



UNIVERSIDADE D  
COIMBRA

Miguel António Fernandes Pereira Ruivo

**ESTUDO NUMÉRICO DO PROCESSO DE  
ESTAMPAGEM DE UMA TAÇA QUADRADA: UMA  
ANÁLISE ESTOCÁSTICA**

Dissertação no âmbito do Mestrado Integrado em Engenharia Mecânica na especialidade de Produção e Projeto orientada pelo Doutor André Filipe Gomes Pereira e pelo Doutor Pedro André Dias Prates e apresentada ao Departamento de Engenharia Mecânica da Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra.

Outubro de 2020



1 2



9 0

FACULDADE DE  
CIÊNCIAS E TECNOLOGIA  
UNIVERSIDADE DE  
COIMBRA

# **Estudo numérico do processo de estampagem de uma taça quadrada: uma análise estocástica**

Dissertação apresentada para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia  
Mecânica na Especialidade de Produção e Projeto

## **Numerical study of the square cup stamping process: a stochastic analysis**

**Autor**

**Miguel António Fernandes Pereira Ruivo**

**Orientadores**

**André Filipe Gomes Pereira**

**Pedro André Dias Prates**

**Júri**

<b>Presidente</b>	<b>Professor Doutor José Valdemar Bidarra Fernandes</b> <b>Professor Catedrático da Universidade de Coimbra</b>
<b>Orientador</b>	<b>Professor Doutor André Filipe Gomes Pereira</b> <b>Investigador Doutoramento da Universidade de Coimbra</b>
<b>Vogais</b>	<b>Professora Doutora Marta Cristina Cardoso de Oliveira</b> <b>Professora Associada da Universidade de Coimbra</b>

**Coimbra, outubro, 2020**



“Remember to celebrate milestones as you prepare for the road ahead.”

Nelson Mandela



## **Agradecimentos**

A realização deste trabalho não teria sido possível sem a contribuição de várias pessoas às quais quero expressar o meu mais profundo agradecimento.

Ao Professor André Filipe Gomes Pereira e ao Professor Pedro André Dias Prates por todos os conhecimentos partilhados, pela enorme disponibilidade demonstrada, ajuda, orientação e comentários construtivos. Agradeço também a boa disposição e motivação durante a realização deste trabalho, especialmente atendendo à situação muito difícil de pandemia que todos nós vivemos.

Aos meus pais e aos meus irmãos João e Pedro, por todo o apoio e motivação, por toda a alegria que sempre me transmitiram e, acima de tudo, pela enorme amizade.

À Isa não só pela sua ajuda na construção deste trabalho, como também, e principalmente, pela grande amizade.

Ao meu grupo de amigos mais próximos por todos os belos e inesquecíveis momentos vividos, tanto a nível académico como a nível pessoal. Não poderia ter tido melhor companhia ao longo de todo este curso.

Aos meus amigos, que mesmo não estando ligados a este mundo académico, sempre mostraram uma grande amizade e preocupação por mim.

A todos os outros professores e colegas que, de forma direta ou indireta, contribuíram para a realização deste trabalho.

Esta dissertação foi realizada no âmbito dos projetos RIFORMING (PTDC/EME-EME/31243/2017) e EZ-SHEET (PTDC/EME-EME/31216/2017), cofinanciados pelo Fundo Europeu de Desenvolvimento Regional (FEDER), através do programa Portugal-2020 (PT2020), no âmbito do Programa Operacional Competitividade e Internacionalização (POCI-01-0145-FEDER-031243, POCI-01-0145-FEDER-031216) e pela Fundação para a Ciência e Tecnologia (FCT) através de fundos nacionais (PIDDAC); também foi patrocinada com fundos FEDER através do programa COMPETE - Programa Operacional Factores de Competitividade - e com fundos nacionais através da FCT, no âmbito do projeto UIDB/00285/2020.

Cofinanciado por:





## Resumo

Na indústria, cada vez mais é dada importância à qualidade final dos componentes produzidos. De forma a garantir esta qualidade, é importante definir quais os parâmetros a considerar como sendo importantes e cujo controlo deve ser prioritário. Com isto em vista, nesta dissertação é apresentado um estudo numérico sobre a influência da variabilidade dos parâmetros associados ao comportamento mecânico do material e às condições do processo, nos resultados da estampagem de uma taça quadrada. Nesta análise assume-se variabilidade nas propriedades elásticas, nos parâmetros constitutivos da lei de Swift, nos coeficientes de anisotropia, na espessura da chapa, no coeficiente de atrito e na força de aperto do cerra-chapas. O efeito da variabilidade destes parâmetros é avaliado na força do punção, na deformação plástica equivalente, na redução de espessura, na alteração de geometria e no retorno elástico.

Inicialmente, utilizou-se o método de quase-Monte Carlo para avaliar a média e o desvio padrão dos resultados das simulações, tendo em conta a variabilidade nos parâmetros de entrada. Com base nesta análise foi possível concluir que a alteração de geometria e o retorno elástico são as respostas mais sensíveis à variabilidade nos parâmetros de entrada; sendo que a zona da aba da taça é aquela cujo efeito da variabilidade é mais significativo.

Posteriormente, realizou-se uma análise de sensibilidade com base na variância. Nesta análise, foram utilizados índices de Sobol de primeira ordem, para identificar os parâmetros de entrada com maior efeito na variabilidade dos resultados, e também índices de Sobol totais, para estimar o efeito das interações entre os vários parâmetros na variabilidade dos resultados. Concluiu-se que os parâmetros mais importantes são o  $n$  e o  $C$  da lei de Swift, o coeficiente de anisotropia  $r_{90}$  e que o efeito das interações apenas é relevante para a alteração de geometria. Para além disso, verificou-se que os índices de Sobol não são adequados para avaliar a influência no retorno elástico, uma vez que esta resposta tem uma distribuição multimodal, pelo que devem ser utilizadas outros índices de sensibilidade.

Com o objetivo de reduzir o número de simulações necessário ao cálculo dos índices de Sobol, é utilizado o metamodelo *Polynomial Chaos Expansion*. Os resultados dos índices de Sobol obtidos com o metamodelo foram comparados com os obtidos através do método de quase-Monte Carlo. Concluiu-se que a utilização do metamodelo permitiu reduzir significativamente o tempo de computação associado à análise de sensibilidade, sem prejudicar os resultados da mesma.

**Palavras-chave:** Estampagem de uma Taça Quadrada; Análise de Sensibilidade; Índices de Sobol; Metamodelação.

## Abstract

In the industry, it is becoming more and more important to guarantee the quality of the produced components. To ensure this quality, it is important to define which parameters should be considered important and which ones' control must be prioritized. With this goal, in this dissertation is presented a numerical study about the influence of the variability of the parameters associated with the mechanical behavior of the material and the process conditions, in the stamping results of a square cup. In this analysis is assumed variability in the elastic properties, Swift law constitutive parameters, anisotropy coefficients, sheet thickness, friction coefficient and in the blank-holder force. The effect of these parameters' variability is evaluated in the punch force, equivalent plastic strain, thickness reduction, change of geometry and in the springback.

Firstly, the quasi-Monte Carlo method was used to evaluate the average and standard deviation values of the simulation outputs, considering the variability of the input parameters. With this analysis, it was possible to conclude that the change of geometry and the springback are the outputs most sensible to the variability of the input parameters; and that the top of the square cup is the zone where the effect of the variability is more significant.

Afterwards, a variance-based sensitivity analysis was done. In this analysis, first order Sobol indices were used to identify the input parameters with more effect in the output's variability, and total Sobol indices were used to estimate the effect of the interactions between the different input parameters in the outputs' variability. It was concluded that the input parameters with more effect are the Swift law coefficients,  $n$  and  $C$ , the anisotropy coefficient  $r_{90}$  and that the effect of the interactions is only relevant for the geometry change. Furthermore, it was verified that the Sobol indices are not suitable to evaluate the influence of the input parameters in the springback, since this output have a multimodal distribution, thus different sensitivity indices must be used.

With the goal to reduce the number of necessary simulations to compute the Sobol indices, a Polynomial Chaos Expansion metamodel is utilized. The values obtained for the Sobol indices using this metamodel were compared to the ones obtained with the quasi-Monte Carlo method. It was concluded that the use of the metamodel allowed to

significantly reduce the computation time associated to the sensitivity analysis, without compromising the results.

**Keywords** Stamping of a Square Cup; Sensitivity Analysis; Sobol Indices; Metamodeling.

---

## Índice

Índice de Figuras .....	ix
Índice de Tabelas .....	xiii
Simbologia e Siglas .....	xv
Simbologia Grega .....	xv
Simbologia Romana .....	xv
Siglas .....	xvii
1. Introdução .....	1
1.1. Motivação .....	1
1.2. Variabilidade .....	3
1.3. Análise de sensibilidade .....	5
1.4. Objetivos .....	9
1.5. Estrutura da dissertação .....	9
2. Modelação da Variabilidade .....	11
2.1. Modelo numérico .....	11
2.2. Variabilidade dos parâmetros do modelo .....	12
2.3. Resultados para a simulação de referência .....	14
2.4. Simulações com variabilidade nos parâmetros de entrada .....	15
3. Análise de sensibilidade .....	19
3.1. Índices de Sobol .....	19
3.1.1. Cálculo dos índices de Sobol .....	21
3.2. Desenvolvimento da experiência .....	24
3.3. Análise dos resultados .....	26
3.3.1. Índices de Sobol de primeira ordem e totais .....	26
3.3.2. Conclusões e comparação entre os resultados obtidos .....	41
4. Metamodelação .....	45
4.1. Polynomial Chaos Expansion .....	45
4.1.1. Aplicação do PCE em análises de sensibilidade .....	46
4.1.2. Análise dos resultados .....	47
5. Conclusões .....	53
Referências Bibliográficas .....	57
Apêndice A – Distribuição dos índices de sobol de primeira ordem na peça final .....	61
Apêndice B – Distribuição dos índices de sobol totais na peça final .....	69



## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1.1 – Representação esquemática de um processo de estampagem. ....	2
Figura 1.2 – Influência dos parâmetros: $Z_1$ (a), $Z_2$ (b), $Z_3$ (c) e $Z_4$ (d) no valor da função $L$ (Adaptado de Saltelli <i>et al.</i> , 2008).....	6
Figura 1.3 – Cálculo da área de um triângulo através do método de Monte Carlo com: 20 pontos (a); 200 pontos (b). ....	7
Figura 1.4 – Comparação entre pontos gerados computacionalmente de forma: aleatória (a); quase-aleatória através da Sequência de Sobol (b). ....	8
Figura 2.1 – Curva força vs. Deslocamento do punção para o ensaio de estampagem de uma taça quadrada com o material DC06. ....	14
Figura 2.2 – Representação dos pontos onde ocorre o retorno elástico máximo (ponto 1), a deformação plástica equivalente máxima (ponto 2) e a redução de espessura máxima (ponto 3). ....	14
Figura 2.3 – Representação dos valores médios (esquerda) e dos valores de desvio padrão (direita) para: DPE (a); RE [%] (b); AG [mm] (c); REL [mm] (d). ....	17
Figura 3.1 – Fluxograma do funcionamento do programa em Python® para a utilização conjunta do Excel® e do software de elementos finitos DD3IMP. ....	25
Figura 3.2 – Comparação entre o cálculo dos índices de Sobol através das equações: (3.10) (Saltelli <i>et al.</i> , 2008) (a); (3.12) (Janon <i>et al.</i> , 2014) (b). ....	26
Figura 3.3 – Representação para a força final do punção dos índices de Sobol de: primeira ordem (a); totais (b). ....	28
Figura 3.4 – Comparação entre os índices de Sobol de primeira ordem e os índices de Sobol totais para a força final do punção. ....	28
Figura 3.5 – Representação para a deformação plástica equivalente máxima dos índices de Sobol de: primeira ordem (a); totais (b). ....	29
Figura 3.6 – Comparação entre os índices de Sobol de primeira ordem e os índices de Sobol totais para a deformação plástica equivalente máxima. ....	29
Figura 3.7 – Distribuição dos índices de Sobol de primeira ordem para a deformação plástica equivalente na peça correspondentes aos parâmetros: $n$ (a); $C$ (b); $r_{45}$ (c); $r_{90}$ (d). ....	30
Figura 3.8 – Distribuição dos índices de Sobol totais para a deformação plástica equivalente na peça correspondentes aos parâmetros: $n$ (a); $C$ (b); $r_{45}$ (c); $r_{90}$ (d). ....	31
Figura 3.9 – Representação para a redução de espessura máxima dos índices de Sobol de: primeira ordem (a); totais (b). ....	32

Figura 3.10 – Comparação entre os índices de Sobol de primeira ordem e os índices de Sobol totais para a redução de espessura máxima. ....	32
Figura 3.11 – Distribuição dos índices de Sobol de primeira ordem na peça para a redução de espessura correspondentes aos parâmetros: $n$ (a); $C$ (b); $r_0$ (c); $r_{45}$ (d); $r_{90}$ (e). ....	33
Figura 3.12 – Distribuição dos índices de Sobol totais na peça para a redução de espessura correspondentes aos parâmetros: $n$ (a); $C$ (b); $r_0$ (c); $r_{45}$ (d); $r_{90}$ (e). ....	34
Figura 3.13 – Representação para as variações na geometria dos índices de Sobol de: primeira ordem (a); totais (b). ....	35
Figura 3.14 – Comparação entre os índices de Sobol de primeira ordem e os índices de Sobol totais para a alteração de geometria. ....	35
Figura 3.15 – Distribuição dos Índices de Sobol de primeira ordem na peça para a alteração de geometria correspondentes aos parâmetros: $n$ (a); $r_0$ (b); $r_{45}$ (c); $r_{90}$ (d). ....	36
Figura 3.16 – Distribuição dos índices de Sobol totais na peça para a alteração de geometria correspondentes aos parâmetros: $n$ (a); $r_0$ (b); $r_{45}$ (c); $r_{90}$ (d). ....	36
Figura 3.17 – Representação para retorno elástico máximo dos índices de Sobol de: primeira ordem (a); totais (b). ....	37
Figura 3.18 – Comparação entre os índices de Sobol de primeira ordem e os índices de Sobol totais para o retorno elástico máximo. ....	38
Figura 3.19 – Distribuição dos Índices de Sobol de primeira ordem na peça retorno elástico correspondentes aos parâmetros: $n$ (a); $C$ (b); $r_{90}$ (c); $BHF$ (d). ....	39
Figura 3.20 – Distribuição dos índices de Sobol totais na peça retorno elástico correspondentes aos parâmetros: $n$ (a); $C$ (b); $r_{90}$ (c); $BHF$ (d). ....	39
Figura 3.21 – Distribuição probabilística dos valores máximos do retorno elástico [mm].	40
Figura 3.22 – Análise de Pareto para o modelo considerando como resposta a: força final do processo (a); deformação plástica equivalente máxima (b); redução de espessura máxima (c); alteração de geometria máxima (d) ....	42
Figura 3.23 – Representação do parâmetro correspondente ao índice de Sobol de primeira ordem máximo em cada zona da peça para: DPE (a); RE (b); AG (c). O valor “0” corresponde a nós onde não há influência de nenhuma propriedade na resposta do modelo. ....	44
Figura 3.24 – Representação do parâmetro correspondente ao índice de Sobol total máximo em cada zona da peça para: DPE (a); RE (b); AG (c). O valor “0” corresponde a nós onde não há influência de nenhuma propriedade na resposta do modelo. ....	44
Figura 4.1 – Comparação entre os resultados obtidos através de simulações e através do PCE para a: força final máxima [kN] (a); deformação plástica equivalente máxima (b); redução de espessura máxima [%] (c); alteração de geometria máxima [mm] (d). ....	48
Figura 4.2 – Diferença absoluta entre o valor dos índices de Sobol de primeira ordem obtidos através de simulações e através do metamodelo. ....	50



---

Figura 4.3 – Diferença absoluta entre o valor dos índices de Sobol totais obtidos através de simulações e através do metamodelo. ....	51
Figura A.1 – Índices de Sobol de primeira ordem para a deformação plástica equivalente. ....	62
Figura A.2 – Índices de Sobol de primeira ordem para a redução na espessura. ....	64
Figura A.3 – Índices de Sobol de primeira ordem para a alteração de geometria. ....	66
Figura A.4 – Índices de Sobol de primeira ordem para o retorno elástico. ....	68
Figura B.1 – Índices de Sobol totais para a deformação plástica equivalente. ....	70
Figura B.2 – Índices de Sobol totais para a redução na espessura. ....	72
Figura B.3 – Índices de Sobol totais para a alteração de geometria. ....	74
Figura B.4 – Índices de Sobol totais para o retorno elástico. ....	76



---

## ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 2.1 – Valor médio e de desvio padrão de cada parâmetro constitutivo do aço DC06. .....	14
Tabela 2.2 – Valores de referência para as respostas do modelo. ....	15
Tabela 2.3 – Coeficientes de variação para as respostas do modelo estudadas.....	16
Tabela 4.1 – Erro médio empírico e coeficiente de regressão obtidos para as várias respostas do PCE. ....	49



## SIMBOLOGIA E SIGLAS

### Simbologia Grega

$\alpha$  – Multi-índice

$\beta_{\alpha}$  – Coeficientes associados ao PCE

$\bar{\varepsilon}^p, \varepsilon_o$  – Parâmetros constitutivos da lei de Swift

$\mu$  – Média

$\mu_0$  – Coeficiente de atrito entre a chapa e as ferramentas

$\nu$  – Coeficiente de Poisson

$\sigma$  – Desvio padrão

$\sigma_{Z_i}$  – Desvio padrão do parâmetro de entrada  $Z_i$  de uma função modelo

$\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}, \tau_{xy}, \tau_{xz}, \tau_{yz}$  – Componentes do tensor das tensões de Cauchy

$\Upsilon_i$  – Parâmetros de entrada de uma função modelo

$\Psi_{\alpha}$  – Base de polinómios ortogonais associados ao PCE

$\Omega$  – Conjunto de multi-índices  $\alpha$

$\Omega_i$  – Subespaço de  $\Omega$

### Simbologia Romana

$\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}_i, \mathbf{C}_{ij}$  – Matriz  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{B}$ ,  $\mathbf{C}_i$  e  $\mathbf{C}_{ij}$  de parâmetros de entrada do modelo

$BHF$  – Força de aperto do cerra-chapas

$C, n$  – Parâmetros constitutivos da lei de Swift

$E$  – Módulo de Elasticidade

$\widehat{ERRO}_E$  – Erro médio empírico

$F, G, H, L, M, N$  – Parâmetros de anisotropia do critério de Hill

$R^2$  – Coeficiente de regressão do metamodelo

$f_0$  – Valor médio das respostas do modelo

$k$  – Quantidade de parâmetros de entrada do modelo

$L$  – Função modelo

- $m$  – Ordem dos índices de Sobol
- $n$  – Quantidade de parâmetros de entrada utilizados no treino do metamodelo
- $N$  – Quantidade de simulações do modelo
- $p$  – Grau máximo dos polinómios de Hermite utilizados no metamodelo
- $QI^m$  – Quantidade de índices de Sobol de uma determinada ordem
- $Q$  – Quantidade de coeficientes  $\beta_\alpha$  utilizados no PCE
- $r_0$  – Coeficiente de anisotropia a  $0^\circ$  da direção de laminagem
- $r_{45}$  – Coeficiente de anisotropia a  $45^\circ$  da direção de laminagem
- $r_{90}$  – Coeficiente de anisotropia a  $90^\circ$  da direção de laminagem
- $S_i, S_j$  – Índices de Sobol de primeira ordem
- $S_{ij}$  – Índice de Sobol de segunda ordem
- $S_{T_i}, S_{T_j}$  – Índice de Sobol total
- $S_i^{PCE}$  – Índice de Sobol de primeira ordem calculado através do PCE
- $S_{T_i}^{PCE}$  – Índice de Sobol total calculado através do PCE
- $t_0$  – Espessura inicial da chapa
- $U$  – Resposta de um modelo obtida por simulação
- $V(U)$  – Variância da resposta de um modelo
- $V[E(U|X_i)]$  – Variância da expectativa condicional da resposta  $U$  tendo em conta apenas a variabilidade de  $X_i$
- $V[E(U|X_{\sim i})]$  – Variância da expectativa condicional da resposta  $U$  tendo em conta a variabilidade de todos os parâmetros de entrada, exceto  $X_i$
- $V[E(U|X_i, X_j)]$  – Variância da expectativa condicional da resposta  $U$  tendo em conta a variabilidade  $X_i$  e  $X_j$
- $V_{ij}$  – Variância na resposta de um modelo devido à interação entre duas variáveis
- $\mathbf{x}$  – Conjunto de parâmetros de entrada
- $x_i^{(l)}$  – Elemento de uma matriz de conjunto de parâmetros de entrada
- $X_i, X_j$  – Conjunto de parâmetros de entrada de um modelo
- $X_{\sim i}$  – Conjunto de parâmetro de um modelo constituído por todos os parâmetros exceto  $X_i$
- $\mathbf{y}_A, \mathbf{y}_B, \mathbf{y}_C, \mathbf{y}_{C_{ij}}$  – Respostas do modelo com parâmetros de entrada  $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}_i$  e  $\mathbf{C}_{ij}$

$y_A, y_B, y_{C_i}, y_{C_{ij}}$  – Elemento do vetor de respostas  $\mathbf{y}_A, \mathbf{y}_B, \mathbf{y}_{C_i}$  e  $\mathbf{y}_{C_{ij}}$

$y^{PCE}$  – Resposta do metamodelo PCE

$Y$  – Tensão limite de elasticidade

$Y_0$  – Tensão limite de elasticidade inicial

$Z_i$  – Parâmetros de entrada de uma função modelo

## **Siglas**

AG – Alteração de geometria

DD3IMP – Deep Drawing 3D IMPLICIT

DPE – Deformação plástica equivalente

FF – Força final

PCE – Polynomial Chaos Expansion

RE – Redução de espessura

REL – Retorno elástico





## 1. INTRODUÇÃO

Neste primeiro capítulo é apresentada a motivação deste estudo bem como de alguns conceitos que se consideram ser fundamentais para uma melhor compreensão dos temas abordados. São ainda discutidos os objetivos do trabalho e resumidos os temas a abordar em cada capítulo.

### 1.1. Motivação

Com os avanços tecnológicos que se fazem sentir atualmente, cada vez é dada mais importância à qualidade final dos componentes produzidos industrialmente. Para que a indústria se consiga manter competitiva, é necessário que seja seguido um constante processo de melhoria contínua e de controlo de qualidade. A indústria que recorre a processos de conformação de chapas metálicas é um destes casos. Estes processos são utilizados para a produção de componentes com as mais variadas aplicações, desde a produção de latas de refrigerantes à produção de peças para a indústria automóvel ou para a indústria aeronáutica.

A estampagem é um processo muito utilizado para a conformação de chapas metálicas. Permite a obtenção de produtos, com formas simples ou complexas, através de processos de deformação. A elevada cadência de produção, o reduzido custo de produção e o bom acabamento final são algumas das vantagens deste tipo de processos. Por outro lado, o custo do equipamento e das ferramentas é geralmente bastante elevado, pelo que, dependendo da quantidade de peças a produzir, pode não ser viável o investimento. Um processo de estampagem, como o representado na Figura 1.1, tem quatro componentes fundamentais, a chapa, o punção, o cerra-chapas e a matriz para onde escoo o material. No início do processo é colocada uma chapa entre o cerra-chapas e a matriz, sendo aplicada ao primeiro uma determinada força de modo a controlar o escoamento do material. Após o fecho do cerra-chapas, um punção desloca-se em direção à chapa e força o material a entrar na cavidade da matriz, conferindo a forma pretendida ao componente.

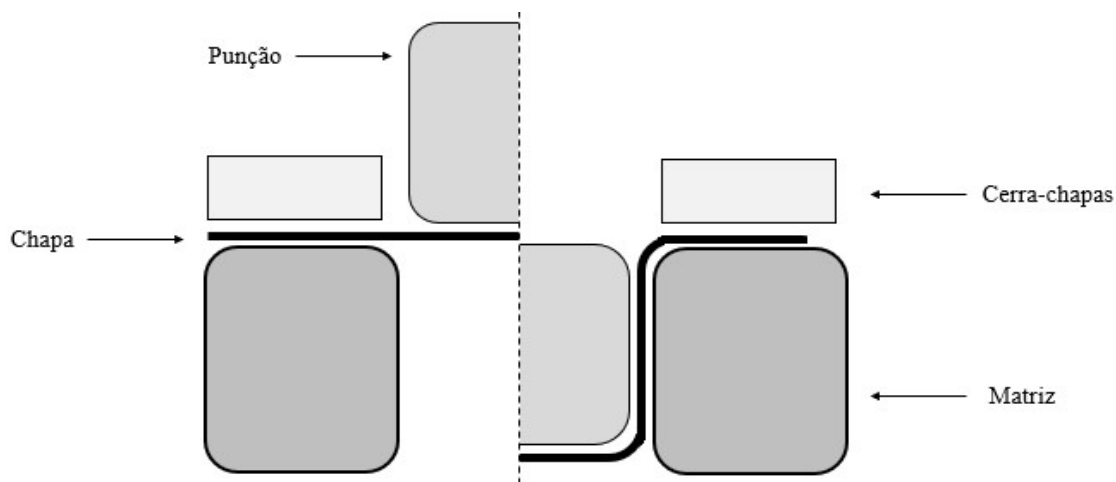


Figura 1.1 – Representação esquemática de um processo de estampagem.

Um processo de conformação por estampagem depende da geometria da ferramenta e de diversos outros parâmetros como: as propriedades mecânicas do material; a posição e a geometria inicial da chapa; o coeficiente de atrito entre a ferramenta e a chapa; ou a força de aperto do cerra-chapas. Devido a isto, determinar as condições ideais do processo pode ser uma tarefa bastante exaustiva ou mesmo impraticável. Para otimizar as condições do processo pode recorrer-se a uma abordagem de tentativa-erro, em que se realizam inúmeras estampagens onde a cada estampagem defeituosa se altera uma ou várias condições do processo até se obter o resultado desejado. No entanto, esta é uma abordagem que traz consigo diversas desvantagens pois é demorada e cara, nomeadamente quando é necessário modificar as ferramentas de estampagem. Com a evolução computacional, esta metodologia deixou de ser utilizada e, para o mesmo objetivo, recorre-se à análise de elementos finitos. Esta abordagem permite reduzir o custo e o tempo de otimização do processo de estampagem e simultaneamente melhorar a qualidade final. O uso de análises de elementos finitos permite reduzir o tempo de desenvolvimento das ferramentas de estampagem em aproximadamente 50 % (Schedin, 1992).

Como referido no parágrafo anterior, as propriedades do material têm grandes implicações no processo de estampagem. Para esta tecnologia de conformação por deformação plástica podem ser utilizados diversos aços, sendo os mais comuns na indústria automóvel os aços de baixo carbono, aços de alta dureza, e aços de múltiplas fases (Rana & Singh, 2016).

Geralmente, numa análise de elementos finitos, apenas se consideram os valores

fixos de cada parâmetro de entrada. No entanto, as propriedades mecânicas variam de chapa para chapa pelo que é muito pouco comum que o produto final do processo de estampagem seja exatamente igual a um outro da mesma série. Além disso, também a variabilidade nas condições do processo, por exemplo na força de aperto do cerra-chapas, leva a diferenças na peça final. Estas fontes de variabilidade podem provocar defeitos no produto final e a eventual rejeição da peça, por exemplo devido a um excessivo valor de redução de espessura ou de retorno elástico. Posto isto, entende-se que a variabilidade das propriedades mecânicas dos materiais e dos processos é um fenómeno que se deve ter em atenção em análises de elementos finitos.

Assim, a principal motivação para a realização desta dissertação é avaliar a influência da variabilidade das propriedades mecânicas e das condições do processo no produto final, recorrendo para isso à análise de elementos finitos e a análises de sensibilidade.

## **1.2. Variabilidade**

Como mencionado anteriormente, as fontes de variabilidade podem afetar significativamente a qualidade dos produtos obtidos por estampagem. Nos processo de conformação por estampagem, a variabilidade pode estar associada às seguintes fontes (de Souza & Rolfe, 2008):

- Material: variações nas propriedades mecânicas do material, por exemplo no módulo de elasticidade, ou no esboço inicial de cada chapa, nomeadamente na espessura;
- Ferramenta: o desgaste nas ferramentas pode levar à redução da qualidade do produto final;
- Processo: variações da força de aperto do cerra-chapas, deslocamento e velocidade do punção, ou até de lubrificação;
- Causas aleatórias: fatores externos, alheios ao material ou ao processo, que podem contribuir para a existência de defeitos.

Nos últimos anos, inúmeros trabalhos de investigação têm vindo a avaliar a influência de vários parâmetros, geralmente associados ao material e às condições do processo, no produto final, recorrendo para isso a diversas metodologias.

