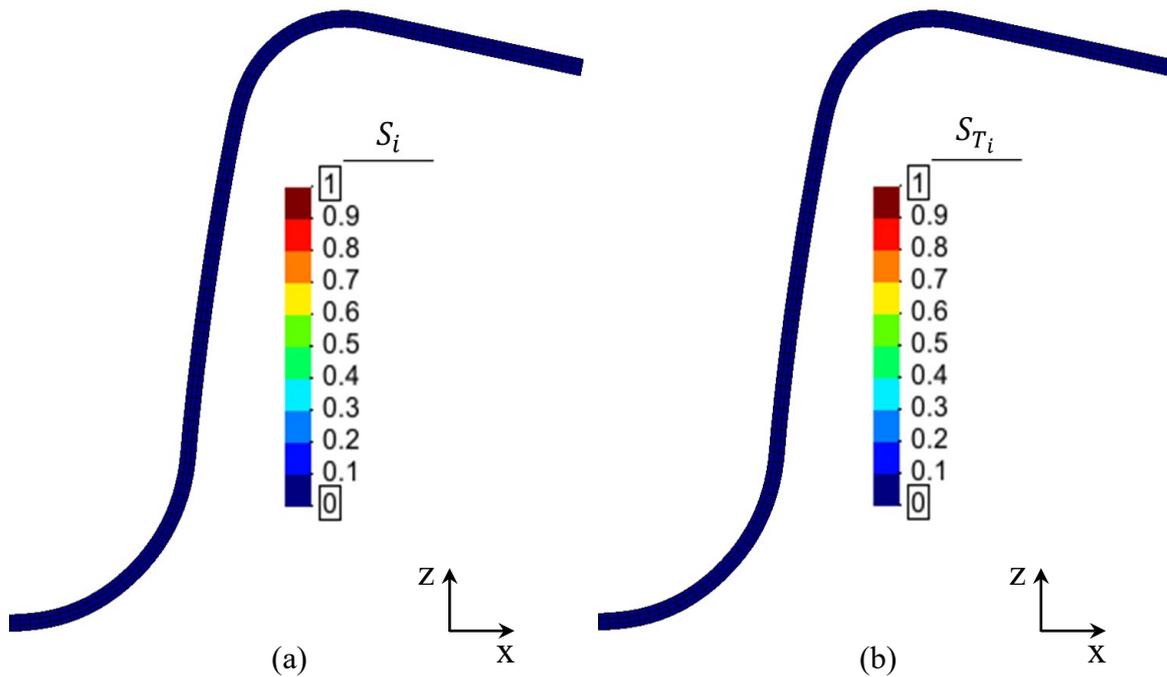
## APÊNDICE B

Neste apêndice mostra-se a influência das variáveis de entrada no valor das variáveis de saída ao longo do perfil em U:

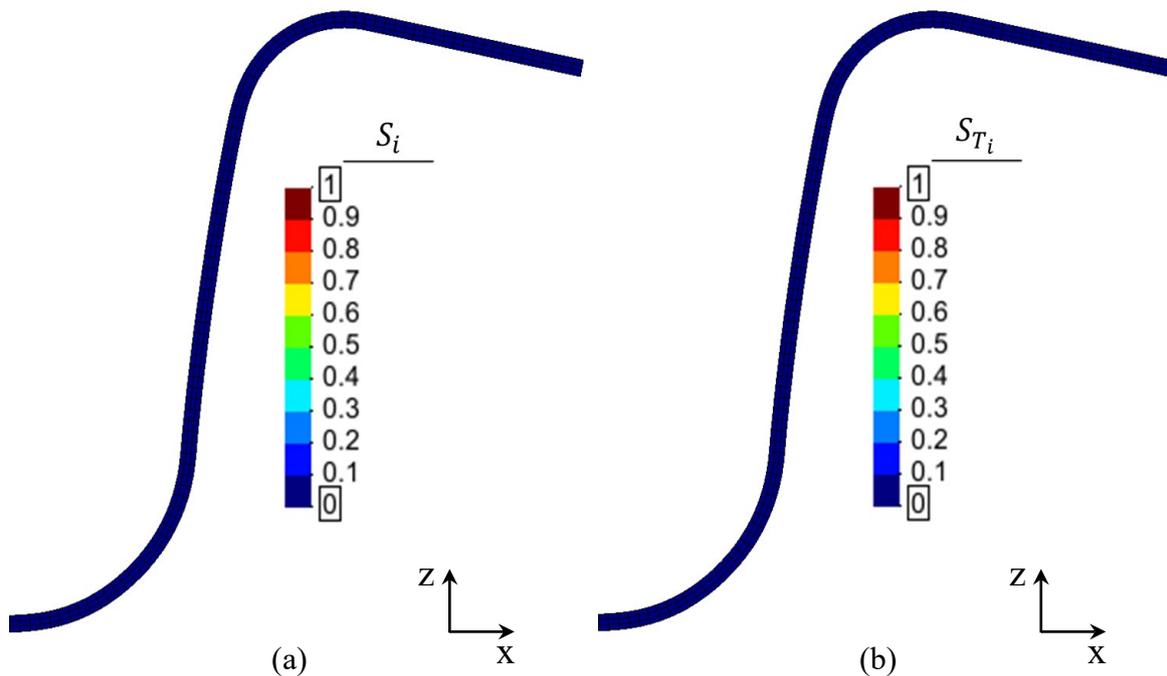
- Deformação Plástica Equivalente



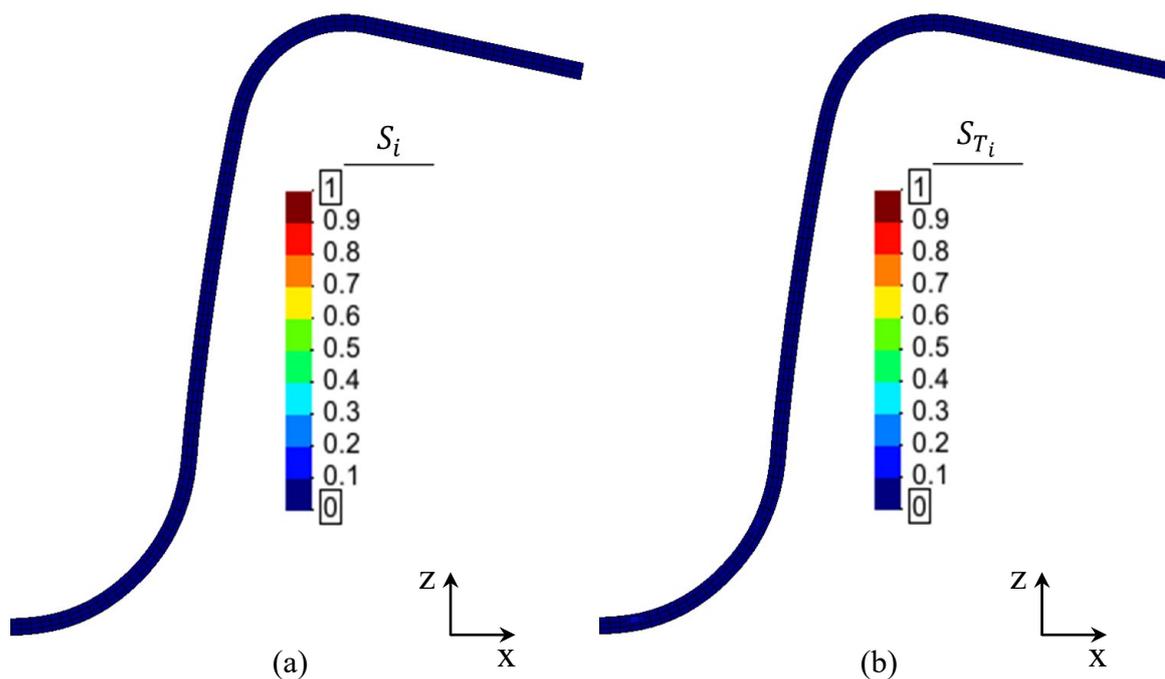
**Figura B.1** Distribuição dos índices de Sobol de primeira ordem (a) e totais (b) do parâmetro  $E$  para a Deformação Plástica Equivalente.



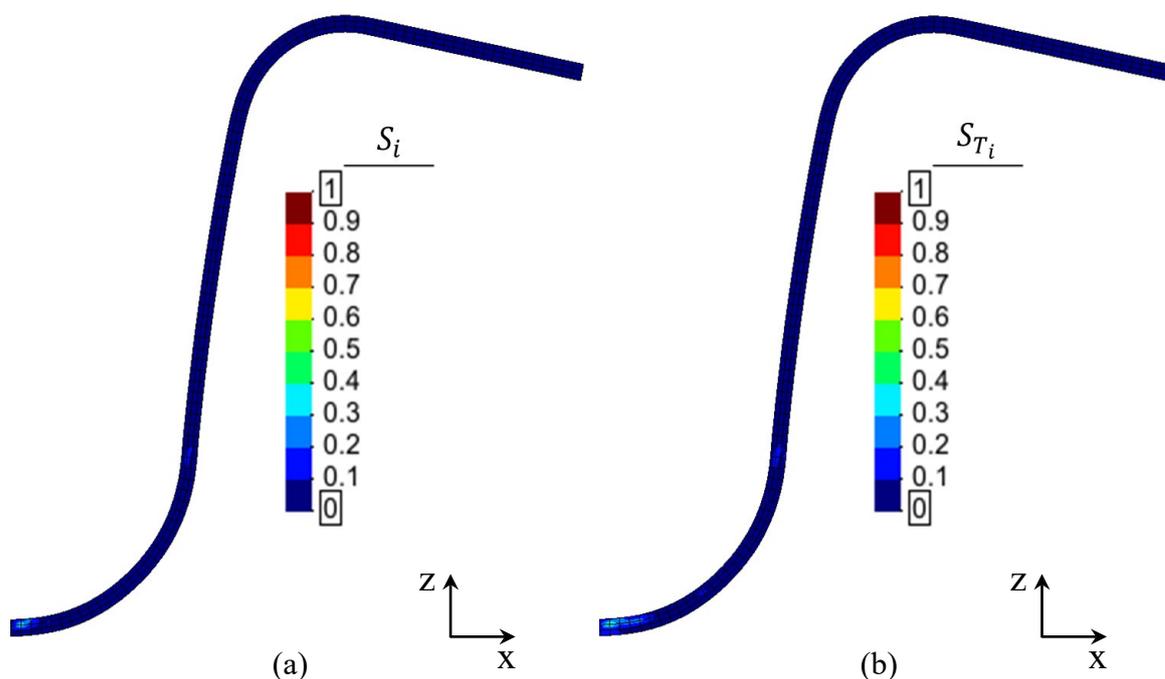
**Figura B.2** Distribuição dos índices de Sobol de primeira ordem (a) e totais (b) do parâmetro  $r_0$  para a Deformação Plástica Equivalente.



**Figura B.3** Distribuição dos índices de Sobol de primeira ordem (a) e totais (b) do parâmetro  $r_{45}$  para a Deformação Plástica Equivalente.



**Figura B.4** Distribuição dos índices de Sobol de primeira ordem (a) e totais (b) do parâmetro  $r_{90}$ , para a Deformação Plástica Equivalente.



**Figura B.5** Distribuição dos índices de Sobol de primeira ordem (a) e totais (b) do parâmetro  $n$ , para a Deformação Plástica Equivalente.

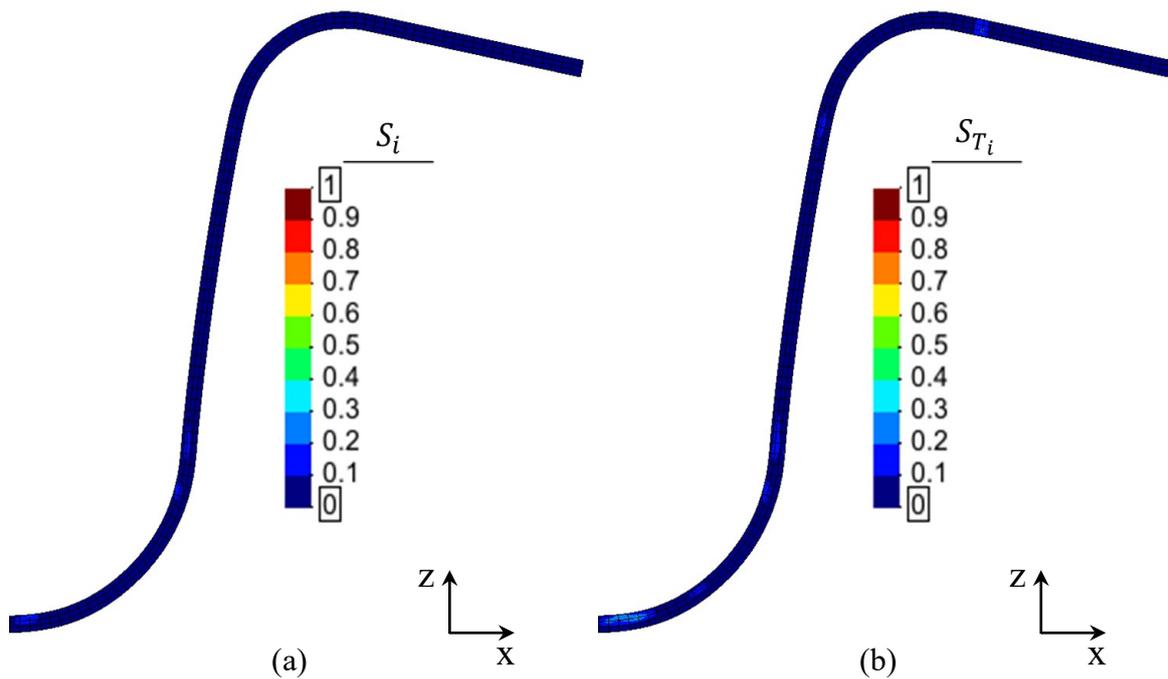


Figura B.6 Distribuição dos índices de Sobol de primeira ordem (a) e totais (b) do parâmetro  $C$ , para a Deformação Plástica Equivalente.

