





UNIVERSIDADE DE COIMBRA  
FACULDADE DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA  
*Departamento de Engenharia Electrotécnica e de Computadores*

**Modelos *input-output* multiobjectivo com coeficientes  
intervalares para o estudo das interacções  
economia-energia-ambiente**

**Carla Margarida Saraiva de Oliveira Henriques**

Dissertação submetida à Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra para obtenção do grau de Doutor em Engenharia Electrotécnica, especialidade de Optimização e Teoria dos Sistemas.

**Coimbra**

**2008**



Ciência.Inovação  
2010

Programa Operacional Ciência e Inovação 2010  
MINISTÉRIO DA CIÊNCIA, TECNOLOGIA E ENSINO SUPERIOR

Trabalho co-financiado pelo POCI 2010 e pelo FSE (BD ref°. SFRH/BD/17540/2004).



## Agradecimentos

Ao Prof. Doutor Carlos Henggeler Antunes pela orientação científica, pelo seu estímulo e apoio, contribuindo com importantes sugestões na elaboração deste trabalho, bem como na revisão do texto desta dissertação.

Ao Prof. Doutor António Gomes Martins pela sua importante cooperação, essencial à concretização deste trabalho.

Ao INESC Coimbra e respectivos colegas pela ajuda e condições de trabalho proporcionadas.

Ao Bernardo pelo apoio incondicional, nomeadamente na revisão deste texto.

Aos meus pais, irmã e familiares pelo apoio incessante em todos os momentos bons e maus.

À Laurinha que acompanhou a fase final de execução deste trabalho, tendo trazido muito amor e alegria às nossas vidas.

Aos meus amigos pelo estímulo, apoio e motivação que sempre demonstraram.

À Fundação para a Ciência e a Tecnologia pela imprescindível ajuda financeira na realização do presente trabalho, sem a qual não teria sido possível a sua concretização.

Finalmente, a minha gratidão é ainda extensível a todos aqueles que, apesar de não serem explicitamente mencionados, contribuíram de alguma forma, directa ou indirectamente, para a prossecução deste trabalho.



# Índice

Resumo .....	i
Abstract.....	ii
Capítulo I - Introdução .....	1
Capítulo II – O modelo <i>input-output</i> : conceitos fundamentais .....	13
II.1 – O modelo <i>input-output</i> tradicional .....	16
II.1.1. Hipóteses básicas do modelo <i>input-output</i> estático.....	17
II.1.2. O quadro de transacções (inter-industrial ou <i>input-output</i> ).....	17
II.1.3. Os coeficientes técnicos .....	19
II.1.4. Os coeficientes de interdependência .....	22
II.1.5. Interpretação económica da matriz inversa de Leontief.....	23
II.1.6. Ajustamentos do modelo devido às importações competitivas.....	25
II.1.7. Os preços no modelo <i>input-output</i> .....	25
II.1.8. O modelo <i>input - output</i> dinâmico .....	27
II.1.9. O modelo <i>input-output</i> e o Sistema de Contas Nacionais .....	29
II.1.10. Aplicações da análise <i>input-output</i> .....	34
II.1.11. Algumas limitações da análise <i>input-output</i> .....	36
II.2. O modelo <i>input-output</i> ambiental .....	37
II.2.1. Modelos <i>input-output</i> generalizados .....	39
II.2.2. Modelos económicos - ecológicos.....	44
II.2.3. Modelos <i>produto por indústria</i> .....	46
II.2.4. Modelos <i>input-output</i> aumentados externamente.....	48
II.2.5. A NAMEA, a SAM e o SESAME .....	51
II.3. O modelo <i>input-output</i> de energia.....	53
II.3.1. Quantificação e papel da energia na economia .....	56
II.3.2. A lei da <i>conservação de energia</i> .....	57
II.3.3. A <i>condição de equilíbrio energético</i> na AIOE.....	58
II.3.4. A incerteza associada à AIOE .....	60
II.3.5. Modelos <i>input-output</i> de energia e emissões de CO <sub>2</sub> .....	61

II.4. O modelo <i>input-output</i> no contexto dos modelos de programação matemática .....	64
II.5. Considerações finais.....	67
Capítulo III – Tratamento da incerteza em modelos de PLMO através da programação matemática intervalar .....	69
III.1. O modelo linear com objectivos múltiplos .....	72
III.1.1. Solução eficiente e solução não dominada.....	73
III.1.2. Solução ideal, solução anti-ideal e tabela de óptimos individuais .....	74
III.1.3. Processos de cálculo de soluções eficientes.....	75
III.1.3.1. Optimização de uma das funções objectivo, restringindo as restantes .....	75
III.1.3.2. Minimização da distância de Tchebycheff a um ponto de referência.....	76
III.1.3.3. Optimização de uma soma ponderada das funções objectivo.....	78
III.1.4. Classificação dos principais métodos dedicados à PLMO.....	80
III.2. Breve introdução à teoria dos números intervalares .....	81
III.2.1. Números intervalares .....	81
III.2.2. Operações aritméticas entre números intervalares .....	82
III.2.3. Propriedades das operações aritméticas entre números intervalares.....	85
III.2.4. Relações de ordem ou de preferência entre intervalos fechados.....	87
III.2.5. Características das desigualdades e igualdades lineares com coeficientes intervalares .....	91
III.3. O modelo de PLMO com coeficientes intervalares .....	99
III.3.1. O melhor valor óptimo, o pior valor óptimo e a solução ideal intervalar ....	100
III.3.1.1. Método para a resolução de modelos de PLCI do Tipo I.....	102
III.3.1.2. Método para a resolução de modelos de PLCI com igualdades intervalares .....	107
III.3.2. Abordagem de satisfação em modelos de programação matemática intervalar .....	112
III.3.2.1. Abordagem de satisfação em modelos de PL.....	112
III.3.2.2. Abordagem de satisfação em modelos de programação por metas.....	114
III.3.2.3. Abordagem interactiva .....	127
III.3.3. Abordagem de optimização em modelos de programação matemática intervalar .....	143
III.3.3.1. Soluções necessariamente eficientes: Métodos e extensões.....	148
III.3.3.1.1. Algoritmo de enumeração implícita de Bitran.....	148
III.3.3.1.2. Extensão do algoritmo de enumeração implícita baseada no método de geração dos raios extremos .....	152
III.3.3.2. Soluções possivelmente eficientes: Métodos e extensões.....	159
III.3.3.2.1. Método de Wang e Wang .....	161
III.4. Considerações finais .....	178



Capítulo IV – Um algoritmo interactivo para modelos de PLMO com coeficientes intervalares.....	179
IV.1. Obtenção dos modelos determinísticos substitutos .....	181
IV.2. Fases interactivas .....	187
IV.3. Exemplo ilustrativo.....	191
IV.4. Considerações finais .....	196
 Capítulo V – Um modelo multiobjectivo baseado em análise <i>input-output</i> para o planeamento económico, energético e ambiental .....	199
V.1. Descrição do modelo.....	201
V.1.1. Restrições do modelo .....	202
V.1.2. Funções objectivo do modelo.....	240
V.2. Análise crítica de alguns resultados obtidos .....	241
V.3. Considerações finais .....	271
 Capítulo VI – Conclusões e propostas de trabalho futuro .....	275
 Referências .....	281
 Anexo I – Descrição das variáveis e coeficientes do modelo proposto no Capítulo V.....- 1 -	
 Anexo II – Especificação numérica do modelo proposto no Capítulo V (em CD).....- 31 -	
 Anexo III – Valores obtidos para as principais variáveis do modelo (em CD).....- 169 -	



## Resumo

O sector energético assume particular relevo no contexto nacional, quer pelas suas repercussões no aparelho produtivo, quer pelas consequências ao nível do emprego, do abastecimento interno, das relações com o exterior e do ambiente. Devido à forte dependência energética do exterior, e ao peso do consumo dos combustíveis fósseis no consumo de energia primária, o país enfrenta grandes desafios ao nível das políticas que deverá seguir, de modo a alcançar as metas estabelecidas para os sectores energético e ambiental, sem descurar as questões económicas e sociais que lhes estão associadas.

Os modelos de programação linear multiobjectivo baseados na estrutura linear das relações de produção inter/intra-industriais são utilizados para o estudo das interações entre a economia, a energia e o ambiente. Estes modelos permitem aos agentes de decisão contemplar diversos eixos de avaliação relacionados, nomeadamente, com estratégias energéticas sustentáveis, o crescimento económico, o bem-estar social e as preocupações ambientais. Deste modo, os agentes de decisão beneficiam de uma ferramenta de análise que permite determinar os impactes ambientais decorrentes de alterações verificadas no nível das actividades económicas, que poderão estar assentes em políticas distintas.

Na maioria dos problemas reais, os coeficientes destes modelos não são exactamente conhecidos, porque os dados são escassos, são dificilmente obtidos ou estimados e o sistema a modelar pode estar sujeito a alterações. Portanto, estes modelos de programação matemática para apoio à decisão devem considerar explicitamente, para além de funções objectivo múltiplas e conflituosas, o tratamento da incerteza associada aos coeficientes.

A programação intervalar é uma abordagem interessante para o tratamento da incerteza em problemas de programação matemática, porque não requer a especificação das distribuições probabilísticas (como na programação estocástica) ou das distribuições *possibilísticas* (como na programação difusa) dos coeficientes do modelo. Para a utilização da programação intervalar é necessário apenas dispor de informação acerca da gama de variação dos coeficientes incertos. Um dos principais objectivos desta dissertação consistiu no desenvolvimento de um método interactivo para modelos de programação linear multiobjectivo com coeficientes intervalares, para o estudo das interações entre a economia nacional, o sistema energético e os impactes ambientais, de modo a auxiliar os agentes de decisão a identificar soluções robustas, ou seja, soluções que se comportem bem em diferentes cenários de coeficientes do modelo.

Foi efectuado um vasto trabalho de recolha de dados, de modo a ser desenvolvido um modelo próximo da realidade nacional. Alguns resultados ilustrativos, obtidos através da aplicação desse método interactivo são analisados, enfatizando a utilidade da abordagem proposta no apoio à decisão.

## Abstract

The energy sector is particularly relevant in the national context, due to its impacts on the productive system as well as its consequences on the level of employment, internal supply, external relations and the environment. The high external energy dependency and the weight of the fossil fuels on the primary energy consumption imply the country is faced with great challenges regarding the policies it must follow in order to achieve the targets, which have been imposed both for the energy and environmental sectors, without discarding the economic and social issues that are associated to them.

Multiobjective linear programming models based on the linear inter/intra industrial linkages of production are used to study the interactions between the economy, the energy system and the environment. These models allow the decision-makers to incorporate distinct axes of evaluation, namely related with energy sustainable strategies, economic growth, social well-being and environmental concerns. In this manner, the decision-makers benefit from an analytical tool which allows them to assess the environmental impacts, resulting from changes in the level of production of the economic activities that might be sustained by distinct policies.

In most real-world situations, the coefficients of these models are not exactly known because data is scarce, difficult to obtain or estimate and the system being modeled might be subject to changes. Therefore, these mathematical programming models for decision support must take explicitly into account, besides multiple and conflicting objective functions, the treatment of the uncertainty associated with the coefficients.

Interval programming is an interesting approach to tackle uncertainty in mathematical programming models, since it does not require the specification of the probabilistic distributions (as in stochastic programming) or the *possibilistic* distributions (as in fuzzy programming) of the model coefficients. Interval programming just assumes that information about the range of variation of the uncertain coefficients is available. One of the main goals of this dissertation consisted in developing an interactive method for multiobjective linear programming problems with interval coefficients, to study the interactions between the national economy, the energy system and the environmental impacts, by supporting the decision-makers in the identification of robust solutions, that is solutions with good performance for different model coefficient settings.

An extensive work of data gathering has been made in order to develop a national realistic model. Some illustrative results, obtained by using that interactive method are analysed, emphasizing the usefulness of the proposed approach to provide decision aid to decision-makers.

# Capítulo I

## Introdução

Apesar de não apresentar um consumo *per capita* de energia muito elevado em relação à União Europeia (UE), Portugal destacava-se, em 2005, com uma das taxas de dependência energética<sup>1.1</sup> mais elevadas face ao exterior, de aproximadamente 99.4% (Eurostat, 2006).

Entre 1990 e 2004 o consumo de energia primária aumentou 50% e a emissão de gases com efeito de estufa (GEE) 40% (Boavida *et al.*, 2006). Ao contrário das tendências na UE, onde as intensidades energética e carbónica<sup>1.2</sup> das actividades económicas diminuíram, em Portugal estes indicadores mantiveram-se ou aumentaram ligeiramente.

O consumo final de energia no país tem vindo a depender maioritariamente de combustíveis fósseis, com destaque para os derivados do petróleo, que representavam cerca de 60% do consumo de energia final no período 1990-2003 (Martins e Santos, 2005).

O gás natural foi introduzido no país em 1997, obtendo, em 2005, uma quota de cerca de 14% nas energias primárias, prevendo-se um aumento nos anos vindouros (DGEG, 2007a). O carvão ocupou um papel pouco expressivo em meados da década de 80, tornando-se agora, contudo, uma parte significativa das energias primárias, com um peso de cerca de 12%, em 2005 (DGEG, 2007a).

---

<sup>1.1</sup> A taxa de dependência energética corresponde ao rácio entre as importações líquidas de energia e o consumo bruto de energia. Os valores surgem ligeiramente empolados, dado que não foram incluídos no cálculo deste indicador a produção e o consumo de determinadas formas de energia renováveis (*e.g.* consumo de material lenhoso pelas famílias).

<sup>1.2</sup> Expressas em consumo de energia primária e emissões de GEE por unidade de PIB.

Na qualidade de *Parte à Convenção Quadro das Nações Unidas sobre Alterações Climáticas*<sup>1.3</sup> (CQNUAC), Portugal comprometeu-se a estabilizar a concentração de GEE na atmosfera a um nível que evite uma interferência *antropogénica* crítica no sistema climático. Ao abrigo do Protocolo de Quioto<sup>1.4</sup> e do *Acordo de Partilha de Responsabilidades*, acordado, em 2002, entre os 15 Estados-membros da UE (UE-15), Portugal deverá limitar, no período de cumprimento de 2008-2012, o crescimento das emissões de GEE em 27% face ao registado em 1990. No seu conjunto, e para o mesmo período, a UE-15 comprometeu-se com uma redução de 8% das suas emissões.

Os últimos dados inventariados para Portugal relativos aos principais GEE com origem *antropogénica*, medidos em dióxido de carbono (CO<sub>2</sub>) equivalente, mostram que ao longo do período 1990-2005 a emissão destes gases cresceu a um ritmo médio de 3% por ano, situando-se, em 2005, cerca de 45% acima do valor de 1990 e afastando-se, aproximadamente, 18% da meta estabelecida para 2008-2012 (Vilão *et al.*, 2007).

A queima de combustíveis fósseis em actividades relacionadas com a utilização de energia é a principal responsável pelas emissões de CO<sub>2</sub>, a agricultura e os resíduos pelas emissões de metano (CH<sub>4</sub>), e a agricultura pelas emissões de óxido nitroso (N<sub>2</sub>O) (Vilão *et al.*, 2007). Numa análise efectuada por GEE, o CO<sub>2</sub> foi o gás com emissões mais elevadas, representando, em 2005, cerca de 78% do total das emissões, seguindo-se as emissões de CH<sub>4</sub> e de N<sub>2</sub>O, com valores na ordem dos 15% e 7%, respectivamente (Vilão *et al.*, 2007).

O Programa Nacional para as Alterações Climáticas<sup>1.5</sup> (PNAC), a participação no Comércio Europeu de Licenças de Emissão<sup>1.6</sup> (CELE) e o Plano Nacional de Atribuição de Licenças de Emissão<sup>1.7</sup> (PNALE), o Fundo Português de Carbono<sup>1.8</sup> e o Sistema Nacional de Inventário de Emissões e Remoção de Poluentes Atmosféricos<sup>1.9</sup> (SNIERPA), constituem os principais instrumentos para controlo e resposta nacional ao compromisso de limitação das emissões nacionais de GEE, no âmbito da CQNUAC e do Protocolo de Quioto.

Os resultados das estimativas e projecções das emissões de GEE apontavam para que, se nada fosse feito em Portugal nesta matéria, se registasse um aumento dos GEE, em relação a 1990, de cerca de 49%, no ano 2010 (Seixas *et al.*, 1999). No entanto, as últimas projecções nacionais para 2010 aludem para o cumprimento da meta de Quioto

---

<sup>1.3</sup> Ratificada por Portugal e transposta para a ordem jurídica interna através do Decreto 20/93, de 21 de Junho.

<sup>1.4</sup> Ratificado por Portugal e transposto para a ordem jurídica interna através do Decreto 7/2002, de 25 de Março.

<sup>1.5</sup> A versão mais recente deste documento foi aprovada pela Resolução do Conselho de Ministros 104/2006, de 23 de Agosto.

<sup>1.6</sup> Estabelecido nos moldes da Directiva 2003/87/CE, modificada pela Directiva 2004/101/CE e transposta para a ordem jurídica interna através do Decreto-Lei 233/2004, entretanto alterado pelo Decreto-Lei 243-A/2004.

<sup>1.7</sup> O PNALE I, referente ao período 2005-2007, foi aprovado pela Resolução do Conselho de Ministros 53/2005 de 3 de Março; por outro lado, o PNALE II, referente ao período 2008-2012 foi aprovado pela Resolução do Conselho de Ministros 1/2008 de 4 de Janeiro.

<sup>1.8</sup> Aprovado pelo Decreto-Lei 71/2006 de 24 de Março.

<sup>1.9</sup> Aprovado pela Resolução do Conselho de Ministros 68/2005 de 17 de Março.

(Vilão *et al.*, 2007). Efectivamente, para além das medidas adicionais preconizadas no PNAC 2006, Portugal prevê o recurso aos mecanismos flexíveis, tendo sido criado, para o efeito, o Fundo Português de Carbono com um orçamento global de 354 milhões de euros. Por outro lado, em Janeiro de 2007, o Governo anunciou um pacote de medidas que reforçam as metas previstas no PNAC 2006 (Ministério da Economia e da Inovação, 2007).

Dada a dependência energética de Portugal face ao exterior, os níveis de poluição atmosférica resultantes da utilização de combustíveis fósseis e os compromissos assumidos no âmbito do Protocolo de Quioto, o aproveitamento das fontes de energia renováveis (FER) assume especial relevância. A adopção da Directiva 2001/77/CE, de 27 de Setembro, relativa à electricidade produzida a partir de FER no mercado interno da electricidade, veio consagrar o reconhecimento da prioridade atribuída pela UE à promoção da energia eléctrica produzida a partir das FER. No âmbito desta Directiva, Portugal assumiu, a título indicativo, o compromisso de que, pelo menos, 39% do consumo bruto de electricidade, em 2010, seja de origem renovável. Posteriormente, em Outubro de 2005, o Governo aprovou a *Estratégia Nacional para a Energia*<sup>I.10</sup>, onde se comprometeu a reduzir a dependência energética face ao exterior. No seguimento desta política foram estabelecidas, em 2007, novas metas nacionais neste domínio: em 2010, 45% de toda a electricidade consumida deverá ter por base energia renovável (Ministério da Economia e da Inovação, 2007). Por outro lado, o PNAC 2006 também veio reforçar a aposta na promoção da produção de electricidade a partir de FER, porquanto estas contribuem para a redução de emissões de GEE associadas ao sistema electroprodutor.

Tradicionalmente, o maior contributo de FER para o consumo total de energia primária em Portugal advém da energia da biomassa, em particular de produtos florestais, e da energia hídrica. Contudo, nos últimos anos tem-se registado também um forte incremento relativamente à utilização da energia eólica, que tem vindo a apresentar a maior taxa de crescimento anual em comparação com as outras FER: de 2004 para 2005, o seu contributo para o balanço energético mais que duplicou, passando de 70 000 para 153 000 toneladas equivalentes de petróleo – tep (Vilão *et al.*, 2007). A potência instalada no final de Julho de 2007 situava-se em 1939 MW, distribuída por 147 parques, com um total de 1080 *aerogeradores* ao longo do território continental (DGEG, 2007b).

A produção de energia a partir de biomassa registou, em 2005, um valor de 1286 GWh e, em 2006, verificou-se a entrada em funcionamento de uma nova central a biomassa sem co-geração, duplicando a potência instalada para estas centrais de 12 MW para 24 MW, mantendo-se a potência instalada (357 MW) das centrais de biomassa com co-geração (DGEG, 2007b). A produção a partir de *biogás* duplicou em 2005 (de 14 para 31 GWh), devido à entrada em funcionamento de novas estações de valorização e tratamento de resíduos sólidos (DGEG, 2007b). A energia solar começou também a ganhar algum relevo no panorama nacional, estando a ser construído o maior parque solar *fotovoltaico* do mundo, em Moura, no Alentejo. A contribuição das energias renováveis para o balanço energético nacional passou a ser significativa. Em 2005, o peso das renováveis no total da energia primária foi de 12,8%, valor inferior ao verificado em 2004

---

<sup>I.10</sup> Aprovada pela Resolução do Conselho de Ministros 169/2005, de 24 de Outubro.

(14,3%), devendo ter-se em consideração a variabilidade<sup>1.11</sup> e o forte peso da componente hídrica, uma vez que em 2005 se verificaram condições climáticas de seca (DGEG, 2007a).

No final de Julho de 2007, Portugal tinha 7225 MW de capacidade instalada para produção de energia eléctrica a partir de FER (DGEG, 2007b).

A incorporação de FER no consumo bruto de energia eléctrica, para efeitos de cumprimento da Directiva 2001/77/CE, foi de cerca de 36%, em 2006 (DGEG, 2007b). Porém, é de salientar que a produção de energia eléctrica a partir de FER, em Portugal, continua muito variável devido à importância da componente hídrica, com cerca de 69% da potência instalada, em 2006 (DGEG, 2007b).

A *acidificação*, a *eutrofização* dos solos e a *formação de ozono* são causadas, em particular, pela poluição transfronteiriça, cuja redução implica a adopção de acções comunitárias concertadas. A ocorrência destes fenómenos transfronteiriços, em concreto na Europa Ocidental e Central, que podem afectar os usos do solo e condicionar o desenvolvimento de determinadas espécies de plantas e animais, conduziu à celebração de acordos de carácter internacional com vista a garantir a limitação das emissões atmosféricas a valores aceitáveis.

No intuito de concretizar as linhas gerais definidas no *Quinto e Sexto Programas Comunitários de Acção em Matéria de Ambiente e Desenvolvimento Sustentável*, nomeadamente no que diz respeito à adopção de medidas destinadas a combater a *acidificação*, a *eutrofização* dos solos e a *formação de ozono ao nível do solo*, foi criada a Directiva 2001/81/CE<sup>1.12</sup> (*Directiva Tectos*). Esta Directiva estabelece para Portugal a obrigação de desenvolver um programa nacional para a redução das emissões de dióxido de enxofre (SO<sub>2</sub>), óxidos de azoto (NO<sub>x</sub>), compostos orgânicos voláteis não metânicos (COVNM) e amónia (NH<sub>3</sub>), com o objectivo de atingir, o mais tardar no ano 2010, os tectos de emissão nacional que lhe foram atribuídos por negociação e com base em estudos assentes no modelo RAINS (*Regional Air Pollution Information and Simulation*), a saber: 160 kt (quilotoneladas) de SO<sub>2</sub>; 250 kt de NO<sub>x</sub>, 180 kt de COVNM; e 90 kt de NH<sub>3</sub>. Por outro lado, o Protocolo de Gotemburgo à Convenção sobre Poluição Atmosférica Transfronteiriça a Longa Distância (CLRTAP) da Comissão Económica para a Europa da Organização das Nações Unidas, adoptado em 30 de Novembro de 1999, já estabelecia metas, embora menos restritivas<sup>1.13</sup>, para as emissões destes gases, em 2010: 170 kt para o SO<sub>2</sub>; 260 kt para o NO<sub>x</sub>; 108 kt para o NH<sub>3</sub>. Estes poluentes atmosféricos, designados por gases acidificantes, têm como principal origem as actividades de combustão, incluindo os

---

<sup>1.11</sup> Refira-se que o peso da produção hídrica no sistema electroprodutor pode sofrer grandes oscilações anuais, variando entre cerca de 20% e 40%, em anos secos e húmidos, respectivamente (Seixas *et al.*, 1999).

<sup>1.12</sup> Transposta para a ordem jurídica interna pelo Decreto-Lei 193/2003, de 22 de Agosto.

<sup>1.13</sup> O Protocolo de Gotemburgo foi ratificado por 4 países - Noruega, Dinamarca, Luxemburgo e Suécia – sendo necessários mais 12 para a sua entrada em vigor. O trabalho técnico para a preparação da proposta de Directiva dos Tectos de Emissão Nacional foi desenvolvido em colaboração estreita com a CLRTAP da Comissão Económica para a Europa da Organização das Nações Unidas, que adoptou o “*Gothenburg Protocol*”. No entanto, os tectos acordados pelas partes do CLRTAP não corresponderam ao nível de ambição associado ao trabalho técnico em que se baseou. Por esta razão, a Comunidade declinou a ratificação do Protocolo.



transportes, as actividades agrícolas (aplicação de fertilizantes e pecuária), e os processos industriais com utilização de solventes.

De acordo com a informação disponível (Instituto do Ambiente *et al.*, 2004a), todos os gases abrangidos pela *Directiva Tectos* (excepto o NH<sub>3</sub>) apresentavam, em 2000, valores bastante acima dos tectos nacionais de emissões estabelecidos para 2010. Deste modo, para cumprir com os valores estipulados para 2010 era necessário reduzir, face às emissões de 2000: 51,1% das emissões de SO<sub>2</sub>; 16,5% das emissões de NO<sub>x</sub>; e 27,8% das emissões de COVNM. Não obstante este facto, em 2005, as emissões de substâncias acidificantes e eutrofizantes diminuíram cerca de 14% em relação aos níveis de 1990, devido sobretudo à redução, em 31%, das emissões de SO<sub>2</sub> (Vilão *et al.*, 2007). Este decréscimo, que atingiu o valor mínimo em 2003, pode ser atribuído à obrigatoriedade da utilização de combustíveis com baixo teor em enxofre, em vigor a partir desse ano. Os sectores da oferta de energia (34%), mas também a indústria (21%), a agricultura (21%) e, com menor peso, os transportes (13%) foram os sectores que mais contribuíram para as emissões de substâncias acidificantes e eutrofizantes em 2005 (Vilão *et al.*, 2007).

Os principais gases precursores do ozono ao nível do solo - *ozono troposférico* - são o monóxido de carbono (CO), o NO<sub>x</sub> e os COVNM. Nos últimos anos, as principais fontes de emissão de gases precursores do ozono troposférico têm sido os sectores da indústria e dos transportes que, em 2005, foram responsáveis por cerca de 65% do total destas emissões (Vilão *et al.*, 2007). As emissões de ozono troposférico têm-se mantido sensivelmente constantes ao longo do tempo. De acordo com o Inventário Nacional de Emissões de Poluentes Atmosféricos de 2007, o valor do potencial de formação do ozono troposférico, em 2005, foi semelhante ao valor registado em 1990, verificando-se uma diminuição de apenas 1% (Vilão *et al.*, 2007). No entanto, as emissões actuais destes gases, em Portugal, encontram-se aproximadamente 25% acima das metas estabelecidas pela *Directiva Tectos*, para 2010, sendo necessário tomar medidas apropriadas nos diversos sectores que as permitam cumprir (Vilão *et al.*, 2007).

Portugal enfrenta, assim, grandes desafios ao nível das políticas que deverá adoptar, de forma a alcançar as metas estabelecidas para os sectores energético e ambiental, sem descuidar as questões económicas e sociais que estão inevitavelmente associadas. Impõe-se, portanto, na conjuntura actual, a utilização de ferramentas adequadas que permitam a tomada de decisões bem fundamentadas pelos decisores.

A análise *input-output* (I-O) é uma ferramenta de análise que permite avaliar as inter-relações entre as diferentes actividades económicas, sendo muitas vezes aplicada em estudos que permitem avaliar impactes energéticos e/ou ambientais (Hawdon e Pearson, 1995). A utilização desta metodologia no quadro dos modelos de programação linear (PL) permite obter informação que não seria possível conseguir com a aplicação separada de ambas as técnicas (Dorfman *et al.*, 1958). As relações que se estabelecem entre os sectores considerados nos modelos I-O permitem obter a região de possibilidades de produção admissível, no contexto das interdependências sectoriais. A PL permite seleccionar as quantidades dos vários bens que cumprem certo objectivo de forma mais adequada, respeitando as relações produtivas dadas no modelo de Leontief.

Os estudos que tradicionalmente utilizam a análise I-O no âmbito da PL fazem-no, de um modo geral, para uma determinada economia regional com apenas um objectivo a maximizar ou a minimizar (*e.g.* Muller (1979); Moulik *et al.* (1992); Kazantzev (1985); Lipinski (1985); Kondo e Nakamura (2005); Kondo e Takase (2003)). As decisões estratégicas são, contudo, efectuadas num ambiente crescentemente complexo e turbulento, caracterizado por evoluções e mutações permanentes da tecnologia, da estrutura dos mercados e das necessidades sociais. A realidade é inerentemente caracterizada por objectivos múltiplos, conflituosos e incomensuráveis. Por este motivo, os modelos matemáticos de apoio à decisão tornam-se mais representativos da realidade se forem tidos em conta vários aspectos distintos de avaliação do mérito das soluções potenciais para um determinado problema. Assim, preocupações ambientais, económicas e sociais, por exemplo, devem ser consideradas de forma explícita e não agregadas num único indicador de carácter económico.

Os modelos multiobjectivo possibilitam captar a diversidade de aspectos de avaliação, geralmente conflituosos e não comensuráveis, onde o decisor se depara com a necessidade de procurar compromissos entre objectivos, permitindo racionalizar a comparação entre diferentes soluções alternativas, uma vez que, em geral, não existe uma solução admissível que optimize simultaneamente todas as funções objectivo (Steuer, 1986; Roy, 1985, 1990; Clímaco *et al.*, 2003). Deste modo, a consideração de um modelo multiobjectivo põe em causa o *paradigma de optimalidade*, que pressupõe uma relação de completa comparabilidade entre alternativas e transitividade das comparações (Clímaco *et al.*, 2003). A noção de solução óptima dá lugar à noção de *solução eficiente*. Uma solução admissível para um modelo de programação linear multiobjectivo (PLMO) é eficiente se e só se não existir outra solução admissível que melhore o valor de uma função objectivo, sem piorar o valor de, pelo menos, outra função objectivo.

Os modelos de PLMO baseados na estrutura linear das relações de produção inter/intra-industriais têm assumido particular relevância, tendo sido utilizados para o estudo das interacções entre a economia e/ou a energia (*e.g.* Martins (1983); Quaddus *et al.* (1985); Hsu *et al.* (1987); Alves *et al.* (1997); Kananen *et al.* (1990)).

A vertente ambiental foi também incorporada neste tipo de modelos, permitindo alargar o seu âmbito (*e.g.* Cho (1999); Hsu e Chou (2000); Oliveira e Antunes (2000, 2001, 2002, 2004a<sup>1.14</sup>, 2004b, 2005); Antunes *et al.* (2002)). Este tipo de modelos permite ao agente de decisão (AD) contemplar diversos eixos de avaliação consistentes, nomeadamente, com estratégias energéticas sustentáveis, com o crescimento económico, com o bem-estar social e com as preocupações ambientais. Assim, esta forma de modelação é bastante atractiva para os AD, que passam a beneficiar de uma ferramenta de análise que permite avaliar os impactes ambientais decorrentes de alterações verificadas no nível das actividades económicas, que podem estar assentes em políticas distintas.

Na maioria das situações de apoio à decisão reais, não existe, em geral, informação suficiente que permita especificar de modo exacto os coeficientes das funções objectivo e das restrições. Desta forma, é conveniente considerar a extensão dos modelos matemáticos

---

<sup>1.14</sup> Este artigo foi galardoado, em 2006, com o Prémio Isabel Themido.

de apoio à decisão para ambientes onde a influência intrínseca da incerteza predomina, sem assumir o carácter peremptório dos coeficientes e parâmetros<sup>1.15</sup> do modelo.

No âmbito da programação matemática, existem basicamente cinco técnicas para efectuar o tratamento da incerteza deste tipo de modelos, dependendo, fundamentalmente, do tipo de informação disponível, da informação que o AD está interessado em obter e do modo como o AD apreende a imprecisão inerente ao modelo e aos dados: programação difusa (*fuzzy programming*), programação estocástica, análise de sensibilidade (ou teoria da estabilidade), programação robusta e programação intervalar. Porém, nem sempre é possível recolher a informação necessária para a aplicação de qualquer uma destas abordagens.

A programação difusa permite tornar menos rígidas as noções de satisfação das restrições e de optimização das funções objectivo, assumindo-se que as suas funções de pertença são conhecidas (Bellman e Zadeh, 1965).

A programação estocástica requer a existência de dados estatísticos suficientes para obter as funções de distribuição das variáveis aleatórias do modelo matemático ou o uso de probabilidades subjectivas, quando este tipo de informação não exista.

A análise de sensibilidade (ou a teoria de estabilidade) em programação matemática permite obter os intervalos de variação dos parâmetros do modelo, de modo a que a solução óptima inicialmente encontrada não sofra alterações. No entanto, em modelos de PLMO, esta definição torna-se difícil e não é tratada de maneira uniforme na literatura.

A programação robusta em modelos de PL permite obter soluções, designadas por robustas, que são *imunes* à incerteza dos coeficientes do modelo, no sentido em que não variam muito, qualquer que seja a concretização desses coeficientes (Soyster, 1973; Ben-Tal e Nemirovski, 1999, 2000; Bertsimas e Sim, 2004).

A programação intervalar possui algumas características interessantes, porque não requer a especificação das distribuições probabilísticas (como na programação estocástica) ou das distribuições *possibilísticas* (como na programação difusa) dos coeficientes do modelo. Para a utilização da programação intervalar é necessário apenas dispor de informação acerca da gama de variação dos coeficientes necessários para construir o modelo de programação matemática intervalar (Oliveira e Antunes, 2007).

Como consequência do trabalho de investigação já desenvolvido (Oliveira e Antunes, 2000, 2001, 2002, 2004a, 2004b, 2005; Antunes *et. al.*, 2002), o nosso objectivo consistiu, fundamentalmente, em considerar o tratamento da incerteza em modelos de PLMO assentes em análise I-O.

---

<sup>1.15</sup> A distinção entre coeficientes e parâmetros não é unânime na literatura. Em geral, os dados referem-se aos coeficientes das variáveis de decisão e das restrições. Deste modo, os dados servem para instanciar o modelo. Por outro lado, os parâmetros são entidades de natureza técnica usados por um método para obter soluções/conclusões a partir dos modelos instanciados com um conjunto de dados (por exemplo, os níveis de reserva ou de aspiração em modelos de optimização multiobjectivo). Podem ainda considerar-se parâmetros associados aos dados, que os modificam face a condições concretas da realidade em estudo/ou vontade do AD/analista em orientar o estudo numa dada perspectiva.

Os coeficientes técnicos da matriz I-O não são conhecidos com exactidão e são, em geral, estimados, estando sujeitos a um nível considerável de incerteza (Rocco e Guarata, 2002). As fontes de incerteza nos modelos I-O podem resultar, nomeadamente, da incongruência dos dados provenientes de diversas fontes, dos pressupostos inerentes à análise I-O (a linearidade e a proporcionalidade, por exemplo) e da agregação (Lenzen, 2001; Rocco e Guarata, 2002).

A modelação da incerteza nos modelos I-O pode basear-se, fundamentalmente, em três abordagens distintas: a abordagem probabilística, onde as distribuições de probabilidade associadas a todos os coeficientes são presumivelmente conhecidas (*e.g.* West (1986); Raa e Steel (1994)); a abordagem intervalar (também designada por *unknown but bounded approach*), onde os limites superiores e inferiores dos coeficientes são considerados, sem estar associados a uma estrutura de possibilidades ou de probabilidades (*e.g.* Jerrel (1996, 1997)); e a abordagem difusa (ou *possibilística*), onde são atribuídas funções de pertença a todos os coeficientes incertos (*e.g.* Buckley (1989)).

Na prática, seria necessário considerar uma quantidade incomportável de informação para estimar as probabilidades e as funções de pertença associadas a todos os elementos da matriz I-O nacional. Deste modo, a abordagem intervalar pode ser a mais indicada para o tratamento da incerteza neste tipo de modelos (Jerrel, 1996, 1997).

O estudo de modelos de PLMO com coeficientes intervalares tem-se resumido apenas a aspectos específicos da programação intervalar (*vide* Oliveira e Antunes (2007)). Alguns algoritmos permitem tratar apenas a incerteza existente nas funções objectivo, outros permitem tratar a incerteza quer nas funções objectivo, quer nos lados direitos das restrições, e outros permitem tratar a incerteza em todos os coeficientes do modelo.

Inuiguchi e Kume (1994) e Inuiguchi e Sakawa (1995) consideram basicamente duas abordagens distintas para o tratamento da incerteza em modelos com coeficientes intervalares nas funções objectivo: a *abordagem de satisfação* e a *abordagem de optimização*.

Na abordagem de satisfação, cada função objectivo intervalar é transformada numa ou em várias funções objectivo determinísticas (o limite inferior, o limite superior e o valor central dos intervalos são geralmente utilizados), de modo a obter uma solução de compromisso (*e.g.* Rommelfanger *et. al* (1989); Ishibuichi e Tanaka (1990); Inuiguchi e Kume (1991); Chanas e Kuchta (1996); Antunes e Clímaco (2000); Sengupta *et al.*, (2001)).

A abordagem de satisfação pode permitir obter soluções eficientes; contudo, estas soluções nem sempre são as mais adequadas do modelo de PLMO intervalar (Antunes e Clímaco, 2000; Inuiguchi e Sakawa, 1995; Inuiguchi e Kume, 1994). Se houver uma forte correlação entre os gradientes obtidos através dos extremos dos intervalos que definem os coeficientes das funções objectivo, apenas é obtido um número reduzido de *soluções possivelmente eficientes* do modelo intervalar original. No limite, o cone convexo que envolve os gradientes de cada função objectivo intervalar pode ser um hiper-paralelepípedo que se reduz a um raio (Antunes e Clímaco, 2000).

Por outro lado, na abordagem de optimização, a noção de solução eficiente associada à PLMO é transposta para o *ambiente intervalar* (e.g. Bitran (1980); Ida (1999, 2000a, 2000b, 2005); Inuiguchi e Sakawa (1996b); Steuer (1981); Wang e Wang (2001a, 2001b, 2001c)). Neste ambiente, consideram-se dois tipos de soluções: as *soluções necessariamente eficientes* e as *soluções possivelmente eficientes*.

Uma solução é necessariamente eficiente quando é eficiente para todas as gamas de variação admissíveis dos coeficientes das funções objectivo intervalares do modelo de PLMO intervalar (Bitran, 1980; Inuiguchi e Sakawa, 1996b). Por outro lado, uma solução é possivelmente eficiente quando é eficiente para pelo menos uma combinação de coeficientes pertencente à gama de variação admissível dos coeficientes das funções objectivo intervalares do modelo de PLMO intervalar (Bitran, 1980; Inuiguchi e Sakawa, 1996). Desta forma, as soluções necessariamente eficientes são as mais robustas e as soluções possivelmente eficientes são as mais optimistas (Ida, 1999).

Na abordagem de optimização, o cálculo exaustivo de todas as soluções possivelmente eficientes ou necessariamente eficientes pode conduzir a um esforço computacional incomportável, não compensado pela qualidade de informação que fica à disposição do AD. Geralmente, quando o AD é confrontado com um conjunto de soluções muito vasto revela-se incapaz de efectuar uma escolha fundamentada. Por este facto, a apresentação exaustiva de soluções ao AD pode ser contraproducente, tornando ainda mais complexo o problema de decisão.

Em geral, os métodos de análise que se inserem numa óptica de optimização para modelos de PLMO permitem fazer o cálculo exaustivo de todas as soluções possivelmente eficientes ou necessariamente eficientes (*vide* Steuer (1981); Inuiguchi *et al.*, (1999); Bitran (1980); Ida (1999, 2005)).

Os algoritmos sugeridos por Wang e Wang (2001a, 2001b, 2001c), apesar de permitirem obter a delimitação do conjunto de soluções possivelmente eficientes nas respectivas regiões críticas (regiões de tolerância para diferentes perturbações no mesmo tipo de coeficientes do modelo), podem tornar-se incomportavelmente complexos no tratamento de modelos com um número de coeficientes intervalares elevado, podendo conduzir ao manuseamento de  $p \times 2^n$  funções objectivo, onde  $n$  é o número de variáveis de decisão associadas a coeficientes intervalares das funções objectivo e  $p$  é o número de funções objectivo intervalares.

No âmbito das abordagens interactivas, Urli e Nadeau (1992) consideraram modelos de PLMO com coeficientes intervalares em todo o modelo. O método desenvolvido por estes autores permite substituir um modelo de PLMO, em que todos os coeficientes são intervalares, por um modelo determinístico, resolvendo este último através de uma abordagem interactiva obtida a partir do método STEM (Benayoun *et al.*, 1971). Apesar de esta abordagem permitir obter uma formulação matemática do modelo intervalar mais simples, conduzindo a uma forte integração do AD no processo de decisão, descarta a apresentação da solução seleccionada pelo AD numa conjuntura mais e menos favorável, de modo a que este possa avaliar a plausibilidade de ocorrência da solução escolhida no problema de decisão.

A proposta para o tratamento da incerteza considerada neste trabalho (*vide* Oliveira e Antunes (2008)) insere-se nas abordagens interactivas, tentando colmatar algumas das questões levantadas pelos algoritmos anteriormente mencionados. Deste modo, sugerimos uma nova abordagem interactiva para o tratamento da incerteza em modelos de PLMO com coeficientes intervalares. O objectivo do método proposto consiste, fundamentalmente, em possibilitar uma análise das soluções obtidas, tendo por base cenários contemplados nas gamas de variação definidas para os coeficientes do modelo. Esta abordagem não é muito exigente em relação à informação requerida ao AD em cada interacção, nem os cálculos envolvidos se apresentam, em geral, muito pesados em termos práticos.

Foi efectuado um vasto trabalho de recolha de dados, de modo a ser desenvolvido um modelo multiobjectivo baseado em análise I-O próximo da realidade nacional, para o estudo das interacções economia-energia-ambiente. Alguns resultados ilustrativos, obtidos através da utilização do método interactivo desenvolvido para obter soluções de compromisso em modelos de PLMO com coeficientes intervalares, são analisados salientando a utilidade da abordagem proposta no apoio à decisão.

A presente dissertação encontra-se dividida em seis capítulos, alguns deles baseados em trabalhos já publicados em revistas internacionais e apresentados em conferências internacionais:

- Neste capítulo, “*Introdução*”, são expostas as motivações que conduziram ao trabalho realizado e é efectuado um pequeno resumo de cada um dos capítulos da dissertação, sendo referidas as contribuições mais relevantes.

- No Capítulo II, “*O modelo input-output: conceitos fundamentais*”, é apresentada uma breve descrição da abordagem I-O na sua vertente tradicional, sendo esta contextualizada no Sistema de Contas Nacionais. É também efectuada uma análise da extensão do modelo I-O nas vertentes ambiental e energética e são referidas algumas aplicações do modelo I-O no âmbito dos modelos de programação matemática, de acordo com a literatura científica existente.

- No Capítulo III, “*Tratamento da incerteza em modelos de PLMO através da programação matemática intervalar*”, antes de passarmos à formulação e caracterização dos modelos de PLMO com coeficientes intervalares, relembramos alguns conceitos da PLMO. São abordados os conceitos e propriedades básicos da teoria dos números intervalares. Finalmente, efectua-se o estudo de modelos de PLMO com coeficientes intervalares, fazendo-se referência explícita às abordagens de satisfação e de optimização.

- No Capítulo IV, “*Um algoritmo interactivo para modelos de PLMO com coeficientes intervalares*”, apresenta-se uma proposta original para o tratamento da incerteza em modelos de PLMO com coeficientes intervalares nas funções objectivo e nas restrições. Descreve-se a metodologia utilizada para obtenção dos modelos determinísticos substitutos, bem como as fases interactivas do método. Aplica-se a abordagem desenvolvida a um pequeno exemplo ilustrativo e, finalmente, são referidas algumas conclusões e sugeridas algumas propostas de flexibilização do método proposto.

• No Capítulo V, “*Um modelo multiobjectivo baseado em análise input-output para o planeamento económico, energético e ambiental*”, é proposto um modelo de PLMO baseado em análise I-O, que permite a um AD (real ou hipotético) obter soluções de acordo com cenários distintos, subjacentes aos coeficientes intervalares considerados no modelo. No final, são analisados alguns resultados obtidos, utilizando o algoritmo desenvolvido no Capítulo IV.

• No Capítulo VI, “*Conclusões e propostas de trabalho futuro*”, são apresentadas as principais conclusões deste trabalho, apontadas algumas contribuições e sugeridas pistas de desenvolvimento futuro.

Os principais contributos deste trabalho foram, em síntese, os seguintes:

• Proposta de uma visão integrada, coerente e unificadora das abordagens mais significativas no domínio do tratamento da incerteza em modelos de PLMO, através da programação matemática intervalar.

• Apresentação de uma abordagem interactiva original para o tratamento da incerteza em modelos de PLMO com coeficientes intervalares. Esta proposta para o tratamento da incerteza permite: obter uma formulação matemática do modelo intervalar mais simples, conduzindo a uma forte integração do AD no processo de decisão; efectuar o tratamento da incerteza ao nível de todos os coeficientes do modelo; obter uma visão global das soluções quer no cenário de coeficientes conducente ao melhor valor óptimo, quer no cenário de coeficientes conducente ao pior valor óptimo; efectuar a pesquisa de novas soluções com base nas taxas de concretização das funções objectivo relativamente aos seus limites superiores e inferiores, tendo sempre em consideração os cenários de coeficientes conducentes ao melhor e pior valores óptimos; identificar uma solução intervalar tão próxima quanto possível da solução ideal intervalar; rever as opções de pesquisa de soluções consideradas pelo AD; encontrar relações de não dominância relativamente às taxas de concretização dos limites superiores e inferiores das funções objectivo.

• Reestruturação do modelo multiobjectivo de base I-O para o estudo das interações economia-energia-ambiente em relação a versões anteriores (*vide* Oliveira e Antunes (2000, 2001, 2002, 2004a, 2004b, 2005); Antunes *et al.* (2002)). Efectuou-se a sua reformulação, de modo a contemplar a mudança do sistema de contas da óptica do SEC 79 para a óptica do SEC 95. Os coeficientes técnicos foram revistos, passando a ser calculados, fundamentalmente, com base nos sistemas de matrizes construídos por Martins (2004). Contempla-se uma parte real e uma parte nominal da economia, tendo havido uma alteração da base de preços para 1999 (anteriormente, com base em 1995). No que se refere à esfera ambiental, para além das emissões resultantes da combustão passam a considerar-se as que resultam de processos industriais, de fugas de emissões no sector energia, da utilização de solventes, das actividades agrícolas, do tratamento de resíduos e de águas residuais. Para além do potencial de aquecimento global (PAG), o potencial de

*equivalente ácido* e o potencial de formação de ozono troposférico são explicitamente considerados na componente ambiental do modelo.

- Utilização de uma abordagem original no tratamento da incerteza em modelos de PLMO assentes em análise I-O, uma vez que possibilita a exploração de cenários alternativos (definidos como coeficientes intervalares), não apenas ao nível das funções objectivo e termos independentes das restrições, mas em todos os coeficientes do modelo.



## Capítulo II

### O modelo *input-output*: conceitos fundamentais

A análise I-O permite quantificar sistematicamente as inter-relações mútuas entre vários sectores de um sistema económico complexo (Leontief, 1985). Em termos práticos, o sistema económico pode ser de âmbito nacional, mundial, industrial ou reduzir-se apenas a uma empresa.

A estrutura do processo de produção de cada sector de um sistema económico é representada por um vector de coeficientes estruturais que descreve, em termos quantitativos, as relações entre os *inputs* que absorve e os *outputs* que produz.

A interdependência entre os sectores desse sistema é descrita por um conjunto de equações lineares que expressam o equilíbrio entre o *input* total e o *output* agregado de cada bem ou serviço produzido e usado durante um ou vários períodos de tempo.

A estrutura técnica de todo o sistema pode ser representada de modo conciso por uma *matriz de coeficientes técnicos I-O* de todos os seus sectores, constituindo simultaneamente o conjunto de parâmetros que servem de base às equações de equilíbrio.

A análise I-O tem origens remotas no *Tableau Économique* de François Quesnay, publicado em 1758. Quesnay dividiu a economia francesa em três classes distintas: classe dos produtores – agricultores; classe dos proprietários – senhores da terra; e classe estéril – artesãos e comerciantes. No *Tableau Économique* é ilustrada a distribuição da produção dos agricultores (vista como fonte de riqueza pelos fisiocratas) por eles próprios e pelas outras duas classes, num fluxo circular, sem variáveis exógenas. Esta obra foi fundamental para o desenvolvimento do sistema de equilíbrio geral de Léon Walras.

O modelo *walrasiano* considerava dois sistemas de equações fundamentais (Walras, 1954):

“Sejam  $O_t, O_p, O_k, \dots$  as designações da soma total das várias ofertas de serviços produtivos (...) e  $D_a, D_b, D_c, D_d, \dots$  a soma total das várias procuras de produtos (...). Além disso, sejam,  $a_t, a_p, a_k, \dots, b_t, b_p, b_k, \dots, c_t, c_p, c_k, \dots, d_t, d_p, d_k, \dots$  os vários coeficientes de produção, isto é, as quantidades de cada um dos produtos (A), (B), (C), (D) ... Para determinar as quantidades desconhecidas sabemos que temos os dois sistemas seguintes:

$$a_t D_a + b_t D_b + c_t D_c + d_t D_d + \dots = O_t,$$

$$a_p D_a + b_p D_b + c_p D_c + d_p D_d + \dots = O_p,$$

$$a_k D_a + b_k D_b + c_k D_c + d_k D_d + \dots = O_k,$$

...

*o primeiro sistema, consistindo em n equações, expressa o facto de que as quantidades dos serviços produtivos usados são iguais às quantidades efectivamente oferecidas; e*

$$a_t p_t + a_p p_p + a_k p_k + \dots = p_a,$$

$$b_t p_t + b_p p_p + b_k p_k + \dots = p_b,$$

$$c_t p_t + c_p p_p + c_k p_k + \dots = p_c,$$

$$d_t p_t + d_p p_p + d_k p_k + \dots = p_d,$$

...

*o segundo, consistindo em m equações, expressa o facto de que os preços de venda dos produtos são iguais ao custo dos serviços produtivos empregues na sua manufactura.”*

O primeiro sistema de equações do modelo *walrasiano* foi basilar para o trabalho de Wassily Leontief, que consiste numa simplificação do sistema de interdependência geral de Walras (Brauers, 1995). De facto, Leontief descreve o método I-O como sendo “*um ensaio que utiliza a teoria económica de equilíbrio geral – ou melhor, da interdependência geral – para efectuar um estudo empírico das inter-relações entre as diferentes partes de uma economia nacional que são reveladas através das co-variações dos preços, dos outputs, dos investimentos e dos rendimentos*” (Brauers, 1995; Davar, 2000).

A estrutura de produção do método I-O pode também ser vista como um caso particular da abordagem desenvolvida por Koopmans (1951), geralmente designada por *Análise das Actividades* (Koopmans, 1957; Proops *et al.*, 1993).

De acordo com Koopmans (1951), um processo de produção corresponde à produção de um ou vários bens utilizando uma tecnologia proporcional, ou seja, pode ser descrito como “*uma afectação dos inputs necessários (em determinadas proporções para cada um) aos respectivos outputs (também em determinadas proporções)*” (Faber *et al.*, 1999). Por sua vez, estes processos de produção podem ser utilizados para definir quer uma

*tecnologia de produção* (como uma actividade que transforma *inputs* em *outputs*) quer a *tecnologia* de uma economia num determinado período de tempo (como o conjunto de todos os processos conhecidos num dado período) (Proops *et al.*, 1993). Assim, a *Análise das Actividades* pode ser aplicada para a descrição do funcionamento dos sectores produtores da economia, existindo uma ligação entre esta abordagem e a análise I-O. Koopmans (1957) refere que esta última constitui uma forma particular (linear) da *Análise das Actividades*.

A análise I-O permite, deste modo, representar toda a tecnologia disponível numa economia através de uma matriz de coeficientes técnicos, onde cada coluna representa a tecnologia de cada sector. Além disso, através da comparação das tabelas I-O ao longo do tempo é também possível analisar *alterações tecnológicas*.

Leontief iniciou a sua investigação num modelo empírico da economia dos Estados Unidos da América (EUA), em 1931, tendo publicado os seus primeiros resultados em “*Quantitative Input and Output Relations in the Economic System of the United States*”, The Review of Economic Statistics Vol.18, 105-125, 1936 (Miller e Blair, 1985; Brauers, 1995). Desde então, este modelo tem sido objecto de estudos que permitiram a sua aplicação na resolução de uma vasta gama de problemas no âmbito da macro e da microeconomia.

A maioria dos países industrializados dispõe de tabelas I-O que servem de complemento às suas estatísticas de Rendimento Nacional e de imprescindível ajuda à realização de planos de desenvolvimento macroeconómico<sup>II.1</sup>. A importância desta técnica conduziu à criação de um Sistema Europeu de Contas Integradas (SEC), constituído por um conjunto coerente de contas e quadros, com o objectivo de se obter uma visão sistemática, comparável e o mais completa possível das actividades económicas dos países membros da UE.

Apesar das limitações impostas pelas hipóteses simplistas da análise I-O, aliadas muitas vezes à dificuldade na obtenção de informação apropriada, esta forma de modelação permite a caracterização do sistema produtivo, facilita a comparação entre economias e pode ser utilizada como técnica de projecção.

A organização do presente capítulo apresenta-se em seguida.

Na primeira secção é efectuada uma breve descrição da abordagem I-O na sua vertente tradicional, sendo esta contextualizada no Sistema de Contas Nacionais. Nas duas secções seguintes efectua-se uma análise da extensão do modelo I-O nas vertentes ambiental e energética. Na secção 4, são referidas algumas aplicações do modelo I-O no âmbito dos modelos de programação matemática, de acordo com a literatura científica existente.

---

<sup>II.1</sup> Por exemplo, Dias e Lopes (2000, 2005) desenvolveram os modelos MODEM 4i e MODEM 5, que são modelos *multisectoriais* de base I-O, que servem como instrumento de avaliação ao impacte da aplicação dos Quadros Comunitários de Apoio, no país; Martins (2002) aplicou o modelo de preços de Leontief para a avaliação de impactes da variação dos preços do petróleo, em dólares, sobre os índices de preços implícitos na procura final e dos produtos.

## ***II.1. O modelo input-output tradicional***

A análise I-O consiste no estudo das relações de interdependência que se estabelecem entre as unidades de produção e de consumo numa economia. De acordo com Duchin e Steenge (1999) “a análise I-O fornece um enquadramento teórico para questões específicas acerca do relacionamento entre a estrutura económica e a acção económica”. Estes autores referem que a *estrutura económica* se define em termos de indústrias ou sectores, cada um produzindo bens e serviços para distribuir pelo consumo intermédio ou procura final, e a *acção económica* pode descrever-se especificamente em termos de actividades de produção e de consumo.

Dependendo dos objectivos da análise I-O, a procura final (consumo final, investimento e exportações) pode ser encarada como um sector endógeno ou exógeno. Quando se considera que uma componente da procura final pode variar livremente em resposta ao que acontece no modelo, pode incorporar-se essa componente da procura final na matriz inter-industrial, requerendo-se para o novo sector um vector linha (geralmente colocado no final da tabela) que mostra como o seu *output* é utilizado pelos diferentes sectores (*e.g.* representação dos salários como pagamento do trabalho vendido pelas famílias) e um vector coluna (geralmente colocado no lado direito da matriz inter-industrial) designando a estrutura das suas compras distribuída pelos diferentes sectores (*e.g.* consumo de produtos). Um procedimento deste tipo corresponde a uma operação de fecho do modelo relativamente a uma dada componente (no exemplo dado, as famílias). Quando todos os sectores e todas as aquisições são consideradas endógenas, o *sistema I-O* diz-se *fechado* (Leontief, 1985); caso contrário, o modelo considera-se *aberto*.

Na análise I-O pode considerar-se uma *estrutura estática* ou *dinâmica* da economia. Um modelo é estático quando considera apenas a estrutura da economia num único período de tempo, geralmente um ano (Duchin, 1998). No caso de ter uma estrutura dinâmica, o modelo I-O representa a procura de bens de capital por cada um dos sectores produtores e faculta um detalhe sectorial acerca dos requisitos de *inputs* e produtos necessários para produzir bens de capital (Duchin, 2004).

Para efectuar o estudo de um sistema I-O é necessário dispor os fluxos económicos numa tabela I-O (quadro de entradas e saídas) estruturada de forma a obter uma apresentação concisa de todas as actividades económicas de um país ou região. Assim, é necessário construir três quadros principais:

- Quadro de transacções;
- Quadro de coeficientes técnicos;
- Quadro de coeficientes de interdependência.

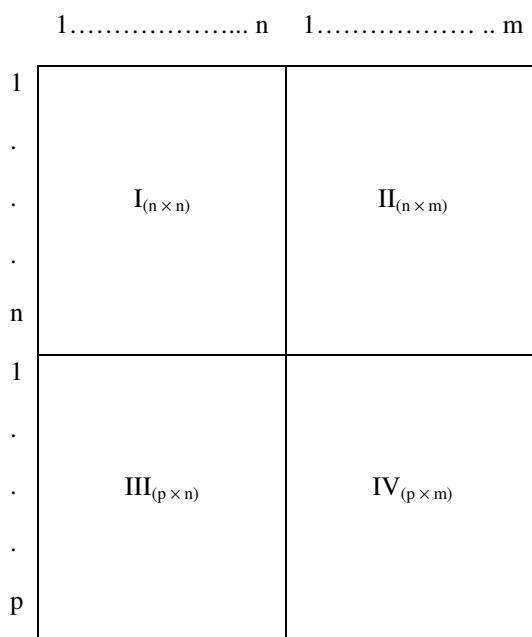
### ***II.1.1. Hipóteses básicas do modelo input-output estático***

O modelo I-O estático considera, na sua forma mais simples, as seguintes hipóteses básicas:

- ***Homogeneidade*** (ou exclusão de produção conjunta) – cada sector produz um único *output* com uma única estrutura de *inputs* (portanto, *outputs* iguais utilizam os mesmos processos e tecnologias), não havendo substituição entre *outputs* dos diversos sectores, nem entre *inputs* do mesmo sector (O'Connor e Henry, 1975);
- ***Constância dos coeficientes técnicos*** – os *inputs* de cada sector são simples proporções do nível de *output* desse sector, ou seja, a quantidade de cada tipo de *input* aumenta ou diminui na proporção directa do aumento ou diminuição do *output* total desse sector, verificando-se a invariabilidade dos coeficientes técnicos ao longo do tempo (O'Connor e Henry, 1975);
- ***Não admite economias de escala*** – o efeito total de se produzir em vários sectores é igual à soma dos efeitos separados (O'Connor e Henry, 1975);
- ***Oferta de cada produto infinita e perfeitamente elástica*** – pressupõe a existência de uma capacidade produtiva ilimitada (Barata, 2002; Castro *et al.*, 2002).

### ***II.1.2. O quadro de transacções (inter-industrial ou input-output)***

Uma tabela I-O descreve os fluxos de bens e serviços entre todos os sectores individuais de uma economia nacional durante um determinado período de tempo, em geral, um ano (Leontief, 1985). Para a construção deste quadro divide-se a economia num determinado número de subsistemas sectoriais (sectores ou ramos de actividade). Cada subsistema ou sector necessita de determinados *inputs* dos outros sistemas, de forma a produzir o seu próprio *output*, que depois é vendido aos restantes subsectores, para satisfazer as suas necessidades intermédias. O *output* de cada sector encontra-se distribuído ao longo da linha que lhe corresponde no quadro, enquanto os *inputs* se encontram registados ao longo da coluna respectiva. Este quadro pode conter quatro quadrantes (Figura II.1). No lado esquerdo estão representados os consumos intermédios dos sectores produtivos e no lado direito as vendas aos sectores de procura final. Cada uma destas partes subdivide-se ainda em duas secções, uma de *inputs* primários para consumos intermédios e outra de *inputs* primários para a procura final.



**Figura II. 1.** Possível representação esquemática do quadro de transacções.

No quadrante I estão representados os fluxos de bens (ou serviços) que são produzidos e consumidos no processo de produção, ou seja, os fornecimentos intermédios inter e intra-sectoriais. Os *outputs* de cada sector são distribuídos ao longo do vector linha correspondente, enquanto os *inputs* para cada sector se encontram registados no respectivo vector coluna. A matriz de fluxos intra/inter-sectoriais representada neste quadrante é, portanto, uma matriz quadrada.

O modelo original de Leontief pressupõe, geralmente, que uma indústria não utiliza os seus próprios bens como *input* na sua produção (Dorfman *et al.*, 1958). Deste modo, a quantidade de bens de uma determinada indústria, que fosse utilizada na sua produção, era deduzida da quantidade total produzida. Este pressuposto pode parecer pouco relevante num modelo estático; contudo, num modelo dinâmico, os *stocks* desse bem a serem utilizados como *input* na produção deverão estar disponíveis antes de qualquer produção desse bem. Por este motivo, o modelo torna-se mais realista com a inclusão na matriz de transacções dos fornecimentos intra-sectoriais.

O quadrante II contém os valores das diferentes categorias da procura final que os sectores produtivos satisfazem, tal como a produção para consumo (*e.g.* das famílias e do governo), para investimento (*e.g.* formação bruta de capital fixo e variação de *stocks*) ou para exportações.

O quadrante III regista a utilização de *p inputs* primários (ou factores não produzidos) pelos sectores produtivos (*e.g.* trabalho, capital, recursos naturais), identificando-se como um subsistema de distribuição, uma vez que indica as utilizações que cada sector produtivo

faz dos factores disponíveis e a correspondente remuneração (ou seja, faz a repartição funcional do rendimento).

O último quadrante contém os valores dos *inputs* primários que são distribuídos pelos sectores de procura final.

Os valores do quadro de transacções podem distribuir-se, considerando n sectores de actividade, m sectores de procura final e p *inputs* primários (Figura II.2).

No esquema representado na Figura II.2, em termos matriciais e de acordo com a notação utilizada no quadro I-O, estão definidas quatro matrizes, X (matriz de transacções), Y (matriz com os consumos dos sectores da procura final), Z (matriz de *inputs* primários para os sectores industriais) e U (matriz de *inputs* primários para os sectores da procura final), para os quadrantes I, II, III e IV (Figura II.1), respectivamente.

Apesar de, em princípio, os fluxos intersectoriais representados numa tabela I-O poderem ser expressos em unidades físicas (*e.g.* metros, toneladas), na prática, a maioria das tabelas I-O são construídas em unidades monetárias. Uma tabela I-O expressa em termos de valores pode interpretar-se como um *Sistema de Contas Nacionais* (Leontief, 1985). Neste caso, os *inputs* primários correspondem ao valor acrescentado, podendo apresentar-se a soma dos *inputs* e dos *outputs*. Caso a matriz I-O se encontre em unidades físicas, é apenas possível somar os *outputs*.

A produção (*output*) total de um sector *i* ( $x_i$ ) pode ser distribuída para consumo intermédio ou para procura final. Deste modo, obtém-se a seguinte equação para o total de *outputs* em cada sector:

$$x_i = \sum_{j=1}^n x_{ij} + \sum_{j=1}^m y_{ij} . \quad (\text{II. 1})$$

Por outro lado, as entradas (*inputs*) de cada sector podem ser factores não produzidos (valor acrescentado) ou *inputs* de outros sectores produtivos. Portanto, obtém-se a seguinte equação para o total de *inputs* em cada sector:

$$x_j = \sum_{i=1}^n x_{ij} + \sum_{i=1}^p z_{ij} . \quad (\text{II. 2})$$

### II.1.3. Os coeficientes técnicos

O quadro de transacções permite efectuar uma representação interessante da actividade económica, mas é em si insuficiente para efeitos de análise económica (Proops *et al.*, 1993).

<i>Outputs</i> →		Procura Intermédia					Procura Final					<i>Output Total = Input Total</i>	
		Sectores					Sectores						
<i>Inputs</i> ↓		1	2	...	...	...	n	1	2	...	...	...	m
		1											
	2	$x_{11}$	$x_{12}$	...			$x_{1n}$	$y_{11}$	$y_{12}$	...			$y_{1m}$
	...	$x_{21}$	$x_{22}$	...			$x_{2n}$	$y_{21}$	$y_{22}$	...			$y_{2m}$
	...	...	...	...			...	...	...	...			...
	...	$x_{n1}$	$x_{n2}$	...			$x_{nn}$	$y_{n1}$	$y_{n2}$	...			$y_{nm}$
	n												$x_n$
	1							$u_{11}$	$u_{12}$	...			$u_{1m}$
	2	$z_{11}$	$z_{12}$	...			$z_{1n}$	$u_{21}$	$u_{22}$	...			$u_{2m}$
	...	$z_{21}$	$z_{22}$	...			$z_{2n}$	...	...	...			...
	...	...	...	...			...	...	...	...			...
	...	$z_{p1}$	$z_{p2}$	...			$z_{pn}$	$u_{p1}$	$u_{p2}$	...			$u_{pm}$
	p												
	<i>Input Total = Output Total</i>	$x_1$	$x_2$	...			$x_n$						

Figura II. 2. Possível representação esquemática de um quadro de transações clássico.

Como já foi referido (*vide* secção II.1.1), a análise I-O considera relações proporcionais entre *inputs* e *outputs* e rendimentos de escala constantes. Deste modo, os *inputs* de um sector podem ser expressos através das seguintes relações lineares:

$$x_{ij} = a_{ij} x_j \Leftrightarrow a_{ij} = \frac{x_{ij}}{x_j}. \tag{II. 3}$$

A relação entre o fluxo de fornecimentos intermédios do sector *i* para o sector *j* e o *output* total do sector *j*,  $a_{ij}$ , designa-se por coeficiente técnico/tecnológico (ou coeficiente directo de *input*) e não é mais do que a quantidade do bem ou serviço *i* necessária à produção de uma unidade do bem ou serviço *j*, cujo valor pode variar entre 0 e 1, se os fluxos se encontrarem na mesma unidade de medida.

Por outro lado,

$$z_{ij} = w_{ij} x_j \Leftrightarrow w_{ij} = \frac{z_{ij}}{x_j}. \tag{II. 4}$$

A relação entre o fluxo de *inputs* intermédios do sector *i* para o sector *j* e o *output* total do sector *j*,  $w_{ij}$ , também se designa por coeficiente técnico e permite saber qual a quantidade do *input* primário *i* requerida para a produção de uma unidade do bem ou serviço *j*.



“O conjunto completo dos coeficientes técnicos de todos os sectores de uma dada economia alinhados na forma de uma tabela rectangular – correspondente à tabela I-O dessa economia – é designado por matriz estrutural dessa economia” (Leontief, 1985). Essa matriz ou quadro de coeficientes técnicos mostra o cálculo da estrutura de custos unitários ou coeficientes técnicos/tecnológicos ou ainda coeficientes directos de *input*.

Duchin e Steenge (1999) mencionam que a combinação específica de *inputs* associada à produção de uma unidade média de *output* de um determinado bem (ou serviço) define a tecnologia, sendo a produção de todos os sectores descrita em termos destas tecnologias.

Se substituirmos a relação (II.3) na expressão (II.1), a equação definidora do total de *outputs* para cada sector reescreve-se da seguinte forma:

$$x_i = \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j + \sum_{j=1}^m y_{ij} . \quad (\text{II. 5})$$

A partir da equação (II.5) é possível observar a dependência do *output* de cada sector da procura final desse sector e do *output* de todos os outros sectores, ilustrando-se a interdependência dos sectores numa economia.

A expressão (II.5) representa a oferta de um bem de um sector genérico. Assim, a representação do sistema produtivo a nível nacional possuirá um sistema de  $n$  equações lineares simultâneas, descrevendo as distribuições do *output* de um sector através da economia.

Por outro lado, a substituição das expressões (II.3) e (II.4) em (II.2) permite obter:

$$x_j = \sum_{i=1}^n a_{ij} x_j + \sum_{i=1}^p w_{ij} x_j . \quad (\text{II. 6})$$

Para efeitos de análise económica, supondo que o conjunto de coeficientes técnicos é conhecido, o sistema pode então resolver-se a partir da especificação do conjunto de procuras finais do conjunto total de *outputs* (Proops *et al.*, 1993). Portanto, assumindo que os coeficientes técnicos são conhecidos, para um determinado conjunto de procuras finais, obtém-se um conjunto de  $n$  equações lineares com  $n$  incógnitas ( $x_1, x_2, \dots, x_n$ ), sendo possível encontrar uma única solução para o sistema. De facto, esta particularidade pode ser útil em determinados problemas, nomeadamente quando se pretende determinar se uma dada recomendação política é admissível ou não, ou quando se pretende responder à seguinte questão, por exemplo: “Se a procura final dos sectores exógenos fosse estimada num montante específico para o próximo ano, quanto seria necessário cada sector produzir para fornecer essas procuras finais?” (Miller e Blair, 1985).

### II.1.4. Os coeficientes de interdependência

As relações inter-sectoriais fazem com que a variação na procura final dos produtos de um sector dê origem a repercussões através de todo o sistema, provocando não só alterações no *output* desse sector, mas também na maior parte ou em todos os sectores da economia (O'Connor e Henry, 1975). O estudo destes efeitos secundários não pode ser feito através dos coeficientes técnicos, sendo necessários outros operadores conhecidos como coeficientes totais, de interdependência ou coeficientes indirectos de *input*.

Os coeficientes de interdependência exprimem a quantidade de um determinado bem (ou serviço) directa e indirectamente necessária à satisfação de uma unidade de procura final de um determinado bem (ou serviço).

Através da observação do quadro de coeficientes técnicos, e considerando a procura final agregada num único vector  $y$ , obtém-se o seguinte conjunto de  $n$  igualdades, em notação matricial:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}. \quad (\text{II. 7})$$

A expressão (II.7) pode ser reescrita de modo condensado da seguinte forma:

$$Ax + y = x, \quad (\text{II. 8})$$

onde  $A$  é a matriz ( $n \times n$ ) de coeficientes técnicos,  $x$  é o vector ( $n \times 1$ ) dos *outputs* totais e  $y$  é o vector ( $n \times 1$ ) da procura final.

Como, por hipótese, os coeficientes técnicos são constantes, a procura final pode ser considerada como exógena, sendo possível obter o *output* total de cada sector. Deste modo, a expressão (II.8) pode reorganizar-se da seguinte forma:

$$Ax + y = Ix \Leftrightarrow Ix - Ax = y \Leftrightarrow (I - A)x = y \Leftrightarrow x = (I - A)^{-1}y, \quad (\text{II. 9})$$

onde  $I$  é a matriz identidade de dimensões convenientes.

A expressão (II.9) corresponde à representação matricial fundamental da análise I-O e a matriz  $(I - A)^{-1}$  é a *matriz inversa de Leontief*, que contém os coeficientes de interdependência (Miller e Blair, 1985; Proops *et al.* 1993).

Se os elementos na matriz  $(I - A)^{-1}$  forem designados por  $\alpha_{ij}$ , então a expressão genérica para a obtenção do *output* de um dado sector é:

$$x_i = \sum_{j=1}^n \alpha_{ij} y_j. \quad (\text{II. 10})$$

Esta expressão ilustra a dependência de cada *output* total dos valores de cada procura final.

O elemento genérico,  $\alpha_{ij}$ , da matriz  $(I - A)^{-1}$  representa a quantidade total directa e indirectamente necessária do bem ou serviço  $i$  para entregar uma unidade de procura final do bem ou serviço  $j$  (Duchin e Steenge, 1999; Miller e Blair, 1985). De facto, a *matriz inversa de Leontief* indica todos os requisitos directos e indirectos de produção na economia, que são necessários para satisfazer um determinado vector de procura final de bens ou serviços (Gay e Proops, 1993). Por este motivo, esta matriz é também designada por *matriz dos multiplicadores* (Ciaschini, 1988).

### II.1.5. Interpretação económica da matriz inversa de Leontief

A interpretação económica da matriz  $(I - A)^{-1}$  pode efectuar-se através da separação dos efeitos directos dos efeitos indirectos. Esta operação consiste na decomposição da expressão (II.9), escrevendo a *matriz inversa de Leontief* como uma série infinita convergente de produtos matriciais, representando mais um processo indirecto de ajustamentos do *output* à procura final e aos requisitos de *inputs* (Cruz, 2002):

$$\begin{aligned} \mathbf{x} &= \mathbf{y} + [(I - A)^{-1} - I]\mathbf{y} \Leftrightarrow \mathbf{x} = \mathbf{y} + [(I + A + A^2 + \dots + A^t + \dots) - I]\mathbf{y} \Leftrightarrow \\ \mathbf{x} &= \mathbf{y} + A\mathbf{y} + A^2\mathbf{y} + \dots + A^t\mathbf{y} + \dots \end{aligned} \quad (\text{II. 11})$$

Deste modo, a procura total dos  $n$  bens (ou serviços) produzidos na economia pode decompor-se do seguinte modo (Proops *et al.*, 1993):

- **efeito directo:**  $\mathbf{y}$  é a procura final requerida;
- **efeito indirecto de primeira ordem:**  $A\mathbf{y}$  é a produção necessária para permitir a produção do vector de procura final,  $\mathbf{y}$ ;
- **efeito indirecto de segunda ordem:**  $A^2\mathbf{y} = A(A\mathbf{y})$  é a produção necessária para permitir a produção de  $A\mathbf{y}$ ;
- ...
- **efeito indirecto de ordem  $t$ :**  $A^t\mathbf{y} = A(A^{t-1}\mathbf{y})$  é a produção necessária para permitir a produção de  $A^{t-1}\mathbf{y}$ ;
- ...

O vector de *outputs*,  $\mathbf{x}$ , obtido para um número de efeitos indirectos suficientemente grande, é efectivamente o mesmo obtido por multiplicação do vector de procura final pelos coeficientes de interdependência (O'Conner e Henry, 1975). Portanto, este processo *iterativo* faculta uma outra forma de obter o efeito total de aumentos da procura nos *outputs* dos diferentes sectores. Na realidade, depois de cinco iterações, a soma dos efeitos sucessivos é idêntica à solução da *inversa* (O'Conner e Henry, 1975).

Em suma, os efeitos indirectos totais (ou a procura intermédia) correspondem à soma do primeiro efeito indirecto, com o segundo efeito indirecto e assim sucessivamente, podendo escrever-se da seguinte forma (Proops *et al.*, 1993):

$$A \mathbf{y} + A^2 \mathbf{y} + \dots + A^t \mathbf{y} + \dots = \sum_{i=1}^{\infty} A^i \mathbf{y} . \quad (\text{II. 12})$$

O significado económico da *matriz inversa de Leontief* pode ilustrar-se de outro modo, considerando que o elemento  $\alpha_{ij}$  é a derivada parcial de  $x_i$  relativamente a  $y_j$ , ou seja,  $\frac{\partial x_i}{\partial y_j}$ . Portanto, se  $y_j$  aumentar uma unidade, permanecendo as restantes procuras finais constantes, o efeito total sobre o sistema produtivo, ou o aumento no *output* total de todos os sectores, pode obter-se a partir de  $\sum_{i=1}^n \alpha_{ij}$  (Bulmer-Thomas, 1982). Assim, a soma dos elementos das colunas da *matriz inversa de Leontief* permite mostrar os efeitos directos e indirectos na economia, resultantes da variação de uma unidade na procura final do sector designado no topo da coluna. De modo similar, a soma dos elementos das linhas da *matriz inversa de Leontief*,  $\sum_{j=1}^n \alpha_{ij}$ , permite mostrar o efeito total verificado no *i-ésimo* sector resultante do aumento unitário de cada procura final (Bulmer-Thomas, 1982).

A soma dos elementos das colunas da matriz inversa é geralmente designada por *backward linkage* e a soma dos elementos das linhas é conhecida por *forward linkage*, indicando a interligação de um sector específico com os seus sectores fornecedores, no primeiro caso, e com os seus sectores compradores, no segundo caso (Miller e Blair, 1985).

Os elementos da diagonal da *matriz inversa de Leontief* são sempre superiores ou iguais à unidade, reflectindo o facto de que, para satisfazer uma nova procura do sector  $i$  de  $z$  unidades, será necessário, em geral, produzir mais do que  $z$  unidades do *output*  $i$  (procura final directa), dado que este *output* gera também a necessidade de *inputs* adicionais e assim sucessivamente (Miller e Blair, 1985).

### ***II.1.6. Ajustamentos do modelo devido às importações competitivas***

Até aqui foi referido que os níveis de output dos diversos sectores poderiam obter-se através da multiplicação do vector de procura final pelos coeficientes de interdependência (ou seja,  $\mathbf{x} = (\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} \mathbf{y}$ ). Contudo, tem-se assumido que os fluxos inter-sectoriais têm origem apenas na produção doméstica, considerando-se todas as importações como *inputs* primários. No entanto, o tratamento das importações não é tão simples, merecendo menção especial. Apesar de habitualmente as importações se encontrarem numa linha de *inputs* primários, deve ter-se em conta que este tratamento se traduz numa desvantagem, uma vez que não informa acerca da sua natureza. Existem outros métodos para o tratamento das importações, sendo útil para a sua apreciação a distinção entre *importações competitivas e não competitivas*. As importações designam-se por competitivas ou concorrenciais quando correspondem a produtos com substituto doméstico próximo e por importações não competitivas as que correspondem a produtos sem contrapartida doméstica. Quando existem importações competitivas, os seus valores devem ser incluídos numa coluna separada com sinal negativo à direita da procura final. Nestas circunstâncias, os fluxos inter-sectoriais contêm bens ou serviços importados e produzidos internamente, sendo necessário fazer ajustamentos para determinar o nível correcto de *output* do sistema, pois, por definição, o *output* deverá ser expurgado dos produtos importados. Este ajustamento faz-se subtraindo às linhas de procura final os valores das importações competitivas que lhe correspondem, antes de se multiplicar este vector pelos coeficientes de interdependência (O'Connor e Henry, 1975), ou seja, as importações podem ser tratadas como exportações negativas (Leontief, 1985):

$$\begin{aligned} \mathbf{x} &= \mathbf{Ax} + \mathbf{y} - \mathbf{m} \Leftrightarrow \mathbf{x} - \mathbf{Ax} = \mathbf{y} - \mathbf{m} \Leftrightarrow (\mathbf{I} - \mathbf{A})\mathbf{x} = \mathbf{y} - \mathbf{m} \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \mathbf{x} = (\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} (\mathbf{y} - \mathbf{m}), \end{aligned} \tag{II. 13}$$

onde  $\mathbf{m}$  representa o vector coluna das importações competitivas.

### ***II.1.7. Os preços no modelo input-output***

As relações estruturais numa economia, originalmente abordadas através do modelo I-O, eram analisadas em termos físicos, ou seja, dando ênfase ao lado real da economia. Deste modo, o modelo I-O permitia determinar as quantidades totais dos *outputs* necessários para satisfazer uma dada procura final.

Nesta secção, efectuar-se-á uma análise do modelo I-O de preços, expandindo a análise I-O tradicional para o lado nominal da economia.

De facto, como o *valor* é igual à multiplicação da *quantidade* pelo *preço*, a formação de preços pode também ser representada no enquadramento da análise I-O (Barata, 2002; Cruz, 2002).

O preço que cada sector produtivo recebe por unidade do seu *output*, num sistema I-O aberto, deve igualar o total de gastos incorridos no curso da sua produção. Como a coluna de uma tabela de transacções I-O contabiliza todos os gastos do produtor, o preço de cada produto pode construir-se a partir dos preços dos *inputs* utilizados para produzir esse produto. Portanto, os gastos do produtor compreendem não só os pagamentos de aquisições de *inputs* a essa indústria ou a outras indústrias mas também os *inputs primários*, ou seja, o valor acrescentado, que representa essencialmente pagamentos efectuados aos sectores exógenos (Leontief, 1985).

Sejam  $p_i$  o preço (por unidade) dos bens produzidos no sector  $i$  e  $r_i$  um factor remunerativo (por unidade) dos factores não produzidos  $i$  (*e.g.* impostos indirectos, subsídios, salários, lucros e amortizações, entre outros).

Assim, uma equação para um dado *output*  $i$ , expressa em termos de valor, pode ser definida da seguinte forma:

$$p_i x_i = \sum_{j=1}^n p_i x_{ij} + p_i y_i . \quad (\text{II. 14})$$

Por outro lado, uma equação para um dado *input*  $j$ , expressa em termos de valor, pode ser escrita do seguinte modo:

$$p_j x_j = \sum_{i=1}^n p_i x_{ij} + \sum_{i=1}^p r_i z_{ij} . \quad (\text{II. 15})$$

Considerando que a relação (física) entre *inputs* e *outputs* é proporcional, os *inputs* de um sector podem ser expressos por relações lineares (*vide* (II.2) e (II.6)), obtendo-se a seguinte equação para um dado *input*  $j$ :

$$p_j x_j = \sum_{i=1}^n p_i a_{ij} x_j + \sum_{i=1}^p r_i w_{ij} x_j \Leftrightarrow p_j = \sum_{i=1}^n p_i a_{ij} + \sum_{i=1}^p r_i w_{ij} . \quad (\text{II. 16})$$

O modelo I-O de preços pode ser formulado, matricialmente, do seguinte modo:

$$\begin{aligned} [p_1 \quad p_2 \quad \dots \quad p_n] &= [p_1 \quad p_2 \quad \dots \quad p_n] \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix} + \\ + [r_1 \quad r_2 \quad \dots \quad r_n] &\begin{bmatrix} w_{11} & w_{12} & \dots & w_{1n} \\ w_{21} & w_{22} & \dots & w_{2n} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ w_{p1} & w_{p2} & \dots & a_{pn} \end{bmatrix} . \end{aligned} \quad (\text{II. 17})$$

Deste modo, a forma condensada do sistema (II.17) corresponde a:

$$\mathbf{p}^T \mathbf{A} + \mathbf{r}^T \mathbf{W} = \mathbf{p}^T, \quad (\text{II. 18})$$

onde  $\mathbf{p}$  é o vector dos preços unitários ( $n \times 1$ ) dos *inputs*,  $\mathbf{A}$  a matriz de coeficientes técnicos ( $n \times n$ ),  $\mathbf{r}$  o vector dos custos unitários dos factores não produzidos ( $p \times 1$ ),  $\mathbf{W}$  a matriz de coeficientes técnicos de *inputs* primários ( $p \times n$ ) e  $T$ , em índice, designa o transposto.

Esta expressão permite ilustrar a dependência do preço (ou custo total) dos bens produzidos da utilização de *inputs* intermédios, ao preço de produção  $\mathbf{p}^T \mathbf{A}$ , e do valor dos *inputs* primários utilizados,  $\mathbf{r}^T \mathbf{W}$  (Proops *et al.*, 1993).

Considerando, por hipótese, que os coeficientes técnicos são constantes e que a utilização dos factores não produtivos é dada exogenamente, é possível obter o custo de produção de cada produto. Deste modo, a expressão (II.18) pode ser transformada, permitindo obter  $\mathbf{p}^T$ :

$$\begin{aligned} \mathbf{p}^T \mathbf{A} + \mathbf{r}^T \mathbf{W} = \mathbf{p}^T &\Leftrightarrow \mathbf{r}^T \mathbf{W} = \mathbf{p}^T - \mathbf{p}^T \mathbf{A} \Leftrightarrow \mathbf{r}^T \mathbf{W} = \mathbf{p}^T (\mathbf{I} - \mathbf{A}) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \mathbf{p}^T = \mathbf{r}^T \mathbf{W} (\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}. \end{aligned} \quad (\text{II. 19})$$

A expressão (II.19) corresponde à representação matricial genérica do modelo I-O de preços, também designada por *representação dual da formulação I-O física*, mostrando a dependência do preço de cada bem produzido, do preço dos bens não produzidos. Portanto, o preço dos produtos é calculado com base na acumulação dos custos dos *inputs* por unidade de *output*, num sistema de equações simultâneas.

O vector de preços ajusta-se progressivamente através de um processo análogo ao considerado na parte real da economia (*vide* expressão (II.11)), de modo a obter um equilíbrio simultâneo.

Assim, esta especificação do modelo permite explicar, com base na análise I-O, o fenómeno da inflação, ou seja, o estudo da determinação do preço como um processo de transmissão inter-sectorial de preços e da espiral de preços/salários (Bulmer-Thomas, 1982; Ciaschini, 1988).

### ***II.1.8. O modelo input - output dinâmico***

Leontief formulou um modelo I-O dinâmico, em termos de equações diferenciais, incluindo uma nova matriz que descreve os recursos de capital (designada por matriz  $\mathbf{B}$ ), permitindo distinguir estruturas tecnológicas em diferentes pontos no tempo. O vector de investimento exógeno, que no modelo estático se insere nas procuras finais, é substituído por uma expressão onde a matriz de coeficientes de *stocks* é multiplicada pelo aumento antecipado do *output* entre o período temporal presente e o período subsequente. Este conjunto de equações representa a utilização de *relações I-O dinâmicas* na descrição e análise do processo de crescimento económico (Leontief, 1985).

A interdependência directa entre os *outputs* de todos os sectores de uma dada economia nacional, em dois anos sucessivos, pode ser descrita pela seguinte equação de equilíbrio (Leontief, 1970b):

$$\mathbf{x}_t - \mathbf{A}_t \mathbf{x}_t - \mathbf{B}_{t+1} [\mathbf{x}_{t+1} - \mathbf{x}_t] = \mathbf{y}_t, \quad (\text{II. 20})$$

onde os vectores coluna  $\mathbf{x}_t$  e  $\mathbf{x}_{t+1}$  representam os níveis de *output* das diferentes indústrias nos períodos  $t$  e  $t+1$ , respectivamente; o vector  $\mathbf{y}_t$  corresponde à quantidade dos diversos bens e serviços entregue, no ano  $t$ , pelos sectores produtores às famílias e a outros utilizadores finais (não inclui adições aos *stocks* de capital fixo utilizados pelos sectores produtivos);  $\mathbf{A}_t$  é a matriz de coeficientes técnicos no período  $t$  e  $\mathbf{B}_{t+1}$  é uma matriz de coeficientes de capital (os bens de capital produzidos no ano  $t$  são instalados e utilizados no ano  $t+1$ ). Cada elemento genérico da matriz  $\mathbf{B}_{t+1}$ ,  $b_{ij}^{t+1}$ , representa um determinado *stock* tecnológico de um determinado tipo de bens – máquinas, edifícios industriais e outros *stocks* de bens necessários à produção – produzidos pela indústria  $i$  que a indústria  $j$  tem que utilizar por unidade do seu *output*. Por outras palavras, cada coluna da matriz  $\mathbf{B}_{t+1}$  descreve os requisitos físicos de capital (por unidade de *output*) de uma determinada indústria. O índice  $t+1$  da matriz  $\mathbf{B}$  não identifica o ano em que os bens de capital são produzidos, mas antes o ano em que os bens de capital são instalados e utilizados (Leontief, 1970b).

O segundo termo do lado esquerdo da expressão (II.20) representa os requisitos de *inputs* de todas as indústrias no período  $t$  e o terceiro termo representa os requisitos de investimento, ou seja, adições ao *stock* produtivo que permitiriam a todas as indústrias expandir a sua capacidade de produção do ano  $t$  para o ano seguinte,  $t+1$ , de  $\mathbf{x}_t$  para  $\mathbf{x}_{t+1}$  (Leontief, 1970b). Portanto, a relação de equilíbrio descrita na expressão (II.20) baseia-se no pressuposto de que um bem adicionado ao *stock* de capital no ano  $t$  é utilizado no ano  $t+1$ .

No que diz respeito à aplicação prática, a versão fechada do modelo I-O dinâmico tem-se demonstrado muito determinística e muito rígida; a análise I-O é, geralmente, conduzida numa versão aberta do modelo dinâmico descrito pela expressão (II.20) (Leontief, 1985).

O sistema I-O dinâmico é uma generalização do modelo I-O estático (Dorfman *et al.*, 1958). Os pressupostos do modelo dinâmico incluem os mesmos condicionalismos que o modelo estático num período de tempo: não existe produção conjunta e, para cada *output*, existe apenas uma actividade possível ou processo tecnológico, com proporções fixas (Dorfman *et al.*, 1958).

Esta versão do modelo dinâmico possui ainda alguns aspectos que limitam a sua utilidade empírica: não é possível, em geral, assegurar soluções não negativas para os vectores de *output* (Duchin, 2004). Duchin e Szyld (1985) introduziram uma alteração à estrutura dinâmica originalmente proposta por Leontief, tendo definido duas variáveis adicionais: *capacidade de produção de cada sector* e *adições à capacidade produtiva* durante um dado período de tempo. Esta nova formulação permite a existência de capacidade não utilizada, quando há uma diminuição do *output*. Portanto, não há expansão de capacidade produtiva, se houver capacidade não utilizada de modo a que, apesar de um



sector não crescer, este possa funcionar normalmente (em vez de o *stock* de capital ser novamente considerado como matéria prima, quando o termo de investimento,  $B_{t+1}[\mathbf{x}_{t+1} - \mathbf{x}_t]$ , se torna negativo). Neste contexto, é possível haver alterações na estrutura, que reflectam mudanças tecnológicas, bem como a acumulação de *stocks* de bens de capital (Duchin, 1998). Esta característica facultou ao modelo I-O dinâmico a concretização da análise empírica e é particularmente adequada para a análise de cenários que se centram no desenvolvimento e não no crescimento (Duchin, 2004). Este modelo foi utilizado numa investigação empírica do impacte da automação no emprego dos EUA, durante o período de 1963 a 2000 (*vide* Leontief e Duchin (1986)). O primeiro estudo empírico que utilizou os modelos de quantidade e de preços foi desenvolvido por Duchin e Lange (1992). Posteriormente, foi desenvolvido o modelo DIMITRI (*Dynamic Input-Output Model to Study the Impacts of Technology Related Innovations*) com base nos modelos desenvolvidos por Duchin e Szyld (1985) e por Duchin e Lange (1992) (*vide* Idenburg e Wilting (2000)). O modelo I-O dinâmico de Duchin e Szyld (1985) permite avaliar os períodos de tempo requeridos para instalar uma nova capacidade de produção (na expressão (II.20) apenas está contemplado um hiato temporal de um ano). Leontief e Duchin (1986) também representaram a substituição da capacidade existente, quando os bens duráveis se depreciam completamente ou se tornam obsoletos. Actualmente, ainda não há estudos que utilizem o modelo I-O dinâmico para determinar o potencial dos *stocks* de bens de capital depreciados para reutilização ou reciclagem de materiais (Duchin, 2004).

### **II.1.9. O modelo *input-output* e o Sistema de Contas Nacionais**

A contabilidade nacional é uma técnica de síntese estatística que tem por objecto a representação quantificada e coerente da actividade económica de um país num determinado período de tempo.

No domínio da análise I-O, desde 1995 que as Contas Nacionais do INE facultam apenas um quadro de recursos e empregos (*vide* Figura II.3) e um quadro de produção (*vide* Figura II.4), onde se desagregam sectorialmente os agregados macroeconómicos relativos às operações sobre bens e serviços, sem produzir os quadros de entradas e saídas (*input-output*) simétricos (Martins, 2004).

Os *quadros de recursos e empregos* são matrizes por ramo de actividade e por produto que descrevem de modo pormenorizado os processos de produção internos e as operações sobre produtos na economia nacional.

O *quadro de recursos* (*vide* Figura II.3) regista o fornecimento de bens e serviços por produto e por categoria de fornecedor, distinguindo a produção dos ramos de actividade nacionais e as importações. Nesta matriz são destacados os vectores de produção a preços de base, as importações a preços *cost, insurance and freight* (CIF), os impostos sobre os

produtos, incluindo o imposto sobre o valor acrescentado (IVA) não dedutível, os subsídios sobre os produtos e as margens comerciais.

No *quadro de empregos* (*vide* Figura II.3) são evidenciados os empregos intermédios e finais (consumo final das famílias, das administrações públicas e das instituições sem fins lucrativos ao serviço das famílias, da formação bruta de capital fixo, da variação de existências e da aquisição líquida de cessões de objectos de valor) dos produtos a preços de aquisição. Esta matriz engloba ainda um quadro relativo ao valor acrescentado bruto (VAB) a preços de base (remunerações dos empregados, outros impostos líquidos de subsídios sobre a produção, rendimento misto líquido, excedente de exploração líquido e consumo de capital fixo).

O *quadro de produção* (*vide* Figura II.4) é uma matriz quadrada que permite obter as produções dos produtos por ramos produtores. Como os ramos não se encontram definidos de modo puro, cada ramo pode produzir um produto principal e um conjunto de produtos designados por secundários, na medida em que são similares aos produtos principais de outros ramos. Esta matriz permite, portanto, saber quais os produtos produzidos por cada ramo e respectivos valores, bem como quais as origens sectoriais de cada produto e respectivos valores.

O *quadro simétrico de entradas e saídas* é uma matriz, produto por produto ou ramo de actividade por ramo de actividade, que descreve pormenorizadamente os processos da produção nacional e as operações sobre produtos da economia nacional (*vide* Figura II.5). O quadro simétrico de entradas e saídas agrupa recursos e empregos num único quadro.

Os quadros de recursos e empregos e o quadro simétrico de entradas e saídas podem ser utilizados como instrumentos de análise económica. Os dois tipos de quadros possuem méritos próprios. Quando se pretende calcular os efeitos directos e indirectos, é conveniente complementar os quadros de recursos e empregos com informações estatísticas suplementares ou com a formulação de hipóteses específicas. No entanto, os requisitos para calcular os efeitos acumulados (efeitos directos e indirectos) com o auxílio dos quadros de recursos e empregos são de tal ordem que acaba por ser melhor construir um quadro de entradas e saídas simétrico. Deste modo, para calcular os efeitos acumulados, o quadro simétrico de entradas e saídas é o instrumento mais adequado. Contudo, para calcular os efeitos directos e os efeitos de primeira ordem, os quadros de recursos e empregos ajustados por intermédio de hipóteses escolhidas, devem ser preferidos, dado que: os cálculos dependem menos de hipóteses; o quadro de recursos e empregos fornece mais pormenores do que o quadro simétrico de entradas e saídas; as informações nele contidas podem ser mais facilmente ligadas a outros tipos de dados estatísticos. Estas características são também úteis, nomeadamente quando se pretende integrar o quadro de recursos e empregos num modelo macroeconómico: o modelo global resultante aproxima-se mais das estatísticas reais, pode fornecer um número importante de pormenores e pode ser facilmente relacionado com domínios em relação aos quais existem outros dados estatísticos<sup>II.2</sup> (*e.g.* o mercado do emprego ou o ambiente).

---

<sup>II.2</sup> Não obstante este facto, o quadro simétrico de entradas e saídas foi utilizado no modelo descrito no capítulo V, por falta de dados estatísticos com o detalhe necessário à aplicabilidade dos quadros de recursos e empregos.

Nas matrizes de entradas e saídas os fluxos e agregados podem estar valorizados de acordo com diversos sistemas de preços. Com o SEC 95<sup>II.3</sup> passa a haver a distinção entre preços de base, preços no produtor (preços à saída da fábrica) e preços de aquisição na valorização dos consumos e da produção. Os preços de base excluem todos os impostos, líquidos de subsídios, sobre os produtos; os preços no produtor excluem apenas o IVA; e os preços de aquisição, que são pagos pelos utilizadores intermédios ou finais, incluem as margens comerciais e de transporte (*vide* Figura II.6).

					<b>Ramos Produtivos</b>	<b>Componentes da Procura Final</b>	
<b>Produtos</b>	Produção a preços de base	Importações a preços CIF ou de base	Margens (comerciais, de impostos e subsídios)	<b>Recursos Totais a preços de aquisição</b>	Empregos intermédios a preços de aquisição	Empregos finais a preços de aquisição	<b>Empregos Totais a preços de aquisição</b>
					VAB, por componentes, a preços de base		
					<b>Produção dos ramos a preços de base</b>		

**Figura II. 3.** Estrutura do quadro de recursos e empregos das Contas Nacionais.

		<b>Ramos</b>		
<b>Produtos</b>	Produções principais	Produções secundárias	<b>Produções totais dos ramos</b>	
	Produções secundárias	Produções principais		
		<b>Produções totais dos ramos</b>		

**Figura II. 4.** Estrutura do quadro de produção das Contas Nacionais.

<sup>II.3</sup> O SEC 95 consta do Regulamento do Conselho da União Europeia 2223/96, de 25 de Junho de 1996. Este sistema substitui o SEC 79, estando harmonizado com a versão do Sistema de Contas Nacionais das Nações Unidas de 1993. O SEC 95 é “*um quadro contabilístico aplicável a nível internacional com o objectivo de descrever de forma sistemática e pormenorizada o total de uma economia, seus componentes e suas relações com outras economias*” (CONSLEG: 1996R2223 – 20/03/2002).

	<b>Produtos</b>	<b>Resto do Mundo</b>	<b>Despesa de consumo final</b>	<b>Formação bruta de capital</b>	<b>Total</b>
<b>Produtos</b>	Consumo Intermédio	Exportação	Despesa de consumo final	Formação bruta de capital	Total dos empregos por produto
<b>Componentes do VAB</b>	VAB				
<b>Resto do mundo</b>	Importação				
<b>Total</b>	Total dos recursos por produto				<b>Total dos recursos = Total dos empregos</b>

**Figura II. 5.** Estrutura de um quadro simétrico de entradas e saídas simplificado (produto por produto).

<p><b>Preços de base</b> = Custo em bens e serviços utilizados no processo produtivo + Remuneração dos factores de produção + Outros impostos sobre a produção – outros subsídios à produção</p> <p><b>Preços no produtor (preços à saída da fábrica)</b> = Preços de base + Impostos sobre os produtos, excluindo o IVA – Subsídios aos produtos</p> <p><b>Preços de aquisição</b> = Preços no produtor + Margens de distribuição + IVA</p>
--

**Figura II. 6.** Tipos de valorização nas matrizes de entradas e saídas.

Quando a produção é registada a preços de base, os impostos sobre os produtos são tratados como se tivessem sido pagos directamente pelo comprador à administração pública, em vez de serem uma parte integrante do preço pago pelo produtor. Inversamente, quaisquer subsídios aos produtos são tratados como se tivessem sido recebidos directamente pelo comprador e não pelo produtor. O preço de base mede a quantia retida pelo produtor, sendo, portanto, o preço mais relevante para a tomada de decisões pelo produtor.

No caso do comércio externo, as exportações e as importações são registadas, por convenção, a preços *free on board* (FOB) equivalentes ao preço de base na fronteira de saída, ou seja, excluindo o custo dos seguros e fretes depois dos bens terem deixado a fronteira do país exportador, e a preços CIF equivalentes ao preço de base na fronteira de entrada, respectivamente. Neste contexto, é necessário efectuar um ajustamento global para adaptar o valor CIF total das importações à valorização FOB.

Como não se faz a distinção entre impostos e subsídios relativos aos produtos produzidos e aos produtos importados nas matrizes que compõem o sistema, em termos

sectoriais, só será possível obter o VAB a preços de base, que constitui o resultado líquido da produção avaliada a preços de base, diminuída do consumo intermédio avaliada a preços de aquisição, e o VAB a custo de factores, que pode obter-se a partir do VAB a preços de base, deduzindo os outros impostos líquidos de subsídios à produção, não sendo possível obter o VAB a preços de mercado. Em termos globais, é possível obter o produto interno bruto (PIB) a preços de mercado (*vide* Figuras II.7 e II.8). Este agregado pode ser obtido a partir dos quadros de recursos e empregos de três modos distintos:

- a) *Óptica da produção*: o agregado da produção a preços de base por ramo de actividade, menos o agregado do consumo intermédio a preços de aquisição por ramo de actividade, mais os impostos líquidos sobre os produtos, onde o consumo intermédio por ramo de actividade inclui os empregos dos serviços de intermediação financeira indirectamente medidos, registados num ramo de actividade fictício;
- b) *Óptica do rendimento*: os agregados das várias componentes do VAB a preços de base por ramo de actividade, menos os empregos dos serviços de intermediação financeira indirectamente medidos, registados num ramo de actividade fictício, mais os impostos líquidos sobre os produtos;
- c) *Óptica da despesa*: a soma das categorias de empregos finais menos a importação: exportação – importação + despesas de consumo final + formação bruta de capital (todas a preços de aquisição).

Entre os quadros de recursos e de empregos verificam-se dois tipos de igualdades (desde que os recursos e os empregos sejam avaliados de forma compatível):

a) *Igualdade em cada ramo de actividade*: produção por ramo de actividade = entradas por ramo de actividade. Assim, para cada ramo de actividade verifica-se que:

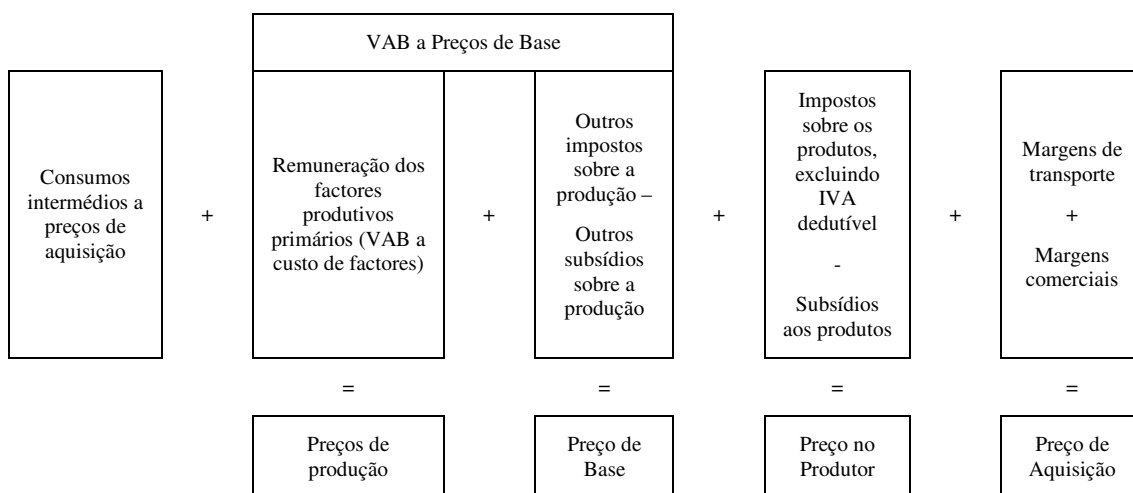
$$\text{Produção} = \text{Consumo intermédio} + \text{Valor acrescentado.}$$

b) *Igualdade em cada produto*: total de recursos por produto = total de empregos por produto. Assim, obtém-se para cada produto:

$$\text{Produção} + \text{Importações} = \text{Consumo intermédio} + \text{Exportações} + \text{Despesa de consumo final} + \text{Formação bruta de capital.}$$

SEC	<b>Produção</b>	-	<b>Consumos Intermédios</b>	=	VAB
79	Preços no Produtor		Preços de Aquisição		Preços no Produtor
95	Preços de Base		Preços de Aquisição		Preços de Base

**Figura II. 7.** Valorização do VAB nas duas bases do SEC.



**Figura II. 8.** Sistemas de preços nas matrizes de entradas e saídas.

### II.1.10. Aplicações da análise *input-output*

Desde o início da década de 60 que Leontief aplicou a análise I-O em problemas específicos: aos efeitos económicos do desarmamento e dos gastos militares (*e.g.* Leontief e Hoffenberg (1961); Leontief (1965, 2004); Leontief e Duchin (1983)); aos custos da poluição (*e.g.* Leontief (1970a, 1973); Leontief e Ford (1972)); à depleção de recursos minerais não combustíveis (*e.g.* Leontief *et al.* (1983)); ao impacte da automação no trabalho (*e.g.* Leontief e Duchin (1986)); e às projecções da economia mundial até ao ano 2000 (*e.g.* Leontief (1974, 1975)), patrocinadas pelas Nações Unidas e inspiradas na prelecção de Leontief aquando da atribuição do prémio Nobel, em 1973 (Garfield, 1986).

Em geral, para além da aplicação da análise I-O como ferramenta no planeamento económico nacional, esta técnica de análise pode também aplicar-se em modelos de planeamento regional, na análise de uma indústria específica, no estudo da economia de empresa, entre outros. Portanto, esta ferramenta permite analisar sistemas mais agregados ou desagregados, consoante os objectivos do estudo, proporcionando o tratamento de

problemas de âmbito micro e macroeconómico (Hawdon e Pearson, 1995; Proops *et al.*, 1993; Barata, 2002; Cruz, 2002).

Nos modelos de planeamento nacional, a metodologia I-O permite analisar as repercussões directas e indirectas, resultantes de alterações verificadas em determinados elementos do sistema económico, em toda a economia, fornecendo uma ferramenta muito útil para o planeamento económico e a consideração de determinados aspectos de política (Pearson, 1989). Neste contexto, uma das maiores vantagens dos modelos I-O reside na sua capacidade em analisar as consequências económicas de alteração de medidas de política implementadas a um nível sectorial. Outro aspecto relevante dos modelos I-O consiste na possibilidade da utilização combinada destes com diferentes cenários de suporte, permitindo avaliar os efeitos de diferentes medidas de política numa perspectiva *ex ante* ou *ex post* (Ciaschini, 1988; Førsund, 1985). Adicionalmente, como as relações entre preços e quantidades descrevem aspectos duais da estrutura e funcionamento das economias modernas, a análise I-O pode considerar-se como uma ferramenta de análise poderosa, por exemplo, através da adopção de alguns mecanismos que podem influenciar a oferta e/ou a procura de determinados sectores ou indústrias (Cruz, 2002).

Nos modelos de planeamento regional, as compras a outras regiões são tratadas como importações, enquanto as vendas a outras regiões são tratadas como exportações, sendo possível analisar, através do quadro I-O, a dependência da região dos seus recursos internos e externos. Estes modelos são úteis, nomeadamente para a tomada de decisões, permitindo demonstrar como políticas benéficas em termos nacionais são por vezes contraproducentes para uma região em particular (O'Connor e Henry, 1975).

No caso de modelos de planeamento para uma indústria específica, faz-se a desagregação da indústria em análise num determinado número de sub-sectores. Cada um destes sub-sectores é visto como um sector que se inclui numa linha e coluna do quadrante correspondente, na matriz de fluxos inter-sectoriais. As indústrias com ligações directas à indústria em análise são geralmente incluídas neste quadrante, sendo agregadas num único sector. As indústrias que não se encontram ligadas directamente ao sector em análise são também, em geral, agregadas num único sector, podendo ou não ser incluídas neste quadrante. Neste caso, o que se pode fazer para redução dos cálculos, dado não haver necessidade de calcular as suas estruturas de custos, é a sua inclusão numa coluna, na secção de procura final (*vide*, por exemplo, Erdösi (1985)). A aplicação da análise I-O a uma determinada indústria pode ser útil, porque permite fazer o estudo da inter-relação dos sub-sectores dessa indústria. Este estudo pode ser de grande importância para efeitos de planeamento, visto que permite aos responsáveis projectar planos consistentes e determinar as necessidades de recursos para a produção planeada (O'Connor e Henry, 1975).

Apesar de menos divulgada, a aplicação da análise I-O pode dirigir-se ao estudo da economia das empresas. Neste caso, constrói-se um quadro de entradas e saídas que relaciona o volume do produto com o valor dos *inputs* primários (matérias primas e força de trabalho) necessários à sua concretização. Este quadro permite uma caracterização das técnicas de produção utilizadas. A utilização deste instrumento é muito útil no estudo da forma como a empresa se deverá adaptar à modificação nos preços dos factores de produção, na técnica produtiva ou na procura final (Brito, 1985).

### ***II.1.11. Algumas limitações da análise input-output***

As limitações da análise I-O devem-se, fundamentalmente, às hipóteses assumidas no modelo. De facto, este tipo de modelação possui um conjunto de pressupostos de algum modo redutores, nomeadamente decorrentes da consideração de coeficientes fixos, de rendimentos de escala constantes, da homogeneidade assumida na produção de cada sector e, em geral, da determinação exógena da procura final. Por outro lado, assume-se a não existência de restrições de capacidade, ou seja, que a oferta é supostamente infinita e perfeitamente elástica.

As simplificações impostas nos modelos I-O, nomeadamente a consideração de que a tecnologia é similar durante um período, não permitindo a substituição entre factores, podem restringir, aparentemente, os modelos I-O a análises económicas de curto prazo. No entanto, neste argumento, confundem-se dois aspectos diferentes acerca do curto-prazo e do longo-prazo (Wilting *et al.*, 2004). O primeiro aspecto a ter em consideração é a diferença entre os *estudos de curto-prazo e de longo-prazo*. Se um modelo for utilizado para um estudo de longo-prazo é desejável que o modelo incorpore alterações tecnológicas. Em segundo lugar, há uma diferença entre as opções de curto-prazo e de longo prazo para uma tecnologia de produção. As *opções tecnológicas de curto-prazo* são, em geral, limitadas, porque cada indústria tem uma determinada tecnologia instalada, que provavelmente não permite substituições significativas de *inputs* no curto-prazo. No longo-prazo, uma indústria terá a oportunidade de escolher várias tecnologias com diferentes estruturas de *inputs*. A discrepância entre as opções de curto-prazo e longo-prazo, neste caso, é então a diferença entre a produção com uma tecnologia já instalada, descrita como uma função de produção *ex post*, e a escolha entre diversas tecnologias que poderiam ser instaladas, descrita como uma função de produção *ex ante* (Wilting, 2004). Existem basicamente duas formas para projectar alterações tecnológicas no âmbito da análise I-O: uma associada a uma *análise de tendências* e, outra, baseada numa *construção de coeficientes* técnicos assente em opiniões de peritos (*vide* Leontief e Duchin (1986)). Proops *et al.* (1993) referem, neste contexto, que devem considerar-se, ao longo do tempo, alterações conhecidas ou previstas dos coeficientes tecnológicos.

Outra possível limitação da abordagem I-O deve-se ao facto de os dados estarem sujeitos a erros, não sendo conhecidos com exactidão, pois determinados parâmetros são considerados como dados *a priori*. Contudo, para mitigar esta questão pode efectuar-se uma análise da sensibilidade das variáveis dependentes como resultado das alterações verificadas nos parâmetros do modelo (Proops *et al.*, 1993).

Os dados do modelo I-O são uma agregação da actividade de um conjunto numeroso de empresas, que vendem diferentes tipos de bens, com distintas tecnologias de produção, pelo que quando se considera um quadro *indústria por indústria*, esta é uma aproximação da realidade, não permitindo a determinação adequada das funções procura e/ou oferta. De facto, no sentido de colmatar esta questão, nomeadamente no que se refere à hipótese de cada ramo (sector ou indústria) produzir apenas um único produto, foi desenvolvida uma outra abordagem, os *modelos I-O rectangulares*, com um quadro de entradas e saídas



rectangular (quadro combinado de entradas e saídas ou matriz *make and use*<sup>II.4</sup>), que considera o facto de um ramo (sector ou indústria) produzir mais do que um produto (*vide* Stone (1961, 1966)).

Por último, a possibilidade de permitir manejar um conjunto vasto de dados facultada pela análise I-O deve ser vista de modo dúplice; *i.e.*, por um lado, como uma vantagem e, por outro, como uma desvantagem, na medida em que, normalmente, ocorrem problemas associados à precisão e actualização dos dados disponíveis (Cruz, 2002).

## ***II.2. O modelo input-output ambiental***

A poluição é um subproduto das actividades económicas, que pode relacionar-se de modo mensurável com alguns processos particulares de produção ou de consumo (Leontief, 1970a).

*“O nível de detalhe facultado pela abordagem I-O na análise das actividades abre caminho para estudos que não tratam apenas da produção industrial – o foco estabelecido pela maioria dos estudos input-output iniciais – mas também, crescentemente, de outros aspectos das actividades humanas, tais como os efeitos da produção e consumo no ambiente físico”* (Duchin e Steenge, 1999). Por outro lado, *“a interdependência técnica entre os níveis de outputs “desejados” e “não desejados” pode ser descrita em termos de coeficientes estruturais similares aos utilizados para traçar a interdependência estrutural entre todos os sectores de produção e consumo”* (Leontief, 1970a).

A análise I-O permite modelar sistemas complexos de inter-relações económicas e físicas e pode operar simultaneamente num ambiente macro e micro, ou seja, considerando um menor ou maior nível de desagregação sectorial (Hawdon e Pearson, 1995). De facto, os modelos I-O têm sofrido alterações, de modo a incorporar as inter-relações entre as actividades económicas e o ambiente, incluindo a geração e a eliminação da poluição (Hawdon e Pearson, 1995).

Cumberland (1966) foi o primeiro economista a incluir os efeitos ambientais num modelo inter-industrial expandido (Victor, 1972a; Richardson, 1972; Duchin e Steenge, 1999). A abordagem de Cumberland (1966) consiste na adição de linhas e colunas à matriz I-O tradicional, de modo a identificar os benefícios e os custos ambientais associados às actividades económicas, distribuindo-os por sector. Contudo, este método foi de difícil aplicação devido à natureza qualitativa dos impactes ambientais e à necessidade de converter os poluentes em unidades mensuráveis (*e.g.* a conversão das descargas de poluentes, por unidades de ar, de água e de solo, em valores monetários) (Richardson, 1972; Gloria, 2000). Uma característica importante deste modelo consiste em não incorporar os fluxos ambientais na economia e *vice-versa* (Richardson, 1972). Assim, as linhas e colunas ambientais não medem *coeficientes de ambiente-indústria*, referindo-se apenas aos efeitos ambientais decorrentes do desenvolvimento de um determinado projecto ou programa de

---

<sup>II.4</sup> *Vide* secção II.2.3.

âmbito regional. Cumberland (1966) pretendeu aplicar esta versão expandida do modelo I-O no apoio à aplicação empírica da política regional ou como ferramenta de apoio ao desenvolvimento regional (Gloria, 2000). Este modelo encontra-se muito mais próximo de uma análise *custo-benefício* dos efeitos ambientais do que de uma análise dos *inputs* e *outputs* de produtos ecológicos. Contudo, e apesar das suas limitações, esta forma de modelação pode ser considerada como uma abordagem pioneira na integração dos sistemas económico e ambiental no enquadramento da análise I-O (Victor, 1972a).

Ayres e Kneese (1969) apresentaram uma extensão ao modelo I-O, incorporando fluxos de resíduos e de eliminação de poluição. No modelo de Ayres e Kneese (1969) faz-se a inclusão explícita das matérias-primas extraídas do ambiente, bem como dos resíduos que regressam ao ambiente. A ideia fundamental deste modelo corresponde à do *equilíbrio dos materiais*, ou seja, numa economia, o volume de resíduos gerados iguala aproximadamente a utilização de recursos, o que difere é a sua composição química (Ayres e Kneese, 1969). De facto, a análise de *equilíbrio dos materiais* apenas requer que todos os materiais extraídos do ambiente, e que são utilizados na economia, sejam contabilizados quer através da sua manutenção na economia, como bens duráveis, como *inputs* recicláveis, entre outros, quer considerando o seu depósito no ambiente, como resíduos depositados no ar, na terra ou na água (Førsund, 1985). Este modelo é uma expansão do modelo ambiental de Leontief (1970a), que adiciona duas matrizes não produtivas ao modelo original, de modo a ter em consideração os recursos e resíduos em unidades físicas. Esta forma de modelação tem a vantagem de efectuar o fecho dos fluxos que entram e saem das indústrias, incluindo a utilização de recursos e as emissões de resíduos (Gloria, 2000). O principal aspecto a salientar deste modelo resulta de considerar as externalidades ambientais, associadas às descargas de poluentes/resíduos do sistema económico para os sistemas ambientais, não como excepções, mas antes como um resultado normal e inevitável da actividade económica (Cruz, 2002). Neste contexto, pode dizer-se que *toda a produção é produção conjunta*, considerando-se a produção de resíduos/poluentes como um subproduto não desejável das actividades económicas (*vide* Baumgärtner *et al.* (2001)).

Miller e Blair (1985) consideram que a vasta panóplia de modelos I-O ambientais pode categorizar-se em três tipos fundamentais:

- **Modelos I-O generalizados**, que incorporam linhas adicionais para representar a geração de poluição e, por vezes, colunas adicionais para representar actividades de eliminação de poluição (*e.g.* Leontief (1970a, 1973) e Leontief e Ford (1972)).

- **Modelos económicos-ecológicos**, que alargam o âmbito de cobertura do sistema I-O, incorporando bens e serviços ecológicos que são *inputs* ou resíduos dos processos de produção e de consumo. O sistema I-O tradicional é aumentado com a introdução de *sub-matrizes de ecossistema* que evidenciam os fluxos intra/inter-sectoriais entre os sectores económicos e ecológicos (*e.g.* Daly (1968) e Isard *et al.* (1972)).

- **Modelos produto por indústria**, onde os factores ambientais são expressos como produtos numa tabela I-O *produto por indústria*, através da adição de linhas de *inputs* ecológicos e de colunas de *outputs* ecológicos (*e.g.* Victor (1972a)).

De acordo com Hendrickson *et al.* (2006) existem dois métodos distintos para incorporar os impactos ambientais. No primeiro método, onde se insere a abordagem de Leontief (1970a, 1973), considera-se a endogeneização dos efeitos ambientais através do aumento da matriz de coeficientes técnicos com linhas e colunas de produtos de poluição. O segundo método consiste no aumento externo dos modelos I-O. Os modelos aumentados externamente mantêm a consideração dos efeitos ambientais independente da matriz de coeficientes técnicos, mas utilizam a inversa de Leontief e os *outputs* determinados pelo modelo I-O para gerar resultados. É neste último tipo de métodos que se insere o modelo I-O ambiental baseado na análise de ciclo de vida dos produtos.

Nas secções seguintes serão analisados alguns dos modelos I-O ambientais referidos na literatura científica, que se revelaram mais importantes no contexto do presente trabalho, bem como as abordagens estatísticas subsequentemente desenvolvidas, no âmbito dos modelos I-O, que procuram abranger os sistemas económico, ambiental e social.

### ***II.2.1. Modelos input-output generalizados***

Os modelos apresentados por Leontief (1970a, 1973) e Leontief e Ford (1972) para a análise ambiental inserem-se na classe de modelos I-O generalizados e integram-se numa tabela I-O tradicional. Neste tipo de modelos encontram-se representados adicionalmente, em linha, os *outputs* físicos de poluentes e, em coluna, as indústrias de eliminação de poluição.

Como o *output* de poluentes é expresso em unidades físicas e a restante matriz em unidades monetárias, o *output* de poluentes não deve ser considerado na soma vertical (Gloria, 2000). Portanto, enquanto os coeficientes de eliminação de poluição reflectem os *inputs* necessários para as actividades de eliminação, por unidade de poluente eliminada, os coeficientes de geração de poluição correspondem às quantidades (físicas) de um determinado poluente gerado, por unidade monetária de *output* industrial (Leontief, 1970a; Victor, 1972a). Por outro lado, as colunas das indústrias de eliminação de poluição encontram-se em unidades monetárias, podendo ser tratadas como os restantes sectores industriais. Não existem linhas para a distribuição do *output* das indústrias de eliminação de poluição, dado que o seu *output* é utilizado para compensar a poluição gerada na economia como um todo, independentemente da sua fonte, não sendo vendido como *input* para outras indústrias.

Cruz (2002) refere que apesar de contemplar a *produção conjunta* de substâncias que podem afectar o ambiente natural, o modelo de Leontief (1970a) negligencia os *inputs* de materiais do ambiente para a economia, não utilizando, portanto, o conceito de *equilíbrio dos materiais*. Não obstante este facto, a matriz de fluxos inter-industriais expandida, de modo a incluir a geração e eliminação de poluentes, pode permitir ter em consideração a reutilização dos subprodutos resultantes das actividades de eliminação de poluição (*vide* Leontief (1973)). Neste caso, os *outputs* das actividades de eliminação de poluição são introduzidos, com sinal negativo, no elemento que resulta do cruzamento da linha

correspondente ao sector industrial onde esse subproduto é reutilizado com a coluna do sector de eliminação de poluição que gerou esse subproduto.

Cada uma das seguintes equações matriciais descreve o equilíbrio entre os *outputs* e os *inputs* nas três esferas da matriz I-O alargada, representada na Figura II.9 (*vide* Leontief, 1970a, 1973):

***Bens e serviços***

$$\mathbf{x} = \mathbf{Ax} + \mathbf{Es} + \mathbf{y}, \quad (\text{II. 21})$$

***Poluentes***

$$\mathbf{t} = \mathbf{Gx} + \mathbf{Fs} + \mathbf{Ry} + \mathbf{R} \mathbf{u} - \mathbf{s}, \quad (\text{II. 22})$$

***Factores***

$$\mathbf{v} = \mathbf{Wx} + \mathbf{Ls} + \mathbf{u}. \quad (\text{II. 23})$$

Uma vez determinados os preços de todos os *outputs* (incluindo os preços de todas as actividades de eliminação de poluição), todas as entradas na tabela expandida de fluxos inter-industriais podem ser avaliadas em unidades monetárias. Os *outputs* de todos os poluentes serão representados por valores monetários negativos e a quantidade de poluentes eliminados será representada por valores monetários positivos (Leontief, 1973).

Se as indústrias e as actividades de eliminação de poluição pagarem – e incluírem no preço dos seus produtos – o custo de eliminar toda a poluição gerada directamente por esses sectores, o equilíbrio entre as receitas e os gastos em todos os sectores produtores e em todos os sectores de eliminação de poluição pode ser descrito através das seguintes equações (Leontief, 1973):

***Bens e serviços***

$$\mathbf{p}_1 = \mathbf{v}_1 + \mathbf{A}^T \mathbf{p}_1 + \mathbf{G}^T \mathbf{p}_2, \quad (\text{II. 24})$$

***Eliminação de poluição***

$$\mathbf{p}_2 = \mathbf{v}_2 - \mathbf{E}^T \mathbf{p}_1 + \mathbf{F}^T \mathbf{p}_2, \quad (\text{II. 25})$$

onde  $\mathbf{p}_1$  é o vector de preços ( $n \times 1$ ) por unidade de produto produzido na indústria, cujo elemento genérico é  $p_{1i}$  ( $i = 1, \dots, n$ );  $\mathbf{p}_2$  é o vector de preços ( $m \times 1$ ) por unidade de poluente eliminado pelo respectivo sector de eliminação de poluição, cujo elemento genérico é  $p_{2i}$  ( $i = 1, \dots, m$ );  $\mathbf{v}_1$  é o vector de valor acrescentado pago pela indústria ( $n \times 1$ ) por unidade de produto produzido na indústria, cujo elemento genérico é  $v_{1i}$  ( $i = 1, \dots, n$ );  $\mathbf{v}_2$  é o vector de valor acrescentado pago pelos sectores de eliminação de poluição ( $m \times 1$ ) por unidade de poluente eliminada, cujo elemento genérico é  $v_{2i}$  ( $i = 1, \dots, m$ ); e T designa o transposto de uma matriz.

<i>Outputs</i> → <i>Inputs e</i> <i>Output de</i> <i>Poluentes</i> ↓	Procura Intermédia		Procura Final e Poluentes		Output Total = Input Total
	Sectores de actividade	Sectores de eliminação de poluição			
	1 2 ... n	1 2 ... m			
<b>Sectores de actividade</b> 1 2 ⋮ n	A	E	$\hat{y}$	-	<b>x</b>
<b>Output Físico de Poluentes</b> 1 2 ⋮ m	G	F	R	$\underline{R}$	<b>t</b>
<b>Inputs Primários</b> 1 2 ⋮ p	W	L	-	$\hat{u}$	<b>v</b>
<b>Input total = Output total</b>	$x^T$	$s^T$	-	-	-

**Figura II. 9.** Possível representação esquemática do modelo ambiental de Leontief .

Notação da Figura II.9:

***Coefficientes técnicos***

- A é a matriz de coeficientes técnicos ( $n \times n$ ), cujo elemento genérico é  $a_{ij}$  ( $i, j = 1, \dots, n$ ) = *input* do bem  $i$  por unidade de *output* do bem  $j$ ;
- G é a matriz de coeficientes directos de poluentes ( $m \times n$ ), cujo elemento genérico é  $g_{ij}$  ( $i = 1, \dots, m, j = 1, \dots, n$ ) = + *output* do poluente  $i$  por unidade de *output* do bem  $j$  – *input* do poluente  $i$  (para uso produtivo) por unidade de *output* do bem  $j$ . Cada linha desta matriz mostra a quantidade de um determinado poluente gerada por unidade de *output* produzida pelas indústrias listadas nas diferentes colunas;

- $E$  é a matriz de coeficientes técnicos dos sectores de eliminação de poluição ( $n \times m$ ), cujo elemento genérico é  $e_{ij}$  ( $i = 1, \dots, n, j = 1, \dots, m$ ) = *input* do bem  $i$  por unidade eliminada do poluente  $j$  – *outputs* de bens produzidos no sector de eliminação de poluição  $j$  (*subprodutos*) utilizados no sector  $i$  por unidade eliminada do poluente  $j$  (*vide* Leontief (1973));

- $F$  é a matriz de coeficientes directos de eliminação de poluição dos sectores de eliminação de poluição ( $m \times m$ ), cujo elemento genérico é  $f_{ij}$  ( $i = 1, \dots, m, j = 1, \dots, m$ ) = + *output* do poluente  $i$  por unidade eliminada do poluente  $j$  – eliminação do poluente  $i$  por unidade eliminada do poluente  $j$ . Este valor só não é nulo quando  $i = j$ . Esta situação pode ocorrer porque as actividades de eliminação de poluição podem, elas mesmas, gerar poluição (Leontief, 1970a, 1973);

- $W$  é a matriz de coeficientes directos de *inputs* primários dos sectores industriais ( $p \times n$ ), cujo elemento genérico é  $w_{ij}$  ( $i = 1, \dots, p, j = 1, \dots, n$ ) = *input* primário  $i$  por unidade do bem  $j$ ;

- $L$  é a matriz de coeficientes directos de *inputs* primários dos sectores de eliminação de poluição ( $p \times m$ ), cujo elemento genérico é  $l_{ij}$  ( $i = 1, \dots, p, j = 1, \dots, m$ ) = *input* primário  $i$  por unidade eliminada do poluente  $j$ ;

- $R$  é a matriz ( $m \times n$ ) com os coeficientes de poluentes gerados pelos sectores de procura final relacionados com o consumo de bens, cujo elemento genérico é  $r_{ij}$  ( $i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n$ ) = *output* do poluente  $i$  gerado pelo sector da procura final no processo de consumo de uma unidade do bem  $j$ ;

- $\underline{R}$  é a matriz ( $m \times p$ ) com os coeficientes de poluentes gerados pelos sectores de procura final relacionados com o consumo dos *inputs* primários, cujo elemento genérico é  $\underline{r}_{ij}$  ( $i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, p$ ) = *output* do poluente  $i$  gerado pelo sector da procura final no processo de consumo de uma unidade do *input* primário  $j$ .

### **Variáveis**

- $\mathbf{x}$  é o vector de *outputs* dos sectores industriais ( $n \times 1$ ), cujo elemento genérico é  $x_i$  ( $i = 1, \dots, n$ ) = *output* total do bem  $i$  produzido pela indústria  $i$ ;  $\mathbf{x}^T$  é o vector transposto ( $1 \times n$ ) de  $\mathbf{x}$ ;

- $\mathbf{s}$  é o vector de *outputs* dos sectores de eliminação de poluição ( $m \times 1$ ), cujo elemento genérico é  $s_i$  ( $i = 1, \dots, m$ ) = montante total de poluente  $i$  eliminado pelo sector de eliminação de poluição  $i$ ;  $\mathbf{s}^T$  é o vector transposto ( $1 \times m$ ) de  $\mathbf{s}$ ;

- $\mathbf{v}$  é o vector com o total de *inputs* primários ( $p \times 1$ ), cujo elemento genérico é  $v_i$  ( $i = 1, \dots, p$ );

- $\hat{\mathbf{y}}$  é a matriz diagonal ( $n \times n$ ), com os elementos da diagonal principal correspondentes aos elementos do vector de procura final ( $n \times 1$ ),  $\mathbf{y}$ , cujo elemento genérico

é  $y_{ij}$  ( $i = 1, \dots, n; j = 1, \dots, n$ ). Cada elemento  $y_{ii}$  corresponde à quantidade total do bem  $i$  entregue aos sectores da procura final;

- $\hat{u}$  é a matriz diagonal ( $p \times p$ ) com os elementos da diagonal principal correspondentes aos elementos do vector de *inputs* primários destinados à procura final,  $\mathbf{u}$ , cujo elemento genérico é  $u_{ij}$  ( $i = 1, \dots, p; j = 1, \dots, p$ ). Cada elemento  $u_{ii}$  corresponde à quantidade total do *input* primário  $i$  entregue aos sectores da procura final;

- $\mathbf{t}$  é o vector de *outputs* líquidos de poluição na economia ( $m \times 1$ ), cujo elemento genérico é  $t_i$  ( $i = 1, \dots, m$ ) = montante total líquido de poluente  $i$  (entregue na procura final). Cada elemento deste vector obtém-se subtraindo a soma de todas as entradas negativas à soma de todas as entradas positivas.

A soma ( $G\mathbf{x} - F\mathbf{s}$ ), supondo que a quantidade eliminada de poluentes pelos sectores de eliminação é sempre superior à quantidade de poluentes produzida por esses sectores nas actividades de eliminação de poluição, é inferior ou igual a  $G\mathbf{x}$ , reflectindo o efeito dos sectores de eliminação de poluição na redução das emissões totais de poluentes (Pan e Kraines, 2001).

Um aspecto importante a referir, é o facto de no modelo de Leontief (1970a, 1973) se assumir que toda a poluição gerada é função das actividades de produção e de consumo. Contudo, existem outras fontes de poluição (*e.g.* as resultantes de desastres naturais), que os sectores de eliminação não consideram. Portanto, neste modelo, os *outputs* dos sectores de eliminação de poluição não são interpretados como sendo determinados pela procura efectivamente necessária, mas como sendo determinados pelos níveis de poluição gerados pela produção e procura final (Allan *et al.*, 2004).

Por outro lado, os dados requeridos para os modelos I-O ambientais aumentam significativamente quando o modelo é expandido de modo a incorporar a geração e eliminação de poluentes, podendo surgir problemas relacionados com a classificação sectorial na tabela I-O (Hawdon e Pearson, 1995). De facto, apesar da aplicação empírica desta ferramenta de análise ambiental à economia americana (*vide* Leontief e Ford (1972)), as tentativas de aplicação prática desta metodologia são raras devido à dificuldade que existe na separação dos serviços de eliminação de poluição (ou serviços de limpeza) de outros serviços existentes nas tabelas I-O (Allan *et al.*, 2004). Por exemplo, Leontief e Ford (1972) não obtiveram dados suficientes que permitissem identificar as matrizes E e F do modelo.

## II.2.2. Modelos económicos - ecológicos

Daly (1968) e Isard *et al.* (1972) desenvolveram abordagens similares para a introdução das questões ambientais na análise I-O, que se inserem na lógica dos modelos económicos - ecológicos. Cada um destes modelos mostra as interações com e entre os sistemas económico e ambiental (Miller e Blair, 1985; Victor, 1972b). Estes modelos podem representar-se de modo genérico nas Figuras II.10 e II.11, respectivamente.

	Indústrias	Processos ecológicos
Indústrias	Fluxos entre os sectores económicos	Fluxos da indústria para o ecossistema
Processos ecológicos	Fluxos a partir do ecossistema para a indústria	Fluxos entre o ecossistema

**Figura II. 10.** Possível representação esquemática do modelo de Daly (1968).

Daly (1968) sugeriu uma tabela dividida em quatro quadrantes (obtendo uma matriz com quatro sub-matrizes). Um dos quadrantes corresponde à matriz inter-industrial tradicional, representando a troca de produtos económicos no sistema económico. Os produtos transaccionados nos restantes quadrantes são ecológicos. No quadrante nordeste estão representados os fluxos (produção de poluentes) a partir da economia para o ambiente. No quadrante sudoeste encontram-se explicitados os fluxos do ambiente para a economia (*input* de recursos naturais). Finalmente, no quadrante sudeste figuram as inter-relações existentes no sistema ecológico.

A tabela I-O desenvolvida por Daly (1968) é útil por evidenciar as interdependências entre o mundo humano da produção e das trocas e o seu suporte natural, ou seja, o mundo biológico (Victor, 1972a). No entanto, a formulação analítica do modelo de Daly (1968) considera a adição dos produtos económicos expressa em unidades monetárias e a dos produtos ecológicos em unidades físicas, colocando-se obstáculos à utilização deste modelo, na medida em que deixa de ser possível agregar todos os *outputs* de uma indústria quando os produtos ecológicos são considerados.

Isard *et al.* (1972) refinaram o modelo de Daly (1968) através da distinção entre a produção de um produto e os múltiplos índices de poluição criados por uma indústria (Gloria, 2000). Portanto, Isard *et al.* (1972) empregam o esquema do tipo *produto por indústria* inicialmente introduzido por Stone (1961, 1966), reconhecendo a incompatibilidade do modelo *indústria por indústria* com a produção de *outputs* ecológicos secundários (Miller e Blair, 1985). O esquema *produto por indústria* permite a



contabilização de múltiplos produtos, económicos e ecológicos, produzidos por uma única indústria (Cruz, 2002).

Isard *et al.* (1972) argumentam que a impossibilidade de adição de produtos económicos e ecológicos não impede a construção de um modelo *indústria por indústria* do sistema ecológico.

No modelo de Isard *et al.* (1972), ilustrado na Figura II.11, os fluxos dos produtos são expressos ao longo das linhas; por outro lado, as actividades são medidas nas colunas.

	Indústrias	Processos ecológicos
Produtos económicos	$A_{II}$	$A_{IE}$
Produtos ecológicos	$A_{EI}$	$A_{EE}$

**Figura II. 11.** Possível representação esquemática do modelo de Isard *et al.* (1972).

Similarmente a Daly (1968), Isard *et al.* (1972) também consideram uma tabela com quatro sub-matrizes básicas. As sub-matrizes  $A_{II}$  e  $A_{EE}$  descrevem os fluxos dentro do sistema económico e dentro do ecossistema, respectivamente. Por outro lado, as sub-matrizes  $A_{IE}$  e  $A_{EI}$  representam, respectivamente, os fluxos entre a economia e o ambiente e *vice-versa*.

Existem basicamente três óbices importantes associados à utilização da tabela de Isard (Gloria, 2000):

- Há pouca informação disponível no que diz respeito à matriz  $A_{EE}$ , ou seja, acerca das inter-relações verificadas no ambiente;
- Assumem-se relações lineares dentro do sistema ecológico (os processos ecológicos são muitas vezes não lineares e de natureza exponencial);
- Pressupõe-se que os recursos ambientais disponíveis *gratuitamente* permanecem estáveis ao longo do tempo (alterações na qualidade dos recursos podem afectar em grande medida a natureza invariável das funções de produção).

### ***II.2.3. Modelos produto por indústria***

O modelo de Victor (1972a) é um dos exemplos mais representativos da classe de modelos *produtos por indústria* (Cruz, 2002). Este modelo considera apenas fluxos de produtos ecológicos do ambiente para a economia e de resíduos da economia para o ambiente. Portanto, o sistema que ilustra as inter-relações no sistema ambiental é eliminado (sub-matriz  $A_{EE}$  da Figura II.11).

De acordo com este autor, o principal objectivo de um modelo I-O ambiental consiste em descrever a economia como uma “*manipulação do material pelo homem, que é direccionada para satisfazer as necessidades humanas*” (Victor, 1972a). A economia é um conjunto de actividades, onde o ambiente fornece a energia e os materiais para essas actividades. O principal objectivo deste modelo é então efectuar a ligação do comportamento económico com um fluxo associado de materiais. Assim, este modelo é representado através de produtos, indústrias e das respectivas actividades associadas.

Todas as actividades económicas necessitam de *inputs* de matérias-primas. Estes *inputs* podem obter-se a partir de partes privadas do ambiente (*e.g.* minas de carvão, reservas de petróleo, entre outros) ou de outras partes públicas (*e.g.* oxigénio). Um *input* material introduzido na economia é referido como um *produto ecológico*. Contudo, uma vez processado para uso ou satisfação da procura de um consumidor final, passa a ser referido como *produto económico*. Finalmente, quando é descartado por um agente económico e deixa o circuito económico, transforma-se novamente num produto ecológico.

O modelo de Victor (1972a) pode esquematizar-se através de uma tabela de *produto por indústria* aumentada com linhas adicionais de *inputs* ecológicos,  $P_p$  e  $P_l$ , e de colunas adicionais de *outputs* ecológicos,  $O$  e  $S$  (Figura II.12). Neste caso, considera-se um modelo onde os fluxos ecológicos obedecem aos princípios consistentes da contabilização I-O, adoptando o conceito de *equilíbrio dos materiais* (Richardson, 1972). A manutenção das identidades de contabilização conduz à satisfação da lei física da conservação da massa (Victor, 1972a). O modelo de Victor (1972a) utiliza unidades híbridas, ou seja, os fluxos dentro do sistema económico são expressos em unidades monetárias e os fluxos entre e com o ambiente são expressos nas unidades físicas apropriadas.

	Subsistema Económico		Famílias	<i>Output</i>	Ecosistema
	Produtos	Indústrias	Consumo das famílias	<i>Output Total</i>	Produtos Ecológicos
Produtos		U	y	q	O
Indústrias	M			x	S
Valor Acrescentado		V	PNB		
<i>Inputs</i> Totais	$\mathbf{q}^T$	$\mathbf{x}^T$			
Produtos Ecológicos	$P_P$	$P_I$			

**Figura II. 12.** Possível representação esquemática do modelo de Victor (1972a).

As sub-matrizes definem-se do seguinte modo:

***Sectores Económicos:***

- U = *Inputs* de produtos económicos por indústria, também designada por *use matrix* ou matriz dos empregos;
- M = *Outputs* de produtos económicos por indústria, também designada por *make matrix* ou matriz dos recursos;
- y = Vector de procura final;
- q = Vector de *outputs* brutos de produtos económicos;  $\mathbf{q}^T$  = Soma das colunas da matriz M, mostrando o *output* total por produtos económicos;
- x = Vector dos *outputs* industriais totais;  $\mathbf{x}^T$  = Soma das colunas das matrizes U e V, mostrando os *inputs* económicos totais das diferentes indústrias;
- V = Matriz das componentes de valor acrescentado da indústria;
- PNB = Produto Nacional Bruto, que corresponde ao gasto dos *inputs* primários pelas diferentes categorias da procura final;

### ***Sectores Ecológicos:***

- O = Matriz dos *outputs* de produtos ecológicos como resultado da procura final de produtos económicos;
- S = Matriz das descargas de produtos ecológicos por indústria;
- P<sub>P</sub> = Matriz de *inputs* de produtos ecológicos utilizados em conjunto pela procura final para os produtos económicos;
- P<sub>I</sub> = Matriz de *inputs* de produtos ecológicos utilizados pelas indústrias.

A estrutura da abordagem de Victor (1972a) incorpora as indústrias que produzem bens secundários (isto é, um produto que é considerado como primário por outra indústria), subprodutos (produtos que são aproximadamente relacionados com um produto primário) e produtos que resultam de produção conjunta (produtos que não possuem produtores de indústria primária). Este modelo utiliza duas estruturas distintas de dados para formular a matriz de coeficientes técnicos (ou matriz de requisitos directos): a matriz dos recursos (*make matrix*) e a matriz dos empregos (*use matrix*). A matriz dos recursos esquematiza a produção de *outputs*. Nesta, as linhas descrevem os produtos produzidos pelas indústrias numa economia e as colunas descrevem as fontes industriais de produção de produtos. Em geral, os elementos da diagonal desta matriz são os produtos primários de uma indústria, enquanto os elementos fora da diagonal são produtos secundários. A matriz dos empregos, também designada por matriz de absorção, descreve a utilização dos *inputs* de produtos por um processo de produção industrial e capta o destino dos produtos.

O principal valor acrescentado do modelo de Victor (1972a) consistiu em alcançar um compromisso entre o modelo teórico e a respectiva aplicação empírica (Gloria, 2000; Cruz, 2002). No entanto, este modelo possui ainda alguns problemas de implementação devido à escassez de dados no que diz respeito aos fluxos ecológicos (Cruz, 2002).

### ***II.2.4. Modelos input-output aumentados externamente***

De acordo com Hendrickson *et al.* (2006) existem dois métodos distintos para incorporar os impactes ambientais. No primeiro método, efectua-se a endogeneização dos efeitos ambientais através do aumento da matriz de coeficientes técnicos com linhas e colunas de produtos de poluição (*e.g.* Leontief (1970a, 1973)). No segundo método há um aumento externo dos modelos I-O. Este tipo de modelos aumentados externamente mantém a consideração dos efeitos ambientais independente da matriz de coeficientes técnicos, mas utiliza a inversa de Leontief e os *outputs* determinados pelo modelo I-O para gerar resultados. De acordo com Miller e Blair (1985), os métodos que incorporam os impactes ambientais no modelo I-O de modo externo, quando desenvolvidos correctamente, conduzem a resultados computacionais equivalentes aos métodos de incorporação endógenos. Hendrickson *et al.* (2006) comprovam a equivalência dos dois métodos, tendo

demonstrado que: “Dado um modelo *input-output*  $n \times n$ , com uma matriz de coeficientes técnicos  $A$ , um vector de procura final  $y$ , e uma função  $D$  de impactes ambientais por dólar de *output* de cada sector, o resultado da endogeneização dos impactes ambientais através da adição de uma linha e coluna conduz ao mesmo resultado que se obtém com a criação externa de uma função de impacte ambiental – unitária<sup>II.5</sup>.”

O modelo I-O ambiental baseado na análise de ciclo de vida dos produtos insere-se neste tipo de métodos. As metodologias convencionais de análise do ciclo de vida (ACV) permitem efectuar uma análise dos potenciais impactes ambientais ao longo do ciclo de vida de um produto, desde a aquisição das matérias-primas à sua produção, utilização e deposição. A principal diferença entre a abordagem de ACV e o modelo I-O ambiental de ACV (IOA-ACV) reside na sua fronteira de aplicação. No modelo IOA – ACV os limites de aplicação são por definição toda a economia, reconhecendo-se inter-relações entre todos os sectores industriais (Hendrickson *et al.*, 2006).

Como já foi referido, a análise I-O não é apenas uma ferramenta poderosa para o estudo dos fluxos económicos, mas também um instrumento muito útil para a análise ambiental. Por outro lado, a ACV tem sido largamente adoptada, durante a última década, para a análise da concepção dos processos industriais, nomeadamente a partir da existência da norma ISO 14000 (Bras, 1997). No entanto, a complexidade do método de ACV torna-o de difícil aplicação, mesmo ao nível industrial (Borland *et al.*, 1998). Por outro lado, a ACV pode tornar-se redutora, na medida em que contempla apenas uma parte das descargas ambientais associadas ao produto ou aos processos em análise. De modo a colmatar esta questão, um grupo de investigadores da *Green Design Initiative*, da Universidade de Carnegie Mellon, efectuou a ligação das tabelas económicas I-O com inventários ambientais, tendo desenvolvido a análise IOA-ACV (Hendrickson *et al.*, 2006).

O modelo IOA-ACV considera, fundamentalmente, a combinação de três ferramentas: os modelos I-O, os inventários de geração de resíduos tóxicos e os consumos de energia por produtos (Gloria, 2000). O modelo IOA-ACV utiliza, normalmente, a tabela do tipo *produto por indústria* introduzida por Stone (1961, 1966) e posteriormente refinada por Victor (1972a). No entanto, também podem utilizar-se matrizes *indústria por indústria* ou *produto por produto*, dependendo do objectivo do estudo.

Neste modelo é considerada uma matriz ambiental,  $D$ , que é expandida de modo a incluir, por exemplo, os *inputs* energéticos e as emissões para o ambiente. A matriz  $D$  é normalizada de modo a contemplar descargas de resíduos poluentes (sob a forma de poluição atmosférica ou de deposição de resíduos no solo e na água) ou utilizações de diversas formas de energia por unidade monetária de *output* de cada sector. Posteriormente, obtém-se um vector de efeitos ambientais,  $e$ , pré-multiplicando os *outputs* totais pela matriz ambiental,  $D$  (Hendrickson *et al.*, 1998, 2006; Gloria, 2000):

$$e = Dx = D(I - A)^{-1} y = Ky \quad (\text{II. 26})$$

onde,  $x$  é o vector dos *outputs* totais,  $(I - A)^{-1}$  é a matriz inversa de Leontief,  $y$  é o vector da procura final e  $K$  é a matriz que expressa os requisitos (ou descargas de poluentes) directos e indirectos, por unidade monetária de procura final.

<sup>II.5</sup> Isto é, por unidade de *output*.

O inventário de dados do modelo IOA–ACV (*vide* Tabela II.1) não capta endogenamente a totalidade do ciclo de vida de um produto ou processo. O modelo retém a complexidade industrial e o consumo exógeno de bens acabados. Contudo, não permite efectuar uma análise das indústrias de reciclagem de modo a ilustrar, em pleno, as sequências do processo produtivo (Gloria, 2000).

O modelo IOA–ACV possui as mesmas limitações que o modelo I-O original, ou seja, não considera a substituição entre *inputs*; não admite economias de escala; quer a matriz I-O, quer a matriz ambiental, D, utilizam valores médios para todos os sectores; e considera a hipótese de os efeitos ambientais serem proporcionais ao preço do produto num sector de produção (Gloria, 2000).

Apesar das similaridades existentes entre a ACV e a abordagem I-O, os sistemas de ACV possuem diferenças importantes (Suh, 2004): na ACV não existem registos anuais de transacções disponíveis; as quantidades são expressas em unidades físicas, salientando-se os fluxos físicos em detrimento dos fluxos monetários; contemplam-se estádios de utilização e do fim de vida do produto, entre outros. Devido a estas diferenças pode tornar-se difícil efectuar a integração do modelo I-O e a ACV, pelo que têm sido desenvolvidas algumas reformulações da estrutura do modelo de ACV no contexto da análise I-O (*e.g.* Suh (2004); Pan e Kraines (2001)).

**Tabela II. 1.** Componentes do Inventário da IOA–ACV.

<b>Componente do inventário de análise do ciclo de vida do produto</b>	<b>Modelo IOA–ACV</b>
Matérias-primas	Vectores coluna da matriz dos empregos ( <i>use matrix</i> )
Processamento dos materiais	Vectores coluna da matriz dos empregos ( <i>use matrix</i> )
Processamento da manufactura	Vectores coluna da matriz dos empregos ( <i>use matrix</i> )
Produtos de consumo	Variável exógena representada pelo vector de procura final
Reutilização, reciclagem e <i>re-manufactura</i>	Vector linha de produtos secundários na matriz dos empregos ( <i>use matrix</i> )
Deposição	Não apreendido no modelo I-O ambiental

### II.2.5. A NAMEA, a SAM e o SESAME

A sinergia oferecida pela utilização conjunta das estatísticas produzidas e das abordagens de modelação com base na análise I-O tem vindo a condicionar o modo de produção das estatísticas de contabilidade nacional. Foi neste contexto que surgiram os novos sistemas estatísticos, que afluiremos em seguida.