Gao *et al.*, (2009), estudaram a influência da tensão limite de elasticidade, do coeficiente de encruamento e do módulo de elasticidade na estampagem de superfícies finas hemisféricas, concluindo que as duas primeiras propriedades são as que mais influenciam a redução de espessura, a deformação plástica e a força do punção. Msolli *et al.*, (2016), avaliaram o efeito da anisotropia plástica nas curvas limite de estampagem, verificando que há uma forte dependência do valor do coeficiente de anisotropia (na direção de laminagem) no limite de ductilidade. Verma & Haldar, (2007), estudaram a influência da anisotropia no retorno elástico, em aços de alta resistência, e concluíram que os materiais mais anisotrópicos, em geral, revelam um maior retorno elástico. Papeleux & Ponthot, (2002), estudaram a influência da força de aperto do cerra-chapas e do coeficiente de atrito no retorno elástico, na estampagem de um perfil em U. Os autores concluíram que para pequenas forças de aperto o retorno elástico aumenta com o aumento do valor da força, enquanto que para grandes forças de aperto o retorno elástico diminui com o aumento valor da força. Além disso, concluíram que para pequenos valores do coeficiente de atrito, este revela ser um fator significativo no retorno elástico. Marretta & Di Lorenzo, (2010), avaliaram, para ligas de alumínio, o efeito da variabilidade das propriedades mecânicas e da força de aperto do cerra-chapas, na redução de espessura e no retorno elástico, na estampagem de um perfil em S e em U. Os autores concluíram que a influência das propriedades mecânicas depende da força de aperto do cerra-chapas, sendo que as propriedades com maior influência são os parâmetros  $C$  e  $n$  da lei de Swift e os coeficientes de anisotropia em certos casos. Para a redução de espessura, o módulo de elasticidade não apresenta qualquer influência. Neste trabalho foi também apresentada uma abordagem para a análise de sensibilidade que acopla simulações obtidas pelo método de Monte Carlo a metamodelos. No entanto, neste estudo foi utilizado apenas uma técnica de desenho de experiências, o *central composite design*. Prates *et al.*, (2018), estudaram também o efeito da variabilidade das propriedades mecânicas no processo de estampagem de um perfil em U utilizando diferentes técnicas de desenho de experiências, *one-factor-at-a-time*, *1/16th fractional factorial design* e *Plackett-Burman*. Foram realizadas análises de sensibilidade baseadas em índices de influência e na variância para cada um dos diferentes desenhos de experiências, concluindo que todas conduzem a resultados idênticos. Construíram ainda metamodelos com os fatores de maior importância de modo a avaliar a variabilidade das respostas. Marques *et al.*, (2020), compararam o desempenho de diferentes técnicas de

metamodelação, paramétricas e não paramétricas aplicadas na estampagem de um perfil em U e de uma taça quadrada. Para ambos os ensaios foram realizadas simulações com três materiais diferentes com o objetivo de treinar e testar os diferentes metamodelos. Concluíram que os metamodelos com melhor desempenho são os Processos Gaussianos, o *Multi-layer Perceptron*, os *Support Vector Machines*, a *Kernel Ridge Regression* e o *Polynomial Chaos Expansion*.

### 1.3. Análise de sensibilidade

Uma análise de sensibilidade pode ser definida como o estudo da forma como a variabilidade dos parâmetros de entrada de um modelo influencia a sua resposta. A utilização de análises de sensibilidade permite a identificação dos parâmetros de entrada mais críticos, a simplificação de modelos e ainda o estabelecimento de prioridades em futuras investigações (Saltelli *et al.*, 2008).

De forma a entender melhor o que é uma análise de sensibilidade e o porquê de estas serem utilizadas nas mais variadas áreas, é apresentada, sobre este tema, uma abordagem explicativa simples (Saltelli *et al.*, 2008). Começa-se por considerar uma função modelo dada por:

$$L = \sum_{i=1}^n Y_i Z_i, \quad (1.1)$$

onde os parâmetros de entrada são  $X = (Y_1, Y_2, \dots, Y_n, Z_1, Z_2, \dots, Z_n)$ . Assume-se que os parâmetros  $Y_i$  são coeficientes fixos e que apenas os parâmetros  $Z_i$  podem variar. Os valores dos parâmetros  $Z_i$  podem ser caracterizados através de uma distribuição normal com média zero e com um desvio padrão  $\sigma_{Z_i}$ , tal que:

$$Z_i \sim N(0, \sigma_{Z_i}). \quad (1.2)$$

Assume-se também que:

$$\begin{aligned} \sigma_{Z_1} < \sigma_{Z_2} < \dots < \sigma_{Z_n}, \\ Y_1 = Y_2 = \dots = Y_n = \text{constante}. \end{aligned} \quad (1.3)$$

Tendo isto em conta, por exemplo através do método de Monte Carlo (Caflich, 1998), pode gerar-se computacionalmente a experiência descrita pela equação (1.1). Na Figura 1.2 mostram-se os valores de saída da função,  $L$ , em função dos valores de entrada,  $Z_1, \dots, Z_4$ .

Nesta figura observa-se que para o parâmetro  $Z_1$  os pontos estão distribuídos numa nuvem quase aleatória, não parecendo haver qualquer tipo de relação entre os valores de entrada e os de saída. Já para o parâmetro  $Z_4$ , existe uma aparente relação linear entre os dados de entrada e os dados de saída. Podemos assim concluir que os parâmetros com menor e maior influência no resultado  $L$  são  $Z_1$  e  $Z_4$ , respetivamente.

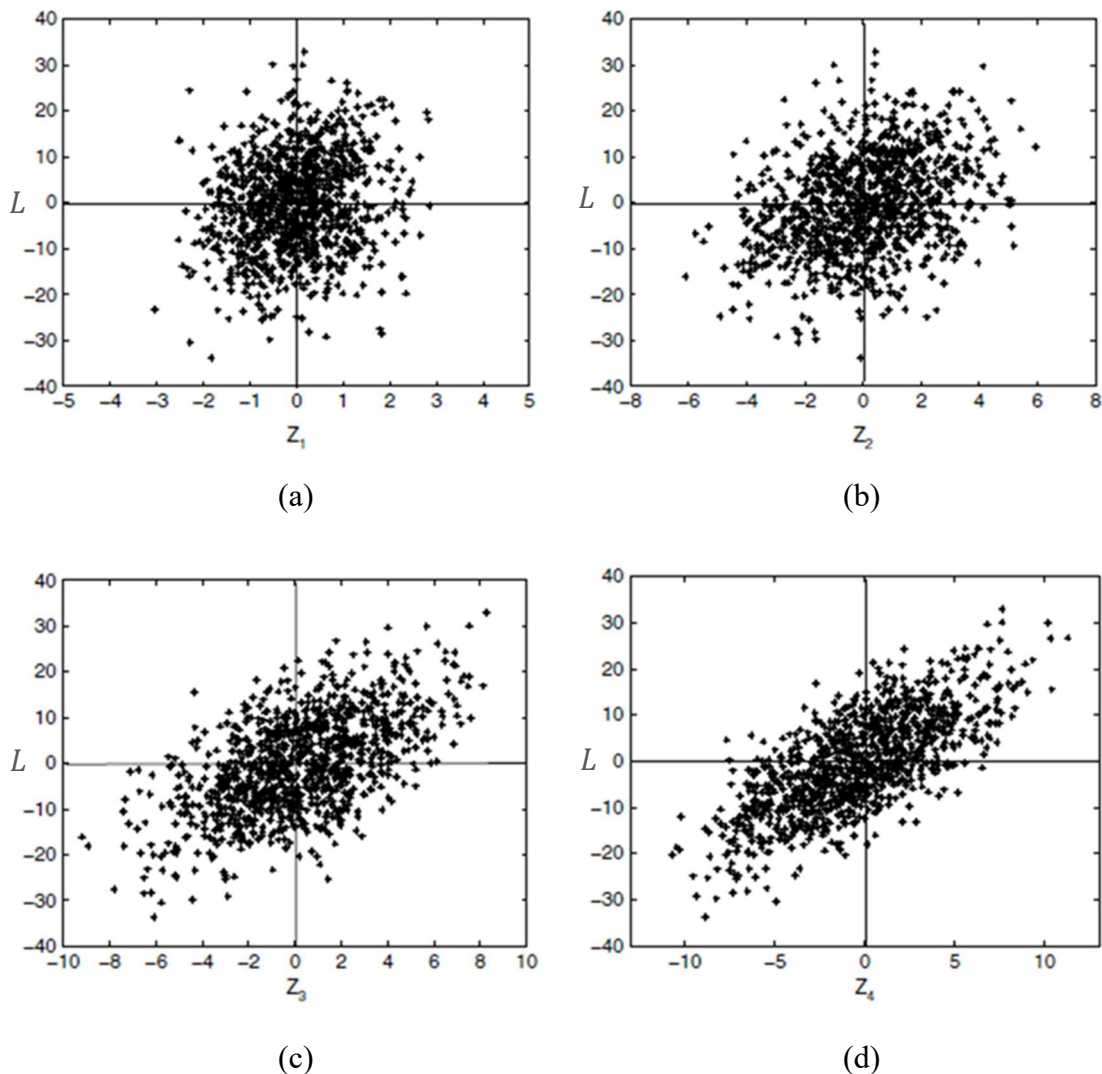
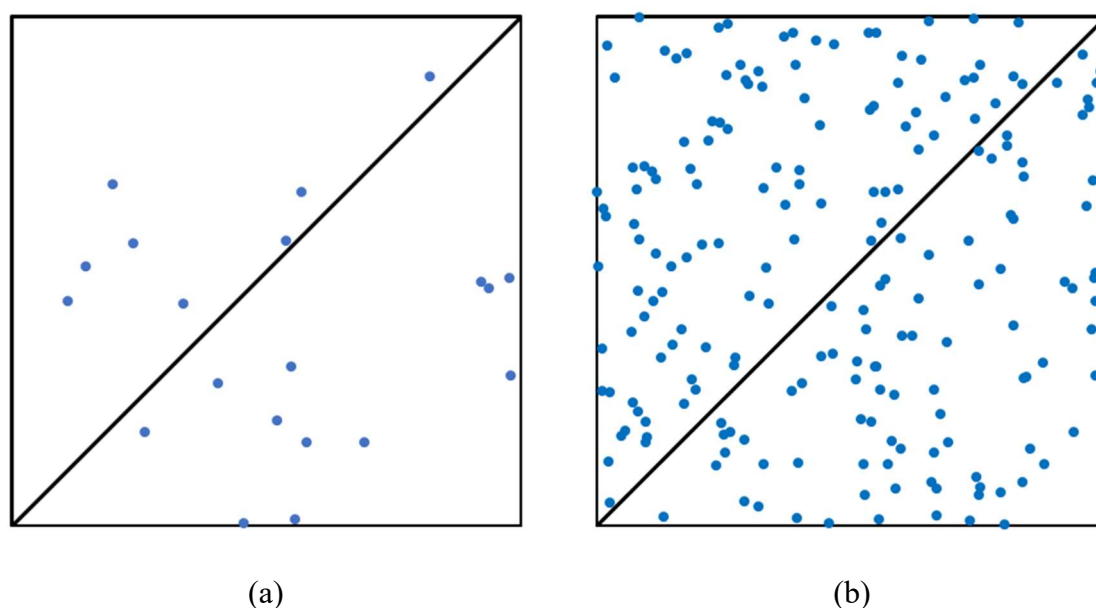


Figura 1.2 – Influência dos parâmetros:  $Z_1$  (a),  $Z_2$  (b),  $Z_3$  (c) e  $Z_4$  (d) no valor da função  $L$  (Adaptado de Saltelli *et al.*, 2008).

Para além da importância do conceito de análise de sensibilidade, é também necessário compreender como podem ser obtidas as respostas de um modelo com variabilidade nos parâmetros de entrada. Para isto, geralmente, recorre-se ao método de Monte Carlo que consiste em gerar um grande número de simulações com variações aleatórias nos parâmetros de entrada, com o objetivo de avaliar o seu efeito na solução final

do modelo. Para exemplificar o método de Monte Carlo, podemos recorrer à sua utilização para calcular a área de um triângulo contido em metade de um quadrado de dimensões conhecidas, como exemplificado na Figura 1.3. O primeiro passo consiste em gerar pontos aleatórios que estejam dentro dos limites definidos pelo quadrado. Posteriormente calcula-se a razão entre a quantidade de pontos localizados dentro do triângulo e a quantidade de pontos total. Conhecendo esta razão e a área do quadrado, é possível calcular a área do triângulo. Como nesta situação esta área corresponde a metade da área do quadrado, em teoria, é esperado que a razão entre a quantidade de pontos contidos dentro do triângulo e a quantidade total de pontos seja de 0,5. No entanto, como se pode confirmar pela Figura 1.3, o valor desta razão depende da quantidade de pontos, sendo que esta se aproxima do valor teórico de 0,5 com o aumento do número de pontos utilizados. Por exemplo, no caso desta figura, a razão para um total de 20 e 200 pontos é de 0,4 e 0,465, respetivamente.

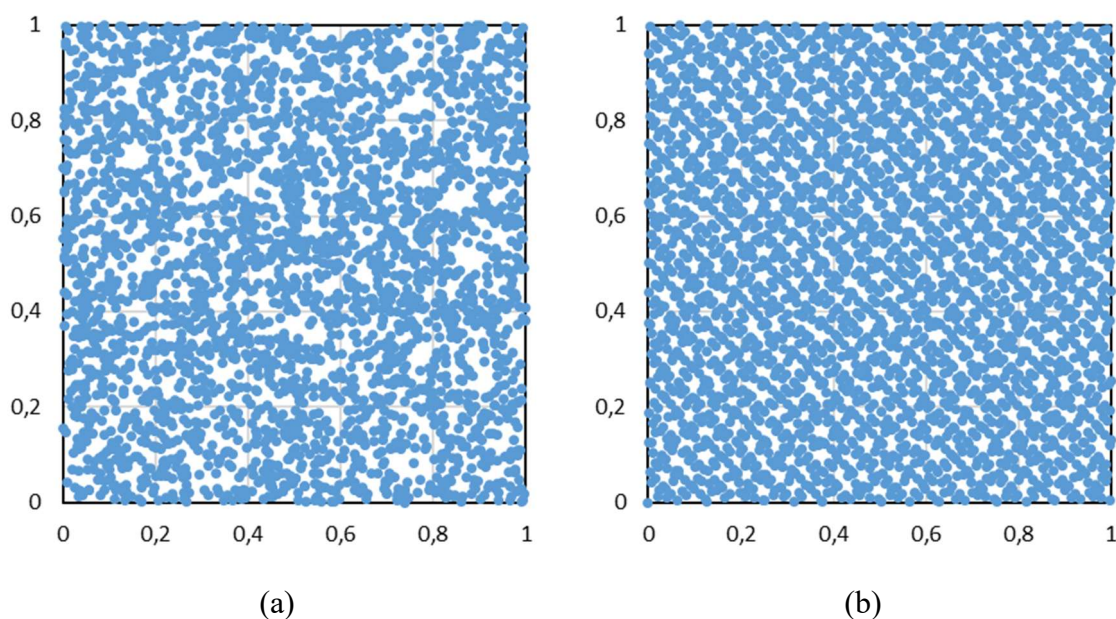


**Figura 1.3 – Cálculo da área de um triângulo através do método de Monte Carlo com: 20 pontos (a); 200 pontos (b).**

Para este exemplo verificamos que não é necessário um número de pontos muito elevado para a obtenção de resultados satisfatórios. Porém o exemplo mencionado é bastante simplista com apenas duas dimensões (i.e., 2 parâmetros de entrada) o que não é um caso frequentemente encontrado na realidade, sendo geralmente necessário um número de pontos extremamente elevado para que sejam obtidos resultados adequados. Com este método, os valores para os parâmetros de entrada com que se realiza uma experiência são escolhidos de forma completamente aleatória. Isto poderá levar ou a resultados incorretos ou a um número

de simulações muito elevado para a obtenção de resultados adequados, pois utilizando o método de Monte Carlo é provável que algumas combinações dos parâmetros de entrada não sejam consideradas.

Uma forma de contornar este obstáculo é o uso de números quase-aleatórios, por exemplo através de um método quase-Monte Carlo (Sobol, 1998). Os pontos gerados através de sequências quase-aleatórias permitem distribuir os pontos pelo espaço de uma forma mais uniforme, quando comparado com os gerados aleatoriamente, pelo que são mais adequados para análises de sensibilidade (Saltelli *et al.*, 2008), particularmente para modelos com um elevado número de parâmetros de entrada. Os pontos quase-aleatórios são geralmente gerados através de algoritmos que seguem uma dada sequência. Nesta dissertação é utilizada a Sequência de Sobol (Sobol, 1967) para gerar os pontos quase-aleatórios, através da função “*sobolset*” do MATLAB<sup>®</sup>. Para exemplificar as vantagens da utilização desta sequência, é comparada na Figura 1.4 a distribuição (a duas dimensões) de 3000 pontos gerados: aleatoriamente (ver Figura 1.4 (a)); através da Sequência de Sobol (ver Figura 1.4 (b)). Observa-se que para o mesmo número de pontos, a Sequência de Sobol permite representar de uma forma mais uniforme as diversas combinações entre parâmetros, evitando zonas onde existe uma forte concentração de pontos e outras onde não existem pontos.



**Figura 1.4 – Comparação entre pontos gerados computacionalmente de forma: aleatória (a); quase-aleatória através da Sequência de Sobol (b).**



No caso mostrado acima assume-se que a probabilidade de um ponto ocorrer num dado espaço é sempre a mesma, isto é, assume-se que os parâmetros de entrada seguem uma distribuição de probabilidade uniforme. No entanto, é possível associar uma dada distribuição de probabilidade aos parâmetros de entrada, por exemplo através do método da transformada inversa, para melhorar a representação da variabilidade que geralmente ocorre na realidade.

#### **1.4. Objetivos**

O objetivo desta dissertação é estudar a influência dos parâmetros associados ao comportamento mecânico do material e às condições do processo na estampagem de uma taça quadrada. Pretende-se mostrar quais as zonas da peça final onde as variações das propriedades mecânicas do material e do processo têm um maior impacto e analisar as alterações resultantes na peça final. É também um objetivo quantificar a importância de cada parâmetro no produto final e a existência de interações entre os mesmos, recorrendo a índices de sensibilidade e ao método de quase-Monte Carlo. Por último, com o objetivo de reduzir o custo computacional associado ao método de quase-Monte Carlo, é utilizado em alternativa o metamodelo *Polynomial Chaos Expansion* (PCE). Pretende-se assim comparar a eficiência e precisão de ambas as abordagens na avaliação dos índices de sensibilidade.

#### **1.5. Estrutura da dissertação**

A presente dissertação está organizada em cinco capítulos:

- No capítulo 1 é apresentada a motivação para a realização desta dissertação. Para isso é realizada uma revisão bibliográfica relacionada com o presente trabalho e são apresentados conceitos que se consideram serem fundamentais para a compreensão do mesmo, nomeadamente, a variabilidade e a análise de sensibilidade. Por último são apresentados os objetivos da dissertação;
- No capítulo 2 são apresentados o modelo numérico e as distribuições probabilísticas associadas à variabilidade dos seus parâmetros. É também apresentado o efeito da variabilidade dos parâmetros de entrada do modelo na variabilidade das respostas do mesmo;

- No capítulo 3 é aplicada uma análise de sensibilidade com base na variância dos resultados do modelo numérico. Neste capítulo é descrito o método selecionado para realizar a análise de sensibilidade e de seguida são apresentados e discutidos os resultados obtidos, com vista a identificar os parâmetros de variabilidade mais importantes no processo de estampagem de uma taça quadrada;
- No capítulo 4 é apresentada e estudada a viabilidade de uma alternativa ao estudo realizado no capítulo anterior, recorrendo à metamodelação através do *Polynomial Chaos Expansion*;
- Por fim, no capítulo 5 são apresentadas as principais conclusões do trabalho e são propostas recomendações para trabalhos futuros.

## 2. MODELAÇÃO DA VARIABILIDADE

Neste capítulo é apresentado o modelo numérico utilizado para realizar as simulações de elementos finitos, assim como as leis constitutivas do material e os respetivos parâmetros. São designados os parâmetros de entrada e de saída do modelo que serão considerados na análise de sensibilidade. Por fim, é estudado o efeito da variabilidade dos parâmetros de entrada na variabilidade das respostas do modelo.

### 2.1. Modelo numérico

Nesta dissertação é estudada a variabilidade no processo de conformação por estampagem de uma taça quadrada. O modelo numérico deste processo considera três ferramentas, o punção, o cerra-chapas e a matriz. Devido às condições de simetria da geometria da peça e do material, apenas é considerada a modelação de um quarto do processo de estampagem, com o objetivo de minimizar o tempo de cálculo da simulação. Neste modelo define-se um deslocamento máximo para o punção de 40 mm e uma força de aperto do cerra-chapas de 2,45 kN (correspondente a um quarto da força de aperto total), que se assume constante durante todo o processo. A chapa inicial é quadrada, com lado de 75 mm e espessura de 0,78 mm. Esta chapa é discretizada com uma malha de 1800 elementos finitos hexaédricos de 8 nós, com 30 elementos ao longo do comprimento e da largura e com 2 elementos ao longo da espessura. O contacto com atrito é descrito através de lei de Coulomb. Toda as simulações foram realizadas com o programa DD3IMP (Menezes & Teodosiu, 2000).

Assume-se que o material estudado apresenta um comportamento elástico isotrópico descrito pela lei de Hooke generalizada, e que o comportamento plástico é ortotrópico e descrito através do critério de Hill'48 e da lei de encruamento de Swift. O critério de Hill'48 é dado por:

$$F(\sigma_{yy} - \sigma_{zz})^2 + G(\sigma_{zz} - \sigma_{xx})^2 + H(\sigma_{xx} - \sigma_{yy})^2 + 2L\tau_{yz}^2 + 2M\tau_{xz}^2 + 2N\tau_{xy}^2 = Y^2, \quad (2.1)$$

onde  $\sigma_{xx}$ ,  $\sigma_{yy}$ ,  $\sigma_{zz}$ ,  $\tau_{xy}$ ,  $\tau_{xz}$  e  $\tau_{yz}$  são as componentes do tensor das tensões de Cauchy definidas no eixo de ortotropia da chapa,  $Oxyz$ ;  $F$ ,  $G$ ,  $H$ ,  $L$ ,  $M$ , e  $N$  são parâmetros de anisotropia e  $Y$  é a tensão limite de elasticidade. Considera-se a condição  $G + H = 1$ , de modo a que a tensão limite de elasticidade seja igual à tensão uniaxial em tração ao longo da direção de laminagem da chapa, e que  $L = M = 1,5$  (von Mises). Os restantes parâmetros de anisotropia podem ser obtidos através dos coeficientes de anisotropia do material com recurso às seguintes equações:

$$F = \frac{r_0}{r_{90}(r_0 + 1)}; G = \frac{1}{r_0 + 1}; H = \frac{r_0}{r_0 + 1}; N = \frac{1}{2} \frac{(r_0 + r_{90})(2r_{45} + 1)}{r_{90}(r_0 + 1)}. \quad (2.2)$$

A lei de encruamento de Swift é dada por:

$$Y = C(\varepsilon_0 + \bar{\varepsilon}^p)^n, \quad (2.3)$$

onde  $\bar{\varepsilon}^p$  é a deformação plástica equivalente e  $C$ ,  $\varepsilon_0$  e  $n$  são constantes do material. A tensão limite de elasticidade inicial,  $Y_0$ , dada por:

$$Y_0 = C(\varepsilon_0)^n. \quad (2.4)$$

## 2.2. Variabilidade dos parâmetros do modelo

Tradicionalmente, a análise de elementos finitos assume uma abordagem determinística do problema, que terá sempre como parâmetros de entrada constantes previamente definidas, como por exemplo, os valores médios das propriedades mecânicas de uma chapa. No entanto, na realidade é improvável que as propriedades do material sejam exatamente iguais mesmo entre chapas do mesmo material, pelo que é espectável que as peças finais apresentem alguma variabilidade, nomeadamente na sua geometria final. Tendo isto em conta, será efetuada uma análise de sensibilidade de forma a avaliar a influência da variabilidade dos vários parâmetros de entrada na variabilidade da resposta final do modelo. Para isto é necessário definir quais as respostas do modelo que devem ser estudadas e quais os parâmetros de entrada cujo efeito da variabilidade merece mais atenção.

Tendo em conta a revisão bibliográfica já mencionada no capítulo anterior, definiu-se que a influência da variabilidade deve ser avaliada nas seguintes respostas do modelo:

- Força final do punção (FF).
- Deformação plástica equivalente (DPE);

- Redução de espessura (RE);
- Alteração de geometria (AG);
- Retorno elástico (REL).

Os valores para a deformação plástica equivalente (DPE) e para a força final do punção (FF) são obtidos diretamente através do DD3IMP. Para determinar a redução de espessura (RE) e como este *software* apenas dá como resposta a posição de cada nó, calcula-se a espessura através da distância (norma euclidiana) entre a posição de cada nó na camada inferior e a posição do correspondente nó na camada superior, sendo de seguida calculada a diferença relativa entre a espessura final e a espessura inicial de modo a obter a redução de espessura em percentagem. A alteração de geometria (AG) é medida pela distância (norma euclidiana) entre a posição final dos nós para a simulação de referência e para as simulações com variabilidade. O retorno elástico (REL) é medido através da distância (norma euclidiana) entre a posição que cada nó toma antes e após a ocorrência do retorno elástico.

Já a variabilidade nos parâmetros de entrada será considerada para:

- Módulo de elasticidade ( $E$ ) e coeficiente de Poisson ( $\nu$ );
- Coeficientes de anisotropia a  $0^\circ$ ,  $45^\circ$  e a  $90^\circ$  com a direção de laminagem ( $r_0$ ,  $r_{45}$  e  $r_{90}$ );
- Parâmetros da lei de Swift: tensão limite de elasticidade inicial ( $Y_0$ ), coeficiente de encruamento ( $n$ ) e parâmetro  $C$ ;
- Espessura inicial da chapa ( $t_0$ );
- Coeficiente de atrito ( $\mu_0$ ) e força de aperto do cerra-chapas ( $BHF$ ).

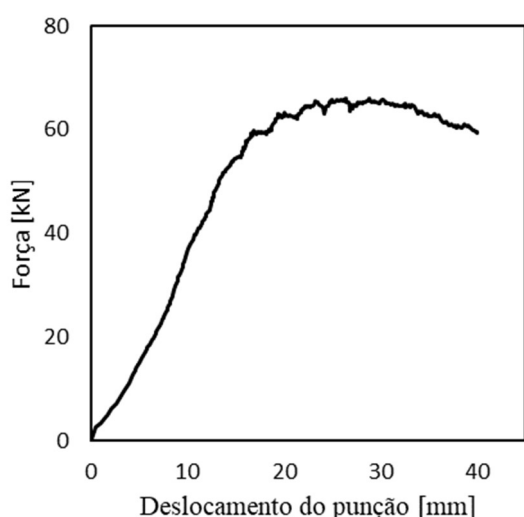
Neste trabalho é considerado um aço de baixo carbono, DC06, em que as propriedades mecânicas seguem uma distribuição normal com uma média  $\mu$  e um desvio padrão  $\sigma$  e cujos valores são apresentados na Tabela 2.1 (Dib *et al.*, 2019). O valor médio da espessura inicial da chapa é de 0,78 mm e o seu desvio padrão é de 0,013. Para as condições do processo, considera-se que o coeficiente de variação da força de aperto do cerra-chapas é dado por  $\sigma/\mu = 5\%$ , sendo o valor médio da força de aperto de 2,45 kN (para um quarto do modelo); e que o coeficiente de variação do coeficiente de atrito é dado por  $\sigma/\mu = 20\%$ , sendo o coeficiente de atrito médio igual a 0,144 (Dib *et al.*, 2019).

**Tabela 2.1 – Valor médio e de desvio padrão de cada parâmetro constitutivo do aço DC06.**

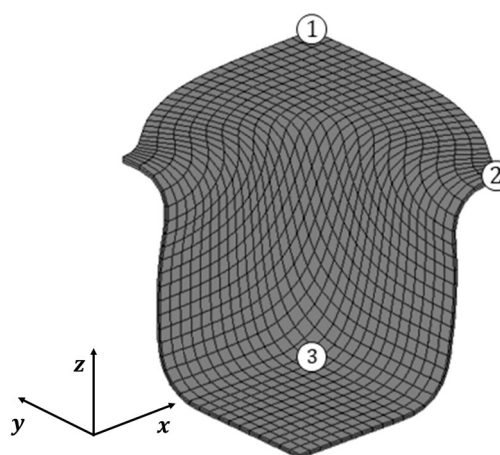
	$E$ [GPa]	$n$	$C$ [MPa]	$Y_0$ [MPa]	$r_0$	$r_{45}$	$r_{90}$	$\nu$
$\mu$	206	0,259	565,32	157,12	1,790	1,510	2,270	0,300
$\sigma$	3,85	0,018	26,85	7,16	0,051	0,037	0,121	0,015

### 2.3. Resultados para a simulação de referência

Para estudar a variabilidade, inicialmente será realizada uma simulação de referência com valores de parâmetros de entrada iguais aos valores médios dos mesmos. Considerando a simulação de referência, na Figura 2.1 está representada a evolução da força do punção (para a totalidade do modelo) em função do seu deslocamento, sendo o valor da força no fim do processo (FF) de 59,3 kN. Na Figura 2.2 estão representados os pontos onde ocorrem: ponto 1 - o retorno elástico máximo; ponto 2 - a deformação plástica equivalente máxima; ponto 3 - a redução de espessura máxima. Os valores das respostas do modelo nestes pontos serão posteriormente utilizados como valores de referência, para comparação com os valores obtidos pelas simulações em que se considera variabilidade nos parâmetros de entrada. Para a AG, o valor de referência não corresponde a um valor máximo, mas sim a 0 mm, o que significa que a geometria é a pretendida. Os valores de referência obtidos para as respostas do modelo são indicados na Tabela 2.2.