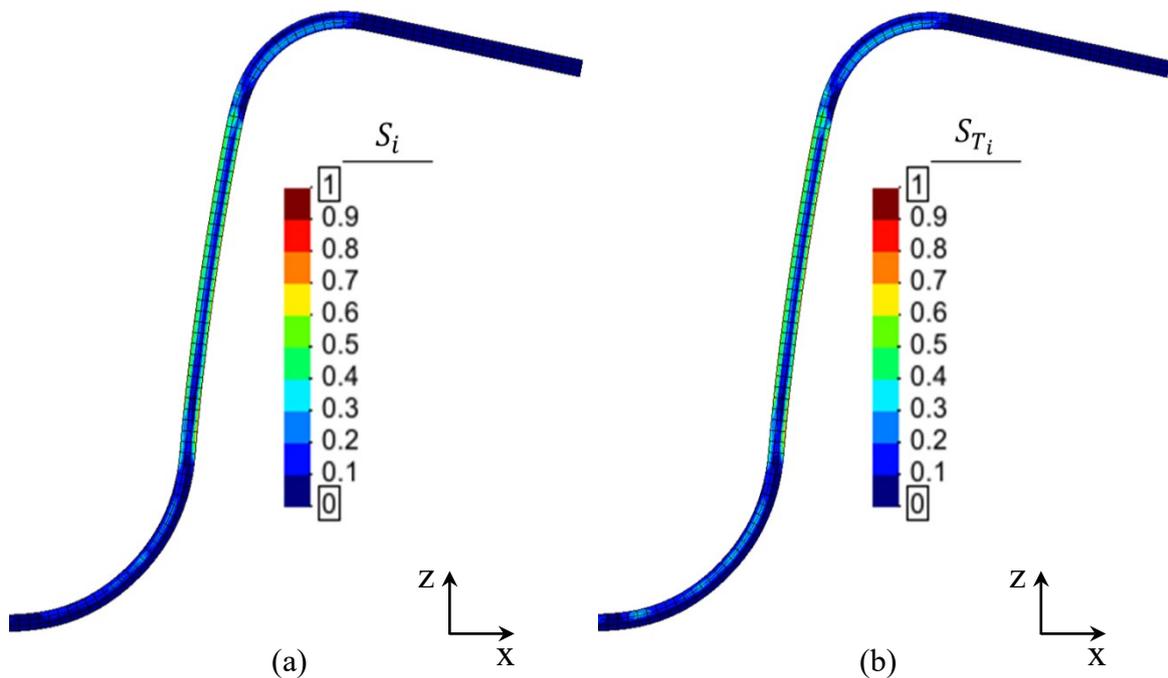
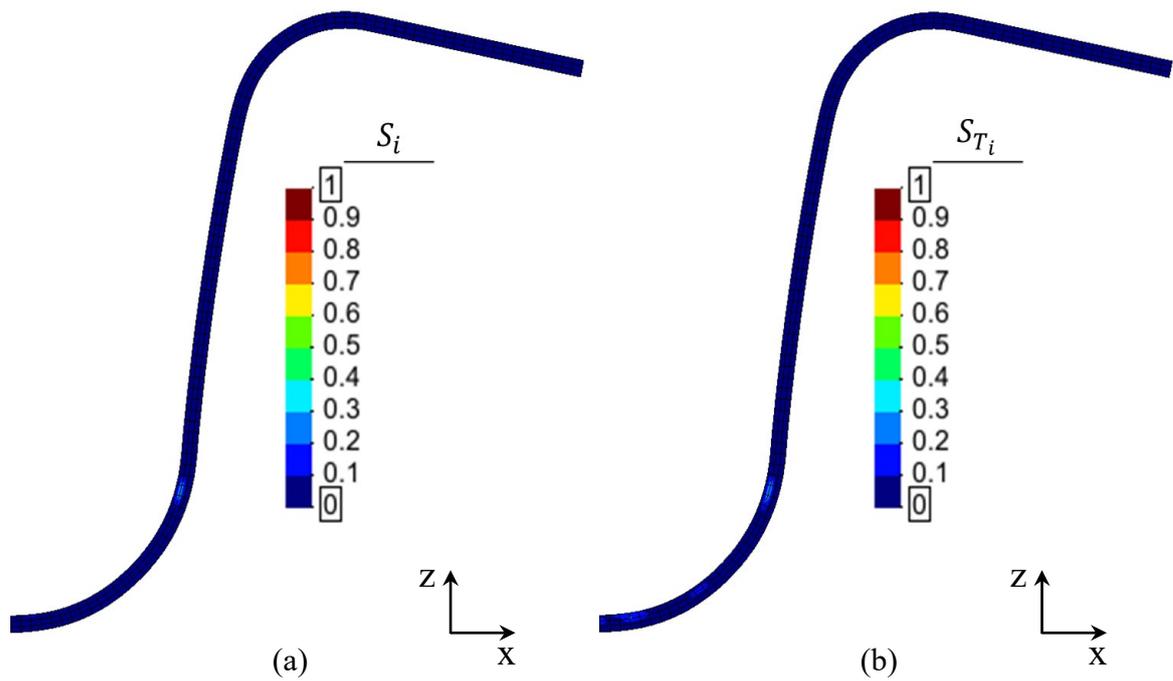
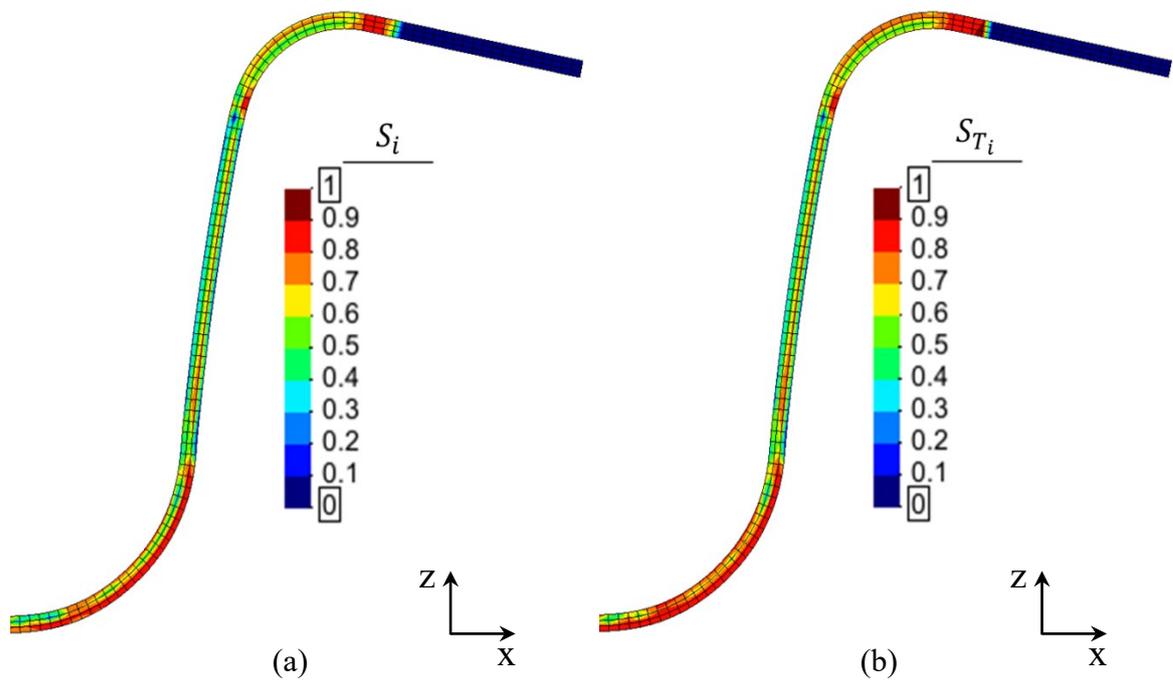


Figura B.7 Distribuição dos índices de Sobol de primeira ordem (a) e totais (b) do parâmetro  $t_0$ , para a Deformação Plástica Equivalente.



**Figura B.8** Distribuição dos índices de Sobol de primeira ordem (a) e totais (b) do parâmetro  $Y_0$ , para a Deformação Plástica Equivalente.



**Figura B.9** Distribuição dos índices de Sobol de primeira ordem (a) e totais (b) do parâmetro  $MU$ , para a Deformação Plástica Equivalente.

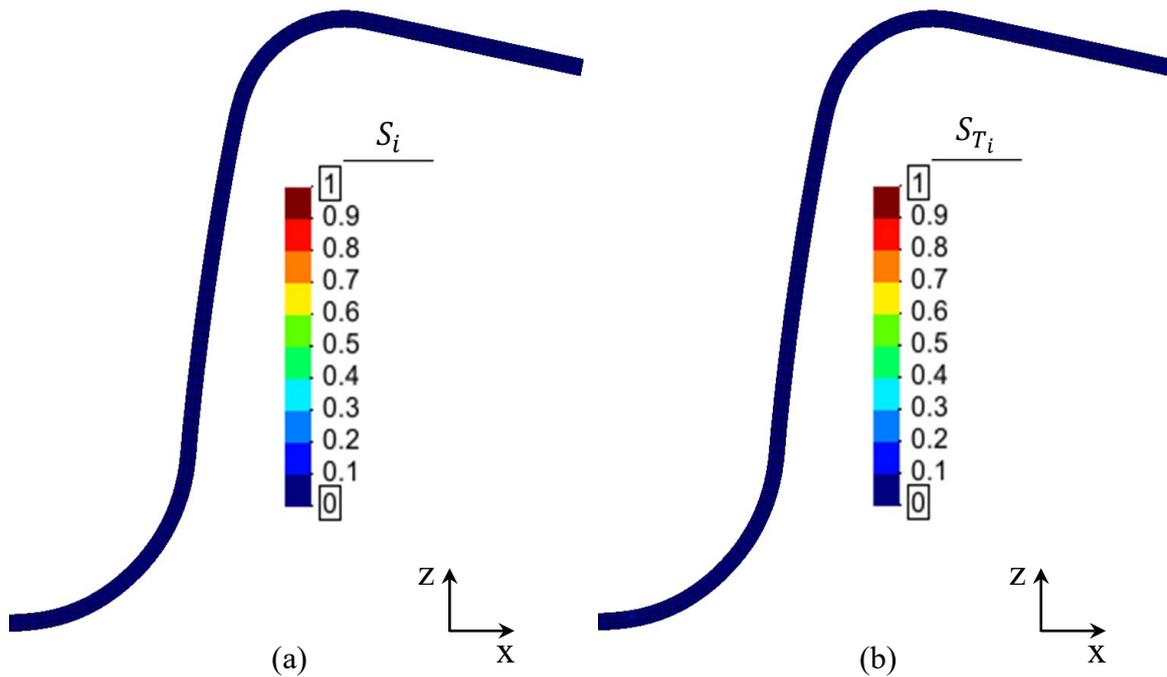


Figura B.10 Distribuição dos índices de Sobol de primeira ordem (a) e totais (b) do parâmetro  $PR$ , para a Deformação Plástica Equivalente.

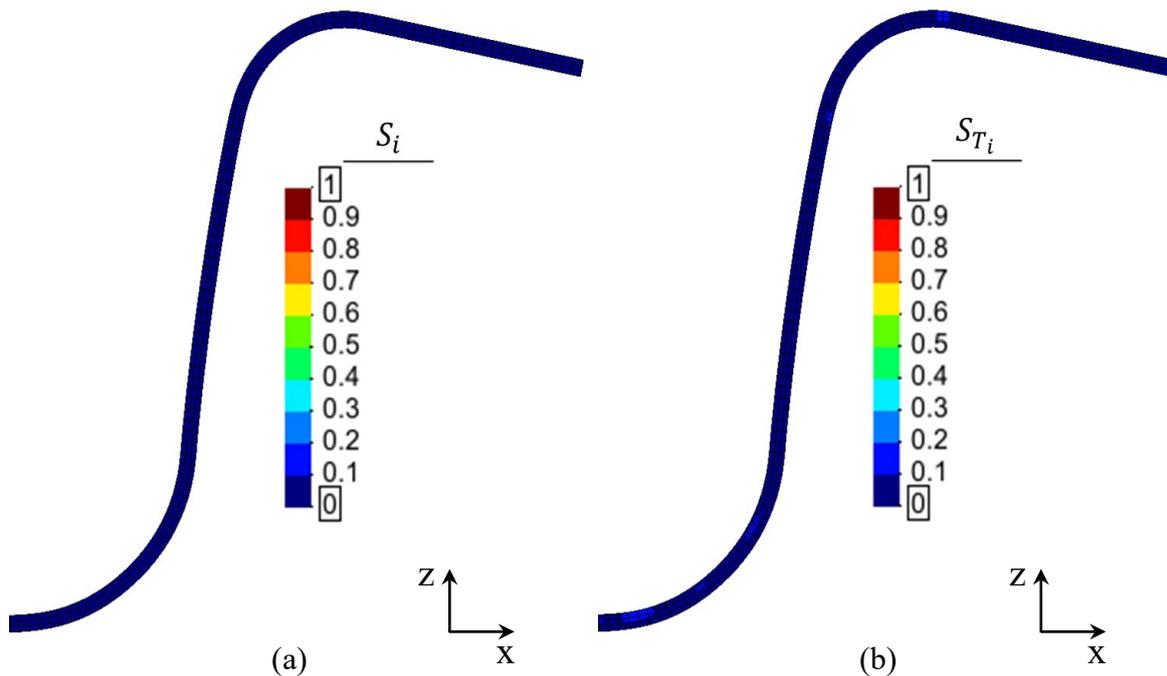
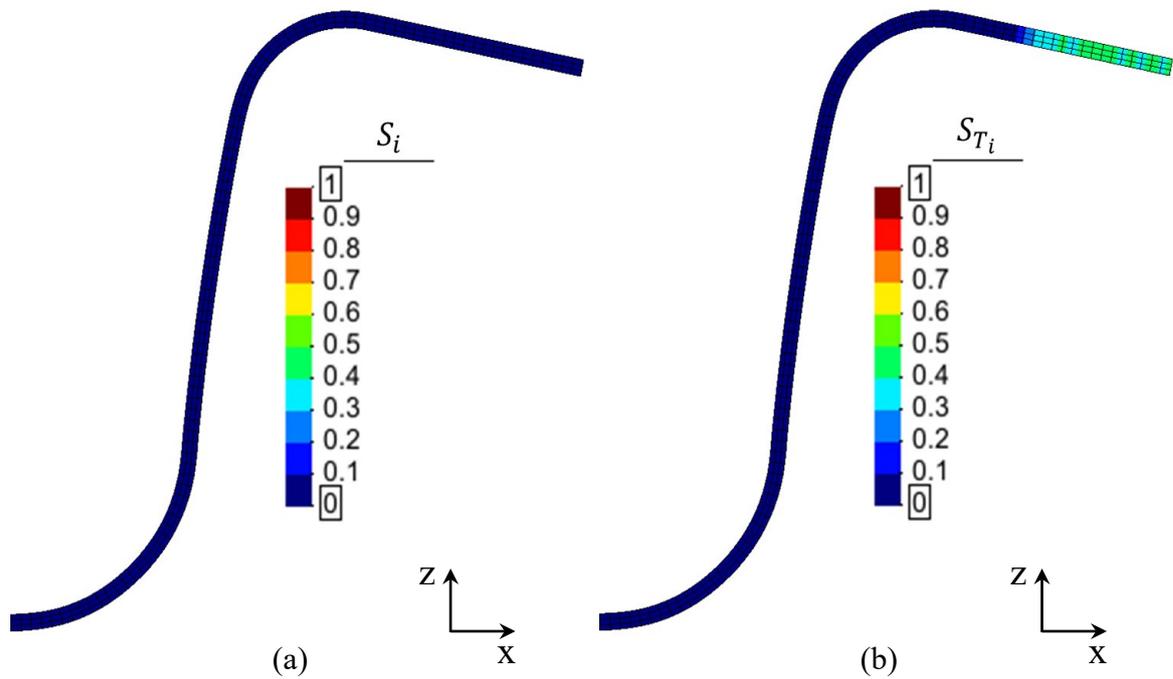
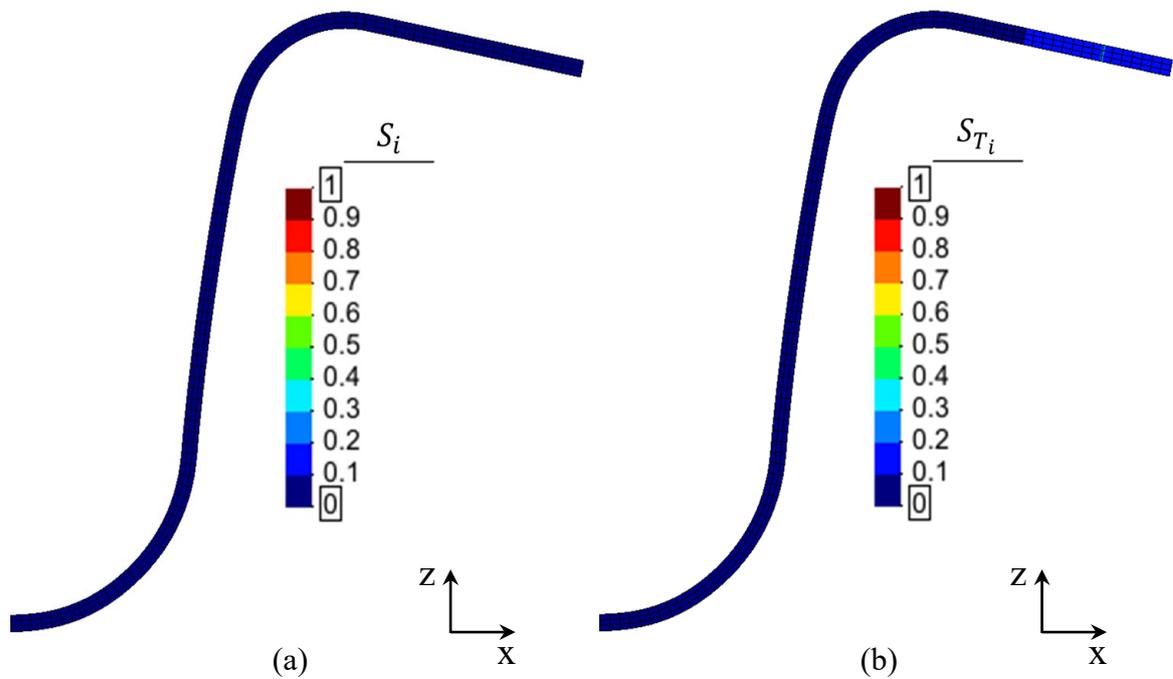


