

Certified translation from Serbian language

FACULTY

LOGO

**UNIVERSITY OF BELGRADE
FACULTY OF CIVIL ENGINEERING
DEPARTMENT OF STRUCTURES**

BACHELOR'S – MASTER'S THESIS

**COMPARATIVE ANALYSIS OF THE CALCULATION OF
ULTIMATE PUNCHING BEARING CAPACITY
ACCORDING TO LEADING STANDARDS**

Supervisor: **Prof. Dr. Snežana Marinković**

Candidate: **Damjan Čekerevac, 550/12**

Belgrade

2014

./..



FACULTY
LOGO

UNIVERSITY OF BELGRADE
FACULTY OF CIVIL ENGINEERING

DEPARTMENT OF STRUCTURES
CHAIR FOR MATERIALS AND STRUCTURES

Bachelor's – Master's thesis from the subject: SPECIAL CONCRETE STRUCTURES

Candidate: Damjan Čekerevac, 550/12

Theme: COMPARATIVE ANALYSIS OF THE CALCULATION OF ULTIMATE BEARING CAPACITY AT PUNCHING FAILURE ACCORDING TO LEADING STANDARDS

Contents:

On the basis of given theme, prepare a comparative analysis of the calculation of ultimate bearing capacity at punching according to leading standards

The Bachelor's – Master's Thesis consists of the following chapters:

- ABSTRACT AND KEYWORDS IN SERBIAN AND ENGLISH
1. INTRODUCTION
 2. PUNCHING FAILURE OF A SLAB SECURED WITH SHEAR CONNECTORS – REVIEW OF STANDARDS
 3. COMPARATIVE STANDARDS ANALYSIS WITH EXAMPLES
 4. CONCLUSION
- REFERENCES

The candidate is given opportunity to support his paper also with other appendices which are of significance for presentation of adopted solution.

The theme of the bachelor's – master's thesis approved at the meeting of the Chair for Materials and Structures held on 01/04/2014.

The task issued on 20/03/2014 in Belgrade.

Deadline for the completion of the bachelor's – master's thesis is 20/09/2014.

Task received

Head of the Department

Prof. Dr. Dragan Buđevac, B.Sc.E.

Supervisor

Sgd.

Prof. Dr. Snežana Marinković, B.Sc.E.

0 0 0
END OF TRANSLATION



Belgrade, 11.09. 2018
No. 36856/18

*I CERTIFY HEREWITH, that the above document
is a true translation of the original which
was submitted to me in Serbian language.*


Miljenka Perolo
MILJENKA PEROLO
Court Translator for English Language
29 Marsala Birjuzova St., 11000 B e l g r a d e

*Appointed by the Decision of the Republic Minister of Justice,
Belgrade, Yugoslavia No. 740-06-60/2002-04*

My commission is permanent!





**УНИВЕРЗИТЕТ У БЕОГРАДУ
ГРАЂЕВИНСКИ ФАКУЛТЕТ
ОДСЕК ЗА КОНСТРУКЦИЈЕ**

**ДИПЛОМСКИ – МАСТЕР РАД
УПОРЕДНА АНАЛИЗА ПРОРАЧУНА
ГРАНИЧНЕ НОСИВОСТИ НА
ПРОБИЈАЊЕ ПРЕМА ВОДЕЋИМ
СТАНДАРДИМА**

**Ментор: Проф. др Снежана Маринковић
Кандидат: Дамјан Чекеревац, 550/12**

**Београд
2014**



УНИВЕРЗИТЕТ У БЕОГРАДУ
ГРАЂЕВИНСКИ ФАКУЛТЕТ

ОДСЕК ЗА КОНСТРУКЦИЈЕ
КАТЕДРА ЗА МАТЕРИЈАЛЕ И КОНСТРУКЦИЈЕ

**Дипломски - мастер рад из предмета: СПЕЦИЈАЛНЕ БЕТОНСКЕ
КОНСТРУКЦИЈЕ**

Кандидат: ЧЕКЕРЕВАЦ ДАМЈАН 550/12

**Тема: УПОРЕДНА АНАЛИЗА ПРОРАЧУНА ГРАНИЧНЕ НОСИВОСТИ НА
ПРОБИЈАЊЕ ПРЕМА ВОДЕЋИМ СТАНДАРДИМА**

Садржај:

На основу задате теме урадити упоредну анализу прорачуна граничне носивости на пробијање према водећим стандардима

Дипломски - мастер рад састоји се од следећих поглавља:

РЕЗИМЕ И КЉУЧНЕ РЕЧИ НА СРПСКОМ И ЕНГЛЕСКОМ

1. УВОД
2. ПРОБОЈ ПЛОЧЕ ОСИГУРАНЕ МОЖДАНИЦИМА – ПРЕГЛЕД СТАНДАРДА
3. УПОРЕДНА АНАЛИЗА СТАНДАРДА НА ПРИМЕРИМА
4. ЗАКЉУЧАК

ЦИТИРАНИ РАДОВИ

Кандидату се оставља могућност да свој рад документује и другим прилозима који су од значаја за приказивање усвојеног решења.

Тема дипломског - мастер рада одобрена на седници Катедре за материјале и конструкције одржаној 01.04.2014. године.

Задатак је издат 20.03.2014. године у Београду.

Рок за завршетак дипломског - мастер рада је 20.09.2014. године.

Примљен задатак

Шеф катедре

Ментор

Проф.др Драган Буђевац, дипл.инж. Проф.др Снежана Маринковић, дипл.инж.

Захваљујем се менторки овог рада проф. др Снежани Маринковић на пруженој помоћи и саветима.