**Figura 2.1 – Curva força vs. Deslocamento do punção para o ensaio de estampagem de uma taça quadrada com o material DC06.**



**Figura 2.2 – Representação dos pontos onde ocorre o retorno elástico máximo (ponto 1), a deformação plástica equivalente máxima (ponto 2) e a redução de espessura máxima (ponto 3).**

**Nota:** O sistema de eixos representado na Figura 2.2 é utilizado em todas as figuras idênticas a esta neste texto.

**Tabela 2.2 – Valores de referência para as respostas do modelo.**

<i>FF</i>	<i>DPE</i>	<i>RE</i>	<i>AG</i>	<i>REL</i>
59,3 kN	0,921	14,004 %	0 mm	0,228 mm

## 2.4. Simulações com variabilidade nos parâmetros de entrada

Nesta secção é estudado o efeito da variabilidade dos parâmetros de entrada na variabilidade das respostas do modelo, anteriormente indicadas na secção 2.2. Para isso, simula-se um número elevado de experiências com distintos valores nos parâmetros de entrada, utilizando um método de geração de números quase-aleatórios (mencionado na secção 1.3 e cujo procedimento será posteriormente explicado com maior detalhe nos pontos 1 a 5 do capítulo 3.2) e calcula-se os valores médios e de desvio padrão das várias respostas do modelo em cada nó. As distribuições dos valores médios e de desvio padrão obtidos para as várias respostas do modelo (exceto a força final do punção) estão representadas na Figura 2.3. O valor médio da FF do punção para as simulações com variabilidade (para a totalidade do modelo) é de 59,4 kN e o valor de desvio padrão é de 2,77 kN. Verifica-se que para a DPE, para RE e para o REL, a zona onde a média das respostas do modelo é superior também está sujeita a um desvio padrão superior. Para a AG, a zona onde ocorrem os valores máximos da média também corresponde à zona onde ocorrem valores máximos de desvio padrão. No entanto, para esta resposta, existem outras zonas da peça onde o desvio padrão tem valores iguais ao do desvio padrão máximo. Nas redução de espessura, (ver Figura 2.3 (b)), é de notar a existência de alguns valores negativos na escala dos valores da média, que correspondem a zonas onde se dá um aumento de espessura. O valor do desvio padrão máximo para a redução de espessura é de 0,677. Apesar disto, na Figura 2.3 (b), observa-se que existem valores de desvio padrão superiores a 0,677. Isto deve-se ao facto de o desvio padrão indicado nesta figura ser também calculado para pontos onde existe uma aumento de espessura. Conclui-se ainda que as zonas mais sujeitas a sofrer alterações na geometria, devido à variabilidade das propriedades mecânicas e das condições do processo, são as zonas da aba e da parede da taça. No fundo da taça, o efeito da variabilidade dos vários parâmetros

de entrada é insignificante, uma vez que esta zona, praticamente, não se deforma nem sofre alterações durante todo o processo de conformação.

Com recurso à Figura 2.3 e ainda aos valores obtidos para a FF, são calculados os coeficientes da variação,  $\sigma/\mu$ , para as zonas da peça onde os valores da média são máximos, para cada uma das respostas do modelo. Os valores obtidos para estes coeficientes estão apresentados na Tabela 2.3.

**Tabela 2.3 – Coeficientes de variação para as respostas do modelo estudadas.**

<i>FF</i>	<i>DPE</i>	<i>RE</i>	<i>AG</i>	<i>REL</i>
4,67 %	3,12 %	4,87 %	56,75 %	25,5 %

Constatou-se que os valores dos coeficientes de variação nas zonas de resposta máxima são particularmente significativos para a AG e para o REL. Comparando ainda os valores de resposta do modelo definidos como referência, (ver Tabela 2.2), com os valores médios de resposta considerando variabilidade nos parâmetros de entrada (ver Figura 2.3), verifica-se que o valor máximo da média para as simulações com variabilidade para a FF, para a DPE e para a RE é praticamente igual ao valor de referência. O valor máximo da média de AG, também considerando variabilidade, é superior ao valor de referência e o valor máximo da média de REL é inferior ao valor de referência. Tendo em conta os coeficientes de variação e os valores de referência, pode concluir-se que o efeito da variabilidade dos parâmetros de entrada é mais significativo na alteração de geometria e no retorno elástico.



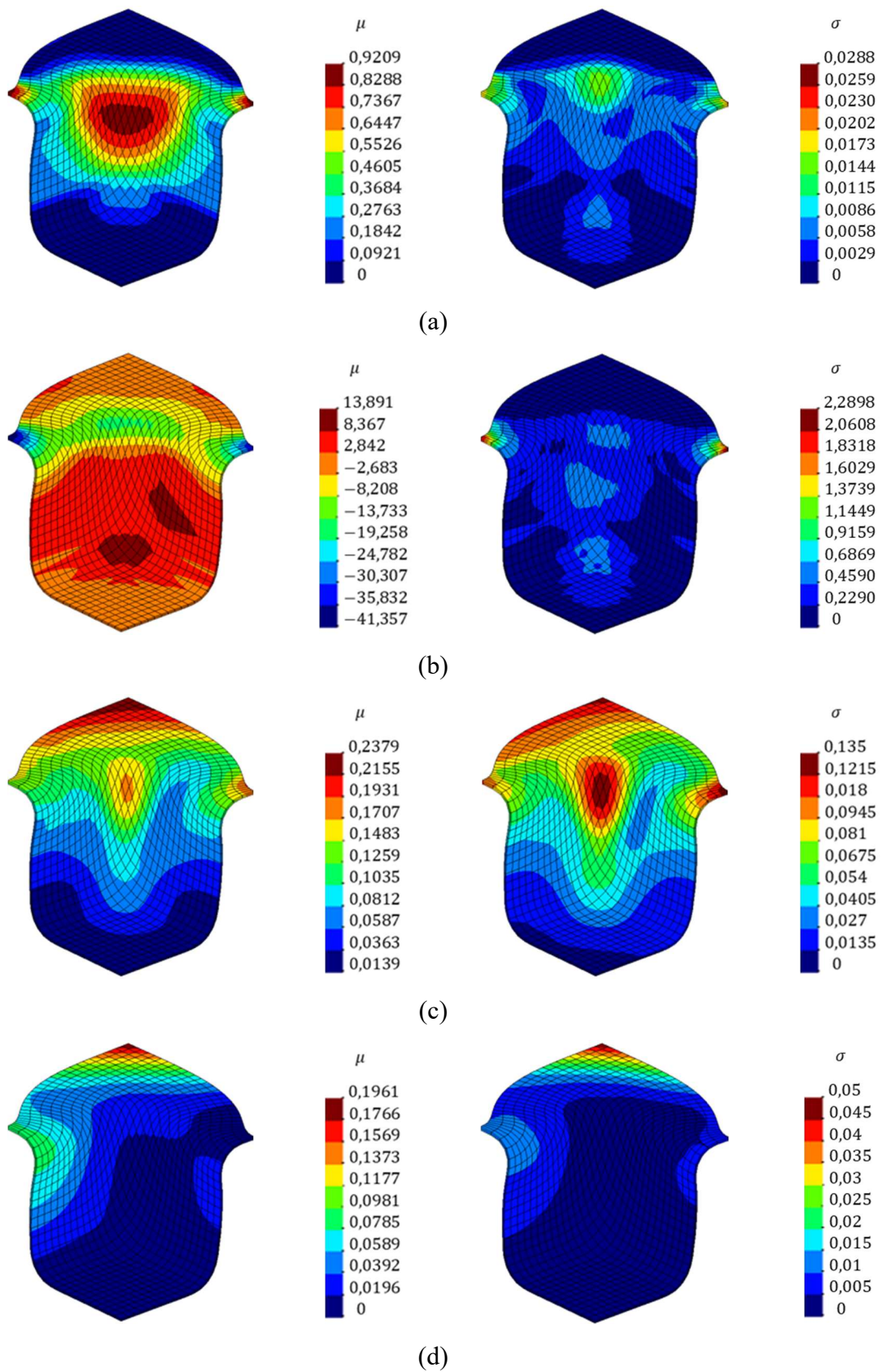


Figura 2.3 – Representação dos valores médios (esquerda) e dos valores de desvio padrão (direita) para: DPE (a); RE [%] (b); AG [mm] (c); REL [mm] (d).



### 3. ANÁLISE DE SENSIBILIDADE

Neste capítulo é estudada a influência da variabilidade dos vários parâmetros do material, do processo e da geometria na conformação por estampagem de uma taça quadrada utilizando índices de sensibilidade baseados na variância. Estes índices de sensibilidade serão inicialmente definidos e posteriormente determinados para cada um dos parâmetros. A utilização destes índices permitirá identificar os parâmetros cuja variabilidade tem mais influência nos resultados do componente final.

#### 3.1. Índices de Sobol

Cada vez mais são utilizadas técnicas de análise de sensibilidade baseadas na variância, que permitem estudar de que modo a variância dos parâmetros de entrada de um modelo contribui para a variância das respostas do mesmo. Este conhecimento é útil, por exemplo, no controlo da variância dos parâmetros de entrada do modelo (ex., parâmetros do material) de modo a garantir que as respostas do modelo (ex., geometria da peça) estejam num determinado intervalo (Saltelli *et al.*, 2008). A principal desvantagem destes estudos é o elevado custo computacional requerido, devido a ser necessário um número muito elevado de simulações na maioria dos casos de engenharia.

Os índices de Sobol são uma medida, baseada na variância, da influência de cada parâmetro de entrada nos resultados do modelo (Sobol, 2001). Considerando uma função/modelo com resposta  $U$  e com parâmetros de entrada  $X_i$ , o índice de Sobol, relativo ao parâmetro  $X_i$ , é dado por (Saltelli, 2002):

$$S_i = \frac{V[E(U|X_i)]}{V(U)}. \quad (3.1)$$

A equação (3.1) representa a razão entre a variância da expectativa condicional,  $V[E(U|X_i)]$ , e a variância incondicional,  $V(U)$ .  $V[E(U|X_i)]$  é a variância da expectativa condicional da resposta tendo em conta a variabilidade de apenas um dos parâmetros de entrada,  $X_i$ . Por outro lado,  $V(U)$  representa a variância total da resposta. Este é um índice normalizado pois  $0 \leq V[E(U|X_i)] \leq V(U)$ . A equação representa um índice de primeira ordem, ou seja, é um

índice que indica a importância individual de cada variável de entrada,  $X_i$ , na resposta do modelo,  $U$ . Avaliando o valor deste índice para cada parâmetro de entrada é possível determinar qual o parâmetro que individualmente tem o maior efeito sobre a resposta do modelo.

Recorrendo a índices de Sobol de ordem superior consegue-se avaliar o efeito das interações entre os vários parâmetros de entrada do modelo. O conceito de interação significa que a resposta  $U$  pode ser afetada por interações entre os parâmetros de entrada. No caso de interações entre duas variáveis  $X_i$  e  $X_j$ , a variância na resposta devido a esta interação,  $V_{ij}$ , pode ser descrita pela seguinte equação:

$$V_{ij} = V[E(U|X_i, X_j)] - V[E(U|X_i)] - V[E(U|X_j)]. \quad (3.2)$$

$V[E(U|X_i, X_j)]$  é a variância da expectativa condicional da resposta no caso da variação simultânea do conjunto de variáveis  $(X_i, X_j)$ .  $V[E(U|X_i)]$  e  $V[E(U|X_j)]$  são as variâncias da expectativa condicional da resposta no caso de variar individualmente  $X_i$  e  $X_j$ , respetivamente. De modo análogo aos índices de Sobol de primeira ordem, os índices de segunda ordem são dados por:

$$S_{ij} = \frac{V[E(U|X_i, X_j)] - V[E(U|X_i)] - V[E(U|X_j)]}{V(U)}. \quad (3.3)$$

É também possível o cálculo de índices de ordem superior que consideram as interações entre um maior número de variáveis. A definição destes índices segue a mesma lógica das equações (3.2) e (3.3). Num modelo, ao todo existem  $2^k - 1$  índices de Sobol, em que  $k$  é o número total de parâmetros de entrada. A quantidade,  $QI^m$ , de índices de Sobol de uma determinada ordem  $m$  existentes no modelo, depende do número de parâmetros de entrada considerados e pode ser determinada através de uma combinação sem repetição dada por:

$$QI^m = \binom{k}{m} = \frac{k!}{m!(k-m)!}, \text{ com } m \leq k, \quad (3.4)$$

Para além dos índices referidos anteriormente, podem ainda ser definidos índices de Sobol totais, que para um dado parâmetro de entrada, têm em conta não só a influência individual desse parâmetro, como também a influência associada a todas as interações com o mesmo. Assim, o índice de Sobol total resulta da soma do índice de primeira ordem com todos os índices de ordem superior resultantes da interação com esse parâmetro. O índice de Sobol total para o parâmetro  $X_i$  é dado por (Saltelli *et al.*, 2010):

$$S_{Ti} = 1 - \frac{V[E(U|X_{\sim i})]}{V(U)}, \quad (3.5)$$

onde  $V[E(U|X_{\sim i})]$  é a variância da expectativa condicional da resposta no caso da variação simultânea do conjunto de parâmetros  $X_{\sim i}$ . Este conjunto é constituído por todos os parâmetros de entrada exceto  $X_i$ .

Por fim, mencionam-se algumas das propriedades mais importantes dos índices de Sobol (Saltelli *et al.*, 2008):

- $S_i$  indica, em média, o quanto se pode reduzir a variância da resposta do modelo caso  $X_i$  seja um valor fixo;
- Se  $S_{Ti} = 0$ , conclui-se que a variabilidade de  $X_i$  não tem qualquer influência nos resultados, e pode ser assim desprezada em futuras análises;
- O somatório de todos os índices de primeira ordem é igual a 1 em modelos aditivos (sem interação entre variáveis) e inferior a 1 em modelos não-aditivos (modelos em que o efeito das interações é significativo);
- A interação entre vários parâmetros, por exemplo, entre o parâmetro  $X_i$  e  $X_j$  é contabilizada tanto em  $S_{Ti}$  como em  $S_{Tj}$ , pelo que o somatório de todos os índices de Sobol totais é sempre superior ou igual a 1, sendo que só é igual à unidade no caso de não existirem interações;

### 3.1.1. Cálculo dos índices de Sobol

Os índices de Sobol são geralmente determinados computacionalmente, de acordo com o método de cálculo proposto por Saltelli *et al.*, (2008). O primeiro passo consiste em gerar uma matriz de parâmetros de entrada do modelo que pode ser obtida, por exemplo, através da já mencionada Sequência de Sobol e da distribuição probabilística dos vários parâmetros de entrada. De seguida, divide-se a matriz gerada em duas, **A** e **B**, cada uma com  $k$  colunas, sendo  $k$  igual ao número de parâmetros de entrada do modelo, (correspondendo cada coluna à variabilidade de um dos parâmetros de entrada), e  $N$  linhas, correspondes ao número de simulações que se pretende realizar.  $x_i^{(l)}$ , (com  $i = 1, 2, \dots, k$  e  $l = 1, 2, \dots, N$ ), representa cada valor tomado por cada parâmetro de entrada do modelo:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} x_1^{(1)} & x_2^{(1)} & \dots & x_i^{(1)} & \dots & x_k^{(1)} \\ x_1^{(2)} & x_2^{(2)} & \dots & x_i^{(2)} & \dots & x_k^{(2)} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_1^{(N-1)} & x_2^{(N-1)} & \dots & x_i^{(N-1)} & \dots & x_k^{(N-1)} \\ x_1^{(N)} & x_2^{(N)} & \dots & x_i^{(N)} & \dots & x_k^{(N)} \end{bmatrix}; \quad (3.6)$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} x_{k+1}^{(1)} & x_{k+2}^{(1)} & \dots & x_{k+i}^{(1)} & \dots & x_{2k}^{(1)} \\ x_{k+1}^{(2)} & x_{k+2}^{(2)} & \dots & x_{k+i}^{(2)} & \dots & x_{2k}^{(2)} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_{k+1}^{(N-1)} & x_{k+2}^{(N-1)} & \dots & x_{k+i}^{(N-1)} & \dots & x_{2k}^{(N-1)} \\ x_{k+1}^{(N)} & x_{k+2}^{(N)} & \dots & x_{k+i}^{(N)} & \dots & x_{2k}^{(N)} \end{bmatrix}. \quad (3.7)$$

A construção destas matrizes a partir de uma única garante que os parâmetros da matriz  $\mathbf{A}$  sejam independentes dos parâmetros da matriz  $\mathbf{B}$ , o que é particularmente importante no caso da utilização de uma sequência para a geração dos parâmetros de entrada do modelo. Com estas duas matrizes é então possível construir  $k$  matrizes  $\mathbf{C}_i$ :

$$\mathbf{C}_i = \begin{bmatrix} x_{k+1}^{(1)} & x_{k+2}^{(1)} & \dots & x_i^{(1)} & \dots & x_{2k}^{(1)} \\ x_{k+1}^{(2)} & x_{k+2}^{(2)} & \dots & x_i^{(2)} & \dots & x_{2k}^{(2)} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_{k+1}^{(N-1)} & x_{k+2}^{(N-1)} & \dots & x_i^{(N-1)} & \dots & x_{2k}^{(N-1)} \\ x_{k+1}^{(N)} & x_{k+2}^{(N)} & \dots & x_i^{(N)} & \dots & x_{2k}^{(N)} \end{bmatrix}. \quad (3.8)$$

Cada uma das matrizes  $\mathbf{C}_i$  é formada por todas as colunas de  $\mathbf{B}$  exceto a  $i$ -ésima coluna, que é formada pela coluna  $i$  da matriz  $\mathbf{A}$ . Esta coluna  $i$  corresponde aos valores tomados pela variável cujo efeito se pretende analisar. Após formadas todas as matrizes necessárias, devem ser realizadas simulações do modelo com os parâmetros de entrada contidos nas matrizes  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{B}$  e  $\mathbf{C}_i$ , obtendo-se assim os seguintes conjuntos de respostas do modelo:

$$\mathbf{y}_A = f(\mathbf{A}); \mathbf{y}_B = f(\mathbf{B}); \mathbf{y}_{C_i} = f(\mathbf{C}_i), \quad (3.9)$$

Considerando as respostas obtidos, os índices de Sobol de primeira ordem são dados por:

$$S_i = \frac{V[E(U|X_i)]}{V(U)} = \frac{(1/N) \sum_{l=1}^N y_A^{(l)} y_{C_i}^{(l)} - f_0^2}{(1/2N) \left( \sum_{l=1}^N (y_A^{(l)})^2 + \sum_{l=1}^N (y_{C_i}^{(l)})^2 \right) - f_0^2}, \quad (3.10)$$

com a média das respostas do modelo:

$$f_0^2 = \left( \frac{1}{2N} \left( \sum_{l=1}^N y_A^{(l)} + \sum_{l=1}^N y_B^{(l)} \right) \right)^2, \quad (3.11)$$

No cálculo de  $f_0$  e de  $V(U)$  são consideradas as resposta  $\mathbf{y}_A$  e  $\mathbf{y}_B$  (em alternativa a considerar apenas  $\mathbf{y}_A$ ) do modo a aumentar a precisão de  $f_0$  e de  $V(U)$ .

Em alternativa, o cálculo dos índices de Sobol de primeira ordem pode ser dada pelo método proposto por Janon *et al.*, (2014):

$$S_i = \frac{V[E(U|X_i)]}{V(U)} = \frac{(1/N) \sum_{l=1}^N y_A^{(l)} y_{C_i}^{(l)} - (1/N^2) \sum_{l=1}^N y_A^{(l)} \cdot \sum_{l=1}^N y_{C_i}^{(l)}}{(1/2N) \left( \sum_{l=1}^N (y_A^{(l)})^2 + \sum_{l=1}^N (y_B^{(l)})^2 \right) - f_0^2}. \quad (3.12)$$

Para o cálculo dos índices de segunda ordem deve ser criada uma matriz  $\mathbf{C}_{ij}$ , construída com a  $i$ -ésima e a  $j$ -ésima coluna da matriz  $\mathbf{A}$ , correspondentes às variáveis cuja interação se pretende analisar, e com as restantes colunas iguais às da matriz  $\mathbf{B}$ .

$$\mathbf{C}_{ij} = \begin{bmatrix} x_{k+1}^{(1)} & x_{k+2}^{(1)} & \dots & x_i^{(1)} & \dots & x_j^{(1)} & \dots & x_{2k}^{(1)} \\ x_{k+1}^{(2)} & x_{k+2}^{(2)} & \dots & x_i^{(2)} & \dots & x_j^{(2)} & \dots & x_{2k}^{(2)} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_{k+1}^{(N-1)} & x_{k+2}^{(N-1)} & \dots & x_i^{(N-1)} & \dots & x_j^{(N-1)} & \dots & x_{2k}^{(N-1)} \\ x_{k+1}^{(N)} & x_{k+2}^{(N)} & \dots & x_i^{(N)} & \dots & x_j^{(N)} & \dots & x_{2k}^{(N)} \end{bmatrix}. \quad (3.13)$$

Neste caso, os vetores das respostas do modelo serão:

$$\mathbf{y}_A = f(\mathbf{A}); \mathbf{y}_B = f(\mathbf{B}); \mathbf{y}_{C_i} = f(\mathbf{C}_i); \mathbf{y}_{C_{ij}} = f(\mathbf{C}_{ij}). \quad (3.14)$$

De forma análoga aos índices de primeira ordem e seguindo a equação (3.3), os índices de Sobol de segunda ordem são dados por:

$$S_{ij} = \frac{(1/N) \sum_{l=1}^N y_A^{(l)} y_{C_{ij}}^{(l)} - f_0^2}{(1/2N) \left( \sum_{l=1}^N (y_A^{(l)})^2 + \sum_{l=1}^N (y_B^{(l)})^2 \right) - f_0^2} - S_i - S_j. \quad (3.15)$$

Nesta equação os índices de primeira ordem  $S_i$  e  $S_j$  são dados pela equação (3.10). Os índices de segunda ordem também podem ser determinados pela abordagem alternativa de Janon *et al.*, (2014), sendo neste caso os índices de Sobol de primeira ordem  $S_i$  e  $S_j$  dados pela equação (3.12):

$$S_{ij} = \frac{(1/N) \sum_{l=1}^N y_A^{(j)} y_{C_{ij}}^{(j)} - (1/N^2) \sum_{l=1}^N y_A^{(j)} \cdot \sum_{l=1}^N y_{C_{ij}}^{(j)}}{(1/2N) \left( \sum_{l=1}^N (y_A^{(j)})^2 + \sum_{l=1}^N (y_B^{(j)})^2 \right) - f_0^2} - S_i - S_j. \quad (3.16)$$

Por fim, os índices de Sobol totais são dados por:

$$S_{T_i} = 1 - \frac{V[E(U|X_{\sim i})]}{V(U)} = 1 - \frac{(1/N) \sum_{l=1}^N y_B^{(l)} y_{C_i}^{(l)} - f_0^2}{(1/2N) \left( \sum_{l=1}^N (y_A^{(l)})^2 + \sum_{l=1}^N (y_B^{(l)})^2 \right) - f_0^2}, \quad (3.17)$$

Seguindo também a alternativa de Janon *et al.*, (2014):

$$S_{T_i} = 1 - \frac{(1/N) \sum_{l=1}^N y_B^{(l)} y_{C_i}^{(l)} - (1/N^2) \sum_{j=1}^N y_B^{(j)} \cdot \sum_{j=1}^N y_{C_i}^{(j)}}{(1/2N) \left( \sum_{l=1}^N (y_A^{(l)})^2 + \sum_{l=1}^N (y_B^{(l)})^2 \right) - f_0^2}. \quad (3.18)$$

### 3.2. Desenvolvimento da experiência

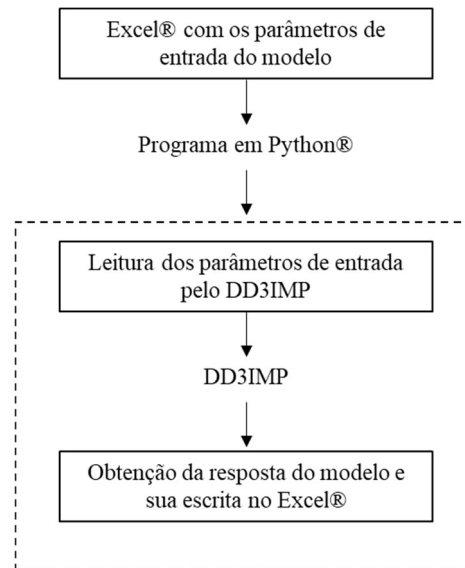
Num processo de estampagem de uma taça quadrada, os parâmetros de entrada e de saída do modelo que merecem mais atenção estão definidos na secção 2.2. Tendo em conta os 11 parâmetros de entrada seleccionados e recorrendo à informação da secção anterior, é possível gerar a experiência para a análise de sensibilidade através dos seguintes passos:

1. Geração de uma matriz de números quase-aleatórios entre 0 e 1 através da Sequência de Sobol recorrendo à função do MATLAB<sup>®</sup> *sobolset*. A matriz tem  $2k = 22$  colunas, devido ao número de propriedades a considerar ser  $k = 11$ , e  $N = 3000$  linhas;
2. Dimensionalização dos valores gerados com a Sequência de Sobol. Para dimensionar e atribuir a estes valores uma dada distribuição de probabilidade, apresentada na secção 2.2, recorre-se ao método da transformada inversa, utilizando a função *NORM.INV* do Excel<sup>®</sup>. Esta função tem como parâmetros de entrada uma probabilidade, uma média e um desvio padrão e devolve o valor da inversa da função de distribuição cumulativa para os parâmetros de entrada;
3. Divisão da matriz gerada anteriormente em duas com o mesmo número de elementos, obtendo-se assim duas matrizes, **A** e **B**, contendo cada uma 11 colunas e 3000 linhas;



4. Criação de 11 novas matrizes,  $C_1, C_2, \dots, C_{11}$ , a partir da matriz  $A$  e  $B$ . Estas matrizes são obtidas com a coluna  $i$  da matriz  $A$  e as restantes colunas da matriz  $B$ ;
5. Realização das simulações necessárias para a obtenção das respostas do modelo. Nesta dissertação serão realizadas  $N = 3000$  simulações por cada matriz, ou seja, 39000 simulações no total (i.e., para as 13 matrizes de parâmetros de entrada obtidas nos pontos anteriores);
6. Cálculo dos índices de Sobol de 1ª ordem e totais através das equações (3.10), (3.12), (3.17) e (3.18).

De forma a automatizar a realização das simulações, é utilizado um programa em *Python*<sup>®</sup> que permite ler as 13 matrizes de parâmetros de entrada e de acordo com estas, atualizar o modelo numérico com o intuito de realizar as simulações com o programa de elementos finitos DD3IMP. Após realizadas as simulações, o programa em *Python*<sup>®</sup> guarda as respostas do modelo num ficheiro Excel<sup>®</sup>. O fluxograma da Figura 3.1 explica o funcionamento do programa em *Python*<sup>®</sup> utilizado.



**Figura 3.1 – Fluxograma do funcionamento do programa em Python<sup>®</sup> para a utilização conjunta do Excel<sup>®</sup> e do software de elementos finitos DD3IMP.**

### 3.3. Análise dos resultados

Após realizadas as simulações e obtidos os índices de sensibilidade, podem ser analisados diferentes resultados tais como os parâmetros de entrada com maior efeito nos resultados e o efeito da interação entre propriedades.

#### 3.3.1. Índices de Sobol de primeira ordem e totais

Com o intuito de perceber quais as equações mais apropriadas para o cálculo dos índices de Sobol, comparam-se os resultados da equação (3.10) (Saltelli *et al.*, 2008) com os resultados da equação (3.12) (Janon *et al.*, 2014), usando como exemplo o resultado da deformação plástica equivalente máxima. Os índices de Sobol obtidos estão apresentados na Figura 3.2 em função do número de simulações.

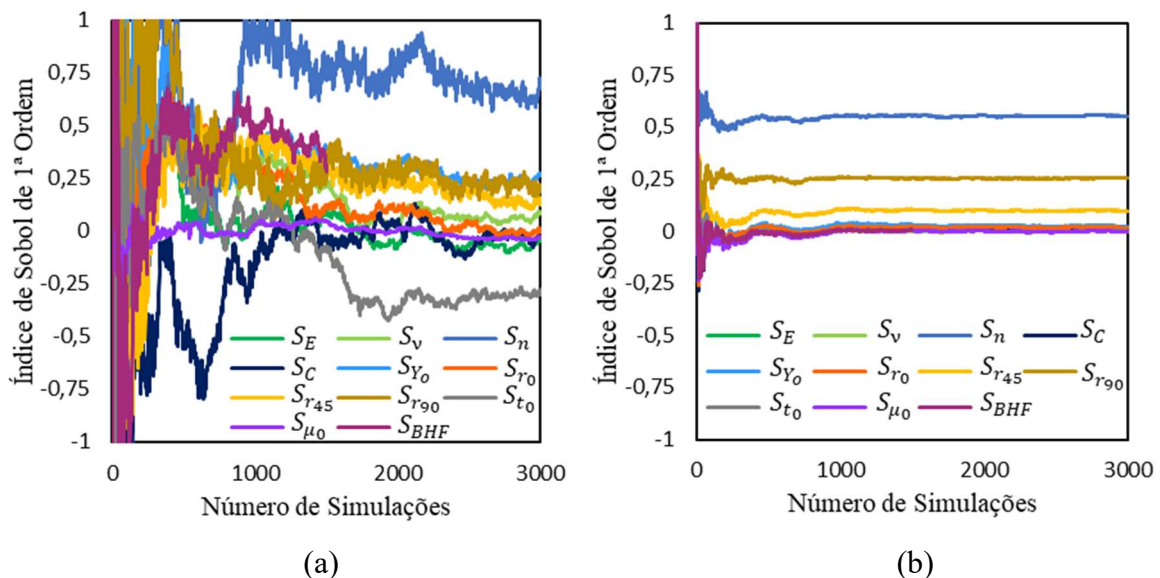


Figura 3.2 – Comparação entre o cálculo dos índices de Sobol através das equações: (3.10) (Saltelli *et al.*, 2008) (a); (3.12) (Janon *et al.*, 2014) (b).