A NAMEA (*National Accounting Matrix Including Environmental Accounts*) facultada dados económicos e ambientais consistentes com a abordagem de Leontief, sendo particularmente útil em termos analíticos. Desta forma, este sistema de contabilização permite alertar o público, em geral, para o facto de o desenvolvimento económico não se basear apenas na variação do volume do PIB (Keuning *et al.*, 1999). Esta matriz foi desenvolvida conceptualmente e aplicada empiricamente por Keuning, em colaboração com Gorter, Bosch e De Boo (*vide* Keuning, 2000).

De acordo com Sheng e Simon (2000) uma das principais vantagens desta abordagem reside na possibilidade da sua aplicação analítica, permitindo escrutinar a contribuição de cada sector não apenas para o PIB, mas também para os maiores problemas ambientais.

A metodologia assente na NAMEA pode ser particularmente útil para detectar as principais forças conducentes a alterações periódicas no desempenho ambiental de uma economia (*vide*, por exemplo, Haan (2001, 2002)).

No contexto nacional, Nhambiu e Ferrão (2006) utilizaram a NAMEA, juntamente com a abordagem IO-ACV, bem como outras extensões metodológicas enquadradas nestas ferramentas de análise (a abordagem IO-ACV híbrida), de modo a efectuar uma análise do desempenho ambiental de processos e produtos específicos (fabrico do vidro de garrafas). Os autores utilizaram as matrizes I-O e a NAMEA referentes aos períodos de 1993 e 1995. Estas tabelas foram utilizadas para determinar as contribuições de cada sector económico para o PIB e para o PAG. A evolução do PAG e do PIB, por sector económico, entre os anos de 1993 e de 1995, é útil para analisar, pelo menos, duas das dimensões da sustentabilidade de cada sector económico em Portugal.

Kratena (2004) refere que uma das melhorias a introduzir na abordagem assente na NAMEA consistiria na sua expansão para um sistema integrado, com a inclusão dos *ciclos bio-geoquímicos* (inclusão do ciclo do carbono).

Outro sistema de informação estatístico relevante é a SAM (*Social Accounting Matrix*). Sir Richard Stone deu um contributo pioneiro a esta abordagem com um artigo publicado em 1954: “*Input-Output and the Social Accounts*” (Santos, 2003). A incorporação de uma representação detalhada das famílias na descrição e análise das actividades de produção foi introduzida como uma expansão da análise I-O (Stone, 1970, 1986). Stone (1986) designou as contas sociais como uma descrição quantitativa e sistemática dos sistemas sociais, particularmente nos seus aspectos económicos. Este autor introduziu a ideia de expandir uma tabela I-O, desagregando apenas o grupo das famílias (utilizado para distinguir o consumo privado de outras

entregas para a procura final) em várias categorias, com base em critérios sociais e demográficos (Duchin, 1998).

Tal como as Contas Nacionais estão destinadas a medir o crescimento, a matriz de contas sociais, concebida por Stone, faculta uma descrição directa da distribuição do rendimento (Duchin, 1998; Duchin e Steenge, 1999). A forma genérica da SAM foi inicialmente descrita por Pyatt e Thorbecke (1976), tendo sido, desde então, largamente utilizada nos países em vias de desenvolvimento (Duchin, 1998).

Os estudos baseados na SAM podem ser limitados pela classificação rudimentar dos grupos de famílias, pela relevância dada apenas aos fluxos de rendimentos, e pela falta de uma dinâmica conceptual de enquadramento para projecção das transformações, ao longo do tempo, nas práticas de cada grupo familiar e das trocas na população entre os grupos de famílias (Duchin, 1998).

No entanto, a SAM tem sido utilizada em muitos países e regiões, possuindo uma larga panóplia de aplicações. A SAM pode ser utilizada para estudar a distribuição e redistribuição do rendimento (*e.g.* Pyatt e Roe (1977) e Keuning (1996)), estratégias de crescimento em países em vias de desenvolvimento (*e.g.* Pyatt e Round (1979) e Robinson (1986)), decomposição de multiplicadores de actividade que ilustram os circuitos que compreendem os fluxos circulares do rendimento (*e.g.* Stone (1981) e Pyatt e Round (1979)), a combinação de aspectos sociais, tecnológicos/ambientais e económicos (*e.g.* Resosudarmo e Thorbecke (1996); Khan (1997); Duchin (1998); Alrcón *et al.* (2000); Xie (2000)), bem como os fluxos económicos com os sub-sectores do governo (*e.g.* Santos (2003) construiu uma SAM agregada para a economia portuguesa para os períodos de 1998 e 1999, dando ênfase aos fluxos económicos com os sub-sectores do governo).

A abordagem assente na SAM pode também ser expandida, de modo a incluir os *inputs* obtidos a partir do ambiente natural e os *outputs* emitidos para esse ambiente, passando a designar-se por SAMEA (Duchin e Steenge, 1999).

Portanto, a SAM e a NAMEA são novas abordagens que permitem integrar dados de cariz económico, social e ambiental, nas quais, por analogia com as manipulações nas matrizes I-O convencionais, a maior parte dos sistema de contabilização pode ser convertido numa matriz de coeficientes (Duchin e Steenge, 1999). Deste modo, estes sistemas de contas satélite facilitam a comparabilidade e a consistência entre as estatísticas de âmbito social, económico e ambiental e uma subsequente análise integrada destes dados (Cruz, 2002).

O SESAME (*System of Economic and Social Accounting Matrices and Extensions*) é um sistema detalhado de informação estatística, consistindo em *sub-módulos* no formato matricial, a partir do qual um conjunto de indicadores económicos, sociais e *macro-ambientais* são obtidos (Keuning e Verbruggen, 2003). Como todos os subsistemas modulares se encontram ligados de modo similar ao núcleo da matriz de Contas Nacionais, o sistema assegura a coerência entre os subsistemas modulares.

O SESAME constrói-se com base nos mesmos princípios do Sistema de Contas Nacionais. Os indicadores chave são definidos e registados de tal modo que a informação pode ser extraída com diferentes níveis de agregação. A um nível mais agregado, o



SESAME faculta um conjunto de indicadores chave. A um nível mais detalhado, o SESAME contém um sistema de informação estatístico, onde os indicadores se encontram interligados, ou seja, existe uma inter-relação consistente entre os indicadores chave e o sistema de informação, que permite obter o seu poder analítico. Actualmente, dois dos subsistemas modulares do SESAME estão a ser utilizados na Europa: o módulo ambiental NAMEA e a matriz das contas sociais (SAM).

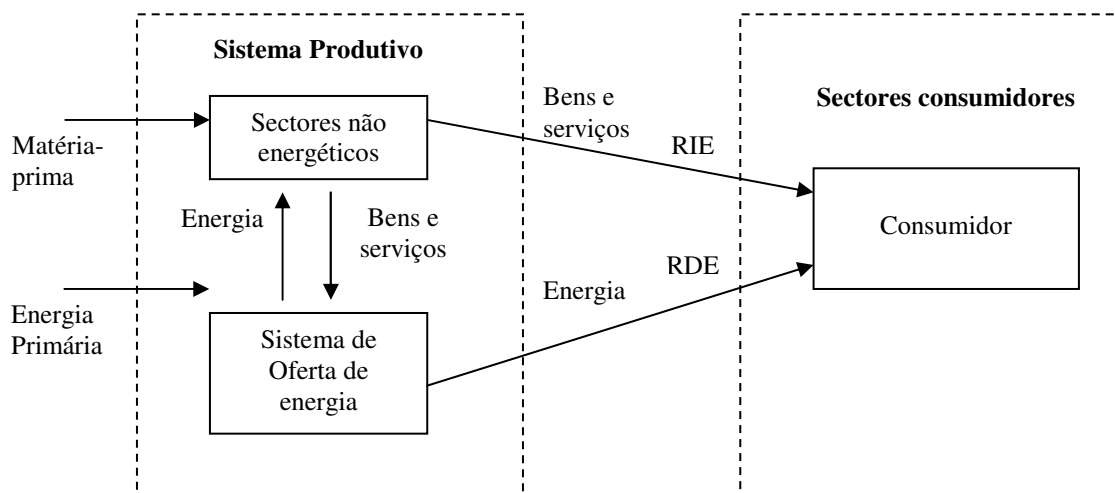
### ***II.3. O modelo input-output de energia***

Alguns dos modelos considerados nas secções anteriores podem ser vistos como basilares para a análise de energia durante as décadas de setenta e oitenta, expandindo a utilização da análise I-O para o campo da energia (Machado, 2000).

“*Quando alguém consome alguma coisa, consome energia*” (Bullard e Herendeen, 1975a). A energia é necessária para produzir, distribuir e vender todos os tipos de bens e serviços (Bullard *et al.*, 1978). Como as reservas de energia são finitas, e como todo o tipo de energia conduz a algum tipo de impacte ambiental, é do interesse geral possuir o conhecimento acerca do *custo energético* de todo o conjunto de bens e serviços produzidos numa economia. Neste contexto, o *custo energético* corresponde à quantidade total de energia requerida para suportar todas as actividades necessárias para a entrega de um produto. Uma das motivações para a determinação do custo total de energia reside na magnitude dos requisitos directos e indirectos de energia. A energia é consumida directamente na forma de gasolina, electricidade ou gás natural, por exemplo. Por outro lado, é consumida indirectamente quando utilizada na economia para produzir outros bens e serviços adquiridos pelos consumidores (*vide* Figura II.13).

Uma percentagem de energia é utilizada pelo sector privado (*e.g.* pelas famílias, nos transportes privados). Outra percentagem é fornecida aos sectores industriais e é procurada pelos consumidores através da aquisição de produtos não energéticos. A restante pode ser utilizada nas actividades governamentais e nas exportações. Deste modo, os requisitos indirectos de energia são extremamente importantes. De facto, tem-se verificado que o consumidor médio procura mais energia indirectamente do que directamente (Bullard *et al.*, 1978).

Apesar da importância da energia no funcionamento dos sistemas económicos, foi apenas a partir do início da década de setenta que a análise da economia em termos energéticos foi efectuada (Cruz, 2002). Uma das maiores contribuições, neste âmbito, resultou do trabalho desenvolvido por Odum (1971), a partir do qual se infere que a energia não se deve tratar como um *input* convencional da economia, mas como um *input* restritivo, determinando a natureza, velocidade e, finalmente, a extensão do crescimento económico. Por outro lado, as crises de petróleo na década de setenta também contribuíram para o reconhecimento da importância da energia na economia mundial, tendo-se considerado, desde então, o consumo desta como um indicador de primeira instância para os impactes ambientais globais (Brown e Herendeen, 1996).



Nota: RIE – Requisitos indirectos de energia; RDE – Requisitos directos de energia.

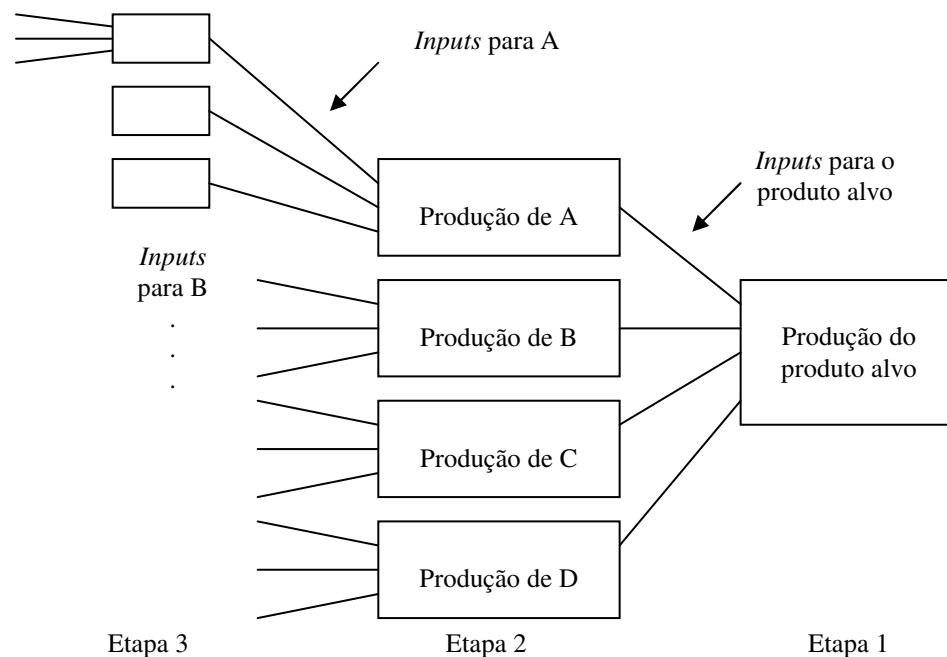
**Figura II. 13.** Requisitos directos e indirectos de energia para o consumidor (Wilting, 1996).

Brown e Herendeen (1996) definem a *análise de energia* como “o processo de determinação da energia directa e indirectamente requerida para permitir que um sistema (usualmente um sistema económico) produza um bem ou serviço específicos”.

Existem, na literatura científica, diversos estudos acerca dos requisitos de energia dos materiais, produtos e sectores económicos (*e.g.* Chapman (1974) calculou o custo de energia do alumínio e do cobre; Berry *et al.* (1975) estudaram os requisitos de energia de alguns materiais de embalagens, comparando polímeros com algumas alternativas; Berry e Fels (1973) determinaram o custo energético dos automóveis; Chapman *et al.* (1974) determinaram o custo energético dos combustíveis; Leach (1976) determinou o custo energético da produção de alimentos; Wright (1974) e Bullard e Herendeen (1975a, 1975b) determinaram o custo energético de bens e serviços através da análise I-O; Hannon (1974) comparou as intensidades energéticas dos sectores económicos com as intensidades de trabalho).

O custo energético de qualquer actividade económica pode ser expresso através de dois métodos genéricos: a análise I-O e a *análise de processos* (Bullard *et al.* 1978).

A análise de processos é geralmente mais adequada quando se pretendem estudar os fluxos directos de energia para os processos. Cada etapa sucessiva deste método vai permitindo identificar *inputs* energéticos cada vez menos representativos. No final, todos estes *inputs* são somados de modo a obter a intensidade energética total do produto em análise. O primeiro *input* de energia é considerado directo, os restantes são requisitos indirectos de energia (*vide* Figura II.14.). Na prática, esta análise termina quando se crê que os *inputs* adicionam uma quantidade negligenciável de energia utilizada. No entanto, dado que não há garantia de que os *inputs* não considerados somem uma quantidade negligenciável de energia, esta metodologia contém limitações.



**Figura II. 14.** Etapas sucessivas numa análise de processos (Bullard *et al.*, 1978).

De acordo com Miller e Blair (1985) a análise I-O de energia (AIOE) pode ser vista como uma forma particular da análise de processos; contudo, na prática, cada técnica é útil de acordo com a especificidade do problema em análise. Por exemplo, a utilização da AIOE adequa-se à análise de um problema agregado de âmbito nacional, dado que a base de dados utilizada numa situação deste tipo se baseia num modelo sectorial de toda a economia de um país, enquanto a análise de processos é mais apropriada para o estudo de processos, produtos ou cadeias de produção específicos, para os quais os fluxos físicos de bens e serviços são facilmente obtidos (Bullard *et al.*, 1978).

Os primeiros estudos significativos neste campo de análise foram, provavelmente, os publicados por Wright (1974), que estimou os custos energéticos dos bens e serviços com base em dados I-O do Reino Unido e dos EUA, e por Pick e Becker (1975) com uma análise similar para o Reino Unido. Ambos os estudos assumiam tarifas energéticas uniformes para todos os sectores económicos, de modo a converter os valores das tabelas, em dólares, em fluxos energéticos equivalentes. No entanto, os fundamentos da AIOE, tal como é conhecida actualmente, devem-se ao trabalho pioneiro de Bullard, Herendeen e Hannon e aos seus colegas do Centro de Computação Avançada da Universidade de Illinois (Peet, 1993). Bullard e Herendeen (1975a, 1975b) tiveram em consideração que, na prática, existem diferenças substanciais nos preços da energia pagos pelos diferentes sectores da economia. Como o produto de um sector é, usualmente, o *input* de outro, o pressuposto da existência de um preço único para toda a energia de um determinado tipo, utilizada, directa e indirectamente, por uma única indústria pode conduzir a erros

substanciais nos resultados. De acordo com Lenzen (1998), uma descrição puramente monetária dos requisitos intra-industriais faculta uma visão distorcida da dependência energética das indústrias. Assim, sempre que seja possível, devem utilizar-se dados físicos para os fluxos de energia, sem a conversão dos valores monetários através dos preços.

Nas secções seguintes serão examinados os fundamentos de alguns modelos de energia baseados em análise I-O, incluindo a determinação das intensidades energéticas (custo energético dos bens e serviços). O objectivo não consiste na análise de todas as aplicações deste tipo de modelos em detalhe, mas apenas em ilustrar as questões que devem ser consideradas, mais frequentemente, no enquadramento da AIOE.

### ***II.3.1. Quantificação e papel da energia na economia***

A investigação do papel da energia na economia envolve a agregação de diferentes fluxos de energia. Existe uma diversidade de métodos para este efeito, mas nenhum foi aceite universalmente. Cleveland *et al.* (2000) demonstram que a utilização de diferentes métodos de agregação produz efeitos distintos nos resultados analíticos.

A forma mais simples de agregação de energia, assumindo que cada variável se encontra nas mesmas unidades, consiste em adicionar as variáveis individuais de acordo com os seus equivalentes térmicos (Btus - *british thermal units*, j - joules, tep – toneladas equivalentes de petróleo, entre outros) (Cleveland *et al.*, 2000).

A vantagem desta abordagem reside no facto de utilizar um sistema de contabilização bem definido e simples, baseado na *conservação da energia*. No entanto, esta convenção ignora diferenças qualitativas (isto é, diferenças de utilidade económica relativa, por unidade calorífica equivalente dos diferentes combustíveis e electricidade) entre os vectores de energia (Cleveland *et al.*, 2000).

Schurr e Netschert (1960) foram dos primeiros investigadores a reconhecer a importância económica da qualidade da energia (Cleveland *et al.*, 2000). Após verificarem que a composição da utilização de energia sofre alterações significativas ao longo do tempo, estes autores referem que a troca geral para combustíveis de maior qualidade influencia a quantidade de energia requerida para produzir o Produto Nacional Bruto.

### II.3.2. A lei da conservação de energia

Como foi referido nas secções anteriores, alguns economistas incorporaram o conceito de *equilíbrio dos materiais* nas teorias de fluxos físicos de materiais do ambiente natural para a economia e *vice-versa* (*vide* Ayres e Kneese (1969)). Deste modo, não é de estranhar a extrapolação deste conceito teórico para o âmbito da economia da energia, que tenta incorporar, até determinado nível, o conceito de *conservação da energia*.

Para Miller e Blair (1985), a abordagem preferencial a seguir no tratamento dos dados da matriz I-O é a que utiliza unidades híbridas, porque permite satisfazer a condição de *conservação de energia*. De acordo com estes autores esta condição traduz-se no seguinte (Miller e Blair, 1985): “*No cálculo da intensidade energética de um produto, distinguiremos entre os sectores de energia primária (e.g. petróleo bruto ou carvão) e os sectores de energia secundária (e.g. petróleo refinado ou electricidade). Os últimos recebem energia primária como input e convertem-na em formas de energia secundária. Portanto, se calcularmos em simultâneo a quantidade total de energia primária requerida para produzir um output industrial e a quantidade total de energia secundária requerida para produzir esse mesmo output, estas deverão ser iguais, líquidas de qualquer perda de energia na conversão de energia primária em energia na forma secundária, por exemplo, produção de energia eléctrica a partir do carvão. Diferentes tecnologias possuem, claro, diferentes eficiências de conversão de energia. Assim, a nossa formulação input-output de energia deverá incluir a condição de que a intensidade energética primária total de um produto deverá igualar a intensidade energética secundária total do produto mais a quantidade de energia perdida na conversão de energia.*”

De acordo com Arrous (2000), a definição de *conservação de energia* dada *a priori* por Miller e Blair (1985) na apresentação do modelo I-O de energia pode não ser relevante. Arrous (2000) demonstrou que, para esta condição se verificar, é necessário existir uma estrutura particular da economia, onde um produto energético é inteiramente utilizado no consumo intermédio, ou seja, não é utilizado para a procura final. Esta estrutura particular da economia (onde o petróleo bruto não é exportado) é precisamente utilizada no exemplo numérico de Miller e Blair (1985), que corresponde à estrutura da economia americana, mas não constitui o caso geral. Arrous (2000) considera um exemplo numérico correspondente ao caso geral, onde o petróleo bruto pode ser exportado, demonstrando que a energia é conservada, no sentido utilizado na física, propriedade que se deduz a partir da estrutura geral do modelo I-O. Em termos globais, a energia é conservada tal como os bens são *conservados* na análise I-O tradicional: a produção total de cada bem é utilizada totalmente na procura intermédia e na procura final (Arrous, 2000). De acordo com este autor não é necessário contemplar, na análise I-O de energia, uma definição específica de conservação de energia (Arrous, 2000).

Proops (1977) refere que a energia é necessária para as actividades produtivas, que consistem na transformação de *inputs* em *outputs*. Nestes processos, alguma desta energia permanece armazenada nos *outputs*, mas a maior parte é simplesmente dissipada, reflectindo a natureza irreversível destas actividades produtivas.

Uma das principais preocupações dos analistas de energia relaciona-se com as questões da *conservação de energia*, mas talvez no sentido em que cada processo produtivo deva ser escolhido de modo a minimizar os requisitos de energia (Webb e Pearce, 1975). Por exemplo, de acordo com Bullard e Herendeen (1975b), a determinação do custo energético dos bens e serviços resulta fundamentalmente do interesse na *conservação de energia* e do potencial de poupança de energia através da substituição dos produtos e serviços.

### II.3.3. A condição de equilíbrio energético na AIOE

Em geral, o ponto de partida para o tratamento dos fluxos de energia envolvidos nos fluxos de bens numa economia, utilizando um formato I-O, é a ideia de *conservação da energia incorporada* (Cruz, 2002). Bullard e Herendeen (1975a, 1975b) referem, neste contexto, que a “*energia dissipada ou que entrou em combustão num sector da economia é transferida através da sua incorporação no produto*”. Formalmente, este facto pode traduzir-se na definição da equação de *equilíbrio energético* para cada sector, onde se assume que a energia requerida para os *inputs* do sector *j*, mais a energia consumida nesse sector, é transferida como parte do *output* do sector *j* (Bullard e Herendeen, 1975a, 1975b; Machado, 2000). Proops (1977) também considera que a noção de energia incorporada é apenas uma identidade formal de contabilização, dado que a energia realmente incorporada num bem, em termos da sua estrutura física, é usualmente muito inferior ao produto da intensidade energética do bem pela respectiva quantidade adquirida.

O conceito de equilíbrio energético pode ilustrar-se, considerando um sistema económico composto por *n* sectores, cada um produzindo apenas um *output* (Figura II.15).

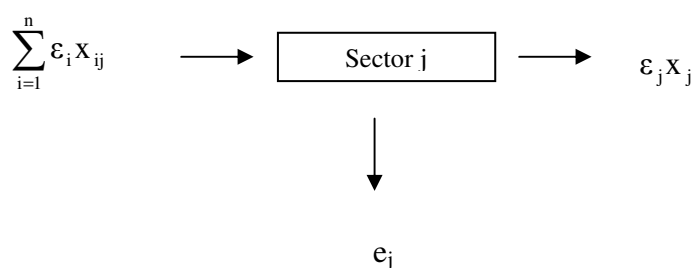


Figura II. 15. Diagrama simples de equilíbrio energético.

Os símbolos da Figura II.15 representam:

- $x_{ij}$  – transacção do sector *i* para o sector *j*;
- $x_j$  – *output* total do sector *j*;

- $\varepsilon_j$  – intensidade de energia incorporada por unidade de  $x_j$  (ou seja, a quantidade de energia primária, directa e indirectamente, dissipada na produção e entrega de uma unidade do bem ou serviço  $j$ );
- $e_j$  – energia extraída da terra pelo sector  $j$ ; não nulo apenas para os sectores de energia primária.

A Figura II.15 permite ilustrar o facto de a energia incorporada no *output* de um sector ser igual à energia incorporada nos seus *inputs*, mais a energia extraída da terra por esse sector. Portanto, se a intensidade energética do *output* de um sector  $j$  é  $\varepsilon_j$ , a energia totalmente incorporada nesse *output* corresponde a  $\varepsilon_j x_j$  e é igual à soma de todos os *inputs* energéticos dos outros sectores, ou seja,  $\sum_{i=1}^n \varepsilon_i x_{ij}$ , mais a energia extraída da terra pelo sector,  $e_j$ . Deste modo, pode escrever-se uma equação de equilíbrio energético com base na Figura II.15 para cada sector  $j$ , ou seja, um conjunto de  $n$  equações de equilíbrio (Peet, 1993; Bullard e Herendeen, 1975a, 1975b):

$$\sum_{i=1}^n \varepsilon_i x_{ij} + e_j = \varepsilon_j x_j, j = 1, \dots, n. \quad (\text{II. 27})$$

De facto, esta expressão e a expressão obtida pela soma vertical dos *inputs* no modelo I-O tradicional (*vide* secção II.1.3, expressão (II.4)) apenas diferem nos seguintes aspectos (Casler e Wilbur, 1984): os *inputs* primários são dados pelas unidades de energia extraídas da terra pelo sector ( $e_j$ ), em vez de serem dados pelo valor acrescentado, e os *inputs* intermédios ( $x_{ij}$ ) são pré-multiplicados pela respectiva intensidade energética ( $\varepsilon_i$ ), de modo a obter uma equação em unidades equivalentes de energia.

De acordo com Bullard e Herendeen (1975a) apesar das similaridades aparentes entre a análise I-O de energia e a teoria I-O clássica, existem algumas diferenças. Em primeiro lugar, as matrizes de coeficientes técnicos na maioria das aplicações I-O clássicas são expressas em unidades monetárias de  $i$  por unidades monetárias de  $j$ . Na análise I-O de energia são definidas intensidades energéticas em termos de unidades físicas (*e.g.* Btu, teqs ou joules) ou em quaisquer outras unidades que se considerem mais representativas da energia incorporada. A segunda maior diferença reside na severidade do pressuposto de que a matriz de coeficientes técnicos é constante, independentemente da escala e do tempo. Esta hipótese restritiva é meramente suficiente para obter as intensidades energéticas. No modelo de Bullard e Herendeen (1975a, 1975b) é apenas necessário assumir que as intensidades energéticas obtidas para um ano base são independentes da escala e do tempo, ou seja, é apenas necessário que um produto tenha a mesma intensidade energética de um ano para o seguinte; nem todos os aspectos do processo de produção se mantêm obrigatoriamente idênticos.

No entanto, Cruz (2002) refere que a interpretação do conceito de energia incorporada, como sendo a energia directa e indirectamente necessária para produzir uma unidade de produto, pode conduzir a uma dupla contabilização, caso se efectue a soma da energia incorporada no *output* total de todos os sectores.

Na realidade, alguns sectores de energia processam vários tipos de energia noutra forma, tal como o sector de produção de energia eléctrica. Estes sectores de energia secundária não extraem *inputs* energéticos da terra, mas recebem-nos incorporados nas suas aquisições aos sectores de energia primária. Para determinar a intensidade energética da electricidade dos bens e serviços, é apenas necessário extrair a linha referente ao sector de electricidade da matriz inversa de Leontief,  $(I - A)^{-1}$ . Matematicamente, esta operação consiste em imaginar uma extracção de electricidade artificial directamente da terra, a partir do sector de electricidade (Bullard e Herendeen, 1975a). Por este motivo, as intensidades energéticas das formas de energia primárias e secundárias não devem ser somadas para obter o total de intensidades de energia primária; por exemplo, o carvão utilizado na produção de electricidade poderia ser duplamente contabilizado.

### ***II.3.4. A incerteza associada à AIOE***

Uma fonte de incerteza associada à AIOE é a variação do nível de preços ao longo do tempo. Devido à inflação, o nível de preços pode alterar-se, enquanto as quantidades físicas de energia (e os custos de energia) podem não variar. As variações no nível de preços podem ser aproximadamente corrigidas através do uso de deflatores; contudo, estes são, por vezes, imprecisos e podem não estar em consonância com a definição dos sectores. A quantificação a preços constantes é uma medida substituta para a utilização de unidades físicas (Bullard *et al.*, 1978).

Outra fonte de incerteza é a alteração da estrutura da economia e da tecnologia de produção dos bens e serviços, representada na matriz de coeficientes técnicos - *A*. As intensidades de energia são uma função de *A* e, à medida que as alterações tecnológicas ocorrem ao longo do tempo, a incerteza associada às intensidades energéticas aumenta. Alguns estudos permitiram identificar os parâmetros na matriz *A* que são mais importantes para a análise de energia, sendo possível efectuar actualizações nesta, de modo a reflectir os avanços tecnológicos mais recentes (*e.g.* Wilting (1998, 2004)).

Alguma da incerteza existente na matriz das intensidades energéticas deve-se à agregação sectorial. Em termos ideais, cada produto deveria corresponder a um único *output* de cada sector e possuir, portanto, um único coeficiente de energia. Contudo, na prática, muitos bens ou serviços similares, com um determinado custo de energia, são agrupados num único sector. Por outro lado, tornar-se-ia demasiado oneroso recolher dados para todos os coeficientes tecnológicos existentes na economia. Neste contexto, pode ser interessante saber apenas quanto da produção de um sector é utilizado para produzir um produto alvo. Quando o produto alvo é um produto típico do *output* do sector, a intensidade energética do sector é uma medida relativamente precisa do seu custo de energia. Caso o produto alvo seja uma parte menor do *output* de um sector com uma produção muito diversificada, a análise I-O pode ser pouco profícua (Bullard *et al.*, 1978).

As convenções económicas de contabilização podem também conduzir a problemas de imprecisão. Em geral, os dados são recolhidos a partir das empresas e não a partir dos consumidores, sendo baseados no valor do produto das empresas, ou seja, ao preço do



produtor. Contudo, os consumidores pagam não só este preço, mas também as margens de comércio, os custos de transporte e seguros requeridos para o produto entrar no mercado. Para um produto como o aço, o impacto da inclusão explícita das margens de comércio e transporte pode ser muito significativo. No entanto, em produtos como os computadores, por exemplo, este problema pode não se colocar porque a intensidade energética destes é aproximadamente igual à do comércio (*vide* Bullard *et al.* (1978)).

Outra convenção económica corresponde à consideração das aquisições de bens de capital como *outputs* líquidos do sistema económico e não como *inputs* para o processo de produção. Deste modo, as intensidades energéticas facultadas pela metodologia I-O de energia não incluem a energia requerida para construir as fábricas ou as máquinas utilizadas em cada sector (Bullard *et al.*, 1978). Esta situação pode corrigir-se através da utilização dos requisitos de capital, de modo a que as intensidades energéticas incluam a energia requerida para construir os bens de capital.

Pode haver ainda incerteza nos resultados devido a erros de recolha e processamento dos dados acerca da tecnologia de produção de bens e serviços. Estes erros podem dever-se a uma cobertura incompleta de população, erros resultantes de *mal entendidos*, prestação de falsas declarações, erros de amostra inerentes a pesquisas de empresas, erros de classificação, problemas de separação das empresas dos estabelecimentos, erros de transcrição, entre outros. Têm sido desenvolvidos esforços para estimar estocasticamente estes erros e para avaliar o seu impacto nas intensidades de energia (Bullard *et al.*, 1978).

Finalmente, devido ao nível de agregação das tabelas I-O, não é possível expressar, em geral, cada *output* sectorial em termos de unidades físicas. Deste modo, os fluxos físicos são proporcionais aos valores monetários. Por outro lado, os dados são recolhidos com base em estabelecimentos e não directamente com base em processos, surgindo erros resultantes da produção de produtos secundários e dos pressupostos de linearidade.

### ***II.3.5. Modelos input-output de energia e emissões de CO<sub>2</sub>***

As emissões de CO<sub>2</sub> são produzidas quando os combustíveis compostos por carbono entram em combustão. Neste contexto, o cálculo das intensidades de CO<sub>2</sub> pode ser efectuado de modo análogo à determinação das intensidades energéticas. A intensidade de CO<sub>2</sub> de um sector económico corresponde às emissões totais de CO<sub>2</sub> por unidade de produção desse sector. Como as emissões de CO<sub>2</sub> resultam fundamentalmente da combustão de combustíveis fósseis, existe uma relação directa entre a utilização de energia e as emissões de CO<sub>2</sub> (Wilting, 1996).

O modelo *input-output* para a produção de CO<sub>2</sub> de Proops *et al.* (1993) começa por centrar a sua atenção nos requisitos de energia primária para produção e consumo numa economia<sup>II.6</sup>.

---

<sup>II.6</sup> Este modelo foi recentemente aplicado ao estudo da intensidade energética e das emissões de CO<sub>2</sub> a nível nacional (*vide* Cruz e Barata (2007)).

Suponha-se, por simplificação, que um determinado país utiliza três tipos de combustíveis fósseis na produção (ou de energia primária):

- Gás (1);
- Carvão (2);
- Petróleo (3).

Os tipos de combustíveis fósseis são indicados através do índice  $j$ , onde  $j \in \{1, 2, 3\}$ .

As utilizações totais de combustíveis fósseis na produção representam-se por  $f_j$ , para o tipo de combustível  $j$ , onde  $f_j$  é um elemento de  $\mathbf{f}$ , que é um vector  $(3 \times 1)$ , contendo as quantidades dos três combustíveis fósseis utilizadas pelos sectores de produção.

Pode então relacionar-se este vector de utilização de combustíveis, na produção, com a produção total de emissões de  $\text{CO}_2$  correspondentes. Para o combustível  $j$ , supõe-se que a quantidade de emissões de  $\text{CO}_2$  por unidade de combustível é  $c_j$ . Estes três elementos formam um vector  $(3 \times 1)$ ,  $\mathbf{c}$ . Se se multiplicar este vector pelo vector  $\mathbf{f}$ , obtém-se a produção total de emissões de  $\text{CO}_2$  resultante das actividades produtivas,  $C_{\text{ind}}$ , ou seja:

$$\mathbf{c}^T \mathbf{f} = C_{\text{ind}} \quad (\text{II. 28})$$

Em seguida, desagrega-se a utilização de combustíveis, dada pelo vector  $\mathbf{f}$ , pelos sectores de produção, supondo que existem  $n$  sectores de produção na economia considerados através do índice  $i$ , com  $i \in \{1, \dots, n\}$ .

Considere-se que a quantidade física do combustível  $j$  utilizada pelo sector  $i$  é dada por  $f_{ij}$ . O próximo passo consiste em associar a utilização dos combustíveis fósseis ao nível de actividade dos sectores. Assumindo que a utilização de combustíveis fósseis é proporcional ao *output* total de cada sector, podem definir-se as constantes de proporcionalidade que relacionam o *output* total com a utilização de combustíveis fósseis:

$$h_{ij} = \frac{f_{ij}}{x_i} \quad (\text{II. 29})$$

onde  $h_{ij}$  é um elemento da matriz  $H$  ( $n \times 3$ ), em que cada elemento de  $H$  corresponde à intensidade de utilização de um dado combustível por um dado sector e  $x_i$  é o *output* total do sector  $i$ .

Atendendo à definição de  $H$ , se multiplicarmos a sua transposta à direita pelo vector de produção total,  $\mathbf{x}$ , obtém-se o vector  $(3 \times 1)$  da utilização de combustíveis fósseis na produção,  $\mathbf{f}$ :

$$H^T \mathbf{x} = \mathbf{f}. \quad (\text{II. 30})$$

Se multiplicarmos ambos os lados da expressão (II.30) por  $\mathbf{c}^T$  obtém-se:

$$\mathbf{c}^T H^T \mathbf{x} = C_{\text{ind}}. \quad (\text{II. 31})$$

Os elementos de  $\mathbf{c}^T \mathbf{H}^T$  são referidos como intensidades de CO<sub>2</sub>, uma vez que indicam a quantidade de CO<sub>2</sub> gerada por unidade de *output* total para cada sector.

Substituindo  $\mathbf{x}$  por  $(\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} \mathbf{y}$  na expressão (II.31) obtém-se:

$$\mathbf{c}^T \mathbf{H}^T (\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} \mathbf{y} = \mathbf{C}_{\text{ind}}. \quad (\text{II. 32})$$

Esta expressão pode ser utilizada para definir um novo vector de intensidades de CO<sub>2</sub>,  $\mathbf{c}^T \mathbf{H}^T (\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}$ , que permite observar as emissões directas e indirectas de CO<sub>2</sub> por unidade de procura final.

Relembrando que:

$$(\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} \cong \mathbf{I} + \mathbf{A} + \mathbf{A}^2 + \mathbf{A}^3 + \dots \quad (\text{II. 33})$$

Pré-multiplicando a expressão (II.33) por  $\mathbf{c}^T \mathbf{H}^T$  obtém-se:

$$\begin{aligned} \mathbf{c}^T \mathbf{H}^T (\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} &\cong \mathbf{c}^T \mathbf{H}^T (\mathbf{I} + \mathbf{A} + \mathbf{A}^2 + \mathbf{A}^3 + \dots) = \\ &= \mathbf{c}^T \mathbf{H}^T + \mathbf{c}^T \mathbf{H}^T \mathbf{A} + \mathbf{c}^T \mathbf{H}^T \mathbf{A}^2 + \mathbf{c}^T \mathbf{H}^T \mathbf{A}^3 + \dots, \end{aligned} \quad (\text{II. 34})$$

onde o primeiro elemento corresponde ao efeito directo do *output* nas emissões de CO<sub>2</sub>; o segundo elemento é a intensidade correspondente ao primeiro efeito indirecto; o terceiro elemento ao segundo efeito indirecto e assim sucessivamente. Portanto, a soma de todos os elementos, após o primeiro, totaliza o efeito indirecto do *output* nas emissões de CO<sub>2</sub>.

Considere-se um vector,  $\mathbf{y}_d$ , (3×1) para designar a procura final directa dos três tipos de combustíveis fósseis definidos anteriormente, em unidades físicas. Utilizando o vector  $\mathbf{c}$  é possível relacionar a utilização dos combustíveis fósseis com as emissões de CO<sub>2</sub>, de modo a obter as emissões de CO<sub>2</sub> directamente atribuíveis à procura final de combustíveis fósseis,  $\mathbf{C}_{\text{pf}}$ . Deste modo, obtém-se:

$$\mathbf{c}^T \mathbf{y}_d = \mathbf{C}_{\text{pf}}. \quad (\text{II. 35})$$

O vector  $\mathbf{y}_d$  pode relacionar-se com o valor da procura final, dado pelo vector  $\mathbf{y}$ .

A procura final é composta por quatro grandes agregados: consumo privado, consumo público, exportações e investimento. A utilização de combustíveis fósseis nos consumos privado e público pode corresponder claramente a emissões de CO<sub>2</sub>; contudo, a utilização destes nas exportações e no investimento, não. Assim, é necessário considerar a procura final directa de combustíveis fósseis, excluindo as exportações e o investimento.

Considere-se o vector,  $\mathbf{y}$ , de procura final. É possível modificar este vector de modo a que represente apenas a procura interna de combustíveis (isto é, sem considerar as exportações), pré-multiplicando-o por uma matriz (n×n),  $\mathbf{Z}$ . Esta matriz contém apenas três elementos não nulos para os sectores de carvão, petróleo e gás. Os elementos de  $\mathbf{Z}$  correspondem simplesmente aos rácios entre o consumo final (consumo público e privado) e a procura final total (de combustíveis), relativamente aos três combustíveis fósseis, respectivamente, em unidades monetárias. Portanto, é necessário utilizar um vector de procura final modificado,  $\mathbf{Zy}$ .

Para obter o valor de  $Zy$  em unidades físicas é necessário considerar uma matriz de mediação ( $3 \times n$ ),  $P$ , com apenas três elementos não nulos, um por cada tipo de combustível, onde cada um expressa a quantidade física de combustíveis fósseis requerida por unidade de procura final de combustíveis fósseis em unidades monetárias, também designados por *intensidades energéticas correspondentes à procura de consumo directo* (Cruz, 2002).

Deste modo, os requisitos finais de energia para a procura final podem representar-se pela expressão:

$$y_d = PZy. \quad (\text{II. 36})$$

Substituindo (II.36) em (II.35) obtém-se:

$$c^T PZy = C_{pf}. \quad (\text{II. 37})$$

Portanto, as emissões totais de  $CO_2$  produzidas numa economia,  $C$ , correspondem a:

$$\begin{aligned} C = C_{ind} + C_{pf} &\Leftrightarrow c^T H^T (I - A)^{-1} y + c^T PZy \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow C = [c^T H^T (I - A)^{-1} + c^T PZ] y. \end{aligned} \quad (\text{II. 38})$$

A expressão (II.38) permite observar a relação entre a utilização de combustíveis e as respectivas emissões de  $CO_2$  com o vector de procura final. De facto, as emissões totais de  $CO_2$  de uma economia são atribuídas à procura final, o que pode ser particularmente útil para objectivos de análise política, dado que, por último, a utilização de combustíveis fósseis e as respectivas emissões de  $CO_2$  podem ser imputadas às aquisições das famílias.

## ***II.4. O modelo input-output no contexto dos modelos de programação matemática***

A análise I-O e a PL estão intrinsecamente relacionadas. Na sua forma mais simples, obedecendo à hipótese de não existência de *inputs* substituíveis, a análise I-O pode ser vista como um caso particularmente simples da PL (Dorfman *et al.*, 1958). A utilização da metodologia I-O no âmbito dos modelos de PL permite obter informação que não seria possível alcançar com a aplicação separada de ambas as técnicas. As relações inter/intra-sectoriais estabelecidas na análise I-O permitem obter a fronteira de possibilidades de produção. Os modelos de PL permitem escolher o nível óptimo das actividades, que cumpre certo objectivo de modo mais adequado, respeitando as relações de produção impostas pela análise I-O. Os estudos tradicionais que utilizam a análise I-O no quadro da PL fazem-no, de um modo geral, para uma determinada economia regional, apenas com um objectivo a maximizar ou a minimizar. Muller (1979) propõe um modelo de PL que permite avaliar as implicações da maximização do rendimento, na região de Rijnmond, nas concentrações de poluição do ar, considerando apenas como restrições a imposição de um limite superior à força de trabalho disponível, a imposição de um nível mínimo de produção aos sectores de actividade e de um nível máximo de produção ao sector agrícola. Uma segunda variante deste modelo inclui restrições que impõem limites superiores à

poluição atmosférica, à utilização da força de trabalho, à procura final e à produção agrícola. Kazantzev (1985) descreve um modelo de PL, com base no sistema I-O, onde é maximizado o consumo das actividades não produtivas, de acordo com a estrutura económica de cada período de tempo. Este modelo considera restrições de capacidade de produção para cada sector, existências e força de trabalho disponíveis e tem como objectivo comparar o nível de produção dos sectores produtores de bens de capital com a quantidade de recursos financeiros disponíveis para esses sectores. Lipinski (1985) utiliza um modelo de PL assente em análise I-O, considerando apenas como função objectivo a maximização da satisfação da procura final. Este modelo destina-se a avaliar as desproporções estruturais na economia nacional da Polónia. Moulik *et al.* (1992) consideram apenas como objectivo a minimização dos custos totais do sistema de energia, num modelo de PL proposto para o planeamento energético da Índia. Kondo e Nakamura (2005) e Kondo e Takase (2003) consideram uma extensão do modelo I-O convencional para o Japão, integrando os fluxos de bens e de resíduos no modelo e considerando a dinâmica de tratamento de resíduos. O objectivo consiste em minimizar a deposição de resíduos, quer pelos sectores produtores de bens ou serviços, quer pelos sectores de tratamento de resíduos.

As decisões estratégicas são, no entanto, tomadas num ambiente crescentemente complexo e em permanente mutação. Deste modo, a realidade é essencialmente caracterizada por objectivos múltiplos conflituosos e incomensuráveis. Por este motivo, os modelos matemáticos de apoio à decisão tornam-se mais representativos da realidade se forem tidos em conta vários aspectos distintos de avaliação do mérito das soluções potenciais para um determinado problema. Deste modo, preocupações ambientais, económicas e sociais, por exemplo, devem ser consideradas de forma explícita e não agregadas num único indicador de carácter económico.

Os modelos multiobjectivo permitem captar a diversidade de aspectos de avaliação, geralmente conflituosos e não comensuráveis, onde o AD se depara com a necessidade de procurar compromissos entre objectivos, permitindo racionalizar a comparação entre diferentes soluções alternativas, uma vez que não existe uma solução admissível que optimize simultaneamente todas as funções objectivo (Steuer, 1986; Roy, 1985, 1990; Clímaco *et al.*, 2003). Num contexto multiobjectivo, o conceito de solução óptima, considerado nos modelos com apenas um objectivo, dá lugar ao conceito de soluções eficientes ou não dominadas (soluções admissíveis para as quais não é possível melhorar uma função objectivo sem sacrificar pelo menos uma das outras funções objectivo).

Os métodos de PLMO com base na metodologia I-O têm sido aplicados ao planeamento económico/energético. Martins (1983) propôs um modelo de PLMO assente na análise I-O para o planeamento económico relacionado com o racionamento de energia em situações de crise. O modelo considera como funções objectivo a maximização do consumo privado, a maximização do volume de emprego, a minimização do défice da balança corrente de pagamentos e a minimização das importações de petróleo bruto. Quaddus *et al.* (1985) utilizam uma abordagem interactiva, juntamente com o modelo I-O, para o planeamento económico do Bangladesh. As funções objectivo consideradas são a maximização do Produto Nacional Bruto em relação a um ano base, a minimização do défice da balança comercial e a maximização da percentagem de emprego relativamente à população activa em 1985. Hsu *et al.* (1987) utilizaram o método NISE (*Non-Inferior Set*

*Estimation*), juntamente com o modelo inter-industrial de Leontief, para determinar os *trade-offs* entre o crescimento económico, medido através do PIB, e a utilização de energia em Taiwan. O modelo tem como objectivos a maximização do PIB e a minimização do consumo de energia. Kananen *et al.* (1990) apresentam um modelo multiobjectivo I-O para análise dos efeitos que determinadas situações de crise podem produzir numa economia. A partir de uma tabela I-O, e considerando as variáveis de decisão associadas às colunas da correspondente matriz de transacções, é formulado um conjunto de restrições que obedece integralmente à estrutura existente na tabela I-O. Neste modelo cada uma das variáveis ou combinação entre elas pode ser tratada como objectivo. Através da utilização do sistema de apoio à decisão VIG (*Visual Interactive Goal Programming*), são estudados os efeitos quantitativos que crises políticas ou económicas (por exemplo, acidentes em centrais nucleares, embargos comerciais ou conflitos internacionais) podem produzir na economia Finlandesa. Os objectivos considerados são a maximização do consumo privado, a minimização do défice da balança comercial, a maximização do volume de emprego e a minimização do consumo global de energia. Alves *et al.* (1997) propuseram um modelo de PLMO baseado em análise I-O, destinado ao planeamento económico da região da Beira Interior (distritos da Guarda e Castelo Branco). Os objectivos considerados são a maximização do volume de emprego e a minimização do consumo global de energia. Jesus (1998) desenvolveu um modelo de PLMO, utilizando a análise I-O para o planeamento económico regional. Os objectivos considerados consistem na maximização do consumo privado, na maximização do volume de emprego, na minimização da diferença entre a actividade de maior e de menor produção, na maximização das exportações e na maximização do VAB. A vertente ambiental passou também a ser incorporada neste tipo de modelos, permitindo alargar o seu âmbito (*vide*, por exemplo, Cho (1999); Hsu e Chou (2000); Oliveira e Antunes (2000, 2001, 2002, 2004a, 2004b, 2005); Antunes *et al.* (2002)). Esta forma de modelação é bastante atractiva para os agentes de decisão que passam a beneficiar de uma ferramenta de análise que permite avaliar os impactes ambientais (potencial de aquecimento global e/ou níveis de acidificação potencial, por exemplo) decorrentes de alterações verificadas no nível das actividades económicas, consentâneas com os objectivos considerados no modelo.

Contudo, na maioria das situações de apoio à decisão reais, não há informação suficiente, que permita especificar de modo exacto os coeficientes das funções objectivo e das restrições dos modelos de programação matemática. Desta forma, é conveniente considerar a extensão dos modelos matemáticos de apoio à decisão para ambientes onde existe incerteza, sem assumir o carácter peremptório dos coeficientes do modelo.

Os modelos de PLMO com base na análise I-O, que incorporam explicitamente o tratamento da incerteza, têm surgido na literatura científica, mas considerando apenas a incerteza nos coeficientes das funções objectivo e/ou nos termos independentes das restrições do modelo, descurando a incerteza existente na matriz de coeficientes técnicos. Chang e Juang (1998) sugerem um modelo de PLMO com coeficientes difusos apenas nas funções objectivo consideradas (maximização do PIB e da utilização eficiente de energia e minimização do custo da produção do sistema electroprodutor e das emissões de CO<sub>2</sub>). Borges e Antunes (2003) sugerem um modelo de PLMO, assente em análise I-O, com coeficientes nas funções objectivo (minimização das importações de energia e das emissões de CO<sub>2</sub> e maximização da auto-produção de energia eléctrica) e termos independentes difusos.

Em geral, os coeficientes técnicos da matriz I-O não são conhecidos com exactidão, são estimados, estando sujeitos a um nível considerável de incerteza (Rocco e Guarata, 2002). As fontes de incerteza nos modelos I-O podem resultar, nomeadamente da incoerência dos dados provenientes de diversas fontes, dos pressupostos inerentes à análise I-O (a linearidade e a proporcionalidade, por exemplo) e da agregação (Lenzen, 2001; Rocco e Guarata, 2002). A modelação da incerteza nos modelos I-O pode basear-se, fundamentalmente, em três abordagens distintas: a abordagem probabilística, onde as distribuições de probabilidade associadas a todos os coeficientes são presumivelmente conhecidas (*e.g.* West (1986); Raa e Steel (1994)); a abordagem intervalar (também designada por *unknown but bounded approach*), onde os limites superiores e inferiores dos coeficientes são considerados, sem estar associados a uma estrutura de possibilidades ou de probabilidades (*e.g.* Jerrel (1996, 1997)); a abordagem difusa (ou *possibilística*), onde são atribuídas funções de pertença a todos os coeficientes incertos (*e.g.* (Buckley, 1989)). Na prática, seria necessário considerar uma quantidade incomportável de informação para estimar as probabilidades e as funções de pertença associadas a todos os elementos da matriz I-O nacional. Deste modo, a abordagem intervalar pode ser a mais apropriada para o tratamento da incerteza neste tipo de modelos (Jerrel, 1996, 1997).

A abordagem intervalar possui algumas características interessantes, porque não requer a especificação das distribuições probabilísticas (como na programação estocástica) ou das distribuições *possibilísticas* (como na programação difusa) dos coeficientes. Na teoria de programação intervalar é apenas necessário dispor de informação sobre as gamas de variação possíveis de alguns (ou de todos) os coeficientes que permitem especificar um modelo com coeficientes intervalares.

Neste trabalho propõe-se um modelo de PLMO com base em análise I-O para o planeamento económico, energético e ambiental, que permite a um AD (real ou hipotético) obter soluções, de acordo com cenários distintos, subjacentes aos coeficientes intervalares que poderão, eventualmente, ser considerados no modelo.

## ***II.5. Considerações finais***

Neste capítulo foram expostos alguns conceitos e hipóteses básicas subjacentes ao modelo I-O tradicional, contemplando-se as extensões deste modelo nas vertentes ambiental e energética. Por último, referem-se alguns campos de aplicação prática desta ferramenta de análise conjuntamente com os modelos de programação matemática, que permitem retirar informação adicional não alcançável com a aplicação separada de ambas as técnicas.

Apesar das hipóteses restritivas assumidas com a aplicação desta forma de modelação, é importante referir que “*os pressupostos apenas constituem limitações quando comprometem a integridade das conclusões a serem retiradas da investigação.*” (Bickneel, *et al.*, 1998). Caso não seja possível eliminar as limitações inerentes a este tipo de modelos na totalidade, podem evitar-se pelo menos algumas, através de ajustamentos adequados.

O interesse da análise I-O deve residir, fundamentalmente, nas possibilidades da sua aplicação prática. De facto, “*o poder da economia I-O de Leontief reside na sua capacidade de representar a tecnologia e a alteração tecnológica com solidez e precisão suficientes para permitir uma análise com conteúdo empírico real*” (Duchin, 1998).

Os modelos I-O possuem mais informação estrutural que a maioria dos modelos existentes e satisfazem um número de leis e identidades essenciais de conservação, incluindo a interdependência geral (Gutmanis, 1975).

Em suma, a metodologia I-O é uma ferramenta interessante e flexível para estudos teóricos ou empíricos de uma grande variedade de problemas de âmbito económico e de política, numa perspectiva micro ou macroeconómica. De facto, é uma abordagem que pode ser utilizada na análise de problemas como a inflação, a energia ou a poluição ambiental. Salienta-se, como escopo do presente trabalho, a modelação dos sistemas complexos de inter-relações económicas e físicas, por exemplo, para examinar a relação existente entre a actividade económica e as emissões de poluentes.

O potencial da aplicação desta ferramenta de análise, conjuntamente com os modelos de programação matemática, como técnica de planeamento e projecção, conduziu à proposta de um modelo de PLMO com base em análise I-O que permite obter indicadores económicos, sociais, energéticos e ambientais, de acordo com cenários de coeficientes eventualmente distintos, traduzidos numa lógica intervalar, e com a variação dos níveis de actividade dos sectores/ramos do modelo consentânea com a estrutura de preferências de um AD.

Deste modo, nos dois capítulos que se seguem, antes de avançarmos para a descrição detalhada do modelo proposto, abordaremos alguns conceitos e definições básicas associados aos modelos de PLMO com coeficientes intervalares e proporemos uma abordagem original para o tratamento da incerteza em modelos de PLMO com coeficientes intervalares.



## **Capítulo III**

### **Tratamento da incerteza em modelos de PLMO através da programação matemática intervalar**

A investigação operacional emergiu no contexto da II Guerra Mundial, tendo como objectivo fundamental a resolução de problemas táticos de defesa nacional. Em geral, é em situações extremas de guerra e de calamidade, ou em que o tempo escasseia, que a modelação da realidade se torna mais redutora. Geralmente, nestas circunstâncias, apenas um aspecto de avaliação assume particular importância, reduzindo-se, por conseguinte, um problema mais complexo a um problema de maximização ou minimização de um objectivo considerado relevante (Zeleny, 1982). Contudo, actualmente, nas modernas sociedades desenvolvidas, as decisões estratégicas são efectuadas num ambiente crescentemente complexo e turbulento, caracterizado por evoluções e mutações permanentes da tecnologia, do ambiente económico e das necessidades sociais. A realidade é essencialmente caracterizada por objectivos múltiplos, conflituosos e incomensuráveis. Deste modo, os modelos matemáticos de apoio à decisão com objectivos múltiplos possibilitam captar a diversidade de aspectos de avaliação, geralmente conflituosos e não comensuráveis, onde o AD se depara com a necessidade de procurar compromissos entre objectivos (Steuer, 1986; Roy, 1985, 1990; Clímaco *et al.*, 2003).

Na maioria das situações de apoio à decisão reais, o carácter intrínseco da presença de determinados factores de incerteza e risco<sup>III.1</sup> não pode ser omitido, quer na percepção e análise do próprio problema, quer no estudo das soluções. Em geral, não existe informação suficiente que permita especificar de modo exacto os coeficientes das funções objectivo e das restrições. Desta forma, é conveniente considerar a extensão dos modelos matemáticos de apoio à decisão para ambientes onde a influência intrínseca da incerteza prevalece, sem assumir o carácter preciso dos coeficientes do modelo.

A incerteza pode resultar da imprecisão e das oscilações dos dados que instanciam os modelos, da subjectividade subjacente ao *Ser Humano*, da imprecisão presente na modelação da realidade, que é sempre uma aproximação, da ocorrência de imponderáveis relevantes e das simplificações necessariamente assumidas devido à complexidade crescente dos problemas actuais (Zadeh, 1965; Zimmermann, 1987, 1996; Antunes, 1991; Gal e Greenberg, 1997).

Assim, é importante contemplar explicitamente o tratamento da incerteza na construção dos modelos matemáticos, bem como na interpretação e análise das soluções obtidas com o auxílio das ferramentas de apoio à decisão.

Existem basicamente cinco técnicas para efectuar o tratamento da incerteza em modelos de programação matemática, dependendo, essencialmente, do tipo de informação disponível, da informação que o AD pretende obter e do modo como este apreende a imprecisão inerente ao modelo e aos dados: programação difusa, programação estocástica, análise de sensibilidade, programação robusta e programação intervalar.

A programação difusa resulta da aplicação da teoria dos conjuntos difusos no domínio dos métodos de decisão, permitindo tornar menos rígidas as noções de satisfação das restrições e de optimização das funções objectivo (Bellman e Zadeh, 1965).

A programação estocástica requer a existência de dados estatísticos suficientes para obter as funções de distribuição das variáveis aleatórias do modelo matemático, ou o uso de probabilidades subjectivas quando este tipo de informação não exista.

A análise de sensibilidade (ou a teoria de estabilidade) em programação matemática permite obter os intervalos de variação dos parâmetros do modelo, de modo a que a solução óptima inicialmente encontrada não sofra alterações. No entanto, em modelos de PLMO esta definição torna-se difícil e não é tratada de maneira uniforme na literatura. Todas as abordagens que se inserem nesta categoria têm por finalidade a avaliação do

---

<sup>III.1</sup> Embora, na maior parte da literatura científica os termos incerteza e risco possuam a mesma conotação, o seu significado nem sempre é usado de modo uniforme por todos os autores (Antunes, 1991). Assim, interessa aqui distinguir os significados usualmente atribuídos aos termos incerteza e risco. A incerteza está relacionada com factores exógenos, que se manifestam através de fenómenos que não podem ser repetidos de todo ou que se repetem apenas ocasionalmente, de tal modo que é difícil retirar alguma informação a partir de observações sucessivas. Por outro lado, o risco está relacionado com fenómenos que podem caracterizar-se pela existência de alguma distribuição de probabilidade, conhecida e mensurável, mesmo se o tempo específico ou a sequência espacial de ocorrência dos acontecimentos não puder ser determinada. De acordo com a terminologia utilizada neste texto, o termo incerteza é utilizado como um conceito mais abrangente.

impacte da variação dos coeficientes ou da estrutura do próprio modelo na(s) solução(ões) de compromisso considerada(s) satisfatória(s) pelo AD, sem necessidade de resolver o modelo desde o início.

A programação robusta em modelos de PL permite obter soluções, classificadas como robustas, que são *imunes* à incerteza dos coeficientes do modelo, no sentido em que não variam muito qualquer que seja a caracterização desses coeficientes (Soyster, 1973; Ben-Tal e Nemirovski, 1999, 2000; Bertsimas e Sim, 2004).

A programação intervalar possui algumas características relevantes, porque não requer a especificação das distribuições probabilísticas (como na programação estocástica) ou das distribuições *possibilísticas* (como na programação difusa) dos coeficientes do modelo. Na teoria de programação intervalar assume-se que existe informação sobre as gamas de variação possíveis de alguns (ou de todos) os coeficientes, permitindo especificar um modelo de programação matemática intervalar.

Na sequência do trabalho de investigação já desenvolvido (Oliveira e Antunes 2000, 2001, 2002, 2004a, 2004b, 2005; Antunes *et. al*, 2002), o nosso objectivo consiste, nesta fase, na consideração do tratamento da incerteza em modelos de PLMO baseados em análise I-O.

Os coeficientes técnicos da matriz I-O não são conhecidos com precisão e são, em geral, estimados, estando sujeitos a um nível considerável de incerteza (Rocco e Guarata, 2002). As fontes de incerteza nos modelos I-O podem dever-se, nomeadamente, à incongruência dos dados provenientes de diversas fontes, aos pressupostos intrínsecos à análise I-O (a linearidade e a proporcionalidade, por exemplo) e à agregação (Lenzen, 2001; Rocco e Guarata, 2002). A modelação da incerteza nos modelos I-O pode apoiar-se, fundamentalmente, em três abordagens distintas: a abordagem probabilística (*e.g.* West (1986); Raa e Steel (1994)); a abordagem intervalar (*e.g.* Jerrel (1996, 1997)); e a abordagem difusa (ou *possibilística*) (*e.g.* Buckley (1989)). Contudo, na prática, seria necessário considerar uma quantidade intolerável de informação para estimar as probabilidades e as funções de pertença associadas a todos os elementos da matriz I-O nacional. Assim, a abordagem intervalar pode revelar-se como a mais indicada para o tratamento da incerteza neste tipo de modelos (Jerrel, 1996, 1997).

Em geral, os estudos existentes no âmbito da programação intervalar surgem de modo compartimentado na literatura científica, descurando, deste modo, potenciais sinergias entre as diferentes abordagens. Desta forma, este capítulo procura facultar uma visão integrada, coerente e unificadora das abordagens mais significativas no domínio do tratamento da incerteza em modelos de PLMO, através da programação matemática intervalar. No entanto, antes de passarmos à formulação e caracterização dos modelos de PLMO com coeficientes intervalares, relembramos alguns conceitos da PLMO. Para um aprofundamento desta questão, podemos indicar como referências mais significativas na área da PLMO, por exemplo, as obras de Steuer (1986), Yu (1985), Zeleny (1982) e o livro recentemente escrito, em língua portuguesa, de Clímaco *et al.* (2003).

Este capítulo encontra-se organizado da seguinte forma: na secção 1 são abordados alguns conceitos básicos da PLMO; na secção 2 são abordados os conceitos e propriedades básicos da teoria dos números intervalares; na última secção deste capítulo, efectua-se o estudo de modelos PLMO com coeficientes intervalares, fazendo-se referência explícita às abordagens de satisfação e de optimização.

### ***III.1. O modelo linear com objectivos múltiplos***

Um modelo de PLMO consiste, sem perda de generalidade <sup>III.2</sup>, na optimização de  $p$  funções objectivo lineares, sujeitas a um conjunto de restrições também lineares:

$$\begin{aligned} \max z_1(\mathbf{x}) &= \mathbf{c}_1\mathbf{x}, \\ \max z_2(\mathbf{x}) &= \mathbf{c}_2\mathbf{x}, \\ &\dots \\ \max z_p(\mathbf{x}) &= \mathbf{c}_p\mathbf{x}, \\ \text{s.a: } \mathbf{x} \in X &= \{\mathbf{x} \in \mathfrak{R}^n: \mathbf{x} \geq 0, \mathbf{A}\mathbf{x} \leq \mathbf{b} \in \mathfrak{R}^m\}. \end{aligned} \tag{III.1}$$

ou, na forma matricial,

$$\begin{aligned} \max \mathbf{z}(\mathbf{x}) &= \mathbf{C}\mathbf{x}, \\ \text{s.a: } \mathbf{x} &\in X. \end{aligned} \tag{III.2}$$

onde:

- $p$  é o número de funções objectivo;
- $n$  é o número de variáveis de decisão;
- $m$  é o número de restrições;
- $\mathbf{x}$  é o vector das variáveis de decisão;
- $\mathbf{c}_k$  é o vector dos coeficientes da função objectivo  $z_k$ , com  $k = 1, \dots, p$ ;
- $X$  é a região admissível do espaço das variáveis de decisão;
- $A$  é a matriz dos coeficientes tecnológicos (de característica  $m$ );

---

<sup>III.2</sup> Considera-se, sem perda de generalidade, que as funções objectivo são a maximizar e que as restrições funcionais são do tipo “ $\leq$ ”; para as funções objectivo a minimizar e para as restrições do tipo “ $\geq$ ” e “ $=$ ” deverão efectuar-se as conversões convenientes.

-  $\mathbf{b}$  é o vector dos termos independentes;

-  $C$  é a matriz dos coeficientes das funções objectivo, de dimensão  $(p \times n)$ , cujas linhas são os vectores  $\mathbf{c}_k$ ;

- “max” representa a operação de determinar soluções eficientes, considerando-se, sem perda de generalidade, que as funções objectivo são todas a maximizar.

### III.1.1. Solução eficiente e solução não dominada

Em modelos com apenas um objectivo, o valor óptimo da função objectivo é único, mesmo que existam soluções óptimas alternativas. Perante a existência de múltiplas funções objectivo (ou seja, perante um modelo de optimização vectorial), não existe, em geral, uma solução admissível,  $\mathbf{x} \in X$ , que optimize simultaneamente todas as funções objectivo. Deste modo, a noção de solução óptima dá lugar à noção de *solução eficiente* (ou *ótima de Pareto*) ou *não dominada* (ou *não inferior*).

Uma solução admissível para um modelo de PLMO é *eficiente* se e só se não existir outra solução admissível que melhore o valor de uma função objectivo, sem piorar o valor de, pelo menos, outra função objectivo.

O conjunto das soluções eficientes pode definir-se da seguinte forma:

$$X_E = \{\mathbf{x} \in X: \nexists \mathbf{x}' \in X: \mathbf{z}(\mathbf{x}') \geq \mathbf{z}(\mathbf{x}) \text{ e } \mathbf{z}(\mathbf{x}') \neq \mathbf{z}(\mathbf{x})\}, \quad (\text{III.3})$$

ou seja,  $\mathbf{x} \in X$  é *eficiente* se e só se não existir outro  $\mathbf{x}' \in X$ , de tal modo que  $z_k(\mathbf{x}') \geq z_k(\mathbf{x})$  para todo o  $k$  e  $z_k(\mathbf{x}') > z_k(\mathbf{x})$  para pelo menos um  $k$  ( $k = 1, \dots, p$ ).

O vector das funções objectivo  $\mathbf{z} = \mathbf{z}(\mathbf{x})$  é *não dominado* quando  $\mathbf{x} \in X_E$ , ou seja, o conjunto de soluções não dominadas no espaço das funções objectivo é dado por:

$$F_E = \{\mathbf{z} = \mathbf{z}(\mathbf{x}) \in F: \mathbf{x} \in X_E\}, \quad (\text{III.4})$$

onde  $F = \{\mathbf{z}(\mathbf{x}) \in \mathfrak{R}^p: \mathbf{x} \in X\}$ .

Em geral, o conceito de não dominância refere-se ao espaço das funções objectivo e o conceito de eficiência relaciona-se com o espaço das variáveis de decisão, ou seja, a imagem de uma solução eficiente é uma solução não dominada.

O conjunto das soluções fracamente eficientes é definido da seguinte forma:

$$X_{FE} = \{\mathbf{x} \in X: \nexists \mathbf{x}' \in X: \mathbf{z}(\mathbf{x}') > \mathbf{z}(\mathbf{x})\}. \quad (\text{III.5})$$

Por outro lado, o conjunto das soluções fracamente não dominadas corresponde a:

$$F_{FE} = \{\mathbf{z} = \mathbf{z}(\mathbf{x}) \in F: \mathbf{x} \in X_{FE}\}. \quad (\text{III.6})$$

Deste modo, uma solução  $\mathbf{x}^* \in X$  é *fracamente eficiente* relativamente à matriz  $C$  do modelo (III.2) (ou seja,  $\mathbf{x}^* \in X_{FE}$ ) se e só se não existir outra solução  $\mathbf{x} \in X$  tal que  $C\mathbf{x} > C\mathbf{x}^*$ , isto é, se e só se não existir outra solução  $\mathbf{x} \in X$  tal que  $\mathbf{z}(\mathbf{x}) > \mathbf{z}(\mathbf{x}^*)$  (ou seja, se e só se não existir outra solução  $\mathbf{x}$  que melhore estritamente o valor de todas as funções objectivo).

### III.1.2. Solução ideal, solução anti-ideal e tabela de óptimos individuais

A *solução ideal* (ou *ponto utopia*) é o ponto no espaço das funções objectivo que otimiza simultaneamente todas as funções objectivo, isto é, as suas componentes são o óptimo de cada função objectivo na região admissível, quando optimizadas separadamente. Em geral, a *solução ideal*,  $\mathbf{z}^*$ , não pertence à região admissível, embora cada  $z_k^*$  seja alcançável.

O *ponto utopia* é sempre definido no espaço das funções objectivo. Porém, nem sempre é possível obter a respectiva imagem no espaço das variáveis de decisão, ou seja, pode não existir um  $\mathbf{x}^*$  tal que  $\mathbf{z}^* = \mathbf{f}(\mathbf{x}^*)$ .

Uma *tabela de óptimos individuais* (ou *tabela de pay-off*) organiza os valores das funções objectivo, para cada solução não dominada, resultantes da optimização separada de cada função objectivo na região admissível  $X$ .

	$f_1$	$f_2$	...	$f_{p-1}$	$f_p$
$\mathbf{x}^1$	$z_1^1 = z_1^*$	$z_2^1$	...	$z_{p-1}^1$	$z_p^1$
$\mathbf{x}^2$	$z_1^2$	$z_2^2 = z_2^*$	...	$z_{p-1}^2$	$z_p^2$
...	...	...	...	...	...
$\mathbf{x}^{p-1}$	$z_1^{p-1}$	$z_2^{p-1}$	...	$z_{p-1}^{p-1} = z_{p-1}^*$	$z_p^{p-1}$
$\mathbf{x}^p$	$z_1^p$	$z_2^p$	...	$z_{p-1}^p$	$z_p^p = z_p^*$

Figura III. 1. Representação esquemática da tabela de óptimos individuais.

As componentes da solução ideal, no espaço das funções objectivo, que optimiza em simultâneo todas as funções, são obtidas na diagonal da tabela de óptimos individuais

(elementos  $z_k^k = z_k^*$ ), representada na Figura III.1.

Através da tabela de óptimos individuais pode ainda obter-se a *solução anti-ideal*, seleccionando em cada coluna o pior valor que cada função objectivo possa assumir, considerando as soluções que optimizam individualmente todas as funções objectivo. No entanto, o mínimo da função objectivo na tabela de óptimos individuais é um mínimo conveniente e pode não ser o mínimo real da função objectivo na região eficiente (Steuer, 1986; Clímaco *et al.*, 2003).

A tabela de óptimos individuais pode não ser definida de forma única, caso existam óptimos alternativos eficientes para algumas funções objectivo, embora a solução ideal continue a sê-lo.

### ***III.1.3. Processos de cálculo de soluções eficientes***

A determinação de uma solução eficiente do modelo de PLMO pode ser feita a partir da resolução de um modelo de PL com uma função escalar substituta, que incorpora parâmetros de representação das preferências do AD, cuja solução óptima é eficiente (por vezes, apenas fracamente eficiente) do modelo multiobjectivo. A função substituta utilizada para construir um equivalente escalar do modelo de PLMO é geralmente designada por *função escalarizante*.

Existem fundamentalmente dois tipos de modelos escalarizantes que possibilitam o cálculo de soluções eficientes em modelos de PLMO (Clímaco *et al.*, 2003): a soma ponderada das funções objectivo e a abordagem de pontos de referência. Outra forma de cálculo de soluções eficientes pode consistir na optimização de uma das funções objectivo, restringindo as restantes (Steuer, 1986).

#### ***III.1.3.1. Optimização de uma das funções objectivo, restringindo as restantes***

A função escalar substituta pode corresponder a uma das funções objectivo do modelo de PLMO original (normalmente a que tem maior relevância para o AD), enquanto se estabelecem limites inferiores para as restantes  $p - 1$  funções objectivo, que são tratadas como restrições do modelo:

$$\max z_v(\mathbf{x}) = \mathbf{c}_v \mathbf{x},$$

$$\text{s.a: } z_k(\mathbf{x}) = \mathbf{c}_k \mathbf{x}, \text{ com } k = 1, \dots, p \text{ e } k \neq v,$$

$$\mathbf{x} \in X.$$

(III.7)

A otimização da função escalar substituta apenas garante a obtenção de uma solução eficiente do modelo de PLMO original se a região admissível reduzida for não vazia e se não existirem ótimos alternativos da função objectivo escolhida para otimizar. Para garantir que a otimização da função escalarizante conduz à obtenção de uma solução eficiente, adiciona-se uma parcela de perturbação à função objectivo do modelo, da seguinte forma:

$$\max z_v(\mathbf{x}) = \mathbf{c}_v \mathbf{x} + \sum_{k=1; k \neq v}^p \varepsilon_k \mathbf{c}_k \mathbf{x}, \quad (\text{III.8})$$

com  $\varepsilon_k$  um número pequeno positivo.

Embora esta forma de escalarização seja de simples compreensão, a escolha da função objectivo a otimizar pode tornar-se difícil. Por outro lado, a fixação da função objectivo a otimizar durante todo o processo torna o método pouco flexível e os resultados demasiado dependentes da função seleccionada.

### ***III.1.3.2. Minimização da distância de Tchebycheff a um ponto de referência***

Este processo de cálculo permite obter soluções eficientes minimizando a distância, de acordo com a métrica de Tchebycheff<sup>III.3</sup>, da região admissível a um qualquer ponto de referência do espaço dos objectivos.

Uma métrica é uma função distância que atribui a cada par de vectores  $\mathbf{w}_1, \mathbf{w}_2$  um escalar  $\|\mathbf{w}_1 - \mathbf{w}_2\| \in \mathfrak{R}^n$ . Para a métrica  $L_p$  a distância entre dois pontos em  $\mathfrak{R}^n$  é dada por:

$$\|\mathbf{w}_1 - \mathbf{w}_2\|_p = \left[ \sum_{i=1}^n |w_i^1 - w_i^2|^p \right]^{\frac{1}{p}}, \quad p \in \{1, 2, \dots\}. \quad (\text{III.9})$$

Portanto, a métrica de Tchebycheff, também designada por métrica  $L_\infty$ , é dada por:

$$\|\mathbf{w}_1 - \mathbf{w}_2\|_\infty = \max_i |w_i^1 - w_i^2|. \quad (\text{III.10})$$

Os pontos de referência representam, em geral, níveis de aspiração desejados pelo AD para os valores das funções objectivo. A solução ideal  $\mathbf{z}^*$  é frequentemente utilizada como ponto de referência, dado que representa o melhor valor de cada função objectivo na região admissível. Assim, pode obter-se uma função escalar substituta para o modelo de PLMO (III.1) através da minimização da distância de Tchebycheff a um ponto de

---

<sup>III.3</sup> Poder-se-ia considerar outra métrica, mas devido à sua importância apenas se apresenta formalmente o caso em que se usa a métrica de Tchebycheff (Clímaco *et al.*, 2003).



referência do espaço das funções objectivo (neste caso, considera-se, sem perda de generalidade, a solução ideal):

$$\begin{aligned} & \min \max_{k=1, \dots, p} \lambda_k [z_k^* - z_k(\mathbf{x})], \\ & \text{s.a. } \mathbf{x} \in X, \\ & \boldsymbol{\lambda} \in \Lambda, \end{aligned} \tag{III.11}$$

onde  $\Lambda$  é o conjunto de todos os vectores de pesos  $\Lambda = \{\boldsymbol{\lambda}: \boldsymbol{\lambda} \in \mathfrak{R}^p, \lambda_k \geq 0, \sum_{k=1}^p \lambda_k = 1\}$ .

No entanto, com o modelo apresentado desta forma, apenas há garantia de obter soluções fracamente eficientes (caso existam óptimos alternativos). Para garantir que as soluções obtidas são eficientes pode incluir-se uma pequena parcela de perturbação na função objectivo anterior:

$$\begin{aligned} & \min \max_{k=1, \dots, p} \lambda_k [z_k^* - z_k(\mathbf{x})] + \varepsilon \sum_{k=1}^k [z_k^* - z_k(\mathbf{x})], \\ & \text{s.a: } \mathbf{x} \in X, \\ & \boldsymbol{\lambda} \in \Lambda. \end{aligned} \tag{III.12}$$

O termo  $\varepsilon \sum_{k=1}^k [z_k^* - z_k(\mathbf{x})]$ , com um escalar  $\varepsilon$  positivo muito pequeno, constitui uma perturbação que garante a eficiência da solução obtida.

O modelo minmax anterior pode escrever-se como um modelo linear, com uma variável auxiliar:

$$\begin{aligned} & \min v + \varepsilon \sum_{k=1}^k [z_k^* - z_k(\mathbf{x})], \\ & \text{s.a: } v \geq \lambda_k [z_k^* - z_k(\mathbf{x})] \quad (k = 1, \dots, p), \\ & \mathbf{x} \in X, \\ & v \geq 0, \\ & \boldsymbol{\lambda} \in \Lambda. \end{aligned} \tag{III.13}$$

Se o ponto de referência considerado se encontrar no interior da região admissível, deixa de se poder falar em métrica de Tchebycheff, mas este processo de cálculo de soluções eficientes continua válido, bastando, para isso, considerar  $v$  sem restrição de sinal (Clímaco *et al.*, 2003).

### III.1.3.3. *Optimização de uma soma ponderada das funções objectivo*

Outra forma de escalarização muito utilizada corresponde à optimização de uma soma ponderada das funções objectivo. Cada função objectivo é afectada por um coeficiente de ponderação (*peso*)  $\lambda_k$ , de modo a construir uma função objectivo escalar que corresponde à soma ponderada das  $p$  funções objectivo:

$$\begin{aligned} & \text{Max } \sum_{k=1}^p \lambda_k z_k(\mathbf{x}), \\ & \text{s.a: } \mathbf{x} \in X, \\ & \boldsymbol{\lambda} \in \Lambda. \end{aligned} \tag{III.14}$$

A optimização de uma função escalar soma ponderada conduz à obtenção de uma solução eficiente do modelo de PLMO original quando a solução óptima do modelo escalar é única, mesmo com algum  $\lambda_k = 0$ . A optimização de uma função escalar soma ponderada com algum  $\lambda_k = 0$  pode conduzir a soluções fracamente eficientes do modelo multiobjectivo se o modelo escalar tiver óptimos alternativos. Neste caso, a eficiência (estrita) da solução obtida só é garantida se todos os pesos,  $\lambda_k$  ( $k=1, \dots, p$ ), forem estritamente positivos.

O quadro *simplex* multiobjectivo, que se obtém ampliando o quadro *simplex* do modelo monobjectivo através da introdução de uma linha para cada uma das  $p$  funções objectivo, em relação a uma base  $B$ , tem a seguinte forma:

$B^{-1}N$	$B^{-1}$	$B^{-1}\mathbf{b}$
$C_B B^{-1}N - C_N$	$C_B B^{-1}$	$C_B B^{-1}\mathbf{b}$

**Figura III. 2.** Representação esquemática do quadro *simplex* multiobjectivo associado a uma base  $B$ .

onde  $C_B$  e  $C_N$  são as sub-matrizes de  $C$  correspondentes às variáveis básicas e não básicas, respectivamente, e  $B$  e  $N$  são as sub-matrizes de  $A$  correspondentes às variáveis básicas e não básicas, respectivamente.

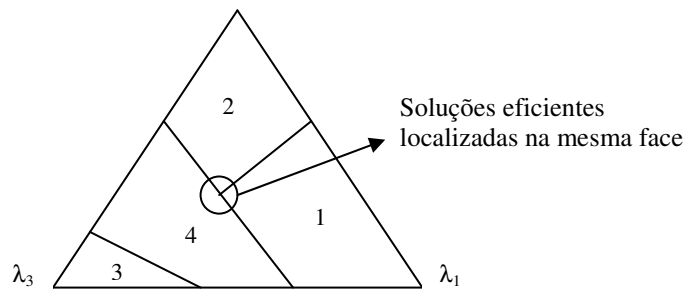
A região que engloba o conjunto de pesos que conduz a uma mesma solução básica eficiente designa-se por *região de indiferença*. Nesta região, o AD pode ser indiferente a

todas as combinações de pesos, dado que estas conduzem à mesma solução eficiente. A região de indiferença pode ser obtida a partir do quadro *simplex* multiobjectivo correspondente a uma solução básica eficiente, do seguinte modo:

$$\boldsymbol{\lambda}^T \mathbf{R} \geq \mathbf{0}, \boldsymbol{\lambda}^T \in \Lambda, \tag{III.15}$$

onde  $\mathbf{R}$  é a matriz dos custos reduzidos,  $\mathbf{R} = \mathbf{C}_B \mathbf{B}^{-1} \mathbf{N} - \mathbf{C}_N$ . O elemento  $r_{kj}$ , da matriz  $\mathbf{R}$ , representa a taxa de variação marginal da função objectivo  $z_k(\mathbf{x})$ , devido ao aumento unitário da variável não básica  $x_j$ , tornando-a variável básica. Cada coluna de  $\mathbf{R}$  correspondente a uma variável não básica eficiente representa uma tendência de variação unitária das funções objectivo ao longo de uma aresta eficiente que emana do vértice associado à solução básica eficiente actual.

Em modelos com três funções objectivo é possível tirar partido da decomposição do diagrama paramétrico,  $\Lambda$ , em regiões de indiferença (através da sua representação gráfica), para fazer uma pesquisa progressiva e selectiva do conjunto das soluções não dominadas (Clímaco e Antunes, 1989).



**Figura III. 3.** Diagrama paramétrico para um modelo com três funções objectivo.

Graficamente, uma fronteira comum a duas regiões de indiferença significa que as respectivas soluções básicas eficientes se encontram ligadas por uma aresta eficiente (regiões 3 e 4 na Figura III.3), correspondente a tornar básica uma variável não básica eficiente. Se um ponto  $\boldsymbol{\lambda} \in \Lambda$  pertencer a várias regiões de indiferença (ponto assinalado com uma seta na figura anterior), então essas regiões correspondem a soluções eficientes localizadas na mesma face (regiões 1, 2 e 4 na Figura III.3).

### ***III.1.4. Classificação dos principais métodos dedicados à PLMO***

A consideração de múltiplas funções objectivo, e a conseqüente existência de mais do que uma solução eficiente ou não dominada, conduz à necessidade de se estabelecer uma troca de informação (diálogo) entre a componente metodológica e o AD, com vista à selecção de uma solução final do processo de apoio à decisão ou de um subconjunto de soluções para uma posterior análise mais detalhada. Neste contexto, diversos autores têm procurado classificar os métodos dedicados a modelos de PLMO, de acordo com o instante, o tipo de intervenção que é requerida ao AD, o número de AD, o tipo de modelação de preferências do AD, a certeza/incerteza na determinação dos coeficientes do modelo e a informação requerida e/ou os resultados obtidos (Clímaco *et al.*, 2003).

No âmbito das abordagens baseadas no grau de intervenção do AD, Clímaco *et al.*, (2003) destacam as seguintes:

- Métodos em que há uma articulação *a priori* das preferências do AD, onde a agregação de preferências é definida à partida, através duma função valor ou utilidade<sup>III.4</sup> implícita, com base na qual se resolve um modelo monocritério;
- Métodos em que há uma articulação *a posteriori* das preferências do AD, ou métodos geradores, onde não existe articulação de preferências do AD;
- Métodos interactivos, onde existe uma articulação progressiva das preferências do AD.

Relativamente à classificação baseada no tipo de modelação de preferências do AD, Clímaco *et al.* (2003) referem as seguintes:

- Consideração de uma função utilidade global;
- Estabelecimento de prioridades entre critérios;
- Fixação de níveis de aspiração ou de metas para os critérios;
- Uso de comparações par a par (quer pares de alternativas, quer pares de critérios);
- Uso de taxas marginais de substituição.

A classificação com base no número de AD tem em consideração a existência de um único AD ou de vários AD.

---

<sup>III.4</sup> Podem distinguir-se os conceitos de função valor e de função utilidade, considerando, no último caso, a existência de probabilidades associadas aos resultados de cada acção potencial.

A classificação baseada na certeza/incerteza na determinação dos coeficientes do modelo tem em consideração, fundamentalmente (Clímaco *et al.*, 2003):

- A utilização de uma formulação determinística;
- A utilização de uma formulação não determinística, ou seja, considerando explicitamente a incerteza associada aos coeficientes do modelo utilizado.

Finalmente, a classificação baseada na informação requerida e/ou nos resultados obtidos tem em conta, nomeadamente (Clímaco *et al.*, 2003):

- A informação requerida - o tipo e fiabilidade dos dados, a participação do(s) AD na modelação;
- Os resultados obtidos - otimizando uma função utilidade, procurando a melhor solução de compromisso eficiente; procurando uma solução satisfatória, tentando ordenar as alternativas, ou tentando classificar as alternativas em grupos.

A abordagem que propomos nesta dissertação é de carácter interactivo e é dedicada a modelos de PLMO com coeficientes intervalares, podendo as escolhas do AD evoluir ao longo do processo de diálogo interactivo. O AD estuda o problema, procurando aprofundar o seu conhecimento acerca deste e aprendendo com a análise que vai efectuando, de modo a obter informação de melhor qualidade que lhe permita tomar uma decisão final.

## ***III.2. Breve introdução à teoria dos números intervalares***

A finalidade desta secção é a de expor alguns conceitos e propriedades fundamentais da teoria dos números intervalares, antes de avançarmos para o estudo dos modelos de PLMO com coeficientes intervalares.

### ***III.2.1. Números intervalares***

Considere-se que o valor  $x$  (um número real) é incerto, sabendo-se apenas que  $x$  se localiza entre dois números reais  $a^L$  e  $a^U$ , em que  $a^L < a^U$ , que formam um intervalo. Todos os números pertencentes a este intervalo possuem a mesma importância.

Um *número intervalar*  $A$  define-se como o conjunto de números reais  $x$  tal que  $a^L \leq x \leq a^U$ , ou seja,  $x \in [a^L, a^U]$ ,  $a^L, a^U \in \mathfrak{R}$ , ou ainda,

$$A = [a^L, a^U] = \{x: a^L \leq x \leq a^U, x \in \mathfrak{R}\}. \quad (\text{III.16})$$

Deste modo, o intervalo fechado (III.16) representa um número incerto  $x \in [a^L, a^U]$ , onde  $a^L$  e  $a^U$  são os limites ou extremos do intervalo.

Um número intervalar  $A = [a^L, a^U]$  é um *ponto intervalar* (*point interval number*) se  $a^L = a^U$ .

Dois números intervalares  $A = [a^L, a^U]$  e  $B = [b^L, b^U]$  são iguais se e só se  $a^L = b^L$  e  $a^U = b^U$ .

Um intervalo considera-se ilimitado quando os limites superior e/ou inferior são infinitos. Os intervalos dados a seguir, por exemplo, são ilimitados:  $[-\infty, 3]$ ,  $[6, +\infty]$ ,  $[-\infty, +\infty]$ .

O número intervalar  $A^- = [a^L, a^U]^- = [-a^U, -a^L]$  é o simétrico do número intervalar  $A = [a^L, a^U]$ .

O número intervalar  $A^{-1} = [a^L, a^U]^{-1} = [\frac{1}{a^U}, \frac{1}{a^L}]$ , com  $0 \notin [a^L, a^U]$ , corresponde ao *número inverso* do número intervalar  $A = [a^L, a^U]$ .

A *amplitude* do número intervalar  $A = [a^L, a^U]$  é  $w[A] = a^U - a^L$ .

O *ponto médio* (ou o valor central) do número intervalar  $A = [a^L, a^U]$  é  $m[A] = \frac{1}{2} (a^U + a^L)$ .

### III.2.2. Operações aritméticas entre números intervalares

Um determinado operador  $\diamond$  entre dois números reais pode expandir-se de modo a ser utilizado entre intervalos. Deste modo, para os números intervalares  $A = [a^L, a^U]$  e  $B = [b^L, b^U]$ , com  $0 \notin B$ , pode estabelecer-se o operador ( $\diamond$ ) da seguinte forma:

$$\begin{aligned} A (\diamond) B &= \{ z : z = x \diamond y, x \in A, y \in B \} = \\ &= \{ z : z = x \diamond y, x \in [a^L, a^U], y \in [b^L, b^U] \}, \end{aligned} \quad \text{(III.17)}$$

onde  $A (\diamond) B$  permite estimar a região possível do valor  $x \diamond y$ , de tal modo que  $x \in A$  e  $y \in B$ . Neste sentido, um operador ( $\diamond$ ) designa-se por “operador possivelmente expandido<sup>III.5</sup> de  $\diamond$ ” (Inuiguchi e Kume, 1991).

---

<sup>III.5</sup> As operações possivelmente expandidas correspondem às operações tradicionalmente utilizadas entre números intervalares (*vide* Moore (1966), Alefeld e Herzberger (1983) e Bojadziev e Bojadziev (1995), por exemplo). Quando nada for dito referimo-nos, por omissão, a esta perspectiva. Neste caso, consideramos que o operador ( $\diamond$ ) é igual a  $\diamond$ .

A *adição possivelmente expandida* (ou *adição possível*) de números intervalares é definida por:

$$A (+) B = [a^L, a^U] (+) [b^L, b^U] = [a^L + b^L, a^U + b^U]. \quad (\text{III.18})$$

A *subtracção possivelmente expandida* (ou *subtracção possível*) de números intervalares é definida por:

$$A (-) B = [a^L, a^U] (-) [b^L, b^U] = [a^L - b^U, a^U - b^L]. \quad (\text{III.19})$$

A adição e a subtracção possíveis permitem concluir que:

$$m[A (+) B] = m[A] + m[B], \quad (\text{III.20})$$

$$m[A (-) B] = m[A] - m[B], \quad (\text{III.21})$$

$$w[A (+) B] = w[A (-) B] = w[A] + w[B], \quad (\text{III.22})$$

Refira-se que as amplitudes dos intervalos  $A (+) B$  e  $A (-) B$  são sempre superiores ou iguais às dos intervalos  $A$  ou  $B$ .

O *máximo possivelmente expandido* (ou *máximo possível*) de números intervalares é definido por:

$$A (\vee) B = [a^L \vee b^L, a^U \vee b^U]. \quad (\text{III.23})$$

A multiplicação de um número intervalar por um escalar é definida por:

$$\lambda A = \begin{cases} [\lambda a^L, \lambda a^U], \lambda \geq 0, \\ [\lambda a^U, \lambda a^L], \lambda \leq 0. \end{cases} \quad (\text{III.24})$$

O módulo de um número intervalar obtém-se do seguinte modo:

$$|A| = \begin{cases} [a^L, a^U], a^L \geq 0, \\ [0, (-a^L) \vee a^U], a^L < 0 < a^U, \\ [-a^U, -a^L], a^U \leq 0. \end{cases} \quad (\text{III.25})$$

onde  $a \vee b = \max(a, b)$ .

Considere-se a seguinte equação intervalar com uma adição possível:

$$X (+) B = A, \quad (III.26)$$

onde  $A = [a^L, a^U]$ ,  $B = [b^L, b^U]$  e  $X = [x^L, x^U]$  é a incógnita intervalar, de tal modo que a soma possível de  $X$  com  $B$ ,  $X(+)B$ , é igual a  $A$ .

Sabe-se que  $X \neq A (-) B = [a^L - b^U, a^U - b^L]$  uma vez que:

$$[a^L - b^U, a^U - b^L] (+) [b^L, b^U] = [a^L - b^U + b^L, a^U - b^L + b^U] \neq [a^L, a^U]. \quad (III. 27)$$

A condição necessária para a existência de uma solução para esta equação intervalar corresponde a  $w[B] \leq w[A]$ , dado que  $w[X (+) B] = w[X] + w[B] = w[A]$  e  $w[X] \geq 0$ .

Quando a condição  $w[B] \leq w[A]$  é satisfeita,

$$X (+) B = [x^L + b^L, x^U + b^U] = [a^L, a^U], \text{ ou seja,}$$

$$x^L + b^L = a^L,$$

$$x^U + b^U = a^U. \quad (III.28)$$

Deste modo, a solução da equação anterior corresponde a

$$X = [a^L - b^L, a^U - b^U]. \quad (III.29)$$

Nesta perspectiva, pode então definir-se uma outra versão expandida da subtracção, designada por  $A )-( B$  e denominada por *subtracção necessária* (Inuiguichi e Kume, 1991). Assim, quando  $w[B] \leq w[A]$ ,

$$A )-( B = [a^L - b^L, a^U - b^U]. \quad (III.30)$$

Analogamente, obtém-se outra versão expandida da adição, designada por  $A )+( B$  e denominada por *adição necessária*, quando  $w[B] \leq w[A]$  (Inuiguichi e Kume, 1991):

$$A )+( B = [a^L + b^U, a^U + b^L]. \quad (III.31)$$

A adição e subtracção necessárias permitem concluir que:

$$m[A )+( B] = m[A] + m[B], \quad (III.32)$$

$$m[A )-( B] = m[A] - m[B], \quad (III.33)$$

$$w[A )+( B] = w[A )-( B] = w[A] - w[B]. \quad (III.34)$$

Quando  $B$  é um ponto intervalar, a subtracção possível  $A (-) B$  e a subtracção necessária  $A )-( B$  podem relacionar-se da seguinte forma:

$$A )-( B \subseteq A (-) B, \quad (III.35)$$

$$A )-( B = A (-) B, \quad (III.36)$$



quando  $B$  corresponde a um número real, ou seja,  $b^L = b^U$ .

A subtração possível e a subtração necessária entre dois números intervalares  $A = [a^L, a^U]$  e  $B = [b^L, b^U]$  (sobrepostos) são ilustradas na Figura III.4.

A *multiplicação* de números intervalares é definida do seguinte modo:

$$\begin{aligned} A (\cdot) B &= [a^L, a^U] (\cdot) [b^L, b^U] = \\ &= [\text{mínimo}(a^L b^L, a^L b^U, a^U b^L, a^U b^U), \text{máximo}(a^L b^L, a^L b^U, a^U b^L, a^U b^U)]. \end{aligned} \quad (\text{III.37})$$

A *divisão* de números intervalares é definida por:

$$A (\div) B = [a^L, a^U] (\div) [b^L, b^U] = [a^L, a^U] (\cdot) \left[ \frac{1}{b^U}, \frac{1}{b^L} \right]. \quad (\text{III.38})$$

Se  $0 \in B$ , então a operação  $A(\div)B$  não está definida.

A *distância* entre os intervalos  $A$  e  $B$  corresponde a  $d(A, B) = \text{Max}(|a^L - b^L|, |a^U - b^U|)$ .

Se  $A$  e  $B$  forem pontos intervalares, ou seja,  $A = [a, a]$  e  $B = [b, b]$ , então a distância entre  $A$  e  $B$  corresponde à distância entre dois números reais, ou seja,  $d(A, B) = \text{Max}(|a - b|, |a - b|) = |a - b|$ . Deste modo,  $d(A, B) = d(B, A)$  e  $d(A, B) = 0$  se e só se  $A = B$ .

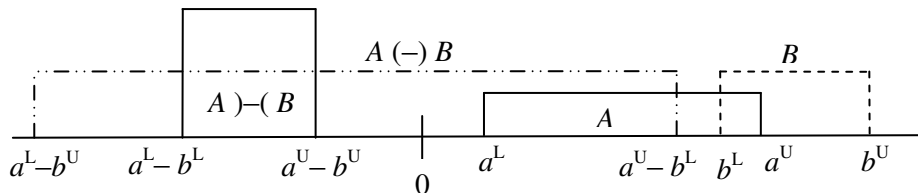


Figura III. 4. A subtração possível e a subtração necessária.

### III.2.3. Propriedades das operações aritméticas entre números intervalares

As operações aritméticas entre os números intervalares  $A = [a^L, a^U]$ ,  $B = [b^L, b^U]$  e  $C = [c^L, c^U]$  regem-se pelas propriedades descritas em seguida.

A adição e multiplicação de números intervalares são comutativas:

$$A (+) B = B (+) A \text{ e } A (.) B = B (.) A. \quad (\text{III.39})$$

A adição e multiplicação de números intervalares gozam da propriedade associativa:  
 $(A (+) B) (+) C = A (+) (B (+) C)$ ,  $(A (.) B) (.) C = A (.) (B (.) C)$ . (III.40)

Os números  $[0, 0]$  e  $[1, 1]$  são os únicos elementos neutros da adição e multiplicação, respectivamente:

$$A = A (+) [0, 0] = [0, 0] (+) A, \quad (\text{III.41})$$

$$A = A (.) [1, 1] = [1, 1] (.) A. \quad (\text{III.42})$$

Alguns casos particulares:

a) Um número intervalar  $A = [a^L, a^U]$ ,  $a^L \neq a^U$ , não possui elemento inverso no que diz respeito à operação adição:

$$A (+) A^- = [a^L, a^U] (+) [-a^U, -a^L] = [a^L - a^U, a^U - a^L] \neq 0, \quad a^L \neq a^U, \quad (\text{III.43})$$

embora,  $0 \in A (+) A^-$ .

b) Um número intervalar  $A = [a^L, a^U]$ ,  $a^L \neq a^U$ , não possui elemento inverso no que diz respeito à operação multiplicação:

$$A (.) A^{-1} = [a^L, a^U] (.) \left[ \frac{1}{a^U}, \frac{1}{a^L} \right] \neq 1, \quad a^L \neq a^U, \quad (\text{III.44})$$

contudo,  $1 \in A (.) A^{-1}$ .

c) Se  $A$  corresponder a um número real, obtém-se:

$$A (+) A^- = 0 \text{ e } A (.) A^{-1} = 1. \quad (\text{III.45})$$

d) A distributividade das operações aritméticas com números intervalares nem sempre se verifica. Contudo, verifica-se sempre a *sub-distributividade*, ou seja,

$$A (.) (B (+) C) \subseteq A (.) B (+) A (.) C. \quad (\text{III.46})$$

As demonstrações das propriedades acima referidas podem encontrar-se, por exemplo, em Bojadziev e Bojadziev (1995) e Moore (1966).

### III.2.4. Relações de ordem ou de preferência entre intervalos fechados

Podem estabelecer-se basicamente dois tipos de relações de ordem entre intervalos: um com base na extensão do conceito “<” (menor do que) para os números reais e outro com base na extensão do conceito da inclusão de conjuntos.

Sejam dados os intervalos  $A = [a^L, a^U]$  e  $B = [b^L, b^U]$  no conjunto dos intervalos reais  $I(\mathcal{R})$ . Deste modo, considera-se que  $A (<) B$  se e só se  $a^U < b^L$ . Por outro lado,  $A \subseteq B$  se e só se  $a^L \geq b^L$  e  $a^U \leq b^U$ .

Contudo, estas relações não permitem ordenar intervalos que se sobrepõem (Figura III.5). Por outro lado, a extensão da inclusão de conjuntos não permite ordenar os intervalos em termos de importância. Neste contexto, foram desenvolvidas diversas abordagens que permitem comparar dois intervalos

Ishibuchi e Tanaka (1990) desenvolveram uma abordagem que permite comparar dois intervalos, em modelos com funções objectivo a maximizar ou a minimizar.

Num modelo com uma função objectivo a maximizar<sup>III.6</sup> diz-se que  $B$  é preferível a  $A$ , ou seja,  $A \leq_{LU} B$ , se e só se  $a^L \leq b^L$  e  $a^U \leq b^U$ . Por outro lado,  $B$  é estritamente preferível a  $A$ , ou seja,  $A <_{LU} B$ , se e só se  $A \leq_{LU} B$  e  $A \neq B$  (Figura III.5). Estas relações de ordem permitem representar a preferência do AD pela alternativa com os maiores valores mínimos e máximos.

A relação de ordem “ $\leq_{LU}$ ” possui as seguintes propriedades:

a) Se  $A \leq_{LU} B$ , então  $m[A] \leq m[B]$ .

b) Se  $a^L = a^U$  e  $b^L = b^U$ , então “ $\leq_{LU}$ ” corresponde à desigualdade “ $\leq$ ” utilizada no conjunto de números reais.

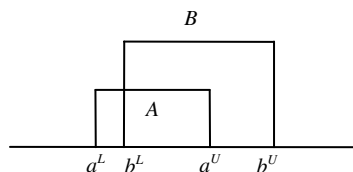


Figura III. 5. Intervalos sobrepostos ( $A <_{LU} B$ ).

<sup>III.6</sup> A análise para modelos a minimizar pode facilmente extrapolar-se a partir dos modelos a maximizar, pelo que não é aqui efectuada.

A relação de ordem “ $\leq_{LU}$ ” é transitiva (ou seja, considerando os intervalos  $A$ ,  $B$  e  $C$ , se  $A \leq_{LU} B$  e  $B \leq_{LU} C$ , então  $A \leq_{LU} C$ ), reflexiva (ou seja,  $A \leq_{LU} A$ ) e anti-simétrica (ou seja, se  $A \leq_{LU} B$  e  $B \leq_{LU} A$ , então  $A = B$ ) (Ishibuchi e Tanaka, 1990).

Pode, no entanto, haver muitos pares de intervalos que não são ordenáveis através da relação de ordem “ $\leq_{LU}$ ”. Por exemplo, se  $A = [80, 100]$  e  $B = [85, 95]$ , as relações  $A \leq_{LU} B$  e  $B \leq_{LU} A$  não se verificam.

Para colmatar este problema, Ishibuchi e Tanaka (1990) sugeriram outra relação de ordem com base no ponto médio e amplitude dos intervalos, designada por “ $\leq_{MW}$ ”. Deste modo, de acordo com esta nova relação de ordem,  $B$  é preferível a  $A$ , ou seja,  $A \leq_{MW} B$  se e só se  $m[A] \leq m[B]$  e  $w[A] \geq w[B]$ . Por outro lado,  $B$  é estritamente preferível a  $A$ , ou seja,  $A <_{MW} B$  se e só se  $A \leq_{MW} B$  e  $A \neq B$ . Como o ponto médio e a amplitude de um intervalo podem considerar-se como o valor esperado e a incerteza associados a um intervalo, respectivamente, estas relações de ordem permitem representar a preferência do AD pelo maior valor esperado e pela menor incerteza.

A relação de ordem “ $\leq_{MW}$ ” possui as seguintes propriedades:

a) Se  $A \leq_{MW} B$ , então  $a^L \leq b^L$ .

b) Se  $w[A] = w[B] = 0$ , então “ $\leq_{MW}$ ” corresponde à desigualdade “ $\leq$ ” utilizada no conjunto de números reais.

Tal como “ $\leq_{LU}$ ” a relação de ordem “ $\leq_{MW}$ ” é transitiva, reflexiva e anti-simétrica (Ishibuchi e Tanaka, 1990).

De acordo com Ishibuchi e Tanaka (1990) as relações de ordem “ $\leq_{MW}$ ” e “ $\leq_{LU}$ ” nunca entram em conflito. Esta situação ocorre porque não existe nenhum par de intervalos  $A$  e  $B$ , com  $A \neq B$ , onde seja possível concluir simultaneamente que  $B \leq_{MW} A$  e  $A \leq_{LU} B$ . Se  $A \leq_{LU} B$  e  $B \leq_{MW} A$ , então  $A = B$  (Ishibuchi e Tanaka, 1990).

Ishibuchi e Tanaka (1990) definiram ainda uma outra relação de ordem, “ $\leq_{LM}$ ”, que permite relacionar as duas anteriores. De acordo com esta relação de ordem,  $B$  é preferível a  $A$ , ou seja,  $A \leq_{LM} B$ , se e só se  $a^L \leq b^L$  e  $m[A] \leq m[B]$  e  $B$  é estritamente preferível a  $A$ , ou seja,  $A <_{LM} B$ , se e só se  $A \leq_{LM} B$  e  $A \neq B$ . Por outro lado,  $A \leq_{LM} B$  se e só se ou  $A \leq_{LU} B$  ou  $A \leq_{MW} B$  e  $A <_{LM} B$  se e só se ou  $A <_{LU} B$  ou  $A <_{MW} B$  (Ishibuchi e Tanaka, 1990).

Chanas e Kuchta (1996) sugeriram uma generalização das relações de preferência definidas por Ishibuchi e Tanaka (1990), introduzindo a noção de corte -  $\varphi_0$ ,  $\varphi_1$  - de um intervalo.

Considerem-se as relações de preferência “ $\leq_{LU}$ ” e “ $<_{LU}$ ”, “ $\leq_{MW}$ ” e “ $<_{MW}$ ”, e “ $\leq_{LM}$ ” e “ $<_{LM}$ ” definidas como relações do tipo 1, 2 e 3, respectivamente.

Sejam  $A = [a^L, a^U]$  e  $\varphi_0$  e  $\varphi_1$  quaisquer números fixos de tal modo que  $0 \leq \varphi_0 \leq \varphi_1 \leq 1$ .

O corte -  $\varphi_0, \varphi_1$  - do intervalo  $A$  corresponde ao seguinte intervalo:

$$A /_{[\varphi_0, \varphi_1]} = [a^L + \varphi_0(a^U - a^L), a^L + \varphi_1(a^U - a^L)]. \quad (\text{III.47})$$

Sejam  $A = [a^L, a^U]$  e  $B = [b^L, b^U]$  dois intervalos,  $\varphi_0$  e  $\varphi_1$  quaisquer números fixos de tal modo que  $0 \leq \varphi_0 \leq \varphi_1 \leq 1$  e  $i$  qualquer das relações de ordem do conjunto  $\{1, 2, 3\}$ . As relações de preferência  $\leq_{i/[\varphi_0, \varphi_1]}$  e  $<_{i/[\varphi_0, \varphi_1]}$  definem-se do seguinte modo:

$$A \leq_{i/[\varphi_0, \varphi_1]} B \text{ se e só se } A /_{[\varphi_0, \varphi_1]} \leq_i B /_{[\varphi_0, \varphi_1]}, \quad (\text{III.48})$$

$$A <_{i/[\varphi_0, \varphi_1]} B \text{ se e só se } A /_{[\varphi_0, \varphi_1]} <_i B /_{[\varphi_0, \varphi_1]}, \quad (\text{III.49})$$

onde  $A /_{[\varphi_0, \varphi_1]}$  e  $B /_{[\varphi_0, \varphi_1]}$  correspondem aos cortes -  $\varphi_0, \varphi_1$  - dos intervalos  $A$  e  $B$ , respectivamente.

Então, verifica-se que (Chanas e Kuchta, 1996):

$$\text{a) } A \leq_{i/[0, 1]} B \text{ se e só se } A \leq_i B, i = 1, 2, 3.$$

$$\text{b) } A \leq_{1/[\varphi_0, \frac{\varphi_1}{2}]} B \text{ se e só se } A \leq_{3/[\varphi_0, \varphi_1]} B.$$

Considerem-se os intervalos  $A = [1850, 2215]$  e  $B = [1695, 2515]$ . Portanto,  $m[A] = 2032.5$ ,  $m[B] = 2105$ ,  $w[A] = 365$  e  $w[B] = 820$ . Deste modo, pode concluir-se que o intervalo  $A$  permite obter um valor esperado menor, mas menos incerto. Por outro lado, o intervalo  $B$  permite obter um maior valor esperado, mas mais incerto. Assim, de acordo com as relações de ordem de intervalos definidas por Ishibuchi e Tanaka (1990) e Chanas e Kuchta (1996) não é possível saber qual o intervalo preferível.

Sengupta e Pal (2000) sugerem, para colmatar este problema, um índice simples, que permite comparar quaisquer dois números intervalares na recta de números reais, tendo em consideração os níveis de satisfação do AD.

Considere-se uma relação de ordem expandida  $\prec$ , entre os intervalos  $A$  e  $B$  na recta de números reais  $\mathfrak{R}$ . Seja  $I(\mathfrak{R})$  o conjunto de todos os intervalos fechados na recta de números reais  $\mathfrak{R}$ .

Sengupta e Pal (2000) definiram uma *função de aceitabilidade*  $\mathcal{A}: I(\mathfrak{R}) \times I(\mathfrak{R}) \rightarrow [0, \infty]$ , de tal modo que  $\mathcal{A}(A \prec B)$  ou  $\mathcal{A} \prec(A, B)$ , ou ainda,

$$\mathcal{A} \prec = \frac{(m[B] - m[A])}{(\frac{w[B]}{2} + \frac{w[A]}{2})}, \quad (\text{III.50})$$

onde  $(\frac{w[B]}{2} + \frac{w[A]}{2}) \neq 0$ . O índice  $\mathcal{A} \prec$  pode interpretar-se como sendo o grau de aceitabilidade do intervalo  $A$  ser inferior ao intervalo  $B$ .

O grau de aceitabilidade de  $A \prec B$  pode classificar-se e interpretar-se com base na comparação do ponto médio e amplitude dos intervalos  $A$  e  $B$  da seguinte forma:

$$\mathcal{A}(A \prec B) = \begin{cases} 0, & \text{se } m[A] = m[B], \\ > 0, < 1, & \text{se } m[A] < m[B] \text{ e } a^U > b^L, \\ \geq 1, & \text{se } m[A] < m[B] \text{ e } a^U \leq b^L. \end{cases} \quad (\text{III.51})$$

Num modelo com uma função objectivo a maximizar, se  $\mathcal{A}(A \prec B) = 0$  então a premissa “ $A$  inferior a  $B$ ” não é aceite; se  $0 < \mathcal{A}(A \prec B) < 1$  então a premissa “ $A$  inferior a  $B$ ” é aceite com diferentes graus de satisfação, que variam entre zero e um (*vide* Figura III.6); se  $\mathcal{A}(A \prec B) \geq 1$  a premissa “ $A$  inferior a  $B$ ” é aceite como verdadeira (*vide* Figura III.7). Num modelo com uma função objectivo a minimizar, se  $\mathcal{A}(A \prec B) > 0$  então deve concluir-se que  $A$  é preferível a  $B$ .

O índice  $\mathcal{A} \prec$  satisfaz o AD para qualquer julgamento de valor, ou seja, para quaisquer dois intervalos  $A$  e  $B$  na recta de números reais  $\mathfrak{R}$  verifica-se sempre, pelo menos, uma das seguintes situações:  $\mathcal{A}(A \prec B) > 0$ ,  $\mathcal{A}(B \prec A) > 0$  ou  $\mathcal{A}(A \prec B) = \mathcal{A}(B \prec A) = 0$ .

O índice  $\mathcal{A} \prec$  é transitivo para quaisquer três intervalos  $A$ ,  $B$  e  $C$ , ou seja, se  $\mathcal{A}(A \prec B) \geq 0$  e  $\mathcal{A}(B \prec C) \geq 0$ , então  $\mathcal{A}(A \prec C) \geq 0$ . No entanto, isto não significa necessariamente que  $\mathcal{A}(A \prec C) \geq \max(\mathcal{A}(A \prec B) \geq 0, \mathcal{A}(B \prec C) \geq 0)$  (Sengupta e Pal, 2000).

Se  $\mathcal{A}(B_1 \prec B_2) = 0$  e  $(\frac{w[B_1]}{2}) \neq (\frac{w[B_2]}{2})$ , então  $B_1 \neq B_2$ . Contudo o índice  $\mathcal{A} \prec$  permite concluir que a aceitabilidade de  $B_1 \prec B_2$  é nula. A questão que se coloca nestes casos é como escolher a melhor alternativa.

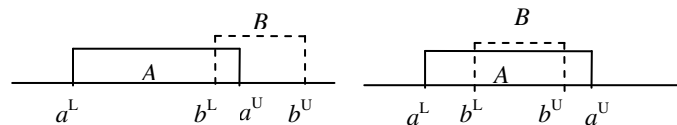


Figura III. 6. Ilustração do caso em que  $0 < \mathcal{A}(A \prec B) < 1$ .

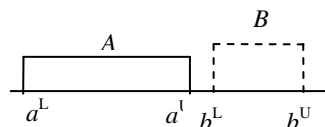


Figura III. 7. Ilustração do caso em que  $\mathcal{A}(A \prec B) > 1$ .

Considere-se um intervalo  $D$  inferior aos intervalos com pontos médios idênticos  $B_1$  e  $B_2$ . Então, quando comparado com  $D$ , o grau de aceitabilidade da superioridade do intervalo menos incerto é superior ao grau de aceitabilidade da superioridade do intervalo mais incerto. Assim, se  $A(D \prec B_1) > 0$ ,  $A(D \prec B_2) > 0$  e  $A(B_1 \prec B_2) = 0$ , mas  $B_1 \neq B_2$ , então

$$A(D \prec B_1) > A(D \prec B_2) \text{ se e só se } \left(\frac{w[B_1]}{2}\right) < \left(\frac{w[B_2]}{2}\right); \quad (\text{III.52})$$

$$A(D \prec B_1) < A(D \prec B_2) \text{ se e só se } \left(\frac{w[B_1]}{2}\right) > \left(\frac{w[B_2]}{2}\right). \quad (\text{III.53})$$

A condição (III.52) indica que quando comparada com  $D$ , a superioridade de  $B_1$  é mais aceitável do que a superioridade de  $B_2$ . Portanto,  $B_1$  deve ser preferível a  $B_2$  como alternativa maximizante. Este resultado indica que se os intervalos  $B_1$  e  $B_2$  tiverem os mesmos valores esperados, mas  $B_1$  é menos incerto do que  $B_2$ , então  $B_1$  é preferível a  $B_2$ .

Se o intervalo escolhido,  $D$ , for superior aos intervalos com pontos médios idênticos  $B_1$  e  $B_2$ , ou seja, se  $A(B_1 \prec D) > 0$ ,  $A(B_2 \prec D) > 0$  e  $A(B_1 \prec B_2) = 0$ , mas  $B_1 \neq B_2$ , então

$$A(B_1 \prec D) > A(B_2 \prec D) \text{ se e só se } \left(\frac{w[B_1]}{2}\right) < \left(\frac{w[B_2]}{2}\right); \quad (\text{III.54})$$

$$A(B_1 \prec D) < A(B_2 \prec D) \text{ se e só se } \left(\frac{w[B_1]}{2}\right) > \left(\frac{w[B_2]}{2}\right). \quad (\text{III.55})$$

Neste caso, a condição (III.54) indica que, quando comparada com  $D$ , a inferioridade de  $B_1$  é mais aceitável do que a inferioridade de  $B_2$ . Portanto,  $B_1$  deve ser preferível a  $B_2$  como alternativa minimizante.

### III.2.5. Características das desigualdades e igualdades lineares com coeficientes intervalares

Considere-se a seguinte desigualdade linear com coeficientes intervalares:

$$[a_1, a_2]x_1 + [b_1, b_2]x_2 (\leq, \geq) [c_1, c_2]. \quad (\text{III.56})$$

Uma *versão extrema* de uma desigualdade linear com coeficientes intervalares obtém-se quando os coeficientes assumem valores num dos limites extremos dos intervalos. Se um dos coeficientes intervalares assumir o seu valor num ponto intermédio do intervalo, então obtém-se uma *versão intermédia* da desigualdade linear.

#### Exemplo III. 1

a) A desigualdade  $a_1x_1 + b_1x_2 (\leq, \geq) c_1$  corresponde a uma versão extrema da desigualdade linear com coeficientes intervalares (III.56);

b) A expressão  $a_2x_1 + \left(\frac{b_1+b_2}{2}\right)x_2 (\leq, \geq) c_1$  corresponde a uma versão intermédia da desigualdade linear com coeficientes intervalares (III.56).

Uma *deslocação* de uma desigualdade linear é um movimento paralelo da desigualdade de uma posição para outra, sem alteração da sua inclinação. A deslocação da desigualdade deve-se apenas a alterações dos valores assumidos pelos seus termos independentes.

### Exemplo III. 2

Seja  $3x_1 + x_2 \geq [2, 6]$  uma dada desigualdade linear com um termo independente intervalar, então a desigualdade pode deslocar-se de uma versão extrema ( $3x_1 + x_2 \geq 2$ ) para outra ( $3x_1 + x_2 \geq 6$ ), sem que haja uma alteração da sua inclinação, como ilustrado na Figura III.8.

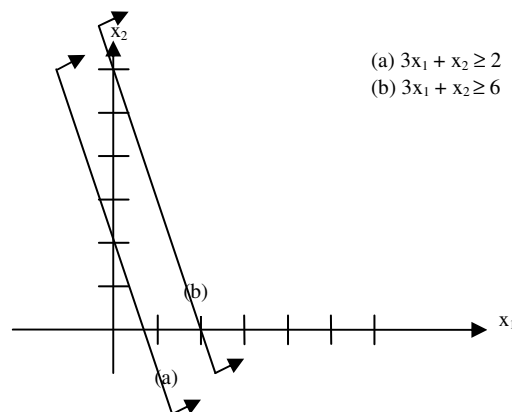


Figura III. 8. Deslocação de uma desigualdade linear.

Uma *perturbação* de uma desigualdade linear corresponde a uma alteração da sua inclinação. A perturbação de uma desigualdade deve-se à alteração dos valores assumidos pelos coeficientes associados às variáveis de decisão.

### Exemplo III. 3

Seja  $[1, 3]x_1 + x_2 \geq 2$  uma dada desigualdade linear com um coeficiente intervalar associado a  $x_2$ , então a desigualdade pode variar de uma versão extrema ( $x_1 + x_2 \geq 2$ ) para outra ( $3x_1 + x_2 \geq 2$ ), conduzindo a uma alteração da sua inclinação, como ilustrado na Figura III.9.



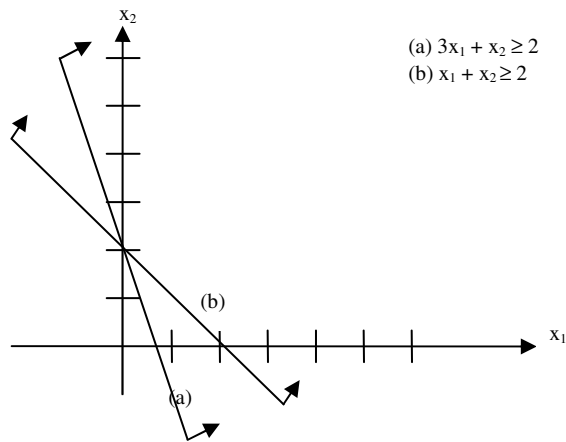


Figura III. 9. Perturbação de uma desigualdade linear.

Uma *inversão* de uma desigualdade linear corresponde a um tipo especial de perturbação que ocorre quando há uma alteração simultânea de sinais de todos os coeficientes nos lados esquerdos (neste caso, o elemento 0 encontra-se no intervalo a que pertence o coeficiente intervalar).

*Exemplo III. 4*

Seja  $[-1, 3]x_1 + [-1, 1]x_2 \geq 2$  uma dada desigualdade linear com coeficientes intervalares no lado esquerdo, então a restrição pode variar de uma versão extrema ( $-x_1 - x_2 \geq 2$ ) para outra ( $3x_1 + x_2 \geq 2$ ), conduzindo a uma alteração da sua inclinação, como ilustrado na Figura III.10.

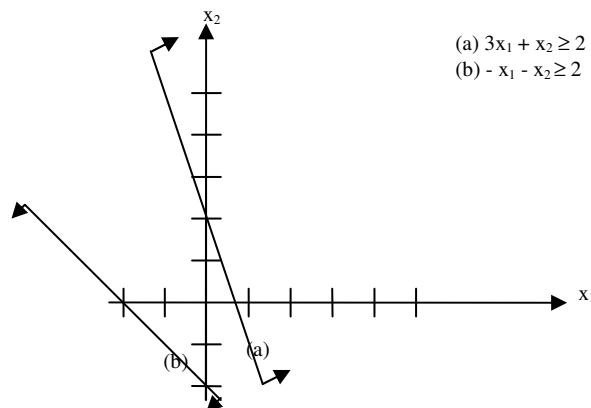


Figura III. 10. Inversão de uma desigualdade linear.

A perturbação, deslocação ou inversão de desigualdades intervalares conduzem, em geral, a alterações na região admissível de um modelo de programação matemática.

Seja  $Q$  um conjunto de desigualdades com coeficientes intervalares. Considerem-se dois conjuntos diferentes de desigualdades,  $Q_I$  e  $Q_{II}$ , gerados a partir de  $Q$ , através das suas versões extremas.

As regiões admissíveis  $S_I$  e  $S_{II}$  geradas a partir de  $Q_I$  e  $Q_{II}$ , respectivamente, podem conduzir às seguintes possibilidades:

- $S_I \subseteq S_{II}$  ou  $S_{II} \subseteq S_I$ , isto é, uma região admissível está inteiramente contida na outra;
- $S_I \neq S_{II}$  e  $S_I \cap S_{II} \neq \emptyset$ , isto é, uma região admissível intersecta parcialmente a outra;
- $S_I \cap S_{II} = \emptyset$ , isto é, as regiões admissíveis nunca se intersectam.

*Exemplo III. 5*

Seja  $Q$  o seguinte conjunto de desigualdades:

$$Q = \begin{cases} a : 2x_1 - 4x_2 \leq [2, 4] \\ b : x_1 + 3x_2 \geq [2, 3] \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

Sejam  $Q_I$  e  $Q_{II}$  os seguintes conjuntos de desigualdades obtidos a partir de  $Q$ :

$$Q_I = \begin{cases} a_I : 2x_1 - 4x_2 \leq 4 \\ b_I : x_1 + 3x_2 \geq 2 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases} \quad \text{e} \quad Q_{II} = \begin{cases} a_{II} : 2x_1 - 4x_2 \leq 2 \\ b_{II} : x_1 + 3x_2 \geq 3 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

Neste caso,  $S_{II}$  (região admissível gerada por  $Q_{II}$ )  $\subset$   $S_I$  (região admissível gerada por  $Q_I$ ), como se pode observar na Figura III.11.

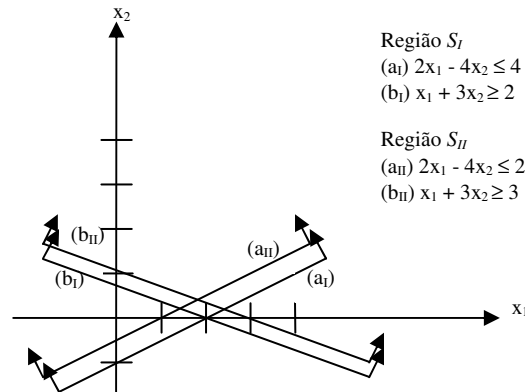


Figura III. 11. Exemplo ilustrativo para o caso em que  $S_{II} \subset S_I$ .

Exemplo III. 6

Seja  $Q$  o seguinte conjunto de desigualdades:

$$Q = \begin{cases} a : [-2, 2]x_1 + [-2, 2]x_2 \geq 1 \\ b : x_1 \geq -4 \\ x_1, x_2 \geq -4 \end{cases}$$

Sejam  $Q_I$  e  $Q_{II}$  os seguintes conjuntos de desigualdades obtidos a partir de  $Q$ :

$$Q_I = \begin{cases} a_I : 2x_1 + 2x_2 \geq 1 \\ b : x_1 \geq -4 \\ x_1, x_2 \geq -4 \end{cases} \quad \text{e} \quad Q_{II} = \begin{cases} a_{II} : -2x_1 - 2x_2 \geq 1 \\ b : x_1 \geq -4 \\ x_1, x_2 \geq -4 \end{cases}$$

Neste caso,  $S_{II}$  (região admissível gerada por  $Q_{II}$ )  $\cap$   $S_I$  (região admissível gerada por  $Q_I$ ) =  $\emptyset$ , como se pode observar na Figura III.12.

Qualquer desigualdade linear com coeficientes intervalares possui pelo menos duas versões extremas diferentes, que conduzem à obtenção de duas regiões admissíveis distintas, correspondentes à *região mais abrangente* e à *região menos abrangente* (*maximum and minimum value range inequality*), respectivamente (Shaocheng, 1994).

A questão que se coloca, nestas circunstâncias, é saber quais as versões extremas, de cada desigualdade, que conduzem a uma região admissível mais e menos abrangente, respectivamente.

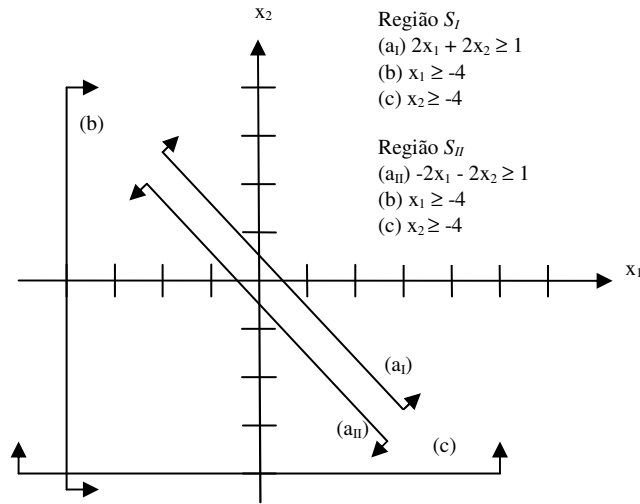


Figura III. 12. Exemplo ilustrativo para o caso em que  $S_{II} \cap S_I = \emptyset$ .

Considere-se, sem perda de generalidade, o seguinte conjunto de desigualdades:

$$\sum_{j=1}^n [a_{ij}^L, a_{ij}^U] x_j \geq [b_i^L, b_i^U], \text{ para } i = 1, \dots, m, \quad (\text{III.57})$$

onde  $x_j \geq 0$ , para todo  $j = 1, \dots, n$ ,  $[a_{ij}^L, a_{ij}^U]$  e  $[b_i^L, b_i^U]$ ,  $j = 1, \dots, n$  e  $i = 1, \dots, m$ , pertencem a  $I(\mathfrak{R})$  e  $I(\mathfrak{R})$  é o conjunto de todos os números intervalares em  $\mathfrak{R}$ .

De acordo com as propriedades da aritmética intervalar, cada desigualdade  $i$  de (III.57), com  $n$  coeficientes intervalares e  $m$  termos independentes intervalares, pode transformar-se em  $2^{n+1}$  versões extremas distintas tal que:

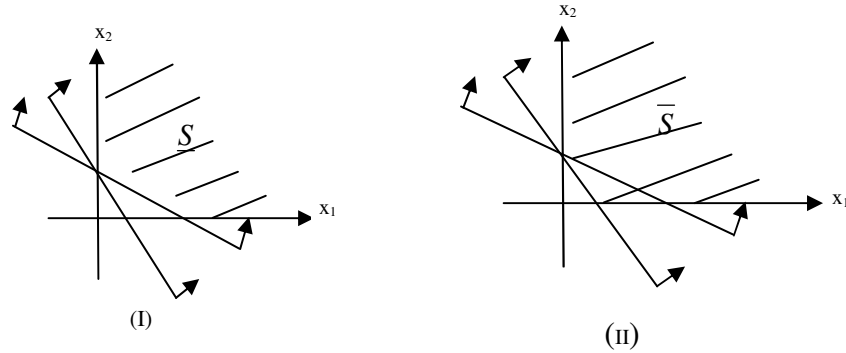
$$a_1 x_1 + a_2 x_2 + \dots + a_n x_n \geq b, \quad (\text{III.58})$$

onde  $a_j \in \{a_{ij}^L, a_{ij}^U\}$  e  $b \in \{b_i^L, b_i^U\}$ ,  $i = 1, \dots, m$ ,  $j = 1, \dots, n$ .

Considere-se uma desigualdade  $i$  de (III.57). Seja  $S_k$  o conjunto de soluções da  $k$ -ésima versão extrema da desigualdade (III.58), entre as  $2^{n+1}$  versões extremas distintas.

$$\text{Sejam } \bar{S} = \bigcup_{k=1}^{2^{n+1}} S_k \text{ e } \underline{S} = \bigcap_{k=1}^{2^{n+1}} S_k.$$

A Figura III.13 ilustra como podem surgir  $\bar{S}$  e  $\underline{S}$  para uma desigualdade intervalar com apenas duas versões extremas possíveis.



- (I) - Intersecção dos conjuntos solução de duas desigualdades (com  $x_j \geq 0, j = 1, 2$ );
- (II) - Reunião dos conjuntos solução de duas desigualdades (com  $x_j \geq 0, j = 1, 2$ ).

**Figura III. 13.** Exemplo ilustrativo de  $\bar{S}$  e  $\underline{S}$ .

Para cada desigualdade  $i$  em (III.57), a desigualdade  $\sum_{j=1}^n a_j x_j \geq b$ , onde  $a_j \in [a_{ij}^L, a_{ij}^U]$  e  $b \in [b_i^L, b_i^U]$ , designa-se por *expressão característica (characteristic formula)* da desigualdade  $i$  em (III.57) (Shaocheng, 1994).

Para cada desigualdade  $i$  em (III.57), se existir uma versão da *expressão característica* de tal modo que o seu conjunto solução é igual a  $\underline{S}$  ou a  $\bar{S}$ , então essa versão da expressão característica designa-se por *desigualdade menos abrangente e mais abrangente*, respectivamente (Shaocheng, 1994).

Por outras palavras, para cada desigualdade intervalar em (III.57) as desigualdades mais e menos abrangentes, correspondem a  $\sum_{j=1}^n a_j^U x_j \geq b^L$  e  $\sum_{j=1}^n a_j^L x_j \geq b^U$ , respectivamente (Shaocheng, 1994).

Apesar de este teorema ter sido primeiro enunciado em Shaocheng (1994), foi apenas demonstrado em Ramadan (1997) e Chinneck e Ramadan (2000).

Seja  $\sum_{j=1}^n a_j x_j \geq b$  qualquer versão admissível da desigualdade intervalar (III.57), não necessariamente uma versão extrema. Então, para qualquer solução  $x_j \geq 0, j = 1, \dots, n$ , obtém-se  $\sum_{j=1}^n a_j x_j \geq \sum_{j=1}^n a_j^L x_j$ . Portanto, se  $\sum_{j=1}^n a_j^L x_j \geq b^U$  numa solução,  $x_j \geq 0, j = 1, \dots, n$ , então tem-se também que  $\sum_{j=1}^n a_j x_j \geq b^U \geq b^L$ . Deste modo, uma solução,  $x_j \geq 0, j = 1, \dots, n$ , nestas condições tem que satisfazer todas as versões possíveis da

desigualdade intervalar simultaneamente. Deste modo,  $\sum_{j=1}^n a_j^L x_j \geq b^U$  é a desigualdade menos abrangente. Por outro lado, para qualquer solução particular,  $x_j \geq 0$ ,  $j = 1, \dots, n$ , também se tem que  $\sum_{j=1}^n a_j^U x_j \geq \sum_{j=1}^n a_j x_j \geq b \geq b^L$ . Portanto, qualquer solução que satisfaça qualquer versão admissível da desigualdade intervalar também será satisfeita por  $\sum_{j=1}^n a_j^U x_j \geq b^L$ . Deste modo,  $\sum_{j=1}^n a_j^U x_j \geq b^L$  é a desigualdade mais abrangente. Esta situação também se verifica para  $x_j \leq 0$ , sendo necessário, neste caso, substituir  $x_j$  por  $x_j = -x_j'$ , onde  $x_j' \geq 0$ .

Como se verá em seguida, qualquer igualdade com coeficientes intervalares pode também possuir uma versão mais abrangente e menos abrangente (Ramadan, 1997; Chinneck e Ramadan, 2000).

Considere-se, sem perda de generalidade, a seguinte igualdade com coeficientes intervalares:

$$\sum_{j=1}^n [a_j^L, a_j^U] x_j = [b^L, b^U]. \quad (\text{III. 59})$$

Esta igualdade pode ser substituída pelas duas desigualdades seguintes:

$$\sum_{j=1}^n a'_j x_j \geq b^L, \text{ onde } a'_j = \begin{cases} a_j^U, & \text{se } x_j \geq 0, \\ a_j^L, & \text{se } x_j \leq 0. \end{cases} \quad (\text{III. 60})$$

$$\sum_{j=1}^n a''_j x_j \leq b^U, \text{ onde } a''_j = \begin{cases} a_j^L, & \text{se } x_j \geq 0, \\ a_j^U, & \text{se } x_j \leq 0. \end{cases} \quad (\text{III. 61})$$

As duas desigualdades obtidas são as duas *versões extremas mais abrangentes* da igualdade original e definem uma *região convexa de possibilidades*, na qual qualquer ponto satisfaz qualquer versão admissível da igualdade intervalar original (Ramadan, 1997; Chinneck e Ramadan, 2000).

Seja  $\sum_{j=1}^n a_j x_j = b$  qualquer versão admissível de (III.59), não necessariamente uma versão extrema, e  $\mathbf{x}$  um ponto que a satisfaz. Então, para  $x_j \geq 0$ , para todo o  $j = 1, \dots, n$ ,  $\sum_{j=1}^n a_j^U x_j \geq \sum_{j=1}^n a_j x_j = b \geq \sum_{j=1}^n a_j^L x_j$  e  $b^U \geq b \geq b^L$ . Portanto,  $\mathbf{x}$  satisfaz  $\sum_{j=1}^n a_j^U x_j \geq b^L$  e

$\sum_{j=1}^n a_j^L x_j \leq b^U$ . Esta situação também se verifica para  $x_j \leq 0$ , sendo necessário, neste caso, substituir  $x_j$  por  $x_j = -x_j'$ , onde  $x_j' \geq 0$ . Deste modo, (III.60) e (III.61) geram uma região admissível, designada por *região de possibilidade*, onde qualquer solução satisfaz uma versão admissível da igualdade intervalar original.

No entanto, a *região menos abrangente* desta igualdade corresponde a<sup>III.7</sup> (Ramadan, 1997; Chinneck e Ramadan, 2000):

$$\sum_{j=1}^n a'_j x_j = b^L, \text{ onde } a'_j = \begin{cases} a_j^U & \text{se } x_j \geq 0, \\ a_j^L & \text{se } x_j \leq 0. \end{cases} \quad (\text{III. 62})$$

ou

$$\sum_{j=1}^n a''_j x_j = b^U, \text{ onde } a''_j = \begin{cases} a_j^U & \text{se } x_j \leq 0, \\ a_j^L & \text{se } x_j \geq 0. \end{cases} \quad (\text{III. 63})$$

### III.3. O modelo de PLMO com coeficientes intervalares

A programação intervalar tem sido utilizada para efectuar o tratamento da incerteza em situações específicas da PLMO (Oliveira e Antunes, 2007). Neste contexto, o tratamento da incerteza pode ser efectuado apenas nas funções objectivo (Bitran, 1980; Steuer, 1981; Inuiguchi e Kume, 1991; Inuiguchi *et al.*, 1999; Antunes e Clímaco, 2000; Ida, 1999, 2000a, 2000b, 2005; Wang e Wang, 2001a), nas funções objectivo e nos termos independentes das restrições (Wang e Wang, 2001b) ou em todos os coeficientes do modelo (Urli e Nadeau, 1992).

Inuiguchi e Kume (1994) e Inuiguchi e Sakawa (1995) consideram duas abordagens distintas para tratar os modelos de PLMO com funções objectivo intervalares<sup>III.8</sup>: as abordagens de satisfação (*satisficing approach*) e de optimização (*optimizing approach*).

Na abordagem de satisfação, cada função objectivo intervalar é transformada numa ou em várias funções objectivo (o limite inferior, o limite superior e o valor central dos intervalos são geralmente utilizados), de modo a obter uma solução de compromisso (*e.g.* Rommelfanger *et. al* (1989); Ishibuichi e Tanaka (1990); Inuiguchi e Kume (1991); Chanas e Kuchta (1996); Antunes e Clímaco (2000); Sengupta *et al.*, (2001)). Apesar de a

<sup>III.7</sup> A demonstração desta afirmação encontra-se, para melhor compreensão, na secção III.3.1.2.

<sup>III.8</sup> Inuiguchi e Sakawa (1995, 1996a, 1997), Inuiguchi e Kume (1994), Inuiguchi e Tanino (2001) e Mausser e Laguna (1998, 1999) estudam casos para modelos de PL em que apenas a função objectivo possui coeficientes intervalares, considerando os conceitos de solução *minimax regret* (solução que minimiza o maior desvio absoluto da optimalidade), *maximin achievement rate* (solução que maximiza a taxa de concretização mínima relativamente ao óptimo) e *minimax relative regret* (solução que minimiza o máximo desvio percentual da optimalidade).

solução de compromisso obtida desta forma poder ser sempre possivelmente eficiente, pode não ser a mais adequada ou interessante do ponto de vista do AD. De facto, se os gradientes das funções objectivo escolhidas estiverem fortemente correlacionados, o âmbito da pesquisa pode reduzir-se e o cone dos gradientes de cada função objectivo pode, por último, reduzir-se a um raio (Antunes e Clímaco, 2000).

Por outro lado, a abordagem de optimização estende o conceito de eficiência, tradicionalmente utilizado em PLMO, para o caso da PLMO com coeficientes intervalares (e.g. Bitran (1980); Ida (1999, 2000a, 2000b, 2005); Inuiguchi e Sakawa (1996b); Steuer (1981); Wang e Wang (2001a, 2001b)).

Bitran (1980) sugeriu, neste contexto, dois tipos de soluções eficientes: uma solução é *necessariamente eficiente* se for eficiente para qualquer combinação de vectores de coeficientes das funções objectivo, dentro das suas gamas de variação admissíveis (vide Figura III.14); a solução diz-se *possivelmente eficiente* se for eficiente para pelo menos uma combinação de vectores de coeficientes das funções objectivo, dentro das suas gamas de variação admissíveis (vide Figura III.14). As soluções necessariamente eficientes são consideradas as mais robustas e as possivelmente eficientes são as mais optimistas (Ida, 1999).

### ***III.3.1. O melhor valor óptimo, o pior valor óptimo e a solução ideal intervalar***

Os pontos de referência representam, em geral, os níveis de aspiração do AD para as funções objectivo. A solução ideal é frequentemente utilizada como ponto de referência nos modelos de PLMO, uma vez que representa o melhor valor de cada função objectivo na região admissível. Neste contexto, os óptimos individuais obtidos com as versões extremas das regiões admissíveis e com as formulações extremas das funções objectivo, permitem delimitar a *solução ideal intervalar* (terminologia adoptada em Oliveira e Antunes (2006)). Deste modo, podemos interpretar cada solução ideal intervalar como a que contém as soluções óptimas na região admissível mais abrangente, com a formulação mais favorável da função objectivo, e na região admissível menos abrangente, com a formulação menos favorável da função objectivo, respectivamente. O valor óptimo obtido com o primeiro cenário de coeficientes designa-se por *melhor valor óptimo* e o valor óptimo obtido com o segundo cenário de coeficientes designa-se por *pior valor óptimo* (terminologia adoptada em Ramadan (1997) e Chinneck e Ramadan (2000)).



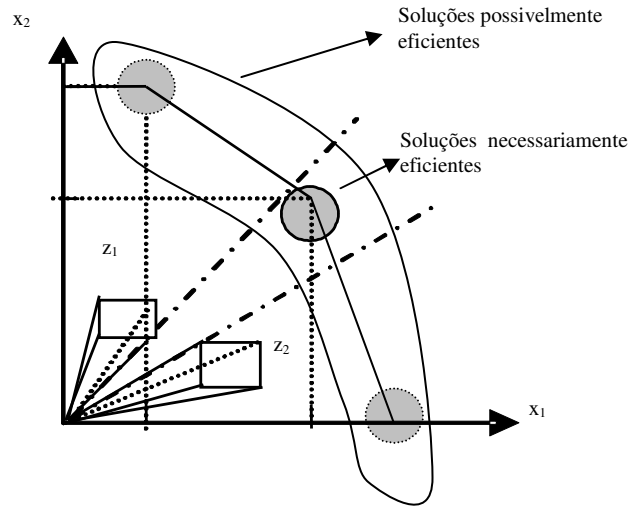


Figura III. 14. Soluções possivelmente e necessariamente eficientes.

Considere-se, sem perda de generalidade, o seguinte modelo de PL com coeficientes intervalares na função objectivo e nas restrições:

$$\begin{aligned} \min Z(\mathbf{x}) &= \sum_{j=1}^n [c_j^L, c_j^U] x_j, \\ \text{s.a: } \sum_{j=1}^n [a_{ij}^L, a_{ij}^U] x_j &\geq [b_i^L, b_i^U], i = 1, \dots, m, \end{aligned} \quad (\text{III. 64})$$

onde  $[c_j^L, c_j^U]$ ,  $[a_{ij}^L, a_{ij}^U]$  e  $[b_i^L, b_i^U]$ ,  $j = 1, \dots, n$  e  $i = 1, \dots, m$ , pertencem a  $I(\mathfrak{R})$ , onde  $I(\mathfrak{R})$  é o conjunto de todos os números intervalares em  $\mathfrak{R}$  e  $x_j \in \mathfrak{R}$ .

Ramadan (1997) e Chinneck e Ramadan (2000) desenvolveram vários algoritmos<sup>III.9</sup> que permitem determinar para o modelo (III.64), para qualquer  $x_j$ , com ou sem restrição de sinal, associado, ou não, aos coeficientes intervalares do modelo:

- a) o *melhor valor ótimo* e o cenário de coeficientes que o permite alcançar;

<sup>III.9</sup> O método desenvolvido por Shaocheng (1994) também permite determinar o melhor valor ótimo e o pior valor ótimo neste tipo de modelos de PL. No entanto, este método possui algumas limitações, uma vez que considera apenas variáveis não negativas e restrições do tipo ( $\leq$ ) ou ( $\geq$ ). Levin (1994) também efectuou o estudo de modelos de programação matemática monobjectivo em que a função objectivo e as restrições do modelo possuem coeficientes intervalares e as variáveis de decisão são binárias. Porém, devido a um pressuposto errado relacionado com a aritmética intervalar (este autor considerou que  $[a_1, a_2] \leq [b_1, b_2]$  se e só se  $a_1 \leq b_1$  e  $a_2 \leq b_2$ , quando, de facto,  $[a_1, a_2] \leq [b_1, b_2]$  se e só se  $a_2 \leq b_1$ ), o método não permite determinar o melhor valor ótimo e o pior valor ótimo da função objectivo.

b) o *pior valor ótimo* e o cenário de coeficientes que o permite alcançar.

Para a aplicação dos algoritmos desenvolvidos por Ramadan (1997) e Chinneck e Ramadan (2000), as variáveis de decisão são consideradas, de modo conveniente, em três grupos distintos:

$\mathbf{x}^0$ : variáveis com ou sem restrição de sinal associadas a coeficientes fixos;

$\mathbf{x}^{si}$ : variáveis com restrição de sinal associadas a pelo menos um coeficiente intervalar;

$\mathbf{x}^{ui}$ : variáveis sem restrição de sinal associadas a pelo menos um coeficiente intervalar.

Assim, os modelos de PL com coeficientes intervalares na função objectivo e nas restrições (PLCI) são classificados, de acordo com as variáveis de decisão, em dois tipos (Chinneck e Ramadan, 2000):

- Modelos de PLCI do Tipo I: todas as variáveis são do tipo  $\mathbf{x}^0$  ou  $\mathbf{x}^{si}$ .
- Modelos de PLCI do Tipo II: pelo menos uma variável é do tipo  $\mathbf{x}^{ui}$  e as restantes são do tipo  $\mathbf{x}^0$  ou  $\mathbf{x}^{si}$ .

No âmbito da presente dissertação apenas serão abordados os modelos de PLCI do Tipo I, onde se enquadram o tipo de modelos para os quais necessitaremos de obter os melhores valores óptimos e os piores valores óptimos.

### ***III.3.1.1. Método para a resolução de modelos de PLCI do Tipo I***

Qualquer desigualdade linear com coeficientes intervalares possui pelo menos duas versões extremas diferentes, que conduzem à obtenção de duas regiões admissíveis distintas, correspondentes à região mais abrangente e à região menos abrangente, respectivamente (*vide* secção III.2.5). Por outro lado, para qualquer função objectivo com coeficientes intervalares existem pelo menos duas versões extremas diferentes, uma das quais é a versão optimista (ou seja, a que permite obter o melhor valor ótimo da função objectivo) e a outra é a versão pessimista (ou seja, a que permite obter o pior valor ótimo da função objectivo).

Em geral, quando todas as variáveis possuem restrição de sinal, a região admissível menos abrangente deverá permitir obter a *pior solução ótima* (conducente à obtenção do pior valor ótimo da função objectivo) e a região admissível mais abrangente deverá permitir obter a *melhor solução ótima* (conducente à obtenção do melhor valor ótimo da função objectivo).

Seja  $Z(\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^n [c_j^L, c_j^U] x_j$  uma determinada função objectivo, com  $x_j \geq 0$ ,  $j = 1, \dots, n$ . Então,  $\sum_{j=1}^n c_j^U x_j \geq \sum_{j=1}^n c_j^L x_j$ , para qualquer vector  $\mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)^T$ .

Considere-se o modelo (III.64), com  $x_j \geq 0$ ,  $j = 1, \dots, n$  (portanto,  $x_j \in \mathbf{x}^0 \cup \mathbf{x}^{si}$ ). Então,  $\sum_{j=1}^n c_j^L x_j$  corresponde à *versão mais favorável da função objectivo* e  $\sum_{j=1}^n c_j^U x_j$  corresponde à *versão menos favorável da função objectivo*<sup>III.10</sup> (Ramadan, 1997; Chinneck e Ramadan, 2000).

Deste modo, através da utilização da versão mais favorável da função objectivo e da região admissível mais abrangente é possível determinar a melhor solução óptima de um modelo de PLCI. Por outro lado, através da consideração da versão menos favorável da função objectivo e da região admissível menos abrangente é possível obter a pior solução óptima de um modelo de PLCI.

Ramadan (1997) e Chinneck e Ramadan (2000) desenvolveram um algoritmo para a resolução de modelos de PLCI do Tipo I, considerando, sem perda de generalidade, um modelo de minimização de uma função objectivo com coeficientes intervalares, sujeito a restrições com coeficientes e termos independentes intervalares do tipo  $\geq$ <sup>III.11</sup>. Este algoritmo é apresentado em seguida.

*Algoritmo que permite determinar o melhor valor óptimo e o pior valor óptimo*

*Passo 1. Obtenção do melhor valor óptimo*

Resolve-se o modelo de PL I:

$$\min Z^L(\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^n c'_j x_j, \text{ onde, para } x_j \in \mathbf{x}^{si}, c'_j = \begin{cases} c_j^L, & \text{se } x_j \geq 0, \\ c_j^U, & \text{se } x_j \leq 0. \end{cases}$$

$$\text{s.a: } \sum_{j=1}^n a'_{ij} x_j \geq b_i^L, i = 1, \dots, m, \text{ onde, para } x_j \in \mathbf{x}^{si}, a'_{ij} = \begin{cases} a_{ij}^U, & \text{se } x_j \geq 0, \\ a_{ij}^L, & \text{se } x_j \leq 0. \end{cases}$$

<sup>III.10</sup> Para uma função objectivo a maximizar considera-se a situação inversa e para variáveis não positivas efectua-se as substituições necessárias, de modo a que se considerem variáveis não negativas apenas.

<sup>III.11</sup> Para restrições do tipo  $\leq$  basta efectuar a multiplicação de ambos os membros da desigualdade por (-1).

*Passo 2. Obtenção do pior valor óptimo*

Resolve-se o modelo de PL II:

$$\min Z^U(\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^n c''_j x_j, \text{ onde, para } x_j \in \mathbf{x}^{si}, c''_j = \begin{cases} c_j^U, & \text{se } x_j \geq 0, \\ c_j^L, & \text{se } x_j \leq 0. \end{cases}$$

$$\text{s.a: } \sum_{j=1}^n a''_{ij} x_j \geq b_i^U, i = 1, \dots, m, \text{ onde, para } x_j \in \mathbf{x}^{si}, a'_{ij} = \begin{cases} a_{ij}^L, & \text{se } x_j \geq 0, \\ a_{ij}^U, & \text{se } x_j \leq 0. \end{cases}$$

Considere-se que  $\underline{\mathbf{x}} = (x'_1, x'_2, \dots, x'_n)^T$  é a solução óptima do modelo de PL I, sendo  $Z^L$  o valor óptimo, e que  $\bar{\mathbf{x}} = (x''_1, x''_2, \dots, x''_n)^T$  é a solução óptima do modelo de PL II, sendo  $Z^U$  o valor óptimo.

A melhor solução é  $\underline{\mathbf{x}} = (x'_1, x'_2, \dots, x'_n)^T$ , com o valor óptimo  $Z^L$  e o cenário de coeficientes  $c'_j, a'_{ij}$  e  $b_i^L, i = 1, \dots, m$ .