Figura B.11 Distribuição dos índices de Sobol de primeira ordem (a) e totais (b) do parâmetro  $BHF$ , para a Deformação Plástica Equivalente.

• Redução de Espessura



**Figura B.12** Distribuição dos índices de Sobol de primeira ordem (a) e totais (b) do parâmetro  $E$  para a Redução de Espessura.



**Figura B.13** Distribuição dos índices de Sobol de primeira ordem (a) e totais (b) do parâmetro  $r_0$  para a Redução de Espessura.

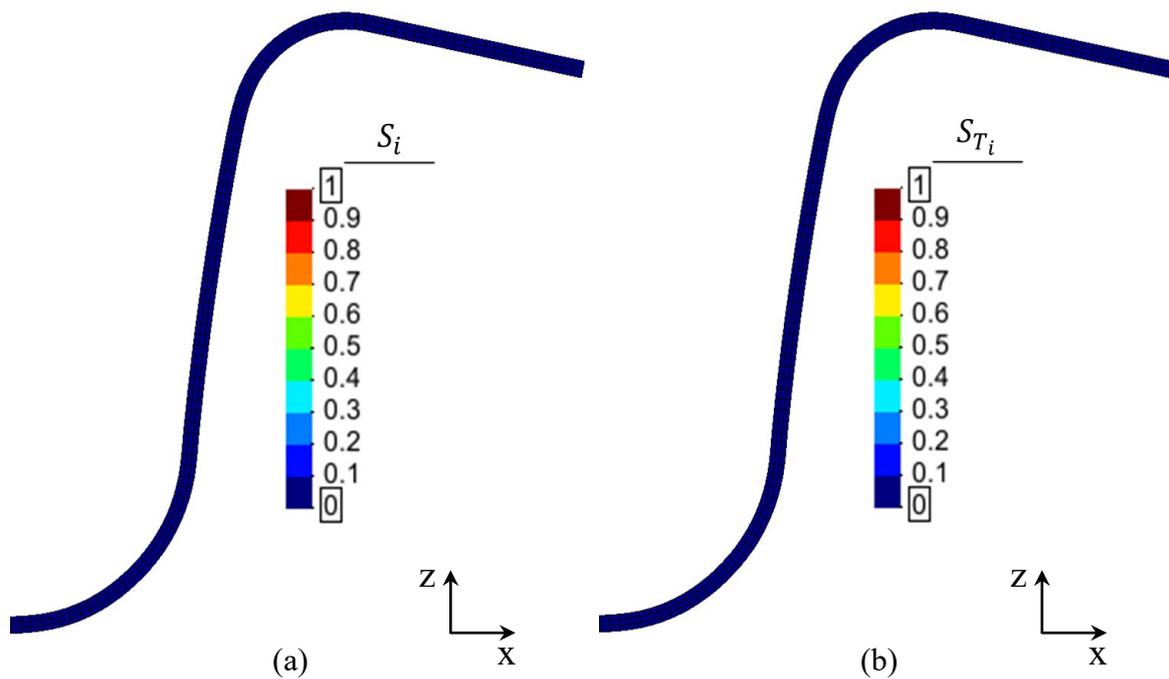


Figura B.14 Distribuição dos índices de Sobol de primeira ordem (a) e totais (b) do parâmetro  $r_{45}$  para a Redução de Espessura.

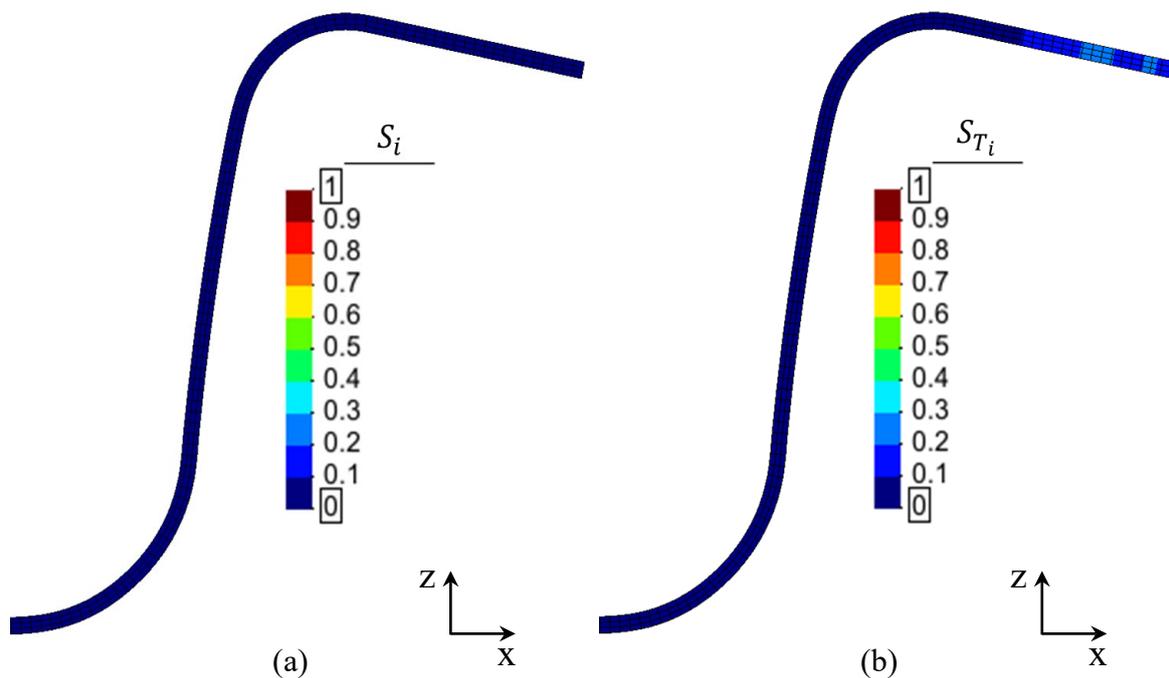
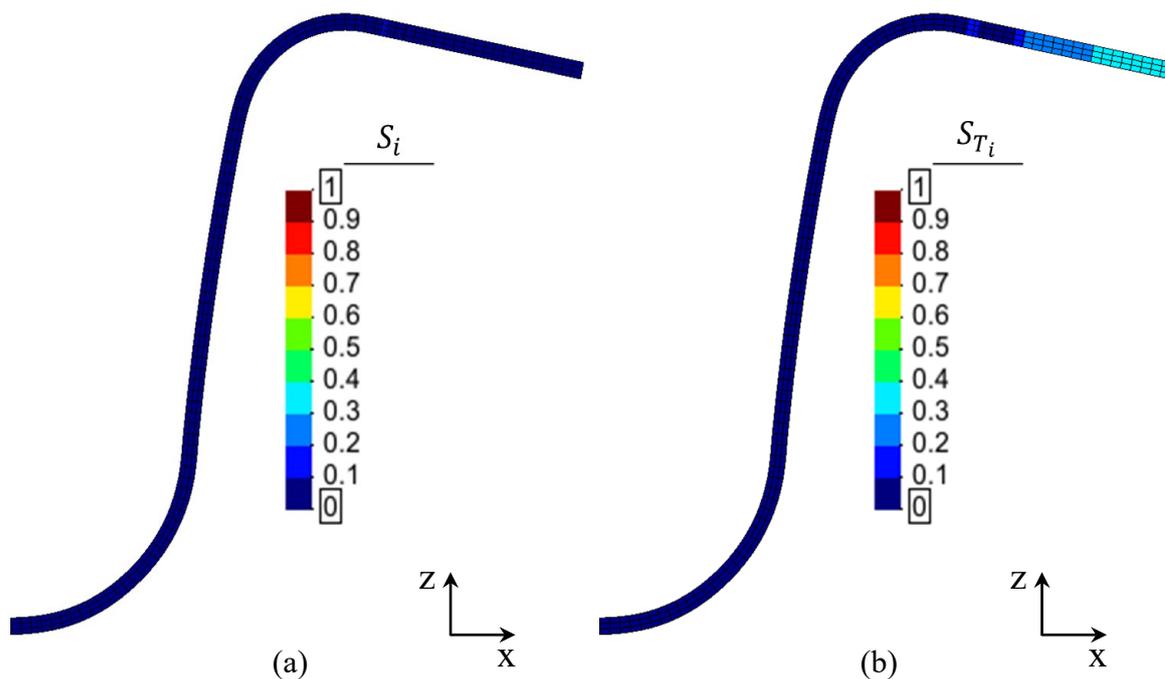
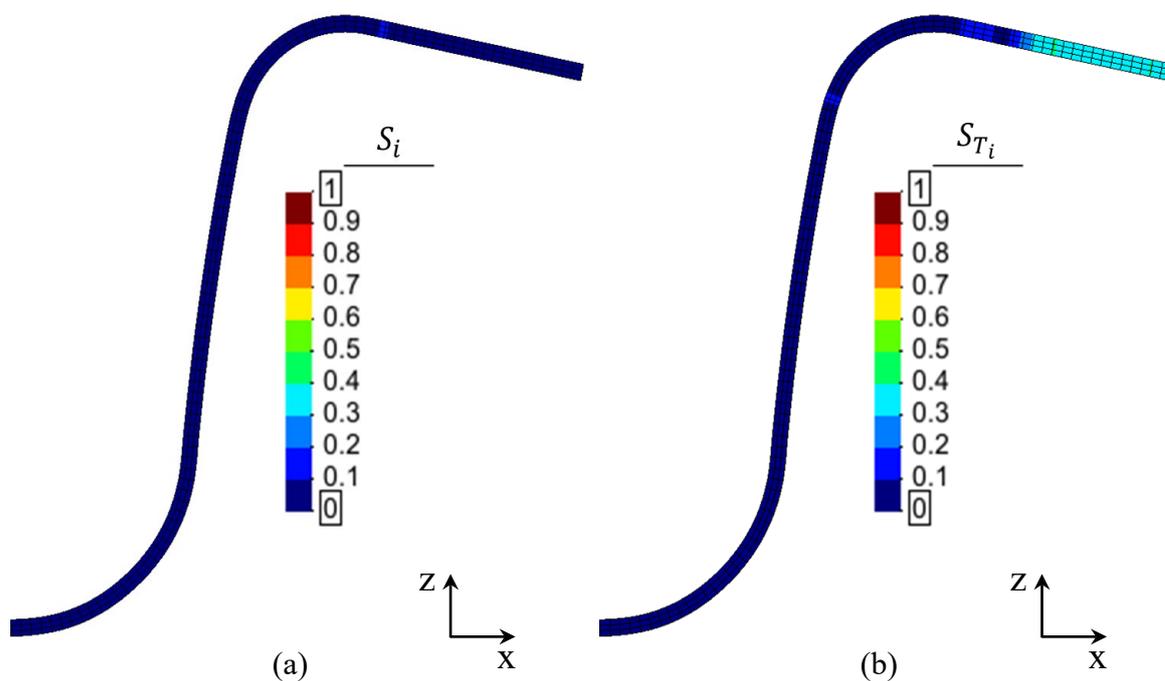


Figura B.15 Distribuição dos índices de Sobol de primeira ordem (a) e totais (b) do parâmetro  $r_{90}$  para a Redução de Espessura.



**Figura B.16** Distribuição dos índices de Sobol de primeira ordem (a) e totais (b) do parâmetro  $n$  para a Redução de Espessura.



**Figura B.17** Distribuição dos índices de Sobol de primeira ordem (a) e totais (b) do parâmetro  $C$ , para a Redução de Espessura.

