UNIVERSIDADE D
COIMBRA

Luís Miguel Miranda Almeida

# OPTIMIZAÇÃO DA LOCALIZAÇÃO E COMUNICAÇÕES DE PMUS EM REDES DE ENERGIA ELÉCTRICA

**Dissertação no âmbito do Mestrado Integrado em Engenharia Electrotécnica e de Computadores, do ramo de especialização em Telecomunicações, orientada pelo Professor Doutor Carlos Alberto Henggeler de Carvalho Antunes e co-orientada pela Professora Doutora Teresa Martinez dos Santos Gomes, apresentada ao Departamento de Engenharia Electrotécnica e de Computadores da Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra**

Julho de 2019

# Agradecimentos

"*If you want to walk fast, walk alone. But if you want to walk far, walk together*"

Ratan Tata

À medida que o tempo vai passando, vou começando a compreender que, de facto, quem nos rodeia tem um grande impacto no nosso futuro. À medida que os desafios a que fui submetido foram começando a exigir mais de mim, rapidamente percebi que um grupo de pessoas a trabalhar com um objectivo em comum consegue chegar mais além do que uma só pessoa. Desta forma, sem todo o apoio que me foi prestado, esta dissertação, assim como o curso de Engenharia Electrotécnica e de Computadores não tinha sido concluído da mesma forma. Esta página é dedicada a vocês.

Agradeço ao professor Doutor Carlos Alberto Henggeler de Carvalho Antunes e à professora Teresa Martinez dos Santos Gomes por toda a ajuda e pelo conhecimento que transmitiram que, sem dúvida, vai ser útil para a minha vida profissional. Esta dissertação não seria possível sem todo o *feedback* e correcções por parte dos professores e, por isso, agradeço todo o auxílio.

Agradeço a toda à minha família que me instituiu os meus valores, que me deu motivação e a mentalidade necessária para atingir os meus objectivos. Sem todos os desafios a que fui exposto e todos os conselhos dos pais, tios, tias, padrinho, avós e avôs não era possível atingir os meus objectivos.

Agradeço à minha namorada, a Maria Melany, a pessoa que sem dúvida complementa todos os meus defeitos com a sua virtude. Toda a motivação dada por ti foi essencial para terminar o curso com sucesso e sei que no futuro estarás lá para todas as minhas conquistas e derrotas.

Agradeço à minha irmã, que está sempre lá para me chatear desde 1996 e, se Deus quiser, nos próximos anos também.

Finalmente agradeço a todos os amigos que acompanharam este percurso e o tornaram muito mais divertido.

Este trabalho foi financeiramente apoiado por fundos FEDER e fundos Nacionais através da FCT no âmbito dos projectos ResNeD (CENTRO-01-0145-FEDER-029312) e MAnAGER (POCI-01-0145-FEDER-028040).

# Resumo

A utilização de *Phasor Measurement Units* (PMUs) permite conhecer a qualidade da energia eléctrica numa determinada área da rede. Estes dispositivos permitem antecipar potenciais falhas, através da medição de magnitudes e ângulos da tensão e da corrente em pontos chave da rede, assim como perceber se há injecção de harmónicos nocivos que contribuam para a degradação de equipamento e da qualidade de serviço. Nesta dissertação começamos por apresentar brevemente o problema da localização de PMUs e infra-estrutura de comunicações, assim como factores relevantes que poderão influenciar as soluções finais através de aproximações da solução da função objectivo. De seguida, é descrito um conjunto de modelos de optimização que foram propostos na literatura, identificando variáveis de decisão, uma ou múltiplas funções objectivo e o conjunto das respectivas restrições. Nestes modelos, é considerada a existência de Zero Injection Buses (ZIBs), assim como a condição de redundância (N-1) na observabilidade de buses críticos. Com o objectivo de proteger a infra-estrutura de comunicações contra falhas e/ou desastres naturais, recorremos a modelos que visam a minimização do número de *Shared Risk Link Groups* (SRLGs) em comum, em pares de caminhos disjuntos de cada PMU para um par de *Phasor Data Concentrators* (PDCs). São depois apresentados resultados computacionais, obtidos com o *solver* CPLEX, que ilustram as diferenças entre os modelos implementados. Através da penalização da instalação de PMUs em nós que resultarão em pares de caminhos com um ou mais SRLGs em comum, é possível identificar soluções que conduzem a uma infra-estrutura de comunicação mais resiliente, sendo essa uma abordagem testada neste trabalho. Por fim, é apresentada a conclusão do trabalho e pistas de desenvolvimento futuro.

Palavras chave: *Phasor Measurement Unit* (PMU), *Phasor Data Concentrator* (PDC), localização, infra-estrutura de comunicações, Programação Linear Inteira, *Zero Injection Bus* (ZIB), resiliência, *Shared Risk Link Group* (SRLG).

# Abstract

The deployment of Phasor Measurement Units (PMU) enable us to assess the quality of the energy in a given area. These devices allow us to anticipate future failures by measuring phasors of voltage and current in key points, as well as knowing if there are any injection of harmful harmonics in the network, that may contribute to the degradation of the system as well as the quality of service. In this dissertation, we begin our presentation by briefly explaining the context of the problem of the optimization of PMU location and communication infrastructure, as well as a few relevant factors that will influence the end solution obtained by approximation of the objective function. Next, we describe a selection of optimization models that have been proposed in the literature, identifying the decisions variables, the objective function(s) and the sets of constraints. In this model it is considered the existence of Zero Injection Buses (ZIBs), as well as redundancy (N-1) in the observability of critical buses. With the goal of protecting the communication infrastructure against failures and/or natural disasters, we use models that minimize the number of Shared Risk Link Groups (SRLGs) in a link-disjoint path pair of a PMU to a pair of Phasor Data Concentrators (PDCs). Moreover, results of our experiments acquired with the solver CPLEX, show the transformations of the results by using different models. By penalizing the placement of PMUs in nodes that will result in path pairs with one or more SLRGs in common, it is possible to improve the resilience of our communication infrastructure. This approach will be tested in this work. Finally, the conclusions of our work, and some clues for future work improvements, will be presented.

Key words: Phasor Measurement Unit (PMU), Phasor Data Concentrator (PDC), location, communication infrastructure, Integer Linear Programming, Zero Injection Bus (ZIB), resilience, Shared Risk Link Group (SRLG).

# Índice

Agradecimentos ..... III
Resumo ..... IV
Abstract ..... V
Índice de figuras ..... VII
Índice de tabelas ..... VIII
Lista de Acrónimos ..... IX
1. Introdução ..... 1
2. Revisão da literatura ..... 5
2.1 Meios de comunicação entre PMUs ..... 5
2.2 Modelos e métodos de optimização ..... 6
2.3 Shared Risk Linked Groups ..... 10
2.4 Custos associados à instalação de PMUs ..... 10
3. Modelação do problema ..... 12
3.1 Optimização da localização de PMUs ..... 12
3.1.1 Introdução de Zero Injection Buses ..... 13
3.1.2 Redundância N-1 no sistema ..... 15
3.1.3 Limitações de observabilidade dos PMUs ..... 15
3.1.4 Modelo agregado ..... 16
3.2 Optimização da infra-estrutura de comunicações ..... 17
3.2.1 Esporas ..... 17
3.2.2 Localização de PDCs ..... 18
3.2.3 Caminhos maximamente disjuntos nos arcos e SRLGs ..... 19
3.2.4 Pesos na optimização da localização de PMUs ..... 24
4. Análise de resultados ..... 25
4.1 Resultados do modelo de optimização da localização de PMUs ..... 25
4.2 Resultados do modelo de optimização da infra-estrutura de comunicações ..... 28
5. Conclusão e pistas de desenvolvimento para trabalho futuro ..... 34
Referências ..... 36
Anexo A ..... 39
Anexo B ..... 42

# Índice de figuras

Figura 3.1 – Exemplo de uma rede adaptado de Gou (2008) ..... 13
Figura 3.2 – Exemplo de uma rede com ZIB adaptado de Gou (2008) ..... 14
Figura 3.3 – Exemplo de uma espora ..... 18
Figura 3.4 – Ligação entre um PMU e o nó fictício ..... 19
Figura 4.1 – Diagrama das várias simulações a executar ..... 28
Figura 4.2 – Teste 1: Arcos e SRLGs em comum sem proibição de instalação de PMUs em buses de grau 1. ..... 29
Figura 4.3 – Teste 2: Arcos e SRLGs em comum com proibição de instalação de PMUs em buses de grau 1. ..... 29
Figura 4.4 – Teste 3: Arcos e SRLGs em comum sem proibição de instalação de PMUs em buses de grau 1 e dupla observabilidade de nós críticos. ..... 30
Figura 4.5 – Teste 4: Arcos e SRLGs em comum com proibição de instalação de PMUs em buses de grau 1 e dupla observabilidade de nós críticos. ..... 30
Figura 4.6 – Teste 5: Arcos e SRLGs em comum sem proibição da instalação de PMUs em buses de grau 1 com pesos. ..... 31
Figura 4.7 – Teste 6: Arcos e SRLGs em comum com proibição de instalação de PMUs em buses de grau 1 com dupla observabilidade de nós críticos e pesos. ..... 31
Figura 4.8 - Comparação entre o nº de PMUs com 0 SRLGs em comum do teste 2 e teste 5. ... 32
Figura 4.9 - Comparação entre o nº de PMUs com 0 SRLGs em comum do teste 4 e teste 6. ... 32
Figura A.1 – Rede IEEE 14-bus, retirado de Al-roomi.org (2015) ..... 38
Figura A.2 – Rede IEEE 30-bus retirado de Al-roomi.org (2015) ..... 38
Figura A.3 – Rede IEEE 57-bus retirado de Al-roomi.org (2015) ..... 39
Figura A.4 – Rede IEEE 118-bus retirado de Al-roomi.org (2015) ..... 39
Figura A.5 – Rede IEEE 300-bus adaptado de Al-roomi.org (2015) ..... 40

# Índice de tabelas

Tabela 1.1 - Vantagens e desvantagens dos vários tipos de comunicações abordados adaptado de Gore and Valsan, (2018) e Kumar *et al.*, (2014) ..... 2
Tabela 1.2 - Comparação entre os vários tipos de comunicação retirado de Kumar *et al.*, (2014). ..... 3
Tabela 4.1 - Optimização da localização de PMUs para diversas redes. ..... 25
Tabela 4.2 - Optimização da localização de PMUs incluindo ZIBs. ..... 26
Tabela 4.3 - Número de buses críticos para as diferentes redes. ..... 30

# Lista de Acrónimos

| | |
|---|---|
| **ABM** | Augmented Bus Merging |
| **BER** | Bit Error Rate |
| **BILP** | Binary Integer Linear Programming |
| **CCB** | Central Control Bus |
| **CL** | Communication Link |
| **GPS** | Global Positioning System |
| **ILP** | Integer Linear Programming |
| **MILP** | Mixed Integer Linear Programming |
| **MIQCP** | Mixed Integer Quadratically Constrained Programming |
| **MOSP** | Multi-Objective Shortest Path |
| **PDC** | Phasor Data Concentrator |
| **PMU** | Phasor Measurement Unit |
| **SE** | State Estimation |
| **SRLG** | Shared Risk Link Group |
| **WAMS** | Wide Area Measurement System |
| **WLS** | Weighted Least Square |
| **ZIB** | Zero Injection Bus |

# 1. Introdução

Os *Phasor Measurement Unit* (PMU) são aparelhos utilizados para medir a frequência, ângulo e a magnitude de tensão e corrente, proporcionando uma visão detalhada da qualidade da energia em tempo real na rede de distribuição. Para uma empresa conseguir fornecer um serviço de energia eléctrica com qualidade é essencial ter informação actualizada do estado da rede, de forma a melhor prevenir ou solucionar possíveis ocorrências (por exemplo, injecção de harmónicos nocivos na rede), ou ainda tornar mais eficiente a gestão da rede, usando informação do estado em tempo real. Dado que os PMUs têm um custo elevado, a sua instalação e utilização deve ser feita de forma eficiente. É neste contexto que surge a nossa motivação para investigar modelos de optimização, que serão depois tratados com algoritmos (exactos) de programação matemática ou com abordagens (aproximadas) meta-heurísticas, com o objectivo de minimizar custos ou maximizar a utilização dos recursos necessários à implementação do sistema de medição. Para este efeito, é necessária uma infra-estrutura de comunicações que permita que os PMUs possam trocar informação entre si e que a consigam transmitir a uma entidade que faça uso da mesma de forma eficiente, constituindo desta forma um *Wide Area Measurement System* (WAMS).

A necessidade de um WAMS robusto requer que este seja projectado com o objectivo de maximização da resiliência. Para tal, é necessário estudar de que forma poderá ser feita a comunicação entre PMUs, para avaliar as respectivas vantagens e desvantagens. Na Tabela 1 são descritas as vantagens e desvantagens de algumas formas de comunicação existentes, a partir da revisão da literatura que foi realizada. Em síntese, existem três condições necessárias para que a infra-estrutura de comunicações cumpra as suas funções de acordo com o proposto no Protocolo de Comunicação dos PMUs (IEEE P&ES, 2011), nomeadamente uma taxa mínima de transferência de dados, baixa latência e alta fiabilidade (Tabela 2). Neste contexto, a latência corresponde ao atraso que a informação sofre até chegar ao destino e a fiabilidade à capacidade que a infra-estrutura de comunicações tem de manter um nível mínimo de desempenho durante a duração da transmissão de informação (Kumar *et al.*, 2014). No que diz respeito à resiliência de um sistema WAMS, é necessário verificar que, caso haja alguma falha num PMU, o tráfego que eventualmente passaria por este PMU deverá ser redireccionado para outros, não existindo qualquer área sem supervisão. Além disso, para acrescentarmos resiliência adicional ao sistema, é necessário planeá-lo para mitigar efeitos de possíveis falhas geograficamente correlacionadas (e.g. catástrofes naturais).

Tabela 1.1 - Vantagens e desvantagens dos vários tipos de comunicações abordados adaptado de Gore and Valsan, (2018) e Kumar *et al.*, (2014)

| Tipos de Comunicação | Vantagens | Desvantagens |
|---|---|---|
| Comunicação via cabos de média ou baixa tensão | Custo bastante reduzido, uma vez que utiliza linhas já existentes. | Múltiplos problemas no que diz respeito à segurança e transmissão do sinal (atenuação e distorção), dado que a linha serve para o transporte de energia eléctrica. |
| Rádio | Custo reduzido, assim como utilização de uma tecnologia bastante desenvolvida e acessível. | Devido ao elevado uso da gama de frequências através de aparelhos de uso comum, a sua utilização para fins comerciais ou industriais não é indicada. |
| Microondas | Bastante acessível em termos de custo e elevada taxa de transmissão de dados. | Dependente das condições climatéricas e da topologia do terreno, fraca segurança, BER (Bit Error Rate) considerável. |
| Fibra Óptica | Elevada taxa de transmissão de dados, boa segurança, fiável para comunicações de grande distância, resistência a interferências electromagnéticas. | Necessário um elevado investimento inicial. |
| Satélite | Independente dos acontecimentos que possam afectar a infra-estrutura da comunicação em terra, elevada precisão na sincronização entre PMUs. | A transmissão de dados via satélite pode ser degradada devido a fenómenos solares electromagnéticos, necessário elevado investimento inicial e alta latência. |
| Wireless (WLAN, LTE, Wi-Fi) | Possível ser utilizada recorrendo a infra-estruturas públicas, complexidade reduzida comparando com comunicações por fios, flexibilidade e escalabilidade, baixo custo de manutenção e possibilidade de utilizar diferentes tipos de comunicação para diferentes níveis hierárquicos. | Problemas de segurança, interferência (edifícios, árvores) e, consequentemente perdas de informação. Requer potência elevada, eventual congestionamento do espectro. |

Tabela 1.2 - Comparação entre os vários tipos de comunicação retirado de Kumar *et al.*, (2014)

| Tipo de Comunicação | Largura de Banda | Latência (ms) | Bit Error Rate (BER) |
|---|---|---|---|
| Fibra óptica | 10 Gb/s | 100-150 | $10^{-15}$ |
| Linha de tensão | 256 Kb/s-2.7 Mbps | 150-350 | $<10^{-2}$ |
| GPS | 256 Kb/s-10 Mbps | 1000-1400 | $10^{-7}$ |
| Wireless | 75 Mb/s | 100-150 | $10^{-7}$ a $10^{-12}$ |

Por último, importa ainda considerarmos a existência de *Zero Injection Bus* (ZIB) e de que maneira estes vão afectar a observabilidade do sistema, bem como a topografia do terreno em questão, da qual depende também o tipo de infra-estrutura de comunicações a utilizar. Um ZIB é um barramento (bus) sem carga nem gerador, que permite que os barramentos a ele ligados se tornem observáveis por um determinado PMU (Zhu *et al.*, 2018). A observabilidade está associada à capacidade que um PMU tem de receber informações sobre frequência, ângulo e magnitude de tensão ou corrente num determinado ponto da rede.