A pior solução é  $\bar{\mathbf{x}} = (x''_1, x''_2, \dots, x''_n)^T$ , com o valor óptimo  $Z^U$  e o cenário de coeficientes  $c''_j, a''_{ij}$  e  $b_i^U, i = 1, \dots, m$ .

Deste modo,  $Z = [Z^L, Z^U]$ , ou seja, o valor óptimo do modelo encontra-se entre  $Z^L$  (no melhor cenário) e  $Z^U$  (no pior cenário), dependendo dos cenários considerados para os coeficientes intervalares.

Neste contexto, Ramadan (1997) e Chinneck e Ramadan (2000) concluíram o seguinte<sup>III.12</sup>:

a) Se o modelo de PL conducente à obtenção da melhor solução óptima for impossível, ou seja, se o melhor valor óptimo não existir, então o pior valor óptimo também não existe e o modelo de PLCI original não tem solução.

b) Se o modelo de PL conducente à obtenção do pior valor óptimo for ilimitado, então o melhor valor óptimo também é ilimitado e o modelo de PLCI original é ilimitado.

c) Se o modelo de PL conducente à obtenção do melhor valor óptimo for possível, com o valor da função objectivo igual a  $Z^L$  e o modelo de PL conducente à obtenção do pior óptimo for impossível, então a gama de variação dos valores da função objectivo para o modelo de PLCI encontra-se entre  $Z^L$  e a *impossibilidade*.

---

<sup>III.12</sup> As demonstrações destas conclusões podem ser consultadas em detalhe em Ramadan (1997).

d) Se o modelo de PL conducente à obtenção do pior valor óptimo for possível, com o valor da função objectivo igual a  $Z^U$  e o melhor valor óptimo for ilimitado, então a gama de variação dos valores da função objectivo para o modelo de PLCI encontra-se entre  $-\infty$  e  $Z^U$ .

O método desenvolvido por Ramadan (1997) e Chinneck e Ramadan (2000) não permite, contudo, determinar, num modelo de PLCI onde seja possível obter o melhor valor óptimo e não seja possível determinar o pior valor óptimo (nomeadamente, quando o modelo de PL II possui uma região admissível que conduz a um conjunto solução vazio), um cenário intermédio de coeficientes onde a região admissível do modelo PL II permita obter o pior valor óptimo admissível.

*Exemplo III. 7*

Considere-se o seguinte exemplo (Ramadan, 1997):

$$\min Z(\mathbf{x}) = x_1 - x_2,$$

$$\text{s.a: } C_1: [-3, -1.5] x_1 + x_2 \geq 3,$$

$$C_2: x_1 + [-3, -1.5] x_2 \geq 3,$$

$$C_3: x_1 \geq -4,$$

$$C_4: x_2 \geq -4,$$

$$x_1, x_2 \leq 0.$$

De acordo com o algoritmo descrito nesta secção, o melhor valor óptimo obtém-se do seguinte modo (PL I):

$$\min Z^L(\mathbf{x}) = x_1 - x_2,$$

$$\text{s.a: } C_{1I}: -3x_1 + x_2 \geq 3,$$

$$C_{2I}: x_1 - 3x_2 \geq 3,$$

$$C_3: x_1 \geq -4,$$

$$C_4: x_2 \geq -4,$$

$$x_1, x_2 \leq 0.$$

O valor óptimo da função objectivo é  $Z^L = -1.6667$  e a solução óptima é  $\underline{\mathbf{x}} = (x_1, x_2)^T = (-4, -2.3333)^T$ .

O pior valor óptimo obtém-se da seguinte forma (PL II):

$$\min Z^U(\mathbf{x}) = x_1 - x_2,$$

$$\text{s.a: } C_{III}: -1.5x_1 + x_2 \geq 3,$$

$$C_{2II}: x_1 - 1.5x_2 \geq 3,$$

$$C_3: x_1 \geq -4,$$

$$C_4: x_2 \geq -4,$$

$$x_1, x_2 \leq 0.$$

O modelo é impossível.

Deste modo, conclui-se que o melhor valor óptimo  $Z^L = -1.6667$  é atingido quando  $\underline{\mathbf{x}} = (x_1, x_2)^T = (-4, -2.3333)^T$ . Contudo, o pior valor óptimo na região menos abrangente não existe.

A partir da Figura III.15 pode observar-se que o modelo de PLII se torna impossível quando se utiliza como região admissível a região menos abrangente, devido ao facto de  $x_1$  e  $x_2$  se restringirem a valores superiores ou iguais a  $-4$ .

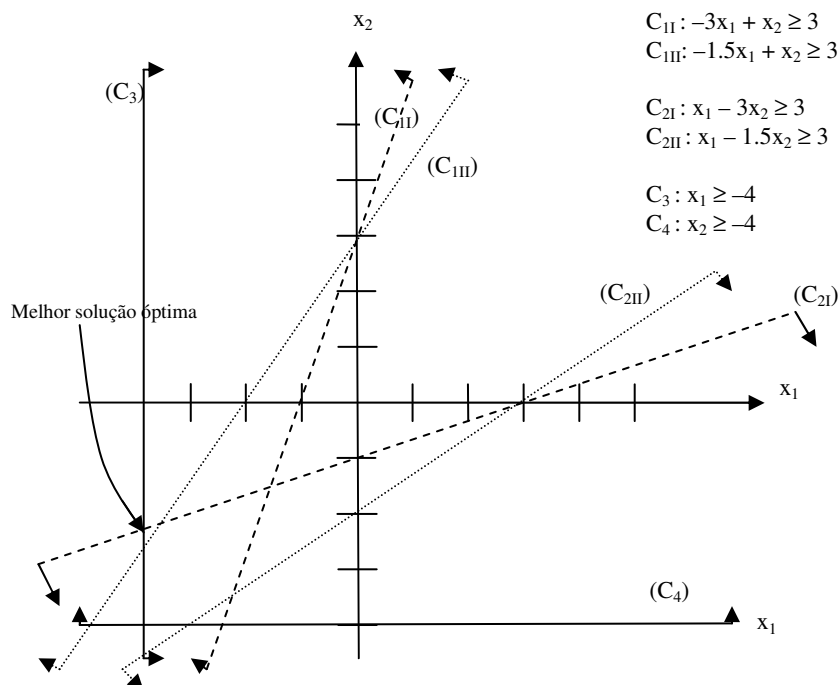


Figura III. 15. Ilustração gráfica do exemplo III.7.

A resolução dos modelos de PLCI do Tipo I, com variáveis que não possuem restrição de sinal associadas a coeficientes fixos quer na função objectivo, quer nas restrições, implica apenas a substituição adequada de variáveis e a utilização do algoritmo descrito nesta secção.

### ***III.3.1.2. Método para a resolução de modelos de PLCI com igualdades intervalares***

O método que permite determinar o melhor valor óptimo, quando o modelo de PLCI possui igualdades intervalares, consiste em colocar as restrições (III.60) e (III.61) no modelo conducente ao melhor valor óptimo (PL I) (Ramadan, 1997; Chinneck e Ramadan, 2000). No entanto, a pior solução óptima deste tipo de modelos obtém-se colocando as restrições (III.62) ou (III.63) no modelo conducente ao pior valor óptimo (PL II) (Ramadan, 1997; Chinneck e Ramadan, 2000).

Considere-se um modelo de PLCI do tipo I, a minimizar, com  $m$  desigualdades intervalares e  $k$  igualdades intervalares ( $k \geq 1$ ). Seja  $\sum_{j=1}^n [a_{ij}^L, a_{ij}^U] x_j = [b_i^L, b_i^U]$  uma igualdade  $k$  do modelo. Considere-se, sem perda de generalidade, que  $k = 1$  e  $x_j \geq 0$  para todo o  $j = 1, \dots, n$ , isto é,  $\sum_{j=1}^n [a_j^L, a_j^U] x_j = [b^L, b^U]$ .

A restrição anterior pode reescrever-se da seguinte forma:

$$\left[ \sum_{j=1}^n a_j^L x_j, \sum_{j=1}^n a_j^U x_j \right] = [b^L, b^U]. \quad (\text{III. 65})$$

Para qualquer ponto  $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$  e quaisquer  $a_j \in [a_j^L, a_j^U]$  e  $b \in [b^L, b^U]$  obtém-se:

$$\sum_{j=1}^n a_j x_j = b \in \left[ \sum_{j=1}^n a_j^L x_j, \sum_{j=1}^n a_j^U x_j \right]. \quad (\text{III.66})$$

Assim, conclui-se que a restrição (III.65) implica, para qualquer ponto  $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$ , que:

$$\sum_{j=1}^n a_j^U x_j \geq b^L \text{ e } \sum_{j=1}^n a_j^L x_j \leq b^U. \quad (\text{III.67})$$

A expressão (III.67) define uma região admissível convexa, designada por *região de possibilidade*, onde qualquer região definida a partir de qualquer restrição em (III.65) está dentro dessa região.

Seja  $\sum_{j=1}^n a_j x_j = b$  uma versão intermédia da restrição intervalar (III.65).

Considere-se, por hipótese, que a partir de  $\sum_{j=1}^n a_j x_j = b$  se obtém o pior valor óptimo,  $Z_0^U$ .

Seja  $Z_I^U$  o valor óptimo obtido utilizando a versão (III.62) da restrição dada por uma igualdade intervalar.

Seja  $Z_{II}^U$  o valor óptimo obtido utilizando a versão (III.63) da restrição dada por uma igualdade intervalar.

Deste modo, sabe-se a partir da hipótese considerada que  $Z_0^U \geq Z_I^U$  e  $Z_0^U \geq Z_{II}^U$ . Contudo, devido à convexidade da região de possibilidade definida por (III.60) e (III.61),  $Z_0^U \leq \max [Z_I^U, Z_{II}^U]$  (Chinneck e Ramadan, 2000). Assim, conclui-se que a hipótese inicialmente postulada está errada. Desta forma, quer a versão (III.62), quer a versão (III.63) da igualdade intervalar, podem permitir obter o pior valor óptimo.

Contudo, não é possível saber, à partida, qual o grupo de restrições (III.62) ou (III.63) que conduz à obtenção do pior valor óptimo para a função objectivo.

A solução algorítmica, neste caso, consiste em resolver dois modelos de PL: um incluindo apenas o grupo de restrições (III.62) e outro incluindo apenas o grupo de restrições (III.63). No final, escolhe-se o pior valor óptimo, entre os resultados obtidos.

No entanto, esta abordagem pode conduzir à resolução de um número exponencialmente elevado de modelos de PL, ou seja, se houver  $k$  igualdades intervalares no modelo, será necessário resolver  $2^k$  modelos de PL para encontrar a pior solução óptima.

O aumento exponencial de casos a analisar neste algoritmo poderia ser colmatado com a eliminação das igualdades intervalares redundantes, utilizando o método de Telgen (1982), por exemplo. No entanto, se houver um número de restrições intervalares muito elevado, este método pode tornar-se pouco eficiente.

De modo similar, quando se determina o melhor valor óptimo a partir das restrições (III.60) e (III.61), é, geralmente, pouco provável que o ponto óptimo se encontre exactamente numa destas restrições. Desta forma, a obtenção do cenário de coeficientes que permite obter o melhor valor óptimo não é directa. Como podem existir várias



igualdades intervalares, um método de simples resolução deste modelo consiste em considerar um modelo de PL onde os coeficientes desconhecidos são considerados como variáveis e as variáveis originais são tratadas como constantes, ou seja, assumem os valores da solução óptima obtida a partir da solução do modelo de PL considerado no primeiro passo do algoritmo descrito na secção anterior.

Ramadan (1997) e Chinneck e Ramadan (2000) desenvolveram um algoritmo para determinar o cenário de coeficientes das igualdades intervalares conducente à obtenção do melhor valor óptimo. Este algoritmo é apresentado em seguida.

*Algoritmo para determinar o cenário de coeficientes das igualdades intervalares conducente à obtenção do melhor valor óptimo*

Considere-se que  $k$  corresponde ao número de igualdades intervalares existentes num modelo de PLCI de Tipo I e que o melhor ponto óptimo desse modelo é designado por  $\mathbf{x}^*$ .

Resolve-se o seguinte modelo de PL, onde  $a_{ij}$  e  $b_i$  são variáveis e  $x_j \in \mathbf{x}^*$  são constantes fixas, para o seguinte cenário de restrições:

$$\begin{aligned} & \max \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^n a_{ij} + \sum_{i=1}^k b_i, \\ & \text{s.a: } \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j - b_i = 0, \text{ para } i = 1, \dots, k, \\ & \left. \begin{aligned} & a_{ij}^L \leq a_{ij} \leq a_{ij}^U \\ & b_i^L \leq b_i \leq b_i^U \end{aligned} \right\}, \text{ para } i = 1, \dots, k, j = 1, \dots, n, \end{aligned} \tag{III. 68}$$

com  $a_{ij}$  e  $b_i$  sem restrição de sinal.

*Exemplo III. 8*

Considere-se o seguinte modelo de PLCI do Tipo I (ilustrado na Figura III.16):

$$\begin{aligned} & \min Z(\mathbf{x}) = x_1 + 2 x_2, \\ & \text{s.a: } C_1: x_1 + x_2 \geq [1, 2], \\ & C_2: [3, 4]x_1 + x_2 = [5,6], \\ & C_3: x_2 \leq 3, \\ & x_1, x_2 \geq 0. \end{aligned}$$

O modelo de PL que conduz à obtenção do melhor valor óptimo corresponde a:

$$\min x_1 + 2x_2,$$

$$\text{s.a: } C_{1I}: x_1 + x_2 \geq 1,$$

$$C_{2a}: 4x_1 + x_2 \geq 5,$$

$$C_{2b}: 3x_1 + x_2 \leq 6,$$

$$C_3: x_2 \leq 3,$$

$$x_1, x_2 \geq 0.$$

Para obter o cenário de coeficientes conducente à obtenção da melhor solução óptima consideram-se o melhor valor óptimo,  $Z^L = 1.25$ , e a melhor solução óptima,  $\underline{x} = (1.25, 0)$ .

O cenário de coeficientes das igualdades intervalares que conduz à obtenção do melhor valor óptimo determina-se a partir da resolução do seguinte modelo de PL:

$$\max a + b,$$

$$\text{s.a: } 1.25 a + 0 = b,$$

$$3 \leq a \leq 4,$$

$$5 \leq b \leq 6.$$

A solução óptima é  $a = 4$  e  $b = 5$  e, portanto, a versão de  $C_2$  que conduz à obtenção da melhor solução óptima é  $4x_1 + x_2 = 5$ .

Os modelos de PL, eventualmente conducentes à obtenção do pior valor óptimo, correspondem, respectivamente, a:

Modelo A:

$$\min x_1 + 2x_2,$$

$$\text{s.a: } C_{III}: x_1 + x_2 \geq 2,$$

$$C_{2a}: 4x_1 + x_2 = 5,$$

$$C_3: x_2 \leq 3,$$

$$x_1, x_2 \geq 0.$$

Modelo B:

$$\min x_1 + 2x_2,$$

$$\text{s.a: } C_{\text{III}}: x_1 + x_2 \geq 2,$$

$$C_{2b}: 3x_1 + x_2 = 6,$$

$$C_3: x_2 \leq 3,$$

$$x_1, x_2 \geq 0.$$

O valor óptimo do modelo A é  $Z = 1.25$  e a solução óptima é  $\mathbf{x} = (1.25, 0)^T$ . O valor óptimo do modelo B é  $Z = 2$  e a solução óptima é  $\mathbf{x} = (2, 0)^T$ .

Deste modo, o modelo de PL B permite obter o pior valor óptimo. Assim, o cenário de coeficientes das igualdades intervalares que conduz à obtenção do pior valor óptimo é determinado a partir do modelo de PL B.

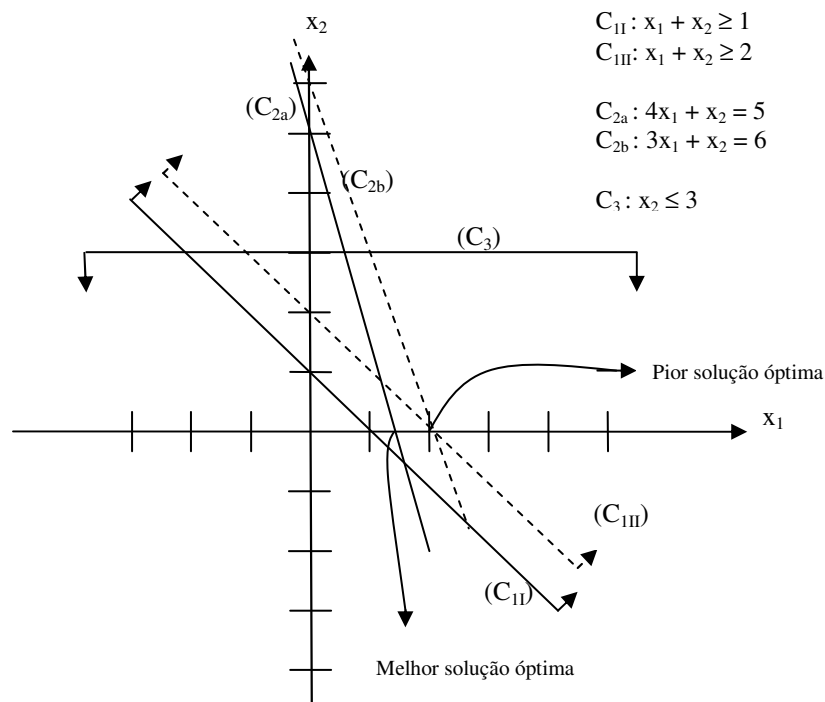


Figura III. 16. Ilustração gráfica do exemplo III.8.

### ***III.3.2. Abordagem de satisfação em modelos de programação matemática intervalar***

Na abordagem de satisfação, cada função objectivo intervalar é transformada numa ou em várias funções objectivo (o limite inferior, o limite superior e o valor central dos intervalos são geralmente utilizados), de modo a obter uma solução de compromisso (*e.g.* Rommelfanger *et. al* (1989); Ishibuichi e Tanaka (1990); Inuiguchi e Kume (1991); Chanas e Kuchta (1996); Antunes e Clímaco (2000); Sengupta *et al.*, (2001)).

Nas secções seguintes apresentam-se os métodos mais representativos desta abordagem, que são categorizados de acordo com Oliveira e Antunes (2007).

#### ***III.3.2.1. Abordagem de satisfação em modelos de PL***

Os métodos que podem classificar-se na abordagem de satisfação são principalmente referidos, na literatura científica, para os modelos de PL com uma função objectivo intervalar (Rommelfanger *et al.*, 1989; Ishibuichi e Tanaka 1990; Chanas e Kuchta, 1996; Antunes e Clímaco, 2000; Sengupta *et al.*, 2001).

Considere-se, sem perda de generalidade, o seguinte modelo de PL com uma função objectivo intervalar:

$$\begin{aligned} \max Z(\mathbf{x}) &= \mathbf{c}\mathbf{x}, \\ \text{s.a: } \mathbf{A}\mathbf{x} &\leq \mathbf{b}, \\ \mathbf{x} &\geq 0, \end{aligned} \tag{III. 69}$$

onde  $\mathbf{c}$  é um vector intervalar, cujos elementos genéricos são  $c_j \in [c_j^L, c_j^U]$ , para  $j = 1, \dots, n$ ,  $\mathbf{A}$  é uma matriz  $m \times n$ ,  $\mathbf{b}$  é um vector  $m \times 1$ ,  $\mathbf{x}$  é um vector  $n \times 1$  e as letras em índice, L e U, representam os limites inferior e superior dos coeficientes, respectivamente.

No âmbito da abordagem de satisfação, alguns autores consideram o seguinte modelo substituto (*vide*, por exemplo, Sengupta *et al.*, 2001):

$$\begin{aligned} \max Z^C(\mathbf{x}) &= \mathbf{c}^C\mathbf{x}, \\ \text{s.a: } \mathbf{A}\mathbf{x} &\leq \mathbf{b}, \\ \mathbf{x} &\geq \mathbf{0}, \end{aligned} \tag{III. 70}$$

onde  $\mathbf{c}^C$  é o vector com os valores centrais do vector intervalar original  $\mathbf{c}$ .

Rommelfanger *et al.* (1989) sugeriram um método de resolução para o modelo (III.69), que permite reduzir o número infinito de funções objectivo, utilizando apenas os dois limites extremos da função objectivo intervalar. Assim, o modelo (III.69) é resolvido através do seguinte modelo bi-objectivo:

$$\begin{aligned} \max Z^L(\mathbf{x}) &= \sum_{j=1}^n c_j^L x_j, \\ \max Z^U(\mathbf{x}) &= \sum_{j=1}^n c_j^U x_j, \\ \text{s.a: } \mathbf{Ax} &\leq \mathbf{b}, \\ \mathbf{x} &\geq \mathbf{0}. \end{aligned} \tag{III. 71}$$

Ishibuchi e Tanaka (1990) transformaram o modelo (III.69), considerando duas funções objectivo e assumindo uma perspectiva pessimista. No caso em que a função objectivo é a maximizar, são maximizados o valor central e o limite inferior da função objectivo. No caso em que a função objectivo é a minimizar, são minimizados o valor central e o limite superior da função objectivo.

Chanas e Kuchta (1996) consideraram o conceito de corte de um intervalo (*vide* secção III.2.4) -  $\varphi_0$ ,  $\varphi_1$  - e de programação linear paramétrica. O modelo substituto obtido de acordo com este método é:

$$\begin{aligned} \max Z(\mathbf{x}) &= \lambda \left( \sum_{j=1}^n [c_j^L + \varphi_0 (c_j^U - c_j^L)] x_j \right) + (1-\lambda) \left( \sum_{j=1}^n [c_j^L + \varphi_1 (c_j^U - c_j^L)] x_j \right), \\ \text{s.a: } \mathbf{Ax} &\leq \mathbf{b}, \\ 0 &\leq \lambda \leq 1, \\ 0 &\leq \varphi_0 \leq \varphi_1 \leq 1 \text{ (}\varphi_0 \text{ e } \varphi_1 \text{ são fixos)}, \\ \mathbf{x} &\geq \mathbf{0}. \end{aligned} \tag{III. 72}$$

A abordagem utilizada por Chanas e Kuchta (1996) permite alargar o âmbito de pesquisa das soluções obtidas, uma vez que toda a gama de coeficientes entre  $c_j^L$  e  $c_j^U$  pode ser analisada. Contudo, se houver uma forte correlação entre as direcções associadas a  $Z^L(\mathbf{x})$  e  $Z^U(\mathbf{x})$ , o âmbito da pesquisa pode reduzir-se, de tal modo que apenas um pequeno número de soluções para o modelo intervalar é obtido (eventualmente, apenas uma) (Antunes e Clímaco, 2000).

Antunes e Clímaco (2000) desenvolveram uma abordagem, onde um modelo com uma função objectivo intervalar é convertido num modelo com três funções objectivo, utilizando qualquer dos métodos de filtragem referidos em Steuer (1981), que permite utilizar o diagrama paramétrico. Assim, estes autores consideram a transformação do

modelo (III.69), num modelo com três funções objectivo determinísticas: o limite inferior da função objectivo intervalar (traduzindo, portanto, uma estratégia pessimista) e outras duas funções objectivo correspondentes às direcções mais distintas, consistentes com o método de filtragem utilizado, utilizando como ponto de partida o limite inferior da função objectivo intervalar.

### ***III.3.2.2. Abordagem de satisfação em modelos de programação por metas***

No contexto dos modelos de programação por metas, Inuiguchi e Kume (1991) obtiveram quatro formulações substitutas para o modelo de programação por metas com objectivos e metas intervalares, considerando os conceitos de subtracção necessária e de subtracção possível entre intervalos (*vide* secção III.2.2), minimizando quer o limite inferior (perspectiva de decisão optimista), quer o limite superior (perspectiva de decisão pessimista) das *funções de perda (regret)* intervalares.

Considere-se, sem perda de generalidade, o seguinte modelo de programação por metas com objectivos e metas intervalares:

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^n c_{kj} x_j &= t_k, \quad k = 1, \dots, p, \\ \text{s.a: } c_{kj} &\in C_{kj}, \quad k = 1, \dots, p, \quad j = 1, \dots, n, \\ t_k &\in T_k, \quad k = 1, \dots, p, \\ \mathbf{Ax} &\leq \mathbf{b}, \\ \mathbf{x} &\geq \mathbf{0}, \end{aligned} \tag{III. 73}$$

onde  $C_{kj}$  corresponde ao intervalo fechado  $[c_{kj}^L, c_{kj}^U]$ , que representa a região onde  $c_{kj}$  pode assumir valores e  $T_k$  corresponde ao intervalo fechado  $[t_k^L, t_k^U]$ , que representa a região onde  $t_k$  pode assumir valores. O modelo (III.73) pode assumir quatro formulações possíveis, considerando os conceitos de subtracção possível e necessária, respectivamente (Inuiguchi e Kume, 1991).

Para a obtenção das formulações do modelo (III.73), considerando o conceito de subtracção possível, é necessário definir o desvio possível dos objectivos intervalares relativamente às metas intervalares respectivas.

O desvio possível  $D_k = [d_k^L, d_k^U]$  de  $(+)^n C_{kj} x_j = \left[ \sum_{j=1}^n c_{kj}^L x_j, \sum_{j=1}^n c_{kj}^U x_j \right]$

relativamente a  $T_k$  pode representar-se do seguinte modo:

$$D_k = \left| T_k(-)(+)^n C_{kj} x_j \right| = \left[ \left[ t_k^L - \sum_{j=1}^n c_{kj}^U x_j, t_k^U - \sum_{j=1}^n c_{kj}^L x_j \right] \right] =$$

$$= \begin{cases} \left[ t_k^L - \sum_{j=1}^n c_{kj}^U x_j, t_k^U - \sum_{j=1}^n c_{kj}^L x_j \right] & \text{se } t_k^L - \sum_{j=1}^n c_{kj}^U x_j \geq 0, \\ 0, \left( \sum_{j=1}^n c_{kj}^U x_j - t_k^L \right) \vee \left( t_k^U - \sum_{j=1}^n c_{kj}^L x_j \right) & \text{se } t_k^L - \sum_{j=1}^n c_{kj}^U x_j < 0 < t_k^U - \sum_{j=1}^n c_{kj}^L x_j, \\ \left[ \sum_{j=1}^n c_{kj}^L x_j - t_k^U, \sum_{j=1}^n c_{kj}^U x_j - t_k^L \right] & \text{se } t_k^U - \sum_{j=1}^n c_{kj}^L x_j \leq 0. \end{cases}$$

Inuiguchi e Kume (1991) consideram uma *função de perda* que se define a partir da combinação convexa da soma ponderada dos desvios,  $\sum_{k=1}^p \gamma_k d_k$ , e do máximo desvio,  $\vee_{k=1}^p d_k$ , do seguinte modo:

$$\lambda \sum_{k=1}^p \gamma_k d_k + (1 - \lambda) \vee_{k=1}^p d_k, \quad (\text{III. 74})$$

onde  $d_k$  corresponde ao desvio da  $k$ -ésima meta e  $0 \leq \lambda \leq 1$ ,  $\gamma_k \geq 0$  e  $\sum_{k=1}^p \gamma_k = 1$ .

Considerem-se as variáveis desvio  $d_k^{L-}$ ,  $d_k^{L+}$ ,  $d_k^{U-}$  e  $d_k^{U+}$ , de tal modo que:

$$\sum_{j=1}^n c_{kj}^U x_j + d_k^{L-} - d_k^{L+} = t_k^L \Leftrightarrow t_k^L - \sum_{j=1}^n c_{kj}^U x_j = d_k^{L-} - d_k^{L+}; \quad d_k^{L-} - d_k^{L+} = d_k^L;$$

$$\sum_{j=1}^n c_{kj}^L x_j + d_k^{U-} - d_k^{U+} = t_k^U \Leftrightarrow t_k^U - \sum_{j=1}^n c_{kj}^L x_j = d_k^{U-} - d_k^{U+}; \quad d_k^{U-} - d_k^{U+} = d_k^U;$$

$$D_k = \llbracket d_k^L, d_k^U \rrbracket; \quad d_k^{L-} - d_k^{L+} = 0; \quad d_k^{U-} - d_k^{U+} = 0.$$

A diferença possível  $T_k(-)(+)^n C_{kj} x_j$  representa-se, assim, do seguinte modo:

$$T_k(-)(+)^n C_{kj} x_j = [d_k^{L-} - d_k^{L+}, d_k^{U-} - d_k^{U+}]. \quad (\text{III. 75})$$

$D_k$  pode assumir três representações possíveis, utilizando as variáveis desvio  $d_k^{L-}$ ,  $d_k^{L+}$ ,  $d_k^{U-}$  e  $d_k^{U+}$ :

(i) Se  $d_k^{L-} = 0$  e  $d_k^{U-} = 0$ ,  $D_k = |[-d_k^{L+}, -d_k^{U+}]| = [d_k^{U+}, d_k^{L+}]$ ;

(ii) Se  $d_k^{L-} = 0$  e  $d_k^{U+} = 0$ ,  $D_k = |[-d_k^{L+}, d_k^{U-}]| = [0, d_k^{L+} \vee d_k^{U-}]$ ;

(iii) Se  $d_k^{L+} = 0$  e  $d_k^{U+} = 0$ ,  $D_k = |[d_k^{L-}, d_k^{U-}]| = [d_k^{L-}, d_k^{U-}]$ .

Por outro lado, a condição  $d_k^{L-} d_k^{U+} = 0$  verifica-se sempre, dado que  $d_k^{L-} > 0$  ou  $d_k^{U+} > 0$ , ou seja,  $\sum_{j=1}^n c_{kj}^L x_j > t_k^U$  ou  $\sum_{j=1}^n c_{kj}^U x_j < t_k^L$ .

Em suma,

$$D_k = [d_k^{L-} + d_k^{U+}, d_k^{L+} \vee d_k^{U-}]. \quad (\text{III. 76})$$

Portanto, a função de perda,  $D(\mathbf{x})$  é dada por:

$$D(\mathbf{x}) = [d^L(\mathbf{x}), d^U(\mathbf{x})] = \left[ \lambda \sum_{k=1}^p \gamma_k (d_k^{L-} + d_k^{U+}) + (1 - \lambda) \vee_{k=1}^p (d_k^{L-} + d_k^{U+}), \right. \\ \left. \lambda \sum_{k=1}^p \gamma_k (d_k^{L+} \vee d_k^{U-}) + (1 - \lambda) \vee_{k=1}^p (d_k^{L+} \vee d_k^{U-}) \right]. \quad (\text{III. 77})$$

Caso o AD deseje seguir uma perspectiva optimista, o modelo (III.73) é substituído pelo seguinte modelo de PL:

$$\min \lambda \sum_{k=1}^p \gamma_k (d_k^{L-} + d_k^{U+}) + (1 - \lambda) v^L,$$

$$\text{s.a: } \sum_{j=1}^n c_{kj}^U x_j + d_k^{L-} - d_k^{L+} = t_k^L, k = 1, \dots, p,$$

$$\sum_{j=1}^n c_{kj}^L x_j + d_k^{U-} - d_k^{U+} = t_k^U, k = 1, \dots, p,$$

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i, i = 1, \dots, m,$$

$$d_k^{L-} + d_k^{U+} \leq v^L, k = 1, \dots, p,$$

$$0 \leq \lambda \leq 1,$$



$$\sum_{k=1}^p \gamma_k = 1,$$

$$x_j \geq 0, j = 1, \dots, n. \quad (\text{III. 78})$$

Caso o AD deseje seguir uma perspectiva pessimista, o modelo (III.73) é substituído pelo seguinte modelo de PL:

$$\min \lambda \sum_{k=1}^p \gamma_k v_k + (1 - \lambda) v^U,$$

$$\text{s.a: } \sum_{j=1}^n c_{kj}^U x_j + d_k^{L-} - d_k^{L+} = t_k^L, k = 1, \dots, p,$$

$$\sum_{j=1}^n c_{kj}^L x_j + d_k^{U-} - d_k^{U+} = t_k^U, k = 1, \dots, p,$$

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i, i = 1, \dots, m,$$

$$d_k^{L+} \leq v_k, k = 1, \dots, p,$$

$$d_k^{U-} \leq v_k, k = 1, \dots, p,$$

$$v_k \leq v^U, k = 1, \dots, p,$$

$$0 \leq \lambda \leq 1,$$

$$\sum_{k=1}^p \gamma_k = 1,$$

$$x_j \geq 0, j = 1, \dots, n. \quad (\text{III. 79})$$

Neste caso, as restrições de complementaridade das variáveis desvio podem ser omitidas, dado que as soluções óptimas dos modelos (III.78) e (III.79) satisfazem as restrições de complementaridade  $d_k^{L-} d_k^{L+} = 0$  e  $d_k^{U-} d_k^{U+} = 0$ , para qualquer  $k = 1, \dots, p$  (Inuiguchi e Kume, 1991).

Para a obtenção das formulações do modelo (III.73), considerando o conceito de subtração necessária, é necessário definir o desvio necessário dos objectivos intervalares relativamente às metas intervalares respectivas.

O desvio necessário  $E_k$  de  $(+)\sum_{j=1}^n C_{kj} x_j = \left[ \sum_{j=1}^n c_{kj}^L x_j, \sum_{j=1}^n c_{kj}^U x_j \right]$  relativamente a  $T_k$  pode representar-se do seguinte modo:

$$\begin{aligned}
 E_k &= \begin{cases} |T_k) - ((+)\sum_{j=1}^n C_{kj} x_j |, \text{ se } w[T_k] \geq w[(+)\sum_{j=1}^n C_{kj} x_j], \\ |(+)\sum_{j=1}^n C_{kj} x_j) - (T_k |, \text{ se } w[(+)\sum_{j=1}^n C_{kj} x_j] \geq w[T_k]. \end{cases} \\
 &= \begin{cases} \left[ \left[ t_k^L - \sum_{j=1}^n c_{kj}^L x_j, t_k^U - \sum_{j=1}^n c_{kj}^U x_j \right], \text{ se } t_k^U - t_k^L \geq \sum_{j=1}^n (c_{kj}^U - c_{kj}^L) x_j, \right. \\ \left. \left[ \left[ \sum_{j=1}^n c_{kj}^L x_j - t_k^L, \sum_{j=1}^n c_{kj}^U x_j - t_k^U \right], \text{ se } \sum_{j=1}^n (c_{kj}^U - c_{kj}^L) x_j \geq t_k^U - t_k^L. \right. \right. \\ \\ \left. \left. \begin{cases} \left[ \left[ t_k^L - \sum_{j=1}^n c_{kj}^L x_j, t_k^U - \sum_{j=1}^n c_{kj}^U x_j \right], \text{ se } t_k^U - \sum_{j=1}^n c_{kj}^U x_j \geq t_k^L - \sum_{j=1}^n c_{kj}^L x_j \geq 0, \\ \left[ 0, \left( t_k^U - \sum_{j=1}^n c_{kj}^U x_j \right) \vee \left( \sum_{j=1}^n c_{kj}^L x_j - t_k^L \right) \right], \text{ se } t_k^L - \sum_{j=1}^n c_{kj}^L x_j < 0 < t_k^U - \sum_{j=1}^n c_{kj}^U x_j, \\ \left[ \left[ \sum_{j=1}^n c_{kj}^U x_j - t_k^U, \sum_{j=1}^n c_{kj}^L x_j - t_k^L \right], \text{ se } t_k^L - \sum_{j=1}^n c_{kj}^L x_j \leq t_k^U - \sum_{j=1}^n c_{kj}^U x_j \leq 0, \\ \left[ \left[ \sum_{j=1}^n c_{kj}^L x_j - t_k^L, \sum_{j=1}^n c_{kj}^U x_j - t_k^U \right], \text{ se } \sum_{j=1}^n c_{kj}^U x_j - t_k^U \geq \sum_{j=1}^n c_{kj}^L x_j - t_k^L \geq 0 \\ \left[ 0, \left( \sum_{j=1}^n c_{kj}^U x_j - t_k^U \right) \vee \left( t_k^L - \sum_{j=1}^n c_{kj}^L x_j \right) \right], \text{ se } \sum_{j=1}^n c_{kj}^L x_j - t_k^L < 0 < \sum_{j=1}^n c_{kj}^U x_j - t_k^U, \\ \left[ \left[ t_k^U - \sum_{j=1}^n c_{kj}^U x_j, t_k^L - \sum_{j=1}^n c_{kj}^L x_j \right], \text{ se } \sum_{j=1}^n c_{kj}^L x_j - t_k^L \leq \sum_{j=1}^n c_{kj}^U x_j - t_k^U \leq 0. \end{cases} \right. \end{cases}
 \end{aligned}$$

Considere-se  $E_k^1$  e  $E_k^2$  tal que:

$$(+)\sum_{j=1}^n C_{kj} x_j) + (E_k^1 (+) E_k^2 = T_k$$

$$E_k^1 = \begin{cases} 0, \text{ se } t_k^U - t_k^L \geq \sum_{j=1}^n (c_{kj}^U - c_{kj}^L) x_j, \\ \left[ \left[ t_k^U - \sum_{j=1}^n c_{kj}^U x_j, t_k^L - \sum_{j=1}^n c_{kj}^L x_j \right], \text{ se } \sum_{j=1}^n (c_{kj}^U - c_{kj}^L) x_j > t_k^U - t_k^L. \end{cases}$$

$$E_k^2 = \begin{cases} \left[ t_k^L - \sum_{j=1}^n c_{kj}^L x_j, t_k^U - \sum_{j=1}^n c_{kj}^U x_j \right], & \text{se } t_k^U - t_k^L \geq \sum_{j=1}^n (c_{kj}^U - c_{kj}^L) x_j, \\ 0, & \text{se } \sum_{j=1}^n (c_{kj}^U - c_{kj}^L) x_j > t_k^U - t_k^L. \end{cases}$$

$E_k$  também pode representar-se por  $E_k = E_k^1 (+) E_k^2$ .

Considerem-se as variáveis desvio  $e_k^{L-}$ ,  $e_k^{L+}$ ,  $e_k^{U-}$  e  $e_k^{U+}$  de tal modo que:

$$\sum_{j=1}^n c_{kj}^L x_j + e_k^{L-} - e_k^{L+} = t_k^L;$$

$$\sum_{j=1}^n c_{kj}^U x_j + e_k^{U-} - e_k^{U+} = t_k^U;$$

$$e_k^{L-} e_k^{L+} = 0, e_k^{U-} e_k^{U+} = 0.$$

$E_k^1$  e  $E_k^2$  podem, assim, representar-se do seguinte modo:

$$E_k^1 = \begin{cases} [e_k^{U-} - e_k^{U+}, e_k^{L-} - e_k^{L+}], & \text{se } e_k^{U-} - e_k^{U+} < e_k^{L-} - e_k^{L+}, \\ 0, & \text{se } e_k^{U-} - e_k^{U+} \geq e_k^{L-} - e_k^{L+}. \end{cases}$$

$$E_k^2 = \begin{cases} 0, & \text{se } e_k^{U-} - e_k^{U+} < e_k^{L-} - e_k^{L+}, \\ [e_k^{L-} - e_k^{L+}, e_k^{U-} - e_k^{U+}], & \text{se } e_k^{U-} - e_k^{U+} \geq e_k^{L-} - e_k^{L+}. \end{cases}$$

Considere-se a representação de  $E_k$  a partir das variáveis desvio  $e_k^{L-}$ ,  $e_k^{L+}$ ,  $e_k^{U-}$  e  $e_k^{U+}$ . Deste modo, são possíveis os quatro casos seguintes:

(i) Se  $e_k^{L-} = 0$  e  $e_k^{U-} = 0$ ,  $E_k = [e_k^{L+} \wedge e_k^{U+}, e_k^{L+} \vee e_k^{U+}]$ ;

(ii) Se  $e_k^{L-} = 0$  e  $e_k^{U+} = 0$ ,  $E_k = [0, e_k^{L+} \vee e_k^{U-}]$ ;

(iii) Se  $e_k^{L+} = 0$  e  $e_k^{U-} = 0$ ,  $E_k = [0, e_k^{L-} \vee e_k^{U+}]$ ;

(iv) Se  $e_k^{L+} = 0$  e  $e_k^{U+} = 0$ ,  $E_k = [e_k^{L-} \wedge e_k^{U-}, e_k^{L-} \vee e_k^{U-}]$ ;

Refira-se, neste contexto, que  $a \wedge b = \min(a, b)$ .

Em suma,

$$E_k = [(e_k^{L-} + e_k^{U+}) \wedge (e_k^{L+} + e_k^{U-}), e_k^{L-} \vee e_k^{L+} \vee e_k^{U-} \vee e_k^{U+}]. \quad (\text{III. 80})$$

Portanto, a função de perda,  $E(\mathbf{x})$ , é dada por:

$$\begin{aligned}
 E(\mathbf{x}) &= [e^L(\mathbf{x}), e^U(\mathbf{x})] = \\
 &= \left[ \lambda \sum_{k=1}^p \gamma_k ((e_k^{L-} + e_k^{U+}) \wedge (e_k^{L+} + e_k^{U-})) + (1-\lambda) \vee_{k=1}^p ((e_k^{L-} + e_k^{U+}) \wedge (e_k^{L+} + e_k^{U-})), \right. \\
 &\left. \lambda \sum_{k=1}^p \gamma_k (e_k^{L-} \vee e_k^{L+} \vee e_k^{U-} \vee e_k^{U+}) + (1-\lambda) \vee_{k=1}^p (e_k^{L-} \vee e_k^{L+} \vee e_k^{U-} \vee e_k^{U+}) \right]. \quad (\text{III. 81})
 \end{aligned}$$

Caso o AD deseje minimizar o limite inferior da função de perda (III.81), o modelo (III.73) é substituído pelo seguinte modelo não convexo:

$$\begin{aligned}
 \min \quad & \lambda \sum_{k=1}^p \gamma_k ((e_k^{L-} + e_k^{U+}) \wedge (e_k^{L+} + e_k^{U-})) + (1-\lambda)u^L, \\
 \text{s.a:} \quad & \sum_{j=1}^n c_{kj}^L x_j + e_k^{L-} - e_k^{L+} = t_k^L, k = 1, \dots, p, \\
 & \sum_{j=1}^n c_{kj}^U x_j + e_k^{U-} - e_k^{U+} = t_k^U, k = 1, \dots, p, \\
 & \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i, i = 1, \dots, m, \\
 & (e_k^{L-} + e_k^{U+}) \wedge (e_k^{L+} + e_k^{U-}) \leq u^L, k = 1, \dots, p, \\
 & 0 \leq \lambda \leq 1, \\
 & \gamma_k \geq 0, k = 1, \dots, p, \\
 & \sum_{k=1}^p \gamma_k = 1, \\
 & x_j \geq 0, j = 1, \dots, n. \quad (\text{III. 82})
 \end{aligned}$$

A função objectivo do modelo (III.82) pode reescrever-se a partir da utilização de uma variável binária,  $\varpi_k$ , do seguinte modo:

$$\min \lambda \sum_{k=1}^p \gamma_k (\varpi_k (e_k^{L-} + e_k^{U+}) + (1 - z_k)(e_k^{L+} + e_k^{U-})) + (1-\lambda)u^L,$$

$$\text{com } \varpi_k (e_k^{L-} + e_k^{U+}) + (1 - z_k) (e_k^{L+} + e_k^{U-}) \leq u^L.$$

Sejam

$$s_{kj} = \varpi_k x_j, \quad t_{kj} = (1 - z_k) x_j, \quad k = 1, \dots, p, \quad j = 1, \dots, n,$$

$$r_k^{L-} = \varpi_k e_k^{L-}, \quad r_k^{L+} = \varpi_k e_k^{L+}, \quad r_k^{U-} = \varpi_k e_k^{U-}, \quad r_k^{U+} = \varpi_k e_k^{U+}, \quad k = 1, \dots, p,$$

$$q_k^{L-} = (1 - \varpi_k) e_k^{L-}, \quad q_k^{L+} = (1 - \varpi_k) e_k^{L+}, \quad k = 1, \dots, p,$$

$$q_k^{U-} = (1 - \varpi_k) e_k^{U-}, \quad q_k^{U+} = (1 - \varpi_k) e_k^{U+}, \quad k = 1, \dots, p.$$

Como  $x_j = s_{1j} + t_{1j} = \dots = s_{pj} + t_{pj}$ , o modelo (III.82) pode transformar-se no seguinte modelo de programação linear inteira mista (Inuiguchi e Kume, 1991):

$$\min \lambda \sum_{k=1}^p \gamma_k (r_k^{L-} + r_k^{U+} + q_k^{L+} + q_k^{U-}) + (1 - \lambda) u^L,$$

$$\text{s.a: } \sum_{j=1}^n c_{kj}^L s_{kj} + r_k^{L-} - r_k^{L+} - t_k^L \varpi_k = 0, \quad k = 1, \dots, p,$$

$$\sum_{j=1}^n c_{kj}^L t_{kj} + q_k^{L-} - q_k^{L+} + t_k^L \varpi_k = t_k^L, \quad k = 1, \dots, p,$$

$$\sum_{j=1}^n c_{kj}^U s_{kj} + r_k^{U-} - r_k^{U+} - t_k^U \varpi_k = 0, \quad k = 1, \dots, p,$$

$$\sum_{j=1}^n c_{kj}^U t_{kj} + q_k^{U-} - q_k^{U+} + t_k^U \varpi_k = t_k^U, \quad k = 1, \dots, p,$$

$$\sum_{j=1}^n (a_{ij} s_{1j} + a_{ij} t_{1j}) \leq b_i, \quad i = 1, \dots, m,$$

$$r_k^{L-} + r_k^{U+} + q_k^{L+} + q_k^{U-} \leq u^L, \quad k = 1, \dots, p,$$

$$s_{kj} + t_{kj} = s_{1j} + t_{1j}, \quad k = 1, \dots, p, \quad j = 1, \dots, n,$$

$$\sum_{j=1}^n s_{kj} - M \varpi_k \leq 0, \quad k = 1, \dots, p,$$

$$\sum_{j=1}^n t_{kj} + M \varpi_k \leq M, \quad k = 1, \dots, p,$$

$$\varpi_k \in \{0, 1\}, \quad k = 1, \dots, p,$$

$$0 \leq \lambda \leq 1,$$

$$\gamma_k \geq 0, k = 1, \dots, p,$$

$$\sum_{k=1}^p \gamma_k = 1,$$

$$x_j \geq 0, j = 1, \dots, n, \tag{III. 83}$$

onde  $M$  é um número suficientemente grande. As restrições de complementaridade podem ser omitidas por razões similares às referidas para o modelo (III.79).

Caso o AD deseje minimizar o limite superior da função de perda (III.81), o modelo (III.73) é substituído pelo seguinte modelo de PL:

$$\min \lambda \sum_{k=1}^p \gamma_k u_k + (1-\lambda)u^U,$$

$$\text{s.a: } \sum_{j=1}^n c_{kj}^L x_j + e_k^{L-} - e_k^{L+} = t_k^L, k = 1, \dots, p,$$

$$\sum_{j=1}^n c_{kj}^U x_j + e_k^{U-} - e_k^{U+} = t_k^U, k = 1, \dots, p,$$

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i, i = 1, \dots, m,$$

$$e_k^{L-} + e_k^{L+} \leq u_k, k = 1, \dots, p,$$

$$e_k^{U-} + e_k^{U+} \leq u_k, k = 1, \dots, p,$$

$$u_k \leq u^U, k = 1, \dots, p,$$

$$0 \leq \lambda \leq 1,$$

$$\gamma_k \geq 0, k = 1, \dots, p,$$

$$\sum_{k=1}^p \gamma_k = 1,$$

$$x_j \geq 0, j = 1, \dots, n. \tag{III. 84}$$

*Exemplo III. 9.*

Considere-se o seguinte modelo de programação por metas com objectivos e metas intervalares (Oliveira e Antunes, 2007):

$$[0.5, 1.8] x_1 (+) [-0.5, 0.5] y_1 = [1.2, 12]$$

$$[0.3, 0.8] x_2 (+) [1, 1.2] y_2 = [2.333, 9.506]$$

$$\text{s.a: } x_1 + x_2 \leq 8,$$

$$y_1 + y_2 \leq 15,$$

$$x_j \geq 0 \text{ (j = 1, 2),}$$

$$y_j \geq 0 \text{ (j = 1, 2).}$$

$$\text{Seja } \lambda = \gamma_1 = \gamma_2 = \frac{1}{2}.$$

Sob uma perspectiva optimista e de acordo com o conceito de diferença possível, o modelo pode ser formulado do seguinte modo (ver (III.78)):

$$\min \frac{1}{4} (d_1^{L-} + d_1^{U+} + d_2^{L-} + d_2^{U+}) + \frac{1}{2} (v^L),$$

$$\text{s.a: } 1.8x_1 + 0.5y_1 + d_1^{L-} - d_1^{L+} = 1.2,$$

$$0.8x_2 + 1.2y_2 + d_2^{L-} - d_2^{L+} = 2.333,$$

$$0.5x_1 - 0.5y_1 + d_1^{U-} - d_1^{U+} = 12,$$

$$0.3x_2 + y_2 + d_2^{U-} - d_2^{U+} = 9.506,$$

$$x_1 + x_2 \leq 8,$$

$$y_1 + y_2 \leq 15,$$

$$d_1^{L-} + d_1^{U+} \leq v^L,$$

$$d_2^{L-} + d_2^{U+} \leq v^L,$$

$$x_j \geq 0 \text{ (j = 1, 2),}$$

$$y_j \geq 0 \text{ (j = 1, 2).}$$

A solução obtida é  $(x_1, x_2, y_1, y_2)^T = (0.667, 0, 0, 1.944)^T$ .

Por outro lado, sob uma perspectiva pessimista e de acordo com o conceito de diferença possível, o modelo pode ser formulado do seguinte modo (ver (III.79)):

$$\begin{aligned} \min \quad & \frac{1}{4}(v_1 + v_2) + \frac{1}{2}(v^U), \\ \text{s.a:} \quad & 1.8x_1 + 0.5y_1 + d_1^{L-} - d_1^{L+} = 1.2, \\ & 0.8x_2 + 1.2y_2 + d_2^{L-} - d_2^{L+} = 2.333, \\ & 0.5x_1 - 0.5y_1 + d_1^{U-} - d_1^{U+} = 12, \\ & 0.3x_2 + y_2 + d_2^{U-} - d_2^{U+} = 9.506, \\ & x_1 + x_2 \leq 8, \\ & y_1 + y_2 \leq 15, \\ & d_1^{L+} \leq v_1, \\ & d_1^{U-} \leq v_1, \\ & v_1 \leq v^U, \\ & d_2^{L+} \leq v_2, \\ & d_2^{U-} \leq v_2, \\ & v_2 \leq v^U, \\ & x_j \geq 0 \quad (j = 1, 2), \\ & y_j \geq 0 \quad (j = 1, 2). \end{aligned}$$

A solução obtida é  $(x_1, x_2, y_1, y_2)^T = (5.739, 0, 0, 5.382)^T$ .

Considerando o conceito de diferença necessária e uma perspectiva otimista, o modelo pode formular-se da seguinte forma (ver (III.82)):

$$\begin{aligned} \min \quad & \frac{1}{4} \sum_{k=1}^2 [(e_k^{L-} + e_k^{U+}) \wedge (e_k^{L+} + e_k^{U-})] + \frac{1}{2}(u^L), \\ \text{s.a:} \quad & 0.5x_1 - 0.5y_1 + e_1^{L-} - e_1^{L+} = 1.2, \\ & 0.3x_2 + y_2 + e_2^{L-} - e_2^{L+} = 2.333, \end{aligned}$$



$$1.8x_1 + 0.5y_1 + e_1^{U^-} - e_1^{U^+} = 12,$$

$$0.8x_2 + 1.2y_2 + e_2^{U^-} - e_2^{U^+} = 9.506,$$

$$x_1 + x_2 \leq 8,$$

$$y_1 + y_2 \leq 15,$$

$$(e_1^{L^-} + e_1^{U^+}) \wedge (e_1^{L^+} + e_1^{U^-}) \leq u^L,$$

$$(e_2^{L^-} + e_2^{U^+}) \wedge (e_2^{L^+} + e_2^{U^-}) \leq u^L,$$

$$x_j \geq 0 \quad (j = 1, 2),$$

$$y_j \geq 0 \quad (j = 1, 2).$$

A solução obtida é  $(x_1, x_2, y_1, y_2)^T = (6.667, 0, 0, 7.922)^T$ .

Finalmente, seguindo uma perspectiva pessimista e de acordo com o conceito de diferença necessária, o modelo pode formular-se da seguinte forma (ver (III.84)):

$$\min \frac{1}{4}(u_1 + u_2) + \frac{1}{2}(u^U),$$

$$\text{s.a: } 0.5x_1 - 0.5y_1 + e_1^{L^-} - e_1^{L^+} = 1.2,$$

$$0.3x_2 + y_2 + e_2^{L^-} - e_2^{L^+} = 2.333,$$

$$1.8x_1 + 0.5y_1 + e_1^{U^-} - e_1^{U^+} = 12,$$

$$0.8x_2 + 1.2y_2 + e_2^{U^-} - e_2^{U^+} = 9.506,$$

$$x_1 + x_2 \leq 8,$$

$$y_1 + y_2 \leq 15,$$

$$(e_1^{L^-} + e_1^{L^+}) \leq u_1,$$

$$(e_1^{U^-} + e_1^{U^+}) \leq u_1,$$

$$u_1 \leq u^U,$$

$$(e_2^{L^-} + e_2^{L^+}) \leq u_2,$$

$$(e_2^{U^-} + e_2^{U^+}) \leq u_2,$$

$$u_2 \leq u^U,$$

$$x_j \geq 0 \quad (j = 1, 2),$$

$$y_j \geq 0 \quad (j = 1, 2).$$

A solução obtida é  $(x_1, x_2, y_1, y_2)^T = (5.739, 2.261, 3.339, 4.251)^T$ .

Os desvios possíveis,  $D_k$ , e os intervalos de perda,  $D(\mathbf{x})$ , encontram-se na Tabela III.1. Os desvios necessários,  $E_k$ , e os intervalos de perda,  $E(\mathbf{x})$ , encontram-se na Tabela III.2.

**Tabela III. 1.** Desvios possíveis,  $D_k$ , e intervalos de perda,  $D(\mathbf{x})$ .

Modelo	$D_1$	$D_2$	$D(\mathbf{x})$
Perspectiva otimista, de acordo com o conceito de diferença possível	[0, 11.667]	[0, 7.562]	[0, 10.640]
Perspectiva pessimista, de acordo com o conceito de diferença possível	[0, 9.130]	[0, 4.124]	[0, 7.879]
Perspectiva otimista, de acordo com o conceito de diferença necessária	[0, 10.800]	[0, 7.173]	[0, 9.893]
Perspectiva pessimista, de acordo com o conceito de diferença necessária	[0, 10.800]	[0, 4.577]	[0, 9.244]

**Tabela III. 2.** Desvios necessários,  $E_k$ , e intervalos de perda,  $E(\mathbf{x})$ .

Modelo	$E_1$	$E_2$	$E(\mathbf{x})$
Perspectiva otimista, de acordo com o conceito de diferença possível	[0.867, 10.8]	[0.389, 7.173]	[0.747, 9.893]
Perspectiva pessimista, de acordo com o conceito de diferença possível	[0, 1.670]	[0, 3.048]	[0, 2.704]
Perspectiva otimista, de acordo com o conceito de diferença necessária	[0, 2.133]	[0, 5.588]	[0, 4.725]
Perspectiva pessimista, de acordo com o conceito de diferença necessária	[0, 0]	[0, 2.596]	[0, 1.947]

A partir da análise da Tabela III.3 verifica-se que é a perspectiva pessimista, quer de acordo com o conceito de diferença possível, quer de acordo com o conceito de diferença necessária, que permite obter valores para as funções objectivo mais próximos das metas intervalares respectivas. Esta situação pode observar-se quer através dos valores obtidos para as distâncias entre as funções objectivo e as respectivas metas, quer a partir dos valores assumidos pelo índice de aceitabilidade que é nulo. Por outro lado, ao contrário do sugerido em Inuiguchi e Kume (1991), verifica-se que as amplitudes dos valores intervalares das funções objectivo são superiores quando se considera o modelo correspondente à perspectiva pessimista, de acordo com o conceito de diferença possível (7.461 e 1.076 para a primeira e segunda funções objectivo, respectivamente) e não quando se considera o modelo correspondente à perspectiva optimista, de acordo com o conceito de diferença possível (0.867 e 0.389 para a primeira e segunda funções objectivo, respectivamente).

**Tabela III. 3.** Algumas características das soluções obtidas a partir das quatro formulações do modelo dado no exemplo III.9.

Modelo	$Z_1 = [0.5, 1.8] x_1 + [-0.5, 0.5] y_1$	$Z_2 = [0.3, 0.8] x_2 + [1, 1.2] y_2$	$d(Z_1, T_1)$	$d(Z_2, T_2)$
Perspectiva optimista, de acordo com o conceito de diferença possível	[0.334, 1.200]	[1.944, 2.333]	10.800	7.173
Perspectiva pessimista, de acordo com o conceito de diferença possível	[2.870, 10.330]	[5.381, 6.458]	1.670	3.048
Perspectiva optimista, de acordo com o conceito de diferença necessária	[3.333, 12.000]	[7.922, 9.506]	2.1333	5.588
Perspectiva pessimista, de acordo com o conceito de diferença necessária	[1.2, 12]	[4.929, 6.910]	0.000	2.596

### III.3.2.3. Abordagem interactiva

Urli e Nadeau (1992) propuseram uma metodologia genérica, que permite transformar um modelo de PLMO não determinístico num modelo determinístico. Este último modelo é então resolvido através de uma abordagem interactiva, obtida a partir do método STEM (*vide* Benayoun *et al.* (1971)).

Considere-se, sem perda de generalidade, o seguinte modelo de PLMO com coeficientes intervalares:

$$\begin{aligned} \max Z_k(\mathbf{x}) &= \sum_{j=1}^n [c_{kj}^L, c_{kj}^U] x_j, k = 1, \dots, p, \\ \text{s.a: } \sum_{j=1}^n [a_{ij}^L, a_{ij}^U] x_j &\leq [b_i^L, b_i^U], i = 1, \dots, m, \\ x_j &\geq 0, j = 1, \dots, n, \end{aligned} \quad (\text{III. 85})$$

onde  $[c_{kj}^L, c_{kj}^U]$ ,  $[a_{ij}^L, a_{ij}^U]$  e  $[b_i^L, b_i^U]$ ,  $k = 1, \dots, p$ ,  $j = 1, \dots, n$  e  $i = 1, \dots, m$ , são intervalos fechados.

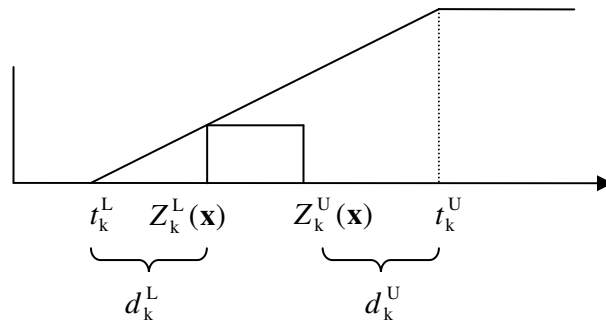
Urli e Nadeau (1992) efectuaram o tratamento das funções objectivo intervalares  $Z_k(\mathbf{x})$ ,  $k = 1, \dots, p$ , de acordo com os princípios da programação por metas, transformando o modelo (III.85) num novo modelo com desigualdades não determinísticas do tipo  $Z_k(\mathbf{x}) \geq T_k$ , onde  $T_k$  representa a meta que se pretende atingir relativamente ao objectivo  $Z_k(\mathbf{x})$ .

Considere-se  $c_{kj} \in [c_{kj}^L, c_{kj}^U]$  e  $T_k \in [t_k^L, t_k^U]$ , onde  $t_k^U$  representa a meta que o AD deseja alcançar para  $Z_k(\mathbf{x})$  e  $t_k^L$  representa o limite inferior aceitável para o AD, relativamente à meta  $T_k$ .

Deste modo, o problema consiste em procurar uma solução admissível  $\mathbf{x}^*$ , de tal modo que os valores obtidos para as múltiplas funções objectivo  $Z_k(\mathbf{x})$ ,  $k = 1, \dots, p$ , são próximos, tanto quanto possível, das metas  $t_k^U$ , satisfazendo simultaneamente as metas intervalares mínimas,  $t_k^L$ . Para cada função objectivo  $Z_k(\mathbf{x})$ , a solução é comparada com a meta  $T_k$ , de tal modo que o AD é solicitado a manifestar as suas preferências, no que se refere aos desvios relativamente às metas, ou seja, relativamente a  $(T_k - Z_k(\mathbf{x}))$ . Neste contexto, quanto maior o desvio, menor o nível de satisfação do AD relativamente à solução obtida.

O nível de satisfação do AD relativamente à obtenção da meta  $T_k$  pode expressar-se através de uma função da diferença  $(T_k - Z_k(\mathbf{x}))$ . Esse nível de satisfação traduz-se na seguinte premissa: “o AD está menos satisfeito quando a função  $Z_k^L(\mathbf{x}) = \mathbf{c}_k^L \mathbf{x}$  está mais próxima de  $t_k^L$  e mais satisfeito quando a função  $Z_k^U(\mathbf{x}) = \mathbf{c}_k^U \mathbf{x}$  está mais próxima de  $t_k^U$ ”. Para incorporar esta premissa no modelo determinístico, consideram-se duas variáveis desvio,  $d_k^U = t_k^U - Z_k^U(\mathbf{x})$  e  $d_k^L = t_k^L - Z_k^L(\mathbf{x})$ , de modo a que o nível de satisfação  $P_k(d_k^L, d_k^U)$  seja expresso pela função linear crescente (III.86), que se encontra representada graficamente na Figura III.17.

$$P_k(d_k^L, d_k^U) = \begin{cases} 0, & \text{se } d_k^L \geq 0, \\ 1 - \frac{d_k^U}{(d_k^U - d_k^L)}, & \text{se } d_k^U \geq 0 \geq d_k^L, \\ 1, & \text{se } d_k^U \leq 0. \end{cases} \quad (\text{III. 86})$$



**Figura III. 17.** Representação gráfica do nível de satisfação  $P_k(d_k^L, d_k^U)$ .

Deste modo, as funções objectivo do modelo original são substituídas pela maximização dos níveis de satisfação  $P_k$  relativamente às metas  $T_k$ . Assim, o modelo de PLMO (III.85) é substituído pelo seguinte modelo de PLMO que, com excepção das restrições funcionais, é determinístico:

$$\max P_k(d_k^L, d_k^U) = 1 - \frac{d_k^U}{(d_k^U - d_k^L)}, \quad k = 1, \dots, p,$$

$$\text{s.a: } d_k^U = t_k^U - Z_k^U(\mathbf{x}), \quad k = 1, \dots, p,$$

$$d_k^L = t_k^L - Z_k^L(\mathbf{x}), \quad k = 1, \dots, p,$$

$$d_k^U \geq 0, d_k^L \leq 0, \quad k = 1, \dots, p,$$

$$\sum_{j=1}^n [a_{ij}^L, a_{ij}^U] x_j \leq [b_i^L, b_i^U], \quad i = 1, \dots, m,$$

$$x_j \geq 0, \quad j=1, \dots, n. \quad (\text{III. 87})$$

Os limites superior e inferior,  $t_k^U$  e  $t_k^L$ , de  $T_k$  podem ser obtidos directamente através do AD ou de uma tabela de metas individuais (“goal matrix” na terminologia dos autores), que consiste na generalização da tabela de óptimos individuais tradicional, de modo a ser possível incorporar a incerteza associada às restrições funcionais do modelo (III.85).

Para cada função objectivo  $Z_k(\mathbf{x})$  resolvem-se os modelos de PL que permitem obter o melhor valor óptimo e o pior valor óptimo (*vide* secção III.3.1), respectivamente, ou seja:

$$\begin{aligned} & \max Z_k^U(\mathbf{x}), \\ & \text{s.a: } \sum_{j=1}^n a_{ij}^L x_j \leq b_i^U, i = 1, \dots, m, \\ & x_j \geq 0, j = 1, \dots, n, \end{aligned} \tag{III. 88}$$

e

$$\begin{aligned} & \max Z_k^L(\mathbf{x}), \\ & \text{s.a: } \sum_{j=1}^n a_{ij}^U x_j \leq b_i^L, i = 1, \dots, m, \\ & x_j \geq 0, j = 1, \dots, n. \end{aligned} \tag{III. 89}$$

O modelo com a versão mais favorável da função objectivo e com a região admissível mais abrangente (III.88) é identificado com  $\sigma = 0$ , o modelo com a versão menos favorável da função objectivo e com a região admissível menos abrangente (III.89) é identificado com  $\sigma = 1$  e a solução óptima de cada modelo é identificada com  $\mathbf{x}_k^\sigma$ ,  $k = 1, \dots, p$ . Deste modo, as metas deverão ser escolhidas da seguinte forma:

$$t_k^U = Z_k^U(\mathbf{x}_k^0), k = 1, \dots, p, \tag{III. 90}$$

$$t_k^L = \min_{\sigma, \delta} Z_k^L(\mathbf{x}_k^\sigma), \sigma = 0, 1, \delta = 1, \dots, p. \tag{III. 91}$$

A meta  $t_k^U$  corresponde, para cada função objectivo, ao melhor valor de  $Z_k(\mathbf{x})$ ,  $k = 1, \dots, p$ , na situação mais favorável. Portanto, os elementos  $t_k^U$ ,  $k = 1, \dots, p$ , permitem obter o ponto ideal. A meta  $t_k^L$  corresponde, para cada função objectivo, ao pior valor da tabela de metas individuais.

A função objectivo intervalar  $Z_k(\mathbf{x})$  é transformada de modo a que  $Z_k^U(\mathbf{x})$  e  $Z_k^L(\mathbf{x})$  sejam substituídos pelo valor central de  $Z_k(\mathbf{x})$ ,  $Z_k^C(\mathbf{x})$ , ou seja,

$$Z_k^C(\mathbf{x}) \geq T_k. \tag{III. 92}$$

Esta desigualdade traduz a seguinte premissa: “o AD manifesta menor satisfação quando  $Z_k^C(\mathbf{x})$  se aproxima de  $t_k^L$  e maior satisfação quando  $Z_k^C(\mathbf{x})$  se aproxima de  $t_k^U$ ”.

Portanto, como  $d_k^U - d_k^L = t_k^U - t_k^L$ , o nível de satisfação do AD,  $P_k(d_k^L, d_k^U)$ , definido em (III.86) pode reescrever-se do seguinte modo:

$$P_k(d_k^L, d_k^U) = \begin{cases} 0, & \text{se } d_k^L \geq t_k^U - t_k^L, \\ 1 - \frac{d_k^U}{(t_k^U - t_k^L)}, & \text{se } t_k^U - t_k^L \geq d_k^U \geq 0, \\ 1, & \text{se } d_k^U \leq 0. \end{cases} \quad (\text{III. 93})$$

Assim, o modelo de PLMO (III.85) pode transformar-se num modelo de PLMO substituto, onde as funções objectivo são determinísticas, ou seja,

$$\begin{aligned} \max P_k(d_k^U) &= 1 - \frac{d_k^U}{(t_k^U - t_k^L)}, \quad k = 1, \dots, p, \\ \text{s.a: } d_k^U &= t_k^U - Z_k^C(x), \quad k = 1, \dots, p, \\ d_k^U &\leq t_k^U - t_k^L, \quad d_k^U \geq 0, \quad k = 1, \dots, p, \\ \sum_{j=1}^n [a_{ij}^L, a_{ij}^U] x_j &\leq [b_i^L, b_i^U], \quad i = 1, \dots, m, \\ x_j &\geq 0, \quad j = 1, \dots, n. \end{aligned} \quad (\text{III. 94})$$

A abordagem seguida por Urli e Nadeau (1992) para a transformação das restrições funcionais intervalares em restrições determinísticas, baseia-se nos limiares de satisfação das restrições (*satisfaction thresholds on the constraints*).

Cada restrição do modelo (III.85) é interpretada do seguinte modo (Urli e Nadeau, 1992): “o AD deseja que  $\sum_{j=1}^n a_{ij}^L x_j$  não ultrapasse o valor de  $b_i^U$  e o seu nível de satisfação será tanto maior, quanto mais  $\sum_{j=1}^n a_{ij}^U x_j$  se aproximar de  $b_i^U$ ”. Portanto, o grau de satisfação relativamente a uma restrição intervalar do modelo (III.85),  $\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i$ , designa-se por  $\mu$  e é dado em (III.95)

$$\mu \left( \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i \right) = \begin{cases} 0, & \text{se } \sum_{j=1}^n a_{ij}^L x_j \geq b_i^U, \\ 1, & \text{se } \sum_{j=1}^n a_{ij}^U x_j \leq b_i^L, \\ \frac{b_i^U - \sum_{j=1}^n a_{ij}^L x_j}{(b_i^U - b_i^L) + \sum_{j=1}^n (a_{ij}^U - a_{ij}^L) x_j}, & \text{caso contrário.} \end{cases} \quad (\text{III. 95})$$

Os valores possíveis que a função (III.95) pode assumir são representados graficamente na Figura III.18.

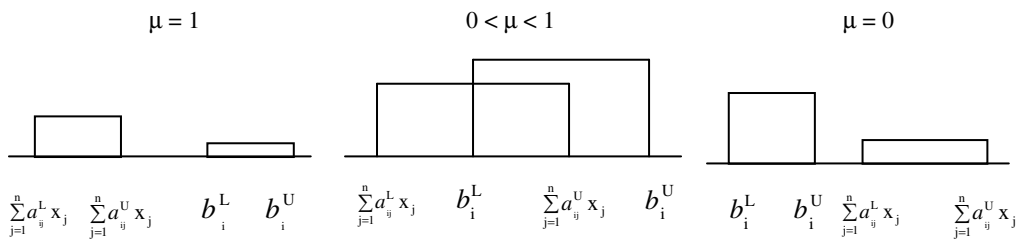


Figura III. 18. Níveis de satisfação associados a uma restrição funcional intervalar.

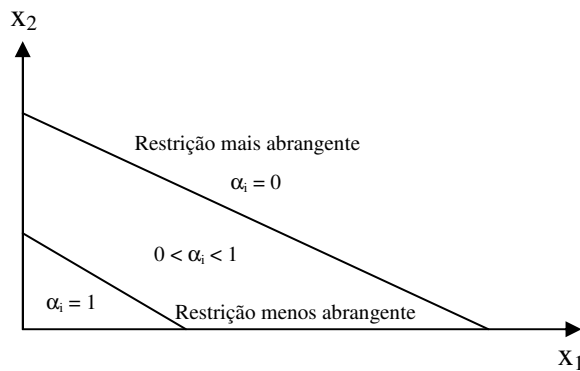


Figura III. 19. Limiares de satisfação individual de uma restrição.



Portanto, a transformação das restrições intervalares do modelo (III.85) em restrições determinísticas é efectuada com base no limiar de satisfação das restrições. Assim, a solução deverá satisfazer individualmente cada restrição intervalar com um limiar particular de satisfação denominado por *limiar de satisfação individual das restrições*, designado por  $\alpha_i$  ( $i = 1, \dots, m$ ), e definido relativamente a cada restrição (*vide* Figura III.19). Deste modo, cada restrição intervalar é substituída por uma restrição determinística da seguinte forma, para um limiar particular de satisfação:

$$\mu \left( \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i \right) \geq \alpha_i, \quad (\text{III. 96})$$

onde  $0 \leq \alpha_i \leq 1$ .

A partir da função (III.96) as restrições determinísticas podem escrever-se do seguinte modo:

$$\sum_{j=1}^n (a_{ij}^L + \alpha_i (a_{ij}^U - a_{ij}^L)) x_j \leq b_i^U - \alpha_i (b_i^U - b_i^L). \quad (\text{III. 97})$$

O valor do limiar de satisfação  $\alpha_i$  é determinado de modo interactivo com o AD. Através do valor de  $\alpha_i$ , o AD pode modificar as suas preferências relativamente aos níveis de satisfação das restrições. Assim, o valor de  $\alpha_i$  deverá estar próximo de 1 na fase inicial do algoritmo, de modo a relaxar-se nos passos seguintes.

Refira-se, no entanto, que o limiar de satisfação das restrições pode assumir outra forma. Por exemplo, caso se pretenda que a solução satisfaça cumulativamente o conjunto de restrições com um limiar particular de satisfação fixado *a priori*, o limiar de satisfação denomina-se por *limiar de satisfação cumulativo das restrições (joint satisfaction threshold on constraints)* e é dado por  $\alpha$ . De acordo com esta abordagem alternativa, as restrições intervalares do modelo (III.85) são transformadas na seguinte restrição determinística:

$$\prod_i \left\{ \mu \left( \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i \right) \right\} \geq \alpha, \quad (\text{III. 98})$$

que obtém a forma da restrição não linear,

$$\prod_i \left\{ \frac{b_i^U - \sum_{j=1}^n a_{ij}^L x_j}{(b_i^U - b_i^L) + \sum_{j=1}^n (a_{ij}^U - a_{ij}^L) x_j} \right\} \geq \alpha, \quad (\text{III. 99})$$

se  $\mu \left( \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i \right)$  for definida a partir da expressão (III.95).

No método interactivo desenvolvido por Urli e Nadeau (1992) considera-se, sem perda de generalidade, o limiar de satisfação individual das restrições.

Seja  $D_0 = \{\mathbf{x} \in \mathfrak{R}^n: d_k^U = t_k^U - Z_k^C(\mathbf{x}), d_k^U \leq t_k^U - t_k^L \text{ e } d_k^U \geq 0, k = 1, \dots, p\}$ .

Para resolver o modelo (III.94) deve construir-se uma tabela de óptimos individuais alargada. Para realizar esta tarefa, obtém-se, para cada função objectivo  $P_k(d_k^U)$  do modelo (III.94) e para cada combinação de  $\alpha_i, \alpha_i = 0, 1$ , o valor óptimo de  $P_k(d_k^U)$  através da resolução do seguinte modelo:

$$\max P_k(d_k^U), k = 1, \dots, m,$$

$$\text{s.a: } \mathbf{x} \in D_0,$$

$$\sum_{j=1}^n (a_{ij}^L + \alpha_i(a_{ij}^U - a_{ij}^L))x_j \leq b_i^U - \alpha_i(b_i^U - b_i^L), i = 1, \dots, m. \quad (\text{III. 100})$$

Deste modo, calcula-se a melhor solução de  $P_k(d_k^U)$  para cada uma das regiões formadas pelas combinações dos valores extremos dos limiares de satisfação das restrições intervalares. Cada uma destas operações de optimização permite obter uma solução  $\mathbf{x}_\delta^\sigma$ . Portanto, o melhor valor óptimo de  $P_k(d_k^U)$  na matriz de óptimos individuais alargada designa-se por  $P_k^\mu$  e obtém-se do seguinte modo:

$$P_k^\mu = \max_{\sigma, \delta} \left\{ 1 - \frac{(t_k^U - [Z_k^C(\mathbf{x}_\delta^\sigma)])}{(t_k^U - t_k^L)} \right\}, \sigma = 0, 1, \delta = 1, \dots, p. \quad (\text{III. 101})$$

De modo similar, o pior valor de  $P_k(d_k^U)$  na matriz de óptimos individuais alargada designa-se por  $P_k^l$  e obtém-se do seguinte modo:

$$P_k^l = \min_{\sigma, \delta} \left\{ 1 - \frac{(t_k^U - [Z_k^C(\mathbf{x}_\delta^\sigma)])}{(t_k^U - t_k^L)} \right\}; \sigma = 0, 1, \delta = 1, \dots, p. \quad (\text{III. 102})$$

A informação relativa ao melhor valor óptimo e ao pior valor óptimo das funções objectivo  $P_k(d_k^U)$  é traduzida em  $\mu_k$  e  $\nu_k$ , respectivamente. Estes parâmetros são definidos do seguinte modo:

$$\mu_k = t_k^L + P_k^\mu (t_k^U - t_k^L) \text{ e } \nu_k = t_k^L + P_k^l (t_k^U - t_k^L). \quad (\text{III. 103})$$

A partir desta informação, solicita-se ao AD que especifique um nível de aspiração  $o_k$  para cada função objectivo  $Z_k(\mathbf{x}), k = 1, \dots, p$ . Posteriormente, minimiza-se a distância das funções objectivo a estas metas  $\mathbf{o} = (o_1, o_2, \dots, o_p)$ . Como estas metas são escolhidas pelo AD, é possível obter uma solução onde todos os desvios relativamente a estas são negativos ou nulos. Esta situação reflecte o facto de as metas escolhidas serem dominadas, sendo necessário solicitar, nestes casos, outras metas de modo a reiniciar o procedimento.

Tal como no método STEM, é necessário determinar os pesos,  $\pi_k$ , associados a cada função objectivo  $P_k(d_k^U)$ .

Seja  $\pi_k = \frac{\phi_k}{\sum_{k=1}^p \phi_k}$ , onde  $\phi_k = \frac{P_k^\mu - P_k^l}{P_k^\mu} \times \frac{1}{\|c_k^C\|_2}$  e  $\|c_k^C\|_2$  é a norma euclidiana do vector  $c_k^C$ , com

os valores centrais do vector intervalar  $c_k$ .

A primeira solução de compromisso designa-se por  $x^1$  e obtém-se a partir da resolução do seguinte modelo:

$$\min Mv - \sum_{k=1}^p \varepsilon_k ,$$

$$\text{s.a: } \pi_k(P_k^0 - P_k(d_k^U)) \leq v - \varepsilon_k, k = 1, \dots, p,$$

$$x \in D_0,$$

$$\sum_{j=1}^n (a_{ij}^L + \alpha_i(a_{ij}^U - a_{ij}^L))x_j \leq b_i^U - \alpha_i(b_i^U - b_i^L) , i = 1, \dots, m,$$

$$v \geq 0,$$

$$x_j \geq 0, j = 1, \dots, n, \tag{III. 104}$$

onde  $P_k^0 = 1 - \frac{(t_k^U - o_k)}{(t_k^U - t_k^L)}$ ,  $M$  é um valor suficientemente grande (maior do que os restantes coeficientes do modelo) e  $\varepsilon_k$  garante a eficiência da primeira solução de compromisso  $x^1$ .

As restantes soluções de compromisso são designadas por  $x^\xi$ ,  $\xi = 2, 3, 4, \dots, \zeta$ .

Caso a primeira solução de compromisso seja considerada satisfatória pelo AD, o algoritmo interactivo termina e a solução  $x^1$  é escolhida como solução do modelo (III.85). Caso contrário, é necessário prosseguir com as fases interactivas a seguir descritas.

A partir de cada solução de compromisso são fornecidas as seguintes informações ao AD:

- O valor de  $Z_k^C(x^\xi)$ . Esta informação é fornecida ao AD em simultâneo com o intervalo  $[t_k, \mu_k]$ . Portanto, o AD obtém  $[t_k, Z_k^C(x^\xi), \mu_k]$  e determina  $o_k$ .

• De modo a facilitar a comparação dos valores obtidos para as diferentes funções objectivo, os valores relativos de  $Z_k^C(\mathbf{x}^\xi)$ , designados por  $Z'_k(\mathbf{x}^\xi)$ , são também calculados. Estes valores relativos estão, em geral, compreendidos entre 0 e 1 e traduzem o grau de cumprimento relativamente ao nível de aspiração  $o_k$ , e são dados por:

$$Z'_k(\mathbf{x}^\xi) = 1 - \frac{(o_k - [Z_k^C(\mathbf{x}^\xi)])}{(o_k - l_k)}. \quad (\text{III. 105})$$

Quanto maior o valor de  $Z'_k(\mathbf{x}^\xi)$ , mais próximo está o AD do seu nível de aspiração  $o_k$ .

• É facultada uma visão geral da evolução da solução de compromisso de acordo com diferentes limiares de satisfação das restrições,  $\alpha_i$ , próximos dos limiares de satisfação inicialmente fixados.

A partir da informação revelada, solicita-se ao AD que manifeste a sua satisfação relativamente à solução de compromisso em análise. Caso a considere satisfatória, o algoritmo termina. Caso contrário, prossegue com a pesquisa de outras soluções. Nesta última situação, o AD deverá escolher a função objectivo  $Z_k^C(\mathbf{x})^*$  que deseja melhorar e, se possível, fixar a variação máxima desejada,  $\Delta_{k^*}$ . Caso o AD não seja capaz de determinar  $\Delta_{k^*}$ , este valor pode ser fixado automaticamente do seguinte modo:

$$\Delta_{k^*} = o_{k^*} - Z_{k^*}^C(\mathbf{x}^\xi)^*. \quad (\text{III. 106})$$

Depois desta etapa, efectua-se uma *análise paramétrica* para explorar e analisar as consequências das escolhas efectuadas pelo AD no passo anterior. Este procedimento consiste na análise das repercussões das melhorias possíveis  $\tau\Delta_{k^*}$  nas diferentes funções objectivo  $Z_k^C(\mathbf{x})^*$ ,  $\tau \in [0, 1]$ ,  $k = 1, \dots, p$ . Portanto, a análise paramétrica efectua-se através do seguinte modelo:

$$\min \text{Mv} - \sum_{k=1}^p \varepsilon_k,$$

$$\text{s.a: } \pi_k(P_k^0 - P_k(d_k^U)) \leq v - \varepsilon_k, \mathbf{x} \in D_0 \quad (k = 1, \dots, p),$$

$$Z_k^C(\mathbf{x})^* = o_{k^*} - \tau\Delta_{k^*}, \tau \leq 1,$$

$$\sum_{j=1}^n (a_{ij}^L + \alpha_i(a_{ij}^U - a_{ij}^L))x_j \leq b_i^U - \alpha_i(b_i^U - b_i^L) \quad (i = 1, \dots, m),$$

$$v \geq 0,$$

$$x_j \geq 0 \quad (j = 1, \dots, n). \quad (\text{III. 107})$$

A partir da resolução do modelo (III.107) são obtidos intervalos de estabilidade da forma  $[\tau_i, \tau_{i+1}]$  para as bases óptimas do modelo considerado. Se a solução óptima deste modelo paramétrico, para um dado  $\tau$ , for designada por  $\mathbf{x}^\tau$ , o valor  $Z_k^C(\mathbf{x}^\tau)^*$  é apresentado ao AD. A partir desses valores, o AD pode optar por um nível de melhoria  $\tau^*$ . Depois de escolhido  $\tau^*$ , o AD depara-se com uma nova solução de compromisso  $\mathbf{x}^{\tau^*}$ , adicionando subsequentemente as seguintes restrições ao modelo (III.104):

$$\pi_{k^*} = 0 \text{ e } Z_k^C(\mathbf{x})^* \leq Z_k^C(\mathbf{x}^{\tau^*})^* . \quad (\text{III. 108})$$

Esta nova solução de compromisso é tratada como a anterior e o algoritmo termina quando o AD considera satisfatória a solução de compromisso subsequentemente obtida,  $\mathbf{x}^m$ .

Este algoritmo possui no máximo  $p$  iterações, já que a função objectivo que sofre uma melhoria deixa de ser considerada explicitamente com a introdução da restrição (III.108). Caso seja desejável, é possível modificar o algoritmo de modo a torná-lo mais flexível.

A representação deste algoritmo pode ser vista de modo resumido no diagrama de blocos da Figura III.20.

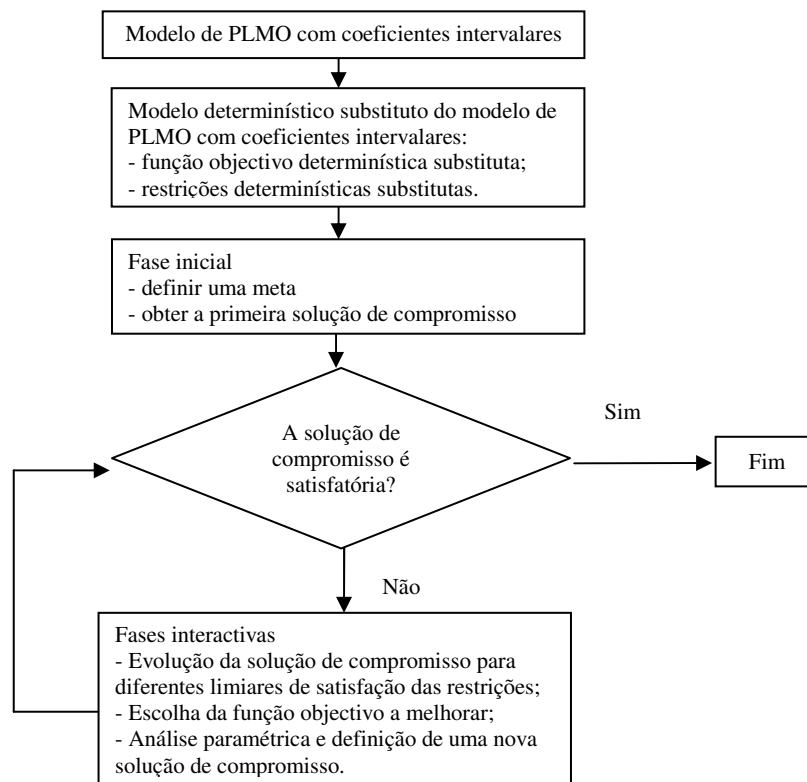


Figura III. 20. Representação diagramática do algoritmo desenvolvido por Urli e Nadeau.

Esta abordagem utiliza uma formulação matemática simples e permite uma forte integração do AD nas fases de decisão. Para a transformação do modelo na sua forma determinística a estrutura de preferências do AD é considerada, assumindo-se que o AD está menos satisfeito quando o limite inferior das funções objectivo está mais próximo do limite inferior da meta intervalar (obtido a partir da tabela de óptimos individuais alargada) e mais satisfeito quando o limite superior das funções objectivo está mais próximo do limite superior da meta intervalar; o AD deseja que o limite inferior do lado direito das restrições não exceda o limite superior do termo independente das restrições e a sua satisfação será tanto maior quanto mais o limite superior dos lados esquerdos das restrições se aproximar do limite superior dos termos independentes das restrições. Apesar de a estrutura de preferências ser considerada (o AD prefere sempre uma situação mais favorável), o processo de decisão deveria considerar de igual modo a ocorrência dos cenários pessimista e optimista.

No contexto da programação estocástica multiobjectivo, Urli e Nadeau (2004) propuseram uma abordagem onde as probabilidades dos cenários são especificadas apenas de modo incompleto, de acordo com a ordenação do mais provável para o menos provável, com possibilidade de haver empate. Este método interactivo designa-se por *PROMISE/scenarios* e também se baseia no método STEM. Inicialmente, o modelo de programação estocástica multiobjectivo (onde são introduzidas variáveis elásticas) é transformado num modelo multiobjectivo determinístico substituto. Posteriormente, solicita-se ao AD que tire partido da informação disponível acerca das restrições elásticas e das probabilidades parcialmente especificadas para os cenários, de modo a que este possa progredir interactivamente para uma solução de compromisso satisfatória. Contudo, este método adequa-se apenas a modelos de pequenas dimensões ou a modelos de grandes dimensões, mas com poucos cenários (Urli e Nadeau, 2004).

#### *Exemplo III. 10*

Considere o seguinte modelo de PLMO (Oliveira e Antunes, 2007):

$$\max Z_1(\mathbf{x}) = [0.5, 1.8] x_1 + [-0.5, 0.5] x_2,$$

$$\max Z_2(\mathbf{x}) = [0.3, 0.8] x_1 + [1, 1.2] x_2,$$

$$\text{s.a: } [1.5, 2.5] x_1 + [0.5, 1] x_2 \leq [6, 10],$$

$$[0.5, 2] x_1 + [3, 6] x_2 \leq [14, 16],$$

$$x_j \geq 0 \quad (j = 1, 2).$$

*Passo 1.* Obter o modelo determinístico substituto.

Resolvem-se os seguintes modelos de PL:

$$\max Z_k^U(\mathbf{x}), \text{ para cada } k = 1, 2.$$

$$\text{s.a: } 1.5x_1 + 0.5x_2 \leq 10,$$

$$0.5x_1 + 3x_2 \leq 16,$$

$$x_j \geq 0 \text{ (j = 1, 2),}$$

$$\max Z_k^L(\mathbf{x}), \text{ para cada } k, k = 1, 2.$$

$$\text{s.a: } 2.5x_1 + 1x_2 \leq 6,$$

$$2x_1 + 6x_2 \leq 14,$$

$$x_j \geq 0 \text{ (j = 1, 2),}$$

Deste modo, obtém-se  $\mathbf{x}_k^\sigma$ ,  $k = 1, 2$  e  $\sigma = 0, 1$ :  $\mathbf{x}_1^0 = (6.667, 0)^T$ ,  $\mathbf{x}_2^0 = (5.177, 4.471)^T$ ,  $\mathbf{x}_1^1 = (2.4, 0)^T$  and  $\mathbf{x}_2^1 = (0, 2.333)^T$ .

Esta informação pode organizar-se numa tabela (Tabela III.4) que contém os valores de  $Z_k^U(\mathbf{x}_k^\sigma)$  e  $Z_k^L(\mathbf{x}_k^\sigma)$ , para  $\sigma = 0, 1$  e  $k = 1, 2$ . As metas  $t_k^U$  e  $t_k^L$  são obtidas a partir da Tabela III.5.

**Tabela III. 4.**Valores de  $Z_k^U(\mathbf{x}_k^\sigma)$  e  $Z_k^L(\mathbf{x}_k^\sigma)$ .

	$\mathbf{x}_1^0$	$\mathbf{x}_1^1$	$\mathbf{x}_2^0$	$\mathbf{x}_2^1$
$Z_1^U(\mathbf{x}_1^\sigma)$	<b>12.000</b>	4.320	11.553	1.167
$Z_1^L(\mathbf{x}_1^\sigma)$	3.333	1.200	0.353	<b>-1.167</b>
$Z_2^U(\mathbf{x}_2^\sigma)$	5.333	1.920	<b>9.506</b>	2.800
$Z_2^L(\mathbf{x}_2^\sigma)$	2.000	<b>0.720</b>	6.024	2.333

**Tabela III. 5.** Metas individuais.

k	$t_k^L$	$t_k^U$	$t_k^U - t_k^L$
1	-1.167	12.000	13.167
2	0.720	9.506	8.786

**Tabela III. 6.** Óptimos individuais.

	$\mathbf{x}_1^0$	$\mathbf{x}_1^1$	$\mathbf{x}_2^0$	$\mathbf{x}_2^1$	$\mu_k$	$o_k$	$l_k$
$Z_1^C(\mathbf{x}_\delta^\sigma)$	<b>7.667</b>	2.760	5.953	0.000	7.667	5.000	0.000
$Z_2^C(\mathbf{x}_\delta^\sigma)$	3.667	1.320	<b>7.765</b>	2.5667	7.765	6.000	1.320

Obtém-se  $P_1^\mu = 0.671$ ,  $P_1^l = 0.089$ ,  $P_2^\mu = 0.802$ ,  $P_2^l = 0.068$ ,  $\phi_1 = 0.755$ ,  $\phi_2 = 0.744$ ,  $\pi_1 = 0.504$ ,  $\pi_2 = 0.496$  e considera-se  $\alpha_1 = \alpha_2 = 0.8$ .

Deste modo, o modelo determinístico substituto é:

$$\min Mv - \sum_{k=1}^2 \varepsilon_k ,$$

$$\text{s.a: } 0.191 - 0.044x_1 \leq v - \varepsilon_1,$$

$$0.339 - 0.031x_1 - 0.062x_2 \leq v - \varepsilon_2,$$

$$2.3x_1 + 0.9x_2 \leq 6.8,$$

$$1.7x_1 + 5.4 x_2 \leq 14.4,$$

$$d_1^U = 12 - 1.15 x_1,$$

$$d_2^U = 9.506 - 0.55 x_1 - 1.1 x_2,$$

$$d_1^U \leq 13.167,$$

$$d_2^U \leq 8.786,$$



$$d_k^U \geq 0 \quad (k = 1, 2),$$

$$v \geq 0,$$

$$x_j \geq 0 \quad (j = 1, 2).$$

*Passo 2.* Obtém-se a primeira solução de compromisso.

A primeira solução de compromisso obtém-se a partir da resolução do modelo determinístico substituto. A solução do modelo determinístico substituto é:  $\mathbf{x}^1 = (x_1, x_2)^T = (2.182, 1.980)^T$ .

Para uma análise detalhada da solução  $\mathbf{x}^1$ , a informação que consta da Tabela III.6 é facultada ao AD.

*Passo 3.* Fases interactivas

Considere-se, por exemplo, que o AD não está satisfeito com a solução de compromisso  $\mathbf{x}^1$  e pretende obter outra solução. O AD considera que  $Z_1^C(\mathbf{x})$  deverá ser melhorada, relaxando os limiares de satisfação das restrições para  $\alpha_1 = 0.6$  e  $\alpha_2 = 0.8$ , respectivamente. Esta escolha é efectuada depois de analisar as Tabelas III.7 e III.8.

Considere-se que, com a informação disponível na Tabela III.8, o AD decide melhorar  $Z_1^C(\mathbf{x})$ , não sabendo qual o valor a impor  $\Delta_1$ . Deste modo,  $\Delta_1 = o_1 - Z_1^C(\mathbf{x}^1) = 5.000 - (3.402) = 1.598$ .

**Tabela III. 7.** Tabela com os valores  $Z_k^C(\mathbf{x}^1)$  e  $Z'_k(\mathbf{x}^1)$ .

K	$Z_k^C(\mathbf{x}^1)$	$o_k$	$Z'_k(\mathbf{x}^1)$
1	2.509	5.000	0.502
2	3.378	6.000	0.440

**Tabela III. 8.** Evolução da solução de compromisso devido a alterações nos limiares de satisfação das restrições.

$\alpha_1$	$\alpha_2$	$Z_1^C(\mathbf{x})$	$Z'_1(\mathbf{x})$	$Z_2^C(\mathbf{x})$	$Z'_2(\mathbf{x})$
0.8	0.8	2.509	0.502	3.378	0.44
0.8	0.7	2.397	0.479	3.599	0.487
0.7	0.8	2.936	0.587	3.453	0.456
<b>0.6</b>	<b>0.8</b>	<b>3.402</b>	<b>0.680</b>	<b>3.536</b>	<b>0.474</b>

Portanto, a análise paramétrica é efectuada através do seguinte modelo:

$$\min \text{Mv} - \sum_{k=1}^2 \varepsilon_k ,$$

$$\text{s.a: } 0.191 - 0.044x_1 \leq v - \varepsilon_1,$$

$$0.339 - 0.031x_1 - 0.062x_2 \leq v - \varepsilon_2,$$

$$2.1x_1 + 0.8x_2 \leq 7.6,$$

$$1.7x_1 + 5.4x_2 \leq 14.4,$$

$$1.15x_1 = 5 - \tau 1.598, \tau \leq 1,$$

$$d_1^U = 12 - 1.15x_1,$$

$$d_2^U = 9.506 - 0.55x_1 - 1.1x_2,$$

$$d_1^U \leq 13.167,$$

$$d_2^U \leq 8.786,$$

$$d_k^U \geq 0, k = 1, 2,$$

$$v \geq 0,$$

$$x_j \geq 0 (j = 1, 2).$$

**Tabela III. 9.** Valores de  $Z_k^C(\mathbf{x})$  e  $Z'_k(\mathbf{x})$  para diferentes  $\tau$ .

$\tau$	$Z_1^C(\mathbf{x})$	$Z'_1(\mathbf{x})$	$Z_2^C(\mathbf{x})$	$Z'_2(\mathbf{x})$
1	3.402	0.680	3.535	0.473
0.85	3.641	0.728	3.048	0.369
0.70	3.881	0.776	2.561	0.265

Depois de analisar a Tabela III.9, o AD escolhe  $\tau = 0.85$ , obtendo a solução de compromisso  $\mathbf{x}^2 = (3.167, 1.187)^T$ . O algoritmo prossegue com as fases interactivas até o AD encontrar uma solução de compromisso satisfatória.

### ***III.3.3. Abordagem de optimização em modelos de programação matemática intervalar***

Seja  $\vartheta$  uma dada variável pertencente ao conjunto  $A$ . Considere-se, por outro lado, que  $\vartheta$  pode pertencer (ou não) a outro conjunto  $\zeta$ . Se  $A \cap \zeta \neq \emptyset$ , então é possível que  $\vartheta \in \zeta$ , sabendo que  $\vartheta \in A$ . Se  $A \subseteq \zeta$ , então verifica-se necessariamente que  $\vartheta \in \zeta$ , sabendo que  $\vartheta \in A$ . Portanto, as seguintes medidas de possibilidade e de necessidade podem definir-se, assumindo o valor 1, caso se verifique possivelmente ou necessariamente que  $\vartheta \in \zeta$ , e o valor 0, caso contrário, respectivamente (Inuiguchi e Sakawa, 1996b):

$$P_A(\zeta) = \begin{cases} 1 & \text{se } A \cap \zeta \neq \emptyset, \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

$$N_A(\zeta) = \begin{cases} 1 & \text{se } A \subseteq \zeta, \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

Neste caso, as medidas de possibilidade e de necessidade podem ser vistas como medidas condicionais induzidas pelo conjunto  $A$ .

Considere-se, sem perda de generalidade, o seguinte modelo de PLMO com funções objectivo intervalares:

$$\begin{aligned} \text{Max } z(\mathbf{x}) &= C\mathbf{x}, \\ \text{s.a: } A\mathbf{x} &\leq \mathbf{b}, \\ \mathbf{x} &\geq \mathbf{0}, \\ C &\in \Phi. \end{aligned} \tag{III. 109}$$

onde  $\Phi$  é um conjunto de matrizes  $p \times n$ , em que cada linha,  $\mathbf{c}_k$ , possui como elementos genéricos  $c_{kj} \in [c_{kj}^L, c_{kj}^U]$ , para  $k = 1, \dots, p$  e  $j = 1, \dots, n$ .  $A$  é uma matriz  $m \times n$ ,  $\mathbf{b}$  é um vector  $m \times 1$ ,  $\mathbf{x}$  é um vector  $n \times 1$  e as letras em índice, L e U, representam os limites inferior e superior dos coeficientes, respectivamente.

Uma solução é *necessariamente eficiente* para o modelo (III.109) se e só se for eficiente para qualquer  $C \in \Phi$ . O conjunto de soluções necessariamente eficientes,  $N_E$ , obtém-se do seguinte modo:

$$N_E = \bigcap_{C \in \Phi} X_E(C),$$

onde  $X_E(C)$  é o conjunto de soluções eficientes para cada  $C \in \Phi$ .

Por outro lado, uma solução é *possivelmente eficiente* para o modelo (III.109) se e só se for eficiente para pelo menos um  $C \in \Phi$ . O conjunto de soluções possivelmente eficientes obtém-se do seguinte modo:

$$P_E = \bigcup_{C \in \Phi} X_E(C).$$

Como  $N_E \subseteq P_E$ , pode dizer-se que uma solução necessariamente eficiente é também uma solução possivelmente eficiente.

Seja  $\rho(\mathbf{x})$  um conjunto de matrizes  $p \times n$ , para as quais a solução  $\mathbf{x}$  é eficiente:

$$\rho(\mathbf{x}) = \{C: \text{não existe nenhum } \mathbf{x}' \in X = \{\mathbf{x}: A\mathbf{x} \leq \mathbf{b}, \mathbf{x} \geq \mathbf{0}\}: C\mathbf{x}' \geq C\mathbf{x} \text{ e } C\mathbf{x}' \neq C\mathbf{x}\}.$$

Então, verifica-se que  $\mathbf{x} \in N_E \Leftrightarrow N_\Phi(\rho(\mathbf{x})) = 1 \Leftrightarrow \Phi \subseteq \rho(\mathbf{x}) \in X$  e  $\mathbf{x} \in P_E \Leftrightarrow P_\Phi(\rho(\mathbf{x})) = 1 \Leftrightarrow \Phi \cap \rho(\mathbf{x}) \neq \emptyset$ .

Seja  $Q(\mathbf{x})$  o conjunto de vectores para o qual  $\mathbf{x}$  é a solução que maximiza a função objectivo  $\mathbf{c}\mathbf{y}$ , sujeita a  $\mathbf{y} \in X$ :

$$Q(\mathbf{x}) = \{ \mathbf{c} : \mathbf{c}\mathbf{x} = \max_{\mathbf{y} \in X} \mathbf{c}\mathbf{y}, \mathbf{x} \in X \}.$$

Sejam

$$RN(\Phi) = \{ \mathbf{c} : \text{para qualquer } C \in \Phi, \text{ existe um } \mathbf{v} \geq \mathbf{0} \text{ tal que } \mathbf{c} = \mathbf{v}C \} = \bigcap_{C \in \Phi} R(C)$$

e

$$RP(\Phi) = \{ \mathbf{c} : \text{existem } \mathbf{v} \geq \mathbf{0} \text{ e } C \in \Phi \text{ tais que } \mathbf{c} = \mathbf{v}C \} = \bigcup_{C \in \Phi} R(C),$$

onde  $R(C) = \{ \mathbf{c} : \text{existe um } \mathbf{v} \geq \mathbf{0} \text{ tal que } \mathbf{c} = \mathbf{v}C \}$ .

Se  $RN(\Phi) \cap Q(\mathbf{x}) \neq \emptyset$ , então  $\mathbf{x} \in N_E$ . Por outro lado,  $\mathbf{x} \in P_E$  se e só se  $RP(\Phi) \cap Q(\mathbf{x}) \neq \emptyset$ . Ainda, se  $RN(\Phi)$  não for vazio, então  $\mathbf{x} \in N_E$  se e só se  $RN(\Phi) \cap Q(\mathbf{x}) \neq \emptyset$  (Inuiguchi and Sakawa, 1996b).

Os conceitos de solução possivelmente eficiente e de solução necessariamente eficiente podem ilustrar-se considerando os exemplos dados em seguida.

*Exemplo III. 11*

Considere-se o seguinte modelo de PLMO intervalar (Inuiguchi e Sakawa, 1996b):

$$\max [2, 3]x_1 + [1.5, 2.5]x_2,$$

$$\max [3, 4]x_1 + [0.5, 0.8]x_2,$$

$$\text{s.a: } 3x_1 + 4x_2 \leq 42,$$

$$3x_1 + x_2 \leq 24,$$

$$x_1 \geq 0, 0 \leq x_2 \leq 9.$$

Neste caso,  $\Phi = \{ C = (c_{ij}) : 2 \leq c_{11} \leq 3, 1.5 \leq c_{12} \leq 2.5, 3 \leq c_{21} \leq 4, 0.5 \leq c_{22} \leq 0.8 \}$  e  $RN(\Phi) = \{ \mathbf{c} : \mathbf{c} = k_1 (3, 1.5) + k_2 (3, 0.8), k_1 > 0, k_2 > 0 \}$ .

Considere-se a solução  $(x_1, x_2)^T = (6, 6)^T$ . O conjunto para o qual  $(6, 6)^T$  é a solução que maximiza a função objectivo linear  $\mathbf{c}\mathbf{y}$ , com  $\mathbf{y} \in \{ \mathbf{x} : 3x_1 + 4x_2 \leq 42, 3x_1 + x_2 \leq 24, x_1 \geq 0, 0 \leq x_2 \leq 9 \}$  pode representar-se da seguinte forma:

$$Q((6,6)^T) = \{ \mathbf{c} : \mathbf{c} = k_1 (3, 1) + k_2 (3, 4), k_1 > 0, k_2 > 0 \}.$$

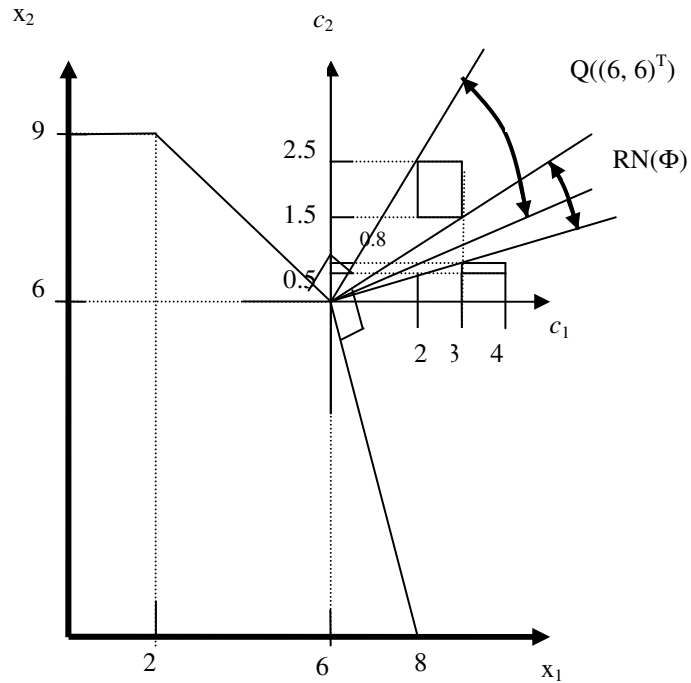


Figura III. 21. Solução necessariamente eficiente.

Como se pode observar na Figura III.21,  $RN(\Phi) \cap Q(\mathbf{x}) \neq \emptyset$ . Assim, a solução  $(6, 6)^T$  é eficiente para qualquer  $C \in \Phi$ , sendo uma solução necessariamente eficiente.

*Exemplo III. 12*

Considere-se o seguinte modelo de PLMO intervalar (Oliveira e Antunes, 2007):

$$\max [1, 2.5]x_1 + [3, 4]x_2,$$

$$\max [2, 3]x_1 + [1.5, 2.5]x_2,$$

$$\text{s.a: } 3x_1 + 4x_2 \leq 42,$$

$$3x_1 + x_2 \leq 24,$$

$$0 \leq x_2 \leq 9,$$

$$x_1 \geq 0.$$

Neste caso,  $\Phi = \{C = (c_{ij}): 1 \leq c_{11} \leq 2.5, 3 \leq c_{12} \leq 4, 2 \leq c_{21} \leq 3, 1.5 \leq c_{22} \leq 2\}$  e  $RP(\Phi) = \{c: c = k_1(1, 4) + k_2(3, 1.5), k_1 > 0, k_2 > 0\}$ .

Considere-se a solução  $(x_1, x_2)^T = (2, 9)^T$ . O conjunto, de acordo com o qual  $(2, 9)^T$  é a solução que maximiza a função objectivo linear  $cy$ , com  $y \in \{x: 3x_1 + 4x_2 \leq 42, 3x_1 + x_2 \leq 24, x_1 \geq 0, 0 \leq x_2 \leq 9\}$  pode representar-se do seguinte modo:

$$Q((2,9)^T) = \{c: c = k_1(3, 4) + k_2(0, 1), k_1 > 0, k_2 > 0\}.$$

A partir da observação da Figura III.22 podemos concluir que  $RP(\Phi) \cap Q((2,9)^T) \neq \emptyset$ . Portanto, a solução  $(2, 9)^T$  é eficiente para pelo menos um  $C \in \Phi$ , sendo uma solução possivelmente eficiente.

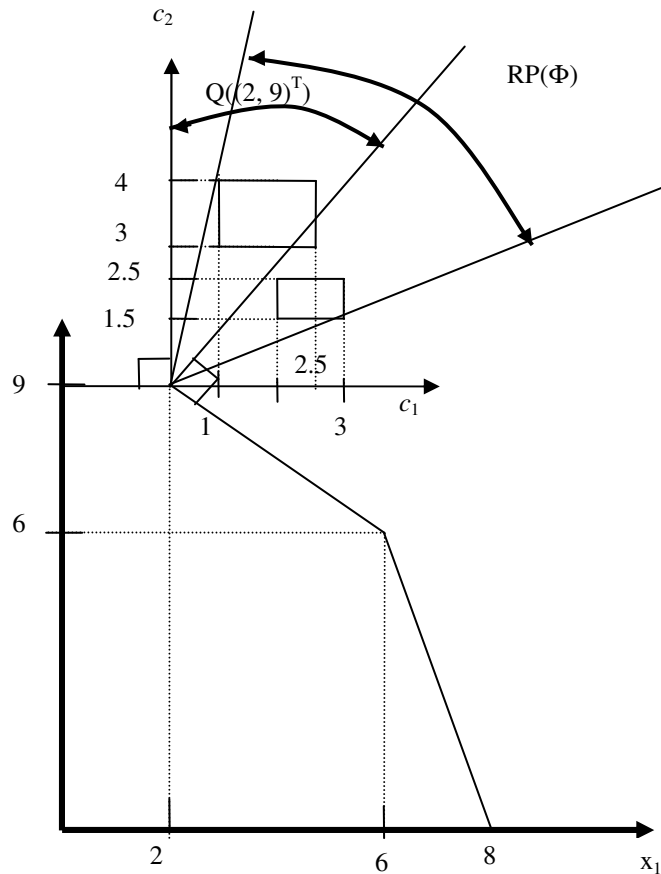


Figura III. 22. Solução possivelmente eficiente.

### ***III.3.3.1. Soluções necessariamente eficientes: Métodos e extensões***

Na abordagem de optimização considera-se, geralmente, o cálculo exaustivo de todo conjunto de soluções necessariamente e possivelmente eficientes para o modelo (III.109).

Neste contexto, Bitran (1980) propôs um algoritmo de enumeração implícita, que conjuga a utilização de um sup-problema que permite efectuar o teste da eficiência necessária de uma dada solução básica admissível, com um método do tipo *branch and bound*. Para obter todo o conjunto de soluções necessariamente eficientes pode utilizar-se qualquer método gerador em PLMO, efectuando-se, para cada ponto extremo assim obtido, o teste de eficiência necessária. Contudo, este algoritmo pode conduzir a um esforço computacional considerável, se a solução a analisar não for necessariamente eficiente. Ida (1999) propôs uma extensão do algoritmo de enumeração implícita de Bitran, de modo a colmatar este problema. O método proposto por este autor utiliza dois testes de eficiência baseados no método de geração dos raios extremos<sup>III.13</sup> de Chernikova (1965). Ida (2000a, 2000b, 2005) também sugeriu um método gerador baseado no método de geração dos raios extremos, adicionando restrições de desigualdade ao poliedro da região admissível. O método proposto é um método que não recorre a *operações de pivotação*, permitindo gerar todo o conjunto de soluções necessariamente eficientes, e pode ser visto como uma alternativa aos métodos convencionais que recorrem à resolução de modelos de PL para testar a eficiência necessária dos pontos ou raios extremos. Este método utiliza as propriedades da eficiência no espaço das funções objectivo, permitindo retirar conclusões acerca da eficiência dos pontos ou raios extremos obtidos através do método de geração de raios extremos (*vide* também Ida (2003)).

Nas secções seguintes efectuar-se-á uma breve descrição do funcionamento destes algoritmos.

#### ***III.3.3.1.1. Algoritmo de enumeração implícita de Bitran***

Seja  $V$  o sub-conjunto de matrizes de  $\Phi$ , com todos os elementos de cada coluna no limite superior ou no limite inferior. Então, se  $C \in V$ , para  $j = 1, \dots, n$ , ou  $C_{.j} = C_{.j}^U$  ou  $C_{.j} = C_{.j}^L$ , onde  $C_{.j}^U$  e  $C_{.j}^L$  são os vectores coluna de  $C^U$  (matriz com todos os elementos  $c_{kj}^U$ ,  $k = 1, \dots, p$ ,  $j = 1, \dots, n$ ) e de  $C^L$  (matriz com todos os elementos  $c_{kj}^L$ ,  $k = 1, \dots, p$ ,  $j = 1, \dots, n$ ), respectivamente. O número máximo de elementos em  $V$  é  $2^n$ .

---

<sup>III.13</sup> Este método aparece designado na literatura científica por algoritmo de Chernikova, *double description method* ou por *extreme ray generation method*.



Bitran (1980) demonstrou também que o modelo (III.109) é equivalente a:

$$\max z(\mathbf{x}) = C\mathbf{x},$$

$$\text{s.t: } A\mathbf{x} \leq \mathbf{b},$$

$$\mathbf{x} \geq \mathbf{0},$$

$$C \in V. \tag{III. 110}$$

As condições necessárias e suficientes de eficiência de uma solução admissível num modelo de PLMO podem obter-se a partir dos teoremas da alternativa de Tucker e Motzkin (Mangasarian, 1969).

Neste contexto, seja  $\mathbf{x}^*$  uma solução admissível do modelo (III.110) e E uma matriz diagonal  $n \times n$ , com todos os elementos  $e_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{se } x_j^* = 0, \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$

Então,  $\mathbf{x}^*$  é uma solução eficiente do modelo (III.110) se e só se o sistema  $C\boldsymbol{\mu} \geq \mathbf{0}$ ,  $C\boldsymbol{\mu} \neq \mathbf{0}$ ,  $E\boldsymbol{\mu} \geq \mathbf{0}$ ,  $A\boldsymbol{\mu} = \mathbf{0}$  não possuir qualquer solução  $\boldsymbol{\mu} \in \mathfrak{R}^n$  (teorema 9.4 de Steuer (1986)). Portanto, se A, C e  $\boldsymbol{\mu}$  forem sujeitos a uma partição nas suas componentes básicas e não básicas,  $\mathbf{x}^*$  é uma solução eficiente se e só se o sistema

$$C_B\boldsymbol{\mu}_B + C_N\boldsymbol{\mu}_N \geq \mathbf{0},$$

$$C_B\boldsymbol{\mu}_B + C_N\boldsymbol{\mu}_N \neq \mathbf{0},$$

$$E\boldsymbol{\mu} \geq \mathbf{0},$$

$$B\boldsymbol{\mu}_B + N\boldsymbol{\mu}_N = \mathbf{0},$$

for inconsistente, onde as letras N e B, em índice, designam as componentes básicas e não básicas associadas a C e a  $\boldsymbol{\mu}$ , respectivamente, e B e N designam as sub-matrizes de A associadas às variáveis básicas e não básicas, respectivamente.

Seja  $\boldsymbol{\mu}_B = -B^{-1}N\boldsymbol{\mu}_N$ . Se  $\mathbf{x}^*$  for um ponto extremo não degenerado<sup>III.14</sup>, então  $E\boldsymbol{\mu} = \mathbf{0}$ . Assim,  $\mathbf{x}^*$  é uma solução eficiente se e só se o sistema

$$C_N\boldsymbol{\mu}_N - C_B B^{-1}N\boldsymbol{\mu}_N \geq \mathbf{0},$$

$$C_B\boldsymbol{\mu}_B + C_N\boldsymbol{\mu}_N \neq \mathbf{0},$$

$$\boldsymbol{\mu}_N \geq \mathbf{0},$$

for inconsistente.

---

<sup>III.14</sup> Um ponto extremo não degenerado está apenas associado a uma base.

O sup-problema de teste de Bitran resulta do facto de um ponto extremo não degenerado da região admissível de (III.109) ser necessariamente eficiente se e só se para qualquer  $C = (C_N, C_B) \in V$ , o seguinte sistema for inconsistente:

$$(C_N - C_B B^{-1} N) \mu \geq 0, \mu \geq 0, A = (N, B). \quad (\text{III. 111})$$

Seja  $R = (C_B B^{-1} N - C_N)$  a matriz de custos reduzidos. Portanto, (III.111) pode reescrever-se da seguinte forma: um ponto extremo, não degenerado, na região admissível de (III.109) é necessariamente eficiente se e só se, para qualquer  $C = (C_N, C_B) \in V$ , o valor óptimo do modelo

$$P(\mathbf{x}^0): \max \{z = \mathbf{i}\mathbf{v}: R\mu + \mathbf{I}\mathbf{v} = 0, \mu \geq 0, \mathbf{v} \geq 0, C \in V\} \quad (\text{III. 112})$$

for zero, onde  $\mathbf{i}$  é um vector de uns e  $\mathbf{I}$  é a matriz identidade, ambos com dimensões convenientes.

Caso exista uma solução óptima para o modelo (III.112), então há sempre uma solução óptima com  $C_N = C_N^U$ , onde  $C^U = (C_N^U, C_B^U)$  é a sub-matriz de  $C$  com os limites superiores dos intervalos. Portanto, o modelo (III.112) é não linear, uma vez que, para além de  $\mu$  e  $\mathbf{v}$ , a matriz  $C_B$  é também desconhecida. Um método de possível resolução de (III.112) pode consistir na resolução deste modelo para todas as matrizes  $C_B$  com os elementos de cada coluna nos limites superior ou inferior. Como pode haver  $2^m$  (onde  $m$  é o número de variáveis básicas) matrizes nestas condições<sup>III.15</sup>, este método de resolução implicaria um esforço computacional considerável. De modo a ultrapassar este problema, Bitran (1980) utiliza um algoritmo de enumeração implícita.

Seja  $P(\mathbf{x}^0, g_1 = 1, \omega)$ ,  $\omega = 1$  ( $\omega = 0$ ) o modelo onde a coluna, em  $C_B$ , correspondente a  $g_1 = 1$  ( $g_1 = 0$ ) possui todos os seus elementos no limite superior (inferior). Este algoritmo tem início com a resolução do modelo  $P(\mathbf{x}^0, g_1)$ , com  $g_1 = 0$  (note-se que para  $g_1=0$  ( $g_1=m$ ) a primeira (segunda) soma desaparece e  $P(\mathbf{x}^0, g_1) = P(\mathbf{x}^0)$ ), onde

$$R_j = \sum_{i=1}^{g_1} C_{B,i} (B_{i,i}^{-1} N_{.j}) + \sum_{h=g_1+1}^m C_{B(j),h} (B_{h,i}^{-1} N_{.j}) - C_{N,j}^U,$$

$$C_{B(j),h} = \begin{cases} C_{B,h}^L & \text{if } B_{h,i}^{-1} N_{.j} \geq 0, h = 1, \dots, m, \\ C_{B,h}^U & \text{if } B_{h,i}^{-1} N_{.j} < 0, h = 1, \dots, m, \end{cases}$$

onde  $C_{B,i}^L \leq C_{B,i} \leq C_{B,i}^U$ ,  $C^L = (C_B^L, C_N^L)$ ,  $C^U = (C_B^U, C_N^U)$ ,  $R_j$  é a  $j^{\text{ésima}}$  coluna de  $R$ ,  $C_{B,i}^L$  é a  $i^{\text{ésima}}$  coluna de  $C_B^L$ ,  $C_{B,i}^U$  é a  $i^{\text{ésima}}$  coluna de  $C_B^U$ ,  $B_{h,i}^{-1}$  é a  $h^{\text{ésima}}$  linha de  $B^{-1}$ ,  $B_{i,i}^{-1}$  é a  $i^{\text{ésima}}$  linha de  $B^{-1}$ ,  $N_{.j}$  é a  $j^{\text{ésima}}$  coluna de  $N$ ,  $K$  designa o conjunto de índices correspondentes às componentes não básicas de  $\mathbf{x}^0$  e  $C_{B(j)}$  é a matriz ideal ( $p \times m$ ) correspondente ao índice  $j$

<sup>III.15</sup> Note-se que  $C_B$  é uma matriz ( $p \times m$ ) e não depende de  $n$ , considerando-se que  $A$  tem característica  $m$ .

(esta matriz quando multiplicada por qualquer  $B^{-1} N_j$  permite obter sempre o vector com os menores valores) (Bitran, 1980).

Se  $z = 0$ , em (III.112), então o algoritmo termina e  $x^0$  é necessariamente eficiente para (III.109). Se  $z > 0$ ,  $g_1$  passa a ser igual a um e são gerados os seguintes modelos:  $P(x^0, g_1 = 1, 1)$  e  $P(x^0, g_1 = 1, 0)$ . O método prossegue ramificando nos nós correspondentes aos modelos com um valor óptimo positivo, ou fechando nos nós correspondentes a modelos com um valor óptimo nulo, até que seja possível concluir se  $x^0$  é ou não necessariamente eficiente em relação ao modelo (III.109) (ver Figura III.23, onde  $x^0$  é necessariamente eficiente).

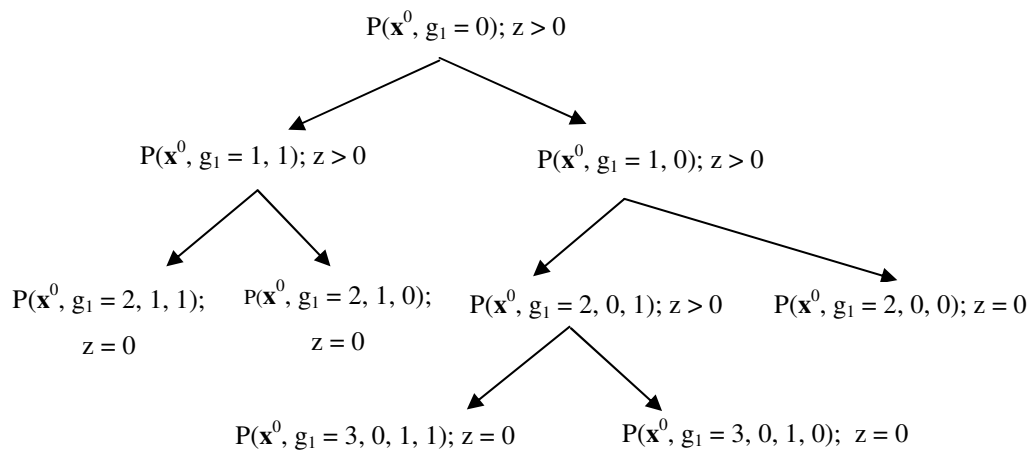


Figura III. 23. Exemplo de uma árvore gerada pelo algoritmo de enumeração implícita proposto por Bitran.

Quando  $x^0$  é uma solução básica admissível degenerada e  $(B^{-1}N)_d$  as linhas de  $(B^{-1}N)$  associadas às variáveis básicas degeneradas (ou seja, as linhas correspondentes às componentes básicas de  $x^0$  com valor nulo), é necessário adicionar aos modelos  $P(x^0)$  e  $P(x^0, g_1)$ , as restrições  $(B^{-1}N)_d \mu \leq 0$  (Bitran, 1980).

Para obter o conjunto de todas as soluções necessariamente eficientes pode escolher-se uma matriz  $C$ , por exemplo,  $C = \frac{1}{2} (C^L + C^U)$ , aplica-se um algoritmo gerador em PLMO e, em cada ponto eficiente,  $x^0$ , resolve-se o problema de teste (III.112), para determinar se o ponto é ou não necessariamente eficiente. Este procedimento permite gerar o conjunto de todos os pontos necessariamente eficientes do modelo de programação linear com múltiplos objectivos intervalares, dado que o conjunto de soluções necessariamente eficientes do modelo intervalar está contido no conjunto de soluções eficientes do modelo de PLMO.

### III.3.3.1.2. Extensão do algoritmo de enumeração implícita baseada no método de geração dos raios extremos

Se a solução a analisar não for necessariamente eficiente, o algoritmo de enumeração implícita de Bitran pode conduzir a um elevado esforço computacional. Ida (1999) sugeriu uma extensão deste algoritmo, de modo a tentar colmatar este problema. O método proposto considera dois testes de eficiência baseados no método de geração dos raios extremos. Um dos testes permite verificar a eficiência necessária e o outro permite verificar a não eficiência necessária.

Seja  $R^{(g, \omega_1, \dots, \omega_g)} = C_B^{(g, \omega_1, \dots, \omega_g)} B^{-1} N - C_N^U$ , onde as colunas da matriz intervalar,  $C_B^{(g, \omega_1, \dots, \omega_g)}$ , são definidas do seguinte modo:

$$C_B^{(g, \omega_1, \dots, \omega_g)}_{.j} = \begin{cases} C_{B,j}^U, & \text{se } j \leq g \text{ e } \omega_j = U, \\ C_{B,j}^L, & \text{se } j \leq g \text{ e } \omega_j = L, \\ [C_{B,j}^L, C_{B,j}^U], & \text{se } g < j \leq m. \end{cases}$$

Neste contexto,  $g$  é o nível de árvore (*vide* Figura III.24),  $m$  é o número de variáveis básicas com coeficientes intervalares,  $\omega_j$  é L (U), se os elementos da coluna da matriz associada ao nível de árvore  $j$  se encontram no limite inferior  $C_{B,j}^L$  (limite superior  $C_{B,j}^U$ ), dos intervalos e  $j = 1, \dots, g$ .

Sejam  $R^{L(g, \omega_1, \dots, \omega_g)}$  e  $R^{U(g, \omega_1, \dots, \omega_g)}$  as matrizes compostas pelos limites inferiores e superiores de cada elemento pertencente à matriz intervalar  $R^{(g, \omega_1, \dots, \omega_g)}$ , respectivamente. O operador “sc” define-se do seguinte modo (Ida, 1999):

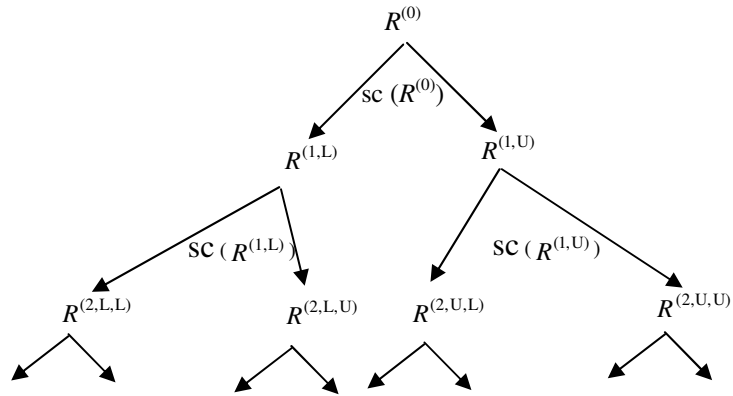
$$sc(R^{U(g, \omega_1, \dots, \omega_g)}) = \{ R^{U(g+1, \omega_1, \dots, \omega_g, L)}, R^{U(g+1, \omega_1, \dots, \omega_g, U)} \}$$

e

$$sc(R^{L(g, \omega_1, \dots, \omega_g)}) = \{ R^{L(g+1, \omega_1, \dots, \omega_g, L)}, R^{L(g+1, \omega_1, \dots, \omega_g, U)} \}.$$

Como  $R^{(g+1, \omega_1, \dots, \omega_g, \omega_{g+1})} \subset R^{(g, \omega_1, \dots, \omega_g)}$ , se a condição de eficiência (ver (III. 111)) se verificar para todo o conjunto de matrizes contidas em  $R^{L(g, \omega_1, \dots, \omega_g)}$ , então  $R^{L(g, \omega_1, \dots, \omega_g)}$  é eficiente e  $R^{(g, \omega_1, \dots, \omega_g)}$  é necessariamente eficiente. Nomeadamente, se  $R^{L(0)}$  é eficiente, então as matrizes obtidas a partir do processo de ramificação ( $sc(R^{L(0)})$ ) são necessariamente eficientes. Portanto, considerando sequencialmente o operador “sc”, como

ilustrado na Figura III.24, todo o conjunto de matrizes obtidas a partir do processo de ramificação é eficiente, e, assim,  $R$  é necessariamente eficiente (Ida, 1999). De modo análogo, se  $R^{U(g,\omega_1,\dots,\omega_g)}$  não for eficiente, então  $R^{(g+1,\omega_1,\dots,\omega_g,L)}$  e  $R^{(g+1,\omega_1,\dots,\omega_g,U)}$  não são necessariamente eficientes (Ida, 1999).



**Figura III. 24.** Ilustração do processo de ramificação com o operador “sc”.

O teste de eficiência necessária baseado no algoritmo de Bitran obtém-se do seguinte modo:

*Passo 1.* Seja  $S^L = \{ R^{L(0)} \}$ .

*Passo 2.* Selecciona-se um elemento  $R^{L(g,\omega_1,\dots,\omega_g)}$  de  $S^L$  e verifica-se se é eficiente.

a) Se for eficiente, então remove-se o elemento de  $S^L$ .

b) Caso contrário, adiciona-se  $sc(R^{L(g,\omega_1,\dots,\omega_g)})$  a  $S^L$ . Se  $R^{(g,\omega_1,\dots,\omega_g)} = R^{(m,\omega_1,\dots,\omega_m)}$ , então  $R$  não é necessariamente eficiente.

*Passo 3.* Se o conjunto  $S^L$  for vazio, então  $R$  é necessariamente eficiente.

*Passo 4.* Regressa-se ao passo 2.

Este algoritmo baseia-se no seguinte teorema (Ida, 1999): Se todos os elementos de  $S^L$  forem eficientes, então  $R$  é necessariamente eficiente. De acordo com a definição do conjunto  $S^L$  todos os seus elementos são eficientes. Assim, cada “sc” gerado a partir de  $S^L$  é eficiente. Como resultado deste facto, todos os elementos de  $R^{(m,t_1,\dots,t_m)}$  são eficientes e, portanto,  $R$  é necessariamente eficiente.

Se a solução em análise não for necessariamente eficiente, o algoritmo de enumeração implícita pode conduzir a um esforço computacional considerável, devido à quantidade de ramificações que é necessário efectuar. Neste contexto, Ida (1999) propôs outro algoritmo para testar a eficiência necessária de uma solução básica admissível não degenerada.

O teste de eficiência necessária desenvolvido por Ida processa-se do seguinte modo:

*Passo 1.* Seja  $S^U = \{ R^{U^{(0)}} \}$ .

*Passo 2.* Selecciona-se um elemento  $R^{U^{(g, \omega_1, \dots, \omega_g)}}$  de  $S^U$  e verifica-se se é eficiente.

a) Se não for eficiente, então  $R$  não é necessariamente eficiente.

b) Caso contrário, adiciona-se  $sc(R^{U^{(g, \omega_1, \dots, \omega_g)}})$  a  $S^U$ . Se  $R^{(g, \omega_1, \dots, \omega_g)} = R^{(m, \omega_1, \dots, \omega_m)}$ , nada é adicionado a  $S^U$ .

*Passo 3.* Se o conjunto  $S^U$  for vazio, então  $R$  é necessariamente eficiente.

*Passo 4.* Regressa-se ao passo 2.

Este algoritmo baseia-se no seguinte teorema (Ida, 1999): Se houver um elemento de  $S^U$  que não seja eficiente, então  $R$  não é eficiente. Se um elemento de  $S^U$  for não eficiente, então existe pelo menos um elemento de  $R^{(m, t_1, \dots, t_m)}$  que não é eficiente e, portanto,  $R$  não é necessariamente eficiente.

A verificação da eficiência da matriz  $R$  baseia-se no algoritmo de Chernikova (1965) e efectua-se do seguinte modo:

*Passo 1.* Determina-se  $R$ .

*Passo 2.* Analisam-se as colunas e as linhas de  $R$  e opera-se do seguinte modo:

a) Caso exista alguma coluna em  $R$  tal que  $R_j \geq \mathbf{0}$ , então elimina-se essa coluna.

b) Caso exista alguma linha em  $R$  tal que  $R_i \leq \mathbf{0}$ , então elimina-se essa linha.

*Passo 3.* Analisam-se as colunas e as linhas de  $R$  e opera-se da seguinte forma:

a) Caso haja uma coluna em  $R$  tal que  $R_j \leq \mathbf{0}$ , então  $R$  não é eficiente.

b) Caso haja uma linha em  $R$  tal que  $R_i > \mathbf{0}$ , então  $R$  é eficiente.

c) Caso haja uma linha em  $R$  tal que  $R_i \geq \mathbf{0}$  e uma linha  $i' \neq i$  tal que  $R_{i'j} > 0$  ( $R_{ij} = 0$ ), então  $R$  é eficiente.

*Passo 4.* Calcula-se a soma das colunas ( $R_\Sigma$ ) e das linhas ( $R_{\Sigma}$ ) de  $R$ .

a) Se  $R_{\Sigma} \leq \mathbf{0}$ , então  $R$  não é eficiente.

b) Se  $R_{\Sigma} > \mathbf{0}$ , então  $R$  é eficiente.

*Passo 5.* Seja  $D = -R$ <sup>III.16</sup>. Processam-se as linhas através do método de geração dos raios extremos<sup>III.17</sup> (Chernikova, 1965). Seja, simultaneamente,  $D = R^T$ . Processam-se as linhas em paralelo através da utilização do método de geração dos raios extremos.

*Passo 6.* Regressa ao passo 2.

O primeiro e o segundo testes podem ser executados simultaneamente, permitindo uma verificação mais célere da eficiência (ou não) da matriz  $R$ . Embora a estrutura do algoritmo seja similar à estrutura do algoritmo de enumeração implícita de Bitran, porque utiliza um método do tipo *branch and bound*, os testes de eficiência não requerem a resolução de modelos de PL.

Ida (2000a, 2000b, 2005) desenvolveu ainda um algoritmo que permite obter todas as soluções eficientes de um modelo de PLMO, também aplicável a modelos com

<sup>III.16</sup> Através do algoritmo de Chernikova é possível determinar todos os raios extremos da forma  $K = \{\mathbf{w}: D\mathbf{w} \geq \mathbf{0}, \mathbf{w} \geq \mathbf{0}\}$ , onde  $D$  é uma matriz  $n_1 \times n_2$ . Considere-se a matriz  $(\frac{D}{I})$ , onde  $I$  é uma matriz identidade  $n_2 \times n_2$ . O algoritmo de Chernikova efectua transformações sucessivas nesta matriz, permitindo gerar todos os raios extremos. Em qualquer fase do processo, a matriz antiga designa-se por  $Y = (\frac{E}{T})$ , e a nova matriz a gerar designa-se por  $\bar{Y}$ . As matrizes  $E$  e  $T$  terão sempre  $n_1$  e  $n_2$  linhas, respectivamente. Na maioria dos casos estas matrizes, possuirão mais do que  $n_2$  colunas; contudo, se  $K$  se encontrar num sub-espaco de  $\Re^{n_2}$  poderão ter um número de colunas inferior a  $n_2$  (Ida, 2005). As linhas e colunas da matriz  $Y$  designam-se por  $\mathbf{Y}_i$  e  $\mathbf{Y}_j$ , respectivamente.

<sup>III.17</sup> *Passos de processamento das linhas do algoritmo de Chernikova*

*Passo 1.* Escolhe-se a primeira linha de  $E$ , designada por linha  $r$ , com pelo menos um elemento negativo.

*Passo 2.*

a) Seja  $\mathfrak{K} = \{j: y_{rj} \geq 0\}$  e  $v = |\mathfrak{K}|$  (número de elementos de  $\mathfrak{K}$ ). Então, as primeiras  $v$  colunas da nova matriz  $\bar{Y}$  são  $\mathbf{Y}_j$  ( $j \in \mathfrak{K}$ ).

b) Se  $Y$  possuir apenas duas colunas e  $y_{r1}y_{r2} < 0$ , adiciona-se a coluna  $|y_{r2}|Y_{.1} + |y_{r1}|Y_{.2}$  à matriz  $\bar{Y}$ . Prossegue-se com o passo 4.

*Passo 3.* Seja  $S = \{(s, t): y_{rs}y_{rt} < 0, s < t\}$ , isto é, o conjunto de todos os pares (não ordenados) de colunas de  $Y$  cujos elementos na linha  $r$  têm sinais opostos. Seja  $I_0$  o conjunto de índices de todas as linhas não negativas de  $Y$ . Para cada  $(s, t) \in S$ , determinam-se todos os índices  $i \in I_0$  tais que  $y_{is} = y_{it} = 0$ . Designa-se este conjunto por  $I_1(s, t)$ . Em seguida utilizam-se alguns elementos de  $S$  para obter as colunas adicionais de  $\bar{Y}$ :

a) Se  $I_1(s, t) = \emptyset$ , então  $\mathbf{Y}_s$  e  $\mathbf{Y}_t$  não contribuem para a adição de uma coluna na nova matriz.

b) Se  $I_1(s, t) \neq \emptyset$ , verifica-se se existe um  $u$  diferente de  $s$  ou  $t$ , tal que  $y_{iu} = 0$  para qualquer  $i \in I_1(s, t)$ . Se existir um elemento  $u$  nestas condições, então  $\mathbf{Y}_s$  e  $\mathbf{Y}_t$  não contribuem para a adição de uma coluna na nova matriz. Se não existir um elemento  $u$  nestas condições escolhe-se  $\alpha_1, \alpha_2 > 0$ , de modo a satisfazer  $\alpha_1 y_{rs} + \alpha_2 y_{rt} = 0$  (uma dessas escolhas corresponde a  $\alpha_1 = |y_{rt}|, \alpha_2 = |y_{rs}|$ ). Adiciona-se a coluna  $\alpha_1 \mathbf{Y}_s + \alpha_2 \mathbf{Y}_t$  à nova matriz.

*Passo 4.* Quando todos os pares de  $S$  tiverem sido examinados e as colunas a adicionar tiverem sido adicionadas (se houver colunas a adicionar), considera-se que a linha  $r$  foi processada. Considera-se  $Y := \bar{Y}$  e regressa-se ao passo 1.

coeficientes intervalares nas funções objectivo, com base no método de geração dos raios extremos. O algoritmo que permite gerar todos os raios extremos de um cone convexo na região não negativa com vértice na origem designa-se, em geral, por *double description method*<sup>III.18</sup> (ou algoritmo de Chernikova) e permite gerar sequencialmente raios extremos, que satisfazem um sistema de desigualdades, através da adição de restrições de desigualdade. O objectivo é, então, verificar a eficiência de cada ponto extremo e de cada raio extremo obtidos através do algoritmo de Chernikova.

O método proposto por Ida é um método que não faz recurso a *operações de pivotação*, permitindo gerar todo o conjunto solução. É um método alternativo aos algoritmos convencionais de *pivotação*, onde se resolvem modelos de PL para testar se um ponto extremo (ou raio) é ou não eficiente. Este método utiliza as propriedades da eficiência no espaço das funções objectivo para verificar se os pontos ou raios extremos obtidos, através do método de geração dos raios extremos, são ou não eficientes (*vide* também Ida (2003)).

Apesar desta vantagem aparente, este método possui, contudo, as desvantagens inerentes ao método de geração dos raios extremos, que é muito sensível à ordenação das linhas da matriz de partida. De facto, o uso deste método na sua forma original, pode conduzir a diversos problemas (Fukuda e Prodon, 1996): a um crescimento exagerado do número de matrizes geradoras intermédias; a um número enorme de geradores redundantes, ficando facilmente fora de qualquer complexidade computacional aceitável; a um aumento exponencial do número de matrizes a analisar, se os dados de entrada forem perturbados de modo a resolver eventuais problemas de degenerescência.

### *Exemplo III. 13*

Considere-se o seguinte modelo de PLMO com coeficientes intervalares na função objectivo (Ida, 1999):

$$\begin{aligned} \max \quad & Cx, \\ \text{s.t:} \quad & Ax \leq b, \\ & x \geq 0, \end{aligned}$$

---

<sup>III.18</sup> O termo “*double description*” foi introduzido por Motzkin *et al.* (1953) e reside no facto de um par de matrizes reais (designado por *double description pair*) poder conter duas descrições diferentes do mesmo objecto. O par de matrizes reais (A, R) contém duas descrições diferentes do mesmo objecto se se verificar que  $Ax \geq 0$  se e só se  $x = R\lambda$ , para algum  $\lambda \geq 0$ .



$$C = \begin{bmatrix} [1,2] & [2,3] & [-2,-1] & [3,4] & [2,3] & [0,1] & [1,2] \\ [-1,0] & [1,2] & [1,2] & [2,3] & [3,4] & [1,2] & [0,1] \\ [3,4] & [0,1] & [1,2] & [1,2] & [0,1] & [-2,-1] & [-2,-1] \end{bmatrix}, \quad A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 1 & 2 & 1 & 2 \\ -2 & -1 & 0 & 1 & 2 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 2 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 2 & -1 & 1 & -2 & -1 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{b} = \begin{bmatrix} 16 \\ 16 \\ 16 \\ 16 \end{bmatrix}.$$

Se pretendermos testar a eficiência necessária do ponto extremo  $(0, 0, \frac{32}{3}, \frac{16}{3}, 0, 0, 0, 0, \frac{32}{3}, \frac{16}{3}, 0)^T$ , obtém-se:

$$B^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & 0 & 0 & \frac{1}{3} \\ \frac{2}{3} & 0 & 0 & -\frac{1}{3} \\ -\frac{2}{3} & 1 & 0 & \frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} & 0 & 1 & -\frac{1}{3} \end{bmatrix}, \quad N = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 & 1 & 2 & 1 & 0 \\ -2 & -1 & 2 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 2 & 0 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & -2 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ e } C_N^U = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 3 & 1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 4 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 4 & 1 & 1 & -1 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Portanto,

$$R^{(0)} = C_B^{(0)} B^{-1} N - C_N^U = \begin{bmatrix} [-2,-1] & [3,4] & 0 & 0 \\ [1,2] & [2,3] & 0 & 0 \\ [1,2] & [1,2] & 0 & 0 \end{bmatrix} B^{-1} N - C_N^U =$$

$$= \begin{bmatrix} \left[ \begin{smallmatrix} -\frac{2}{3}, \frac{1}{3} \\ \frac{5}{3}, \frac{8}{3} \end{smallmatrix} \right] & [-2,0] & [-2,0] & \left[ \frac{10}{3}, 5 \right] & \left[ \frac{7}{3}, \frac{13}{3} \right] & \left[ \frac{4}{3}, \frac{7}{3} \right] & \left[ -2, -\frac{4}{3} \right] \\ [-3,-2] & [1,3] & [1,3] & \left[ \frac{5}{3}, \frac{10}{3} \right] & [3,5] & [1,2] & \left[ -\frac{1}{3}, \frac{1}{3} \right] \end{bmatrix}.$$

Deste modo,

$$R^{U^{(0)}} = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & 0 & 0 & 5 & \frac{13}{3} & \frac{7}{3} & -\frac{4}{3} \\ \frac{8}{3} & 3 & 1 & \frac{5}{3} & \frac{14}{3} & \frac{8}{3} & 0 \\ -2 & 3 & 3 & \frac{10}{3} & 5 & 2 & \frac{1}{3} \end{bmatrix} \text{ e } R^{L^{(0)}} = \begin{bmatrix} -\frac{2}{3} & -2 & -2 & \frac{10}{3} & \frac{7}{3} & \frac{4}{3} & -2 \\ \frac{5}{3} & 1 & -1 & 0 & \frac{8}{3} & \frac{5}{3} & -\frac{2}{3} \\ -3 & 1 & 1 & \frac{5}{3} & 3 & 1 & -\frac{1}{3} \end{bmatrix}.$$

Como  $R_2^{U^{(0)}} \geq \mathbf{0}$  e existe um elemento  $R_{37}^{U^{(0)}} > 0$  ( $R_{27}^{U^{(0)}} = 0$ ),  $R^{U^{(0)}}$  é eficiente. Por outro lado, como  $R_7^{L^{(0)}} \leq \mathbf{0}$ ,  $R^{L^{(0)}}$  não é eficiente. Assim, de acordo com os dois testes de eficiência pode ser requerido testar a eficiência de  $R^{(1,U)}$  e  $R^{(1,L)}$ .

Assim,

$$R^{(1,U)} = C_B^{(1,U)} B^{-1} N - C_N^U = \begin{bmatrix} [-1,-1] & [3,4] & 0 & 0 \\ [2,2] & [2,3] & 0 & 0 \\ [2,2] & [1,2] & 0 & 0 \end{bmatrix} B^{-1} N - C_N^U =$$

$$= \begin{bmatrix} \left[ \frac{-1}{3}, \frac{1}{3} \right] & [-1,0] & [-1,0] & \left[ \frac{10}{3}, \frac{14}{3} \right] & \left[ \frac{8}{3}, \frac{13}{3} \right] & \left[ \frac{5}{3}, \frac{7}{3} \right] & \left[ \frac{-5}{3}, \frac{4}{3} \right] \\ \left[ 2, \frac{8}{3} \right] & [2,3] & [0,1] & \left[ 0, \frac{4}{3} \right] & \left[ 3, \frac{14}{3} \right] & \left[ 2, \frac{8}{3} \right] & \left[ \frac{-1}{3}, 0 \right] \\ \left[ \frac{-8}{3}, -2 \right] & [2,3] & [2,3] & \left[ \frac{5}{3}, 3 \right] & \left[ \frac{10}{3}, 5 \right] & \left[ \frac{4}{3}, 2 \right] & \left[ 0, \frac{1}{3} \right] \end{bmatrix},$$

$$R^{(1,L)} = C_B^{(1,L)} B^{-1} N - C_N^U = \begin{bmatrix} [-2,-2] & [3,4] & 0 & 0 \\ [1,1] & [2,3] & 0 & 0 \\ [1,1] & [1,2] & 0 & 0 \end{bmatrix} B^{-1} N - C_N^U =$$

$$= \begin{bmatrix} \left[ \frac{-2}{3}, 0 \right] & [-2,-1] & [-2,-1] & \left[ \frac{11}{3}, 5 \right] & \left[ \frac{7}{3}, 4 \right] & \left[ \frac{4}{3}, 2 \right] & \left[ -2, \frac{-5}{3} \right] \\ \left[ \frac{5}{3}, \frac{7}{3} \right] & [1,2] & [-1,0] & \left[ \frac{1}{3}, \frac{5}{3} \right] & \left[ \frac{8}{3}, \frac{13}{3} \right] & \left[ \frac{5}{3}, \frac{7}{3} \right] & \left[ \frac{2}{3}, \frac{1}{3} \right] \\ \left[ -3, \frac{-7}{3} \right] & [1,2] & [1,2] & \left[ 2, \frac{10}{3} \right] & \left[ 3, \frac{14}{3} \right] & \left[ 1, \frac{5}{3} \right] & \left[ \frac{-1}{3}, 0 \right] \end{bmatrix}.$$

Portanto,

$$R^{U(1,U)} = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & 0 & 0 & \frac{14}{3} & \frac{13}{3} & \frac{7}{3} & \frac{-4}{3} \\ \frac{8}{3} & 3 & 1 & \frac{4}{3} & \frac{14}{3} & \frac{8}{3} & 0 \\ -2 & 3 & 3 & 3 & 5 & 2 & \frac{1}{3} \end{bmatrix}, \quad R^{L(1,U)} = \begin{bmatrix} \frac{-1}{3} & -1 & -1 & \frac{10}{3} & \frac{8}{3} & \frac{5}{3} & \frac{-5}{3} \\ 2 & 2 & 0 & 0 & 3 & 2 & \frac{-1}{3} \\ \frac{-8}{3} & 2 & 2 & \frac{5}{3} & \frac{10}{3} & \frac{4}{3} & 0 \end{bmatrix},$$

$$R^{U(1,L)} = \begin{bmatrix} \frac{-2}{3} & -2 & -2 & \frac{11}{3} & \frac{7}{3} & \frac{4}{3} & -2 \\ \frac{5}{3} & 1 & -1 & \frac{1}{3} & \frac{8}{3} & \frac{5}{3} & \frac{-2}{3} \\ -3 & 1 & 1 & 2 & 3 & 1 & \frac{-1}{3} \end{bmatrix} \text{ e } R^{L(1,L)} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & -1 & 5 & 4 & 2 & \frac{-5}{3} \\ \frac{7}{3} & 2 & 0 & \frac{5}{3} & \frac{13}{3} & \frac{7}{3} & \frac{-1}{3} \\ \frac{-7}{3} & 2 & 2 & \frac{10}{3} & \frac{14}{3} & \frac{5}{3} & 0 \end{bmatrix}.$$

Como  $R_{27}^{U(1,U)} \geq \mathbf{0}$  e há um elemento  $R_{37}^{U(1,U)} > 0$  ( $R_{27}^{U(1,U)} = 0$ ),  $R^{U(1,U)}$  é eficiente.