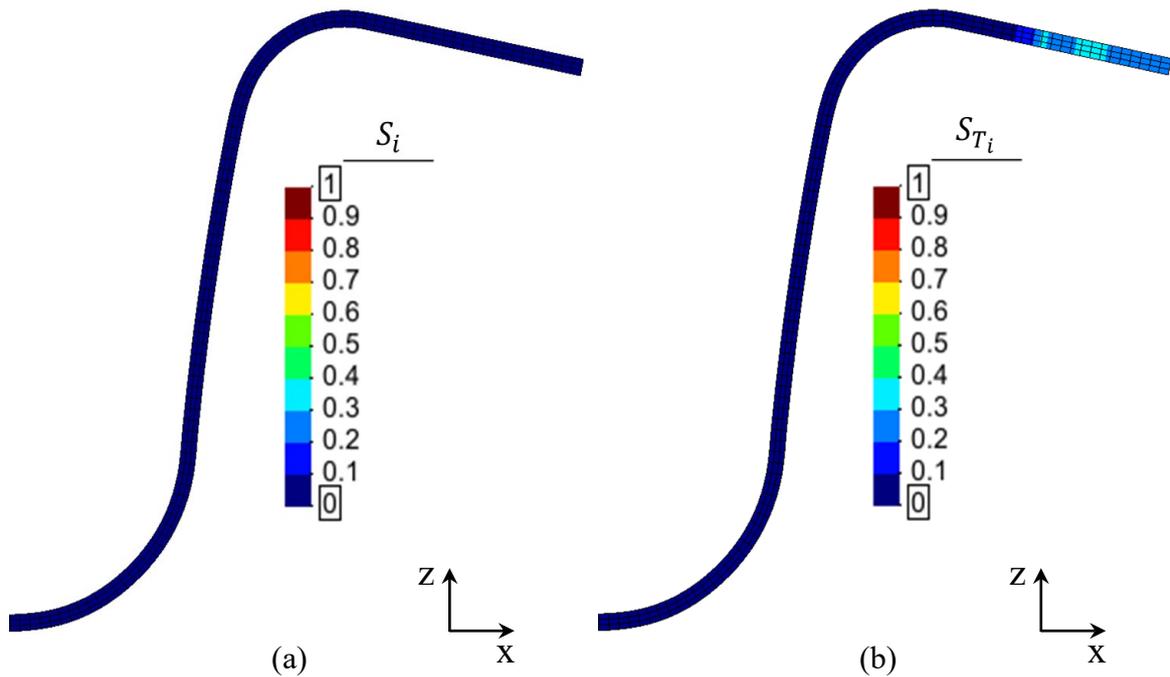


Figura B.18 Distribuição dos índices de Sobol de primeira ordem (a) e totais (b) do parâmetro  $t_0$ , para a Redução de Espessura.

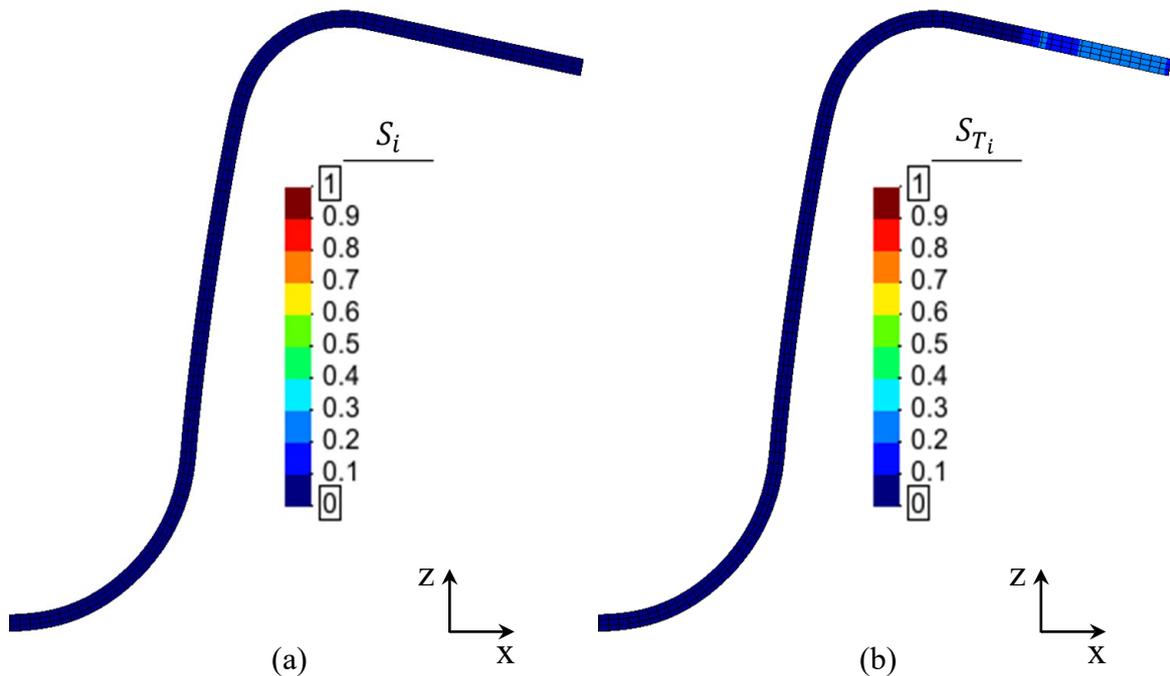
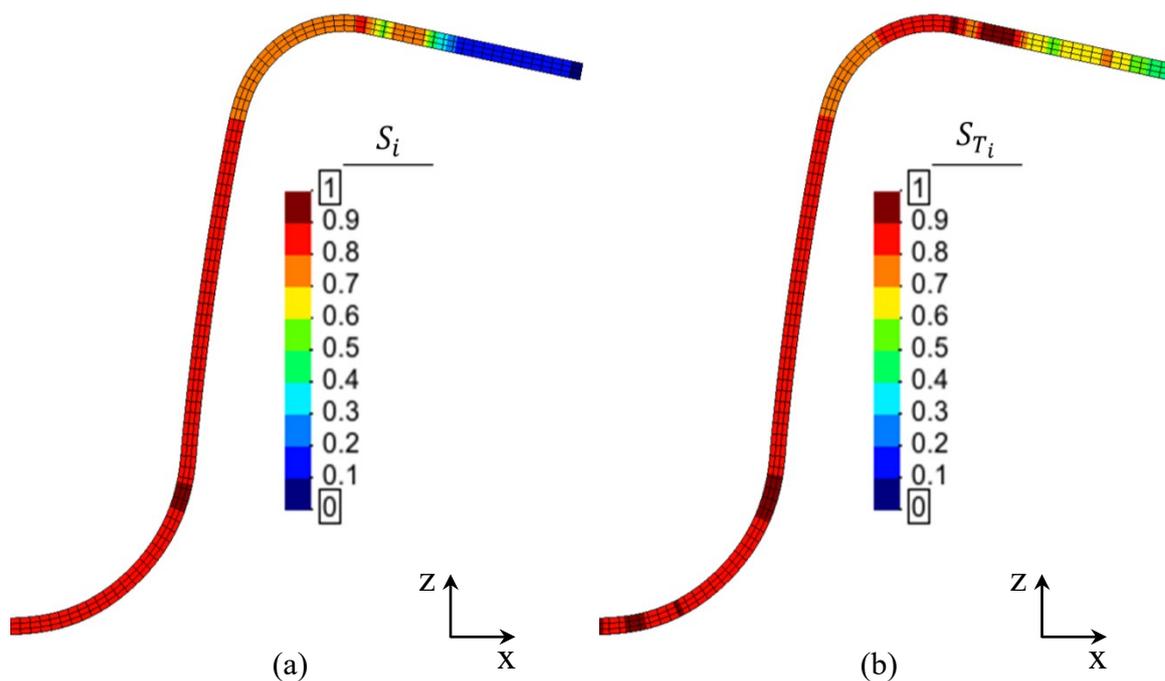
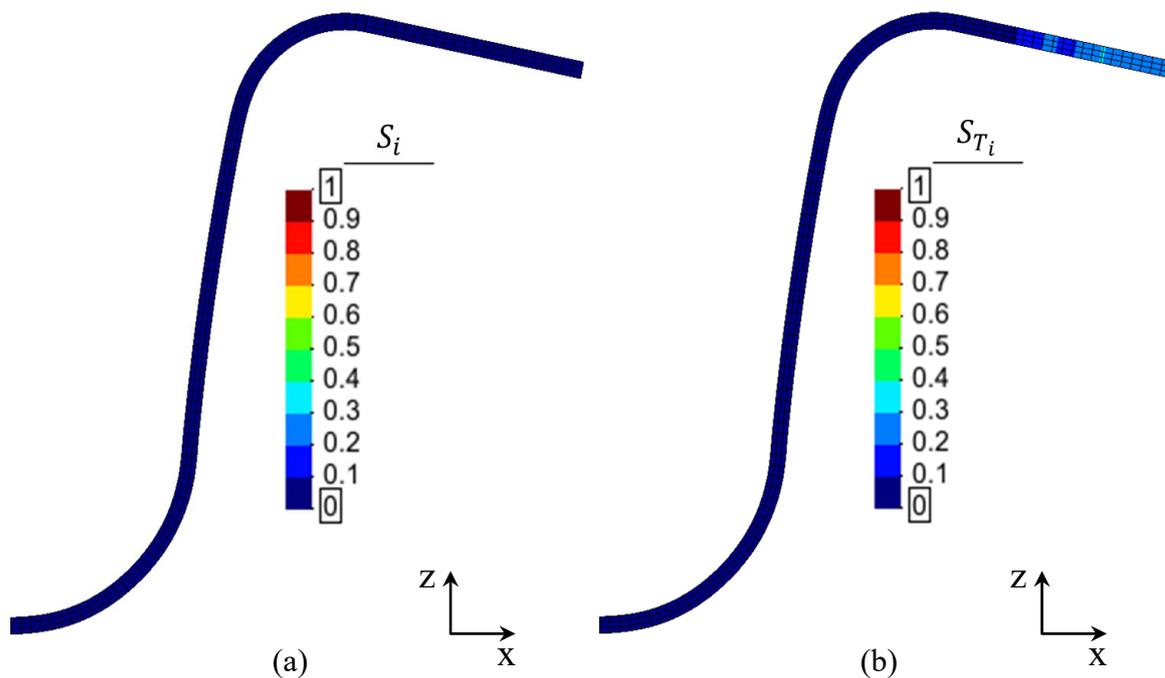


Figura B.19 Distribuição dos índices de Sobol de primeira ordem (a) e totais (b) do parâmetro  $Y_0$ , para a Redução de Espessura.



**Figura B.20** Distribuição dos índices de Sobol de primeira ordem (a) e totais (b) do parâmetro  $MU$ , para a Redução de Espessura.



**Figura B.21** Distribuição dos índices de Sobol de primeira ordem (a) e totais (b) do parâmetro  $PR$ , para a Redução de Espessura.

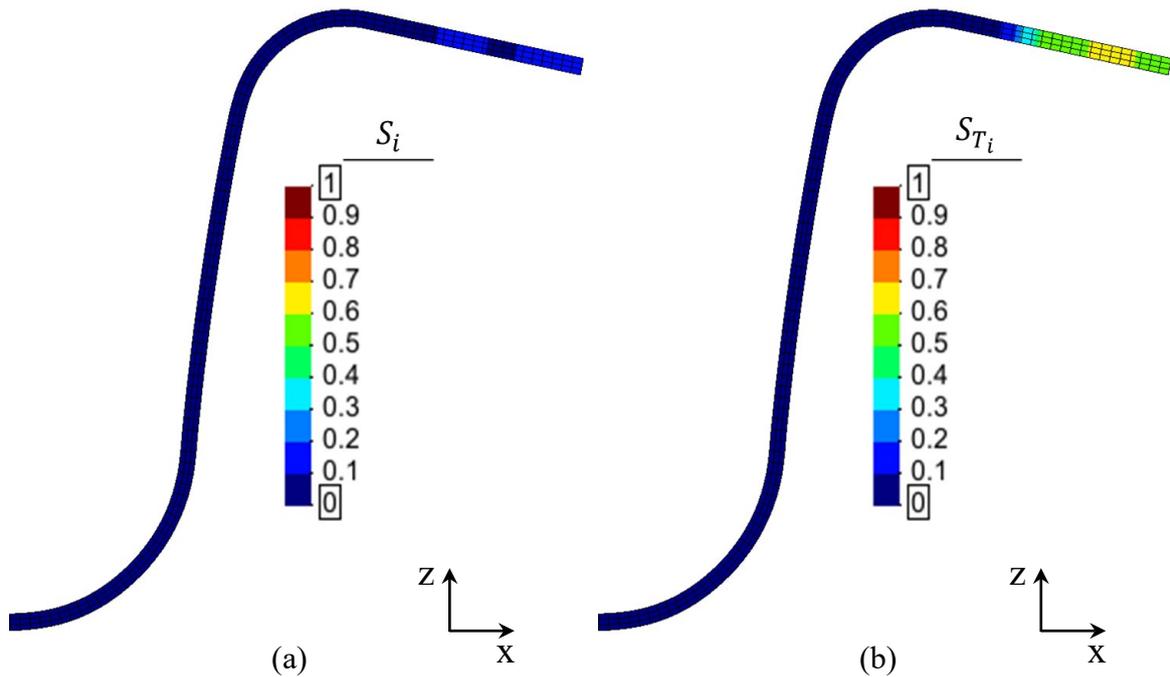


Figura B.22 Distribuição dos índices de Sobol de primeira ordem (a) e totais (b) do parâmetro  $BHF$ , para a Redução de Espessura.