Nesta figura pode-se observar que utilizando a equação (3.12) (Figura 3.2 (b)), ocorre uma estabilização mais rápida dos índices de Sobol, quando em comparação com a equação (3.10) (Figura 3.2 (a)), sendo que neste último caso é necessário um maior número de simulações para a estabilização dos índices de Sobol. Esta diferença deve-se à hipótese considerada nas equações (3.10) e (3.17) de que a média das respostas do conjunto  $C_i$  é igual à média das respostas dos conjuntos  $A$  e  $B$ , designada por  $f_0$ . Ao evitar esta hipótese simplificadora as equações (3.12) e (3.18) permitem uma estabilização dos índices de Sobol para um menor número de simulações. Embora não se mostre, para as restantes respostas do modelo, a

comparação entre os dois métodos é idêntica à da deformação plástica equivalente (ver Figura 3.2), tanto para os índices de Sobol de primeira ordem como para os índices de Sobol totais, pelo que não são apresentados os restantes gráficos da estabilização dos índices de Sobol utilizando as equações (3.10) e (3.17). De acordo com as conclusões deste estudo, no restante texto serão sempre utilizadas as equações (3.12) e (3.18) no cálculo dos índices de Sobol.

Apresentam-se seguidamente os resultados para os índices de Sobol de primeira ordem e para os índices de Sobol totais considerando como respostas do modelo: a força final do punção (FF); a deformação plástica equivalente (DPE); a redução de espessura (RE); a alteração de geometria (AG); o retorno elástico (REL). Para todas as respostas, a estabilização das curvas dos índices, de primeira ordem e totais, dá-se para um número de simulações entre as 1000 e as 1500. Nesta secção serão inicialmente apresentados os índices de Sobol para o valor máximo da resposta. Posteriormente são mostradas as distribuições, mais relevantes, dos índices de Sobol nos nós do modelo numérico (as distribuições menos relevantes podem ser consultadas nos Apêndices A e B). Por fim, é feita uma comparação entre os valores dos índices de Sobol em cada zona da peça, de modo a determinar qual o parâmetro mais importante nessa zona.

É importante referir que se deve ter sempre em atenção que o cálculo numérico dos índices de Sobol é aproximado, pelo que apesar de teoricamente os índices de primeira ordem variarem entre 0 e 1, podem existir casos em que o valor do índice seja negativo quando este estabiliza para um valor próximo de 0, podendo nesse caso assumir-se um valor de 0.

#### **3.3.1.1. Força do punção**

Na Figura 3.3 mostra-se a evolução dos índices de Sobol de primeira ordem (Figura 3.3 (a)) e totais (Figura 3.3(b)) para a força final do punção (deslocamento de 40 mm), em função do número de simulações. Observa-se nesta figura que o parâmetro  $C$  da lei de Swift é o que tem a maior influência na variabilidade da força final do punção. A espessura inicial da chapa,  $t_0$ , é o segundo parâmetro com mais influência, ainda que esta seja bastante inferior à influência do parâmetro  $C$ . Nesta situação os índices de primeira ordem são idênticos aos índices totais (ver Figura 3.4). O somatório de todos os índices de primeira ordem é de aproximadamente 1 pelo que o modelo é aditivo e o efeito das interações é praticamente nulo.

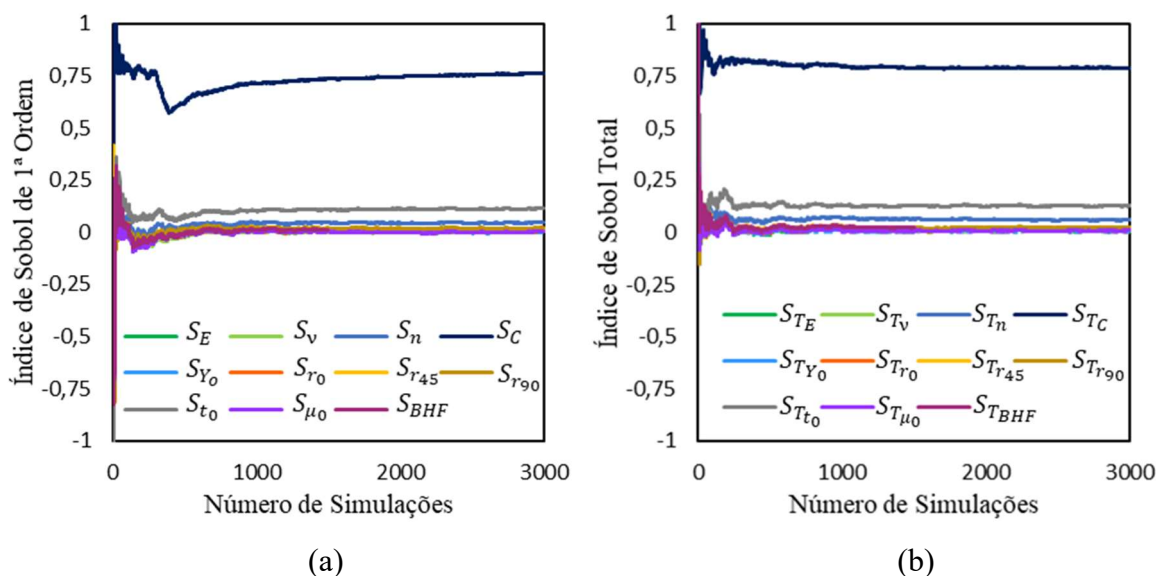


Figura 3.3 – Representação para a força final do punção dos índices de Sobol de: primeira ordem (a); totais (b).

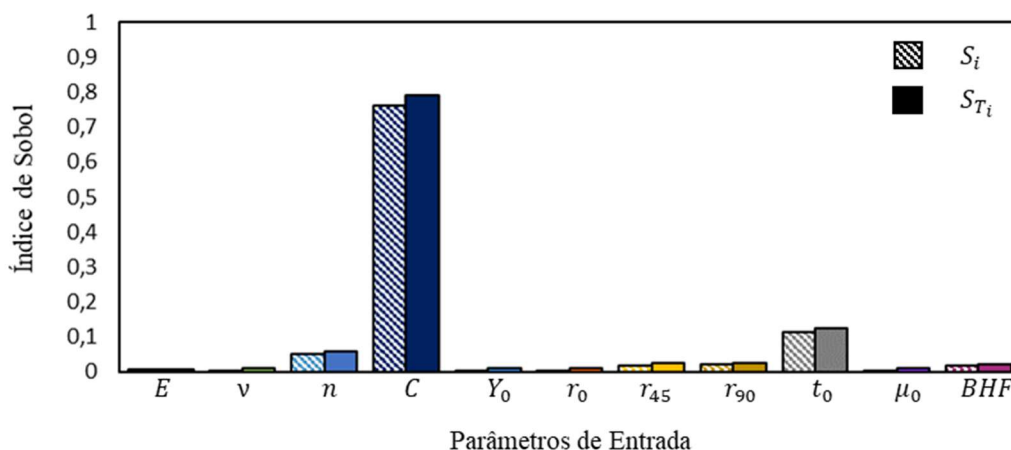


Figura 3.4 – Comparação entre os índices de Sobol de primeira ordem e os índices de Sobol totais para a força final do punção.

### 3.3.1.2. Deformação Plástica Equivalente

Na Figura 3.5 estão representados os valores dos índices de Sobol de primeira ordem (Figura 3.5 (a)) e totais (Figura 3.5 (b)) para a DPE máxima em função do número de simulações. Nesta situação os parâmetros de entrada com maior influência sobre o resultado são o  $n$ , o  $r_{90}$  e o  $r_{45}$ . Os valores dos restantes índices são muito próximos de 0 pelo que a influência dos restantes parâmetros é insignificante no valor da DPE máxima. Comparando os índices de primeira ordem com os índices totais (Figura 3.6) conclui-se que não há uma diferença muito significativa entre os seus valores. De facto, o somatório de todos os índices de primeira ordem tem um valor de aproximadamente 0,938 (considerando que os índices

com valores negativos são iguais a 0), o que permite confirmar que o modelo está próximo de ser um modelo aditivo, ou seja, que o efeito das interações entre variáveis é insignificante.

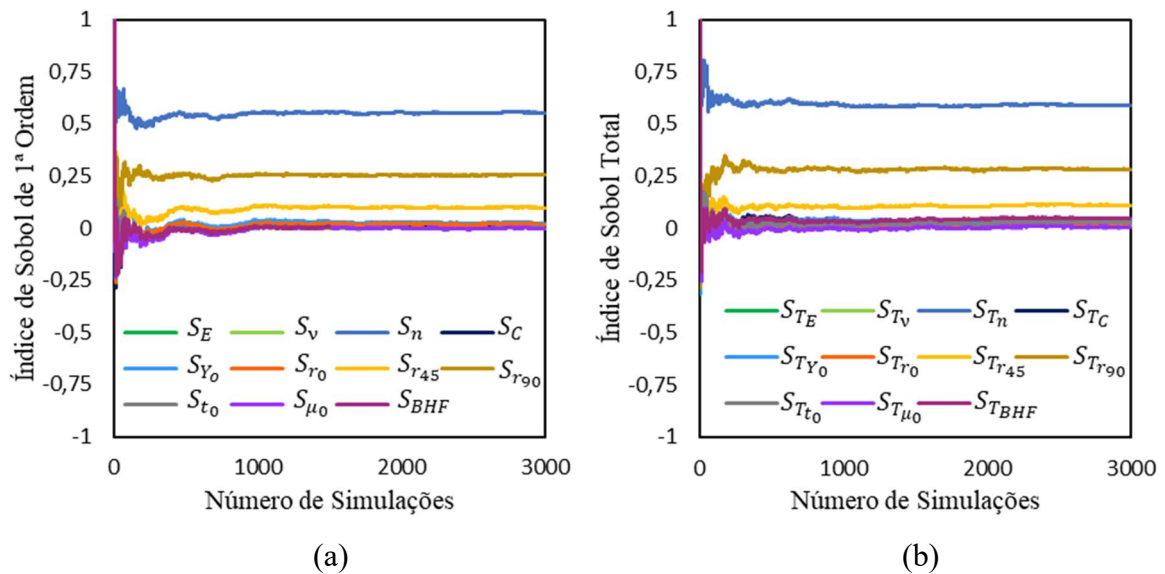


Figura 3.5 – Representação para a deformação plástica equivalente máxima dos índices de Sobol de: primeira ordem (a); totais (b).

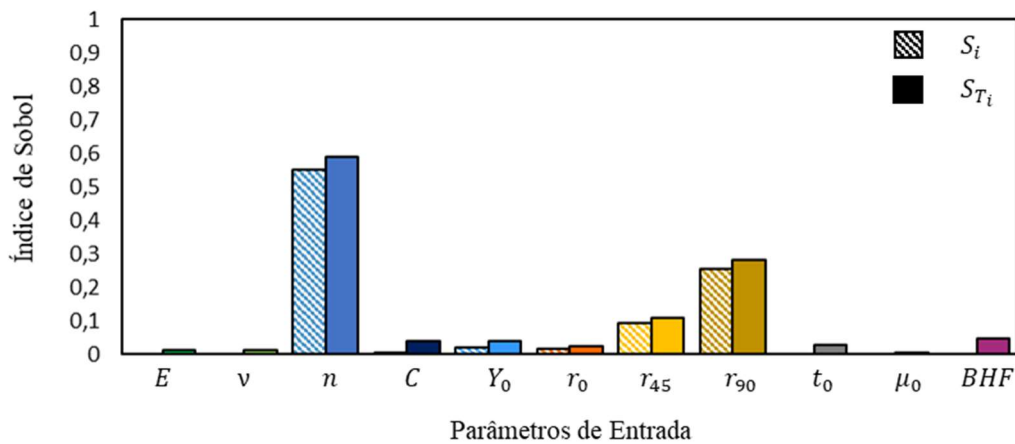


Figura 3.6 – Comparação entre os índices de Sobol de primeira ordem e os índices de Sobol totais para a deformação plástica equivalente máxima.

Na Figura 3.7 estão representados, para a globalidade da peça, os índices de Sobol de primeira ordem para os parâmetros  $n$  (Figura 3.7 (a)),  $C$  (Figura 3.7 (b)),  $r_{45}$  (Figura 3.7 (c)) e  $r_{90}$  (Figura 3.7 (d)). Conclui-se que os parâmetros com maior influência na DPE nas várias zonas da peça são os mesmos que têm maior influência no seu valor máximo. Em certas zonas, longe do ponto onde se dá a deformação plástica equivalente máxima (ver Figura 2.2), o  $n$  e o  $r_{90}$  mostram ter uma grande influência no resultado, atingindo, nalguns casos, índices de Sobol perto da unidade. De forma geral, à semelhança do que acontece para

o valor máximo de DPE,  $n$  e  $r_{90}$  são as propriedades com maior influência na deformação plástica equivalente na globalidade da peça. O parâmetro  $C$  é também importante porque apesar deste não ter um contributo relevante para a deformação plástica equivalente máxima, tem uma influência significativa nos resultados da DPE numa grande parte da taça, sendo até mais influente do que o  $r_{45}$ .

Comparando os índices de Sobol de primeira ordem em cada nó, Figura 3.7, com os índices de Sobol totais em cada nó, Figura 3.8, nota-se que a distribuição dos índices de primeira ordem e dos índices totais é bastante semelhante. Por esta razão pode-se concluir que o efeito das interações na variabilidade da DPE é reduzido.

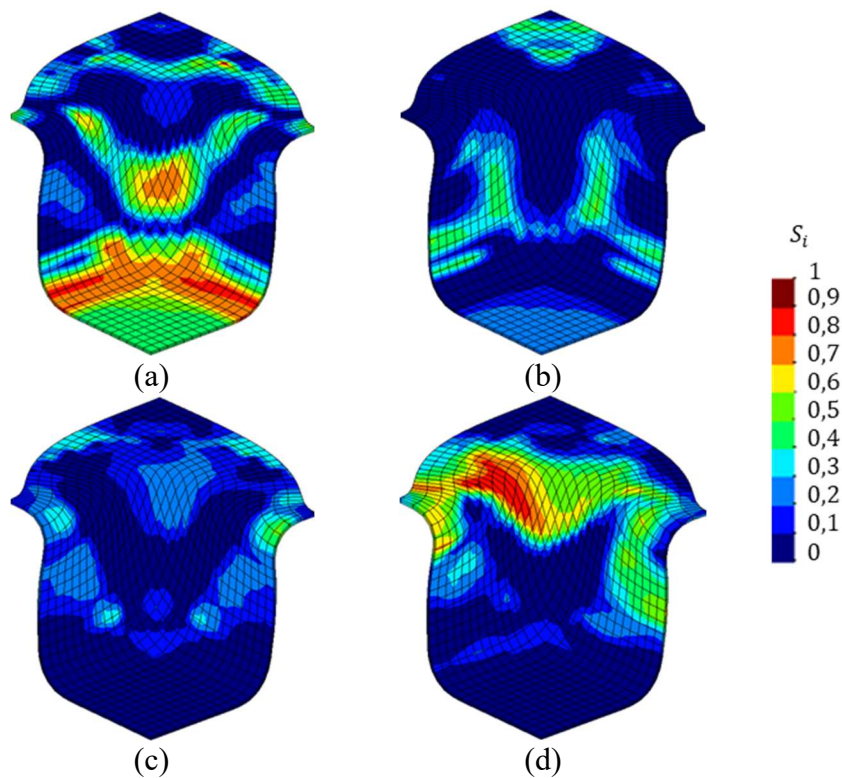


Figura 3.7 – Distribuição dos índices de Sobol de primeira ordem para a deformação plástica equivalente na peça correspondentes aos parâmetros:  $n$  (a);  $C$  (b);  $r_{45}$  (c);  $r_{90}$  (d).

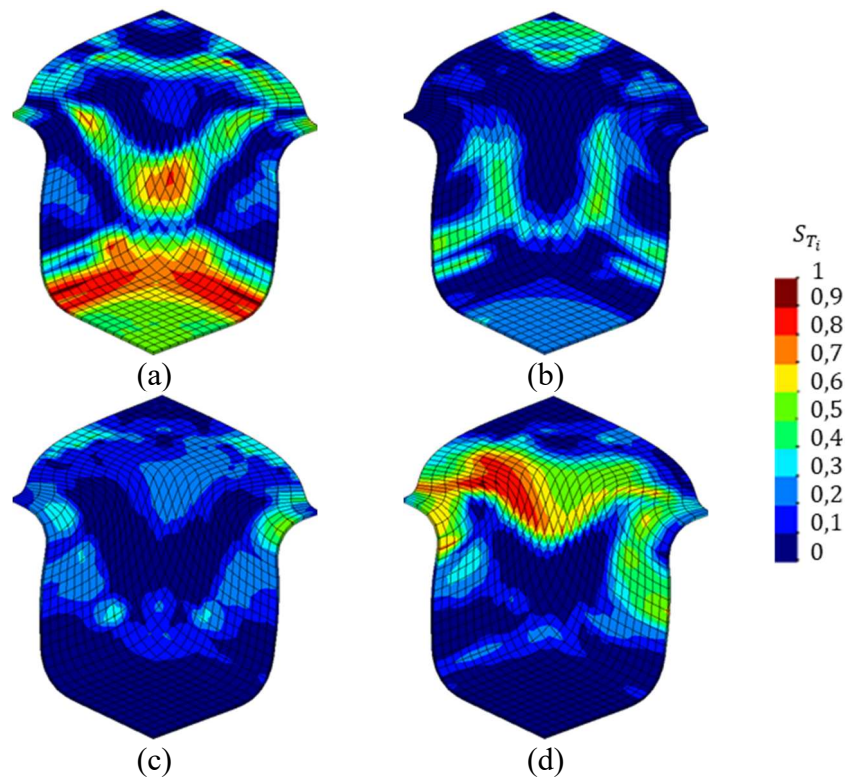


Figura 3.8 – Distribuição dos índices de Sobol totais para a deformação plástica equivalente na peça correspondentes aos parâmetros:  $n$  (a);  $C$  (b);  $r_{45}$  (c);  $r_{90}$  (d).

### 3.3.1.3. Redução de espessura

Para a RE máxima, os resultados obtidos são relativamente idênticos aos da DPE máxima. Na Figura 3.9 mostram-se os valores calculados para os índices de Sobol de primeira ordem (Figura 3.9 (a)) e totais (Figura 3.9 (b)), sendo estes também comparados na Figura 3.10. Para este caso o  $n$  e os coeficientes de anisotropia  $r_0$ ,  $r_{45}$  e  $r_{90}$  são os parâmetros que revelam maior importância. Aqui, ao contrário do que ocorre para a DPE máxima, o  $r_0$  apresenta alguma influência e tem uma importância idêntica ao  $r_{45}$ . Tal como para o caso da DPE máxima, para a RE máxima, os índices de primeira ordem estão próximos dos índices totais. O valor do somatório de todos os índices de primeira ordem é de 0,987 (considerando que os índices com valores negativos são iguais a 0), pelo que este modelo pode ser considerado praticamente aditivo e, portanto, o efeito das interações é muito reduzido.

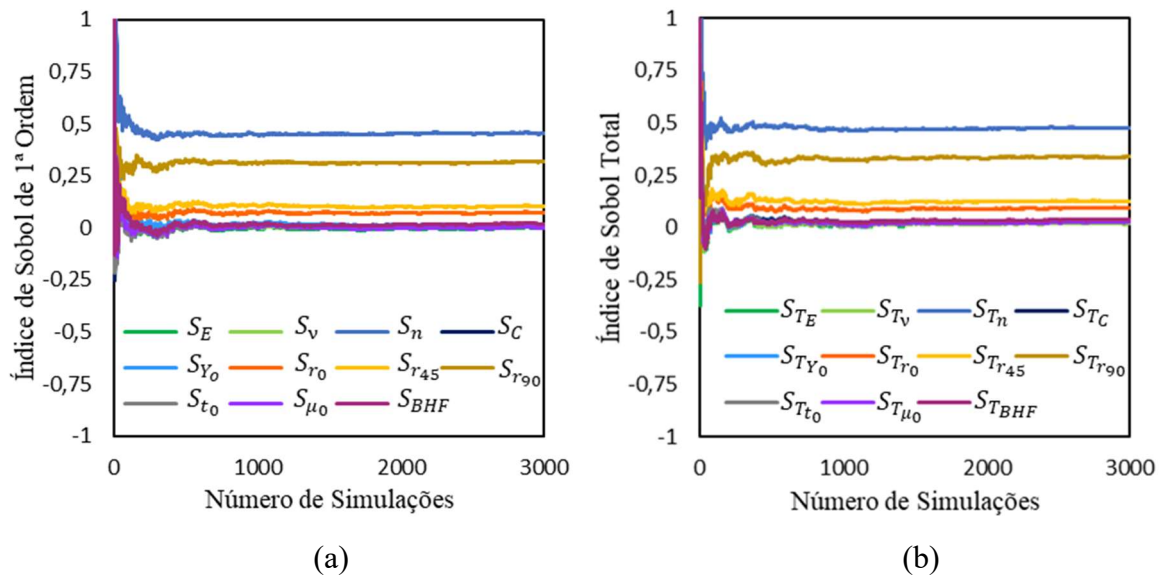


Figura 3.9 – Representação para a redução de espessura máxima dos índices de Sobol de: primeira ordem (a); totais (b).

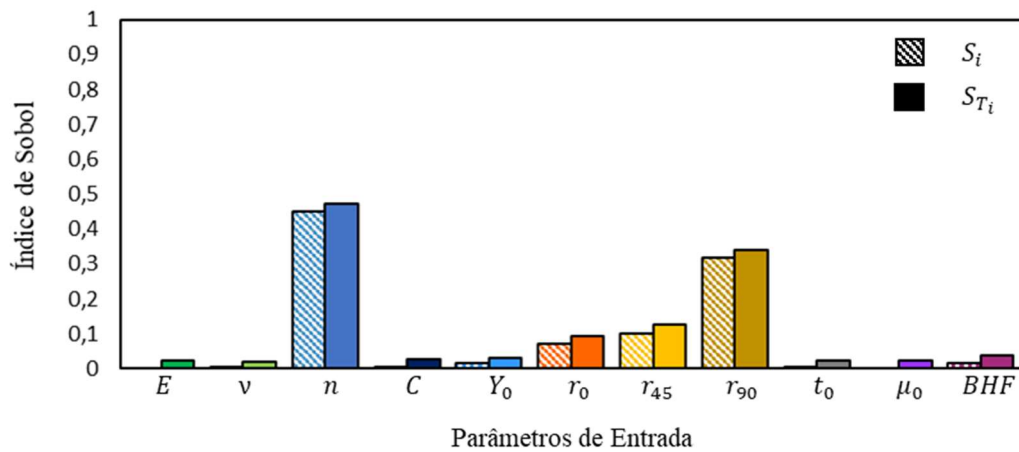


Figura 3.10 – Comparação entre os índices de Sobol de primeira ordem e os índices de Sobol totais para a redução de espessura máxima.

Na Figura 3.11 estão representados para cada nó, para a redução de espessura, os índices de primeira ordem para os parâmetros  $n$  (Figura 3.11 (a)),  $C$  (Figura 3.11 (b)),  $r_0$  (Figura 3.11 (c)),  $r_{45}$  (Figura 3.11 (d)) e  $r_{90}$  (Figura 3.11 (e)). Verifica-se que, para a globalidade da peça, as propriedades que apresentam uma maior influência na redução de espessura são o  $n$  e o  $r_{90}$ . Há ainda uma pequena zona da taça onde o  $r_0$  revela uma grande importância. De modo semelhante ao que acontece para deformação plástica equivalente, aqui também o parâmetro  $C$  não tem importância significativa na redução de espessura máxima, e, no entanto, tem alguma importância noutras zonas da peça.



Nesta subsecção também se comparam, para toda a peça, os índices de Sobol de primeira ordem, Figura 3.11, com os índices de Sobol totais, Figura 3.12, e nota-se que a distribuição para os dois casos é bastante idêntica, tal como na DPE. Conclui-se uma vez mais que, para a RE, os efeitos das interações também podem ser desprezados em toda a peça.

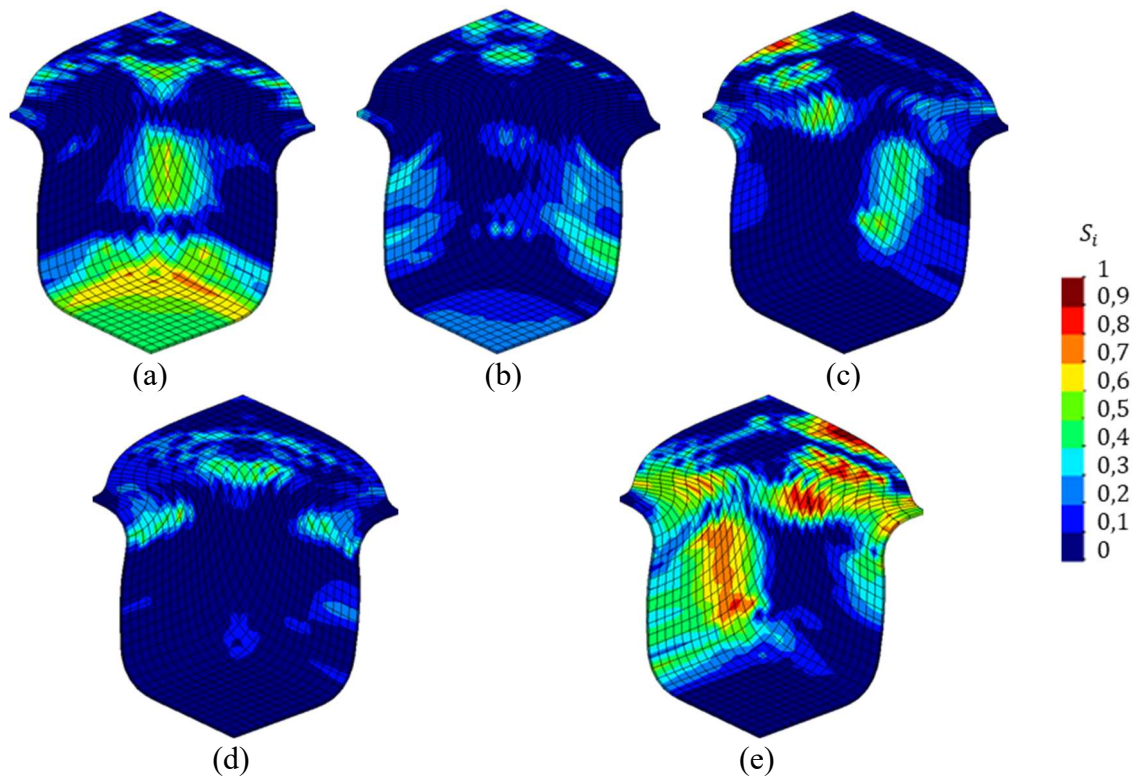


Figura 3.11 – Distribuição dos índices de Sobol de primeira ordem na peça para a redução de espessura correspondentes aos parâmetros:  $n$  (a);  $C$  (b);  $r_0$  (c);  $r_{45}$  (d);  $r_{90}$  (e).

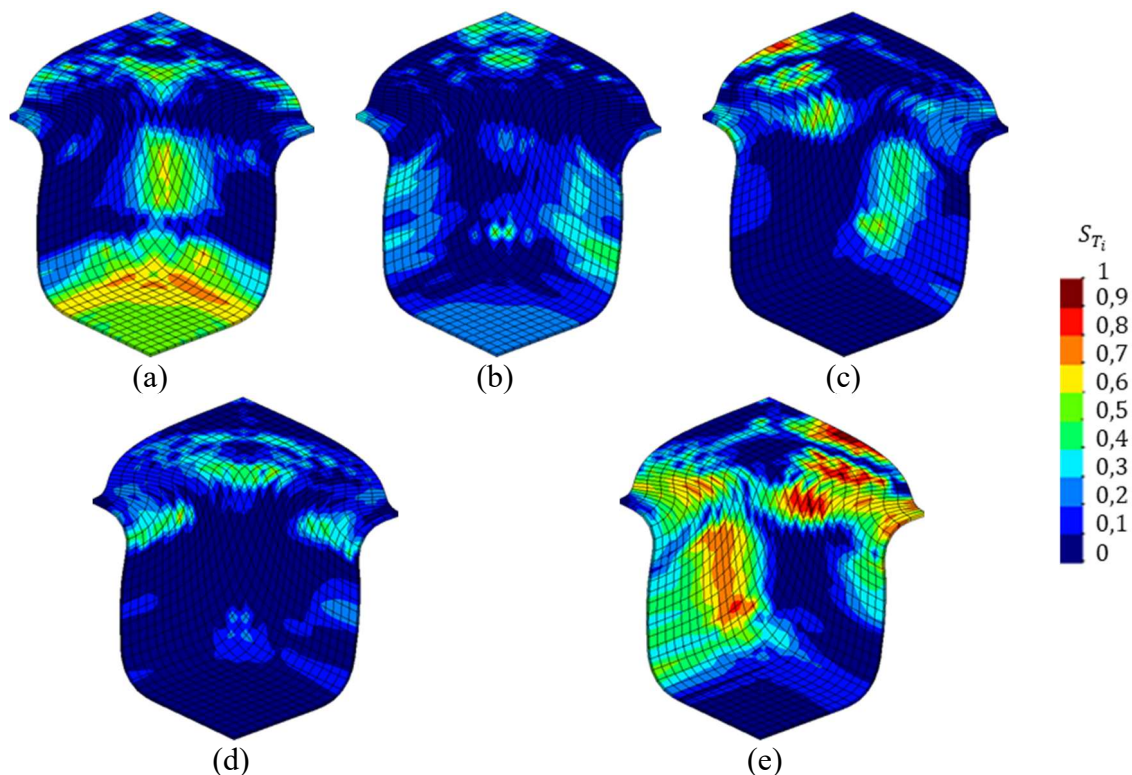


Figura 3.12 – Distribuição dos índices de Sobol totais na peça para a redução de espessura correspondentes aos parâmetros:  $n$  (a);  $C$  (b);  $r_0$  (c);  $r_{45}$  (d);  $r_{90}$  (e).