Contudo,  $R^{L(1,U)}$  não é eficiente porque  $R_{77}^{L(1,U)} \leq \mathbf{0}$ . Por outro lado,  $R^{L(1,L)}$  não é eficiente

porque  $R_{77}^{L(1,L)} \leq \mathbf{0}$ . Finalmente,  $R^{(2,L,L)}$  e  $R^{(2,L,U)}$  não são eficientes porque  $R_{77}^{U(1,L)} \leq \mathbf{0}$ .

Portanto, de acordo com os dois testes de eficiência pode concluir-se que  $R$  não é necessariamente eficiente (há um elemento em  $S^U$ ,  $R^{U(1,L)}$ , que não é eficiente) e a solução

$(0, 0, \frac{32}{3}, \frac{16}{3}, 0, 0, 0, 0, \frac{32}{3}, \frac{16}{3}, 0)^T$  não é necessariamente eficiente.

### III.3.3.2. Soluções possivelmente eficientes: Métodos e extensões

De acordo com os teoremas da alternativa, uma solução básica admissível,  $\mathbf{x}$ , é eficiente para o modelo (III.109), sem as restrições de não negatividade, se e só se houver  $\boldsymbol{\eta}$  e  $\boldsymbol{\beta}$ , tais que (Inuiguchi e Sakawa, 1996b):

$$\begin{aligned} \mathbf{Ax} &\leq \mathbf{b}, \\ \boldsymbol{\eta}\mathbf{A} &= (\mathbf{1} + \boldsymbol{\beta})\mathbf{C}, \\ \boldsymbol{\eta}(\mathbf{Ax} - \mathbf{b}) &\geq \mathbf{0}, \\ \boldsymbol{\eta} &\geq \mathbf{0}, \\ \boldsymbol{\beta} &\geq \mathbf{0}, \end{aligned} \tag{III. 113}$$

onde  $\mathbf{1}$  é um vector de uns com dimensões convenientes,  $\boldsymbol{\eta}$  é um vector  $1 \times m$  e  $\boldsymbol{\beta}$  é um vector  $1 \times p$ .

Se a solução for admissível, então  $\mathbf{Ax} \leq \mathbf{b}$  verifica-se sempre. Desta forma,  $\mathbf{A}$  e  $\mathbf{b}$  podem representar-se do seguinte modo:

$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}^0 \\ \mathbf{A}^- \end{bmatrix}$ ,  $\mathbf{b} = \begin{bmatrix} \mathbf{b}^0 \\ \mathbf{b}^- \end{bmatrix}$ , onde  $\mathbf{A}^0$  é uma sub-matriz composta pelas linhas de  $\mathbf{A}$ , tais que  $\mathbf{A}_i \mathbf{x} - \mathbf{b}_i = 0$ ,  $\mathbf{A}_i$  é a  $i^{\text{ésima}}$  linha de  $\mathbf{A}$  e  $\mathbf{A}^- \mathbf{x} - \mathbf{b}^- < \mathbf{0}$ .

Seja  $\boldsymbol{\eta} = (\boldsymbol{\eta}^0, \boldsymbol{\eta}^-)$ . Deste modo,

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\eta}^0 \mathbf{A}^0 + \boldsymbol{\eta}^- \mathbf{A}^- &= (\mathbf{1} + \boldsymbol{\beta})\mathbf{C}, \\ \boldsymbol{\eta}^- (\mathbf{A}^- \mathbf{x} - \mathbf{b}^-) &\geq \mathbf{0}, \\ \boldsymbol{\eta}^0 &\geq \mathbf{0}, \boldsymbol{\eta}^- \geq \mathbf{0}, \boldsymbol{\beta} \geq \mathbf{0}. \end{aligned} \tag{III. 114}$$

De modo a satisfazer o sistema (III.114), o vector  $\boldsymbol{\eta}^-$  deve ser nulo. Então, a solução  $\mathbf{x}$  é eficiente se e só se existirem  $(\boldsymbol{\eta}^0, \boldsymbol{\beta})$ , tais que:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\eta}^0 \mathbf{A}^0 &= (\mathbf{1} + \boldsymbol{\beta})\mathbf{C}, \\ \boldsymbol{\eta}^0 &\geq \mathbf{0}, \boldsymbol{\beta} \geq \mathbf{0}. \end{aligned} \tag{III. 115}$$

Neste contexto, Inuiguchi e Sakawa (1996b) propuseram um teste para comprovar (ou não) a eficiência possível de uma dada solução admissível. A eficiência possível de uma dada solução admissível,  $\mathbf{x}$ , pode ser aferida através da existência de  $(\boldsymbol{\eta}^0, \boldsymbol{\beta}, \mathbf{C})$ , de tal modo que:

$$\boldsymbol{\eta}^0 \mathbf{A}^0 = (\mathbf{1} + \boldsymbol{\beta})\mathbf{C}, \boldsymbol{\eta}^0 \geq \mathbf{0}, \boldsymbol{\beta} \geq \mathbf{0}, \mathbf{C} \in \Phi. \tag{III. 116}$$

Seja  $\Phi$  representado do seguinte modo:

$$\Phi = \{C: C^L \leq C \leq C^U\}. \quad (\text{III. 117})$$

Como  $\beta \geq 0$ , o sistema é consistente se e só se existir uma solução  $(\eta^0, \beta)$ , tal que

$$(\mathbf{1} + \beta)C^L \leq \eta^0 A^0 \leq (\mathbf{1} + \beta)C^U, \eta^0 \geq 0, \beta \geq 0. \quad (\text{III. 118})$$

Portanto, a eficiência possível de uma dada solução pode confirmar-se a partir da consistência de um sistema de desigualdades.

*Exemplo III. 14.*

Considere-se o modelo multiobjectivo intervalar dado no exemplo III.13. Por hipótese, pretende-se testar a eficiência possível do ponto extremo  $(16, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 48, 32, 16)^T$ .

Note-se que, como o tipo de modelos de PLMO considerados por Inuiguchi e Sakawa (1996b) não inclui restrições de não negatividade, estas devem então ser incluídas na matriz A. Deste modo,

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 1 & 2 & 1 & 2 \\ -2 & -1 & 0 & 1 & 2 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 2 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 2 & -1 & 1 & -2 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}.$$

Portanto,

$$A^0 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 1 & 2 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}.$$

Então, a solução em estudo é possivelmente eficiente se e só se o seguinte sistema for consistente:

$$\eta_1 - 2\beta_1 - 4\beta_3 \leq 6,$$

$$\eta_1 - \beta_1 + \beta_2 - 3\beta_3 \geq 3,$$

$$2\eta_1 - \eta_2 - 3\beta_1 - 2\beta_2 - \beta_3 \leq 6,$$

$$2\eta_1 - \eta_2 - 2\beta_1 - \beta_2 \geq 3,$$

$$\eta_1 - \eta_3 + \beta_1 - 2\beta_2 - 2\beta_3 \leq 3,$$

$$\eta_1 - \eta_3 + 2\beta_1 - \beta_2 - \beta_3 \geq 0,$$

$$\eta_1 - \eta_4 - 4\beta_1 - 3\beta_2 - 2\beta_3 \leq 9,$$

$$\eta_1 - \eta_4 - 3\beta_1 - 2\beta_2 - \beta_3 \geq 6,$$

$$2\eta_1 - \eta_5 - 3\beta_1 - 4\beta_2 - \beta_3 \leq 8,$$

$$2\eta_1 - \eta_5 - 2\beta_1 - 3\beta_2 \geq 5,$$

$$\eta_1 - \eta_6 - \beta_1 - 2\beta_2 + \beta_3 \leq 2,$$

$$\eta_1 - \eta_6 - \beta_2 + 2\beta_3 \geq -1,$$

$$2\eta_1 - \eta_7 - 2\beta_1 - \beta_2 + \beta_3 \leq 2,$$

$$2\eta_1 - \eta_7 - \beta_1 + 2\beta_3 \geq -1,$$

$$\eta_1, \eta_2, \eta_3, \eta_4, \eta_5, \eta_6, \eta_7, \beta_1, \beta_2, \beta_3 \geq 0.$$

Como o sistema possui a solução  $\eta_1 = 7.5$ ,  $\eta_2 = 12$ ,  $\eta_3 = 6$ ,  $\eta_4 = 0$ ,  $\eta_5 = 10$ ,  $\eta_6 = 7$ ,  $\eta_7 = 14.5$ ,  $\beta_1 = 0$ ,  $\beta_2 = 0$  e  $\beta_3 = 1.5$ , concluímos que a solução em estudo é possivelmente eficiente.

Na próxima secção efectuar-se-á uma breve descrição do funcionamento de uma ferramenta que permite obter todas as bases possivelmente eficientes e as respectivas soluções possivelmente eficientes para um modelo de PLMO com coeficientes intervalares nas funções objectivo e/ou nos termos independentes das restrições.

### III.3.3.2.1. Método de Wang e Wang

Steuer (1981) desenvolveu três algoritmos para a resolução de modelos de PL, onde os coeficientes das funções objectivo podem ser especificados como intervalos. A adequação dos algoritmos à resolução deste tipo de modelos depende do número de coeficientes intervalares na função objectivo, do número de coeficientes não nulos na função objectivo e da configuração (limitada ou ilimitada) da região admissível. Estes algoritmos designam-se por *F-cone*, *E-cone* e gerador de todas as arestas (*all emanating edges*), respectivamente <sup>III.19</sup>. Os algoritmos permitem obter todo o conjunto de soluções

<sup>III.19</sup> Quando a região admissível é ilimitada, os algoritmos *F-cone* e *E-cone* podem aplicar-se, sendo possível obter uma solução de partida possivelmente óptima num número finito de iterações. Contudo, no contexto do algoritmo gerador de todas as arestas, quando a região admissível é ilimitada, a obtenção de um ponto

básicas admissíveis que são possivelmente óptimas (óptimas para pelo menos um dos vectores de coeficientes no âmbito das gamas de variação admissíveis).

O algoritmo *F-cone* pode adaptar-se de modo a permitir obter todo o conjunto de soluções possivelmente eficientes do modelo (III.109).

Considere-se o hiper-paralelepípedo fechado e convexo,  $\Phi^k$ , com  $2^n$  pontos extremos (onde  $n$  é o número de coeficientes intervalares e, sem perda de generalidade, todos os coeficientes são definidos como intervalos), definidos do seguinte modo:  $\{\mathbf{f}_k^1, \mathbf{f}_k^2, \dots, \mathbf{f}_k^{2^n}\} = \{\mathbf{f}_k \in \mathfrak{R}^n : f_{kj} \in \{c_{kj}^L, c_{kj}^U\}, j = 1, \dots, n\}$ . Desta forma, cada  $\mathbf{c}_k \in \Phi^k$  pode expressar-se como uma combinação convexa de  $\mathbf{f}_k^q$ , e cada combinação linear convexa de  $\mathbf{f}_k^q$  é um elemento de  $\Phi^k$ . Portanto, para cada  $\mathbf{c}_k \in \Phi^k$  existe um vector

$$\boldsymbol{\lambda} \in \mathfrak{R}^{2^n}, \boldsymbol{\lambda} \geq \mathbf{0}, \sum_{q=1}^{2^n} \lambda_q = 1, \text{ tal que } \mathbf{c}_k = \sum_{q=1}^{2^n} \lambda_q \mathbf{f}_k^q.$$

Seja  $F$  uma matriz com  $p \times 2^n$  funções objectivo (o modelo (III.109) possui  $p$  funções objectivo intervalares). Uma solução,  $\mathbf{x}^*$ , é fracamente eficiente, relativamente a  $F$ , se e só se existir  $\boldsymbol{\lambda} \in \mathfrak{R}^{p \times 2^n}, \boldsymbol{\lambda} \geq \mathbf{0}, \sum_{q=1}^{p \times 2^n} \lambda_q = 1$ , tal que existe um  $\mathbf{x}^*$  que otimiza o seguinte modelo de PL:

$$\max z(\mathbf{x}) = \boldsymbol{\lambda} F \mathbf{x},$$

$$\text{s.a: } \mathbf{x} \in X = \{\mathbf{x} \in \mathfrak{R}^n : A \mathbf{x} \leq \mathbf{b}, \mathbf{b} \in \mathfrak{R}^m\},$$

$$\boldsymbol{\lambda} \in \Lambda = \{\boldsymbol{\lambda} \in \mathfrak{R}^{p \times 2^n} : \lambda_q \in [0, 1]; \sum_{q=1}^{p \times 2^n} \lambda_q = 1\},$$

$$\mathbf{x} \geq \mathbf{0}. \tag{III. 119}$$

Deste modo, o modelo (III.109) é equivalente a otimizar o seguinte modelo de optimização vectorial:

$$\max \mathbf{z}(\mathbf{x}) = F \mathbf{x},$$

$$\text{s.a: } \mathbf{x} \in X = \{\mathbf{x} \in \mathfrak{R}^n : A \mathbf{x} \leq \mathbf{b}, \mathbf{b} \in \mathfrak{R}^m\},$$

$$\mathbf{x} \geq \mathbf{0}. \tag{III. 120}$$

O algoritmo *F-cone* faz recurso ao cone convexo gerado pelas linhas de  $F$ , mas devido ao crescimento exponencial do número de funções objectivo utilizadas no

---

extremo não é garantida num número finito de iterações (Steuer, 1981). Refira-se, por último, que o autor designa as soluções possivelmente óptimas por soluções “*multiparametricamente óptimas*”.

sup-problema de teste que permite verificar a eficiência fraca de cada variável não básica, conduz facilmente a complexidades computacionais fora de limites aceitáveis.

Como o número de funções objectivo a tratar se pode tornar incomportável, é necessário reduzir o número de funções objectivo a considerar. Contudo, a redução do número de funções objectivo não deverá conduzir à alteração das propriedades do modelo original.

Para obter o conjunto de soluções fracamente eficientes do modelo (III.120) Wang e Wang (1997, 2001a, 2001b) consideram os conceitos associados aos cones poliédricos, de modo a reduzir a complexidade do problema. Neste contexto, Wang e Wang (1997, 2001a, 2001b) utilizaram o método de Telgen (1982) para reduzir o número de funções objectivo na matriz F, obtendo, deste modo, o gerador irreduzível do cone dos critérios (*irreducible generator of the criterion cone*). Estas autoras desenvolveram um método com base em análise intra-paramétrica<sup>III.20</sup>, que permite delimitar todo o conjunto de soluções possivelmente eficientes<sup>III.21</sup> de um modelo de PLMO com coeficientes intervalares, quer nas funções objectivo, quer nos termos independentes.

Em primeiro lugar, o cone polar semi-positivo do cone dos critérios é determinado através dos conceitos associados aos cones convexos<sup>III.22</sup> (Yu, 1974). Como o cone dos critérios do modelo (III.120) corresponde ao cone convexo fechado, gerado por  $p \times 2^n$  gradientes, então é um poliedro com, pelo menos,  $p \times 2^n$  raios. O cone polar semi-positivo,  $\Omega^{\geq}$ , obtém-se através da resolução do seguinte sistema de desigualdades:  $\mathbf{f}_k^q \mathbf{y} \geq 0$ ,  $q = 1, \dots, 2^n$ ,  $k = 1, \dots, p$ . Seja  $\Omega^{\geq} = \{\mathbf{y} \in \mathfrak{R}^n: \bar{\mathbf{F}}\mathbf{y} \leq \mathbf{0}, \bar{\mathbf{F}}\mathbf{y} \neq \mathbf{0}\}$ , onde  $\bar{\mathbf{F}} = (-\mathbf{f}_k^1, -\mathbf{f}_k^2, \dots, -\mathbf{f}_k^{2^n})^T$ ,  $k=1, \dots, p \} \cup \{\mathbf{0}\}$  e T designa a transposta. Como o conjunto  $\Omega^{\geq}$  se pode representar a partir de um sistema de desigualdades lineares, a redução do número de desigualdades através do método de Telgen pode conduzir à redução do número de funções objectivo a considerar. Neste contexto, uma desigualdade  $-\mathbf{f}_k^q \mathbf{y} \leq 0$  é redundante se e só se o sistema  $\bar{\mathbf{F}}^T \boldsymbol{\chi} = \mathbf{0}$ ,  $\chi_j \geq 0$ ,  $\forall j \neq i$ ,  $\chi_i = -1$ , for consistente. Se o sistema for consistente, então a função objectivo correspondente pode ser eliminada. Uma vez obtida uma desigualdade redundante, o tamanho do sistema reduz-se. No final, as desigualdades restantes,  $\mathbf{f}_k^q \mathbf{y} \geq 0$ , para algum q, são uma representação irreduzível de  $\Omega^{\geq}$ .

<sup>III.20</sup> A análise intra-paramétrica de um modelo de PLMO consiste na resolução de um modelo de programação paramétrica, que permite obter as regiões de tolerância para diferentes perturbações no mesmo tipo de coeficientes do modelo (coeficientes da função objectivo ou termos independentes das restrições). A análise paramétrica faculta, desta forma, uma ferramenta que permite obter todas as regiões críticas das bases possivelmente óptimas e as soluções respectivas (Wang e Wang, 2001c).

<sup>III.21</sup> De acordo com Wang e Wang (2000a; 2000b) este tipo de soluções designam-se por “*exact solution - mix of an interval - valued problem*”.

<sup>III.22</sup> Considere-se o conjunto não vazio  $\Omega$ , tal que  $\Omega \subset \mathfrak{R}^n$  e  $\mathbf{x} \in \Omega$ , então  $\Omega$  é um cone se e só se  $\wp \times \mathbf{x} \in \Omega$ , para quaisquer escalares  $\wp \geq 0$ .  $\Omega$  é um cone convexo se  $\Omega$  é um cone e é convexo. Portanto,  $\Omega$  é um cone convexo se e só se para  $\mathbf{x}_1$  e  $\mathbf{x}_2 \in \Omega$  se verificar que  $\wp_1 \mathbf{x}_1 + \wp_2 \mathbf{x}_2 \in \Omega$ , para quaisquer escalares  $(\wp_1, \wp_2) \geq 0$  (Yu, 1974).

Uma vez que os geradores  $\mathbf{f}_k^q$  são irreduzíveis, se não houver igualdades implícitas<sup>III.23</sup>, é possível obter uma representação mínima de  $\Omega^{\geq}$ . Considere-se, sem perda de generalidade, o conjunto  $\{\mathbf{f}^1, \mathbf{f}^2, \dots, \mathbf{f}^s\}$ , que corresponde a uma representação irreduzível do cone gerador dos critérios.

Então, o modelo (III.121) pode ser reescrito de modo reduzido:

$$\begin{aligned} \max \mathbf{z}(\mathbf{x}) &= (\mathbf{f}^1 \mathbf{x}, \mathbf{f}^2 \mathbf{x}, \dots, \mathbf{f}^s \mathbf{x})^T, \\ \text{s.a: } \mathbf{x} \in X &= \{\mathbf{x} \in \mathfrak{R}^n : \mathbf{A}\mathbf{x} \leq \mathbf{b}, \mathbf{b} \in \mathfrak{R}^m\}, \\ \mathbf{x} &\geq \mathbf{0}. \end{aligned} \tag{III. 121}$$

Wang e Wang (2001a, 2001b) utilizam o método que consiste na optimização de uma das funções objectivo, restringindo as restantes, e o método de análise intra-paramétrica, de modo a ser possível obter todo o conjunto de soluções possivelmente eficientes do modelo (III.109).

Considere-se que se escolhe para optimizar a primeira função objectivo do modelo (III.121). Seja  $\theta_i$  uma taxa de concretização relativamente ao valor óptimo a alcançar para as restantes  $s-1$  funções objectivo, respectivamente.

O modelo (III.121) pode então substituir-se por:

$$\begin{aligned} \max z_1(\mathbf{x}) &= \mathbf{f}^1 \mathbf{x}, \\ \text{s.a: } \frac{\mathbf{f}^i \mathbf{x} - \underline{z}_i(\mathbf{x})}{\bar{z}_i(\mathbf{x}) - \underline{z}_i(\mathbf{x})} &\geq \theta_i, i= 2, \dots, s, \\ \theta_i &\in [0, 1], i = 2, \dots, s, \\ \mathbf{A}\mathbf{x} &\leq \mathbf{b}, \\ \mathbf{x} &\geq \mathbf{0}, \end{aligned} \tag{III. 122}$$

onde  $\bar{z}_i(\mathbf{x}) = \max_{\mathbf{x} \in X} \mathbf{f}^i \mathbf{x}$ ,  $\underline{z}_i(\mathbf{x}) = \min_{\mathbf{x} \in \Lambda_i} \mathbf{f}^i \mathbf{x}$ ,  $\Lambda_i = \{\mathbf{u}: \mathbf{f}^i \mathbf{u} = \max_{\mathbf{x} \in X} \mathbf{f}^j \mathbf{x}, \forall j \neq i\}$ ,  $\bar{z}_i(\mathbf{x})$  e  $\underline{z}_i(\mathbf{x})$  são os limites da função objectivo  $i$ , no conjunto de soluções possivelmente eficientes. Quando  $\theta_i = 0$ , o limite inferior da  $i^{\text{ésima}}$  função objectivo  $\underline{z}_i(\mathbf{x})$  é seleccionado como valor mínimo. Quando  $\theta_i = 1$ , o limite inferior da  $i^{\text{ésima}}$  função objectivo é seleccionado como

<sup>III.23</sup> Uma igualdade implícita é uma desigualdade de um conjunto de restrições que pode ser substituída por uma igualdade, sem aumentar a dimensão (o número de variáveis) do sistema. Uma desigualdade  $\mathbf{A}_k \mathbf{x} \leq \mathbf{b}_k$  é uma igualdade implícita do sistema  $\mathbf{A}\mathbf{x} \leq \mathbf{b}$  se e só se o sistema  $\mathbf{A}\boldsymbol{\chi} = -\mathbf{A}_k$ ,  $\mathbf{b}\boldsymbol{\chi} = -\mathbf{b}_k$ ,  $\boldsymbol{\chi} \geq \mathbf{0}$  for consistente. Um sistema é uma representação mínima de um conjunto se e só não contém restrições redundantes e igualdades implícitas (Telgen, 1982).



valor máximo de  $\bar{z}_i(\mathbf{x})$ . Em consequência, o valor da função objectivo  $i$  encontra-se limitado pelo respectivo valor máximo na região admissível.

Quando o conjunto de soluções eficientes do modelo (III.121) é obtido através da análise intra-paramétrica, é possível determinar todas as bases óptimas do modelo (III.122). Se uma base não satisfizer a condição de optimalidade, não poderá ser considerada como base óptima e deverá ser eliminada. Relativamente à admissibilidade, se  $\theta_i$  ( $i = 1, \dots, q$ ) satisfizer a condição de não negatividade, a base correspondente é admissível. Deste modo, é possível determinar as regiões de tolerância mais abrangentes de todas as bases possíveis, bem como a distribuição de todas as soluções correspondentes (Wang e Wang, 2001b).

Se algumas das condições a seguir descritas se verificarem, a solução óptima do modelo (III.122) é uma solução eficiente do modelo (III.121) (Wang e Wang, 2001b).

Uma solução óptima do modelo (III.122) é eficiente do modelo (III.121) se todas as restrições  $\frac{\mathbf{f}^i \mathbf{x} - \underline{z}_i(\mathbf{x})}{\bar{z}_i(\mathbf{x}) - \underline{z}_i(\mathbf{x})} \geq \theta_i$ ,  $i = 2, \dots, s$ , estiverem activas em todas as soluções obtidas a partir do mesmo nível de concretização  $\boldsymbol{\theta} = (\theta_1, \dots, \theta_s)$ . Esta condição designa-se ao longo do texto por *condição de activação* (“*binding condition*”, de acordo com a terminologia das autoras).

Se uma solução óptima do modelo (III.122) não satisfizer a condição de activação, havendo, simultaneamente, soluções óptimas alternativas, algumas dessas soluções poderão não ser eficientes para o modelo (III.121).

Para cada solução óptima do modelo (III.122), obtida a partir de um determinado nível de concretização  $\boldsymbol{\theta}$ , se esta não satisfizer a condição de activação, então pode existir um  $\boldsymbol{\theta}'$  que a permite activar. Deste modo, conclui-se que é possível obter uma solução possivelmente eficiente a partir de um nível de concretização diferente de  $\boldsymbol{\theta}$ .

Para as soluções óptimas alternativas que não satisfazem a condição de activação, pode considerar-se o método sugerido por (Cohon, 1978).

Considere-se que as funções objectivo associadas a restrições activas são designadas por  $z_i(\mathbf{x})$ ,  $i = 2, \dots, b < s$  e que as funções objectivo associadas a restrições não activas correspondem a  $z_i(\mathbf{x})$ ,  $i = b + 1, \dots, s$ . Caso haja soluções com óptimos alternativos,  $z_i = z_i^*$ , para  $i = 1, \dots, b$ , pode definir-se um modelo para determinar os óptimos alternativos eficientes que correspondem a um dado  $\boldsymbol{\theta}$ :

$$\begin{aligned} \max \mathbf{z}(\mathbf{x}) &= (\mathbf{f}^{b+1} \mathbf{x}, \dots, \mathbf{f}^s \mathbf{x})^T, \\ \text{s.a: } \mathbf{f}^i \mathbf{x} &= z_i^*, \quad i = 1, \dots, b, \\ \mathbf{Ax} &\leq \mathbf{b}, \\ \mathbf{x} &\geq \mathbf{0}. \end{aligned} \tag{III. 123}$$

Se, para um dado  $\theta$ , algumas das soluções óptimas alternativas obtidas no modelo (V.122) satisfazem a condição de activação e algumas não satisfazem, as primeiras serão dominadas pelas segundas.

Se  $x^*$  é uma solução óptima única do modelo (III.122), para um determinado  $\theta$ , e não satisfaz a condição de activação, a sua eficiência pode ser aferida através de outro  $\theta'$ .

Todas as soluções possivelmente eficientes de (III.121) podem determinar-se através de variações contínuas de  $\theta_i$  (Wang e Wang, 2001a, 2001b). Para cada solução óptima do modelo (III.122) obtida a partir de qualquer  $\theta_i \in [0, 1]$ ,  $i = 2, \dots, s$ , podem ocorrer três situações (Wang e Wang, 2001a, 2001b):

1) Todas as restrições associadas às funções objectivo estão activas em todas as soluções obtidas a partir do mesmo  $\theta$ , ou seja, as restrições associadas às funções objectivo do modelo (III.122) transformam-se em igualdades, quando nelas se substitui um mesmo valor  $\theta$ . Neste caso, a condição de activação é satisfeita e a solução é eficiente. Seja  $\Psi$  a região onde a condição de activação é satisfeita. Se uma solução for obtida dentro desta região (ou seja, se  $\theta \in \Psi$ ), então essa solução é eficiente.

2) A solução obtida não satisfaz a condição de activação e há óptimos alternativos. Seja  $\Theta$  a região, onde  $\theta$  não satisfaz a condição de activação e onde há óptimos alternativos, que conduz à obtenção de uma solução eficiente. Deste modo, podem considerar-se dois sub-casos:

a) A solução é eficiente, então  $\theta \in \Theta$ ;

b) A solução não é eficiente.

3) A solução não satisfaz a condição de activação e é única. Seja  $\Xi$  a região, onde  $\theta$  não satisfaz a condição de activação e onde a solução é única, que conduz à obtenção de uma solução eficiente. Se a solução é eficiente, então  $\theta \in \Xi$ .

Como resultado, qualquer  $\theta$  correspondente a uma solução eficiente deve pertencer a  $\Psi \cup \Theta \cup \Xi = \Gamma$ . Se existir um  $\theta'$  que não pertence a este conjunto, então todas as soluções obtidas a partir do mesmo  $\theta'$  não podem ser eficientes.

A obtenção do conjunto de soluções eficientes através das regiões de tolerância mais abrangentes de  $\theta$  pode parecer, aparentemente, impraticável. No entanto, Wang e Wang (2001b) demonstraram que uma solução eficiente gerada por  $\theta \in \Xi$  pode obter-se através de outro  $\theta'$  pertencente a  $\Theta$  ou  $\Psi$ . De facto, a geração de todo o conjunto de soluções possivelmente eficientes pode reduzir-se a variações contínuas de  $\theta_i$  dentro da região  $\Psi \cup \Theta$ , para  $i = 2, \dots, s$ .

O conjunto de soluções possivelmente eficientes pode também ser obtido, utilizando  $\Psi \cup \Theta$  e  $\{\theta'\}$ . Os vectores  $\theta$  que se encontram duplicados em  $\Theta$  podem ser obtidos e eliminados de  $\Theta$ . Após efectuar esta operação, a região remanescente de  $\Theta$  designa-se por

$\Theta_1$ . Se mais do que uma solução eficiente estiver em  $\Theta_1$ , todos os pares de soluções são analisados e todos os duplicados de  $\theta$  são eliminados. Seja  $\Theta_2$  a região remanescente de  $\Theta_1$  e seja  $\Pi = \Psi \cup \Theta_2$ . Podem considerar-se duas situações: i)  $\theta, \theta' \in \Psi$ ; ii)  $\theta \in \Psi, \theta' \in \Theta_1$  ou  $\theta, \theta' \in \Theta_1$  (Wang e Wang, 2001b).

A ocorrência do primeiro caso não é plausível, porque se  $\theta, \theta' \in \Psi$ , com  $\theta \neq \theta'$ , então  $\mathbf{x}^*(\theta) \neq \mathbf{x}^*(\theta')$  e, portanto, não há quaisquer duplicados (Wang e Wang, 2001b). Por outro lado, a segunda situação também não é possível, porque todos os pares de soluções eficientes obtidos a partir de  $\Psi$  e  $\Theta$ , com duplicados de  $\theta$ , correspondentes à mesma solução eficiente são eliminados. Deste modo,  $\Pi$  é a região menos abrangente de  $\theta$  correspondente ao conjunto de soluções possivelmente eficientes.

O método apresentado nesta secção pode ser expandido, de modo a ser aplicado a modelos com coeficientes intervalares nas funções objectivo e termos independentes (para mais detalhes *vide* Wang e Wang (2001b)). Neste caso, as soluções óptimas do modelo (III.122), considerando  $\mathbf{b}$  intervalar, são funções não lineares de  $\theta$  e dos limiares de satisfação das restrições associados a  $\mathbf{b}$ .

*Exemplo III. 15*

Considere-se o seguinte exemplo (Wang e Wang, 2001b):

$$\max z^1(\mathbf{x}) = [1, 2]x_1 + [2, 3]x_2,$$

$$\max z^2(\mathbf{x}) = [-3, -2]x_1 + [0, 1]x_3,$$

$$\text{s.a: } 2x_1 + x_3 \leq 6,$$

$$-x_1 + 3x_2 \leq 6,$$

$$-4x_1 + 6x_2 + 3x_3 \leq 18,$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0.$$

No modelo considerado há três variáveis, duas funções objectivo com dois coeficientes intervalares e três restrições. Deste modo, existem  $2 \times 2^2 = 8$  funções objectivo a considerar, ou seja:  $z^1 = x_1 + 2x_2$ ;  $z^2 = x_1 + 3x_2$ ;  $z^3 = 2x_1 + 2x_2$ ;  $z^4 = 2x_1 + 3x_2$ ;  $z^5 = -3x_1$ ;  $z^6 = -3x_1 + x_3$ ;  $z^7 = -2x_1$  e  $z^8 = -2x_1 + x_3$ . A direcção do gradiente da sétima função objectivo é similar à direcção do gradiente da quinta função objectivo, pelo que pode eliminar-se. Deste modo, a matriz  $\bar{F}$  que permite definir o cone polar semi-positivo corresponde a:

$$\bar{F} = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -2 & -2 & 3 & 3 & 2 \\ -2 & -3 & -2 & -3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 \end{bmatrix}.$$

Portanto, para verificar se a primeira função objectivo,  $z^1$ , é redundante resolve-se o

$$\text{seguinte sistema: } \begin{bmatrix} -1 & -1 & -2 & -2 & 3 & 3 & 2 \\ -2 & -3 & -2 & -3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -1 \\ \chi_2 \\ \chi_3 \\ \chi_4 \\ \chi_5 \\ \chi_6 \\ \chi_7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \chi_i \geq 0, i = 2, \dots, 7.$$

Este sistema é consistente, possuindo a seguinte solução possível (entre outras):  $\chi_2 = 0.5$ ,  $\chi_3 = 0.25$ ,  $\chi_4 = 0$ ,  $\chi_5 = 0$ ,  $\chi_6 = 0$ ,  $\chi_7 = 0$ . Neste caso, a função objectivo  $z^1$  é redundante e pode ser eliminada. De modo similar, conclui-se que  $z^4$  e  $z^6$  são redundantes. Portanto, a representação irreduzível do gradiente é composta por:  $z^1(\mathbf{x}) = 2x_1 + 2x_2$ ,  $z^2(\mathbf{x}) = -3x_1$  e  $z^3(\mathbf{x}) = -2x_1 + x_3$ .

Determinam-se  $\bar{z}^1 = 12$ ,  $\bar{z}^2 = 0$ ,  $\bar{z}^3 = 6$ ,  $\Lambda_1 = \{(0, x_2, x_3)^T \text{ para qualquer } x_2, x_3 \geq 0; (0, 0, 6)^T\}$ ,  $\Lambda_2 = \{(3, 3, 0)^T; (0, 0, 6)^T\}$ ,  $\Lambda_3 = \{(3, 3, 0)^T; (0, x_2, x_3)^T \text{ para qualquer } x_2, x_3 \geq 0\}$ ,  $\underline{z}^2 = \min \{-9; 0\} = -9$  e  $\underline{z}^3 = \min \{-6; \text{valor ilimitado}\} = -6$ .

Deste modo, a partir do método que consiste na optimização de uma função objectivo, restringindo as restantes, obtém-se o seguinte modelo substituto:

$$\begin{aligned} \max z^1(\mathbf{x}) &= 2x_1 + 2x_2, \\ \text{s.a: } -3x_1 &\geq 9\theta_2 - 9, \\ -2x_1 + x_3 &\geq 12\theta_3 - 6, \\ 2x_1 + x_3 &\leq 6, \\ -x_1 + 3x_2 &\leq 6, \\ -4x_1 + 6x_2 + 3x_3 &\leq 18, \\ x_1, x_2, x_3 &\geq 0. \end{aligned}$$

Em seguida, as condições de optimalidade e de admissibilidade, das bases possivelmente óptimas, são verificadas através da análise intra-paramétrica.

Considere-se  $\theta_2 = 0$  e  $\theta_3 = 0$ , obtendo-se a solução  $\mathbf{x}^1 = (x_1, s_2, s_3, x_2, s_5)^T = (3, 0, 0, 3, 12)^T$ , onde  $s_2, s_3$  e  $s_5$  correspondem às variáveis desvio. A inversa da base óptima associada a  $\mathbf{x}^1$  corresponde a:

$$\mathbf{B}_1^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{2}{3} & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{2}{3} & 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{1}{9} & 0 & 0 & \frac{1}{3} & 0 \\ \frac{2}{3} & 0 & 0 & -2 & 1 \end{bmatrix}.$$

A manutenção da base possivelmente óptima  $B_1$ , com  $b_1 = 9 - 9\theta_2$  e  $b_2 = -6 - 12\theta_3$ , onde  $b_1$  e  $b_2$  correspondem aos dois primeiros elementos do vector de termos independentes, é possível se e só se:

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{2}{3} & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{2}{3} & 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{1}{9} & 0 & 0 & \frac{1}{3} & 0 \\ \frac{2}{3} & 0 & 0 & -2 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 9-9\theta_2 \\ 6-12\theta_3 \\ 6 \\ 6 \\ 18 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3-3\theta_2 \\ 6\theta_2-12\theta_3 \\ 6\theta_2 \\ 3-\theta_2 \\ 12-6\theta_2 \end{bmatrix} \geq \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Portanto, obtém-se a solução  $\mathbf{x}^1(\boldsymbol{\theta}) = (3 - 3\theta_2, 3 - \theta_2, 0)$ , se  $\theta_2, \theta_3 \in G_1 = \{(\theta_2, \theta_3): \theta_2 - 2\theta_3 \geq 0, \theta_2, \theta_3 \in [0, 1]\}$  (Figura III.25).

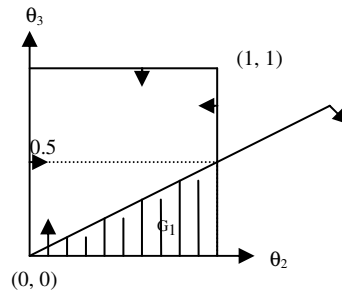


Figura III. 25. Região  $G_1$ .

Considere-se  $\theta_2 = 0$  e  $\theta_3 = 1$ , obtendo-se a solução  $\mathbf{x}^2 = (s_1, x_3, x_1, s_4, x_2)^T = (9, 6, 0, 6, 0)^T$ , onde  $s_1$  e  $s_4$  correspondem às variáveis desvio. A inversa da base óptima associada a  $\mathbf{x}^2$  corresponde a:

$$B_2^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{3}{4} & -\frac{3}{4} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & 0 & 0 \\ 0 & -1 & \frac{1}{2} & 1 & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{5}{12} & -\frac{1}{12} & 0 & \frac{1}{6} \end{bmatrix}.$$

A manutenção da base possivelmente óptima  $B_2$ , com  $b_1 = 9 - 9\theta_2$  e  $b_2 = -6 - 12\theta_3$ , é possível se e só se:

$$\begin{bmatrix} 1 & -\frac{3}{4} & -\frac{3}{4} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & 0 & 0 \\ 0 & -1 & \frac{1}{2} & 1 & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{5}{12} & -\frac{1}{12} & 0 & \frac{1}{6} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 9-9\theta_2 \\ 6-12\theta_3 \\ 6 \\ 6 \\ 18 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9\theta_3-9\theta_2 \\ 6\theta_3 \\ 3-3\theta_3 \\ 12\theta_3-6 \\ 5-5\theta_3 \end{bmatrix} \geq \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Portanto, obtém-se a solução  $\mathbf{x}^2(\boldsymbol{\theta}) = (3 - 3\theta_3, 5 - 5\theta_3, 6\theta_3)$ , se  $\theta_2, \theta_3 \in G_2 = \{(\theta_2, \theta_3): \theta_3 - \theta_2 \geq 0, \theta_3 \geq \frac{1}{2}, \theta_2, \theta_3 \in [0, 1]\}$  (Figura III.26).

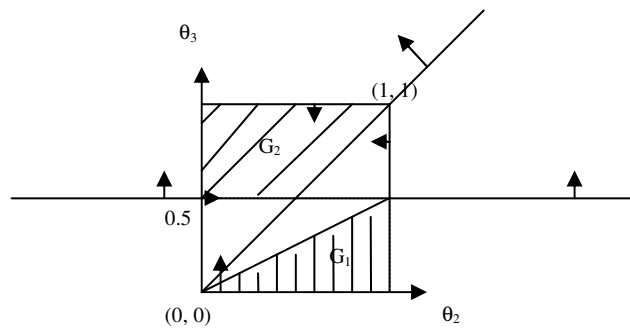


Figura III. 26. Região  $G_1 \cup G_2$ .

Obtêm-se ainda do mesmo modo as seguintes soluções nos respectivos domínios:

- $\mathbf{x}^3(\boldsymbol{\theta}) = (3 - 3\theta_2, 5 + \theta_2 - 6\theta_3, -6\theta_2 + 12\theta_3)$ , se  $\theta_2, \theta_3 \in G_3 = \{(\theta_2, \theta_3): \theta_2 - \theta_3 \geq 0, \theta_3 - \frac{1}{2}\theta_2 \geq 0, -1 - \theta_2 + 3\theta_3 \geq 0, 5 + \theta_2 - 6\theta_3 \geq 0, \theta_2, \theta_3 \in [0, 1]\}$ ;

- $\mathbf{x}^4(\boldsymbol{\theta}) = (3 - 3\theta_2, 3 - \theta_2, 4 - 2\theta_2)$ , se  $\theta_2, \theta_3 \in G_4 = \{(\theta_2, \theta_3): 1 + \theta_2 - 3\theta_3 \geq 0, \theta_2 \geq \frac{1}{2}, \theta_2, \theta_3 \in [0, 1]\}$ ;

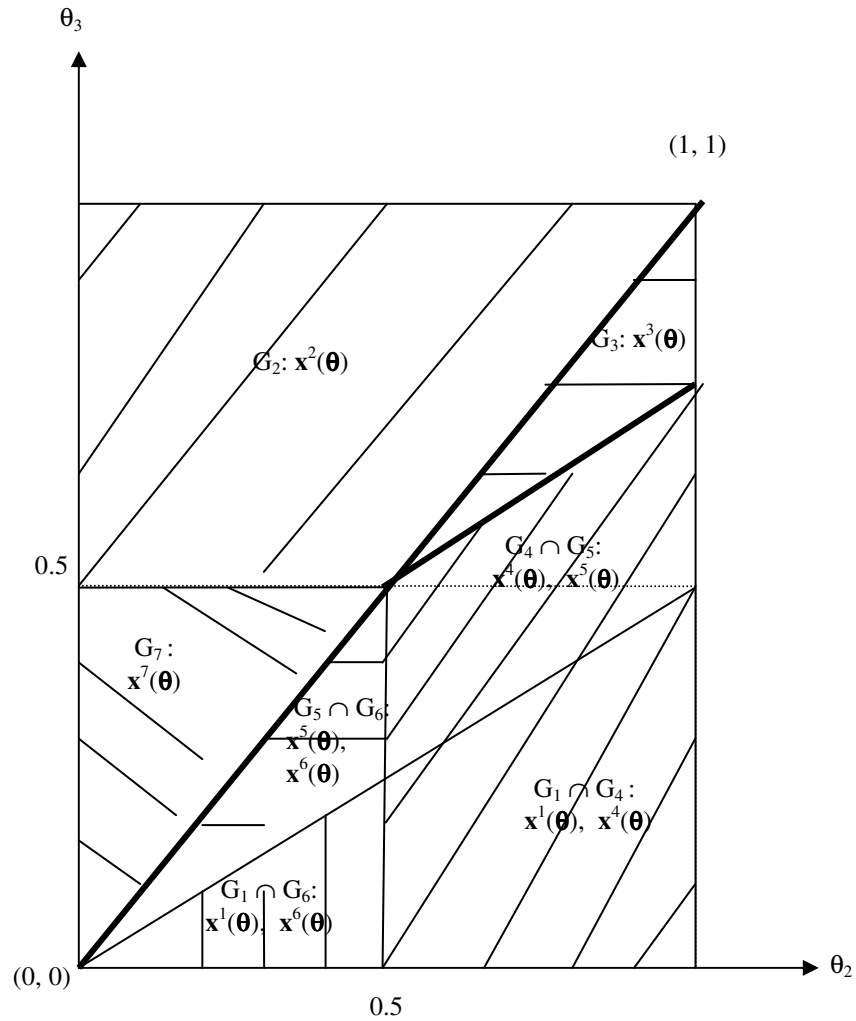
- $\mathbf{x}^5(\boldsymbol{\theta}) = (3 - 3\theta_2, 3 - \theta_2, -6\theta_2 + 12\theta_3)$ , se  $\theta_2, \theta_3 \in G_5 = \{(\theta_2, \theta_3): \theta_2 - \theta_3 \geq 0, -\frac{1}{2}\theta_2 + \theta_3 \geq 0, 1 + \theta_2 - 3\theta_3 \geq 0, \theta_2, \theta_3 \in [0, 1]\}$ ;

- $\mathbf{x}^6(\boldsymbol{\theta}) = (3 - 3\theta_2, 3 - \theta_2, 6\theta_2)$ , se  $\theta_2, \theta_3 \in G_5 = \{(\theta_2, \theta_3): \theta_2 - \theta_3 \geq 0, \theta_2 \leq \frac{1}{2}, \theta_2, \theta_3 \in [0, 1]\}$ ;

- $\mathbf{x}^7(\boldsymbol{\theta}) = (3 - 3\theta_3, 3 - \theta_3, 6\theta_3)$ , se  $\theta_2, \theta_3 \in G_5 = \{(\theta_2, \theta_3): \theta_2 - \theta_3 \leq 0, \theta_2 \leq \frac{1}{2}, \theta_2, \theta_3 \in [0, 1]\}$ .

A partir da Figura III.27 é possível visualizar a distribuição das soluções e os respectivos domínios.

As soluções  $\mathbf{x}^1(\boldsymbol{\theta})$  e  $\mathbf{x}^6(\boldsymbol{\theta})$  são duas soluções óptimas alternativas da região  $G_1 \cap G_6$ ; as soluções  $\mathbf{x}^1(\boldsymbol{\theta})$  e  $\mathbf{x}^4(\boldsymbol{\theta})$  são duas soluções óptimas alternativas da região  $G_1 \cap G_4$ ; as soluções  $\mathbf{x}^4(\boldsymbol{\theta})$  e  $\mathbf{x}^5(\boldsymbol{\theta})$  são duas soluções óptimas alternativas da região  $G_4 \cap G_5$ ; as soluções  $\mathbf{x}^5(\boldsymbol{\theta})$  e  $\mathbf{x}^6(\boldsymbol{\theta})$  são duas soluções óptimas alternativas da região  $G_5 \cap G_6$ .



**Figura III. 27.** Distribuição das soluções possivelmente eficientes nos seus domínios respectivos.

1) Efectua-se uma análise de cada solução obtida, relativamente às restrições impostas às funções objectivo:  $3x_1 \leq 9 - 9\theta_2$  e  $2x_1 - x_3 \leq 6 - 12\theta_3$ .

A solução  $\mathbf{x}^1(\boldsymbol{\theta}) = (3 - 3\theta_2, 3 - \theta_2, 0)$  permite obter:

$$3 \times (3 - 3\theta_2) = 9 - 9\theta_2,$$

$$2 \times (3 - 3\theta_2) - 0 = 6 - 6\theta_2 = 6 - 12\theta_3, \text{ se } \theta_2 = 2\theta_3.$$

Portanto, o conjunto de restrições fica activo com a solução  $\mathbf{x}^1(\boldsymbol{\theta})$ , se  $\theta_2 = 2\theta_3$ .

A solução  $\mathbf{x}^2(\boldsymbol{\theta}) = (3 - 3\theta_3, 5 - 5\theta_3, 6\theta_3)$  permite obter:

$$3 \times (3 - 3\theta_2) = 9 - 9\theta_2,$$

$$2 \times (3 - 3\theta_2) - 6\theta_3 = 6 - 12\theta_3, \text{ se } \theta_2 = \theta_3.$$

Portanto, o conjunto de restrições fica activo com a solução  $\mathbf{x}^2(\boldsymbol{\theta})$ , se  $\theta_2 = \theta_3$ .

Do mesmo modo, conclui-se que o conjunto de restrições fica activo com a solução  $\mathbf{x}^3(\boldsymbol{\theta})$  para qualquer  $\theta_2, \theta_3 \in G_3$ ; o conjunto de restrições fica activo com a solução  $\mathbf{x}^4(\boldsymbol{\theta})$ , se  $\theta_2 = -1 + 3\theta_3$ ; o conjunto de restrições fica activo com a solução  $\mathbf{x}^5(\boldsymbol{\theta})$ , para qualquer  $\theta_2, \theta_3 \in G_5$ ; o conjunto de restrições fica activo com a solução  $\mathbf{x}^6(\boldsymbol{\theta})$ , se  $\theta_2 = \theta_3$ ; o conjunto de restrições fica activo com a solução  $\mathbf{x}^7(\boldsymbol{\theta})$ , se  $\theta_2 = \theta_3$ .

Deste modo, conclui-se que quando  $\boldsymbol{\theta}$  é seleccionado a partir da linha  $\theta_2 = \theta_3$  ou da região  $G_3$ , o conjunto de restrições fica activo. Assim,  $\Psi = \{(\theta_2, \theta_3): \theta_2 = \theta_3, \theta_2, \theta_3 \in [0, 1]\} \cup G_3$ .

2) Efectua-se uma análise das soluções óptimas alternativas que não permitem activar as restrições:  $3x_1 \leq 9 - 9\theta_2$  e  $2x_1 - x_3 \leq 6 - 12\theta_3$ .

Relativamente às soluções óptimas alternativas  $\mathbf{x}^1(\boldsymbol{\theta})$  e  $\mathbf{x}^6(\boldsymbol{\theta})$ , verifica-se que, ao escolher um valor de  $\boldsymbol{\theta}$  em  $\theta_2 = 2\theta_3$ , a solução  $\mathbf{x}^6(\boldsymbol{\theta})$  não permite activar o conjunto de restrições, enquanto a solução  $\mathbf{x}^1(\boldsymbol{\theta})$  permite activar o conjunto de restrições. Deste modo, verifica-se que a solução  $\mathbf{x}^1(\boldsymbol{\theta})$  é dominada por  $\mathbf{x}^6(\boldsymbol{\theta})$  na linha  $\theta_2 = 2\theta_3$ .

A primeira restrição (a restrição associada à segunda função objectivo) do sistema, fica activa para  $\theta_2 = 2\theta_3$  e  $\theta_2 = \theta_3$  e a segunda restrição, ou seja, a restrição associada à terceira função objectivo, não fica activa considerando  $\mathbf{x}^1(\boldsymbol{\theta})$  com  $\theta_2 = \theta_3$  e  $\mathbf{x}^6(\boldsymbol{\theta})$  com  $\theta_2 = 2\theta_3$ .

Ao substituir as soluções  $\mathbf{x}^1(\boldsymbol{\theta})$  e  $\mathbf{x}^6(\boldsymbol{\theta})$  em  $z^1(\mathbf{x})$  e  $z^2(\mathbf{x})$  verifica-se que os valores óptimos obtidos são iguais, pelo que  $\mathbf{x}^1(\boldsymbol{\theta})$  e  $\mathbf{x}^6(\boldsymbol{\theta})$  são óptimos alternativos de  $z^1(\mathbf{x})$  e de  $z^2(\mathbf{x})$ . Os valores das funções objectivo correspondem, respectivamente, a  $z^1(\mathbf{x}^1(\boldsymbol{\theta})) = z^1(\mathbf{x}^6(\boldsymbol{\theta})) = 2 \times (3 - 3\theta_2) + 2 \times (3 - \theta_2) = 12 - 8\theta_2$  e  $z^2(\mathbf{x}^1(\boldsymbol{\theta})) = z^2(\mathbf{x}^6(\boldsymbol{\theta})) = -3 \times (3 - 3\theta_2) = -9 + 9\theta_2$ .

Desta forma, de acordo com o método de Cohon (1978) obtém-se o seguinte modelo:

$$\max z^3(\mathbf{x}) = -2x_1 + x_3,$$

$$\text{s.a: } 2x_1 + 2x_2 = 12 - 8\theta_2,$$

$$-3x_1 = -9 + 9\theta_2,$$



$$2x_1 + x_3 \leq 6,$$

$$-x_1 + 3x_2 \leq 6,$$

$$-4x_1 + 6x_2 + 3x_3 \leq 18, x_1, x_2, x_3 \geq 0.$$

Neste exemplo, verifica-se que há apenas uma função objectivo associada a restrições não activas. Portanto, pode efectuar-se uma comparação directa entre os valores da terceira função objectivo para cada solução, respectivamente, obtendo-se  $z^3(\mathbf{x}^1(\boldsymbol{\theta})) = -2(3 - 3\theta_2) + 0 = -6 + 6\theta_2$  e  $z^3(\mathbf{x}^6(\boldsymbol{\theta})) = -2(3 - 3\theta_2) + 6\theta_2 = -6 + 12\theta_2$ . Deste modo, conclui-se que a solução  $\mathbf{x}^1(\boldsymbol{\theta})$  é dominada por  $\mathbf{x}^6(\boldsymbol{\theta})$ .

De modo análogo, conclui-se que a solução  $\mathbf{x}^1(\boldsymbol{\theta})$  é dominada por  $\mathbf{x}^4(\boldsymbol{\theta})$ , a solução  $\mathbf{x}^5(\boldsymbol{\theta})$  é dominada por  $\mathbf{x}^4(\boldsymbol{\theta})$  e a solução  $\mathbf{x}^5(\boldsymbol{\theta})$  é dominada por  $\mathbf{x}^6(\boldsymbol{\theta})$ .

Portanto, o conjunto  $\Theta$  corresponde a  $G_6 \cup G_4$ .

3) Efectua-se uma análise das soluções óptimas únicas que não permitem activar as restrições:  $3x_1 \leq 9 - 9\theta_2$  e  $2x_1 - x_3 \leq 6 - 12\theta_3$ .

Como os níveis de concretização das funções objectivo 2 e 3, em  $\mathbf{x}^2(\boldsymbol{\theta})$  e  $\mathbf{x}^7(\boldsymbol{\theta})$ , se podem obter com  $\theta_2 = \theta_3$ , ou seja, é possível obter um  $\boldsymbol{\theta}' \in \Theta$ , as soluções  $\mathbf{x}^2(\boldsymbol{\theta})$  e  $\mathbf{x}^7(\boldsymbol{\theta})$  são eficientes. Deste modo,  $\Xi = G_2 \cup G_7$ .

4) A região mais abrangente de  $\boldsymbol{\theta}$ .

A região mais abrangente de  $\boldsymbol{\theta}$  associada ao conjunto de soluções eficientes corresponde, desta forma, a  $\Gamma = G_6 \cup G_4 \cup G_3 \cup G_2 \cup G_7$  e as soluções eficientes respectivas são:

$$\mathbf{x}^* = \begin{cases} \mathbf{x}^6(\boldsymbol{\theta}) = (3 - 3\theta_2, 3 - \theta_2, 6\theta_2), \text{ se } (\theta_2, \theta_3) \in G_6, \\ \mathbf{x}^4(\boldsymbol{\theta}) = (3 - 3\theta_2, 3 - \theta_2, 4 - 2\theta_2), \text{ se } (\theta_2, \theta_3) \in G_4, \\ \mathbf{x}^3(\boldsymbol{\theta}) = (3 - 3\theta_2, 5 + \theta_2 - 6\theta_3, -6\theta_2 + 12\theta_3), \text{ se } (\theta_2, \theta_3) \in G_3, \\ \mathbf{x}^2(\boldsymbol{\theta}) = (3 - 3\theta_2, 5 - 5\theta_3, 6\theta_3), \text{ se } (\theta_2, \theta_3) \in G_2, \\ \mathbf{x}^7(\boldsymbol{\theta}) = (3 - 3\theta_3, 3 - \theta_3, 6\theta_3), \text{ se } (\theta_2, \theta_3) \in G_7. \end{cases}$$

5) A região menos abrangente de  $\boldsymbol{\theta}$ .

Se  $(\theta_2, \theta_3) = (\theta_2, 0.25)$ , para qualquer  $\theta_2 \in [0, 0.25]$ , em  $G_7$ , obtém-se a solução eficiente  $\mathbf{x}^7 = (2.25, 2.75, 1.5)$ . Esta solução pode também obter-se com  $(\theta_2, \theta_3) = (0.25, 0.25) \in G_6$ . Deste modo,  $\mathbf{x}^7$  e o respectivo domínio,  $G_7$ , podem eliminar-se.

Se  $(\theta_2, \theta_3) = (0.8, \theta_3)$ , para qualquer  $\theta_3 \in [0, 0.6]$ , em  $G_4$ , obtém-se uma solução eficiente  $\mathbf{x}^4 = (0.6, 2.2, 2.4)$ . Esta solução pode também obter-se com  $(\theta_2, \theta_3) = (0.8, 0.6) \in G_3$ . Deste modo,  $\mathbf{x}^4$  e o respectivo domínio,  $G_4$ , podem eliminar-se.

Finalmente, se  $(\theta_2, \theta_3) = (\theta_2, 0.6)$ , para qualquer  $\theta_2 \in [0, 0.6]$ , em  $G_2$ , obtém-se uma solução eficiente  $\mathbf{x}^2 = (0.6, 2, 3.6)$ . Esta solução pode também obter-se com  $(\theta_2, \theta_3) = (0.6, 0.6) \in G_3$ . Deste modo, a solução  $\mathbf{x}^2$  e o respectivo domínio,  $G_2$ , podem eliminar-se.

Assim, as soluções eficientes correspondentes à região menos abrangente de  $\theta$  são:

$$\mathbf{x}^* = \begin{cases} \mathbf{x}^6(\theta) = (3 - 3\theta_2, 3 - \theta_2, 6\theta_2), & \text{se } \theta_2 \in [0, 0.5], \theta_2 = \theta_3, \\ \mathbf{x}^3(\theta) = (3 - 3\theta_2, 5 + \theta_2 - 6\theta_3, -6\theta_2 + 12\theta_3), & \text{se } (\theta_2, \theta_3) \in G_3. \end{cases}$$

Os limites de cada variável de decisão podem determinar-se do seguinte modo:

$$\begin{aligned} \bar{x}_1^* &= \max_{\theta_2 \in [0,1]} (3 - 3\theta_2) = 3; \quad \underline{x}_1^* = \min_{\theta_2 \in [0,1]} (3 - 3\theta_2) = 0, \text{ para } x_1, \text{ ou seja, } x_1 \in [\underline{x}_1^*, \bar{x}_1^*] = \\ & [0, 3]; \quad \bar{x}_2^* = \max \left\{ \max_{\theta_2 \in [0,0.5], \theta_2 = \theta_3} (3 - \theta_2); \max_{\theta_2, \theta_3 \in G_3} (5 + \theta_2 - 6\theta_3) \right\} = 3; \quad \underline{x}_2^* = \min \left\{ \min_{\theta_2 \in [0,0.5], \theta_2 = \theta_3} \right. \\ & (3 - \theta_2); \left. \min_{\theta_2, \theta_3 \in G_3} (5 + \theta_2 - 6\theta_3) \right\} = 2, \text{ para } x_2, \text{ ou seja, } x_2 \in [\underline{x}_2^*, \bar{x}_2^*] = [2, 3]; \\ \text{e } \bar{x}_3^* &= \max \left\{ \max_{\theta_2 \in [0,0.5], \theta_2 = \theta_3} (6\theta_2); \max_{\theta_2, \theta_3 \in G_3} (-6\theta_2 + 12\theta_3) \right\} = 6; \quad \underline{x}_3^* = \min \left\{ \min_{\theta_2 \in [0,0.5], \theta_2 = \theta_3} \right. \\ & \left. \min_{\theta_2, \theta_3 \in G_3} (-6\theta_2 + 12\theta_3) \right\} = 0, \text{ para } x_3, \text{ ou seja, } x_3 \in [\underline{x}_3^*, \bar{x}_3^*] = [0, 6]. \end{aligned}$$

Note-se, porém, que se o AD escolher arbitrariamente uma solução com valores, para cada variável de decisão, dentro dos intervalos encontrados, a solução escolhida pode tornar a região admissível vazia (veja-se, por exemplo, a solução  $(3, 2, 2)^T$ ).

Neste contexto, Wang e Wang (2001a) sugeriram um algoritmo que permite auxiliar o AD na escolha de uma solução admissível e eficiente.

Considere-se que, como as soluções obtidas dependem de  $\theta$ , os valores das funções objectivo são dados do seguinte modo:

$z_k(\theta) = [\bar{z}_k(\theta), \underline{z}_k(\theta)]$ , onde  $\bar{z}_k(\theta)$  e  $\underline{z}_k(\theta)$  correspondem aos limites superior e inferior de  $z_k(\theta)$ , sendo ambos dados em função de  $\theta$ ,  $k = 1, \dots, p$ , respectivamente.

Os valores extremos de cada função objectivo podem determinar-se de modo a que correspondam a um conjunto de soluções eficientes. Considere-se que os intervalos de maior amplitude para os valores de cada função objectivo são dados, respectivamente, por:

$$O_k = [\min_{\theta} \underline{z}_k(\theta), \max_{\theta} \bar{z}_k(\theta)], \quad k = 1, \dots, p.$$

Deste modo,  $z_k(\theta) \subset O_k$ . Portanto, para um dado valor de  $\theta$  existe um intervalo  $z_k(\theta) \subset O_k$ , para cada  $k = 1, \dots, p$ , tal que para cada  $t_k \in z_k(\theta)$ ,  $k = 1, \dots, p$ , existe pelo menos uma solução possivelmente eficiente do modelo (III.109) que permite alcançar uma determinada meta  $t_k$  para todos os objectivos (Wang e Wang 2001a). Como existe uma solução eficiente dentro de uma dada sub-região do espaço dos parâmetros que é função de  $\theta$ ,  $\mathbf{x}(\theta)$ , também existem os objectivos intervalares correspondentes,  $z_k(\theta)$ ,  $k = 1, \dots, p$ .

Então, para qualquer  $\theta'$  que pertença à região mais abrangente, tem-se que  $z_k(\theta') \subset O_k$ ,  $k = 1, \dots, p$ , de tal modo que, para um dado  $t_k \in z_k(\theta')$ ,  $k = 1, \dots, p$ ,  $\mathbf{x}(\theta')$  é uma solução admissível possivelmente eficiente do modelo (III.109). No entanto, para uma escolha arbitrária de  $t_k \in O_k$ , para cada  $k = 1, \dots, p$ ,  $z_k(\theta') \subset O_k$ , com  $t_k \in z_k(\theta')$ ,  $k = 1, \dots, p$ , pode não existir uma solução admissível que satisfaça a meta escolhida (*vide* exemplo III.16).

Wang e Wang (2001a) propõem o seguinte algoritmo baseado na estrutura de preferências do AD:

*Passo 1.* Solicitar ao AD que ordene os objectivos de acordo com a sua importância subjectiva. Considera-se, sem perda de generalidade, que os objectivos são ordenados por ordem decrescente de importância, sendo que a primeira função objectivo é a mais importante.

*Passo 2.* Solicitar ao AD que escolha uma meta a alcançar para a primeira função objectivo, a partir do intervalo  $O_1$ . Caso não seja possível efectuar essa escolha, considera-se o máximo valor que a primeira função objectivo pode assumir. Deste modo, existirá um  $\theta$ , tal que  $t_1$  pertence ao intervalo dos valores da função objectivo correspondente,  $z_1(\theta)$ , e a sub-região de  $\Pi$ , designada por  $\mathfrak{S}_1$ , pode ser obtida a partir da resolução de duas desigualdades:  $t_1 \geq \underline{z}_k(\theta)$  e  $t_1 \leq \bar{z}_k(\theta)$ .

*Passo 3.* Determina-se o valor mais alto a alcançar para a segunda função objectivo mais importante (do ponto de vista do AD),  $t_2$ , e o respectivo domínio,  $\mathfrak{S}_2$ , quando  $\theta$  varia em  $\mathfrak{S}_1$ . Deste modo, tem-se o valor que se pretende alcançar para a função objectivo mais importante,  $t_1$ , e o valor que se pretende alcançar para a segunda função objectivo mais importante,  $t_2$ , quando  $\theta \neq \theta'$ , para algum  $\theta' \in \mathfrak{S}_2$ . Se  $\theta'$  for único, a solução final é  $\mathbf{x}(\theta')$  e podem obter-se os valores intervalares das funções objectivo correspondentes,  $z_k(\theta')$ ,  $k = 1, \dots, p$ . Se  $\theta'$  não for único, podem considerar-se duas situações: i) caso haja outros objectivos, o objectivo considerado a seguir mais importante, que facultar o maior valor único, corresponde à solução desejada e assim sucessivamente; ii) caso não haja outro objectivo, a solução conducente ao limite inferior máximo para os objectivos intervalares corresponde à solução final.

### Exemplo III. 16

Considere-se o modelo dado no exemplo III.15.

Para cada solução possivelmente eficiente, os valores intervalares das funções objectivo dados em função de  $\theta$  correspondem, respectivamente, a:

$$\text{Função objectivo 1: } \begin{cases} [13 - \theta_2 - 12\theta_3, 21 - 3\theta_2 - 18\theta_3], \text{ se } (\theta_2, \theta_3) \in G_3, \\ [9 - 5\theta_2, 15 - 9\theta_2], \text{ se } \theta_2 \in [0, 0.5], \theta_2 = \theta_3. \end{cases}$$

$$\text{Função objectivo 2: } \begin{cases} [-9 + 9\theta_2, -6 + 12\theta_3], \text{ se } (\theta_2, \theta_3) \in G_3, \\ [-9 + 9\theta_2, -6 + 12\theta_2], \text{ se } \theta_2 \in [0, 0.5], \theta_2 = \theta_3. \end{cases}$$

Deste modo, os valores extremos da primeira função objectivo são, para o limite superior e inferior, respectivamente:

$$\max \left\{ \max_{\theta_2 \in [0,0.5], \theta_2 = \theta_3} (15 - 9\theta_2); \max_{(\theta_2, \theta_3) \in G_3} (21 - 3\theta_2 - 18\theta_3) \right\} = 15,$$

$$\min \left\{ \min_{\theta_2 \in [0,0.5], \theta_2 = \theta_3} (9 - 5\theta_2); \min_{(\theta_2, \theta_3) \in G_3} (13 - \theta_2 - 12\theta_3) \right\} = 0.$$

Os valores extremos da segunda função objectivo são, para o limite superior e inferior, respectivamente:

$$\max \left\{ \max_{\theta_2 \in [0,0.5], \theta_2 = \theta_3} (-6 + 12\theta_2); \max_{(\theta_2, \theta_3) \in G_3} (-6 + 12\theta_3) \right\} = 6,$$

$$\min \left\{ \min_{\theta_2 \in [0,0.5], \theta_2 = \theta_3} (-9 + 9\theta_2); \min_{(\theta_2, \theta_3) \in G_3} (-9 + 9\theta_2) \right\} = -9.$$

Considere-se, por hipótese, que o AD pretende obter uma solução que lhe permita alcançar os valores 15 e 6, para a primeira e segunda funções objectivo, respectivamente. Deste modo, constata-se a partir da resolução dos seguintes sistemas

$$\begin{cases} 13 - \theta_2 - 12\theta_3 \leq 15 \leq 21 - 3\theta_2 - 18\theta_3, \\ -9 + 9\theta_2 \leq 6 \leq -6 + 12\theta_3, \end{cases} \text{ para } (\theta_2, \theta_3) \in G_3, \text{ ou}$$

$$\begin{cases} 9 - 5\theta_2 \leq 15 \leq 15 - 9\theta_2, \\ -9 + 9\theta_2 \leq 6 \leq -6 + 12\theta_2, \end{cases} \text{ para } \theta_2 \in [0,0.5], \theta_2 = \theta_3.$$

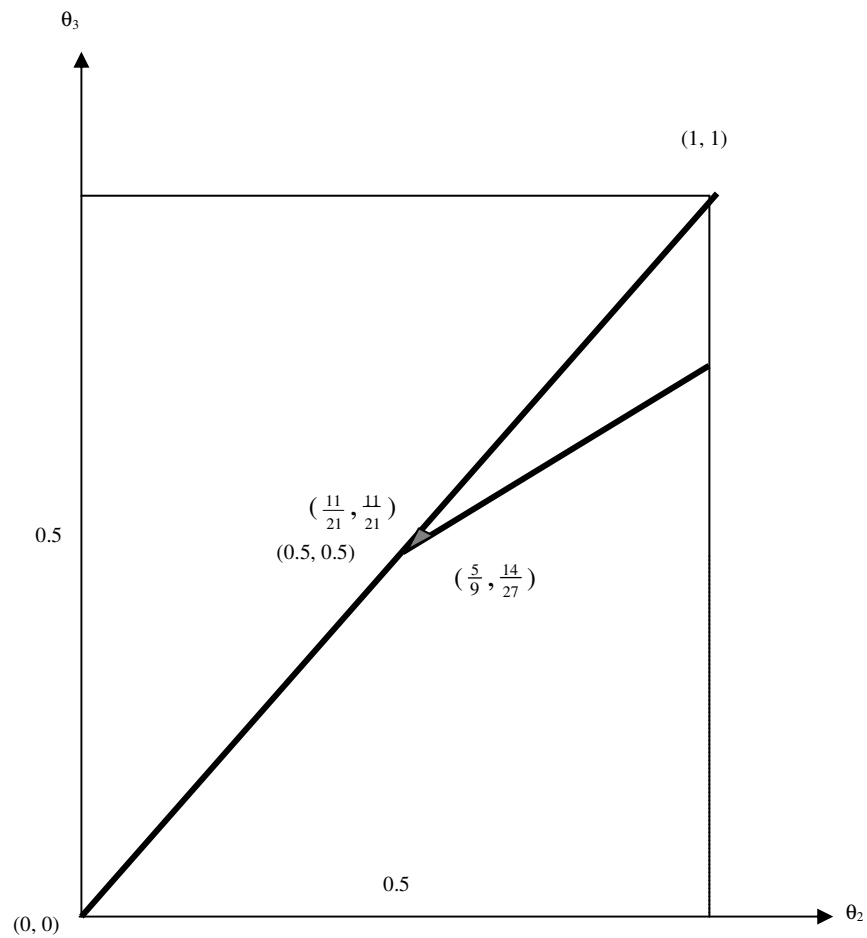
que não é possível encontrar uma solução  $(\theta_2, \theta_3)$  admissível, ou seja, não há uma solução admissível que permita alcançar as metas desejadas.

Solicita-se, então, ao AD que ordene os objectivos de acordo com a sua estrutura de preferências. Suponha-se, por hipótese, que o AD considera o primeiro objectivo mais importante do que o segundo, estabelecendo como meta para o primeiro objectivo o valor 10. O domínio de  $\theta$  respectivo,  $\mathfrak{S}_1$ , pode obter-se a partir dos seguintes sistemas:

$$\begin{cases} 13 - \theta_2 - 12\theta_3 \leq 10 \leq 21 - 3\theta_2 - 18\theta_3, \text{ para } (\theta_2, \theta_3) \in G_3, \text{ ou} \\ 9 - 5\theta_2 \leq 10 \leq 15 - 9\theta_2, \text{ para } \theta_2 \in [0,0.5], \theta_2 = \theta_3. \end{cases}$$

A representação gráfica de  $\mathfrak{S}_1$  é dada na área sombreada da figura III.28. Então, o valor máximo para o segundo objectivo é  $\frac{2}{7}$  e  $\mathfrak{S}_2 = \{(\theta_2, \theta_3): (\theta_2, \theta_3) = (\frac{11}{21}, \frac{11}{21})\}$ .

Assim, obtém-se a seguinte solução  $x^* = (\frac{10}{7}, \frac{50}{21}, \frac{22}{7})$  e os valores intervalares da primeira e segunda funções objectivo são  $[\frac{130}{21}, 10]$  e  $[-\frac{30}{7}, \frac{2}{7}]$ , respectivamente. Esta é a solução que permite obter o valor máximo para a segunda função objectivo, considerando que se pretende atingir para a primeira função objectivo o valor 10.



**Figura III. 28.** Ilustração gráfica do exemplo III.16.

Apesar de a metodologia desenvolvida por estas autoras conduzir à obtenção do cone irreduzível dos critérios, o número de funções objectivo de partida a tratar pode tornar-se inabarcável. Por outro lado, a sua aplicabilidade em modelos de grandes dimensões parece-nos pouco viável.

### ***III.4. Considerações finais***

A programação intervalar é uma ferramenta relevante para efectuar o tratamento da incerteza intrínseca aos modelos de problemas reais, fundamentalmente porque não exige a especificação ou a presunção da distribuição *possibilística* ou probabilística dos coeficientes. Neste capítulo facultou-se uma visão ilustrada e integradora das diferentes abordagens existentes para efectuar o tratamento da incerteza em modelos de PLMO, utilizando a programação intervalar. As abordagens de satisfação e de optimização foram analisadas e ilustradas a partir de pequenos exemplos. No próximo capítulo apresenta-se uma proposta original para efectuar o tratamento da incerteza em modelos de PLMO, tentando tirar partido das abordagens aqui descritas, de modo a facultar apoio à decisão aos AD, mas prestando também atenção à minimização do esforço computacional envolvido nos problemas auxiliares a resolver.

## Capítulo IV

### Um algoritmo interactivo para modelos de PLMO com coeficientes intervalares

Entre as principais abordagens metodológicas para o tratamento da incerteza em modelos de programação matemática, quer com uma única, quer com múltiplas funções objectivo, contam-se a programação estocástica, a programação difusa, a programação robusta, a análise de sensibilidade e a programação intervalar. Porém, nem sempre é possível recolher a informação necessária para a aplicação de qualquer uma destas abordagens num contexto de apoio à decisão, em particular em presença de múltiplas funções, geralmente conflituosas e incomensuráveis. As dificuldades inerentes a algumas destas abordagens (*e.g.* especificação das funções de pertença em programação difusa, informação disponível para distribuições postuladas ou verificadas empiricamente em programação estocástica, variação simultânea de diferentes parâmetros em análise de sensibilidade) fazem surgir como interessantes as técnicas baseadas em programação com coeficientes intervalares sob vários pontos de vista, tendo em conta a sua aplicabilidade em situações práticas. Os requisitos situam-se apenas no reconhecimento de que não é possível estimar com precisão um dado coeficiente, mas é possível fixar uma gama de variação plausível onde ele se encontra, sem necessidade de estabelecer distribuições de qualquer tipo (*possibilísticas* ou *probabilísticas*). Ou seja, os coeficientes são incertos, mas sabe-se que podem variar num intervalo fechado (*unknown but bounded*). Na programação intervalar os coeficientes dos modelos matemáticos são especificados como intervalos.

Neste capítulo apresenta-se uma proposta para o tratamento da incerteza em modelos de PLMO com coeficientes intervalares nas funções objectivo e nas restrições, baseada em Oliveira e Antunes (2008). A metodologia desenvolvida pretende tirar partido de diferentes abordagens metodológicas, prestando também atenção à minimização do esforço computacional envolvido. Nesta abordagem começa por obter-se uma formulação

determinística substituta do modelo de PLMO intervalar, tendo por base a minimização da pior distância das funções objectivo intervalares do modelo, relativamente às soluções ideais intervalares. A solução de compromisso de partida é obtida a partir da formulação determinística do modelo, que é escolhida de acordo com uma postura mais ou menos conservadora do AD, considerando a região admissível mais restrita do modelo. Podem obter-se outras soluções no âmbito das fases interactivas do processo, sendo facultada diversa informação ao AD: os valores das funções objectivo intervalares obtidos em cada solução, bem como os respectivos pontos médios e amplitudes, de modo a serem comparados com os valores obtidos para as soluções ideais intervalares correspondentes; a distância dos valores das funções objectivo intervalares obtidos em cada solução, em relação às respectivas soluções ideais intervalares, e a comparação entre ambos os valores através de um índice de aceitabilidade que permite comparar quaisquer dois números intervalares<sup>IV.1</sup>; as taxas de concretização dos limites superiores e inferiores das funções objectivo do modelo em cada solução em relação aos limites superiores e inferiores das soluções ideais intervalares (o AD está mais próximo dos seus níveis de aspiração, quanto mais próximos da unidade se encontrarem estes valores).

Depois de facultar a informação referida ao AD, é-lhe solicitado que manifeste a sua satisfação relativamente à solução em análise. Caso a solução não satisfaça o AD, o algoritmo prossegue em busca de novas soluções. Neste caso, solicita-se ao AD que escolha a função objectivo que deseja melhorar. Se o modelo obtido com as restrições adicionais possuir uma região admissível vazia, então é-lhe fornecida informação acerca da quantidade de que deverá relaxar os valores impostos às funções objectivo, de modo a restabelecer a admissibilidade. Nesta etapa, o AD pode também escolher a(s) função(ões) objectivo que pretende relaxar de modo a melhorar as restantes funções objectivo, resolvendo o problema com as restrições adicionais. Caso o AD pretenda obter uma medida da sensibilidade da base em análise para variações simultâneas e independentes dos valores de referência considerados para as funções objectivo, então as gamas de variação destes valores de referência devem ser calculadas de acordo com a abordagem de tolerância individual (Wondolowski, 1991). Por outro lado, se o AD desejar obter uma medida da sensibilidade da base em análise quando ocorrem variações em apenas um valor de referência, então as gamas de variação deste valor devem ser calculadas de acordo com as técnicas de análise de sensibilidade. Em qualquer um dos casos, o AD pode escolher novos valores de referência dentro das gamas de variação calculadas, ou fora destas, sabendo que, no último caso, haverá uma alteração da base. A principal vantagem destas técnicas reside no facto de permitir obter uma nova solução sem ter que resolver todo o modelo novamente. Finalmente, podem também analisar-se os impactes de diferentes limiares de satisfação das restrições nas soluções obtidas, permitindo ao AD analisar soluções distintas com cenários de coeficientes diferentes. A exaustividade da pesquisa de soluções depende do AD, que decide terminar o processo quando considerar ter explorado suficientemente o problema. Através do método proposto é ainda possível obter soluções

---

IV.1 Como o objectivo principal do método consiste em identificar as soluções que permitem obter valores para as funções objectivo que estão mais próximos das soluções ideais correspondentes, quando a distância e o índice de aceitabilidade estão próximos de zero, as funções objectivo intervalares estão próximas das respectivas soluções ideais intervalares.



com relações de não dominância em relação às taxas de concretização dos limites superiores e inferiores das funções objectivo, considerando coeficientes intervalares em todo o modelo de PLMO.

Na secção seguinte, descreve-se a metodologia utilizada para obtenção dos modelos determinísticos substitutos. Na secção 2, descrevem-se as fases interactivas do método. Na secção 3, aplica-se a abordagem desenvolvida a um pequeno exemplo ilustrativo e, na secção 4, são referidas algumas conclusões e sugeridas algumas propostas de flexibilização do método proposto.

### ***IV.1. Obtenção dos modelos determinísticos substitutos***

Considere-se, sem perda de generalidade, o seguinte modelo de PLMO com coeficientes intervalares:

$$\begin{aligned} \max Z_k(\mathbf{x}) &= \sum_{j=1}^n [c_{kj}^L, c_{kj}^U] x_j, k = 1, \dots, p, \\ \text{s.a: } \sum_{j=1}^n [a_{ij}^L, a_{ij}^U] x_j &\leq [b_i^L, b_i^U], i = 1, \dots, m, \\ x_j &\geq 0, j = 1, \dots, n, \end{aligned} \tag{IV. 1}$$

onde  $[c_{kj}^L, c_{kj}^U]$ ,  $[a_{ij}^L, a_{ij}^U]$  e  $[b_i^L, b_i^U]$ ,  $k = 1, \dots, p$ ,  $j = 1, \dots, n$  e  $i = 1, \dots, m$ , são intervalos fechados.

Numa fase inicial, obtêm-se dois modelos substitutos, considerando que o AD pretende minimizar a pior distância de cada função objectivo intervalar a uma meta intervalar, através do conceito de desvio possível<sup>IV.2</sup> (*vide* secção 2.2 do Capítulo III).

$$\begin{aligned} \text{O desvio possível } D_k(\mathbf{x}) &= [d_k^L(\mathbf{x}), d_k^U(\mathbf{x})] \text{ de } Z_k(\mathbf{x}) = \left[ \sum_{j=1}^n c_{kj}^L x_j = Z_k^L(\mathbf{x}), \right. \\ &\left. \sum_{j=1}^n c_{kj}^U x_j = Z_k^U(\mathbf{x}) \right] \text{ a uma meta intervalar } T_k = [t_k^L, t_k^U], \text{ é:} \\ D_k(\mathbf{x}) &= |T_k (-) Z_k(\mathbf{x})| = \left[ \left[ t_k^L - \sum_{j=1}^n c_{kj}^U x_j, t_k^U - \sum_{j=1}^n c_{kj}^L x_j \right] \right] = \end{aligned}$$

<sup>IV.2</sup> Escolheu-se o conceito de desvio possível, devido à maior simplicidade da formulação matemática do modelo.

$$= \begin{cases} a) \left[ t_k^L - \sum_{j=1}^n c_{kj}^U x_j, t_k^U - \sum_{j=1}^n c_{kj}^L x_j \right], \text{ se } t_k^L - \sum_{j=1}^n c_{kj}^U x_j \geq 0, \\ b) \left[ 0, \left( \sum_{j=1}^n c_{kj}^U x_j - t_k^L \right) \vee \left( t_k^U - \sum_{j=1}^n c_{kj}^L x_j \right) \right], \text{ se } t_k^L - \sum_{j=1}^n c_{kj}^U x_j < 0 < t_k^U - \sum_{j=1}^n c_{kj}^L x_j, \\ c) \left[ \sum_{j=1}^n c_{kj}^L x_j - t_k^U, \sum_{j=1}^n c_{kj}^U x_j - t_k^L \right], \text{ se } t_k^U - \sum_{j=1}^n c_{kj}^L x_j \leq 0. \end{cases} \quad (\text{IV. 2})$$

A abordagem considerada para a transformação das restrições intervalares do modelo (IV.1) em restrições determinísticas é a abordagem de Urli e Nadeau (1992), que se baseia no grau de satisfação do AD em relação a uma restrição não determinística (*vide* secção 3.2.3 do Capítulo III). Deste modo, o nível de satisfação  $\mu$  de uma restrição intervalar do modelo (IV.1) é dado por:

$$\mu \left( \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i \right) = \begin{cases} 0, \text{ se } \sum_{j=1}^n a_{ij}^L x_j \geq b_i^U, \\ 1, \text{ se } \sum_{j=1}^n a_{ij}^U x_j \leq b_i^L, \\ \frac{b_i^U - \sum_{j=1}^n a_{ij}^L x_j}{(b_i^U - b_i^L) + \sum_{j=1}^n (a_{ij}^U - a_{ij}^L) x_j}, \text{ caso contrário,} \end{cases} \quad (\text{IV. 3})$$

onde  $a_{ij} \in [a_{ij}^L, a_{ij}^U]$  e  $b_i \in [b_i^L, b_i^U]$ .

As soluções do modelo (IV.1) devem satisfazer individualmente cada restrição não determinística de acordo com um determinado limiar de satisfação, designado por limiar individual de satisfação das restrições, definido por  $\alpha_i$  ( $i = 1, \dots, m$ ). Portanto, cada restrição intervalar possui a seguinte forma determinística, para um determinado  $\alpha_i \in [0, 1]$  ( $i = 1, \dots, m$ ):

$$\mu \left( \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i \right) \geq \alpha_i, \quad (\text{IV. 4})$$

A partir da relação expressa em (IV.4), obtém-se:

$$\sum_{j=1}^n (a_{ij}^L + \alpha_i (a_{ij}^U - a_{ij}^L)) x_j \leq b_i^U - \alpha_i (b_i^U - b_i^L). \quad (\text{IV. 5})$$

Os pontos de referência representam, em geral, os níveis de aspiração do AD para as funções objectivo. A solução ideal é frequentemente utilizada como ponto de referência nos modelos de PLMO, dado que representa o melhor valor da cada função objectivo na

região admissível. Neste contexto, os óptimos individuais obtidos com os cenários de coeficientes conducentes ao melhor valor óptimo e ao pior valor óptimo, respectivamente, são considerados como os limites da solução ideal intervalar (*vide* secção 3.1 do Capítulo III).

Para cada função objectivo  $Z_k(\mathbf{x})$ ,  $k = 1, \dots, p$ , resolvem-se os seguintes modelos de PL que permitem obter o melhor valor óptimo e o pior valor óptimo, respectivamente (Ramadan, 1997; Chinneck e Ramadan, 2000):

$$\begin{aligned} & \max Z_k^U(\mathbf{x}), \\ & \text{s.a: } \sum_{j=1}^n a_{ij}^L x_j \leq b_i^U, i = 1, \dots, m, \\ & x_j \geq 0, j = 1, \dots, n, \end{aligned} \tag{IV. 6}$$

e

$$\begin{aligned} & \max Z_k^L(\mathbf{x}), \\ & \text{s.a: } \sum_{j=1}^n a_{ij}^U x_j \leq b_i^L, i = 1, \dots, m, \\ & x_j \geq 0, j = 1, \dots, n. \end{aligned} \tag{IV. 7}$$

O modelo com a versão mais favorável da função objectivo e com a região admissível mais abrangente (IV.6) é identificado com  $\beta = 0$ , o modelo com a versão menos favorável da função objectivo e com a região admissível menos abrangente (IV.7) é identificado com  $\beta = 1$  e a solução óptima de cada modelo é identificada com  $\mathbf{x}_k^\beta$ ,  $k = 1, \dots, p$ .

Deste modo, as metas deverão ser escolhidas da seguinte forma:

$$t_k^U = Z_k^U(\mathbf{x}_k^0) = Z_k^{U*}, k = 1, \dots, p, \tag{IV. 8}$$

$$t_k^L = Z_k^L(\mathbf{x}_k^1) = Z_k^{L*}, k = 1, \dots, p. \tag{IV. 9}$$

O desvio possível de cada função objectivo intervalar relativamente à solução ideal intervalar é dado por:

$$\begin{aligned} D_k(\mathbf{x}) &= |[Z_k^{L*} - Z_k^U(\mathbf{x}), Z_k^{U*} - Z_k^L(\mathbf{x})]| = \\ &= \begin{cases} a) [Z_k^{L*} - Z_k^U(\mathbf{x}), Z_k^{U*} - Z_k^L(\mathbf{x})], \text{ se } Z_k^{L*} - Z_k^U(\mathbf{x}) \geq 0, \\ b) [0, (Z_k^U(\mathbf{x}) - Z_k^{L*}) \vee (Z_k^{U*} - Z_k^L(\mathbf{x}))], \text{ se } Z_k^{L*} - Z_k^U(\mathbf{x}) < 0 < Z_k^{U*} - Z_k^L(\mathbf{x}). \end{cases} \end{aligned} \tag{IV. 10}$$

Neste caso, a alínea c) da expressão (IV.2) nunca se verifica porque a condição  $Z_k^{U^*} - Z_k^L(\mathbf{x}) \geq 0$  é sempre verdadeira, uma vez que  $Z_k^{U^*}$  é o melhor valor óptimo possível que a função objectivo k pode alcançar.

Seja  $\epsilon_k = Z_k^{L^*} - Z_k^U(\mathbf{x})$ , de tal modo que  $\epsilon_k = \epsilon_k^+ - \epsilon_k^-$ ,  $\epsilon_k^+, \epsilon_k^- \geq 0$  e  $\epsilon_k^+ \epsilon_k^- = 0$ , então:

$$D_k(\mathbf{x}) = \begin{cases} a) [\epsilon_k^+ - \epsilon_k^-, Z_k^{U^*} - Z_k^L(\mathbf{x})], & \text{se } \epsilon_k^+ - \epsilon_k^- \geq 0, \\ b) [0, (\epsilon_k^- - \epsilon_k^+) \vee (Z_k^{U^*} - Z_k^L(\mathbf{x}))], & \text{se } \epsilon_k^+ - \epsilon_k^- < 0 < Z_k^{U^*} - Z_k^L(\mathbf{x}). \end{cases} \quad (\text{IV. 11})$$

Assim, é possível a ocorrência das seguintes situações:

i) Se  $\epsilon_k^+ = 0$ , então  $\epsilon_k^- \geq 0$  e  $D_k(\mathbf{x}) = [0, \epsilon_k^- \vee (Z_k^{U^*} - Z_k^L(\mathbf{x}))]$ ;

ii) Se  $\epsilon_k^- = 0$ , então  $\epsilon_k^+ \geq 0$  e  $D_k(\mathbf{x}) = [\epsilon_k^+, Z_k^{U^*} - Z_k^L(\mathbf{x})]$ .

Portanto,  $D_k(\mathbf{x}) = [\epsilon_k^+, \epsilon_k^- \vee (Z_k^{U^*} - Z_k^L(\mathbf{x}))]$ ,  $k = 1, \dots, p$ .

Caso o AD pretenda minimizar o pior desvio possível de cada função objectivo intervalar relativamente à meta intervalar respectiva, o modelo (IV.1) possui o seguinte substituto, para um nível particular de  $\alpha_i$  ( $i = 1, \dots, m$ ):

$$\min \max_{k=1, \dots, p} \lambda_k D_k(\mathbf{x}),$$

$$\text{s.a: } \sum_{j=1}^n (a_{ij}^L + \alpha_i (a_{ij}^U - a_{ij}^L)) x_j \leq b_i^U - \alpha_i (b_i^U - b_i^L), \quad i = 1, \dots, m,$$

$$\epsilon_k^+ - \epsilon_k^- = Z_k^{L^*} - Z_k^U(\mathbf{x}), \quad k = 1, \dots, p,$$

$$\epsilon_k^+ \epsilon_k^- = 0, \quad \epsilon_k^+, \epsilon_k^- \geq 0, \quad k = 1, \dots, p,$$

$$x_j \geq 0, \quad j = 1, \dots, n, \quad (\text{IV. 12})$$

onde  $\lambda_k$  ( $k = 1, \dots, p$ ) é um factor de escala, que permite uniformizar as diferentes ordens de magnitude das funções objectivo.

Seja  $\omega_k \in \{0, 1\}$ ,  $k = 1, \dots, p$ ,  $s_k^+ = \omega_k \epsilon_k^+$ ,  $s_k^- = (1 - \omega_k) \epsilon_k^-$ ; então o modelo (IV.12) é equivalente a:

$$\min \max_{k=1, \dots, p} \lambda_k (D_k(\mathbf{x}) = \lambda_k [s_k^+, s_k^- \vee Z_k^{U^*} - Z_k^L(\mathbf{x})]),$$

$$\begin{aligned}
 \text{s.a: } & \sum_{j=1}^n (a_{ij}^L + \alpha_i (a_{ij}^U - a_{ij}^L)) x_j \leq b_i^U - \alpha_i (b_i^U - b_i^L), i = 1, \dots, m, \\
 & s_k^+ - s_k^- = Z_k^{L^*} - Z_k^U(\mathbf{x}), k = 1, \dots, p, \\
 & s_k^+ - M\omega_k \leq 0, k = 1, \dots, p, \\
 & s_k^- + M\omega_k \leq M, k = 1, \dots, p, \\
 & s_k^+, s_k^- \geq 0, k = 1, \dots, p, \\
 & \omega_k \in \{0, 1\}, k = 1, \dots, p, \\
 & x_j \geq 0, j = 1, \dots, n,
 \end{aligned} \tag{IV. 13}$$

onde  $M$  é um número arbitrariamente grande.

Caso o AD pretenda minimizar o limite inferior do pior desvio possível, o modelo (IV.1) é substituído pelo seguinte modelo de programação linear inteira mista (PLIM):

$$\begin{aligned}
 \min d^L(\mathbf{x}) &= d^L + \gamma \sum_{k=1}^p (s_k^+), \\
 \text{s.a: } & \lambda_k s_k^+ \leq d^L, k = 1, \dots, p, \\
 & \sum_{j=1}^n (a_{ij}^L + \alpha_i (a_{ij}^U - a_{ij}^L)) x_j \leq b_i^U - \alpha_i (b_i^U - b_i^L), i = 1, \dots, m, \\
 & s_k^+ - s_k^- = Z_k^{L^*} - Z_k^U(\mathbf{x}), k = 1, \dots, p, \\
 & s_k^+ - M\omega_k \leq 0, k = 1, \dots, p, \\
 & s_k^- + M\omega_k \leq M, k = 1, \dots, p, \\
 & s_k^+, s_k^- \geq 0, k = 1, \dots, p, \\
 & d^L \geq 0, \\
 & \omega_k \in \{0, 1\}, k = 1, \dots, p, \\
 & x_j \geq 0, j = 1, \dots, n,
 \end{aligned} \tag{IV. 14}$$

onde  $\gamma$  é um número muito pequeno e  $M$  é um número arbitrariamente grande.

No entanto, pode suceder que  $Z_k^{L^*} - Z_k^U(\mathbf{x}) \leq 0$ . Nestas circunstâncias, a variável  $d^L$  do modelo (IV.14) passa a ser livre.

Caso o AD pretenda minimizar o limite superior do pior desvio possível, o modelo (IV.1) é substituído pelo seguinte modelo de PLIM:

$$\begin{aligned}
 \min \quad & d^U(\mathbf{x}) = d^U + \gamma \sum_{k=1}^p \left[ s_k^- + Z_k^{U^*} - Z_k^L(\mathbf{x}) \right], \\
 \text{s.a:} \quad & \lambda_k s_k^- \leq d^U, \quad k = 1, \dots, p, \\
 & \lambda_k (Z_k^{U^*} - Z_k^L(\mathbf{x})) \leq d^U, \quad k = 1, \dots, p, \\
 & \sum_{j=1}^n (a_{ij}^L + \alpha_i (a_{ij}^U - a_{ij}^L)) x_j \leq b_i^U - \alpha_i (b_i^U - b_i^L), \quad i = 1, \dots, m, \\
 & s_k^+ - s_k^- = Z_k^{L^*} - Z_k^U(\mathbf{x}), \quad k = 1, \dots, p, \\
 & s_k^+ - M\omega_k \leq 0, \quad k = 1, \dots, p, \\
 & s_k^- + M\omega_k \leq M, \quad k = 1, \dots, p, \\
 & s_k^+, s_k^- \geq 0, \quad k = 1, \dots, p, \\
 & d^U \geq 0, \\
 & \omega_k \in \{0, 1\}, \quad k = 1, \dots, p, \\
 & x_j \geq 0, \quad j = 1, \dots, n,
 \end{aligned} \tag{IV. 15}$$

onde  $\gamma$  é um número muito pequeno e  $M$  é um número arbitrariamente grande.

## IV.2. Fases interactivas

De modo a obter a primeira solução de compromisso, começa por considerar-se a região admissível menos abrangente ( $\alpha_i = 1$ , para todo  $i = 1, \dots, m$ ) dos modelos (IV.14) e/ou (IV.15), dependendo do optimismo ou pessimismo do AD, respectivamente. Sejam as primeiras soluções de compromisso dadas por  $\mathbf{x}^{1U'}$  e  $\mathbf{x}^{1U''}$ , que são obtidas a partir dos dois modelos substitutos (IV.14) e (IV.15), respectivamente. Se as primeiras soluções de compromisso satisfizerem o AD, então o algoritmo termina e uma das soluções,  $\mathbf{x}^{1U'}$  ou  $\mathbf{x}^{1U''}$ , é escolhida; caso contrário, o algoritmo prossegue. As restantes soluções de compromisso são designadas por  $\mathbf{x}^m = \mathbf{x}^{mU'}$  e/ou  $\mathbf{x}^{mU''}$  ( $m = 2, 3, 4, \dots$ ). As fases interactivas são descritas em seguida.

Para cada solução de compromisso obtida, o AD é confrontado com a seguinte informação:

1)  $Z_k(\mathbf{x}^m)$ ,  $m[Z_k(\mathbf{x}^m)]$  (ponto médio do intervalo) e  $w[Z_k(\mathbf{x}^m)]$  (amplitude do intervalo), que podem ser comparados com os valores obtidos para as soluções ideais correspondentes;

2) A distância de  $Z_k^*$  a  $Z_k(\mathbf{x}^m)$ ,  $d(Z_k^*, Z_k(\mathbf{x}^m)) = \text{Max} (|Z_k^{L*} - Z_k^L(\mathbf{x}^m)|, |Z_k^{U*} - Z_k^U(\mathbf{x}^m)|)$ ,  $k = 1, \dots, p$ , e a aceitabilidade de  $Z_k(\mathbf{x}^m)$  ser inferior a  $Z_k^* = [Z_k^{L*}, Z_k^{U*}]$ ,  $A(Z_k(\mathbf{x}^m) \prec Z_k^*)$  (vide secção 2.4 do Capítulo III). Quando  $A(Z_k(\mathbf{x}^m) \prec Z_k^*)$  e  $d(Z_k^*, Z_k(\mathbf{x}^m))$  se aproximam de zero,  $Z_k(\mathbf{x}^m)$  está mais próximo de  $Z_k^*$ .

3) A taxa de concretização de  $Z_k(\mathbf{x}^m)$  relativamente a  $Z_k^*$ . A taxa de concretização é  $tc_k^L = 1 - \frac{(Z_k^{L*} - Z_k^L(\mathbf{x}))}{(Z_k^{L*} - m_k^L)}$ , relativamente a  $Z_k^L(\mathbf{x}^m)$ , e  $tc_k^U = 1 - \frac{(Z_k^{U*} - Z_k^U(\mathbf{x}))}{(Z_k^{U*} - m_k^U)}$ , relativamente a  $Z_k^U(\mathbf{x})$ , onde  $m_k^L$  e  $m_k^U$  são os piores valores obtidos na tabela de *pay-off* expandida. A tabela de *pay-off* expandida organiza os valores das funções objectivo, para cada solução não dominada, resultantes da optimização separada de cada função objectivo com os cenários de coeficientes conducentes ao melhor valor óptimo e ao pior valor óptimo (modelos (IV.6) e (IV.7)). Quanto mais próximos de 1 estiverem os valores de  $tc_k^L$  e  $tc_k^U$ , mais próximo está o AD de concretizar o seu nível de aspiração  $Z_k^*$ . Em geral,  $0 < tc_k^U < 1$ ; contudo,  $tc_k^L$  pode ser superior a 1, nomeadamente quando  $\alpha_i$  é relaxado. Nesta situação, um valor superior a 1 corresponde a um desvio da meta considerada e não uma melhoria da taxa de concretização.

4) O impacte de diferentes valores de  $\alpha_i$  na solução de compromisso, se o AD desejar analisar outras soluções com cenários de coeficientes distintos.

Após revelar esta informação ao AD, é-lhe solicitado que manifeste a sua satisfação relativamente à solução de compromisso em análise. Caso a solução satisfaça o AD, o algoritmo termina. Caso contrário, o algoritmo prossegue em busca de novas soluções.

Desta forma, o AD escolhe a função objectivo que pretende melhorar e, se possível, fixa o nível máximo de melhoria,  $\Delta_k^{L^*}$  ou  $\Delta_k^{U^*}$ . Se o AD não for capaz de determinar  $\Delta_k^{L^*}$  ou  $\Delta_k^{U^*}$ , o nível de melhoria pode ser fixado automaticamente do seguinte modo:

$$\Delta_k^{L^*} = Z_k^{L^*} - Z_k^L(\mathbf{x}^m) \text{ e } \Delta_k^{U^*} = Z_k^{U^*} - Z_k^U(\mathbf{x}^m), \text{ onde } \mathbf{x}^m = \mathbf{x}^{mU'} \text{ ou } \mathbf{x}^{mU''}.$$

Se a melhoria imposta pelo AD conduzir a uma região admissível vazia, é-lhe facultada informação acerca da quantidade de que deve relaxar os diferentes valores de referência das funções objectivo, de modo a restaurar a admissibilidade da região admissível, considerando os valores das variáveis binárias iguais aos valores obtidos na solução sem a introdução dessa melhoria. Neste contexto, o conceito de *programação elástica* introduzido por Brown e Graves (1975) é utilizado para alargar a região admissível. Este método consiste na introdução de variáveis adicionais (as *variáveis elásticas*,  $e_k$ ) que permitem efectuar a relaxação das restrições, alargando, deste modo, a região admissível. Posteriormente, resolve-se um modelo de programação linear baseado no *modelo de menor custo variável* (*the smallest variable cost model*) (vide Brown e Graves (1975), Chinneck e Dravnieks (1991) e Murti e Kabadi (2000)). De acordo com este método, resolve-se um modelo considerando a minimização da soma do custo total variável de todas as alterações, ou seja, a soma das variáveis elásticas. Se o modelo resolvido conduzir a uma solução onde as variáveis elásticas são positivas, então é obtida uma alteração óptima dos lados direitos, de acordo com o modelo aqui considerado.

Caso o AD pretenda obter outras soluções de compromisso que permitam obter a mesma base em análise, as gamas de variação dos valores de referência das funções objectivo são calculadas de acordo com a abordagem de tolerância individual (*individual tolerance range approach*) (Wondolowski, 1991) e a análise de sensibilidade (Gal, 1979). Se o AD pretender obter uma medida de sensibilidade da base em análise para variações simultâneas e independentes dos valores de referência das funções objectivo, então deve escolher valores dentro das gamas calculadas de acordo com a abordagem de tolerância individual. Caso o AD pretenda obter uma medida de sensibilidade da base em análise para a variação de um valor de referência de cada vez, então deve escolher valores dentro das gamas calculadas de acordo com a abordagem de sensibilidade tradicional (vide Gal (1979)).

A abordagem de Wondolowski (1991) considera dois vectores com limites superiores ( $\hat{\mathbf{b}}^+$ ) e inferiores ( $\hat{\mathbf{b}}^-$ ) para variações simultâneas e independentes dos lados direitos das restrições. Considere-se, sem perda de generalidade, que as restrições que conduzem a uma região admissível vazia são do tipo “ $\geq$ ”.

Seja  $\hat{b}_k^L = Z_k^L(\mathbf{x}^m) + \Delta_k^{L^*} - e_k$  e  $\hat{b}_k^U = Z_k^U(\mathbf{x}^m) + \Delta_k^{U^*} - e_k$ ,  $k = 1, \dots, p$ ,  $\mathbf{x}^m = \mathbf{x}^{mU'}$  ou  $\mathbf{x}^{mU''}$ , onde  $e_k$  é uma variável elástica. Considere-se  $\hat{b}_k = \hat{b}_k^L$  ou  $\hat{b}_k^U$ . O vector  $\hat{\mathbf{b}}^-$  define-se para cada  $k$  ( $k = 1, \dots, p$ ) do seguinte modo:



$$\hat{\mathbf{b}}_k^- = \begin{cases} \hat{\mathbf{b}}_k - \min_i \{ (|\hat{\mathbf{b}}_k| \rho_i) : \mathbf{B}_{ik}^{-1} > 0 \}, \\ -\infty, \text{ se } \mathbf{B}_{ik}^{-1} \leq 0, \text{ para todo } i, \\ 0, \text{ se } \hat{\mathbf{b}}_k = 0 \text{ e } \mathbf{B}_{ik}^{-1} > 0, \text{ para algum } i, \end{cases} \quad (\text{IV. 16})$$

onde  $\rho_i = \frac{\mathbf{B}_i^{-1} \hat{\mathbf{b}}}{\sum_{j=1}^{m+2p} |\mathbf{B}_{ij}^{-1} \hat{\mathbf{b}}_j|}$  (vide Wendell (1984)),  $\mathbf{B}_i^{-1}$  é a linha  $i$  da matriz inversa da base,

$m+2p$  é o número de variáveis básicas,  $\mathbf{B}_{ij}^{-1}$  ( $\mathbf{B}_{ik}^{-1}$ ) é o elemento da linha  $i$  e da coluna  $j$  ( $k$ ) da matriz inversa da base e  $\hat{\mathbf{b}}$  é o vector dos lados direitos das restrições com os pontos de referência de partida.

O vector  $\hat{\mathbf{b}}^+$  define-se para cada ( $k = 1, \dots, p$ ) do seguinte modo:

$$\hat{\mathbf{b}}_k^+ = \begin{cases} \hat{\mathbf{b}}_k + \min_i \{ (|\hat{\mathbf{b}}_k| \rho_i) : \mathbf{B}_{ik}^{-1} < 0 \}, \\ +\infty, \text{ se } \mathbf{B}_{ik}^{-1} \geq 0, \text{ para todo } i, \\ 0, \text{ se } \hat{\mathbf{b}}_k = 0 \text{ e } \mathbf{B}_{ik}^{-1} < 0, \text{ para algum } i. \end{cases} \quad (\text{IV. 17})$$

Os resultados obtidos são exibidos ao AD. Caso o AD pretenda obter outras soluções com a mesma base em análise, alterando mais do que um ponto de referência, considera valores pertencentes às gamas de variação calculadas de acordo com o método de Wondolowski (1991). Por outro lado, se o AD pretender obter uma solução onde apenas é alterado um ponto de referência, considera valores pertencentes às gamas de variação encontradas a partir da análise de sensibilidade tradicional, ou seja,

$$\hat{\mathbf{b}}_k^- = \begin{cases} \hat{\mathbf{b}}_k + \max_i \left\{ \frac{-\mathbf{B}_i^{-1} \hat{\mathbf{b}}}{\mathbf{B}_{ik}^{-1}} : \mathbf{B}_{ik}^{-1} > 0 \right\}, \\ -\infty, \text{ se } \mathbf{B}_{ik}^{-1} \leq 0, \text{ para todo } i, \end{cases} \quad (\text{IV. 18})$$

$$\hat{\mathbf{b}}_k^+ = \begin{cases} \hat{\mathbf{b}}_k + \min_i \left\{ \frac{-\mathbf{B}_i^{-1} \hat{\mathbf{b}}}{\mathbf{B}_{ik}^{-1}} : \mathbf{B}_{ik}^{-1} < 0 \right\}, \\ +\infty, \text{ se } \mathbf{B}_{ik}^{-1} \geq 0, \text{ para todo } i. \end{cases} \quad (\text{IV. 19})$$

Desta forma, a nova solução eficiente pode ser alcançada do seguinte modo:  $\mathbf{x}_B = \mathbf{B}^{-1}[\mathbf{b}]$ , onde  $\mathbf{B}^{-1}$  corresponde à matriz inversa da base ótima e  $\mathbf{b}$  corresponde ao vector de termos independentes alterado (ou seja, ao vector dos termos independentes com os valores de referência das funções objectivo alterados).

Esta nova solução de compromisso é tratada como as anteriores e o algoritmo termina quando o AD considera que a solução obtida é uma solução de compromisso satisfatória.

A representação deste algoritmo pode ser vista de modo resumido no diagrama de blocos da Figura IV.1.

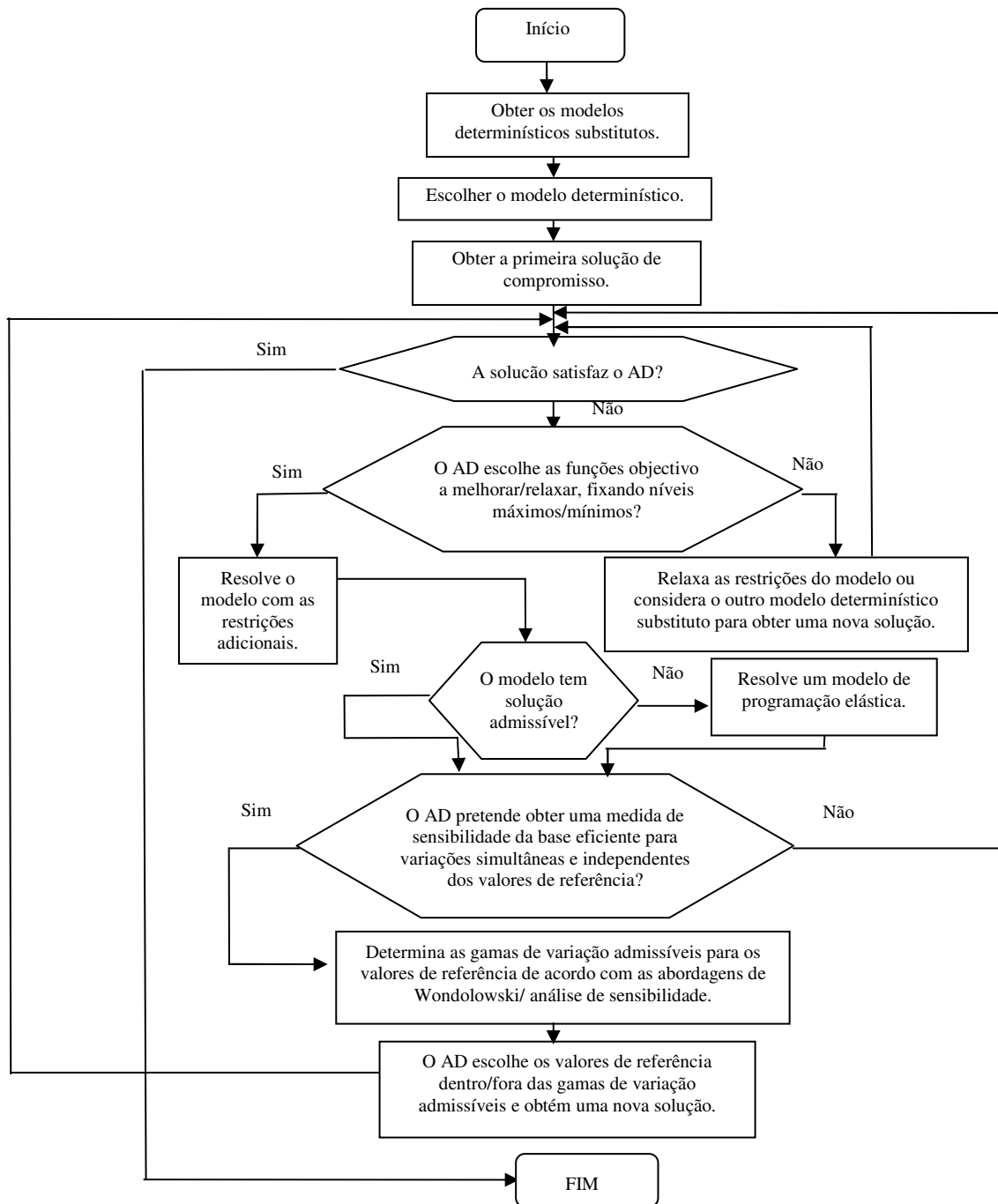


Figura IV. 1. Representação diagramática do algoritmo proposto.

### ***IV.3. Exemplo ilustrativo***

Considere-se o seguinte modelo de PLMO com coeficientes intervalares (Urli e Nadeau, 1992):

$$\max Z_1(\mathbf{x}) = [0.8, 1.2] x_1 + [-0.5, 0.2] x_2,$$

$$\max Z_2(\mathbf{x}) = [-0.3, 0.2] x_1 + [0.7, 1.2] x_2,$$

$$\max Z_3(\mathbf{x}) = [0.8, 1.1] x_1 + [0.9, 1.2] x_2,$$

$$\text{s.a: } [1.5, 2.8] x_1 + [0.5, 1.2] x_2 \leq [7, 9],$$

$$[0.5, 1.5] x_1 + [2, 4] x_2 \leq [13.5, 16],$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

Para obter os modelos determinísticos substitutos é necessário determinar as metas intervalares  $T_k$  ( $k = 1, \dots, 3$ ), através da resolução dos seguintes modelos de PL:

$$\max Z_k^U(\mathbf{x}),$$

$$\text{s.a: } 1.5 x_1 + 0.5 x_2 \leq 9,$$

$$0.5 x_1 + 2 x_2 \leq 16,$$

para cada  $k$ ,  $k=1, 2, 3$ ,

onde  $Z_1^U(\mathbf{x}) = 1.2 x_1 + 0.2 x_2$ ,  $Z_2^U(\mathbf{x}) = 0.2 x_1 + 1.2 x_2$  e  $Z_3^U(\mathbf{x}) = 1.1 x_1 + 1.2 x_2$ .

$$\max Z_k^L(\mathbf{x}),$$

$$\text{s.a: } 2.8 x_1 + 1.2 x_2 \leq 7,$$

$$1.5 x_1 + 4 x_2 \leq 13.5,$$

para cada  $k$ ,  $k = 1, 2, 3$ ,

onde  $Z_1^L(\mathbf{x}) = 0.8 x_1 - 0.5 x_2$ ,  $Z_2^L(\mathbf{x}) = -0.3 x_1 + 0.7 x_2$  e  $Z_3^L(\mathbf{x}) = 0.8 x_1 + 0.9 x_2$ .

O primeiro modelo permite obter o melhor valor óptimo com a região admissível mais abrangente ( $\beta = 0$ ); o segundo modelo permite obter o pior valor óptimo com a região admissível menos abrangente ( $\beta = 1$ ). As soluções óptimas obtidas são  $\mathbf{x}_k^\beta$ ,  $k = 1, 2, 3$  e  $\beta = 0, 1$ :  $\mathbf{x}_1^0 = (6.0000, 0.0000)^T$ ,  $\mathbf{x}_2^0 = (0.0000, 8.0000)^T$ ,  $\mathbf{x}_3^0 = (3.6364, 7.0909)^T$ ,  $\mathbf{x}_1^1 = (2.5000, 0.0000)^T$ ,  $\mathbf{x}_2^1 = (0.0000, 3.3750)^T$ ,  $\mathbf{x}_3^1 = (1.2553, 2.9043)^T$ . Esta informação é então organizada na Tabela IV.1, que contém os valores de  $Z_k^U(\mathbf{x}_k^\beta)$  e  $Z_k^L(\mathbf{x}_k^\beta)$ , para  $\beta = 0,1$  e  $k = 1, 2, 3$ . A partir da Tabela IV.2 obtêm-se as metas  $t_k^U$  e  $t_k^L$ .

**Tabela IV. 1.** Valores de  $Z_k^U(\mathbf{x}_k^\beta)$  e  $Z_k^L(\mathbf{x}_k^\beta)$ .

	$\mathbf{x}_1^0$	$\mathbf{x}_1^1$	$\mathbf{x}_2^0$	$\mathbf{x}_2^1$	$\mathbf{x}_3^0$	$\mathbf{x}_3^1$
$Z_1^U(\mathbf{x}_k^\beta)$	<b>7.2000</b>	3.0000	1.6000	0.6750	5.7818	2.0872
$Z_1^L(\mathbf{x}_k^\beta)$	4.8000	<b>2.0000</b>	-4.0000	-1.6875	-0.6364	-0.4479
$Z_2^U(\mathbf{x}_k^\beta)$	1.2000	0.5000	<b>9.6000</b>	4.0500	9.2364	3.7362
$Z_2^L(\mathbf{x}_k^\beta)$	-1.8000	-0.7500	5.6000	<b>2.3625</b>	3.8727	1.6564
$Z_3^U(\mathbf{x}_k^\beta)$	6.6000	2.7500	9.6000	4.0500	<b>12.5091</b>	4.8660
$Z_3^L(\mathbf{x}_k^\beta)$	4.8000	2.0000	7.2000	3.0375	9.2909	<b>3.6181</b>

**Tabela IV. 2.** Valores das metas individuais.

$Z_k^*$	$t_k^L$	$t_k^U$	$m[Z_k^*]$	$w[Z_k^*]$
$Z_1^*$	2.0000	7.2000	4.6000	5.2000
$Z_2^*$	2.3625	9.6000	5.9813	7.2375
$Z_3^*$	3.6181	12.5091	8.0636	8.8910

Considere-se, por hipótese, que o AD assume uma postura pessimista, conduzindo à escolha do modelo substituto (IV.15).

De modo a ser possível obter a primeira solução de compromisso, começa por considerar-se a região admissível menos abrangente, ou seja,  $\alpha_1 = \alpha_2 = 1$ . Deste modo, obtém-se a seguinte solução:  $\mathbf{x}^{1U''} = (1.2553, 2.9043)^T$ . A informação relativa à primeira solução de compromisso é dada na Tabela IV.3.

**Tabela IV. 3.** Informação relativa à solução  $\mathbf{x}^{1U''}$ .

	$Z_k^L(\mathbf{x}^{1U''})$	$Z_k^U(\mathbf{x}^{1U''})$	$m[Z_k(\mathbf{x}^{1U''})]$	$w[Z_k(\mathbf{x}^{1U''})]$	$A \prec (Z_k(\mathbf{x}^{1U''}), Z_k^*)$	$d(Z_k^*, Z_k(\mathbf{x}^{1U''}))$	$tc_k^L$	$tc_k^U$
$Z_1$	-0.4479	2.0872	0.8197	2.5351	0.9774	5.1128	0.5920	0.2164
$Z_2$	1.6564	3.7362	2.6963	2.0798	0.7051	5.8638	0.8304	0.3556
$Z_3$	3.6181	4.8660	4.2420	1.2479	0.7538	7.6431	1.0000	0.2168

Considere-se que o AD pretende analisar o efeito da variação dos limiares de satisfação das restrições, relaxando o limiar de satisfação da primeira restrição para  $\alpha_1 = 0.5$ . Desta forma, a solução obtida corresponde a:  $\mathbf{x}^{2U''} = (2.1796, 2.5576)^T$ . A informação relativa à solução  $\mathbf{x}^{2U''}$  é dada na Tabela IV.4.

**Tabela IV. 4.** Informação relativa à solução  $\mathbf{x}^{2U''}$ .

	$Z_k^L(\mathbf{x}^{2U''})$	$Z_k^U(\mathbf{x}^{2U''})$	$m[Z_k(\mathbf{x}^{2U''})]$	$w[Z_k(\mathbf{x}^{2U''})]$	$A \prec (Z_k(\mathbf{x}^{2U''}), Z_k^*)$	$d(Z_k^*, Z_k(\mathbf{x}^{2U''}))$	$tc_k^L$	$tc_k^U$
$Z_1$	0.4649	3.1271	1.7960	2.6622	0.7133	4.0729	0.7441	0.3758
$Z_2$	1.1365	3.5051	2.3208	2.3686	0.7621	6.0949	0.7055	0.3302
$Z_3$	4.0456	5.4667	4.7562	1.4212	0.6415	7.0424	1.2642	0.2784

No que se refere à solução anterior verifica-se uma melhoria significativa da taxa de concretização da primeira função objectivo, relativamente aos limites superior e inferior, e uma melhoria da taxa de concretização em relação ao limite superior da terceira função objectivo, acompanhadas por uma redução da distância entre os valores intervalares das funções objectivo e as respectivas soluções ideais intervalares (*vide* valores dos índices de aceitabilidade e das distâncias entre os intervalos). Por outro lado, verifica-se uma

deterioração das taxas de concretização da segunda função objectivo em relação aos limites superior e inferior e uma deterioração da taxa de concretização associada ao limite inferior da terceira função objectivo <sup>IV.3</sup>.

Considere-se agora que o AD resolve escolher as funções objectivo a melhorar/relaxar de acordo com os valores da Tabela IV.5, considerando  $\alpha_1 = 0.5$  e  $\alpha_2 = 1$ .

**Tabela IV. 5.** Melhoria máxima/mínima das funções objectivo.

$Z_k^L(\mathbf{x}^{2U''}) + \Delta_k^{L*}$	$Z_k^U(\mathbf{x}^{2U''}) + \Delta_k^{U*}$
1	0
2	0
4	0

Como o modelo obtido com a imposição destas restrições adicionais possui uma região admissível vazia, é necessário resolver um modelo de programação elástica, considerando a variável binária  $\omega_k = 0$  ( $k = 1, 2, 3$ ), que assume o mesmo valor da solução obtida no modelo anterior. A solução obtida de acordo com esta formulação é  $\mathbf{x}^{3U''} = (2.7215, 2.3544)^T$ . A informação relativa a esta solução é dada na Tabela IV.6.

**Tabela IV. 6.** Informação relativa à solução  $\mathbf{x}^{3U''}$ .

	$Z_k^L(\mathbf{x}^{3U''})$	$Z_k^U(\mathbf{x}^{3U''})$	$m[Z_k(\mathbf{x}^{3U''})]$	$w[Z_k(\mathbf{x}^{3U''})]$	$\overset{A}{\prec} (Z_k(\mathbf{x}^{3U''}), Z_k^*)$	$d(Z_k^*, Z_k(\mathbf{x}^{3U''}))$	$tc_k^L$	$tc_k^U$
$Z_1$	1.0000	3.7362	2.3684	2.7367	0.5624	3.4633	0.8333	0.4692
$Z_2$	0.8316	3.3696	2.1006	2.5380	0.7940	6.2304	0.6322	0.3153
$Z_3$	4.2962	5.8190	5.0576	1.5228	0.5573	6.6901	1.4191	0.3145

No que diz respeito à solução anterior verifica-se uma melhoria das taxas de concretização da primeira função objectivo relativamente aos limites superior e inferior e

<sup>IV.3</sup> Apesar de o valor da taxa de concretização da função objectivo relativamente ao seu limite inferior ser superior à unidade, relembra-se que um valor superior à unidade corresponde a um desvio da meta considerada e não a uma melhoria da taxa de concretização. Esta situação pode ocorrer com o relaxamento das restrições do modelo.

da terceira função objectivo em relação ao seu limite superior, em detrimento das taxas de concretização associadas aos limites inferiores e superiores da segunda função objectivo e da taxa de concretização do limite inferior da terceira função objectivo. Verifica-se também um aumento da distância entre o valor da segunda função objectivo intervalar e a respectiva solução ideal intervalar (*vide* valores do índice de aceitabilidade e da distância entre os intervalos). Pelo contrário, regista-se uma aproximação da primeira e terceira funções objectivo intervalares em relação às metas intervalares respectivas (os valores dos índices de aceitabilidade e das distâncias entre os intervalos sofrem uma redução).

Supondo que o AD pretende obter uma medida da sensibilidade da base obtida na solução anterior, relativamente a alterações dos valores de referência, são então determinadas as gamas de variação dos valores de referência das funções objectivo de acordo com abordagens distintas (*vide* Tabela IV.7).

**Tabela IV. 7.** Gamas de variação dos valores de referência das funções objectivo.

Abordagem de tolerância individual (Wondolowski, 1991)		Análise de sensibilidade tradicional (Gal, 1979)	
$\hat{\mathbf{b}}^-$	$\hat{\mathbf{b}}^+$	$\hat{\mathbf{b}}^-$	$\hat{\mathbf{b}}^+$
1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
$-\infty$	0.8316	$-\infty$	0.8316
$-\infty$	4.2962	$-\infty$	4.2962

Considere-se que, após a observação da Tabela IV.7, o AD decide escolher uma variação dos valores de referência que conduz a uma alteração da base eficiente. Por exemplo, os valores considerados poderiam ser (-2, 1.6, 3) para  $Z_1$ ,  $Z_2$  e  $Z_3$ , respectivamente, de acordo com a informação disponível na Tabela IV.7, no que se refere à abordagem de tolerância individual<sup>IV.4</sup>, uma vez que se considera uma variação simultânea dos valores de referência. A nova solução obtida é  $\mathbf{x}^{4U''} = (1.3556, 2.8667)^T$ . A informação relativa a esta solução é dada na Tabela IV.8.

<sup>IV.4</sup> Neste caso, as gamas de variação obtidas são iguais em ambas abordagens.

**Tabela IV. 8.** Informação relativa à solução  $\mathbf{x}^{4U''}$ .

	$Z_k^L(\mathbf{x}^{4U''})$	$Z_k^U(\mathbf{x}^{4U''})$	$m[Z_k(\mathbf{x}^{4U''})]$	$w[Z_k(\mathbf{x}^{4U''})]$	$\overset{A}{\prec} (Z_k(\mathbf{x}^{4U''}), Z_k^*)$	$d(Z_k^*, Z_k(\mathbf{x}^{4U''}))$	$tc_k^L$	$tc_k^U$
$Z_1$	-0.3489	2.2000	0.9256	2.5489	0.9484	5.0000	0.6085	0.2337
$Z_2$	1.6000	3.7111	2.6556	2.1111	0.7115	5.8889	0.8168	0.3529
$Z_3$	3.6644	4.9311	4.2978	1.2667	0.7415	7.5780	1.0286	0.2235

Nesta solução, as taxas de concretização da segunda função objectivo em relação aos limites inferior e superior atingem os valores mais elevados, quando comparados com as taxas de concretização atingidas em todas as soluções já analisadas, ressaltando a solução  $\mathbf{x}^{1U''}$ , onde as taxas de concretização da primeira função objectivo, em relação a ambos os limites, e a taxa de concretização do limite superior da terceira função objectivo atingem valores mais baixos.

Relativamente a todas as soluções analisadas, neste exemplo, pode falar-se de uma relação de não dominância em relação às taxas de concretização dos limites superiores e inferiores das funções objectivo, na medida em que não é possível melhorar uma taxa de concretização de uma função objectivo (no que se refere ao seu limite superior ou inferior) sem piorar pelo menos uma taxa de concretização de outra função objectivo (relativamente ao seu limite superior ou inferior).

Caso o AD considere esta solução satisfatória, o método interactivo termina. Caso contrário, poderá continuar a pesquisar novas soluções, podendo, nomeadamente, vir a considerar outras soluções obtidas com a formulação do modelo inicialmente preterida, através de um estudo análogo ao já efectuado.

#### ***IV.4. Considerações finais***

Neste capítulo apresentámos uma nova abordagem interactiva para o tratamento da incerteza em modelos de PLMO com coeficientes intervalares.

Nesta abordagem começam por obter-se as formulações determinísticas substitutas do modelo de PLMO intervalar, tendo por base a minimização da pior distância das funções objectivo intervalares do modelo relativamente às soluções ideais intervalares respectivas. A solução de compromisso de partida é obtida a partir da formulação determinística escolhida de acordo com uma postura mais ou menos conservadora do AD,



considerando a região admissível menos abrangente do modelo. A exaustividade da pesquisa de soluções depende do AD, que decide terminar o processo quando considera ter explorado suficientemente o problema. Durante as fases interactivas do processo, é facultada diversa informação ao AD, nomeadamente acerca da proximidade dos valores das funções objectivo intervalares para a solução em análise, relativamente à solução ideal intervalar, referindo explicitamente as taxas de concretização em relação aos limites superiores e inferiores das funções objectivo do modelo.

Esta abordagem não é muito exigente em relação à informação requerida ao AD em cada interacção, nem os cálculos envolvidos se apresentam, em geral, muito pesados em termos práticos.

Esta proposta para o tratamento da incerteza permite:

- Obter uma formulação matemática do modelo intervalar mais simples, conduzindo a uma forte integração do AD no processo de decisão;
- Efectuar o tratamento da incerteza ao nível de todos os coeficientes do modelo;
- Obter uma visão global das soluções, quer no cenário de coeficientes conducente ao melhor valor óptimo, quer no cenário de coeficientes conducente ao pior valor óptimo;
- Efectuar a pesquisa de novas soluções com base nas taxas de concretização das funções objectivo relativamente aos seus limites superiores e inferiores, tendo sempre em consideração o cenário de coeficientes conducente ao melhor e pior valores óptimos;
- Identificar uma solução intervalar tão próxima quanto possível da solução ideal intervalar;
- Rever as opções de pesquisa de soluções consideradas pelo AD;
- Encontrar relações de não dominância relativamente às taxas de concretização dos limites superiores e inferiores das funções objectivo.

Caso seja desejável, é possível modificar o algoritmo de modo a tornar este método mais flexível, alterando as metas intervalares consideradas; utilizando valores de referência para as funções objectivo explicitamente fora das gamas de variação (*vide* exemplo ilustrativo proposto na secção 3 deste capítulo) obtidas com as abordagens de Wondolowski (1991) ou de análise de sensibilidade (consoante a aplicabilidade mais correcta); introduzindo penalizações nas funções objectivo dos modelos de programação elástica, de modo a revelar a preferência do AD pela melhoria específica de determinada(s) função(ões) objectivo; e considerando limiares de satisfação individuais para cada coeficiente das restrições e não para a restrição como um todo. O algoritmo proposto neste capítulo foi aplicado a um pequeno exemplo. No entanto, como se verá no próximo capítulo, a sua aplicabilidade é extensiva a modelos de PLMO com coeficientes intervalares com dimensões realistas.



## Capítulo V

### **Um modelo multiobjectivo baseado em análise *input-output* para o planeamento económico, energético e ambiental**

A análise I-O é uma ferramenta analítica que permite avaliar as inter/intra-relações entre as diferentes actividades económicas, sendo muitas vezes aplicada para estimar impactes energéticos/ambientais (*vide* Capítulo II).

A análise I-O e a PL estão intrinsecamente relacionadas. Na sua forma mais simples, obedecendo à hipótese de não existência de *inputs* substituíveis, a análise I-O pode ser vista como um caso particularmente simples da PL (Dorfman *et al.*, 1958). A utilização da metodologia I-O no âmbito dos modelos de PL permite obter um grau de informação que não seria possível alcançar com a aplicação separada de ambas as metodologias. As relações inter/intra-sectoriais estabelecidas na análise I-O permitem estabelecer a fronteira de possibilidades de produção. Os modelos de PL possibilitam a escolha do nível óptimo das actividades, que cumpre certo objectivo de modo mais adequado, respeitando as relações de produção impostas pela análise I-O.

No entanto, as decisões estratégicas são tomadas num ambiente crescentemente complexo e em permanente mutação. Desta forma, a realidade é essencialmente caracterizada por objectivos múltiplos, conflituosos e incomensuráveis. Por este motivo, os modelos matemáticos de apoio à decisão tornam-se mais representativos da realidade se forem tidos em conta vários aspectos distintos de avaliação do mérito das soluções potenciais para um determinado problema. Assim, preocupações ambientais, económicas e sociais, por exemplo, devem ser consideradas de forma explícita e não agregadas num único indicador de carácter económico.

Os modelos multiobjectivo permitem captar a diversidade de aspectos de avaliação, geralmente conflituosos e não comensuráveis, onde o AD se depara com a necessidade de procurar compromissos entre objectivos, permitindo racionalizar a comparação entre diferentes soluções alternativas, uma vez que não existe uma solução admissível que optimize simultaneamente todas as funções objectivo. Num contexto multiobjectivo (*vide* secção III.1 do Capítulo III), o conceito de solução óptima, considerado nos modelos com apenas um objectivo, dá lugar ao conceito de soluções eficientes ou não dominadas (soluções admissíveis para as quais não é possível melhorar uma função objectivo sem sacrificar pelo menos uma das outras funções objectivo).

Contudo, na maioria das situações de apoio à decisão reais, não existe informação suficiente, que permita especificar de modo exacto os coeficientes das funções objectivo e das restrições, sendo conveniente considerar a extensão dos modelos matemáticos de apoio à decisão para ambientes onde a influência intrínseca da incerteza predomina, sem assumir o carácter preciso dos coeficientes do modelo.

Em geral, os coeficientes técnicos da matriz I-O não são conhecidos com exactidão e são estimados, estando sujeitos a um nível considerável de incerteza (Rocco e Guarata, 2002). As fontes de incerteza nos modelos I-O podem resultar, nomeadamente, da incongruência dos dados provenientes de diversas fontes, dos pressupostos inerentes à análise I-O (a linearidade e a proporcionalidade, por exemplo) e da agregação (Lenzen, 2001; Rocco e Guarata, 2002).

A modelação da incerteza nos modelos I-O pode basear-se, fundamentalmente, em três abordagens distintas: a abordagem probabilística, onde as distribuições de probabilidade associadas aos coeficientes técnicos são presumivelmente conhecidas (*e.g.* West (1986); Raa e Steel (1994)); a abordagem intervalar (também designada por *unknown but bounded approach*), onde os limites superiores e inferiores dos coeficientes técnicos são considerados, sem estarem associados a uma estrutura de possibilidades ou de probabilidades (*e.g.* Jerrel (1996, 1997)); a abordagem difusa (ou *possibilística*), onde são atribuídas funções de pertença a todos os coeficientes técnicos (*e.g.* Buckley (1989)). Na prática, seria necessário considerar uma quantidade incomportável de informação para estimar as probabilidades e as funções de pertença associadas a todos os elementos da matriz I-O nacional. Deste modo, a abordagem intervalar pode ser a mais indicada para o tratamento da incerteza neste tipo de modelos (Jerrel, 1996, 1997).

Neste capítulo propõe-se um modelo de PLMO com base em análise I-O que permite a um AD (real ou hipotético) obter soluções de acordo com cenários distintos, subjacentes aos coeficientes intervalares considerados no modelo. Deste modo, na secção V.1 é efectuada uma descrição detalhada do modelo proposto no âmbito desta dissertação. Na secção V.2 são analisados alguns resultados obtidos, utilizando o algoritmo desenvolvido no Capítulo IV.

## ***V.1. Descrição do modelo***

O modelo que se apresenta nesta secção é um modelo de PLMO baseado em análise I-O para servir como instrumento de avaliação dos impactes económicos, sociais, energéticos e ambientais, decorrentes de alterações nas actividades económicas consentâneas com os objectivos de política considerados.

Relativamente às versões anteriores deste modelo (*vide* Oliveira e Antunes (2000, 2001, 2002, 2004a; 2004b, 2005); Antunes *et al.* (2002)), as principais alterações são as seguintes:

- Mudança do sistema de contas da óptica do SEC 79 para a óptica do SEC 95 (*vide* secção II.1.9 do Capítulo II) e reformulação consentânea do modelo;
- Consideração de 59 ramos de actividade reais, de acordo com a nomenclatura A60 do SEC 95;
- Revisão dos coeficientes técnicos que passam a ser calculados, fundamentalmente, com base nos sistemas de matrizes construídos por Martins (2004);
- Alteração da base de preços para 1999 (anteriormente, com base em 1995);
- Consideração de uma parte real e nominal da economia (era apenas considerada uma parte real);
- Consideração da dívida pública como componente adicional do modelo;
- Consideração de coeficientes intervalares (eram apenas considerados coeficientes fixos);
- Consideração de emissões não resultantes apenas dos processos de combustão (processos industriais, fugas de emissões no sector energia, utilização de solventes, actividades agrícolas, tratamento de resíduos e de águas residuais);
- Consideração do potencial de equivalente ácido e do potencial de formação de ozono troposférico na componente ambiental do modelo, para além do potencial de aquecimento global (PAG).

No que diz respeito à parte económica, o modelo determina a maioria das variáveis em quantidades (ou seja, a preços constantes de 1999). No entanto, o PIB, o rendimento disponível e as variáveis fiscais, são também determinados a preços correntes<sup>V.1</sup>, utilizando, para o efeito, preços definidos exogenamente. As principais variáveis do modelo são a produção dos ramos de actividade, o VAB, o emprego, as importações e exportações, o consumo privado, o PIB, o saldo global das administrações públicas, a dívida pública e os potenciais de aquecimento global, de equivalente ácido e de formação de ozono troposférico.

### ***V.1.1. Restrições do modelo***

A descrição detalhada das variáveis e coeficientes considerados no modelo proposto e a respectiva especificação numérica são efectuadas em anexo (*vide* Anexos I e II).

Como são considerados coeficientes intervalares na generalidade das restrições do modelo proposto neste capítulo, convencionou-se que, na obtenção das versões extremas das restrições definidoras (*e.g.* consumo privado, importações, PIB, entre outras), as variáveis existentes nessas restrições (que, por sua vez, podem resultar de outras restrições definidoras) devem assumir sempre o mesmo valor extremo na mesma restrição definidora, sendo colocadas em evidência. Assim, por exemplo, quando consideramos o PIB, o consumo privado surge na restrição definidora desta variável como parte integrante da despesa nacional (a contribuir positivamente para esta variável) e, simultaneamente, como variável que contribui positivamente para o valor das importações, que, por sua vez, concorrem negativamente para o PIB. De acordo com a lógica intervalar, para obter a versão mais favorável (portanto, o limite superior) do PIB dever-se-ia considerar, na mesma restrição definidora, no primeiro caso, o limite superior do consumo privado e, no segundo caso, o limite inferior. No entanto, esta abordagem parece-nos pouco coerente, visto que pretendemos avaliar o que pode suceder num cenário plausível de coeficientes, não sendo realista a hipótese de o consumo privado poder assumir valores simultaneamente coincidentes com as versões mais e menos favoráveis numa mesma restrição.

Por outro lado, devido ao crescimento exponencial de problemas a analisar relacionado com a existência de igualdades com coeficientes intervalares, evitou-se a utilização deste tipo de restrições através da imposição de limites superiores/inferiores nas restrições definidoras do modelo com coeficientes intervalares, sempre que se considerou necessário, de acordo com as previsões e dados disponíveis (*vide* Anexo II).

---

<sup>V.1</sup> Os valores podem exprimir-se a preços correntes ou a preços constantes. A valorização diz-se a preços correntes quando toma por referência os preços desse mesmo ano. Quando a valorização é efectuada com base em preços de um outro ano, diz-se a preços constantes desse outro ano. Uma série de valores a preços constantes procura reflectir variações nas quantidades, ou seja, variações reais. Uma série de valores a preços correntes reflecte variações de preços e de quantidades, ou seja, variações nominais.

***I) Restrições de coerência***

O somatório das utilizações para consumo intermédio e procura final de bens ou serviços de determinada actividade não deverá exceder o total disponível proveniente da produção nacional e importações competitivas desse mesmo bem ou serviço:

$$Ax + \mathbf{cptf} + \mathbf{csf} + \mathbf{g} + \mathbf{fbcf} + \mathbf{acov} + (\mathbf{sc}^+ - \mathbf{sc}^-) + \mathbf{expb} \leq \mathbf{x} + \mathbf{imp}^c. \quad (\text{V. 1})$$

***II) Consumo privado de bens ou serviços pelas famílias, no território, a preços constantes de base***

O consumo privado de bens ou serviços pelas famílias, no território, é decomposto por produtos (correspondentes aos ramos de actividade considerados no modelo), através da utilização de coeficientes estimados de acordo com a realidade nacional:

$$\mathbf{cptf} = \mathbf{a}_{\text{cptf}} (\text{cptf}), \quad (\text{V. 2})$$

$$\text{cptf} \leq \text{cptf}^*.$$

***III) Consumo privado total das famílias, no território, a preços constantes de aquisição***

O consumo total das famílias, no território, corresponde ao consumo privado total das famílias residentes e não residentes no território:

$$\text{cptf} = \text{cptfr} + \text{cpe}, \quad (\text{V. 3})$$

$$\text{cpe} \leq \text{cpe}^*.$$

***IV) Consumo privado total dos residentes a preços constantes de aquisição***

O consumo privado total dos residentes (famílias e instituições sem fim lucrativo ao serviço das famílias - ISFLSF) é considerado linearmente dependente do rendimento disponível das famílias e das ISFLSF a preços constantes (deflacionado pelo índice de preços do consumo privado):

$$\text{cpr} = \beta_0 + \beta_1 \left( \text{yd} = \frac{\text{ydcorr}}{\text{pcpr}} \right), \quad (\text{V. 4})$$

$$\text{cpr} \leq \text{cpr}^*,$$

$$\text{yd} \leq \text{yd}^*.$$

***V) Consumo privado das famílias residentes, no território, a preços constantes de aquisição***

A obtenção do consumo das famílias no território a partir do consumo privado total dos residentes efectua-se deduzindo-lhe as importações de turismo e o consumo das ISFLSF:

$$\text{cptfr} = \text{cpr} - \text{cpm} - \text{csf}, \quad (\text{V. 5})$$

$$\text{cptfr} \leq \text{cptfr}^*,$$

$$\text{cpm} \leq \text{cpm}^*.$$

***VI) Importações de turismo a preços constantes de aquisição***

As importações de turismo são consideradas, por simplificação, como sendo uma proporção fixa (definida exogenamente) do consumo privado total dos residentes:

$$\text{cpm} = (\alpha) (\text{cpr}). \quad (\text{V. 6})$$

***VII) Consumo de bens ou serviços, pelas ISFLSF, a preços constantes de base***

O consumo de bens ou serviços pelas ISFLSF é decomposto por produtos de modo análogo a (V.2):

$$\text{csf} = \mathbf{a}_{\text{csf}} (\text{csf}), \quad (\text{V. 7})$$

$$\text{csf}^L \leq \text{csf} \leq \text{csf}^U.$$

***VIII) Consumo público de bens ou serviços a preços constantes de base***

O consumo público de bens ou serviços é decomposto por produtos de modo análogo a (V.2):

$$\mathbf{g} = \mathbf{a}_g (\mathbf{g}), \quad (\text{V. 8})$$

$$\mathbf{g}^L \leq \mathbf{g} \leq \mathbf{g}^U.$$



***IX) Investimento em formação bruta de capital fixo a preços constantes de base***

O investimento em formação bruta de capital fixo (FBCF) é decomposto por produtos de modo análogo a (V.2):

$$\begin{aligned} \mathbf{fbcf} &= \mathbf{a}_{\text{fbcf}}(\text{fbcf}), \\ \text{fbcf}^L &\leq \text{fbcf} \leq \text{fbcf}^U. \end{aligned} \quad (\text{V. 9})$$

***X) Variação das existências de bens a preços constantes de base***

A variação das existências é decomposta por produtos de modo análogo a (V.2):

$$\begin{aligned} (\mathbf{sc}^+ - \mathbf{sc}^-) &= \mathbf{a}_{\text{sc}}(\text{sc}), \\ \text{sc}^L &\leq \text{sc} \leq \text{sc}^U. \end{aligned} \quad (\text{V. 10})$$

***XI) Aquisições líquidas de cessões de objectos de valor a preços constantes de base***

As aquisições líquidas de cessões de objectos de valor (ACOV) são decompostas por produtos de modo análogo a (V.2):

$$\begin{aligned} \mathbf{acov} &= \mathbf{a}_{\text{acov}}(\text{acov}), \\ \text{acov}^L &\leq \text{acov} \leq \text{acov}^U. \end{aligned} \quad (\text{V. 11})$$

***XII) Exportações de bens ou serviços a preços constantes de base ou em unidades físicas de energia (excluindo o turismo)***

A exportações são decompostas por produtos de modo análogo a (V.2):

$$\begin{aligned} \mathbf{expb} &= \mathbf{a}_{\text{exp}}(\text{expstcif}), \\ \text{expstcif} &\geq \text{expstcif}^L. \end{aligned} \quad (\text{V. 12})$$

***XIII) Exportações totais (excluindo o turismo) a preços constantes FOB***

As exportações totais a preços constantes FOB obtêm-se deduzindo o ajustamento CIF/FOB ao valor das exportações a preços CIF (*vide* secção II.1.9 do Capítulo II):

$$\text{expstfob} = \text{expstcif} - (\mathbf{a}_{\text{ciffob}})(\text{impstcif}), \quad (\text{V. 13})$$

$$\text{expstfob} \leq \text{expstfob}^*,$$

$$\text{impstcif} \geq \text{impstcif}^L.$$

***XIV) Exportações de bens ou serviços (excluindo o turismo) a preços constantes de aquisição***

As exportações a preços constantes de aquisição obtêm-se adicionando os impostos líquidos de subsídios sobre as exportações ao valor das exportações a preços de base:

$$\mathbf{expa} = \mathbf{expb} \hat{\mathbf{p}}_{\text{exp}} + \mathbf{a}_{\text{expts}} (\text{expstcif}). \quad (\text{V. 14})$$

***XV) Exportações totais (excluindo o turismo) a preços constantes de aquisição***

A expressão de totalização das exportações (excluindo o turismo) corresponde a:

$$\text{expstcif} = \mathbf{e}_1^T \mathbf{expa}. \quad (\text{V. 15})$$

***XVI) Exportações totais (incluindo o turismo) a preços constantes FOB***

A expressão de totalização das exportações (incluindo o turismo) obtêm-se a partir de (V.13), adicionando-lhe as exportações de turismo:

$$\text{expfob} = \text{expstfob} + \text{cpe}, \quad (\text{V. 16})$$

$$\text{expfob} \leq \text{expfob}^*.$$

***XVII) Importações totais (excluindo o turismo) a preços constantes CIF***

As importações totais obtêm-se a partir da soma das importações de bens não energéticos de cada ramo, que são determinadas utilizando matrizes e vectores de coeficientes de importação que permitem distribuir a importação de produtos pelos consumos intermédios e pelos sectores de procura final, com as importações (competitivas e não competitivas) de energia em unidades monetárias:

$$\begin{aligned} \text{impstcif} = & (\mathbf{p}_{\text{imp}^c})^T \mathbf{imp}^c + (\mathbf{p}_{\text{imp}^{\text{nc}}})^T (\mathbf{A}_m^{\text{nc}} \mathbf{x} + \mathbf{a}_{\text{sc}}^{\text{nc}} \text{sc}) + \mathbf{e}_2^T \mathbf{A}_m \mathbf{x} + \text{cptfm} + \text{csfm} + \text{gm} \\ & + \text{fbcfm} + \text{scm} + \text{acovm}. \end{aligned} \quad (\text{V. 17})$$

***XVIII) Consumo de bens ou serviços não energéticos provenientes das importações não competitivas, pelas famílias, a preços constantes CIF***

O consumo de bens ou serviços importados pelas famílias é inicialmente decomposto por produtos (correspondentes aos ramos de actividade considerados no modelo), através da utilização de coeficientes de importação estimados para a economia nacional, efectuando-se posteriormente a soma das diferentes parcelas assim obtidas:

$$\text{cptfm} = \mathbf{e}_3^T \mathbf{am}_{\text{cptf}} (\text{cptf}). \quad (\text{V. 18})$$

***XIX) Consumo de bens ou serviços não energéticos, provenientes das importações não competitivas, pelas ISFLSF, a preços constantes CIF***

O consumo de bens ou serviços importados pelas ISFLSF é determinado de modo análogo a (V.18):

$$\text{csfm} = \mathbf{e}_4^T \mathbf{am}_{\text{csf}} (\text{csf}). \quad (\text{V. 19})$$

***XX) Consumo público de bens ou serviços não energéticos, provenientes das importações não competitivas, a preços constantes CIF***

O consumo público de bens ou serviços importados é determinado de modo análogo a (V.18):

$$\text{gm} = \mathbf{e}_5^T \mathbf{am}_g (g). \quad (\text{V. 20})$$

***XXI) FBCF em bens ou serviços não energéticos, provenientes de importações não competitivas, a preços constantes CIF***

O investimento em FBCF é decomposto por produtos importados de modo análogo a (V.18):

$$\text{fbcfm} = \mathbf{e}_6^T \mathbf{am}_{\text{fbcf}} (\text{fbcf}). \quad (\text{V. 21})$$

***XXII) Variações de existências de bens ou serviços não energéticos, provenientes de importações não competitivas, a preços constantes CIF***

A variação de existências é decomposta por produtos importados de modo análogo a (V.18):

$$\text{scm} = \mathbf{e}_7^T \mathbf{am}_{\text{sc}} (\text{sc}). \quad (\text{V. 22})$$

***XXIII) ACOV de bens não energéticos, provenientes de importações não competitivas, a preços constantes CIF***

A ACOV é decomposta por produtos importados de modo análogo a (V.18):

$$\text{acovm} = \mathbf{e}_8^T \mathbf{am}_{\text{acov}} (\text{acov}). \quad (\text{V. 23})$$

***XXIV) Importações totais (excluindo o turismo) a preços constantes FOB***

As importações totais a preços constantes FOB obtêm-se deduzindo o ajustamento CIF/FOB ao valor das importações a preços CIF:

$$\text{mstfob} = \text{impstcif} (1 - a_{\text{ciffob}}), \quad (\text{V. 24})$$

$$\text{mstfob} \leq \text{mstfob}^*.$$

***XXV) Importações totais (incluindo o turismo) a preços constantes FOB***

A expressão de totalização das importações (incluindo o turismo) obtêm-se a partir de (V.24) e de (V.6):

$$\text{mfob} = \text{mstfob} + \text{cpm}, \quad (\text{V. 25})$$

$$\text{mfob} \leq \text{mfob}^*.$$

***XXVI) VAB a preços constantes de base***

O VAB de cada ramo resulta da multiplicação da respectiva produção por um coeficiente de transformação do produto. O VAB total resulta da soma dos VAB dos diversos ramos:

$$\text{vab} = \mathbf{a}_{\text{rem}}^T \mathbf{x} + \mathbf{a}_{\text{ot}}^T \mathbf{x} - \mathbf{a}_{\text{os}}^T \mathbf{x} + \mathbf{a}_{\text{ebermb}}^T \mathbf{x}. \quad (\text{V. 26})$$

***XXVII) Emprego (equivalente a tempo completo)***

O nível de emprego em cada ramo é calculado dividindo a produção pela produtividade bruta do trabalho estimada para o ramo. O emprego total corresponde à soma dos níveis de emprego nos diversos ramos:

$$\text{emp} = \mathbf{I}^T \mathbf{x}. \quad (\text{V. 27})$$

***XXVIII) Impostos líquidos de subsídios sobre os bens ou serviços, a preços constantes***

Os impostos líquidos de subsídios sobre os produtos são calculados a partir de matrizes e vectores de coeficientes de impostos líquidos de subsídios aplicados aos diversos fluxos de consumo intermédio e de procura final:

$$ts = \mathbf{e}_9^T A_{ts} \mathbf{x} + \text{cptfts} + \text{csfts} + \text{gts} + \text{fbcfts} + \text{scts} + \text{acovts} + (\text{expts}^+ - \text{expts}^-) + \mathbf{e}_{10}^T A_{ts}^{nc} \mathbf{x}, \quad (\text{V. 28})$$

$$ts \geq ts^L.$$

***XXIX) Impostos líquidos de subsídios sobre os bens ou serviços consumidos pelas famílias, a preços constantes***

Os impostos líquidos de subsídios sobre os bens ou serviços consumidos pelas famílias são decompostos por produtos (correspondentes aos ramos de actividade considerados no modelo), através da utilização de coeficientes de impostos líquidos de subsídios estimados para a economia nacional e, posteriormente, totalizados:

$$\text{cptfts} = \mathbf{e}_{11}^T \mathbf{a}_{\text{cptfts}} (\text{cptf}). \quad (\text{V. 29})$$

***XXX) Impostos líquidos de subsídios sobre os bens ou serviços consumidos pelas ISFLSF, a preços constantes***

Os impostos líquidos de subsídios sobre os bens ou serviços consumidos pelas ISFLSF são determinados de modo análogo a (V.29):

$$\text{csfts} = \mathbf{e}_{12}^T \mathbf{a}_{\text{csfts}} (\text{csf}). \quad (\text{V. 30})$$

***XXXI) Impostos líquidos de subsídios sobre os bens ou serviços consumidos pela administração pública, a preços constantes***

Os impostos líquidos de subsídios sobre os bens ou serviços consumidos pelas administrações públicas são determinados de modo análogo a (V.29):

$$\text{gts} = \mathbf{e}_{13}^T \mathbf{a}_{\text{gts}} (g). \quad (\text{V. 31})$$

**XXXII) Impostos líquidos de subsídios sobre os bens ou serviços destinados ao investimento em FBCF, a preços constantes**

Os impostos líquidos de subsídios sobre os bens ou serviços destinados ao investimento em FBCF são determinados de modo análogo a (V.29):

$$fbcfts = \mathbf{e}_{14}^T \mathbf{a}_{fbcfts} (fbcf). \quad (\text{V. 32})$$

**XXXIII) Impostos líquidos de subsídios sobre os bens destinados ao investimento em variação de existências, a preços constantes**

Os impostos líquidos de subsídios sobre os bens destinados ao investimento em variação de existências são determinados de modo análogo a (V.29):

$$scts = \mathbf{e}_{15}^T \mathbf{a}_{scts} (sc). \quad (\text{V. 33})$$

**XXXIV) Impostos líquidos de subsídios sobre os bens ou serviços destinados ao investimento em ACOV, a preços constantes**

Os impostos líquidos de subsídios sobre os bens ou serviços destinados ao investimento em ACOV são determinados de modo análogo a (V.29):

$$acovts = \mathbf{e}_{16}^T \mathbf{a}_{acovts} (acov). \quad (\text{V. 34})$$

**XXXV) Impostos líquidos de subsídios sobre as exportações de bens ou serviços, a preços constantes**

Os impostos líquidos de subsídios sobre os bens ou serviços destinados a exportar são determinados de modo análogo a (V.29):

$$(\text{expts}^+ - \text{expts}^-) = \mathbf{e}_{17}^T \mathbf{a}_{\text{expts}} (\text{expstcif}). \quad (\text{V. 35})$$

**XXXVI) PIB a preços constantes**

O PIB é um agregado económico que pode determinar-se de três modos distintos (*vide* Capítulo II): na óptica do rendimento, na óptica da produção e na óptica da despesa. Como a coerência interna do modelo não garante a igualdade das três ópticas, considera-se a definição explícita das duas últimas (as duas primeiras conduzem a resultados similares). Contudo, a existência de coeficientes intervalares no modelo condiciona a igualdade destas ópticas. Assim, de modo a colmatar parcialmente este problema considerámos que o limite inferior do PIB na óptica da produção nunca deverá exceder o limite superior do PIB na

óptica da despesa, sendo aceite um ligeiro desvio entre os valores intervalares assumidos em ambas as ópticas. No entanto, optámos por empregar o PIB obtido na óptica da despesa como valor de referência, devido à abundância de dados estatísticos para a obtenção das suas rubricas e à utilização de algumas destas na obtenção do valor do PIB a preços correntes, que, por sua vez, determina o valor de outras variáveis do modelo.