O problema de optimização da localização de PMUs é geralmente tratado através de modelos de programação matemática, em geral com variáveis binárias, considerando uma ou múltiplas funções objectivo e diversas categorias de restrições. As soluções destes modelos são depois obtidas, recorrendo a algoritmos de optimização (por exemplo o *solver* CPLEX) ou abordagens meta-heurísticas (em geral implementadas numa dada linguagem de programação). Enquanto que os algoritmos de programação matemática permitem obter a solução óptima exacta (com um certo esforço computacional que depende da dimensão e estrutura do modelo matemático), as meta-heurísticas são procedimentos aproximados que, em geral, permitem obter soluções sub-óptimas, ou mesmo óptimas, com menor esforço computacional, sendo este resultado aceitável na prática. Outra abordagem possível consiste na hibridização de algoritmos de programação matemática, para resolver sub-problemas particulares, com meta-heurísticas, que guiam estratégias de pesquisa de alto nível. Deste modo, é possível calcular uma solução particular de um determinado sub-problema, utilizando um algoritmo exacto que depois é usada pela meta-heurística de modo a diminuir o esforço computacional, em geral associado à natureza combinatória dos problemas.

Assim, face ao estado dos conhecimentos, para resolver o problema de optimização da localização e comunicações de PMUs em redes de energia eléctrica, parece-nos interessante a utilização de modelos matemáticos. Relativamente à modelação do problema, é apresentado no capítulo 3 os modelos utilizados quer na optimização da localização de PMUs, quer na optimização da infra-estrutura de comunicações. Os modelos serão testados na *framework* de testes IEEE N-bus e usando o *solver* de programação matemática CPLEX. Para a infra-estrutura de comunicações, é necessário ter em conta que os PMUs têm de estar sincronizados entre si e

satisfazer determinados parâmetros de qualidade na comunicação (largura de banda, latência e BER). Desta forma, iremos utilizar a fibra óptica como meio de comunicação entre os PMUs e os PDCs. De seguida, apresentamos, no capítulo 4, os resultados das nossas experiências e por fim, no capítulo 5 a conclusão e pistas para desenvolvimento de trabalho futuro.

# 2. Revisão da literatura

De forma a melhor compreender o problema da optimização do dimensionamento, localização e comunicação de PMUs numa rede de energia eléctrica, é apresentada, nesta secção, uma síntese do estado da arte dos trabalhos propostos na literatura científica da área.

A instalação de PMUs em pontos chave da rede de energia eléctrica constitui um problema de grande importância, já que estes dispositivos fornecem dados em tempo real dos fasores da corrente e tensão numa determinada área, permitindo, assim, obter uma visão detalhada da qualidade da energia. Uma das características de boa qualidade da energia, consiste na diminuição de harmónicos nocivos para a rede, aumentando a fiabilidade do sistema (Pulz *et al.*, 2016). Este problema é especialmente importante no contexto da evolução das redes de energia eléctrica para as *Smart Grids*. De acordo com (*smartgrid.gov*) uma *Smart Grid* é uma rede de transmissão e distribuição de energia eléctrica que, de uma forma integral, interliga e utiliza todos os equipamentos que se encontram ligados à rede (incluindo equipamentos de cidadãos privados, e.g. geradores) para melhorar o serviço fornecido e torná-lo resiliente a falhas, assim como melhor responder digitalmente às mudanças ou padrões de consumo energético.

A integração de PMUs nas *Smart Grid*, incluindo as questões de comunicação, é um desafio que tem sido objecto de investigação. Em Appasani and Mohanta, (2018) é analisado o problema de optimização da localização e da infra-estrutura de comunicações de PMUs, com o intuito de minimizar o atraso de propagação, assim como o número de PMUs instalados. Em Huang *et al.*, (2014) e Shrivastava *et al*., (2017), para além da optimização da localização de PMUs, é considerada a maximização da fiabilidade da infra-estrutura de comunicações para prevenir falhas na observabilidade de PMUs. Huang *et al.* (2014) sugerem a utilização do sistema GPS (*Global Positioning System*) para sincronizar a informação adquirida pelos PMUs. Outro factor importante que afecta a comunicação entre PMUs é a topografia do terreno. Em Appasani and Mohanta, (2018) é apresentada uma proposta para mitigar os efeitos negativos da topografia, considerando a elevação do terreno e a altura das torres onde a infra-estrutura de comunicações se insere. Da mesma forma, Inga *et al.*, (2016) consideram que a geografia do terreno e as coordenadas das diferentes componentes que formam o WAMS são elementos importantes a considerar.

## 2.1 Meios de comunicação entre PMUs

Existem vários tipos de comunicação entre os PMUs. A fibra óptica é utilizada com maior frequência. De acordo com Zhu *et al.* (2018), a fibra óptica é utilizada como meio de comunicação entre PMUs e PDCs, devido à sua baixa latência, robustez, fiabilidade e escalabilidade. Appasani and Mohanta, (2018) exploram as vantagens e desvantagens da tecnologia de comunicações por

microondas para substituição da fibra óptica aérea e subterrânea. Para tal, são considerados os custos dos equipamentos e de manutenção e a variação topográfica da terreno, para ter em conta eventuais atrasos na propagação. As comunicações sem fios (*Wireless*) vão ganhando cada vez mais importância à medida que a tecnologia se vai tornando mais acessível. Gore and Valsan, (2018), apresentam uma visão global do estado da arte deste tipo de tecnologias, enumerando especificações como latência, taxa de *download* e largura de banda de cada tecnologia.

## 2.2 Modelos e métodos de optimização

Zhu *et al.* (2018) formulam o problema de optimização da localização e infra-estrutura de comunicações de PMUs como um MIQCP (*Mixed Integer Quadratically Constrained Programming*). Estes autores consideram restrições de largura de banda necessária para a transferência de informação entre cada CL (*Communication Link*), assim como a influência dos *Zero Injection Bus* (ZIBs) e as limitações da capacidade de medição dos PMUs. Os autores começam por descrever uma matriz binária de adjacência, definida como 1 na posição *i*,*j* se o bus *i* está ligado ao bus *j*, e 0 caso contrário, e um vector com valor 1 ou 0, se um PMU estiver ligado a um determinado bus ou não. Relativamente ao modelo de tráfego num WAMS, este é constituído por PMUs, um PDC (*Phasor Data Concentrator*) e pela infra-estrutura de comunicações. Zhu *et al.* (2018) baseiam-se no modelo proposto por Wen and Li, (2013) para o cálculo do tráfego gerado por cada PMU, considerando vários percursos entre um determinado PMU e o PDC, assim como a largura de banda necessária para cada ligação. Um PDC é um equipamento que recolhe e sincroniza informação transmitida por PMUs e eventualmente outros PDCs, em forma de fasores, transmitindo-a a uma determinada entidade que dela faça uso (IEEE P&ES, 2013). O custo da infra-estrutura de comunicações é calculado através da soma do custo passivo e do custo activo. O custo activo depende directamente da largura de banda a disponibilizar, ou seja, *switches* e *routers*. O custo passivo tem em conta o comprimento da fibra óptica a utilizar, assim como a mão-de-obra da instalação. Para a generalização do custo dos CLs, é considerada a possível existência de um CL prévio com uma dada largura de banda. Desta forma, com o propósito de formular o problema conjunto de optimização de localização de PMU e CLs, a função objectivo consiste na minimização do custo de PMUs e das comunicações como descrito acima, sujeita às seguintes restrições: é necessário que todos os buses sejam observados por pelo menos um PMU e que a largura de banda disponível seja superior ou igual à existente (CL prévio). Como foi referido anteriormente, os ZIBs ajudam na observabilidade do sistema e, neste caso, é necessário ajustar a restrição de observabilidade, já que um ZIB observável torna os buses que lhe são adjacentes observáveis. Zhu *et al.* (2018) utiliza variáveis binárias de "crédito" de observabilidade, que tomam o valor 1 quando um dado bus torna outro visível e 0 caso contrário. Adicionalmente, cada PMU tem um número limite de buses que pode supervisionar, o que dá

origem a um conjunto de restrições. É ainda adicionada uma restrição que previne que a largura de banda de um CL, a ser instalado, seja inferior à capacidade de transmissão de um PMU e que apenas será feito um *upgrade* a um CL existente se a largura de banda presente não for suficiente para satisfazer a condição anterior.

Ghasemkhani *et al.*, (2015) utiliza um modelo multiobjectivo que trata da optimização da localização de PMUs e da infra-estrutura de comunicações. Para resolver o problema de optimização da localização de PMUs, é utilizado um modelo de programação inteira linear (ILP – *Integer Linear Programming*), começando por determinar a localização óptima dos PMUs, sujeito a que os buses sejam sempre visíveis por pelo menos um PMU, tendo em conta também a existência de ZIBs. Para tratar o problema da infra-estrutura de comunicações, estes minimizam o comprimento da ligação da fibra óptica, considerando sempre o percurso mais curto entre o PMU e o PDC[1]. Esta abordagem optimiza sequencialmente a localização de PMUs e a infra-estrutura de comunicações, resultando na redução do número de PMUs e da cobertura de fibra, assim como no melhoramento significativo de requisitos básicos de transmissão de dados como a latência.

Abbasy and Ismail, (2009) propõem uma abordagem para minimizar a utilização de PMUs para tornar uma determinada área observável, a qual poderá já ter uma infra-estrutura de observação da rede. Tendo em consideração que os PMUs vão ser instalados em sistemas onde já existe monitorização, estes autores propõem a utilização do método ABM (*Augmented Bus Merging*) que relaxa as condições de observabilidade impostas pela localização do PMU num bus particular. Desta forma, os buses observados por métodos convencionais (*Injection Measurement* e *Flow Measurement*) não necessitarão de ser observados por PMUs, uma vez que a infra-estrutura existente serve esse propósito. Para tal, é criada uma matriz de permutação, cujas primeiras entradas são os buses observados por PMUs e as restantes por métodos convencionais. De seguida, uma nova matriz de adjacência é calculada através da multiplicação da matriz de permutação pela matriz de adjacência anterior. Assim, a função objectivo é a minimização do custo, e consequentemente do número de PMUs instalados, sujeito a que os buses estejam sempre visíveis por pelo menos um método de observabilidade.

O modelo proposto em Abbasy e Ismail, (2009) é resolvido utilizando um algoritmo para resolver problemas BILP (*Binary Integer Linear Problem*). Neste caso, as variáveis binárias (0 e 1) determinam a instalação ou não de um PMU num determinado bus, preservando assim a observabilidade do sistema e a minimização do custo.

Mesgarnejad e Shahrtash, (2008), no contexto da uma optimização multiobjectivo, apresentam uma abordagem que tem em conta medições necessárias para a observabilidade do

[1] O autor designa PDC como CCB (Central Control Bus) que, no contexto deste trabalho, é equivalente a um PDC.

sistema: tensão nos buses, corrente injectada nos buses, e corrente medida nos extremos das linhas. Estes autores começam por definir um *condition number*, o mais próximo possível de 1, para tornar o erro de estimação o mais próximo possível de zero. De seguida, explicita-se a restrição de observabilidade. Assim, define-se uma variável de incompatibilidade, que resulta da disponibilidade de canais para enviar informação dos fasores à subestação principal. Esta variável assume o valor de zero, no caso do número de canais, em cada estação, ser superior ao número de pontos de medição. Caso contrário, considera-se a diferença do valor absoluto entre o número de canais e o número de medições. As funções objectivo contemplam quatro aspectos: a observabilidade completa do sistema, a minimização da utilização de PMUs, a minimização do *condition number* para providenciar robustez nas medições e as limitações da infra-estrutura de comunicações.

Na resolução do modelo referido no parágrafo anterior, é usada a meta-heurística pesquisa tabu. Na pesquisa tabu, uma solução potencial é comparada com soluções vizinhas (sendo uma vizinhança definida num dado sentido métrico), com o objectivo de o processo não ficar preso em óptimos locais. As movimentações mais recentes são adicionadas à lista tabu, para não voltarem a ser consideradas durante um certo número de iterações e, consequentemente, diversificar o conjunto de soluções obtidas na pesquisa. Assim, o procedimento para obter o número mínimo de PMUs consiste, em primeiro lugar, na obtenção dos valores de tensão, corrente nos buses e corrente nos estremos da linhas, seguido da aplicação do método de pesquisa tabu paralelo, individualmente para cada medição, com objectivo de obter os respectivos valores óptimos, utilizando-os posteriormente na função objectivo até ser atingida a condição de paragem, repetindo-se o ciclo até chegar à solução final (desejavelmente a solução óptima global).

Zhao *et al.*, (2015) trata o problema da optimização da localização de PMUs através de algoritmos genéticos, tendo em conta a topologia da rede. O funcionamento dos algoritmos genéticos baseia-se na teoria da selecção natural e sobrevivência dos mais aptos, através da aplicação de operadores de selecção, cruzamento e mutação numa população de indivíduos (soluções). A função objectivo consiste na minimização do número total de PMUs, sujeito a restrições de observabilidade e de configuração topológica dos mesmos. É definido um grupo de restrições com base na topologia (observabilidade). A primeira categoria de restrições define a instalação dos PMUs em buses onde tal é obrigatório. A segunda interdita a instalação de PMUs em alguns buses. Uma vez escolhida a localização de um dado PMU, a terceira categoria de restrições impede a instalação de outros PMU em certos buses. Por fim, com o propósito de escolher as melhores soluções, é introduzida uma restrição de redundância, que considera o número total de PMUs cujos buses são observáveis através das leis de corrente de Kirchhoff. As soluções com maior valor de redundância são as melhores.

Zhao *et al.*, (2015) sugerem que o algoritmo genético binário tradicional, na optimização da localização de PMUs, possui algumas desvantagens. Ou seja, o espaço de procura é demasiado

abrangente, o que pode ser vantajoso para uma configuração com poucos nós. Porém, se o número de nós aumentar, o número de soluções possíveis aumenta exponencialmente. Assim, para determinar a melhor configuração do operador de cruzamento (*crossover)* é necessário realizar bastantes experiências, para obter um equilíbrio entre a destruição de soluções admissíveis e a dificuldade de obter soluções. As soluções não admissíveis podem ser tratadas através de métodos de penalização, incorporando na função de avaliação um termo de penalização proporcional à violação das restrições. Com o propósito de ultrapassar as dificuldades características dos algoritmos genéticos binários tradicionais, quando aplicado a um problema de localização de PMUs, os autores propõem uma configuração do algoritmo em que são utilizados cromossomas correspondentes ao número de buses de um determinado PMU, em números decimais. Estes consideram uma determinada probabilidade de cruzamento e de mutação dependente da função de avaliação (*fitness* - a função de *fitness* corresponde à qualidade da solução), de forma a que o indivíduo com menor qualidade da função de avaliação tenha a menor probabilidade de se reproduzir. Para determinar o número de PMUs, é utilizado um operador de cruzamento que efectua a bissecção do cromossoma, com um número inicial de PMUs que vai variando a cada iteração entre o máximo e mínimo possível.

Em Jaiswall *et al*. (2016) a função objectivo corresponde à minimização do número de PMUs instalados, sujeito à restrição de que cada bus tem de ser observado por pelo menos um PMU. Com o propósito de descobrir qual é o bus que fornece maior visibilidade, é somada cada coluna da matriz de adjacência (cada coluna corresponde a um bus). Neste caso, a soma dos valores de cada coluna com maior valor é a que apresenta maior visibilidade, decorrendo daqui a instalação do PMU. Caso existam dois buses com a mesma visibilidade é escolhido um aleatoriamente. Neste caso é realizada uma actualização da matriz de visibilidade. Por fim, os resultados obtidos pelos PMUs são utilizados como dados de *input* do estimador de estados (SE, *State Estimation*). A estimação de estados consiste no "processo de atribuição de um determinado número de valores a um sistema de variáveis desconhecidas, baseando-se em critérios que fornecem a melhor estimativa dos estados do sistema" (Jaiswall *et al*., 2016).

Em Jaiswall *et al.*, (2016), é utilizado um algoritmo *greedy* para a optimização da localização de PMUs. Um algoritmo *greedy* prefere uma solução óptima local, obtida a curto prazo, relativamente a um óptimo global a longo prazo. Este método é usado com o propósito da redução do número de PMUs, usando depois o SE do vector de corrente e tensão (módulo e fase), recorrendo a WLS (*Weighted Least Square* – Regressão Linear Ponderada), para converter medidas redundantes (tempo real) em medidas que representam o regime estacionário do funcionamento da rede de energia num dado intervalo de tempo (Schweppe and Wildes, 1970), tendo também como condição a visibilidade total do sistema. Para testar esta abordagem, os autores utilizam os sistemas de teste IEEE 14-bus, 30-bus, 57-bus, 118-bus e 300-bus (figuras no anexo A).