- Retorno Elástico

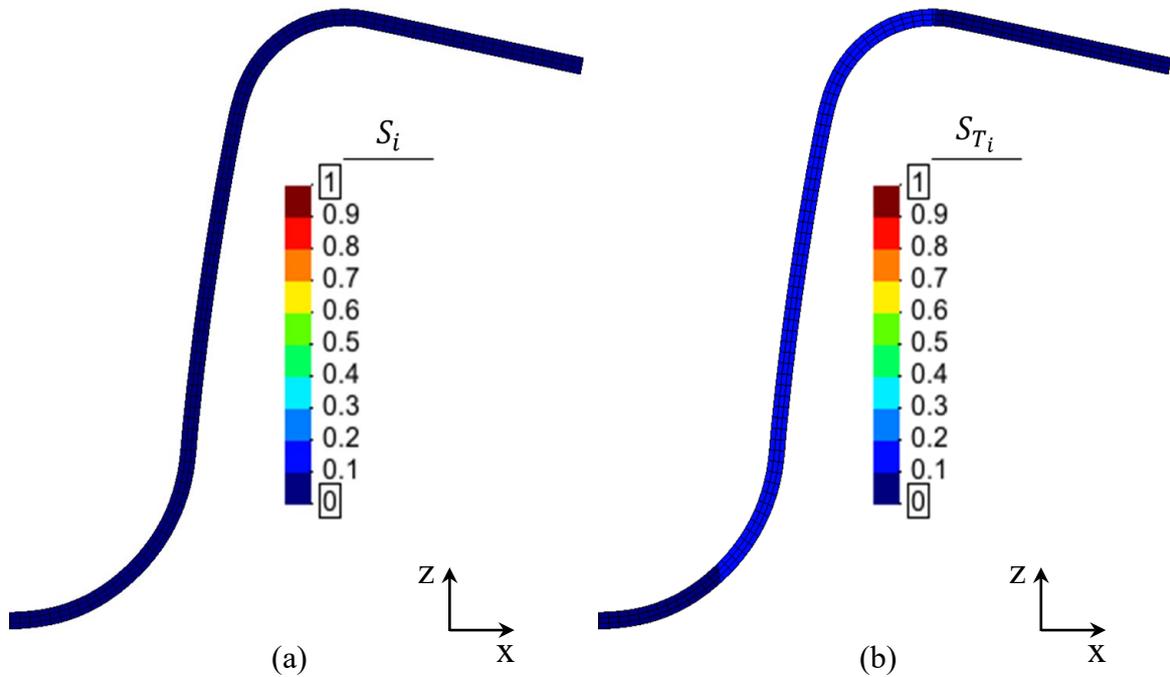
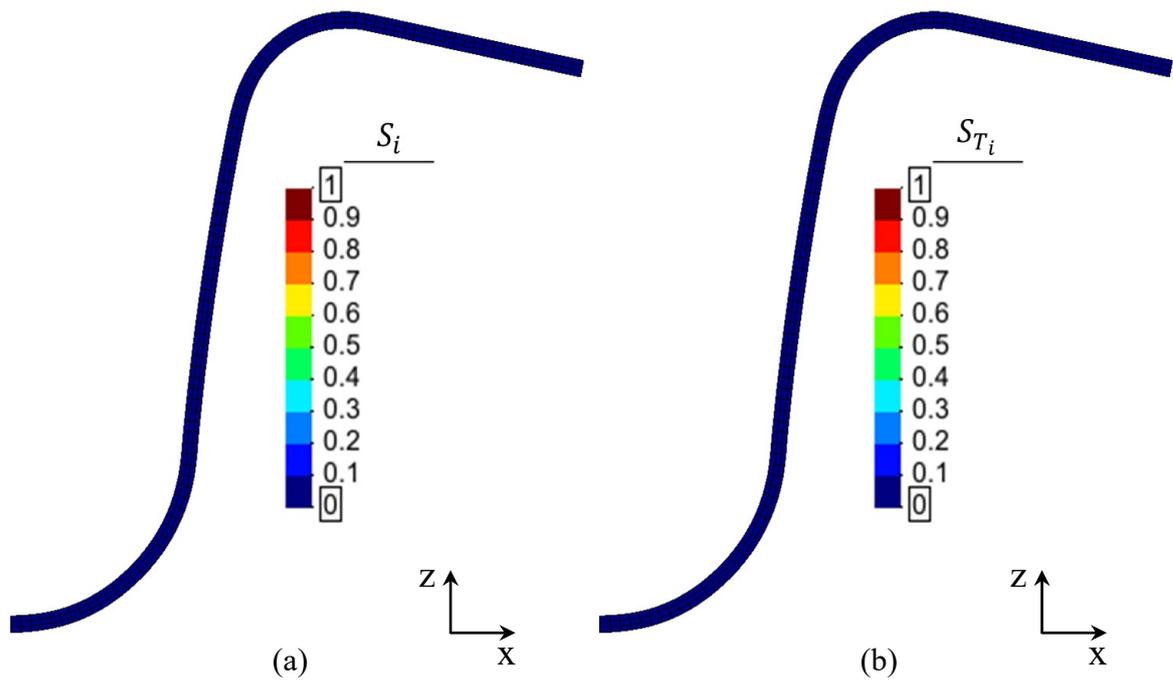
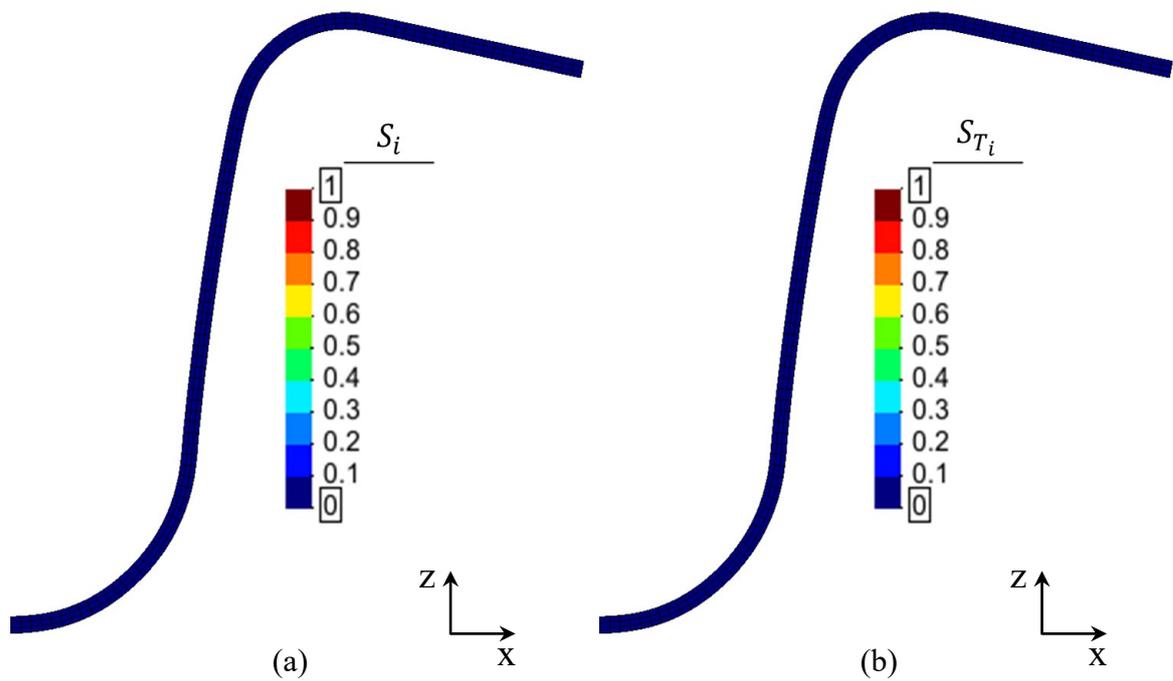


Figura B.23 Distribuição dos índices de Sobol de primeira ordem (a) e totais (b) do parâmetro  $E$  para o Retorno Elástico.



**Figura B.24** Distribuição dos índices de Sobol de primeira ordem (a) e totais (b) do parâmetro  $r_0$  para o Retorno Elástico.



**Figura B.25** Distribuição dos índices de Sobol de primeira ordem (a) e totais (b) do parâmetro  $r_{45}$  para o Retorno Elástico.

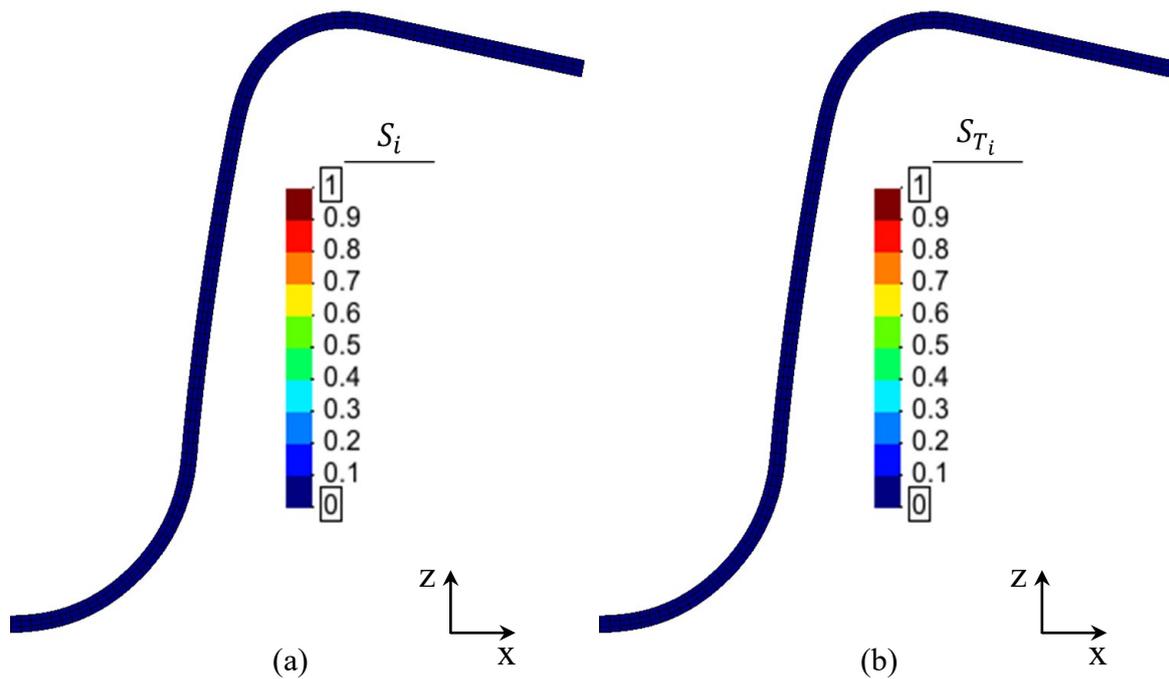


Figura B.26 Distribuição dos índices de Sobol de primeira ordem (a) e totais (b) do parâmetro  $r_{90}$  para o Retorno Elástico.

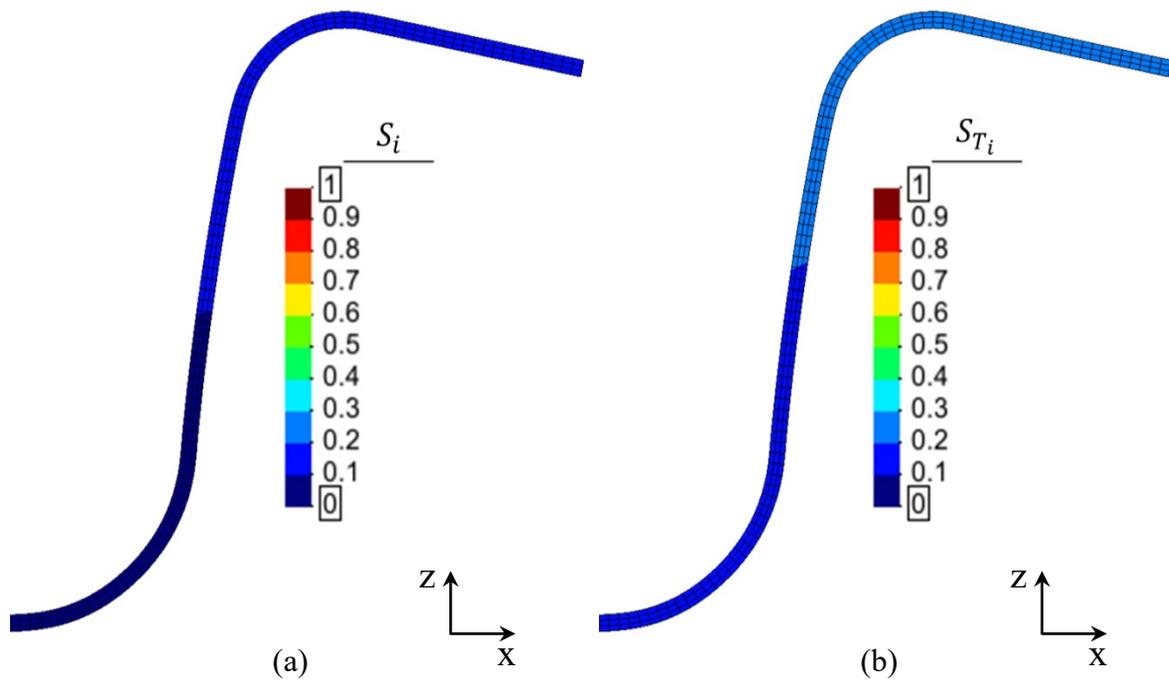
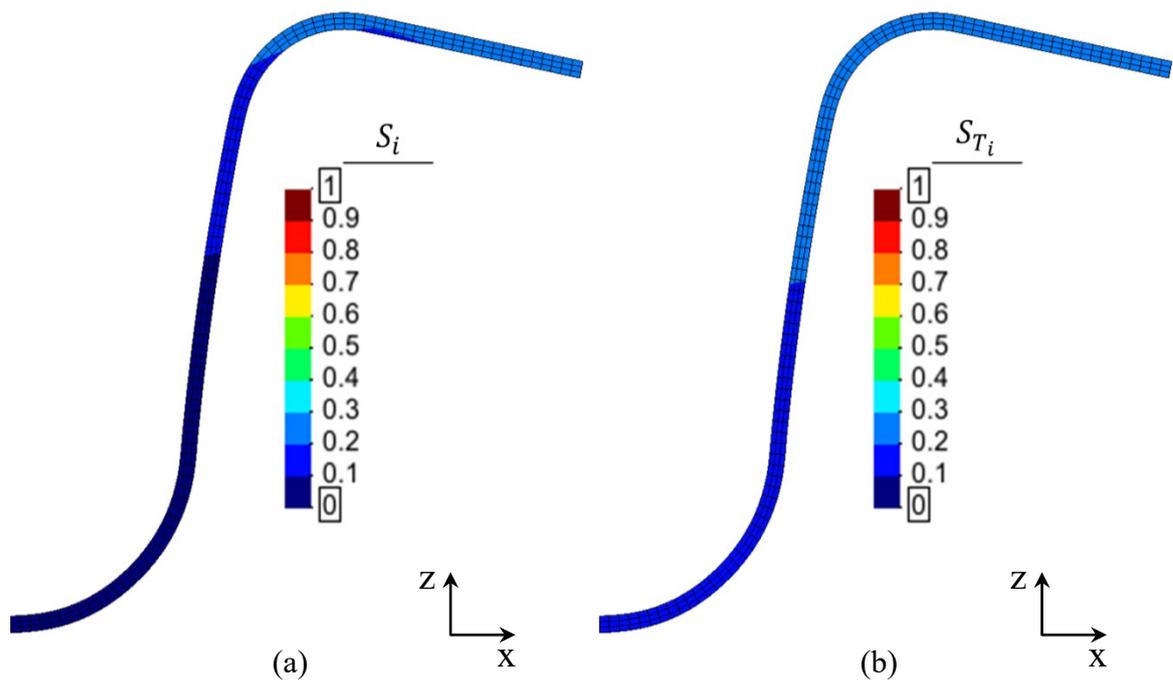
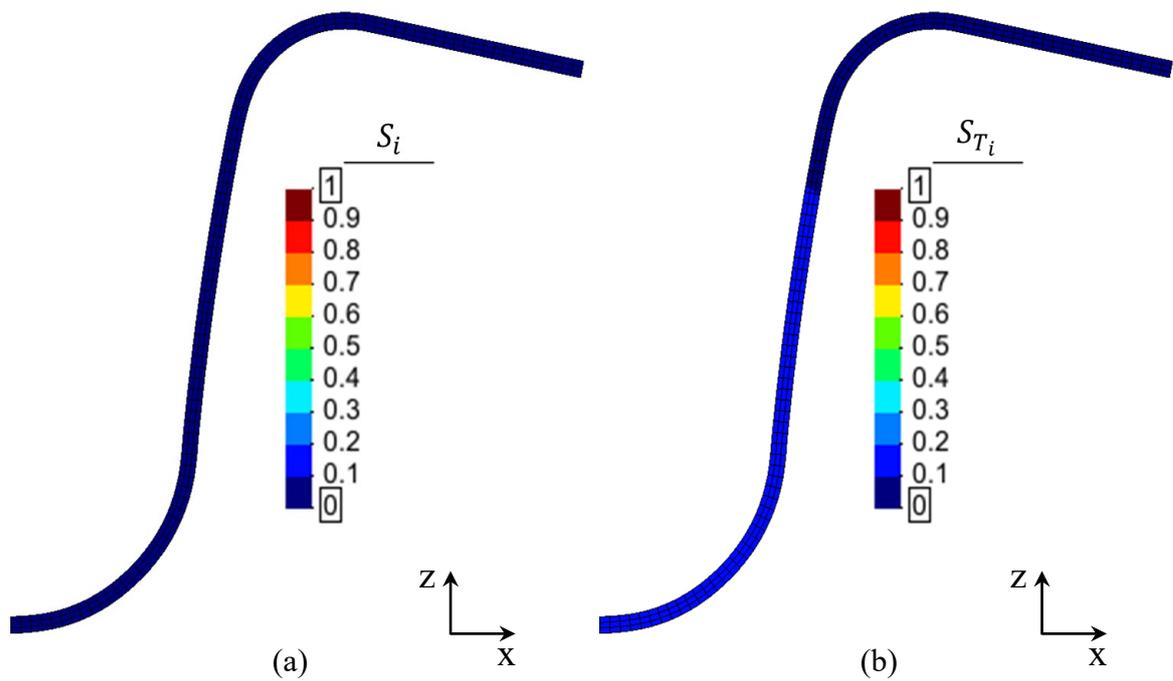