#### 3.3.1.4. Alteração de Geometria

Na Figura 3.13 está representada a evolução dos índices de Sobol de primeira ordem (Figura 3.13 (a)) e totais (Figura 3.13 (b)) em função do número de simulações para a AG máxima. Para a alteração de geometria máxima verifica-se que o  $r_{90}$  é parâmetro com maior influência, sendo que os parâmetros  $r_0$  e  $r_{45}$  também apresentam alguma influência, ainda que mais baixa. Os restantes parâmetros apresentam uma influência muito reduzida. Na Figura 3.14 comparam-se os índices de primeira ordem com os índices totais. Através desta figura observa-se que existem algumas diferenças significativas entre os índices de primeira ordem e os índices totais, sendo que o somatório dos índices de primeira ordem é de 0,647 (considerando que os índices com valores negativos são iguais a 0). Neste contexto considera-se que o modelo é não-aditivo e que o efeito das interações é relevante.

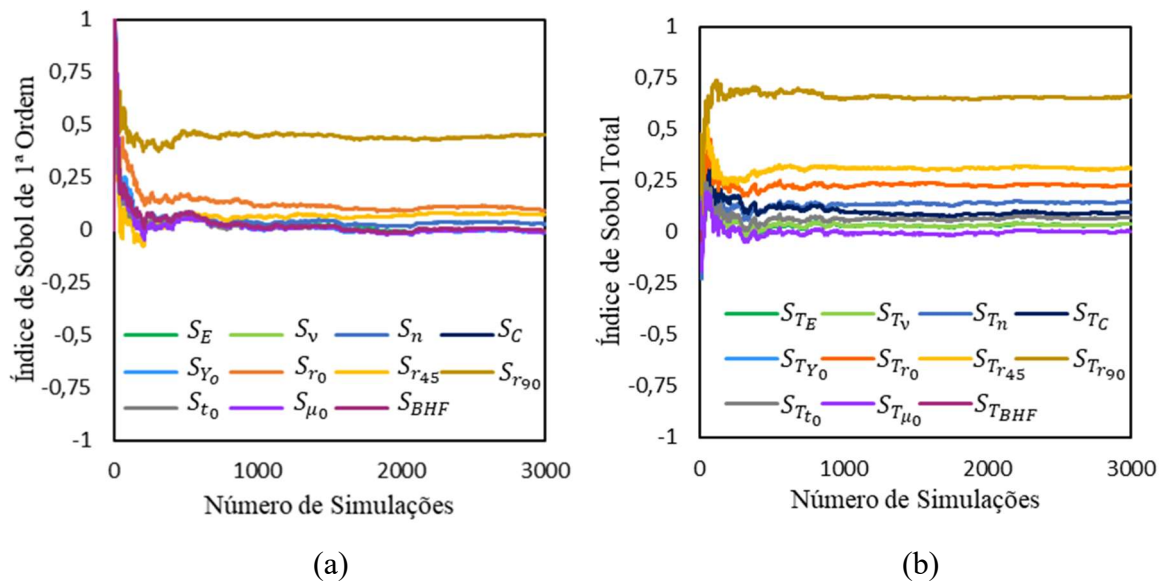


Figura 3.13 – Representação para as variações na geometria dos índices de Sobol de: primeira ordem (a); totais (b).

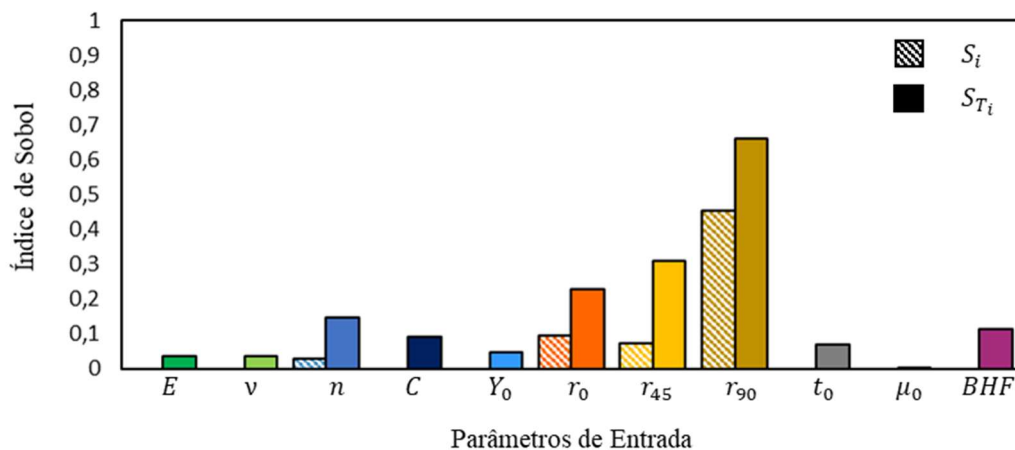


Figura 3.14 – Comparação entre os índices de Sobol de primeira ordem e os índices de Sobol totais para a alteração de geometria.

Na Figura 3.15 estão representados os índices de Sobol de primeira ordem para cada nó para os parâmetros  $n$  (Figura 3.15 (a)),  $r_0$  (Figura 3.15 (b)),  $r_{45}$  (Figura 3.15 (c)), e  $r_{90}$  (Figura 3.15 (d)). A partir desta figura conclui-se que são os parâmetros  $n$  e  $r_{90}$  que mais influenciam a AG na maior parte da taça.

Na Figura 3.16 estão representados, também para cada nó, os índices de Sobol totais. Por comparação da distribuição dos índices de primeira ordem (ver Figura 3.15) com a distribuição dos índices totais (ver Figura 3.16), confirma-se que as interações entre parâmetros são significativas na globalidade da taça.

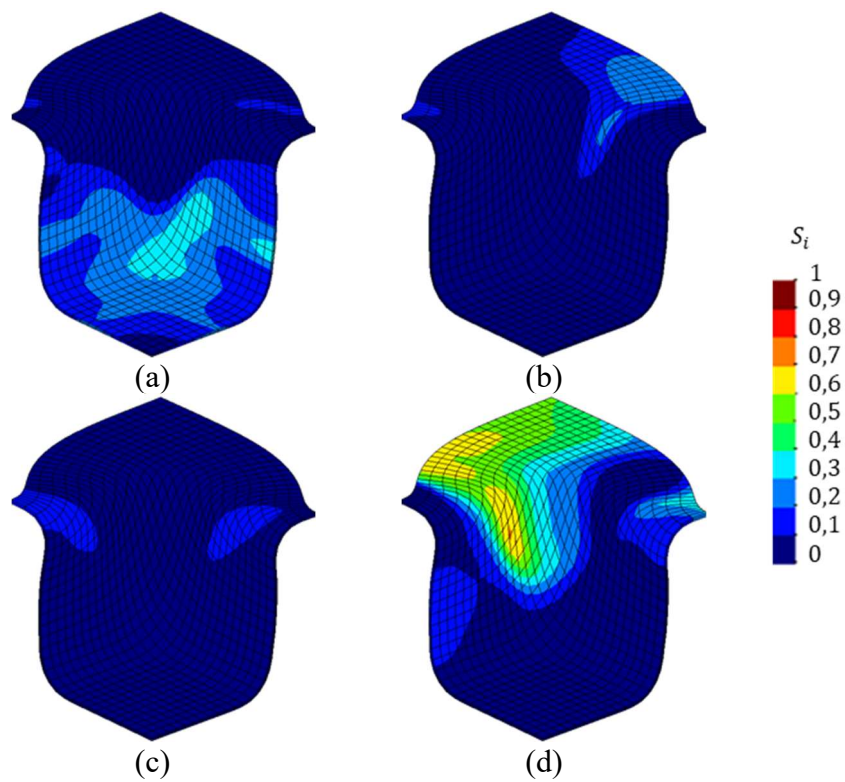


Figura 3.15 – Distribuição dos Índices de Sobol de primeira ordem na peça para a alteração de geometria correspondentes aos parâmetros:  $n$  (a);  $r_0$  (b);  $r_{45}$  (c);  $r_{90}$  (d).

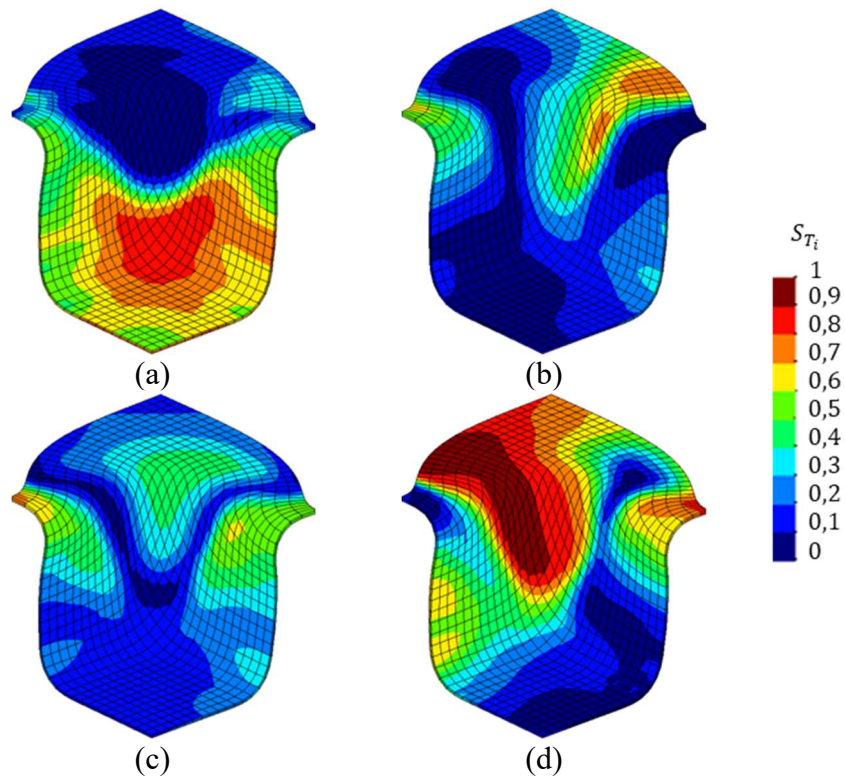


Figura 3.16 – Distribuição dos índices de Sobol totais na peça para a alteração de geometria correspondentes aos parâmetros:  $n$  (a);  $r_0$  (b);  $r_{45}$  (c);  $r_{90}$  (d).

### 3.3.1.5. Retorno Elástico

Na Figura 3.17 estão representados os índices de Sobol de primeira ordem (Figura 3.17 (a)) e totais (Figura 3.17 (b)), relativos ao REL máximo, em função do número de simulações. Os parâmetros que mais importância mostram no retorno elástico máximo são o  $C$  e o  $n$ . No entanto, quando comparados com as outras respostas do modelo anteriormente analisadas, os índices de primeira ordem mostram que estes parâmetros têm uma baixa importância no REL máximo. Já os índices totais apresentam valores muito superiores aos dos índices de primeira ordem, (ver Figura 3.18), tendo todos os parâmetros, à exceção do coeficiente de atrito, um valor de índice total acima dos 0,30. O somatório dos índices de primeira ordem é de aproximadamente 0,367 (considerando que os índices com valores negativos são iguais a 0), o que indica que o modelo é não-aditivo e o efeito das interações no retorno elástico é muito importante.

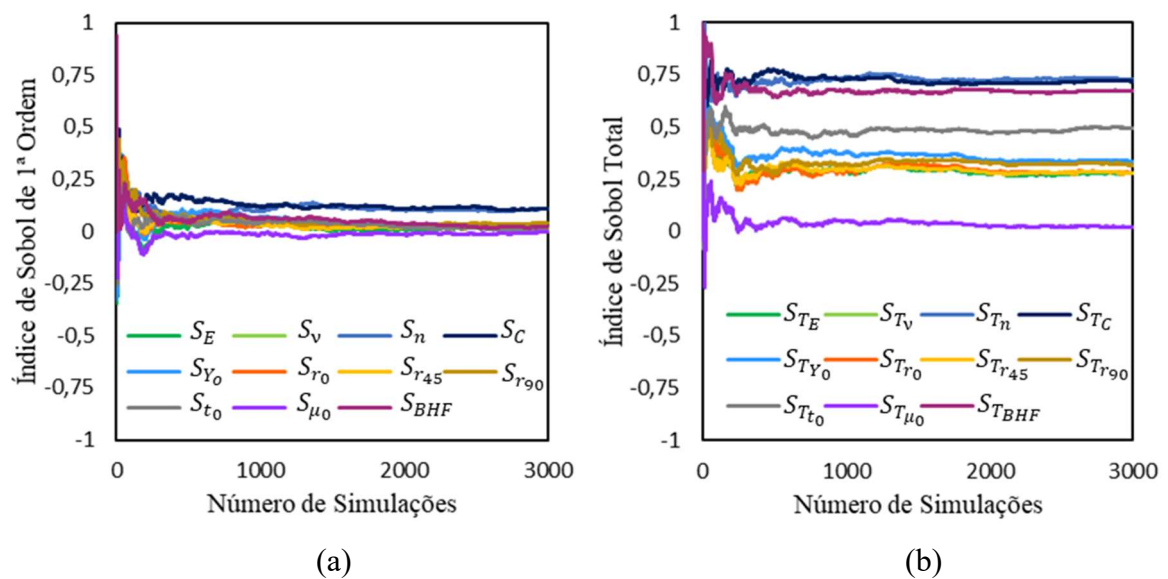
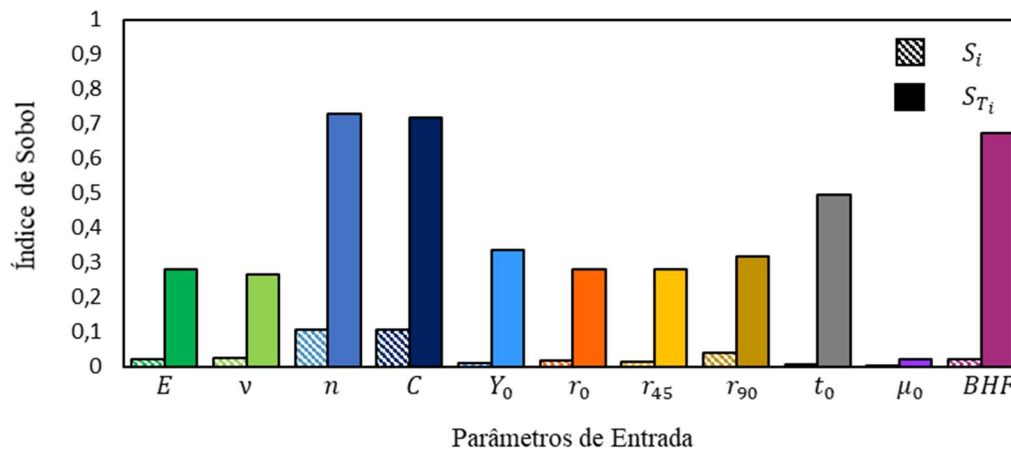


Figura 3.17 – Representação para retorno elástico máximo dos índices de Sobol de: primeira ordem (a); totais (b).



**Figura 3.18 – Comparação entre os índices de Sobol de primeira ordem e os índices de Sobol totais para o retorno elástico máximo.**

Na Figura 3.19 representam-se os índices de Sobol de primeira ordem calculados para o resultado do retorno elástico em cada nó. Nomeadamente, são representados os índices obtidos para os parâmetros de entrada  $n$  (Figura 3.19 (a)),  $C$  (Figura 3.19 (b)),  $r_{90}$  (Figura 3.19 (c)) e  $BHF$  (Figura 3.19 (d)). Como já mencionado, em comparação com os resultados para as respostas do modelo anteriores, os índices de primeira ordem para o REL têm valores muito inferiores aos índices para a DEP, para a RE e para a AG. Por este motivo, a escala utilizada na representação da distribuição dos índices de primeira ordem (ver Figura 3.19), é diferente da utilizada nas figuras anteriores do mesmo tipo. Tendo sempre em atenção que os índices de primeira ordem têm valores baixos, nota-se que: o parâmetro  $n$  tem uma influência maior no retorno elástico na parte superior da taça (zona onde se dá o retorno elástico máximo); os parâmetro  $C$  e  $r_{90}$  tem uma influência em quase toda a taça; a força de aperto do cerra-chapas,  $BHF$ , é o parâmetro com maior influência no resultado do REL, ainda que na zona onde se dá o REL máximo a influência do parâmetro  $BHF$  seja insignificativa.

Na Figura 3.20 estão representadas as distribuições dos índices de Sobol totais para os mesmos parâmetros mostrados na Figura 3.19. Tal como se verifica para os índices relativos ao valor máximo do REL, na distribuição dos índices em toda a peça, é visível a influência das interações. Ao contrário do que é apresentado para a DPE e para a RE, em que o efeito das interações é reduzido, aqui há diferenças bastantes significativas entre a distribuição dos índices de primeira ordem, (Figura 3.19), e a distribuição dos índices totais, (Figura 3.20).

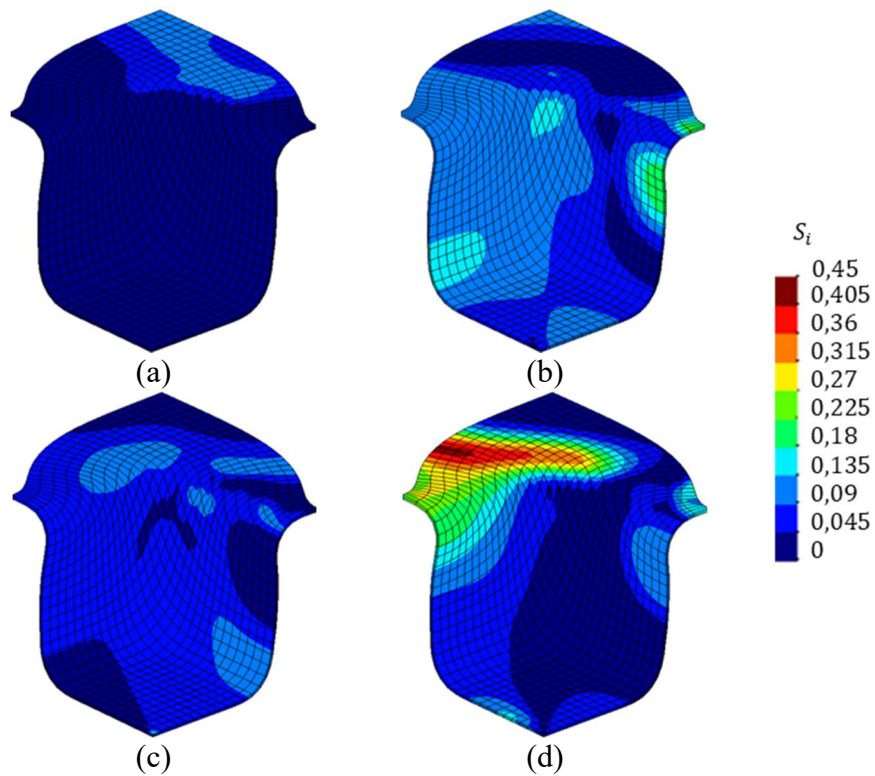


Figura 3.19 – Distribuição dos Índices de Sobol de primeira ordem na peça retorno elástico correspondentes aos parâmetros:  $n$  (a);  $C$  (b);  $r_{90}$  (c);  $BHF$  (d).

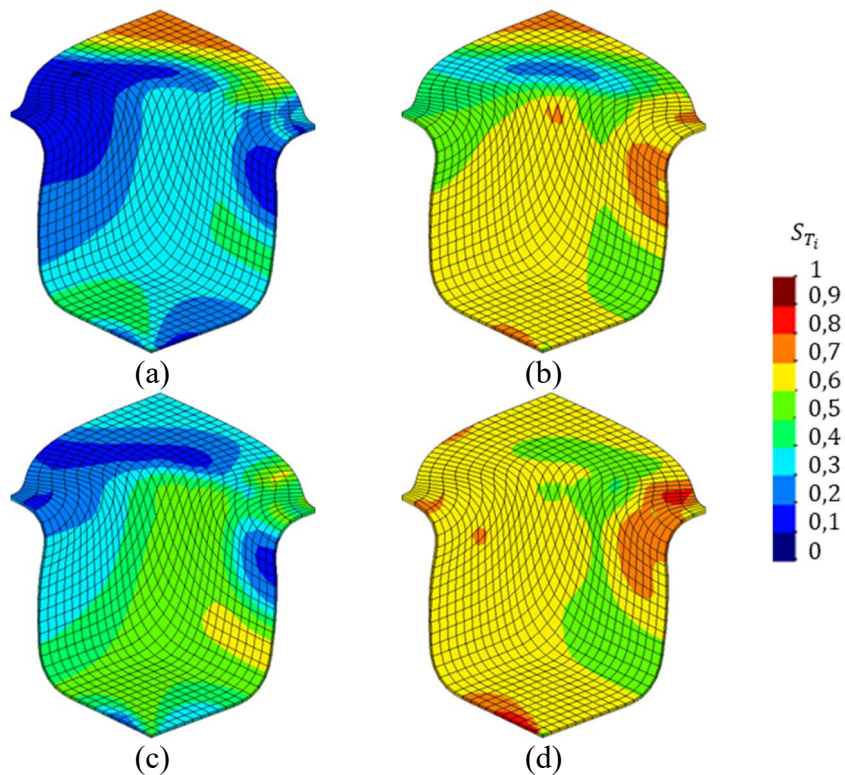
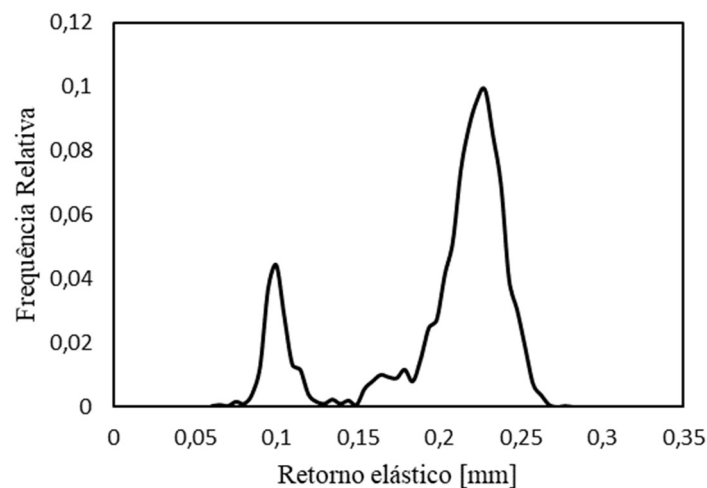


Figura 3.20 – Distribuição dos índices de Sobol totais na peça retorno elástico correspondentes aos parâmetros:  $n$  (a);  $C$  (b);  $r_{90}$  (c);  $BHF$  (d).

Como se pode observar pelos vários gráficos e figuras acima, para o retorno elástico parece existir uma grande influência das interações entre os vários parâmetros. No entanto, estes resultados podem estar relacionados com limitações associadas aos índices de Sobol. Isto porque estes índices são uma técnica de análise de sensibilidade baseada na variância, ou seja, baseada numa medida de dispersão em torno de um valor central. Tendo em conta esta definição, é perceptível que no caso de as respostas do modelo seguirem uma distribuição de probabilidade multimodal (i.e., com mais do que uma moda), os índices de Sobol não são uma medida apropriada para realizar a análise de sensibilidade. Na Figura 3.21 está representada a distribuição de probabilidade dos resultados do retorno elástico máximo, que notoriamente apresenta duas modas distintas. Atendendo a esta distribuição e pela definição dos índices de Sobol, conclui-se que a utilização destes indicadores não é adequada para estudar a sensibilidade do retorno elástico máximo, sendo que para este caso devem ser utilizadas outras medidas de sensibilidade. No entanto, apesar de a distribuição dos resultados para a zona onde se dá o REL máximo ser multimodal e, portanto, não ser correto o uso de índices de Sobol, para outras zonas da taça o seu uso pode ser adequado, pelo que deve ser sempre feita uma verificação através da distribuição de probabilidades.



**Figura 3.21 – Distribuição probabilística dos valores máximos do retorno elástico [mm].**

Para todas as outras respostas do modelo estudadas foi verificado que a distribuição de probabilidades era unimodal, sendo assim os índices de Sobol adequados para a análise de sensibilidade.



### 3.3.2. Conclusões e comparação entre os resultados obtidos

Neste capítulo, foram estimados todos os índices de sensibilidade e quais os parâmetros com maior influência nas várias respostas. Para distinguir os parâmetros mais importantes dos menos importantes é utilizada, nesta secção, uma análise de Pareto. Com base nesta análise define-se que um parâmetro é considerado importante caso esteja contido no menor conjunto de parâmetros que levem a uma variabilidade de 80 % na resposta. Desta forma, caso se consiga reduzir a variabilidade desses parâmetros de entrada, consegue-se reduzir a variabilidade na resposta até 80 %. A análise de Pareto está representada na Figura 3.22. Estes gráficos mostram a influência na variabilidade, em percentagem, de cada parâmetro de entrada ou de interações (designadas por *int*), no valor máximo de cada resposta do modelo. Esta percentagem é obtida diretamente através dos índices de Sobol de primeira ordem, que como são normalizados entre 0 e 1 podem ser vistos como uma percentagem. A linha a preto representa a percentagem cumulativa da influência de cada parâmetro. Esta análise de Pareto não é aplicada ao retorno elástico máximo uma vez que os índices de Sobol não são uma técnica adequada para avaliar a sensibilidade desta resposta, como discutido anteriormente.

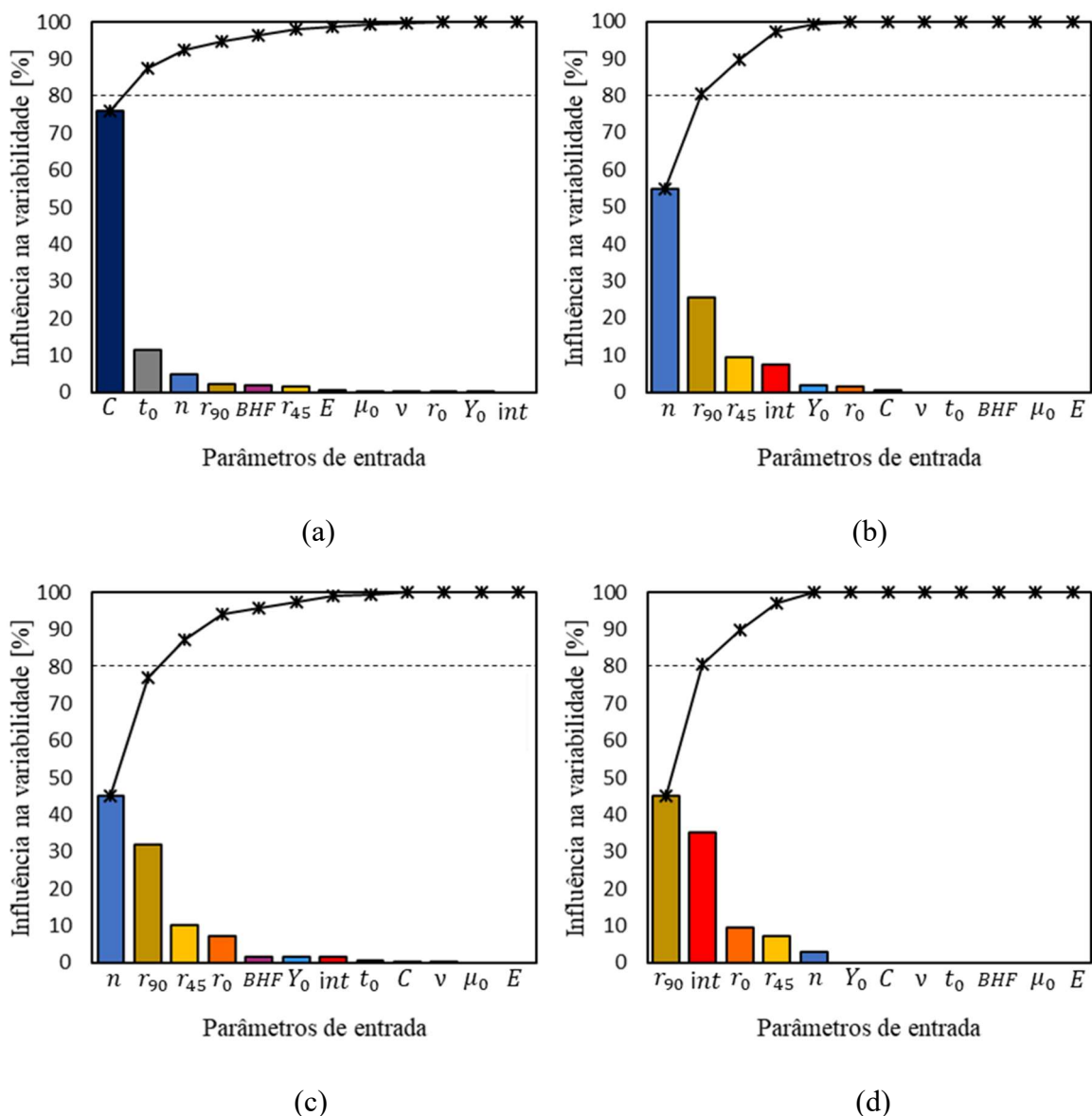


Figura 3.22 – Análise de Pareto para o modelo considerando como resposta a: força final do processo (a); deformação plástica equivalente máxima (b); redução de espessura máxima (c); alteração de geometria máxima (d)

Da figura acima conclui-se quais os parâmetros de entrada do modelo cuja diminuição de variabilidade deve ser uma prioridade para reduzir a variabilidade das respostas do modelo em aproximadamente 80 %. Para reduzir a variabilidade na FF, deve reduzir-se a variabilidade do parâmetro  $C$  e, eventualmente, da espessura inicial da chapa,  $t_0$ . No caso da DPE máxima e da RE máxima, deve reduzir-se a variabilidade dos parâmetros  $n$  e  $r_{90}$ . Por fim, para a AG máxima, deve-se dar prioridade à redução da variabilidade do parâmetro  $n$  e ainda de outras propriedades que têm fortes interações entre si, cujo estudo não é aqui apresentado.