## 2.3 Shared Risk Linked Groups

Designamos como SRLG (*Shared Risk Link Groups*) um grupo de ligações de uma rede de comunicações com o mesmo risco de falha, ou seja, são ligações que partilham um ou vários elementos físicos e, consequentemente, os recursos de rede suportados por esse(s) elemento(s) falham simultaneamente, caso ocorra o evento associado ao risco de falha desse(s) elemento(s) físico(s). Os SRLGs também podem ser utilizados para representar falhas geograficamente correlacionadas (Tapolcai *et al.*, 2017). Assim, cabe ao operador de uma rede de telecomunicações determinar a localização de SRLGs, que correspondam a riscos de falha contra as quais deseja proteger a rede. A forma mais simples de proteger uma comunicação contra falha isolada de um SRLG é a determinação de um par de caminhos disjuntos nos SRLGs (Hu, 2003) ou maximamente disjuntos quando a disjunção total não é possível. A disjunção nos arcos[2] ou nos SRLGs significa que entre o caminho activo (principal) e o caminho de protecção (secundário) não podem existir arcos ou SRLGs em comum. O aumento da resiliência de uma rede de telecomunicações tendo em consideração os SRLGs e recorrendo a caminhos de protecção tem custos adicionais (os caminhos tendem a ser mais longos e podem necessitar de equipamento terminal mais dispendioso). Em Nedic *et al.*, (2018) é apresentado um estudo do aumento do comprimentos dos caminhos e do custo de equipamento terminal quando se considera, em alternativa a caminhos disjuntos nos arcos, caminhos maximamente disjuntos nos SRLG e ainda um par de caminhos separados de uma distância geográfica.

## 2.4 Custos associados à instalação de PMUs

Os custos de uma infra-estrutura que seja capaz de observar uma rede de energia eléctrica através de PMUs e transmitir essa informação ao destino (entidade que faz uso da informação obtida por PMUs), vai para além do simples custo de PMUs e dos elementos que fazem parte da infra-estrutura da transmissão da informação. Segundo o estudo realizado pelo DOE (2014) , no qual várias empresas participaram, foram descritos os factores que afectam o custo de instalação de PMUs, dos quais quatro são considerados como principais:

- Comunicações: Os participantes do estudo referiram que a instalação de uma infra-estrutura de comunicações ou *upgrade* à infra-estrutura já existente correspondia à maior percentagem de custo do sistema global;
- Segurança: É dado como o segundo maior factor de custo que impedia a aquisição e instalação de PMUs;

[2] Uma aresta é representada por um par de nós, ou seja, é ligação entre dois nós sem sentido atribuído. Um arco é representado por um par ordenado de nós.

- Mão-de-obra: Nas estratégias para a instalação do equipamento, é referido a utilização de uma única equipa especializada que se desloque aos vários locais para a instalação de equipamentos ou a utilização de múltiplas equipas locais descentralizadas. Nestas duas abordagens, não foi possível distinguir qual era a melhor em termos de custos.
- Equipamento: O custo dos PMUs não ultrapassa 5% do custo total de instalação, mesmo tendo valores entre os $40.000 até $180.000.

Com efeito, de seguida vamos descrever em detalhe a formalização dos modelos que vão ser utilizados para resolver o problema de optimização da localização e infra-estrutura de comunicações numa rede de energia eléctrica.

# 3. Modelação do problema

Com o objectivo de simplificar a resolução do problema abordado nesta dissertação, dividimos o problema de optimização da localização de PMUs e da infra-estrutura de comunicações em dois sub-problemas. No primeiro problema tratamos da optimização da localização de PMUs, cujos resultados serão usados como dados de entrada para a resolução do problema da optimização da infra-estrutura de comunicações. Da mesma forma, utilizaremos a abordagem de progressivamente aumentar a complexidade dos vários modelos utilizados, em que os modelos vão evoluindo através da consideração de restrições adicionais que tornam o problema o mais próximo da realidade.

## 3.1 Optimização da localização de PMUs

O modelo de programação linear binária pura para a optimização da localização de PMUs é descrito em Zhu *et al.* (2018) da seguinte forma:

$$z = \min \sum_{i=1}^{n} x_i \tag{1a}$$

$$s.a \sum_{j=1}^{n} a_{i,j} x_j \geq b_i, \forall\, i \in N \tag{1b}$$

$$a_{i,j}, x_i \in \{0,1\}, \forall\, i, j \in N \tag{1c}$$

Neste modelo:

- A variável $x_i$ é binária e corresponde às variáveis de decisão de instalação ($x_i$=1) ou não ($x_i$=0) de um PMU num determinado bus i.
- O conjunto $N = \{1,2,\dots,n\}$ contém os índices dos buses, onde $n$ é o número total de buses na rede.
- O coeficiente $a_{i,j}$ é binário e corresponde aos coeficientes que formam a matriz de conectividade do sistema que é descrita da seguinte forma:

$$a_{i,j} = \begin{cases} 1, se\ o\ bus\ i\ e\ o\ bus\ j\ estão\ ligados \\ 0, caso\ contrário \end{cases} \tag{2}$$

- $\boldsymbol{b}$ é o vector de observabilidade, com tamanho igual ao número de buses do sistema, em que cada elemento toma o valor de 1 para garantir que cada bus seja visível por um PMU.

Assim, pretende-se minimizar o número de PMUs a serem instalados em cada bus (1a), garantindo que todos os buses sejam visíveis por pelo menos um PMU (1b).

Com o intuito de exemplificar o modelo (1), a figura 3.1 mostra um exemplo de uma rede com 7 buses, cujas restrições (1b) são:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \\ x_7 \end{bmatrix} \geq \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \tag{3}$$

Recorrendo ao *solver* de programação matemática CPLEX, a solução óptima da resolução do problema BILP em questão, resulta na instalação de um PMU no bus 2 e outro PMU no bus 4, resultando na completa observabilidade do sistema.

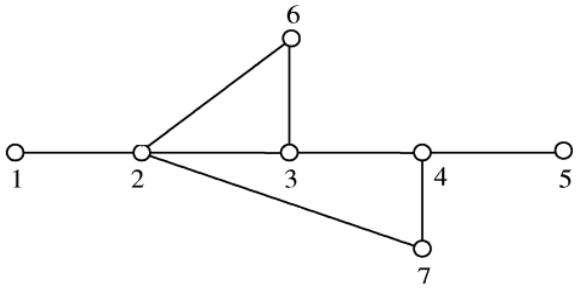


Figura 3.1 – Exemplo de uma rede adaptado de Gou (2008)

### 3.1.1 Introdução de Zero Injection Buses

Foi referida anteriormente a importância que os ZIBs possuem em facilitar a observabilidade de um sistema. No entanto, é necessário adaptarmos o modelo matemático anterior (1) para os ter em conta. O modelo (4) proposto de Zhu *et al.* (2018) considera a existência de ZIBs:

$$z = \min \sum_{i=1}^{n} x_i \tag{4a}$$

$$s.a \sum_{j=1}^{n} a_{i,j} x_j + \sum_{j=1}^{n} a_{i,j} z_j y_{i,j} \geq b_i, \forall\, i \in N \tag{4b}$$

$$\sum_{i=1}^{n} a_{i,j} y_{i,j} = z_j\,, \forall\, j \in N \tag{4c}$$

$$x_i, y_{i,j} \in \{0,1\}, \forall\, i, j \in N \tag{4d}$$

$a_{i,j}$, $x_i$, $\boldsymbol{b}$ e $\boldsymbol{N}$ e $n$ têm o significado descrito anteriormente.

- O coeficiente $z_j$ corresponde a um vector com a localização dos ZIBs do sistema ($z_j$=1 se o bus j é um ZIB e $z_j$=0 caso contrário).
- A variável de decisão auxiliar $y_{i,j}$ constitui os coeficientes da matriz de "crédito", em que cada valor 1 representa a ligação dos buses adjacentes ao ZIB;
- Assim, a função objectivo consiste, mais uma vez, na minimização do número de PMUs a serem instalados (eq. (4a)). No entanto, uma vez que consideramos a existência de ZIBs, é necessário alterar o número de buses observados por PMUs em cada ponto. Para tal, na primeira restrição (eq. (4b)), caso o bus *j* seja ZIB ($z_j$=1), são acrescentados os buses adjacentes a este ($y_{i,j}$), uma vez que passam a ser visíveis. A segunda restrição (eq. (4c)) tem o propósito de calcular os valores da matriz de "crédito", tendo estes o valor 1 apenas quando o bus *j* é um ZIB.

Para demonstrar o efeito que os ZIBs têm na eventual redução do número de PMUs, o exemplo anterior é adaptado, considerando que o bus 2 é um ZIB (figura 3.2).

Assim, recorrendo ao modelo da equação (4) vamos obter as seguintes equações para o problema descrito na figura 3.2:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, y = \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} & y_{13} & y_{14} & y_{15} & y_{16} & y_{17} \\ y_{21} & y_{22} & y_{23} & y_{24} & y_{25} & y_{26} & y_{27} \\ y_{31} & y_{32} & y_{33} & y_{34} & y_{35} & y_{36} & y_{37} \\ y_{41} & y_{42} & y_{43} & y_{44} & y_{45} & y_{46} & y_{47} \\ y_{51} & y_{52} & y_{53} & y_{54} & y_{55} & y_{56} & y_{57} \\ y_{61} & y_{62} & y_{63} & y_{64} & y_{65} & y_{66} & y_{67} \\ y_{71} & y_{72} & y_{73} & y_{74} & y_{75} & y_{76} & y_{77} \end{bmatrix} \; e \; z = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5)$$

Dados **A** e **z** definidos em (5) e utilizando a equação (4c) obtemos os valores de **y** que serão utilizados na equação (4b).

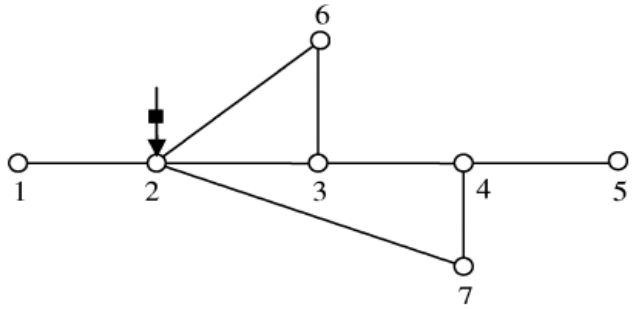


Figura 3.2 – Exemplo de uma rede com ZIB adaptado de Gou (2008)

Recorrendo novamente ao *solver* CPLEX, a solução óptima para a instalação de um PMU é no bus 2 e 4. Uma vez que este exemplo tem um número reduzido de buses e ZIBs, não é

possível verificar uma melhoria na solução obtida (redução do número de PMUs), relativamente ao exemplo anterior. Porém, caso considerássemos um custo diferenciado de instalação de PMUs nos buses e fosse mais barato a instalação no bus 3 relativamente ao bus 2, era possível alterar o posicionamento do PMU de forma a reduzir o custo.

### 3.1.2 Redundância N-1 no sistema

Caso seja necessário garantir observabilidade no sistema em zonas críticas devido à severidade das consequências de eventuais falhas nesses elementos, é importante acrescentar resiliência de observabilidade nestas zonas. Para tal, decidimos utilizar redundância na observação de buses críticos, em que estes são observados por dois PMUs em vez de um. Assim, é necessário alterar os valores de 1 no vector de observabilidade ($\boldsymbol{b}$) para 2. Esta adaptação é designada por redundância (N-1) e significa que os buses são observados por pelo menos dois PMUs. Uma vez que, em termos monetários, é muito dispendioso atribuirmos redundância (N-1) a todos os buses da rede, decidimos seleccionar os buses que consideramos ser os mais importantes na rede para observação redundante. Na escolha desses buses fundamentamo-nos no artigo de Pal *et al.* (2014) no qual é referido que o conceito de buses críticos apenas pode ser atribuído a alguns tipos de buses que satisfaziam determinadas condições. Entre essas, escolhemos as seguintes:

- Nó de maior grau do sistema;
- Buses com geradores associados;
- Buses com maior tensão.

Assim, escolhendo os buses que satisfazem estas condições, é estabelecido o compromisso entre um número reduzido de buses críticos, oferecendo resiliência contra falhas e mantendo um custo de observabilidade redundante aceitável.

### 3.1.3 Limitações de observabilidade dos PMUs

Na realidade, diferentes PMUs conseguem observar diferentes quantidades de buses. Desta forma, com o objectivo de tornarmos o nosso modelo o mais realista possível, vamos adaptar o modelo (1) para ter em conta a variação do número. de buses que podem ser observáveis pelos PMUs do sistema, como é definido em Zhu *et al.* (2018), dando origem ao modelo (6).

$$z = \min \sum_{i=1}^{n} x_i \tag{6a}$$

$$s.a \sum_{j=1}^{n} a_{i,j} x_i w_{i,j} \geq b_i, \forall\, i \in N \tag{6b}$$

$$\sum_{j=1}^{n} a_{i,j} w_{i,j} \leq w_i^{max}, \forall\, i \in N \tag{6c}$$

$$\sum_{j=1}^{n} w_{i,j} \leq x_i, \forall\, i \in N \tag{6d}$$

$$x_i, w_{i,j} \in \{0,1\}, \forall\, i, j \in N \tag{6e}$$

$x_i$, $a_{i,j}$, $\boldsymbol{N}$, $n$ e **b** têm o significado atribuído acima.

- A variável de decisão $w_{i,j}$ tem o valor 1 se o bus *j* é analisado pelo PMU no bus *i* e 0 caso contrário.
- $w_i^{max}$ indica o número máximo de buses que um PMU no bus *i* pode observar.
- A restrição (6b) é a restrição usual de observabilidade com a particularidade de considerarmos a variável de decisão $w_{i,j}$ como factor na escolha dos buses a observar.
- A restrição (6c) indica que o número total de buses que o PMU pode observar tem, obrigatoriamente, que ser menor ou igual à sua capacidade máxima.
- A restrição (6d) garante que um PMU no bus *i* observa sempre um bus *j*, se de facto existir um PMU no bus *i* ($x_i = 1$).

### 3.1.4 Modelo agregado

Agrupando todas as restrições descritas acima num único modelo e mantendo a função objectivo original, obtemos o seguinte modelo (7), como é descrito em Zhu *et al.* (2018).

$$z = \min \sum_{i=1}^{n} x_i \tag{7a}$$

$$s.a \sum_{j=1}^{n} a_{i,j} x_i w_{i,j} + \sum_{j=1}^{n} a_{ij} z_j y_{ij} \geq b_i, \forall\, i \in N \tag{7b}$$

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} y_{ij} = z_i, \forall\, i \in N \tag{7c}$$

$$\sum_{j=1}^{n} a_{i,j} w_{i,j} \leq w_i^{max}, \forall\, i \in N \tag{7d}$$

$$\sum_{j=1}^{n} w_{i,j} \leq x_i, \forall\, i \in N \tag{7e}$$

$$x_i, w_{i,j}, y_{ij} \in \{0,1\}, \forall\, i, j \in N \tag{7f}$$

Assumindo que as variáveis e as equações que se repetem têm o mesmo significado:

- A restrição (7b) garante que seja cumprida a limitação do número de buses simultaneamente observáveis por um PMU, garantindo a visibilidade de buses adjacentes ao ZIBs.

## 3.2 Optimização da infra-estrutura de comunicações

Para um sistema de observação da rede de energia eléctrica estar completo, é necessário que este transmita a informação recolhida. Esta informação é adquirida a partir de medições feitas pelos PMUs e é transferida a um PDC que, posteriormente, a transmite a uma entidade (e.g. gestor da rede) que dela faça uso. Neste trabalho, é apenas nosso objectivo optimizar a transmissão de informação entre os PMUs e o PDC, assim como acrescentar resiliência à rede contra eventuais falhas ou zonas com potencial risco de serem afectadas por desastres naturais, zonas essas representadas através de SRLGs. Serão, assim, determinados pares de caminhos maximamente disjuntos nos arcos e SRGLs entre cada PMU e o PDC, ou seja, que partilham um número de arcos e/ou SRLGs.

Tal como foi referido acima, o meio físico para a transmissão da informação escolhida para resolver o problema de optimização da infra-estrutura de comunicações é a fibra óptica, na medida em que é uma tecnologia robusta (não depende das condições climatéricas) e que não compromete os requisitos de temporização requeridos pelas comunicações nas *Smart Grid*. Começamos esta secção por explicar o que é uma espora, seguida da descrição do modelo de localização dos PDCs e, por fim apresentamos os modelos de aplicação de SRLGs.