***a.1) PIB apurado na óptica da produção***

$$\text{pib}_{\text{prod}} = \text{vab} + \text{ts}, \quad (\text{V. 36})$$

$$\text{pib}^L \leq \text{pib}_{\text{prod}} \leq \text{pib}^*.$$

***a.2) PIB apurado na óptica da despesa***

$$\text{pib} = \text{cpr} + \text{g} + \text{fbcf} + \text{sc} + \text{acov} + \text{expfob} - \text{mfob}, \quad (\text{V. 37})$$

$$\text{pib}^L \leq \text{pib} \leq \text{pib}^*.$$

***XXXVII) PIB a preços correntes***

Os fluxos que representam saldos contabilísticos, como, por exemplo, o VAB ou o PIB, não devem ser directamente repartidos pelas componentes preço e volume; esta operação deve ser efectuada indirectamente, utilizando os fluxos de operações pertinentes. Assim, o PIB a preços correntes obtém-se a partir das rubricas do PIB a preços constantes na óptica da despesa multiplicadas pelos respectivos deflatores:

$$\text{pibcorr} = (\text{cpr}) (\text{pcpr}) + \text{gcorr} + \text{fbcfcorr} + (\text{sc}) (\text{psc}) + (\text{acov}) (\text{pacov}) + (\text{expfob}) (\text{pexpfob}) - (\text{mfob}) (\text{pmfob}), \quad (\text{V. 38})$$

$$\text{pibcorr} \leq \text{pibcorr}^*,$$

$$\text{gcorr}^L \leq \text{gcorr} \leq \text{gcorr}^U,$$

$$\text{fbcfcorr}^L \leq \text{fbcfcorr} \leq \text{fbcfcorr}^U.$$

***XXXVIII) Remunerações a preços correntes***

A remuneração dos empregados é um elemento do rendimento. Com o objectivo de medir o poder de compra, a remuneração dos empregados pode ser avaliada, em termos reais, por deflação com um índice que reflecta os preços dos produtos por eles comprados.

$$\text{remcorr} = \mathbf{a}_{\text{rem}}^T \mathbf{x} \text{ (iucl)}, \quad (\text{V. 39})$$

$$\text{remcorr} \leq \text{remcorr}^*.$$

***XXXIX) Rendimento disponível das famílias e das ISFLSF a preços correntes***

O cálculo do rendimento disponível dos particulares baseia-se no facto de este rendimento igualar a diferença entre o Rendimento Disponível da Nação (soma do PIB com os saldos dos rendimentos de factores e de transferências correntes com o exterior) e a soma dos rendimentos disponíveis das sociedades e administrações públicas. Considera-se que o rendimento disponível das sociedades (poupança) representa uma dada proporção do PIB, dada exogenamente.

$$\begin{aligned} \text{ydcorr} = & \text{pibcorr} (1 - \text{pspibcorr}) + (\text{rp}^+ - \text{rp}^- + \text{tisub} - \text{tisubg}) + \text{tre} - \text{td} - \text{tdsc} - \text{css} - \\ & - \text{tisub} - (\text{repg}^+ - \text{repg}^-) + \text{trig}, \end{aligned} \quad (\text{V. 40})$$

$$\text{ydcorr} \leq \text{ydcorr}^*,$$

$$\text{rp}^+ - \text{rp}^- \leq \text{rp}^*,$$

$$\text{tisub} \leq \text{tisub}^*,$$

$$\text{tisubg} \leq \text{tisubg}^*,$$

$$\text{tre} \leq \text{tre}^*,$$

$$\text{td} \leq \text{td}^*,$$

$$\text{tdsc} \leq \text{tdsc}^*,$$

$$\text{css} \leq \text{css}^*,$$

$$\text{repg}^+ - \text{repg}^- \leq \text{repg}^*,$$

$$\text{trig} \leq \text{trig}^*.$$

***XL) Impostos directos sobre o rendimento disponível das famílias e das ISFLSF a preços correntes***

Os impostos directos sobre os particulares são calculados através do produto de uma taxa média de imposto pelo rendimento disponível dos particulares:

$$\text{td} = (\text{rtdydcorr}) \text{ydcorr}. \quad (\text{V. 41})$$



***XLII) Impostos directos sobre o rendimento das sociedades a preços correntes***

Os impostos directos sobre as sociedades são dados em função do PIB a preços correntes:

$$tdsc = (tdscpibcorr) (pibcorr). \quad (V. 42)$$

***XLIII) Impostos indirectos totais líquidos de subsídios a preços correntes***

Os impostos indirectos são determinados por tipos de impostos (impostos líquidos de subsídios sobre os produtos e outros impostos ligado à produção). Em seguida, convertem-se estes impostos para preços correntes, utilizando o deflador do consumo privado e um índice de evolução da carga fiscal indirecta:

$$tisub = (a_{ot} x - a_{os} x + ts) (pcpr) (itis). \quad (V. 43)$$

***XLIV) Impostos indirectos recebidos pela administração pública líquidos de subsídios pagos pela administração pública a preços correntes***

A parcela dos impostos indirectos líquidos de subsídios que é recebida/paga pelas administrações públicas é obtida considerando uma proporção definida exogenamente:

$$tisubg = (tisub) tigts. \quad (V. 44)$$

***XLV) Contribuições para a segurança social recebidas pela administração pública a preços correntes***

As contribuições para a segurança social recebidas pelas administrações públicas são dadas em função do valor global das remunerações a preços correntes:

$$css = (tcss) (remcorr). \quad (V. 45)$$

***XLVI) Rendimentos de propriedade e empresa da administração pública a preços correntes***

Os rendimentos de propriedade e empresa das administrações públicas são dados em função do PIB a preços correntes:

$$repg^+ - repg^- = (repgpibcorr) (pibcorr). \quad (V. 46)$$

***XLVI) Dívida pública a preços correntes***

A dívida pública resulta da acumulação da dívida do fim do período anterior, com o simétrico do saldo global da administração pública<sup>V.2</sup>, mais uma variável de ajustamento, que, por sua vez, resulta da variação das dívidas assumidas pelo Tesouro e contraídas por sectores exteriores à administração pública, líquida de receitas de privatizações:

$$\text{div} = \text{div}_{-1} - (\text{sgg}^+ - \text{sgg}^-) + \text{dat}, \quad (\text{V. 47})$$

$$\text{div} \leq \text{div}^*,$$

$$\text{div}_{-1} \geq \text{div}_{-1}^*,$$

$$(\text{sgg}^+ - \text{sgg}^-) \geq \text{sgg}^*,$$

$$\text{dat} \geq \text{dat}^*.$$

***XLVII) Juros da dívida pública***

O valor dos juros da dívida pública determina-se em função da dívida média e da respectiva taxa de juro média:

$$\text{jurg} = \text{rg} (\text{div}_{-1} + \text{div})/2, \quad (\text{V. 48})$$

$$\text{jurg} \leq \text{jurg}^*.$$

***XLVIII) Saldo global da administração pública a preços correntes***

O saldo global da administração pública obtém-se subtraindo às receitas da administração pública as despesas, excluindo os activos e passivos financeiros, as contas de ordem e os saldos de gerências anteriores. Deve ainda retirar-se das transferências do Estado, quando estas não estão líquidas, a transferência do Estado para o Fundo de Regularização da Dívida Pública, com o objectivo de amortização da dívida.

$$(\text{sgg}^+ - \text{sgg}^-) = \text{td} + \text{tdsc} + \text{css} + \text{tisubg} + \text{repg}^+ - \text{repg}^- - \text{gcorr} - \text{trig} + \text{treg} - \text{jurg} + \text{tk} + \text{trkg} - \text{gfbcf}, \quad (\text{V. 49})$$

$$\text{treg} \leq \text{treg}^*,$$

$$\text{tk} \leq \text{tk}^*,$$

$$\text{trkg} \leq \text{trkg}^*.$$

---

<sup>V.2</sup> A administração pública comporta os seguintes sub-sectores: Administração central, Administração local e Fundos de segurança social.

$gfbcf \geq gfbcf^*$ .

### ***XLIX) Impostos sobre o capital a preços correntes***

Os impostos de capital são dados em função do PIB a preços correntes:

$$tk = (tkpibcorr) (pibcorr). \quad (V. 50)$$

### ***L) Emissões resultantes da combustão de energia***

No que se refere à estimativa das emissões decorrentes da combustão de combustíveis fósseis, as directrizes do *Intergovernmental Panel on Climate Change* (IPCC) definem três níveis de aplicação (IPCC, 1996a, 1996b, 1996c, 2006b, 2006c).

A *metodologia de nível 1* baseia-se em consumos de energia e em factores de emissão padrão. A qualidade destes factores de emissão difere de gás para gás. Para as emissões de CO<sub>2</sub>, os factores de emissão dependem fundamentalmente do teor de carbono nos combustíveis. As condições de combustão não são muito relevantes. Por este motivo, as emissões de CO<sub>2</sub> podem estimar-se de modo realista a partir da quantidade de combustíveis que entra em combustão e do teor médio de carbono dos combustíveis.

Contudo, os factores de emissão para os restantes gases dependem da tecnologia e condições de combustão, variando, significativamente, de instalação para instalação e ao longo do tempo. Devido a esta variabilidade, a utilização de factores de emissão padrão para estes gases, que devem ter em consideração a diversidade de condições tecnológicas, introduzirá grande incerteza nos cálculos.

A *metodologia de nível 2* baseia-se em estatísticas de consumos energéticos similares às consideradas na metodologia anterior, mas tendo em conta factores de emissão específicos para o país.

A *metodologia de nível 3* pressupõe a aplicação de modelos de emissão específicos ou de medidas detalhadas ao nível de cada instalação a analisar.

#### ***L.1) Emissões de CO<sub>2</sub>***

A combustão de energia é, geralmente, a fonte mais importante das emissões de GEE nos países desenvolvidos, contribuindo para 90% das emissões de CO<sub>2</sub> e 75% das emissões totais de GEE (IPCC, 2006b).

Quando se determinam as emissões de CO<sub>2</sub> há diversos aspectos a considerar (IPCC, 1996a, 1996b, 1996c, 2006b, 2006c):

- *Valor energético e teor de carbono no combustível*: há uma ligação próxima entre o teor de carbono e o valor energético do combustível. Por esta razão, no cálculo das emissões, os combustíveis deverão ser expressos em unidades de energia;
- *Carbono excluído do cálculo das emissões resultantes da combustão*<sup>V.3</sup>: nem sempre os combustíveis são utilizados com fins energéticos. Alguns são utilizados como matérias-primas para o fabrico de determinados produtos, tais como plásticos e fertilizantes, ou com outros fins não energéticos, como a utilização do asfalto na pavimentação de estradas, por exemplo. Em alguns casos, o carbono dos combustíveis oxida-se rapidamente. Noutros, o carbono fica retido no produto durante séculos. A quantidade de carbono retida durante longos períodos de tempo denomina-se por *carbono armazenado*, devendo ser deduzida do cálculo das emissões de carbono;
- *Carbono não oxidado*: quando a energia é consumida, nem todo o carbono incorporado no combustível é oxidado. A oxidação incompleta ocorre quando há ineficiências no processo de combustão, que deixam algum do carbono por queimar ou apenas parcialmente oxidado, ficando uma parte retida nas cinzas ou em subprodutos;
- *Bancas*: a metodologia do IPCC faz a subtracção das quantidades de combustíveis entregues e consumidas por navios e aviões de transporte internacional dos totais nacionais do país. Deste modo, as emissões de CO<sub>2</sub> resultantes das bancas internacionais não são incluídas nos totais nacionais;
- *Combustíveis de biomassa*: as emissões resultantes da combustão de combustíveis de biomassa não deverão ser incluídas nas emissões totais de CO<sub>2</sub> nacionais.

No que se refere ao cálculo das emissões de CO<sub>2</sub>, o IPCC preconiza duas metodologias: uma com base no consumo aparente dos combustíveis (*reference approach*) e outra com base em dados sectoriais (*sectoral approach*).

---

<sup>V.3</sup> O carbono excluído da combustão pode ser emitido noutra sector do inventário de emissões (por exemplo, como emissões de processos industriais) ou é armazenado num produto manufacturado a partir do combustível. Nas directrizes de 1996 produzidas pelo IPCC, o carbono existente no consumo aparente, que não conduz a emissões resultantes da combustão, era referido como *carbono armazenado*. No entanto, como a definição indica, o carbono armazenado é apenas uma parte do carbono a excluir da combustão (IPCC, 2006a, 2006b).

### *a) A abordagem de referência*

A abordagem de referência é uma metodologia *top-down*, que recorre às estatísticas de oferta de energia para calcular as emissões de CO<sub>2</sub> decorrentes da combustão dos combustíveis fósseis.

A utilização desta metodologia compreende os seguintes passos:

- Determinação do *consumo aparente* dos combustíveis nas suas unidades de medida originais, por tipo de combustível (toneladas equivalentes de petróleo – tep);
- Conversão do consumo aparente numa unidade de energia comum (terajoules – TJ);
- Transformação do consumo aparente de cada combustível em teor de carbono, através da multiplicação do consumo aparente de cada combustível pelo teor médio de carbono correspondente;
- Estimativa do *carbono a excluir* do cálculo das emissões e respectiva dedução ao teor de carbono contido no consumo aparente, para se calcular o teor real de carbono;
- Correção dos valores, de modo a retirar o *carbono não oxidado* na combustão;
- Conversão da quantidade de *carbono oxidado* em emissões de CO<sub>2</sub>.

O *consumo aparente* de um determinado combustível representa a quantidade de combustível disponível para uso interno no país.

Para os combustíveis primários<sup>V.4</sup>, a sua determinação faz-se através da seguinte expressão:

*Consumo aparente de combustíveis primários* = Produção + Importações – Exportações – Bancas Internacionais – Variação de Existências.

Uma variação positiva no investimento em existências diminui o consumo aparente de combustíveis. Uma redução na variação do investimento em existências provoca um aumento no consumo aparente.

O consumo aparente dos combustíveis secundários<sup>V.5</sup> deverá também ser adicionado ao consumo aparente dos combustíveis primários. No caso do consumo aparente destes combustíveis, a produção destes deverá ser ignorada nos cálculos, uma vez que o carbono incorporado nestes já se encontra incluído na oferta dos combustíveis primários, a partir

<sup>V.4</sup> As fontes de energia primária são todas as fontes provenientes da natureza na sua forma directa (como é o caso do carvão, do petróleo bruto e do gás natural).

<sup>V.5</sup> As fontes de energia secundária resultam de transformações das fontes de energia primária.

dos quais estes são derivados (por exemplo, a estimativa do consumo aparente do petróleo bruto contém já o carbono existente na gasolina refinada a partir deste).

Assim, o consumo aparente das fontes de energia secundária será:

*Consumo aparente de combustíveis secundários* = Importações – Exportações – Bancas Internacionais – Variação de Existências.

Note-se que estes cálculos poderão resultar em valores negativos para o consumo aparente. Esse resultado é perfeitamente aceitável, uma vez que a metodologia inclui nos cálculos a dedução das exportações e das variações de existências positivas.

### ***b) A abordagem sectorial***

Para a determinação das emissões de CO<sub>2</sub> de acordo com os dados sectoriais, é necessário considerar aspectos especificamente relacionados com a utilização de energia nos sectores de produção e transformação de energia, de modo a que não haja dupla contabilização (IPCC, 1996a, 1996b, 1996c, 2006b, 2006c).

A utilização de combustíveis nos sectores de produção e transformação de energia pode dividir-se em três grupos:

- *A transformação de combustíveis primários em secundários*, através de processos físicos ou químicos, não envolvendo a combustão (*e.g.* a transformação de petróleo bruto em produtos de petróleo na refinação, ou a transformação do carvão em coque e em gás de coque nos fornos de coque);
- *A combustão de combustíveis para gerar electricidade ou calor* (excluindo os combustíveis utilizados na co-geração, que podem estar incluídos nos sectores onde são utilizados);
- *A combustão de combustíveis para extracção e transformação de energia* (*e.g.* utilização de gás de refinaria para aquecer as colunas de destilação).

As actividades do primeiro grupo são principalmente as de refinação e produção de combustíveis sólidos e derivados de gases. Por definição, estas actividades não se traduzem em combustão. Apenas os combustíveis destinados às actividades dos segundo e terceiro grupos deverão ser considerados no cálculo de emissões.

### ***L.1.1) Emissões de CO<sub>2</sub> resultantes da combustão de combustíveis***

Optámos por utilizar uma abordagem similar à abordagem sectorial, sendo que a discrepância de valores entre a abordagem escolhida e a abordagem de referência é relativamente pequena, cifrando-se, geralmente, em cerca de 5% ou menos (IPCC, 2006b, 2006c). Deste modo, a abordagem de referência indica, teoricamente, um limite superior para os valores determinados de acordo com a abordagem sectorial.

#### ***a.1) Consumo de combustíveis***

No quadro de entradas e saídas simétrico a utilização total de combustíveis corresponde à quantidade total produzida e importada de combustíveis. Refira-se, contudo, que apenas deverão ser considerados os consumos eventualmente conducentes à combustão de energia. Deste modo, não deverão ser contabilizados os consumos de energia para exportação e para investimento (Proops *et al.*, 1993) - FBCF, variação de existências e ACOV.

$$\mathbf{cap}_E = A_{EX} + \mathbf{a}_{cptfE} \text{ cptf} + \mathbf{a}_{csfE} \text{ csf} + \mathbf{a}_{gE} \text{ g}. \quad (\text{V. 51})$$

#### ***a.2) Emissões resultantes da combustão de combustíveis***

Os consumos de energia são obtidos a partir do quadro de entradas e saídas simétrico ajustado, baseando-se fundamentalmente no balanço energético nacional (*vide* Anexo II). A partir dos dados facultados neste documento foi possível deduzir os consumos de energia não conducentes a combustão.

$$\mathbf{ecco}_{2E} = \mathbf{f}\hat{\mathbf{c}}\mathbf{t}_E \mathbf{f}\hat{\mathbf{c}}_E \mathbf{f}\hat{\mathbf{c}}_E [\mathbf{cap}_E - \mathbf{qca}_E] \left(\frac{44}{12}\right) (10^{-3}). \quad (\text{V. 52})$$

#### ***a.3) Consumo de combustíveis a excluir da combustão***

Nos nossos cálculos, optámos por considerar uma abordagem similar à abordagem sectorial, considerando a subtracção de todas as utilizações não energéticas dos produtos petrolíferos (*e.g.* conversão de petróleo bruto e de refugos e produtos intermédios noutras formas de energia secundária) e de carvão (*e.g.* conversão de carvão em coque).

$$\mathbf{qca}_E = [\mathbf{N}_{EX} + \mathbf{ncptf}_E + \mathbf{ncsf}_E + \mathbf{ng}_E]. \quad (\text{V. 53})$$

#### ***a.4) Utilização não energética de combustíveis pelas famílias***

O cálculo da utilização não energética de combustíveis pelas famílias efectua-se através da utilização de coeficientes estimados de acordo com a realidade nacional:

$$\mathbf{ncptf}_E = \mathbf{a}_{ncptfE} (\text{cptf}). \quad (\text{V. 54})$$

#### ***a.5) Utilização não energética de combustíveis pelas ISFLSF***

O cálculo da utilização não energética de combustíveis pelas ISFLSF efectua-se analogamente a (V.54):

$$\mathbf{ncsf}_E = \mathbf{a}_{ncsfE} (\text{csf}). \quad (\text{V. 55})$$

#### ***a.5) Utilização não energética de combustíveis pelas administrações públicas***

O cálculo da utilização não energética de combustíveis pelas administrações públicas efectua-se analogamente a (V.54):

$$\mathbf{ng}_E = \mathbf{a}_{ngE} (\text{g}). \quad (\text{V. 56})$$

#### ***a.6) Emissões totais de CO<sub>2</sub> resultantes da combustão de combustíveis***

A expressão de totalização das emissões de CO<sub>2</sub> resultantes da combustão de combustíveis obtém-se a partir da soma dos elementos do vector dado em (V.52):

$$\text{ecco}_2 = \mathbf{e}_{18}^T \mathbf{ecco}_{2E}. \quad (\text{V. 57})$$

#### ***L.2) Emissões de outros gases resultantes da combustão de combustíveis***

Os factores de emissão utilizados no cálculo das emissões de outros gases (CO, NO<sub>x</sub>, N<sub>2</sub>O, CH<sub>4</sub>, COVNM, NH<sub>3</sub> e SO<sub>2</sub>) são fortemente dependentes da tecnologia utilizada.

Como o conjunto de tecnologias utilizadas em cada sector varia de modo significativo, os factores de emissão também variam. Deste modo, optámos por utilizar, sempre que possível, uma *metodologia de nível 2*, recorrendo aos estudos técnicos que servem de base ao *Programa para os Tectos de Emissão Nacional – PTEN*<sup>V.6</sup> (Instituto do Ambiente *et al.*, 2004b) e ao *Inventário Nacional de Emissões* (Ferreira *et al.*, 2006).

---

<sup>V.6</sup> O PTEN tem como objectivo definir a estratégia nacional para o cumprimento dos tectos de emissões de SO<sub>2</sub>, NO<sub>x</sub>, COVNM e NH<sub>3</sub> e, assim, da Directiva 2001/81/CE (*Directiva Tectos*).



A partir deste ponto do texto, os poluentes emitidos serão designados pela letra  $w$ , em índice, onde  $w = 1 = \text{CO}$ ,  $2 = \text{NO}_x$ ,  $3 = \text{N}_2\text{O}$ ,  $4 = \text{CH}_4$ ,  $5 = \text{COVNM}$ ,  $6 = \text{SO}_2$ ,  $7 = \text{NH}_3$ ,  $8 = \text{CO}_2$ , sendo que, nesta secção, as emissões de  $\text{CO}_2$  não são consideradas.

### ***a.1) Geração de electricidade e co-geração***

Para o cálculo dos consumos de produtos de petróleo conducentes a combustão consideram-se os consumos de petróleo não energético com factores de emissão nulos.

$$e_{\text{elect}_w} = (\mathbf{fe}_{\text{elect}_w})^T (\hat{\mathbf{f}}_{\mathbf{ctj}_E} (\mathbf{A}_{E_{\text{elect}}} \mathbf{x}_{\text{elect}})) (10^{-9}). \quad (\text{V. 58})$$

$$e_{\text{cog}_w} = (\mathbf{fe}_{\text{cog}_w})^T (\hat{\mathbf{f}}_{\mathbf{ctj}_E} (\mathbf{A}_{E_{\text{cog}}} \mathbf{x}_{\text{cog}})) (10^{-9}). \quad (\text{V. 59})$$

### ***a.2) Refinarias nacionais***

Para o cálculo dos consumos de produtos de petróleo conducentes a combustão consideram-se apenas os consumos próprios de refinação de petróleo energético, sendo expurgados, dos consumos totais de energia, os consumos referentes à conversão de energia primária em energia secundária, bem como os consumos referentes a perdas de transporte e distribuição. No caso da produção de coque, que se encontra agregada a este sector, deduziu-se o consumo de carvão para produção de coque.

$$e_{\text{ref}_w} = (\mathbf{fe}_{\text{ref}_w})^T (\hat{\mathbf{f}}_{\mathbf{ctj}_E} (\mathbf{A}_{E_{\text{ref}}} - \mathbf{N}_{E_{\text{ref}}} \mathbf{x}_{\text{ref}})) (10^{-9}). \quad (\text{V. 60})$$

### ***a.3) Indústria transformadora e construção (incluindo a indústria extractiva e a construção civil e as obras públicas)***

Para o cálculo deste tipo de emissões são tidos em conta os factores de emissão padrão por forma de energia e são deduzidos os consumos de energia que não originam combustão (*e.g.* utilização de produtos petrolíferos como matéria-prima na indústria química).

$$e_{\text{ind}_w} = (\mathbf{fe}_{\text{ind}_w})^T (\hat{\mathbf{f}}_{\mathbf{ctj}_E} (\mathbf{A}_{E_{\text{ind}}} - \mathbf{N}_{E_{\text{ind}}} \mathbf{x}_{\text{ind}})) (10^{-9}). \quad (\text{V. 61})$$

### ***a.4) Transportes***

A metodologia de cálculo das emissões de gases neste sector assenta na multiplicação de factores de emissão pela actividade transportadora. Os níveis de actividade, por sua vez, são representados em termos de consumos energéticos<sup>V.7</sup> (tep).

<sup>V.7</sup> Os consumos de petróleo não energético possuem factores de emissão nulos.

Como não existe uma correspondência directa entre o sector de transportes do balanço energético nacional, que inclui todos os tipos de transporte<sup>V.8</sup>, e o sector de transportes da matriz simétrica de entradas e saídas, não é possível aplicar uma *metodologia de nível 2* (com base em factores de emissão específicos para o país). Por este motivo, optámos por aplicar *uma metodologia de nível 1* (com base nos factores de emissão sugeridos para este sector pelo IPCC (1996a, 1996b, 1996c, 2006b)).

$$\text{ectr}_{tw} = (\text{fectr}_{tw})^T (\hat{\mathbf{f}}\mathbf{c}\mathbf{t}\mathbf{j}_E (\mathbf{A}_{E,t} \mathbf{x}_t)) (10^{-9}), \quad (\text{V. 62})$$

onde  $t = 60, 61, 62$  (ramos de actividade do quadro simétrico de entradas e saídas).

#### ***a.4.1) Emissões de SO<sub>2</sub>***

As emissões de dióxido de enxofre estão directamente relacionadas com o teor de enxofre dos combustíveis. Deste modo, os factores de emissão de SO<sub>2</sub> podem ser estimados do seguinte modo:

$$\text{fectr}_{ctw} = (2) (s) \left(\frac{1}{q}\right) (10^9) (1 - r) (1 - \text{tred}), \quad (\text{V. 63})$$

onde  $w = 6$  e  $c$  corresponde ao tipo de combustível utilizado.

#### ***a.5) Serviços, agricultura, pecuária e pesca***

As emissões nos sectores de serviços, agricultura, pecuária e pesca são obtidas considerando que os consumos de petróleo não energético possuem factores de emissão nulos.

$$\text{ecos}_{yw} = (\text{fecos}_{yw})^T (\hat{\mathbf{f}}\mathbf{c}\mathbf{t}\mathbf{j}_E (\mathbf{A}_{E,y} \mathbf{x}_y)) (10^{-9}), \quad (\text{V. 64})$$

onde  $y = 1, 2, 5, 41, 50$  a  $55$  e  $63$  a  $93$  (ramos de actividade do quadro simétrico de entradas e saídas).

---

<sup>V.8</sup> O consumo de energia dos transportes individuais, por exemplo, figura no sector de transportes do balanço energético. No entanto, o consumo de energia dos transportes individuais no quadro simétrico de entradas e saídas pode figurar no sector de consumo privado.

### ***a.6) Sectores de consumo final***

As emissões nos sectores de consumo final são determinadas considerando que os consumos de petróleo não energético possuem factores de emissão nulos.

$$eccp_w = (\mathbf{feccp}_w)^T (\mathbf{fctj}_E [(\mathbf{a}_{cptfE} \text{ cptf}) + (\mathbf{a}_{cfsE} \text{ csf}) + (\mathbf{a}_{gE} \text{ g})] (10^{-9})). \quad (\text{V. 65})$$

### ***a.7) Expressão de totalização das emissões de outros gases resultantes da combustão de combustíveis***

A expressão de totalização das emissões de outros gases resultantes da combustão de combustíveis obtém-se a partir das expressões (V.58) a (V.65):

$$ec_w = ecelect_w + eccog_w + ecref_w + ecind_w + \sum_t ectr_{tw} + \sum_y ecos_{yw} + eccp_w. \quad (\text{V. 66})$$

Os índices t e y possuem a gama de variação referida em (V.62) a (V.64).

## ***II) Emissões resultantes de fuga e/ou evaporação***

As emissões fugitivas e/ou evaporativas resultam da libertação intencional, ou não, de gases, a partir de *actividades antropogénicas*. Em geral, este tipo de emissões resulta da produção, processamento, transmissão, armazenamento e utilização de combustíveis, bem como da combustão sem fins de produtivos (*e.g.* queima de gás que não pode ser contido ou tratado).

Em Portugal apenas existem dados para os combustíveis líquidos (produtos de petróleo) e gasosos (gás natural), dado não haver exploração de minas de carvão desde 1994.

### ***a.1) Emissões fugitivas/evaporativas relacionadas com o transporte de petróleo bruto (crude)***

As emissões obtidas a partir desta fonte consistem, fundamentalmente, em compostos orgânicos voláteis, incluindo o metano, que se evaporam para a atmosfera durante o transporte de petróleo bruto para o seu processamento nas refinarias.

A actividade considerada, neste contexto, para aferir as emissões resultantes do carregamento e descarregamento de petróleo bruto dos respectivos terminais corresponde ao consumo de petróleo bruto no sector de refinação de petróleo (aproximadamente igual à quantidade de petróleo bruto processada no sector de refinação), em toneladas.

$$eftpb_w = (a_{pbref} x_{ref}) (fct_{pb}) (feftpb_w) (10^{-9}). \quad (V. 67)$$

### ***a.2) Emissões relacionadas com a refinação de produtos de petróleo***

A actividade considerada, neste contexto, para aferir as emissões resultantes da refinação e armazenamento de produtos de petróleo corresponde à produção do sector de refinação. Os factores de emissão foram determinados a partir dos valores totais do Inventário Nacional de Emissões (Ferreira *et al.*, 2006) para o ano base, sendo posteriormente divididos pelo nível de *output* do sector de refinação no ano base do estudo.

$$efpp_w = (x_{ref}) (fefpp_w) (10^{-9}). \quad (V. 68)$$

### ***a.3) Emissões fugitivas/evaporativas relacionadas com a distribuição de produtos de petróleo***

De acordo com Inventário Nacional de Emissões (Ferreira *et al.*, 2006), considera-se apenas nesta rubrica a distribuição de gasolinas.

#### ***a.3.1) Distribuição de gasolinas até às estações de serviço***

Considera as operações da estação de distribuição das refinarias, a carga, transporte e armazenamento intermédios e a carga e armazenamento em estações de serviço (excluindo o abastecimento de veículos), em toneladas. De acordo com o Inventário Nacional de Emissões (Ferreira *et al.*, 2006), o indicador de actividade a considerar para o cálculo de emissões corresponde ao nível de produção de gasolinas das refinarias nacionais para o mercado interno e externo. Assim, o cálculo deste tipo de emissões obtém-se da seguinte forma:

$$efd_{dist_w} = (x_{gasolina}) (fct_{gasolina}) (fe_{fdist_w}) (10^{-9}). \quad (V. 69)$$

#### ***a.3.2) Abastecimento de veículos nas estações de serviço***

Considera as emissões durante o enchimento do depósito e eventuais perdas por derrame de gasolinas, em toneladas. Como, através do modelo, não é possível determinar a quantidade produzida para o mercado de exportações, dado que é possível exportar bens importados, considerámos, por simplificação, o mesmo indicador de actividade considerado na expressão anterior.

$$efabast_w = (x_{gasolina}) (fct_{gasolina}) (fe_{fabast_w}) (10^{-9}). \quad (V. 70)$$

#### ***a.4) Emissões fugitivas/evaporativas relacionadas com a transmissão de gás natural***

A actividade considerada, neste contexto, para aferir as emissões resultantes do transporte de gás natural é, por simplificação, a quantidade de gás natural transmitida/distribuída (Instituto do Ambiente *et al.*, 2004; Ferreira *et al.*, 2006).

$$efgn_w = (A_{Egn} \cdot x + a_{cptfgn} \cdot c_{ptf} + a_{csfgn} \cdot c_{sf} + a_{ggn} \cdot g) (fctj_{gn}) (fefgn_w) (10^{-9}). \quad (V. 71)$$

#### ***a.5) Emissões fugitivas/evaporativas relacionadas com a ventilação e queima na produção de produtos de petróleo***

A ventilação e queima correspondem à eliminação de gases que não podem ser contidos ou tratados. As actividades de ventilação originam emissões de metano, uma vez que os gases ventilados têm um elevado teor deste poluente. As emissões de metano relacionadas com a queima dos gases dependem da eficiência dos processos utilizados.

A actividade considerada, neste contexto, para aferir as emissões resultantes da ventilação e queima no sector de refinação corresponde à produção do sector. Os factores de emissão foram determinados a partir dos valores totais do Inventário Nacional de Emissões (Ferreira *et al.*, 2006) para o ano base, sendo posteriormente divididos pelo nível de *output* do sector de refinação no ano base do estudo.

$$efvent_w = (fevent_w) (x_{ref}) (10^{-9}). \quad (V. 72)$$

#### ***a.6) Emissões fugitivas/evaporativas relacionadas com a produção de energia geotérmica***

A actividade considerada para aferir as emissões resultantes da produção de energia geotérmica é a quantidade de energia geotérmica produzida.

$$efgeot_w = (fegeot_w) (fctj_{geot}) (x_{geot}) (10^{-9}). \quad (V. 73)$$

#### ***a.7) Expressões de totalização das emissões fugitivas/evaporativas***

A expressão de totalização das emissões fugitivas/evaporativas obtém-se a partir da soma de (V.67) a (V.73):

$$ef_w = eftpb_w + efpp_w + efdist_w + efabast_w + efgn_w + efvent_w + efgeot_w. \quad (V. 74)$$

### ***LII) Emissões associadas aos processos industriais***

As emissões obtidas nesta secção compreendem as emissões de gases associadas aos processos industriais.

De acordo com o IPCC (1996a, 1996b, 1996c, 2006d), os processos associados à produção de minerais (*e.g.* produção de *clinker*), à produção do sector da construção (*e.g.* utilização de asfalto na pavimentação de estradas), à produção da indústria química (*e.g.* produção de ácido nítrico), à produção de metal (*e.g.* produção de ferro e de aço), à produção das indústrias do papel e de pasta de papel e à produção das indústrias alimentares e de bebidas (*e.g.* gaseificação de bebidas), podem conduzir a emissões de gases poluentes.

A actividade considerada para o cálculo deste tipo de emissões corresponde ao *output* dos sectores de actividade. Os factores de emissão associados aos processos industriais obtiveram-se dividindo os totais de emissões nacionais (referentes aos processos industriais) pelo *output* dos ramos de actividade no ano base do estudo.

As emissões associadas aos processos obtêm-se do seguinte modo:

$$epr_{jw} = (fepr_{jw}) (x_j) (10^{-9}). \quad (V. 75)$$

#### ***a.1) Expressão de totalização das emissões de processos industriais***

A expressão de totalização das emissões fugitivas/evaporativas obtêm-se a partir da soma das emissões do poluente *w* nos diferentes sectores de actividade:

$$epr_w = \sum_j epr_{jw}. \quad (V. 76)$$

### ***LIII) Emissões resultantes da utilização de solventes e de outros produtos***

As emissões referentes à utilização de solventes (petróleo não energético) obtêm-se do seguinte modo:

$$efsolv_w = (A_{E_{solv.}} \mathbf{x} + a_{cptfsolv} \text{ cptf} + a_{csfsolv} \text{ csf} + a_{gsolv} \text{ g}) (fct_{solv}) (fefsolv_w) (10^{-9}). \quad (V. 77)$$

As emissões relativas à utilização de outros produtos (*e.g.* aplicação de tintas e outros) calculam-se em função dos níveis de *output* dos sectores que os utilizam, uma vez que não foi possível obter dados detalhados por sector de actividade:

$$efout_{jw} = (fefout_{jw}) (x_j) (10^{-9}). \quad (V. 78)$$

### ***a.1) Expressão de totalização das emissões resultantes da utilização de solventes e de outros produtos***

A expressão de totalização das emissões resultantes da utilização de solventes e de outros produtos obtém-se a partir da soma das emissões nos diferentes sectores de actividade (V.78) com as emissões referentes à utilização de solventes (V.77), para o poluente w:

$$efsolvout_w = efsolv_w + \sum_j efout_{j_w} . \quad (V. 79)$$

### ***LIV) Emissões no sector agrícola***

As actividades agrícolas geram emissões de GEE e de substâncias acidificantes a partir de um conjunto variado de fontes. Neste sector optámos por quantificar as emissões resultantes da gestão e tratamento de estrume, as emissões geradas pela fermentação entérica, as emissões atmosféricas provenientes da queima de resíduos agrícolas e as emissões originadas pelo uso de fertilizantes azotados, considerando que as restantes actividades produzem emissões residuais.

#### ***a.1) Gestão e tratamento de estrumes***

Relativamente às actividades de produção animal, há a considerar as emissões de  $NH_3$ ,  $CH_4$  e  $N_2O$ , que se encontram intimamente ligadas com a gestão e tratamento dos estrumes. Neste contexto, foram seguidas as metodologias do Instituto do Ambiente *et al.* (2004) e do IPCC (2006a).

Para o cálculo destas emissões é necessário ter em conta a repartição dos vários sistemas de gestão de estrume, dada a sua influência directa nas emissões. No entanto, como só foi possível obter dados mais desagregados para o cálculo das emissões de  $N_2O$ , utilizámos uma metodologia menos detalhada para o cálculo das restantes emissões.

##### ***a.1.1) Emissões de $N_2O$***

A produção do ramo 1 do quadro simétrico de entradas e saídas corresponde à produção agrícola, animal, caça e actividades conexas.

O cálculo de emissões neste ramo de actividade obtém-se do seguinte modo (onde w = 1, 2, 3, 5, 6, com as componentes das restrições a assumir um valor não nulo apenas para w = 3):

$$egte_{rw} = (aest_r) (apec_r \ x_y) [(agte_r)^T (fegte_w)] (10^{-3}), \quad (V. 80)$$

onde  $r = 1 =$  vacas leiteiras,  $2 =$  outros bovinos,  $3 =$  porcas reprodutoras,  $4 =$  porcos de engorda  $5 =$  frangos de corte,  $6 =$  galinhas poedeiras,  $7 =$  outras aves,  $8 =$  ovelhas e borregos,  $9 =$  cabras,  $10 =$  cavalos,  $11 =$  mulas e burros,  $12 =$  coelhas reprodutoras;  $y = 1$  (ramo de actividade do quadro simétrico de entradas e saídas).

### ***a.1.2) Emissões de CH<sub>4</sub> e de NH<sub>3</sub>***

O cálculo das emissões de NH<sub>3</sub> e de CH<sub>4</sub> efectua-se, tendo em consideração um factor de emissão padrão por efectivo, do seguinte modo (onde  $w = 4, 7$ ):

$$egte_{rw} = (fegte_{rw}) (apec_r x_y) (10^{-3}), \quad (V. 81)$$

onde  $y = 1$ .

### ***a.2) Fermentação entérica***

A fermentação entérica é um processo digestivo que ocorre no *rúmen* dos herbívoros ruminantes (bovinos, ovinos e caprinos) e que produz metano (IPCC, 2006a).

#### ***a.2.1) Emissões de CH<sub>4</sub>***

O cálculo das emissões de CH<sub>4</sub> resultantes da fermentação entérica efectua-se de modo análoga (V.81) (onde os elementos das restrições assumem um valor não nulo apenas para  $w = 4$ ):

$$efent_{rw} = (fefent_{rw}) (apec_r x_y) (10^{-3}), \quad (V. 82)$$

onde  $y = 1$ .

### ***a.3) Queima de resíduos agrícolas***

Refira-se que no cálculo das emissões de COVNM os factores de emissão são multiplicados pelo total de resíduos agrícolas, não sendo considerados apenas os teores de matéria seca existentes nos resíduos.

O cálculo de emissões neste ramo de actividade obtém-se, genericamente, do seguinte modo:

$$eqra_{aw} = (ara_a) (fseca_a) (apa_a x_y) (aqra_a) (feqra_{aw}) (10^{-9}), \quad (V. 83)$$



onde  $a = 1 =$  vinha,  $2 =$  pomares e produtos frescos,  $3 =$  olival,  $4 =$  arroz e  $y = 1$  (ramo de actividade do quadro simétrico de entradas e saídas).

#### ***a.4) Utilização de fertilizantes azotados***

Este tipo de emissões considera-se directamente relacionado com o padrão de aplicação de fertilizantes azotados, em função da área total de produção agrícola.

$$efn_{dw} = (efn_{dw}) (afn_d) \left( \sum_{a=1}^4 pa_a x_y \right) (10^{-9}), \quad (V. 84)$$

onde  $d = 1 =$  deposição directa,  $2 =$  deposição atmosférica,  $3 =$  *lixiviação* do azoto,  $a = 1, 2, 3, 4$  e  $y = 1$  (ramo de actividade do quadro simétrico de entradas e saídas).

#### ***a.5) Expressão de totalização de emissões no sector agrícola***

A totalização das emissões no sector agrícola obtém-se a partir das expressões (V.80) a (V.84):

$$eagric_w = \sum_r egte_{rw} + \sum_r efent_{rw} + \sum_a eqra_{aw} + \sum_d efn_{dw} . \quad (V. 85)$$

Os índices  $r$ ,  $a$  e  $d$  variam na gama referida em (V.80) a (V.84).

#### ***LV) Emissões resultantes da gestão de resíduos***

A gestão e tratamento dos resíduos industriais e municipais são fontes de emissão de GEE e de gases acidificantes. O Inventário Nacional de Emissões considera as emissões resultantes da deposição de resíduos sólidos em aterro, do tratamento biológico de resíduos e da incineração e queima a céu aberto de resíduos. Neste sentido, optámos por seguir uma abordagem similar. Refira-se que o cálculo das emissões associadas à incineração de resíduos sólidos urbanos já se efectuou no cálculo das emissões associadas à combustão de combustíveis para produção de electricidade, uma vez que, de acordo com os dados disponíveis (*vide* Eurostat (2003)), a incineração destes resíduos conduz ao seu aproveitamento energético total, não sendo, portanto, aqui tratado.

***a.1) Resíduos sólidos urbanos***

Os resíduos sólidos urbanos (RSU) correspondem, em geral, aos resíduos produzidos pelas famílias e pelos sectores de comércio e de serviços:

$$rsu = rsudom + rsucomserv + rsu_{90}. \quad (V. 86)$$

***a.1.1) RSU gerados pelas famílias e ISFLSF***

O cálculo da produção de RSU pelas famílias e ISFLSF efectua-se através da utilização de um coeficiente estimado de acordo com a realidade nacional:

$$rsudom = (arsudom) (cptf + csf). \quad (V. 87)$$

***a.1.2) RSU gerados pelos sectores de comércio e serviços (excepto de saneamento, higiene pública e serviços similares)***

O cálculo da produção de RSU pelos sectores de comércio e serviços efectua-se analogamente a (V.87):

$$rsucomserv = (arsucomserv) [e_{19}^T (x_{comserv})]. \quad (V. 88)$$

***a.1.3) RSU tratados e manuseados pelo sector de saneamento, higiene pública e serviços similares***

O cálculo da quantidade de RSU tratados e manuseados pelo sector de saneamento, higiene pública e serviços similares efectua-se analogamente a (V.87):

$$rsu_{90} = (arsu_{90}) (x_y), \quad (V. 89)$$

onde  $y = 90$  (ramo de actividade do quadro simétrico de entradas e saídas).

***a.1.4) Deposição de RSU em aterro, por tipo de resíduo***

A determinação da quantidade de RSU depositada em aterro é efectuada com base numa percentagem de resíduos (definida exogenamente) que é afectada a este modo de tratamento:

$$rsuaterro_u = (rsu) (frsuaterro) (aresiduo_u), \quad (V. 90)$$

onde  $u = 1 =$  matéria orgânica,  $2 =$  papel e cartão,  $3 =$  plástico,  $4 =$  madeira,  $5 =$  vidro,  $6 =$  metais,  $7 =$  têxteis,  $8 =$  outros inertes.

#### ***a.1.4.1) Emissões de CH<sub>4</sub> e de NH<sub>3</sub> devido à deposição de RSU em aterro, por tipo de resíduo***

As emissões de NH<sub>3</sub> e de CH<sub>4</sub> foram determinadas através do método FOD (*First Order Decay*). O método FOD assume que o carbono orgânico degradável existente nos resíduos se degrada lentamente ao longo de algumas décadas (IPCC, 2006e). Em condições constantes, a taxa de produção de CH<sub>4</sub> depende apenas do carbono retido nos resíduos. Como resultado deste facto, as emissões de CH<sub>4</sub> decorrentes da deposição de resíduos em aterro são superiores nos primeiros anos, declinando, gradualmente, à medida que o carbono degradável nos resíduos é consumido por bactérias. As emissões de NH<sub>3</sub> determinam-se por substituição do potencial de produção de CH<sub>4</sub> pelo potencial de produção de NH<sub>3</sub>. Este parâmetro foi calculado por troca da fracção de CH<sub>4</sub> no biogás pelo valor correspondente ao NH<sub>3</sub> (Instituto do Ambiente *et al.*, 2004). Devido à inexistência de dados, consideram-se fracções de recuperação e de oxidação de metano nulas. Por simplificação, e por falta de informação estatística com o detalhe necessário, considerou-se que a produção de RSU tem sempre a mesma composição, bem como o mesmo potencial gerador de CH<sub>4</sub>, para a série temporal considerada (1989 – 2009).

$$\text{ersuaterro}_{uw} = \sum_n [(1 - e^{-k}) (\text{rsuaterro}_{un}) (\text{mfcrsu}_u) (\text{docrsu}_u) (\text{docfrsu}_u) (f_w) (\frac{16}{12}) (1 - e^{-k_u(2010-n)})](10^{-3}), \quad (\text{V. 91})$$

onde w = 1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, com cada elemento a assumir valores não nulos apenas para w = 4, 7 e u = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8.

#### ***a.1.4.2) Emissão de COVNM devido à deposição de RSU em aterro, por tipo de resíduo***

As emissões de COVNM foram estimadas de acordo com a metodologia definida em Instituto do Ambiente *et al.* (2004). O cálculo é efectuado com base na produção de metano em aterros sanitários e na concentração de compostos orgânicos não metânicos – CONM. Refira-se que se assume a inexistência de co-deposição em aterros em 2010, utilizando-se, para o efeito, os factores de emissão correspondentes.

$$\text{ersuaterro}_{uw} = [(2) (\text{ersuaterro}_{u4}/\text{densch4}) (10^6) (\text{cconm}) (10^{-6}) (\frac{(86.18)(\text{pop})}{(8.205)(10^{-5})(1000)(273+\text{top})})] (\text{covnm}) (10^{-6}), \quad (\text{V. 92})$$

onde w = 5.

#### ***a.1.5) Compostagem e digestão anaeróbia de RSU***

A compostagem é um processo biológico de valorização da matéria orgânica presente nos resíduos (processo aeróbio), promovendo a sua decomposição, através da

acção de microorganismos, podendo ser aplicada a resíduos sólidos vegetais e municipais e a misturas de resíduos sólidos e lamas de estações de tratamento de águas residuais.

A digestão anaeróbia consiste na mineralização da matéria orgânica na ausência de oxigénio, tendo como principal objectivo a produção de energia, sob a forma de metano ou biogás, em alternativa aos combustíveis fósseis. Como não existem dados acerca dos quantitativos sujeitos a compostagem, por tipo de resíduo, considera-se uma fracção de resíduos (definida exogenamente) que é afectada a este modo de tratamento:

$$\text{rsucomp} = (\text{rsu}) (\text{frsucomp}). \quad (\text{V. 93})$$

#### ***a.1.5.1) Emissões de $N_2O$ , de $CH_4$ e de $NH_3$ resultantes do tratamento biológico de RSU***

O cálculo das emissões decorrentes desta forma de tratamento de resíduos efectua-se do seguinte modo:

$$\text{ersucomp}_w = (\text{rsucomp}) (\text{fersucomp}_w) (1 - \text{redemrsu}_w) (10^{-6}), \quad (\text{V. 94})$$

onde cada elemento assume valores não nulos apenas para  $w = 3, 4, 7$ .

#### ***a.2) Resíduos industriais banais***

No cálculo deste tipo de emissões faz apenas sentido considerar os resíduos industriais banais (RIB) (Instituto do Ambiente *et al.*, 2004).

##### ***a.2.1) Geração de RIB, por sector industrial (incluindo o sector de refinação)***

A metodologia de cálculo da geração de RIB por sector industrial efectuou-se com base em factores médios de produção de resíduos industriais, deduzindo-se posteriormente a fracção de resíduos perigosos estimada de acordo com a realidade nacional.

$$\text{rib}_j = (\text{ari}_j) (x_j) (1 - \text{fripri}), \quad (\text{V. 95})$$

onde  $j = 15$  a  $37$  (ramos de actividade do quadro simétrico de entradas e saídas).

### ***a.2.2) Deposição de RIB orgânicos em aterro***

Como não existem dados acerca dos quantitativos de RIB sujeitos a deposição em aterro, por tipo de resíduo, considera-se uma fracção de RIB (definida exogenamente) que é afectada a este modo de tratamento:

$$\text{riborgaterro} = \sum_j \text{rib}_j (\text{fribaterro}) (\text{friborgaterro}). \quad (\text{V. 96})$$

#### ***a.2.2.1) Emissões devido à deposição de RIB orgânicos em aterro***

A metodologia de cálculo das emissões relacionadas com a deposição de RIB em aterro é efectuada considerando factores de emissão proporcionais à produção média de RIB. Relativamente ao cálculo das emissões de NH<sub>3</sub>, optámos por aplicar um factor de proporcionalidade entre as emissões de NH<sub>3</sub> e de CH<sub>4</sub> (similarmente à metodologia seguida em Instituto do Ambiente *et al.* (2004)). Esta abordagem foi considerada uma vez que não foi possível obter informação detalhada para a composição dos RIB, ao contrário do que sucede para os RSU, bem como dados com séries temporais alargadas acerca da produção de RIB no país.

$$\text{eriborgaterro}_w = (\text{feriborg}_w) (\text{riborgaterro}) (10^{-6}), \quad (\text{V. 97})$$

onde  $w = 1, 2, 3, 4, 6, 7, 8$ , com os elementos a assumir valores não nulos apenas para  $w = 4, 7$ .

#### ***a.2.2.3) Emissão de COVNM devido à deposição de RIB orgânicos em aterro***

As emissões de COVNM devido à deposição de RIB orgânicos em aterro foram estimadas de modo análogo a (V.92).

$$\text{eriborgaterro}_w = [(2)(\text{eriborgaterro}_4/\text{densch4})(10^6)(\text{cconm})(10^{-6}) \left( \frac{(86.18)(\text{pop})}{(8.205)(10^{-5})(1000)(273+\text{top})} \right)] (\text{covnm}) (10^{-6}), \quad (\text{V. 98})$$

onde  $w = 5$ .

### ***a.2.3) Incineração de RIB (sem valorização energética)***

Apenas se tem em conta a incineração de RIB sem valorização energética, uma vez que a combustão dos RIB com valorização energética já foi considerada anteriormente no cálculo de emissões referentes à combustão, nos sectores de energia eléctrica e co-geração. Como não existem dados acerca dos quantitativos de RIB sujeitos a incineração, por tipo de resíduo, considera-se uma fracção de RIB (definida exogenamente) que é afectada a este modo de tratamento:

$$\text{ribincin} = \sum_j \text{rib}_j (\text{fribincinsve}). \quad (\text{V. 99})$$

***a.2.3.1 Emissões resultantes da incineração (sem valorização energética) de RIB (excluindo emissões de CO<sub>2</sub>)***

A determinação das emissões resultantes da incineração de RIB efectua-se com base na aplicação de factores de emissão padrão às quantidades de RIB incineradas:

$$\text{eribincin}_w = (\text{ribincin}) (\text{feribincin}_w) (10^{-6}), \quad (\text{V. 100})$$

onde cada elemento assume valor nulo para  $w = 8$ .

***a.3) Resíduos hospitalares sujeitos a tratamento por incineração***

A determinação de resíduos hospitalares sujeitos a incineração efectua-se com base na quantidade de resíduos hospitalares sujeita a incineração por unidade de *output* do ramo 85:

$$\text{rhincin} = (\text{arhincin}_{85}) (x_y), \quad (\text{V. 101})$$

onde  $y = 85$  (ramo de actividade do quadro de entradas e saídas).

***a.3.1) Emissões resultantes da incineração de resíduos hospitalares (excluindo emissões de CO<sub>2</sub>)***

As emissões resultantes da incineração de resíduos hospitalares determinam-se com base em factores de emissão padrão, em função das quantidades sujeitas a incineração:

$$\text{erhincin}_w = (\text{rhincin}) (\text{ferhincin}_w) (10^{-6}), \quad (\text{V. 102})$$

onde cada elemento assume valor nulo para  $w = 8$ .

***a.4) Emissões de CO<sub>2</sub> resultantes da incineração de resíduos (RSU, RIB e resíduos hospitalares)***

A metodologia de cálculo de emissões de CO<sub>2</sub> devido à incineração de resíduos difere da metodologia aplicada ao cálculo das emissões de outros poluentes, pelo que optámos por considerá-la numa secção diferente. O cálculo deste tipo de emissões deve apenas referir-se à percentagem de resíduos não biogénicos incinerados, tendo fundamentalmente em consideração o teor de carbono fóssil existente nos resíduos (*e.g.* plásticos e têxteis sintéticos). Deste modo, a determinação deste tipo de emissões

efectua-se do seguinte modo (considerando-se valores não nulos apenas para os elementos com  $w = 8$ ):

$$\begin{aligned} \text{eresincin}_w = & [((\text{rsu}) (\text{frsuincin}) + \sum_j \text{rib}_j (\text{fribincin})) (\text{ccrsurib}) (\text{fcfrsurib}) + \\ & + (\text{rhincin}) (\text{ccrh}) (\text{fcfrh})] \left(\frac{44}{12}\right) (\text{efqueima}) (10^{-3}). \end{aligned} \quad (\text{V. 103})$$

#### ***a.5) Expressões de totalização das emissões decorrentes do tratamento de resíduos***

A totalização das emissões decorrentes do tratamento de resíduos obtém-se a partir das expressões (V.86) a (V.103):

$$\begin{aligned} \text{eres}_w = & \sum_u \text{ersuaterro}_{uw} + \text{ersucomp}_w + \text{eriborgaterro}_w + \text{eribincin}_w + \\ & + \text{erhincin}_w + \text{eresincin}_w. \end{aligned} \quad (\text{V. 104})$$

O índice  $u$  varia na gama referida em (V.90).

### ***LVI) Emissões resultantes do tratamento de águas residuais***

#### ***a.1) Águas residuais domésticas***

O tratamento das águas residuais domésticas é responsável pela emissão de GEE e de substâncias acidificantes.

##### ***a.1.1) Componente organicamente degradável total nas águas residuais domésticas***

O cálculo da componente organicamente degradável nas águas residuais domésticas efectua-se tendo em consideração a carência bioquímica de oxigénio (*biochemical oxygen demand*) *per capita*:

$$\text{tow} = (\text{p}) (\text{bod}). \quad (\text{V. 105})$$

### ***a.1.2) Emissões de CH<sub>4</sub>***

A estimativa das emissões de CH<sub>4</sub> relativas ao tratamento de águas residuais domésticas baseia-se na aplicação de um factor de emissão por unidade de componente orgânica degradável (Ferreira *et al.*, 2006):

$$\text{eagdds}_w = (\text{feagd1}_w) (\text{tow} - (\text{ds}) (\text{tow})) (1 - \text{recagdt}_w) + (\text{fesd}_w) (\text{ds}) (\text{tow}) (1 - \text{recds}_w) (10^{-6}), \quad (\text{V. 106})$$

onde  $w = 1, 2, 4, 6$  e cada elemento assume valores não nulos apenas para  $w = 4$ .

### ***a.1.3) Emissões de N<sub>2</sub>O e de NH<sub>3</sub>***

A estimativa das emissões de N<sub>2</sub>O e de NH<sub>3</sub> relativas ao tratamento de águas residuais domésticas baseia-se na aplicação de um factor de emissão por unidade de Azoto (N) (Instituto do Ambiente *et. al*, 2004):

$$\text{eagdds}_w = (\text{feagd2}_w) (p) (\text{cprot}) (\text{fnpr}) (\text{fseptic}) (10^{-6}), \quad (\text{V. 107})$$

onde  $w = 3, 7$ .

### ***a.1.4) Emissões de COVNM***

As emissões de COVNM resultantes do tratamento de águas residuais são calculadas por aplicação de um factor de emissão por volume de água residual tratada. O volume de águas residuais tratadas foi calculado com base em dados de capitação de água de abastecimento (majorados em 25%) e numa taxa de saneamento de 66% (Instituto do Ambiente *et. al*, 2004).

$$\text{eagdds}_w = (\text{feagd3}_w) (p) (\text{cagd}) (\text{fsaneamento}) (10^{-6}), \quad (\text{V. 108})$$

onde  $w = 5$ .

## ***a.2) Águas residuais industriais***

O tratamento das águas residuais industriais conduz à emissão de GEE e de substâncias acidificantes.

### ***a.2.1) Emissões de N<sub>2</sub>O, de CH<sub>4</sub> e de COVNM***

Na estimativa das emissões de N<sub>2</sub>O, de CH<sub>4</sub> e de COVNM resultantes do tratamento de águas residuais industriais recorreu-se à metodologia e informação disponibilizadas pelo



Instituto do Ambiente no Inventário Nacional de Emissões (Instituto do Ambiente *et al.*, 2004). Neste contexto, foram aplicados factores de emissão, considerando um valor de carga orgânica das águas residuais industriais de 33 000 milhares de habitantes equivalente anual.

$$eagind_w = (dcind) (feagind_w) (10^{-6}), \quad (V. 109)$$

onde cada elemento assume valores não nulos apenas para  $w = 3, 4, 5$ .

### ***LVII) Indicadores ambientais (expressões de totalização)***

#### ***a.3.2) Emissões totais de CO***

$$etco = ec_w + ef_w + epr_w + efsolvout_w + eagric_w + eres_w + eagdds_w + eagind_w, \quad (V. 110)$$

$$etco \leq etco^U,$$

onde  $w = 1$ .

#### ***a.4) Emissões totais de NO<sub>x</sub>***

$$etnox = ec_w + ef_w + epr_w + efsolvout_w + eagric_w + eres_w + eagdds_w + eagind_w \quad (V. 111)$$

$$etnox \leq etnox^U,$$

onde  $w = 2$ .

#### ***a.2) Emissões totais de N<sub>2</sub>O***

$$etn2o = ec_w + ef_w + epr_w + efsolvout_w + eagric_w + eres_w + eagdds_w + eagind_w, \quad (V. 112)$$

$$etn2o \leq etn2o^U,$$

onde  $w = 3$ .

**a.3) Emissões totais de CH<sub>4</sub>**

$$\text{etch4} = \text{ec}_w + \text{ef}_w + \text{epr}_w + \text{efsolvout}_w + \text{eagric}_w + \text{eres}_w + \text{eagdds}_w + \text{eagind}_w, \quad (\text{V. 113})$$

$$\text{etch4} \leq \text{etch4}^U,$$

onde  $w = 4$ .

**a.4) Emissões totais de CO<sub>2</sub>**

$$\text{etcovnm} = \text{ec}_w + \text{ef}_w + \text{epr}_w + \text{efsolvout}_w + \text{eagric}_w + \text{eres}_w + \text{eagdds}_w + \text{eagind}_w, \quad (\text{V. 114})$$

$$\text{etcovnm} \leq \text{etcovnm}^U,$$

onde  $w = 5$ .

**a.5) Emissões totais de SO<sub>2</sub>**

$$\text{etso2} = \text{ec}_w + \text{ef}_w + \text{epr}_w + \text{efsolvout}_w + \text{eagric}_w + \text{eres}_w + \text{eagdds}_w + \text{eagind}_w, \quad (\text{V. 115})$$

$$\text{etso2} \leq \text{etso2}^U,$$

onde  $w = 6$ .

**a.6) Emissões totais de NH<sub>3</sub>**

$$\text{etnh3} = \text{ec}_w + \text{ef}_w + \text{epr}_w + \text{efsolvout}_w + \text{eagric}_w + \text{eres}_w + \text{eagdds}_w + \text{eagind}_w, \quad (\text{V. 116})$$

$$\text{etnh3} \leq \text{etnh3}^U,$$

onde  $w = 7$ .

**a.7) Emissões totais de CO<sub>2</sub>**

$$\text{etco}_2 = \text{ecco}_2 + \text{ef}_w + \text{epr}_w + \text{efsolvout}_w + \text{eres}_w, \quad (\text{V. 117})$$

$$\text{etco}_2 \leq \text{etco}_2^U,$$

onde  $w = 8$ .

**a.8) Potencial de aquecimento global**

As emissões de GEE, em Gg de CO<sub>2</sub> equivalente, considerando apenas os principais gases responsáveis (CO<sub>2</sub>, CH<sub>4</sub> e N<sub>2</sub>O), e excluindo as emissões das alterações do uso do solo, entre as quais as relativas aos fogos, determinam-se do seguinte modo (Instituto do Ambiente, 2005):

$$\text{pag} = \text{etco2} + (310) (\text{etn2o}) + (21) (\text{etch4}), \quad (\text{V. 118})$$

$$\text{pag} \leq \text{pag}^{\text{U}}.$$

**a.9) Potencial de equivalente ácido**

As emissões de SO<sub>2</sub>, de NO<sub>x</sub> e de NH<sub>3</sub> são os principais indicadores utilizados para reflectir a evolução dos factores responsáveis por fenómenos de acidificação e eutrofização. Estes poluentes atmosféricos são agregados no indicador *equivalente ácido*, após a afectação de cada poluente específico por determinados factores de ponderação (Instituto do Ambiente, 2005):

$$\text{eac} = (21.74) \text{etnox} + (31.25) \text{etso2} + (58.82) \text{etnh3}, \quad (\text{V. 119})$$

$$\text{eac} \leq \text{eac}^{\text{U}}.$$

**a.10) Potencial de formação de ozono troposférico**

O ozono troposférico é um poluente resultante de um conjunto de reacções fotoquímicas complexas e envolve emissões de gases poluentes como os NO<sub>x</sub>, os COVNM, o CO e o CH<sub>4</sub>. A sua evolução pode ser avaliada através de um indicador específico, o potencial de formação de ozono troposférico. Este indicador permite a agregação dos gases referidos anteriormente, após a afectação de cada um deles por um factor de ponderação específico, sendo medido em massa de COVNM equivalente (Instituto do Ambiente, 2005).

$$\text{pfot} = (1.22) (\text{etnox}) + \text{etcovnm} + (0.11)(\text{etco}) + (0.014) (\text{etch4}), \quad (\text{V. 120})$$

$$\text{pfot} \leq \text{pfot}^{\text{U}}.$$

### ***V.1.2. Funções objectivo do modelo***

No presente trabalho, pretende-se estudar a afectação de recursos energéticos, tendo em consideração que o sector energético deverá fazer parte do sistema económico como um todo e que o planeamento energético requer a incorporação de objectivos económicos, sociais, energéticos e ambientais. Deste modo, o modelo proposto considera as funções objectivo enunciadas em seguida.

#### ***I) PIB a preços constantes***

O PIB pode ser visto como uma medida de desempenho da economia a maximizar; deste modo, pretende-se maximizar o PIB em volume, ou seja, em termos reais:

$$\max Z_1 = \text{pib.} \quad (\text{V. 121})$$

#### ***II) Emprego***

O volume de emprego total na economia pode ser encarado como uma medida de bem-estar social, a maximizar:

$$\max Z_2 = \text{emp.} \quad (\text{V. 122})$$

#### ***III) Potencial de aquecimento global***

A minimização do impacte das actividades económicas no potencial de aquecimento global, medido através da emissão de GEE, conduz a considerar a seguinte função objectivo:

$$\min Z_3 = \text{pag.} \quad (\text{V. 123})$$

#### ***IV) Importações de energia***

Como o país apresenta uma forte dependência energética face ao exterior, considerou-se a minimização das importações de produtos energéticos:

$$\min Z_4 = (\mathbf{e}_{20})^T \mathbf{imp}^c + (\mathbf{e}_{21})^T (\mathbf{A}_m^{nc} \mathbf{x} + \mathbf{a}_{sc}^{nc} sc). \quad (\text{V. 124})$$

## V.2. Análise crítica de alguns resultados obtidos

Após a recolha de dados actualizados junto das entidades competentes (*vide* Anexo II) para a especificação numérica do modelo de PLMO descrito na secção anterior, procedeu-se à obtenção e análise de algumas soluções, através da construção de uma plataforma de gestão dos coeficientes do modelo matemático para comunicação com um *solver*<sup>V.9</sup>.

O modelo de PLMO obtido após a respectiva especificação numérica apresenta 754 restrições e 357 variáveis.

Para obter as soluções de compromisso que melhor se adaptam à estrutura de preferências de um AD, real ou hipotético, iniciámos a nossa análise considerando o modelo determinístico substituto do modelo de PLMO intervalar original. Deste modo, começámos por determinar, numa primeira fase, os óptimos individuais de cada função objectivo no cenário de coeficientes conducente à região admissível mais abrangente e no cenário de coeficientes conducente à região admissível menos abrangente (*vide* Capítulos III e IV), respectivamente. As soluções óptimas obtidas<sup>V.10</sup> são designadas por  $\mathbf{x}_k^\beta$ ,  $k = 1, 2, \dots, 4$  e  $\beta = 0, 1$ , sendo que para as soluções obtidas com a região admissível mais abrangente (portanto, conducentes ao melhor valor óptimo individual de cada função objectivo)  $\beta = 0$  e para as soluções obtidas com a região admissível menos abrangente (portanto, conducentes ao pior valor óptimo individual de cada função objectivo)  $\beta = 1$ . Esta informação encontra-se organizada na Tabela V.1.

Refira-se, neste contexto, que todas as funções objectivo são consideradas a maximizar, pelo que os valores do PAG e das importações de energia aparecem com sinal negativo.

---

<sup>V.9</sup> Foi utilizada a versão V.7.1 do *Premium Solver Platform for Excel*.

<sup>V.10</sup> Os valores obtidos, em cada solução, para as principais variáveis de decisão do modelo podem ser consultados no Anexo III.

**Tabela V. 1.** Valores de  $Z_k^L(x_k^\beta)$  e  $Z_k^U(x_k^\beta)$ .

	$x_1^0$	$x_1^1$	$x_2^0$	$x_2^1$	$x_3^0$	$x_3^1$	$x_4^0$	$x_4^1$
$Z_1^U(x_k^\beta)$	<b>130 351</b>	117 263	112 171	115 204	108 030	114 962	108 030	114 962
$Z_1^L(x_k^\beta)$	122 134	<b>110 316</b>	105 147	108 030	101 272	108 030	101 302	108 030
$Z_2^U(x_k^\beta)$	4 596	4 472	<b>5 641</b>	4 591	4 961	4 419	4 897	4 419
$Z_2^L(x_k^\beta)$	4 596	4 472	5 641	<b>4 591</b>	4 961	4 419	4 897	4 419
$Z_3^U(x_k^\beta)$	-69 061	-66 151	-61 974	-65 390	<b>-55 588</b>	-64 388	-55 594	-64 388
$Z_3^L(x_k^\beta)$	-85 313	-82 024	-75 870	-81 243	-68 408	<b>-79 790</b>	-68 414	-79 790
$Z_4^U(x_k^\beta)$	-22 787 991	-25 528 036	-20 025 728	-25 329 726	-18 881 045	-24 811 733	<b>-18 880 820</b>	-24 811 733
$Z_4^L(x_k^\beta)$	-22 787 991	-25 528 036	-20 025 728	-25 329 726	-18 881 045	-24 811 733	-18 880 820	<b>-24 811 733</b>

A solução  $x_1^0$ , conducente ao melhor valor óptimo do PIB a preços constantes (na óptica da despesa), dá origem aos níveis mais elevados de PAG, de potencial de equivalente ácido (com valores entre 19 812.50 e 27 044.32 Gg de equivalente ácido) e de potencial de formação de ozono troposférico (com valores entre 784.14 e 949.77 Gg de COVNM equivalente), relativamente às primeiras 8 soluções encontradas (Figuras V.1 e V.2).

Na solução  $x_1^0$ , são atingidas as metas individuais estabelecidas no protocolo de Quioto<sup>V.11</sup> para as emissões de CH<sub>4</sub>, no melhor e no pior cenários de coeficientes, e de CO<sub>2</sub>, apenas no cenário mais favorável de coeficientes (Tabelas V.2 e V.3). No entanto, é apenas no melhor cenário de coeficientes que o PAG assume valores que permitem cumprir a meta global estabelecida para este indicador<sup>V.12</sup>.

V.11 Cerca de 525.58 Gg para o CH<sub>4</sub> (redução de 3%), 60711.83 Gg para o CO<sub>2</sub> (aumento de 40%) e 18.04 Gg para o N<sub>2</sub>O (aumento de 4%), respectivamente. Os valores foram calculados em relação às emissões apuradas para 1990 no Inventário Nacional de Emissões submetido, em 2006, excluindo as emissões e a remoção de CO<sub>2</sub> associadas à floresta e utilização e alterações do uso do solo.

V.12 Cerca de 76 356.74 Gg de CO<sub>2</sub> equivalente (excluindo as emissões e a remoção de CO<sub>2</sub> associadas à floresta e utilização e alterações do uso do solo).

As metas individuais estabelecidas na *Directiva Tectos*<sup>V.13</sup> nunca são atingidas para qualquer dos poluentes considerados, apresentando as emissões de SO<sub>2</sub>, de NO<sub>x</sub> e de NH<sub>3</sub> um desvio, relativamente às metas, de 103.38%, 82.92% e 31.20%, no pior cenário de coeficientes (menor eficiência energética e coeficientes de emissão mais elevados), e de 12.52%, 33.34% e 31.20%, no melhor cenário de coeficientes (maior eficiência energética e coeficientes de emissão menos elevados), respectivamente (Tabelas V.2 e V.3). Com a solução  $x_1^0$ , também se atingem os valores mais elevados (relativamente às primeiras 8 soluções encontradas) para a produção de resíduos (15 439 429 toneladas).

Como seria de esperar, a taxa de crescimento média anual (TCMA) real do PIB (na óptica da despesa) apresenta os valores mais elevados, de 1.12% (no cenário menos favorável) e 1.72% (no cenário mais favorável), relativamente ao ano base do estudo. Por outro lado, a TCMA nominal do PIB atinge valores de 5.65% (no cenário mais favorável) e 4.96% (no cenário menos favorável). O consumo privado apresenta as maiores TCMA reais (relativamente às 8 soluções inicialmente obtidas), com valores de 1.67% (versão menos favorável) e 2.73% (versão mais favorável), respectivamente. O saldo global do sector público administrativo (SPA), em percentagem do PIB a preços correntes, atinge valores de -3.62% (ficando abaixo da meta pretendida de -3% do PIB), no pior cenário de coeficientes, e de 0.00%, no melhor cenário de coeficientes. Por outro lado, o valor da dívida pública situa-se aquém da meta estabelecida de 60% do PIB, com valores de 68.06% (no pior cenário de coeficientes) e de 66.69% (no melhor cenário de coeficientes). Os níveis de emprego atingidos são os mais baixos (relativamente às 4 soluções que permitem obter os melhores ótimos individuais), com uma TCMA de apenas 1.00% em relação ao ano base do estudo, indiciando o facto de os sectores mais intensivos em mão-de-obra não serem os que mais contribuem para a produção de riqueza no país.

O consumo de electricidade (valor da produção bruta mais o saldo importador) e as importações de energia (Figura V. 2) atingem TCMA de -0.23% e de -0.74%, respectivamente, reflectindo as repercussões da melhoria da eficiência energética considerada neste cenário de coeficientes (redução do consumo de electricidade, de gasóleo e gasolina, por unidade de *output* de cada sector de actividade, em 5%, e eliminação do consumo do fuelóleo dos sectores termoelectrico e co-gerador).

Os *outputs* dos ramos de actividade sofrem, em geral, os maiores incrementos na solução  $x_1^0$ , com excepção dos *outputs* obtidos para os ramos 01, 12, 14, 26, 29, 30, 35, 40.100, 40.200, 45 e 95 (*vide* Anexo III).

---

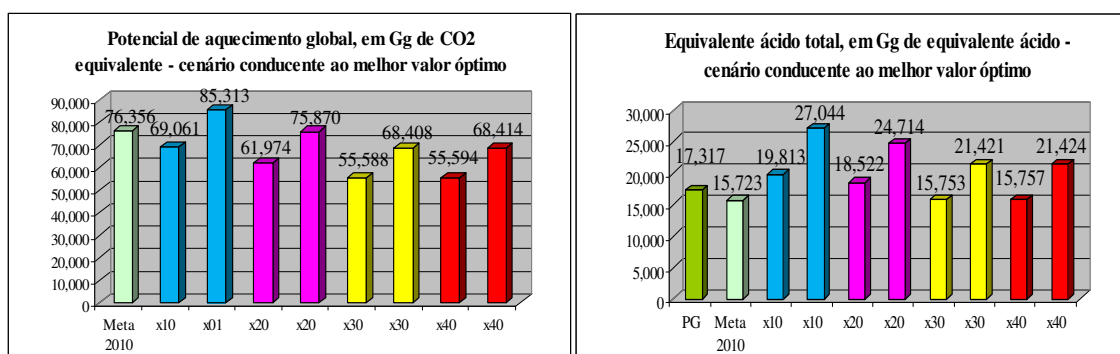
<sup>V.13</sup> 160 Gg para o SO<sub>2</sub>, 250 Gg para o NO<sub>x</sub> e 90 Gg para o NH<sub>3</sub>, respectivamente (Directiva 2001/81/CE transposta para a ordem jurídica interna pelo Decreto-Lei 193/2003).

**Tabela V. 2.** Emissões obtidas na solução  $x_1^0$ , com o cenário de coeficientes menos favorável.

Emissões totais em Gg	CO	NO <sub>x</sub>	N <sub>2</sub> O	CH <sub>4</sub>	COVNM	SO <sub>2</sub>	CO <sub>2</sub>	NH <sub>3</sub>
Combustão de energia	1008.23	452.29	2.17	22.71	64.42	305.89	66208.32	0.00
Emissões fugitivas/evaporativas	0.46	0.29	0.00	10.07	39.49	5.11	382.04	0.00
Emissões de processos industriais	61.63	4.10	2.64	0.58	36.47	14.35	1097.76	3.80
Solventes e outros produtos	0.00	0.00	0.00	0.00	92.02	0.00	286.78	0.00
Agricultura	4.66	0.54	15.58	236.68	32.28	0.00	0.00	107.26
Resíduos	0.04	0.09	0.13	154.10	1.26	0.05	898.53	1.37
Águas residuais	0.00	0.00	0.96	41.72	1.14	0.00	0.00	5.65
<b>TOTAL</b>	<b>1075.02</b>	<b>457.31</b>	<b>21.47</b>	<b>465.86</b>	<b>267.08</b>	<b>325.41</b>	<b>68873.43</b>	<b>118.08</b>

**Tabela V. 3.** Emissões obtidas na solução  $x_1^0$ , com o cenário de coeficientes mais favorável.

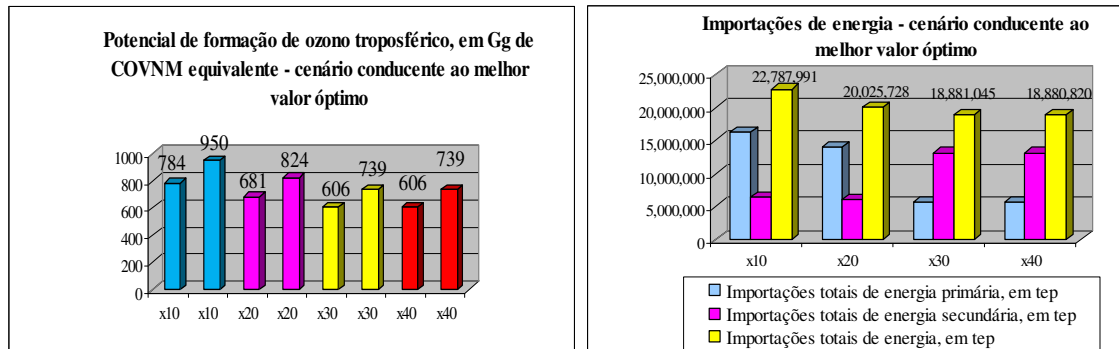
Emissões totais em Gg	CO	NO <sub>x</sub>	N <sub>2</sub> O	CH <sub>4</sub>	COVNM	SO <sub>2</sub>	CO <sub>2</sub>	NH <sub>3</sub>
Combustão de energia	917.76	328.34	1.02	20.63	60.01	160.52	50427.54	0.00
Emissões fugitivas/evaporativas	0.46	0.29	0.00	10.07	39.49	5.11	382.04	0.00
Emissões de processos industriais	61.63	4.10	2.64	0.58	36.47	14.35	1097.76	3.80
Solventes e outros produtos	0.00	0.00	0.00	0.00	92.02	0.00	286.78	0.00
Agricultura	4.66	0.54	15.58	236.68	32.28	0.00	0.00	107.26
Resíduos	0.04	0.09	0.02	152.42	1.26	0.05	898.53	1.37
Águas residuais	0.00	0.00	0.96	41.72	1.14	0.00	0.00	5.65
<b>TOTAL</b>	<b>984.56</b>	<b>333.36</b>	<b>20.21</b>	<b>462.10</b>	<b>262.67</b>	<b>180.03</b>	<b>53092.65</b>	<b>118.08</b>



Nota: PG – Meta estabelecida, em Gg de equivalente ácido, no Protocolo de Gotemburgo (CRLATAP – Convenção sobre Poluição Atmosférica Transfronteiriça a Longa Distância) para 2010.

**Figura V. 1.** Gamas de variação do PAG e do potencial de equivalente ácido para as soluções conducentes aos melhores óptimos individuais de cada função objectivo.





**Figura V. 2.** Gamas de variação do potencial de formação de ozono troposférico e importações de energia para as soluções conducentes aos melhores óptimos individuais de cada função objectivo.

A solução  $x_2^0$ , conducente ao melhor valor óptimo dos níveis de emprego, que representa uma TCMA para este indicador de 2.90%, em relação ao ano base do estudo, dá origem a níveis elevados de PAG, de potencial de equivalente ácido (com valores entre 18 522.14 e 24 713.81 Gg de equivalente ácido) e de potencial de formação de ozono troposférico (com valores entre 680.72 e 824.50 Gg de COVNM equivalente), relativamente às soluções conducentes aos melhores óptimos individuais de cada função objectivo (Figuras V.1 e V.2).

Na solução  $x_2^0$ , são atingidas, nos cenários mais e menos favoráveis de coeficientes, as metas individuais estabelecidas no protocolo de Quioto para as emissões de  $CO_2$  e de  $CH_4$  (Tabelas V.4 e V.5). Não obstante este facto, o PAG assume valores que permitem cumprir a meta global estabelecida para este indicador quer no melhor, quer no pior cenários de coeficientes.

Por outro lado, as metas individuais estabelecidas na *Directiva Tectos* nunca são atingidas no pior cenário de coeficientes para qualquer dos poluentes considerados, apresentando as emissões de  $SO_2$ , de  $NO_x$  e de  $NH_3$  um desvio, relativamente às metas, de 74.26%, 56.65% e 41.62%, respectivamente. No cenário de coeficientes mais favorável, apenas as emissões de  $NO_x$  e de  $NH_3$  não cumprem as metas estabelecidas, com desvios de 13.48% e de 41.62%, respectivamente (Tabelas V.4 e V.5). Com a solução  $x_2^0$ , também se atingem valores elevados (relativamente às soluções conducentes aos melhores óptimos individuais de cada função objectivo) para a produção de resíduos (13 534 321 toneladas).

O PIB real (na óptica da despesa) apresenta valores elevados (relativamente às soluções conducentes aos melhores óptimos individuais de cada função objectivo), ainda assim com TCMA pouco expressivas de -0.25% (no cenário menos favorável) e 0.34% (no cenário mais favorável), relativamente ao ano base do estudo. Por outro lado, a TCMA nominal do PIB atinge valores de 4.38% (no cenário mais favorável) e 3.72% (no cenário menos favorável). O consumo privado apresenta valores elevados (relativamente às

soluções conducentes aos melhores óptimos individuais de cada função objectivo), com TCMA de 0.12% (versão menos favorável) e 1.17% (versão mais favorável), respectivamente. O saldo global do SPA, em percentagem do PIB a preços correntes, atinge valores de -4.29% (valor abaixo da meta de -3% do PIB), no pior cenário de coeficientes, e de -0.67%, no melhor cenário de coeficientes. Por outro lado, o valor da dívida pública afasta-se da meta estabelecida de 60% do PIB, com valores de 69.91% (no pior cenário de coeficientes) e de 68.51% (no melhor cenário de coeficientes).

O consumo de electricidade e as importações de energia (Figura V.2) atingem TCMA de -1.77% e de -1.90%, respectivamente, reflectindo, tal como na solução anteriormente analisada, as repercussões da melhoria da eficiência energética considerada neste cenário de coeficientes.

Os ramos de actividade que merecem maior destaque, na solução  $x_2^0$ , pelo maior incremento dos seus *outputs* (em relação aos valores das restantes soluções obtidas), são os ramos 01, 12 e 95 (*vide* Anexo III).

**Tabela V. 4.** Emissões obtidas na solução  $x_2^0$ , com o cenário de coeficientes menos favorável.

<b>Emissões totais em Gg</b>	<b>CO</b>	<b>NO<sub>x</sub></b>	<b>N<sub>2</sub>O</b>	<b>CH<sub>4</sub></b>	<b>COVNM</b>	<b>SO<sub>2</sub></b>	<b>CO<sub>2</sub></b>	<b>NH<sub>3</sub></b>
Combustão de energia	836.28	386.99	1.86	17.68	53.31	261.23	56630.57	0.00
Emissões fugitivas/evaporativas	0.40	0.25	0.00	8.66	33.90	4.41	329.08	0.00
Emissões de processos industriais	56.90	3.71	2.42	0.54	32.34	13.12	1007.29	3.48
Solventes e outros produtos	0.00	0.00	0.00	0.00	84.23	0.00	262.52	0.00
Agricultura	5.08	0.59	16.99	258.20	35.22	0.00	0.00	117.02
Resíduos	0.04	0.08	0.10	147.59	1.08	0.05	757.02	1.31
Águas residuais	0.00	0.00	0.96	41.72	1.14	0.00	0.00	5.65
<b>TOTAL</b>	<b>898.70</b>	<b>391.62</b>	<b>22.33</b>	<b>474.40</b>	<b>241.22</b>	<b>278.81</b>	<b>58986.48</b>	<b>127.46</b>

A solução  $x_3^0$ , conducente ao melhor valor óptimo dos níveis de PAG, permite obter os níveis mais reduzidos de potencial de equivalente ácido (com valores entre 15 753.02 e 21 421.01 Gg de equivalente ácido) e de potencial de formação de ozono troposférico (com valores entre 606.16 e 738.71 Gg de COVNM equivalente), relativamente às primeiras 8 soluções encontradas (Figuras V.1 e V.2).

Na solução  $x_3^0$ , são atingidas as metas individuais estabelecidas no protocolo de Quioto para as emissões de CH<sub>4</sub>, de N<sub>2</sub>O e de CO<sub>2</sub> (quer no melhor, quer no pior cenários de coeficientes) (Tabelas V.6 e V.7).

**Tabela V. 5.** Emissões obtidas na solução  $x_2^0$ , com o cenário de coeficientes mais favorável.

<b>Emissões totais em Gg</b>	<b>CO</b>	<b>NO<sub>x</sub></b>	<b>N<sub>2</sub>O</b>	<b>CH<sub>4</sub></b>	<b>COVNM</b>	<b>SO<sub>2</sub></b>	<b>CO<sub>2</sub></b>	<b>NH<sub>3</sub></b>
Combustão de energia	761.44	279.07	0.85	15.85	49.47	138.02	43141.35	0.00
Emissões fugitivas/evaporativas	0.40	0.25	0.00	8.66	33.90	4.41	329.08	0.00
Emissões de processos industriais	56.90	3.71	2.42	0.54	32.34	13.12	1007.29	3.48
Solventes e outros produtos	0.00	0.00	0.00	0.00	84.23	0.00	262.52	0.00
Agricultura	5.08	0.59	16.99	258.20	35.22	0.00	0.00	117.02
Resíduos	0.04	0.08	0.01	146.30	1.08	0.05	757.02	1.31
Águas residuais	0.00	0.00	0.96	41.72	1.14	0.00	0.00	5.65
<b>TOTAL</b>	<b>823.86</b>	<b>283.71</b>	<b>21.23</b>	<b>471.27</b>	<b>237.38</b>	<b>155.60</b>	<b>45497.26</b>	<b>127.46</b>

As metas individuais estabelecidas na *Directiva Tectos* nunca são atingidas no pior cenário de coeficientes, para qualquer dos poluentes considerados, apresentando as emissões de SO<sub>2</sub>, de NO<sub>x</sub> e de NH<sub>3</sub> um desvio, relativamente às mesmas, de 61.09%, 45.58% e 3.21%. Contudo, no cenário de coeficientes mais favorável, apenas as emissões de NO<sub>x</sub> e de NH<sub>3</sub> não cumprem as metas estabelecidas, com desvios de 5.91% e de 3.21%, respectivamente (Tabelas V.6 e V.7).

Com a solução  $x_3^0$ , os valores para a produção de resíduos são os mais reduzidos, relativamente às 8 soluções apresentadas (12 405 215 toneladas).

O PIB real (na óptica da despesa) apresenta os valores mais baixos (relativamente às primeiras 8 soluções encontradas), com TCMA de -0.59% (no cenário menos favorável) e 0.00% (no cenário mais favorável), relativamente ao ano base do estudo. Por outro lado, a TCMA nominal do PIB atinge valores de 4.05% (no cenário mais favorável) e 3.39% (no cenário menos favorável). O consumo privado apresenta valores baixos (relativamente às soluções conducentes aos melhores óptimos individuais de cada função objectivo), com TCMA de -0.36% (versão menos favorável) e 0.70% (versão mais favorável), respectivamente. Estes resultados reforçam a ideia de que há uma relação inversa entre o crescimento económico e o PAG. O saldo global do SPA, em percentagem do PIB a preços correntes, atinge valores de -4.20% (valor abaixo da meta de -3% do PIB), no pior cenário de coeficientes, e de -0.58%, no melhor cenário de coeficientes. Por outro lado, o valor da dívida pública afasta-se da meta estabelecida de 60% do PIB, com valores de 72.27% (no pior cenário de coeficientes) e de 70.73% (no melhor cenário de coeficientes).

O consumo de electricidade (valor da produção bruta mais o saldo importador) e as importações de energia (Figura V.2) atingem TCMA de -2.20% e de -2.42% (valor próximo dos níveis óptimos de importações de energia), respectivamente.

Os ramos de actividade que merecem maior destaque, na solução  $x_3^0$ , pelo menor incremento dos seus *outputs* (em relação aos valores das restantes soluções analisadas), são

os ramos 01, 05, 15, 16, 17, 19, 22, 23, 24, 26, 27, 30, 31, 35, 36 e 37 e alguns ramos de serviços não incluídos na solução  $x_4^0$  (vide Anexo III).

**Tabela V. 6.** Emissões obtidas na solução  $x_3^0$ , com o cenário de coeficientes menos favorável.

Emissões totais em Gg	CO	NO <sub>x</sub>	N <sub>2</sub> O	CH <sub>4</sub>	COVNM	SO <sub>2</sub>	CO <sub>2</sub>	NH <sub>3</sub>
Combustão de energia	797.60	359.77	1.70	16.50	50.65	244.22	52953.36	0.00
Emissões fugitivas/evaporativas	0.06	0.04	0.00	7.14	3.56	0.66	45.35	0.00
Emissões de processos industriais	55.61	3.66	2.34	0.52	31.10	12.81	978.40	3.38
Solventes e outros produtos	0.00	0.00	0.00	0.00	82.71	0.00	257.79	0.00
Agricultura	3.59	0.42	12.00	182.26	24.86	0.00	0.00	82.60
Resíduos	0.04	0.08	0.10	141.00	0.96	0.05	701.89	1.26
Águas residuais	0.00	0.00	0.96	41.72	1.14	0.00	0.00	5.65
<b>TOTAL</b>	<b>856.90</b>	<b>363.96</b>	<b>17.09</b>	<b>389.14</b>	<b>194.97</b>	<b>257.74</b>	<b>54936.79</b>	<b>92.89</b>

**Tabela V. 7.** Emissões obtidas na solução  $x_3^0$ , com o cenário de coeficientes mais favorável.

Emissões totais em Gg	CO	NO <sub>x</sub>	N <sub>2</sub> O	CH <sub>4</sub>	COVNM	SO <sub>2</sub>	CO <sub>2</sub>	NH <sub>3</sub>
Combustão de energia	726.03	260.58	0.80	14.92	47.02	131.71	40497.08	0.00
Emissões fugitivas/evaporativas	0.06	0.04	0.00	7.14	3.56	0.66	45.35	0.00
Emissões de processos industriais	55.61	3.66	2.34	0.52	31.10	12.81	978.40	3.38
Solventes e outros produtos	0.00	0.00	0.00	0.00	82.71	0.00	257.79	0.00
Agricultura	3.59	0.42	12.00	182.26	24.86	0.00	0.00	82.60
Resíduos	0.04	0.08	0.01	139.77	0.96	0.05	701.89	1.26
Águas residuais	0.00	0.00	0.96	41.72	1.14	0.00	0.00	5.65
<b>TOTAL</b>	<b>785.32</b>	<b>264.77</b>	<b>16.11</b>	<b>386.33</b>	<b>191.34</b>	<b>145.22</b>	<b>42480.51</b>	<b>92.89</b>

A solução  $x_4^0$ , conducente ao melhor valor óptimo dos níveis de importação de energia, que corresponde a uma TCMA para este indicador de -2.42% em relação ao ano base do estudo, permite obter níveis reduzidos de PAG, de potencial de equivalente ácido (com valores entre 15 756.70 e 21 424.06 Gg de equivalente ácido) e de potencial de formação de ozono troposférico (com valores entre 606.36 e 738.92 Gg de COVNM equivalente), relativamente às primeiras 8 soluções encontradas. Esta solução é a que mais se aproxima da solução que optimiza os níveis de PAG.

Na solução  $x_4^0$ , são atingidas, no melhor e no pior cenários de coeficientes, as metas individuais estabelecidas no protocolo de Quioto para as emissões de CH<sub>4</sub>, de N<sub>2</sub>O e de

CO<sub>2</sub> (Tabelas V.8 e V.9), indicando existir uma forte repercussão das importações de energia na esfera ambiental, em particular nos níveis de PAG.

Contudo, as metas individuais estabelecidas na *Directiva Tectos* nunca são atingidas no pior cenário de coeficientes, para qualquer dos poluentes considerados, apresentando as emissões de SO<sub>2</sub>, de NO<sub>x</sub> e de NH<sub>3</sub> um desvio, relativamente às metas respectivas, de 61.05%, 45.61% e 3.27%. No cenário de coeficientes mais favorável, apenas as emissões de NO<sub>x</sub> e de NH<sub>3</sub> não cumprem as metas estabelecidas, com desvios de 5.93% e de 3.27%, respectivamente (Tabelas V.8 e V.9). Com a solução  $x_4^0$ , os valores para a produção de resíduos são reduzidos (12 411 801 toneladas).

O PIB real (na óptica da despesa) apresenta valores reduzidos (relativamente às primeiras 8 soluções encontradas), com TCMA de -0.58% (no cenário menos favorável) e 0.00% (no cenário mais favorável), relativamente ao ano base do estudo. Por outro lado, a TCMA nominal do PIB atinge valores de 4.01% (no cenário mais favorável) e 3.35% (no cenário menos favorável). O consumo privado apresenta os valores mais baixos (relativamente às soluções conducentes aos melhores óptimos individuais de cada função objectivo), com TCMA de -0.43% (versão menos favorável) e 0.64% (versão mais favorável), respectivamente. Estes resultados reforçam a ideia de que há uma forte dependência do crescimento económico do país em relação às importações de energia. O saldo global do SPA, em percentagem do PIB a preços correntes, atinge valores de -4.13% (valor abaixo da meta de -3% do PIB), no pior cenário de coeficientes, e dos -0.51%, no melhor cenário de coeficientes. Por outro lado, o valor da dívida pública afasta-se da meta estabelecida de 60% do PIB, com valores de 72.48% (no pior cenário de coeficientes) e de 70.93% (no melhor cenário de coeficientes).

O consumo de electricidade (valor da produção bruta mais o saldo importador) atinge a TCMA mais baixa, de -2.21%, relativamente às restantes soluções encontradas.

Os ramos de actividade que merecem maior destaque, na solução  $x_4^0$ , pelo menor incremento dos seus *outputs* (em relação aos valores das restantes soluções analisadas), são os ramos 02, 18, 21, 25, 28, 32, 33, 40.100, 40.200, 41, 45 e grande parte dos ramos de serviços (*vide* Anexo III).

A solução  $x_1^1$ , conducente ao pior valor óptimo do PIB a preços constantes (na óptica da despesa), resulta em níveis elevados de PAG, de potencial de equivalente ácido (com valores entre 18 901.89 e 25 949.41 Gg de equivalente ácido) e de potencial de formação de ozono troposférico (com valores entre 737.06 e 897.81 Gg de COVNM equivalente), apenas suplantados pelos níveis obtidos para estes indicadores na solução conducente ao melhor valor óptimo do PIB (Figuras V.3 e V.4).

**Tabela V. 8.** Emissões obtidas na solução  $x_4^0$ , com o cenário de coeficientes menos favorável.

<b>Emissões totais em Gg</b>	<b>CO</b>	<b>NO<sub>x</sub></b>	<b>N<sub>2</sub>O</b>	<b>CH<sub>4</sub></b>	<b>COVNM</b>	<b>SO<sub>2</sub></b>	<b>CO<sub>2</sub></b>	<b>NH<sub>3</sub></b>
Combustão de energia	797.77	359.83	1.70	16.51	50.67	244.16	52949.60	0.00
Emissões fugitivas/evaporativas	0.06	0.04	0.00	7.13	3.56	0.66	45.36	0.00
Emissões de processos industriais	55.69	3.66	2.35	0.52	31.13	12.83	980.18	3.38
Solventes e outros produtos	0.00	0.00	0.00	0.00	82.76	0.00	257.93	0.00
Agricultura	3.59	0.42	12.00	182.38	24.88	0.00	0.00	82.65
Resíduos	0.04	0.08	0.10	141.03	0.96	0.05	702.32	1.26
Águas residuais	0.00	0.00	0.96	41.72	1.14	0.00	0.00	5.65
<b>TOTAL</b>	<b>857.15</b>	<b>364.02</b>	<b>17.11</b>	<b>389.29</b>	<b>195.08</b>	<b>257.69</b>	<b>54935.39</b>	<b>92.94</b>

**Tabela V. 9.** Emissões obtidas na solução  $x_4^0$ , com o cenário de coeficientes mais favorável.

<b>Emissões totais em Gg</b>	<b>CO</b>	<b>NO<sub>x</sub></b>	<b>N<sub>2</sub>O</b>	<b>CH<sub>4</sub></b>	<b>COVNM</b>	<b>SO<sub>2</sub></b>	<b>CO<sub>2</sub></b>	<b>NH<sub>3</sub></b>
Combustão de energia	726.18	260.63	0.80	14.92	47.04	131.66	40494.75	0.00
Emissões fugitivas/evaporativas	0.06	0.04	0.00	7.13	3.56	0.66	45.36	0.00
Emissões de processos industriais	55.69	3.66	2.35	0.52	31.13	12.83	980.18	3.38
Solventes e outros produtos	0.00	0.00	0.00	0.00	82.76	0.00	257.93	0.00
Agricultura	3.59	0.42	12.00	182.38	24.88	0.00	0.00	82.65
Resíduos	0.04	0.08	0.01	139.80	0.96	0.05	702.32	1.26
Águas residuais	0.00	0.00	0.96	41.72	1.14	0.00	0.00	5.65
<b>TOTAL</b>	<b>785.55</b>	<b>264.82</b>	<b>16.12</b>	<b>386.48</b>	<b>191.45</b>	<b>145.19</b>	<b>42480.54</b>	<b>92.94</b>

Na solução  $x_1^1$ , são atingidas as metas individuais estabelecidas no protocolo de Quioto para as emissões de CH<sub>4</sub>, quer no melhor, quer no pior cenários de coeficientes, e de CO<sub>2</sub>, apenas no cenário mais favorável de coeficientes (Tabelas V.10 e V.11). De facto, é apenas no melhor cenário de coeficientes que o PAG assume valores que permitem cumprir a meta global estabelecida para este indicador.

As metas individuais estabelecidas na *Directiva Tectos* nunca são atingidas para qualquer dos poluentes considerados, apresentando as emissões de SO<sub>2</sub>, de NO<sub>x</sub> e de NH<sub>3</sub> um desvio, relativamente às metas, de 100.00%, 75.03% e 21.81%, no pior cenário de coeficientes (menor eficiência energética e coeficientes de emissão mais elevados), e de 11.32%, 26.84% e 21.81%, no melhor cenário de coeficientes (maior eficiência energética e coeficientes de emissão menos elevados), respectivamente (Tabelas V.10 e V.11). Com a solução  $x_1^1$ , também se atingem valores elevados (relativamente às primeiras 8 soluções encontradas) para a produção de resíduos (14 190 410 de toneladas), apenas suplantados pelos valores atingidos para este indicador na solução conducente ao melhor valor óptimo do PIB.

Como seria de esperar, o PIB a preços constantes (na óptica da despesa) apresenta valores elevados, quando comparados com as 8 primeiras soluções obtidas, apenas superados pelos valores obtidos na solução conducente ao melhor valor óptimo do PIB, com uma TCMA real de 0.19% (no cenário menos favorável) e 0.75% (no cenário mais favorável), relativamente ao ano base do estudo. Por outro lado, a TCMA nominal do PIB atinge valores de 4.26% (no cenário mais favorável) e 3.59% (no cenário menos favorável). O consumo privado apresenta TCMA reais reduzidas (relativamente às 8 soluções inicialmente obtidas), com valores de -0.56% (versão menos favorável) e 0.56% (versão mais favorável), respectivamente. Refira-se que o crescimento real do PIB, nesta solução, se deve, fundamentalmente, a um aumento real das exportações, que apresentam uma TCMA real, em relação ao ano base do estudo entre 1.04% e 1.05% (consoante se trate do cenário menos ou mais favorável, respectivamente). O saldo global do SPA, em percentagem do PIB a preços correntes, atinge valores de -0.82%, (no pior cenário de coeficientes) e de 2.61% (no melhor cenário de coeficientes). Por outro lado, o valor da dívida pública não se encontra muito próximo da meta estabelecida de 60% do PIB, com valores de 68.07% (no pior cenário de coeficientes) e de 66.79% (no melhor cenário de coeficientes). Os níveis de emprego atingidos são elevados (relativamente às soluções que permitem obter os piores óptimos individuais, sendo apenas superados na solução conducente ao pior valor óptimo dos níveis de emprego), com uma TCMA de 0.75% em relação ao ano base do estudo. Portanto, neste cenário de coeficientes, onde é considerada uma ligeira contracção do ciclo económico, deixa de ser tão evidente o *trade-off* entre os níveis de emprego e a produção de riqueza no país.

O consumo de electricidade (valor da produção bruta mais o saldo importador) e as importações de energia (Figura V.4) atingem as TCMA mais elevadas (considerando as primeiras 8 soluções em análise), de 0.14% e 0.29%, respectivamente, reflectindo as repercussões da diminuição da eficiência energética (aumento do consumo de electricidade, de gásóleo e gasolina, por unidade de *output* de cada sector de actividade, em 5%, consumo do fuelóleo nos sectores co-gerador e termoeléctrico e aumento, em 5%, do coeficiente de consumo de gás natural nos sectores co-gerador e termoeléctrico) e da contracção dos níveis de actividade económica, no cenário de coeficientes considerado para obter a região admissível menos abrangente (*vide* Anexo II).

Na solução  $\mathbf{x}_1^1$ , os ramos de actividade que sofrem os maiores incrementos nos seus *outputs* correspondem aos ramos 14, 26, 29, 30, 35, 40.100, 40.200 e 45 (*vide* Anexo III).

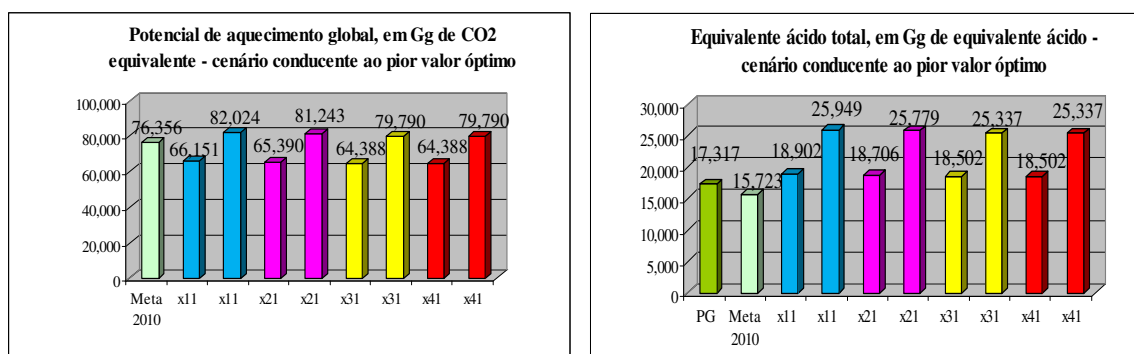
A solução  $\mathbf{x}_2^1$ , conducente ao pior valor óptimo dos níveis de emprego, permite obter níveis elevados de PAG, de potencial de equivalente ácido (com valores entre 18 705.74 e 25 778.66 Gg de equivalente ácido) e de potencial de formação de ozono troposférico (com valores entre 730.62 e 890.28 Gg de COVNM equivalente), quando comparados com os valores obtidos para estes indicadores ambientais nas primeiras 8 soluções em análise (Figuras V.3 e V.4).

**Tabela V. 10.** Emissões obtidas na solução  $x_1^1$ , com o cenário de coeficientes menos favorável.

Emissões totais em Gg	CO	NO <sub>x</sub>	N <sub>2</sub> O	CH <sub>4</sub>	COVNM	SO <sub>2</sub>	CO <sub>2</sub>	NH <sub>3</sub>
Combustão de energia	951.86	432.95	2.01	18.88	58.40	303.67	64248.41	0.00
Emissões fugitivas/evaporativas	0.23	0.14	0.00	9.48	28.11	2.58	208.56	0.00
Emissões de processos industriais	59.36	3.89	2.52	0.57	34.89	13.70	1051.35	3.63
Solventes e outros produtos	0.00	0.00	0.00	0.00	92.58	0.00	288.54	0.00
Agricultura	4.30	0.50	14.38	218.48	29.80	0.00	0.00	99.02
Resíduos	0.04	0.09	0.11	150.76	1.16	0.05	797.02	1.33
Águas residuais	0.00	0.00	0.96	41.72	1.14	0.00	0.00	5.65
<b>TOTAL</b>	<b>1015.80</b>	<b>437.57</b>	<b>19.98</b>	<b>439.89</b>	<b>246.08</b>	<b>320.00</b>	<b>66593.87</b>	<b>109.63</b>

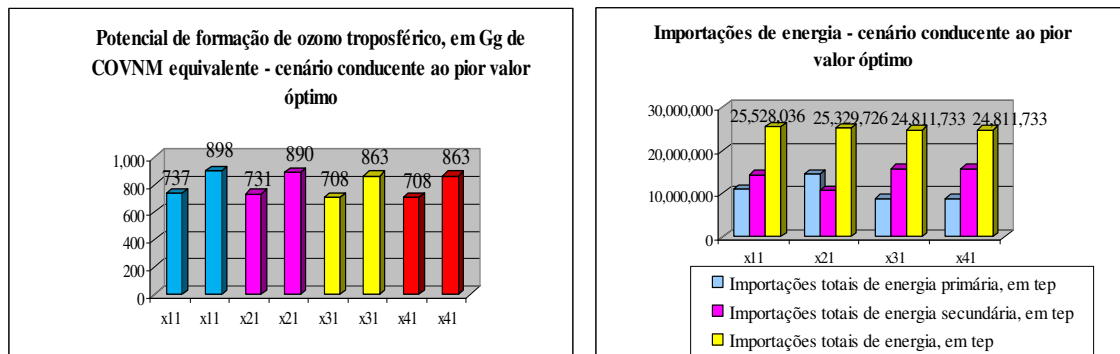
**Tabela V. 11.** Emissões obtidas na solução  $x_1^1$ , com o cenário de coeficientes mais favorável.

Emissões totais em Gg	CO	NO <sub>x</sub>	N <sub>2</sub> O	CH <sub>4</sub>	COVNM	SO <sub>2</sub>	CO <sub>2</sub>	NH <sub>3</sub>
Combustão de energia	866.15	312.47	0.95	16.97	54.10	161.78	48802.69	0.00
Emissões fugitivas/evaporativas	0.23	0.14	0.00	9.48	28.11	2.58	208.56	0.00
Emissões de processos industriais	59.36	3.89	2.52	0.57	34.89	13.70	1051.35	3.63
Solventes e outros produtos	0.00	0.00	0.00	0.00	92.58	0.00	288.54	0.00
Agricultura	4.30	0.50	14.38	218.48	29.80	0.00	0.00	99.02
Resíduos	0.04	0.09	0.02	149.38	1.16	0.05	797.02	1.33
Águas residuais	0.00	0.00	0.96	41.72	1.14	0.00	0.00	5.65
<b>TOTAL</b>	<b>930.08</b>	<b>317.09</b>	<b>18.82</b>	<b>436.60</b>	<b>241.79</b>	<b>178.11</b>	<b>51148.15</b>	<b>109.63</b>



**Figura V. 3.** Gamas de variação do PAG e do potencial de equivalente ácido para as soluções conducentes aos piores óptimos individuais de cada função objectivo.





**Figura V. 4.** Gamas de variação do potencial de formação de ozono troposférico e importações de energia para as soluções conducentes aos piores óptimos individuais de cada função objectivo.

Na solução  $x_2^1$ , apenas são atingidas as metas individuais estabelecidas no protocolo de Quioto para as emissões de  $CH_4$ , quer no melhor, quer no pior cenários de coeficientes, e de  $CO_2$ , apenas no cenário mais favorável de coeficientes (Tabelas V.12 e V.13). De facto, tal como na solução anteriormente analisada, é apenas no melhor cenário de coeficientes que o PAG assume valores que permitem cumprir a meta global estabelecida para este indicador.

As metas individuais estabelecidas na *Directiva Tectos* nunca são atingidas para qualquer dos poluentes considerados, apresentando as emissões de  $SO_2$ , de  $NO_x$  e de  $NH_3$  um desvio, relativamente às metas, de 100.00%, 72.75% e 20.92%, no pior cenário de coeficientes (menor eficiência energética e coeficientes de emissão mais elevados), e de 10.52%, 24.82% e 20.92%, no melhor cenário de coeficientes (maior eficiência energética e coeficientes de emissão menos elevados), respectivamente (Tabelas V.12 e V.13). Com a solução  $x_2^1$ , também se atingem valores elevados (relativamente às primeiras 8 soluções encontradas) para a produção de resíduos (13 874 710 de toneladas).

O PIB a preços constantes (na óptica da despesa) apresenta valores elevados, quando comparados com as soluções conducentes aos piores óptimos individuais de cada função objectivo, com TCMA reais (ainda assim pouco expressivas) de 0.00% (no cenário menos favorável) e 0.59% (no cenário mais favorável), relativamente ao ano base do estudo. Por outro lado, a TCMA nominal do PIB atinge valores de 4.53% (no cenário mais favorável) e 3.86% (no cenário menos favorável). Refira-se que os valores das TCMA nominais do PIB são ligeiramente superiores aos valores verificados para este indicador na solução conducente ao pior valor óptimo do PIB. Esta situação ocorre devido aos valores a preços correntes da FBCF, do consumo privado e das importações totais. O consumo privado apresenta TCMA reais elevadas (relativamente às 8 soluções inicialmente obtidas), com valores de 0.18% (versão menos favorável) e 1.25% (versão mais favorável), respectivamente. O saldo global do SPA, em percentagem do PIB a preços correntes, atinge valores de -3.49%, no pior cenário de coeficientes, e de 0.10% no melhor cenário de coeficientes. Por outro lado, o valor da dívida pública não se encontra muito próximo da

meta estabelecida de 60% do PIB, com valores de 68.77% (no pior cenário de coeficientes) e de 67.42% (no melhor cenário de coeficientes). Os níveis de emprego atingidos correspondem a uma TCMA de 0.99% em relação ao ano base do estudo.

O consumo de electricidade (valor da produção bruta mais o saldo importador) e as importações de energia (Figura V.4) atingem TCMA de 0.08% e 0.22%, respectivamente, reflectindo, tal como na solução anterior, as repercussões quer da diminuição da eficiência energética, quer da contracção dos níveis de actividade económica, considerados no cenário de coeficientes conducente à região admissível menos abrangente (*vide* Anexo II).

**Tabela V. 12.** Emissões obtidas na solução  $x_2^1$ , com o cenário de coeficientes menos favorável.

<b>Emissões totais em Gg</b>	<b>CO</b>	<b>NO<sub>x</sub></b>	<b>N<sub>2</sub>O</b>	<b>CH<sub>4</sub></b>	<b>COVNM</b>	<b>SO<sub>2</sub></b>	<b>CO<sub>2</sub></b>	<b>NH<sub>3</sub></b>
Combustão de energia	934.90	427.20	2.03	18.87	57.35	302.12	63496.40	0.00
Emissões fugitivas/evaporativas	0.38	0.24	0.00	9.84	35.59	4.25	322.62	0.00
Emissões de processos industriais	58.58	3.86	2.50	0.56	34.28	13.58	1041.53	3.60
Solventes e outros produtos	0.00	0.00	0.00	0.00	88.43	0.00	275.59	0.00
Agricultura	4.27	0.50	14.27	216.81	29.57	0.00	0.00	98.26
Resíduos	0.04	0.09	0.11	148.57	1.12	0.05	785.43	1.32
Águas residuais	0.00	0.00	0.96	41.72	1.14	0.00	0.00	5.65
<b>TOTAL</b>	<b>998.17</b>	<b>431.88</b>	<b>19.86</b>	<b>436.37</b>	<b>247.47</b>	<b>320.00</b>	<b>65921.57</b>	<b>108.83</b>

**Tabela V. 13.** Emissões obtidas na solução  $x_2^1$ , com o cenário de coeficientes menos favorável.

<b>Emissões totais em Gg</b>	<b>CO</b>	<b>NO<sub>x</sub></b>	<b>N<sub>2</sub>O</b>	<b>CH<sub>4</sub></b>	<b>COVNM</b>	<b>SO<sub>2</sub></b>	<b>CO<sub>2</sub></b>	<b>NH<sub>3</sub></b>
Combustão de energia	850.83	307.38	0.94	16.91	53.17	158.96	48080.76	0.00
Emissões fugitivas/evaporativas	0.38	0.24	0.00	9.84	35.59	4.25	322.62	0.00
Emissões de processos industriais	58.58	3.86	2.50	0.56	34.28	13.58	1041.53	3.60
Solventes e outros produtos	0.00	0.00	0.00	0.00	88.43	0.00	275.59	0.00
Agricultura	4.27	0.50	14.27	216.81	29.57	0.00	0.00	98.26
Resíduos	0.04	0.09	0.02	147.19	1.12	0.05	785.43	1.32
Águas residuais	0.00	0.00	0.96	41.72	1.14	0.00	0.00	5.65
<b>TOTAL</b>	<b>914.10</b>	<b>312.06</b>	<b>18.68</b>	<b>433.03</b>	<b>243.29</b>	<b>176.84</b>	<b>50505.93</b>	<b>108.83</b>

As soluções  $x_3^1$  e  $x_4^1$  conducentes aos piores óptimos individuais dos níveis de importações de energia e de PAG, respectivamente, conduzem a resultados similares. Nestas soluções, como seria de esperar, o PAG, o potencial de equivalente ácido (com valores entre 18 502.42 e 25 337.11 Gg de equivalente ácido) e o potencial de formação de

ozono troposférico (com valores entre 708.32 e 862.93 Gg de COVNM equivalente), atingem os níveis mais baixos, quando comparados com os valores obtidos nas soluções conducentes aos piores óptimos individuais de cada função objectivo (Figuras V.3 e V.4).

Nas soluções  $\mathbf{x}_3^1$  e  $\mathbf{x}_4^1$ , são atingidas as metas individuais estabelecidas no protocolo de Quioto para as emissões de CH<sub>4</sub>, quer no melhor, quer no pior cenários de coeficientes (Tabelas V.14 e V.15). No entanto, as emissões de CO<sub>2</sub> apenas atingem a respectiva meta no melhor cenário de coeficientes. De facto, o PAG apenas assume valores que permitem cumprir a meta global estabelecida para este indicador no melhor cenário de coeficientes.

As metas individuais estabelecidas na *Directiva Tectos* nunca são atingidas para qualquer dos poluentes considerados, apresentando as emissões de SO<sub>2</sub>, de NO<sub>x</sub> e de NH<sub>3</sub> um desvio, relativamente às metas, de 94.46%, 70.01% e 20.62%, no pior cenário de coeficientes (menor eficiência energética e coeficientes de emissão mais elevados), e de 8.00%, 23.69% e 20.62%, no melhor cenário de coeficientes (maior eficiência energética e coeficientes de emissão menos elevados), respectivamente (Tabelas V.14 e V.15). Com as solução  $\mathbf{x}_3^1$  e  $\mathbf{x}_4^1$ , também se atingem valores elevados (relativamente às primeiras 8 soluções encontradas) para a produção de resíduos (13 804 500 de toneladas).

Como seria de esperar, a TCMA real do PIB (na óptica da despesa) apresenta uma vez mais valores pouco expressivos, quando comparados com as 8 primeiras soluções obtidas, de 0.00% (no cenário menos favorável) e 0.57% (no cenário mais favorável), relativamente ao ano base do estudo. Por outro lado, a TCMA nominal do PIB atinge valores de 4.34% (no cenário mais favorável) e 3.67% (no cenário menos favorável). Tal como na solução anterior, verifica-se que os valores das TCMA nominais do PIB são ligeiramente superiores aos valores verificados para este indicador na solução conducente ao pior valor óptimo do PIB. Esta situação é plausível, uma vez que o PIB em volume atinge sempre os valores mais elevados no seu óptimo. O consumo privado apresenta as TCMA reais mais reduzidas (relativamente às 8 soluções inicialmente obtidas), com valores de -0.56% (versão menos favorável) e 0.55% (versão mais favorável), respectivamente. O saldo global do SPA, em percentagem do PIB a preços correntes, atinge valores de 0.00% (no pior cenário de coeficientes) e de 3.30% (no melhor cenário de coeficientes). Por outro lado, o valor da dívida pública não se encontra muito próximo da meta estabelecida de 60% do PIB, com valores de 67.64% (no pior cenário de coeficientes) e de 66.41% (no melhor cenário de coeficientes). Os níveis de emprego atingidos são os mais reduzidos (relativamente às soluções que permitem obter os piores óptimos individuais), com uma TCMA de 0.64% em relação ao ano base do estudo.

O consumo de electricidade (valor da produção bruta mais o saldo importador) e as importações de energia (Figura V.4) atingem TCMA de cerca de 0.01% e 0.03%, respectivamente.

**Tabela V. 14.** Emissões obtidas nas soluções  $x_3^1$  e  $x_4^1$ , com o cenário de coeficientes menos favorável.

<b>Emissões totais em Gg</b>	<b>CO</b>	<b>NO<sub>x</sub></b>	<b>N<sub>2</sub>O</b>	<b>CH<sub>4</sub></b>	<b>COVNM</b>	<b>SO<sub>2</sub></b>	<b>CO<sub>2</sub></b>	<b>NH<sub>3</sub></b>
Combustão de energia	927.81	420.49	1.95	18.70	56.97	295.83	62309.18	0.00
Emissões fugitivas/evaporativas	0.15	0.09	0.00	8.89	18.57	1.64	133.43	0.00
Emissões de processos industriais	58.76	3.86	2.52	0.56	34.24	13.62	1047.22	3.62
Solventes e outros produtos	0.00	0.00	0.00	0.00	87.80	0.00	273.63	0.00
Agricultura	4.26	0.49	14.23	216.18	29.49	0.00	0.00	97.97
Resíduos	0.04	0.09	0.11	148.07	1.12	0.05	783.74	1.31
Águas residuais	0.00	0.00	0.96	41.72	1.14	0.00	0.00	5.65
<b>TOTAL</b>	<b>991.01</b>	<b>425.02</b>	<b>19.76</b>	<b>434.12</b>	<b>229.33</b>	<b>311.14</b>	<b>64547.20</b>	<b>108.56</b>

**Tabela V. 15.** Emissões obtidas nas soluções  $x_3^1$  e  $x_4^1$ , com o cenário de coeficientes mais favorável.

<b>Emissões totais em Gg</b>	<b>CO</b>	<b>NO<sub>x</sub></b>	<b>N<sub>2</sub>O</b>	<b>CH<sub>4</sub></b>	<b>COVNM</b>	<b>SO<sub>2</sub></b>	<b>CO<sub>2</sub></b>	<b>NH<sub>3</sub></b>
Combustão de energia	844.20	304.70	0.93	16.88	52.86	157.49	47320.97	0.00
Emissões fugitivas/evaporativas	0.15	0.09	0.00	8.89	18.57	1.64	133.43	0.00
Emissões de processos industriais	58.76	3.86	2.52	0.56	34.24	13.62	1047.22	3.62
Solventes e outros produtos	0.00	0.00	0.00	0.00	87.80	0.00	273.63	0.00
Agricultura	4.26	0.49	14.23	216.18	29.49	0.00	0.00	97.97
Resíduos	0.04	0.09	0.02	146.69	1.12	0.05	783.74	1.31
Águas residuais	0.00	0.00	0.96	41.72	1.14	0.00	0.00	5.65
<b>TOTAL</b>	<b>907.40</b>	<b>309.23</b>	<b>18.64</b>	<b>430.92</b>	<b>225.22</b>	<b>172.81</b>	<b>49558.99</b>	<b>108.56</b>

O modelo substituto do modelo intervalar original obtém-se considerando a minimização do pior desvio possível de cada função objectivo intervalar em relação a cada solução ideal intervalar (*vide* Capítulo IV).

Para a condução do processo de pesquisa de soluções supõe-se a existência de um AD hipotético que expressa as suas preferências face à informação que lhe é apresentada. No cálculo das primeiras soluções começámos por assumir que o AD possui uma postura conservadora, considerando-se a formulação do modelo que minimiza o limite superior do pior desvio possível.

A partir da Tabela V.1 obtém-se as metas  $t_k^U$  e  $t_k^L$ ,  $k = 1, \dots, 4$  (Tabela V.16).

**Tabela V. 16.** Valores das metas individuais.

$Z_k^*$	$t_k^L$	$t_k^U$	$M[Z_k^*]$	$w[Z_k^*]$
$Z_1^*$	110 316	130 351	120 334	20 035
$Z_2^*$	4 591	5 641	5 116	1 050
$Z_3^*$	-79 790	-55 588	-67 689	24 202
$Z_4^*$	-24 811 733	-18 880 820	-21 846 277	5 930 913

De modo a obter uma visão mais alargada do modelo com esta formulação, encetámos a nossa análise considerando quatro cenários de coeficientes: um cenário mais restrito, correspondente à região admissível menos abrangente; um cenário relativamente restrito, com limiares de satisfação individuais das restrições de 0.8; um cenário intermédio, com limiares de satisfação individuais das restrições de 0.5; um cenário menos restrito, correspondente à região admissível mais abrangente.

As soluções obtidas deste modo são brevemente caracterizadas em seguida.

**Tabela V. 17.** Informação relativa à solução  $\mathbf{x}^{1U''}$ .

	$Z_k^L(\mathbf{x}^{1U''})$	$Z_k^U(\mathbf{x}^{1U''})$	$m[Z_k(\mathbf{x}^{1U''})]$	$w[Z_k(\mathbf{x}^{1U''})]$	$A(Z_k(\mathbf{x}^{1U''}) \prec Z_k^*)$	$d(Z_k^*, Z_k(\mathbf{x}^{1U''}))$	$tc_k^L$	$tc_k^U$
$Z_1$	108 030	114 962	111 496	6 932	0.66	15 389.15	0.75	0.31
$Z_2$	4 419	4 419	4 419	0	1.33	1 221.58	0.00	0.00
$Z_3$	-79 790	-64 388	-72 089	15 402	0.22	8 799.60	1.00	0.35
$Z_4$	-24 811 733	-24 811 733	-24 811 733	0	1.00	5 930 913.00	1.00	0.11

A solução  $\mathbf{x}^{1U''}$ , obtida com um cenário mais restrito de coeficientes, permite alcançar os piores valores óptimos do PAG e do nível de importações de energia (soluções  $\mathbf{x}_3^1$  e  $\mathbf{x}_4^1$ ). Esta situação é observável a partir da Tabela V.17, uma vez que os limites inferiores das taxas de concretização destas funções objectivo correspondem à unidade.

**Tabela V. 18.** Informação relativa à solução  $\mathbf{x}^{2U''}$ .

	$Z_k^L(\mathbf{x}^{2U''})$	$Z_k^U(\mathbf{x}^{2U''})$	$m[Z_k(\mathbf{x}^{2U''})]$	$w[Z_k(\mathbf{x}^{2U''})]$	$A(Z_k(\mathbf{x}^{2U''}) \prec Z_k^*)$	$d(Z_k^*, Z_k(\mathbf{x}^{2U''}))$	$tc_k^L$	$tc_k^U$
$Z_1$	106 668	113 478	110 073	6 810	0.76	16 872.82	0.60	0.24
$Z_2$	4 363	4 363	4 363	0	1.43	1 278.36	-0.33	-0.05
$Z_3$	-77 116	-62 362	-69 739	14 753	0.11	6 774.39	1.48	0.50
$Z_4$	-23 399 299	-23 399 299	-23 399 299	0	0.52	4 518 479.40	2.97	0.32

A solução  $\mathbf{x}^{2U''}$ , obtida com um cenário de coeficientes relativamente restrito, permite melhorar os limites superiores dos objectivos ambiental e energético (em relação à solução anterior). Contudo, verifica-se um afastamento dos limites inferiores destas funções objectivo em relação aos limites inferiores das respectivas soluções ideais (as taxas de concretização dos limites inferiores destas funções objectivo são agora superiores à unidade). Não obstante este facto, a partir do índice de aceitabilidade e da distância entre intervalos, podemos concluir que os objectivos intervalares, de cariz energético (importações de energia) e ambiental (PAG), e as respectivas soluções ideais intervalares se encontram mais próximos. Por outro lado, os objectivos de âmbito económico (PIB) e social (emprego) pioram os seus valores, atingindo, no segundo caso, taxas de concretização, em relação aos limites superior e inferior, negativas (Tabela V.18). Esta situação pode ocorrer, uma vez que o mínimo de cada função objectivo na tabela de óptimos individuais é um mínimo conveniente e pode não ser o mínimo real da função objectivo na região eficiente (Clímaco *et al.*, 2003).

**Tabela V. 19.** Informação relativa à solução  $\mathbf{x}^{3U''}$ .

	$Z_k^L(\mathbf{x}^{3U''})$	$Z_k^U(\mathbf{x}^{3U''})$	$m[Z_k(\mathbf{x}^{3U''})]$	$w[Z_k(\mathbf{x}^{3U''})]$	$A(Z_k(\mathbf{x}^{3U''}) \prec Z_k^*)$	$d(Z_k^*, Z_k(\mathbf{x}^{3U''}))$	$Tc_k^L$	$tc_k^U$
$Z_1$	104 534	111 526	108 030	6 992	0.91	18 825.05	0.36	0.16
$Z_2$	4 263	4 263	4 263	0	1.63	1 378.33	-0.91	-0.13
$Z_3$	-74 710	-60 669	-67 689	14 041	0.00	5 080.98	1.92	0.62
$Z_4$	-21 662 240	-21 662 240	-21 662 240	0	-0.06	3 149 962.63	5.40	0.58

A solução  $\mathbf{x}^{3U''}$ , obtida com um cenário de coeficientes intermédio, permite melhorar, em relação às duas soluções anteriormente analisadas, os limites superiores dos objectivos ambiental e energético. No entanto, verifica-se um aumento do afastamento dos limites inferiores destas funções objectivo em relação aos limites inferiores das respectivas soluções ideais. Não obstante este facto, a partir do índice de aceitabilidade (com valores

muito próximos de zero) e da distância entre intervalos, podemos concluir que os objectivos intervalares e as respectivas soluções ideais intervalares se encontram ainda mais próximas. Por outro lado, os objectivos de cariz económico e social pioram ainda mais os seus valores, atingindo, no segundo caso, taxas de concretização, em relação aos limites superior e inferior, também negativas, mas inferiores às taxas obtidas na solução anteriormente analisada (Tabela V.19).

**Tabela V. 20.** Informação relativa à solução  $\mathbf{x}^{4U''}$ .

	$Z_k^L(\mathbf{x}^{4U''})$	$Z_k^U(\mathbf{x}^{4U''})$	$m[Z_k(\mathbf{x}^{4U''})]$	$w[Z_k(\mathbf{x}^{4U''})]$	$A(Z_k(\mathbf{x}^{4U''}) \prec Z_k^*)$	$d(Z_k^*, Z_k(\mathbf{x}^{4U''}))$	$tc_k^L$	$tc_k^U$
$Z_1$	109 544	116 213	112 879	6 669	0.56	14 137.66	0.91	0.37
$Z_2$	4 591	4 591	4 591	0	1.00	1 049.56	1.00	0.14
$Z_3$	-77 296	-62 098	-69 697	15 198	0.10	6 510.49	1.45	0.52
$Z_4$	-21 935 126	-21 935 126	-21 935 126	0	0.03	3 054 306.36	5.02	0.54

A solução  $\mathbf{x}^{4U''}$ , obtida com o cenário de coeficientes menos restrito, permite melhorar, em relação às soluções anteriormente analisadas, os limites superior e inferior do PIB, indicador que passa a encontrar-se mais próximo da respectiva solução ideal intervalar (os valores do índice de aceitabilidade e da distância entre intervalos são agora mais baixos – *vide* Tabela V. 20). Por outro lado, verifica-se que o nível de emprego atinge nesta solução o pior valor óptimo, conduzindo a uma melhoria das taxas de concretização em ambos os limites. Não obstante este facto, estas soluções não são dominadas do ponto de vista das taxas de concretização alcançadas para as funções objectivo. De facto, relativamente aos resultados obtidos na solução  $\mathbf{x}^{4U''}$ , na solução  $\mathbf{x}_2^1$ , as taxas de concretização do PIB deterioram-se em ambos os limites; contudo, as taxas de concretização dos limites inferiores do PAG (0.74) e das importações de energia (0.28) encontram-se mais próximas da unidade em termos absolutos.

A partir da análise das Figuras V.5, V.6 e V.7 e da caracterização das soluções efectuada anteriormente pode concluir-se, em relação as soluções  $\mathbf{x}^{1U''}$  a  $\mathbf{x}^{4U''}$ , que:

- A solução  $\mathbf{x}^{1U''}$  (com o cenário de coeficientes mais restrito) conduz aos piores resultados de ordem ambiental e energética;
- A solução  $\mathbf{x}^{3U''}$  (com um cenário intermédio de coeficientes) permite obter os melhores resultados de ordem ambiental (a meta global do PAG é atingida mesmo na versão menos favorável deste indicador) e energética (menores níveis de importação de energia) e os piores resultados de cariz económico e social (o PIB e os níveis de emprego atingem os valores mais baixos);

- A solução  $x^{4U''}$  (com o cenário de coeficientes menos restrito) permite obter os melhores resultados de âmbito económico (PIB) e social (emprego), mas os piores resultados em termos de saldo global do SPA;
- A meta global estabelecida para o potencial de equivalente ácido (quer na *Directiva Tectos*, quer no Protocolo de Gotemburgo) nunca é alcançada;
- A meta global do PAG é sempre atingida na versão mais favorável deste indicador (menores coeficientes de poluição e menores coeficientes de consumo de energia); contudo, na versão menos favorável (maiores coeficientes de poluição e maiores coeficientes de consumo de energia), este indicador só não fica aquém da meta estabelecida no Protocolo de Quioto na solução  $x^{3U''}$ .

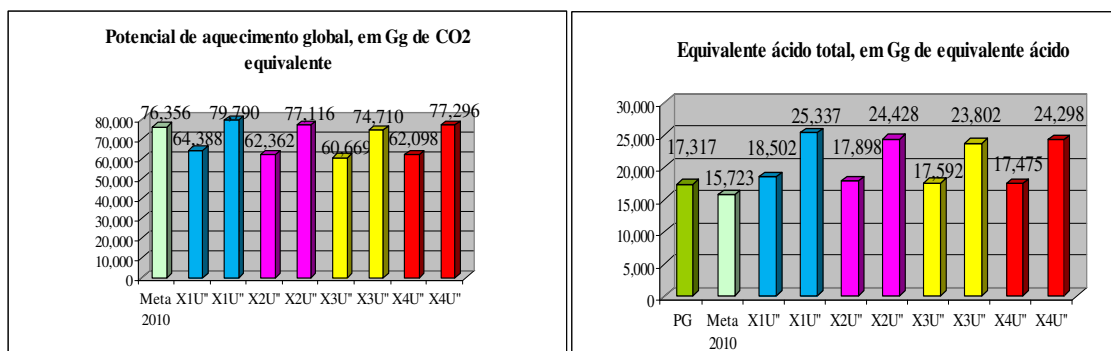


Figura V. 5. Gamas de variação do PAG e do potencial de equivalente ácido para as soluções  $x^{1U''}$  a  $x^{4U''}$ .

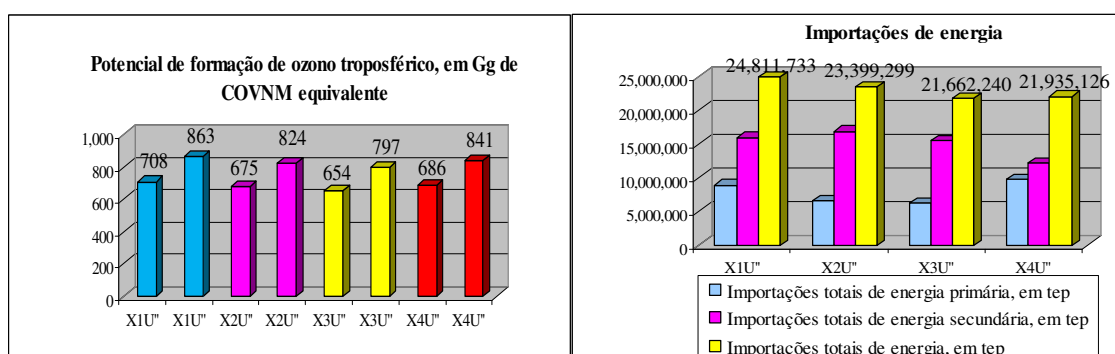
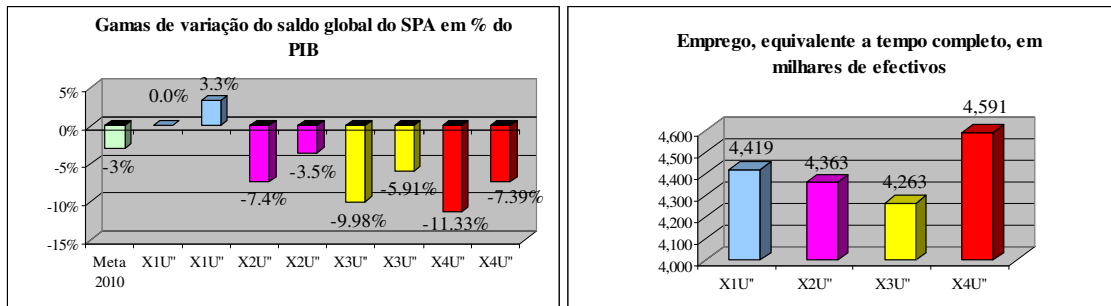


Figura V. 6. Gamas de variação do potencial de formação de ozono troposférico e importações de energia para as soluções  $x^{1U''}$  a  $x^{4U''}$ .





**Figura V. 7.** Alguns resultados de âmbito económico e social para as soluções  $\mathbf{x}^{1U''}$  a  $\mathbf{x}^{4U''}$ .

Admita-se, nesta fase, que o AD não considera nenhuma das soluções até agora obtidas como satisfatória, decidindo assumir uma postura mais optimista, passando a preferir a formulação do modelo que minimiza o limite inferior do pior desvio possível. De modo a possuir uma visão mais alargada do modelo com esta nova formulação, considera-se que o AD escolhe, inicialmente, para análise, apenas os cenários mais restrito, intermédio e menos restrito. A caracterização das soluções obtidas desta forma é facultada nas Tabelas V.21, V.22 e V.23.

**Tabela V. 21.** Informação relativa à solução  $\mathbf{x}^{1U'}$ .

	$Z_k^L(\mathbf{x}^{1U'})$	$Z_k^U(\mathbf{x}^{1U'})$	$m[Z_k(\mathbf{x}^{1U'})]$	$w[Z_k(\mathbf{x}^{1U'})]$	$A(Z_k(\mathbf{x}^{1U'}) \prec Z_k^*)$	$d(Z_k^*, Z_k(\mathbf{x}^{1U'}))$	$tc_k^L$	$tc_k^U$
$Z_1$	108 030	114 995	111 512	6 965	0.65	15 356.46	0.75	0.31
$Z_2$	4 560	4560	4 560	0	1.06	1 080.93	0.82	0.12
$Z_3$	-80 637	-64 947	-72 792	15 690	0.26	9 359.04	0.85	0.31
$Z_4$	-25 125 397	-25 125 397	-25 125 397	0	1.11	6 244 577.27	0.56	0.06

A solução  $\mathbf{x}^{1U'}$ , obtida com um cenário mais restrito de coeficientes, permite alcançar, relativamente às soluções  $\mathbf{x}^{1U''}$  a  $\mathbf{x}^{4U''}$ , os níveis mais elevados de PAG (quer no limite superior, quer no limite inferior) e de importações de energia (que apresentam uma taxa de concretização do limite superior muito próxima de zero). Estas funções objectivo encontram-se agora mais afastadas das respectivas soluções ideais intervalares. Não obstante este facto, o nível de emprego atinge os valores mais elevados (as taxas de concretização dos limites inferior e superior são mais elevadas), em relação às soluções  $\mathbf{x}^{1U''}$ ,  $\mathbf{x}^{2U''}$  e  $\mathbf{x}^{3U''}$ , pelo que a distância desta função objectivo em relação à respectiva solução ideal intervalar passa a assumir valores mais baixos (Tabela V. 21). Relativamente

à solução  $\mathbf{x}^{4U'}$ , verifica-se uma melhoria das taxas de concretização dos limites inferiores do PAG e das importações de energia, que se encontram agora mais próximas da unidade.

**Tabela V. 22.** Informação relativa à solução  $\mathbf{x}^{2U'}$ .

	$Z_k^L(\mathbf{x}^{2U'})$	$Z_k^U(\mathbf{x}^{2U'})$	$m[Z_k(\mathbf{x}^{2U})]$	$w[Z_k(\mathbf{x}^{2U})]$	$A(Z_k(\mathbf{x}^{2U}) \prec Z_k^*)$	$d(Z_k^*, Z_k(\mathbf{x}^{2U}))$	$tc_k^L$	$tc_k^U$
$Z_1$	114 087	121 825	117 956	7 738	0.17	8 525.98	1.42	0.62
$Z_2$	4 707	4 707	4 707	0	0.78	934.47	1.67	0.24
$Z_3$	-83 350	-67 699	-75 525	15 651	0.39	12 111.10	0.36	0.10
$Z_4$	-23 660 841	-23 660 841	-23 660 841	0	0.61	4 780 021.25	2.61	0.28

A solução  $\mathbf{x}^{2U'}$ , obtida com um cenário de coeficientes intermédio, permite melhorar, relativamente às soluções  $\mathbf{x}^{1U''}$  a  $\mathbf{x}^{4U''}$  e  $\mathbf{x}^{1U'}$ , os limites superiores do PIB a preços constantes e do nível de emprego (a taxa de concretização dos limites superiores destas funções objectivo passam a atingir os valores mais elevados). Os níveis de PAG atingem, nesta solução, os valores mais elevados, com taxas de concretização do limite superior desta função objectivo ainda mais reduzidas. Por outro lado, a distância desta função objectivo à respectiva solução ideal intervalar sofre um aumento (Tabela V. 22).

**Tabela V. 23.** Informação relativa à solução  $\mathbf{x}^{3U'}$ .

	$Z_k^L(\mathbf{x}^{3U'})$	$Z_k^U(\mathbf{x}^{3U'})$	$m[Z_k(\mathbf{x}^{3U})]$	$w[Z_k(\mathbf{x}^{3U})]$	$A(Z_k(\mathbf{x}^{3U}) \prec Z_k^*)$	$d(Z_k^*, Z_k(\mathbf{x}^{3U}))$	$tc_k^L$	$tc_k^U$
$Z_1$	112 269	118 970	115 620	6 700	0.35	11 381.41	1.22	0.49
$Z_2$	4 678	4 678	4 678	0	0.83	963.03	1.51	0.21
$Z_3$	-83 879	-66 424	-75 151	17 455	0.36	10 835.74	0.26	0.20
$Z_4$	-22 811 178	-22 811 178	-22 811 178	0	0.33	3 930 357.97	3.79	0.41

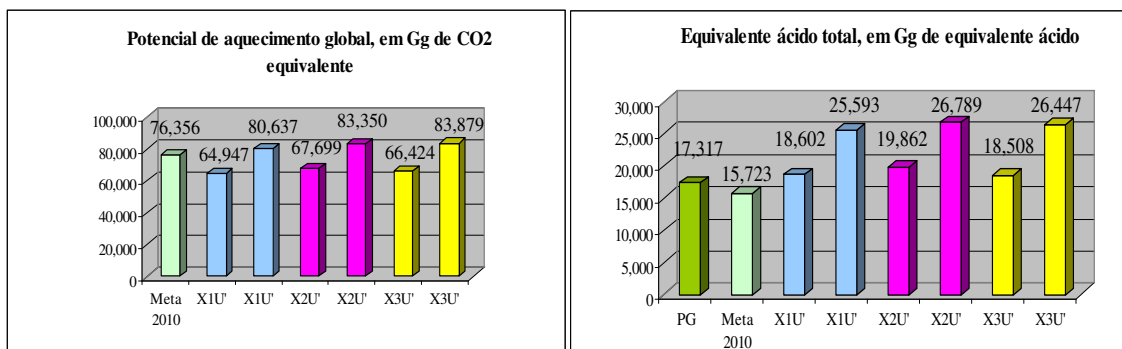
A solução  $\mathbf{x}^{3U'}$ , obtida com o cenário de coeficientes menos restrito, permite melhorar o nível de emprego, em relação ao das soluções  $\mathbf{x}^{1U''}$  a  $\mathbf{x}^{4U''}$  e  $\mathbf{x}^{1U'}$ , apresentando valores mais elevados para a taxa de concretização do seu limite superior.

Relativamente à solução  $\mathbf{x}^{2U'}$ , verifica-se uma melhoria das taxas de concretização dos limites superiores do nível de importações de energia e do PAG, havendo, simultaneamente, uma diminuição da distância destas funções objectivo relativamente às

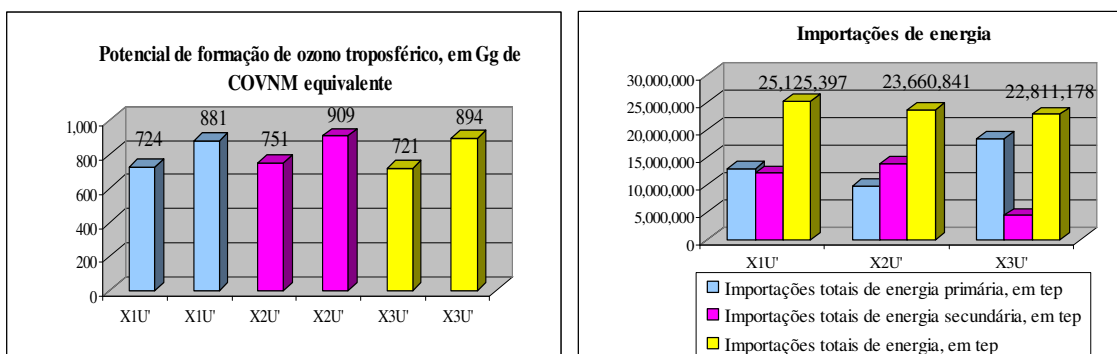
respectivas soluções ideais intervalares (os valores do índice de aceitabilidade e da distância entre intervalos são agora mais baixos – *vide* Tabela V. 23).

A partir da análise das Figuras V.8, V.9 e V.10 e da caracterização das soluções efectuada anteriormente pode concluir-se, em relação às soluções  $x^{1U}$ ,  $x^{2U}$  e  $x^{3U}$ , que:

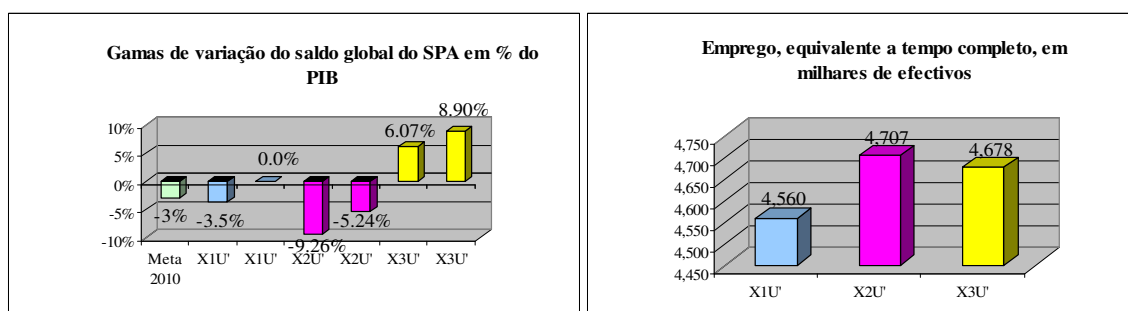
- A solução  $x^{1U}$  (com o cenário de coeficientes mais restrito) permite obter os melhores resultados de ordem ambiental e os piores de ordem energética (maiores níveis de importação de energia), económica (PIB) e social (menores níveis de emprego);
- A solução  $x^{2U}$  (com o cenário intermédio de coeficientes) origina os piores resultados de ordem ambiental, particularmente no que se refere ao potencial de equivalente ácido, ao potencial de formação de ozono troposférico e ao PAG no cenário mais favorável, a pior performance do saldo global do SPA, mas os melhores resultados de âmbito económico (PIB) e social (nível de emprego);
- A solução  $x^{3U}$  (com o cenário de coeficientes menos restrito) permite obter os melhores resultados em termos de saldo global do SPA, os valores mais elevados de PAG no cenário menos favorável e o nível mais baixo de importações de energia;
- A meta global estabelecida para o potencial de equivalente ácido (quer na *Directiva Tectos*, quer no Protocolo de Gotemburgo) nunca é alcançada;
- A meta global do PAG é sempre atingida na versão mais favorável deste indicador (menores coeficientes de poluição e menores coeficientes de consumo de energia); contudo, na versão menos favorável (maiores coeficientes de poluição e maiores coeficientes de consumo de energia), este indicador fica sempre aquém da meta estabelecida no Protocolo de Quioto.



**Figura V. 8.** Gamas de variação do PAG e do potencial de equivalente ácido para as soluções  $x^{1U}$ ,  $x^{2U}$  e  $x^{3U}$ .



**Figura V. 9.** Gamas de variação do potencial de formação de ozono troposférico e importações de energia para as soluções  $x^{1U}$ ,  $x^{2U}$  e  $x^{3U}$ .