Com o intuito de perceber qual o parâmetro que mais influencia a resposta numa dada zona da peça, é indicado na Figura 3.23 o parâmetro de entrada cujo índice de Sobol de primeira ordem é máximo para cada nó do modelo. Os resultados desta análise estão indicados na Figura 3.23 (a), Figura 3.23 (b) e Figura 3.23 (c), para as respostas DPE, RE e AG, respetivamente. Verifica-se que, para todas as respostas do modelo, o coeficiente de encruamento,  $n$ , é o parâmetro com maior influência no fundo da taça. Este parâmetro é também o mais importante em grande parte das paredes da taça para a DPE e para a AG. Na RE verifica-se que os parâmetros mais influentes nas paredes são o  $n$ , o  $r_0$  e o  $r_{90}$ . No topo da taça, para a DPE e para a RE a propriedade com maior influência também depende bastante da zona, sendo as mais importantes o  $n$ , o  $C$  e o  $r_{90}$ . Para a AG, a variabilidade no topo da taça depende praticamente apenas de  $r_0$  e de  $r_{90}$ .

Na Figura 3.24 é indicado o parâmetro de entrada cujo índice de Sobol total é máximo em cada nó do modelo. Os resultados desta análise estão indicados na Figura 3.24 (a), Figura 3.24 (b) e Figura 3.24 (c), para as respostas DPE, RE e AG, respetivamente. Conclui-se, comparando a Figura 3.23 com a Figura 3.24, que os parâmetros de entrada associados aos maiores índices de primeira ordem são os mesmos associados aos maiores índices totais. Isto acontece porque: no caso da DPE e da RE, o efeito das interações é muito reduzido; e no caso da AG porque os parâmetros de entrada que por si só têm um efeito mais significativo na resposta (i.e., com maiores índices de primeira ordem), são os mesmos em que o efeito das interações parece ser mais relevante.

Posto isto, observa-se que, de modo geral, as propriedades com maior efeito na peça final são os coeficientes  $n$  e  $C$  da lei de Swift e o coeficiente de anisotropia  $r_{90}$ . Conclui-se também que para alguns casos, como para a FF, a espessura inicial da chapa,  $t_0$ , tem algum efeito e para a RE e para a AG, o coeficiente  $r_0$  também. Verifica-se ainda que para a AG as interações têm um efeito significativo.

O efeito das interações entre os vários parâmetros pode ser estudado. No entanto, como neste modelo existem 11 parâmetros de entrada, há um total de 55 índices de Sobol de segunda ordem e uma quantidade ainda maior de interações de ordens superiores (equação (3.4)), o que leva a que seja necessária a realização de um número muito elevado de simulações para a obtenção de todos os índices.

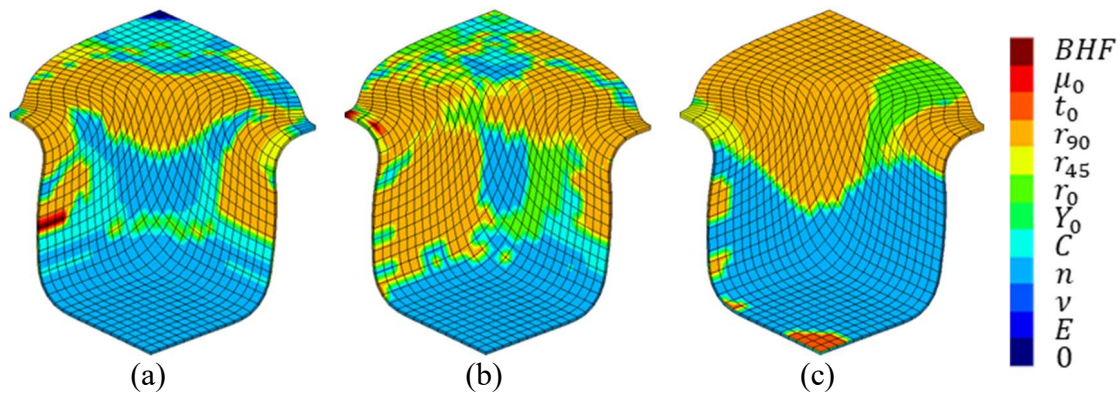


Figura 3.23 – Representação do parâmetro correspondente ao índice de Sobol de primeira ordem máximo em cada zona da peça para: DPE (a); RE (b); AG (c). O valor “0” corresponde a nós onde não há influência de nenhuma propriedade na resposta do modelo.

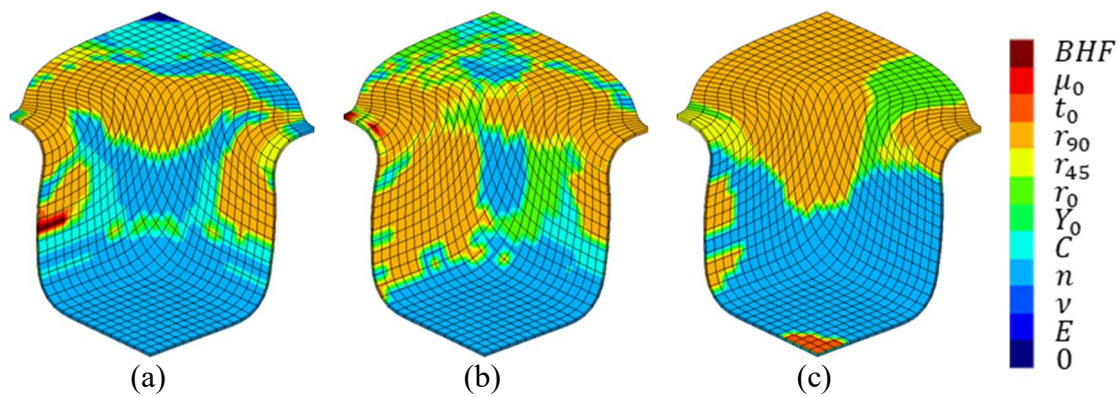


Figura 3.24 – Representação do parâmetro correspondente ao índice de Sobol total máximo em cada zona da peça para: DPE (a); RE (b); AG (c). O valor “0” corresponde a nós onde não há influência de nenhuma propriedade na resposta do modelo.

## 4. METAMODELAÇÃO

Neste capítulo é igualmente estudada a influência da variabilidade das várias propriedades do material e do processo na conformação por estampagem de uma taça quadrada. No entanto, são utilizados metamodelos baseados no método *Polynomial Chaos Expansion*, com o objetivo de reduzir o elevado número de simulações utilizadas no capítulo anterior.

### 4.1. Polynomial Chaos Expansion

Um metamodelo consiste num modelo simplificado de um qualquer modelo numérico, experimental ou analítico (Gigch, 1991). A metamodelação pode ser utilizada para análises de sensibilidade (Durieux & Pierreval, 2004). Várias técnicas de metamodelação foram anteriormente utilizadas na análise de sensibilidade de processos de estampagem (como mencionado na secção 1.2), uma vez que permitem, na maioria dos casos, reduzir significativamente a quantidade de simulações necessárias, particularmente quando comparado com abordagens de força bruta (Monte Carlo).

No âmbito desta dissertação é utilizado um metamodelo através do método *Polynomial Chaos Expansion* (PCE) (Sudret, 2014). O PCE estima a resposta do modelo para um dado conjunto de parâmetros de entrada,  $\mathbf{x}$ , através de uma base ortogonal de polinómios. A resposta obtida pelo PCE é dada por:

$$y^{PCE}(\mathbf{x}) = \sum_{\alpha \in \Omega} \beta_{\alpha} \Psi_{\alpha}(\mathbf{x}), \quad (4.1)$$

sendo  $y^{PCE}$  a resposta do PCE,  $\Psi_{\alpha}$  a base de polinómios ortogonais,  $\beta_{\alpha}$  os coeficientes associados e  $\Omega$  o conjunto de multi-índices  $\alpha$ . O valor de  $\alpha_i$  contido no multi-índice,  $\alpha = [\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_k]$ , (com  $k$  igual à quantidade de parâmetros de entrada do modelo), indica o grau do polinómio associado ao parâmetro de entrada  $X_i$ . Como neste caso a distribuição probabilística dos parâmetros de entrada do modelo é uma distribuição normal,  $\Psi_{\alpha}$  é constituída por polinómios de Hermite. A quantidade de coeficientes  $\beta_{\alpha}$  utilizados depende do número de parâmetros de entrada do modelo ( $k$ ) e do grau máximo dos polinómios utilizados ( $p$ ), sendo esta quantidade,  $Q$ , dada por:

$$Q = \binom{k+p}{p} = \frac{(k+p)!}{k!p!}. \quad (4.2)$$

Por último, os coeficientes  $\beta_\alpha$  são obtidos minimizando a diferença, por exemplo através do método dos mínimos quadrados, entre as respostas obtidas pela simulação e pelo metamodelo. Uma vez determinados estes coeficientes, é possível prever a resposta do modelo para quaisquer parâmetros de entrada. Como neste trabalho as respostas do modelo a estudar são a força no fim do processo, a deformação plástica equivalente máxima, a redução de espessura máxima e a variação de geometria máxima, são necessários determinar quatro conjuntos distintos de coeficientes  $\beta_\alpha$ , um conjunto para cada resposta. Para avaliar se o PCE foi treinado adequadamente, calcula-se o erro médio empírico entre as respostas obtidas por simulação e as respostas previstas pelo metamodelo e o coeficiente de regressão do metamodelo. O erro médio empírico é dado por:

$$\widehat{ERR\bar{O}}_E = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left( U(x^{(i)}) - y^{PCE}(x^{(i)}) \right)^2, \quad (4.3)$$

onde  $n$  é quantidade de parâmetros de entrada utilizados no treino do metamodelo e  $U(x^{(i)})$  as respostas obtidas pelas simulações. O coeficiente de regressão é dado por:

$$R^2 = 1 - \frac{\widehat{ERR\bar{O}}_E}{V(U)}, \quad (4.4)$$

onde  $V(U)$  é a variância das respostas obtidas numericamente.

Com o metamodelo adequadamente treinado, ou seja, com um erro reduzido e com um coeficiente de regressão próximo da unidade, o PCE pode ser utilizado para prever novos valores de respostas com parâmetros de entrada diferentes. Caso o valor do erro ou do coeficiente de regressão não seja adequado, o grau máximo dos polinómios utilizados pode ser aumentado, tendo como contrapartida o aumento do número de coeficientes  $\beta_\alpha$  a determinar e, conseqüentemente, o aumento da complexidade do metamodelo. Por esta razão, neste trabalho, só são considerados polinómios até grau 3.

#### 4.1.1. Aplicação do PCE em análises de sensibilidade

Os índices de Sobol também podem ser calculados através do PCE, em alternativa ao método de Monte Carlo (ou outro método que recorra a sequências de números quase-aleatórios). Através do método de quase-Monte Carlo usado anteriormente, o cálculo

dos índices de Sobol requer um elevado custo computacional, por exemplo, para 11 parâmetros de entrada e 3000 simulações de base (matriz  $\mathbf{A}$ ) são necessárias 36000 simulações auxiliares (matrizes  $\mathbf{B}$  e  $\mathbf{C}_i$ ) para avaliar os índices. A utilização do PCE permite contornar este problema, uma vez que o treino apenas requer as 3000 simulações da matriz  $\mathbf{A}$  e o teste requer as 3000 simulações da matriz  $\mathbf{B}$ . Este teste tem como objetivo confirmar se as previsões obtidas com os coeficientes  $\beta_\alpha$  provenientes dos valores da matriz  $\mathbf{A}$  são aceitáveis.

No PCE, os índices de Sobol de primeira ordem para o parâmetro de entrada  $X_i$  ( $S_i^{PCE}$ ) podem ser obtidos com recurso aos quadrados dos coeficientes  $\beta_\alpha$  (Sudret, 2014):

$$S_i^{PCE} = \sum_{\alpha \in \Omega_i} \frac{\beta_\alpha^2}{V(U)}, \quad (4.5)$$

em que  $\Omega_i$  é um subespaço de  $\Omega$ , cujos valores de  $\alpha$  estão unicamente associados ao parâmetro de entrada  $X_i$ . Os índices de Sobol totais ( $S_{T_i}^{PCE}$ ) são dados por:

$$S_{T_i}^{PCE} = \sum_{\alpha \in \Omega_{T_i}} \frac{\beta_\alpha^2}{V(U)}, \quad (4.6)$$

em que  $\Omega_{T_i}$  é um subespaço de  $\Omega$ , cujos valores de  $\alpha$  estão associados ao parâmetro de entrada  $X_i$ .

#### 4.1.2. Análise dos resultados

No treino do metamodelo foram utilizados os valores das respostas do modelo numérico,  $\mathbf{y}_A$ , obtidas por simulação numérica para o conjunto de parâmetros de entrada  $\mathbf{A}$ , previamente utilizado no cálculo dos índices de Sobol pelo método de quase-Monte Carlo (ver secção 3.1.1 e 3.2). Foram considerados polinómios de Hermite com grau máximo 3, não sendo, portanto, considerado o efeito de interações de ordem superior a 3. Tendo a matriz  $\mathbf{A}$ , o vetor  $\mathbf{y}_A$  e definido o grau máximo dos polinómios, são determinados os coeficientes,  $\beta_\alpha$ , que minimizam a diferença entre a estimativa do metamodelo e os resultados das simulações através do método dos mínimos quadrados. Na Figura 4.1 são comparadas, para 3000 simulações, as respostas obtidas através de simulações numéricas e através do metamodelo PCE. Verifica-se que para a DPE máxima (ver Figura 4.1 (b)) e para a RE máxima (ver Figura 4.1 (c)), os valores das respostas são muito próximas para ambos os

métodos. Para a FF (ver Figura 4.1 (a)) e para a AG máxima (ver Figura 4.1 (d)), observa-se uma maior dispersão nos pontos pelo que a aproximação, para certos parâmetros de entrada, não é tão precisa.

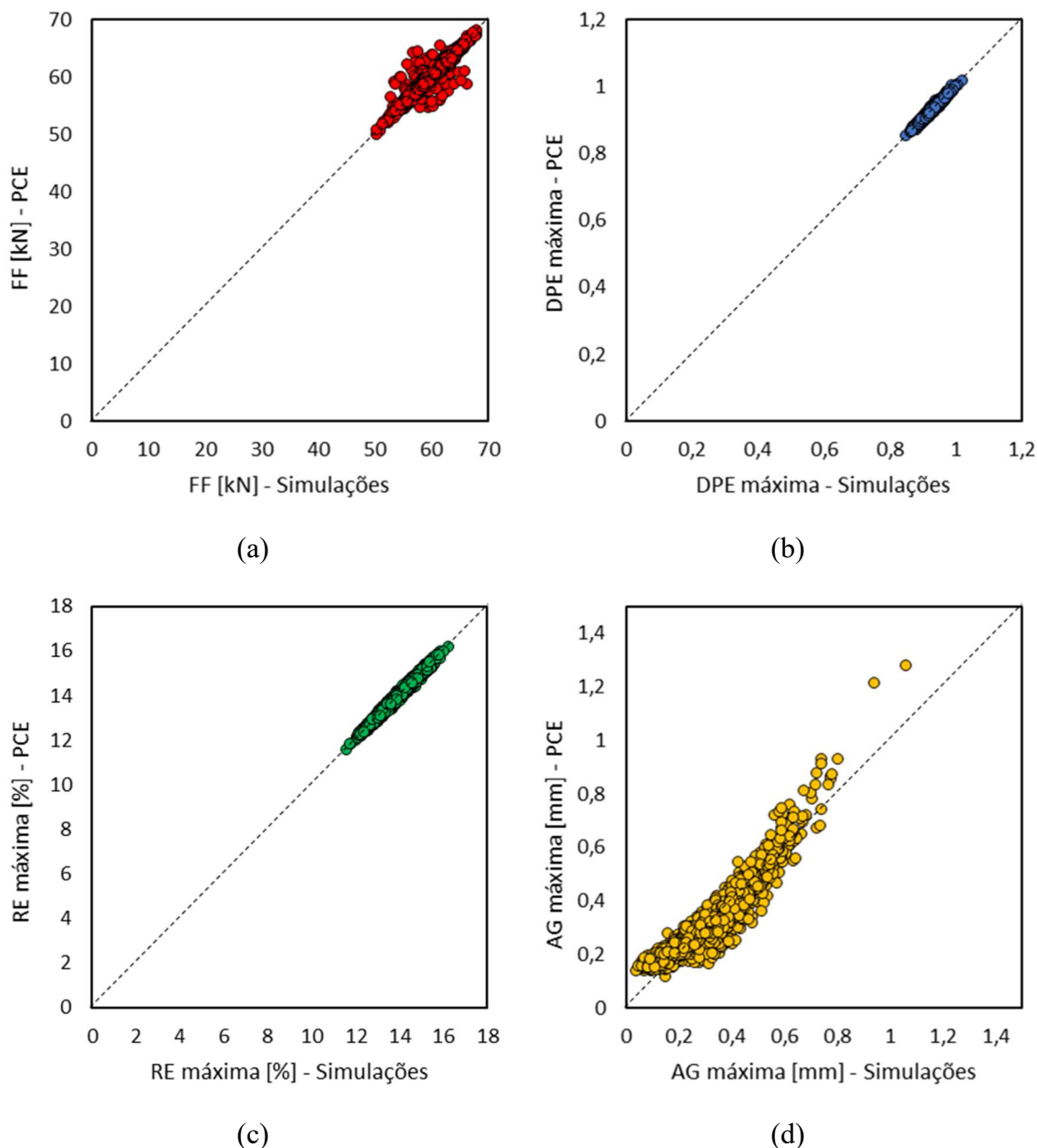


Figura 4.1 – Comparação entre os resultados obtidos através de simulações e através do PCE para a: força final máxima [kN] (a); deformação plástica equivalente máxima (b); redução de espessura máxima [%] (c); alteração de geometria máxima [mm] (d).

Para confirmar se os valores dos coeficientes obtidos são adequados, calcula-se a raiz quadrada do erro médio empírico (equação (4.3)), (de forma a melhor compreender o significado físico dos valores), e o coeficiente de regressão (equação (4.4)) para cada uma das respostas do modelo. Estes resultados são apresentados na Tabela 4.1.



Tabela 4.1 – Erro médio empírico e coeficiente de regressão obtidos para as várias respostas do PCE.

	<i>FF</i>	<i>DPE</i>	<i>RE</i>	<i>AG</i>
$\sqrt{ERRO_E}$	0,6886 kN	0,0036	0,0841 %	0,0412 mm
$R^2$	0,9384	0,9734	0,9845	0,8834

Calculados os valores para a raiz quadrada do erro médio empírico, verifica-se que para todos os casos, a diferença entre os valores determinados pelo método de quase-Monte Carlo e os determinados pelo PCE é reduzida. Para a FF, para a DPE e para a RE o erro médio empírico corresponde a um valor inferior a 1 % do valor médio das respostas máximas. Para a AG o erro é ligeiramente mais elevado, correspondendo a aproximadamente 10 % do valor médio das respostas máximas. Os coeficientes de regressão também se aproximam da unidade, o que mostra que os coeficientes  $\beta_\alpha$  obtidos permitem determinar uma boa previsão para quase todas as situações.

Da Figura 4.1 e da Tabela 4.1 conclui-se que o uso do PCE para estimar a FF, a DPE máxima e a RE máxima permite resultados bastante satisfatórios. Para a AG máxima, apesar de o valor do erro médio empírico ser mais elevado e o valor de  $R^2$  mais reduzido, o metamodelo permite obter uma boa previsão para a maioria das situações. O facto de os resultados obtidos com o PCE para a AG apresentarem uma maior dispersão pode dever-se ao facto de serem consideradas, no metamodelo, no máximo interações de terceira ordem.

Com as equações (4.5) e (4.6) obtêm-se, respetivamente, os índices de Sobol de primeira ordem e totais para as várias respostas máximas do modelo. De modo a verificar se o uso do PCE é adequado ao cálculo destes índices, calcula-se a diferença absoluta entre os valores dos índices obtidos através das simulações e os valores obtidos através do PCE. Os resultados estão apresentados na Figura 4.2 para os índices de Sobol de primeira ordem e na Figura 4.3 para os índices de Sobol totais. Através destas figuras verifica-se que, regra geral, os valores dos índices de Sobol calculados através das simulações são idênticos aos índices calculados pelo PCE. É de notar que a diferença absoluta do valor dos índices de primeira ordem (ver Figura 4.2) é inferior a 0,01 para a maioria dos parâmetros de entrada do modelo, para as quatro respostas consideradas. Os valores de diferença mais altos encontrados são para o parâmetro  $r_{45}$  na DPE máxima e para o parâmetro  $r_{90}$  na AG máxima, não

ultrapassando o valor de 0,1. Já para o caso das diferenças absolutas para os índices de Sobol totais (ver Figura 4.3), os valores calculados são ligeiramente superiores aos dos índices de primeira ordem. Para a FF, DPE máxima e RE máxima as diferenças absolutas são sempre inferiores a 0,03, exceto para o parâmetro  $r_{45}$  na DPE máxima. Para a AG máxima, já existem diferenças superiores, tendo estas valores entre os 0,03 e os 0,08 para a maioria dos parâmetros. O facto de se encontrarem diferenças, apesar de pequenas, entre os índices de Sobol obtidos através de simulações e através de metamodelação pode dever-se ao efeito das interações de ordem superior a 3, que não são consideradas no PCE. Estas diferenças são principalmente visíveis para o caso da AG, onde as interações têm um efeito significativo na peça final (ver secção 3.3.2). Apesar de os resultados obtidos para a AG serem considerados adequados, estes poderão ser melhorados utilizando polinómios de grau superior.

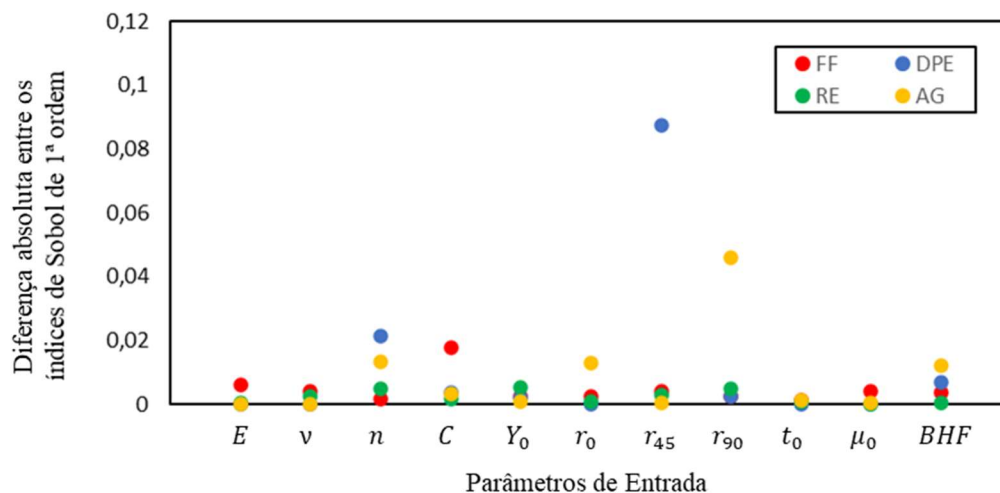
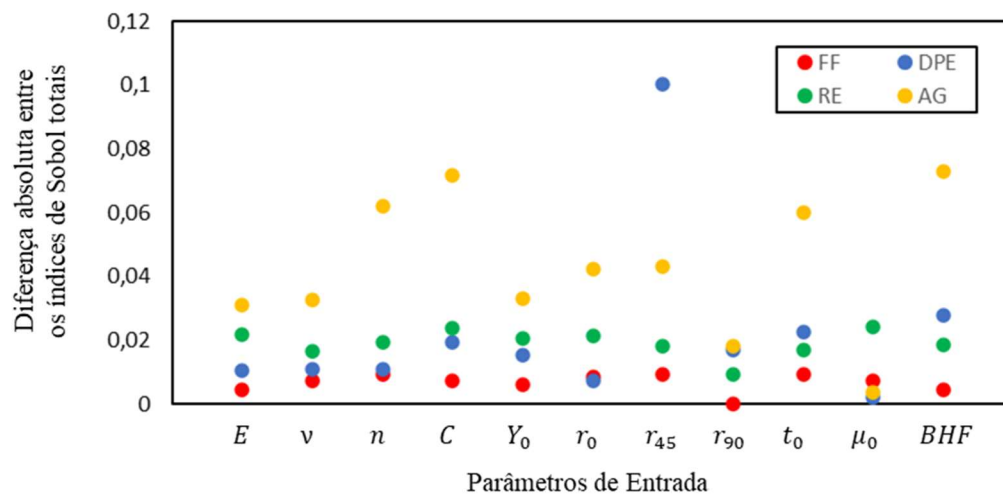


Figura 4.2 – Diferença absoluta entre o valor dos índices de Sobol de primeira ordem obtidos através de simulações e através do metamodelo.



**Figura 4.3 – Diferença absoluta entre o valor dos índices de Sobol totais obtidos através de simulações e através do metamodelo.**

Em conclusão, através dos valores do erro médio empírico, dos coeficientes de regressão e das diferenças absolutas entre os índices de Sobol calculados pelas simulações e os índices calculados pelo PCE, verifica-se que, neste estudo, a utilização do metamodelo é uma alternativa perfeitamente válida, para análises de sensibilidade, em relação ao método de quase-Monte Carlo, tendo como principal vantagem requerer um número bastante inferior de simulações. Uma desvantagem da utilização deste metamodelo é não permitir avaliar interações que possam existir de grau mais elevado do que o considerado (neste caso, grau 3).



## 5. CONCLUSÕES

O uso de equipamentos ou produtos obtidos por tecnologias de conformação, como o processo de estampagem, é cada vez mais frequente nos dias de hoje. Este processo depende de diversos parâmetros (ex. força de aperto do cerra-chapas, atrito, parâmetros constitutivos do material, etc.) pelo que é geralmente utilizada a análise de elementos finitos no desenvolvimento e otimização deste processo de conformação. Tipicamente, a análise de elementos finitos baseia-se numa abordagem determinística em que apenas se consideram os valores médios de cada parâmetro de entrada do modelo. No entanto, a variabilidade nos valores destes parâmetros pode, em alguns casos, originar defeitos no produto final e, eventualmente, conduzir à rejeição da peça. Neste contexto, entende-se que a variabilidade dos parâmetros do material e do processo é um fenómeno que se deve ter cada vez mais em atenção na análise de elementos finitos. Assim, nesta dissertação, foi estudado o processo de estampagem de uma taça quadrada, produzida com o material DC06, utilizando o programa de cálculo de elementos finitos DD3IMP, com o objetivo de determinar a influência sobre o produto final da variabilidade das várias propriedades mecânicas do material, das condições do processo e da geometria da chapa.

Começou-se por estudar as consequências da variabilidade sobre a peça final recorrendo ao cálculo da média e do desvio padrão, para cada uma das respostas do modelo. Verificou-se que a distribuição do desvio padrão para todas as respostas é idêntica à distribuição dos valores médios. O desvio padrão para a alteração de geometria é aquele que apresenta maiores variações de valores considerando a globalidade do componente. A zona inferior da taça não sofre quase qualquer alteração resultante da variabilidade do processo e do material e a parte superior da taça é aquela onde os efeitos do fenómeno da variabilidade são mais significativos. Isto era expectável pois no fundo da taça a deformação durante o processo é praticamente inexistente. No topo da taça a deformação também é reduzida, no entanto, essa zona é afetada principalmente a nível de retorno elástico e de alteração de geometria, uma vez que estes resultados dependem um pouco de tudo o que acontece na restante peça. Para os valores máximos de deformação plástica equivalente, de redução de espessura e de força final do punção o desvio padrão nos resultados máximos é reduzido,

não ultrapassando os 5 % do valor médio, mostrando que estas são respostas do modelo sobre as quais a variabilidade dos parâmetros de entrada tem um efeito pouco significativo. Já para a alteração de geometria e para o retorno elástico, os valores do desvio padrão são mais significativos, chegando a corresponder, em certas zonas, a 56,75 % e 25,5 % do valor médio, respetivamente. Concluiu-se ainda que as maiores diferenças entre os valores de referência e os valores obtidos para as simulações com variabilidade são verificadas na alteração de geometria e no retorno elástico.

Após este estudo inicial, realizou-se uma análise de sensibilidade baseada na variância, recorrendo aos índices de Sobol, os quais foram calculados com o método quase-Monte Carlo. Estes índices permitiram avaliar o efeito dos vários parâmetros de entrada do modelo nos valores máximos das respostas e nas respostas obtidas para cada nó da peça. Concluiu-se, através de um estudo conjunto entre uma análise de Pareto para as respostas máximas e a distribuição dos índices em toda a peça, que o controlo deve ser prioritário para os parâmetros  $n$  e  $C$  da lei de Swift e para o coeficiente de anisotropia  $r_{90}$ , podendo, caso se pretenda um maior rigor, ser considerado o controlo: da espessura inicial da chapa,  $t_0$  para a FF; do coeficiente de anisotropia  $r_0$  para a RE e o REL. Para a alteração na geometria, nomeadamente para o valor máximo, o efeito das interações é bastante importante, sendo quase mais importante do que o parâmetro com maior influência,  $n$ . Por último, verificou-se que o uso dos índices de Sobol não é adequado para avaliar a influência dos parâmetros de entrada do modelo no retorno elástico máximo, uma vez que a distribuição de probabilidade associada a esta resposta é multimodal. O estudo das interações entre parâmetros não é efetuado no âmbito desta dissertação devido ao elevado número de simulações que seriam necessárias de modo a avaliar os índices de Sobol de ordens superiores à primeira.