### 3.2.1 Esporas

Uma espora (figura 3.3) corresponde a uma sequência de nós de grau 1 interligados a nós de grau igual ou superior a 2. Seguindo o exemplo da figura 3.3, que ocorrem nos diferentes sistemas de testes (IEEE 14, 30, 57, 118 e 300 bus), verifica-se que não há alteração no número de PMUs utilizados para observar o sistema, se forçarmos a instalação de um PMU no nó 2 em vez do nó 1. Na verdade, utilizando novamente a figura 3.3 como referência, um PMU no nó 1 iria resultar num arco em comum para o caminho activo e o caminho de protecção, diminuindo, por sua vez, a resiliência contra falhas da infra-estrutura de comunicações. Este facto é importante, uma vez que na optimização da infra-estrutura de comunicações, PMUs em nós de grau dois ou

superior conduzem a uma diminuição dos arcos em comum entre o caminho activo e o caminho de protecção. Caminho activo é definido como o percurso principal e por omissão o mais curto do par que transporta a informação desde a origem até ao destino; enquanto que caminho de protecção é o caminho utilizado quando há uma falha no caminho activo para transmitir a informação entre a origem e o destino.

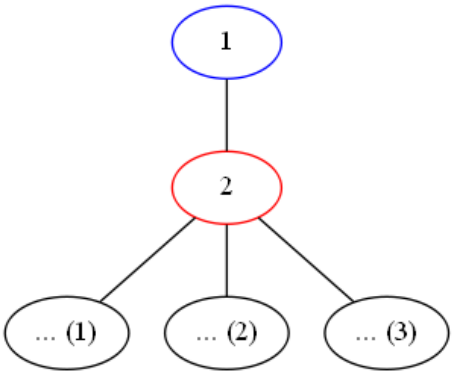


Figura 3.3 – Exemplo de uma espora

### 3.2.2 Localização de PDCs

Todos os dados medidos pelos PMUs têm de ser transmitidos a um PDC, como foi referido anteriormente. Este trabalho não tem como principal objectivo a localização dos PDCs, pelo que se optou por uma abordagem simples para a escolha da localização de dois PDCs aos quais os PMUs se têm que ligar.

Uma vez que, neste trabalho se optou por definir a posição dos PDCs antes de determinar a localização dos PMUs, considerou-se que uma boa estratégia seria a instalação do PDC no centro da rede. Para tal, existem várias métricas de centralidade; decidimos utilizar o método dos valores próprios, através de uma função de centralidade da *Toolbox* do MATLAB. Este método consiste no cálculo dos valores próprios da matriz de adjacência, seleccionando o nó que tem associado o maior valor próprio. De acordo com esta métrica, esse nó corresponde ao nó com maior centralidade na rede, sendo esse escolhido como PDC. De seguida, para aumentar a resiliência na rede contra eventuais falhas, decidimos seleccionar outro nó para instalar um PDC, com a condição de este estar pelo menos à distância de dois saltos (*hop*) do primeiro, assim como ter o maior valor próprio possível.

Em termos práticos, tendo como objectivo ligar a origem (PMU) ao nó de destino mais próximo (PDC), criamos um nó virtual no qual a única ligação existente é realizada através dos PDCs. Assim, quando aplicamos os modelos de optimização de localização de PMUs, é automaticamente seleccionado o PDC mais próximo (minimização das funções objectivo), sendo,

em caso de falha, seleccionado apenas o PDC que se encontra funcional. Na figura 3.4 é exemplificada esta situação. Tendo como destino o nó fictício, é seleccionado o PDC que garante o caminho mais curto. A tracejado são indicados os vários caminhos que são necessários percorrer entre o PMU e os PDCs.

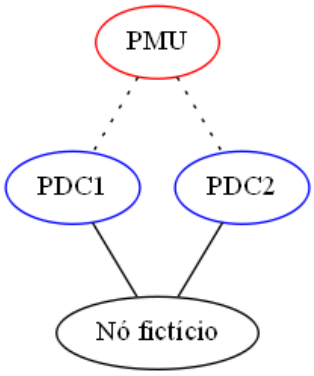


Figura 3.4 – Ligação entre um PMU e o nó fictício

### 3.2.3 Caminhos maximamente disjuntos nos arcos e SRLGs

Com o objectivo de tornar a infra-estrutura de comunicações o mais resiliente possível contra falhas na rede e catástrofes naturais, será implementado um conjunto de modelos de roteamento descritos em Nedic *et al.* (2018), nos quais foram introduzidas algumas alterações. Estas alterações devem-se a particularidades na rede (e.g. esporas, nós de articulação[3], pontes[4]), em que não é possível disjunção nos SRLGs. Com efeito, foi implementado o modelo de minimização do número de arcos em comum (eqs. (8)), com o propósito de obter os arcos maximamente disjuntos (disjunção nos arcos significa que o caminho activo e o caminho de protecção não podem ter arcos em comum; maximamente disjuntos nos arcos refere a mesma situação, permitindo a existência de arcos em comum em locais onde não existe outra possibilidade, e.g. esporas ou pontes).

Em Nedic *et al.* (2018) assume-se que a rede é bi-conectada, ou seja, removendo dois nós esta fica desconectada ou é criado um grafo trivial (i.e. um grafo formado por apenas um nó). No entanto, no presente trabalho, as redes utilizadas (IEEE N-bus) não são bi-conectadas devido à existência de esporas. Assim, foi necessário, em primeiro, lugar determinar o número mínimo de arcos em comum nos pares de caminhos a determinar, para depois usar esse valor como o número máximo de arcos em comum permitido caminhos maximamente disjuntos nos SRLGs, que se

[3] Nó que se removido desconecta a rede.
[4] Aresta que se removida desconecta a rede.

pretende determinar. De seguida, procedemos à minimização do número de SRLGs em comum (eqs. (9)), novamente com o intuito de obter o número mínimo de SRLGs que terão de ser partilhados nas rotas de um PMU para os PDCs (disjunção nos SRLGs significa que o caminho activo e o caminho de protecção não podem ter SRLGs em comum; maximamente disjunto nos SRLGs refere que há situações nas quais não existe a possibilidade de disjunção total nos SRLGs e, assim, tal é permitido nesses casos). Por fim, terminamos com a minimização da distância do caminho activo e do caminho de protecção entre a origem e o destino (eqs. (10)), tendo como referência os valores obtidos nos modelos anteriores. É importante também referir que estes modelos apenas resolvem o problema para um par origem-destino (origem são os nós com PMUs e destino o nó fictício). Assim, os modelos são executados o número de vezes igual ao número de pares origem-destino.

$$z = min \sum_{j=1}^{k} \gamma_j \tag{8a}$$

$$s.a \sum_{j=1}^{k} \left( S_{ij} x_{1_j} \right) = u_i, \forall i \in N \tag{8b}$$

$$\sum_{j=1}^{k} \left( S_{ij} x_{2_j} \right) = u_i, \forall i \in N \tag{8c}$$

$$x_{1_j} + x_{2_{j'}} \leq 1, \forall j \in K \tag{8d}$$

$$x_{1_j} + x_{1_{j'}} \leq 1, \forall j \in K \tag{8e}$$

$$x_{2_j} + x_{2_{j'}} \leq 1, \forall j \in K \tag{8f}$$

$$\sum_{j=1}^{k} \left( |S_{ij}| x_{1_j} \right) \leq 2, \forall i \in N \tag{8g}$$

$$\sum_{j=1}^{k} \left( |S_{ij}| x_{2_j} \right) \leq 2, \forall i \in N \tag{8h}$$

$$x_{1_j} + x_{2_j} - \gamma_j \leq 1, \forall j \in K \tag{8i}$$

$$x_{1_j}, x_{2_j}, \gamma_j \in \{0,1\}, \forall j \in K \tag{8j}$$

Neste modelo:

- O parâmetro $k$ corresponde ao número total de arcos do sistema.
- O conjunto $\boldsymbol{K} = \{1, 2, \dots, k\}$ contém o conjunto de arcos do sistema, em que $k$ é o número total de arcos.
- O arco simétrico de $j \in \boldsymbol{K}$ será representado por $j'$.
- A matriz **S** é a matriz de incidência da rede, tal que:

$$S_{ij} = \begin{cases} 1, se\ o\ arco\ j\ sai\ do\ nó\ i \\ -1, se\ o\ arco\ j\ entra\ no\ nó\ i \\ 0, caso\ contrário \end{cases}$$

- O vector $\boldsymbol{u}$ corresponde ao par origem-destino, tal que:

$$u_i = \begin{cases} 1, se\ o\ nó\ i\ é\ a\ origem \\ -1, se\ o\ nó\ i\ é\ o\ destino \\ 0, caso\ contrário \end{cases}$$

- As variáveis de decisão $\boldsymbol{x_1}$ e $\boldsymbol{x_2}$ correspondem ao caminho activo e caminho de protecção, respectivamente entre a origem e o destino.
- A soma dos valores das variáveis de decisão no vector $\boldsymbol{\gamma}$ corresponde ao número de arcos em comum.
- Assim, é objectivo deste modelo a minimização dos arcos em comum, garantindo que:
    1. O caminho activo e o caminho de protecção ($\boldsymbol{x_1}$ e $\boldsymbol{x_2}$) devem conter os arcos que definam um caminho do nó origem até destino ((8b) e (8c));
    2. Um arco e o seu simétrico não podem ser utilizados em ambos os caminhos ($\boldsymbol{x_1}$ e $\boldsymbol{x_2}$) (8d);
    3. Evitar a ocorrência de ciclos (8e-8h);
    4. Dá o valor 1 à variável de decisão $\gamma_j$ para todo o arco $j$ em comum no caminho activo e no caminho de protecção (8i).

Os modelos seguintes têm uma formulação semelhante à ao modelo (8). Para facilitar a leitura, vamos repetir a partes comuns. A formulação (9) determina o número mínimo de SRLGs num par de caminhos de uma origem para um destino, tal que estes caminhos são maximamente disjuntos nos arcos.

$$z = min \sum_{r=1}^{\rho} g_r \tag{9a}$$

$$s.a \sum_{j=1}^{k} \left( S_{ij} x_{1_j} \right) = u_i, \forall i \in N \tag{9b}$$

$$\sum_{j=1}^{k} \left( S_{ij} x_{2_j} \right) = u_i, \forall i \in N \tag{9c}$$

$$x_{1_j} + x_{2_{j'}} \leq 1, \forall j \in K \tag{9d}$$

$$x_{1_j} + x_{1_{j'}} \leq 1, \forall j \in K \tag{9e}$$

$$x_{2_j} + x_{2_{j'}} \leq 1, \forall j \in K \tag{9f}$$

$$\sum_{j=1}^{k} \left( |S_{ij}| x_{1_j} \right) \leq 2, \forall i \in N \tag{9g}$$

$$\sum_{j=1}^{k} \left( |S_{ij}| x_{2_j} \right) \leq 2, \forall i \in N \tag{9h}$$

$$x_{1_j} + x_{2_j} - \gamma_j \leq 1, \forall j \in K \tag{9i}$$

$$\sum_{j=1}^{k} \left( H_{rj} x_{1_j} \right) \leq 2 * N_{Edges} * z_{1_r}, \forall r \in P \tag{9j}$$

$$\sum_{j=1}^{k} \left( H_{rj} x_{2_j} \right) \leq 2 * N_{Edges} * z_{2_r}, \forall r \in P \tag{9l}$$

$$z_{1_r} + z_{2_r} - g_r \leq 1, \forall r \in P \tag{9m}$$

$$x_{1_j}, x_{2_j}, \gamma_j, g_r, z_{1_r}, z_{2_r} \in \{0,1\}, \forall\, j \in K, \forall\, r \in P \tag{9n}$$

Assumindo que as variáveis têm o significado descrito anteriormente:

- A variável $\rho$ corresponde ao número total de SRLGs da rede.
- O conjunto $\boldsymbol{P} = \{1, 2, \dots, \rho\}$ contém o conjunto total de SRLGs do sistema.
- A variável de decisão $g_r$ corresponde à minimização do número de SRLGs em comum;
- As variáveis de decisão $z_{1_r}$ e $z_{2_r}$ correspondem aos caminhos (1 e 2) cujo valor 1 significa que o SRLG *r* está contido no caminho e 0 caso contrário.
- A matriz $\boldsymbol{H}$ é a matriz de risco-incidência cujos coeficientes tomam o valor 1 caso o arco pertença ao SRLG *r* e 0 caso contrário.
- O conjunto de parâmetros auxiliar $\boldsymbol{\gamma}$ contém os valores da solução do modelo anterior (tem o valor 1 se o arco *j* é partilhado pelo par de caminhos e 0 caso contrário).
- Assim o objectivo deste modelo é a minimização do número de SRLGs em comum garantindo, para além das restrições descritas no modelo anterior, as seguintes restrições:
    1. Caso um arco seja pertença a um SRLG $r$, é feita a atribuição do valor binário 1 à variável de decisão $\boldsymbol{z_1}$ ou $\boldsymbol{z_2}$ (9j-9l);
    2. Se ambos os caminhos têm o mesmo SRLG, a variável binária $g_r$ toma o valor 1, resultando no acréscimo da função objectivo (9m);

O seguinte modelo é relativo à minimização da distância dos pares de caminho origem-destino maximamente disjuntos nos arcos e SRLGs.

$$z = min \sum_{j=1}^{k} \left( c_j * \left( x_{1_j} + x_{2_j} \right) \right) \tag{10a}$$

$$s.a \sum_{j=1}^{k} \left( S_{ij} x_{1_j} \right) = u_i, \forall i \in N \tag{10b}$$

$$\sum_{j=1}^{k} \left( S_{ij} x_{2_j} \right) = u_i, \forall i \in N \tag{10c}$$

$$x_{1_j} + x_{2_j} - \gamma_j \leq 1, \forall j \in K \tag{10d}$$

$$x_{1_j} + x_{2_{j'}} \leq 1, \forall j \in K \tag{10e}$$

$$\sum_{j=1}^{k} \left( H_{rj} x_{1_j} \right) \leq 2 * N_{Edges} * z_{1_r} \ \forall r \ \in P \tag{10f}$$

$$\sum_{j=1}^{k} \left( H_{rj} x_{2_j} \right) \leq 2 * N_{Edges} * z_{2_r} \ \forall r \ \in P \tag{10g}$$

$$z_{1_r} + z_{2_r} - g_r \leq 1, \forall r \in P \tag{10h}$$

$$us = \sum_{r=1}^{\rho} g_r \tag{10i}$$

$$x_{1_j}, x_{2_j}, \gamma_j, g_r, z_{1_r}, z_{2_r} \in \{0,1\}, \forall \ j \in K, \forall \ r \in P \tag{10j}$$

Mais uma vez, assumindo que as variáveis têm o significado atribuído anteriormente, temos:

- $us$ é o valor obtido na resolução do problema anterior de minimização do número de SRLGs em comum.
- O vector $\boldsymbol{c}$ corresponde ao custo de cada arco.
- Assim, é objectivo deste modelo a minimização da distância entre a origem e o destino do caminho principal e o caminho de protecção ($\mathbf{x_1}$ e $\mathbf{x_2}$) garantindo, para além das restrições acima descritas, as seguintes restrições:
    1. Entre os caminhos da origem e o destino só são permitidos os caminhos que têm o menor número de arcos e SRLGs em comum (eqs. (10d) e (10h)).

### 3.2.4 Pesos na optimização da localização de PMUs

É possível reorganizar a localização de PMUs de forma a desincentivar a sua instalação em nós onde existe maior probabilidade de haver SRLGs em comum através de pesos (i.e, do custo variável de instalação de PMUs nos vários nós da rede). Nesse sentido, é criado um vector de pesos, os quais resultam do número de SRLGs em comum para cada par origem-destino, da seguinte forma:

- 0 SRLG em comum = custo 1;
- 1 SRLG em comum = custo 1.1;
- 2 SRLGs em comum = custo 1.2;
- ≥3 SRLGs em comum = custo 1.5;

Uma vez que é necessário que a inclusão de pesos mantenha o número de PMUs igual à optimização sem a sua inclusão, é necessário adicionar uma restrição que o garanta. Desta forma, adicionamos uma restrição que força a que o número de PMUs se mantenha igual à experiência equivalente sem a adição de pesos, obrigando a que a sua inclusão sirva apenas para reorganizar a localização da instalação de PMUs, mantendo o custo obtido anteriormente e, se possível, diminuindo o número de SRLGs em comum.

# 4. Análise de resultados

Os modelos apresentados no capítulo anterior foram aplicados às redes IEEE 14-bus, 30-bus, 57-bus, 118-bus, 300-bus (ver anexo A). Estas redes são utilizadas pela maior parte dos investigadores, para testar diferentes abordagens para a resolução do problema de optimização de localização de PMUs e da infra-estrutura de comunicações.