**Figura V. 10.** Alguns resultados de âmbito económico e social para as soluções  $x^{1U}$ ,  $x^{2U}$  e  $x^{3U}$ .

Admita-se, por hipótese, que o AD pretende analisar as soluções que se obtêm em cenários de coeficientes que combinem uma situação mais/menos favorável no âmbito dos coeficientes de consumo energético (redução/aumento do consumo de energia por unidade de *output* dos ramos de actividade) com um cenário onde os coeficientes ambientais e económicos se encontram nos respectivos pontos médios. As soluções assim obtidas são caracterizadas em seguida.

**Tabela V. 24.** Informação relativa à solução  $\mathbf{x}^{4U}$ .

	$Z_k^L(\mathbf{x}^{4U})$	$Z_k^U(\mathbf{x}^{4U})$	$m[Z_k(\mathbf{x}^{4U})]$	$w[Z_k(\mathbf{x}^{4U})]$	$A(Z_k(\mathbf{x}^{4U}) \prec Z_k^*)$	$d(Z_k^*, Z_k(\mathbf{x}^{4U}))$	$tc_k^L$	$tc_k^U$
$Z_1$	115 712	123 509	119 611	7 797	0.05	6 841.65	1.60	0.69
$Z_2$	4 723	4 723	4 723	0	0.75	917.63	1.77	0.25
$Z_3$	-87 771	-71 744	-79 758	16 027	0.60	16 156.21	-0.45	-0.20
$Z_4$	-22 534 298	-22 534 298	-22 534 298	0	0.23	3 653 477.57	4.18	0.45

A solução  $\mathbf{x}^{4U}$ , obtida com os coeficientes de consumo energético nos respectivos limites inferiores e com os limiares de satisfação individual das restrições nos respectivos pontos médios, permite melhorar, em relação às soluções  $\mathbf{x}^{1U}$  a  $\mathbf{x}^{4U}$  e  $\mathbf{x}^{1U}$  a  $\mathbf{x}^{3U}$ , o limite superior do PIB, que apresenta a taxa de concretização do seu limite superior mais elevada. Note-se que, apesar de o limite inferior do PIB apresentar também um valor mais elevado, a sua taxa de concretização não é a que mais se aproxima da unidade. Por outro lado, as taxas de concretização dos limites superior e inferior do PAG são negativas, atingindo os piores valores (Tabela V. 24).

**Tabela V. 25.** Informação relativa à solução  $\mathbf{x}^{5U}$ .

	$Z_k^L(\mathbf{x}^{5U})$	$Z_k^U(\mathbf{x}^{5U})$	$m[Z_k(\mathbf{x}^{5U})]$	$w[Z_k(\mathbf{x}^{5U})]$	$A(Z_k(\mathbf{x}^{5U}) \prec Z_k^*)$	$d(Z_k^*, Z_k(\mathbf{x}^{5U}))$	$tc_k^L$	$tc_k^U$
$Z_1$	109 483	116 520	113 001	7 036	0.54	13 831.47	0.91	0.38
$Z_2$	4 675	4 675	4 675	0	0.84	965.98	1.49	0.21
$Z_3$	-77 122	-62 198	-69 660	14 925	0.10	6 609.66	1.48	0.51
$Z_4$	-24 191 390	-24 191 390	-24 191 390	0	0.79	5 310 570.37	1.87	0.20

A solução  $\mathbf{x}^{5U}$ , obtida com os coeficientes de consumo energético nos respectivos limites superiores e com os limiares de satisfação individual das restrições nos respectivos pontos médios, permite melhorar, em relação às soluções  $\mathbf{x}^{1U}$  a  $\mathbf{x}^{4U}$ , as taxas de concretização dos limites superior e inferior do PIB; em relação a  $\mathbf{x}^{1U}$ , verifica-se uma melhoria das taxas de concretização dos limites superior e inferior do PIB e dos limites superiores do nível de emprego, do PAG e das importações de energia; em relação a  $\mathbf{x}^{2U}$ , melhoram a taxa de concretização do limite inferior do nível de emprego e as taxas de concretização dos limites superior e inferior (em termos absolutos) do PAG; em relação a  $\mathbf{x}^{3U}$  e a  $\mathbf{x}^{4U}$ , melhoram as taxas de concretização dos limites superior e inferior do PAG (Tabela V. 25).

A partir da análise das Figuras V.11, V.12 e V.13 e da caracterização das soluções efectuada anteriormente pode concluir-se, em relação às soluções  $\mathbf{x}^{4U}$  e  $\mathbf{x}^{5U}$ , que:

- A solução  $\mathbf{x}^{4U}$  (com coeficientes de consumo de energia mais reduzidos) permite obter os melhores resultados de ordem energética (menores níveis de importação de energia), económica (PIB) e social (maiores níveis de emprego) e as piores performances ambiental (maiores níveis de PAG em relação a todas as soluções até agora analisadas) e do saldo global do SPA;
- A solução  $\mathbf{x}^{5U}$  (com coeficientes de consumo de energia mais elevados) permite obter os melhores resultados de ordem ambiental, em detrimento dos objectivos de índole económica e social, indicando que o aumento dos coeficientes de consumo de energia (ou seja, a redução da eficiência no consumo de energia) condiciona o crescimento económico e o aumento dos níveis de emprego e deteriora a eficiência energética da economia (maiores níveis de importação de energia para um PIB mais reduzido);
- Os resultados obtidos nestas soluções indicam que a redução dos coeficientes de consumo de energia (portanto, a melhoria da eficiência no consumo de energia) impulsiona o crescimento económico (e impactes ambientais subsequentes) e o aumento dos níveis de emprego de modo energeticamente mais eficiente, ou seja com recurso a menores níveis de importação de energia;
- Em ambas as soluções é notória a relação antagónica entre o crescimento económico e os respectivos impactes ambientais;
- A meta global estabelecida para o potencial de equivalente ácido (quer na *Directiva Tectos*, quer no Protocolo de Gotemburgo) nunca é alcançada;
- A meta global do PAG é sempre atingida na versão mais favorável deste indicador (menores coeficientes de poluição e menores coeficientes de consumo de energia); contudo, na versão menos favorável (maiores coeficientes de poluição e maiores coeficientes de consumo de energia), este indicador fica sempre aquém da meta estabelecida no Protocolo de Quioto.

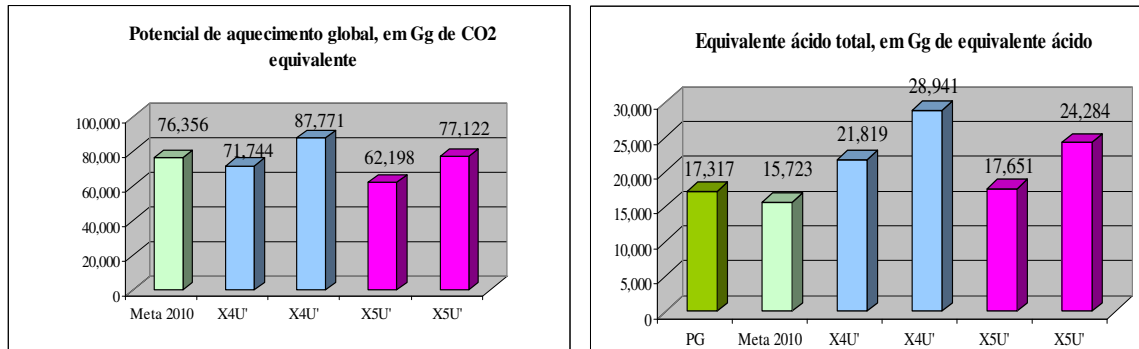


Figura V. 11. Gamas de variação do PAG e do potencial de equivalente ácido para as soluções  $x^{4U'}$  e  $x^{5U'}$ .

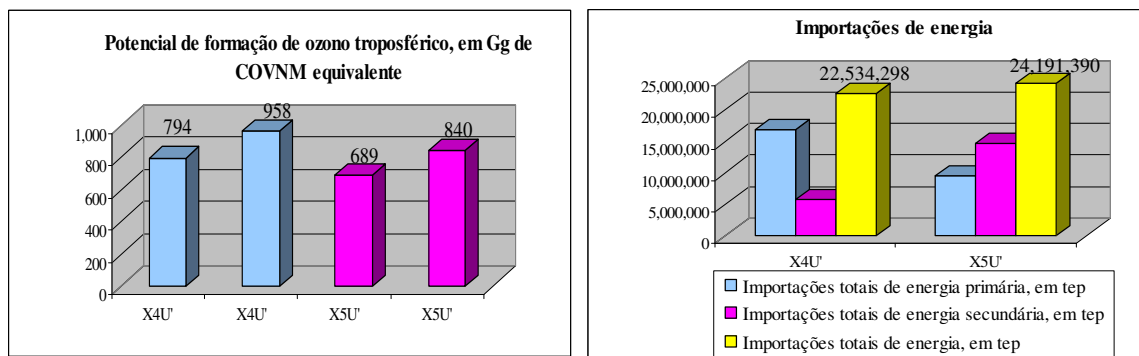


Figura V. 12. Gamas de variação do potencial de formação de ozono troposférico e importações de energia para as soluções  $x^{4U'}$  e  $x^{5U'}$ .

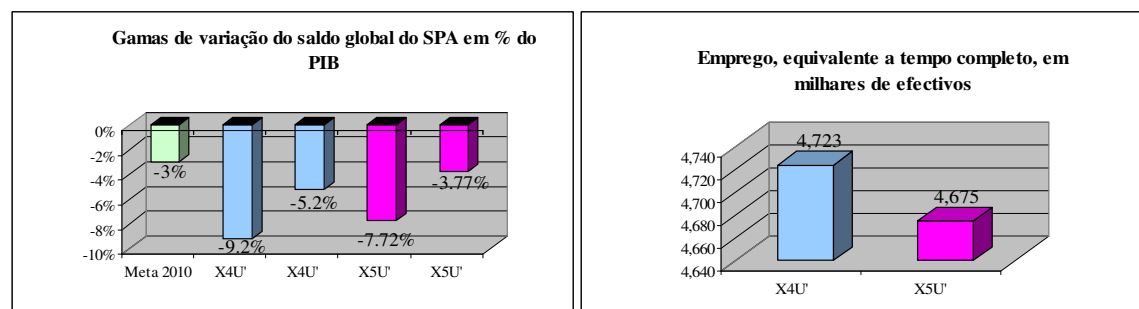


Figura V. 13. Alguns resultados de âmbito económico e social para as soluções  $x^{4U'}$  e  $x^{5U'}$ .

Admita-se, por hipótese, que o AD pretende rever a pesquisa de soluções, adoptando novamente uma postura mais conservadora (considerando, portanto, a formulação inicialmente utilizada), impondo valores mínimos aos limites inferiores do PIB, do PAG e dos níveis de importação de energia, no cenário onde são considerados os pontos médios de todos os coeficientes intervalares (*vide* solução  $\mathbf{x}^{3U''}$ ).

Desta forma, foram adicionadas as seguintes restrições:

$$Z_1^L(\mathbf{x}) \geq 120\,000,$$

$$Z_3^L(\mathbf{x}) \geq -76\,022,$$

$$Z_4^L(\mathbf{x}) \geq -18\,881.$$

Neste cenário de coeficientes, as restrições adicionais conduzem à obtenção de uma região admissível vazia, pelo que foi necessário resolver um modelo de programação elástica (*vide* Capítulo IV). Para o efeito, os valores das funções objectivo foram normalizados através de uma potência de 10 adequada, de modo a permanecerem na mesma ordem de grandeza. A caracterização da solução assim obtida é facultada na Tabela V. 26.

A solução  $\mathbf{x}^{5U''}$  é obtida considerando, no modelo com variáveis elásticas, os valores das variáveis binárias iguais aos valores obtidos no mesmo cenário de coeficientes, mas sem as restrições adicionais (solução  $\mathbf{x}^{3U''}$ ), de modo a haver comparabilidade entre modelos e soluções. Assim, relativamente à solução  $\mathbf{x}^{3U''}$ , verifica-se uma ligeira melhoria do valor do PIB no limite inferior (em detrimento do seu limite superior), do valor do emprego, que passa a atingir uma taxa de concretização unitária no seu limite inferior, do valor do PAG, no limite superior, e, finalmente, do valor das importações de energia, no limite superior. De referir que, apesar de esta solução permitir atingir o pior óptimo individual do nível de emprego, esta não é dominada por esta última (o mesmo se poderá referir em relação à solução  $\mathbf{x}^{4U''}$ ), dado que possui melhores resultados no plano ambiental (nível de PAG mais reduzido em ambos os limites) e energético (nível de importações de energia mais reduzido). Por outro lado, em relação às restantes soluções apresentadas, atingem-se as maiores taxas de concretização dos limites superiores do PAG e das importações de energia.

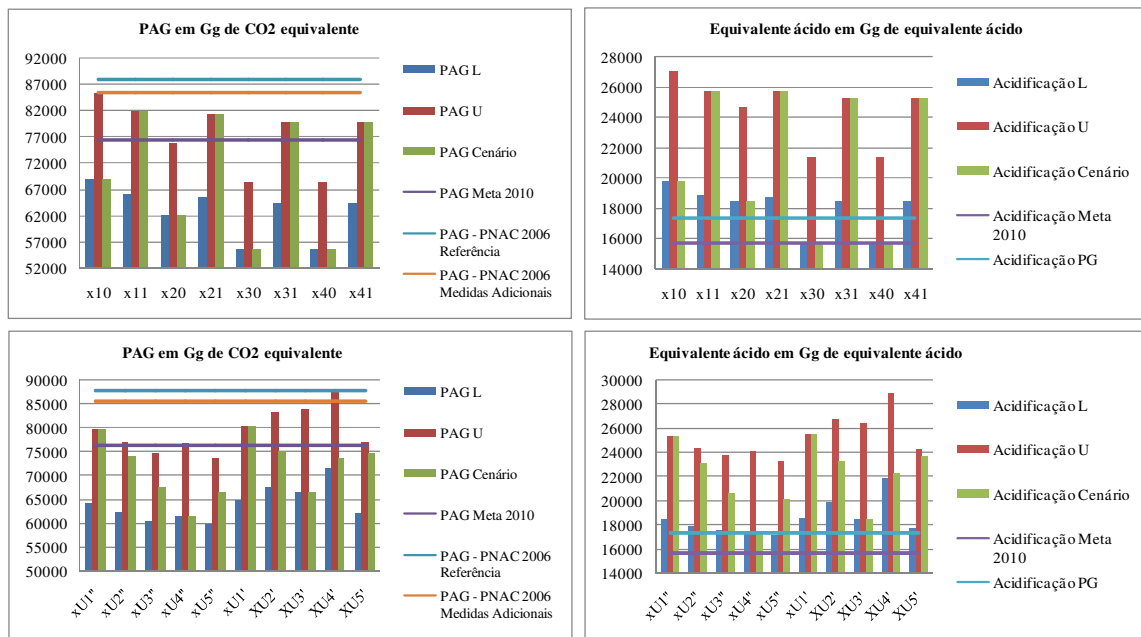
Refira-se, neste contexto, a existência de uma certa rigidez deste método em determinadas condições da geometria da região admissível do modelo. Por exemplo, admitindo a formulação mais conservadora do modelo, no cenário de coeficientes intermédio, a penalização das variáveis elásticas associadas às funções objectivo que se considerem de maior relevância, não surte efeitos na solução obtida. Por outro lado, no cenário relativamente menos restrito de coeficientes (com limiares de satisfação individuais das restrições de 0.8) apenas se verificam alterações em relação à solução inicialmente obtida, se penalizarmos a variável elástica associada ao PIB (ou seja, dando maior relevância ao PIB). No entanto, se adoptarmos a formulação menos conservadora do modelo, no cenário intermédio de coeficientes, este método apresenta-se mais flexível,



conduzindo a alterações da solução inicialmente obtida, com penalizações quer da variável elástica associada ao PIB, quer da variável elástica associada às importações de energia.

**Tabela V. 26.** Informação relativa à solução  $x^{5U''}$ .

	$Z_k^L(x^{9U''})$	$Z_k^U(x^{9U''})$	$m[Z_k(x^{9U''})]$	$w[Z_k(x^{9U''})]$	$\Delta(Z_k(x^{9U''}) - Z_k^*)$	$d(Z_k^*, Z_k(x^{9U''}))$	$tc_k^L$	$tc_k^U$
$Z_1$	104 710	111 350	108 030	6 640	0.92	19 001.07	0.38	0.15
$Z_2$	4 591	4 591	4 591	0	1.00	1 049.56	1.00	0.14
$Z_3$	-73 744	-59 750	-66 747	13 994	-0.05	6 046.06	2.09	0.69
$Z_4$	-21 589 667	-21 589 667	-21 589 667	0	-0.09	3 222 065.68	5.50	0.59



Nota: PAG Cenário e Acidificação Cenário – correspondem ambos aos cenários de coeficientes considerados, respectivamente, para o PAG e para o potencial de equivalente ácido, na obtenção das soluções; PAG L(U) – corresponde ao limite inferior (superior) do PAG; Acidificação L(U) – corresponde ao limite inferior (superior) do equivalente ácido.

**Figura V. 14.** Comparação das gamas de variação do PAG e do potencial de equivalente ácido nas soluções pesquisadas.

Dos resultados obtidos nas soluções analisadas podemos concluir o seguinte (*vide* Figura V.14):

- Relativamente às soluções conducentes aos piores e melhores valores óptimos individuais, é perfeitamente visível o forte antagonismo entre o crescimento económico e o bem-estar social (medidos a partir do crescimento do PIB e do nível de emprego, respectivamente), por um lado, e os impactes ambientais (medidos através do potencial de acidificação, do potencial de formação de ozono troposférico e do PAG), por outro;
- As soluções obtidas, considerando como cenário de partida os coeficientes tecnológicos de 1999, uma estrutura de produção do sector eléctrico similar à verificada em 2006, um aumento em 5% dos coeficientes de consumo de gasóleo, gasolina, electricidade e do gás natural (apenas nos ramos da co-geração e termoelectricidade), em relação ao ano base do estudo, os coeficientes de poluição mais elevados e uma evolução menos optimista do cenário económico (*vide* Anexo II), nunca permitem alcançar as metas globais estabelecidas no Protocolo de Quioto (no cenário considerado) e na *Directiva Tectos*;
- As soluções obtidas, considerando como cenário de partida os coeficientes tecnológicos de 1999, uma estrutura de produção do sector eléctrico similar à verificada em 2006, uma redução em 5% dos coeficientes de consumo de gasóleo, gasolina, electricidade, em relação ao ano base do estudo, e a eliminação do consumo de fuelóleo nos ramos da co-geração e da termoelectricidade, em relação ao ano base do estudo, os coeficientes de poluição mais reduzidos e uma evolução mais optimista dos cenário económico (*vide* Anexo II), permitem alcançar sempre a meta global estabelecida no Protocolo de Quioto; no entanto, a meta global estabelecida na *Directiva Tectos* nunca é alcançada, apesar de se encontrar muito próxima dos valores obtidos nas soluções que optimizam individualmente os melhores valores do PAG e das importações de energia;
- Todas as soluções analisadas permitem alcançar, num cenário de coeficientes mais favorável (menores coeficientes de poluição e de consumo de energia), a meta global estabelecida no Protocolo de Quioto;
- Relativamente às soluções conducentes aos piores e melhores valores óptimos individuais, verifica-se que é apenas nas soluções conducentes aos melhores valores óptimos do nível de emprego, do PAG e das importações de energia, que é possível atingir a meta global estabelecida no Protocolo de Quioto, mesmo no cenário de coeficientes menos favorável (maiores coeficientes de poluição e de consumo de energia); não obstante este facto, verifica-se nestas soluções uma afectação severa quer do crescimento económico, quer do nível de importações de energia, que chegam a atingir valores muito baixos (*e.g.* TCMA do PIB negativas);

- A solução que conduz aos piores resultados ambientais, obtida com os coeficientes de consumo energético nos respectivos limites inferiores e com os limiares de satisfação individuais das restrições nos respectivos pontos médios, permite obter valores para o PAG (na versão menos favorável deste indicador) próximos dos valores previstos para este indicador no PNAC 2006 (cenário de referência);
- A solução que conduz ao melhor valor óptimo do PIB permite obter valores para o PAG (na versão menos favorável deste indicador) próximos dos valores previstos para este indicador no PNAC 2006 (cenário contemplando medidas adicionais);
- Os valores obtidos para o PAG (na versão mais favorável deste indicador), em todas as soluções analisadas, são sempre inferiores aos valores estimados para este indicador no PNAC 2006 (em qualquer dos cenários considerados), indicando que o cenário de coeficientes mais favorável (menores coeficientes de poluição e de consumo de energia) aqui considerado apresenta valores mais ambiciosos;
- A melhoria da eficiência energética (e, portanto, a consequente redução dos coeficientes de consumo de energia) não é, por si só, suficiente para atingir as metas estabelecidas para as substâncias acidificantes, sendo necessário operar alterações significativas, nomeadamente na estrutura de produção do sector electroprodutor<sup>V.14</sup>.

O processo interactivo e a pesquisa de soluções prosseguem até que o AD considere ter explorado suficientemente o problema.

### ***V.3. Considerações finais***

Neste capítulo foi proposto um modelo de PLMO baseado em análise *input-output* para servir como instrumento de avaliação dos impactes económicos, sociais, energéticos e ambientais, decorrentes de alterações nas actividades económicas consentâneas com os objectivos de política considerados.

A especificação numérica do modelo de PLMO descrito neste capítulo efectuou-se tendo, fundamentalmente, em consideração os valores disponíveis para o ano base do estudo (1999), em Martins (2004), bem como as previsões publicadas no Programa de Estabilidade e Crescimento 2005-2009, de Junho de 2005 (República Portuguesa, 2005), e

---

<sup>V.14</sup> Refira-se que este resultado foi obtido sem considerar o decréscimo do teor de enxofre nos combustíveis decorrente da legislação em vigor a partir de 2003, pelo que os resultados poderão estar empolados.

a política nacional para a energia e alterações climáticas (Ministério da Economia e Inovação, 2007).

O modelo comporta 4 funções objectivo, 754 restrições e 357 variáveis, apoiando-se numa matriz de coeficientes técnicos que considera a economia do país repartida em 80 ramos de actividade. Foram considerados objectivos consistentes com o crescimento económico (maximização do PIB na óptica da despesa a preços constantes), o bem-estar social (maximização do nível de emprego), a dependência energética (minimização das importações de energia) e a preservação do meio ambiente (minimização dos níveis de PAG).

Apesar de o modelo ser estático no horizonte de planeamento considerado (1999-2010), efectuaram-se ajustes nos coeficientes técnicos, nomeadamente no que se refere aos ramos energéticos. Desta forma, foi necessário alterar a estrutura de produção do ramo electroprodutor, que no ano base do estudo assumia valores atípicos, para valores mais próximos da realidade actual. Por outro lado, foi possível colmatar o problema da similaridade dos coeficientes ao longo do horizonte de planeamento, através da consideração de coeficientes intervalares na matriz de coeficientes técnicos de produção.

O tratamento da incerteza é efectuado através da consideração de coeficientes intervalares na generalidade das restrições do modelo proposto. Deste modo, foi necessário efectuar algumas alterações em relação ao modelo original, devido ao crescimento exponencial de problemas a analisar, relacionado com a existência de igualdades com coeficientes intervalares. Assim, evitou-se a utilização deste tipo de restrições através da imposição de limites superiores/inferiores para todas as restrições definidoras do modelo com coeficientes intervalares.

O modelo comporta ainda outras alterações relevantes relativamente a versões anteriores (*vide* Oliveira e Antunes (2000, 2001, 2002, 2004a, 2004b, 2005); Antunes *et al.* (2002)). Neste sentido, foi necessário efectuar a sua reformulação, de modo a contemplar a mudança do sistema de contas da óptica do SEC 79 para a óptica do SEC95. Por outro lado, os coeficientes técnicos foram revistos, passando a ser calculados, fundamentalmente, com base nos sistemas de matrizes construídos por Martins (2004). Passa a contemplar-se uma parte real e uma parte nominal da economia, tendo havido uma alteração da base de preços para 1999 (anteriormente, com base em 1995). Finalmente, no que se refere à esfera ambiental, para além das emissões resultantes da combustão passam a considerar-se as que resultam de processos industriais, de fugas de emissões no sector energia, da utilização de solventes, das actividades agrícolas, do tratamento de resíduos e de águas residuais. Para além do PAG, são explicitamente considerados, na componente ambiental do modelo, o potencial de equivalente ácido e o potencial de formação de ozono troposférico.

Após a recolha de dados actualizados junto das entidades competentes para a especificação numérica do modelo de PLMO descrito, procedeu-se à obtenção e análise de algumas soluções.

Os cenários de coeficientes conducentes às diferentes soluções analisadas tiveram em consideração o aumento da importância do gás natural (aumento de 5% dos coeficientes de consumo no cenário mais extremo) e a eliminação do fuelóleo nos sectores da co-geração e da termoeléctrica (no cenário mais favorável), em relação ao ano base do estudo. Esta situação não estará muito desfasada da realidade, uma vez que o governo pretende descomissionar, em 2008, a potência instalada em centrais fuel/gasóleo; alcançar, até 2010, uma *produção zero* com centrais a fuel; e substituir, até 2010, a co-geração a fuel por gás natural (Ministério da Economia e Inovação, 2007). Por outro lado, contemplou-se uma redução dos coeficientes de consumo das gasolinas, do gasóleo e da electricidade (redução de 5%, no cenário mais favorável), em relação ao ano base do estudo. Este cenário procurou reflectir a necessidade de reduzir, por um lado, o consumo destes combustíveis nos transportes que, de acordo com a Directiva 2003/30/CE, deverá ser substituído pelo consumo dos biocombustíveis, em 5.75%, até Dezembro de 2010 e, por outro, a necessidade de melhorar a eficiência energética dos edifícios (*vide* Directiva 2002/91/CE).

A estrutura de produção considerada para o sistema electroprodutor em todas as soluções foi similar à verificada em 2006 que, considerando um índice de produtividade hídrica, em relação ao ano de 1997 (ano base da Directiva 2004/77/CE), similar ao de 2006, conduziu a um peso da produção das renováveis no consumo bruto de electricidade com valores a oscilar entre os 37% e os 47% (nas soluções analisadas), relegando-se para exercício futuro a análise das repercussões do cumprimento das metas nacionais para as fontes de energia renováveis, nomeadamente no que se refere às metas estipuladas na Resolução de Conselho de Ministros nº 63/2003, de 28 de Abril, ou das mais recentemente impostas pelo governo (Ministério da Economia e Inovação, 2007).

Refira-se, ainda, que a componente económica do modelo tem em conta o SEC 95, devido à maior abundância de dados estatísticos que se encontram nesta base. Por esse motivo, os cenários económicos considerados tiveram por base o Programa de Estabilidade e Crescimento de 2005-2009, de Junho de 2005, que também se baseia no mesmo Sistema de Contas Nacionais. Poderá parecer que os valores obtidos nas diversas soluções para o PIB a preços constantes são demasiado baixos. Essa situação deve-se a uma alteração posterior do Sistema de Contas Nacionais (para o SEC 2000), que conduziu a uma reavaliação média do PIB para o período de 1995-2000 de cerca de 4.9% (INE, 2005).

Para a condução do processo de pesquisa de soluções considerou-se a existência de um AD hipotético que expressa as suas preferências face à informação que lhe é apresentada. Neste caso, optámos por efectuar a pesquisa de soluções utilizando alternativas de decisão distintas, de acordo com uma postura mais conservadora ou mais optimista do AD. Ao analisar globalmente as soluções obtidas com uma e outra formulação, podemos constatar que, em geral, a opção mais conservadora dá maior preponderância aos planos ambiental e energético, em detrimento dos objectivos de cariz económico e social; por outro lado, com a adopção de uma postura mais optimista, dá-se maior relevância aos objectivos de âmbito económico e social.

Todos os resultados obtidos indicam a necessidade premente da redução da intensidade energética da economia como forma de colmatar o défice de cumprimento em relação ao protocolo de Quioto. Assim sendo, será necessário investir na prossecução de medidas para a redução dos coeficientes de consumo de energia e de poluição, apostando na substituição das fontes da energia tradicionais por outras fontes mais limpas (*e.g.* aumentando a potência instalada do parque eólico, aumentando a aposta na energia solar, substituindo o fuelóleo e o gasóleo pelo gás natural no *mix* da produção térmica), incentivando a eficiência e conservação energéticas (*e.g.* melhorando a eficiência energética e reduzindo os quilómetros percorridos para cada meio de transporte, aumentando a eficiência dos sistemas de aquecimento, refrigeração, iluminação e dos electrodomésticos) e promovendo tecnologias de sequestro de carbono (*e.g.* captura e armazenamento de CO<sub>2</sub> em centrais alimentadas a carvão).

Por outro lado, verifica-se que a melhoria da eficiência energética (e, portanto a consequente redução dos coeficientes de consumo de energia) não consubstancia a redução necessária para atingir as metas estabelecidas para as substâncias acidificantes, sendo necessário operar alterações significativas, nomeadamente na estrutura de produção do sector electroprodutor.

O modelo proposto pretende servir como instrumento de apoio aos decisores na análise e avaliação integrada de diversos indicadores de âmbito económico, social, ambiental e energético, quando ocorrem variações nos *outputs* dos ramos de actividade, consistentes com a adopção de medidas de política alternativas. Para o efeito, foram considerados diversos cenários, traduzidos em coeficientes intervalares, que permitem efectuar uma análise prospectiva integrada dos problemas económicos, energéticos e ambientais.

Reclama-se como principal valor acrescentado deste trabalho a abordagem original no tratamento da incerteza em modelos de programação matemática assentes em análise I-O, uma vez que possibilita a exploração de cenários alternativos (definidos como coeficientes intervalares), não apenas ao nível das funções objectivo e termos independentes das restrições, mas em todos os coeficientes do modelo.

## **Capítulo VI**

### **Conclusões e propostas de trabalho futuro**

O sector energético assume particular relevância no contexto nacional, quer pelas repercussões que acarreta no aparelho produtivo, quer pelas consequências que daí resultam ao nível do emprego, do abastecimento interno, das relações com o exterior e do ambiente. Devido à forte dependência energética do exterior e ao peso do consumo dos combustíveis fósseis no consumo de energia primária, Portugal enfrenta grandes desafios ao nível das políticas que deverá seguir de modo a alcançar as metas estabelecidas para os sectores energético e ambiental, sem descurar as questões económicas e sociais que lhes estão inevitavelmente associadas.

A análise I-O permite avaliar as inter-relações entre diferentes actividades económicas, sendo muitas vezes aplicada em estudos que permitem avaliar impactes energéticos/ ambientais. A utilização desta metodologia no quadro dos modelos de PLMO permite obter informação que não seria possível alcançar com a aplicação separada de ambas as técnicas. As relações que se estabelecem entre os sectores considerados nos modelos I-O permitem obter a região de possibilidades de produção admissível, no contexto das interdependências sectoriais. A PLMO permite obter as quantidades dos vários bens que concorrem para certos objectivos de forma mais adequada, respeitando as relações produtivas dadas no modelo de Leontief.

A justificação da utilização da abordagem I-O, bem como as respectivas potencialidades são referidas no Capítulo II, onde efectuamos uma breve descrição desta metodologia na sua vertente tradicional, sendo posteriormente contextualizada no Sistema de Contas Nacionais. Abordamos também uma análise da extensão do modelo I-O nas vertentes ambiental e energética e referimos algumas aplicações do modelo I-O no âmbito dos modelos de programação matemática, de acordo com a literatura científica existente.

O poder da metodologia I-O de Leontief reside na sua capacidade de representar a tecnologia de um país com solidez e precisão suficientes para permitir uma análise com conteúdo empírico real. A análise I-O é uma ferramenta interessante e flexível para estudos teóricos ou empíricos de uma grande variedade de problemas de âmbito económico e de política, numa perspectiva micro ou macroeconómica. De facto, é uma abordagem que pode ser utilizada na análise de uma grande panóplia de problemas, salientando-se, como escopo do presente trabalho, a modelação dos sistemas complexos de inter-relações económicas e físicas, por exemplo, para examinar a relação existente entre a actividade económica e as emissões de poluentes.

O potencial da aplicação desta ferramenta de análise, conjuntamente com os modelos de programação matemática, como técnica de planeamento e projecção, conduziu à proposta, no Capítulo V, de um modelo multiobjectivo baseado em análise *input-output* para servir como instrumento de avaliação dos impactes económicos, sociais, energéticos e ambientais, decorrentes de alterações nas actividades económicas consentâneas com os objectivos de política considerados. Este modelo incorpora, em relação a versões anteriores:

- A mudança do sistema de contas da óptica do SEC 79 para a óptica do SEC 95 e a reformulação conveniente das respectivas restrições;
- 59 ramos de actividade reais, de acordo com a nomenclatura A60 do SEC 95;
- A revisão dos coeficientes técnicos com base nos sistemas de matrizes construídos por Martins (2004);
- Uma alteração da base de preços para 1999;
- Uma parte real e nominal da economia;
- A dívida pública como componente adicional do modelo;
- Cenários distintos sob a forma de coeficientes intervalares;
- Emissões resultantes dos processos de combustão, processos industriais, fugas de emissões no sector energia, utilização de solventes, actividades agrícolas, tratamento de resíduos e de águas residuais;
- Para além do PAG, o potencial de equivalente ácido e de formação de ozono troposférico.

O modelo proposto comporta 4 funções objectivo, 754 restrições e 357 variáveis, apoiando-se numa matriz de coeficientes técnicos que considera a economia do país repartida em 80 ramos de actividade (reais e artificiais). Foram tidos em conta objectivos consistentes com o crescimento económico (maximização do PIB na óptica da despesa a preços constantes), o bem-estar social (maximização do nível de emprego), a dependência energética (minimização das importações de energia) e a preservação do meio ambiente (minimização dos níveis de PAG). No que respeita à parte económica, o modelo determina a maioria das variáveis em quantidades (ou seja, a preços constantes de 1999). No entanto,



o PIB, o rendimento disponível e as variáveis fiscais, são também determinados a preços correntes, utilizando, para o efeito, preços definidos exogenamente. As principais variáveis são a produção dos ramos de actividade, o VAB, o emprego, as importações e exportações, o consumo privado, o PIB, o saldo global das administrações públicas, a dívida pública e os potenciais de aquecimento global, de equivalente ácido e de formação de ozono troposférico.

A especificação numérica do modelo proposto conduziu a um vasto trabalho de recolha de dados, de modo a ser desenvolvido um modelo multiobjectivo baseado em análise I-O para o estudo das interacções economia-energia-ambiente próximo da realidade nacional. Refere-se, neste contexto, a dificuldade sentida na compatibilização da informação proveniente de diversas fontes estatísticas (*e.g.* Instituto Nacional de Estatística, Direcção Geral de Energia e Geologia, Gabinete de Estratégia e Estudos do Ministério da Economia e da Inovação, Pactos de Estabilidade e Crescimento, Instituto do Ambiente, Painel Intergovernamental para as Alterações Climáticas), tendo sido muitas vezes necessário assumir pressupostos simplificadores.

A programação intervalar é uma abordagem interessante para o tratamento da incerteza em modelos de programação matemática, porque não requer a especificação das distribuições probabilísticas (como na programação estocástica) ou das distribuições *possibilísticas* (como na programação difusa) dos coeficientes do modelo. Para a utilização da programação intervalar é apenas necessário que se disponha de informação acerca da gama de variação dos coeficientes.

Um dos principais objectivos desta dissertação consistiu no desenvolvimento de um método interactivo para modelos de PLMO com coeficientes intervalares, para o estudo das interacções entre a economia nacional, o sistema energético e os impactes ambientais, de modo a auxiliar os agentes de decisão a identificar soluções robustas, tentando colmatar algumas das questões levantadas pelos algoritmos disponíveis na literatura científica.

No Capítulo III, facultou-se uma visão ilustrada e unificadora das diferentes abordagens existentes para efectuar o tratamento da incerteza em modelos de PLMO, utilizando a programação matemática intervalar. No Capítulo IV, apresentamos uma abordagem interactiva original para o tratamento da incerteza em modelos de PLMO com coeficientes intervalares. Na abordagem proposta começam por obter-se as formulações determinísticas substitutas do modelo de PLMO intervalar, tendo por base a minimização da pior distância das funções objectivo intervalares do modelo relativamente às soluções ideais intervalares respectivas. A solução de compromisso de partida é obtida a partir da formulação determinística escolhida, de acordo com uma postura mais ou menos conservadora do AD, considerando a região admissível menos abrangente do modelo. A exaustividade da pesquisa de soluções depende do AD, que decide terminar o processo quando considerar ter explorado suficientemente o problema. Durante as fases interactivas do processo, é facultada diversa informação ao AD, nomeadamente acerca da proximidade dos valores das funções objectivo intervalares para a solução em análise, relativamente às soluções ideais intervalares respectivas, referindo explicitamente as taxas de concretização em relação aos limites superiores e inferiores das funções objectivo do modelo. Esta abordagem não é muito exigente em relação à informação requerida ao AD em cada

interacção, nem os cálculos envolvidos se apresentam, em geral, muito onerosos em termos práticos. Em suma, esta proposta para o tratamento da incerteza permite:

- Obter uma formulação matemática do modelo intervalar mais simples, conduzindo a uma forte integração do AD no processo de decisão;
- Efectuar o tratamento da incerteza ao nível de todos os coeficientes do modelo;
- Obter uma visão global das soluções quer no cenário de coeficientes conducente ao melhor valor óptimo, quer no cenário de coeficientes conducente ao pior valor óptimo;
- Efectuar a pesquisa de novas soluções com base nas taxas de concretização das funções objectivo relativamente aos seus limites superiores e inferiores, tendo sempre em consideração os cenários de coeficientes conducentes ao melhor e pior valores óptimos;
- Identificar uma solução intervalar tão próxima quanto possível da solução ideal intervalar;
- Rever as opções de pesquisa de soluções consideradas pelo AD;
- Encontrar relações de não dominância relativamente às taxas de concretização dos limites superiores e inferiores das funções objectivo.

O algoritmo proposto pode ser modificado de modo a tornar-se mais flexível, bastando para tal:

- Alterar as metas intervalares consideradas;
- Utilizar valores de referência para as funções objectivo explicitamente fora das gamas de variação obtidas com as abordagens de tolerância individual ou de análise de sensibilidade (consoante a aplicabilidade mais correcta);
- Introduzir penalizações nas funções objectivo dos modelos de programação elástica, de modo a revelar a preferência do AD pela melhoria específica de determinada(s) função (ões) objectivo;
- Considerar limiares de satisfação individuais para cada coeficiente das restrições e não para a restrição como um todo.

No caso vertente, a condução do processo de pesquisa de soluções do modelo multiobjectivo baseado em análise *input-output* proposto no Capítulo V efectuou-se considerando a existência de um AD hipotético que expressa as suas preferências face à informação que lhe é apresentada. Neste contexto, optámos por efectuar a pesquisa de soluções utilizando alternativas de decisão distintas, de acordo com uma postura mais conservadora ou mais optimista do AD. No final, ao analisar globalmente as soluções obtidas com uma e outra formulação, concluímos que, em geral, a opção mais conservadora dá maior preponderância aos planos ambiental e energético, em detrimento

dos objectivos de cariz económico e social; por outro lado, a adopção de uma postura mais optimista, permite revelar maior preponderância em relação aos objectivos de âmbito económico e social.

O principal valor acrescentado deste trabalho consistiu na aplicação de uma abordagem original para efectuar o tratamento da incerteza em modelos de programação matemática assentes em análise I-O, uma vez que possibilita a exploração de cenários alternativos (definidos a partir de coeficientes intervalares), não apenas ao nível das funções objectivo e dos termos independentes das restrições, mas em todos os coeficientes do modelo.

Perspectiva-se para exercício futuro a análise das repercussões do cumprimento das metas nacionais para as fontes de energia renováveis, nomeadamente no que se refere às metas estipuladas na Resolução de Conselho de Ministros nº 63/2003, de 28 de Abril, ou das mais recentemente impostas pelo governo, considerando a composição prevista para o sector electroprodutor de acordo com o cumprimento das metas referidas. Por outro lado, pretende-se, assim que haja dados disponíveis, reformular o modelo proposto de modo a contemplar a alteração do Sistema de Contas Nacionais para o SEC 2000.

Finalmente, é nossa pretensão aumentar a complexidade das abordagens propostas, possibilitando:

- A inclusão de tecnologias de sequestro de carbono no modelo proposto e respectivas repercussões na redução de emissões (*e.g.* captura e armazenamento de CO<sub>2</sub> em centrais alimentadas a carvão).
- A incorporação das repercussões nas diversas dimensões (económicas, sociais, energéticas e ambientais) do mercado de troca de emissões e do Mercado Ibérico de Electricidade (MIBEL);
- A exploração da construção de uma matriz de investimentos de âmbito nacional, que permita avaliar padrões alternativos de consumo energético, de acordo com as diferentes tecnologias;
- A consideração explícita dos *stocks* de bens de capital depreciados para reutilização ou reciclagem de materiais, bem como a respectiva análise dos impactes no meio ambiente (nomeadamente em termos do potencial de redução de emissões);
- O desenvolvimento e teste de novas metodologias para o tratamento da incerteza neste tipo de modelos que permitam obter soluções de compromisso satisfatórias.



## Referências

Alarcón, J., J. V. Heemst, N. Jong, *Extending the SAM with social and environmental indicators: an application to Bolivia*, Economic Systems Research, Vol. 12, nº 4, 473–496, 2000.

Alefeld, G., J. Herzberger, *An introduction to interval computations*, New York: Academic Press, 1983.

Allan, G., N. D. Hanley, P. G. McGregor, J. K. Swales, K. R. Turner, *An extension and application of the Leontief pollution model for waste generation and disposal in Scotland*, nº 04/05, Department of Economics, University of Strathclyde, 2004. (disponível em [http://www.economics.strath.ac.uk/Research/Discussion\\_papers/strathecon04-05.pdf](http://www.economics.strath.ac.uk/Research/Discussion_papers/strathecon04-05.pdf))

Alves, M. J., C. H. Antunes, J. Clímaco, *An experimental comparison of MOLP interactive approaches based on a regional planning model*. In: J. Clímaco (Ed.), *Multicriteria Analysis – Proceedings of the XI International Conference on Multiple Criteria Decision Making*, 428–439, Springer–Verlag, 1997.

Antunes, C. H., *Apoio à decisão em programação linear multiobjetivo: um modelo para o planeamento estratégico de redes de telecomunicação*, Dissertação submetida para obtenção do grau de Doutor em Engenharia Electrotécnica, Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra, 1991.

Antunes, C. H., C. Oliveira, J. Clímaco, *A study of the interactions between the energy system and the economy using TRIMAP*. In: D. Bouyssou, E. Jacquet-Lagrèze, P. Perny, R. Slowinski, D. Vanderpooten, P. Vincke (Eds.), *Aiding Decisions with multiple criteria - Essays in Honor of Bernard Roy*, 407–427, Kluwer Academic Publishers, 2002.

Antunes, C. H., J. Clímaco, *Decision aid in the optimization of the interval objective function*. In: S. H. Zanakis, G. Doukidis, C. Zopounidis (Eds.), *Decision Making: Recent Developments and Worldwide Applications*, Applied Optimization, Vol. 45, 251–261, Kluwer Academic Publishers, 2000.

Arrous, J., *Energy input-output economics: What's the matter?*, Proceedings of the 13<sup>th</sup> International Conference on Input-Output Techniques, 21–25 August, Macerata, Italy, 2000. (disponível em [http://www.iioa.org/pdf/13th%20conf/Arrous\\_Energy.pdf](http://www.iioa.org/pdf/13th%20conf/Arrous_Energy.pdf))

Ayres, R. U., A. Kneese, *Production, consumption and externalities*, American Economic Review, Vol. 59, nº 1, 282–297, 1969.

Barata, E., *Solid waste management policy and modelling in Portugal*, Ph. D. Thesis, School of Politics International Relations and the Environment, Keele University, 2002.

Baumgärtner, S., H. Dyckhoff, M. Faber, J. Proops, J. Shiller, *The concept of joint production and ecological economics*, *Ecological Economics*, Vol. 36, n° 3, 365–372, 2001.

Bellman, R., L. A. Zadeh, *Decision making in a fuzzy environment*, *Management Science*, Vol. 14, n° 4, 141–164, 1970.

Benayoun, R., J. De Montgolfier, J. Tergny, O., Larichev, *Linear programming and multiple objective functions: STEP method (STEM)*, *Mathematical Programming*, Vol. 1, n° 3, 366–375, 1971.

Ben-Tal, A., A. Nemirovski, *Robust solutions of uncertain linear programs*, *Operational Research Letters*, Vol. 25, n° 1, 1–13, 1999. (disponível em <https://eprints.kfupm.edu.sa/62920/1/62920.pdf>)

Ben-Tal, A., A. Nemirovski, *Robust solutions of Linear Programming problems contaminated with uncertain data*, *Mathematical Programming*, Vol. 88, n°3, 411–424, 2000. (disponível em [http://www2.isye.gatech.edu/~nemirovs/Lpppr\\_rev.pdf](http://www2.isye.gatech.edu/~nemirovs/Lpppr_rev.pdf))

Berry, R. S., M. F. Fels, *The energy cost of automobiles*, *Science and Public Affairs – Bulletin of the Atomic Scientists*, Vol. 29, n° 10, 11–17, 58-60, 1973.

Berry, R. S., T. V. Long, H. Makino, *An international comparison of polymers and their alternatives*, *Energy Policy*, Vol. 3, n° 2, 144-155, 1975.

Bertsimas, D., M. Sim, *The price of robustness*, *Operations Research* Vol. 52, n° 1, 35–53, 2004. (disponível em <http://www.mit.edu/~dbertsim/papers/Robust%20Optimization/The%20price%20of%20Robustness.pdf>)

Bickneel, K., R. Ball, R. Cullen, H. Bigsby, *New methodology for the ecological footprint with an application to the New Zealand economy*, *Ecological Economics*, Vol. 27, n° 2, 149–160, 1998.

Bitran, G. R., *Linear multiobjective problems with interval coefficients*, *Management Science*, Vol. 26, n° 7, 694–706, 1980.

Boavida, F., R. Vilão, M. Marcelino, M. Espada, T. B. Ramos, I. Gervásio, P. Liberal, *Relatório do Estado do Ambiente 2005*, Instituto do Ambiente (Ed.), 2006. (disponível em <http://www.apambiente.pt/divulgacao/Publicacoes/REA/Documents/REA%202005/REA05-interactivo.pdf>)

Bojadziev, G., M. Bojadziev, *Fuzzy sets, fuzzy logic, applications*, *Advances in Fuzzy Systems – Applications and Theory*, Vol. 5, World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., 1995.

- Borges, A. R., *Abordagens interactivas para tratamento da incerteza em modelos de optimização multiobjectivo para apoio à decisão*, Dissertação submetida para obtenção do grau de Doutor em Engenharia Electrotécnica, especialidade de Informática, Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra, 2005. (disponível em [http://www.inescc.pt/documentos/dissertations/Doutoramento\\_ARPBorges.pdf](http://www.inescc.pt/documentos/dissertations/Doutoramento_ARPBorges.pdf))
- Borges, A. R, C. H. Antunes, *A fuzzy multiple objective decision support model for energy-economy planning*, European Journal of Operational Research, Vol. 145, nº 2, 304–316, 2003.
- Borland, N., H. P. Kaufman, D. Wallace, *Integrating environmental impact assessment into product design: A collaborative modelling approach*, Proceedings of the DETC98, ASME Design Engineering Technical Conference, September 13–16, Atlanta, Georgia, 1998.
- Bras, B., *Incorporating environmental issues in product design and realization*, UNEP Industry and Environment, Vol. 20, nº 1/2, 7–13, 1997. (disponível em <http://www.srl.gatech.edu/education/ME4171/UNEP-IE-paper.pdf>)
- Brauers, W. K., *Prévision Économiques à l'aide de la methode entrées-sorties*, nº 26, Paris: Economica, 1995.
- Brito, A. A. F. M., *Análise input-output e aplicação à economia Portuguesa*, Relatório para uma aula teórico-prática, elaborado nos termos do artº 58º do Estatuto da Carreira Docente Universitária, para provas de aptidão pedagógica e capacidade científica, Universidade de Coimbra, Faculdade de Economia, 1985.
- Brown, M., R. Herendeen, *Embodied energy analysis and EMERGY analysis: a comparative view*, Ecological Economics, Vol. 19, nº 3, 219–235, 1996.
- Brown, G. G., G. W. Graves, *Elastic programming: A new approach to large – scale mixed integer optimization*, ORSA/TIMS, Las Vegas, 1975.
- Buckley, J. J., *Fuzzy input-output analysis*, European Journal of Operational Research, Vol. 39, nº 1, 54–60, 1989.
- Bullard, C. W. and R. A. Herendeen, *Energy impact of consumption decisions*, Proceedings of the IEEE, Vol. 63, nº 3, 484–493, 1975a.
- Bullard, C. W. and R. A. Herendeen, *The energy cost of goods and services*, Energy Policy, Vol. 3, nº 4, 268–278, 1975b.
- Bullard, C. W., P. S. Penner, D. A. Pilati, *Net energy analysis, handbook for combining process and input-output analysis*, Resources and Energy, Vol. 1, nº 3, 267–313, 1978.

Bulmer-Thomas, V., *Input-output analysis in developing countries – Sources, methods and applications*, New York: John Wiley & Sons, 1982.

Casler, S., S. Wilbur, *Energy input-output analysis: a simple guide*, Resources and Energy, Vol. 6, nº 2, 187–201, 1984.

Castro, E. A., J.M. Martins, P. Ramos, D. Abreu, C. Borrego, A. I. Miranda, D. Mendes, J. Marques, M. Lopes, *Avaliação do impacto sócio-económico de instrumentos legais para o controlo das emissões de gases com efeito de estufa*, Universidade de Aveiro, Julho, 2002.

Chanas, S., D. Kuchta, *Multiobjective programming in optimization of interval objective functions – A generalized approach*, European Journal of Operational Research, Vol. 94, nº 3, 594–598, 1996.

Chang, S. – L., M. – C. Juang, *Decision analysis on CO<sub>2</sub> reduction for industrial and energy sectors – an FMOLP approach*, Proceedings of the Conference on East Asian Environmental and Resource Economics and Policy, Institute of Economics, March 2-3, Taipei, 1998.

Chapman, P. F., *The energy costs of producing copper and aluminium from primary sources*, Metals and Materials, Vol. 8, nº 2, 107–111, 1974.

Chapman, P.F., G. Leach, M. Slessor, *The energy cost of fuels*, Energy Policy, Vol. 2, nº 3, 231–243, 1974.

Chernikova, N. V., *Algorithm for finding a general formula for the nonnegative solutions of a system of linear inequalities*, U.S.S.R. Computational Mathematics and Mathematical Physics, Vol. 5, nº2, 228–233, 1965.

Chinneck, J.W., E. W. Dravnieks, *Locating minimal infeasible constraint sets in linear programs*, ORSA Journal on Computing, Vol 3, nº 2, 157–168, 1991. (disponível em <http://www.sce.carleton.ca/faculty/chinneck/docs/ChinneckDravnieks.pdf>)

Chinneck, J.W., K. Ramadan, *Linear programming with interval coefficients*, Journal of the Operational Research Society, Vol. 51, nº 2, 209–220, 2000.

Cho, J. – C., *The economic-energy-environmental policy problem: An application of the interactive multiobjective decision method for Chungbuk Province*, Journal of Environmental Management, Vol. 56, nº 2, 119–131, 1999.

Ciaschini, M., *Input-Output analysis: an introduction*. In. M. Ciaschini (Ed.), Input-Output Analysis – Current Developments, Chapter 1, 1–16, London: Chapman and Hall, 1988.

Cleveland, C. J., R. K. Kaufmann, D. I. Stern, *Aggregation and the role of energy in economy*, Ecological Economics, Vol. 32, nº 2, 301–317, 2000. (disponível em <http://www.bu.edu/cees/research/workingp/pdfs/9909.pdf>)



- Clímaco, J., C. H. Antunes, *Implementation of an user friendly software package - a guided tour of TRIMAP*, Mathematical and Computer Modelling, Vol. 12, nº 10/11, 1299–1309, 1989.
- Clímaco, J., C. H. Antunes, M. J. G. Alves, *Programação linear multiobjectivo: do modelo de programação linear clássico à consideração explícita de várias funções objectivo*, Coimbra: Imprensa da Universidade, 2003.
- Cohon, J. L., *Multiobjective programming and planning*, New York: Academic Press, 1978.
- Costanza, R., *Embodied energy and economic valuation*. In: I. Sohn (Ed.), *Readings in Input-Output Analysis – Theory and Applications*, Chapter 8, 432–444, New York: Oxford University Press, 1986.
- Cruz, L. M. G., *A Portuguese energy-economy-environment input-output model: policy applications*, Ph. D. Thesis, School of Politics International Relations and the Environment, Keele University, 2002.
- Cruz, L. M. G., E. Barata, *Estrutura económica, intensidade energética e emissões de CO<sub>2</sub>: Uma abordagem Input-Output*, Estudos do GEMF, nº 8, Universidade de Coimbra, Faculdade de Economia, 2007. (disponível em [http://gemf.fe.uc.pt/workingpapers/pdf/2007/gemf\\_2007-08.pdf](http://gemf.fe.uc.pt/workingpapers/pdf/2007/gemf_2007-08.pdf))
- Cumberland, J., *A regional interindustry model for analysis of development objectives*, Papers in Regional Science, Vol. 17, nº1, 65–94, 1966.
- Daly, H., *On economics as a life science*, The Journal of Political Economy, Vol. 76, nº3, 392–406, 1968.
- Davar, E., *Leontief and Walras: Input-Output and reality*, Proceedings of the 13<sup>th</sup> International Conference on Input-Output Techniques, 21–25 August, Italy, Macerata, 2000. (disponível em [http://www.iioa.org/pdf/13th%20conf/Davar\\_Leontief&Walras.pdf](http://www.iioa.org/pdf/13th%20conf/Davar_Leontief&Walras.pdf))
- Dias, A. M., E. Lopes, *MODEM 4i – Um modelo multisectorial para a economia portuguesa*, Departamento de Prospectiva e Planeamento (Ed.), 2000. (disponível em [http://www.dpp.pt/pages/files/modem\\_4i.pdf](http://www.dpp.pt/pages/files/modem_4i.pdf))
- Dias, A. M., E. Lopes, *MODEM 5 – Um modelo multisectorial para a economia portuguesa com extensão multirregional*, Departamento de Prospectiva e Planeamento (Ed.), 2005. (disponível em [http://www.dpp.pt/pages/files/modem\\_5.pdf](http://www.dpp.pt/pages/files/modem_5.pdf))
- DGEG - Direcção Geral de Energia e Geologia, *Caracterização energética nacional*, 2007a (disponível, em 05/12/2007, em <http://www.dgge.pt/>).

DGEG, *Renováveis – Estatísticas rápidas - Julho 2007*, nº 29, 2007b. (disponível em <http://energiasrenovaveis.files.wordpress.com/2007/09/i007063.pdf>)

Dorfman, R., P. A. Samuelson and R. M. Solow, *Linear programming and economic analysis*, New York: Dover Publications, Inc., 1958.

Duchin, F., *Structural economics - Measuring change in technology, lifestyles, and the environment*, Washington, D.C.: Island Press, 1998.

Duchin, F., *Input-output economics and material flows*, Working Papers in Economics, Rensselaer Polytechnic Institute, Number 0424, December, 1–19, 2004. (<http://www.economics.rpi.edu/workingpapers/rpi0424.pdf>)

Duchin, F., G. Lange, *Technological choices, prices, and their implications for the US economy, 1963-2000*, Economic Systems Research, Vol. 4, nº1, 1992.

Duchin, F., A. Steenge, *Input-output analysis, technology and the environment*. In. J. van den Bergh (Ed.), *Handbook of Environmental and Resource Economics*, Part IX, Chapter 68, 1037–1059, Cheltenham: Edward Elgar, 1999.

Duchin, F. and D. Szyld, *A dynamic input-output model with assured positive output*, *Metroeconomica*, Vol. 37, nº 3, 269–282, 1985.

Erdösi, P., *Special input-output model for analyzing the effectiveness of the energy supply system*. In. I. Tchijov, L. Tomaszewicz (Eds.), *Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems*, nº 292, 185–194, Springer–Verlag, 1985.

Eurostat, *Waste generated and treated in Europe - Data 1990 – 2001*, Eurostat (Ed.), 2003. (disponível em [http://epp.eurostat.ec.europa.eu/cache/ITY\\_OFFPUB/KS-55-03-471/EN/KS-55-03-471-EN.PDF](http://epp.eurostat.ec.europa.eu/cache/ITY_OFFPUB/KS-55-03-471/EN/KS-55-03-471-EN.PDF))

Eurostat, *Eurostat news release*, Vol. 126, 21 de Setembro, 2006. (disponível em [http://epp.eurostat.ec.europa.eu/pls/portal/docs/PAGE/PGP\\_PRD\\_CAT\\_PREREL/PGE\\_CAT\\_PREREL\\_YEAR\\_2006/PGE\\_CAT\\_PREREL\\_YEAR\\_2006\\_MONTH\\_09/8-21092006-EN-AP1.PDF](http://epp.eurostat.ec.europa.eu/pls/portal/docs/PAGE/PGP_PRD_CAT_PREREL/PGE_CAT_PREREL_YEAR_2006/PGE_CAT_PREREL_YEAR_2006_MONTH_09/8-21092006-EN-AP1.PDF))

Faber, M., J. Proops and S. Speck, with F. Jöst, *Capital and time in ecological economics: Neo-Austrian modelling*, Cheltenham: Edward Elgar, 1999.

Ferreira, V. G, T. C. Pereira, T. Seabra, P. Torres, H. Maciel, *Portuguese national inventory report on greenhouse gases, 1990 – 2004*, Submitted under the United Nations Framework Convention on Climate Change, Instituto do Ambiente (Ed.), 2006. (disponível em [http://www.impactus.org/PDF/Governments/Nacional%20Inventory%20Report\\_Emissoes%20PT%202006.pdf](http://www.impactus.org/PDF/Governments/Nacional%20Inventory%20Report_Emissoes%20PT%202006.pdf))

- Førsund, F., *Input-output models, national economic models, and the environment*. In: A. Kneese, J. Sweeney (Eds.), *Handbook of National Resource and Energy Economics*, Vol. I, Chapter 8, 325–341, Amsterdam: Elsevier Science Publishers, 1985.
- Fukuda, K., A. Prodon, *Double description method revisited*. In: M. Deza, R. Euler, I. Manoussakis (Eds.), *Combinatorics and Computer Science, Lecture Notes in Computer Science*, Vol. 1120, 91–111, Springer–Verlag, 1996.
- Gal, Tomas, *Postoptimal analysis, parametric programming and related topics*, McGraw-Hill Inc, 1979.
- Gal, T., H. Greengerg, *Advances in sensitivity analysis and parametric programming*, Kluwer Academic Publishers, 1997.
- Garfield, E., *Wassily Leontief: Pioneer of input-output analysis*, Essays of an Information Scientist, Vol. 9, 272–281, 1986. (disponível em <http://www.garfield.library.upenn.edu/essays/v9p272y1986.pdf>)
- Gay, P., J. Proops, *Carbon-dioxide production by the UK economy: an input-output assessment*, Applied Energy, Vol. 44, n° 2, 113–130, 1993.
- Gloria, T. P., *An approach to dynamic environmental life-cycle assessment by evaluating structural economic sequences*, Ph. D. Thesis, Tufts University, 2000. (disponível em <http://www.life-cycle.org/Dissertation.htm>)
- Gutmanis, I., *Input-output models in economic and environmental policy analysis*, Proceedings of the IEEE, Vol. 63, n° 3, 431–437, 1975.
- Haan, de M., *A structural decomposition analysis of pollution in the Netherlands*, Economic Systems Research, Vol. 13, n° 2, 181–196, 2001.
- Haan, de M., *Disclosing international trade dependencies in environmental pressure indicators: the domestic consumption perspective*, Proceedings of the 14<sup>th</sup> International Conference on Input-Output Techniques, October 10–15, Montreal, Canada, 2002. (disponível em <http://www.iioa.org/pdf/14th%20conf/De%20Haan%20Abstract.doc>)
- Hannon, B., *Options for energy conservation*, Technology Review, Vol. 76, n°4, 24–31, 1974.
- Hawdon, D., P. Pearson, *Input-output simulations of energy, environment, economy interactions in the UK*, Energy Economics, Vol. 17, n° 1, 73–86, 1995.
- Hendrickson, C., A. Horvath, S. Joshi, L. Lave, *Economic input-output models for environmental life-cycle assessment*, Policy Analysis, Vol. 32, n° 7, 184A–191A, 1998.

Hendrickson, C., L. Lave, H. Matthews, *Environmental life cycle assessment of goods and services. An input-output approach*, Washington DC, USA: Resources for the Future, 2006.

Hsu, G. J. Y., F. – Y. Chou, *Integrated planning for mitigating CO<sub>2</sub> emissions in Taiwan: a multi-objective programming approach*, *Energy Policy*, Vol. 28, nº 8, 519–523, 2000.

Hsu, G. J. Y., P. Leung, C. Ching, *A multiobjective programming and interindustry model for energy – economic planning in Taiwan*, *Energy, Systems and Policy*, Vol. 11, nº 3, 185–204, 1987.

Ida, M., *Necessary efficient test in interval multiobjective linear programming*, *Proceedings of the 8<sup>th</sup> International Fuzzy Systems Association World Congress*, Vol.1, 500–504, Taiwan, 1999.

Ida, M., *Efficient solution generation for multiple objective linear programming and uncertain coefficients*, *Proceedings of the 8<sup>th</sup> Bellman Continuum*, 132–136, Taiwan, 2000a.

Ida, M., *Interval multiobjective programming and mobile robot path planning*. In. M. Mohammadian, M. Mohammadan (Eds.), *New Frontiers in Computational Intelligence and its Applications*, IOS Press, 313–322, 2000b.

Ida, M. *Portfolio selection problem with interval coefficients*, *Applied Mathematics Letters*, Vol. 16, nº 5, 709–713, 2003.

Ida, M., *Efficient solution generation for multiple objective linear programming based on extreme generation method*, *European Journal of Operational Research*, Vol. 160, nº 1, 242–251, 2005.

Idenburg, A. M., H. C. Wilting, *DIMITRI: a dynamic input-output model to study the impacts of technology related innovations*, *Proceedings of the 13<sup>th</sup> International Conference on Input-Output Techniques*, Macerata, Italy, August 21–25, 2000. (disponível em [http://www.iioa.org/pdf/13th%20conf/Idenburg&Wilting\\_DMITRI.pdf](http://www.iioa.org/pdf/13th%20conf/Idenburg&Wilting_DMITRI.pdf))

INE, *Contas nacionais 1995 a 2000 – Base 2000*, Julho, 2005.

Instituto do Ambiente, Departamento de Ciências e Engenharia do Ambiente, FCT/UNL, Centro de Estudos em Economia da Energia, dos Transportes e do Ambiente, *Programa para os tectos de emissão nacional – Estudos de base – Cenário de cumprimento*, 2004a. (disponível em <http://www.apambiente.pt/politicasambiente/Ar/EmissoesAtmosfericas/PTEN/Documents/Cen%C3%A1rio%20de%20Cumprimento.pdf>)

Instituto do Ambiente, Departamento de Ciências e Engenharia do Ambiente, FCT/UNL, Centro de Estudos em Economia da Energia, dos Transportes e do Ambiente, *Programa para os tectos de emissão nacional – Estudos de base – Cenário de referência*, 2004b.

(disponível em <http://www.apambiente.pt/politicambiente/Ar/EmissoesAtmosfericas/PTEN/Documents/Cen%C3%A1rio%20de%20Refer%C3%Aancia.pdf>)

Instituto do Ambiente, *Relatório do estado do ambiente 2003*, Amadora, 2005. (disponível em [http://www.apambiente.pt/divulgacao/Publicacoes/REA/Documents/REA%202003/REA03\\_total.pdf](http://www.apambiente.pt/divulgacao/Publicacoes/REA/Documents/REA%202003/REA03_total.pdf))

Inuiguchi, M., H. Higashitani, T. Tanino, *On enumeration of possibly optimal extreme points in linear programming problems with interactive possibilistic variables*, Proceedings of 7<sup>th</sup> European Congress on Intelligent Techniques and Soft Computing: CD Rom, CC5-312852\_P.pdf, Aachen, Germany, 1999.

Inuiguchi, M., M. Sakawa, *Minimax regret solution to linear programming problems with an interval objective function*, European Journal of Operational Research, Vol. 86, n° 3, 526–536, 1995.

Inuiguchi, M., M. Sakawa, *Maximum regret analysis in linear programs with an interval objective function*, Proceedings of International Workshop on Soft Computing in Industry 96, 308–316, 1996a.

Inuiguchi, M., M. Sakawa, *Possible and necessary efficiency in possibilistic multiobjective linear programming problems and possible efficiency test*, Fuzzy Sets and Systems, Vol. 78, n° 2, 231–241, 1996b.

Inuiguchi, M., M. Sakawa, *An achievement rate approach to linear programming problems with an interval objective function*, Journal of the Operational Research Society, Vol. 48, n° 1, 25–33, 1997.

Inuiguchi, M., T. Tanino, *On computation methods for a minimax regret solution based on outer approximation and cutting hyperplanes*, International Journal of Fuzzy Systems, Vol. 3, n° 4, 548–557, 2001.

Inuiguchi, M., Y. Kume, *Goal programming problems with interval coefficients and target intervals*, European Journal of Operational Research, Vol. 52, n° 3, 345–360, 1991.

Inuiguchi, M., Y. Kume, *Minimax regret in linear programming problems with an interval objective function*. In: G. H. Tzeng, H. F. Wang, U. P. Wen, P. L. Yu (Eds.), *Multiple Criteria Decision Making*, 65–74, Springer-Verlag, 1994.

IPCC, *Revised 1996 IPCC guidelines for national greenhouse gas inventories: Reference manual*, 1996a. (disponível em <http://www.ipcc-nggip.iges.or.jp/public/gl/invs6.htm>)

IPCC, *Revised 1996 IPCC guidelines for national greenhouse gas inventories: Reporting instructions*, 1996b. (disponível em <http://www.ipcc-nggip.iges.or.jp/public/gl/invs4.htm>)

IPCC, *Revised 1996 IPCC guidelines for national greenhouse gas inventories: Workbook*, 1996c. (disponível em <http://www.ipcc-nggip.iges.or.jp/public/gl/invs5.htm>)

IPCC, *2006 IPCC Guidelines for national greenhouse gas inventories: Agriculture, forestry and other land use*, 2006a. (disponível em <http://www.ipcc-nggip.iges.or.jp/public/2006gl/vol4.htm>)

IPCC, *2006 IPCC Guidelines for national greenhouse gas inventories: Energy*, 2006b. (disponível em <http://www.ipcc-nggip.iges.or.jp/public/2006gl/vol2.htm>)

IPCC, *2006 IPCC Guidelines for national greenhouse gas inventories: General guidance and reporting*, 2006c. (disponível em <http://www.ipcc-nggip.iges.or.jp/public/2006gl/vol1.htm>)

IPCC, *2006 IPCC Guidelines for national greenhouse gas inventories: Industrial processes and product use*, 2006d. (disponível em <http://www.ipcc-nggip.iges.or.jp/public/2006gl/vol3.htm>)

IPCC, *2006 IPCC Guidelines for national greenhouse gas inventories: Waste*, 2006e. (disponível em <http://www.ipcc-nggip.iges.or.jp/public/2006gl/vol5.htm>)

Isard, W., C. Choguill, J. Kissin, R. Seyfarth, R. Tatlock, K. Basset, J. Furtado, R. Izumita, *Ecologic-economic analysis for regional development: some initial explorations with particular reference to recreational resource use and environmental planning*, New York: The Free Press, 1972.

Ishibuchi, H., H. Tanaka, *Multiobjective programming in optimization of the interval objective function*, European Journal of Operational Research, Vol. 48, nº 2, 219–225, 1990.

Jerrel, M. E., *Application of interval computation to regional economic input-output models*. In: R. B. Kearfortt, V. Kreinovich (Eds.), *Applications of Interval Computations, Applied Optimization*, Vol. 3, 133–142, Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1996.

Jerrel, M. E., *Interval arithmetic for input-output models with inexact data*, Computational Economics, Vol. 10, 89–100, 1997.

Jesus, F. M., *Um modelo para planeamento regional: Combinação de aspectos quantitativos e qualitativos*, Universidade de Coimbra, Faculdade de Economia, 1998.

Kananen, I., P. Korhonen, J. Wallenius, H. Wallenius, *Multiple objective analysis of input-output models for emergency management*, Operations Research, Vol. 38, nº 2, 193–201, 1990.

- Kazantzev, S. V., *Financial restrictions in optimizing dynamic input-output model*. In. I. Tchijov, L. Tomaszewicz, *Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems*, n° 292, 91–97, Springer–Verlag, 1985.
- Keuning, S. J., *Accounting for economic development and social change*, Amsterdam: IOS Press, 1996.
- Keuning, S. J., *Indicators and accounts of sustainable development: the NAMEA approach*. In. S. Simon, J. Proops (Eds.), *Greening the Accounts*, Chapter 5, 71–98, Cheltenham: Edward Elgar, 2000.
- Keuning, S., J. van Dalen, M. de Haan, *The Netherlands' NAMEA: presentation, usage and future extensions*, *Structural Change and Economic Dynamics*, Vol. 10, n° 1, 15–37, 1999.
- Keuning, S. J., M. Verbruggen, *European structural indicators, a way forward*, *Economic Systems Research*, Vol. 15, n° 2, 197–209, 2003.
- Khan, H., *Technology, energy and development: The South Korean transition*, Cheltenham-UK and Lyme-USA: Edward Elgar, 1997.
- Kondo, Y., K. Takase, *Waste input-output analysis of sustainable consumption*, *Proceedings of the 1<sup>st</sup> International Workshop on Sustainable Consumption in Japan*, Society for Non-Traditional Technology, 19–20 May, Tokyo, Japan, 2003.
- Kondo, Y., S. Nakamura, *Waste input–output linear programming model with its application to eco-efficiency analysis*, *Economic Systems Research*, Vol. 17, n° 4, 393–408, 2005.
- Koopmans, T., *Analysis of production as an efficient combination of activities*. In. T. Koopmans (Ed.), *Activity Analysis of Production and Allocation*, Chapter 3, 33–97, New York: John Willey & Sons, 1951.
- Koopmans, T., *Three essays on the state of economic science*, New York: McGraw-Hill, 1957.
- Kratena, K., *Ecological value added in an integrated ecosystem-economy model - an indicator for sustainability*, *Ecological Economics*, Vol. 48, n° 2, 189–200, 2004.
- Lazriev, G., *Methane emissions from solid waste disposal sites in Georgia*, *Climate Change Department of the Ministry of Environment of Georgia* (Ed.), 2004.
- Leach, G., *Net energy analysis – is it any use?*, *Energy Policy*, Vol. 3, n° 4, 332–344, 1975.
- Leach, G., *Energy and food production*, Surrey-UK: I.P.C. Science and Technology Press Limited, 1976.

Lenzen, M., *Primary energy and greenhouse gases embodied in Australian final consumption: an input-output analysis*, Energy Policy, Vol. 26, n° 6, 495–506, 1998.

Lenzen M., *A generalized input-output multiplier calculus for Australia*, Economic System Research, Vol. 13, n° 1, 65–92, 2001.

Leontief, W., *The economic impact - industrial and regional - of an arms cut*. In. W. Leontief (Ed.), Input-Output Economics, Chapter 10, 204–240, New York: Oxford University Press, 2<sup>nd</sup> ed. – 1986, 1965.

Leontief, W., *Environmental repercussions and the economic structure: An input-output approach*. In. W. Leontief (Ed.), Input-Output Economics, Chapter 11, 241–260, New York: Oxford University Press, 2<sup>nd</sup> ed. – 1986, 1970a.

Leontief, W., *The dynamic inverse*. In. W. Leontief (Ed.), Input-Output Economics, Chapter 14, 294–320, New York: Oxford University Press, 2<sup>nd</sup> ed. – 1986, 1970b.

Leontief, W., *National income, economic structure, and environmental externalities*. In. W. Leontief (Ed.), Input-Output Economics, Chapter 12, 261–272, New York: Oxford University Press, 2<sup>nd</sup> ed. – 1986, 1973.

Leontief, W., *Structure of the world economy: Outline of a simple input-output Formulation*. In. W. Leontief (Ed.), Input-Output Economics, Chapter 15, 321–337, New York: Oxford University Press, 2<sup>nd</sup> ed. – 1986, 1974.

Leontief, W., *Structure of the world economy: Outline of a simple input-output formulation*, Proceedings of the IEEE, Vol. 63, n° 3, 345–351, 1975.

Leontief, W., *Input-output analysis*. In. W. Leontief (Ed.), Input-Output Economics, Chapter 2, 19 - 40, New York: Oxford University Press, 2<sup>nd</sup> ed. – 1986, 1985.

Leontief, W., *Disarmament, foreign aid and economic growth*, Berkeley Electronic Press, Vol. 5, n° 3, Article 2, 1–13, 2004.

Leontief, W., D. Ford, *Air pollution and the economic structure: Empirical results of input-output computations*. In. W. Leontief (Ed.), Input-Output Economics, Chapter 13, 273–293, New York: Oxford University Press, 2<sup>nd</sup> ed. – 1986, 1972.

Leontief, W., F. Duchin, *Military spending: Facts and figures and prospects for the future*, New York: Oxford University Press, 1983.

Leontief, W., F. Duchin, *The future impact of automation on workers*, New York: Oxford University Press, 1986.

Leontief, W., J. C. M. Koo, S. Nasar, I. Sohn, *The future of nonfuel minerals in the US and world economy*, Lexington, MA: Lexington Books, 1983.



- Leontief, W., M. Hoffenberg, *The economic effects of disarmament*. In: W. Leontief (Ed.), *Input-Output Economics*, Chapter 9, 188–203, New York: Oxford University Press, 2<sup>nd</sup> ed. – 1986, 1961.
- Lipinski, C., *Changes of output capacity utilization by structural changes of material inputs*. In: I. Tchijov, L. Tomaszewicz (Eds.), *Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems*, n° 292, 99–106, Springer–Verlag, 1985.
- Levin, V. I., *Boolean linear programming with interval coefficients*, *Automation and Remote Control*, Vol. 55, n° 7, 1019–1028, 1994.
- Machado, G. V., *Energy use, CO<sub>2</sub> emissions and foreign trade: An IO approach applied to the Brazilian case*, *Proceedings of the 13<sup>th</sup> International Conference on Input-Output Techniques*, 21-25 August, Macerata, Italy, 2000. (disponível em [http://www.iioa.org/pdf/13th%20conf/Machado\\_EnergyUse.pdf](http://www.iioa.org/pdf/13th%20conf/Machado_EnergyUse.pdf))
- Mangasarian, O. L., *Non linear programming*, New York: McGraw-Hill, 1969.
- Martins, A., *O racionamento de energia em situações de crise – Abordagem pela programação multiobjectivo*, Dissertação apresentada no Instituto Superior da Economia com vista à obtenção do grau de Doutor em Economia, Universidade Técnica de Lisboa, 1983.
- Martins, A., V. Santos, *Formulação de políticas públicas no horizonte 2013 relativas ao tema energia*, Instituto Superior de Economia e Gestão, 2005. (disponível em <http://www.qren.pt/download.php?id=68>)
- Martins, N., *Impactos da variação dos preços do petróleo e do dólar sobre o IPC – índice de preços implícito no consumo privado*, Documento de Trabalho, Departamento de Prospectiva e Planeamento (Ed.), 2002. (disponível em [http://www.dpp.pt/pages/files/impactos\\_ipc.pdf](http://www.dpp.pt/pages/files/impactos_ipc.pdf))
- Martins, N., *Sistema integrado de matrizes de input-output para Portugal, 1999*, Documento de Trabalho, Departamento de Prospectiva e Planeamento (Ed.), 2004. (disponível em [http://www.dpp.pt/pages/files/matrizes\\_1999.pdf](http://www.dpp.pt/pages/files/matrizes_1999.pdf))
- Mausser, H. E., M. Laguna, *A new mixed integer formulation for the maximum regret problem*, *International Transactions in Operational Research*, Vol. 5, n° 5, 389–403, 1998.
- Mausser, H. E., M. Laguna, *Minimising the maximum relative regret for linear programmes with interval objective function coefficients*, *Journal of the Operational Research Society*, Vol. 50, n° 10, 1063–1070, 1999.
- Miller, R., P. Blair, *Input-output analysis: Foundations and extensions*, New Jersey: Prentice Hall, 1985.

Ministério da Economia e da Inovação, *Energia e alterações climáticas – Mais investimento, melhor ambiente*, 2007. (disponível em [http://www.min-economia.pt/document/Energia\\_Alteracoes.pdf](http://www.min-economia.pt/document/Energia_Alteracoes.pdf))

Moore, R. E., *Interval analysis*, New Jersey: Prentice Hall, 1966.

Motzkin, T., H. Raiffa, G. L. Thompson, R. M. Thrall, *The double description method*. In. H. W. Kuhn, A. W. Tucker (Eds.), *Contributions to theory of games*, Vol. 2, 51–73, Princeton University Press, 1953.

Moulik, T. K., B. H. Dholakia, R. H. Dholakia, K. V. Ramani, P.R. Shukla, *Energy planning in India: The relevance of regional planning for natural policy*, Energy Policy, September, Vol. 20, nº 9, 836–846, 1992.

Muller F., *Energy and environment in interregional input-output models*, Kluwer Bonston Inc., USA, 1979.

Murty, K. G., S. N. Kabadi, R. Chandrasekarn, *Infeasibility analysis for linear systems, a survey*, The Arabian Journal for Science and Engineering, Vol. 25, nº 1C, 3–18, 2000.

Nhambiu, J., P. Ferrão, *The use of EIO-LCA in assessing national environmental policies under the Kyoto Protocol: the Portuguese Economy*, International Journal of Technology, Policy and Management, Vol. 6, nº 4, 361–371, 2006.

O’Conner, R., E. D. W. Henry, *Análise input-output e suas aplicações*, Biblioteca de Estudos Económicos, Edições 70, 1975.

Odum, H. T., *Environment, power and society*, New York: Wiley-Interscience, 1971.

Oliveira, C., C. H. Antunes, *A multiple objective input-output model for energy planning*. Proceedings of the 16<sup>th</sup> IMACS World Congress, August 21–25, Lausanne, Switzerland, 2000.

Oliveira C., C. H. Antunes, *Um modelo multiobjetivo para planeamento energético baseado na análise input-output. Aplicação ao caso Português*, Investigação Operacional, Vol. 21, nº1, 3–20, 2001.

Oliveira C., H. Antunes, *An input-output model for decision support in energy-economy planning - A multiobjective interactive approach*, Journal of Systems Analysis Modelling Simulation, Vol. 42, nº 5, 769–790, 2002.

Oliveira, C., C. H. Antunes, *A multiple objective model to deal with economy-energy-environment interactions*, European Journal of Operational Research, Vol. 153, nº 2, 370–385, 2004a.

- Oliveira, C., C. H. Antunes, *An input-output multi-objective programming approach to study energy-economy-environment interactions*, Proceedings of the 6<sup>th</sup> IAEE European Conference, September 2–3, Zurich, Switzerland, 2004b.
- Oliveira, C., C. H. Antunes, *A multiple objective model to deal with E3 problems*, IASME Transactions, Vol. 2, n° 3, 317–324, 2005.
- Oliveira, C., C. H. Antunes, *An interactive procedure to tackle uncertainty in MOLP with interval coefficients*, Proceedings of the 7<sup>th</sup> International Conference on Multi-objective Programming and Goal Programming, June 12 – 14, Tours, France 2006.
- Oliveira, C., C. H. Antunes, *Multiple objective linear programming models with interval coefficients – an illustrated overview*, European Journal of Operational Research, Vol. 181, n° 3, 1434–1463, 2007.
- Oliveira, C., C. H. Antunes, *An interactive method to tackle uncertainty in interval multiple objective linear programming*, Journal of Mathematical Sciences (aceite para publicação), 2008.
- Pan, X., S. Kraines, *Environmental input-output models for life-cycle analysis*, Environmental and Resource Economics, Vol. 20, n° 1, 61–72, 2001.
- Pearson, P., *Proactive energy – environment policy strategies: a role for input-output analysis?*, Environment and Planning A – International Journal of Urban and Regional Research, Vol. 21, n° 10, 1329–1348, 1989.
- Peet, J., *Input-Output methods of energy analysis*, International Journal of Global Energy Issues, Special Issue on Energy Analysis, Vol. 5, n° 1, 10–18, 1993.
- Pick, H. J., P. Becker, *Direct and indirect uses of energy and materials in engineering and construction*, Applied Energy, Vol.1, n°1, 31–51, 1975.
- Proops, J., *Input-output analysis and energy intensities: a comparison of some methodologies*, Applied Mathematical Modelling, Vol. 1, n° 4, 181–186, 1977.
- Proops, J., M. Faber and G. Wagenhals, *Reducing CO<sub>2</sub> Emissions – A comparative input-output study for Germany and the UK*, Springer-Verlag, Germany, 1993.
- Pyatt, G., A. Roe, *Social accounting for development planning with special reference to Sri Lanka*, Cambridge: Cambridge University Press, 1977.
- Pyatt, G., J. Round, *Accounting and fixed price multipliers in a social accounting matrix framework*, The Economic Journal, Vol. 89, n° 356, 850–873, 1979.
- Pyatt, G. and Thorbecke, E., *Planning techniques for a better future*, Geneva: International Labor Office, 1976.

Quaddus, M. A., A. G. Holzman, *Interactive approach to macroeconomic planning with multiple objectives: Results of an experiment*. In N. K. Jaiswal (Ed.), *OR for developing countries*, 89–100, 1985.

Raa T., M. F. Steel, *Revised stochastic analysis of an input-output model*, *Regional Science and Urban Economics*, Vol. 24, 161–175, 1994.

Ramadan, K., *Linear programming with interval coefficients*, M.sc. Thesis, Department of Systems and Computer Engineering, Carleton University, 1997.

República Portuguesa, *Programa de estabilidade e crescimento 2005-2009*, Junho, 2005. (disponível em [http://www.portugal.gov.pt/NR/rdonlyres/07D85E4F-BB00-47C3-86C9-EF0D17AFE42E/0/Programa\\_Estabilidade\\_Crescimento.pdf](http://www.portugal.gov.pt/NR/rdonlyres/07D85E4F-BB00-47C3-86C9-EF0D17AFE42E/0/Programa_Estabilidade_Crescimento.pdf))

República Portuguesa, *Programa de estabilidade e crescimento 2006-2010*, Dezembro, 2006. (disponível em [http://www.portugal.gov.pt/NR/rdonlyres/FB2C96AE-5DAD-4BE8-AF8C-4128BCD88F61/0/PEC\\_2006\\_2010.pdf](http://www.portugal.gov.pt/NR/rdonlyres/FB2C96AE-5DAD-4BE8-AF8C-4128BCD88F61/0/PEC_2006_2010.pdf))

Resosudarmo, B., E. Thorbecke, *The impact of environmental policies on household incomes for different socio-economic classes: The case of air pollutants in Indonesia*, *Ecological Economics*, Vol. 17, nº 2, 83–84, 1996.

Richardson, H., *Input-Output and regional economics*, London: Weindenfeld and Nicolson, 1972.

Robinson, S., *Multisectoral models of developing countries: A survey*, Department of Agricultural and Resource Economics, Working Paper, nº 401, University of California, 1986.

Rocco, C. M., N. Guarata, *The use of interval arithmetics as an alternative method to evaluate uncertainty in input-output models*, Proceedings of the 14<sup>th</sup> International Conference on Input-Output Techniques, October 10–15, Montreal, Canada, 2002. (disponível em [http://www.iioa.org/pdf/14th%20conf/Rocco\\_cr\\_nG\\_xiv\\_io\\_1.pdf](http://www.iioa.org/pdf/14th%20conf/Rocco_cr_nG_xiv_io_1.pdf))

Rommelfanger, H., R. Hnuschek, J. Wolf, *Linear programming with fuzzy objectives*, *Fuzzy Sets and Systems*, Vol. 29, nº 1, 31–48, 1989.

Roy, B., *Méthodologie multicritère d'aide à la décision*, Economica, 1985.

Roy, B., *Decision-aid and decision-making*. In C. Bana e Costa (Ed.), *Readings in Multiple Criteria Decision Aid*, 17–35, Springer-Verlag, 1990.

Santos, S. M. G., *Social accounting matrices for Portugal in 1998-99. Modelling the effects of changes in government receipts and expenditure*, Institute of Economics and Business Administration, Department of Economics, Technical University of Lisbon, 2003.

- Seixas M.J., Martinho S., Gois V., Ferreira F., Moura F., Furtado C., *Avaliação das emissões e controlo dos gases com efeito de estufa - Apoio à implementação do protocolo de Kyoto*, GASA, Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Nova de Lisboa, 1999.
- Schurr, S. and B. Netschert, *Energy and the American Economy, 1850-1975*, Baltimore: Johns Hopkins University Press, 1960.
- Sengupta, A., T. K. Pal, *On comparing interval numbers*, European Journal of Operational Research, Vol. 127, nº1, 28–43, 2000.
- Sengupta, A., T. K. Pal, D. Chakraborty, *Interpretation of inequality constraints involving interval coefficients and a solution to interval linear programming*, Fuzzy Sets and Systems, Vol. 119, nº1, 129–138, 2001.
- Shaocheng, T., *Interval number and fuzzy number linear programming*, Fuzzy Sets and Systems, Vol. 66, nº 3, 301–306, 1994.
- Sheng, F. and S. Simon, *Alternative green accounting methodologies*. In: S. Simon, J. Proops (Eds.), *Greening the Accounts*, Chapter 8, 155–180, Cheltenham: Edward Elgar, 2000.
- Soyster, A. L., *Convex programming with set-inclusive constraints and applications to inexact linear programming*, Operations Research, Vol. 21, nº 5, 1154–1157, 1973.
- Steuer, R. E., *Vector-maximum gradient cone contraction techniques*. In: S. Zionts (Ed.), *Multiple Criteria Problem Solving*, Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems, Vol. 155, 462–481, Springer-Verlag, 1978.
- Steuer, R. E., *Algorithms for linear programming problems with interval objective function coefficients*, Mathematics of Operations Research, Vol. 6, nº3, 333–348, 1981.
- Steuer, Ralph E., *Multiple Criteria Optimization: theory, computation and application*, New York: John Wiley & Sons, 1986.
- Stone, R., *Input-output and National Accounts*, Paris: Organization for European Economic Cooperation, 1961.
- Stone, R., *Mathematics in the social sciences, and other essays*, Cambridge Massachusetts: M.I.T. Press, 1966.
- Stone, R., *Demographic input-output: an extension of social accounting*. In: A. Brody, A. Carter (Eds.), *Contributions to Input-Output Analysis*, Chapter 15, 293–319, Amsterdam: North-Holland, 1970.
- Stone, R., *Aspects of economic and social modelling*, Geneva: Librairie Droz, 1981.

Stone, R., *Social accounting: the state of the art*, Scandinavian Journal of Economics, Vol. 88, n° 3, 453-472, 1986.

Suh, S., *Functions, commodities and environmental impacts in an ecological-economic model*, Ecological Economics, Vol. 48, n° 4, 451–467, 2004.

Telgen, J., *Minimal representation of convex polyhedral sets*, Journal of Optimization Theory and Applications, Vol. 38, n° 1, 1–25, 1982.

Urli, B., R. Nadeau, *An interactive method to multiobjective linear programming problems with interval coefficients*, INFOR, Vol. 30, n° 2, 127–137, 1992.

Urli, B., R. Nadeau, *PROMISE/scenarios: An interactive method for multiobjective stochastic linear programming under partial uncertainty*, European Journal of Operational Research, Vol. 155, n° 2, 361–372, 2004.

Victor, P., *Pollution: Economics and environment*, London: George Allen & Unwin, 1972a.

Victor, P., *Economics of pollution*, London: Macmillan, 1972b.

Vilão, R., C. Venâncio, M. Marcelino, T. B. Ramos, I. Gervásio, P. Liberal, *Relatório do Estado do Ambiente 2006*, Agência Portuguesa do Ambiente (Ed.), 2007. (disponível em <http://www.apambiente.pt/divulgacao/Publicacoes/REA/Documents/REA%202006/REA2006.pdf>)

Walras, Léon, *Elements of pure economics*, Translated and annotated by William Jaffé, London: Allen & Unwin, 1954.

Wang, H – F, M - L Wang, *A fuzzy multiobjective linear programming*, Fuzzy Sets and Systems, Vol. 86, n° , 61–72, 1997.

Wang, M - L, H - F Wang, *Decision analysis of the interval – valued multiobjective linear programming problems*. In. M. Köksalan, S. Zionts (Eds.), *Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems, Multiple Criteria Decision Making in the New Millennium*, Vol. 507, 210–218, Springer – Verlag, 2001a.

Wang, M - L, H - F Wang, *Interval analysis of a fuzzy multiobjective linear programming*, International Journal of Fuzzy Systems, Vol. 3, n° 4, 558–568, 2001b.

Wang, M - L, H - F Wang, *Intra-parametric analysis of a fuzzy MOLP*. In. N. Mastorakis, V. Mladenov, B. Suter, L. J. Wang (Eds.), *Advances in Scientific Computing, Computational Intelligence and Applications*, WSES Press, 320 – 325, 2001c.

Webb, M., D. Pearce, *The economics of energy analysis*, Energy Policy, Vol. 3, n° 4, 318–331, 1975.

- Wendell, R. E., *Using bounds on the data in linear programming: the tolerance approach to sensitivity analysis*, Mathematical Programming, Vol. 29, n° 3, 304–322, 1984.
- West, G.R., *A stochastic analysis of an input-output model*, Econometrica, Vol. 54, n° 2, 363–374, 1986.
- Wilting, H. C., *An energy perspective on economic activities*, Ph. D. Thesis, University of Groningen, 1996. (disponível em <http://dissertations.ub.rug.nl/faculties/science/1996/h.c.wilting/>)
- Wilting, H. C., *An input-output based methodology for the evaluation of technological and demand-side energy conservation options*, Proceedings of the 12<sup>th</sup> International Conference on Input-Output Techniques, May 18 – 22, New York, USA, 1998. (disponível em <http://www.iioa.org/pdf/12th%20conf/wilting.pdf>)
- Wilting, H. C., *Exploring technology scenarios with an input-output model*, Proceedings of the International Conference on Input-Output and General Equilibrium: Data, Modelling and Policy Analysis, September 2 – 4, Brussels, Belgium, 2004. (disponível em [http://www.ecomod.net/conferences/iioa2004/iioa2004\\_papers/wilting.pdf](http://www.ecomod.net/conferences/iioa2004/iioa2004_papers/wilting.pdf))
- Wright, D. J., *Goods and services: an input-output analysis*, Energy Policy, Vol. 2, n° 4, 307–315, 1974.
- Wondolowski, F. R., *A generalization of Wendell's tolerance approach to sensitivity analysis in linear programming*, Decision Sciences, Vol. 22, n° 4, 792–810, 1991.
- Xie, J., *An environmentally extended social accounting matrix*, Environmental and Resource Economics, Vol. 16, n° 4, 391–406, 2000.
- Yu, P. L., *Cone convexity, cone extreme points, and nondominated solutions in decision problems with multiobjectives*, Journal of Optimization Theory and Applications, Vol. 14, n° 3, 319–377, 1974.
- Yu, P. L., *Multiple criteria decision making: concepts, techniques and extensions*, New York: Plenum Press, 1985.
- Zadeh, L. A., *Fuzzy sets*, Information and Control, Vol. 8, n° 3, 338–353, 1965.
- Zeleny, M., *Multiple criteria decision making*, New York: McGraw-Hill, 1982.
- Zimmermann, H. J., *Fuzzy set, decision making, and expert systems*, Boston: Kluwer Academic Publishers, 1987.
- Zimmermann, H. J., *Fuzzy set theory and its applications*, Boston: Kluwer Academic Publishers, 1996.





# Anexo I

## Descrição das variáveis e coeficientes do modelo proposto no Capítulo V

As letras a negrito designam vectores, as letras maiúsculas designam matrizes, as letras a negrito com um acento circunflexo designam matrizes diagonais, as letras minúsculas designam escalares e a letra T, em índice, designa o transposto.

Variáveis do modelo			
Variável	Descrição	Unidade	Expressões
<b>x</b>	Vector de produção de bens ou serviços, por ramos de actividade <sup>Al.1</sup> .	Milhões de euros (preços constantes de base <sup>Al.2</sup> ) ou tep <sup>Al.3</sup> , consoante se trate de um ramo não energético ou energético, respectivamente.	(V.1), (V.17), (V.26), (V.27), (V.28), (V.39), (V.43), (V.51), (V.53), (V.71), (V.77), (V.124)
<b>cptf</b>	Vector do consumo privado das famílias no território, por bem ou serviço.	Milhões de euros (preços constantes de base) ou tep, consoante se trate de um ramo não energético ou energético, respectivamente.	(V.1), (V.2)
<b>csf</b>	Vector do consumo das instituições sem fim lucrativo ao serviço das	Milhões de euros (preços constantes de base) ou tep,	(V.1), (V.7)

<sup>Al.1</sup> Um ramo de actividade agrupa as unidades de actividade económica (UAE) ao nível local que exercem uma actividade económica idêntica ou similar. A um nível mais pormenorizado de classificação, um ramo de actividade compreende o conjunto das UAE locais inseridas numa mesma classe da NACE (nomenclatura dos ramos de actividade) Versão 1 e que exercem, portanto, a mesma actividade, tal como definida na NACE Versão 1.

<sup>Al.2</sup> Os conceitos relacionados com a valorização dos fluxos encontram-se na secção II.1.9 do capítulo II.

<sup>Al.3</sup> Tonelada equivalente de petróleo.

Anexo I – Descrição das variáveis e coeficientes do modelo proposto no Capítulo V

Variáveis do modelo			
Variável	Descrição	Unidade	Expressões
	famílias (ISFLSF), por bem ou serviço.	consoante se trate de um ramo não energético ou energético, respectivamente.	
<b>g</b>	Vector do consumo público, por bem ou serviço.	Milhões de euros (preços constantes de base) ou tep, consoante se trate de um ramo não energético ou energético, respectivamente.	(V.1), (V.8)
<b>fbcf</b>	Vector do investimento em formação bruta de capital fixo <sup>Al.4</sup> (FBCF), por bem ou serviço.	Milhões de euros (preços constantes de base) ou tep, consoante se trate de um ramo não energético ou energético, respectivamente.	(V.1), (V.9)
<b>acov</b>	Vector da aquisição líquida de cessões de objectos de valor (ACOV) <sup>Al.5</sup> , por bem ou serviço.	Milhões de euros (preços constantes de base) ou tep, consoante se trate de um ramo não energético ou energético, respectivamente.	(V.1), (V.11)
<b>(sc<sup>+</sup> - sc<sup>-</sup>)</b>	Vector do investimento em variação de existências <sup>Al.6</sup> , por bem ou serviço.	Milhões de euros (preços constantes de base) ou tep, consoante se trate de um ramo não energético ou energético, respectivamente.	(V.1), (V.10)
<b>expb</b>	Vector das exportações, por bem ou serviço, a preços de base CIF.	Milhões de euros (preços constantes de base) ou tep, consoante se trate de um ramo não energético ou energético, respectivamente.	(V.1), (V.12), (V.14)
<b>imp<sup>c</sup></b>	Vector das importações competitivas, por tipo de energia <sup>Al.7</sup> .	tep	(V.1), (V.17), (V.124)
<b>cptf</b>	Consumo privado total das famílias residentes e não residentes no território.	Milhões de euros (preços constantes de aquisição).	(V.2), (V.3), (V.18), (V.29), (V.51), (V.54), (V.65), (V.71), (V.77), (V.87)
<b>cptfr</b>	Consumo privado total das famílias residentes no território.	Milhões de euros (preços constantes de aquisição).	(V.3), (V.5)
<b>cpe</b>	Consumo privado total das famílias não residentes no território, ou seja, exportações de turismo.	Milhões de euros (preços constantes).	(V.3), (V.16)

<sup>Al.4</sup> A FBCF engloba as aquisições líquidas de cessões, efectuadas por produtores residentes, de activos fixos durante um determinado período e ainda determinados acréscimos ao valor dos activos não produzidos, obtidos através da actividade produtiva das unidades de produção ou institucionais. Os activos fixos são activos corpóreos ou incorpóreos resultantes de processos de produção, que, por sua vez, são utilizados, de modo repetido ou continuado, em processos de produção por um período superior a um ano.

<sup>Al.5</sup> Os objectos de valor são bens não financeiros que não são principalmente utilizados na produção ou consumo, que não se deterioram com o tempo, em condições normais, e que são adquiridos e conservados sobretudo como reservas de valor.

<sup>Al.6</sup> A variação de existências é medida pela diferença entre o valor das entradas em existências e o valor das saídas e as perdas correntes de bens constantes das existências.

<sup>Al.7</sup> Apenas se consideram importações competitivas de bens ou serviços energéticos. Deste modo, o emprego dos bens ou serviços energéticos incorpora bens produzidos internamente e externamente. Note-se que os elementos não afectos a bens ou serviços energéticos possuem valor nulo.

Anexo I – Descrição das variáveis e coeficientes do modelo proposto no Capítulo V

<b>Variáveis do modelo</b>			
<b>Variável</b>	<b>Descrição</b>	<b>Unidade</b>	<b>Expressões</b>
cpr	Consumo privado total dos residentes (inclui o consumo das famílias e das ISFLSF).	Milhões de euros (preços constantes de aquisição).	(V.4), (V.5), (V.6), (V.37), (V.38)
yd	Rendimento disponível das famílias e das ISFLSF a preços constantes.	Milhões de euros (preços constantes).	(V.4)
ycorr	Rendimento disponível das famílias e das ISFLSF a preços correntes.	Milhões de euros (preços correntes).	(V.4), (V.40), (V.41)
pcpr	Deflador do consumo privado dos residentes (variável exógena intervalar).	Sem dimensão (permite converter preços constantes em correntes).	(V.4), (V.38), (V.43)
cpm	Consumo privado das famílias residentes fora do território, ou seja, importações de turismo.	Milhões de euros (preços constantes).	(V.5), (V.6), (V.25)
csf	Consumo total das ISFLSF.	Milhões de euros (preços constantes de aquisição).	(V.5), (V.7), (V.19), (V.30), (V.51), (V.55), (V.65), (V.71), (V.77), (V.87)
g	Consumo público total.	Milhões de euros (preços constantes de aquisição).	(V.8), (V.20), (V.31), (V.37), (V.51), (V.56), (V.65), (V.71), (V.77)
fbcf	FBCF total.	Milhões de euros (preços constantes de aquisição).	(V.9), (V.21), (V.32), (V.37),
sc	Variação de existências total.	Milhões de euros (preços constantes de aquisição).	(V.10), (V.17), (V.22), (V.33), (V.37), (V.38), (V.124)
acov	ACOV total.	Milhões de euros (preços constantes de aquisição).	(V.11), (V.23), (V.34), (V.37), (V.38)
expstcif	Exportações totais a preços de aquisição CIF (excluindo o turismo).	Milhões de euros (preços constantes CIF).	(V.12), (V.13), (V.14), (V.15), (V.35)
expstfob	Exportações totais a preços de aquisição FOB (excluindo o turismo).	Milhões de euros (preços constantes FOB).	(V.13), (V.16)
impstcif	Importações totais a preços de base CIF (excluindo o turismo).	Milhões de euros (preços constantes CIF).	(V.13), (V.17), (V.24)
<b>expa</b>	Vector das exportações (excluindo o turismo), por bem ou serviço, a preços de aquisição CIF.	Milhões de euros (preços constantes CIF).	(V.14), (V.15)
expfob	Exportações totais a preços de aquisição FOB (incluindo o turismo).	Milhões de euros (preços constantes FOB).	(V.16), (V.37), (V.38)
cptfm	Consumo de importações não competitivas de bens ou serviços, pelas famílias.	Milhões de euros (preços constantes CIF).	(V.17), (V.18)
csfm	Consumo de importações não competitivas de bens ou serviços, pelas ISFLSF.	Milhões de euros (preços constantes CIF).	(V.17), (V.19)
gm	Consumo público de importações não competitivas de bens ou serviços.	Milhões de euros (preços constantes CIF).	(V.17), (V.20)
fbcfm	Importações não competitivas de bens ou serviços destinadas à FBCF.	Milhões de euros (preços constantes CIF).	(V.17), (V.21)
scm	Variação de existências das importações não competitivas de bens ou serviços.	Milhões de euros (preços constantes CIF).	(V.17), (V.22)
acovm	Importações não competitivas	Milhões de euros	(V.17), (V.23)

Anexo I – Descrição das variáveis e coeficientes do modelo proposto no Capítulo V

<b>Variáveis do modelo</b>			
<b>Variável</b>	<b>Descrição</b>	<b>Unidade</b>	<b>Expressões</b>
	destinadas à ACOV.	(preços constantes CIF).	
mstfob	Importações totais a preços FOB (excluindo o turismo).	Milhões de euros (preços constantes FOB).	(V.24), (V.25)
mfob	Importações totais a preços FOB (incluindo o turismo).	Milhões de euros (preços constantes FOB).	(V.25), (V.37), (V.38)
vab	VAB.	Milhões de euros (preços constantes de base).	(V.26), (V.36)
emp	Nível de emprego de cada ramo de actividade (equivalente a tempo completo).	Milhares de efectivos.	(V.27), (V.122)
ts	Impostos líquidos de subsídios sobre os bens ou serviços.	Milhões de euros (preços constantes).	(V.28), (V.36), (V.43)
cptfts	Impostos líquidos de subsídios sobre os bens ou serviços consumidos pelas famílias.	Milhões de euros (preços constantes).	(V.28), (V.29)
csfts	Impostos líquidos de subsídios sobre os bens ou serviços consumidos pelas ISFLSF.	Milhões de euros (preços constantes).	(V.28), (V.30)
gts	Impostos líquidos de subsídios sobre os bens ou serviços consumidos pela administração pública.	Milhões de euros (preços constantes).	(V.28), (V.31)
fbcfsts	Impostos líquidos de subsídios sobre os bens ou serviços destinados à FBCF.	Milhões de euros (preços constantes).	(V.28), (V.32)
scts	Impostos líquidos de subsídios sobre os bens ou serviços destinados ao investimento na variação de existências.	Milhões de euros (preços constantes).	(V.28), (V.33)
acovts	Impostos líquidos de subsídios sobre os bens ou serviços destinados ao investimento em ACOV.	Milhões de euros (preços constantes).	(V.28), (V.34)
(expts <sup>+</sup> - expts <sup>-</sup> )	Impostos líquidos de subsídios sobre as exportações de bens ou serviços (pode assumir valores negativos).	Milhões de euros (preços constantes).	(V.28), (V.35)
pib <sub>prod</sub>	PIB a preços constantes de mercado, na óptica da produção.	Milhões de euros (preços constantes).	(V.36)
pib	PIB a preços constantes de mercado, na óptica da despesa.	Milhões de euros (preços constantes).	(V.37), (V.121)
pibcorr	PIB a preços correntes de mercado, na óptica da despesa.	Milhões de euros (preços correntes).	(V.38), (V.40), (V.42), (V.46), (V.50)
gcorr	Consumo público a preços correntes.	Milhões de euros (preços correntes).	(V.38), (V.49)
fbfcorr	FBCF a preços correntes.	Milhões de euros (preços correntes).	(V.38)
psc	Deflator da variação de existências (variável exógena intervalar).	Sem dimensão (permite converter preços constantes em correntes).	(V.38)
pacov	Deflator da ACOV (variável exógena intervalar).	Sem dimensão (permite converter preços constantes em correntes).	(V.38)

Anexo I – Descrição das variáveis e coeficientes do modelo proposto no Capítulo V

Variáveis do modelo			
Variável	Descrição	Unidade	Expressões
pexpfob	Deflador das exportações totais a preços FOB (variável exógena intervalar).	Sem dimensão (permite converter preços constantes em correntes).	(V.38)
pmfob	Deflador das importações totais a preços FOB (variável exógena intervalar).	Sem dimensão (permite converter preços constantes em correntes).	(V.38)
remcorr	Remuneração dos empregados a preços correntes.	Milhões de euros (preços correntes).	(V.39), (V.45)
iucl	Índice dos custos unitários em trabalho (variável exógena intervalar).	Sem dimensão (permite converter preços constantes em correntes).	(V.39)
rp <sup>+</sup> - rp <sup>-</sup>	Saldo dos rendimentos primários com o resto do mundo.	Milhões de euros (preços correntes).	(V.40)
tisub	Impostos indirectos totais.	Milhões de euros (preços correntes).	(V.40), (V.43), (V.44)
tisubg	Impostos indirectos recebidos pela administração pública, líquidos de subsídios pagos pela administração pública.	Milhões de euros (preços correntes).	(V.40), (V.44), (V.49)
tre	Saldo das transferências privadas com o resto do mundo.	Milhões de euros (preços correntes).	(V.40)
td	Impostos directos sobre o rendimento disponível das famílias e das ISFLSF.	Milhões de euros (preços correntes).	(V.40), (V.41), (V.49)
tdsc	Impostos directos sobre o rendimento das sociedades.	Milhões de euros (preços correntes).	(V.40), (V.42), (V.49)
css	Contribuições totais para a segurança social recebidas pelas administrações públicas.	Milhões de euros (preços correntes).	(V.40), (V.45), (V.49)
(rep <sup>g+</sup> - rep <sup>g-</sup> )	Rendimentos de empresa e propriedade das administrações públicas (podem assumir valores negativos).	Milhões de euros (preços correntes).	(V.40), (V.46), (V.49)
trig	Saldo das transferências internas das administrações públicas para os particulares.	Milhões de euros (preços correntes).	(V.40), (V.49)
itis	Índice de taxa média de tributação indirecta (variável exógena intervalar).	Sem dimensão.	(V.43)
div	Dívida pública.	Milhões de euros (preços correntes).	(V.47), (V.48)
div <sub>-1</sub>	Dívida pública no período anterior ao ano de planeamento.	Milhões de euros (preços correntes).	(V.47), (V.48)
(sgg <sup>+</sup> - sgg <sup>-</sup> )	Saldo global das administrações públicas (pode apresentar valores negativos).	Milhões de euros (preços correntes).	(V.47), (V.49)
dat	Ajustamento da dívida pública.	Milhões de euros (preços correntes).	(V.47)
jurg	Juros da dívida pública.	Milhões de euros (preços correntes).	(V.48), (V.49)
rg	Taxa de juro implícita da dívida pública (variável exógena intervalar).	%	(V.48)

Anexo I – Descrição das variáveis e coeficientes do modelo proposto no Capítulo V

Variáveis do modelo			
Variável	Descrição	Unidade	Expressões
treg	Saldo das transferências públicas com o resto do mundo.	Milhões de euros (preços correntes).	(V.49)
tk	Impostos de capital.	Milhões de euros (preços correntes).	(V.49), (V.50)
trkg	Saldo das transferências públicas de capital.	Milhões de euros (preços correntes).	(V.49)
gfbcf	Investimento em FBCF da administração pública.	Milhões de euros (preços correntes).	(V.49)
cap <sub>E</sub>	Vector com o consumo de combustíveis, por tipo de combustível.	tep	(V.51), (V.52)
ecco <sub>2E</sub>	Vector com as emissões totais de CO <sub>2</sub> resultantes da combustão de combustíveis, por tipo de combustível.	Gg.	(V.52), (V.57)
qca <sub>E</sub>	Vector com as quantidades de combustíveis utilizadas com fins não energéticos <sup>Al.8</sup> , por tipo de combustível.	tep	(V.52), (V.53)
ncptf <sub>E</sub>	Vector com as quantidades de combustíveis utilizadas com fins não energéticos pelas famílias.	tep	(V.53), (V.54)
ncsf <sub>E</sub>	Vector com as quantidades de combustíveis utilizadas com fins não energéticos pelas ISFLSF.	tep	(V.53), (V.55)
ng <sub>E</sub>	Vector com as quantidades de combustíveis utilizadas com fins não energéticos pelas administrações públicas.	tep	(V.53), (V.56)
ecco <sub>2</sub>	Emissões totais de CO <sub>2</sub> resultantes da combustão de combustíveis.	Gg	(V.57), (V.117)
ecelect <sub>w</sub>	Emissões totais do poluente w associadas à combustão de energia na geração de energia eléctrica (excluindo as emissões de CO <sub>2</sub> ).	Gg	(V.58), (V.66)
x <sub>elect</sub>	Sub-vector do vector x com o <i>output</i> de energia eléctrica, por tipo de energia eléctrica gerada (excluindo a co-geração).	tep	(V.58)
eccog <sub>w</sub>	Emissões totais do poluente w associadas à combustão de energia na co-geração (excluindo as emissões de CO <sub>2</sub> ).	Gg	(V.59), (V.66)
x <sub>cog</sub>	Elemento do vector x com o <i>output</i> da co-geração.	tep	(V.59)
ecref <sub>w</sub>	Emissões totais do poluente w associadas à combustão de energia nas refinarias nacionais (excluindo as emissões de CO <sub>2</sub> ).	Gg	(V.60), (V.66)

<sup>Al.8</sup> Nem todos os combustíveis utilizados num país se destinam a uma utilização energética. Parte destes utiliza-se como matéria-prima na manufactura de produtos não energéticos, onde o carbono fica retido, tais como plásticos e produtos químicos, ou tem outro tipo de utilizações não energéticas (por exemplo, o uso de solventes), sendo necessário declarar as emissões decorrentes noutras rubricas.

Anexo I – Descrição das variáveis e coeficientes do modelo proposto no Capítulo V

Variáveis do modelo			
Variável	Descrição	Unidade	Expressões
$x_{ref}$	Elemento do vector $x$ com o <i>output</i> total de produtos refinados.	tep	(V.60), (V.67), (V.68), (V.72)
$ecind_w$	Emissões totais do poluente $w$ associadas à combustão de energia nos ramos da indústria transformadora e construção (excluindo as emissões de CO <sub>2</sub> ).	Gg	(V.61), (V.66)
$x_{ind}$	Sub-vector do vector $x$ com o <i>output</i> das indústrias transformadoras e do ramo da construção, por tipo de ramo.	Milhões de euros (preços constantes de base).	(V.61)
$ectr_{tw}$	Emissões do poluente $w$ (excluindo as emissões de CO <sub>2</sub> ) resultantes da combustão de produtos energéticos no ramo de transportes, $t$ ( $t = 60 =$ rodoviários e ferroviários, $61 =$ marítimos, $62 =$ aéreos).	Gg	(V.62), (V.66)
$x_t$	Elemento do vector $x$ com o <i>output</i> do ramo de transportes $t$ .	Milhões de euros (preços constantes de base).	(V.62)
$ecos_{yw}$	Emissões do poluente $w$ (excluindo as emissões de CO <sub>2</sub> ), resultantes da combustão de produtos energéticos no ramo $y$ ( $y = 1 =$ agricultura e pecuária $2 =$ florestas, $5 =$ pesca, $41 =$ captação e distribuição de água, $50$ a $55$ e $63$ a $93 =$ serviços).	Gg	(V.64), (V.66)
$x_y$	Elemento do vector $x$ com o <i>output</i> do ramo $y$ .	Milhões de euros (preços constantes de base).	(V.64), (V.80), (V.81), (V.82), (V.83), (V.84), (V.89), (V.101)
$eccp_w$	Emissões do poluente $w$ (excluindo as emissões de CO <sub>2</sub> ), resultantes da combustão de produtos energéticos nos sectores de consumo final (famílias, ISFLSF e sector público administrativo).	Gg	(V.65), (V.66)
$ec_w$	Emissões totais do poluente $w$ (excluindo as emissões de CO <sub>2</sub> ) resultantes da combustão de energia.	Gg.	(V.66), (V.110), (V.111), (V.112), (V.113), (V.114), (V.115), (V.116)
$eftpb_w$	Emissões evaporativas do poluente $w$ , devido à distribuição em terminais marítimos e outro manuseamento e armazenamento de crude.	Gg	(V.67), (V.74)
$efpp_w$	Emissões evaporativas do poluente $w$ resultantes do processamento de produtos de petróleo.	Gg	(V.68), (V.74)
$efd_{dist}_w$	Emissões evaporativas do poluente $w$ devido à distribuição de gasolinas até às estações de serviço.	Gg	(V.69), (V.74)
$x_{gasolina}$	Elemento do vector $x$ com o <i>output</i> total de gasolina.	tep	(V.69), (V.70)
$efabast_w$	Emissões evaporativas do poluente $w$ devido ao abastecimento de veículos nas estações de serviço.	Gg	(V.70), (V.74)
$efgn_w$	Emissões evaporativas do poluente $w$ devido à transmissão/distribuição de gás natural.	Gg	(V.71), (V.74)

Anexo I – Descrição das variáveis e coeficientes do modelo proposto no Capítulo V

Variáveis do modelo			
Variável	Descrição	Unidade	Expressões
efvent <sub>w</sub>	Emissões evaporativas do poluente w devido à ventilação e queima de produtos de petróleo.	Gg	(V.72), (V.74)
efgeot <sub>w</sub>	Emissões evaporativas do poluente w devido à produção de energia geotérmica.	Gg	(V.73), (V.74)
x <sub>geot</sub>	Elemento do vector <b>x</b> com o <i>output</i> de energia eléctrica produzida com base em energia geotérmica.	tep	(V.73)
ef <sub>w</sub>	Emissões totais evaporativas do poluente w.	Gg	(V.74), (V.110), (V.111), (V.112), (V.113), (V.114), (V.115), (V.116), (V.117)
epr <sub>jw</sub>	Emissões do poluente w associadas aos processos industriais no ramo j.	Gg	(V.75), (V.76)
x <sub>j</sub>	Elemento do vector <b>x</b> com o <i>output</i> do ramo j.	Milhões de euros (preços constantes de base)	(V.75), (V.78), (V.95)
epr <sub>w</sub>	Emissões totais do poluente w associadas aos processos industriais.	Gg	(V.76), (V.110), (V.111), (V.112), (V.113), (V.114), (V.115), (V.116), (V.117)
efsolv <sub>w</sub>	Emissões evaporativas totais do poluente w devido à utilização de solventes.	Gg	(V.77), (V.79)
efout <sub>jw</sub>	Emissões evaporativas do poluente w devido à utilização de outros produtos no ramo j.	Gg	(V.78), (V.79)
efsolvout <sub>w</sub>	Emissões totais do poluente w devido à utilização de solventes e de outros produtos.	Gg	(V.79), (V.110), (V.111), (V.112), (V.113), (V.114), (V.115), (V.116), (V.117)
egte <sub>rw</sub>	Emissões do poluente w (excepto emissões de CO <sub>2</sub> ) <sup>AI.9</sup> associadas à produção da espécie animal, r (r = 1 = vacas leiteiras, 2 = outros bovinos, 3 = porcas reprodutoras, 4 = porcos de engorda e frangos de corte, 5 = galinhas poedeiras, 6 = outras aves, 7 = ovelhas e borregos, 8 = cabras, 9 = cavalos, 10 = mulas e burros, 11 = coelhas reprodutoras), no ramo 1.	Gg	(V.80), (V.81), (V.85)
efent <sub>rw</sub>	Emissões de CH <sub>4</sub> devido à fermentação entérica, por tipo de espécie animal, r, no ramo 1.	Gg	(V.82), (V.85)
eqra <sub>aw</sub>	Emissões do poluente w (excepto emissões de CO <sub>2</sub> ) devido à queima de resíduos agrícolas, por tipo de área de produção agrícola, a (a = 1 = vinha, 2 = pomares e produtos frescos, 3 = olival, 4 = arroz), no ramo 1.	Gg	(V.83), (V.85)
efnd <sub>w</sub>	Emissões do poluente w (excepto emissões de CO <sub>2</sub> ) devido à aplicação de fertilizantes azotados, por tipo de	Gg	(V.84), (V.85)

<sup>AI.9</sup> As emissões de CO<sub>2</sub> resultantes de fontes biogénicas não devem ser consideradas no total de emissões nacionais (IPCC, 2006d).



Anexo I – Descrição das variáveis e coeficientes do modelo proposto no Capítulo V

Variáveis do modelo			
Variável	Descrição	Unidade	Expressões
	tratamento, $d$ ( $d = 1 =$ deposição directa, $2 =$ deposição atmosférica, $3 =$ <i>lixiviação</i> do azoto).		
$e_{agric,w}$	Emissões totais do poluente $w$ (excepto emissões de $CO_2$ ) no sector agrícola.	Gg	(V.85) (V.110), (V.111), (V.112), (V.113), (V.114), (V.115), (V.116)
$rsu$	Produção total de resíduos sólidos urbanos (RSU) no território.	t	(V.86), (V.90), (V.93), (V.103)
$rsudom$	Produção total de RSU da responsabilidade das famílias e das ISFLSF.	t	(V.86), (V.87)
$rsucomserv$	Produção total de RSU da responsabilidade dos ramos de comércio e serviços (excepto o sector de saneamento, higiene pública e serviços similares).	t	(V.86), (V.88)
$rsu90$	Quantidade total de RSU tratada e manuseada pelo sector de saneamento, higiene pública e serviços similares, não afecta a nenhum sector em particular ( <i>e.g.</i> limpeza de ruas e de jardins públicos).	t	(V.86), (V.89)
$x_{comserv}$	Sub-vector do vector de $x$ com o <i>output</i> total dos ramos de comércio e serviços, por ramo de actividade (excepto sector de saneamento, higiene pública e serviços similares).	Milhões de euros (preços constantes de base).	(V.88)
$rsuaterro_u$	Quantidade total de RSU de tipo $u$ ( $u = 1 =$ matéria orgânica, $2 =$ papel e cartão, $3 =$ plástico, $4 =$ madeira, $5 =$ vidro, $6 =$ metais, $7 =$ têxteis, $8 =$ outros inertes) depositada em aterro.	t	(V.90), (V.91)
$ersuaterro_{uw}$	Emissão do poluente $w$ (excepto emissões de $CO_2$ ) devido à deposição do resíduo de tipo $u$ em aterro.	Gg	(V.91), (V.92), (V.104)
$rsuaterro_{un}$	Quantidade total de RSU de tipo $u$ depositada em aterro no ano $n$ (variável exógena de 1989 a 2009).	t	(V.91)
$rsucomp$	Quantidade total de RSU sujeita a valorização orgânica.	t	(V.93), (V.94)
$ersucomp_w$	Emissão do poluente $w$ (excepto emissões de $CO_2$ ) devido ao tratamento biológico de resíduos.	Gg	(V.94), (V.104)
$rib_j$	Quantidade total de resíduos industriais banais (RIB) gerada pelo sector $j$ (incluindo o sector de refinação).	t	(V.95), (V.96), (V.99), (V.103)
$riborgaterro$	Quantidade total de RIB orgânicos depositada em aterro.	t	(V.96), (V.97)
$eriborgaterro_w$	Emissão do poluente $w$ (excepto emissões de $CO_2$ ) devido à deposição de RIB orgânicos em aterro.	Gg	(V.97), (V.98), (V.104)
$ribincin$	Quantidade total de RIB sujeita a incineração (sem valorização)	t	(V.99), (V.100)

Anexo I – Descrição das variáveis e coeficientes do modelo proposto no Capítulo V

Variáveis do modelo			
Variável	Descrição	Unidade	Expressões
	energética).		
eribincin <sub>w</sub>	Emissão do poluente w devido à incineração de RIB.	Gg	(V.100), (V.104)
rhincin	Resíduos hospitalares sujeitos a tratamento por incineração, gerados pelo ramo de saúde e acção social (ramo 85 do quadro simétrico de entradas e saídas).	t	(V.101), (V.102), (V.103)
erhincin <sub>w</sub>	Emissão total do poluente w (excepto emissões de CO <sub>2</sub> ) devido à incineração de resíduos hospitalares.	Gg	(V.102), (V.104)
eresincin <sub>w</sub>	Emissão total do poluente w devido à incineração de resíduos.	Gg	(V.103), (V.104)
eres <sub>w</sub>	Emissões totais do poluente w devido ao tratamento de resíduos.	Gg	(V.104), (V.110), (V.111), (V.112), (V.113), (V.114), (V.115), (V.116), (V.117)
tow	Total de matéria orgânica nas águas residuais.	kg bod ( <i>biochemical oxygen demand</i> ) /ano	(V.105), (V.106)
p	População estimada do país no ano de planeamento (variável exógena).	Milhares de habitantes	(V.105), (V.107), (V.108)
eagdds <sub>w</sub>	Emissões totais do poluente w (excepto emissões de CO <sub>2</sub> ) resultantes do tratamento de águas e lamas residuais domésticas.	Gg	(V.106), (V.107), (V.108), (V.110), (V.111), (V.112), (V.113), (V.114), (V.115), (V.116)
eagind <sub>w</sub>	Emissões totais do poluente w (excepto emissões de CO <sub>2</sub> ) resultantes do tratamento de águas residuais industriais.	Gg	(V.109), (V.110), (V.111), (V.112), (V.113), (V.114), (V.115), (V.116)
dcind	Carga orgânica das águas residuais industriais (variável exógena).	Milhares de habitantes equivalente	(V.109)
etco	Emissões totais de CO.	Gg	(V.110), (V.120)
etnox	Emissões totais de NO <sub>x</sub> .	Gg	(V.111), (V.119), (V.120)
etn2o	Emissões totais de N <sub>2</sub> O.	Gg	(V.112), (V.118)
etch4	Emissões totais de CH <sub>4</sub> .	Gg	(V.113), (V.118), (V.120)
etcovnm	Emissões totais de COVNM.	Gg	(V.114), (V.120)
etso2	Emissões totais de SO <sub>2</sub> .	Gg	(V.115), (V.119)
etnh3	Emissões totais de NH <sub>3</sub> .	Gg	(V.116), (V.119)
etco2	Emissões totais de CO <sub>2</sub> .	Gg	(V.117), (V.118)
pag	Potencial de aquecimento global.	Gg de CO <sub>2</sub> equivalente	(V.118), (V.123)
eac	Equivalente ácido.	Gg de ácido equivalente	(V.119)
pfot	Potencial de formação de ozono troposférico.	Gg de COVNM equivalente	(V.120)

Anexo I – Descrição das variáveis e coeficientes do modelo proposto no Capítulo V

Coeficientes do modelo			
Coeficiente	Descrição	Unidade	Expressões
A	Matriz simétrica (produto por produto) de coeficientes técnicos de produção. Cada elemento genérico desta matriz, $a_{ij}$ , corresponde à quantidade do bem ou serviço $i$ necessária à produção de uma unidade do bem ou serviço $j$ . Esta matriz possui coeficientes intervalares.	Milhões de euros (preços constantes de base)/ milhões de euros (preços constantes de base), para fluxos entre os ramos não energéticos; milhões de euros (preços constantes de base)/ tep, para fluxos entre os ramos não energéticos e os ramos energéticos; tep/milhões de euros (preços constantes de base), para fluxos entre os ramos energéticos e os ramos não energéticos; tep/tep para fluxos entre os ramos energéticos.	(V. 1)
$a_{cptf}$	Vector com os pesos do consumo das famílias, por bem ou serviço, no consumo privado total das famílias no território. Este vector possui coeficientes intervalares.	Milhões de euros (preços constantes de base) ou tep, consoante se trate de um ramo não energético ou energético, respectivamente/milhões de euros (preços constantes de aquisição).	(V. 2)
$cptf^*$	Limite superior intervalar do consumo privado das famílias no território.	Milhões de euros (preços constantes de aquisição)	(V.2)
$cpe^*$	Limite superior intervalar das exportações de turismo.	Milhões de euros (preços constantes).	(V.3)
$\beta_0$	Parcela do consumo privado dos residentes que é independente do rendimento disponível, ou seja, a parte autónoma do consumo privado.	Milhões de euros (preços constantes de aquisição).	(V.4)
$\beta_1$	Propensão marginal ao consumo (coeficiente intervalar).	Milhões de euros (preços constantes de aquisição) /milhões de euros (preços constantes).	(V.4)
$cpr^*$	Limite superior intervalar do consumo privado dos residentes.	Milhões de euros (preços constantes de aquisição).	(V.4)
$yd^*$	Limite superior intervalar do rendimento disponível dos residentes.	Milhões de euros (preços constantes de aquisição).	(V.4)
$cptfr^*$	Limite superior intervalar do consumo privado das famílias residentes no território.	Milhões de euros (preços constantes de aquisição).	(V.5)
$cpm^*$	Limite superior intervalar das importações de turismo.	Milhões de euros (preços constantes).	(V.5)
$\alpha$	Peso das importações de turismo no consumo privado dos residentes.	%	(V.6)
$a_{csf}$	Vector com os pesos do consumo das ISFLSF, por bem ou serviço, no consumo total das ISFLSF.	Milhões de euros (preços constantes de base) ou tep, consoante se trate de um ramo não energético ou energético, respectivamente/ milhões de euros (preços constantes de aquisição).	(V.7)
$csf^L, csf^U$	Limites inferior e superior do consumo das ISFLSF.	Milhões de euros (preços constantes de aquisição).	(V.7)
$a_g$	Vector com os pesos do consumo público, por bem ou serviço, no consumo público total.	Milhões de euros (preços constantes de base) ou tep, consoante se trate de um ramo não energético ou energético, respectivamente/ milhões de euros	(V.8)

Anexo I – Descrição das variáveis e coeficientes do modelo proposto no Capítulo V

Coeficientes do modelo			
Coeficiente	Descrição	Unidade	Expressões
		(preços constantes de aquisição).	
$g^L, g^U$	Limites inferior e superior do consumo público.	Milhões de euros (preços constantes de aquisição).	(V.8)
$a_{fbcf}$	Vector com os pesos do investimento em FBCF, por bem ou serviço, na FBCF total.	Milhões de euros (preços constantes de base) ou tep, consoante se trate de um ramo não energético ou energético, respectivamente/milhões de euros (preços constantes de aquisição).	(V.9)
$fbcf^L, fbcf^U$	Limites inferior e superior do investimento em FBCF.	Milhões de euros (preços constantes de aquisição).	(V.9)
$a_{sc}$	Vector com os pesos da variação de existências, por bem ou serviço, na variação de existências total.	Milhões de euros (preços constantes de base) ou tep, consoante se trate de um ramo não energético ou energético, respectivamente/milhões de euros (preços constantes de aquisição).	(V.10)
$sc^L, sc^U$	Limites inferior e superior do investimento em variação de existências.	Milhões de euros (preços constantes de aquisição).	(V.10)
$a_{acov}$	Vector com os pesos do investimento em ACOV, por bem ou serviço, na ACOV total.	Milhões de euros (preços constantes de base) ou tep, consoante se trate de um ramo não energético ou energético, respectivamente/milhões de euros (preços constantes de aquisição).	(V.11)
$acov^L, acov^U$	Limites inferior e superior do investimento em ACOV.	Milhões de euros (preços constantes de aquisição).	(V.11)
$a_{exp}$	Vector com os pesos das exportações, por bem ou serviço, a preços CIF, nas exportações totais (excluindo o turismo).	Milhões de euros (preços constantes de base CIF) ou tep, consoante se trate de um ramo não energético ou energético, respectivamente/ milhões de euros (preços constantes de aquisição CIF).	(V.12)
$expstcif^L$	Limite inferior das exportações (excluindo o turismo), a preços CIF.	Milhões de euros (preços constantes de aquisição CIF).	(V.12)
$a_{ciffo}$	Coeficiente de ajustamento CIF/FOB.	Milhões de euros/milhões de euros.	(V.13), (V.24)
$expstfob^*$	Limite superior intervalar das exportações (excluindo o turismo), a preços FOB.	Milhões de euros (preços constantes de aquisição FOB).	(V.13)
$impstcif^L$	Limite inferior das importações (excluindo o turismo), a preços CIF.	Milhões de euros (preços constantes de aquisição CIF).	(V.13)
$\hat{p}_{exp}$	Matriz diagonal, com dimensões convenientes, que permite converter os valores das exportações, em tep, para milhões de euros.	Valor um (sem dimensão) para os bens ou serviços não energéticos; preços unitários médios, por tep, em milhões de euros (preços constantes de base CIF), para os bens ou serviços energéticos.	(V.14)
$a_{expts}$	Vector com os pesos dos impostos líquidos de subsídios sobre as exportações, por bem ou serviço (excluindo o turismo), nas exportações totais (excluindo o turismo).	Milhões de euros (preços constantes)/milhões de euros (preços constantes de aquisição CIF).	(V.14)

Anexo I – Descrição das variáveis e coeficientes do modelo proposto no Capítulo V

<b>Coeficientes do modelo</b>			
<b>Coeficiente</b>	<b>Descrição</b>	<b>Unidade</b>	<b>Expressões</b>
$e_1$	Vector de uns com dimensões convenientes.	Sem dimensão.	(V.15)
$expfob^*$	Limite superior intervalar das exportações totais, a preços FOB.	Milhões de euros (preços constantes de aquisição FOB).	(V.16)
$P_{impc}$	Vector que permite converter os valores das importações competitivas de energia, em tep, para milhões de euros.	Valor um (sem dimensão) para os bens ou serviços não energéticos; preços unitários médios, por tep, em milhões de euros (preços constantes de base CIF), para os bens ou serviços energéticos.	(V.17)
$P_{impnc}$	Vector que permite converter os valores das importações não competitivas de energia, em tep, para milhões de euros.	Preços unitários médios, por tep, em milhões de euros (preços constantes de base CIF), para os bens ou serviços energéticos.	(V.17)
$A_m^{nc}$	Matriz de coeficientes de importações não competitivas de energia.	tep/ milhões de euros (preços constantes de base).	(V.17), (V.124)
$a_{sc}^{nc}$	Vector com os pesos da variação de existências das importações não competitivas de energia no total da variação de existências.	tep/ milhões de euros (preços constantes de aquisição).	(V.17), (V.124)
$e_2$	Vector de uns com dimensões convenientes.	Sem dimensão.	(V.17)
$A_m$	Matriz de coeficientes de importações não competitivas de bens ou serviços não energéticos.	Milhões de euros (preços constantes de base CIF)/ milhões de euros (preços constantes de base).	(V.17)
$e_3$	Vector de uns com dimensões convenientes.	Sem dimensão.	(V.18)
$am_{ptf}$	Vector com os pesos das importações não competitivas de bens ou serviços não energéticos, destinadas ao consumo privado das famílias no território, no consumo privado total das famílias no território.	Milhões de euros (preços constantes de base CIF)/ milhões de euros (preços constantes de aquisição).	(V.18)
$e_4$	Vector de uns com dimensões convenientes.	Sem dimensão.	(V.19)
$am_{csf}$	Vector com os pesos das importações não competitivas de bens ou serviços não energéticos, destinadas ao consumo das ISFLSF, no consumo total das ISFLSF.	Milhões de euros (preços constantes de base CIF)/ milhões de euros (preços constantes de aquisição).	(V.19)
$e_5$	Vector de uns com dimensões convenientes.	Sem dimensão.	(V.20)
$am_g$	Vector com os pesos das importações não competitivas de bens ou serviços não energéticos, destinadas ao consumo público, no consumo público total.	Milhões de euros (preços constantes de base CIF)/ milhões de euros (preços constantes de aquisição).	(V.20)
$e_6$	Vector de uns com dimensões convenientes.	Sem dimensão.	(V.21)
$am_{fbcf}$	Vector com os pesos das	Milhões de euros	(V.21)

Anexo I – Descrição das variáveis e coeficientes do modelo proposto no Capítulo V

<b>Coefficientes do modelo</b>			
<b>Coefficiente</b>	<b>Descrição</b>	<b>Unidade</b>	<b>Expressões</b>
	importações não competitivas de bens e serviços não energéticos, destinadas ao investimento em FBCF, na FBCF total.	(preços constantes de base CIF)/ milhões de euros (preços constantes de aquisição).	
$e_7$	Vector de uns com dimensões convenientes.	Sem dimensão.	(V.22)
$am_{sc}$	Vector com os pesos da variação de existências de importações não competitivas de bens ou serviços não energéticos, no total das variações de existências.	Milhões de euros (preços constantes de base CIF)/ milhões de euros (preços constantes de aquisição).	(V.22)
$e_8$	Vector de uns com dimensões convenientes.	Sem dimensão.	(V.23)
$am_{acov}$	Vector com os pesos de importações não competitivas de bens ou serviços não energéticos, destinadas ao investimento em ACOV, na ACOV total.	Milhões de euros (preços constantes de base CIF)/ milhões de euros (preços constantes de aquisição).	(V.23)
$mstfob^*$	Limite superior intervalar das importações (excluindo o turismo) a preços FOB.	Milhões de euros (preços constantes de aquisição FOB).	(V.24)
$mstfob^*$	Limite superior intervalar das importações totais a preços FOB.	Milhões de euros (preços constantes de aquisição FOB).	(V.25)
$a_{rem}$	Vector com os pesos das remunerações na produção de cada ramo de actividade.	Milhões de euros (preços constantes)/milhões de euros (preços constantes de base).	(V.26), (V.39)
$a_{ot}$	Vector com os pesos dos impostos na produção de cada ramo de actividade.	Milhões de euros (preços constantes)/milhões de euros (preços constantes de base).	(V.26), (V.43)
$a_{os}$	Vector com os pesos dos subsídios à produção na produção de cada ramo de actividade.	Milhões de euros (preços constantes)/milhões de euros (preços constantes de base).	(V.26), (V.43)
$a_{ebermb}$	Vector com os pesos do excedente bruto de exploração e do rendimento misto bruto na produção de cada ramo de actividade.	Milhões de euros (preços constantes)/milhões de euros (preços constantes de base).	(V.26)
$l$	Vector com os rácios entre o número de efectivos empregados em cada ramo de actividade (equivalente a tempo completo) e a produção total de cada ramo de actividade.	Milhares de efectivos/ milhões de euros (preços constantes de base).	(V.27)
$e_9$	Vector de uns com dimensões convenientes.	Sem dimensão.	(V.28)
$A_{ts}$	Matriz com os pesos dos impostos líquidos de subsídios sobre bens ou serviços, na produção total dos ramos de actividade.	Milhões de euros (preços constantes)/Milhões de euros (preços constantes de base).	(V.28)
$e_{10}$	Vector de uns com dimensões convenientes.	Sem dimensão.	(V.28)
$A_{ts}^{nc}$	Matriz com os pesos dos	Milhões de euros	(V.28)

Anexo I – Descrição das variáveis e coeficientes do modelo proposto no Capítulo V

<b>Coefficientes do modelo</b>			
<b>Coefficiente</b>	<b>Descrição</b>	<b>Unidade</b>	<b>Expressões</b>
	impostos líquidos de subsídios sobre as importações não competitivas de energia, na produção total dos ramos de actividade.	(preços constantes)/Milhões de euros (preços constantes de base) ou Milhões de euros (preços constantes)/tep, consoante se trate de um ramo não energético ou energético, respectivamente.	
$ts^L$	Limite inferior dos impostos totais líquidos de subsídios sobre os bens ou serviços.	Milhões de euros (preços constantes).	(V.28)
$e_{11}$	Vector de uns com dimensões convenientes.	Sem dimensão.	(V.29)
$a_{cptfts}$	Vector com os pesos dos impostos líquidos de subsídios sobre bens ou serviços consumidos pelas famílias no território, no consumo privado total das famílias no território.	Milhões de euros (preços constantes)/ milhões de euros (preços constantes de aquisição).	(V.29)
$e_{12}$	Vector de uns com dimensões convenientes.	Sem dimensão.	(V.30)
$a_{esfts}$	Vector com os pesos dos impostos líquidos de subsídios sobre bens ou serviços consumidos pelas ISFLSF, no consumo total das ISFLSF.	Milhões de euros (preços constantes)/milhões de euros (preços constantes de aquisição).	(V.30)
$e_{13}$	Vector de uns com dimensões convenientes.	Sem dimensão.	(V.31)
$a_{gts}$	Vector com os pesos dos impostos líquidos de subsídios sobre bens ou serviços consumidos pelas administrações públicas, no consumo total das administrações públicas.	Milhões de euros (preços constantes)/milhões de euros (preços constantes de aquisição).	(V.31)
$e_{14}$	Vector de uns com dimensões convenientes.	Sem dimensão.	(V.32)
$a_{fbctfs}$	Vector com os pesos dos impostos líquidos de subsídios sobre os bens ou serviços destinados ao investimento em FBCF, na FBCF total.	Milhões de euros (preços constantes)/milhões de euros (preços constantes de aquisição).	(V.32)
$e_{15}$	Vector de uns com dimensões convenientes.	Sem dimensão.	(V.33)
$a_{scts}$	Vector com os pesos dos impostos líquidos de subsídios sobre bens ou serviços destinados ao investimento em variação de existências, na variação de existências total.	Milhões de euros (preços constantes)/milhões de euros (preços constantes de aquisição).	(V.33)
$e_{16}$	Vector de uns com dimensões convenientes.	Sem dimensão.	(V.34)
$a_{acovts}$	Vector com os pesos dos impostos líquidos de subsídios sobre bens ou serviços destinados ao investimento em ACOV, na ACOV total.	Milhões de euros (preços constantes)/milhões de euros (preços constantes de aquisição).	(V.34)
$e_{17}$	Vector de uns com dimensões convenientes.	Sem dimensão.	(V.35)

Anexo I – Descrição das variáveis e coeficientes do modelo proposto no Capítulo V

<b>Coeficientes do modelo</b>			
<b>Coeficiente</b>	<b>Descrição</b>	<b>Unidade</b>	<b>Expressões</b>
	convenientes.		
$a_{exts}$	Vector com os pesos dos impostos líquidos de subsídios sobre bens ou serviços exportados, nas exportações totais.	Milhões de euros (preços constantes)/milhões de euros (preços constantes de aquisição CIF).	(V.35)
$pib^L$	Limite inferior do PIB a preços constantes.	Milhões de euros (preços constantes de mercado).	(V.36), (V.37)
$pib^*$	Limite superior intervalar do PIB a preços constantes.	Milhões de euros (preços constantes de mercado).	(V.36), (V.37)
$pibcorr^*$	Limite superior intervalar do PIB a preços correntes.	Milhões de euros (preços correntes de mercado).	(V.38)
$gcorr^L, gcorr^U$	Limites inferior e superior do consumo público a preços correntes.	Milhões de euros (preços correntes).	(V.38)
$fbfcorr^L, fbcfcorr^U$	Limites inferior e superior do investimento em FBCF a preços correntes.	Milhões de euros (preços correntes).	(V.38)
$remcorr^*$	Limite superior intervalar das remunerações a preços correntes.	Milhões de euros (preços correntes).	(V.39)
$pspibcorr$	Poupança das sociedades em percentagem do PIB a preços correntes (coeficiente intervalar).	%	(V.40)
$ydcorr^*$	Limite superior intervalar do rendimento disponível a preços correntes.	Milhões de euros (preços correntes).	(V.40)
$rp^*$	Limite superior intervalar dos rendimentos primários com o resto do mundo.	Milhões de euros (preços correntes).	(V.40)
$tisub^*$	Limite superior intervalar dos impostos indirectos líquidos de subsídios.	Milhões de euros (preços correntes).	(V.40)
$tisubg^*$	Limite superior intervalar dos impostos indirectos líquidos de subsídios recebidos pela administração pública.	Milhões de euros (preços correntes).	(V.40)
$tre^*$	Limite superior intervalar das transferências privadas com o resto do mundo.	Milhões de euros (preços correntes).	(V.40)
$td^*$	Limite superior intervalar dos impostos directos sobre o rendimento das famílias.	Milhões de euros (preços correntes).	(V.40)
$tdsc^*$	Limite superior intervalar dos impostos directos sobre o rendimento das sociedades.	Milhões de euros (preços correntes).	(V.40)
$css^*$	Limite superior intervalar das contribuições para a segurança social.	Milhões de euros (preços correntes).	(V.40)
$repg^*$	Limite superior intervalar dos rendimentos de empresa e propriedade das administrações públicas.	Milhões de euros (preços correntes).	(V.40)



Anexo I – Descrição das variáveis e coeficientes do modelo proposto no Capítulo V

<b>Coeficientes do modelo</b>			
<b>Coeficiente</b>	<b>Descrição</b>	<b>Unidade</b>	<b>Expressões</b>
trig*	Limite superior intervalar do saldo das transferências internas das administrações públicas para os particulares.	Milhões de euros (preços correntes).	(V.40)
rtdyccorr	Peso dos impostos directos, sobre o rendimento e património das famílias e das ISFLSF, no rendimento disponível das famílias e das ISFLSF (coeficiente intervalar).	%	(V.41)
tdscpibcorr	Peso dos impostos directos, sobre o rendimento das sociedades, no PIB, a preços correntes (coeficiente intervalar).	%	(V.42)
tigts	Peso dos impostos indirectos líquidos de subsídios recebidos pelo sector público administrativo, no total dos impostos indirectos líquidos de subsídios (coeficiente intervalar).	%	(V.44)
tcss	Peso das contribuições para a segurança social recebidas pelo sector público administrativo nas remunerações totais (coeficiente intervalar).	%	(V.45)
repgpibcorr	Peso do rendimento de empresas e património do sector público administrativo no PIB a preços correntes (coeficiente intervalar).	%	(V.46)
div*	Limite superior intervalar da dívida pública.	Milhões de euros (preços correntes).	(V.47)
div <sub>.1</sub> *	Limite inferior intervalar da dívida pública no período anterior ao ano de planeamento.	Milhões de euros (preços correntes).	(V.47)
sgg*	Limite inferior intervalar do saldo global do sector público administrativo.	Milhões de euros (preços correntes).	(V.47)
dat*	Limite inferior intervalar do valor do ajustamento da dívida pública.	Milhões de euros (preços correntes).	(V.47)
jurg*	Limite superior intervalar dos juros da dívida pública.	Milhões de euros (preços correntes).	(V.48)
treg*	Limite superior intervalar dos saldos das transferências públicas com o resto do mundo.	Milhões de euros (preços correntes).	(V.49)
tk*	Limite superior intervalar dos impostos de capital.	Milhões de euros (preços correntes).	(V.49)
trkg*	Limite superior intervalar das transferências públicas de capital.	Milhões de euros (preços correntes).	(V.49)
gfbcf*	Limite inferior intervalar do investimento em FBCF pelo sector público administrativo.	Milhões de euros (preços correntes).	(V.49)
tkpibcorr	Peso dos impostos de capital	%	(V.50)

Anexo I – Descrição das variáveis e coeficientes do modelo proposto no Capítulo V

Coeficientes do modelo			
Coeficiente	Descrição	Unidade	Expressões
	recebidos pelo sector público administrativo no PIB a preços correntes (coeficiente intervalar).		
$A_E$	Matriz de coeficientes de utilização de combustíveis pelos diferentes ramos de actividade. Esta matriz é composta pelos coeficientes de utilização de combustíveis evidenciados na matriz de coeficientes técnicos de produção (A) e na matriz de coeficientes de importações não competitivas de energia, $A_m^{nc}$ , bem como pelos coeficientes de utilização de biomassa pelos ramos de actividade. Esta matriz possui coeficientes intervalares.	tep/ milhões de euros (preços constantes de base).	(V.51)
$a_{cptfE}$	Vector de coeficientes de utilização de combustíveis pelas famílias. Este vector é composto pelos coeficientes de utilização de combustíveis evidenciados no vector $a_{cptf}$ e pelos coeficientes de utilização de biomassa. Os elementos referentes às importações não competitivas de energia são nulos. Este vector possui coeficientes intervalares.	tep/milhões de euros (preços constantes de aquisição)	(V.51), (V.65)
$a_{csfE}$	Vector de coeficientes de utilização de combustíveis pelas ISFLSF <sup>AL.10</sup> . Este vector é composto pelos coeficientes de utilização de combustíveis evidenciados no vector $a_{csf}$ . Os elementos referentes às importações não competitivas de energia e à utilização de biomassa são nulos.	tep/milhões de euros (preços constantes de aquisição)	(V.51), (V.65)
$a_{gE}$	Vector de coeficientes de utilização de combustíveis pelo sector público administrativo. Este vector <sup>AL.11</sup> é composto pelos coeficientes de utilização de combustíveis evidenciados no vector $a_g$ . Os elementos referentes às importações não competitivas de energia e à utilização de biomassa são nulos.	tep/milhões de euros (preços constantes de aquisição)	(V.51), (V.65)

AL.10 De acordo com as Contas Nacionais este vector é nulo, aparecendo os consumos de energia endogeneizados nos ramos de actividade da matriz de coeficientes técnicos. No entanto, considerou-se este vector para maior generalização das restrições do modelo.

AL.11 *Vide* nota de rodapé anterior.

Anexo I – Descrição das variáveis e coeficientes do modelo proposto no Capítulo V

Coeficientes do modelo			
Coeficiente	Descrição	Unidade	Expressões
$\hat{f}_{tjE}$	Matriz diagonal com os factores de conversão de tep em terajoules - TJ <sup>Al.12</sup> , por tipo de combustível.	TJ/tep	(V.52), (V.58), (V.59), (V.60), (V.61), (V.62), (V.64), (V.65)
$\hat{f}_{cE}$	Matriz diagonal, cujos elementos da diagonal correspondem ao teor médio de carbono (C) por tipo de combustível <sup>Al.13</sup> (coeficiente intervalar).	Toneladas (t) de C por TJ (tC/TJ).	(V.52)
$\hat{f}_{coE}$	Matriz diagonal, cujos elementos da diagonal são as frações de carbono oxidado em emissões de CO <sub>2</sub> , para cada tipo de combustível <sup>Al.14</sup> .	%	(V.52)
$\frac{44}{12}$	Razão entre os pesos moleculares do CO <sub>2</sub> e do C.	Peso molecular do CO <sub>2</sub> /peso molecular do C	(V.52), (V.103)
10 <sup>-3</sup>	Factor que permite obter os valores em Gg.	Gg/t	(V.52), (V.80), (V.81), (V.82), (V.91), (V.103)
$N_E$	Matriz com os coeficientes de utilização de combustíveis para fins não energéticos, por unidade de <i>output</i> de cada ramo de actividade.	tep/ milhões de euros (preços constantes de base) ou tep, consoante se trate de um ramo não energético ou energético, respectivamente.	(V.53)
$a_{nptE}$	Vector com a razão entre a quantidade de combustíveis utilizada com fins não energéticos, pelas famílias, e o consumo total das famílias no território.	tep/ milhões de euros (preços constantes de aquisição).	(V.54)
$a_{nesE}$	Vector com a razão entre a quantidade de combustíveis utilizada com fins não energéticos, pelas ISFLSF, e o consumo total das ISFLSF.	tep/ milhões de euros (preços constantes de aquisição).	(V.55)
$a_{ngE}$	Vector com a razão entre a quantidade de combustíveis utilizada com fins não energéticos, pelas administrações públicas, e o consumo total das administrações públicas.	tep/ milhões de euros (preços constantes de aquisição).	(V.56)
$e_{18}$	Vector de uns com dimensões convenientes.	Sem dimensão.	(V.57)
$f_{elect,w}$	Vector com os factores de emissão, para o poluente w (excepto CO <sub>2</sub> ), associados à	g/TJ	(V.58)

<sup>Al.12</sup> A conversão do consumo de cada combustível, medido na sua unidade original, para uma unidade de energia comum, efectua-se considerando o PCI (poder calorífico inferior) do combustível. O PCI é a quantidade de calor liberta pela combustão completa de uma unidade de combustível, admitindo-se que o vapor de água não se encontra condensado. Como os fluxos de energia contabilizados no Balanço Energético têm em consideração o PCI dos combustíveis, o factor de conversão de tep em TJ é 0.041868.