Figura B.27 Distribuição dos índices de Sobol de primeira ordem (a) e totais (b) do parâmetro  $n$  para o Retorno Elástico.



**Figura B.28** Distribuição dos índices de Sobol de primeira ordem (a) e totais (b) do parâmetro  $C$ , para o Retorno Elástico.



**Figura B.29** Distribuição dos índices de Sobol de primeira ordem (a) e totais (b) do parâmetro  $t_0$ , para o Retorno Elástico.

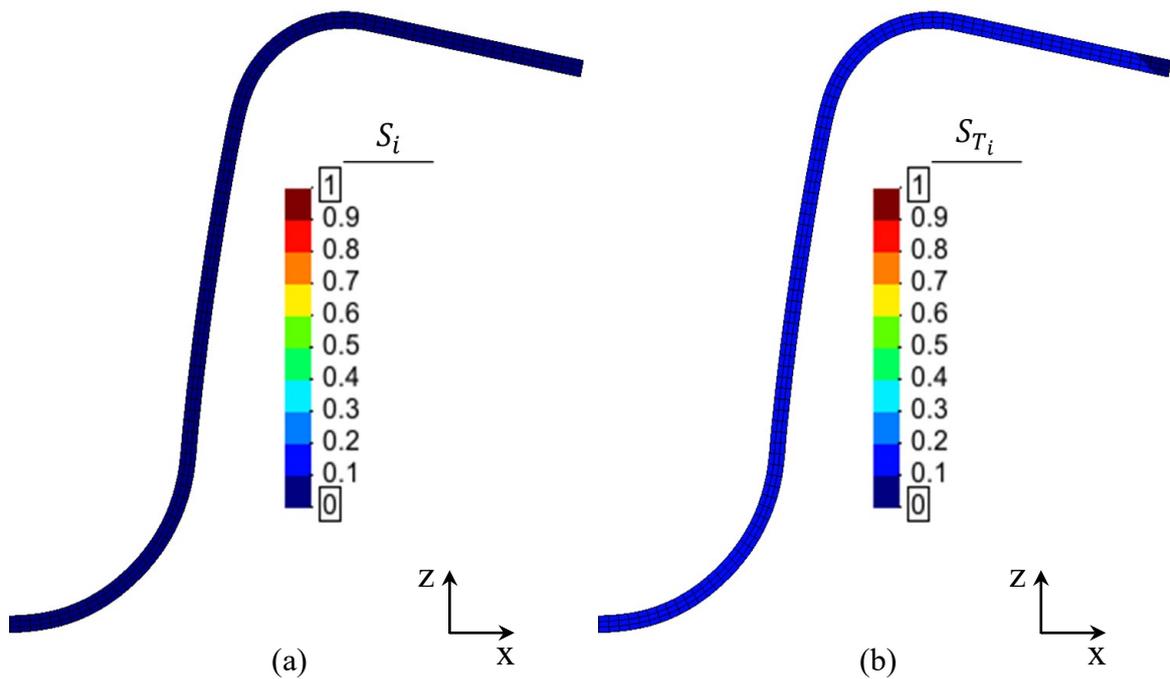


Figura B.30 Distribuição dos índices de Sobol de primeira ordem (a) e totais (b) do parâmetro  $Y_0$ , para o Retorno Elástico.

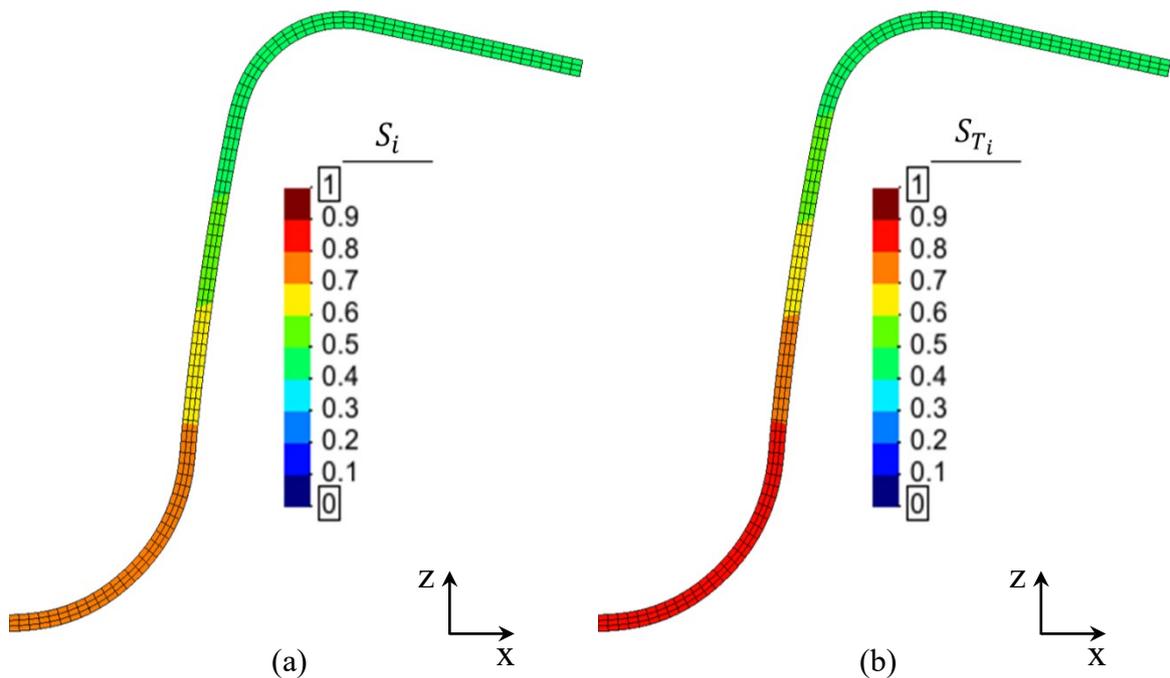
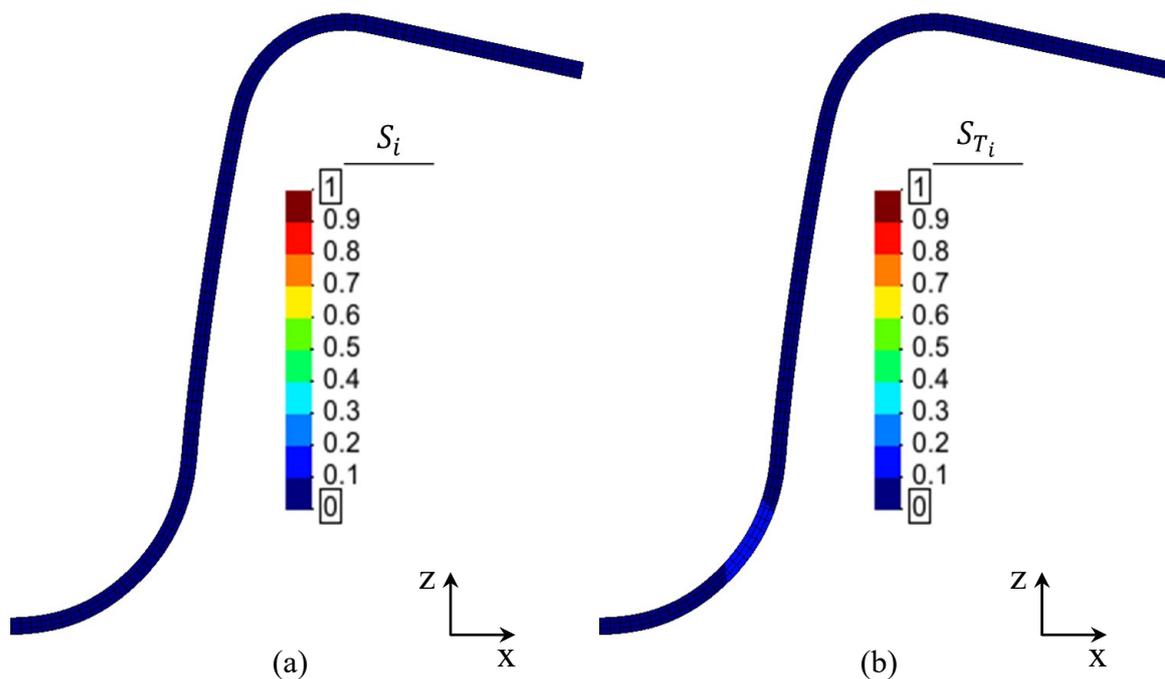
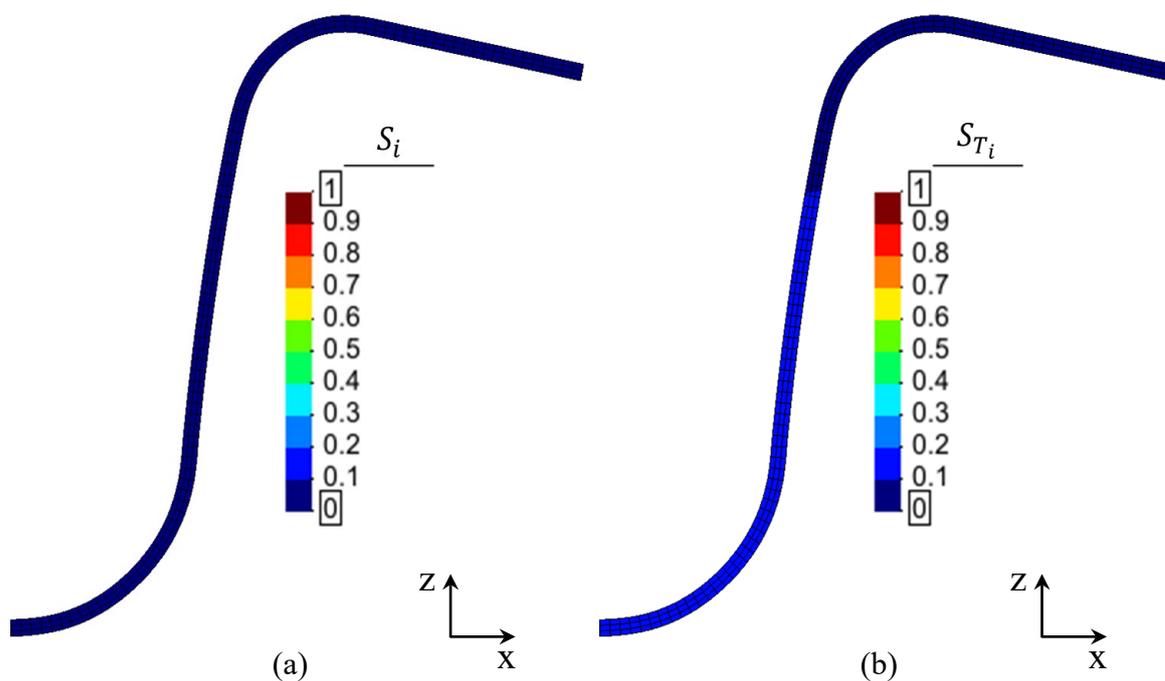


Figura B.31 Distribuição dos índices de Sobol de primeira ordem (a) e totais (b) do parâmetro  $MU$ , para o Retorno Elástico.