Utilizando software *open-source* desenvolvido por Zimmerman *et al.* (2011) (*MATPOWER*), foi possível processar os dados necessários para a criação das redes de energia eléctrica, nomeadamente a matriz de adjacência e incidência, a localização dos ZIBs, entre outros. Uma vez obtidos os dados necessários para testar os modelos, utilizamos o *solver* CPLEX para resolver os diferentes problemas de programação linear binária pura. No anexo B, é apresentado o código desenvolvido desde o pré-processamento dos dados da rede de energia eléctrica, até ao código da aplicação para a minimização da distância dos caminhos activo e de protecção maximamente disjuntos nos arcos e SRLGs, para a rede IEEE 14-bus.

Em primeiro lugar, nesta secção, será apresentada a comparação do teste da optimização da localização de PMUs na rede com e sem e ZIBs. De seguida, será efectuada a optimização da localização de PMUs e da infra-estrutura de comunicações com as etapas: pré-processamento da localização óptima de PMUs em diferentes situações; utilizando esses dados, determinamos o número mínimo de arcos e SRLGs em comum para os diferentes pares de caminhos origem-destino.

## 4.1 Resultados do modelo de optimização da localização de PMUs

Em primeiro lugar, apresentamos o resultado do modelo genérico de optimização da localização de PMUs, modelo (1a) - (1c), apresentado na seguinte tabela:

Tabela 4.1 - Optimização da localização de PMUs para diversas redes.

| Sistema IEEE | Localização dos PMUs | Número total de PMUs |
|---|---|---|
| IEEE 14-bus | 2-7-10-13 | 4 |
| IEEE 30-bus | 1-2-6-10-11-12-15-19-25-29 | 10 |
| IEEE 57-bus | 2-6-12-15-19-22-26-29-30-32-36-38-39-41-47-51-54 | 17 |
| IEEE 118-bus | 1-5-10-12-13-17-21-25-28-34-37-41-45-49-53-56-62-64-72-73-75-77-80-85-87-91-94-101-105-110-114-116 | 32 |

| | | |
|---|---|---|
| IEEE 300-bus | 1-2-3-11-12-15-17-19-22-23-25-27-29-33-37-38-43-48-49-53-54-55-59-60-62-64-65-68-71-79-83-86-88-89-93-98-99-101-109-111-112-113-116-118-119-122-132-133-138-139-143-145-152-157-160-163-168-173-183-184-189-190-193-196-200-204-208-210-212-213-216-217-219-223-224-228-233-237-268-269-270-272-273-275-276-277-300 | 87 |

Utilizando os dados do software *MATPOWER*, foi possível determinar a localização dos buses do sistema que são de facto ZIBs e, desta forma, utilizar o modelo (4a)-(4d) para a optimização da localização de PMUs, obtendo os seguintes resultados:

Tabela 4.2 - Optimização da localização de PMUs incluindo ZIBs.

| Sistema IEEE | Localização do(s) ZIB(s) (nº de ZIBs) | Localização dos PMUs | Número total de PMUs |
|---|---|---|---|
| IEEE 14-bus | 7 (1) | 2-6-9 | 3 |
| IEEE 30-bus | 6-9-22-25-27-28 (6) | 1-5-10-12-19-24-27 | 7 |
| IEEE 57-bus | 4-7-11-21-22-24-26-34-36-37-39-40-45-46-48 (15) | 1-4-13-20-25-29-32-38-51-54-56 | 11 |
| IEEE 118-bus | 5-9-30-37-38-63-64-68-71-81 (10) | 3-8-11-12-17-21-25-29-34-37-40-45-49-52-56-62-72-75-77-80-85-87-91-94-101-105-110-114 | 28 |
| IEEE 300-bus | 4-7-12-16-18-23-28-29-30-33-36-39-40-52-54-56-57-62-65-68-70-71-72-73-82-94-95-96-107-108- | 1-2-3-11-15-17-20-22-23-25-27-37-38-43-48-49-53-55-59-60-64-79-85-86-88-89-93-98-99-104-105- | 68 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | 109-110-111-112-113-123-129-130-137-139-143-144-145-147-148-153-172-173-174-189-191-198-205-216-219-223-245-246-266-270-271-272-273-276-291 (65) | 116-118-119-124-132-133-141-155-158-160-163-168-184-190-193-196-202-204-208-210-212-213-216-217-219-222-227-228-237-267-268-269-270-272-274-276-294 | |

Comparando os resultados obtidos na resolução do problema de optimização da localização de PMUs para os vários sistemas de buses IEEE, conseguimos concluir que a existência de ZIBs em pontos da rede diminui significativamente a utilização de PMUs e, por sua vez, o custo global associado à instalação destes equipamentos de medição.

Relativamente ao modelo (6), que tinha em conta o número de buses que cada PMU conseguia observar, é importante referir que, como não temos dados reais da capacidade de observabilidade dos PMUS com custos entre $40.000 a $180.000, assumimos que cada PMU consegue observar um máximo de 100 buses (Zhu *et al.*, 2018), o que em nada altera os resultados finais. Apesar disso, é importante ter um modelo preparado para essa restrição caso seja necessária, daí a sua inclusão.

Até agora, a localização da instalação de PMUs teve como único objectivo a minimização do seu número, garantindo as condições de observabilidade de todos os buses. Com o propósito de diminuir o número de arcos em comum, proibimos a instalação de PMUs em buses de grau 1. Como cada PMU consegue observar o bus onde está instalado e os buses adjacentes a este, o número de PMUs total mantém-se constante, quando comparamos com a instalação sem esta restrição. Após descrever a abordagem que foi utilizada para a diminuição do número de arcos em comum, vamos utilizar pesos (i.e., diferentes custos) de instalação de PMUs para desincentivar a instalação de PMUs em nós onde existe maior probabilidade de haver SRLGs em comum nos pares de caminhos de cada um deles para os PDCs. Assim, calculamos o número mínimo de SRLGs em comum no par de caminhos origem-destino[5] e atribuímos a cada um o respectivo peso de instalação, que definimos na função objectivo como um coeficiente de custo. Desta forma, incentivamos a instalação de PMUs em nós cuja ligação aos PDCs, por um par de caminhos, irá apresentar SRLGs em comum, mantendo o mesmo número de PMUs que obtivemos antes de considerar pesos. Por fim, iremos testar estas abordagens quando incluímos dupla observabilidade de buses críticos.

[5] O pré-processamento para a maior rede (300 buses) demorou 1h:27m e para a menor rede (14 buses) demorou 20s.

## 4.2 Resultados do modelo de optimização da infra-estrutura de comunicações

As seguintes experiências foram realizadas tendo em conta a optimização da localização de PMUs, que fornece os dados de entrada para resolver a optimização da infra-estrutura de comunicações. Em primeiro lugar, começamos por gerar o número de SRLGs aleatórios com número igual a 40% do número de nós da rede. Cada geração aleatória, para além do número total em função do número de nós da rede, tinha as seguintes limitações:

- Cada arco apenas pode pertencer no máximo a 4 e no mínimo a 2 SRLGs;
- Cada SRLG pode ter no máximo apenas 4 arcos.

As seguintes experiências foram realizadas com apenas uma única geração aleatória de SRLGs para cada sistema de buses. Para facilitar a compreensão das simulações que vamos realizar, a Figura 4.1. mostra um diagrama que indica o tipo de testes a executar.

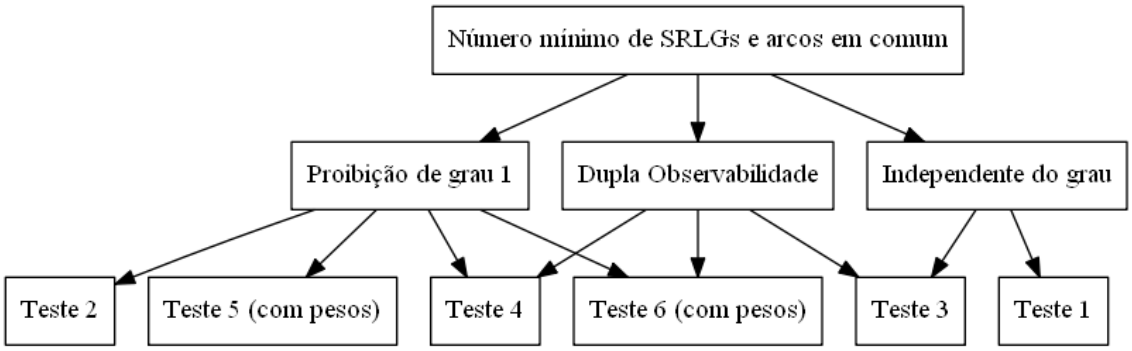

Figura 4.1 – Diagrama das várias simulações a executar

Analisando o diagrama da figura 4.1, o primeiro teste é realizado sem selecção dos nós nos quais os PMUs vão ser instalados, apenas garantido que cada bus seja observado por pelo menos 1 PMU. No segundo teste, é proibida a instalação de PMUs em buses de grau 1. O terceiro teste não força a proibição da instalação de PMUs em buses de grau 1, e garante que buses críticos sejam observados por pelo menos dois PMUs. No quarto teste é proibido que os PMUs sejam instalados em buses de grau 1, excepto quando estes são nós críticos (a única forma de obter dupla observabilidade em nós críticos de grau 1 é instalando um PMU nesse bus e no que lhe é adjacente). Desta forma, a abordagem utilizada foi relaxar a restrição de proibição de instalação em buses grau 1, apenas garantindo esta restrição nos buses onde tal é possível (grau 2 ou superior). O teste cinco é semelhante ao teste dois, no entanto são utilizado pesos (custos diferentes) de instalação em buses em que existe uma probabilidade significativa de terem SRLGs em comum, como foi referido acima. Por fim, o teste seis é semelhante ao teste quatro, mas considerando, mais uma vez, pesos para a instalação de PMUs. Em baixo, apresentamos todas as figuras (4.2-4.9) relativas ao testes realizados.

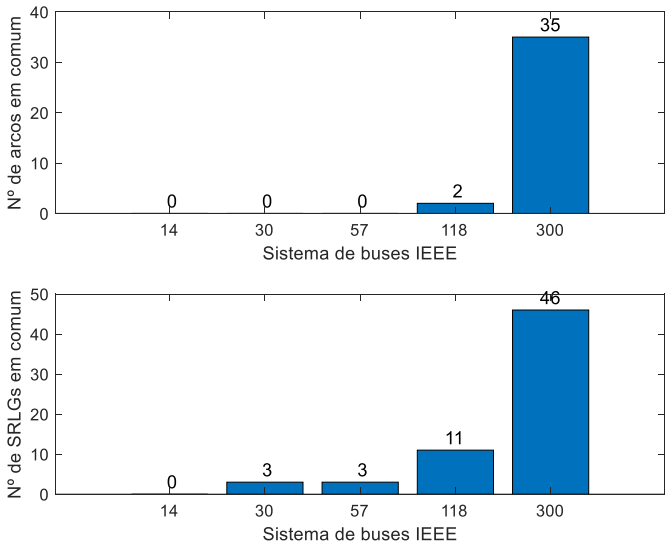


Figura 4.2 – Teste 1: Arcos e SRLGs em comum sem proibição de instalação de PMUs em buses de grau 1.

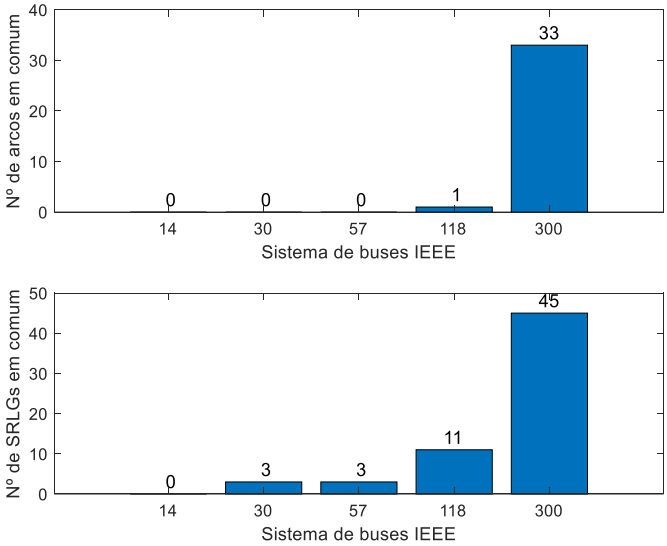


Figura 4.3 – Teste 2: Arcos e SRLGs em comum com proibição de instalação de PMUs em buses de grau 1.

Relativamente à consideração da dupla observabilidade em buses críticos (redundância N-1), a tabela 4.3 apresenta a sua localização:

Tabela 3.3 - Número de buses críticos para as diferentes redes.

| Sistema IEEE | Geradores | Nó de maior grau | Buses com maior tensão |
|---|---|---|---|
| IEEE-14 bus | 1-2-3-6-8 | 4 | 0 |
| IEEE-30 bus | 1-2-13-23 | 6 | 0 |
| IEEE-57 bus | 1-2-3-6-8-9-12 | 9 | 0 |
| IEEE-118 bus | Omitido (54) | 49 | Omitido (11) |
| IEEE-300 bus | Omitido (69) | 268 | Omitido (14) |

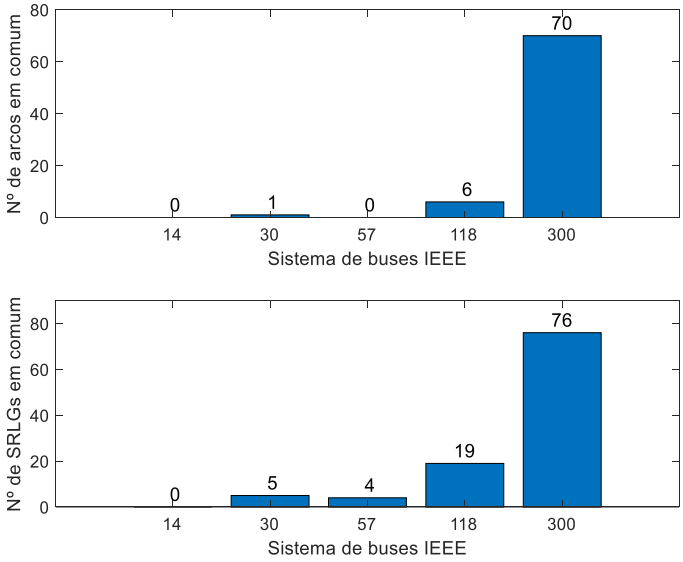


Figura 4.4 – Teste 3: Arcos e SRLGs em comum sem proibição de instalação de PMUs em buses de grau 1 e dupla observabilidade de nós críticos.

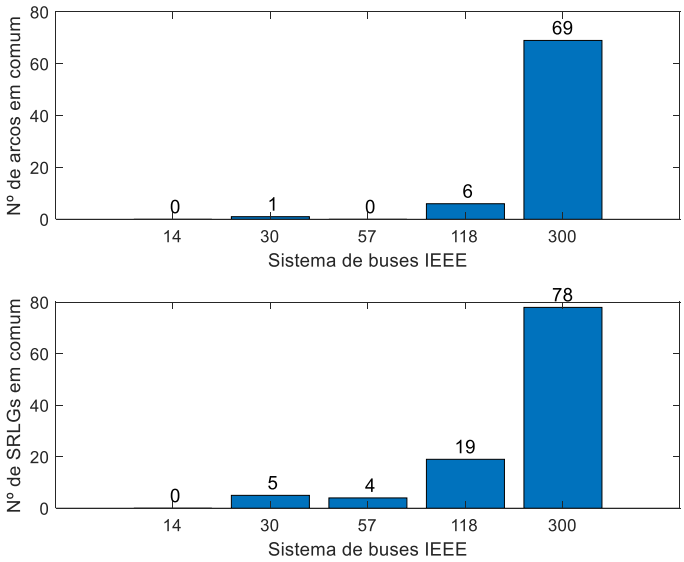


Figura 4.5 – Teste 4: Arcos e SRLGs em comum com proibição de instalação de PMUs em buses de grau 1 e dupla observabilidade de nós críticos.