<sup>Al.13</sup> Como os combustíveis de biomassa não devem ser considerados no cálculo de emissões de CO<sub>2</sub> associadas à combustão, os valores que lhe correspondem nesta matriz são nulos.

<sup>Al.14</sup> Vide nota de rodapé anterior.

Anexo I – Descrição das variáveis e coeficientes do modelo proposto no Capítulo V

Coeficientes do modelo			
Coeficiente	Descrição	Unidade	Expressões
	geração de energia eléctrica (excepto co-geração), por tipo de combustível utilizado. Refira-se que para o petróleo não energético os factores de emissão são nulos (possui coeficientes intervalares).		
$A_{E_{elect}}$	Submatriz da matriz $A_E$ com os coeficientes de consumo de combustíveis, por tipo de energia eléctrica gerada (energia termoeléctrica, com base em renováveis - eólica, geotérmica e hídrica). Esta submatriz possui coeficientes intervalares.	tep/tep	(V.58)
$10^{-9}$	Factor que permite obter os valores em Gg.	Gg/g	(V.58), (V.59), (V.60), (V.61), (V.62), (V.64), (V.65), (V.67), (V.68), (V.69), (V.70), (V.71), (V.72), (V.73), (V.75), (V.77), (V.78), (V.83), (V.84)
$fecog_w$	Vector com os factores de emissão, para o poluente $w$ (excepto $CO_2$ ), associados à co-geração, por tipo de combustível utilizado. Refira-se que para o petróleo não energético os factores de emissão são nulos. Este vector possui coeficientes intervalares.	g/TJ	(V.59)
$A_{E_{cog}}$	Vector coluna da matriz $A_E$ com os coeficientes de consumo de combustíveis na co-geração (possui coeficientes intervalares).	tep/tep	(V.59)
$fecref_w$	Vector com os factores de emissão para o poluente $w$ (excepto $CO_2$ ) associados à combustão nas refinarias nacionais, por tipo de combustível utilizado (possui coeficientes intervalares).	g/TJ	(V.60)
$A_{E_{ref}}$	Vector coluna da matriz $A_E$ com os coeficientes de consumo de combustíveis no ramo de refinação (possui coeficientes intervalares).	tep/tep	(V.60)
$N_{E_{ref}}$	Vector coluna da matriz $N_E$ com os coeficientes de utilização de combustíveis com fins não energéticos no ramo da refinação.	tep/tep	(V.60)
$fecind_w$	Vector com os factores de emissão para o poluente $w$ (excepto $CO_2$ ) associados à combustão nos ramos da indústria transformadora e construção, por tipo de combustível utilizado (possui	g/TJ	(V.61)

Anexo I – Descrição das variáveis e coeficientes do modelo proposto no Capítulo V

Coeficientes do modelo			
Coeficiente	Descrição	Unidade	Expressões
	coeficientes intervalares).		
$A_{Eind}$	Sumatriz da matriz $A_E$ com os coeficientes de consumo de produtos energéticos (combustíveis primários e/ou secundários) nos ramos da indústria transformadora e construção (possui coeficientes intervalares).	tep/milhões de euros (preços constantes de base)	(V.61)
$N_{Eind}$	Submatriz da matriz $N_E$ com os coeficientes de utilização de combustíveis com fins não energéticos nos ramos da indústria transformadora e construção.	tep/milhões de euros (preços constantes de base)	(V.61)
$f_{ectr_{tw}}$	Vector com os factores de emissão do poluente $w$ (excepto $CO_2$ ) resultantes da combustão de combustíveis no ramo de transportes $t$ ( $t = 60 =$ rodoviários e ferroviários, $61 =$ marítimos, $62 =$ aéreos). Refira-se que para o petróleo não energético os factores de emissão são nulos (possui coeficientes intervalares).	$g/TJ$	(V.62)
$A_{E,t}$	Vector coluna da matriz $A_E$ com os coeficientes de consumo de combustíveis no ramo de transportes, $t$ (possui coeficientes intervalares).	tep/milhões de euros (preços constantes de base)	(V.62)
$f_{ectr_{ctw}}$	Factor de emissão de $SO_2$ ( $w = 6$ ) associado à combustão do combustível $c$ no ramo de transportes. O valor obtido é um elemento do vector $f_{ectr_{tw}}$ (possui coeficientes intervalares).	$g/TJ$	(V.63)
2	Rácio entre os pesos moleculares do $SO_2$ e do enxofre (IPCC, 1996a; IPCC, 2006b).	Peso molecular do $SO_2$ /peso molecular do enxofre	(V.63)
$s$	Teor de enxofre no combustível (IPCC, 1996a; IPCC, 2006b).	%	(V.63)
$q$	Valor calorífico do combustível.	$TJ/Gg$	(V.63)
$10^9$	Factor de conversão de $Gg$ para $g$ .	$g/Gg$	(V.63)
$r$	Retenção de enxofre na cinza (IPCC, 1996a; IPCC, 2006b).	%	(V.63)
$tred$	Eficiência da tecnologia de abate <sup>AI.15</sup> .	%	(V.63)
$f_{ecos_{yw}}$	Vector com os factores de emissão do poluente $w$ (excepto $CO_2$ ) resultantes da combustão	$g/TJ$	(V.64)

AI.15 Os valores da eficiência para os diferentes tipos de tecnologias de abate ou redução podem variar entre 45 e 95 por cento (IPCC, 1996a).

Anexo I – Descrição das variáveis e coeficientes do modelo proposto no Capítulo V

Coeficientes do modelo			
Coeficiente	Descrição	Unidade	Expressões
	de combustíveis no ramo $y$ ( $y = 1 =$ agricultura e pecuária $2 =$ florestas, $5 =$ pesca, $41 =$ captação e distribuição de água, $50$ a $55$ e $63$ a $93 =$ serviços), por combustível. Refira-se que para o petróleo não energético o factor de emissão é nulo (possui coeficientes intervalares).		
$A_{E,y}$	Vector coluna da matriz $A_E$ com os coeficientes de consumo de combustíveis no ramo $y$ . Este vector possui coeficientes intervalares.	tep/milhões de euros (preços constantes de base)	(V.64)
$f_{ecp_w}$	Vector com os factores de emissão do poluente $w$ (excepto $CO_2$ ), resultantes da combustão de combustíveis nos sectores de consumo final, por combustível. Refira-se que para o petróleo não energético os factores de emissão são nulos (possui coeficientes intervalares).	g/TJ	(V.65)
$a_{pbref}$	Elemento da matriz $A_E$ que corresponde à quantidade de petróleo bruto consumida no ramo de refinação, por unidade de <i>output</i> do ramo de refinação.	tep/tep	(V.67),
$f_{ctpb}$	Factor de conversão, de tep em toneladas, para o petróleo bruto.	t/tep	(V.67)
$f_{eftpb_w}$	Factor de emissão relativo às emissões evaporativas do poluente $w$ devido ao transporte de petróleo bruto para as refinarias.	g/t	(V.67)
$f_{efpp_w}$	Factor de emissão relativo às emissões evaporativas do poluente $w$ devido ao processamento de produtos de petróleo.	g/tep	(V.68)
$f_{ctgasolina}$	Factor de conversão, de tep em toneladas, para as gasolinas.	t/tep	(V.69), (V.70)
$f_{efdist_w}$	Factor de emissão relativo às emissões evaporativas do poluente $w$ devido à distribuição de gasolinas da refinaria às estações de serviço.	g/t	(V.69)
$f_{efabast_w}$	Factor de emissão relativo às emissões evaporativas do poluente $w$ devido ao abastecimento de veículos nas estações de serviço.	g/t	(V.70)
$A_{Egn}$	Vector linha da matriz $A_E$ com os coeficientes de consumo de gás natural, por ramo de actividade (possui coeficientes intervalares).	tep/milhões de euros (preços constantes de base).	(V.71)
$a_{cptfgn}$	Elemento do vector $a_{cptfE}$ com o	tep/milhões de euros	(V.71)

Anexo I – Descrição das variáveis e coeficientes do modelo proposto no Capítulo V

Coeficientes do modelo			
Coeficiente	Descrição	Unidade	Expressões
	coeficiente de consumo de gás natural, por unidade de consumo privado total das famílias no território.	(preços constantes de aquisição).	
$a_{csign}$	Elemento do vector $a_{csfE}$ com o coeficiente de consumo de gás natural, por unidade de consumo das ISFLSF.	tep/milhões de euros (preços constantes de aquisição).	(V.71)
$a_{ggn}$	Elemento do vector $a_{gE}$ com o coeficiente de consumo de gás natural, por unidade de consumo do sector público administrativo.	tep/milhões de euros (preços constantes de aquisição).	(V.71)
$fctj_{gn}$	Factor de conversão, de tep em TJ, para o gás natural.	TJ/tep	(V.71)
$fefgn_w$	Factor de emissão relativo às emissões evaporativas do poluente w devido à transmissão de gás natural.	g/TJ	(V.71)
$fevent_w$	Factor de emissão relativo às emissões evaporativas do poluente w devido à ventilação e queima de produtos de petróleo.	g/tep	(V.72)
$fegeot_w$	Factor de emissão relativo às emissões evaporativas do poluente w (assume apenas valores não nulos em $w = 8$ ) devido à produção de energia geotérmica.	g/TJ	(V.73)
$fctj_{geot}$	Factor de conversão, de tep em TJ, para a energia geotérmica.	TJ/tep	(V.73)
$fepr_{jw}$	Coeficientes de emissão do poluente w associados aos processos industriais no ramo j.	g/milhões de euros (preços constantes de base)	(V.75)
$A_{E_{solv}}$	Vector linha da matriz $A_E$ com os coeficientes de consumo de solventes, por ramo de actividade.	tep/milhões de euros (preços constantes de base).	(V.77)
$a_{cptfsolv}$	Elemento do vector $a_{cptfE}$ com o coeficiente de consumo de solventes, por unidade de consumo privado total das famílias no território.	tep/milhões de euros (preços constantes de aquisição).	(V.77)
$a_{csfsolv}$	Elemento do vector $a_{csfE}$ com o coeficiente de consumo de solventes, por unidade de consumo das ISFLSF.	tep/milhões de euros (preços constantes de aquisição).	(V.77)
$a_{gsolv}$	Elemento do vector $a_{gE}$ com o coeficiente de consumo de solventes, por unidade de consumo do sector público administrativo.	tep/milhões de euros (preços constantes de aquisição).	(V.77)
$fct_{solv}$	Factor de conversão, de tep em toneladas, para os solventes.	t/tep	(V.77)
$fefsolv_w$	Factor de emissão relativo às emissões evaporativas do	g/t	(V.77)

Anexo I – Descrição das variáveis e coeficientes do modelo proposto no Capítulo V

Coeficientes do modelo			
Coeficiente	Descrição	Unidade	Expressões
	poluente w devido à utilização de solventes.		
$f_{\text{efout}_w}$	Factor de emissão relativo às emissões evaporativas do poluente w devido à utilização de outros produtos.	g/milhões de euros	(V.78)
$a_{\text{est}_r}$	Coeficientes de excreção de azoto associados ao tipo de espécie animal, r (r = 1 = vacas leiteiras, 2 = outros bovinos, 3 = porcas reprodutoras, 4 = porcos de engorda, 5 = frangos de corte, 6 = galinhas poedeiras, 7 = outras aves, 8 = ovelhas e borregos, 9 = cabras, 10 = cavalos, 11 = mulas e burros, 12 = coelhas reprodutoras), no ramo 1.	t/milhares de efectivos	(V.80)
$a_{\text{pec}_r}$	Rácio entre o número de efectivos da espécie animal, r, e o <i>output</i> total do ramo 1.	milhares de efectivos/milhões de euros (preços constantes de base).	(V.80), (V.81), (V.82)
$a_{\text{gte}_r}$	Vector com a afectação do azoto excretado aos vários sistemas de gestão de estrume ( <i>lagunagem</i> anaeróbia, sistema líquido, armazenagem sólida, pastagem), por espécie animal, r.	%	(V.80)
$f_{\text{gte}_w}$	Vector com os factores de emissão do poluente w, por sistema de gestão de estrume utilizado no tratamento do azoto excretado, no ramo 1.	t/t	(V.80)
$f_{\text{gte}_{r,w}}$	Coeficientes de emissão do poluente w, associados à produção da espécie animal, r, no ramo 1.	t/milhares de efectivos.	(V.81)
$f_{\text{fent}_{r,w}}$	Coeficientes de emissão do poluente w associados à fermentação entérica, por tipo de espécie animal, r, no ramo 1.	t/milhares de efectivos.	(V.82)
$a_{r,a}$	Coeficientes de produção de resíduos associados ao tipo de produção agrícola, a (a = 1 = vinha, 2 = pomares e produtos frescos, 3 = olival, 4 = arroz).	kg/ha – hectare	(V.83)
$f_{\text{seca}_a}$	Fracção de matéria seca por resíduo associado ao tipo de produção agrícola, a.	%	(V.83)
$a_{p,a}$	Rácio entre a ocupação de cada área de produção agrícola, a, e o valor da produção total do ramo 1.	ha/milhões de euros (preços constantes de base)	(V.83), (V.84)
$a_{q,r,a}$	Fracção de resíduos queimados por tipo de área de produção agrícola, a.	%	(V.83)
$f_{\text{eqra}_{a,w}}$	Factor de emissão do poluente w	g/kg	(V.83)



Anexo I – Descrição das variáveis e coeficientes do modelo proposto no Capítulo V

Coeficientes do modelo			
Coeficiente	Descrição	Unidade	Expressões
	(excepto CO <sub>2</sub> ) devido à queima de resíduos, por tipo de área de produção agrícola, a.		
fe <sub>fn<sub>dw</sub></sub>	Factor de emissão do poluente w (excepto CO <sub>2</sub> ) devido à aplicação de fertilizantes azotados, em função do tipo de tratamento, d (d = 1 = deposição directa, 2 = deposição atmosférica, 3 = <i>lixiviação</i> do azoto).	g/kg N	(V.84)
af <sub>nd</sub>	Padrão de aplicação de fertilizantes azotados para cada tipo de tratamento, d, em função da área total de produção agrícola.	kg N/ha	(V.84)
arsudom	Quantidade de RSU gerada por unidade de consumo total das famílias e das ISFLSF no território.	t/ milhões de euros (preços constantes de aquisição).	(V.87)
arsucomserv	Quantidade total de RSU gerada por unidade de <i>output</i> total dos ramos de comércio e serviços.	t/ milhões de euros (preços constantes de base).	(V.88)
e <sub>19</sub>	Vector de uns com dimensões convenientes.	Sem dimensão.	(V.88)
arsu90	Quantidade total de RSU tratada e manuseada por unidade de <i>output</i> total do ramo de saneamento, higiene pública e serviços similares.	t/ milhões de euros (preços constantes de base).	(V.89)
frsuaterro	Percentagem de RSU que é depositada em aterro.	%	(V.90)
aresiduo <sub>u</sub>	Percentagem de resíduo gerada de tipo u (u = 1 = matéria orgânica, 2 = papel e cartão, 3 = plástico, 4 = madeira, 5 = vidro, 6 = metais, 7 = têxteis, 8 = outros inertes).	%	(V.90)
n	Ano de deposição dos resíduos em aterro.	ano	(V.91)
k <sub>u</sub>	Taxa de produção de metano.	%	(V.91)
mfersu <sub>u</sub>	Factor de correcção de metano para os RSU.	%	(V.91)
docrsu <sub>u</sub>	Carbono orgânico degradável nos RSU.	tC/t RSU	(V.91)
docfrsu <sub>u</sub>	Fracção <i>dissimilativa</i> do carbono orgânico degradável nos RSU.	%	(V.91)
f <sub>w</sub>	Fracção do poluente w = 4, 7 (por volume) no biogás.	%	(V.91)
$\frac{16}{12}$	Razão entre os pesos moleculares do CH <sub>4</sub> e do C.	Peso molecular de CH <sub>4</sub> /peso molecular do C	(V.91)
2	Factor multiplicativo (1+(50%/50%)) que assume que aproximadamente 50% do	Sem dimensão	(V.92), (V.98)

Anexo I – Descrição das variáveis e coeficientes do modelo proposto no Capítulo V

Coeficientes do modelo			
Coeficiente	Descrição	Unidade	Expressões
	poluente é CO <sub>2</sub> e 50% é CH <sub>4</sub> (Ferreira <i>et al.</i> , 2006).		
densch4	Densidade do CH <sub>4</sub> , que permite converter os valores de kg para m <sup>3</sup> (Lazriev, 2004).	kg/m <sup>3</sup>	(V.92), (V.98)
10 <sup>6</sup>	Constante que permite converter os valores de Gg para kg.	kg/Gg	(V.92), (V.98)
cconm	Concentração de compostos orgânicos não metânicos (CONM) no biogás.	ppmv-partes por milhão em volume	(V.92), (V.98)
10 <sup>-6</sup>	Factor utilizado para corrigir a concentração de CONM para unidades de ppmv. Constante que permite converter kg em Gg.	Milhões de ppmv/ppmv Gg/kg	(V.92), (V.94), (V.97), (V.98), (V.100), (V.102), (V.106), (V.107), (V.108), (V.109)
86.18	Peso molecular de CONM como hexano.	gmol	(V.92), (V.98)
pop	Pressão da operação.	atm = 1 atmosfera	(V.92), (V.98)
(8.205) (10 <sup>-5</sup> )	Constante que permite converter as emissões de CONM para kg/ano.	m <sup>3</sup> atm/gmol K	(V.92), (V.98)
1000	Constante que permite converter kg para g.	g/kg	(V.92), (V.98)
273	Constante que permite converter a temperatura em graus Celsius (°C) para graus (Kelvin) K.	Sem dimensão	(V.92), (V.98)
top	Temperatura do gás deposito.	°C	(V.92), (V.98)
covnm	Percentagem de COVNM em peso.	%	(V.92), (V.98)
firsucomp	Percentagem de resíduos que é sujeita a valorização orgânica.	%	(V.93)
fersucomp <sub>w</sub>	Factor de emissão do poluente w devido ao tratamento biológico de resíduos orgânicos (coeficiente intervalar).	kg/t	(V.94)
redemrsu <sub>w</sub>	Tecnologia de redução de emissões, em % de redução de emissões, para o poluente w.	%	(V.94)
ari <sub>j</sub>	Quantidade total de resíduos industriais gerada por unidade de <i>output</i> total do sector j (j = 15 a 37).	t/ milhões de euros (preços constantes de base)	(V.95)
fripri	Fracção de resíduos industriais perigosos no total de resíduos industriais.	%	(V.95)
fribaterro	Percentagem de RIB que é depositada em aterro.	%	(V.96)
friborgaterro	Percentagem de RIB orgânicos depositada em aterro.	%	(V.96)

Anexo I – Descrição das variáveis e coeficientes do modelo proposto no Capítulo V

Coeficientes do modelo			
Coeficiente	Descrição	Unidade	Expressões
feriborg <sub>w</sub>	Factor de emissão do poluente w devido à deposição de RIB orgânicos em aterro.	kg/t	(V.97)
fribincinsve	Percentagem de RIB que é sujeita a incineração (sem valorização energética).	%	(V.99)
feribincin <sub>w</sub>	Factor de emissão do poluente w devido à incineração de RIB.	kg/t	(V.100)
arhininc <sub>85</sub>	Quantidade de resíduos hospitalares sujeita a incineração por unidade de <i>output</i> do ramo 85 (saúde e acção social).	t/milhões de euros (preços constantes de base).	(V.101)
ferhincin <sub>w</sub>	Factor de emissão do poluente w (assume valores nulos em w = 8) devido à incineração de resíduos hospitalares.	kg/t	(V.102)
frsuincin (fribincin)	Fracção de RSU (de RIB) incinerados com e sem aproveitamento energético.	%	(V.103)
ccrsurib	Teor de carbono nos RSU e RIB.	%	(V.103)
fcfrsurib	Teor de carbono fóssil (ou fracção não biogénica) nos RSU e RIB.	%	(V.103)
ccrh	Teor de carbono nos resíduos hospitalares.	%	(V.103)
fcfrh	Teor de carbono fóssil (ou fracção não biogénica) nos resíduos hospitalares.	%	(V.103)
efqueima	Eficiência de combustão.	%	(V.103)
bod	bod ( <i>biochemical oxygen demand</i> ) per capita.	kg/ milhares de habitantes ano	(V.105)
feagd <sub>l_w</sub>	Factor de emissão do poluente w devido ao tratamento de águas residuais domésticas, em função da componente organicamente degradável.	kg/kg bod	(V.106)
ds	Fracção de águas residuais convertida em lamas residuais.	%	(V.106)
recagdt <sub>w</sub>	Taxa de redução do poluente w associada ao tratamento de águas residuais, através de tecnologias de recuperação (e.g. ventilação, queima).	%	(V.106)
fesd <sub>w</sub>	Factor de emissão do poluente w devido ao tratamento de lamas residuais.	kg/kg bod	(V.106)
recds <sub>w</sub>	Taxa de redução do poluente w associada ao tratamento de lamas residuais, através de tecnologias	%	(V.106)

Anexo I – Descrição das variáveis e coeficientes do modelo proposto no Capítulo V

Coeficientes do modelo			
Coeficiente	Descrição	Unidade	Expressões
	de recuperação (e.g. ventilação, queima).		
feagd2 <sub>w</sub>	Factor de emissão do poluente w associado ao azoto existente nas águas residuais domésticas.	kg/kg N	(V.107)
cprot	Capitação de proteína.	kg/milhares de habitantes ano	(V.107)
fnpr	Fracção de Azoto (N) na proteína.	%	(V.107)
fseptic	Percentagem da população servida com fossas sépticas.	%	(V.107)
feagd3 <sub>w</sub>	Factor de emissão do poluente w associado ao tratamento de águas residuais domésticas, em função das águas residuais tratadas.	kg/m <sup>3</sup>	(V.108)
cagd	Capitação de água de abastecimento.	m <sup>3</sup> /milhares de habitantes ano	(V.108)
fsaneamento	Taxa de saneamento.	%	(V.108)
feagind <sub>w</sub>	Factor de emissão do poluente w devido ao tratamento de águas residuais industriais.	kg/milhares de habitante equivalente	(V.109)
etco <sup>U</sup>	Limite superior das emissões de CO.	Gg	(V.110)
etnox <sup>U</sup>	Limite superior das emissões de NO <sub>x</sub> .	Gg	(V.111)
etn2o <sup>U</sup>	Limite superior das emissões de N <sub>2</sub> O.	Gg	(V.112)
etch4 <sup>U</sup>	Limite superior das emissões de CH <sub>4</sub> .	Gg	(V.113)
etcovnm <sup>U</sup>	Limite superior das emissões de COVNM.	Gg	(V.114)
etso2 <sup>U</sup>	Limite superior das emissões de SO <sub>2</sub> .	Gg	(V.115)
etnh3 <sup>U</sup>	Limite superior das emissões de NH <sub>3</sub> .	Gg	(V.116)
etco2 <sup>U</sup>	Limite superior das emissões de CO <sub>2</sub> .	Gg	(V.117)
310	Factor de conversão das emissões de N <sub>2</sub> O em CO <sub>2</sub> equivalente.	Gg CO <sub>2</sub> /Gg N <sub>2</sub> O	(V.118)
21	Factor de conversão das emissões de CH <sub>4</sub> em CO <sub>2</sub> equivalente.	Gg CO <sub>2</sub> /Gg CH <sub>4</sub>	(V.118)

Anexo I – Descrição das variáveis e coeficientes do modelo proposto no Capítulo V

<b>Coefficientes do modelo</b>			
<b>Coefficiente</b>	<b>Descrição</b>	<b>Unidade</b>	<b>Expressões</b>
$pag^U$	Limite superior do potencial de aquecimento global.	Gg de CO <sub>2</sub> equivalente	(V.118)
21.74	Factor de conversão das emissões de NO <sub>x</sub> em equivalente ácido.	Gg equivalente ácido/Gg NO <sub>x</sub>	(V.119)
31.25	Factor de conversão das emissões de SO <sub>2</sub> em equivalente ácido.	Gg equivalente ácido/Gg SO <sub>2</sub>	(V.119)
58.82	Factor de conversão das emissões de NH <sub>3</sub> em equivalente ácido.	Gg equivalente ácido/Gg NH <sub>3</sub>	(V.119)
$eac^U$	Limite superior do potencial de equivalente ácido	Gg de equivalente ácido	(V.119)
1.22	Factor de conversão das emissões de NO <sub>x</sub> em COVNM equivalente.	Gg COVNM/Gg NO <sub>x</sub>	(V.120)
0.11	Factor de conversão das emissões de CO em COVNM equivalente.	Gg COVNM/Gg CO	(V.120)
0.014	Factor de conversão das emissões de CH <sub>4</sub> em COVNM equivalente.	Gg COVNM/Gg CH <sub>4</sub>	(V.120)
$pfof^U$	Limite superior do potencial de formação de ozono troposférico.	Gg de COVNM equivalente	(V.120)
$e_{20}$	Vector de uns com dimensões convenientes.	Sem dimensão.	(V.124)
$e_{21}$	Vector de uns com dimensões convenientes.	Sem dimensão.	(V.124)



## **Anexo II**

### **Especificação numérica do modelo proposto no Capítulo V**

#### *I. Pressupostos assumidos para a construção das matrizes de coeficiente técnicos (expressões V.1, V.17 e V.28)*

A estrutura da matriz simétrica de produção nacional adaptada, a preços de base, é dada na Figura AII.1.

Os ramos de actividade reais e artificiais considerados na matriz de produção do modelo são dados na Tabela AII.1.

As importações não competitivas de energia, sem equivalente endógeno, são dadas na Tabela AII.2.

Os ramos artificiais, externos à matriz de produção nacional, correspondentes aos combustíveis de biomassa (considerados como ramos não comerciais), são dados na Tabela AII.3.

	<b>Produtos (Ramos homogéneos)</b>	<b>Componentes da procura final</b>	<b>Importações competitivas de energia</b>	<b>Totais dos empregos dos produtos de origem nacional a preços de base</b>
<b>Produtos (Ramos homogéneos)</b>	<b>Quadrante 1 (A)</b> Consumos intermédios dos produtos não energéticos, de origem nacional, a preços de base, e consumos intermédios de produtos energéticos em tep.	<b>Quadrante 2 (B)</b> Empregos finais dos produtos não energéticos, de origem nacional, a preços de base, e empregos finais dos produtos energéticos em tep.	<b>Quadrante 3 (C)</b> Importações totais competitivas de energia em tep.	$(A) + (B) - (C)$
	<b>Quadrante 3 (D)</b> Importações de <i>inputs</i> intermédios	<b>Quadrante 4 (E)</b> Importações para Procura Final		$(D) + (E)$ Total das importações não competitivas
	<b>(F)</b> Impostos sobre os <i>inputs</i> intermédios	<b>(G)</b> Impostos sobre a Procura Final		$(F) + (G)$ Total dos impostos sobre os produtos
	<b>(H)</b> Subsídios aos <i>inputs</i> intermédios	<b>(I)</b> Subsídios à Procura Final		$(H) + (I)$ Total dos Subsídios aos produtos
<b>Componentes do VAB</b>	VAB a preços de base			

**Figura AII. 1.** Representação esquemática da matriz de produção nacional adaptada.

**Tabela AII. 1.** Ramos de actividade considerados no modelo.

<b>Ramos de actividade</b>	
<b>01</b>	Agricultura, produção animal, caça e serviços relacionados
<b>02</b>	Silvicultura, exploração florestal e serviços relacionados
<b>05</b>	Pesca e da aquacultura e serviços relacionados
<b>12</b>	Extracção de minérios e concentrados de urânio e de tório
<b>13</b>	Extracção e preparação de minérios metálicos
<b>14</b>	Outras indústrias extractivas
<b>15</b>	Indústrias alimentares e das bebidas
<b>16</b>	Indústria do tabaco
<b>17</b>	Fabricação de têxteis
<b>18</b>	Indústria de vestuário e de peles com pêlo



Anexo II – Especificação numérica do modelo proposto no Capítulo V

<b>Ramos de actividade</b>	
<b>19</b>	Couros e pele sem pêlo; artigos de couro e de pele sem pêlo
<b>20</b>	Indústria de madeira e cortiça e suas obras (excepto mobiliário), obras de cestaria e espartaria
<b>21</b>	Fabricação de pasta, papel e seus artigos
<b>22</b>	Edição, impressão e reprodução de suportes de informação gravados
<b>23</b>	Fabricação de produtos de coque e petrolíferos refinados
<b>A1</b>	Coque
<b>A2</b>	Gás de coque
<b>A3</b>	Gás de alto forno
<b>A4</b>	Alcatrão
<b>A5</b>	GPL
<b>A6</b>	Gasolinas
<b>A7</b>	Petróleos (petróleo iluminante, petróleo carburante)
<b>A8</b>	Jets
<b>A9</b>	Gasóleo
<b>A10</b>	Fuelóleo
<b>A11</b>	Nafta
<b>A12</b>	Lubrificantes
<b>A13</b>	Asfaltos
<b>A14</b>	Parafinas
<b>A15</b>	Solventes
<b>A16</b>	Propileno
<b>24</b>	Fabricação de produtos químicos
<b>25</b>	Fabricação de artigos de borracha e de matérias plásticas
<b>26</b>	Fabricação de outros produtos minerais não metálicos
<b>27</b>	Indústrias metalúrgicas de base
<b>28</b>	Fabricação de produtos metálicos excepto máquinas e equipamento
<b>29</b>	Fabricação de máquinas e equipamentos, não especificados
<b>30</b>	Fabricação de máquinas de escritório e equipamentos para o tratamento automático da informação
<b>31</b>	Fabricação de máquinas e aparelhos eléctricos, não especificados.
<b>32</b>	Fabricação de equipamentos e aparelhos de rádio, televisão e comunicação
<b>33</b>	Fabricação de aparelhos e instrumentos médico-cirúrgicos, de precisão de óptica e de relojoaria.
<b>34</b>	Fabricação de veículos automóveis, reboques e semi-reboques
<b>35</b>	Fabricação de outro material de transporte
<b>36</b>	Fabricação de mobiliário; outras indústrias transformadoras, não especificadas
<b>37</b>	Reciclagem
<b>40.100</b>	Distribuição de electricidade
<b>A17</b>	Co-geração
<b>A18</b>	Eólica e outras
<b>A29</b>	Geotérmica

<b>Ramos de actividade</b>	
<b>A20</b>	Hídrica
<b>A21</b>	Termoeléctrica
<b>40.200</b>	Produção e distribuição de gás por conduta
<b>A22</b>	Distribuição de gás natural
<b>A23</b>	Distribuição de gás de cidade
<b>40.300</b>	Distribuição de água quente e vapor
<b>41</b>	Água captada e distribuída
<b>45</b>	Trabalhos de construção
<b>50+51+52</b>	Comércio
<b>55</b>	Serviços de alojamento, restauração e similares
<b>60</b>	Serviços de transporte terrestre e por condutas (pipelines)
<b>61</b>	Serviços de transporte por água
<b>62</b>	Serviços de transporte aéreo
<b>63</b>	Serviços anexos e auxiliares dos transportes; serviços das agências de viagem e de turismo
<b>64</b>	Serviços de correios e telecomunicações
<b>65</b>	Serviços de intermediação financeira, excepto seguros e fundos de pensões
<b>66</b>	Serviços seguros e fundos de pensões, excepto serviços de segurança social obrigatória
<b>67</b>	Serviços auxiliares da intermediação financeira
<b>70</b>	Serviços imobiliários
<b>71</b>	Serviços de aluguer de máquinas e equipamentos sem pessoal e de bens pessoais e domésticos
<b>72</b>	Serviços informáticos e conexos
<b>73</b>	Serviços de investigação e desenvolvimento
<b>74</b>	Outros serviços prestados principalmente às empresas
<b>75</b>	Serviços da administração pública, defesa e segurança social obrigatória
<b>80</b>	Serviços de educação
<b>85</b>	Serviços de saúde e acção social
<b>90</b>	Serviços de saneamento, tratamento de resíduos, higiene pública e serviços similares
<b>91</b>	Serviços prestados por organizações associativas, não especificados.
<b>92</b>	Serviços recreativos, culturais e desportivos
<b>93</b>	Outros serviços
<b>95</b>	Serviços prestados às famílias por empregados domésticos

**Tabela AII. 2.** Importações não competitivas de energia

<b>Importações não competitivas de energia, por produto energético</b>	
<b>M1</b>	Hulha (inclui antracite) e linhite; turfa
<b>M2</b>	Petróleo bruto
<b>M3</b>	Refugos e Produtos Intermédios
<b>M4</b>	Gás Natural
<b>M5</b>	Coque de Petróleo

**Tabela AII. 3.** Ramos artificiais externos à matriz de produção nacional

<b>Biomassa não comercial</b>	
<b>W1</b>	Lenha e resíduos vegetais
<b>W2</b>	Licores sulfíticos
<b>W3</b>	Biogás
<b>W4</b>	Resíduos sólidos urbanos

A partir do sistema integrado de matrizes de *input-output* para Portugal desenvolvido por Martins (2004), procedeu-se, em primeiro lugar, à eliminação, nessas matrizes, da coluna correspondente ao ramo fictício para os empregos dos Serviços de Intermediação Financeira Indirectamente Medidos (SIFIM), de modo a obter matrizes quadradas no primeiro quadrante. Para efectuar esta eliminação procedeu-se à distribuição dos SIFIM, por ramos de actividade, proporcionalmente ao Excedente Bruto de Exploração (EBE) de cada ramo (com exclusão dos ramos que apresentavam um EBE negativo), adicionando o vector linha assim obtido ao primeiro quadrante da linha correspondente aos fornecimentos do produto 65 (Serviços de intermediação financeira excluindo seguros e fundos de pensões) e subtraindo-o ao vector de EBE, situado no terceiro quadrante das matrizes.

Os fluxos dos ramos de serviços de comércio por grosso e a retalho (ramos 50, 51 e 52) foram agregados num único ramo (ramo 50 + 51 + 52).

Relativamente à matriz simétrica de importações não competitivas (*vide* Tabela AII.7) foi necessário deduzir o valor dos ramos 10 (hulha e linhite) e 11 (petróleo bruto e

gás natural), de modo a individualizar o consumo, em tep, de cada forma de energia primária. Por outro lado, foi ainda necessário deduzir, nesta matriz, os valores correspondentes às importações competitivas de energia (importações do ramo 23), cujos fluxos se encontram na matriz de coeficientes técnicos, em tep, sendo posteriormente deduzidos através do vector coluna das importações competitivas de energia, para apuramento da produção nacional. A matriz simétrica de impostos líquidos de subsídios (Tabela AII.9) foi também obtida a partir de Martins (2004).

Os fluxos dos ramos energéticos foram desagregados através de ramos artificiais (ramos A1 a A23), de modo a individualizar os consumos e a produção, por tipo de produto energético. A repartição das componentes dos fluxos não energéticos pelos ramos de produção de electricidade, gás e água foi efectuada proporcionalmente aos valores dos custos de mercadorias vendidas e matérias consumidas e dos fornecimentos e serviços externos publicados pelo Instituto Nacional de Estatística (INE) para o ano 2003, pressupondo-se que a estrutura seria semelhante à do ano base do estudo. As remunerações destes ramos foram repartidas proporcionalmente aos valores dos custos de pessoal publicados pelo INE para o ano 2003, assumindo uma estrutura similar à do ano base do estudo. A repartição das importações e dos impostos líquidos de subsídios por estes ramos foi efectuada com base na produção destes ramos.

A repartição dos fluxos energéticos pelos diferentes ramos de actividade foi efectuada tendo em conta as estatísticas do Balanço Energético, das Vendas no Mercado Interno de Energia e dos Consumos de Energia Eléctrica produzidas pela Divisão de Estatística da Direcção Geral de Energia e Geologia. Esta informação foi ainda conciliada com a informação disponibilizada no *Quadro de Recursos e Empregos* (QRE) de 1999, de base 2000, facultado pelo INE, com dados detalhados para os ramos energéticos.

De modo a haver coerência com a óptica do SEC 95 foram deduzidos os consumos e a produção de energia referentes ao mesmo período contabilístico na mesma unidade de actividade económica (UAE). No entanto, para efeitos do cálculo das emissões decorrentes da combustão de combustíveis, foi necessário considerar os consumos próprios e perdas de refinação do ramo de fabrico de coque e produtos petrolíferos (ramo 23). Como os produtos de coqueria são produzidos no ramo 27 (metalúrgicas de base) e contabilizados no ramo 23 (fabrico de coque e produtos petrolíferos), os seus consumos devem ser evidenciados, uma vez que a sua produção não é efectuada na mesma UAE. Procedeu-se de modo similar para o ramo da distribuição de energia eléctrica (ramo 40.100), sendo excluídos os consumos das centrais eléctricas e da bombagem hidroeléctrica. Refira-se ainda, neste contexto, que o valor da produção total da energia eléctrica difere do valor apresentado no Balanço Energético de 1999, devido à dupla contabilização, neste documento, no ramo das metalo-electro-mecânicas, do consumo de energia eléctrica no ramo das metalúrgicas.

Sempre que não houve dados para os consumos de energia com o detalhe necessário, efectuou-se a dedução dos consumos relacionados com a co-geração (*e.g.* gasóleo, fuelóleo) proporcionalmente à co-geração afecta aos ramos de actividade.

A distribuição de gás natural e de gás de cidade pelos ramos dos serviços foi efectuada, por falta de outros dados coerentes, proporcionalmente aos consumos (a preços de base) evidenciados no QRE de 1999, de base 2000.

Foi necessário efectuar acertos relativos aos consumos de gasolinas, gasóleo e fuelóleo, devido à incompatibilidade do ramo dos transportes no Balanço Energético com o ramo dos transportes no Quadro de Produção Nacional. Deste modo, considerou-se que os consumos destas formas de energia, nos ramos das margens de comércio e transportes (ramo 50 + 51 + 52), se referem a parte dos consumos evidenciados no ramo de transportes do Balanço Energético (diferença apurada entre os valores determinados nas Vendas no Mercado Interno de Energia e o Balanço Energético). Por outro lado, consideraram-se apenas no ramo 40.100 (Distribuição de energia eléctrica) os consumos de gasolina e gasóleo afectos aos meios de transporte (conforme as Vendas no Mercado Interno de Energia), sendo considerados os consumos dos restantes combustíveis nos ramos da co-geração e da termoelectricidade (conforme os valores do Balanço Energético). O esquema do sistema energético inserido na matriz de coeficientes de produção nacional é representado na Figura AII. 2.

Refira-se que os coeficientes de consumo de energia inscritos na matriz de coeficientes técnicos de produção (Tabela AII.5) e no vector de coeficientes de consumo das famílias (Tabela AII.6) correspondem aos coeficientes verificados no ano base do estudo. Para obter os respectivos coeficientes intervalares, é necessário efectuar ajustamentos. No cenário de coeficientes conducente à região admissível mais abrangente considera-se, relativamente ao ano base do estudo, uma melhoria da eficiência energética, medida através dos coeficientes de utilização de energia por unidade de *output* dos diversos sectores de actividade, que sofrem uma redução de cerca de 5% para os consumos de electricidade, gasóleo e gasolina. Este cenário procurou reflectir a necessidade de reduzir, por um lado, o consumo destes combustíveis nos transportes que, de acordo com a Directiva 2003/30/CE, deverá ser substituído pelo consumo dos biocombustíveis, em 5.75%<sup>A.II.1</sup>, até Dezembro de 2010, e, por outro, a necessidade de melhorar a eficiência energética dos edifícios (*vide* Directiva 2002/91/CE). Neste cenário efectuou-se ainda a eliminação do consumo do fuelóleo nos ramos da co-geração e da termoeléctrica. Esta situação não se encontrará muito desfasada da realidade, uma vez que o governo pretende descomissionar, em 2008, a potência instalada em centrais fuel/gasóleo e alcançar até 2010 uma *produção zero* com centrais a fuel (Ministério da Economia e Inovação, 2007). Por outro lado, no cenário de coeficientes conducente à região admissível menos abrangente considera-se, relativamente ao ano base do estudo, uma redução da eficiência energética, medida através dos coeficientes de utilização de energia por unidade de *output* dos diversos sectores de actividade, que sofrem um aumento de cerca de 5% para o consumo da electricidade, para o consumo de gasóleo e para o consumo da gasolina. Neste cenário teve-se ainda em consideração o aumento da importância do gás natural nos ramos da co-geração e termoeléctrica, contemplando-se um aumento de 5% dos coeficientes de consumo desta forma de energia. Foi tida em conta, neste contexto, a pretensão de se

---

<sup>A.II.1</sup> Actualmente, o governo pretende rever este valor, aumentando-o para 10% (Ministério da Economia e Inovação, 2007).

substituir até 2010 a co-geração a fuel por gás natural (Ministério da Economia e Inovação, 2007).

Refira-se, ainda, que se considerou, na matriz de coeficientes técnicos de produção, uma alteração da composição do sector electroprodutor, dado o ano base do estudo apresentar valores atípicos para este sector. Deste modo, a composição do sector electroprodutor foi alterada com base nos dados técnicos publicados pela Rede Eléctrica Nacional (REN) para o ano de 2006 (*vide* Tabela AII.4).

**Tabela AII. 4.** Composição do sector electroprodutor.

Sector electroprodutor	1999	2010 = 2006
Co-geração	12.78%	10.95%
Eólica e outras	0.24%	6.51%
Geotérmica	0.26%	0.00%
Hídrica	17.46%	25.21%
Termoeléctrica	69.26%	57.33%

Fonte: DGGE e REN.

## ***II) Pressupostos assumidos para o cálculo do consumo das famílias e das ISFLSF (coeficientes das expressões V.2 a V.7)***

Os vectores  $\mathbf{a}_{\text{cptf}}^{\text{A.II.2}}$  e  $\mathbf{a}_{\text{csf}}$  são dados na Tabela AII.6 e baseiam-se em Martins (2004).

Como só existiam, à data da escrita da dissertação, dados estatísticos na óptica do SEC 95 a partir do ano de 1995, as séries temporais consideradas têm início neste ano.

O cálculo do deflator do consumo privado dos residentes para o período de 1995-2003 teve por base os valores, a preços correntes, do consumo privado dos residentes facultados nos *Quadros de Produção, Rendimento e Poupança das famílias e ISFLSF*, as

<sup>A.II.2</sup> O vector  $\mathbf{a}_{\text{cptf}}$  que consta da Tabela AII.6 possui os coeficientes do ano base do estudo. Para obter os coeficientes intervalares referentes aos consumos de energia considera-se, por um lado, uma redução e, por outro lado, um aumento dos coeficientes do ano base do estudo, em 5%, para os consumos de electricidade, gásóleo e gasolina.

taxas de variação real do consumo privado e as taxas de variação dos preços implícitos determinadas pelo Gabinete de Estratégia e Estudos do Ministério da Economia e da Inovação (GEEMEI), que têm como suporte as Contas Nacionais do INE, na óptica do SEC 95. Para o período de 2004 – 2010, o cálculo desta rubrica teve em consideração as taxas de variação real previstas para o consumo privado, bem como as taxas de variação do deflator do consumo privado previstas no Programa de Estabilidade e Crescimento (PEC) 2005 – 2009, de Junho de 2005, que se baseia na óptica do SEC 95 (*vide* República Portuguesa (2005)), considerando-se para 2010 valores similares aos de 2009.

O cálculo do rendimento disponível bruto das famílias e das ISFLSF a preços correntes, entre 1995 - 2003, foi efectuado tendo por base os *Quadros de Produção, Rendimento e Poupança das famílias e ISFLSF* disponibilizados pelo GEEMEI e, entre 2004 - 2010, o PEC 2005 – 2009, de Junho de 2005, considerando-se para 2010 valores similares aos de 2009.

Depois de determinado desta forma, o rendimento disponível bruto das famílias e das ISFLSF foi obtido a preços constantes através do deflator do consumo privado (Tabela AII.11).

Devido à falta de estabilidade da série de valores obtida para o cálculo do consumo privado dos residentes de acordo com a expressão (V.4), dado esta ser muito curta, optámos por considerar, em vez da propensão marginal ao consumo, a propensão média ao consumo, sendo que a componente autónoma do consumo passa a ser nula. Assim, o consumo privado dos residentes passa apenas a ser linearmente dependente do rendimento disponível dos particulares a preços constantes com uma propensão média prevista, em 2010, no seguinte intervalo<sup>AII.3</sup>:

$$\beta_1 = [0.907669, 0.916791].$$

Para o cálculo do peso das importações de turismo no consumo privado dos residentes, considerámos, dado não ser possível obter valores individualizados para esta rubrica, que as suas taxas de variação real seriam similares às taxas de variação real previstas para o consumo privado dos residentes. Assim, obtém-se para 2010:

$$\alpha = 0.0264711.$$

A estimativa do consumo das ISFLSF para o ano de 2010, a preços constantes de 1999, teve por base as taxas de variação real previstas para o consumo privado dos residentes. Deste modo, a variável *csf* considera-se limitada, superiormente e inferiormente, pelos seguintes valores<sup>AII.4</sup>:

$$1625.70 \leq csf \leq 2083.80.$$

<sup>AII.3</sup> Considerou-se uma variabilidade do coeficiente, em relação ao valor previsto, de -0.5% e 0.5%, respectivamente.

<sup>AII.4</sup> Considerou-se que o limite superior desta rubrica é majorado, em relação ao valor previsto, em 0.5%; por outro lado, o limite inferior corresponde ao valor assumido por esta rubrica no ano base do estudo.

Anexo II – Especificação numérica do modelo proposto no Capítulo V

		Ramos energéticos				Produtos energéticos - Electricidade					Produtos energéticos – Refinados	Produtos energéticos - Gás	Ramos não energéticos
		23	40.100	40.200	40.300	A17	A18	A19	A20	A21	A1 a A16	A22, A23	1 a 22, 25 a 37, 41 a 95
Ramos energéticos	23										x		
	40.100	x	x <sup>a)</sup>	x	x								x
	40.200											x	
	40.300	x		x									x
Produtos energéticos – Electricidade	A17		x		x								
	A18		x										
	A19		x										
	A20		x										
	A21		x										
Produtos energéticos – Refinados	A1 a A16	x <sup>a)</sup>	x <sup>b)</sup>	x		x				x			x
Produtos energéticos - Gás	A22, A23	x	x	x <sup>a)</sup>		x				x			x
Ramos não Energéticos	1 a 22, 25 a 37, 41 a 95	x <sup>a)</sup>	x	x	x								x
Importações não competitivas de energia	M1 a M5	x	x	x		x				x			x

x – quadrícula susceptível de assumir valor significativo.

a) Perdas no transporte e distribuição e consumos relativos a meios de transporte.

b) Consumos relativos a meios de transporte.

**Figura AII. 2.** Representação esquemática do sistema energético inserido na matriz de coeficientes de produção nacional.



**Tabela AII. 5.** Matriz de coeficientes técnicos de produção – A (Parte I).

	01	02	05	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	A1
01	0.091971	0.011301	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.229242	0.083518	0.006541	0.001375	0.000319	0.000192	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
02	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.150501	0.092659	0.000000	0.000000	0.000000
05	0.000000	0.000000	0.073972	0.000000	0.000000	0.000000	0.004028	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
12	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
13	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
14	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.014612	0.000196	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.004803	0.000000	0.000000	0.000000
15	0.179113	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.122861	0.000000	0.000000	0.000000	0.008721	0.000000	0.001630	0.000000	0.000000	0.000000
16	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
17	0.000000	0.000000	0.000791	0.000000	0.000000	0.007671	0.000000	0.000000	0.185736	0.201790	0.005774	0.000077	0.000000	0.000048	0.000000	0.000000
18	0.000000	0.000141	0.000396	0.000000	0.002809	0.003288	0.000444	0.003110	0.000408	0.139326	0.000159	0.000192	0.000529	0.000772	0.000000	0.000000
19	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.002376	0.222842	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
20	0.000180	0.000000	0.000000	0.000000	0.001873	0.000000	0.000367	0.000000	0.000306	0.000023	0.000279	0.219486	0.004494	0.000000	0.000000	0.000000
21	0.002064	0.000000	0.008505	0.000000	0.000000	0.003653	0.011154	0.000444	0.002201	0.002376	0.007287	0.004881	0.173202	0.040965	0.000000	0.000000
22	0.000601	0.000000	0.000000	0.000000	0.007491	0.004018	0.004762	0.004887	0.004340	0.002330	0.002150	0.001576	0.000000	0.107358	0.000000	0.000000
23	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	1.000000
A1	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A2	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.002075	0.000000
A3	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000299	0.000000
A4	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A5	3.092328	0.961581	0.398443	37.210900	2.142133	7.943107	3.696056	9.184500	3.478163	1.485645	0.437327	1.404446	2.634222	1.484593	0.000536	0.000000

**Tabela AII. 5.** Matriz de coeficientes técnicos de produção – A (Parte II).

	01	02	05	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	A1
<b>A6</b>	0.758459	0.042295	2.909291	11.900005	0.575239	1.199314	0.329966	1.022381	0.089760	0.015680	0.032064	0.055044	0.081056	0.276031	0.000118	0.000000
<b>A7</b>	0.115661	0.000000	3.541300	12.749000	0.000000	0.000000	0.014128	0.000743	0.000037	0.000000	0.000000	0.000193	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A8</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A9</b>	70.025177	9.576125	179.819362	202.063309	28.951214	66.623202	3.300341	0.461266	0.426533	0.059954	0.261256	2.484466	1.136966	0.632028	0.000129	0.000000
<b>A10</b>	0.654999	8.938418	3.150000	0.000000	0.000000	3.797492	15.503996	8.172584	22.786195	0.221013	1.364192	1.568456	10.348222	0.000000	0.020340	0.000000
<b>A11</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A12</b>	0.653353	0.425530	0.534366	5.544000	1.185151	0.917280	0.038550	0.016291	0.123550	0.000034	0.307651	0.132581	0.067005	0.001899	0.000038	0.000000
<b>A13</b>	0.000009	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	27.011005	0.000102	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A14</b>	0.005009	0.023325	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000002	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.250668	0.005118	0.006635	0.000000	0.000000
<b>A15</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.055356	0.002847	0.021278	0.000430	0.004336	0.000229	0.000000	0.000000
<b>A16</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>24</b>	0.028092	0.000706	0.003560	0.000000	0.002809	0.028311	0.000529	0.000000	0.006317	0.000489	0.021185	0.011876	0.012337	0.000097	0.000002	0.000000
<b>25</b>	0.000000	0.000000	0.002967	0.000000	0.000000	0.000000	0.007058	0.000000	0.002017	0.001794	0.019752	0.005342	0.004274	0.011339	0.000000	0.000000
<b>26</b>	0.002304	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.006409	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000115	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>27</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000677	0.000154	0.000000	0.002220	0.000000	0.000000
<b>28</b>	0.000902	0.000000	0.004549	0.000000	0.001873	0.012785	0.007579	0.000000	0.001630	0.001351	0.002190	0.000961	0.000264	0.000772	0.000000	0.000000
<b>29</b>	0.006171	0.006216	0.000396	0.250000	0.044007	0.005479	0.003576	0.004442	0.004442	0.003145	0.003305	0.004189	0.000000	0.000193	0.000000	0.000000
<b>30</b>	0.000000	0.000141	0.000396	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>31</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.001873	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>32</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>33</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000017	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000

**Tabela AII. 5.** Matriz de coeficientes técnicos de produção – A (Parte III).

	01	02	05	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	A1
<b>34</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>35</b>	0.000000	0.000000	0.000396	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>36</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000734	0.004893	0.000398	0.000115	0.000000	0.000097	0.000000	0.000000
<b>37</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.007006	0.000000	0.000000	0.000000
<b>40.100</b>	11.909369	0.453952	0.365028	1733.869358	124.058898	40.626188	11.042004	7.088072	32.384717	5.223586	7.304831	22.545125	69.191047	15.446085	0.003079	0.000000
<b>A17</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A18</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A19</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A20</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A21</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>40.200</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A22</b>	0.000924	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.524461	0.678447	0.000000	3.372549	0.207421	0.000000	0.353993	1.264424	0.231702	0.000000	0.000000
<b>A23</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.698191	0.000000	0.000000
<b>40.300</b>	0.636947	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	3.990991	0.008287	4.662708	0.000000	0.614996	9.938935	308.019228	7.275801	0.020873	0.000000
<b>41</b>	0.000000	0.000000	0.000198	0.000000	0.000936	0.000365	0.001604	0.000000	0.000326	0.000326	0.000199	0.000231	0.000088	0.000531	0.000000	0.000000
<b>45</b>	0.009438	0.000706	0.009296	0.000000	0.008427	0.040913	0.003619	0.006219	0.004137	0.003821	0.003942	0.007917	0.008283	0.005501	0.000001	0.000000
<b>50+51+52</b>	0.073096	0.010171	0.031646	0.000000	0.033708	0.054977	0.060586	0.011106	0.059969	0.053307	0.056308	0.046849	0.034147	0.061182	0.000002	0.000000
<b>55</b>	0.000000	0.001271	0.000989	0.000000	0.001873	0.006393	0.001357	0.001333	0.001508	0.002237	0.003385	0.003536	0.002115	0.006900	0.000000	0.000000
<b>60</b>	0.003006	0.018788	0.000791	0.500000	0.062734	0.060457	0.008389	0.014660	0.007295	0.005498	0.004420	0.021791	0.033530	0.007575	0.000002	0.000000
<b>61</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000183	0.000000	0.000000	0.000408	0.000606	0.000199	0.000038	0.002423	0.000145	0.000004	0.000000
<b>62</b>	0.000000	0.000000	0.003165	0.000000	0.000000	0.000000	0.000085	0.000000	0.000672	0.000023	0.000119	0.000000	0.000000	0.000193	0.000000	0.000000

**Tabela AII. 5.** Matriz de coeficientes técnicos de produção – A (Parte IV).

	01	02	05	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	A1
63	0.000080	0.000141	0.000198	0.000000	0.000000	0.000183	0.000316	0.000000	0.000469	0.000652	0.000358	0.000077	0.002115	0.000724	0.000000	0.000000
64	0.000000	0.003955	0.003560	0.000000	0.001873	0.005297	0.001459	0.001333	0.002078	0.003169	0.002748	0.002268	0.022647	0.012738	0.000000	0.000000
65	0.047090	0.087759	0.054628	0.000000	0.065635	0.034735	0.018076	0.046999	0.022253	0.010239	0.014094	0.022857	0.015307	0.016126	0.000000	0.000000
66	0.000301	0.000141	0.003362	0.000000	0.005618	0.003836	0.001220	0.001777	0.002751	0.001561	0.001712	0.002690	0.003437	0.001399	0.000000	0.000000
67	0.000902	0.000424	0.001384	0.000000	0.007491	0.002192	0.001237	0.000000	0.002547	0.001118	0.001075	0.003151	0.000705	0.000869	0.000000	0.000000
70	0.000741	0.000283	0.000000	0.000000	0.000000	0.031416	0.003508	0.022657	0.002812	0.004753	0.001553	0.003228	0.003569	0.012931	0.000001	0.000000
71	0.005029	0.000283	0.002769	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
72	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.003764	0.000000	0.000000
73	0.000000	0.000141	0.000000	1.750000	0.000000	0.000000	0.000205	0.000000	0.000489	0.000000	0.000080	0.000154	0.001102	0.000724	0.000001	0.000000
74	0.007754	0.014550	0.018592	0.000000	0.016854	0.021370	0.058930	0.025766	0.031768	0.026374	0.018159	0.016487	0.048026	0.116864	0.000002	0.000000
75	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
80	0.000060	0.000283	0.002176	0.250000	0.013109	0.004566	0.003089	0.009773	0.004096	0.002959	0.002270	0.002268	0.004274	0.004777	0.000001	0.000000
85	0.005250	0.000283	0.000198	0.000000	0.000000	0.000731	0.001178	0.000000	0.000204	0.000373	0.000239	0.000192	0.000088	0.002509	0.000000	0.000000
90	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000145	0.000000	0.000041	0.000023	0.000000	0.000038	0.000000	0.000048	0.000000	0.000000
91	0.000260	0.000565	0.000791	0.000000	0.004682	0.000731	0.000632	0.001333	0.001284	0.000839	0.000996	0.000730	0.001630	0.001013	0.000000	0.000000
92	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.029723	0.000000	0.000000
93	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
95	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000

**Tabela AII. 5.** Matriz de coeficientes técnicos de produção – A (Parte V).

	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10	A11	A12	A13	A14	A15	A16	24
<b>01</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000866
<b>02</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>05</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>12</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>13</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>14</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000179
<b>15</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.001703
<b>16</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>17</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.002479
<b>18</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.001045
<b>19</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>20</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000299
<b>21</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.009797
<b>22</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.003196
<b>23</b>	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000
<b>A1</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	3.718821
<b>A2</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A3</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A4</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A5</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	2.678826

**Tabela AII. 5.** Matriz de coeficientes técnicos de produção – A (Parte VI).

	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10	A11	A12	A13	A14	A15	A16	24
A6	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	1.131620
A7	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.325073
A8	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A9	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	2.796539
A10	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	86.640983
A11	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	415.447844
A12	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	3.988927
A13	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	3.924123
A14	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	3.591969
A15	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	5.305316
A16	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	14.296123
24	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.062873
25	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.005914
26	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000896
27	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.003734
28	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.014725
29	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.003047
30	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
31	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
32	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
33	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000060

**Tabela AII. 5.** Matriz de coeficientes técnicos de produção – A (Parte VII).

	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10	A11	A12	A13	A14	A15	A16	24
<b>34</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>35</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>36</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>37</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>40.100</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	42.849724
<b>A17</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A18</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A19</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A20</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A21</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>40.200</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A22</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	14.641477
<b>A23</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>40.300</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	56.135807
<b>41</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000926
<b>45</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.007198
<b>50+51+52</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.077240
<b>55</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.004092
<b>60</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.012485
<b>61</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000179
<b>62</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000

**Tabela AII. 5.** Matriz de coeficientes técnicos de produção – A (Parte VIII).

	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10	A11	A12	A13	A14	A15	A16	24
63	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000896
64	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.003106
65	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.013040
66	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.002778
67	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.002987
70	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.012276
71	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
72	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
73	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.001882
74	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.123507
75	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
80	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.007796
85	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000239
90	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000090
91	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.001105
92	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
93	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
95	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000



**Tabela AII. 5.** Matriz de coeficientes técnicos de produção – A (Parte IX).

	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	40.100	A17	A18
01	0.000170	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
02	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
05	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
12	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
13	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
14	0.000000	0.054575	0.001300	0.000201	0.000038	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
15	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
16	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
17	0.003352	0.000683	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000266	0.003395	0.000000	0.026732	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
18	0.000284	0.000552	0.001300	0.001004	0.000692	0.000000	0.001709	0.002300	0.000266	0.001599	0.001143	0.002492	0.000000	0.000002	0.000000	0.000000
19	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000098	0.000000	0.003398	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
20	0.001477	0.002600	0.000813	0.011850	0.000654	0.000000	0.000427	0.000703	0.000000	0.000443	0.001906	0.063069	0.000000	0.000004	0.000000	0.000000
21	0.005966	0.010269	0.000325	0.002460	0.003499	0.000221	0.000807	0.003386	0.003187	0.000148	0.003811	0.007838	0.066884	0.000000	0.000000	0.000000
22	0.000398	0.001943	0.004144	0.007432	0.000461	0.000221	0.000095	0.001342	0.005311	0.004330	0.015119	0.004531	0.035073	0.000000	0.000000	0.000000
23	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A1	0.000000	0.022347	127.209170	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A2	0.000000	0.000000	9.740675	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.014227	0.000000
A3	0.000000	0.000000	7.716669	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.016025	0.000000
A4	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000119	0.000000
A5	0.954081	20.096900	2.574382	4.493278	0.882189	0.221550	19.753681	0.740058	0.094182	1.744257	2.467029	2.440075	0.620016	0.000000	0.003011	0.000000

**Tabela AII. 5.** Matriz de coeficientes técnicos de produção – A (Parte X).

	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	40.100	A17	A18
A6	0.318744	0.184826	0.003435	0.038272	0.053380	0.215485	0.954715	0.165828	0.370584	0.086371	0.410476	1.337997	10.986260	0.000465	0.000000	0.000000
A7	0.000171	0.000079	0.056809	0.018932	0.000000	0.000000	0.002345	0.000000	0.000000	0.000304	0.002294	0.000568	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A8	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A9	0.886835	6.244599	0.267904	1.059910	0.108163	0.241588	4.350090	0.163760	0.275374	0.087261	1.368342	7.809149	21.756962	0.006583	0.000693	0.000000
A10	5.916779	62.641456	12.753348	0.799796	0.089683	0.000000	1.604779	0.000000	0.488686	0.197577	1.408389	0.562108	161.182207	0.000000	0.698110	0.000000
A11	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A12	1.134551	0.125392	0.512624	0.025099	0.160464	0.000000	1.033747	0.070975	0.000000	0.323048	0.053521	0.085537	1.682224	0.000000	0.000000	0.000000
A13	0.002518	11.091540	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.465652	0.000000	0.000000	0.000000	2.457449	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A14	0.033000	0.061822	0.000000	0.000482	0.000000	0.000000	0.028487	0.000000	0.000000	0.000756	0.000000	0.001812	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A15	0.018914	0.047454	0.000000	0.038731	0.000000	0.000000	0.008394	0.000000	0.000000	0.000273	0.000000	0.203674	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A16	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
24	0.160284	0.015994	0.000406	0.009089	0.005959	0.000000	0.013104	0.003130	0.004780	0.005413	0.005336	0.011372	0.007341	0.000000	0.000000	0.000000
25	0.025398	0.004649	0.000000	0.013005	0.016724	0.000000	0.050185	0.031048	0.038504	0.005019	0.001016	0.021250	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
26	0.002955	0.148020	0.000000	0.001707	0.005421	0.000000	0.000380	0.000000	0.016464	0.017887	0.000635	0.003761	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
27	0.002670	0.012948	0.077436	0.032237	0.037409	0.000000	0.036559	0.003961	0.003452	0.026178	0.038623	0.012505	0.166395	0.000000	0.000000	0.000000
28	0.004375	0.001392	0.005200	0.014964	0.033487	0.048062	0.002564	0.004344	0.002921	0.018920	0.001906	0.003579	0.001631	0.000002	0.000000	0.000000
29	0.002273	0.024136	0.003088	0.009440	0.080085	0.008195	0.006410	0.003578	0.003187	0.005929	0.003684	0.003126	0.007341	0.000000	0.000000	0.000000
30	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.223256	0.000000	0.002300	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
31	0.000057	0.000000	0.000000	0.000000	0.004152	0.000886	0.041022	0.019230	0.006904	0.011933	0.000254	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
32	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000269	0.002658	0.002279	0.001150	0.000797	0.001919	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
33	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.002999	0.000000	0.003941	0.001980	0.014605	0.005364	0.000000	0.001586	0.000000	0.000004	0.000000	0.000000

**Tabela AII. 5.** Matriz de coeficientes técnicos de produção – A (Parte XI).

	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	40.100	A17	A18
<b>34</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000269	0.000000	0.000142	0.000000	0.000000	0.058679	0.000127	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>35</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.030746	0.000272	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>36</b>	0.000000	0.000263	0.000000	0.001004	0.001384	0.000000	0.000000	0.000000	0.000266	0.037495	0.016643	0.056681	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>37</b>	0.004489	0.004360	0.066304	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>40.100</b>	22.812018	50.006303	36.568857	15.791526	2.805591	2.447304	13.159550	5.339976	5.444955	7.870286	14.349368	6.619524	0.000000	0.090795	0.000000	0.000000
<b>A17</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.127841	0.000000	0.000000
<b>A18</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.002387	0.000000	0.000000
<b>A19</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.002577	0.000000	0.000000
<b>A20</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.174596	0.000000	0.000000
<b>A21</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.692599	0.000000	0.000000
<b>40.200</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A22</b>	0.000000	95.935857	15.095901	2.298446	2.242338	0.000000	2.769121	0.000000	0.000000	1.434942	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.050227	0.000000
<b>A23</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>40.300</b>	0.000000	1.457833	31.252949	0.000000	0.000000	0.000000	0.385391	0.000000	0.001311	0.000000	0.015069	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>41</b>	0.000284	0.000709	0.000163	0.001707	0.000538	0.000000	0.000427	0.000319	0.000797	0.000172	0.001016	0.000498	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>45</b>	0.007330	0.013709	0.006825	0.008737	0.004921	0.000000	0.003324	0.005366	0.003452	0.002485	0.001398	0.004576	0.011419	0.000000	0.000000	0.000000
<b>50+51+52</b>	0.082273	0.077161	0.067116	0.103189	0.069358	0.013511	0.072690	0.074746	0.059216	0.050880	0.049676	0.089348	0.077488	0.000030	0.000000	0.000000
<b>55</b>	0.005227	0.001733	0.002031	0.009591	0.007420	0.002879	0.003371	0.004472	0.005311	0.000738	0.001779	0.005482	0.002447	0.000001	0.000000	0.000000
<b>60</b>	0.016591	0.016992	0.012351	0.008988	0.010227	0.000664	0.013152	0.008880	0.007966	0.002091	0.001525	0.009152	0.014682	0.000006	0.000000	0.000000
<b>61</b>	0.000966	0.000735	0.000000	0.001506	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000517	0.005209	0.000045	0.000816	0.000000	0.000000	0.000000
<b>62</b>	0.000000	0.000079	0.000000	0.000100	0.000000	0.000000	0.000237	0.000447	0.000531	0.000197	0.000127	0.000136	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000

**Tabela AII. 5.** Matriz de coeficientes técnicos de produção – A (Parte XII).

	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	40.100	A17	A18
63	0.000852	0.000394	0.000325	0.000452	0.000500	0.000221	0.000427	0.001022	0.000797	0.000172	0.000254	0.000453	0.000000	0.000001	0.000000	0.000000
64	0.003295	0.003861	0.001219	0.006980	0.004537	0.000443	0.002706	0.003322	0.003983	0.001058	0.001525	0.003897	0.001631	0.000005	0.000000	0.000000
65	0.012644	0.022219	0.022886	0.009849	0.022941	0.016772	0.008730	0.004819	0.035472	0.008474	0.013684	0.015567	0.039165	0.000060	0.000000	0.000000
66	0.002159	0.002337	0.001138	0.002561	0.001999	0.000000	0.001519	0.001789	0.001062	0.000935	0.002160	0.001812	0.001631	0.000003	0.000000	0.000000
67	0.001080	0.001865	0.000731	0.000904	0.006651	0.000000	0.000902	0.001661	0.003452	0.000369	0.000762	0.001948	0.001631	0.000003	0.000000	0.000000
70	0.004091	0.005962	0.006907	0.006678	0.005267	0.000664	0.006172	0.013927	0.004514	0.002091	0.015119	0.003081	0.004894	0.000002	0.000000	0.000000
71	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
72	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.002691	0.000221	0.000380	0.000767	0.000266	0.000000	0.000000	0.000091	0.000000	0.000012	0.000000	0.000000
73	0.001136	0.000158	0.000163	0.000552	0.002807	0.002879	0.005792	0.018718	0.003452	0.000246	0.012451	0.000045	0.000000	0.000002	0.000000	0.000000
74	0.044261	0.033354	0.019501	0.038915	0.032910	0.011074	0.025829	0.052322	0.046736	0.012498	0.011180	0.050156	0.008157	0.000046	0.000000	0.000000
75	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
80	0.004205	0.004832	0.006582	0.007281	0.006075	0.000000	0.010968	0.016994	0.005311	0.005831	0.008639	0.002900	0.002447	0.000000	0.000000	0.000000
85	0.000455	0.000341	0.000244	0.000603	0.000461	0.000221	0.000237	0.000447	0.000531	0.000074	0.000381	0.000362	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
90	0.000000	0.000079	0.000000	0.000151	0.000038	0.000000	0.000047	0.000000	0.000000	0.000025	0.000127	0.000045	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
91	0.000284	0.001156	0.001788	0.000552	0.000500	0.000664	0.001139	0.000447	0.001328	0.000320	0.001016	0.000680	0.001631	0.000002	0.000000	0.000000
92	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
93	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
95	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000

**Tabela AII. 5.** Matriz de coeficientes técnicos de produção – A (Parte XIII).

	A19	A20	A21	40.200	A22	A23	40.300	41	45	50+51+52	55	60	61	62	63	64
01	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.026604	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
02	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
05	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.008310	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
12	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
13	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
14	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.011618	0.000000	0.000549	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
15	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000004	0.214718	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
16	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
17	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.002149	0.004805	0.008565	0.000133	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
18	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000223	0.000785	0.002114	0.000199	0.000472	0.004965	0.000908	0.002868
19	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000320	0.000000	0.000000	0.000000	0.000382	0.000000	0.000000
20	0.000000	0.000000	0.000000	0.000001	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.025094	0.002554	0.000187	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
21	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.005371	0.000005	0.005197	0.000870	0.000000	0.000000	0.000000	0.002321	0.000000
22	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.006266	0.002012	0.014467	0.000000	0.002226	0.005426	0.006340	0.026587	0.001652
23	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A1	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A2	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A3	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A4	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A5	0.000000	0.000000	0.000000	0.001913	0.000000	0.000000	0.000000	0.144977	0.625419	1.046342	3.447763	0.771586	3.729590	0.499698	1.940792	0.021347

**Tabela AII. 5.** Matriz de coeficientes técnicos de produção – A (Parte XIV).

	A19	A20	A21	40.200	A22	A23	40.300	41	45	50+51+52	55	60	61	62	63	64
A6	0.000000	0.000000	0.000000	0.000127	0.000000	0.000000	0.000000	0.434757	0.328145	85.529760	0.209785	4.158203	2.726832	0.044669	0.618762	0.433247
A7	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000248	0.002757	0.001790	0.105949	0.003956	0.000000	0.000186	0.000000
A8	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	340.940731	0.000000	0.000000
A9	0.000000	0.000000	0.006476	0.000176	0.000000	0.000000	0.000000	2.363359	8.830429	125.268473	0.489799	123.115487	36.823520	1.740474	8.507464	1.536161
A10	0.000000	0.000000	0.753689	0.000415	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	1.160321	0.256041	0.698610	7.697101	0.000000	0.165969	0.236353	0.032783
A11	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A12	0.000000	0.000000	0.001355	0.000001	0.000000	0.000000	0.000000	0.027726	0.111327	1.864812	0.017667	1.050114	0.809376	0.026545	0.058167	0.006956
A13	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.144499	19.661281	0.000000	0.000090	0.030759	43.911141	1.928117	0.001453	0.000000
A14	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000969	0.000000
A15	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.011934	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000147	0.125724	0.000000
A16	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
24	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.033119	0.006028	0.004246	0.003774	0.000565	0.000236	0.000000	0.000303	0.000000
25	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.001253	0.000856	0.006521	0.000107	0.002658	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
26	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.090109	0.002534	0.001887	0.000000	0.000000	0.000000	0.000151	0.000000
27	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.009309	0.005185	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
28	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000358	0.019758	0.011492	0.002971	0.000000	0.000000	0.000306	0.000000	0.000000
29	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.009667	0.007393	0.002016	0.002757	0.000000	0.000000	0.000153	0.000000	0.000000
30	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000300	0.000241	0.000797	0.000000	0.000382	0.000303	0.000115
31	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.004088	0.004072	0.005928	0.000000	0.000000	0.000000	0.000959	0.004680
32	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000364	0.000324	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.003281
33	0.000000	0.000000	0.000000	0.000001	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.001113	0.000227	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000

**Tabela AII. 5.** Matriz de coeficientes técnicos de produção – A (Parte XV).

	A19	A20	A21	40.200	A22	A23	40.300	41	45	50+51+52	55	60	61	62	63	64
<b>34</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.003279	0.000000	0.001462	0.000000	0.000000	0.000000	0.000046
<b>35</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000113	0.000120	0.000166	0.001887	0.000764	0.000202	0.000000
<b>36</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000358	0.003851	0.006416	0.003693	0.000000	0.000000	0.000000	0.000101	0.000000
<b>37</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>40.100</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.001107	0.000000	0.000000	0.000000	97.790201	1.906717	10.205963	23.527911	13.522791	2.261400	0.000000	14.318050	6.802778
<b>A17</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	1.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A18</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A19</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A20</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A21</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>40.200</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	1.000000	1.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A22</b>	0.000000	0.000000	0.584610	0.038692	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.003620	0.000000	0.974553	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A23</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.003425	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.667870	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>40.300</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.007067	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.518863	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>41</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.128178	0.000578	0.001534	0.005473	0.000731	0.000236	0.000229	0.002220	0.000161
<b>45</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.002506	0.273588	0.006476	0.002810	0.033656	0.015334	0.010694	0.020987	0.005873
<b>50+51+52</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000005	0.000000	0.000000	0.000000	0.062478	0.033507	0.057045	0.094385	0.055550	0.017221	0.022533	0.018263	0.014567
<b>55</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.003938	0.004439	0.016713	0.004296	0.002857	0.000708	0.000611	0.030623	0.000000
<b>60</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000001	0.000000	0.000000	0.000000	0.000358	0.003146	0.022505	0.000094	0.032925	0.004010	0.000306	0.059883	0.001422
<b>61</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000055	0.001328	0.000000	0.000000	0.146025	0.000076	0.000050	0.000115
<b>62</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000179	0.000000	0.007436	0.000000	0.000000	0.000000	0.072411	0.004086	0.000872

**Tabela AII. 5.** Matriz de coeficientes técnicos de produção – A (Parte XVI).

	A19	A20	A21	40.200	A22	A23	40.300	41	45	50+51+52	55	60	61	62	63	64
63	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.042428	0.000332	0.027715	0.005554	0.001263	0.113234	0.140926	0.003683	0.000000
64	0.000000	0.000000	0.000000	0.000001	0.000000	0.000000	0.000000	0.010562	0.004043	0.018883	0.004122	0.007575	0.001887	0.006798	0.070830	0.193756
65	0.000000	0.000000	0.000000	0.000010	0.000000	0.000000	0.000000	0.028698	0.019065	0.037131	0.018204	0.021449	0.034872	0.031585	0.024481	0.036584
66	0.000000	0.000000	0.000000	0.000001	0.000000	0.000000	0.000000	0.002327	0.001507	0.002388	0.000803	0.006678	0.004482	0.002903	0.001261	0.000964
67	0.000000	0.000000	0.000000	0.000001	0.000000	0.000000	0.000000	0.000179	0.001753	0.002918	0.001137	0.000897	0.000000	0.000993	0.000706	0.001652
70	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.002685	0.006396	0.026784	0.013877	0.017044	0.041283	0.009548	0.014176	0.008924
71	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000537	0.000000	0.018939	0.005968	0.000000	0.000000	0.000000	0.000706	0.000000
72	0.000000	0.000000	0.000000	0.000002	0.000000	0.000000	0.000000	0.004475	0.000009	0.002012	0.000361	0.026712	0.012267	0.010694	0.010393	0.012961
73	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000358	0.000041	0.000243	0.000000	0.001329	0.000000	0.000000	0.000000	0.001514
74	0.000000	0.000000	0.000000	0.000008	0.000000	0.000000	0.000000	0.023093	0.021994	0.053653	0.034861	0.025815	0.027601	0.027192	0.088992	0.058246
75	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
80	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.003759	0.001789	0.003635	0.003091	0.004851	0.001887	0.011381	0.005701	0.013604
85	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000179	0.000565	0.000874	0.000602	0.000598	0.000236	0.000076	0.000706	0.000000
90	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000055	0.000150	0.000495	0.000066	0.000000	0.000000	0.000202	0.000023
91	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000179	0.000528	0.002999	0.000870	0.001694	0.002359	0.001375	0.001312	0.001629
92	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000004	0.002221	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
93	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000417	0.012767	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
95	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000



**Tabela AII. 5.** Matriz de coeficientes técnicos de produção – A (Parte XVII).

	65	66	67	70	71	72	73	74	75	80	85	90	91	92	93	95
<b>01</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000717	0.000115	0.006436	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>02</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000011	0.000038	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>05</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000078	0.000267	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>12</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>13</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>14</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000605	0.000000	0.000000	0.000076	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>15</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.001210	0.000000	0.003766	0.002891	0.022493	0.000000	0.000000	0.000029	0.000000	0.000000
<b>16</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>17</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000605	0.000061	0.000524	0.000076	0.006947	0.000000	0.000000	0.000057	0.005228	0.000000
<b>18</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000066	0.000134	0.000445	0.000000	0.000848	0.000364	0.000115	0.001931	0.001604	0.000000	0.004790	0.000000	0.000000
<b>19</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000086	0.000013	0.000022	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>20</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000605	0.001007	0.000000	0.000038	0.000022	0.000000	0.000000	0.003878	0.033113	0.000000
<b>21</b>	0.000016	0.000511	0.000000	0.000564	0.000200	0.014784	0.007262	0.014241	0.000214	0.001617	0.000388	0.000535	0.004118	0.001768	0.001376	0.000000
<b>22</b>	0.010329	0.007012	0.005530	0.015018	0.016367	0.022621	0.004539	0.029474	0.000086	0.004228	0.007834	0.001069	0.022087	0.004334	0.011374	0.000000
<b>23</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A1</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A2</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A3</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A4</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A5</b>	0.022012	0.000000	0.009643	0.072313	0.329203	0.067990	0.645380	0.481140	1.577523	1.239979	2.248228	1.054392	3.464010	1.432820	1.657661	0.000000

**Tabela AII. 5.** Matriz de coeficientes técnicos de produção – A (Parte XVIII).

	65	66	67	70	71	72	73	74	75	80	85	90	91	92	93	95
<b>A6</b>	0.685529	0.558079	0.285993	0.025961	6.411210	0.193913	0.038489	0.512777	2.383173	0.013796	0.192421	0.087185	10.162474	0.979441	0.716935	0.000000
<b>A7</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000190	0.000710	0.000000	0.000006	0.000000	0.000274	0.000000	0.000092	0.000000
<b>A8</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	2.879253	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A9</b>	0.248850	0.217839	0.134649	0.369573	6.220370	0.229526	0.530827	1.693700	7.833481	0.069692	0.389998	6.160415	15.597638	0.886276	0.762318	0.000000
<b>A10</b>	0.011625	0.000000	0.000000	0.958203	0.000000	0.000000	0.013594	1.242933	0.229893	0.095413	3.269349	0.000000	6.636711	0.314696	0.858296	0.000000
<b>A11</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A12</b>	0.000538	0.000000	0.000000	0.000022	0.021637	0.000500	0.002184	0.005996	0.083064	0.001072	0.000522	0.061211	0.023506	0.000787	0.010634	0.000000
<b>A13</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.001487	0.000000	0.000000	0.000000	0.041892	1.249926	0.009482	0.000000	0.000000	19.540093	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A14</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000053	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A15</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A16</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>24</b>	0.000255	0.000000	0.000270	0.000443	0.000200	0.000802	0.010590	0.000303	0.000214	0.000853	0.033446	0.001604	0.010482	0.001654	0.026325	0.000000
<b>25</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.006768	0.000908	0.011256	0.000011	0.000115	0.000111	0.000267	0.000000	0.003906	0.000000	0.000000
<b>26</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.003934	0.003151	0.000011	0.000255	0.000022	0.000000	0.000250	0.000057	0.000092	0.000000
<b>27</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>28</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000303	0.006742	0.000000	0.000318	0.001343	0.000000	0.000000	0.004562	0.000000	0.000000
<b>29</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000011	0.018705	0.000000	0.000605	0.000000	0.000749	0.000306	0.000843	0.000000	0.000125	0.000000	0.000000	0.000000
<b>30</b>	0.002311	0.000000	0.005260	0.000000	0.000000	0.000000	0.000303	0.000000	0.000182	0.000178	0.000000	0.000000	0.000250	0.000228	0.000092	0.000000
<b>31</b>	0.000701	0.006428	0.001079	0.000011	0.000000	0.000000	0.000908	0.000000	0.001637	0.000828	0.000577	0.005079	0.001248	0.000029	0.000000	0.000000
<b>32</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000321	0.000191	0.000000	0.000000	0.000125	0.003422	0.000000	0.000000
<b>33</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.003026	0.000409	0.000053	0.000229	0.002330	0.000000	0.000125	0.008497	0.000000	0.000000

**Tabela AII. 5.** Matriz de coeficientes técnicos de produção – A (Parte XIX).

	65	66	67	70	71	72	73	74	75	80	85	90	91	92	93	95
<b>34</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000303	0.000030	0.000342	0.000076	0.000366	0.005079	0.001373	0.000057	0.000000	0.000000
<b>35</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000877	0.000013	0.000000	0.000000	0.000000	0.000114	0.000000	0.000000
<b>36</b>	0.001068	0.000000	0.007553	0.000321	0.000067	0.000089	0.001513	0.000136	0.005210	0.001732	0.000588	0.000802	0.003868	0.002652	0.004036	0.000000
<b>37</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>40.100</b>	5.494054	2.797410	0.860974	2.472567	0.426426	7.390189	13.295550	1.402220	7.010157	4.525808	4.696000	20.035480	20.435379	8.889057	104.299235	0.000000
<b>A17</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A18</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A19</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A20</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A21</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>40.200</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A22</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	33.052531	0.000000	0.000000	0.463690	0.404059	0.000000	9.087245	0.000000	3.339957	0.000000
<b>A23</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	22.651203	0.000000	0.000000	0.317771	0.276906	0.000000	6.227572	0.000000	2.288903	0.000000
<b>40.300</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>41</b>	0.000462	0.000365	0.000000	0.000719	0.000267	0.000178	0.004539	0.000682	0.005360	0.002598	0.002297	0.010158	0.015723	0.002253	0.007430	0.000000
<b>45</b>	0.003283	0.000000	0.012409	0.060262	0.010154	0.009707	0.006959	0.005643	0.002546	0.002738	0.002131	0.000267	0.032568	0.002965	0.013484	0.000000
<b>50+51+52</b>	0.004463	0.005186	0.008632	0.004726	0.031198	0.014873	0.015129	0.024944	0.010334	0.006889	0.040670	0.016840	0.019341	0.023979	0.046964	0.000000
<b>55</b>	0.007523	0.016215	0.004316	0.003154	0.001871	0.012824	0.007564	0.015567	0.011190	0.006087	0.007768	0.001337	0.005615	0.003707	0.004403	0.000000
<b>60</b>	0.001132	0.000000	0.000540	0.002623	0.001002	0.004275	0.006052	0.007658	0.005210	0.002254	0.001176	0.032077	0.026080	0.001426	0.003119	0.000000
<b>61</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000089	0.000067	0.000178	0.008170	0.001720	0.002621	0.001006	0.000055	0.001069	0.000000	0.000285	0.000000	0.000000
<b>62</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.001948	0.000668	0.003919	0.001210	0.003454	0.002257	0.001248	0.001076	0.001069	0.013976	0.001511	0.000917	0.000000

**Tabela AII. 5.** Matriz de coeficientes técnicos de produção – A (Parte XX).

	65	66	67	70	71	72	73	74	75	80	85	90	91	92	93	95
63	0.000000	0.000000	0.000000	0.000885	0.000935	0.002672	0.000303	0.002689	0.000310	0.000127	0.006802	0.015237	0.000000	0.001397	0.001559	0.000000
64	0.024913	0.027756	0.010656	0.007946	0.006079	0.011132	0.008775	0.012105	0.011596	0.008749	0.005737	0.002673	0.135265	0.008867	0.010640	0.000000
65	0.037384	0.021234	0.052574	0.075162	0.076561	0.028911	0.008025	0.037463	0.012810	0.008757	0.017878	0.030086	0.001625	0.029627	0.049207	0.005633
66	0.001323	0.004967	0.000405	0.000199	0.009219	0.001069	0.000303	0.000992	0.000043	0.000178	0.000233	0.001337	0.000873	0.000627	0.000092	0.000000
67	0.001690	0.212842	0.000000	0.000387	0.002873	0.001603	0.001513	0.003295	0.000000	0.000127	0.000178	0.000535	0.000000	0.003678	0.000092	0.000000
70	0.020800	0.028267	0.035339	0.026971	0.014563	0.034911	0.002118	0.015612	0.006932	0.005361	0.004239	0.002138	0.011730	0.011519	0.011741	0.000000
71	0.002997	0.004456	0.001214	0.000000	0.000000	0.005611	0.006657	0.013196	0.003359	0.012161	0.006636	0.006148	0.029449	0.006986	0.000000	0.000000
72	0.020545	0.000000	0.004856	0.006640	0.014029	0.015229	0.001513	0.011067	0.004440	0.002827	0.005693	0.001871	0.002745	0.003422	0.010273	0.000000
73	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.003919	0.039335	0.000288	0.002707	0.000649	0.000610	0.000000	0.000998	0.000000	0.000000	0.000000
74	0.112976	0.085312	0.169007	0.063925	0.051106	0.164046	0.169443	0.154219	0.021738	0.039846	0.042323	0.126704	0.150987	0.148124	0.073840	0.000000
75	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
80	0.002502	0.000000	0.000405	0.000376	0.000868	0.003830	0.001815	0.003341	0.001904	0.001019	0.000233	0.001871	0.000000	0.003222	0.000092	0.000000
85	0.000000	0.000000	0.000000	0.000675	0.000401	0.002672	0.002421	0.004401	0.000257	0.001643	0.040548	0.000535	0.000000	0.002338	0.000642	0.000000
90	0.000000	0.000000	0.000000	0.000066	0.000000	0.000000	0.000303	0.000061	0.001102	0.000166	0.000200	0.007485	0.000998	0.000143	0.000275	0.000000
91	0.000000	0.000000	0.000000	0.000133	0.002004	0.001425	0.000000	0.000954	0.000000	0.000255	0.000322	0.000267	0.000125	0.000485	0.000092	0.000000
92	0.000000	0.000000	0.001214	0.000409	0.000000	0.010420	0.000000	0.068190	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.141753	0.022497	0.000000	0.000000
93	0.000000	0.000000	0.000000	0.000133	0.000000	0.000000	0.000908	0.000000	0.000310	0.005629	0.001709	0.000802	0.007861	0.023951	0.018437	0.000000
95	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000

**Tabela AII. 6.** Vectores  $\mathbf{a}_g$ ,  $\mathbf{a}_{\text{cptf}}$ ,  $\mathbf{a}_{\text{csf}}$ ,  $\mathbf{a}_{\text{fbcf}}$ ,  $\mathbf{a}_{\text{sc}}$ ,  $\mathbf{a}_{\text{acov}}$ ,  $\mathbf{a}_{\text{exp}}$  (Parte I).

	$\mathbf{a}_g$	$\mathbf{a}_{\text{cptf}}$	$\mathbf{a}_{\text{csf}}$	$\mathbf{a}_{\text{fbcf}}$	$\mathbf{a}_{\text{sc}}$	$\mathbf{a}_{\text{acov}}$	$\mathbf{a}_{\text{exp}}$
<b>01</b>	0.000000	0.015331	0.000000	0.009456	0.029279	0.000000	0.005430
<b>02</b>	0.000000	0.000928	0.000000	0.000631	-0.027635	0.000000	0.001809
<b>05</b>	0.000000	0.004218	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.002455
<b>12</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	-0.000308	0.000000	0.000025
<b>13</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	-0.002055	0.000000	0.003928
<b>14</b>	0.000000	0.000035	0.000000	0.000000	0.003287	0.000000	0.001809
<b>15</b>	0.000000	0.085009	0.000000	0.000000	0.145059	0.000000	0.054124
<b>16</b>	0.000000	0.002863	0.000000	0.000000	-0.002979	0.000000	0.001123
<b>17</b>	0.000000	0.004647	0.000000	0.000119	-0.002568	0.000000	0.086466
<b>18</b>	0.000000	0.013788	0.000000	0.000000	-0.004418	0.000000	0.093109
<b>19</b>	0.000000	0.003513	0.000000	0.000000	-0.000719	0.000000	0.060767
<b>20</b>	0.000000	0.000669	0.000000	0.000061	0.003698	0.000000	0.039011
<b>21</b>	0.000000	0.000454	0.000000	0.000000	-0.017875	0.000000	0.038234
<b>22</b>	0.000033	0.004752	0.000000	0.000000	-0.009862	0.000000	0.001780
<b>23</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A1</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	20.823413	0.000000	1.935192
<b>A2</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A3</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A4</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A5</b>	0.000000	11.629728	0.000000	0.000000	-2.956678	0.000000	0.448083
<b>A6</b>	0.000000	0.002112	0.000000	0.000000	-0.692120	0.000000	22.698756
<b>A7</b>	0.000000	0.245087	0.000000	0.000000	-3.210206	0.000000	0.000000
<b>A8</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	5.437305	0.000000	19.097682
<b>A9</b>	0.000000	0.050118	0.000000	0.000000	41.682188	0.000000	6.951587
<b>A10</b>	0.000000	0.001348	0.000000	0.000000	133.563797	0.000000	18.338655
<b>A11</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	13.473290	0.000000	0.930012
<b>A12</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	20.513098	0.000000	3.426642
<b>A13</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	15.861414	0.000000	3.222528
<b>A14</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	-3.569899	0.000000	0.224182
<b>A15</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	-3.601212	0.000000	0.944871
<b>A16</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	-1.252589	0.000000	3.244045
<b>24</b>	0.013508	0.004106	0.000000	0.000000	0.001027	0.000000	0.040282
<b>25</b>	0.000000	0.002732	0.000000	0.000978	0.004623	0.000000	0.021305
<b>26</b>	0.000000	0.000481	0.000000	0.000000	0.022293	0.000000	0.031992
<b>27</b>	0.000000	0.000019	0.000000	0.000000	-0.000822	0.135262	0.017720
<b>28</b>	0.000000	0.000308	0.000000	0.000210	0.013253	0.000000	0.023500
<b>29</b>	0.000000	0.000835	0.000000	0.016815	0.004212	0.000000	0.044166
<b>30</b>	0.000000	0.000182	0.000000	0.006822	0.000616	0.000000	0.003491
<b>31</b>	0.000000	0.000323	0.000000	0.000126	-0.015924	0.000000	0.058298
<b>32</b>	0.000000	0.000443	0.000000	0.000496	-0.010479	0.000000	0.052961

**Tabela AII. 6.** Vectores  $\mathbf{a}_g$ ,  $\mathbf{a}_{cptf}$ ,  $\mathbf{a}_{csf}$ ,  $\mathbf{a}_{fbcf}$ ,  $\mathbf{a}_{sc}$ ,  $\mathbf{a}_{acov}$ ,  $\mathbf{a}_{exp}$  (Parte II).

	$\mathbf{a}_g$	$\mathbf{a}_{cptf}$	$\mathbf{a}_{csf}$	$\mathbf{a}_{fbcf}$	$\mathbf{a}_{sc}$	$\mathbf{a}_{acov}$	$\mathbf{a}_{exp}$
<b>33</b>	0.000000	0.000262	0.000000	0.000210	-0.002157	0.000673	0.007214
<b>34</b>	0.000000	0.001344	0.000000	0.003852	0.009143	0.000000	0.126860
<b>35</b>	0.000000	0.000180	0.000000	0.010043	0.041812	0.000000	0.014370
<b>36</b>	0.000000	0.010374	0.000000	0.008333	0.007910	0.220727	0.018402
<b>37</b>	0.000000	-0.000044	0.000000	0.000000	0.003082	0.000000	0.000000
<b>40.100</b>	0.000000	11.908008	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	13.935118
<b>A17</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A18</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A19</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A20</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A21</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>40.200</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A22</b>	0.000000	0.578632	0.000000	0.000000	7.835065	0.000000	0.000000
<b>A23</b>	0.000000	0.708704	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>40.300</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>41</b>	0.000056	0.002902	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000018
<b>45</b>	0.000000	0.001200	0.000000	0.475078	0.317033	0.000000	0.000166
<b>50+51+52</b>	0.014322	0.188059	0.000000	0.084946	0.000000	0.233513	0.014550
<b>55</b>	0.000075	0.086274	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.006084
<b>60</b>	0.000743	0.009047	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.019814
<b>61</b>	0.000000	0.000252	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.006019
<b>62</b>	0.000000	0.000936	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.029497
<b>63</b>	0.000000	0.008583	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.008420
<b>64</b>	0.000000	0.021543	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.006687
<b>65</b>	0.000000	0.009189	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.005932
<b>66</b>	0.000000	0.014450	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.002177
<b>67</b>	0.000000	0.000790	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.002394
<b>70</b>	0.000108	0.075143	0.005905	0.052338	0.000000	0.000000	0.000040
<b>71</b>	0.000000	0.007094	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000812
<b>72</b>	0.000000	0.000538	0.000000	0.006659	0.000822	0.000000	0.002701
<b>73</b>	0.004921	0.000003	0.022759	0.000000	0.000000	0.000000	0.000599
<b>74</b>	0.000381	0.012286	0.000000	0.026227	0.016026	0.000000	0.019930
<b>75</b>	0.429610	0.001780	0.058190	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>80</b>	0.280398	0.016622	0.053638	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>85</b>	0.227330	0.048107	0.192225	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>90</b>	0.004987	0.003418	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000022
<b>91</b>	0.000000	0.002777	0.254967	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>92</b>	0.005924	0.017150	0.412315	0.007036	0.002466	0.148048	0.004062
<b>93</b>	0.000066	0.011718	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000090
<b>95</b>	0.000000	0.008340	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000

Tabela AII. 7. Matriz de coeficientes técnicos de importação –  $A_m$  (Parte I).

	01	02	05	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	A1
01	0.016691	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.064853	0.147046	0.043586	0.000116	0.000000	0.000500	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
02	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.073559	0.014320	0.000000	0.000000	0.000000
05	0.000000	0.000000	0.005736	0.000000	0.000000	0.000000	0.001468	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
12	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
13	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
14	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.001826	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
15	0.014126	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.102293	0.000000	0.000000	0.000000	0.017681	0.000000	0.001718	0.000000	0.000000	0.000000
16	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000444	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
17	0.000000	0.000000	0.002571	0.000000	0.000000	0.004749	0.000000	0.000000	0.111258	0.195266	0.013420	0.000077	0.000000	0.000483	0.000000	0.000000
18	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000936	0.000913	0.000128	0.000888	0.000122	0.007525	0.000040	0.000038	0.000132	0.000241	0.000000	0.000000
19	0.000000	0.000000	0.000198	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.001142	0.192936	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
20	0.000260	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000324	0.000000	0.000020	0.000000	0.000000	0.048694	0.000925	0.000000	0.000000	0.000000
21	0.000501	0.000000	0.002176	0.000000	0.000000	0.000365	0.003055	0.015549	0.000815	0.000652	0.001991	0.001345	0.115219	0.116236	0.000000	0.000000
22	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000154	0.000000	0.000061	0.000023	0.000040	0.000038	0.000000	0.007286	0.000000	0.000000
23	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A1	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A2	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A3	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A4	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A5	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000

**Tabela AII. 7.** Matriz de coeficientes técnicos de importação – A<sub>m</sub> (Parte II).

	01	02	05	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	A1
A6	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A7	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A8	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A9	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A10	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A11	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A12	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A13	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A14	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A15	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A16	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
24	0.016070	0.000000	0.000198	0.000000	0.000936	0.008219	0.001553	0.000000	0.073968	0.000349	0.018557	0.006226	0.025599	0.024994	0.000003	0.000000
25	0.000000	0.000000	0.000198	0.000000	0.000000	0.000000	0.004293	0.000000	0.001345	0.000280	0.009358	0.000846	0.001498	0.001785	0.000000	0.000000
26	0.000481	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000555	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000038	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
27	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000038	0.000000	0.000386	0.000000	0.000000
28	0.000180	0.000000	0.000198	0.000000	0.000000	0.001644	0.003072	0.000000	0.000122	0.000839	0.003146	0.001576	0.000088	0.000048	0.000000	0.000000
29	0.000902	0.000848	0.000000	0.000000	0.005618	0.000731	0.000478	0.000444	0.001284	0.001281	0.000916	0.000807	0.000000	0.000048	0.000000	0.000000
30	0.000000	0.000141	0.000593	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
31	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
32	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
33	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000



**Tabela AII. 7.** Matriz de coeficientes técnicos de importação –  $A_m$  (Parte III).

	01	02	05	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	A1
<b>34</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>35</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000183	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>36</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.006617	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>37</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>40.100</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A17</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A18</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A19</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A20</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A21</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>40.200</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A22</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A23</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>40.300</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>41</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>45</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>50+51+52</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>55</b>	0.000000	0.000283	0.000396	0.000000	0.000936	0.002009	0.000358	0.000000	0.000652	0.000909	0.000916	0.000807	0.000485	0.001689	0.000000	0.000000
<b>60</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000936	0.000548	0.000205	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000192	0.001366	0.000000	0.000000	0.000000
<b>61</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>62</b>	0.000000	0.000000	0.002967	0.000000	0.000000	0.000000	0.000085	0.000000	0.000652	0.000023	0.000119	0.000000	0.000000	0.000193	0.000000	0.000000

**Tabela AII. 7.** Matriz de coeficientes técnicos de importação –  $A_m$  (Parte IV).

	01	02	05	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	A1
63	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
64	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000183	0.000017	0.000000	0.000020	0.000047	0.000040	0.000000	0.002644	0.000097	0.000000	0.000000
65	0.000481	0.000141	0.000593	0.000000	0.005618	0.001279	0.000623	0.000000	0.001263	0.000559	0.000558	0.001499	0.000352	0.000434	0.000000	0.000000
66	0.000060	0.000000	0.000593	0.000000	0.000936	0.000731	0.000230	0.000444	0.000509	0.000303	0.000319	0.000500	0.000661	0.000290	0.000000	0.000000
67	0.000080	0.000000	0.000198	0.000000	0.000936	0.000183	0.000111	0.000000	0.000224	0.000093	0.000080	0.000269	0.000044	0.000097	0.000000	0.000000
70	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
71	0.000501	0.000000	0.000198	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
72	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000627	0.000000	0.000000
73	0.000000	0.000000	0.000000	0.250000	0.000000	0.000000	0.000026	0.000000	0.000061	0.000000	0.000000	0.000000	0.000132	0.000097	0.000000	0.000000
74	0.000100	0.000848	0.000593	0.000000	0.000936	0.002009	0.002236	0.001777	0.001182	0.001398	0.000757	0.000769	0.000485	0.006514	0.000000	0.000000
75	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
80	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
85	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
90	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
91	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
92	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
93	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
95	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000

**Tabela AII. 7.** Matriz de coeficientes técnicos de importação –  $A_m$  (Parte V).

	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10	A11	A12	A13	A14	A15	A16	24
01	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000149
02	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
05	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
12	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
13	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
14	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.005197
15	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.002808
16	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
17	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.001613
18	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000299
19	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
20	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000060
21	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.002688
22	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000119
23	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A1	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A2	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A3	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A4	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A5	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000

**Tabela AII. 7.** Matriz de coeficientes técnicos de importação –  $A_m$  (Parte VI).

	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10	A11	A12	A13	A14	A15	A16	24
A6	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A7	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A8	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A9	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A10	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A11	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A12	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A13	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A14	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A15	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A16	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
24	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.289068
25	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.002389
26	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.001553
27	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000568
28	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.002599
29	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000418
30	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
31	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
32	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
33	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000

**Tabela AII. 7.** Matriz de coeficientes técnicos de importação –  $A_m$  (Parte VII).

	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10	A11	A12	A13	A14	A15	A16	24
<b>34</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>35</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>36</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>37</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>40.100</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A17</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A18</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A19</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A20</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A21</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>40.200</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A22</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A23</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>40.300</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>41</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>45</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>50+51+52</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>55</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.001254
<b>60</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.001464
<b>61</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>62</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000

**Tabela AII. 7.** Matriz de coeficientes técnicos de importação –  $A_m$  (Parte VIII).

	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10	A11	A12	A13	A14	A15	A16	24
63	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
64	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000030
65	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.001135
66	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000508
67	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000269
70	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
71	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
72	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
73	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000239
74	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.004331
75	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
80	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
85	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
90	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
91	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
92	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
93	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
95	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000

**Tabela AII. 7.** Matriz de coeficientes técnicos de importação –  $A_m$  (Parte IX).

	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	40.100	A17	A18
01	0.005170	0.000000	0.000000	0.000000	0.000038	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000049	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
02	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
05	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000136	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
12	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
13	0.000000	0.000079	0.010969	0.000653	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
14	0.000000	0.022245	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
15	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
16	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
17	0.010909	0.002049	0.000000	0.000050	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000531	0.005610	0.000000	0.028408	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
18	0.000057	0.000158	0.000406	0.000301	0.000192	0.000000	0.000522	0.000703	0.000000	0.000467	0.000381	0.000770	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
19	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000123	0.000000	0.004667	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
20	0.000114	0.000368	0.000000	0.002862	0.000154	0.000000	0.000095	0.000000	0.000000	0.000098	0.000381	0.036926	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
21	0.001648	0.002810	0.000000	0.000603	0.000846	0.000000	0.001045	0.000831	0.000797	0.000049	0.000889	0.002175	0.008157	0.000000	0.000000	0.000000
22	0.000000	0.000079	0.000081	0.000100	0.000000	0.000000	0.000000	0.000064	0.000266	0.000197	0.000635	0.000136	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
23	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A1	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A2	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A3	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A4	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A5	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000

**Tabela AII. 7.** Matriz de coeficientes técnicos de importação – A<sub>m</sub> (Parte X).

	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	40.100	A17	A18
A6	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A7	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A8	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A9	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A10	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A11	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A12	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A13	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A14	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A15	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A16	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
24	0.187386	0.022823	0.001869	0.007231	0.002191	0.000000	0.005128	0.001022	0.001593	0.003444	0.002033	0.008110	0.001631	0.000000	0.000000	0.000000
25	0.083977	0.001444	0.000000	0.004067	0.006690	0.000000	0.046292	0.032262	0.043018	0.028983	0.002795	0.016039	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
26	0.000795	0.022376	0.000000	0.002963	0.004844	0.000000	0.003134	0.000000	0.006373	0.009029	0.000127	0.001676	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
27	0.002670	0.009323	0.189323	0.306403	0.073356	0.000000	0.081759	0.001405	0.002921	0.030041	0.110405	0.052150	0.031811	0.000000	0.000000	0.000000
28	0.001818	0.000341	0.000163	0.034949	0.016494	0.007752	0.000712	0.000128	0.000531	0.021233	0.001779	0.013955	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
29	0.004489	0.005620	0.001300	0.004067	0.242099	0.001107	0.000950	0.000447	0.000531	0.003223	0.010545	0.000589	0.000816	0.000000	0.000000	0.000000
30	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.315615	0.000000	0.003258	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
31	0.000057	0.000000	0.000000	0.000000	0.043752	0.004651	0.163945	0.081646	0.005576	0.035355	0.001652	0.000000	0.000000	0.000002	0.000000	0.000000
32	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.005037	0.006202	0.021128	0.422539	0.033990	0.002928	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
33	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.006344	0.000000	0.001994	0.015141	0.156936	0.012941	0.000000	0.001540	0.000000	0.000003	0.000000	0.000000



**Tabela AII. 7.** Matriz de coeficientes técnicos de importação –  $A_m$  (Parte XI).

	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	40.100	A17	A18
34	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.001230	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.377168	0.003049	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
35	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.087791	0.000272	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
36	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.001919	0.000254	0.059173	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
37	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
40.100	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A17	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A18	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A19	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A20	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A21	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
40.200	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A22	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A23	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
40.300	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
41	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
45	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
50+51+52	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
55	0.001477	0.000420	0.000406	0.003515	0.001576	0.000664	0.000902	0.001214	0.001062	0.000344	0.000635	0.001314	0.000816	0.000000	0.000000	0.000000
60	0.000000	0.001523	0.000163	0.000452	0.000577	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000148	0.000254	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
61	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
62	0.000000	0.000079	0.000000	0.000100	0.000000	0.000000	0.000237	0.000383	0.000531	0.000197	0.000127	0.000136	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000

**Tabela AII. 7.** Matriz de coeficientes técnicos de importação –  $A_m$  (Parte XII).

	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	40.100	A17	A18
63	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
64	0.000057	0.000053	0.000000	0.000050	0.000038	0.000000	0.000047	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000045	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
65	0.000568	0.000735	0.000325	0.000402	0.002960	0.000000	0.000475	0.000894	0.001593	0.000197	0.000381	0.000997	0.000816	0.000001	0.000000	0.000000
66	0.000398	0.000446	0.000244	0.000502	0.000384	0.000000	0.000285	0.000319	0.000266	0.000172	0.000381	0.000362	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
67	0.000114	0.000158	0.000081	0.000100	0.000615	0.000000	0.000095	0.000128	0.000266	0.000025	0.000000	0.000181	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
70	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
71	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
72	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000461	0.000000	0.000047	0.000128	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000001	0.000000	0.000000
73	0.000114	0.000026	0.000000	0.000050	0.000346	0.000443	0.000712	0.002300	0.000531	0.000025	0.001525	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
74	0.001477	0.001760	0.000813	0.002209	0.000769	0.000221	0.000427	0.000958	0.002124	0.000517	0.000635	0.003443	0.000816	0.000001	0.000000	0.000000
75	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
80	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
85	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
90	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
91	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
92	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
93	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
95	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000

**Tabela AII. 7.** Matriz de coeficientes técnicos de importação –  $A_m$  (Parte XIII).

	A19	A20	A21	40.200	A22	A23	40.300	41	45	50+51+52	55	60	61	62	63	64
01	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.006972	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
02	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
05	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.002703	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
12	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
13	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
14	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000187	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
15	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.048497	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
16	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
17	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.001416	0.001425	0.001084	0.000033	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
18	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000064	0.000227	0.000616	0.000066	0.000236	0.001451	0.000252	0.000826
19	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000121	0.000000	0.000000	0.000000	0.000153	0.000000	0.000000
20	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.004493	0.000502	0.000027	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
21	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000537	0.000073	0.002032	0.000589	0.000000	0.000000	0.000000	0.000605	0.000000
22	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000023	0.000623	0.000000	0.000033	0.000000	0.000687	0.001110	0.000069
23	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.001332	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A1	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A2	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A3	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A4	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A5	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000

**Tabela AII. 7.** Matriz de coeficientes técnicos de importação –  $A_m$  (Parte XIV).

	A19	A20	A21	40.200	A22	A23	40.300	41	45	50+51+52	55	60	61	62	63	64
A6	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A7	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A8	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A9	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A10	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A11	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A12	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A13	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A14	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A15	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A16	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
24	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.003043	0.003838	0.001773	0.001512	0.000100	0.000000	0.000000	0.000050	0.000000
25	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000179	0.006082	0.005189	0.000000	0.002060	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
26	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.013731	0.000336	0.003560	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
27	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.005729	0.013667	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
28	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.010794	0.002574	0.001432	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
29	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.010025	0.007311	0.000583	0.000549	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
30	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000405	0.000335	0.001030	0.000000	0.000535	0.000353	0.000138
31	0.000000	0.000000	0.000000	0.000002	0.000000	0.000000	0.000002	0.000000	0.006811	0.004339	0.005326	0.000000	0.000000	0.000000	0.000858	0.004657
32	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000118	0.001004	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.022757
33	0.000000	0.000000	0.000000	0.000003	0.000000	0.000000	0.000003	0.000000	0.000000	0.001623	0.000335	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000

**Tabela AII. 7.** Matriz de coeficientes técnicos de importação –  $A_m$  (Parte XV).

	A19	A20	A21	40.200	A22	A23	40.300	41	45	50+51+52	55	60	61	62	63	64
34	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.012649	0.000000	0.007309	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
35	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000275	0.001231	0.000532	0.000000	0.058967	0.000000	0.000000
36	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000109	0.001781	0.003466	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
37	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
40.100	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A17	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A18	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A19	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A20	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A21	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
40.200	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A22	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A23	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
40.300	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
41	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000076	0.000000	0.000000
45	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
50+51+52	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.012625	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
55	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.001074	0.001420	0.003716	0.000361	0.000831	0.000236	0.000076	0.011401	0.000000
60	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000698	0.000000	0.000000	0.001211	0.000000
61	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.069356	0.000000	0.000000	0.000000
62	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000179	0.000000	0.007233	0.000000	0.000000	0.000000	0.070501	0.003985	0.000849

**Tabela AII. 7.** Matriz de coeficientes técnicos de importação –  $A_m$  (Parte XVI).

	A19	A20	A21	40.200	A22	A23	40.300	41	45	50+51+52	55	60	61	62	63	64
63	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000652	0.000013	0.000365	0.034678	0.043233	0.000151	0.000000
64	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000358	0.000023	0.000271	0.000027	0.000033	0.000000	0.000000	0.000252	0.025051
65	0.000000	0.000000	0.000000	0.000001	0.000000	0.000000	0.000001	0.000179	0.000847	0.001421	0.000535	0.000465	0.000000	0.000535	0.000353	0.000574
66	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000358	0.000282	0.000449	0.000147	0.001263	0.000944	0.000535	0.000252	0.000184
67	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000159	0.000263	0.000107	0.000066	0.000000	0.000076	0.000050	0.000161
70	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
71	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.001894	0.000602	0.000000	0.000000	0.000000	0.000050	0.000000
72	0.000000	0.000000	0.000000	0.000001	0.000000	0.000000	0.000001	0.000716	0.000000	0.000336	0.000054	0.004419	0.002123	0.001757	0.001715	0.002133
73	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000005	0.000028	0.000000	0.000166	0.000000	0.000000	0.000000	0.000184
74	0.000000	0.000000	0.000000	0.000001	0.000000	0.000000	0.000001	0.003222	0.000947	0.002518	0.001191	0.001861	0.001415	0.001833	0.003077	0.002363
75	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
80	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
85	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
90	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
91	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
92	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
93	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
95	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000

**Tabela AII. 7.** Matriz de coeficientes técnicos de importação –  $A_m$  (Parte XVII).

	65	66	67	70	71	72	73	74	75	80	85	90	91	92	93	95
<b>01</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000182	0.000025	0.001587	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>02</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>05</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000022	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>12</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>13</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>14</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>15</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000738	0.000853	0.005393	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>16</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>17</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000008	0.000310	0.000013	0.000311	0.000000	0.000000	0.000029	0.000092	0.000000
<b>18</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000022	0.000067	0.000178	0.000000	0.000250	0.000107	0.000038	0.000566	0.000535	0.000000	0.001825	0.000000	0.000000
<b>19</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>20</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000167	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000884	0.004953	0.000000
<b>21</b>	0.000000	0.000146	0.000000	0.000155	0.000067	0.004008	0.001815	0.003825	0.000053	0.001197	0.000710	0.000000	0.001123	0.000485	0.000183	0.000000
<b>22</b>	0.001403	0.000292	0.000135	0.000520	0.000468	0.001247	0.000303	0.003606	0.000011	0.000840	0.001487	0.000000	0.000250	0.001768	0.000092	0.000000
<b>23</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A1</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A2</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A3</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A4</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A5</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000

**Tabela AII. 7.** Matriz de coeficientes técnicos de importação –  $A_m$  (Parte XVIII).

	65	66	67	70	71	72	73	74	75	80	85	90	91	92	93	95
A6	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A7	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A8	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A9	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A10	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A11	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A12	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A13	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A14	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A15	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A16	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
24	0.000048	0.000000	0.000000	0.000089	0.000067	0.000178	0.006657	0.002076	0.000043	0.000280	0.047239	0.000267	0.002121	0.004362	0.032838	0.000000
25	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.003439	0.000011	0.000013	0.000000	0.000000	0.000000	0.000656	0.000000	0.000000
26	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000605	0.000205	0.000000	0.000369	0.000022	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
27	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
28	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.002295	0.000000	0.000102	0.000510	0.000000	0.000000	0.000171	0.000000	0.000000
29	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.006213	0.000000	0.000000	0.000000	0.003637	0.000025	0.000289	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
30	0.003220	0.000000	0.007419	0.000000	0.000000	0.000000	0.000303	0.000000	0.000246	0.000242	0.000000	0.000000	0.000250	0.000314	0.000092	0.000000
31	0.000191	0.005843	0.000135	0.000000	0.000000	0.000000	0.000605	0.000000	0.000214	0.000344	0.000189	0.000535	0.000125	0.000000	0.000000	0.000000
32	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000096	0.000051	0.000000	0.000000	0.000000	0.000998	0.000000	0.000000
33	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.004539	0.000598	0.000075	0.000267	0.007268	0.000000	0.000125	0.013002	0.000000	0.000000



**Tabela AII. 7.** Matriz de coeficientes técnicos de importação –  $A_m$  (Parte XIX).

	65	66	67	70	71	72	73	74	75	80	85	90	91	92	93	95
<b>34</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.001733	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>35</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.001530	0.000025	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000029	0.000000
<b>36</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000066	0.000000	0.000000	0.000000	0.000061	0.000353	0.001286	0.000488	0.000000	0.002870	0.006501	0.001009	0.000000
<b>37</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>40.100</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A17</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A18</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A19</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A20</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A21</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>40.200</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A22</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A23</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>40.300</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>41</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000160	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>45</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>50+51+52</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000193	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>55</b>	0.004144	0.005624	0.002563	0.001306	0.000468	0.003651	0.001210	0.004356	0.001123	0.000993	0.001087	0.000267	0.000998	0.000912	0.000917	0.000000
<b>60</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>61</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>62</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.001904	0.000668	0.003830	0.001210	0.003363	0.002193	0.001210	0.001054	0.001069	0.013601	0.001454	0.000917	0.000000

**Tabela AII. 7.** Matriz de coeficientes técnicos de importação –  $A_m$  (Parte XX).

	65	66	67	70	71	72	73	74	75	80	85	90	91	92	93	95
<b>63</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000128	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>64</b>	0.002582	0.002849	0.001079	0.000155	0.000067	0.000089	0.000000	0.000144	0.000342	0.000102	0.000067	0.000267	0.006364	0.000086	0.000275	0.000000
<b>65</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000221	0.001670	0.000980	0.000908	0.001644	0.000053	0.000076	0.000155	0.000267	0.000000	0.001910	0.000092	0.000000
<b>66</b>	0.000255	0.000950	0.000000	0.000033	0.001737	0.000178	0.000000	0.000189	0.000011	0.000038	0.000044	0.000267	0.000125	0.000114	0.000000	0.000000
<b>67</b>	0.000159	0.004748	0.000000	0.000033	0.000267	0.000178	0.000000	0.000295	0.000000	0.000013	0.000011	0.000000	0.000000	0.000342	0.000000	0.000000
<b>70</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000385	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>71</b>	0.000303	0.000438	0.000135	0.000000	0.000000	0.000534	0.000605	0.001318	0.000332	0.001223	0.000666	0.000535	0.002995	0.000713	0.000000	0.000000
<b>72</b>	0.003395	0.000000	0.000809	0.001096	0.002338	0.002494	0.000303	0.001833	0.000738	0.000471	0.000943	0.000267	0.000499	0.000570	0.001651	0.000000
<b>73</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000445	0.004841	0.000038	0.000332	0.000076	0.000078	0.000000	0.000125	0.000000	0.000000	0.000000
<b>74</b>	0.011205	0.008035	0.018614	0.002313	0.001804	0.007392	0.003934	0.033436	0.002407	0.001337	0.002108	0.007217	0.010856	0.012973	0.005870	0.000000
<b>75</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>80</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>85</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>90</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.005881	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>91</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000867	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>92</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.016650	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.005503	0.000000	0.000000
<b>93</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>95</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000

**Tabela AII. 8.** Vectors  $\mathbf{am}_g$ ,  $\mathbf{am}_{\text{ptf}}$ ,  $\mathbf{am}_{\text{csf}}$ ,  $\mathbf{am}_{\text{fbcf}}$ ,  $\mathbf{am}_{\text{sc}}$ ,  $\mathbf{am}_{\text{acov}}$  (Parte I).

	$\mathbf{am}_g$	$\mathbf{am}_{\text{ptf}}$	$\mathbf{am}_{\text{csf}}$	$\mathbf{am}_{\text{fbcf}}$	$\mathbf{am}_{\text{sc}}$	$\mathbf{am}_{\text{acov}}$
01	0.000000	0.004644	0.000000	0.000689	0.065338	0.000000
02	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.006267	0.000000
05	0.000000	0.001375	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
12	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
13	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000514	0.000000
14	0.000000	0.000039	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
15	0.000000	0.022879	0.000000	0.000000	0.036881	0.000000
16	0.000000	0.000528	0.000000	0.000000	0.000205	0.000000
17	0.000000	0.004913	0.000000	0.000187	-0.013766	0.000000
18	0.000000	0.010252	0.000000	0.000000	-0.003596	0.000000
19	0.000000	0.003841	0.000000	0.000000	-0.004212	0.000000
20	0.000000	0.000222	0.000000	0.000071	0.011198	0.000000
21	0.000000	0.000769	0.000000	0.000000	-0.001130	0.000000
22	0.000000	0.002169	0.000000	0.000000	0.000205	0.000000
23	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A1	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A2	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A3	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A4	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A5	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A6	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A7	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A8	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A9	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A10	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A11	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A12	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A13	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A14	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A15	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A16	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
24	0.015301	0.009460	0.000000	0.000000	0.001027	0.000000
25	0.000000	0.003629	0.000000	0.001948	0.000822	0.000000
26	0.000000	0.001104	0.000000	0.000000	0.010890	0.000000
27	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.010890	0.000000
28	0.000000	0.000627	0.000000	0.006816	0.023012	0.000000
29	0.000000	0.005886	0.000000	0.072856	0.018081	0.000000
30	0.000000	0.000580	0.000000	0.028196	0.000925	0.000000
31	0.000000	0.000702	0.000000	0.004956	0.019211	0.000000
32	0.000000	0.008536	0.000000	0.021030	0.021163	0.000000

Tabela AII. 8. Vectors  $\mathbf{am}_g$ ,  $\mathbf{am}_{cptf}$ ,  $\mathbf{am}_{csf}$ ,  $\mathbf{am}_{fbcf}$ ,  $\mathbf{am}_{sc}$ ,  $\mathbf{am}_{acov}$  (Parte II).

	$\mathbf{a}_g$	$\mathbf{a}_{cptf}$	$\mathbf{a}_{csf}$	$\mathbf{a}_{fbcf}$	$\mathbf{a}_{sc}$	$\mathbf{a}_{acov}$
33	0.000000	0.001893	0.000000	0.013573	0.007191	0.012786
34	0.000000	0.043318	0.000000	0.048422	0.219642	0.000000
35	0.000000	0.001391	0.000000	0.020229	0.002671	0.000000
36	0.000000	0.006752	0.000000	0.003601	0.003493	0.100269
37	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
40.100	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A17	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A18	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A19	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A20	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A21	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
40.200	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A22	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A23	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
40.300	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
41	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
45	0.000000	0.000000	0.000000	0.000119	0.000000	0.000000
50+51+52	0.000000	0.000003	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
55	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
60	0.000000	0.000070	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
61	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
62	0.000000	0.000912	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
63	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
64	0.000000	0.000237	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
65	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
66	0.000000	0.000001	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
67	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
70	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
71	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
72	0.000000	0.000153	0.000000	0.003798	0.000205	0.000000
73	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
74	0.000000	0.000000	0.000000	0.000051	0.000000	0.000000
75	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
80	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
85	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
90	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
91	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
92	0.000000	0.000000	0.000000	0.000278	0.000000	0.000000
93	0.000000	0.000126	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
95	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000

**Tabela AII. 9.** Matriz de coeficientes técnicos de impostos líquidos de subsídios –  $A_{IS}$  (Parte I).

	01	02	05	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	A1
01	-0.000481	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	-0.028027	0.001333	0.000245	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
02	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000115	0.000044	0.000000	0.000000
05	0.000000	0.000000	0.000791	0.000000	0.000000	0.000000	-0.000043	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
12	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
13	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
14	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
15	0.004168	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.002176	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000044	0.000000	0.000000	0.000000
16	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
17	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.001019	0.001701	0.000080	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
18	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	-0.000140	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
19	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.001513	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
20	0.000040	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000192	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
21	0.000301	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000026	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000352	0.000434	0.000000	0.000000
22	0.000040	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
23	0.005951	0.006639	0.025712	0.000000	0.015918	0.016621	0.002501	0.000000	0.003912	0.002516	0.001354	0.006418	0.002511	0.002316	0.000000	0.000000
A1	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A2	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A3	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A4	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A5	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000

**Tabela AII. 9.** Matriz de coeficientes técnicos de impostos líquidos de subsídios –  $A_{ts}$  (Parte II).

	01	02	05	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	A1
A6	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A7	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A8	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A9	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A10	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A11	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A12	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A13	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A14	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A15	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A16	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
24	0.001863	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000009	0.000000	0.000285	0.000000	0.000119	0.000038	0.000132	0.000097	0.000000	0.000000
25	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000026	0.000000	0.000000	0.000000	0.000080	0.000000	0.000000	0.000048	0.000000	0.000000
26	0.000200	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000009	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
27	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
28	0.000080	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000017	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
29	0.000160	0.000141	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000009	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
30	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
31	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
32	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
33	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000

**Tabela AII. 9.** Matriz de coeficientes técnicos de impostos líquidos de subsídios –  $A_{ts}$  (Parte III).

	01	02	05	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	A1
<b>34</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>35</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>36</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000070	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>37</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>40.100</b>	0.000228	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000006	0.000000	0.000033	0.000000	0.000000	0.000000	0.000032	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A17</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A18</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A19</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A20</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A21</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>40.200</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000003	0.000000	0.000000	0.000000	0.000001	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A22</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A23</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>40.300</b>	0.000012	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000002	0.000000	0.000005	0.000000	0.000000	0.000000	0.000143	0.000000	0.000000	0.000000
<b>41</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	-0.000017	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>45</b>	0.000761	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>50+51+52</b>	0.001503	0.000283	0.000000	0.000000	0.000000	0.000183	0.000017	0.000000	0.000020	0.000023	0.000040	0.000038	0.000044	0.000048	0.000000	0.000000
<b>55</b>	0.000000	0.000141	0.000198	0.000000	0.000000	0.000731	0.000154	0.000000	0.000163	0.000233	0.000358	0.000384	0.000220	0.000772	0.000000	0.000000
<b>60</b>	0.000220	0.000283	0.000000	0.000000	0.000000	-0.000183	-0.000026	0.000000	-0.000020	-0.000023	0.000000	-0.000077	-0.000088	-0.000048	0.000000	0.000000
<b>61</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>62</b>	0.000000	0.000000	-0.000198	0.000000	0.000000	0.000000	-0.000009	0.000000	-0.000061	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000

**Tabela AII. 9.** Matriz de coeficientes técnicos de impostos líquidos de subsídios –  $A_{Is}$  (Parte IV).

	01	02	05	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	A1
63	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000044	-0.000048	0.000000	0.000000
64	0.000000	0.000141	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
65	0.000381	0.000141	0.000593	0.000000	0.003745	0.001096	0.000461	0.000000	0.000917	0.000396	0.000438	0.001115	0.000220	0.000338	0.000000	0.000000
66	0.000100	0.000000	0.000989	0.000000	0.001873	0.001279	0.000401	0.000444	0.000897	0.000513	0.000558	0.000884	0.001102	0.000483	0.000000	0.000000
67	0.000020	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000026	0.000000	0.000061	0.000023	0.000040	0.000077	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
70	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
71	0.000321	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
72	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
73	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
74	0.000922	0.001554	0.000791	0.000000	0.000936	0.000731	0.001212	0.000444	0.001915	0.001025	0.000916	0.000346	0.003789	0.003957	0.000000	0.000000
75	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
80	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
85	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
90	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
91	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
92	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	-0.000193	0.000000
93	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
95	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000



**Tabela AII. 9.** Matriz de coeficientes técnicos de impostos líquidos de subsídios –  $A_{is}$  (Parte V).

	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10	A11	A12	A13	A14	A15	A16	24
<b>01</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>02</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>05</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>12</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>13</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>14</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>15</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000030
<b>16</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>17</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>18</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>19</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>20</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>21</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000030
<b>22</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>23</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.003256
<b>A1</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A2</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A3</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A4</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A5</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000

**Tabela AII. 9.** Matriz de coeficientes técnicos de impostos líquidos de subsídios –  $A_{ts}$  (Parte VI).

	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10	A11	A12	A13	A14	A15	A16	24
A6	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A7	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A8	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A9	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A10	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A11	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A12	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A13	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A14	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A15	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A16	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
24	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.001135
25	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000030
26	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
27	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
28	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
29	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
30	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
31	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
32	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
33	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000

**Tabela AII. 9.** Matriz de coeficientes técnicos de impostos líquidos de subsídios –  $A_{ts}$  (Parte VII).

	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10	A11	A12	A13	A14	A15	A16	24
<b>34</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>35</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>36</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>37</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>40.100</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000011
<b>A17</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A18</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A19</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A20</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A21</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>40.200</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000004
<b>A22</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A23</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>40.300</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000015
<b>41</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>45</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>50+51+52</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000030
<b>55</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000418
<b>60</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	-0.000030
<b>61</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>62</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000

**Tabela AII. 9.** Matriz de coeficientes técnicos de impostos líquidos de subsídios –  $A_{is}$  (Parte VIII).

	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10	A11	A12	A13	A14	A15	A16	24
63	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
64	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
65	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000717
66	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000896
67	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000060
70	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
71	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
72	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
73	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
74	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.003405
75	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
80	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
85	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
90	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
91	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
92	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
93	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
95	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000

**Tabela AII. 9.** Matriz de coeficientes técnicos de impostos líquidos de subsídios – A<sub>IS</sub> (Parte IX).

	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	40.100	A17	A18
<b>01</b>	0.000057	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>02</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>05</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>12</b>	0.000000	0.000000	0.000081	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>13</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>14</b>	0.000000	0.000131	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>15</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>16</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>17</b>	0.000057	0.000026	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000049	0.000000	0.000227	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>18</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>19</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000045	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>20</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000181	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>21</b>	0.000000	0.000026	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>22</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>23</b>	0.003125	0.003493	0.004713	0.009189	0.002845	0.000000	0.000997	0.000575	0.000797	0.000689	0.001398	0.003625	0.010604	0.000002	0.000000	0.000000
<b>A1</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A2</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A3</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A4</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A5</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000

**Tabela AII. 9.** Matriz de coeficientes técnicos de impostos líquidos de subsídios –  $A_{is}$  (Parte X).

	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	40.100	A17	A18
A6	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A7	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A8	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A9	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A10	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A11	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A12	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A13	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A14	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A15	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A16	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
24	0.000909	0.000105	0.000000	0.000050	0.000000	0.000000	0.000047	0.000000	0.000000	0.000025	0.000000	0.000045	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
25	0.000568	0.000026	0.000000	0.000050	0.000038	0.000000	0.000237	0.000192	0.000266	0.000123	0.000000	0.000091	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
26	0.000000	0.001471	0.000000	0.000000	0.000038	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000049	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
27	0.000000	0.000079	0.000975	0.001858	0.000500	0.000000	0.000427	0.000000	0.000000	0.000197	0.000889	0.000227	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
28	0.000000	0.000000	0.000000	0.000100	0.000077	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000074	0.000000	0.000045	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
29	0.000000	0.000053	0.000000	0.000050	0.000730	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000025	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
30	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000443	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
31	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000154	0.000000	0.000617	0.000319	0.000000	0.000172	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
32	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000038	0.000000	0.000095	0.001597	0.000266	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
33	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000038	0.000000	0.000000	0.000064	0.000531	0.000049	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000

**Tabela AII. 9.** Matriz de coeficientes técnicos de impostos líquidos de subsídios –  $A_{ts}$  (Parte XI).

	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	40.100	A17	A18
34	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.001427	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
35	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000381	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
36	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000025	0.000000	0.000181	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
37	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
40.100	0.000057	0.000018	0.000036	0.000044	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A17	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A18	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A19	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A20	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A21	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
40.200	0.000000	0.000034	0.000015	0.000006	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A22	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A23	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
40.300	0.000000	0.000001	0.000031	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
41	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
45	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
50+51+52	0.000057	0.000079	0.000000	0.000050	0.000038	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000025	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
55	0.000568	0.000184	0.000244	0.001054	0.000884	0.000443	0.000380	0.000511	0.000531	0.000074	0.000127	0.000634	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
60	-0.000057	-0.000053	-0.000081	-0.000050	-0.000038	0.000000	-0.000047	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	-0.000045	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
61	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	-0.000064	0.000000	-0.000025	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
62	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000

**Tabela AII. 9.** Matriz de coeficientes técnicos de impostos líquidos de subsídios –  $A_{ts}$  (Parte XII).

	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	40.100	A17	A18
63	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
64	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
65	0.000455	0.000525	0.000244	0.000251	0.002230	0.000000	0.000380	0.000703	0.001328	0.000148	0.000254	0.000725	0.000816	0.000001	0.000000	0.000000
66	0.000682	0.000762	0.000406	0.000854	0.000654	0.000000	0.000475	0.000575	0.000266	0.000295	0.000762	0.000589	0.000816	0.000001	0.000000	0.000000
67	0.000000	0.000026	0.000000	0.000000	0.000115	0.000000	0.000000	0.000064	0.000000	0.000000	0.000000	0.000045	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
70	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
71	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
72	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
73	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	-0.000064	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
74	0.002898	0.001392	0.001138	0.001406	0.001423	0.000886	0.001472	0.003386	0.002921	0.000566	0.000508	0.001676	0.000000	0.000001	0.000000	0.000000
75	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
80	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
85	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
90	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
91	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
92	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
93	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
95	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000



**Tabela AII. 9.** Matriz de coeficientes técnicos de impostos líquidos de subsídios –  $A_{is}$  (Parte XIII).

	A19	A20	A21	40.200	A22	A23	40.300	41	45	50+51+52	55	60	61	62	63	64
01	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	-0.000134	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
02	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
05	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	-0.000094	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
12	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
13	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
14	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.001011	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
15	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.011964	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
16	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
17	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000369	0.000016	0.000027	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
18	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000023	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000115
19	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
20	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.002545	0.000004	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
21	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000014	0.000016	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
22	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000086	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000046
23	0.000000	0.000000	0.000000	0.000002	0.000000	0.000000	0.000002	0.020408	0.012092	0.006084	0.005166	0.125553	0.031847	0.006722	0.022853	0.002822
A1	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A2	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A3	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A4	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A5	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000

**Tabela AII. 9.** Matriz de coeficientes técnicos de impostos líquidos de subsídios –  $A_{ls}$  (Parte XIV).

	A19	A20	A21	40.200	A22	A23	40.300	41	45	50+51+52	55	60	61	62	63	64
A6	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A7	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A8	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A9	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A10	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A11	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A12	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A13	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A14	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A15	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A16	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
24	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.001024	0.000012	0.000013	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
25	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000637	0.000053	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
26	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.008441	0.000000	0.000013	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
27	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.001566	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
28	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.002590	0.000016	0.000013	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
29	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.001434	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
30	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000046
31	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000961	0.000032	0.000027	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000046
32	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000114	0.000004	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000184
33	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000

**Tabela AII. 9.** Matriz de coeficientes técnicos de impostos líquidos de subsídios –  $A_{ts}$  (Parte XV).

	A19	A20	A21	40.200	A22	A23	40.300	41	45	50+51+52	55	60	61	62	63	64
<b>34</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000045	0.000000	0.000033	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>35</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>36</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000328	0.000020	0.000027	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>37</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>40.100</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000059	0.000032	0.000123	0.000033	0.000000	0.000000	0.000050	0.000046
<b>A17</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A18</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A19</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A20</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A21</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>40.200</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000009	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A22</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A23</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>40.300</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000003	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>41</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	-0.001074	0.000005	-0.000012	-0.000054	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>45</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000206
<b>50+51+52</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000179	0.000209	0.000340	0.000201	0.001096	0.000000	0.000076	0.000151	0.000092
<b>55</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000358	0.000460	0.001813	0.000268	0.000332	0.000000	0.000076	0.003077	0.000000
<b>60</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000146	-0.000089	0.000000	0.000199	0.000000	0.000000	-0.000202	0.000184
<b>61</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000005	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000023
<b>62</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	-0.000664	0.000000	0.000000	0.000000	-0.006493	-0.000353	-0.000046

**Tabela AII. 9.** Matriz de coeficientes técnicos de impostos líquidos de subsídios –  $A_{is}$  (Parte XVI).

	A19	A20	A21	40.200	A22	A23	40.300	41	45	50+51+52	55	60	61	62	63	64
63	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	-0.000358	0.000000	-0.000008	0.000000	0.000000	-0.002123	-0.001757	0.000000	0.000000
64	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000314	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000206
65	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000001	0.000179	0.000592	0.000992	0.000415	0.000332	0.000000	0.000382	0.000252	0.000367
66	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000001	0.000716	0.000492	0.000777	0.000268	0.002193	0.001415	0.000917	0.000404	0.000321
67	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000036	0.000061	0.000027	0.000033	0.000000	0.000000	0.000000	0.000023
70	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000269	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000046
71	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000510	0.000161	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
72	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000206
73	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
74	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000001	0.000000	0.003178	0.002307	0.001940	0.000930	0.000472	0.000611	0.002321	0.001124
75	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
80	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000780
85	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
90	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
91	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
92	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	-0.000013	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
93	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
95	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000

**Tabela AII. 9.** Matriz de coeficientes técnicos de impostos líquidos de subsídios –  $A_{ts}$  (Parte XVII).

	65	66	67	70	71	72	73	74	75	80	85	90	91	92	93	95
01	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	-0.000021	0.000000	-0.000100	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
02	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000013	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
05	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000011	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
12	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
13	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
14	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000013	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
15	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000289	0.000229	0.002286	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
16	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
17	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000193	0.000013	0.001631	0.000000	0.000000	0.000029	0.001192	0.000000
18	0.000000	0.000000	0.000000	0.000022	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000075	0.000038	0.000599	0.000267	0.000000	0.001483	0.000000	0.000000
19	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000021	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
20	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000013	0.000000	0.000000	0.000000	0.000827	0.005779	0.000000
21	0.000016	0.000292	0.000000	0.000266	0.000000	0.000000	0.000303	0.000038	0.000032	0.000344	0.000222	0.000000	0.000873	0.000684	0.000459	0.000000
22	0.001355	0.001315	0.000674	0.002324	0.000000	0.000000	0.000303	-0.000008	0.000011	0.000433	0.000899	0.000000	0.001997	0.000456	0.001192	0.000000
23	0.000000	0.001242	0.000000	0.002645	0.010555	0.004097	0.007564	0.004734	0.014132	0.001796	0.027564	0.015237	0.014600	0.002452	0.002752	0.000000
A1	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A2	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A3	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A4	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A5	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000

**Tabela AII. 9.** Matriz de coeficientes técnicos de impostos líquidos de subsídios – A<sub>ts</sub> (Parte XVIII).

	65	66	67	70	71	72	73	74	75	80	85	90	91	92	93	95
A6	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A7	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A8	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A9	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A10	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A11	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A12	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A13	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A14	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A15	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A16	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
24	0.000080	0.000000	0.000135	0.000133	0.000000	0.000000	0.001210	0.000008	0.000064	0.000255	0.009754	0.000267	0.002995	0.001255	0.012108	0.000000
25	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000038	0.000000	0.000025	0.000022	0.000000	0.000000	0.000941	0.000000	0.000000
26	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000605	0.000000	0.000000	0.000140	0.000011	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
27	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
28	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000015	0.000000	0.000089	0.000411	0.000000	0.000000	0.000884	0.000000	0.000000
29	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000067	0.000000	0.000000	0.000000	0.000150	0.000064	0.000222	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
30	0.001211	0.000000	0.002833	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000096	0.000089	0.000000	0.000000	0.000125	0.000114	0.000000	0.000000
31	0.000175	0.002922	0.000270	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000417	0.000267	0.000166	0.000267	0.000250	0.000000	0.000000	0.000000
32	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000086	0.000051	0.000000	0.000000	0.000000	0.000884	0.000000	0.000000
33	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000605	0.000000	0.000021	0.000102	0.001287	0.000000	0.000125	0.003935	0.000000	0.000000

**Tabela AII. 9.** Matriz de coeficientes técnicos de impostos líquidos de subsídios –  $A_{is}$  (Parte XIX).

	65	66	67	70	71	72	73	74	75	80	85	90	91	92	93	95
<b>34</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000374	0.000013	0.000067	0.000267	0.000250	0.000000	0.000000	0.000000
<b>35</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000407	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000029	0.000000	0.000000
<b>36</b>	0.000239	0.000000	0.001619	0.000089	0.000000	0.000000	0.000303	0.000000	0.000760	0.000688	0.000255	0.000000	0.001497	0.001796	0.001009	0.000000
<b>37</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>40.100</b>	0.000398	0.000219	0.000135	0.000365	0.000000	0.000000	0.000175	0.000030	0.000931	0.000554	0.000291	0.002940	0.001712	0.000285	0.001218	0.000000
<b>A17</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A18</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A19</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A20</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A21</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>40.200</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000733	0.000000	0.000000	0.000096	0.000042	0.000000	0.001283	0.000000	0.000066	0.000000
<b>A22</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A23</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>40.300</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>41</b>	0.000032	0.000000	0.000000	0.000022	0.000000	0.000000	0.000303	-0.000008	0.000225	0.000115	0.000100	0.000535	0.000749	0.000086	0.000275	0.000000
<b>45</b>	0.000622	0.000000	0.002293	0.004836	0.000000	0.000000	0.000908	0.000000	0.000385	0.000509	0.000399	0.000000	0.006114	0.000513	0.002110	0.000000
<b>50+51+52</b>	0.000112	0.000000	0.000270	0.000409	0.001269	0.000089	0.000000	0.000045	0.000663	0.000229	0.000710	0.000267	0.000374	0.000171	0.000917	0.000000
<b>55</b>	0.000781	0.001972	0.000405	0.000332	0.000200	0.001425	0.000908	0.001757	0.001487	0.000802	0.000965	0.000267	0.000749	0.000428	0.000550	0.000000
<b>60</b>	0.000159	0.000000	0.000135	0.000221	0.000000	0.000000	0.000000	-0.000030	0.000588	0.000331	0.000100	-0.000267	0.002995	0.000114	0.000183	0.000000
<b>61</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000011	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000289	0.000140	0.000011	0.000000	0.000000	0.000029	0.000000	0.000000
<b>62</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000022	-0.000067	-0.000356	0.000000	-0.000311	0.000107	0.000038	0.000011	0.000000	0.000749	0.000029	0.000000	0.000000

**Tabela AII. 9.** Matriz de coeficientes técnicos de impostos líquidos de subsídios –  $A_{ts}$  (Parte XX).

	65	66	67	70	71	72	73	74	75	80	85	90	91	92	93	95
63	0.000000	0.000000	0.000000	0.000111	0.000000	0.000000	0.000000	-0.000023	0.000075	0.000025	0.000977	-0.000267	0.000000	0.000114	0.000183	0.000000
64	0.000717	0.000803	0.000270	0.001217	0.000000	0.000000	0.001210	0.000000	0.001562	0.001401	0.000943	0.000267	0.014849	0.001312	0.001468	0.000000
65	0.000000	0.000000	0.000000	0.000199	0.001470	0.000802	0.000605	0.001515	0.000118	0.000064	0.000189	0.000267	0.000000	0.001483	0.000092	0.000000
66	0.000430	0.001680	0.000135	0.000066	0.003006	0.000356	0.000000	0.000326	0.000011	0.000064	0.000078	0.000535	0.000250	0.000200	0.000000	0.000000
67	0.000032	0.000000	0.000000	0.000011	0.000067	0.000000	0.000000	0.000061	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000086	0.000000	0.000000
70	0.000000	0.000000	0.000000	0.001981	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000255	0.000000	0.000000	0.000998	0.001009	0.000000
71	0.000606	0.000876	0.000270	0.000000	0.000000	0.000000	0.000605	0.000000	0.000674	0.002445	0.001343	0.000267	0.005990	0.001312	0.000000	0.000000
72	0.004272	0.000000	0.000944	0.001383	0.000000	0.000000	0.000303	0.000000	0.000931	0.000586	0.001187	0.000000	0.000624	0.000599	0.001835	0.000000
73	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000605	0.000000	0.000492	0.000127	0.000111	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
74	0.026140	0.020013	0.035069	0.016192	0.003407	0.010598	0.022996	0.009514	0.003402	0.007297	0.010209	0.011227	0.038059	0.033645	0.018987	0.000000
75	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
80	0.000000	0.000000	0.000000	0.000066	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000064	0.000033	0.000000	0.000000	0.000456	0.000000	0.000000
85	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000011	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
90	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
91	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
92	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	-0.000089	0.000000	-0.000553	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.011854	0.003108	0.000000	0.000000
93	0.000000	0.000000	0.000000	0.000022	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000053	0.000917	0.000000	0.000000	0.001373	0.002367	0.000000	0.000000
95	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000



**Tabela AII. 10.** Vectors  $\mathbf{a}_{gts}$ ,  $\mathbf{a}_{cptfts}$ ,  $\mathbf{a}_{csfts}$ ,  $\mathbf{a}_{fbcfts}$ ,  $\mathbf{a}_{scts}$ ,  $\mathbf{a}_{acovts}$ ,  $\mathbf{a}_{expts}$  (Parte I).

	$\mathbf{a}_{gts}$	$\mathbf{a}_{cptfts}$	$\mathbf{a}_{csfts}$	$\mathbf{a}_{fbcfts}$	$\mathbf{a}_{scts}$	$\mathbf{a}_{acovts}$	$\mathbf{a}_{expts}$
<b>01</b>	0.000000	0.001332	0.000000	-0.001656	0.000616	0.000000	0.000000
<b>02</b>	0.000000	0.000031	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>05</b>	0.000000	0.000353	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>12</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>13</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>14</b>	0.000000	0.000015	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>15</b>	0.000000	0.010696	0.000000	0.000000	0.000103	0.000000	-0.002199
<b>16</b>	0.000000	0.018114	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>17</b>	0.000000	0.002520	0.000000	0.000031	-0.000103	0.000000	0.000000
<b>18</b>	0.000000	0.006328	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>19</b>	0.000000	0.002037	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>20</b>	0.000000	0.000161	0.000000	0.000017	0.000000	0.000000	0.000000
<b>21</b>	0.000000	0.000263	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>22</b>	0.000000	0.000525	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>23</b>	0.000000	0.021316	0.000000	0.000000	0.000411	0.000000	0.000000
<b>A1</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A2</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A3</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A4</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A5</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A6</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A7</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A8</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A9</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A10</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A11</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A12</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A13</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A14</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A15</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A16</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>24</b>	0.002230	0.002194	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>25</b>	0.000000	0.000883	0.000000	0.000031	0.000000	0.000000	0.000000
<b>26</b>	0.000000	0.000211	0.000000	0.000000	0.000103	0.000000	0.000000
<b>27</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000103	0.027591	0.000000
<b>28</b>	0.000000	0.000157	0.000000	0.000132	0.000000	0.000000	0.000000
<b>29</b>	0.000000	0.001258	0.000000	0.001863	0.000000	0.000000	0.000000
<b>30</b>	0.000000	0.000151	0.000000	0.004579	0.000000	0.000000	0.000000
<b>31</b>	0.000000	0.000198	0.000000	0.000190	0.000000	0.000000	0.000000
<b>32</b>	0.000000	0.001583	0.000000	0.001432	0.000103	0.000000	0.000000

**Tabela AII. 10.** Vectors  $\mathbf{a}_{gts}$ ,  $\mathbf{a}_{cptfts}$ ,  $\mathbf{a}_{csfts}$ ,  $\mathbf{a}_{fbfts}$ ,  $\mathbf{a}_{sfts}$ ,  $\mathbf{a}_{acovts}$ ,  $\mathbf{a}_{expts}$  (Parte II).

	$\mathbf{a}_{gts}$	$\mathbf{a}_{cptfts}$	$\mathbf{a}_{csfts}$	$\mathbf{a}_{fbfts}$	$\mathbf{a}_{sfts}$	$\mathbf{a}_{acovts}$	$\mathbf{a}_{expts}$
33	0.000000	0.000364	0.000000	0.001721	0.000000	0.002692	0.000000
34	0.000000	0.024004	0.000000	0.013746	0.001233	0.000000	0.000000
35	0.000000	0.000301	0.000000	0.000258	0.000000	0.000000	0.000000
36	0.000000	0.004153	0.000000	0.000893	0.000000	0.093540	0.000000
37	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
40.100	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A17	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A18	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A19	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A20	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A21	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
40.200	0.000000	0.001027	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A22	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A23	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
40.300	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
41	0.000000	0.000073	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
45	0.000000	0.000093	0.000000	0.019639	0.000000	0.000000	0.000000
50+51+52	0.000000	0.004208	0.000000	0.000777	0.000000	0.000000	0.000000
55	0.000000	0.008451	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
60	0.000005	0.000156	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
61	0.000000	-0.000070	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
62	0.000000	-0.000028	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
63	0.000000	0.001243	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
64	0.000000	0.003261	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
65	0.000000	0.001146	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000913
66	0.000000	0.002306	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000589
67	0.000000	0.000015	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000047
70	0.000000	0.000084	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
71	0.000000	0.001192	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
72	0.000000	0.000115	0.000000	0.000625	0.000000	0.000000	0.000000
73	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
74	0.000000	0.001022	0.000000	0.017463	0.000000	0.000000	0.000000
75	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
80	0.000000	-0.000151	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
85	0.000000	0.000532	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
90	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
91	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
92	0.000000	0.004557	0.000000	0.001001	0.000000	0.024899	0.000000
93	0.000000	0.001663	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
95	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000

**Tabela AII. 11.** Tabela auxiliar para o cálculo dos limites intervalares das rubricas associadas ao consumo privado.

Valores em milhões de euros (preços constantes de 1999)	Consumo privado dos residentes	Rendimento disponível bruto dos residentes	Consumo das ISFLSF	Importações de turismo	Exportações de turismo	Deflator do consumo privado (base 1999)
<b>1995</b>	57350.06	66370.97	1442.55	1486.60	3621.34	0.89
<b>1996</b>	59081.55	66951.24	1524.80	1594.14	3742.43	0.93
<b>1997</b>	61047.63	68048.11	1534.50	1603.54	3983.65	0.95
<b>1998</b>	64123.89	71205.21	1575.90	1788.59	4765.52	0.98
<b>1999</b>	67394.30	73717.60	1625.68	1784.00	4792.00	1.00
<b>2000 P</b>	69321.05	77787.82	1771.05	1835.00	5165.12	1.03
<b>2001 P</b>	70120.48	79608.70	1872.93	1856.16	5237.64	1.07
<b>2002 P</b>	70895.93	80134.88	1829.32	1876.69	5344.20	1.11
<b>2003 P</b>	70668.52	79750.86	1802.17	1870.67	5612.55	1.15
<b>2004 PEC 2005</b>	72414.57	77233.13	1846.69	1916.89	5872.76	1.17
<b>2005 PEC 2005</b>	73645.62	81323.26	1878.09	1949.48	6066.56	1.20
<b>2006 PEC 2005</b>	74529.37	81320.96	1900.63	1972.87	6460.89	1.24
<b>2007 PEC 2005</b>	75796.37	82457.45	1932.94	2006.41	6984.22	1.27
<b>2008 PEC 2005</b>	77388.09	84170.77	1973.53	2048.55	7535.98	1.30
<b>2009 PEC 2005</b>	79322.79	86028.62	2022.87	2099.76	8131.32	1.33
<b>2010 PEC 2005</b>	81305.86	89128.67	2073.44	2152.25	8773.69	1.36

P – Com base em dados provisórios, publicados pelo INE.  
 Fonte: INE, GEEMEI e PEC 2005 – 2009, de Junho de 2005.

De modo a colmatar os problemas inerentes à existência de igualdades com coeficientes intervalares, foram considerados os seguintes limites superiores intervalares, admitindo-se uma variabilidade dos coeficientes, em relação aos valores previstos para 2010 (Tabela AII.11), de -0.5% e 0.5%, respectivamente:

$$cpr \leq [80899.33, 81712.39],$$

$$cptf \leq [85424.60, 86283.13],$$

$$cptfr \leq [76694.77, 77465.57],$$

$$cpm \leq [2141.49, 2163.02],$$

$$cpe \leq [8729.83, 8817.56],$$

$$yd \leq [88683.03, 89574.31].$$

### ***III) Pressupostos assumidos para o cálculo do consumo público (expressão V.8)***

O vector  $\mathbf{a}_g$  é dado na Tabela AII. 6 e baseia-se em Martins (2004).