Como alternativa ao cálculo dos índices de Sobol pelo método de quase-Monte Carlo, para o qual é necessário um elevado número de simulações, estudou-se a viabilidade da utilização de um metamodelo, o *Polynomial Chaos Expansion*, que quando comparado com o método anterior requer um número significativamente menor de simulações. Treinado o metamodelo, calcula-se o erro médio empírico e o coeficiente de regressão, verificando-se que os coeficientes associados ao metamodelo obtidos são adequados. Foi também utilizado um conjunto de dados de teste, como comparação para a resposta obtida pelo PCE e pelas simulações, que assegurou a validação do metamodelo. Determinados os índices de Sobol

através do PCE, calculou-se a diferença absoluta entre estes valores e os obtidos através do método de quase-Monte Carlo. Verificou-se que as diferenças eram reduzidas para quase todas as respostas do modelo, nunca ultrapassando o valor de 0,1. As diferenças são mais significativas nas situações em que as interações são importantes, como na alteração de geometria, o que se deve ao facto de o metamodelo utilizado apenas considerar interações até ao grau 3. Concluiu-se que esta alternativa é perfeitamente viável para o cálculo destes índices de sensibilidade.

Em futuros trabalhos pode ainda ser estudado o efeito das interações entre os vários parâmetros de entrada do modelo e estudado o efeito destes parâmetros no retorno elástico, recorrendo um algum tipo de indicador mais adequado, como índices de sensibilidades baseados na entropia (H. Liu & W. Chen, 2004). Poderá ser também importante verificar se os valores dos índices são idênticos para materiais diferentes do DC06, bem como estender esta metodologia de análise de sensibilidade a outros processos de conformação.





---

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Caflisch, R. E. (1998) ‘Monte Carlo and quasi-Monte Carlo methods’, *Acta Numerica*, 7, pp. 1–49. doi: 10.1017/S0962492900002804.
- Dib, M. A. *et al.* (2019) ‘Single and ensemble classifiers for defect prediction in sheet metal forming under variability’, *Neural Computing and Applications*, 6. doi: 10.1007/s00521-019-04651-6.
- Durieux, S. and Pierreval, H. (2004) ‘Regression metamodeling for the design of automated manufacturing system composed of parallel machines sharing a material handling resource’, *International Journal of Production Economics*, 89(1), pp. 21–30. doi: 10.1016/S0925-5273(03)00199-3.
- Gao, E. *et al.* (2009) ‘Influences of material parameters on deep drawing of thin-walled hemispheric surface part’, *Transactions of Nonferrous Metals Society of China (English Edition)*, 19(2), pp. 433–437. doi: 10.1016/S1003-6326(08)60291-5.
- Gigch, J. P. van (1991) *System Design Modeling and Metamodeling*. 1<sup>a</sup>. Springer Science+Business Media New York.
- H. Liu, W. Chen, A. S. (2004) ‘Relative entropy based method for probabilistic sensitivity analysis in engineering design’, *ASME Journal of Mechanical Design*, pp. 326–336.
- Janon, A. *et al.* (2014) ‘Asymptotic normality and efficiency of two Sobol index estimators’, *ESAIM - Probability and Statistics*, 18, pp. 342–364. doi: 10.1051/ps/2013040.
- Marques, A. E. *et al.* (2020) ‘Performance Comparison of Parametric and Non-Parametric Regression Models for Uncertainty Analysis of Sheet Metal Forming Processes’, *Metals*, 10(4), p. 457. doi: 10.3390/met10040457.
- Marretta, L. and Di Lorenzo, R. (2010) ‘Influence of material properties variability on springback and thinning in sheet stamping processes: A stochastic analysis’, *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 51(1–4), pp. 117–134. doi: 10.1007/s00170-010-2624-4.
- Menezes, L. F. and Teodosiu, C. (2000) ‘Three-dimensional numerical simulation of the deep-drawing process using solid finite elements’, *Journal of Materials Processing*

*Technology*, 97(1–3), pp. 100–106. doi: 10.1016/S0924-0136(99)00345-3.

Msolli, S., Ben Bettaieb, M. and Abed-Meraim, F. (2016) ‘Combined effect of damage and plastic anisotropy on the ductility limit of thin metal sheets’, *Procedia Structural Integrity*, 2(July), pp. 3577–3584. doi: 10.1016/j.prostr.2016.06.446.

Papeleux, L. and Ponthot, J. (2002) ‘Finite element simulation of springback in sheet metal forming’, 126, pp. 785–791.

Prates, P. A. *et al.* (2018) ‘Numerical study on the effect of mechanical properties variability in sheet metal forming processes’, *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 96(1–4), pp. 561–580. doi: 10.1007/s00170-018-1604-y.

Rana, R. and Singh, S. B. (2016) *Automotive Steels: Design, Metallurgy, Processing and Applications*, *Automotive Steels: Design, Metallurgy, Processing and Applications*.

Saltelli, A. (2002) ‘Making best use of model evaluations to compute sensitivity indices’, *Computer Physics Communications*, 145(2), pp. 280–297. doi: 10.1016/S0010-4655(02)00280-1.

Saltelli, A. *et al.* (2008) *Global Sensitivity Analysis : The Primer*.

Saltelli, A. *et al.* (2010) ‘Variance based sensitivity analysis of model output . Design and estimator for the total sensitivity index’, *Computer Physics Communications*, 181(2), pp. 259–270. doi: 10.1016/j.cpc.2009.09.018.

Schedin, E. (1992) *Sheet metal forming. Borlänge, Sweden, May 1992, Materials and Design*. doi: 10.1016/0261-3069(92)90017-C.

Sobol, I. M. (1967) ‘Point distribution in a cube and approximate evaluation of integrals’, *USSR Computational Mathematics and Mathematical Physics*, 7(4), pp. 86–112.

Sobol, I. M. (1998) ‘On quasi-Monte Carlo integrations’, *Mathematics and Computers in Simulation*, 47(2–5), pp. 103–112. doi: 10.1016/S0378-4754(98)00096-2.

Sobol, I. M. (2001) ‘Global sensitivity indices for nonlinear mathematical models and their Monte Carlo estimates’, *Mathematics and Computers in Simulation*, 55(1–3), pp. 271–280. doi: 10.1016/S0378-4754(00)00270-6.

de Souza, T. and Rolfe, B. (2008) ‘Multivariate modelling of variability in sheet metal forming’, *Journal of Materials Processing Technology*, 203(1–3), pp. 1–12. doi: 10.1016/j.jmatprotec.2007.09.075.

Sudret, B. (2014) ‘Polynomial chaos expansions and stochastic finite element

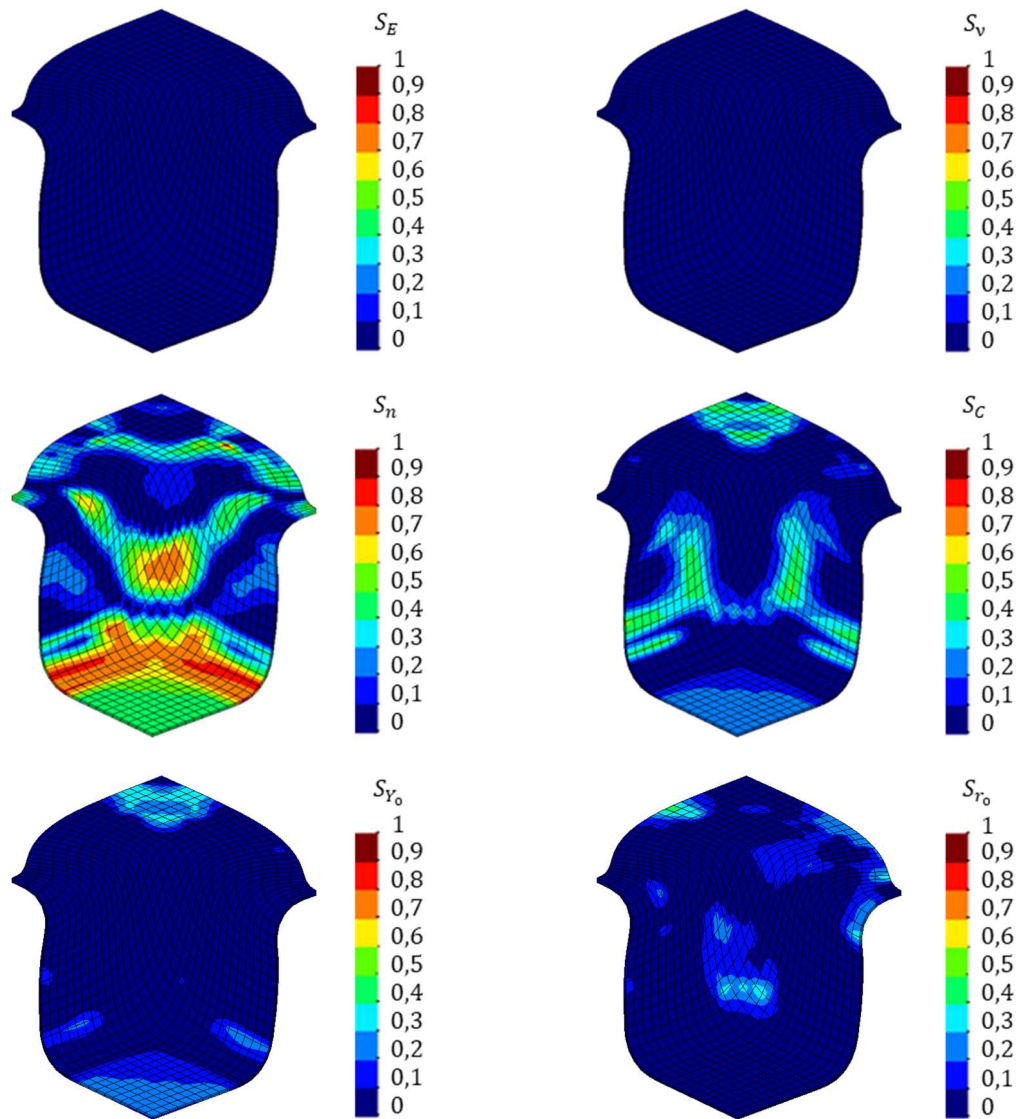
methods', in Kok-Kwang Phoon, J. C. (ed.) *Risk and Reliability in Geotechnical Engineering*. CRC Press, p. 624.

Verma, R. K. and Haldar, A. (2007) 'Effect of normal anisotropy on springback', *Journal of Materials Processing Technology*, 190(1–3), pp. 300–304. doi: 10.1016/j.jmatprotec.2007.02.033.



## APÊNDICE A – DISTRIBUIÇÃO DOS ÍNDICES DE SOBOL DE PRIMEIRA ORDEM NA PEÇA FINAL

Representação da distribuição dos índices de Sobol de primeira ordem respetivos a cada um dos parâmetros de entrada considerados para a: DPE (Figura A.1); RE (Figura A.2); AG (Figura A.3); REL (Figura A.4).



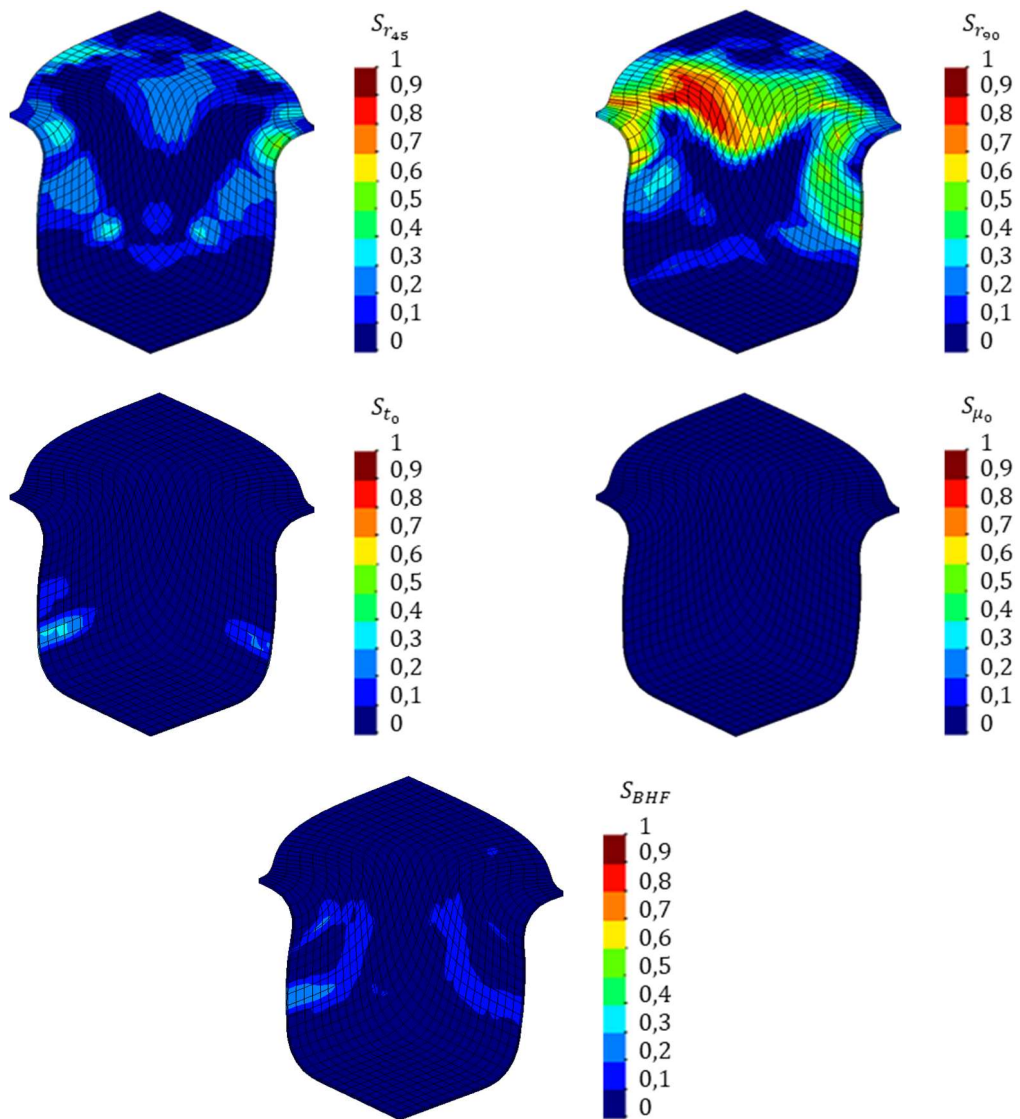
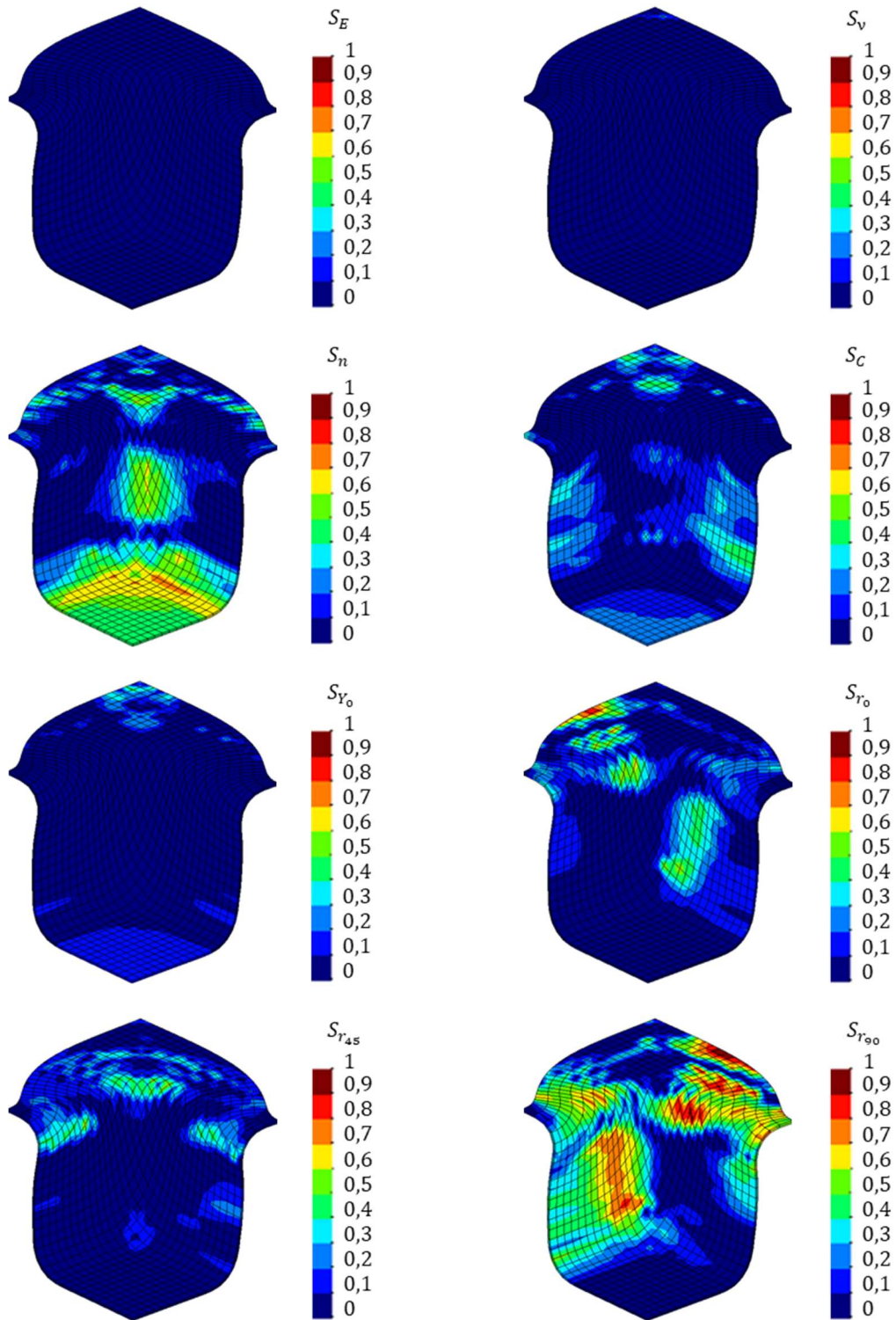


Figura A.1 – Índices de Sobol de primeira ordem para a deformação plástica equivalente.



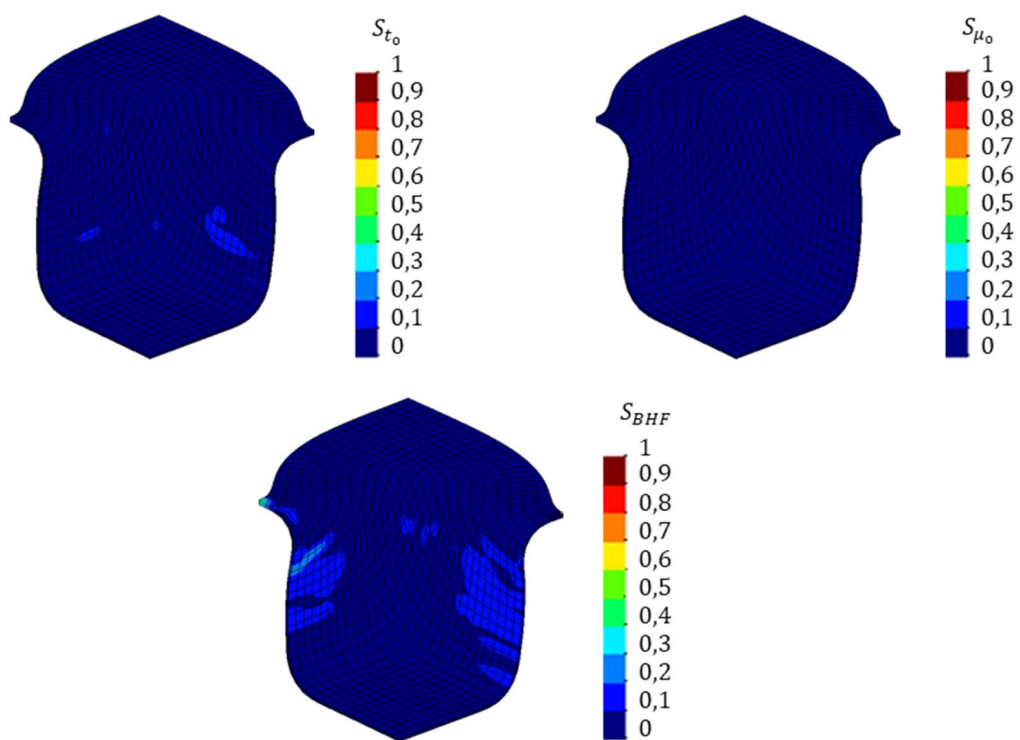
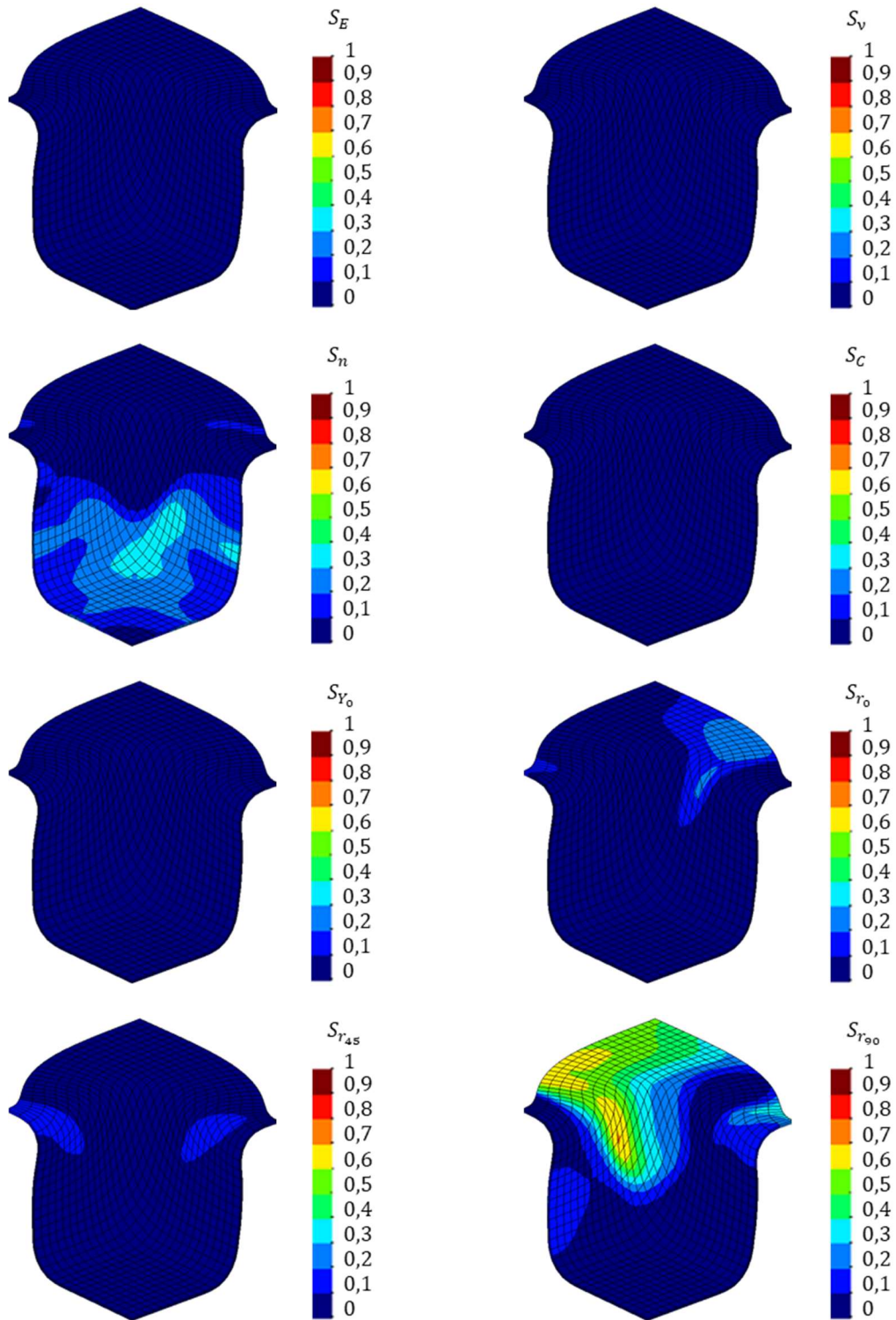


Figura A.2 – Índices de Sobol de primeira ordem para a redução na espessura.





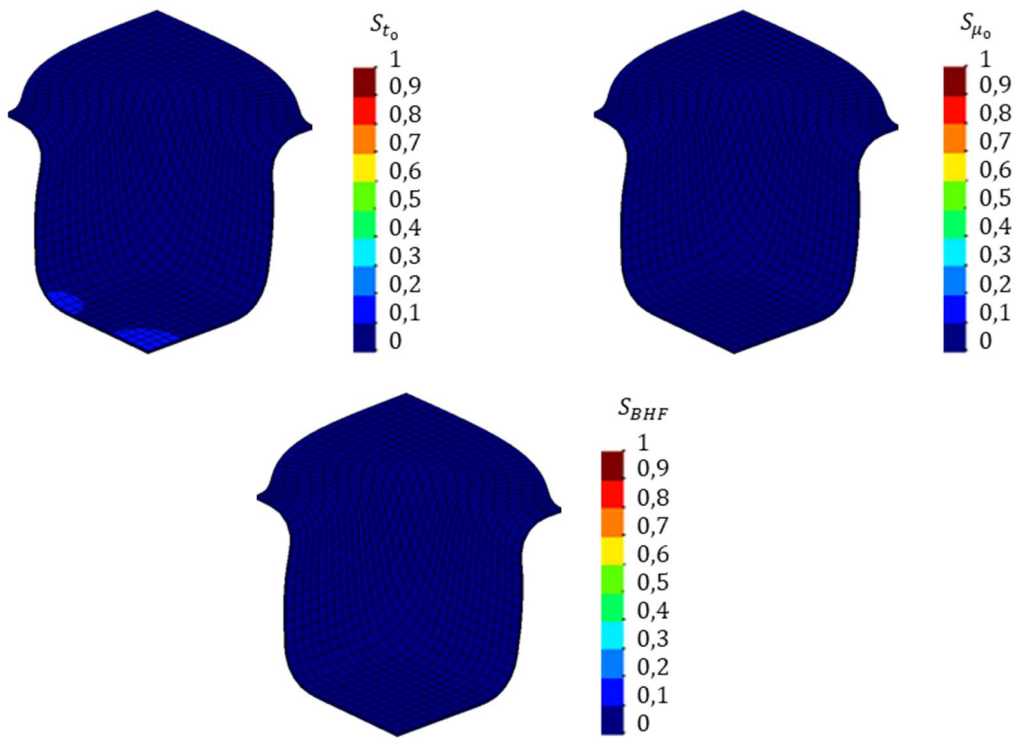
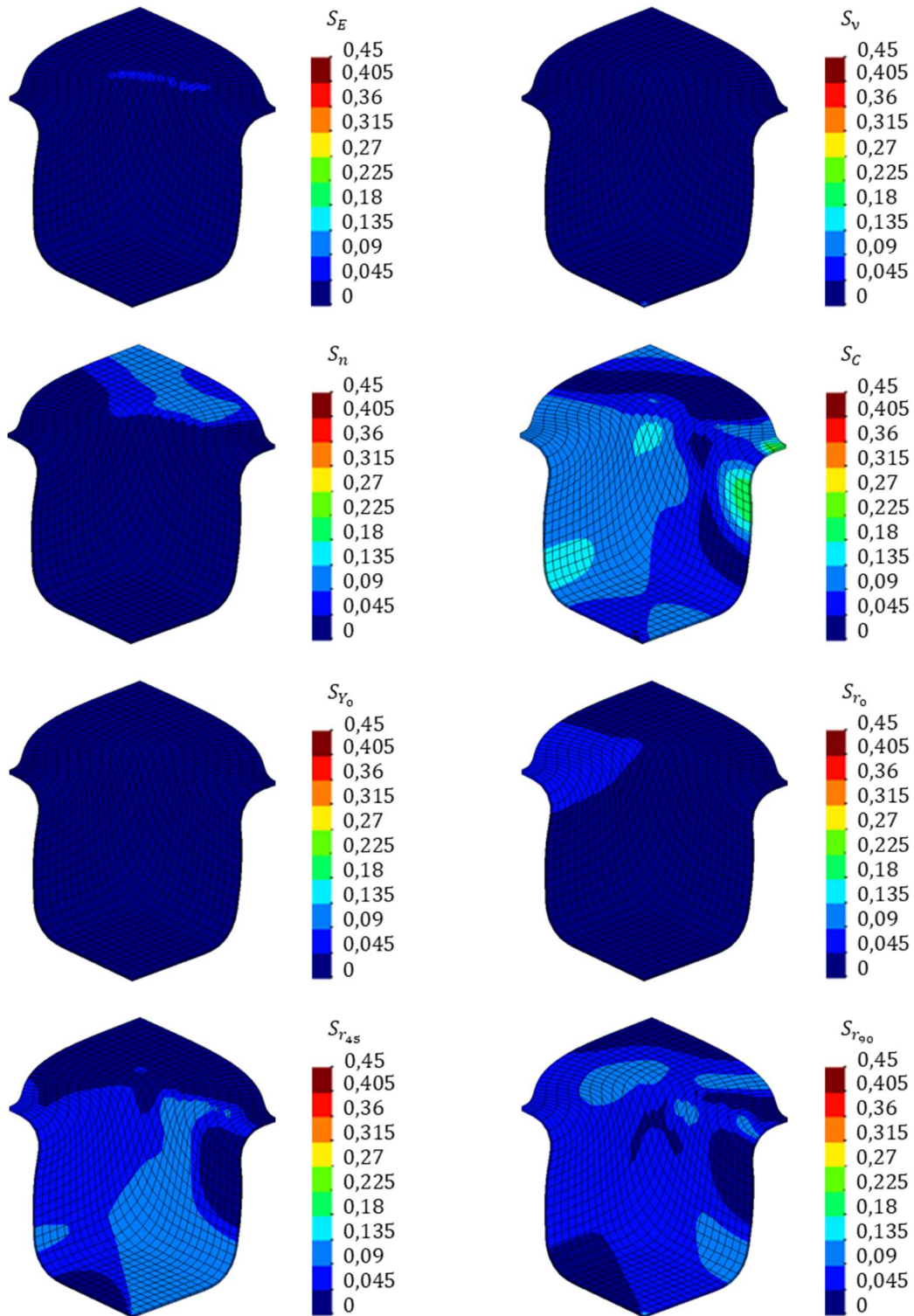


Figura A.3 – Índices de Sobol de primeira ordem para a alteração de geometria.