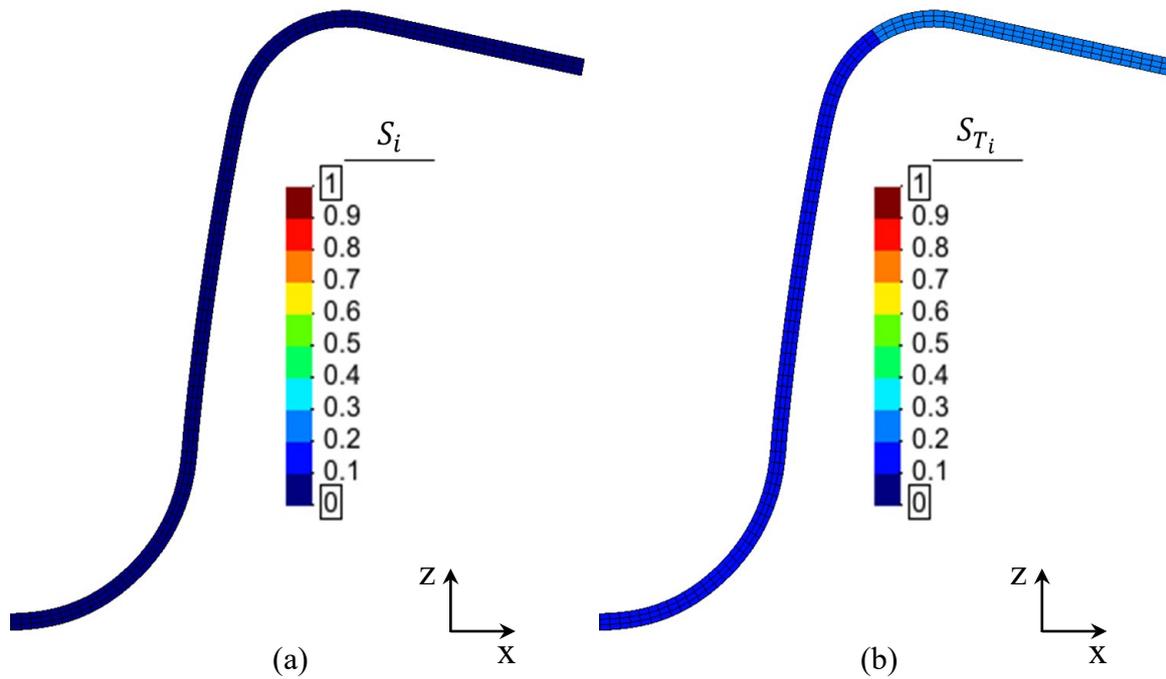


**Figura B.32** Distribuição dos índices de Sobol de primeira ordem (a) e totais (b) do parâmetro *PR*, para o Retorno Elástico.

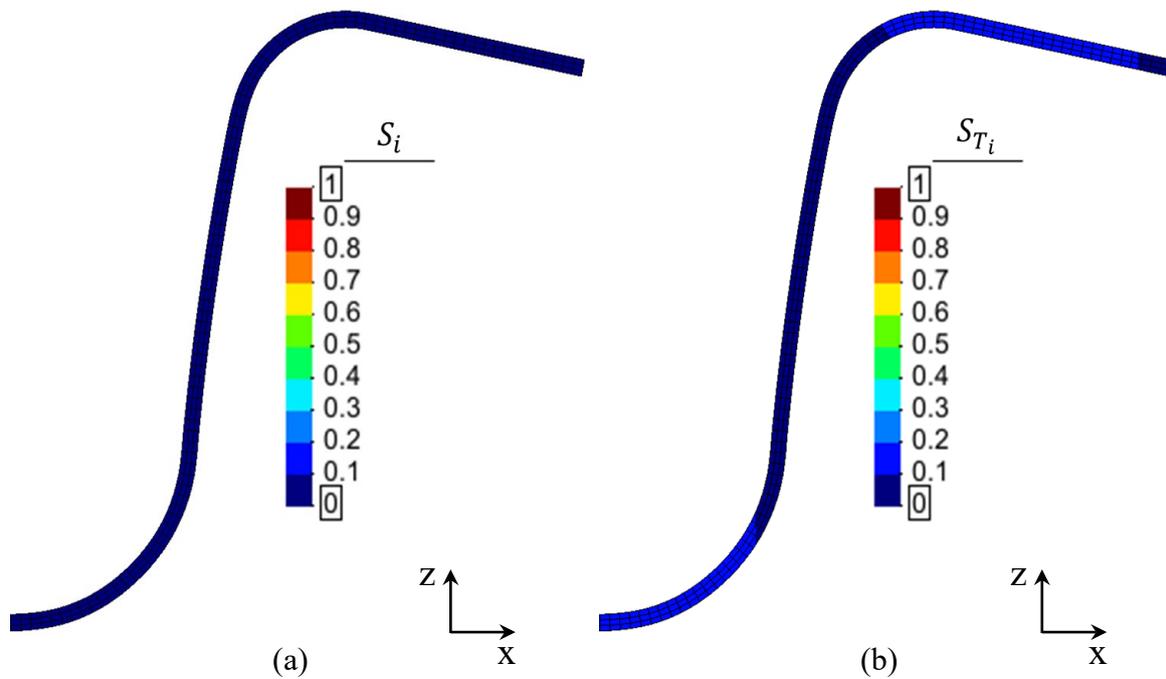


**Figura B.33** Distribuição dos índices de Sobol de primeira ordem (a) e totais (b) do parâmetro *BHF*, para o Retorno Elástico.

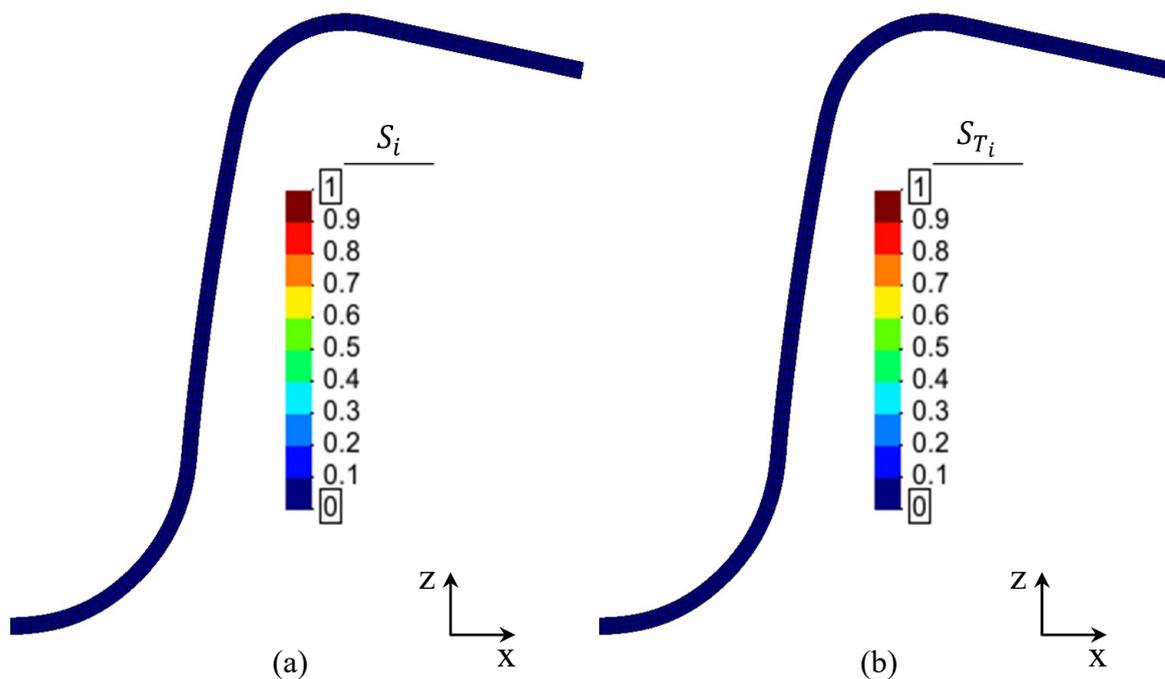
- Alteração de Geometria



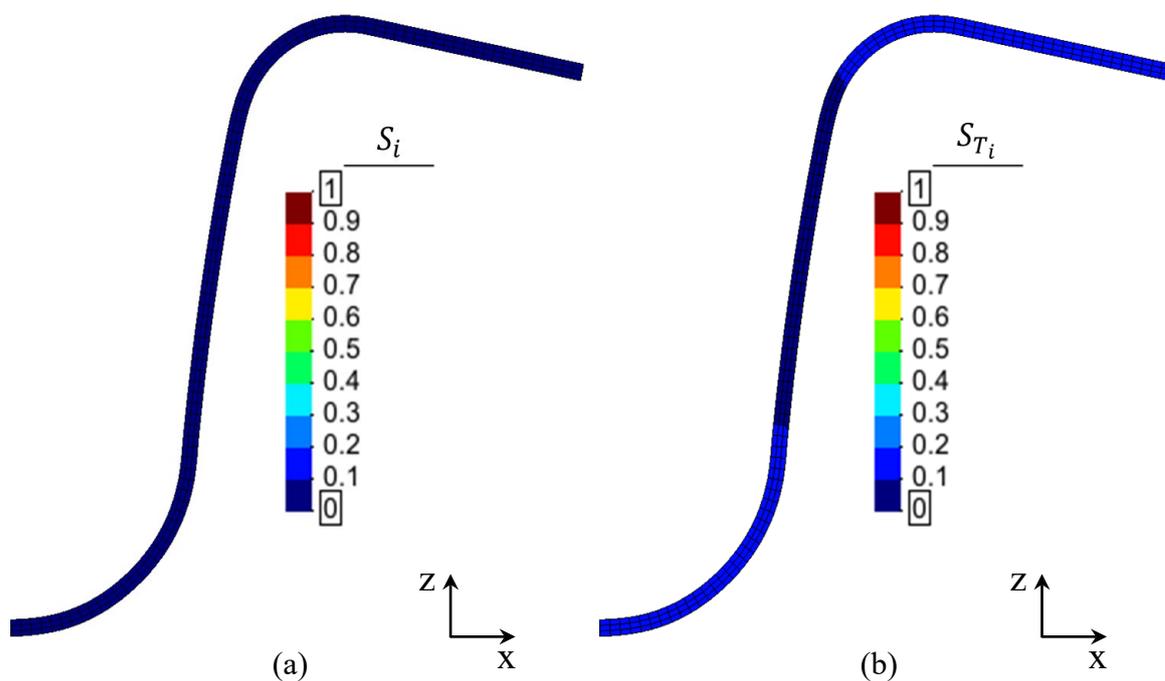
**Figura B.34** Distribuição dos índices de Sobol de primeira ordem (a) e totais (b) do parâmetro  $E$  para a Alteração de Geometria.



**Figura B.35** Distribuição dos índices de Sobol de primeira ordem (a) e totais (b) do parâmetro  $r_0$  para a Alteração de Geometria.



**Figura B.36** Distribuição dos índices de Sobol de primeira ordem (a) e totais (b) do parâmetro  $r_{45}$  para a Alteração de Geometria.



**Figura B.37** Distribuição dos índices de Sobol de primeira ordem (a) e totais (b) do parâmetro  $r_{90}$  para a Alteração de Geometria.

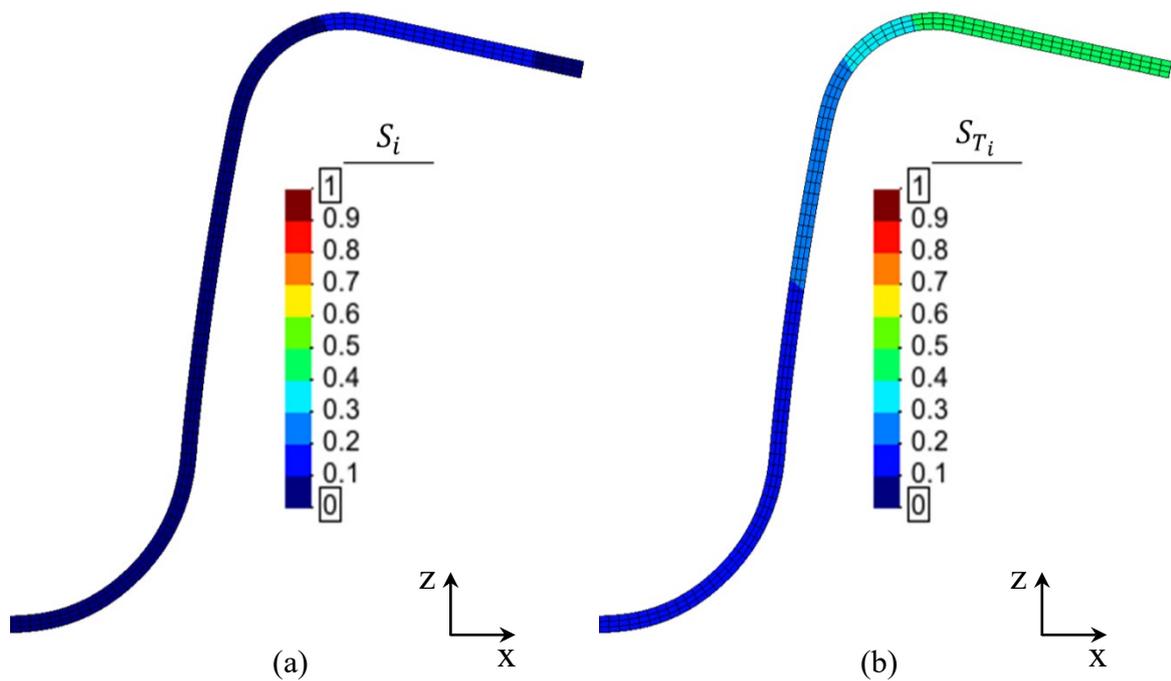


Figura B.38 Distribuição dos índices de Sobol de primeira ordem (a) e totais (b) do parâmetro  $n$  para a Alteração de Geometria.