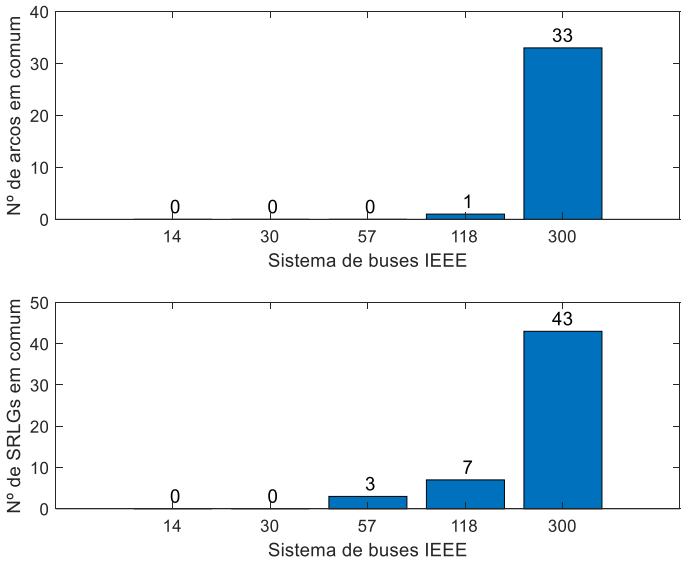


Figura 4.6 – Teste 5: Arcos e SRLGs em comum sem proibição da instalação de PMUs em buses de grau 1 com pesos.

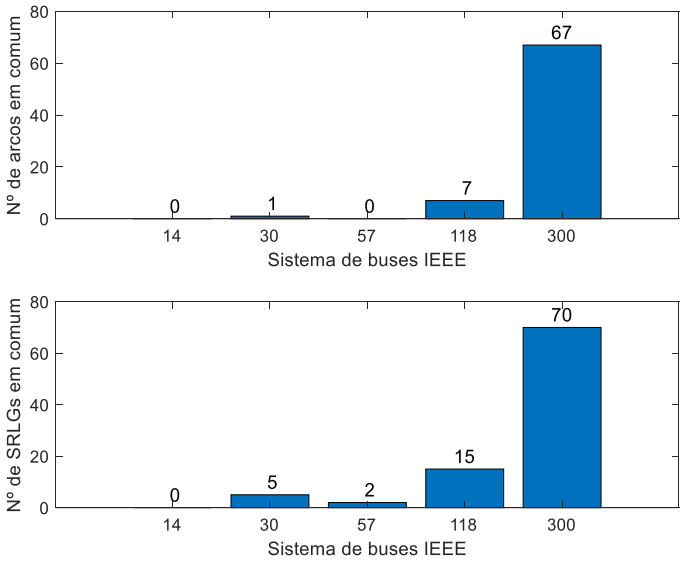


Figura 4.7 – Teste 6: Arcos e SRLGs em comum com proibição de instalação de PMUs em buses de grau 1 com dupla observabilidade de nós críticos e pesos.

Comparando os resultados dos testes realizados, é possível retirar as seguintes conclusões:

- Quando proibimos a instalação de PMUs em buses de grau 1 (teste 2) e comparamos o resultado sem essa proibição (teste 1), verificamos que há uma ligeira redução do número de arcos em comum em relação aos obtidos no teste 1, como era desejado;

- Quando incluímos dupla observabilidade de nós críticos, comparando a proibição ou não de PMUs em buses de grau 1 (teste 4 e teste 3, respectivamente), verificamos que há diminuição no número de arcos em comum apenas para a rede de 300 buses.
- No teste 5, quando incluímos os pesos para desincentivar a instalação de PMUs em nós onde há maior probabilidade de existirem SRLGs em comum, verifica-se uma diminuição geral do número de SRLGs em comum relativamente ao teste 2.
- Comparando os resultados do teste 6 com o teste 4, o número de SRLGs em comum é reduzido significativamente através da introdução de pesos no teste 6.

A diminuição do número de SRLGs em comum quando proibimos a instalação de PMUs em buses de grau 1 no teste 2, em relação à adjudicação dessa proibição no teste 1, não é uma consequência directa do modelo, mas sim uma consequência da localização aleatória dos SRLGs. Da mesma forma, o mesmo pode ser dito sobre a diminuição do número de arcos em comum, quando incluímos os pesos no teste 6, em relação ao teste 4 (e.g IEEE 300 bus).

Para termos uma noção da vantagem em número de PMUs com zero SRLGs em comum dos diferentes testes, mostramos, de seguida, os resultados para 4 testes, no qual agrupamos o teste 2 com o teste 5 e o teste 4 com o teste 6.

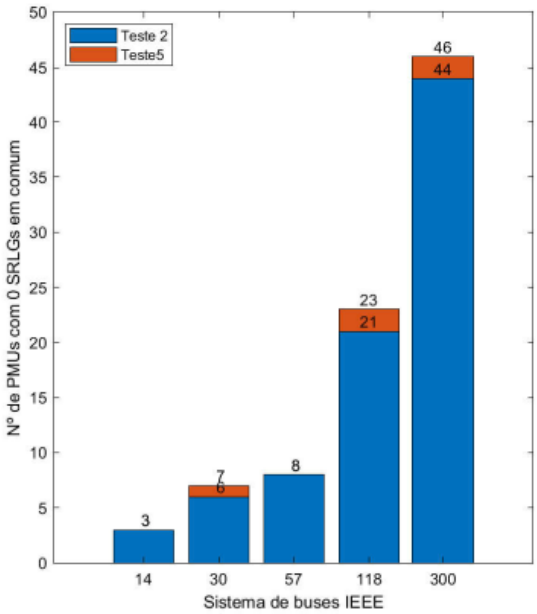


Figura 4.8 - Comparação entre o nº de PMUs com 0 SRLGs em comum do teste 2 e teste 5.

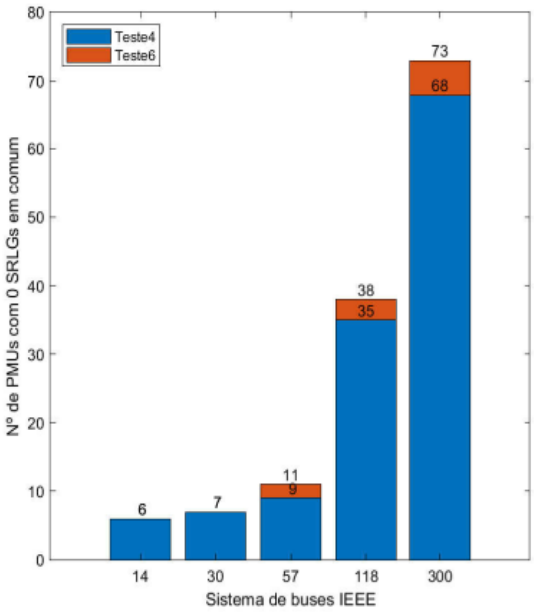


Figura 4.9 - Comparação entre o nº de PMUs com 0 SRLGs em comum do teste 4 e teste 6.

Analisando os resultados das duas comparações, verificamos que a inclusão dos pesos mantém ou melhora os resultados (maior número de PMUs com zero SRLGs em comum), como é possível verificar nas figuras 4.8 e 4.9. Assim, é possível considerar que estamos perante uma

abordagem viável para aumentar o número de PMUs sem SRLGs em comum, melhorando, por sua vez, a resiliência do sistema.

# 5. Conclusão e pistas de desenvolvimento para trabalho futuro

Nesta dissertação apresentamos uma metodologia para resolver o problema de optimização da localização de PMUs e infra-estrutura de comunicações. Ao contrário da maioria dos artigos relevantes sobre este tema, para além da optimização da localização de PMUs, optimizamos também a infra-estrutura de comunicações, de forma a torná-la mais resiliente contra falhas na rede de comunicações e catástrofes naturais (cujo impacto pode ser modelado usando SRLGs). Este problema é representado através de um modelo de programação linear inteira/binária, sendo a sua resolução com o *solver* CPLEX suficientemente rápida para todos os problemas de optimização, incluindo os de maior dimensão com redes de 300 buses. Obtemos um tempo máximo de cálculo de 8m:40s na optimização dos três modelos de optimização da infra-estrutura de comunicações e máximo de 30s para a optimização da localização de PMUs, na rede de 300 buses. Desta forma, não foi necessário o desenvolvimento e a utilização de uma meta-heurística.

Relativamente à abordagem utilizada para o aumento da resiliência da infra-estrutura de comunicações, atingimos resultados bastante satisfatórios através da inclusão das restrições de proibição de instalação em buses de grau 1 e pesos relativos ao número SRLGs nos diferentes nós. No entanto, obtivemos melhores resultados na inclusão de pesos relativamente à proibição da instalação de buses em nós de grau 1.

Desta forma, reflectindo sobre os aspectos deste trabalho onde é possível ainda melhorar, poderemos utilizar uma abordagem semelhante à dos pesos para a redução do número mínimo de SRLGs para a minimização dos arcos maximamente disjuntos nos pares de caminho origem-destino. Outra possibilidade, que reduziria o número de arcos em comum a zero, seria tornar a rede de comunicações bi-conectada. Com efeito, transformando todos os nós de grau 1 em grau 2 seria possível eliminar todas as esporas da rede e, consequentemente aumentar a resiliência.

Relativamente à localização de PDCs, obrigando a que sejam instalados nos buses onde existem PMUs, o que aconteceu em alguns casos, era possível reduzir as ligações entre PMUs e PDCs. Da mesma forma, instalando os PDCs no centro da rede relativamente à localização dos PMUs, ao contrário do centro relativamente a todos os nós, era possível diminuir o comprimento das ligações necessárias à transferência de informação.

Outra possibilidade, que faz parte da metodologia para resolver os problemas de optimização, incluindo o pré-processamento, é a automatização do processo de resolução do problema global, utilizando o CPLEX em conjunção com o MATLAB. De facto, a combinação destas duas ferramentas iria reduzir significativamente o número de operações necessárias para a obtenção de resultados. Desta maneira, seria possível realizar com bastante mais facilidade várias experiências com diferentes *inputs*, como, por exemplo, vários conjuntos de SRLGs para cada rede.

Em relação à infra-estrutura de comunicações, optimizamos pares de caminhos disjuntos. Esta metodologia apenas determina o caminho mais curto, em número de saltos, para cada par origem-destino o que poderá não ser a melhor solução para utilização dos recursos da rede. O trabalho futuro passará pela criação de árvores de Steiner com raiz no nó fictício, maximamente disjuntas nos arcos e nos SRLGs, para utilização da menor quantidade de recursos nas ligações com protecção, de cada PMU para os PDCs. Uma vez que os problemas de árvores de Steiner são bastante complexos em termos computacionais, será provavelmente necessário o desenvolvimento de uma abordagem meta-heurística para resolver esse problema.

# Referências


Abbasy, N. H. and Ismail, H. M. (2009) ‘A unified approach for the optimal PMU location for power system state estimation’, *IEEE Transactions on Power Systems*, 24(2), pp. 806–813. doi: 10.1109/TPWRS.2009.2016596.

Al-roomi.org. (2015). *Power Systems and Evolutionary Algorithms - Load Flow*. [online] Available at: https://www.al-roomi.org/power-flow/ [Accessed 7 Apr. 2019].

Appasani, B. and Mohanta, D. K. (2018) ‘Co-optimal placement of PMUs and their communication infrastructure for minimization of propagation delay in the WAMS’, *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, 14(5), pp. 2120–2132. doi: 10.1109/TII.2018.2799659.

Budka, K. C. *et al*. (2014) *Communication Networks for Smart Grids*. doi: 10.1007/978-1-4471-6302-2;

Department of Energy (2014). [online] Available at: https://www.smartgrid.gov/files/PMU-cost-study-final-10162014_1.pdf [Accessed 10 Jun. 2019].

Ghasemkhani, A. *et al.* (2015) ‘Optimal Design of a Wide Area Measurement System for Improvement of Power Network Monitoring Using a Dynamic Multiobjective Shortest Path Algorithm’, *IEEE Systems Journal*, 11(4), pp. 1–12. doi: 10.1109/JSYST.2015.2469742.

Gore, R. N. and Valsan, S. P. (2018) ‘Wireless communication technologies for smart grid (WAMS) deployment’, *Proceedings of the IEEE International Conference on Industrial Technology*, 2018-Febru, pp. 1326–1331. doi: 10.1109/ICIT.2018.8352370.

Gou, B. (2008) ‘Generalized integer linear programming formulation for optimal PMU placement’, *IEEE Transactions on Power Systems*, 23(3), pp. 1099–1104. doi: 10.1109/TPWRS.2008.926475.

Hu, J. Q. (2003) ‘Diverse Routing in Optical Mesh Networks’, *IEEE Transactions on Communications*, 51(3), pp. 489–494.

Huang, X. *et al.* (2014) ‘A GA Based Optimized PMU-location-decision’, (Powercon), pp. 20–22.

IEEE Power & Energy Society (2013). *IEEE Guide for Phasor Data Concentrator Requirements for Power System Protection, Control, and Monitoring*, p.10.

IEEE Power & Energy Society (2011). *IEEE Standard for Synchrophasor Data Transfer for Power Systems.*

Inga, E. *et al.* (2016) ‘Optimal geographic placement of PMU for Wide Area Measurement

System', *2016 IEEE Ecuador Technical Chapters Meeting, ETCM 2016*. doi: 10.1109/ETCM.2016.7750856.

Kumar, S. *et al*. (2014) 'Requirements and challenges of PMUs communication in WAMS environment', *Far East Journal of Electronics and Communications*, 13(2), pp. 121–135.

Mesgarnejad, H. and Shahrtash, S. M. (2008) 'Multi-objective measurement placement with new parallel Tabu Search method', *2008 IEEE Canada Electric Power Conference*, pp. 1–6. doi: 10.1109/EPC.2008.4763294.

Nedic, B. *et al.* (2018) 'SRLG-disjointness and geodiverse routing – a practical network study and operational conclusions'.doi:10.1109/rndm.2018.8489808.

Pal, A. *et al.* (2014) 'A PMU Placement Scheme Ensuring Real-Time Monitoring of Critical Buses of the Network', *IEEE Transactions on Power Delivery*. IEEE, 29(2), pp. 510–517. doi: 10.1109/TPWRD.2013.2279172.

Pulz, L. T. C. *et al.* (2016) 'Harmonic distortion assessment using state estimation algorithm', *Proceedings of International Conference on Harmonics and Quality of Power, ICHQP*, 2016-December(3), pp. 757–761. doi: 10.1109/ICHQP.2016.7783398.

Schweppe, F. C. and Wildes, J. (1970) 'Power System Static-State Estimation, Part I: Exact Model', *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, PAS-89(1), pp. 120–125. doi: 10.1109/TPAS.1970.292678.

Shrivastava, D. R. and Ahmed, S. (2017) 'Optimal PMU Placement for Complete Power System Observability under ( P – 1 ) Contingency', *2017 IEEE International WIE Conference on Electrical and Computer Engineering (WIECON-ECE)*. IEEE, (December), pp. 129–132.

Tapolcai, J. *et al.* (2017) 'List of Shared Risk Link Groups Representing Regional Failures with Limited Size', *IEEE Conference on Computer Communications*, pp. 1–9. doi:10.1109/infocom.2017.8057040.

Wen, M. H. F. and Li, V. O. K. (2013) 'Optimal phasor data concentrator installation for traffic reduction in smart grid wide-area monitoring systems', *GLOBECOM - IEEE Global Telecommunications Conference*, pp. 2622–2627. doi: 10.1109/GLOCOM.2013.6831470.

Zhao, Y. *et al.* (2015) 'Optimal PMU placement considering topology constraints', *International Journal of Electrical Power and Energy Systems*. Elsevier Ltd, 73, pp. 240–248. doi: 10.1016/j.ijepes.2015.04.022.

Zhu, X. *et al.* (2018) 'Optimal PMU-Communication Link Placement for Smart Grid Wide-Area Measurement Systems', *IEEE Transactions on Smart Grid*. IEEE, PP(c), p. 1. doi:

10.1016/j.bandc.2014.03.010.

Zimmerman, R. D. *et al.* (2011) ‘MATPOWER : Steady-State Operations , Systems Research and Education’, *IEEE Transactions on Power Systems*, 26(1), pp. 12–19. doi:10.1109/tpwrs.2010.2051168.