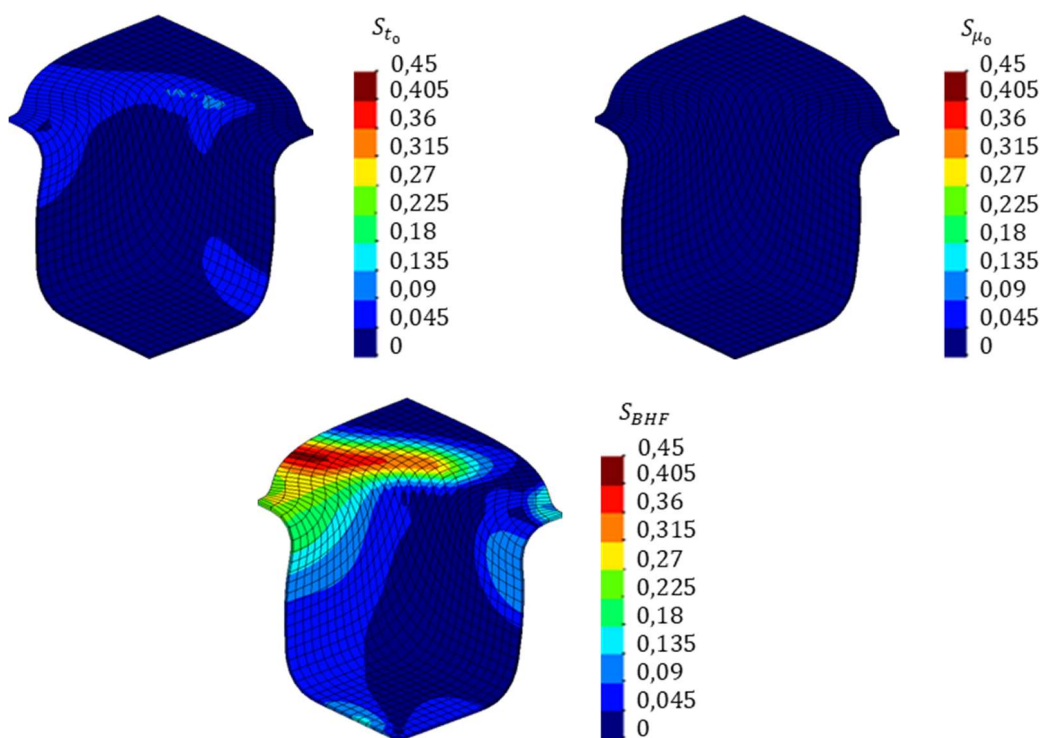
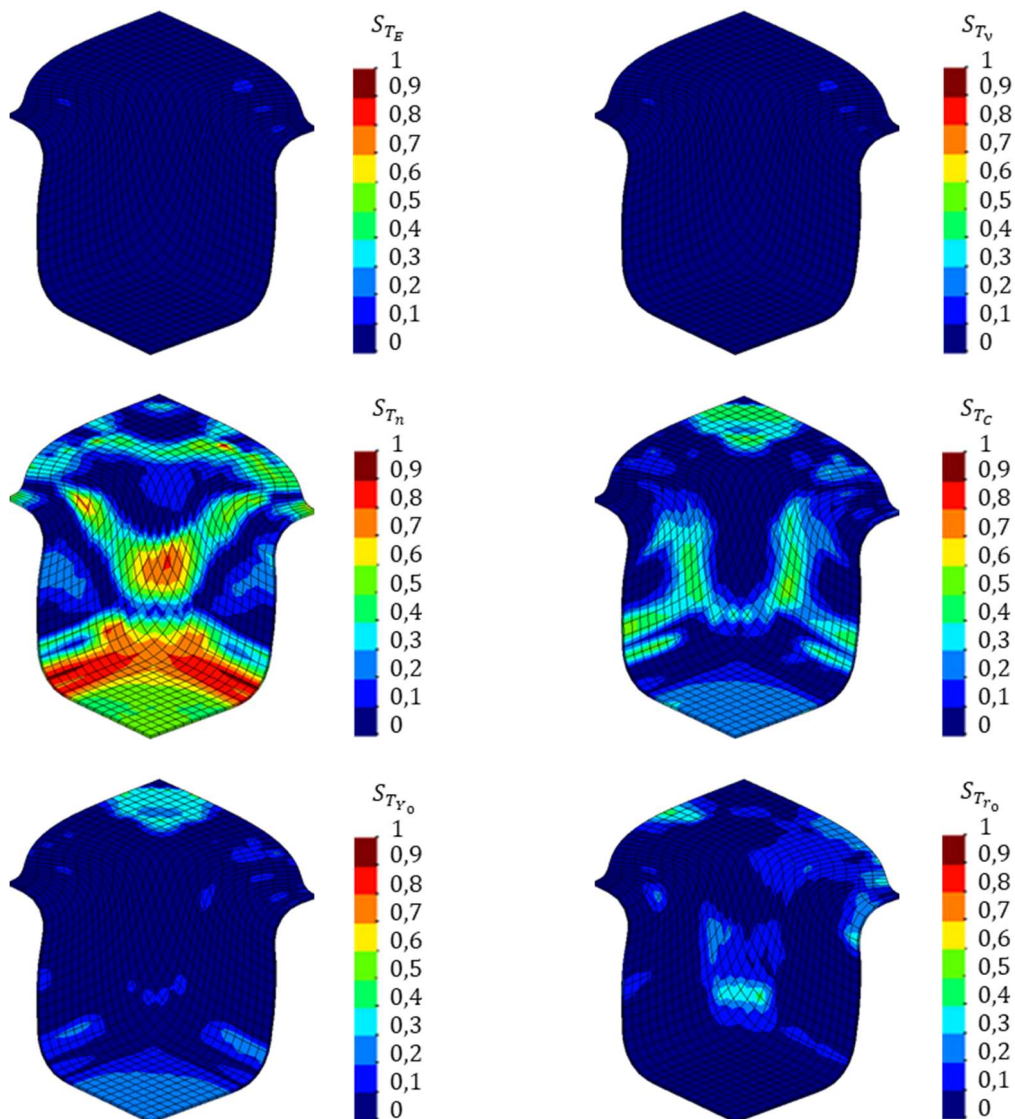


Figura A.4 – Índices de Sobol de primeira ordem para o retorno elástico.

## APÊNDICE B – DISTRIBUIÇÃO DOS ÍNDICES DE SOBOL TOTAIS NA PEÇA FINAL

Representação da distribuição dos índices de Sobol totais respetivos a cada um dos parâmetros de entrada considerados para a: DPE (Figura B.1); RE (Figura B.2); AG (Figura B.3); REL (Figura B.4).



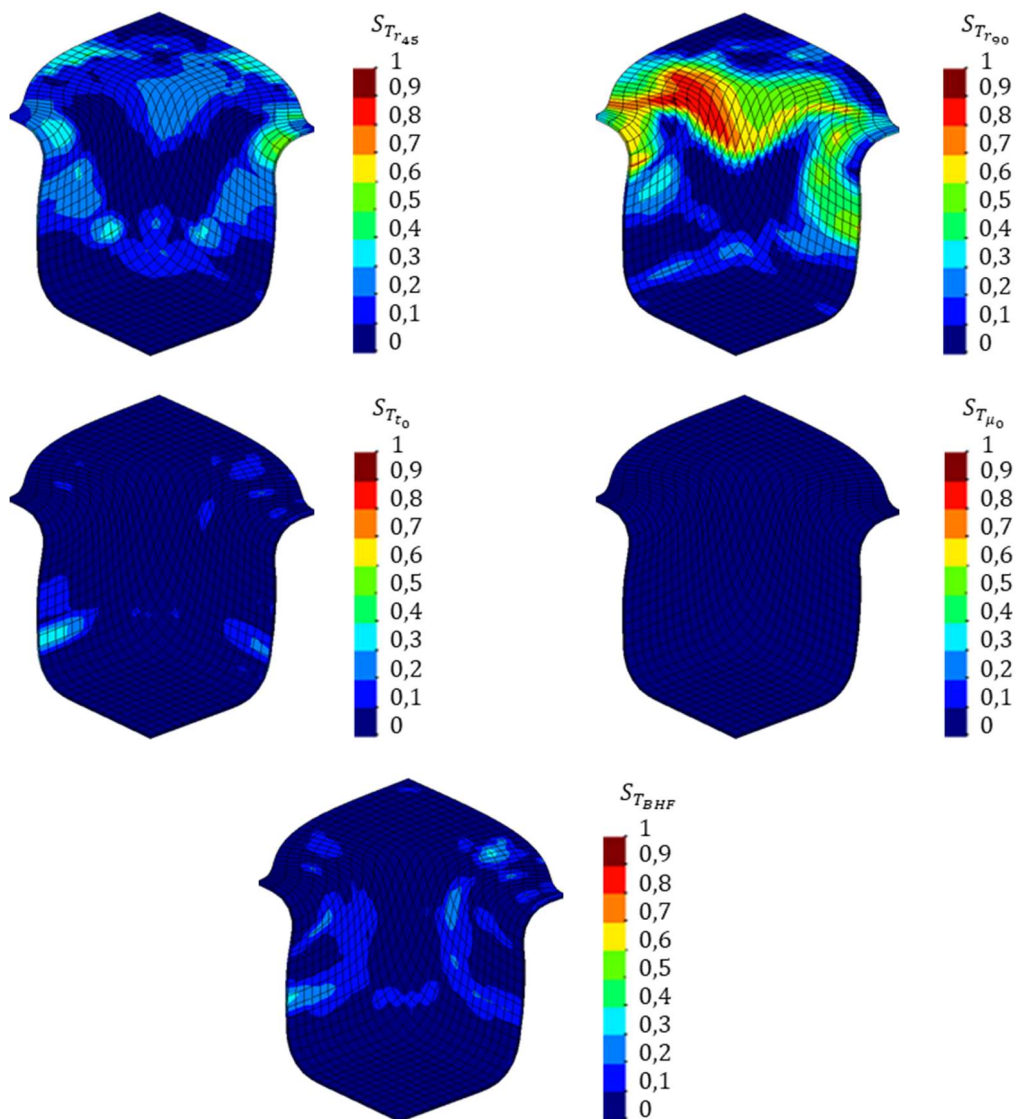
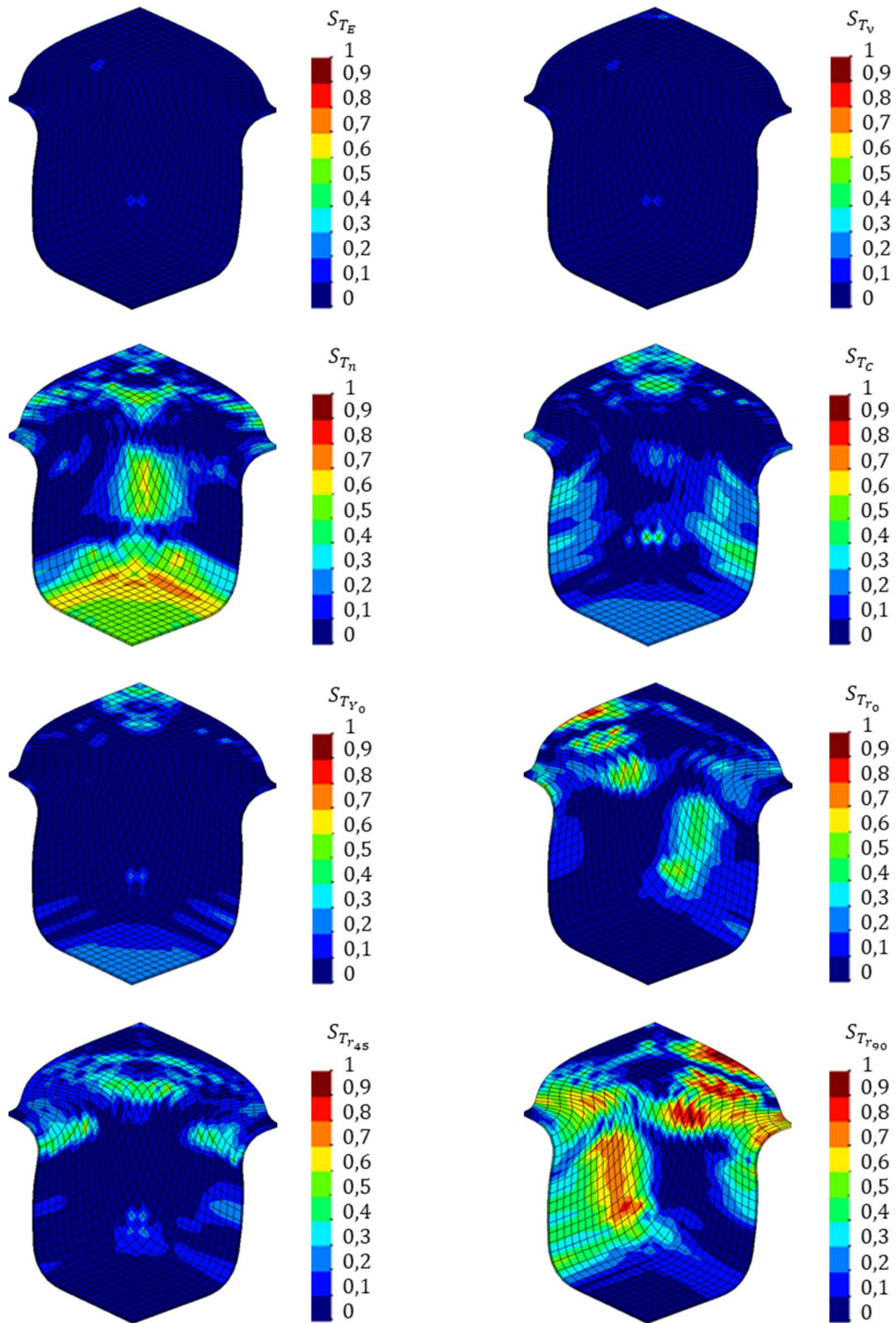


Figura B.1 – Índices de Sobol totais para a deformação plástica equivalente.



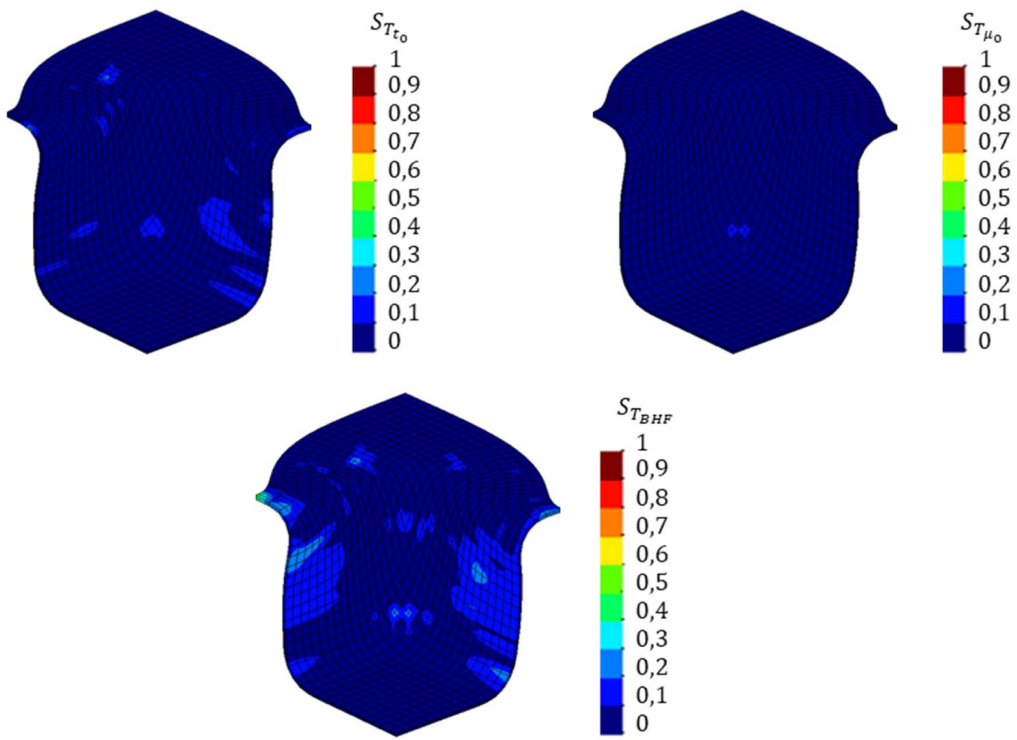
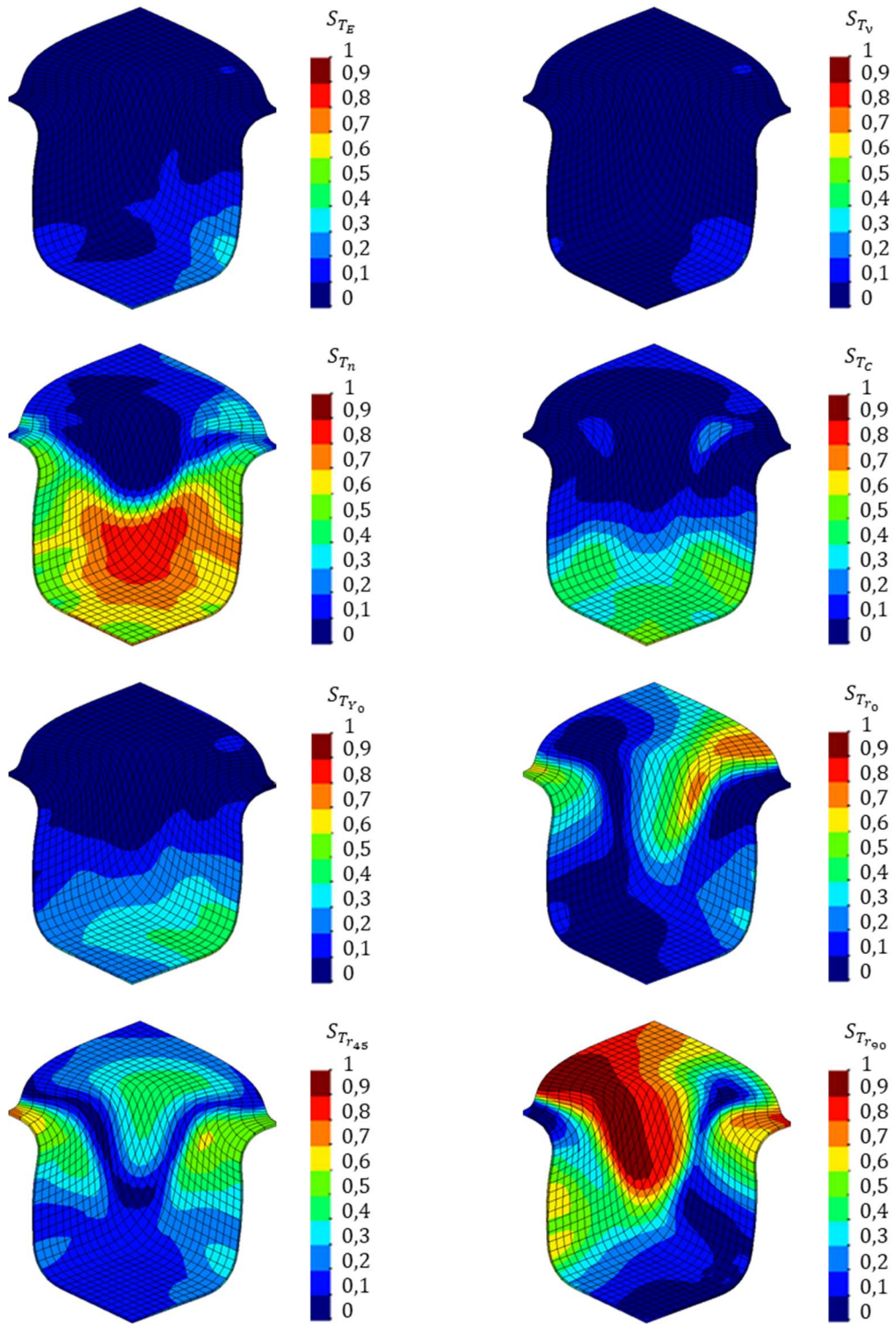


Figura B.2 – Índices de Sobol totais para a redução na espessura.





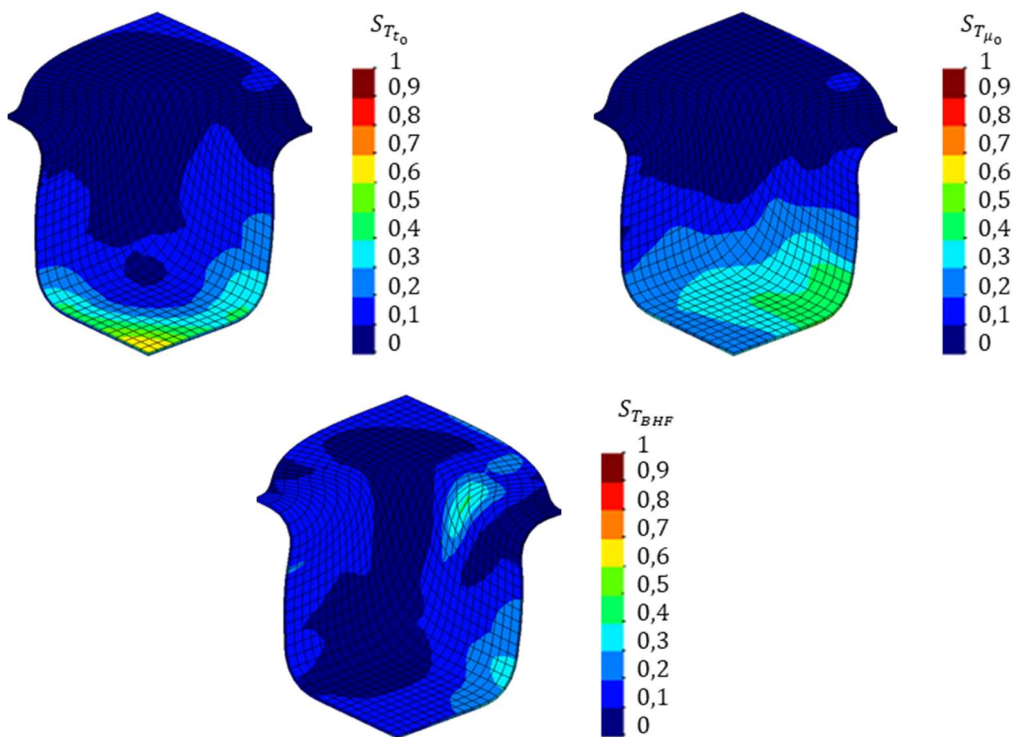
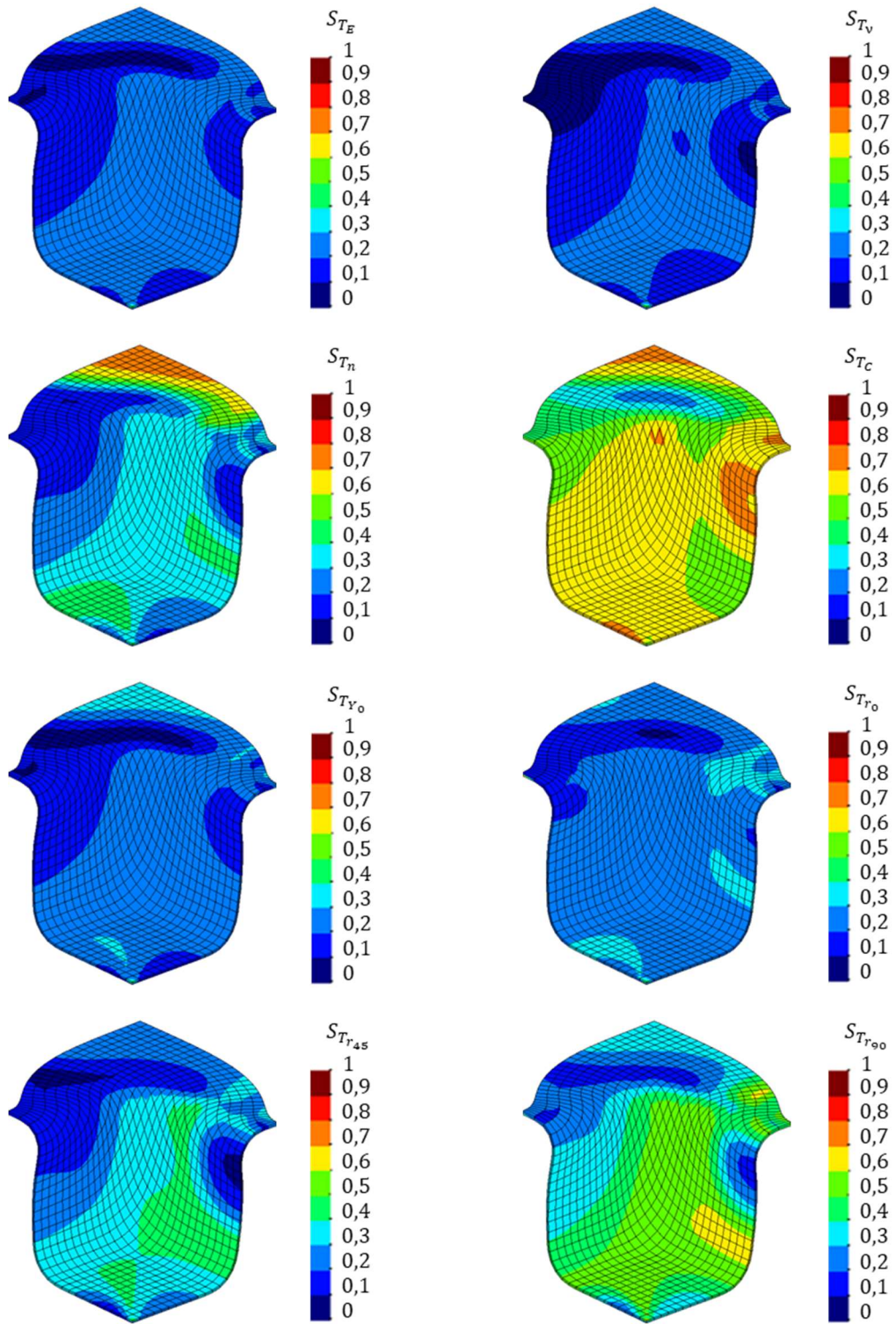


Figura B.3 – Índices de Sobol totais para a alteração de geometria.



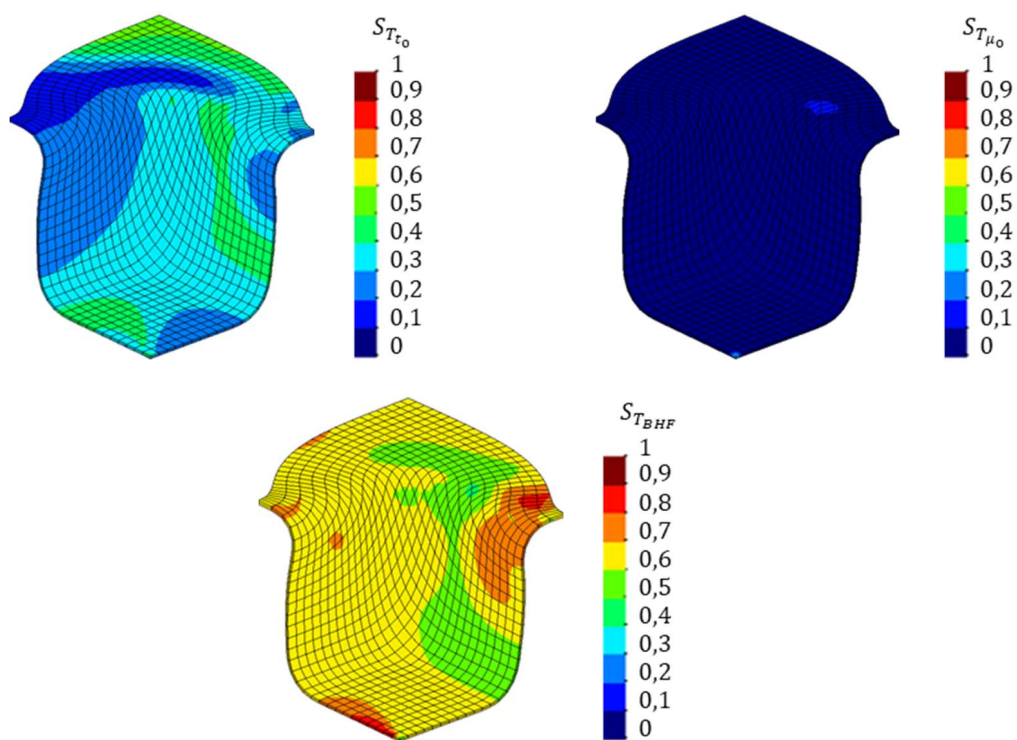


Figura B.4 – Índices de Sobol totais para o retorno elástico.