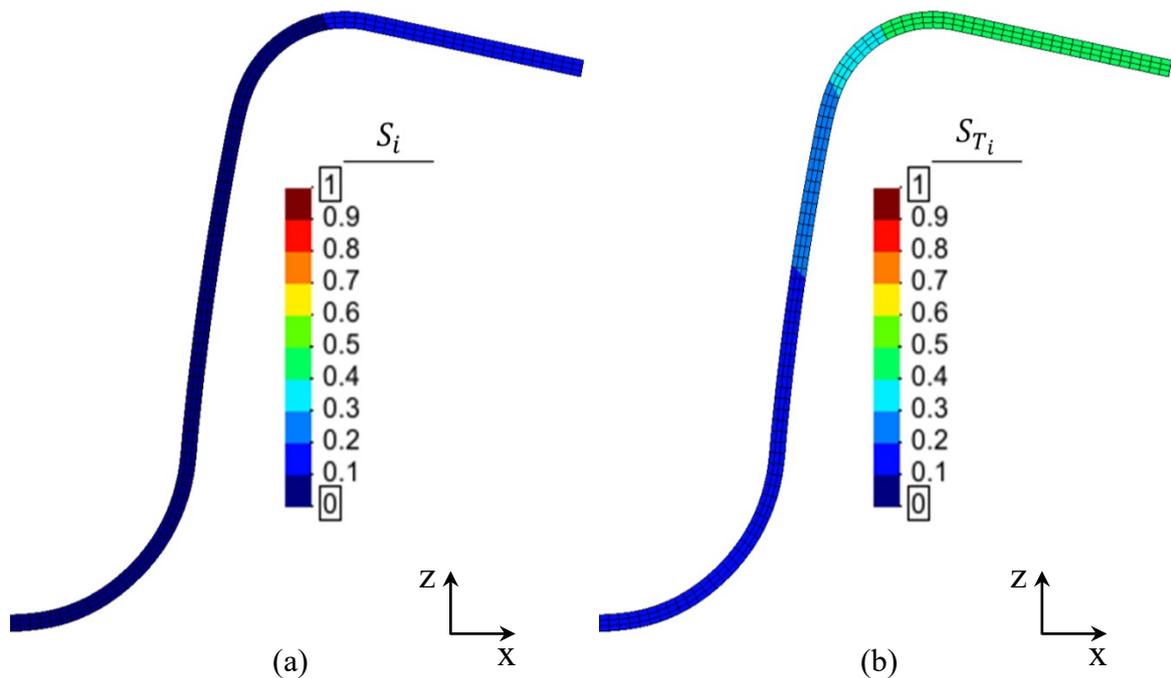
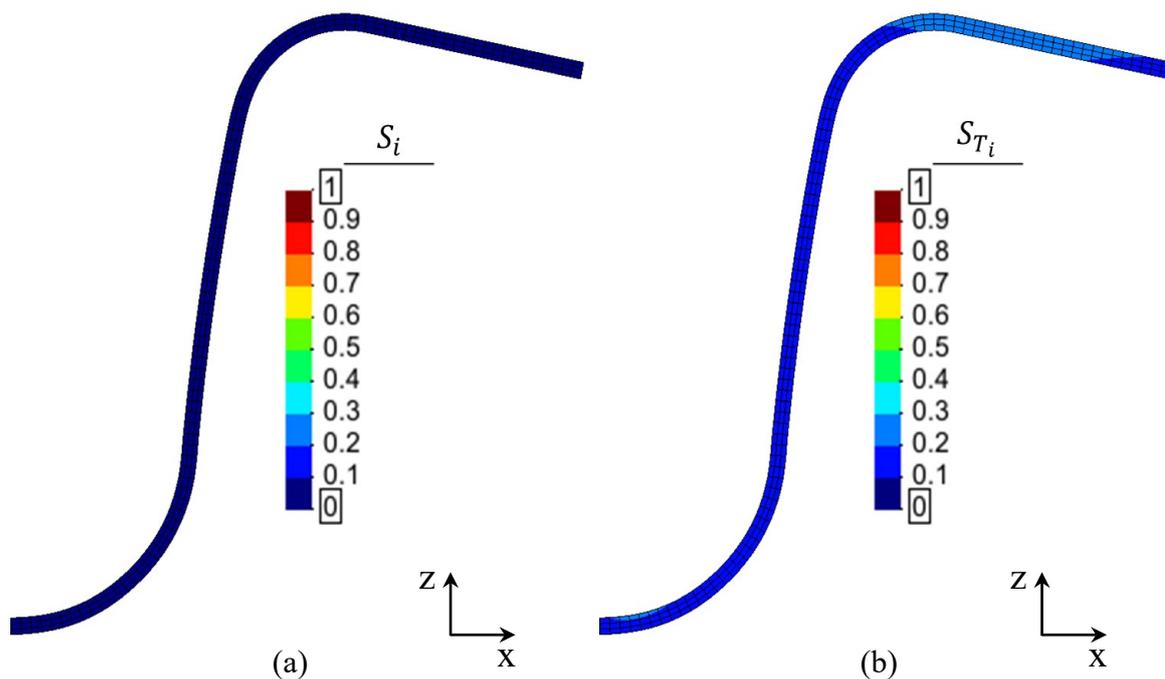
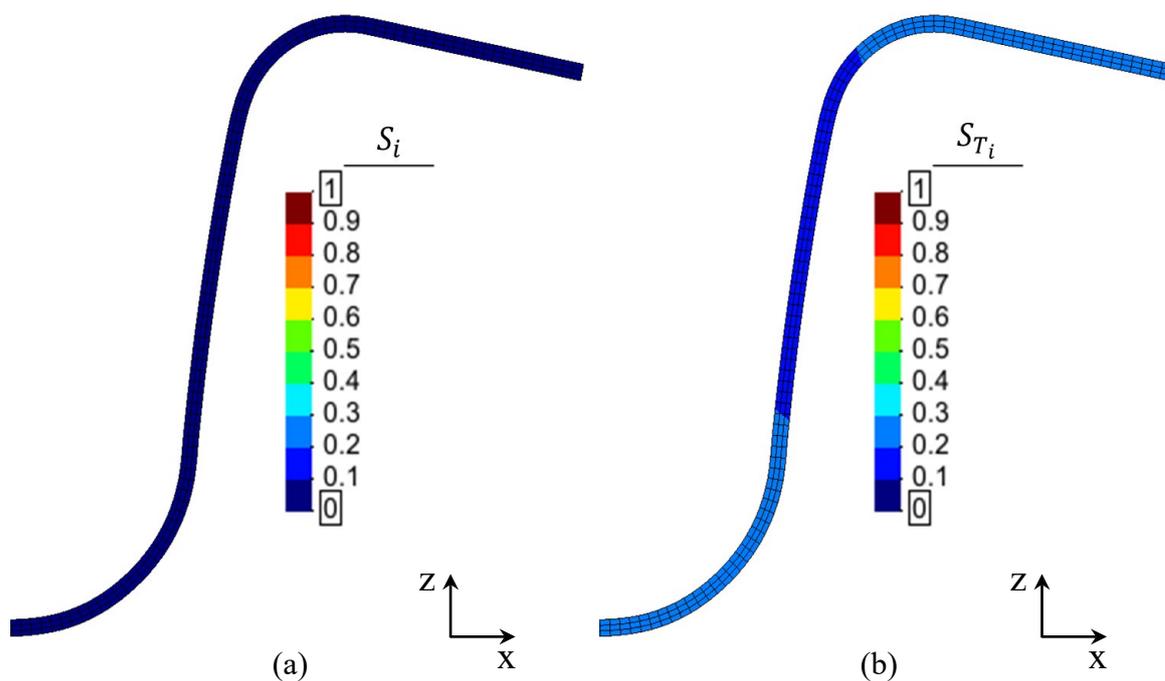


Figura B.39 Distribuição dos índices de Sobol de primeira ordem (a) e totais (b) do parâmetro  $C$ , para a Alteração de Geometria.



**Figura B.40** Distribuição dos índices de Sobol de primeira ordem (a) e totais (b) do parâmetro  $t_0$ , para a Alteração de Geometria.



**Figura B.41** Distribuição dos índices de Sobol de primeira ordem (a) e totais (b) do parâmetro  $Y_0$ , para a Alteração de Geometria.

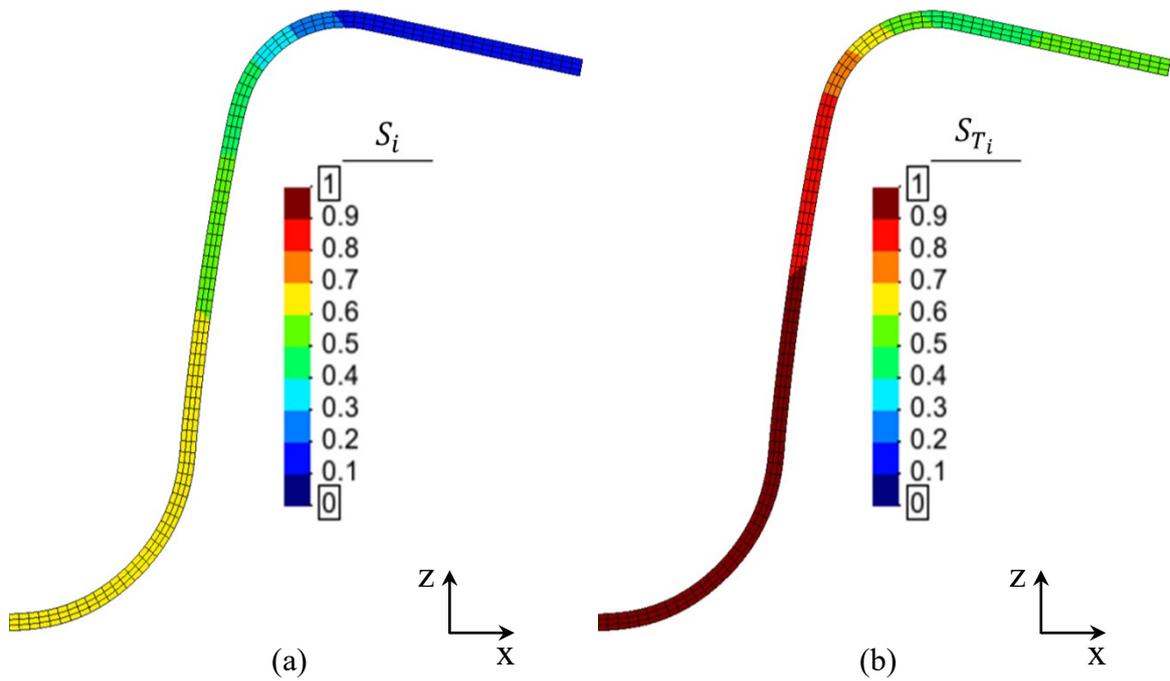


Figura B.42 Distribuição dos índices de Sobol de primeira ordem (a) e totais (b) do parâmetro  $MU$ , para a Alteração de Geometria.

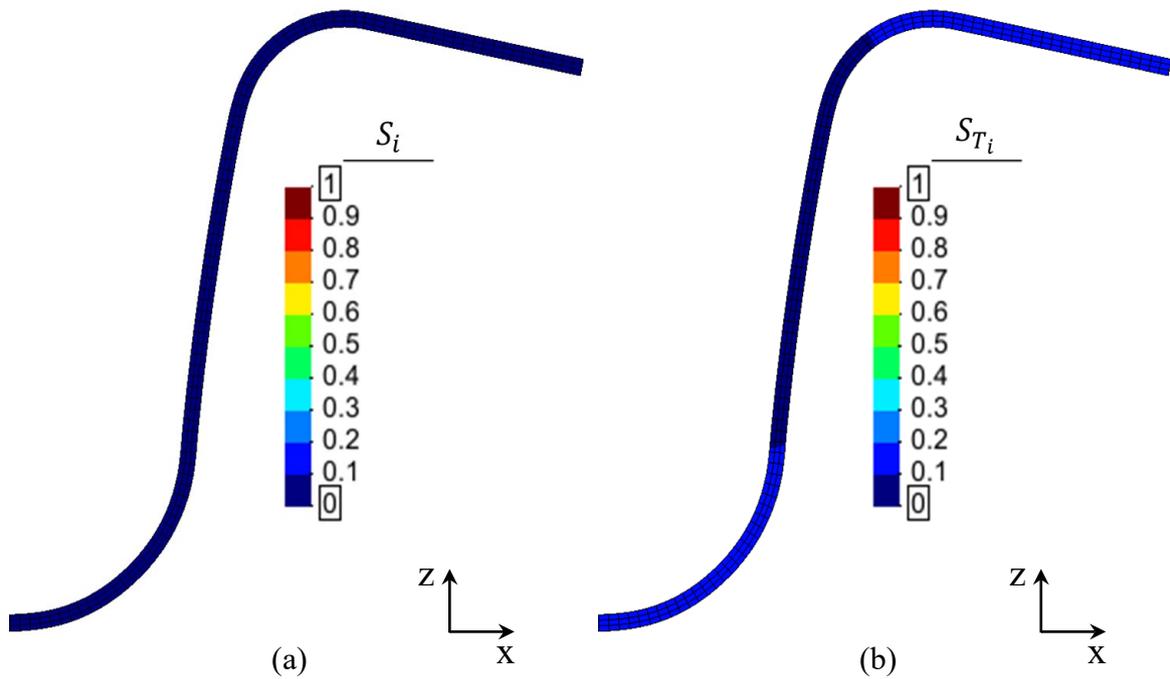
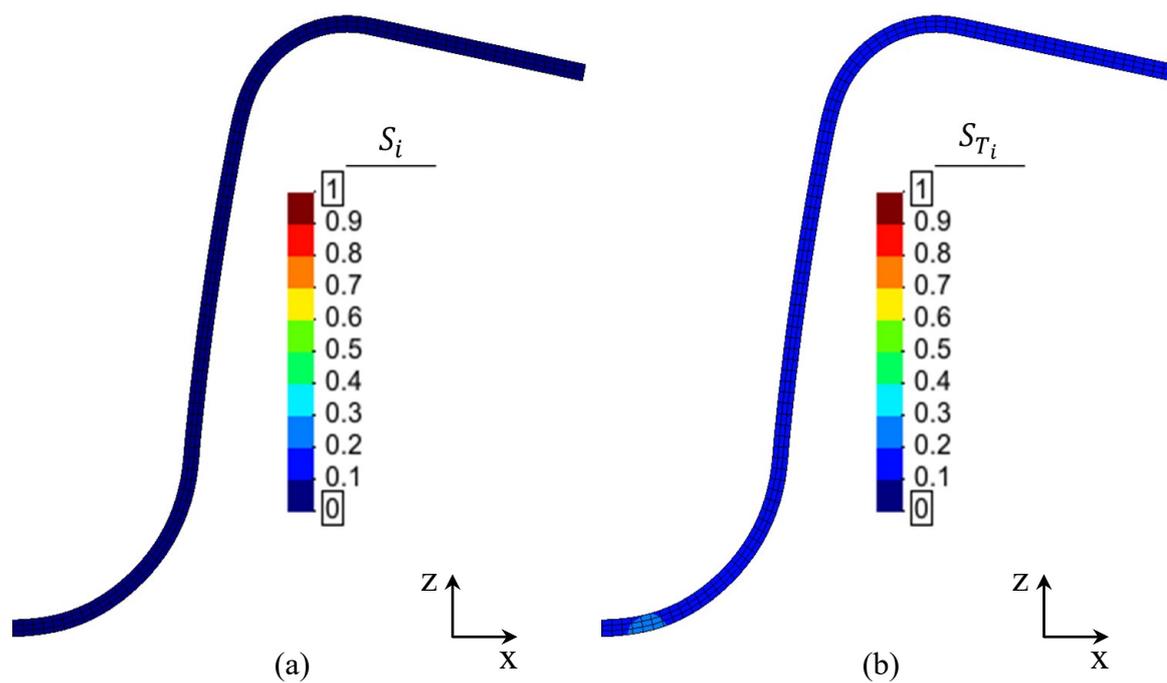


Figura B.43 Distribuição dos índices de Sobol de primeira ordem (a) e totais (b) do parâmetro  $PR$ , para a Alteração de Geometria.



**Figura B.44** Distribuição dos índices de Sobol de primeira ordem (a) e totais (b) do parâmetro *BHF*, para a Alteração de Geometria.