# Anexo A

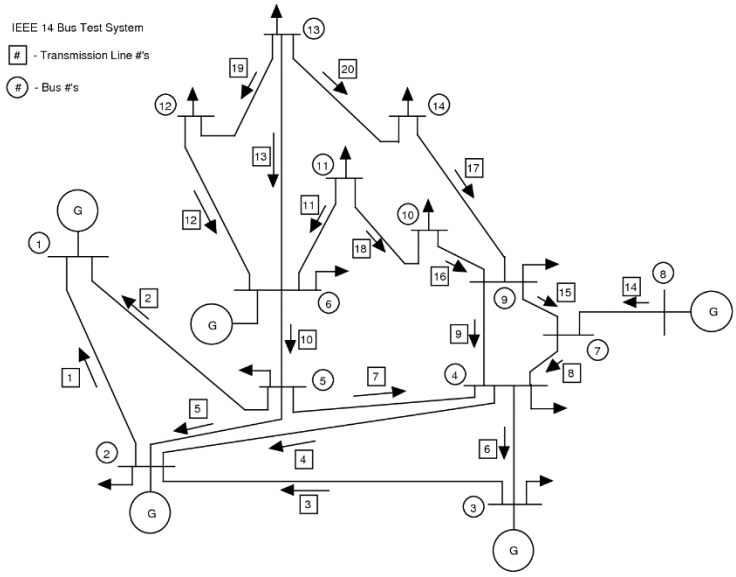


Figura A1 – Rede IEEE 14-bus, retirado de Al-roomi.org (2015)

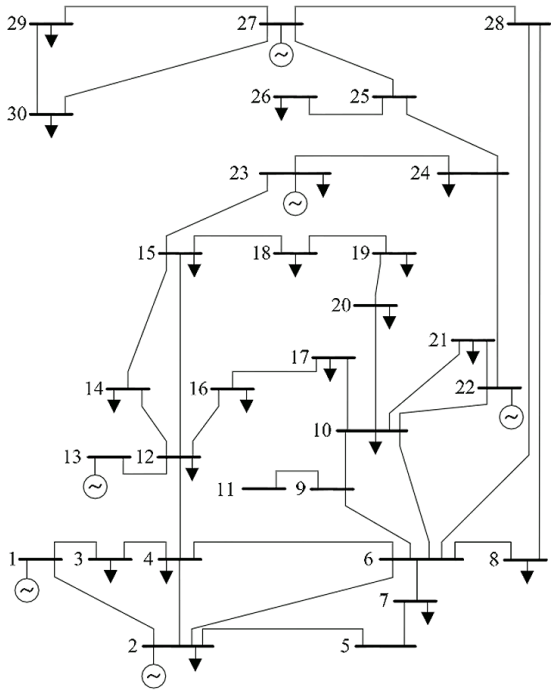

Figura A2 – Rede IEEE 30-bus retirado de Al-roomi.org (2015)

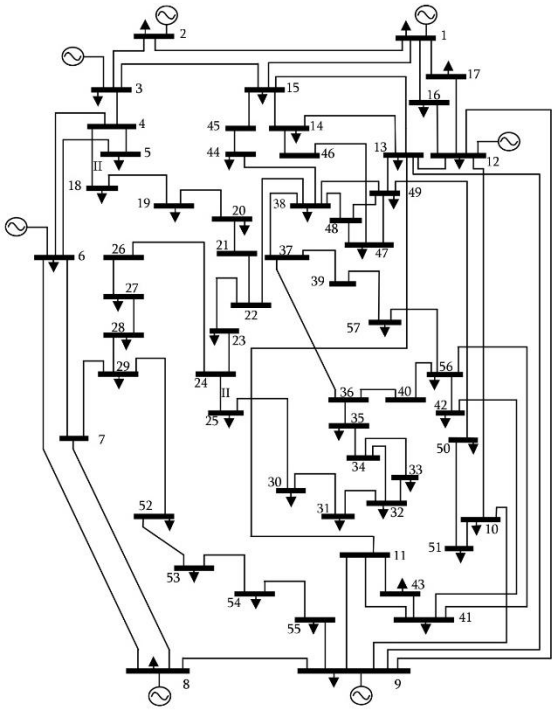

Figura A3 – Rede IEEE 57-bus retirado de Al-roomi.org (2015)

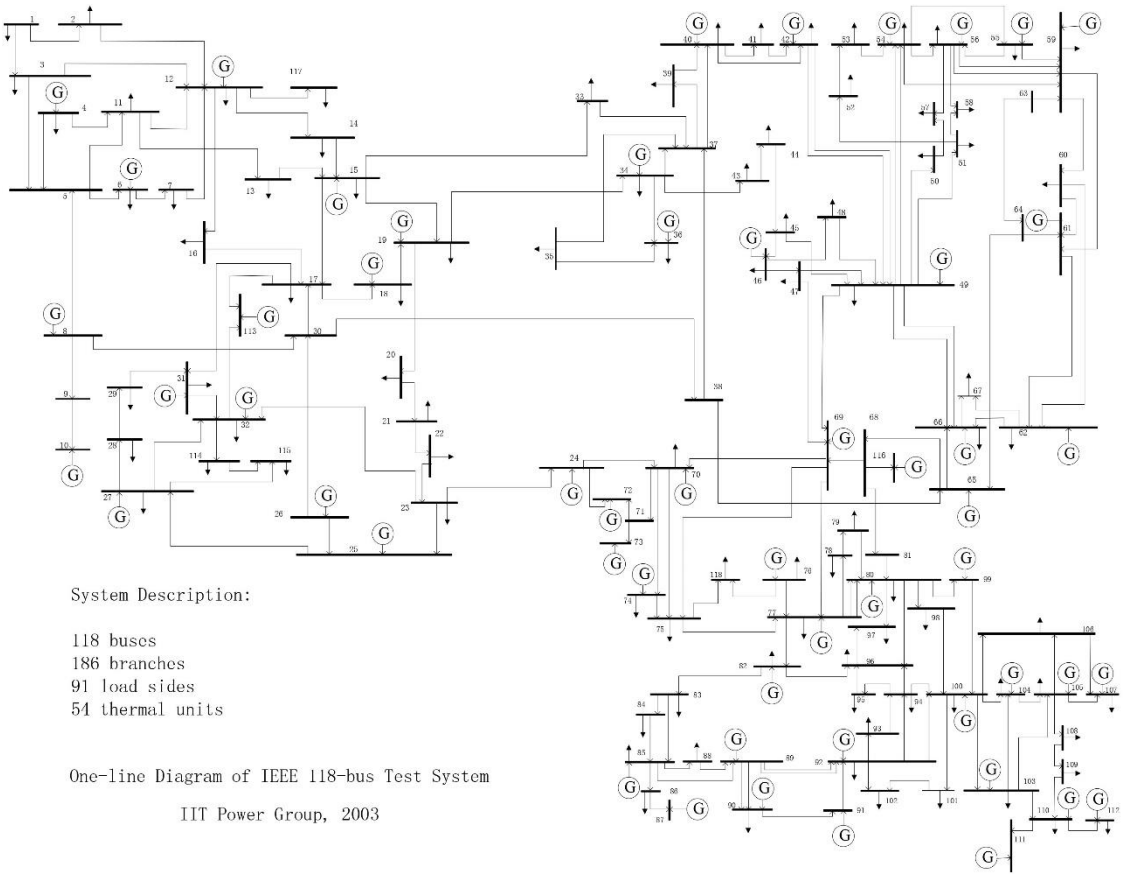


Figura A4 – Rede IEEE 118-bus retirado de Al-roomi.org (2015)

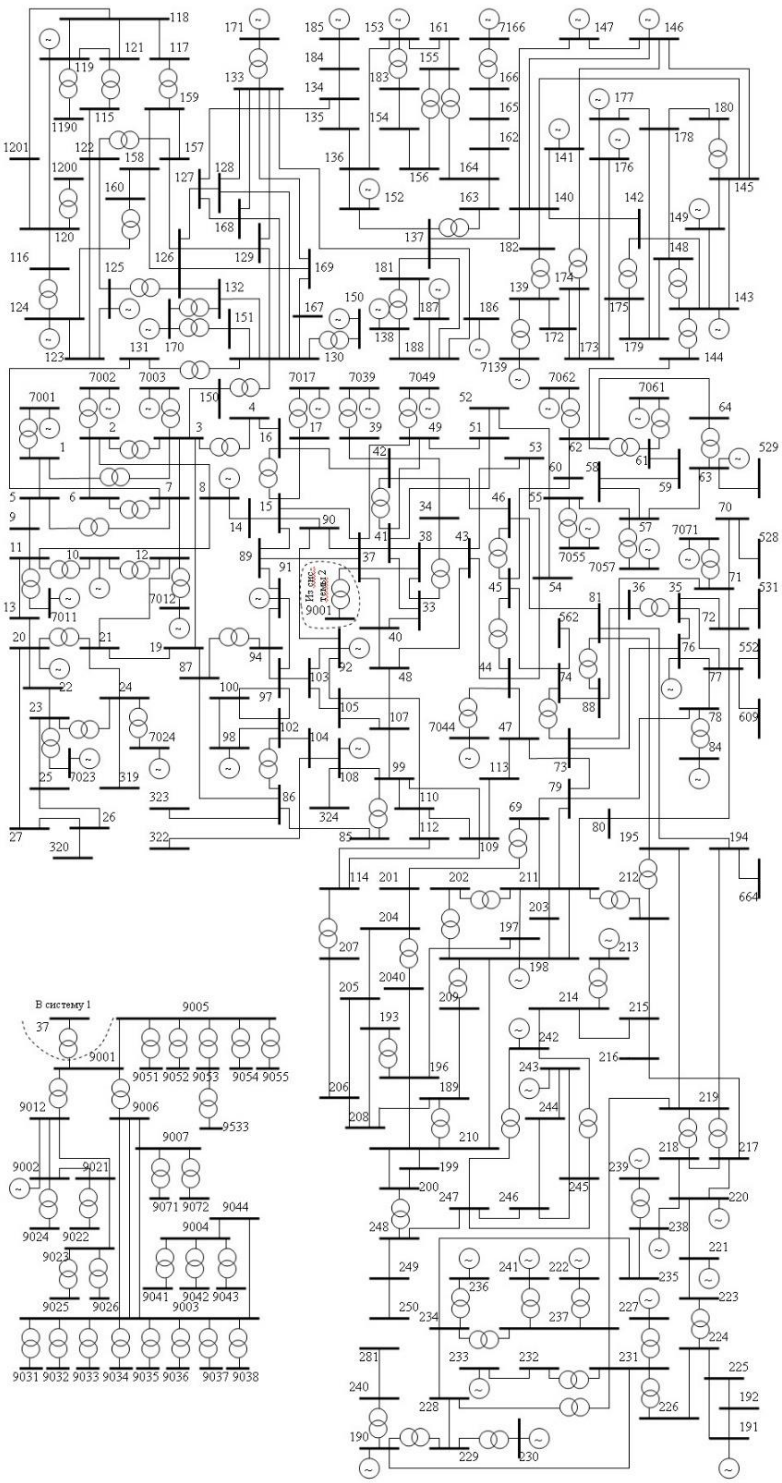


Figura A5 – Rede IEEE 300-bus adaptado de Al-roomi.org (2015)

# Anexo B

Código MATLAB e CPLEX desenvolvido, ilustrado através da rede IEEE 14-bus:

MATLAB (pré-processamento dos dados das redes de energia eléctrica)

<u>Dados do MATPOWER</u>

```
clear variables;

clc

A = eye(14);
%dados dos buses do MATPOWER
bus = [
    1   3   0   0   0   0   1   1.06    0   0   1   1.06    0.94;
    2   2   21.7    12.7    0   0   1   1.045   -4.98   0   1   1.06    0.94;
    3   2   94.2    19  0   0   1   1.01    -12.72  0   1   1.06    0.94;
    4   1   47.8    -3.9    0   0   1   1.019   -10.33  0   1   1.06    0.94;
    5   1   7.6 1.6 0   0   1   1.02    -8.78   0   1   1.06    0.94;
    6   2   11.2    7.5 0   0   1   1.07    -14.22  0   1   1.06    0.94;
    7   1   0   0   0   0   1   1.062   -13.37  0   1   1.06    0.94;
    8   2   0   0   0   0   1   1.09    -13.36  0   1   1.06    0.94;
    9   1   29.5    16.6    0   19  1   1.056   -14.94  0   1   1.06    0.94;
    10  1   9   5.8 0   0   1   1.051   -15.1   0   1   1.06    0.94;
    11  1   3.5 1.8 0   0   1   1.057   -14.79  0   1   1.06    0.94;
    12  1   6.1 1.6 0   0   1   1.055   -15.07  0   1   1.06    0.94;
    13  1   13.5    5.8 0   0   1   1.05    -15.16  0   1   1.06    0.94;
    14  1   14.9    5   0   0   1   1.036   -16.04  0   1   1.06    0.94;
];
%dados das ligações do MATPOWER
  branch = [
    1   2   0.01938 0.05917 0.0528  9900    1   1   1   0   1;
    1   5   0.05403 0.22304 0.0492  9900    1   1   1   0   1;
    2   3   0.04699 0.19797 0.0438  9900    1   1   1   0   1;
    2   4   0.05811 0.17632 0.034   9900    1   1   1   0   1;
    2   5   0.05695 0.17388 0.0346  9900    1   1   1   0   1;
    3   4   0.06701 0.17103 0.0128  9900    1   1   1   0   1;
    4   5   0.01335 0.04211 0   9900    0   1   1   1   1;
    4   7   0   0.20912 0   9900    0   0   0.978   0   1;
    4   9   0   0.55618 0   9900    0   0   0.969   0   1;
    5   6   0   0.25202 0   9900    0   0   0.932   0   1;
    6   11  0.09498 0.1989  0   9900    0   1   1   0   1;
    6   12  0.12291 0.25581 0   9900    0   1   1   0   1;
    6   13  0.06615 0.13027 0   9900    0   1   1   0   1;
    7   8   0   0.17615 0   9900    0   0   1   1   1;
    7   9   0   0.11001 0   9900    0   0   1   1   1;
    9   10  0.03181 0.0845  0   9900    0   1   1   0   1;
    9   14  0.12711 0.27038 0   9900    0   0   1   0   1;
    10  11  0.08205 0.19207 0   9900    0   0   1   0   1;
    12  13  0.22092 0.19988 0   9900    0   0   1   0   1;
    13  14  0.17093 0.34802 0   9900    0   0   1   0   1;
];
%dados dos geradores do MATPOWER
gen = [
    1   232.4   -16.9   10  0   1.06    100 1   332.4   0   0   0   0   0   0
0   0   0   0   0   0;
    2   40  42.4    50  -40 1.045   100 1   140 0   0   0   0   0   0   0   0
0   0   0   0;
    3   0   23.4    40  0   1.01    100 1   100 0   0   0   0   0   0   0   0
0   0   0   0;
    6   0   12.2    24  -6  1.07    100 1   100 0   0   0   0   0   0   0   0
0   0   0   0;
```

```
    8   0   17.4    24  -6  1.09    100 1   100 0   0   0   0   0   0   0   0
0   0   0   0;
];

 for i=1:20
     A(branch(i,1),branch(i,2))=1; %ligação de 1 para 2
     A(branch(i,2),branch(i,1))=1; %ligação de 2 para 1

 end

test = [1 0 0 0]; %assumo que os zibs têm estes valores em B(i,2:5)
l=1;
for i=1:14
    s=1;
    for j=1:4
        if (bus(i,j+1) == test(j))
            s=s+1;
        end
    end
    if (s == 5)
        z(l)=i;
        l = l+1;
    end
end

zib = zeros(1,14);

for i=1:1
    zib(z(i))=1;
end

G = graph(A,'lower','OmitSelfLoops');
inc = incidence(G);
nodeEdge = full(inc);
nodeEdgesim = -1*nodeEdge;
nodeArc = [nodeEdge nodeEdgesim];
nodeArc = -1*nodeArc; % o matlab faz ao contrário

%%
%dupla observabilidade
NODES=14;

gen = gen(:,1);
gen = gen';
gen = sort(gen);
gen = setdiff(gen,z);

soma = zeros(1,NODES);
for i=1:NODES
   soma(i)=sum(A(i,:));
end
[M,I]= max(soma);
nos_criticos(:) = I(:);

s=length(I);
for i=1:length(gen(:))
    nos_criticos(s+1)=gen(i);
    s=s+1;
end

nos_criticos = sort(nos_criticos);
nos_criticos = unique(nos_criticos);


observabilidade = ones(1,NODES);
observabilidade(nos_criticos) = 2;
%xlswrite("ieeematriz.xlsx",observabilidade,1,'A19');
```

```
%%
%centralidade para perceber onde devemos colocar os PMUs e correspondente
%alteração da matriz nó arco

NODES=14;
EDGES=20;
ARCS=40;
centralidade = centrality(G,'eigenvector');
[max,indice] = max(centralidade(:));
s=1;
for i=1:NODES
    if (A(indice,i) == 1)
        singlehop(s) = i;
        s=s+1;
        centralidade(i) = 0;
    end
end
PDC = indice;
centralidade(indice)=0;
disp(indice);
disp(max);
clear indice;
clear max;
[segundomax,segundoindice] = max(centralidade(:));
disp(segundoindice);
disp(segundomax);
PDC(2) = segundoindice;

% nó fictício
A(:,NODES+1)=0;
A(NODES+1,:)=0;

A(NODES+1,PDC(1))=1;
A(PDC(1),NODES+1)=1;

A(NODES+1,PDC(2))=1;
A(PDC(2),NODES+1)=1;


nodeArc(NODES+1,ARCS:ARCS+4)=0;

nodeArc(PDC(1),ARCS+1)=1;
nodeArc(NODES+1,ARCS+1)=-1;

nodeArc(PDC(2),ARCS+2)=1;
nodeArc(NODES+1,ARCS+2)=-1;

nodeArc(PDC(1),ARCS+3)=-1;
nodeArc(NODES+1,ARCS+3)=1;

nodeArc(PDC(2),ARCS+4)=-1;
nodeArc(NODES+1,ARCS+4)=1;


%% SRLG
% inicialização das variáveis
MAX_EDGE_PER_SRLG = 4; % número máximo de 1 arco contido num SRLG
MAX_SRLGS_PER_EDGE= 4; % número máximo de SRLGs por arco
MIN_EDGE_PER_SRLG = 2; % número mínimo de 1 arco contido num SRLG
NODES = 14; % n° de nós
EDGES = 20; % número de arcos
SRLGs_total = ceil(0.4*NODES); % número de SRLGS
%PMU = [2 6 9];
%n_PMUS = 3;
PMU = [2 4 5 6 7 9]; %caso3
n_PMUS = 6;
%PMU = [2 5 6 7 9];%caso1
%n_PMUS = 5;
```

```
% Shared Risk Link Groups (SRLGs) refer to situations where links in a network
share a common fiber
%(or a common physical attribute). If one link fails, other links in the group
may fail too. Links in the
% group have a shared risk.

%criação dos SRLGS
SRLGs = zeros(SRLGs_total,MAX_EDGE_PER_SRLG);
repeticao = zeros(1,EDGES);

%remake
for i=1:SRLGs_total
    %// Gera os SRLGs
    n_edges = randi([MIN_EDGE_PER_SRLG, MAX_EDGE_PER_SRLG],1,1); %escolho o
número de edges num SRLG entre 2 e 4
    p = randperm(EDGES,1);

    while(repeticao(p) > MAX_SRLGS_PER_EDGE)
        p = randperm(EDGES,1); %garante que o arco não é utilizado por mais de
quatro SRLGs
    end
    %coloca o arco na matriz srlg logo
    SRLGs(i,1) = p;
    %//juntar arcos ao SRLG
    x=1;
    for j=1:NODES
        if (nodeEdge(j,p) == 1 || nodeEdge(j,p) == -1 )
            arc_disj(x,:) = nodeEdge(j,:); %os arcos dos nós adjacentes ao
arco em questão
            x=x+1;
        end
    end

    for x=1:2
        for j=1:EDGES
            arc_disj(x,p)=0; %removo o arco colocado lá em cima directamente
nos SRLGs
        end
    end
    % garantir que os arcos adjacentes aos nós extremos cumprem o requisito
    % de srlg mínimo
    for x=1:2
        for j=1:EDGES
            if (arc_disj(x,j) == 1 || arc_disj(x,j) == -1)
                if (repeticao(j) >= MAX_SRLGS_PER_EDGE)
                    arc_disj(x,j)=0;
                    disp("aqui");
                end
            end
        end
    end

    s=2;
    for x=1:2
        for j=1:EDGES
            if ( (arc_disj(x,j) == 1 || arc_disj(x,j) == -1) && s <= n_edges)
                SRLGs(i,s) = j;
                s=s+1;
                repeticao(j) = repeticao(j) +1;
            end
        end
    end

end

for i=1:EDGES
    if (repeticao(i) > MAX_SRLGS_PER_EDGE)
```

```
        disp("Erro, o número de arcos excedeu os SRLGs");
    end
end


riskEdge = zeros(SRLGs_total,EDGES);

for i=1:SRLGs_total
    for j=1:MAX_EDGE_PER_SRLG
        if(SRLGs(i,j) == 0)
            SRLGs(i,j) = EDGES+1;
        end
    end
end

for i=1:SRLGs_total
    for j=1:MAX_EDGE_PER_SRLG
       riskEdge(i,SRLGs(i,j)) = 1;
    end
end
riskEdge(:,EDGES+1) = []; %remove a última coluna que acrescentei antes
riskArc = [riskEdge riskEdge];

sourceDest = zeros(NODES+1,n_PMUS);
sourceDest(NODES+1,:)=-1;
for i=1:NODES
    for j=1:n_PMUS
        sourceDest(PMU(j),j) = 1;
    end
end

c = ones(1,40);
%xlswrite("SourceDest_caso6.xlsx",sourceDest,1,'A1');
```