Os valores do consumo público a preços constantes de aquisição foram determinados de modo análogo à rubrica do consumo privado dos residentes, mas tendo em consideração as taxas de variação real e as taxas de variação do deflator previstas, em 2010, para o consumo público (Tabela AII. 12).

Deste modo, a variável  $g$  encontra-se limitada, inferiormente, pelo valor obtido no ano base do estudo  $e$ , superiormente, pelo respectivo valor previsto, em 2010, majorado em 0.5%:

$$21253.10 \leq g \leq 24374.14.$$

### ***IV) Pressupostos assumidos para o cálculo das componentes do investimento (expressões V.9 a V.11)***

Os vectores  $\mathbf{a}_{fbcf}$ ,  $\mathbf{a}_{sc}$  e  $\mathbf{a}_{acov}$  são dados na Tabela AII. 6 e baseiam-se em Martins (2004).

Os valores da FBCF, da variação de existências e da ACOV a preços constantes de aquisição foram determinados de modo análogo à rubrica do consumo privado dos residentes, mas tendo em consideração as taxas de variação real e as taxas de variação do deflator previstas, em 2010, para o investimento<sup>AII.5</sup> (Tabela AII.13).

Deste modo, as variáveis  $fbcf$  e  $sc$  encontram-se limitadas, inferiormente, pelos valores obtidos no ano base do estudo  $e$ , superiormente, pelos respectivos valores previstos, em 2010, majorados em 0.5%:

$$29462.10 \leq fbcf \leq 35293.16,$$

$$974.40 \leq sc \leq 999.34.$$

Por outro lado, a variável  $acov$  encontra-se limitada superiormente e inferiormente pelo valor previsto, em 2010, perturbado em 0.5% e em -0.5%, respectivamente:

$$140.95 \leq acov \leq 142.37.$$

---

<sup>AII.5</sup> Até 2005 consideraram-se deflatores individualizados para a FBCF e a ACOV e para a variação de existências, respectivamente. A partir de 2005, por falta de dados detalhados, utilizaram-se os deflatores previstos para o investimento.

**Tabela AII. 12.** Consumo público.

Valores em milhões de euros (preços constantes de aquisição de 1999)	
<b>1995</b>	18301.46
<b>1996</b>	18928.09
<b>1997</b>	19339.59
<b>1998</b>	20134.83
<b>1999</b>	21253.80
<b>2000 P</b>	22131.10
<b>2001 P</b>	22857.80
<b>2002 P</b>	23394.70
<b>2003 P</b>	23466.17
<b>2004 PEC 2005</b>	23749.84
<b>2005 PEC 2005</b>	23892.33
<b>2006 PEC 2005</b>	23964.01
<b>2007 PEC 2005</b>	24035.90
<b>2008 PEC 2005</b>	24108.01
<b>2009 PEC 2005</b>	24180.34
<b>2010 PEC 2005</b>	24252.88

P – Com base em dados provisórios, publicados pelo INE.

Fonte: INE, GEEMEI, PEC 2005 – 2009, de Junho de 2005.

**Tabela AII. 13.** Componentes do investimento.

Valores em milhões de Euros (preços constantes de aquisição de 1999)	FBCF	Variação de existências	ACOV
<b>1995</b>	20641.69	1262.67	171.75
<b>1996</b>	21814.05	643.97	146.92
<b>1997</b>	24846.10	435.73	110.40
<b>1998</b>	27693.95	689.14	118.98
<b>1999</b>	29462.50	974.10	148.70
<b>2000 P</b>	30576.93	595.11	157.98
<b>2001 P</b>	30811.67	711.62	162.37
<b>2002 P</b>	29240.17	682.81	162.74
<b>2003 P</b>	26337.74	653.44	151.85
<b>2004 PEC 2005</b>	26674.25	954.56	135.99
<b>2005 PEC 2005</b>	26967.67	961.24	136.94
<b>2006 PEC 2005</b>	27587.92	967.97	137.90
<b>2007 PEC 2005</b>	28801.79	974.74	138.86
<b>2008 PEC 2005</b>	30558.70	980.59	139.69
<b>2009 PEC 2005</b>	32758.93	987.46	140.67
<b>2010 PEC 2005</b>	35117.57	994.37	141.66

P – Com base em dados provisórios, publicados pelo INE.

Fonte: INE, GEEMEI, PEC 2005 – 2009, de Junho de 2005.

**V) Pressupostos assumidos para o cálculo das exportações e importações (expressões V.12 a V.25)**

Os vectores  $\mathbf{a}_{exp}$ ,  $\mathbf{a}_{expts}$ ,  $\mathbf{am}_{cptf}$ ,  $\mathbf{am}_{csf}$ ,  $\mathbf{am}_g$ ,  $\mathbf{am}_{fbcf}$ ,  $\mathbf{am}_{sc}$  e  $\mathbf{am}_{acov}$  são dados nas Tabelas AII. 6, AII. 8 e AII. 10 e baseiam-se em Martins (2004).

O coeficiente de ajustamento  $a_{ciffob}$  foi calculado tendo em consideração os valores para o ano base do estudo (importações, excluindo o turismo, a preços CIF/ajustamento CIF-FOB do ano base), disponíveis no QRE. Deste modo obtém-se:

$$a_{ciffob} = 41942.22/407 = 0.009710.$$

O vector que permite converter os valores das exportações de produtos energéticos de tep para milhões de euros,  $\mathbf{p}_{exp}$ , foi calculado considerando os valores das exportações dos produtos energéticos (em milhões de euros) e o valor total das exportações destes produtos (em tep), para o ano base do estudo, que figuram em Martins (2004) e no Balanço Energético, respectivamente (*vide* Tabela AII. 14).

Os vectores que permitem converter os valores das importações competitivas,  $\mathbf{p}_{impc}$ , e não competitivas,  $\mathbf{p}_{impnc}$ , de produtos energéticos de tep para milhões de euros foram obtidos, analogamente, considerando os valores das importações dos produtos energéticos (em milhões de euros) e o valor total das importações destes produtos (em tep) para o ano base do estudo (*vide* Tabelas AII. 15 e AII.16).

O vector  $\mathbf{a}_{sc}^{nc}$  (Tabela AII.17) obtém-se considerando os valores das variações de existências das importações não competitivas de energia (em tep) e o valor da variação de existências a preços constantes de aquisição (em milhões de euros) obtidos para o ano base do estudo, de acordo com o Balanço e Energético e com Martins (2004), respectivamente.

A matriz  $\mathbf{A}_m^{nc}$  obtém-se considerando os valores das importações não competitivas de energia (em tep) facultados no Balanço Energético e o valor das importações não competitivas de energia a preços constantes de base (em milhões de euros), facultados na matriz total de importações de Martins (2004), para o ano base do estudo (Tabela AII.18).

Devido à especialização existente neste tipo de modelos consideraram-se limites superiores à importação de energia eléctrica iguais aos valores publicados pela REN, em 2006, ou seja, considerou-se um limite superior de 657 814 teps para a importação de energia eléctrica. Por outro lado, de modo a manter a estrutura de importações do ano base do estudo, impuseram-se valores nulos para as importações de coque, gás de coque, gás de alto-forno, alcatrão, jets e propileno, que no ano base apresentavam valores nulos.

Foram ainda impostos limites superiores ao valor global das exportações com e sem turismo (*vide* Tabela AII.11), respectivamente, a preços constantes FOB. Estes valores foram estimados tendo em consideração as taxas de variação real e as taxas de variação do deflator previstas, em 2010, para as exportações a preços FOB, de modo análogo ao consumo privado dos residentes (Tabela AII. 19).

**Tabela AII. 14.** Preços médios das exportações dos produtos energéticos.

Valores em milhões de euros/tep		
<b>A1</b>	Coque	0.000201
<b>A2</b>	Gás de coque	0.000000
<b>A3</b>	Gás de alto forno	0.000000
<b>A4</b>	Alcatrão	0.000000
<b>A5</b>	GPL	0.000290
<b>A6</b>	Gasolinas	0.000236
<b>A7</b>	Petróleos (petróleo iluminante, petróleo carburante)	0.000000
<b>A8</b>	Jets	0.000207
<b>A9</b>	Gasóleo	0.000156
<b>A10</b>	Fuelóleo	0.000090
<b>A11</b>	Nafta	0.000207
<b>A12</b>	Lubrificantes	0.000207
<b>A13</b>	Asfaltos	0.000207
<b>A14</b>	Parafinas	0.000207
<b>A15</b>	Solventes	0.000207
<b>A16</b>	Propileno	0.000207
<b>40.100</b>	Distribuição de Electricidade	0.000355

Deste modo, admitindo-se uma variabilidade de 0.5% e -0.5%, relativamente aos valores previstos, em 2010, consideraram-se as seguintes restrições intervalares:

$$\text{expstfob} \leq [49728.49, 50228.27],$$

$$\text{expfob} \leq [58458.31, 59045.83].$$

Por outro lado, foi considerado um limite inferior para as exportações a preços CIF (excluindo o turismo) igual ao valor atingido no ano base do estudo, de acordo com o QRE:

$$\text{expstcif} \geq 27697.50545.$$

**Tabela AII. 15.** Preços médios das importações competitivas dos produtos energéticos.

Valores em milhões de euros/tep		
A1	Coque	0.000000
A2	Gás de coque	0.000000
A3	Gás de alto forno	0.000000
A4	Alcatrão	0.000000
A5	GPL	0.000173
A6	Gasolinas	0.000666
A7	Petróleos (petróleo iluminante, petróleo carburante)	0.043139
A8	Jets	0.000000
A9	Gasóleo	0.000213
A10	Fuelóleo	0.000081
A11	Nafta	0.000140
A12	Lubrificantes	0.000140
A13	Asfaltos	0.000140
A14	Parafinas	0.000140
A15	Solventes	0.000140
A16	Propileno	0.000000
40.100	Distribuição de Electricidade	0.000388

**Tabela AII. 16.** Preços médios das importações não competitivas dos produtos energéticos.

Valores em milhões de euros/tep		
M1	Hulha (inclui antracite) e linhite; turfa	0.000048
M2	Petróleo bruto	0.000114
M3	Refugos e Produtos Intermédios	0.000140
M4	Gás Natural	0.000076
M5	Coque de Petróleo	0.000140



**Tabela AII. 17.** Vector de coeficientes de variação de existências de importações não competitivas de energia –  $\mathbf{a}_{sc}^{nc}$ .

Valores em tep/milhões de euros		
M1	Hulha (inclui antracite) e linhite; turfa	-28.19
M2	Petróleo bruto	392.96
M3	Refugos e Produtos Intermédios	-140.27
M4	Gás Natural	7.84
M5	Coque de Petróleo	-149.26

No que diz respeito às importações impuseram-se, de modo similar, limites superiores ao valor global das importações com e sem turismo (*vide* Tabela AII.11), respectivamente, a preços constantes FOB. Estes valores foram estimados tendo em consideração as taxas de variação real e as taxas de variação do deflator previstas, em 2010, para as importações a preços FOB, de modo análogo às exportações (Tabela AII. 20).

Desta forma, consideraram-se as seguintes restrições intervalares:

$$mstfob \leq [68548.24, 69237.17],$$

$$mfob \leq [70689.73, 71400.18].$$

Por outro lado, foi considerado um limite inferior para as importações a preços CIF (excluindo o turismo) igual ao valor atingido no ano base do estudo, de acordo com o QRE:

$$impstcif \geq 41942.22.$$

**VI) Pressupostos assumidos para o cálculo das componentes do VAB e do emprego (expressões V.26 e V.27)**

Os vectores  $\mathbf{a}_{rem}^T$ ,  $\mathbf{a}_{ot}^T$ ,  $\mathbf{a}_{os}^T$  e  $\mathbf{a}_{ebermb}^T$  e  $\mathbf{I}^T$  são facultados na Tabela AII. 21.

O cálculo dos coeficientes de emprego equivalente a tempo completo foi efectuado com base nos *Quadros de Emprego* facultados pelo GEEMEI, que têm como suporte as Contas Nacionais do INE, na óptica do SEC 95.

**Tabela AII. 18.** Matriz de coeficientes de importações não competitivas de energia –  $A_m^{nc}$  (Parte I).

	01	02	05	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	A1	A2	A3	A4
M1	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.023986	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
M2	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.936611	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
M3	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.067031	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
M4	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
M5	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000

	A5	A6	A7	A8	A9	A10	A11	A12	A13	A14	A15	A16	24	25	26	27	28	29	30
M1	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	60.918135	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
M2	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
M3	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
M4	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
M5	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	129.470154	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000

	31	32	33	34	35	36	37	40.100	A17	A18	A19	A20	A21	40.200	A22	A23	40.300	41	45
M1	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	1.336505	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
M2	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
M3	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.036452	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
M4	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.959851	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
M5	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000

**Tabela AII.18.** Matriz de coeficientes de importações não competitivas de energia –  $A_m^{nc}$  (Parte II).

	50+51+52	55	60	61	62	63	64	65	66	67	70	71	72	73	74	75	80	85	90
M1	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
M2	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
M3	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
M4	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
M5	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000

	91	92	93	95
M1	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
M2	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
M3	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
M4	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
M5	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000

**Tabela AII. 19.** Exportações totais e deflator das exportações.

Valores em milhões de euros (preços constantes de 1999)	Exportações totais FOB	Deflator das exportações (base 1999)
<b>1995</b>	24909.80	0.981
<b>1996</b>	26675.21	0.965
<b>1997</b>	28575.20	0.990
<b>1998</b>	31185.09	0.998
<b>1999</b>	32089.10	1.000
<b>2000 P</b>	34587.65	1.054
<b>2001 P</b>	35073.26	1.069
<b>2002 P</b>	35786.82	1.072
<b>2003 P</b>	37583.84	1.045
<b>2004 PEC 2005</b>	39326.31	1.055
<b>2005 PEC 2005</b>	40624.08	1.076
<b>2006 PEC 2005</b>	43264.65	1.096
<b>2007 PEC 2005</b>	46769.08	1.119
<b>2008 PEC 2005</b>	50463.84	1.140
<b>2009 PEC 2005</b>	54450.49	1.161
<b>2010 PEC 2005</b>	58752.07	1.184

P – Com base em dados provisórios, publicados pelo INE.  
 Fonte: INE, GEEMEI, PEC 2005 – 2009, de Junho de 2005.

***VII) Pressupostos assumidos para o cálculo dos impostos líquidos de subsídios sobre os bens ou serviços (expressões V.28 a V.35)***

Os vectores  $\mathbf{a}_{cptfts}$ ,  $\mathbf{a}_{csfts}$ ,  $\mathbf{a}_{gts}$ ,  $\mathbf{a}_{fbcfsts}$ ,  $\mathbf{a}_{scts}$  e  $\mathbf{a}_{exts}$  são dados na Tabela AII. 10 e baseiam-se em Martins (2004). Os coeficientes da matriz  $A_{ts}^{nc}$  foram obtidos com base em Martins (2004) e só assumem valor não nulo no elemento que resulta do cruzamento da linha respeitante à importação de M1 – Hulha (inclui antracite) e linhite; turfa – e o ramo 27 – Indústrias metalúrgicas de base (0.1/1230.699174) e no elemento que resulta do cruzamento da linha respeitante à importação de M2 – Petróleo bruto – e o ramo 23 – Fabricação de produtos de coque e petrolíferos refinados (0.1/ 14078217.075532).

Considerou-se ainda como valor mínimo para os impostos líquidos de subsídios o valor atingido no ano base do estudo, de acordo com o QRE:

$$ts \geq 15182.54.$$

**Tabela AII. 20.** Importações totais e deflator das importações.

Valores em milhões de euros (preços constantes 1999)	Importações totais FOB	Deflator das importações (base 1999)
<b>1995</b>	30290.28	0.97
<b>1996</b>	31783.71	0.99
<b>1997</b>	34965.47	1.02
<b>1998</b>	39917.92	1.00
<b>1999</b>	43292.70	1.00
<b>2000 P</b>	45685.98	1.08
<b>2001 P</b>	46180.85	1.08
<b>2002 P</b>	46105.36	1.06
<b>2003 P</b>	46042.32	1.03
<b>2004 PEC 2005</b>	49219.86	1.05
<b>2005 PEC 2005</b>	51188.66	1.08
<b>2006 PEC 2005</b>	53799.28	1.09
<b>2007 PEC 2005</b>	57242.43	1.10
<b>2008 PEC 2005</b>	61249.40	1.10
<b>2009 PEC 2005</b>	65965.60	1.11
<b>2010 PEC 2005</b>	71044.96	1.12

P – Com base em dados provisórios, publicados pelo INE.  
 Fonte: INE, GEEMEI, PEC 2005 – 2009, de Junho de 2005.

### ***VIII) Pressupostos assumidos para o cálculo do PIB e das remunerações a preços correntes (expressões V.36 a V.39)***

As rubricas do PIB estimadas para 2010 foram obtidas considerando as taxas de variação real e as taxas de variação dos deflatores respectivos, de modo análogo ao consumo privado dos residentes (*vide* Tabelas AII.11, AII.19, AII.20 e AII. 22).

Relativamente ao PIB a preços constantes, considerou-se como limite inferior o valor obtido no ano base do estudo, de acordo com os valores publicados pelo GEEMEI, que têm como suporte as Contas Nacionais do INE, com base no SEC 1995, e como limite superior o valor previsto, em 2010, assumindo uma variabilidade deste em -0.5% e 0.5%:

$$108029.80 \leq \text{pib} \leq [128796.95, 130091.39],$$

$$108029.80 \leq \text{pib}_{\text{prod}} \leq [128796.95, 130091.39].$$

Em relação às restantes variáveis, admitindo-se uma variabilidade de 0.5% e -0.5%, relativamente aos valores previstos, em 2010, consideraram-se os seguintes limites:

$$\text{pibcorr} \leq [183717.66, 185564.07],$$

$$36743.53 \leq \text{gcorr} \leq 37112.81,$$

$$45232.30 \leq \text{fbfcorr} \leq 45686.90.$$

Por outro lado, assumindo, tal como anteriormente, uma variabilidade do valor previsto, em 2010, de -0.5% e 0.5%, respectivamente, os deflatores encontram-se nos seguintes intervalos:

$$\text{pcpr} = [1.36, 1.37],$$

$$\text{psc} = [1.29, 1.30],$$

$$\text{pacov} = [1.29, 1.30],$$

$$\text{pexpfob} = [1.18, 1.19],$$

$$\text{pmfob} = [1.12, 1.13].$$

O cálculo do deflator dos custos unitários de trabalho e das remunerações a preços correntes foi efectuado com base nos *Quadros de Custos Unitários do Trabalho*, deflacionados pelo PIB, que têm como suporte as Contas Nacionais do INE, na óptica do SEC 95, facultados pelo GEEMEI; nas taxas de variação nominal das remunerações previstas no PEC 2006-2010, de Dezembro de 2006 (República Portuguesa, 2006); e nos deflatores do PIB previstos no PEC de Junho de 2005 (Tabela AII. 23).

Desta forma, assumindo uma variabilidade em relação ao valor previsto, em 2010, de -0.5% e 0.5%, respectivamente, considerou-se:

$$\text{iucl} = [1.42, 1.43].$$

$$\text{remcorr} \leq [80717.68, 81528.91].$$

**Tabela AII. 21.** Coeficientes das rubricas do VAB –  $\mathbf{a}_{rem}^T$ ,  $\mathbf{a}_{ot}^T$ ,  $\mathbf{a}_{os}^T$  e  $\mathbf{a}_{ebermb}^T$  – e de emprego –  $\mathbf{l}^T$  (Parte I).

<b>Coeficientes</b>	<b>01</b>	<b>02</b>	<b>05</b>	<b>12</b>	<b>13</b>	<b>14</b>	<b>15</b>	<b>16</b>	<b>17</b>	<b>18</b>	<b>19</b>	<b>20</b>	<b>21</b>	<b>22</b>	<b>23</b>	<b>A1</b>	<b>A2</b>
$\mathbf{a}_{rem}^T$	0.081011	0.054810	0.279074	0.250000	0.264045	0.289132	0.132513	0.176810	0.226653	0.230214	0.224873	0.176711	0.130199	0.253221	0.000001	0.000000	0.000000
$\mathbf{a}_{ot}^T$	0.000902	0.000989	0.001582	-0.012470	0.002809	0.002922	0.002014	0.000888	0.001549	0.001258	0.001274	0.001499	0.001366	0.001448	0.000000	0.000000	0.000000
$\mathbf{a}_{os}^T$	-0.038331	-0.001695	-0.035601	-3.000000	-0.002809	-0.006027	-0.003840	-0.000888	-0.006195	-0.007758	-0.006053	-0.005342	-0.002115	-0.008203	0.000000	0.000000	0.000000
$\mathbf{a}_{ebermb}^T$	0.396415	0.772532	0.454668	-3.000000	0.342605	0.247457	0.133273	0.406577	0.143697	0.067509	0.099597	0.135752	0.122162	0.124236	-0.000001	0.000000	0.000000
$\mathbf{l}^T$	0.095558	0.015539	0.040348	0.250000	0.011236	0.026849	0.012989	0.005331	0.026938	0.032502	0.026641	0.021676	0.006697	0.015392	0.000000	0.000000	0.000000

<b>Coeficientes</b>	<b>A3</b>	<b>A4</b>	<b>A5</b>	<b>A6</b>	<b>A7</b>	<b>A8</b>	<b>A9</b>	<b>A10</b>	<b>A11</b>	<b>A12</b>	<b>A13</b>	<b>A14</b>	<b>A15</b>	<b>A16</b>	<b>24</b>	<b>25</b>	<b>26</b>
$\mathbf{a}_{rem}^T$	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.172431	0.182330	0.215254
$\mathbf{a}_{ot}^T$	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.002389	0.001875	0.002548
$\mathbf{a}_{os}^T$	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	-0.001673	-0.003580	-0.004622
$\mathbf{a}_{ebermb}^T$	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.073818	0.085254	0.166955
$\mathbf{l}^T$	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.007736	0.014943	0.016388

**Tabela AII.21.** Coeficientes das rubricas do VAB –  $\mathbf{a}_{rem}^T$ ,  $\mathbf{a}_{ot}^T$ ,  $\mathbf{a}_{os}^T$  e  $\mathbf{a}_{ebermb}^T$  – e de emprego –  $\mathbf{I}^T$  (Parte II).

Coefficientes	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	40.100	A17	A18	A19	A20	A21
$\mathbf{a}_{rem}^T$	0.217194	0.210646	0.126836	0.183389	0.287532	0.130199	0.205796	0.097331	0.405539	0.237370	0.157423	0.000157	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
$\mathbf{a}_{ot}^T$	0.001381	0.001757	0.001769	0.000664	0.001519	0.001278	0.001062	0.002214	0.001779	0.001586	0.001631	0.000004	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
$\mathbf{a}_{os}^T$	-0.003738	-0.005875	-0.002191	-0.003987	-0.004558	-0.001405	-0.003718	-0.001230	-0.005209	-0.006117	-0.003263	-0.000001	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
$\mathbf{a}_{ebermb}^T$	0.191463	0.071597	0.070062	0.147348	0.055319	0.001953	0.240162	0.066025	0.105996	0.094623	0.312384	0.000479	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
$\mathbf{I}^T$	0.016088	0.025308	0.009035	0.015282	0.020558	0.008305	0.015933	0.005314	0.025410	0.027729	0.013051	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000

Coefficientes	40.200	A22	A23	40.200	A22	A23	40.300	41	45	50+51+52	55	60	61	62	63	64
$\mathbf{a}_{rem}^T$	0.000018	0.000000	0.000000	0.000018	0.000000	0.000000	0.000001	0.293233	0.188883	0.249159	0.230000	0.373437	0.127153	0.147266	0.331803	0.255902
$\mathbf{a}_{ot}^T$	0.000001	0.000000	0.000000	0.000001	0.000000	0.000000	0.000000	0.000895	0.001220	0.002404	0.001673	0.008273	0.001180	0.000840	0.002825	0.001996
$\mathbf{a}_{os}^T$	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	-0.000716	-0.003815	-0.004987	-0.005513	-0.025981	-0.026657	-0.000917	-0.003481	-0.001835
$\mathbf{a}_{ebermb}^T$	0.000077	0.000000	0.000000	0.000077	0.000000	0.000000	-0.000001	0.231596	0.134234	0.271267	0.137056	0.171150	0.308369	0.260120	0.202691	0.304474
$\mathbf{I}^T$	0.000007	0.000000	0.000000	0.000007	0.000000	0.000000	0.000000	0.023631	0.021975	0.000000	0.031930	0.026745	0.005898	0.004354	0.015639	0.009245

Coefficientes	65	66	67	70	71	72	73	74	75	80	85	90	91	92	93	95
$\mathbf{a}_{rem}^T$	0.345224	0.326567	0.129352	0.034663	0.103948	0.368880	0.577620	0.190026	0.701951	0.767341	0.420991	0.360599	0.152734	0.360430	0.102917	1.000000
$\mathbf{a}_{ot}^T$	0.001100	-0.000248	0.004991	0.037452	0.006614	0.001514	0.000605	0.000879	0.000000	0.000624	0.000599	0.001069	0.000499	0.006301	0.000826	0.000000
$\mathbf{a}_{os}^T$	-0.000893	0.000000	-0.000674	-0.051507	-0.001737	-0.003473	-0.035099	-0.002682	0.000000	-0.012722	-0.001798	-0.025662	-0.025331	-0.010749	-0.003486	-0.055788
$\mathbf{a}_{ebermb}^T$	0.326872	0.189052	0.468070	0.657253	0.591821	0.207450	0.033731	0.242289	0.107283	0.074221	0.148208	0.258340	0.014472	0.175436	0.434832	0.050155
$\mathbf{I}^T$	0.010870	0.010226	0.043297	0.002933	0.007749	0.028855	0.024509	0.018188	0.041058	0.038917	0.028197	0.026464	0.020964	0.020985	0.084205	0.237099



**Tabela AII. 22.** Tabela auxiliar para o cálculo dos limites das rubricas associadas ao PIB.

Valores em milhões de euros	PIB a preços correntes	Gastos públicos a preços correntes	FBCF a preços correntes	PIB a preços constantes de 1999	Deflator da variação de existências (base 1999)	Deflator da ACOV (base 1999)
<b>1995</b>	80826.90	15032.50	18457.40	92447.90	0.81	0.81
<b>1996</b>	86230.30	16331.20	20123.00	95725.17	0.99	0.99
<b>1997</b>	93014.20	17704.10	23771.30	99515.99	1.11	1.11
<b>1998</b>	100962.40	19123.60	27125.20	104074.28	1.05	1.05
<b>1999</b>	108029.80	21253.80	29462.50	108029.80	1.00	1.00
<b>2000 P</b>	115548.00	23697.00	32419.90	111680.16	1.09	1.09
<b>2001 P</b>	122549.70	25596.50	33258.40	113597.02	1.05	1.05
<b>2002 P</b>	128458.40	27198.40	32167.60	114070.31	0.99	0.99
<b>2003 P</b>	130510.70	27670.80	29491.20	112765.95	0.98	0.98
<b>2004 PEC 2005</b>	135078.70	28826.90	30507.70	113844.30	1.09	1.09
<b>2005 PEC 2005</b>	140107.95	30403.43	31190.93	114755.06	1.16	1.16
<b>2006 PEC 2005</b>	146899.82	31289.66	32974.74	116361.63	1.20	1.20
<b>2007 PEC 2005</b>	154935.83	32536.52	35250.43	118921.58	1.22	1.22
<b>2008 PEC 2005</b>	164051.02	33794.51	38249.57	122013.54	1.25	1.25
<b>2009 PEC 2005</b>	174041.72	34808.34	42245.68	125673.95	1.29	1.29
<b>2010 PEC 2005</b>	184640.86	36928.17	45459.60	129444.17	1.29	1.29

P – Com base em dados provisórios, publicados pelo INE.

Fonte: INE, GEEMEI, PEC 2005 – 2009, de Junho de 2005.

***IX) Pressupostos assumidos para o cálculo das rubricas do rendimento disponível, da dívida pública e do saldo global da administração pública - SPA (expressões V.40 a V.50)***

O peso da poupança das sociedades no PIB foi determinado com base nos valores mais recentes e nos piores valores assumidos por esta rubrica, na série temporal de 1995-2003. Os valores desta série temporal foram obtidos com base nos *Quadros de Rendimento e Poupança das Sociedades*, publicados pelo GEEMEI, que têm como suporte as Contas Nacionais do INE, na óptica do SEC 95 (Tabela AII.24).

**Tabela AII. 23.** Remunerações e deflator dos custos unitários de trabalho.

Valores em milhões de Euros (preços correntes)	Remunerações	Deflator dos custos unitários de trabalho (base 1999)
<b>1995</b>	38563.29	0.87
<b>1996</b>	41304.73	0.90
<b>1997</b>	44467.15	0.93
<b>1998</b>	48137.71	0.97
<b>1999</b>	51936.94	1.00
<b>2000 P</b>	57061.29	1.03
<b>2001 P</b>	61172.00	1.08
<b>2002 P</b>	64259.82	1.13
<b>2003 P</b>	65834.94	1.16
<b>2004 PEC 2005</b>	67546.65	1.19
<b>2005 PEC 2005</b>	69505.50	1.22
<b>2006 PEC 2005</b>	71521.16	1.26
<b>2007 PEC 2005</b>	73523.75	1.30
<b>2008 PEC 2005</b>	75729.46	1.35
<b>2009 PEC 2005</b>	78380.00	1.39
<b>2010 PEC 2005</b>	81123.30	1.43

P – Com base em dados provisórios, publicados pelo INE.  
 Fonte: INE, GEEMEI, PEC 2005 – 2009, de Junho 2005,  
 PEC 2006 – 2010, de Dezembro de 2006.

**Tabela AII. 24.** Peso da poupança das sociedades no PIB.

<b>1995</b>	13.5%
<b>1996</b>	12.8%
<b>1997</b>	12.5%
<b>1998</b>	12.5%
<b>1999</b>	12.4%
<b>2000 P</b>	9.7%
<b>2001 P</b>	10.2%
<b>2002 P</b>	10.3%
<b>2003 P</b>	10.3%

P – Com base em dados provisórios, publicados pelo INE.  
 Fonte: INE, GEEMEI.

Deste modo, considerou-se:

$$\text{pspibcorr} = [9.73\%, 10.32\%].$$

Para o cálculo do saldo dos rendimentos primários com o resto do mundo teve-se em conta o peso previsto deste saldo no PIB e também os valores previstos para o PIB, de acordo com o PEC 2005-2009, de Junho de 2005 (Tabela AII.25).

A estimativa dos saldos das transferências privadas e das transferências públicas com o resto do mundo teve em consideração os valores previstos para os saldos das transferências correntes, em percentagem do PIB, no PEC 2005 – 2009, de Junho de 2005 (Tabela AII.25).

Deste modo, assumindo uma variabilidade em relação ao valor previsto, em 2010, de -0.5% e 0.5%, respectivamente, consideraram-se as seguintes limitações:

$$\text{ydcorr} \leq [121032.78, 122249.1875],$$

$$\text{rp}^+ - \text{rp}^- \leq [-4592.94, -4639.10],$$

$$\text{tre} \leq [2939.48, 2969.03],$$

$$\text{treg} \leq [734.87, 742.26].$$

Os rendimentos de propriedade e empresa do sector público administrativo, em percentagem do PIB, para o período de 1995-2003, obtiveram-se com base nos *Quadros de Rendimento e Poupança do Sector Público Administrativo*, divulgados pelo GEEMEI, que têm como suporte as contas nacionais do INE, na óptica do SEC 95 (Tabela AII. 26). A partir de 2004 foram tidas em conta as previsões do PEC de Junho de 2005, referindo-se que os cálculos do excedente bruto de exploração são efectuados tendo em consideração o saldo das outras receitas e outras despesas das administrações públicas, que é devidamente deduzido do saldo das transferências públicas com o resto do mundo, assim como do saldo das transferências de capitais.

Os valores das prestações sociais que não em espécie, entre 1995-2003, foram obtidos com base nos *Quadros de Rendimento e Poupança das Famílias*, facultados pelo GEEMEI, que têm como suporte as contas nacionais do INE, na óptica do SEC 95. A partir de 2004 foram consideradas as previsões do PEC de Junho de 2005 (Tabela AII. 26).

**Tabela AII. 25.** Tabela auxiliar para o cálculo dos limites intervalares das rubricas associadas ao rendimento disponível.

Valores em milhões de euros (preços correntes)	Rendimento disponível	Saldo dos rendimentos primários	Saldo das transferências privadas com o resto do mundo	Saldo das transferências públicas com o resto do mundo	Saldo dos rendimentos primários em % do PIB	Saldo das transferências privadas em % do PIB	Saldo das transferências públicas em % do PIB
<b>1995</b>	59245.44	-347.60	3543.13	-504.48	-0.43%	4.38%	-
<b>1996</b>	61947.65	-714.80	3666.84	-572.76	-0.83%	4.25%	-
<b>1997</b>	64799.93	-1331.30	4002.29	-1105.55	-1.43%	4.30%	-
<b>1998</b>	69708.70	-1512.90	4223.92	-964.36	-1.50%	4.18%	-
<b>1999</b>	73717.60	-1685.00	4475.40	-1010.02	-1.56%	4.14%	-
<b>2000 P</b>	80327.16	-2778.80	5133.01	-1820.62	-2.40%	4.44%	-
<b>2001 P</b>	85434.70	-3213.00	5295.00	-1975.00	-2.62%	4.32%	-
<b>2002 P</b>	88969.40	-1966.00	4263.00	-1712.00	-1.53%	3.32%	-
<b>2003 P</b>	91337.70	-1756.00	4631.00	-2369.00	-1.35%	3.55%	-
<b>2004 PEC 2005</b>	93790.27	-2566.50	2296.34	540.31	-1.90%	1.70%	0.40%
<b>2005 PEC 2005</b>	97907.12	-2521.94	2381.84	560.43	-1.80%	1.70%	0.40%
<b>2006 PEC 2005</b>	100743.57	-3084.90	2497.30	734.50	-2.10%	1.70%	0.50%
<b>2007 PEC 2005</b>	104705.28	-3718.46	2478.97	774.68	-2.40%	1.60%	0.50%
<b>2008 PEC 2005</b>	109552.90	-4101.28	2624.82	820.26	-2.50%	1.60%	0.50%
<b>2009 PEC 2005</b>	114658.29	-4351.04	2784.67	696.17	-2.50%	1.60%	0.40%
<b>2010 PEC 2005</b>	121640.98	-4616.02	2954.25	738.56	-2.50%	1.60%	0.40%

P – Com base em dados provisórios, publicados pelo INE.  
 Fonte: INE, GEEMEI, PEC 2005 – 2009, de Junho de 2005.

Desta forma, considerando uma variabilidade relativamente ao valor previsto, em 2010, de -5% e 5%, consideram-se os seguintes valores/limites:

$$\text{trig} \leq [26486.73, 29274.81],$$

$$\text{repg}^+ - \text{repg}^- \leq [734.87, 742.26],$$

$$\text{repgpibcorr} = [0.398\%, 0.402\%].$$

Os impostos directos em percentagem do rendimento disponível dos residentes, para o período de 1995 – 2003, foram calculados com base nos *Quadros de Rendimento e Poupança das Famílias e das ISFLSF*, disponibilizados pelo GEEMEI, que têm como suporte as contas nacionais do INE, na óptica do SEC 95. A partir de 2004 consideram-se os impostos directos sobre os rendimentos das sociedades em percentagem do PIB iguais aos valores obtidos para esta rubrica, entre 2002 e 2003. Estes valores foram depois expurgados dos impostos directos totais cobrados pelas administrações públicas, previstos no PEC de Junho de 2005, sendo então possível obter uma estimativa para os pesos dos

impostos directos sobre o rendimento disponível dos particulares e impostos directos sobre o rendimento das sociedades em percentagem do PIB, respectivamente (Tabela AII. 27).

**Tabela AII. 26.** Tabela auxiliar para o cálculo dos limites das rubricas associadas ao SPA (Parte I).

Valores em milhões de euros (preços correntes)	Rendimentos públicos de propriedade e empresa	Rendimentos públicos de propriedade e empresa em % do PIB	Prestações sociais que não em espécie em % do PIB	Transferências sociais que não em espécie
<b>1995</b>	-2558.07	-3.16%	11.77%	9515.15
<b>1996</b>	-1984.28	-2.30%	11.85%	10217.45
<b>1997</b>	-925.50	-1.00%	11.68%	10861.72
<b>1998</b>	-583.51	-0.58%	11.74%	11854.88
<b>1999</b>	-557.52	-0.52%	11.89%	12839.88
<b>2000 P</b>	-496.39	-0.43%	12.36%	14278.06
<b>2001 P</b>	-442.00	-0.36%	12.65%	15507.00
<b>2002 P</b>	-256.00	-0.20%	13.19%	16944.00
<b>2003 P</b>	-109.00	-0.08%	14.17%	18498.00
<b>2004 PEC 2005</b>	-270.16	-0.20%	14.92%	20156.00
<b>2005 PEC 2005</b>	-140.11	-0.10%	15.60%	21856.84
<b>2006 PEC 2005</b>	-146.90	-0.10%	15.60%	22916.37
<b>2007 PEC 2005</b>	154.94	0.10%	15.50%	24015.05
<b>2008 PEC 2005</b>	328.10	0.20%	15.30%	25099.81
<b>2009 PEC 2005</b>	696.17	0.40%	15.10%	26280.30
<b>2010 PEC 2005</b>	738.56	0.40%	15.10%	27880.77

P – Com base em dados provisórios, publicados pelo INE.  
 Fonte: INE, GEEMEI, PEC 2005 – 2009, de Junho 2005.

Os impostos de capital, em percentagem do PIB, foram estimados com base no PEC de Junho de 2005 (Tabela AII.27).

As taxas de contribuição para a segurança social foram determinadas com base nas previsões do peso destas no PIB e com base nos valores nominais previstos para as remunerações (Tabela AII.27).

Assim, obtém-se:

$$tdscpi corr = [3.29\%, 3.83\%].$$

**Tabela AII. 27.** Tabela auxiliar para o cálculo dos limites das rubricas associadas ao SPA (Parte II).

Valores em milhões de euros (preços correntes)	ID sobre o rendimento disponível dos particulares	ID sobre o rendimento das sociedades	IK	Contribuições para a segurança social	ID sobre o rendimento das sociedades em % do PIB	ID sobre os rendimentos e património dos particulares em % do RD dos particulares	IK em % do PIB	TCSS em % das remunerações nominais
<b>1995</b>	4934.27	2226.23	-	8851.06	2.75%	8.33%	-	22.95%
<b>1996</b>	5480.42	2703.40	-	9407.00	3.14%	8.85%	-	22.77%
<b>1997</b>	5626.35	3299.07	-	10424.23	3.55%	8.68%	-	23.44%
<b>1998</b>	5901.63	3523.90	-	11351.86	3.49%	8.47%	-	23.58%
<b>1999</b>	6320.11	4286.36	-	12265.75	3.97%	8.57%	-	23.62%
<b>2000 P</b>	7080.69	4926.50	-	13607.96	4.26%	8.81%	-	23.85%
<b>2001 P</b>	7526.00	4590.00	-	14665.00	3.75%	8.81%	-	23.97%
<b>2002 P</b>	7639.00	4920.00	-	15749.00	3.83%	8.59%	-	24.51%
<b>2003 P</b>	7815.00	4297.00	-	16600.00	3.29%	8.56%	-	25.21%
<b>2004 PEC 2005</b>	7529.60	4447.40	19.00	17491.00	3.29%	8.03%	0.01%	25.89%
<b>2005 PEC 2005</b>	7015.98	4612.98	19.71	18354.14	3.29%	7.17%	0.01%	26.41%
<b>2006 PEC 2005</b>	7943.68	4836.60	20.66	19243.88	3.29%	7.89%	0.01%	26.91%
<b>2007 PEC 2005</b>	8843.04	5101.19	21.79	19986.72	3.29%	8.45%	0.01%	27.18%
<b>2008 PEC 2005</b>	9855.45	5401.30	23.08	20998.53	3.29%	9.00%	0.01%	27.73%
<b>2009 PEC 2005</b>	11151.81	5730.24	24.48	22103.30	3.29%	9.73%	0.01%	28.20%
<b>2010 PEC 2005</b>	10838.36	7071.81	25.97	23449.39	3.83%	8.91%	0.01%	28.91%

ID – Impostos directos, IK – Impostos de capital, RD – Rendimento disponível,

TCSS - Taxas médias de contribuição para a segurança social.

P – Com base em dados provisórios, publicados pelo INE.

Fonte: INE, GEEMEI, PEC 2005 – 2009, de Junho 2005.

Por outro lado, analogamente às rubricas anteriores, foram ainda considerados os seguintes valores/limites:

$$td \leq [10784.16, 10892.55],$$

$$tdsc \leq [7036.45, 7107.17],$$

$$tk \leq [25.84, 26.10],$$

$$css \leq [23332.14, 23566.64],$$

$$rtdydcrr = [8.86\%, 8.95\%],$$

$$tkpibcrr = [0.0140\%, 0.0141\%],$$

$$tcss = [28.76\%, 29.05\%].$$

A obtenção do índice de taxa média de tributação, com base em 1999, teve por base o peso dos impostos indirectos líquidos de subsídios no consumo privado (Tabela AII. 28).

O peso dos impostos indirectos líquidos de subsídios recebidos pela administração pública nos impostos indirectos totais foi considerado, entre 2004-2010, sempre igual ao ano de 2003 (último ano com dados detalhados a este nível).

O saldo estimado da dívida pública, para o ano de 2009, a taxa de juro implícita da dívida pública, o ajustamento da dívida pública, a FBCF das administrações públicas e as transferências de capital públicas foram determinados com base no PEC de Junho de 2005.

Deste modo, analogamente ao que tem vindo a ser efectuado (considerando uma variabilidade do coeficiente previsto, em 2010, de -0.5% e 0.5%):

$$\text{tisub} \leq [28346.82, 28631.71],$$

$$\text{tisubg} \leq [27925.08, 28205.74],$$

$$\text{itis} = [1.20, 1.21],$$

$$\text{div}_{-1} \geq [111695.63, 112818.20],$$

$$\text{dat} \geq 0,$$

$$\text{gfbcf} \geq [5144.09, 5195.79],$$

$$\text{trkg} \leq [2020.89, 2041.20].$$

Considera-se  $\text{tigts}$  igual ao valor mais recentemente disponível:

$$\text{tigts} = 101.51\%.$$

Os juros são limitados superiormente pelo valor previsto, em 2010, de acordo com o PEC de Junho de 2005, admitindo-se uma variabilidade de 0.5% e -0.5%, respectivamente:

$$\text{jurg} \leq [6246.40, 6309.18],$$

O saldo global do SPA tem-se superior a -7% do PIB previsto para 2010 (com uma variabilidade de 0.5% e 0.5%, respectivamente):

$$\text{sgg}^+ - \text{sgg}^- \geq [-12989.48, -12860.24].$$

A dívida pública tem-se inferior a 70% do PIB previsto para 2010 (com uma variabilidade de 0.5% e 0.5%):

$$\text{div} \leq [128602.36, 129894.85].$$

Considerando as taxas de juro implícitas da dívida mais baixa e mais alta do período obtém-se:

$$rg = [4.9\%, 5.4\%].$$

**Tabela AII. 28.** Tabela auxiliar para o cálculo dos limites das rubricas associadas ao SPA (Parte III) e da dívida pública.

Valores em milhões de euros (preços correntes)	IILS	Índice de tributação média	IILS recebidos pela AP	IILS recebidos pela AP em % dos IILS	DP	Ajustamento da DP	Taxa de juro implícita da DP	Investimento público em FBCF	Transferências públicas de capital
<b>1995</b>	10102.00	0.93	9937.34	98.37%	-	-	-	3017.61	285.62
<b>1996</b>	10804.42	0.93	10785.26	99.82%	-	-	-	3596.34	306.93
<b>1997</b>	11794.19	0.95	11647.72	98.76%	-	-	-	4050.81	373.88
<b>1998</b>	13146.11	0.99	12998.31	98.88%	-	-	-	3983.90	-377.66
<b>1999</b>	14322.35	1.00	14193.37	99.10%	-	-	-	4480.66	22.75
<b>2000 P</b>	15644.26	1.03	15457.15	98.80%	-	-	-	4445.07	78.70
<b>2001 P</b>	15849.00	0.99	15828.00	99.87%	-	-	-	4888.00	368.00
<b>2002 P</b>	17229.00	1.03	17344.00	100.67%	-	-	-	4609.00	909.00
<b>2003 P</b>	18143.00	1.05	18417.00	101.51%	-	-	-	4286.00	2014.00
<b>2004 PEC 2005</b>	18308.38	1.05	18036.00	101.51%	83613.72	1215.71	5.00%	4480.00	2296.34
<b>2005 PEC 2005</b>	19911.35	1.06	19615.11	101.51%	93171.79	840.65	4.90%	4646.80	2381.84
<b>2006 PEC 2005</b>	21771.28	1.11	21447.37	101.51%	99157.38	-1028.30	5.10%	4406.99	2203.50
<b>2007 PEC 2005</b>	23276.81	1.14	22930.50	101.51%	105046.49	-154.94	5.30%	4338.20	2169.10
<b>2008 PEC 2005</b>	24979.28	1.17	24607.65	101.51%	109586.08	-164.05	5.40%	4429.38	1968.61
<b>2009 PEC 2005</b>	26853.86	1.20	26454.34	101.51%	112256.91	0.00	5.40%	4873.17	1914.46
<b>2010 PEC 2005</b>	28489.26	1.21	28065.41	101.51%	119093.36	0.00	5.40%	5169.94	2031.05

IILS – Impostos indirectos líquidos de subsídios, AP – Administração Pública, DP – Dívida pública.

P – Com base em dados provisórios, publicados pelo INE.

Fonte: INE, GEEMEI, PEC 2005 – 2009, de Junho 2005.

***IX) Pressupostos assumidos para o cálculo das emissões de CO<sub>2</sub> resultantes da combustão de combustíveis (expressões V.51 a V.57)***

A sub-matriz  $A_E$  é composta pelos coeficientes de utilização de combustíveis evidenciados na matriz de coeficientes técnicos de produção (Tabela AII.5) e na matriz de coeficientes de importações não competitivas de energia (Tabela AII.18), bem como pelos coeficientes de utilização de biomassa (Tabela AII. 29) pelos ramos de actividade, que são obtidos a partir do Balanço Energético. Os vectores de coeficientes de utilização de energia  $a_{cptfE}$ ,  $a_{csfE}$  e  $a_{gE}$  são obtidos analogamente.



O vector com os teores de carbono dos diferentes combustíveis disponíveis no sistema energético nacional,  $\mathbf{fec}_E$ , foi obtido com base nos dados publicados pelo IPCC (2006b, 2006c), variando nos intervalos de valores facultados na Tabela AII. 30. Refira-se, neste contexto, que o teor de carbono dos combustíveis de biomassa é considerado nulo.

O vector com os factores de oxidação para os diferentes combustíveis,  $\mathbf{fco}_E$ , foi obtido a partir do Inventário Nacional de Emissões submetido, em 2006, para o ano base do estudo (*vide* Tabela AII.31). Os factores de oxidação dos combustíveis de biomassa são considerados nulos.

Os coeficientes de utilização não energética de combustíveis (matriz  $N_E$  e vectores  $\mathbf{a}_{ncptfE}$ ,  $\mathbf{a}_{ncsfE}$  e  $\mathbf{a}_{ngE}$ ) são dados nas Tabelas AII. 32 e AII.33, respectivamente. Estes coeficientes foram determinados com base no Inventário Nacional de Emissões submetido, em 2006, para o ano base do estudo, tendo-se considerado as fracções de carbono armazenado respectivas. Como os combustíveis de biomassa não são considerados no cálculo das emissões de  $CO_2$ , os coeficientes respectivos foram omitidos nas Tabelas AII. 32 e AII.33. Não obstante este facto, para que as matrizes e os vectores possuam dimensões convenientes, deverão ser consideradas as linhas correspondentes aos combustíveis de biomassa com valor nulo.

***X) Pressupostos assumidos para o cálculo das emissões de outros gases resultantes da combustão de energia (expressões V.58 a V.66)***

Considerámos, sempre que possível, uma *metodologia de nível 2*, recorrendo aos estudos técnicos que servem de base ao PTEN<sup>AII.6</sup> e ao Inventário Nacional de Emissões. No entanto, como não existe uma correspondência directa entre o sector de transportes do balanço energético nacional e o sector de transportes da matriz simétrica de entradas e saídas, não foi possível aplicar, neste caso, uma *metodologia de nível 2* (com base em factores de emissão específicos para o país). Por este motivo, optámos por aplicar, sempre que se trate do cálculo de emissões resultantes da combustão de energia em meios de transporte, *uma metodologia de nível 1* com base nos factores de emissão sugeridos para este sector pelo IPCC (1996a, 1996b, 1996c, 2006b, 2006c).

---

<sup>AII.6</sup> Neste anexo, sempre que mencionamos este documento estamos a referir-nos ao *Programa para os Tectos de Emissão Nacional – Estudos de base – Cenário de Referência*, publicado em Instituto do Ambiente *et al.* (2004b).

**Tabela AII. 29.** Matriz de coeficientes de utilização de biomassa (Parte I).

Coefficientes de consumo de biomassa	01	02	05	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	A1	A2
W1	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	6.776772	0.000000	9.901282	1.572660	0.000000	3.058304	0.000000	0.072376	0.000000	0.000000	0.000000
W2	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
W3	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
W4	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000

Coefficientes de consumo de biomassa	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10	A11	A12	A13	A14	A15	A16	24	25	26
W1	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	9.589913	0.642614	85.347985
W2	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
W3	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
W4	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000

Coefficientes de consumo de biomassa	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	40.100	A17	A18	A19	A20	A21	40.200
W1	0.000000	1.732367	0.031980	0.031980	0.031980	0.031980	0.031980	0.031980	0.031980	0.000000	0.000000	0.000000	0.094205	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
W2	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.398301	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
W3	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000224	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
W4	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.023381	0.000000

**Tabela AII. 29.** Matriz de coeficientes de utilização de biomassa (Parte II).

<b>Coeficientes de consumo de biomassa</b>	<b>A22</b>	<b>A23</b>	<b>40.300</b>	<b>41</b>	<b>45</b>	<b>50+51+52</b>	<b>55</b>	<b>60</b>	<b>61</b>	<b>62</b>	<b>63</b>	<b>64</b>	<b>65</b>	<b>66</b>	<b>67</b>	<b>70</b>	<b>71</b>
<b>W1</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>W2</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>W3</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>W4</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000

<b>Coeficientes de consumo de biomassa</b>	<b>72</b>	<b>73</b>	<b>74</b>	<b>75</b>	<b>80</b>	<b>85</b>	<b>90</b>	<b>91</b>	<b>92</b>	<b>93</b>	<b>95</b>	<b>Famílias</b>
<b>W1</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	16.430293
<b>W2</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>W3</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>W4</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000

**Tabela AII. 30.** Teor de carbono dos combustíveis secundários.

<b>Teor de carbono dos combustíveis primários</b>			
<b>A22</b>	Distribuição de Gás Natural	14.80%	15.90%
<b>M1</b>	Hulha (inclui antracite) e linhite; turfa	24.40%	27.20%
<b>M2</b>	Petróleo bruto	19.40%	20.60%
<b>Teor de carbono dos combustíveis secundários</b>			
<b>A1</b>	Coque	23.80%	27.60%
<b>A2</b>	Gás de coque	26.10%	32.40%
<b>A3</b>	Gás de alto forno	59.70%	84.00%
<b>A4</b>	Alcatrão	18.60%	26.00%
<b>A5</b>	GPL	16.80%	17.90%
<b>A6</b>	Gasolinas	18.40%	19.90%
<b>A7</b>	Petróleos (petróleo iluminante, petróleo carburante)	19.30%	20.10%
<b>A8</b>	Jets	19.00%	20.30%
<b>A9</b>	Gasóleo	19.80%	20.40%
<b>A10</b>	Fuelóleo	20.60%	21.50%
<b>A11</b>	Nafta	18.90%	20.80%
<b>A12</b>	Lubrificantes	19.90%	20.50%
<b>A13</b>	Asfaltos	19.90%	24.50%
<b>A14</b>	Parafinas	19.70%	20.30%
<b>A15</b>	Solventes	19.70%	20.30%
<b>A16</b>	Propileno	19.70%	20.30%
<b>A23</b>	Gás de Cidade	19.70%	20.30%
<b>M3</b>	Refugos e Produtos Intermédios	18.80%	20.90%
<b>M5</b>	Coque de Petróleo	22.60%	31.30%

Fonte: IPCC

Os factores de emissão para cada sector/ramo de actividade são dados nas Tabelas AII. 34 a AII. 43. Como o NH<sub>3</sub> possui factores de emissão nulos, o vector correspondente é omitido.

***XI) Pressupostos assumidos para o cálculo das emissões resultantes de fuga e/ou evaporação (expressões V.67 a V.74)***

A actividade considerada para aferir as emissões resultantes do carregamento e descarregamento de petróleo bruto dos respectivos terminais corresponde ao consumo de petróleo bruto no sector de refinação de petróleo, em toneladas. Os factores de emissão (Tabela AII. 44) foram obtidos a partir do Inventário Nacional de Emissões submetido, em 2006, para o ano base do estudo.

A actividade considerada para aferir as emissões resultantes da refinação e armazenamento de produtos de petróleo corresponde à produção do sector de refinação. Os factores de emissão (Tabela AII. 45) foram determinados a partir dos valores totais do Inventário Nacional de Emissões submetido, em 2006, para o ano base do estudo, sendo posteriormente divididos pelo nível de *output* do sector de refinação no ano base do estudo.

Os factores de conversão de tep em toneladas para os produtos petrolíferos são facultados na Tabela AII. 46.

De acordo com Ferreira *et al.* (2006), o indicador de actividade a considerar para o cálculo de emissões fugitivas na distribuição de produtos petrolíferos corresponde ao nível de produção de gasolinas das refinarias nacionais para o mercado interno e externo (valor semelhante à venda de gasolinas). Os factores de emissão (Tabela AII. 47 e Tabela AII. 48) foram obtidos a partir do PTEN e do Inventário Nacional de Emissões submetido, em 2006, para o ano base do estudo.

A actividade considerada para aferir as emissões resultantes do transporte de gás natural é, por simplificação, a quantidade de gás natural transmitida/distribuída (Ferreira *et al.*, 2006). Os factores de emissão (Tabela AII. 49) foram obtidos a partir do PTEN e do Inventário Nacional de Emissões submetido, em 2006, para o ano base do estudo.

A actividade considerada para aferir as emissões resultantes da ventilação e queima no sector de refinação corresponde à produção do sector. Os factores de emissão (Tabela AII. 50) foram determinados a partir do Inventário Nacional de Emissões submetido, em 2006, para o ano base do estudo, sendo posteriormente divididos pelo nível de *output* do sector de refinação no ano base do estudo.

A actividade considerada para aferir as emissões resultantes da produção de energia geotérmica é a quantidade de energia geotérmica produzida. Os factores de emissão (Tabela AII. 51) foram determinados a partir do Inventário Nacional de Emissões submetido, em 2006, para o ano base do estudo.

**Tabela AII. 31.** Factores de oxidação dos combustíveis secundários.

<b>Factores de oxidação dos combustíveis primários</b>		
<b>A22</b>	Distribuição de Gás Natural	99.5%
<b>M1</b>	Hulha (inclui antracite) e linhite; turfa	98%
<b>M2</b>	Petróleo bruto	99%
<b>Factor de oxidação dos combustíveis secundários</b>		
<b>A1</b>	Coque	98.00%
<b>A2</b>	Gás de coque	99.50%
<b>A3</b>	Gás de alto forno	99.50%
<b>A4</b>	Alcatrão <sup>a)</sup>	98.00%
<b>A5</b>	GPL	99.50%
<b>A6</b>	Gasolinas	99.00%
<b>A7</b>	Petróleos (petróleo iluminante, petróleo carburante)	99.00%
<b>A8</b>	Jets	99.00%
<b>A9</b>	Gasóleo	99.00%
<b>A10</b>	Fuelóleo	99.00%
<b>A11</b>	Nafta	99.00%
<b>A12</b>	Lubrificantes	99.00%
<b>A13</b>	Asfaltos	99.00%
<b>A14</b>	Parafinas	99.00%
<b>A15</b>	Solventes	99.00%
<b>A16</b>	Propileno	99.00%
<b>A23</b>	Gás de Cidade	99.00%
<b>M3</b>	Refugos e Produtos Intermédios	99.00%
<b>M5</b>	Coque de Petróleo	99.00%

a) Factor de oxidação igual ao do carvão.

**Tabela AII. 32.** Matriz de coeficientes de utilização não energética de combustíveis – N<sub>E</sub> (Parte I).

<b>Combustíveis primários</b>	<b>01</b>	<b>02</b>	<b>05</b>	<b>12</b>	<b>13</b>	<b>14</b>	<b>15</b>	<b>16</b>	<b>17</b>	<b>18</b>	<b>19</b>	<b>20</b>	<b>21</b>	<b>22</b>	<b>23</b>	<b>A1</b>
<b>A22</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>M1</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.023986	0.000000
<b>M2</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.936611	0.000000
<b>Combustíveis secundários</b>	<b>01</b>	<b>02</b>	<b>05</b>	<b>12</b>	<b>13</b>	<b>14</b>	<b>15</b>	<b>16</b>	<b>17</b>	<b>18</b>	<b>19</b>	<b>20</b>	<b>21</b>	<b>22</b>	<b>23</b>	<b>A1</b>
<b>A1</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A2</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A3</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000299	0.000000
<b>A4</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A5</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000040	0.000000
<b>A6</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000023	0.000000
<b>A7</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A8</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A9</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000028	0.000000
<b>A10</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.020340	0.000000
<b>A11</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A12</b>	0.653353	0.425530	0.534366	5.544000	1.185151	0.917280	0.038550	0.016291	0.123550	0.000034	0.307651	0.132581	0.067005	0.001899	0.000038	0.000000
<b>A13</b>	0.000009	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	27.011005	0.000102	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A14</b>	0.005009	0.023325	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000002	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.250668	0.005118	0.006635	0.000000	0.000000
<b>A15</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.055356	0.002847	0.021278	0.000430	0.004336	0.000229	0.000000	0.000000
<b>A16</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A23</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>M3</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.046256	0.000000
<b>M5</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000

**Tabela AII.32.** Matriz de coeficientes de utilização não energética de combustíveis – N<sub>E</sub> (Parte II).

Combustíveis primários	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10	A11	A12	A13	A14	A15	A16
A22	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
M1	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
M2	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
Combustíveis secundários	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10	A11	A12	A13	A14	A15	A16
A1	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A2	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A3	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A4	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A5	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A6	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A7	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A8	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A9	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A10	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A11	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A12	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A13	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A14	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A15	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A16	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A23	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
M3	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
M5	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000



**Tabela AII. 32.** Matriz de coeficientes de utilização não energética de combustíveis –  $N_E$  (Parte III).

<b>Combustíveis primários</b>	<b>24</b>	<b>25</b>	<b>26</b>	<b>27</b>	<b>28</b>	<b>29</b>	<b>30</b>	<b>31</b>	<b>32</b>	<b>33</b>	<b>34</b>	<b>35</b>	<b>36</b>	<b>37</b>	<b>40.100</b>
A22	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
M1	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
M2	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>Combustíveis secundários</b>	<b>24</b>	<b>25</b>	<b>26</b>	<b>27</b>	<b>28</b>	<b>29</b>	<b>30</b>	<b>31</b>	<b>32</b>	<b>33</b>	<b>34</b>	<b>35</b>	<b>36</b>	<b>37</b>	<b>40.100</b>
A1	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A2	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A3	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A4	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A5	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A6	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A7	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A8	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A9	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A10	59.654258	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A11	415.447844	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A12	3.988927	1.134551	0.125392	0.512624	0.025099	0.160464	0.000000	1.033747	0.070975	0.000000	0.323048	0.053521	0.085537	1.682224	0.000000
A13	3.924123	0.002518	11.091540	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.465652	0.000000	0.000000	0.000000	2.457449	0.000000	0.000000	0.000000
A14	3.591969	0.033000	0.061822	0.000000	0.000482	0.000000	0.000000	0.028487	0.000000	0.000000	0.000756	0.000000	0.001812	0.000000	0.000000
A15	5.305316	0.018914	0.047454	0.000000	0.038731	0.000000	0.000000	0.008394	0.000000	0.000000	0.000273	0.000000	0.203674	0.000000	0.000000
A16	14.296123	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A23	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
M3	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
M5	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000

## **Anexo III**

### **Valores obtidos para as principais variáveis do modelo**

Neste anexo apresentamos os valores obtidos para as principais variáveis do modelo, em relação às soluções analisadas no Capítulo V.

As letras L e U, em índice, designam, respectivamente, o limite superior e inferior da variável em análise.

**Tabela AIII. 1.** Valores obtidos para as principais variáveis nas soluções  $x_k^\beta$ ,  $k = 1, 2, \dots, 4$  e  $\beta = 0, 1$  (Parte I).

Variáveis	$x_1^0$	$x_1^1$	$x_2^0$	$x_2^1$	$x_3^0$	$x_3^1 = x_4^1 = x^{IU}$	$x_4^0$	
Produção dos ramos de actividade	01	6036.335469	5572.197258	6585.306075	5529.697135	4651.385712	5513.559545	4648.495403
	02	746.974507	728.367930	674.286409	706.584171	665.346456	701.960406	665.429337
	05	614.401314	555.391530	484.375307	484.375307	459.965179	555.031177	459.719079
	12	0.141644	0.100000	0.400000	0.100000	0.100000	0.100000	0.100000
	13	111.272654	104.800000	104.800000	104.800000	104.800000	104.800000	104.800000
	14	579.029934	634.141838	558.241974	575.882428	555.440029	565.287082	555.386066
	15	14292.020858	12994.029938	11726.658488	13011.447639	10873.800394	12991.582622	10866.659807
	16	273.209537	245.334302	210.915515	246.052671	199.872475	245.247636	199.776084
	17	5363.456040	5036.071987	4852.471876	5023.637945	4801.576693	5020.984138	4800.936757
	18	4763.630095	4429.684309	4217.220667	4432.774899	4149.346062	4426.159325	4149.774228
	19	2721.383064	2549.296463	2491.734836	2549.953078	2473.539967	2548.674151	2473.347299
	20	2788.532476	2797.256379	2602.577736	2682.593135	2585.861090	2659.740337	2586.647372
	21	2474.386804	2342.932356	2235.674964	2325.288138	2204.861963	2320.964811	2204.881613
	22	2390.819755	2263.542862	2005.319797	2232.329240	1959.714410	2221.861151	1959.248049
	23	11484735.437085	5798794.956989	9901814.768760	9537445.484686	1480233.196825	3680629.312500	1479996.575342
	A1	277425.070403	271235.625664	263480.361737	266446.297636	262504.512981	265692.268940	262467.131228
	A2	62020.390492	47741.039867	54963.353579	56059.990781	34401.736162	42042.938882	34397.315036
	A3	42185.195539	37755.339594	37709.436257	39622.909512	31735.945903	35797.222618	31731.805556
	A4	212.367486	193.199505	187.024788	200.872148	161.680398	185.861657	161.656518
	A5	1466574.099990	0.000000	1175312.115552	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
	A6	3143256.674455	3221651.549331	2678252.873299	3169208.475912	0.000000	2154262.815341	0.000000
	A7	19687.820407	17096.227914	13904.299815	17139.453703	12586.852709	17067.222017	12575.143511
	A8	1086063.130909	1027094.129635	1008231.405765	1026047.080140	1004809.447898	1028201.302137	1004720.526177
	A9	5242159.820262	1038613.537522	4534381.916802	4825655.464033	0.000000	0.000000	0.000000
	A10	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
	A11	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
	A12	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
	A13	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
	A14	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
	A15	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
	A16	145150.867142	137414.307956	135391.981166	137064.940821	134033.020774	137379.680907	133942.997315
24	3664.773188	3497.514578	3356.054770	3473.076684	3260.996802	3495.092449	3254.699747	
25	1960.324893	1862.827076	1741.083082	1839.942469	1712.489911	1833.313047	1712.690903	
26	4041.257533	4338.695832	3871.066403	3987.401422	3845.988680	3923.082000	3845.618035	
27	1307.911767	1289.160343	1232.413255	1252.287235	1227.525362	1245.727457	1227.415654	
28	2179.683686	2171.127771	1998.798959	2086.996175	1971.678599	2070.677440	1971.875799	
29	2766.130047	2798.198372	2612.075963	2667.611766	2584.942780	2644.926931	2584.602058	

**Tabela AIII. 2.** Valores obtidos para as principais variáveis nas soluções  $x_k^\beta$ ,  $k = 1, 2, \dots, 4$  e  $\beta = 0, 1$  (Parte II).

Variáveis	$x_1^0$	$x_1^1$	$x_2^0$	$x_2^1$	$x_3^0$	$x_3^1 = x_4^1 = x^{IU''}$	$x_4^0$
<b>30</b>	470.693218	509.555593	450.303200	465.447008	461.940533	457.694139	459.704084
<b>31</b>	2242.385155	2135.500551	2082.824969	2117.691248	2075.955203	2115.887268	2075.267284
<b>32</b>	1656.887330	1566.878898	1552.319964	1563.448875	1549.741094	1562.140410	1550.389459
<b>33</b>	406.191757	386.935617	368.001355	386.089584	364.302357	384.568427	365.980926
<b>34</b>	4337.359123	4119.950015	4065.340223	4098.170066	4056.049320	4094.033288	4056.038063
<b>35</b>	857.913972	891.620872	828.102211	840.368647	827.378994	831.921738	827.231560
<b>36</b>	2496.503291	2403.809350	2163.854280	2344.604524	2129.247233	2334.609728	2125.991551
<b>37</b>	132.797031	132.412786	125.306537	128.369997	124.353227	127.345013	124.345367
<b>40.100</b>	3482706.380110	3618697.437670	2873609.564869	3588941.032636	2722421.191812	3559904.503593	2723970.618296
<b>A17</b>	1788588.310570	1627152.925217	1575148.607074	1691772.987118	1361694.652181	1565352.557425	1361493.525577
<b>A18</b>	226584.394295	235431.953648	186956.639932	233496.006062	177120.345340	231606.893507	177221.150812
<b>A19</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A20</b>	877887.167243	912166.486618	724351.893422	904665.777895	686241.780752	897346.528597	686632.345295
<b>A21</b>	1996858.248997	2074830.617449	1647624.099688	2057769.367844	1560938.138559	2041120.869172	1561826.523831
<b>40.200</b>	2058131.327319	2172885.529088	1767620.764579	2131641.535847	1692092.270496	2105945.121117	1694674.683653
<b>A22</b>	1960818.001811	2083149.847696	1689914.972097	2040841.241928	1617858.386855	2015953.434285	1619583.310746
<b>A23</b>	97313.325508	89735.681391	77705.792482	90800.293919	74233.883641	89991.686831	75091.372907
<b>40.300</b>	1407211.740996	1230884.545262	1260471.675247	1298763.106283	1063573.725019	1175522.345108	1063202.927219
<b>41</b>	654.812863	609.478525	538.753451	609.891173	520.043051	612.650112	520.992053
<b>45</b>	22731.602288	26414.835770	22346.302205	23135.821686	22283.335438	22540.417138	22281.431864
<b>50+51+52</b>	29057.293453	27491.289109	23937.433582	26905.926607	22885.496809	26768.762900	22870.202599
<b>55</b>	9135.846457	8295.648422	7105.844493	8284.997127	6757.454353	8266.763981	6750.869122
<b>60</b>	3424.443801	3226.301807	2936.189201	3194.145287	2833.660504	3173.372469	2834.200497
<b>61</b>	442.480275	396.903635	401.095847	412.615363	359.351112	387.409606	358.735443
<b>62</b>	1431.476217	1350.951927	1295.807094	1346.953183	1282.877761	1346.078105	1284.109204
<b>63</b>	2316.628035	2151.197169	1916.169659	2136.767217	1842.848090	2129.673501	1842.192523
<b>64</b>	5125.976342	4776.048751	4202.047375	4757.025419	4076.658603	4735.639524	4088.075226
<b>65</b>	7167.976114	6884.905836	6201.301252	6748.318642	6041.827105	6718.882410	6026.365245
<b>66</b>	1657.105495	1511.141364	1304.414452	1506.872421	1237.471662	1498.112915	1236.957684
<b>67</b>	859.689925	810.124653	719.128717	798.797026	2731.826938	793.124049	2404.910298
<b>70</b>	10647.490218	10170.932913	8683.887254	9878.891407	8398.400039	9795.134274	8387.262276
<b>71</b>	1761.609433	1643.042907	1452.478981	1635.518295	1397.229902	1636.386749	1398.716371
<b>72</b>	1238.641540	1231.540561	1095.511721	1189.023982	1088.314415	1185.183534	1086.052411

**Tabela AIII. 1.** Valores obtidos para as principais variáveis nas soluções  $x_k^\beta$ ,  $k = 1, 2, \dots, 4$  e  $\beta = 0, 1$  (Parte III).

Variáveis	$x_1^0$	$x_1^1$	$x_2^0$	$x_2^1$	$x_3^0$	$x_3^1 = x_4^1 = x^{1U}$	$x_4^0$
<b>73</b>	341.066279	332.402115	326.052136	344.519477	324.548847	343.394144	332.506339
<b>74</b>	14896.967078	14435.519832	12938.497851	14136.372673	12977.968392	14048.733488	12954.113304
<b>75</b>	9378.359194	9362.181100	9340.785165	9472.030792	9683.297093	10323.839232	9506.594754
<b>80</b>	8215.264102	8034.653649	7775.032878	8105.329591	7920.478365	8643.786301	7811.771120
<b>85</b>	9900.746474	9436.756843	8819.671175	9582.429522	8805.782150	9960.740938	8783.868067
<b>90</b>	436.138672	403.734369	360.034719	405.517134	350.606295	415.656495	348.034694
<b>91</b>	875.336606	842.181046	785.394781	954.795747	768.544744	836.111925	885.262293
<b>92</b>	3961.358283	3793.661124	3415.340492	3950.686674	3353.024941	3734.852487	3557.594519
<b>93</b>	1334.407966	1207.838485	1034.835044	1215.859929	983.078912	1210.139432	987.765869
<b>95</b>	716.808772	640.993781	6537.796615	1517.147072	3943.913795	640.741311	4299.506660
<b>A1</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A2</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A3</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A4</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A5</b>	0.000000	1346018.305392	0.000000	1340164.821290	1111937.961786	1332976.552276	1111654.448535
<b>A6</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	2589701.582761	1002081.554697	2589258.971491
<b>A7</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A8</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A9</b>	0.000000	4462186.536008	0.000000	555754.336963	4256654.526130	5354872.518994	4255066.540593
<b>A10</b>	2197715.589625	4723452.128487	2021640.349329	4801769.770792	1822014.460151	4578359.884454	1821985.099767
<b>A11</b>	1576043.356758	1505023.691459	1446254.519158	1494871.021069	1406762.891076	1504017.423337	1404146.793522
<b>A12</b>	236372.492997	226427.075674	218035.217459	224721.091385	213729.043782	224209.219526	213661.092413
<b>A13</b>	702319.459529	770731.224681	681620.055838	703568.138653	677887.530353	688565.067373	679852.393870
<b>A14</b>	13957.797311	12997.123640	12406.505695	12856.432005	12047.667676	12925.240846	12025.186901
<b>A15</b>	41944.751445	39492.387660	38570.690827	39288.417524	38042.967668	39391.135274	38008.741837
<b>A16</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>40.100</b>	657814.000000	657814.000000	657814.000000	657814.000000	657814.000000	657814.000000	657814.000000
<b>01</b>	159.347492	150.400000	150.400000	150.400000	150.400000	150.400000	150.400000
<b>02</b>	53.080514	50.100000	50.100000	50.100000	50.100000	50.100000	50.100000
<b>05</b>	72.045409	68.000000	68.000000	68.000000	68.000000	68.000000	68.000000
<b>12</b>	0.741644	0.700000	0.700000	0.700000	0.700000	0.700000	0.700000
<b>13</b>	115.272654	108.800000	108.800000	108.800000	108.800000	108.800000	108.800000
<b>14</b>	53.080514	50.100000	50.100000	50.100000	50.100000	50.100000	50.100000
<b>15</b>	1588.283412	1499.100000	1499.100000	1499.100000	1499.100000	1499.100000	1499.100000

Tabela AIII. 1. Valores obtidos para as principais variáveis nas soluções  $x_k^\beta$ ,  $k = 1, 2, \dots, 4$  e  $\beta = 0, 1$  (Parte IV).

Variáveis	$x_1^0$	$x_1^1$	$x_2^0$	$x_2^1$	$x_3^0$	$x_3^1 = x_4^1 = x^{1U}$	$x_4^0$
<b>16</b>	32.950180	31.100000	31.100000	31.100000	31.100000	31.100000	31.100000
<b>17</b>	2537.375721	2394.900000	2394.900000	2394.900000	2394.900000	2394.900000	2394.900000
<b>18</b>	2732.322121	2578.900000	2578.900000	2578.900000	2578.900000	2578.900000	2578.900000
<b>19</b>	1783.229812	1683.100000	1683.100000	1683.100000	1683.100000	1683.100000	1683.100000
<b>20</b>	1144.780353	1080.500000	1080.500000	1080.500000	1080.500000	1080.500000	1080.500000
<b>21</b>	1122.001290	1059.000000	1059.000000	1059.000000	1059.000000	1059.000000	1059.000000
<b>22</b>	52.232921	49.300000	49.300000	49.300000	49.300000	49.300000	49.300000
<b>23</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A1</b>	56788.733827	53600.000000	53600.000000	53600.000000	53600.000000	53600.000000	53600.000000
<b>A2</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A3</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A4</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A5</b>	13149.124065	12410.790000	12410.790000	12410.790000	12410.790000	12410.790000	12410.790000
<b>A6</b>	666101.026322	628698.909180	628698.909180	628698.909180	628698.909180	628698.909180	628698.909180
<b>A7</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A8</b>	560426.569316	528958.159320	528958.159320	528958.159320	528958.159320	528958.159320	528958.159320
<b>A9</b>	203996.168819	192541.617180	192541.617180	192541.617180	192541.617180	192541.617180	192541.617180
<b>A10</b>	538152.714860	507935.000000	507935.000000	507935.000000	507935.000000	507935.000000	507935.000000
<b>A11</b>	27291.436467	25759.000000	25759.000000	25759.000000	25759.000000	25759.000000	25759.000000
<b>A12</b>	100555.726228	94909.440000	94909.440000	94909.440000	94909.440000	94909.440000	94909.440000
<b>A13</b>	94565.955718	89256.000000	89256.000000	89256.000000	89256.000000	89256.000000	89256.000000
<b>A14</b>	6578.678156	6209.280000	6209.280000	6209.280000	6209.280000	6209.280000	6209.280000
<b>A15</b>	27727.480708	26170.560000	26170.560000	26170.560000	26170.560000	26170.560000	26170.560000
<b>A16</b>	95197.359560	89851.950000	89851.950000	89851.950000	89851.950000	89851.950000	89851.950000
<b>24</b>	1182.074446	1115.700000	1115.700000	1115.700000	1115.700000	1115.700000	1115.700000
<b>25</b>	625.205818	590.100000	590.100000	590.100000	590.100000	590.100000	590.100000
<b>26</b>	938.815243	886.100000	886.100000	886.100000	886.100000	886.100000	886.100000
<b>27</b>	519.998331	490.800000	490.800000	490.800000	490.800000	490.800000	490.800000
<b>28</b>	689.622889	650.900000	650.900000	650.900000	650.900000	650.900000	650.900000
<b>29</b>	1296.075711	1223.300000	1223.300000	1223.300000	1223.300000	1223.300000	1223.300000
<b>30</b>	102.452809	96.700000	96.700000	96.700000	96.700000	96.700000	96.700000
<b>31</b>	1710.760607	1614.700000	1614.700000	1614.700000	1614.700000	1614.700000	1614.700000
<b>32</b>	1554.167792	1466.900000	1466.900000	1466.900000	1466.900000	1466.900000	1466.900000
<b>33</b>	211.686362	199.800000	199.800000	199.800000	199.800000	199.800000	199.800000
<b>34</b>	3722.734590	3513.700000	3513.700000	3513.700000	3513.700000	3513.700000	3513.700000

Tabela AIII. 1. Valores obtidos para as principais variáveis nas soluções  $x_k^\beta$ ,  $k = 1, 2, \dots, 4$  e  $\beta = 0, 1$  (Parte V).

Variáveis	$x_1^0$	$x_1^1$	$x_2^0$	$x_2^1$	$x_3^0$	$x_3^1 = x_4^1 = x^{1U''}$	$x_4^0$
35	421.677538	398.000000	398.000000	398.000000	398.000000	398.000000	398.000000
36	540.022717	509.700000	509.700000	509.700000	509.700000	509.700000	509.700000
37	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
40.100	408929.739138	385968.000000	385968.000000	385968.000000	385968.000000	385968.000000	385968.000000
A17	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A18	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A19	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A20	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A21	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
40.200	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A22	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A23	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
40.300	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
41	0.529746	0.500000	0.500000	0.500000	0.500000	0.500000	0.500000
45	4.873660	4.600000	4.600000	4.600000	4.600000	4.600000	4.600000
50+51+52	426.974995	403.000000	403.000000	403.000000	403.000000	403.000000	403.000000
55	178.524285	168.500000	168.500000	168.500000	168.500000	168.500000	168.500000
60	581.448827	548.800000	548.800000	548.800000	548.800000	548.800000	548.800000
61	176.617200	166.700000	166.700000	166.700000	166.700000	166.700000	166.700000
62	865.604394	817.000000	817.000000	817.000000	817.000000	817.000000	817.000000
63	247.073372	233.200000	233.200000	233.200000	233.200000	233.200000	233.200000
64	196.217789	185.200000	185.200000	185.200000	185.200000	185.200000	185.200000
65	174.074421	164.300000	164.300000	164.300000	164.300000	164.300000	164.300000
66	63.887326	60.300000	60.300000	60.300000	60.300000	60.300000	60.300000
67	70.244273	66.300000	66.300000	66.300000	66.300000	66.300000	66.300000
70	1.165440	1.100000	1.100000	1.100000	1.100000	1.100000	1.100000
71	23.838554	22.500000	22.500000	22.500000	22.500000	22.500000	22.500000
72	79.249949	74.800000	74.800000	74.800000	74.800000	74.800000	74.800000
73	17.587556	16.600000	16.600000	16.600000	16.600000	16.600000	16.600000
74	584.839199	552.000000	552.000000	552.000000	552.000000	552.000000	552.000000
75	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
80	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
85	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
90	0.635695	0.600000	0.600000	0.600000	0.600000	0.600000	0.600000
91	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
92	119.192772	112.500000	112.500000	112.500000	112.500000	112.500000	112.500000

Exportações (a preços de base ou em tep)

**Tabela AIII. 1.** Valores obtidos para as principais variáveis nas soluções  $x_k^\beta$ ,  $k = 1, 2, \dots, 4$  e  $\beta = 0, 1$  (Parte VI).

Variáveis	$x_1^0$	$x_1^1$	$x_2^0$	$x_2^1$	$x_3^0$	$x_3^1 = x_4^1 = x^{IU''}$	$x_4^0$
<b>93</b>	2.648728	2.500000	2.500000	2.500000	2.500000	2.500000	2.500000
<b>95</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>01</b>	159.347492	150.400000	150.400000	150.400000	150.400000	150.400000	150.400000
<b>02</b>	53.080514	50.100000	50.100000	50.100000	50.100000	50.100000	50.100000
<b>05</b>	72.045409	68.000000	68.000000	68.000000	68.000000	68.000000	68.000000
<b>12</b>	0.741644	0.700000	0.700000	0.700000	0.700000	0.700000	0.700000
<b>13</b>	115.272654	108.800000	108.800000	108.800000	108.800000	108.800000	108.800000
<b>14</b>	53.080514	50.100000	50.100000	50.100000	50.100000	50.100000	50.100000
<b>15</b>	1523.760392	1438.200000	1438.200000	1438.200000	1438.200000	1438.200000	1438.200000
<b>16</b>	32.950180	31.100000	31.100000	31.100000	31.100000	31.100000	31.100000
<b>17</b>	2537.375721	2394.900000	2394.900000	2394.900000	2394.900000	2394.900000	2394.900000
<b>18</b>	2732.322121	2578.900000	2578.900000	2578.900000	2578.900000	2578.900000	2578.900000
<b>19</b>	1783.229812	1683.100000	1683.100000	1683.100000	1683.100000	1683.100000	1683.100000
<b>20</b>	1144.780353	1080.500000	1080.500000	1080.500000	1080.500000	1080.500000	1080.500000
<b>21</b>	1122.001290	1059.000000	1059.000000	1059.000000	1059.000000	1059.000000	1059.000000
<b>22</b>	52.232921	49.300000	49.300000	49.300000	49.300000	49.300000	49.300000
<b>23</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A1</b>	11.429507	10.787730	10.787730	10.787730	10.787730	10.787730	10.787730
<b>A2</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A3</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A4</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A5</b>	3.809836	3.595910	3.595910	3.595910	3.595910	3.595910	3.595910
<b>A6</b>	157.473201	148.630952	148.630952	148.630952	148.630952	148.630952	148.630952
<b>A7</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A8</b>	116.233606	109.706994	109.706994	109.706994	109.706994	109.706994	109.706994
<b>A9</b>	31.748629	29.965918	29.965918	29.965918	29.965918	29.965918	29.965918
<b>A10</b>	48.257916	45.548195	45.548195	45.548195	45.548195	45.548195	45.548195
<b>A11</b>	5.660299	5.342469	5.342469	5.342469	5.342469	5.342469	5.342469
<b>A12</b>	20.855461	19.684410	19.684410	19.684410	19.684410	19.684410	19.684410
<b>A13</b>	19.613171	18.511875	18.511875	18.511875	18.511875	18.511875	18.511875
<b>A14</b>	1.364431	1.287817	1.287817	1.287817	1.287817	1.287817	1.287817
<b>A15</b>	5.750736	5.427827	5.427827	5.427827	5.427827	5.427827	5.427827
<b>A16</b>	19.744125	18.635477	18.635477	18.635477	18.635477	18.635477	18.635477
<b>24</b>	1182.074446	1115.700000	1115.700000	1115.700000	1115.700000	1115.700000	1115.700000



**Tabela AIII. 1.** Valores obtidos para as principais variáveis nas soluções  $\mathbf{x}_k^\beta$ ,  $k = 1, 2, \dots, 4$  e  $\beta = 0, 1$  (Parte VII).

Variáveis	$x_1^0$	$x_1^1$	$x_2^0$	$x_2^1$	$x_3^0$	$x_3^1 = x_4^1 = x^{1U}$	$x_4^0$
<b>A7</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A8</b>	116.233606	109.706994	109.706994	109.706994	109.706994	109.706994	109.706994
<b>A9</b>	31.748629	29.965918	29.965918	29.965918	29.965918	29.965918	29.965918
<b>A10</b>	48.257916	45.548195	45.548195	45.548195	45.548195	45.548195	45.548195
<b>A11</b>	5.660299	5.342469	5.342469	5.342469	5.342469	5.342469	5.342469
<b>A12</b>	20.855461	19.684410	19.684410	19.684410	19.684410	19.684410	19.684410
<b>A13</b>	19.613171	18.511875	18.511875	18.511875	18.511875	18.511875	18.511875
<b>A14</b>	1.364431	1.287817	1.287817	1.287817	1.287817	1.287817	1.287817
<b>A15</b>	5.750736	5.427827	5.427827	5.427827	5.427827	5.427827	5.427827
<b>A16</b>	19.744125	18.635477	18.635477	18.635477	18.635477	18.635477	18.635477
<b>24</b>	1182.074446	1115.700000	1115.700000	1115.700000	1115.700000	1115.700000	1115.700000
<b>25</b>	625.205818	590.100000	590.100000	590.100000	590.100000	590.100000	590.100000
<b>26</b>	938.815243	886.100000	886.100000	886.100000	886.100000	886.100000	886.100000
<b>27</b>	519.998331	490.800000	490.800000	490.800000	490.800000	490.800000	490.800000
<b>28</b>	689.622889	650.900000	650.900000	650.900000	650.900000	650.900000	650.900000
<b>29</b>	1296.075711	1223.300000	1223.300000	1223.300000	1223.300000	1223.300000	1223.300000
<b>30</b>	102.452809	96.700000	96.700000	96.700000	96.700000	96.700000	96.700000
<b>31</b>	1710.760607	1614.700000	1614.700000	1614.700000	1614.700000	1614.700000	1614.700000
<b>32</b>	1554.167792	1466.900000	1466.900000	1466.900000	1466.900000	1466.900000	1466.900000
<b>33</b>	211.686362	199.800000	199.800000	199.800000	199.800000	199.800000	199.800000
<b>34</b>	3722.734590	3513.700000	3513.700000	3513.700000	3513.700000	3513.700000	3513.700000
<b>35</b>	421.677538	398.000000	398.000000	398.000000	398.000000	398.000000	398.000000
<b>36</b>	540.022717	509.700000	509.700000	509.700000	509.700000	509.700000	509.700000
<b>37</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>40.100</b>	145.128990	136.979878	136.979878	136.979878	136.979878	136.979878	136.979878
<b>A17</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A18</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A19</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A20</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A21</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>40.200</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A22</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A23</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>40.300</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>41</b>	0.529746	0.500000	0.500000	0.500000	0.500000	0.500000	0.500000
<b>45</b>	4.873660	4.600000	4.600000	4.600000	4.600000	4.600000	4.600000

**Tabela AIII. 1.** Valores obtidos para as principais variáveis nas soluções  $x_k^\beta$ ,  $k = 1, 2, \dots, 4$  e  $\beta = 0, 1$  (Parte VIII).

Variáveis	$x_1^0$	$x_1^1$	$x_2^0$	$x_2^1$	$x_3^0$	$x_3^1 = x_4^1 = x^{1U}$	$x_4^0$
<b>50+51+52</b>	426.974995	403.000000	403.000000	403.000000	403.000000	403.000000	403.000000
<b>55</b>	178.524285	168.500000	168.500000	168.500000	168.500000	168.500000	168.500000
<b>60</b>	581.448827	548.800000	548.800000	548.800000	548.800000	548.800000	548.800000
<b>61</b>	176.617200	166.700000	166.700000	166.700000	166.700000	166.700000	166.700000
<b>62</b>	865.604394	817.000000	817.000000	817.000000	817.000000	817.000000	817.000000
<b>63</b>	247.073372	233.200000	233.200000	233.200000	233.200000	233.200000	233.200000
<b>64</b>	196.217789	185.200000	185.200000	185.200000	185.200000	185.200000	185.200000
<b>65</b>	200.879551	189.600000	189.600000	189.600000	189.600000	189.600000	189.600000
<b>66</b>	81.157034	76.600000	76.600000	76.600000	76.600000	76.600000	76.600000
<b>67</b>	71.621612	67.600000	67.600000	67.600000	67.600000	67.600000	67.600000
<b>70</b>	1.165440	1.100000	1.100000	1.100000	1.100000	1.100000	1.100000
<b>71</b>	23.838554	22.500000	22.500000	22.500000	22.500000	22.500000	22.500000
<b>72</b>	79.249949	74.800000	74.800000	74.800000	74.800000	74.800000	74.800000
<b>73</b>	17.587556	16.600000	16.600000	16.600000	16.600000	16.600000	16.600000
<b>74</b>	584.839199	552.000000	552.000000	552.000000	552.000000	552.000000	552.000000
<b>75</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>80</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>85</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>90</b>	0.635695	0.600000	0.600000	0.600000	0.600000	0.600000	0.600000
<b>91</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>92</b>	119.192772	112.500000	112.500000	112.500000	112.500000	112.500000	112.500000
<b>93</b>	2.648728	2.500000	2.500000	2.500000	2.500000	2.500000	2.500000
<b>95</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000

**Tabela AIII. 1.** Valores obtidos para as principais variáveis nas soluções  $x_k^\beta$ ,  $k = 1, 2, \dots, 4$  e  $\beta = 0, 1$  (Parte IX).

Variáveis	$x_1^0$	$x_1^1$	$x_2^0$	$x_2^1$	$x_3^0$	$x_3^1 = x_4^1 = x^{1U}$	$x_4^0$
<b>M1</b>	3163029.751634	3148975.837941	2647940.636672	3194448.988916	2328555.474073	3027797.547304	2329714.550945
<b>M2</b>	11139240.514189	5813724.723138	9656659.216573	9315386.847841	1768911.217106	3829826.962112	1768689.594765
<b>M3</b>	698490.610380	311474.446717	584606.393682	564433.667679	12322.605233	167239.965573	12299.412993
<b>M4</b>	1983127.045304	2093274.035312	1704280.052705	2053685.927501	1631783.916138	2029021.185880	1634262.649220
<b>M5</b>	377935.236888	416444.619439	355900.565010	370962.477863	352653.748294	362635.032375	352605.760918
cptf <sup>L</sup>	85946.321520	68804.321042	64833.830936	68791.299322	60976.596324	68790.762715	60942.927836
cptf <sup>U</sup>	95470.557257	76856.003600	72976.089992	77106.923696	68775.400000	76825.732208	68775.400000
cptfir <sup>L</sup>	77128.759320	60074.495779	64833.830936	64806.258246	60976.596324	60060.937452	60942.927836
cptfir <sup>U</sup>	86652.995057	68126.178337	72976.089992	73121.882620	68775.400000	68095.906945	68775.400000
cpe	8817.562200	8729.825263	0.000000	3985.041076	0.000000	8729.825263	0.000000
cpr <sup>L</sup>	80895.860219	63377.876711	68266.622250	68708.860499	64304.506140	63363.949722	64740.482841
cpr <sup>U</sup>	90679.068047	71648.491383	76630.276271	77250.593790	72315.365937	71617.396887	72785.926601
cpm <sup>L</sup>	2141.400899	1677.680932	1807.091313	1818.797838	1702.209815	1677.312270	1713.750590
cpm <sup>U</sup>	2400.372990	1896.613046	2028.486280	2044.906755	1914.265937	1895.789941	1926.722187
yd <sup>L</sup>	89124.844237	69824.875769	75210.920041	75698.144171	70845.764887	69809.532082	71326.090524
yd <sup>U</sup>	98909.169059	78151.362820	83585.298284	84261.916291	78878.763414	78117.446163	79392.032521
ydcorr <sup>L</sup>	122243.938897	95772.036630	103159.553238	103827.831508	97172.291611	95750.991177	97831.107885
ydcorr <sup>U</sup>	134314.259976	106126.080758	113505.123849	114423.941060	107113.858467	106080.023444	107810.855126
csf	1625.700000	1625.700000	1625.700000	2083.804415	1625.700000	1625.700000	2083.804415
g	21253.700000	21253.700000	21253.700000	21446.307029	22066.941661	23492.270385	21593.722448
fbcf	29462.100000	35293.157272	29462.100000	30337.478917	29462.100000	29462.100000	29462.100000
sc	973.400000	973.400000	973.400000	973.400000	973.400000	973.400000	973.400000
acov	142.365106	140.948537	140.948537	140.948537	140.948537	140.948537	140.948537
expstcif	29345.266136	27697.505453	27697.505453	27697.505453	27697.505453	27697.505453	27697.505453
expstfob <sup>L</sup>	28880.133254	27245.382272	27290.256922	27264.773484	27282.921998	27258.220073	27283.069948
expstfob <sup>U</sup>	28892.804040	27256.094014	27301.089164	27275.836367	27293.297317	27268.909580	27293.490057
impstcif <sup>L</sup>	46598.726397	45460.627799	40826.611521	43427.377899	41629.087986	44140.762364	41609.237747
impstcif <sup>U</sup>	47903.681050	46563.821893	41942.215872	44566.735745	42697.634106	45241.666532	42682.396924
expfob <sup>L</sup>	37697.695454	35975.207535	27290.256922	31249.814560	27282.921998	35988.045336	27283.069948
expfob <sup>U</sup>	37710.366240	35985.919276	27301.089164	31260.877443	27293.297317	35998.734843	27293.490057
cptfm <sup>L</sup>	11775.858475	9427.162591	8883.149435	9425.378431	8354.653880	9425.304909	8350.040822
cptfm <sup>U</sup>	13080.813127	10530.356685	9998.753787	10564.736277	9423.200000	10526.209077	9423.200000
csfm	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
gm	325.200000	325.200000	325.200000	328.147054	337.643301	359.452064	330.402638
fbcfm	6682.600000	8005.201692	6682.600000	6881.153638	6682.600000	6682.600000	6682.600000

**Tabela AIII. 1.** Valores obtidos para as principais variáveis nas soluções  $\mathbf{x}_k^\beta$ ,  $k = 1, 2, \dots, 4$  e  $\beta = 0, 1$  (Parte X).

Variáveis	$\mathbf{x}_1^0$	$\mathbf{x}_1^1$	$\mathbf{x}_2^0$	$\mathbf{x}_2^1$	$\mathbf{x}_3^0$	$\mathbf{x}_3^1 = \mathbf{x}_4^1 = \mathbf{x}^{1U''}$	$\mathbf{x}_4^0$
scm	425.500000	425.500000	425.500000	425.500000	425.500000	425.500000	425.500000
acovm	16.095113	15.934963	15.934963	15.934963	15.934963	15.934963	15.934963
mstfob <sup>L</sup>	46146.264302	45019.216359	40430.195232	43005.708812	41224.879849	43712.166491	41205.222351
mstfob <sup>U</sup>	47438.548168	46111.698712	41534.967341	44134.003776	42283.050651	44802.381152	42267.961418
mfob <sup>L</sup>	48287.665201	46696.897292	42237.286545	44824.506650	42927.089665	45389.478760	42918.972941
mfob <sup>U</sup>	49838.921158	48008.311758	43563.453621	46178.910531	44197.316588	46698.171093	44194.683605
vab	103591.738181	100701.180344	97518.695359	99648.645802	93865.304201	99463.448352	93869.699216
emp	4596.028645	4472.184739	5641.250120	4591.438237	4897.409620	4419.414777	4961.390501
ts <sup>L</sup>	17885.322029	16001.320356	14652.790934	15555.332682	14164.495799	15498.399401	14160.100784
ts <sup>U</sup>	19128.596276	17052.370524	15715.664771	16640.837274	15182.535675	16547.267879	15182.535675
cptfts <sup>L</sup>	11174.150302	8945.358979	8429.011212	8943.600000	7927.499183	8943.600000	7923.112539
cptfts <sup>U</sup>	12417.424549	9996.409146	9491.885050	10029.104592	8945.539059	9992.468478	8945.547430
csfts	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
gts	47.500000	47.500000	47.500000	47.930458	49.317518	52.502992	48.259918
fbcfsts	1848.500000	2214.350003	1848.500000	1903.422695	1848.500000	1848.500000	1848.500000
scts	2.500000	2.500000	2.500000	2.500000	2.500000	2.500000	2.500000
acovts	21.172738	20.962064	20.962064	20.962064	20.962064	20.962064	20.962064
expts <sup>+</sup>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
expts <sup>-</sup>	19.070843	18.000000	18.000000	18.000000	18.000000	18.000000	18.000000
pihdsp <sup>L</sup>	122133.727186	110316.100635	105146.876101	108029.800000	101301.500715	108029.800000	101272.453738
pihdsp <sup>U</sup>	130350.616746	117262.567330	112171.486293	115203.978484	108029.800000	114961.847753	108029.800000
pihprod <sup>L</sup>	121477.060210	116702.500701	112171.486293	115203.978484	108029.800000	114961.847753	108029.800000
pihprod <sup>U</sup>	122720.334457	117753.550868	113234.360131	116289.483076	109047.839875	116010.716231	109052.234891
pihcorr <sup>L</sup>	184025.952884	159179.911072	161442.013130	163788.301407	155275.863554	160650.311668	155877.146517
pihcorr <sup>U</sup>	197801.234890	170873.753350	173160.698085	175801.322746	166527.343023	172308.967449	167175.735683
gcorr	37112.813598	36743.531871	37112.813598	37112.813598	37112.813598	36743.531871	37112.813598
fbcfcorr	45686.898701	45232.302694	45686.898701	45686.898701	45686.898701	45232.302694	45686.898701
remcorr <sup>L</sup>	81528.912336	79516.933720	81528.912336	79516.933720	77290.745984	79431.187942	77540.201288
remcorr <sup>U</sup>	82348.298389	80316.098883	82348.298389	80316.098883	78067.537401	80229.491338	78319.499794
rp <sup>+</sup>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000

**Tabela AIII. 1.** Valores obtidos para as principais variáveis nas soluções  $x_k^\beta$ ,  $k = 1, 2, \dots, 4$  e  $\beta = 0, 1$  (Parte XI).

Variáveis	$x_1^0$	$x_1^1$	$x_2^0$	$x_2^1$	$x_3^0$	$x_3^1 = x_4^1 = x^{100}$	$x_4^0$
rp <sup>-</sup>	4592.941484	4639.101700	4592.941484	4639.101700	4592.941484	4639.101700	4592.941484
tre	2969.025088	2939.482550	2969.025088	2939.482550	2969.025088	2939.482550	2969.025088
td <sup>+</sup>	10837.620214	8490.735569	9145.680919	9204.927587	8614.876134	8488.869770	8673.283943
td <sup>U</sup>	12027.398411	9503.240052	10164.008992	10246.286039	9591.692284	9499.115772	9654.106033
tdsc <sup>L</sup>	6058.963131	5240.919540	5315.398128	5392.648504	5112.380714	5289.331750	5132.177657
tdsc <sup>U</sup>	7575.853939	6544.522324	6632.113078	6733.249892	6378.053344	6599.491507	6402.887001
css <sup>L</sup>	23448.803452	22870.131546	23448.803452	22870.131546	22229.850237	22845.469915	22301.596912
css <sup>U</sup>	23922.504691	23332.142738	23922.504691	23332.142738	22678.926780	23306.982906	22752.122847
tisub <sup>L</sup>	27517.817560	24516.626856	21834.247584	23732.917907	21426.815324	23721.666340	21381.278346
tisub <sup>U</sup>	30144.181377	26762.245494	24045.368428	26020.082440	23555.042062	25947.592342	23515.904321
rep <sup>g-L</sup>	732.423292	633.536046	642.539212	651.877440	617.997937	639.388240	620.391043
rep <sup>g-L</sup>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
rep <sup>g-U</sup>	795.160964	686.912488	696.106006	706.721317	669.439919	692.682049	672.046457
rep <sup>g-U</sup>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
trig	29274.808935	18136.466350	21980.585228	22146.375483	19084.417434	16002.981149	19312.151238
jur <sup>g-L</sup>	6200.049752	5474.033332	5557.743945	5580.121014	5550.108224	5521.598149	5552.755692
jur <sup>g-U</sup>	6943.366419	6127.360991	6218.776399	6246.400418	6204.779612	6178.918245	6208.151971
tk <sup>L</sup>	25.755435	22.278096	22.594689	22.923065	21.731703	22.483886	21.815856
tk <sup>U</sup>	27.961585	24.155062	24.478349	24.851633	23.540644	24.357946	23.632302
tisub <sup>g-L</sup>	27933.398335	24886.882920	22163.993703	24091.338208	21750.408302	24079.916717	21704.183613
tisub <sup>g-U</sup>	30599.426138	27166.415436	24408.507432	26413.044056	23910.776038	26339.459194	23871.047229
div <sup>L</sup>	125253.530342	108354.868200	112859.684289	112641.239168	112551.170312	108670.462754	112658.138724
div <sup>U</sup>	131908.188877	114121.100244	118629.425187	118529.967898	118111.025682	114424.411946	118235.927847
div <sub>1</sub>	125253.530342	112818.195734	111695.626623	112818.195734	111695.626623	114424.411946	111695.626623
dat	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
sgg <sup>g-L</sup>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
sgg <sup>g-L</sup>	6654.658535	1302.904509	6933.798564	5711.772163	6415.399059	0.000000	6540.301225
sgg <sup>g-U</sup>	0.000000	4463.327534	0.000000	176.956567	0.000000	5753.949192	0.000000
sgg <sup>g-U</sup>	0.000000	0.000000	1164.057666	0.000000	855.543689	0.000000	962.512101
treg	742.256272	734.870637	742.256272	734.870637	742.256272	734.870637	742.256272
trkg	2041.204748	2020.894253	2041.204748	2020.894253	2041.204748	2020.894253	2041.204748
gfbcf	5144.094462	5195.793904	5144.094462	5195.793904	5144.094462	5195.793904	5144.094462

**Tabela AIII. 3.** Valores obtidos para as principais variáveis nas soluções  $x^{2U''}$  a  $x^{5U''}$  e  $x^{1U'}$  a  $x^{5U'}$  (Parte I).

Variáveis	$x^{2U''}$	$x^{3U''}$	$x^{4U''}$	$x^{5U''}$	$x^{1U'}$	$x^{2U'}$	$x^{3U'}$	$x^{4U'}$	$x^{5U'}$	
Produção dos ramos de actividade	01	5334.423315	5512.332400	4961.186077	5077.560700	5511.953977	6435.897473	4987.540310	7991.323721	5127.586512
	02	694.185468	683.182908	845.348846	682.721707	703.181255	715.200202	854.132174	720.211824	700.646747
	05	534.855333	507.148008	497.088276	506.731080	555.101758	590.918066	498.907801	601.488005	507.349499
	12	0.100000	0.100000	0.400000	0.100000	0.100000	0.100000	0.400000	0.100000	0.100000
	13	104.800000	104.800000	151.847025	104.800000	104.800000	104.800000	153.807316	104.800000	104.800000
	14	563.100151	560.127846	612.342068	559.817802	568.058786	569.175571	616.168934	571.439202	601.976867
	15	12550.382353	12009.986068	11726.867209	11919.792791	12983.270309	13879.962738	11793.092803	14386.356423	11954.482028
	16	235.560053	222.200000	213.494324	222.200000	245.356344	262.307199	213.850470	266.696339	222.200000
	17	4976.716566	4911.001410	6436.573857	4910.308710	5019.573768	5095.348999	6515.077919	5118.226780	4928.969444
	18	4367.426951	4285.554121	5467.407798	4285.260999	4428.207488	4526.759976	5530.553057	4555.345266	4292.620269
	19	2532.700262	2510.536389	3416.900304	2510.508073	2548.775075	2576.710850	3457.963827	2584.053652	2511.068546
	20	2643.862422	2621.245222	3240.272125	2620.422074	2666.314922	2684.939569	3277.312207	2694.001832	2709.052824
	21	2296.643892	2261.524844	2852.805623	2257.897610	2321.779781	2363.586190	2890.043042	2387.588152	2283.350810
	22	2164.901241	2078.327503	2080.203337	2074.951654	2225.002786	2314.618244	2109.055924	2354.806812	2129.086644
	23	1513575.466406	1501244.237150	4956876.296508	1500393.047395	7915038.806138	4694412.132611	12950546.916934	12138136.520123	4551380.779321
	A1	265101.254382	264175.716487	337031.686924	264058.003064	265805.994390	266628.661976	341644.402778	267359.572669	267869.673658
	A2	36401.670813	35663.283717	51032.865284	35602.646184	52113.835927	44750.680433	71703.511510	62486.534653	43749.095257
	A3	33873.652902	33084.692229	42137.597330	33019.633358	38502.521236	36760.086053	49061.725845	41549.221473	35884.314158
	A4	176.619540	171.110528	209.225369	170.656847	196.451665	190.399772	241.775859	209.216678	183.538479
	A5	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	1188350.277436	1445157.240003	0.000000
	A6	0.000000	0.000000	2962705.887700	0.000000	3157642.053182	3157559.066429	2993452.200862	3077643.385491	3029642.463139
	A7	16118.669439	14853.251561	13065.806687	14794.346366	17070.806908	18804.753094	12969.751684	19439.875834	14838.114990
	A8	1024956.887668	1017260.082115	1367930.845655	1016937.494002	1026476.909358	1031758.370978	1388292.319446	1034437.161775	1022391.285510
	A9	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	3220136.289229	0.000000	4651360.195714	5302640.548969	0.000000
	A10	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
	A11	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	1744610.305235	0.000000	0.000000
	A12	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	269023.074297	0.000000	0.000000
A13	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	694653.739176	0.000000	
A14	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	13385.053968	0.000000	
A15	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	54107.256940	40079.444024	0.000000	
A16	136946.711662	136036.100514	182762.381560	135810.267573	137093.944244	137960.113877	185730.119328	139095.525409	136822.294129	
24	3464.806668	3401.110297	3951.516153	3385.313501	3475.105445	3535.693176	4044.537724	3615.114117	3456.103782	
25	1807.473036	1770.677788	2135.015946	1769.039515	1835.177218	1878.072741	2159.371823	1895.704581	1793.985208	
26	3906.010949	3883.724265	4370.290378	3880.675190	3939.927011	3954.773561	4401.698656	3974.185741	4135.694980	
27	1241.969821	1236.560113	1609.342709	1236.097098	1247.202799	1251.896021	1627.947849	1255.316566	1263.946625	

**Tabela AIII. 4.** Valores obtidos para as principais variáveis nas soluções  $x^{2U''}$  a  $x^{5U''}$  e  $x^{1U'}$  a  $x^{5U'}$  (Parte II).

Variáveis	$x^{2U''}$	$x^{3U''}$	$x^{4U''}$	$x^{5U''}$	$x^{1U'}$	$x^{2U'}$	$x^{3U'}$	$x^{4U'}$	$x^{5U'}$	
Produção dos ramos de atividade	<b>28</b>	2050.067011	2020.758182	2373.183077	2018.292088	2074.752644	2106.447277	2399.183289	2124.430662	2086.916113
	<b>29</b>	2633.027623	2618.182018	3236.813746	2614.405352	2649.963641	2669.275402	3268.980525	2687.824032	2710.466699
	<b>30</b>	455.778093	452.811356	506.769827	452.703006	459.588379	460.797499	510.207498	462.104594	484.775121
	<b>31</b>	2108.112154	2095.162097	2846.576855	2094.752620	2115.338980	2128.024408	2883.200415	2133.083143	2111.081044
	<b>32</b>	1559.697927	1555.875365	2191.590867	1555.817399	1562.823281	1566.121762	2219.753913	1567.447247	1560.274748
	<b>33</b>	380.903082	374.542492	472.118910	374.337289	385.802034	388.585961	481.842233	390.027255	381.091510
	<b>34</b>	4086.306500	4075.068057	5675.904161	4074.868075	4094.842241	4107.261167	5747.871992	4111.502381	4091.898393
	<b>35</b>	831.320006	829.844959	1006.017399	829.805974	833.763387	832.512966	1016.493756	832.995620	866.695682
	<b>36</b>	2290.376179	2223.961153	2434.087626	2223.285360	2334.664592	2408.816559	2455.865847	2431.350959	2275.083375
	<b>37</b>	126.439829	125.775820	158.904290	125.699026	127.358672	127.824474	161.119017	128.633563	129.077684
	<b>40.100</b>	3379149.088860	3130625.454175	3226968.435357	3120813.921137	3573333.728148	3522659.603767	4017620.872318	3412455.297512	3385881.790309
	<b>A17</b>	1487514.167073	1441116.506004	1762124.962812	1437295.547484	1654543.061659	1603573.182300	2036269.686352	1762051.771880	1545786.429104
	<b>A18</b>	219846.971282	203678.058061	209946.119061	203039.721082	232480.596995	229183.745488	261385.857005	222013.868600	220284.999905
	<b>A19</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
	<b>A20</b>	851783.440101	789137.989743	813423.202908	786664.792750	900731.638514	887958.192047	1012723.273716	860178.949218	853480.554804
	<b>A21</b>	1937482.232559	1794987.742404	1850227.333604	1789362.163172	2048820.702263	2019765.986695	2303558.929357	1956578.811549	1941342.520783
	<b>40.200</b>	2014296.653271	1890766.286826	1976283.378310	1886311.331521	2118862.217768	2075108.166561	2275403.489899	2018730.223879	2050605.105654
	<b>A22</b>	1927398.157988	1808630.210020	1900027.779460	1804225.836083	2028175.190883	1980742.170714	2197300.409127	1923094.863894	1966371.345985
	<b>A23</b>	86898.495283	82136.076805	76255.598850	82085.495438	90687.026885	94365.995847	78103.080772	95635.359985	84233.760086
	<b>40.300</b>	1117477.722154	1098294.842038	1408753.183029	1095548.303352	1263242.271282	1217821.502763	1596316.874112	1388368.103735	1175012.714286
	<b>41</b>	596.894870	568.112795	531.005561	567.406203	610.238140	635.302585	541.716972	645.651952	580.479157
	<b>45</b>	22478.196752	22394.414200	22425.663645	22386.117023	22698.694641	22647.034148	22482.821784	22715.021483	24741.287388
	<b>50+51+52</b>	25966.200318	24839.027855	24046.957742	24791.627192	26777.071653	28175.293702	24226.363499	28707.993087	25359.338645
	<b>55</b>	7950.382318	7498.100033	6908.004733	7495.571114	8262.042821	8812.352214	6938.094234	8965.550771	7544.136894
	<b>60</b>	3101.695026	3002.183084	3282.065462	2997.552749	3182.171872	3287.845059	3340.243326	3349.580919	3058.101776
	<b>61</b>	374.983441	368.857108	470.515780	368.563354	405.346502	393.922782	516.698513	431.264040	388.051191
	<b>62</b>	1334.252461	1314.551403	1679.590181	1313.884250	1346.165372	1364.543329	1702.490628	1372.377344	1325.733360
	<b>63</b>	2070.562502	1985.513530	2056.232228	1983.663706	2130.515660	2228.748159	2079.924940	2265.612766	2010.502422
	<b>64</b>	4599.272523	4390.196559	4296.570247	4386.149908	4746.465958	4958.106119	4348.750775	5034.792379	4476.805246
	<b>65</b>	6558.052932	6329.360433	6401.949355	6308.999045	6722.812791	6991.536550	6529.651345	7149.703073	6496.271355
	<b>66</b>	1441.810066	1365.047364	1303.019893	1364.399094	1501.025708	1594.626047	1313.373570	1624.691847	1376.006875

Tabela AIII. 2. Valores obtidos para as principais variáveis nas soluções  $x^{2U''}$  a  $x^{5U''}$  e  $x^{1U'}$  a  $x^{5U'}$  (Parte III).

Variáveis		$x^{2U''}$	$x^{3U''}$	$x^{4U''}$	$x^{5U''}$	$x^{1U'}$	$x^{2U'}$	$x^{3U'}$	$x^{4U'}$	$x^{5U'}$
Produção dos ramos de actividade	67	771.369348	741.595589	768.799484	740.504510	795.326611	829.593197	779.126065	843.683617	755.725431
	70	9484.978388	9047.973479	8485.179796	9043.848742	9815.995353	10328.297366	8526.838394	10491.069181	9307.840876
	71	1590.873313	1517.882610	1438.819047	1513.798510	1633.670954	1711.029795	1459.809904	1746.200553	1546.363023
	72	1165.501340	1129.973873	1161.310382	1128.352392	1183.882769	1208.423022	1191.339432	1221.433433	1179.184563
	73	344.880034	337.224549	358.475117	336.572177	347.028538	331.148664	379.180850	336.030566	359.345460
	74	13769.309699	13320.311238	13710.451767	13294.246676	14084.407346	14467.351991	13970.536975	14695.958445	13774.187222
	75	10597.323138	10256.987504	9334.041948	10223.948138	9714.602781	9372.732052	10155.006240	9375.460497	10715.029487
	80	8757.092203	8444.318882	7787.093413	8421.663997	8256.640689	8133.815502	8338.503435	8173.814707	8769.615618
	85	9940.834745	9518.629200	8628.478544	9497.658739	9703.650591	9739.133878	9082.952926	9827.453817	9852.401254
	90	407.109761	385.981489	347.601985	385.521810	407.748111	424.553839	358.397417	430.223836	392.190849
	91	821.899818	801.962098	788.615002	801.511405	953.212668	860.038018	792.757635	867.618433	924.232382
	92	3655.053137	3530.019503	3455.713977	3527.540893	3940.948938	3863.086111	3488.985937	3908.827153	3806.215802
	93	1163.924699	1095.872243	988.915888	1095.571566	1213.541776	1288.595985	994.225978	1310.708731	1107.129951
95	612.519891	573.600000	1755.186139	2159.300504	1381.164038	1419.100652	1690.074665	703.224684	1887.497721	
Importações competitivas de energia	A1	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
	A2	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
	A3	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
	A4	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
	A5	1286391.373269	1222636.392008	1176136.137608	1220564.449456	1335158.480682	1413147.877194	0.000000	0.000000	1235762.599697
	A6	3035837.456024	2865850.134433	0.000000	2861235.214185	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
	A7	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
	A8	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
	A9	5122679.593718	4822105.684028	4595624.220167	4784097.131409	2137061.772998	5376097.995249	0.000000	0.000000	5136332.151908
	A10	3887582.202170	3045660.435403	2288499.614630	3038673.163204	4731944.371223	3313797.686689	2483553.784729	2164142.696052	4498604.048108
	A11	1491435.260906	1464972.740724	1704903.719886	1458409.995733	1495713.865631	1520884.907569	0.000000	1553880.166440	1487819.665510
	A12	222067.937469	219325.859961	264378.132088	218864.954087	224318.067629	227862.585190	0.000000	230574.216704	221145.596446
	A13	686449.255714	683062.962640	735950.017761	682729.494540	694176.786492	690905.263136	743490.593049	0.000000	737296.562610
	A14	12808.609302	12570.814943	17425.866177	12511.377486	12856.218702	13087.186534	17738.196240	0.000000	12806.267964
	A15	39208.027085	38837.350510	53258.098098	38752.742877	39288.028863	39644.437888	0.000000	0.000000	39186.939181
	A16	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
	40.100	657814.000000	657814.000000	657814.000000	657814.000000	657814.000000	657814.000000	0.000000	657814.000000	657814.000000
Export.	01	150.400000	150.400000	215.461517	150.400000	150.400000	150.400000	218.292768	150.400000	150.400000
	02	50.100000	50.100000	71.772753	50.100000	50.100000	50.100000	72.715876	50.100000	50.100000
	05	68.000000	68.000000	97.416111	68.000000	68.000000	68.000000	98.696198	68.000000	68.000000
	12	0.700000	0.700000	1.002813	0.700000	0.700000	0.700000	1.015990	0.700000	0.700000
	13	108.800000	108.800000	155.865778	108.800000	108.800000	108.800000	157.913918	108.800000	108.800000



**Tabela AIII. 2.** Valores obtidos para as principais variáveis nas soluções  $x^{2U''}$  a  $x^{5U''}$  e  $x^{1U'}$  a  $x^{5U'}$  (Parte IV).

Variáveis	$x^{2U''}$	$x^{3U''}$	$x^{4U''}$	$x^{5U''}$	$x^{1U'}$	$x^{2U'}$	$x^{3U'}$	$x^{4U'}$	$x^{5U'}$	
Exportações (a preços de base ou em tep)	14	50.100000	50.100000	71.772753	50.100000	50.100000	50.100000	72.715876	50.100000	50.100000
	15	1499.100000	1499.100000	2147.595479	1499.100000	1499.100000	1499.100000	2175.815751	1499.100000	1499.100000
	16	31.100000	31.100000	44.553545	31.100000	31.100000	31.100000	45.138997	31.100000	31.100000
	17	2394.900000	2394.900000	3430.909487	2394.900000	2394.900000	2394.900000	3475.993024	2394.900000	2394.900000
	18	2578.900000	2578.900000	3694.506024	2578.900000	2578.900000	2578.900000	3743.053326	2578.900000	2578.900000
	19	1683.100000	1683.100000	2411.192016	1683.100000	1683.100000	1683.100000	2442.876053	1683.100000	1683.100000
	20	1080.500000	1080.500000	1547.913358	1080.500000	1080.500000	1080.500000	1568.253565	1080.500000	1080.500000
	21	1059.000000	1059.000000	1517.112676	1059.000000	1059.000000	1059.000000	1537.048149	1059.000000	1059.000000
	22	49.300000	49.300000	70.626681	49.300000	49.300000	49.300000	71.554744	49.300000	49.300000
	23	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
	A1	53600.000000	53600.000000	76786.817201	53600.000000	53600.000000	53600.000000	77795.827005	53600.000000	53600.000000
	A2	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
	A3	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
	A4	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
	A5	12410.790000	12410.790000	17779.572072	12410.790000	12410.790000	12410.790000	18013.202833	12410.790000	12410.790000
	A6	628698.909180	628698.909180	900667.690555	628698.909180	628698.909180	628698.909180	912502.827920	628698.909180	628698.909180
	A7	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
	A8	528958.159320	528958.159320	757780.102365	528958.159320	528958.159320	528958.159320	767737.639088	528958.159320	528958.159320
	A9	192541.617180	192541.617180	275833.170933	192541.617180	192541.617180	192541.617180	279457.730248	192541.617180	192541.617180
	A10	507935.000000	507935.000000	727662.537221	507935.000000	507935.000000	507935.000000	737224.316969	507935.000000	507935.000000
	A11	25759.000000	25759.000000	36902.082543	25759.000000	25759.000000	25759.000000	37386.990817	25759.000000	25759.000000
	A12	94909.440000	94909.440000	135966.302611	94909.440000	94909.440000	94909.440000	137752.954764	94909.440000	94909.440000
	A13	89256.000000	89256.000000	127867.241718	89256.000000	89256.000000	89256.000000	129547.468939	89256.000000	89256.000000
	A14	6209.280000	6209.280000	8895.351648	6209.280000	6209.280000	6209.280000	9012.240162	6209.280000	6209.280000
	A15	26170.560000	26170.560000	37491.679231	26170.560000	26170.560000	26170.560000	37984.335044	26170.560000	26170.560000
	A16	89851.950000	89851.950000	128720.993653	89851.950000	89851.950000	89851.950000	130412.439519	89851.950000	89851.950000
	24	1115.700000	1115.700000	1598.340521	1115.700000	1115.700000	1115.700000	1619.343362	1115.700000	1115.700000
25	590.100000	590.100000	845.371284	590.100000	590.100000	590.100000	856.479804	590.100000	590.100000	
26	886.100000	886.100000	1269.417887	886.100000	886.100000	886.100000	1286.098551	886.100000	886.100000	
27	490.800000	490.800000	703.115110	490.800000	490.800000	490.800000	712.354326	490.800000	490.800000	

**Tabela AIII. 2.** Valores obtidos para as principais variáveis nas soluções  $x^{2U''}$  a  $x^{5U''}$  e  $x^{1U'}$  a  $x^{5U'}$  (Parte V).

Variáveis	$x^{2U''}$	$x^{3U''}$	$x^{4U''}$	$x^{5U''}$	$x^{1U'}$	$x^{2U'}$	$x^{3U'}$	$x^{4U'}$	$x^{5U'}$
<b>28</b>	650.900000	650.900000	932.472748	650.900000	650.900000	650.900000	944.725817	650.900000	650.900000
<b>29</b>	1223.300000	1223.300000	1752.487192	1223.300000	1223.300000	1223.300000	1775.515582	1223.300000	1223.300000
<b>30</b>	96.700000	96.700000	138.531441	96.700000	96.700000	96.700000	140.351800	96.700000	96.700000
<b>31</b>	1614.700000	1614.700000	2313.202868	1614.700000	1614.700000	1614.700000	2343.599289	1614.700000	1614.700000
<b>32</b>	1466.900000	1466.900000	2101.466085	1466.900000	1466.900000	1466.900000	2129.080198	1466.900000	1466.900000
<b>33</b>	199.800000	199.800000	286.231457	199.800000	199.800000	199.800000	289.992654	199.800000	199.800000
<b>34</b>	3513.700000	3513.700000	5033.691037	3513.700000	3513.700000	3513.700000	5099.835771	3513.700000	3513.700000
<b>35</b>	398.000000	398.000000	570.170770	398.000000	398.000000	398.000000	577.663044	398.000000	398.000000
<b>36</b>	509.700000	509.700000	730.191058	509.700000	509.700000	509.700000	739.786064	509.700000	509.700000
<b>37</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>40.100</b>	385968.000000	385968.000000	552933.848162	385968.000000	385968.000000	385968.000000	560199.622337	385968.000000	385968.000000
<b>A17</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A18</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A19</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A20</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A21</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>40.200</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A22</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A23</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>40.300</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>41</b>	0.500000	0.500000	0.716295	0.500000	0.500000	0.500000	0.725707	0.500000	0.500000
<b>45</b>	4.600000	4.600000	6.589913	4.600000	4.600000	4.600000	6.676508	4.600000	4.600000
<b>50+</b>	403.000000	403.000000	577.333719	403.000000	403.000000	403.000000	584.920117	403.000000	403.000000
<b>51+52</b>									
<b>55</b>	168.500000	168.500000	241.391394	168.500000	168.500000	168.500000	244.563374	168.500000	168.500000
<b>60</b>	548.800000	548.800000	786.205322	548.800000	548.800000	548.800000	796.536378	548.800000	548.800000
<b>61</b>	166.700000	166.700000	238.812732	166.700000	166.700000	166.700000	241.950828	166.700000	166.700000
<b>62</b>	817.000000	817.000000	1170.425926	817.000000	817.000000	817.000000	1185.805796	817.000000	817.000000
<b>63</b>	233.200000	233.200000	334.079958	233.200000	233.200000	233.200000	338.469904	233.200000	233.200000
<b>64</b>	185.200000	185.200000	265.315645	185.200000	185.200000	185.200000	268.801999	185.200000	185.200000
<b>65</b>	164.300000	164.300000	235.374516	164.300000	164.300000	164.300000	238.467432	164.300000	164.300000
<b>66</b>	60.300000	60.300000	86.385169	60.300000	60.300000	60.300000	87.520305	60.300000	60.300000
<b>67</b>	66.300000	66.300000	94.980709	66.300000	66.300000	66.300000	96.228793	66.300000	66.300000
<b>70</b>	1.100000	1.100000	1.575849	1.100000	1.100000	1.100000	1.596556	1.100000	1.100000
<b>71</b>	22.500000	22.500000	32.233272	22.500000	22.500000	22.500000	32.656830	22.500000	22.500000

**Tabela AIII. 2.** Valores obtidos para as principais variáveis nas soluções  $x^{2U''}$  a  $x^{5U''}$  e  $x^{1U'}$  a  $x^{5U'}$  (Parte VI).

Variáveis		$x^{2U''}$	$x^{3U''}$	$x^{4U''}$	$x^{5U''}$	$x^{1U'}$	$x^{2U'}$	$x^{3U'}$	$x^{4U'}$	$x^{5U'}$
Exportações (a preços de base ou em tep)	72	74.800000	74.800000	107.157723	74.800000	74.800000	74.800000	108.565818	74.800000	74.800000
	73	16.600000	16.600000	23.780992	16.600000	16.600000	16.600000	24.093484	16.600000	16.600000
	74	552.000000	552.000000	790.789610	552.000000	552.000000	552.000000	801.180905	552.000000	552.000000
	75	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
	80	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
	85	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
	90	0.600000	0.600000	0.859554	0.600000	0.600000	0.600000	0.870849	0.600000	0.600000
	91	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
	92	112.500000	112.500000	161.166361	112.500000	112.500000	112.500000	163.284152	112.500000	112.500000
	93	2.500000	2.500000	3.581475	2.500000	2.500000	2.500000	3.628537	2.500000	2.500000
95	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	
Exportações (a preços de aquisição)	01	150.400000	150.400000	215.461517	150.400000	150.400000	150.400000	218.292768	150.400000	150.400000
	02	50.100000	50.100000	71.772753	50.100000	50.100000	50.100000	72.715876	50.100000	50.100000
	05	68.000000	68.000000	97.416111	68.000000	68.000000	68.000000	98.696198	68.000000	68.000000
	12	0.700000	0.700000	1.002813	0.700000	0.700000	0.700000	1.015990	0.700000	0.700000
	13	108.800000	108.800000	155.865778	108.800000	108.800000	108.800000	157.913918	108.800000	108.800000
	14	50.100000	50.100000	71.772753	50.100000	50.100000	50.100000	72.715876	50.100000	50.100000
	15	1438.200000	1438.200000	2060.350756	1438.200000	1438.200000	1438.200000	2087.424597	1438.200000	1438.200000
	16	31.100000	31.100000	44.553545	31.100000	31.100000	31.100000	45.138997	31.100000	31.100000
	17	2394.900000	2394.900000	3430.909487	2394.900000	2394.900000	2394.900000	3475.993024	2394.900000	2394.900000
	18	2578.900000	2578.900000	3694.506024	2578.900000	2578.900000	2578.900000	3743.053326	2578.900000	2578.900000
	19	1683.100000	1683.100000	2411.192016	1683.100000	1683.100000	1683.100000	2442.876053	1683.100000	1683.100000
	20	1080.500000	1080.500000	1547.913358	1080.500000	1080.500000	1080.500000	1568.253565	1080.500000	1080.500000
	21	1059.000000	1059.000000	1517.112676	1059.000000	1059.000000	1059.000000	1537.048149	1059.000000	1059.000000
	22	49.300000	49.300000	70.626681	49.300000	49.300000	49.300000	71.554744	49.300000	49.300000
	23	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
	A1	10.787730	10.787730	15.454393	10.787730	10.787730	10.787730	15.657470	10.787730	10.787730
	A2	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
	A3	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
A4	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	
A5	3.595910	3.595910	5.151464	3.595910	3.595910	3.595910	5.219157	3.595910	3.595910	
A6	148.630952	148.630952	212.927197	148.630952	148.630952	148.630952	215.725146	148.630952	148.630952	

**Tabela AIII. 2.** Valores obtidos para as principais variáveis nas soluções  $x^{2U''}$  a  $x^{5U''}$  e  $x^{1U'}$  a  $x^{5U'}$  (Parte VII).

Variáveis	$x^{2U''}$	$x^{3U''}$	$x^{4U''}$	$x^{5U''}$	$x^{1U'}$	$x^{2U'}$	$x^{3U'}$	$x^{4U'}$	$x^{5U'}$
<b>A7</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A8</b>	109.706994	109.706994	157.165129	109.706994	109.706994	109.706994	159.230342	109.706994	109.706994
<b>A9</b>	29.965918	29.965918	42.928870	29.965918	29.965918	29.965918	43.492973	29.965918	29.965918
<b>A10</b>	45.548195	45.548195	65.251883	45.548195	45.548195	45.548195	66.109319	45.548195	45.548195
<b>A11</b>	5.342469	5.342469	7.653567	5.342469	5.342469	5.342469	7.754138	5.342469	5.342469
<b>A12</b>	19.684410	19.684410	28.199687	19.684410	19.684410	19.684410	28.570242	19.684410	19.684410
<b>A13</b>	18.511875	18.511875	26.519925	18.511875	18.511875	18.511875	26.868408	18.511875	18.511875
<b>A14</b>	1.287817	1.287817	1.844914	1.287817	1.287817	1.287817	1.869157	1.287817	1.287817
<b>A15</b>	5.427827	5.427827	7.775850	5.427827	5.427827	5.427827	7.878028	5.427827	5.427827
<b>A16</b>	18.635477	18.635477	26.696995	18.635477	18.635477	18.635477	27.047804	18.635477	18.635477
<b>24</b>	1115.700000	1115.700000	1598.340521	1115.700000	1115.700000	1115.700000	1619.343362	1115.700000	1115.700000
<b>25</b>	590.100000	590.100000	845.371284	590.100000	590.100000	590.100000	856.479804	590.100000	590.100000
<b>26</b>	886.100000	886.100000	1269.417887	886.100000	886.100000	886.100000	1286.098551	886.100000	886.100000
<b>27</b>	490.800000	490.800000	703.115110	490.800000	490.800000	490.800000	712.354326	490.800000	490.800000
<b>28</b>	650.900000	650.900000	932.472748	650.900000	650.900000	650.900000	944.725817	650.900000	650.900000
<b>29</b>	1223.300000	1223.300000	1752.487192	1223.300000	1223.300000	1223.300000	1775.515582	1223.300000	1223.300000
<b>30</b>	96.700000	96.700000	138.531441	96.700000	96.700000	96.700000	140.351800	96.700000	96.700000
<b>31</b>	1614.700000	1614.700000	2313.202868	1614.700000	1614.700000	1614.700000	2343.599289	1614.700000	1614.700000
<b>32</b>	1466.900000	1466.900000	2101.466085	1466.900000	1466.900000	1466.900000	2129.080198	1466.900000	1466.900000
<b>33</b>	199.800000	199.800000	286.231457	199.800000	199.800000	199.800000	289.992654	199.800000	199.800000
<b>34</b>	3513.700000	3513.700000	5033.691037	3513.700000	3513.700000	3513.700000	5099.835771	3513.700000	3513.700000
<b>35</b>	398.000000	398.000000	570.170770	398.000000	398.000000	398.000000	577.663044	398.000000	398.000000
<b>36</b>	509.700000	509.700000	730.191058	509.700000	509.700000	509.700000	739.786064	509.700000	509.700000
<b>37</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>40.100</b>	136.979878	136.979878	196.235987	136.979878	136.979878	136.979878	198.814607	136.979878	136.979878
<b>A17</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A18</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A19</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A20</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>A21</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000

**Tabela AIII. 2.** Valores obtidos para as principais variáveis nas soluções  $x^{2U''}$  a  $x^{5U''}$  e  $x^{1U'}$  a  $x^{5U'}$  (Parte VIII).

Variáveis	$x^{2U''}$	$x^{3U''}$	$x^{4U''}$	$x^{5U''}$	$x^{1U'}$	$x^{2U'}$	$x^{3U'}$	$x^{4U'}$	$x^{5U'}$	
Exportações (a preços de aquisição)	40.200	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	
	A22	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	
	A23	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	
	40.300	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	
	41	0.500000	0.500000	0.716295	0.500000	0.500000	0.500000	0.725707	0.500000	0.500000
	45	4.600000	4.600000	6.589913	4.600000	4.600000	4.600000	6.676508	4.600000	4.600000
	50+51+52	403.000000	403.000000	577.333719	403.000000	403.000000	403.000000	584.920117	403.000000	403.000000
	55	168.500000	168.500000	241.391394	168.500000	168.500000	168.500000	244.563374	168.500000	168.500000
	60	548.800000	548.800000	786.205322	548.800000	548.800000	548.800000	796.536378	548.800000	548.800000
	61	166.700000	166.700000	238.812732	166.700000	166.700000	166.700000	241.950828	166.700000	166.700000
	62	817.000000	817.000000	1170.425926	817.000000	817.000000	817.000000	1185.805796	817.000000	817.000000
	63	233.200000	233.200000	334.079958	233.200000	233.200000	233.200000	338.469904	233.200000	233.200000
	64	185.200000	185.200000	265.315645	185.200000	185.200000	185.200000	268.801999	185.200000	185.200000
	65	189.600000	189.600000	271.619040	189.600000	189.600000	189.600000	275.188224	189.600000	189.600000
	66	76.600000	76.600000	109.736384	76.600000	76.600000	76.600000	111.178365	76.600000	76.600000
	67	67.600000	67.600000	96.843075	67.600000	67.600000	67.600000	98.115633	67.600000	67.600000
	70	1.100000	1.100000	1.575849	1.100000	1.100000	1.100000	1.596556	1.100000	1.100000
	71	22.500000	22.500000	32.233272	22.500000	22.500000	22.500000	32.656830	22.500000	22.500000
	72	74.800000	74.800000	107.157723	74.800000	74.800000	74.800000	108.565818	74.800000	74.800000
	73	16.600000	16.600000	23.780992	16.600000	16.600000	16.600000	24.093484	16.600000	16.600000
	74	552.000000	552.000000	790.789610	552.000000	552.000000	552.000000	801.180905	552.000000	552.000000
	75	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
	80	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
	85	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
	90	0.600000	0.600000	0.859554	0.600000	0.600000	0.600000	0.870849	0.600000	0.600000
	91	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
	92	112.500000	112.500000	161.166361	112.500000	112.500000	112.500000	163.284152	112.500000	112.500000
	93	2.500000	2.500000	3.581475	2.500000	2.500000	2.500000	3.628537	2.500000	2.500000
95	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	

**Tabela AIII. 2.** Valores obtidos para as principais variáveis nas soluções  $x^{2U''}$  a  $x^{5U''}$  e  $x^{1U'}$  a  $x^{5U'}$  (Parte IX).

Variáveis	$x^{2U''}$	$x^{3U''}$	$x^{4U''}$	$x^{5U''}$	$x^{1U'}$	$x^{2U'}$	$x^{3U'}$	$x^{4U'}$	$x^{5U'}$
M1	2836264.782571	2644166.724399	2830394.046404	2636441.948168	3140681.723550	3025503.965894	3629322.005571	3120782.759084	2928281.226958
M2	1800139.961724	1788590.393740	5026967.507657	1787793.159844	7795822.509038	4779347.351236	12522330.048727	11751223.315942	4645382.577382
M3	19143.871655	16626.036130	259320.037249	16429.700566	454325.802597	236587.564505	802134.401622	741321.132078	224893.680561
M4	1941052.268695	1822481.464064	1904600.925753	1818205.368637	2041419.680174	1999422.289518	2191879.305176	1945307.837990	1975902.990326
M5	360424.840724	357539.380386	419854.037772	357144.616098	364815.958512	366738.143674	420729.638887	369251.441584	390162.067739
cptf <sup>L</sup>	67205.645615	64722.987762	61044.881108	64927.023285	68790.835175	78300.158492	61009.279686	79798.515274	64697.527726
cptf <sup>U</sup>	75099.697388	72827.812238	68775.400000	72623.776715	76863.702644	87268.809322	68775.400000	88836.627452	72853.272274
cptfr <sup>L</sup>	58458.272965	64722.987762	52227.318908	56153.329553	60061.009913	72247.411603	52191.717485	72561.115389	64083.845340
cptfr <sup>U</sup>	66352.324738	72827.812238	59957.837800	63850.082984	68133.877382	81216.062433	59957.837800	81599.227566	72239.589887
cpe	8747.372650	0.000000	8817.562200	8773.693731	8729.825263	6052.746889	8817.562200	7237.399885	613.682386
cpr <sup>L</sup>	61717.707421	68152.765155	55317.328410	59350.090632	63834.584817	75881.784496	55280.758955	76204.018156	67966.804570
cpr <sup>U</sup>	69826.405193	76477.966719	63258.046702	67256.125352	72126.960436	85094.300589	63258.046702	85487.884309	76344.310765
cpm <sup>L</sup>	1633.734456	1804.077393	1464.309502	1571.061079	1689.770490	2008.672893	1463.341469	2017.202766	1799.154815
cpm <sup>U</sup>	1848.380454	2024.454481	1674.508902	1780.342368	1909.278640	2252.538156	1674.508902	2262.956743	2020.916463
yd <sup>L</sup>	67995.828781	75085.481041	60944.382874	65387.370488	70328.041674	83600.720795	60904.093458	83955.733087	74880.603954
yd <sup>U</sup>	76163.902704	83419.165001	68999.395014	73360.342314	78673.258087	92817.523870	68999.395014	93246.829547	83273.378331
ydcorr <sup>L</sup>	93263.309573	102987.500679	83591.522431	89685.539324	96462.180694	114667.032431	83536.261331	115153.968496	102706.490571
ydcorr <sup>U</sup>	103427.198165	113279.522227	93698.114828	99620.087635	106834.791358	126042.076280	93698.114828	126625.054329	113081.550403
csf	1625.700000	1625.700000	1625.700000	1625.700000	2083.804415	1625.700000	1625.700000	1625.700000	2083.804415
g	24142.874685	23370.009464	21253.700000	23293.103961	22011.947739	21253.700000	23164.800387	21253.700000	24374.140743
fbcf	29462.100000	29462.100000	29462.100000	29462.100000	29686.930808	29462.100000	29462.100000	29462.100000	32961.178660
sc	973.400000	973.400000	977.963480	973.400000	973.400000	973.400000	999.341561	973.400000	973.400000
acov	140.948537	140.948537	142.365106	140.948537	140.948537	140.948537	142.365106	140.948537	140.948537
expstcif	27697.505453	27697.505453	39679.165824	27697.505453	27697.505453	27697.505453	40200.566095	27697.505453	27697.505453
expstfob <sup>L</sup>	27254.251332	27264.877120	39235.516497	27265.872873	27265.913290	27245.228466	39759.853064	27246.360843	27264.942805
expstfob <sup>U</sup>	27264.753366	27275.659560	39245.800971	27276.112426	27276.653216	27257.160118	39770.184901	27258.384904	27275.792988
impstcif <sup>L</sup>	44568.807677	43445.587130	44631.915930	43398.946738	43343.251246	45350.830548	44324.631183	45224.690715	43431.845475
impstcif <sup>U</sup>	45650.404129	44556.062416	45691.106071	44453.510535	44449.347971	46579.662231	45388.699221	46463.039582	44549.297530
expfob <sup>L</sup>	36001.623983	27264.877120	48053.078698	36039.566604	35995.738553	33297.975356	48577.415264	34483.760728	27878.625191
expfob <sup>U</sup>	36012.126016	27275.659560	48063.363172	36049.806158	36006.478478	33309.907007	48587.747101	34495.784789	27889.475374
cptfm <sup>L</sup>	9208.121505	8867.962357	8364.009859	8895.918102	9425.314837	10728.226277	8359.131962	10933.522293	8864.473973
cptfm <sup>U</sup>	10289.717958	9978.437643	9423.200000	9950.481898	10531.411562	11957.057960	9423.200000	12171.871160	9981.926027
csfm	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
gm	369.406873	357.581366	325.200000	356.404645	336.801846	325.200000	354.441490	325.200000	372.945443
fbcfm	6682.600000	6682.600000	6682.600000	6682.600000	6733.596173	6682.600000	6682.600000	6682.600000	7476.261791
scm	425.500000	425.500000	427.494823	425.500000	425.500000	425.500000	436.839772	425.500000	425.500000

Anexo III – Valores obtidos para as principais variáveis do modelo

**Tabela AIII. 2.** Valores obtidos para as principais variáveis nas soluções  $x^{2U''}$  a  $x^{5U''}$  e  $x^{1U'}$  a  $x^{5U'}$  (Parte X).

Variáveis	$x^{2U''}$	$x^{3U''}$	$x^{4U''}$	$x^{5U''}$	$x^{1U'}$	$x^{2U'}$	$x^{3U'}$	$x^{4U'}$	$x^{5U'}$
acovm	15.934963	15.934963	16.095113	15.934963	15.934963	15.934963	16.095113	15.934963	15.934963
mstfob <sup>+</sup>	44136.055589	43023.741236	44198.551077	42977.553711	42922.399008	44910.485212	43894.249989	44785.570166	43010.133010
mstfob <sup>U</sup>	45207.150008	44123.434083	45247.456744	44021.877954	44017.755808	46127.385244	44947.986190	46011.894972	44116.734881
mfob <sup>L</sup>	45769.790045	44827.818629	45662.860580	44548.614790	44612.169498	46919.158105	45357.591458	46802.772932	44809.287825
mfob <sup>U</sup>	47055.530463	46147.888564	46921.965647	45802.220322	45927.034448	48379.923400	46622.495092	48274.851715	46137.651344
vab	97957.325003	94777.281384	96605.527017	95994.248876	99489.308370	101979.662292	99236.914982	103096.906401	99110.217437
emp	4362.642739	4262.973208	4591.438237	4591.438237	4560.071840	4706.527441	4677.973172	4723.370727	4675.019432
ts <sup>L</sup>	15236.973062	14780.713567	14277.747133	14795.106662	15505.235286	16790.366150	14386.098268	17059.553663	15212.772290
ts <sup>U</sup>	16267.446429	15838.700772	15286.873252	15799.825107	16559.050888	17961.115479	15399.871724	18239.370334	16277.406497
cptfts <sup>L</sup>	8737.505327	8414.606398	7936.395961	8441.240777	8943.600000	10179.976177	7931.757476	10374.806246	8411.282897
cptfts <sup>U</sup>	9767.978694	9472.593602	8945.522081	9445.959223	9997.415602	11350.725506	8945.530933	11554.622917	9475.917103
csfts	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
gts	53.957031	52.229751	47.500000	52.057874	49.194612	47.500000	51.771128	47.500000	54.473889
fbcfsts	1848.500000	1848.500000	1848.500000	1848.500000	1862.606250	1848.500000	1848.500000	1848.500000	2068.037878
sets	2.500000	2.500000	2.511720	2.500000	2.500000	2.500000	2.566626	2.500000	2.500000
acovts	20.962064	20.962064	21.172738	20.962064	20.962064	20.962064	21.172738	20.962064	20.962065
expts <sup>+</sup>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
expts <sup>-</sup>	18.000000	18.000000	25.786618	18.000000	18.000000	18.000000	26.125464	18.000000	18.000000
pibdesp <sup>L</sup>	106667.705373	104533.642961	109543.949370	104709.671506	108029.800000	114087.453863	112269.491863	115711.855762	109483.285441
pibdesp <sup>U</sup>	113478.178507	111525.957039	116213.336996	111349.928494	114994.543656	121825.020992	118969.594075	123509.349613	116519.530036
pibprod <sup>L</sup>	113194.298065	109557.994951	110883.274150	110789.355538	114994.543656	118770.028442	113623.013250	120156.460064	114322.989727
pibprod <sup>U</sup>	114224.771432	110615.982156	111892.400270	111794.073983	116048.359258	119940.777771	114636.786706	121336.276735	115387.623933
pibcorr <sup>L</sup>	158002.230091	158336.460994	164456.838891	156209.179160	162174.865463	173577.742441	165396.472345	175542.984839	158827.736156
pibcorr <sup>U</sup>	169470.201103	170036.498355	175778.632393	167389.862150	173877.743244	186536.463949	176764.442143	188603.934689	170594.678895
gcorr	36743.531871	37112.813598	37112.813598	36743.531871	36743.531871	37112.813598	37112.813598	37112.813598	37112.813598
fbcfcorr	45232.302694	45686.898701	45686.898701	45232.302694	45232.302694	45686.898701	45686.898701	45686.898701	45686.898701
remcorr <sup>L</sup>	78694.018466	76196.782663	78473.288178	78253.156076	79516.933720	80715.661486	80849.094397	80715.661486	80715.661486
remcorr <sup>U</sup>	79484.913124	76962.579473	79261.964441	79039.619956	80316.098883	81526.874164	81661.648109	81526.874164	81526.874164
rp <sup>+</sup>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000

**Tabela AIII. 2.** Valores obtidos para as principais variáveis nas soluções  $x^{2U''}$  a  $x^{5U''}$  e  $x^{1U'}$  a  $x^{5U'}$  (Parte XI).

Variáveis	$x^{2U''}$	$x^{3U''}$	$x^{4U''}$	$x^{5U''}$	$x^{1U'}$	$x^{2U'}$	$x^{3U'}$	$x^{4U'}$	$x^{5U'}$
rp	15456.169221	4616.021592	4592.941484	4616.021592	7997.807277	4616.021592	4592.941484	4616.021592	4616.021592
tre	2945.391057	2954.253819	0.000000	2954.253819	0.000000	2954.253819	0.000000	2954.253819	0.000000
td <sup>L</sup>	8268.322652	9130.427481	7410.863732	7951.132977	8551.920764	10165.884376	7405.964521	10209.054027	9105.514338
td <sup>U</sup>	9261.564029	10143.807112	8390.356747	8920.649854	9566.702746	11286.651679	8390.356747	11338.855438	10126.079389
tdsc <sup>L</sup>	5202.144979	5213.149365	5414.659769	5143.109667	5339.526927	5714.960990	5445.596734	5779.665620	5229.324356
tdsc <sup>U</sup>	6490.765800	6512.455175	6732.380844	6411.088117	6659.576149	7144.409417	6770.137689	7223.594243	6533.833678
css <sup>L</sup>	22633.450134	21915.211783	22569.965157	22506.652226	22870.131546	23214.901652	23253.278738	23214.901652	23214.901652
css <sup>U</sup>	23090.680005	22357.932155	23025.912535	22961.320588	23332.142738	23683.877721	23723.030083	23683.877721	23683.877721
tisub <sup>L</sup>	23327.008315	22612.595526	21694.290367	22519.691310	23666.400552	25677.205621	21858.089710	26071.984148	23182.594006
tisub <sup>U</sup>	25514.327692	24831.302314	23813.076157	24647.811211	25899.448697	28145.608351	23987.923845	28563.462121	25423.885078
rep <sup>L</sup>	628.848876	630.179115	654.538219	621.712533	645.455965	690.839415	658.277960	698.661080	632.134390
rep <sup>L</sup>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
rep <sup>U</sup>	681.270208	683.546723	706.630102	672.907246	698.988528	749.876585	710.593057	758.187817	685.790609
rep <sup>U</sup>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
trig	25751.677448	23738.138199	0.000000	11578.171340	21735.359609	27880.770415	0.000000	27133.268458	27880.770415
jurg <sup>L</sup>	5720.103333	5906.041327	5850.423266	5932.582791	5582.745611	5899.395740	5979.364237	5798.255144	5905.255365
jurg <sup>U</sup>	6393.669163	6598.343675	6534.615591	6622.995939	6246.400418	6605.593407	6676.629613	6496.319624	6599.201089
tk <sup>L</sup>	22.113273	22.160050	23.016631	21.862326	22.697256	24.293151	23.148137	24.568197	22.228807
tk <sup>U</sup>	23.956653	24.036706	24.848425	23.662572	24.579712	26.369174	24.987781	26.661436	24.115611
tisub <sup>L</sup>	23679.298470	22954.096445	22021.922818	22859.789167	24023.816291	26064.989027	22188.195899	26465.729596	23532.703181
tisub <sup>U</sup>	25899.651276	25206.310683	24172.707026	25020.048452	26290.588472	28570.670176	24350.195307	28994.834475	25807.842776
div <sup>L</sup>	118521.604256	126371.021240	124685.111382	126450.689032	112747.283493	126102.512667	129894.847594	122016.023916	126339.265179
div <sup>U</sup>	124208.879674	132126.187902	130327.173062	132046.520111	118529.967898	132394.696475	135586.951645	128347.519356	132157.943964
div <sub>-1</sub>	112593.681912	112256.911179	111695.626623	113249.625763	112818.195734	112256.911179	111695.626623	112256.911179	112256.911179
dat	0.000000	4066.832936	0.000000	17786.509912	0.000000	4066.832936	33932.249338	0.000000	7644.723179
sgg <sup>L</sup>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	10040.924316	0.000000	0.000000
sgg <sup>L</sup>	11615.197762	15802.443788	18631.546439	1010.384436	5711.772163	16070.952361	0.000000	16090.608177	12256.309606
sgg <sup>U</sup>	0.000000	0.000000	0.000000	4585.446644	70.912241	0.000000	15733.028367	0.000000	0.000000
sgg <sup>U</sup>	5927.922344	10047.277126	12989.484759	0.000000	0.000000	9778.768553	0.000000	9759.112737	6437.630821
tre <sup>L</sup>	0.000000	0.000000	742.256272	0.000000	0.000000	734.870637	738.563455	0.000000	738.563455
trkg	2024.956352	0.000000	2041.204748	0.000000	2020.894253	2031.049500	0.000000	2031.049500	2031.049500
gfbcf	5185.454015	8218.372555	35862.544594	5169.944183	5195.793904	13117.256507	5144.094462	14510.399624	5169.944183