CPLEX

Optimização da Localização de PMUs:

```
//variáveis de decisão
 dvar boolean x[1..14];
 dvar boolean y[1..14][1..14];
 dvar boolean w[1..14][1..14];

 //matriz de conectividade
 int A[1..14][1..14] =...;

 range nodes = 1..14;

 //vector ZIB
 int z[1..14] =...;
 //vector de observabilidade
 int b[1..14] = ...;

//vector de pesos
float pena[1..14] =...;

 //número máximo de buses que cada PMU pode observar
 int wmax[1..14] =...;

 //expressão da função objectivo
 dexpr float total = sum (p in 1..14) pena[p]*x[p];
```

```
minimize (total);


subject to {

forall (i in 1..14)
   sum (j in 1..14)
    (A[i][j]*x[i] + A[i][j]*z[j]*y[i][j])-3*x[i]>= 0;

 forall (i in 1..14)
   sum (j in 1..14)
     (A[i][j]*x[j]*w[i][j] +A[i][j]*z[j]*y[i][j]) >= b[i];

 forall (j in 1..14)
   sum (i in 1..14)
      A[i][j]*y[i][j] == z[j];

 forall (i in 1..14)
   sum (j in 1..14)
     (A[i][j]*w[i][j] -wmax[j]) <= 0;

 forall (i in 1..14)
   sum (j in 1..14)
     (w[i][j] - x[j])<= 0;


  sum (p in 1..14) x[p] <=6; //teste 6

}

 execute {
         for (var i in nodes) {
           if (x[i] == 1) writeln(i);
         }
 }
```

Optimização da infra-estrutura de comunicações:

Minimização do número de arcos maximamente disjuntos

```
range R = 1..6; // número de SRLGs
range nodes = 1..15;
range arcs = 1..44;
range PMU = 1..14;
range EDGES = 1..20;

int MEDGES = 20;

//variáveis de decisão
dvar boolean x1[arcs][PMU]; //ligações do caminho 1
dvar boolean x2[arcs][PMU]; //ligações do caminho 2
dvar boolean gamma[arcs][PMU];

int A[nodes][arcs] =...; //matriz de incidência

int u[nodes][PMU] =...; //vector da localização dos nós de origem (PMUS) e destino
(PDC)

int c[arcs] =...; // vector de custo das ligações (tudo a 1)

int beta[arcs][PMU] = ...; // necessário para o P2
```

```
 int us[R][PMU] = ...;

 dexpr int total =  sum (a in arcs, p in PMU) (gamma[a][p]); // substiuir pelas três
restrições


minimize (total);

 subject to {

       forall (p in PMU) {
       forall (i in nodes)
         sum (j in arcs)
          A[i][j]*x1[j][p] == u[i][p]; // Equação de conservação do fluxo

       forall (i in nodes)
         sum (j in arcs)
           A[i][j]*x2[j][p] == u[i][p]; // Equação de conservação do fluxo

       forall (j in EDGES)
         x1[j][p]+x2[j+MEDGES][p] <=1; //(11) garante que um arco e o seu simétrico
não podem ser usados para caminhos diferentes

       forall (j in EDGES)
         x1[j][p]+x1[j+MEDGES][p] <=1; //(12) Evitar ciclos

       forall (j in EDGES)
         x2[j][p]+x2[j+MEDGES][p] <=1; //(12) Evitar ciclos

       forall (i in nodes)
         sum (j in arcs)
           A[i][j]*x1[j][p]  <= 2; // (13) para evitar ciclos em conjunção com a
eq.12

       forall (i in nodes)
         sum (j in arcs)
           A[i][j]*x2[j][p] <= 2; //(13)

       forall (a in arcs)
         x1[a][p] + x2[a][p] - gamma[a][p] <= 1;} // (14) Determina o número de arcos
em comum quando ou

}
execute {

  for (var a in arcs) {
    for( var p in PMU) {
      if (gamma[a][p] == 1) writeln(p);
    }
  }
}

main {
  var source1 = new IloOplModelSource("Arcos.mod");
  var cplex = new IloCplex();
  var def1 = new IloOplModelDefinition(source1);
  var opl1 = new IloOplModel(def1,cplex);
  var data1= new IloOplDataSource("Arcos-data.dat");
  var datax= new IloOplDataElements();

  opl1.addDataSource(data1);
  opl1.generate();
  if (cplex.solve()) {
     writeln("Número mínimo de arcos em comum = "+ cplex.getObjValue());
     for (var i in opl1.PMU) {
       for (var r in opl1.arcs)  {
```

```
        if(opl1.gamma[r][i] == 1) {
            writeln("Gamma["+ r +"]["+ i +"] = " + opl1.gamma[r][i].solutionValue)
        }
      }
    }
    opl1.postProcess();

  } else {
    writeln("No solution");
  }

  var source2 = new IloOplModelSource("SRLG-P1.mod");
  var cplex = new IloCplex();
  var def2 = new IloOplModelDefinition(source2);
  var opl2 = new IloOplModel(def2,cplex);
  var data2= new IloOplDataSource("SRLG-P1data.dat");
  var data= new IloOplDataElements();

  data.beta=opl1.gamma.solutionValue; // transfer solution of model1 to input for
model2 || o gr do opl1 passa para a variável us no opl2
  opl2.addDataSource(data2);
  opl2.addDataSource(data);
  opl2.generate();

  if (cplex.solve()) {
    opl2.postProcess();
    writeln("Número mínimo de SRLGs em Comum = " + cplex.getObjValue())
    for (var i in opl2.PMU) {
      for (var r in opl2.R)  {
        if (opl2.gr[r][i].solutionValue == 1) {
         //writeln("gr["+r+"]["+i+"] = " + opl2.gr[r][i].solutionValue) //mostra os
valores a 1;
         writeln(i);
      }
    }
   }
  } else {
    writeln("No solution");
 }

  var source3 = new IloOplModelSource("SRLG-P2.mod");
  var cplex = new IloCplex();
  var def3 = new IloOplModelDefinition(source3);
  var opl3 = new IloOplModel(def3,cplex);
  var data3= new IloOplDataSource("SRLG-P2data.dat");
  var datas= new IloOplDataElements();

  datas.us=opl2.gr.solutionValue; // transfer solution of model1 to input for model2
|| o gr do opl1 passa para a variável us no opl2
  opl3.addDataSource(data3);
  opl3.addDataSource(datas);
  opl3.generate();

    if (cplex.solve()) {
     opl3.postProcess();
     writeln("Custo dos caminhos origem-destino = " + cplex.getObjValue())
     //writeln("x1 =" + opl3.x1.solutionValue)
     //writeln("x2 =" + opl3.x2.solutionValue)
  } else {
    writeln("No solution");
   }
  opl1.end();
  opl2.end();
  opl3.end();

}
```

Minimização do número de SRLGs em comum maximamente disjuntos para os pares de caminhos origem-destino:

```
//range
 range R = 1..6; // número de SRLGs
 range nodes = 1..15;
 range arcs = 1..44;
 range PMU = 1..6;
 range EDGES = 1..20;

 int MEDGES = 20;

 //variáveis de decisão
 dvar boolean x1[arcs][PMU]; //ligações do caminho 1
 dvar boolean x2[arcs][PMU]; //ligações do caminho 2
 dvar boolean z1[R][PMU]; //risco do caminho 1
 dvar boolean z2[R][PMU]; //risco do caminho 2
 dvar boolean gr[R][PMU];
 dvar boolean gamma[arcs][PMU];

 int A[nodes][arcs] =...; //matriz de incidência

 int u[nodes][PMU] =...; //vector da localização dos nós de origem (PMUS) e destino
(PDC)

 int H[R][arcs] =...; //considero duas ligações de risco (arco 1 e 5)

 int c[arcs] =...; // vector de custo das ligações (tudo a 1)

 int beta[arcs][PMU] = ...; // necessário para o P2


 dexpr int total =  sum (p in PMU, r in R) (gr[r][p]); // Minimização do número de
SRLGs em comum

 minimize (total);

 subject to {
       forall (p in PMU) {
       forall (i in nodes)
         sum (j in arcs)
           A[i][j]*x1[j][p] == u[i][p]; // (9) Equações normais de conservação de
fluxo

       forall (i in nodes)
         sum (j in arcs)
           A[i][j]*x2[j][p] == u[i][p]; //(9)

       forall (j in arcs)
         x1[j][p]+x2[j][p] - gamma[j][p] <= 1; // (10) disjunção nos arcos

       forall (j in EDGES)
         x1[j][p]+x2[j+MEDGES][p] <=1; //(11) garante que um arco e o seu simétrico
não podem ser usados para caminhos diferentes

       forall (j in EDGES)
```

```
        x1[j][p]+x1[j+MEDGES][p] <=1; //(12) Evita ciclos

      forall (j in EDGES)
        x2[j][p]+x2[j+MEDGES][p] <=1; //(12)

      forall (i in nodes)
        sum (j in arcs)
          A[i][j]*x1[j][p]  <= 2; // (13) para evitar ciclos em conjunção com a
eq.12

      forall (i in nodes)
        sum (j in arcs)
          A[i][j]*x2[j][p] <= 2; //(13)

      forall (r in R)
        sum (j in arcs)
          H[r][j]*x1[j][p] <= 2*MEDGES*z1[r][p]; // (14) Indica se o caminho
pertence ao SRLG

      forall (r in R)
        sum (j in arcs)
          H[r][j]*x2[j][p] <= 2*MEDGES*z2[r][p]; // (14)

      forall (r in R)
        z1[r][p] + z2[r][p] - gr[r][p] <= 1; //(15) Determina o número de SRLGs em
comum

      /*forall (a in arcs)
        beta[a][p] == gamma[a][p];*/ //(16) usa a solução do problema anterior para
condicionar a resolução do problema corrente

        sum(a in arcs) beta[a][p] == sum(a in arcs) gamma[a][p];
}
}
```

Minimização da distância dos pares origem-destino maximamente disjuntos nos arcos e SRLGs:

```
//range
 range R = 1..6; // número de SRLGs
 range nodes = 1..15;
 range arcs = 1..44;
 range PMU = 1..6;
 range EDGES = 1..20;

 int MEDGES = 20;

 //variáveis de decisão
 dvar boolean x1[arcs][PMU]; //ligações do caminho 1
 dvar boolean x2[arcs][PMU]; //ligações do caminho 2
 dvar boolean z1[R][PMU]; //risco do caminho 1
 dvar boolean z2[R][PMU]; //risco do caminho 2
 dvar boolean gr[R][PMU];
 dvar boolean gamma[arcs][PMU];

 int A[nodes][arcs] =...; //matriz de incidência

 int u[nodes][PMU]=...; //vector da localização dos nós de origem (PMUS) e destino
(PDC)

 int H[R][arcs] =...; //considero duas ligações de risco (arco 1 e 5)

 int c[arcs] =...; // vector de custo das ligações (tudo a 1)
```

```
 int us[R][PMU] = ...;

 int beta[arcs][PMU] = ...;

 dexpr int total = sum (a in arcs, p in PMU) (c[a]*x1[a][p]+c[a]*x2[a][p]); //x1+x2


minimize (total); //

 subject to {

       forall (p in PMU) {
       forall (i in nodes)
         sum (j in arcs)
           A[i][j]*x1[j][p] == u[i][p]; // (9) Equações normais de conservação de
fluxo

       forall (i in nodes)
         sum (j in arcs)
            A[i][j]*x2[j][p] ==  u[i][p]; //(9)

       forall (j in arcs)
         x1[j][p]+x2[j][p] - gamma[j][p]<= 1; // (10) disjunção nos arcos

       forall (j in EDGES)
         x1[j][p]+x2[j+MEDGES][p] <=1; //(11) garante que um arco e o seu simétrico
não podem ser usados para caminhos diferentes

       forall (r in R)
         sum (j in arcs)
           H[r][j]*x1[j][p] <= 2*MEDGES*z1[r][p]; // (14) Indica se o caminho
pertence ao SRLG

       forall (r in R)
           sum (j in arcs)
             H[r][j]*x2[j][p] <= 2*MEDGES*z2[r][p]; // (14)

       forall (r in R)
         z1[r][p] + z2[r][p] - gr[r][p] <= 1; // (15) Disjunção nos SRLGs

       sum (r in R) us[r][p] == sum (r in R) gr[r][p]; // (17) Compara o valor da
solução do modelo anterior com este

       forall (a in arcs)
         beta[a][p] == gamma[a][p]; //(18) usa a solução do problema anterior para
condicionar a resolução do problema corrente
}
}
```