Посебну захвалност дугујем и инжењерима др Јану Бујњаку (Jan Vujnak) и Штефану Гавури (Stefan Gavura) који су ме током мог боравка на стручној пракси у Peikko Group у Жилини (Словачка) подстакли на избор теме из ове области и који су својим саветима и препорукама за избор литературе у великој мери допринели успешном окончању овог мастер рада.

Дамјан Чекеревац

РЕЗИМЕ

Највећу препреку употреби плоча директно ослоњених на стубове представља проблем пробоја. Уобичајене методе осигурања у виду узенгија или употреба капитела у великој мери решавају овај проблем, али имају многе недостатке. Због начина уградње узенгије не могу достићи предвиђену носивост, њихова монтажа је компликована, а неретко и немогућа. Употреба капитела компликује спровођење инсталација и захтева већу висину објекта.

У овом мастер раду анализирана је смичућа арматура која постаје све популарнија и која успешно превазилази све поменуте проблеме. Након тридесетак година развоја, можданици са две главе постају стандардан тип смичуће арматуре која се користи за осигурање плоче од пробоја. Прорачун арматуре је дат неким националним стандардима. Овај рад анализира употребу можданика са две главе као смичуће арматуре у плочи директно ослоњеној на стубове. Због различитих приступа решавању проблема пробоја овај рад третира три водећа стандарда: амерички стандард АСI 318-11, европски стандард ЕТА -13/0151 и швајцарски стандард SIA 262 (2013).

Радам су дате одредбе и детаљан прорачун према овим стандардима. Урађени су рачунски примери према сваком од описаних стандарда за случајеве унутрашњег, ивичног и угаоног стуба. Прорачуни су вршени у складу са једним од три основна задатка конструисања: познате су димензије и особине материјала конструкције, а траже се утицаји које конструкција може да пренесе. Тако су на почетку усвојене карактеристике пресека, а након тога су рачунате комбинације момента савијања у плочи и силе у стубу које могу да изазову максималне могуће напоне у плочи који ће задовољити све стандардом дате услове. У примерима је усвојен стуб квадратног попречног пресека, страница 40 *cm* и плоча дебљине 20 *cm*. За потребе рачунских примера развијени су нови, оригинални алати за прорачун у програму Microsoft Office Excel. На основу добијених резултата извршена је њихова упоредна анализа. Сва три стандарда су резултат обимних истраживања и омогућавају усвајање довољног броја можданика. Међутим, приметне су разлике у тим решењима и на основу добијених резултата у раду се закључује да стандард SIA 262 (2013) даје најекономичнија решења у погледу утрошка челика за осигурање од пробоја. Са друге стране амерички стандард даје најконзервативнија решења. Појава новог америчког стандарда ће највероватније донети и промену у приступу прорачуну носивости везе стуба и плоче и могла би да буде предмет неке нове упоредне анализе.

Жеља аутора је да овом компаративном анализом обезбеди основу за будућу примену у нашем окружењу, јер је расположива литература из ове области веома оскудна. Рад такође може послужити и као основа за неку будућу упоредну анализу имајући у виду да ће ускоро изаћи нови амерички стандард, а да је нови европски стандард EN 1992-4 у завршној фази израде.

Кључне речи: плоче директно ослоњене на стубове, можданици, можданици са две главе, пробој, смицање од пробијања, АСI 318-11, ЕТА -13/0151, SIA 262 (2013), упоредна анализа, смичуча арматура, стуб, армирани бетон, веза, носивост на смицање од пробијања, бетонска плоча, прорачун

RESUME

Problem of punching represents the biggest obstacle to use of flat concrete slabs. Traditional types of shear reinforcement like stirrups or the use of drop panels have been the solution, but they have their deficiencies. Stirrups are difficult to install and cannot be fully effective because of the way they need to be placed around the bending reinforcement. Hence, it is almost impossible for them to achieve required yield strength. The use of column capitals and drop panels complicates placement of installations and therefore additionally increases the height of the structures.

This master thesis analyses the shear reinforcement which is becoming increasingly popular and which successfully deals with all mentioned problems. After some thirty years of development, double-headed studs have become standard type of shear reinforcement which is used to prevent punching of the concrete slab and its calculation has been defined by many standards. This thesis deals with flat slabs reinforced with double-headed studs. Because of the different approaches to the problem of punching in the slab this work deals with three of the leading standards: ACI 318-11, European standard ETA -13/0151 and Swiss standard SIA 262 (2013).

Thesis provides standards' provisions and detailed calculation explanations. Numerical examples are given according to each of the described codes for the case of inner, edge and corner column. Calculation was made according to one of the three design problems: combination of column reactions and bending moments in the slabs are determined according to chosen shape and size of the slab and column so that shear stress in the critical sections corresponds to punching shear strength. The column in numerical examples has square cross section with the side length of 40 cm and the height of slab is 20 cm. Special, new tools in Microsoft Office Excel were developed for numerical examples. On the basis of their results the comparative analysis was conducted. All presented codes, being the result of thorough experimental research, lead to sufficient number of double-headed studs. However, differences in provided resistances are noticeable. The results of comparative analysis show that standard SIA 262 (2013) is the most effective regarding the quantity of steel being used for the shear reinforcement. On the other hand, American code ACI 318-11 was shown to be the most conservative amongst presented standards. The new American standard, which release is announced for this year, will most likely change the way punching shear strength is dealt with in column and slab connections and can be the subject of the new comparative analysis.

Author's desire is that this comparative analysis provides basis for future application in our surrounding, because the available literature on double-headed studs is sparse. Thesis can also be used as basis for future comparative analysis bearing in mind that new American standard will come out soon and that European standard EN 1992-4 is in final stage of production.

Keywords: flat slabs, studs, double-headed studs, punching, punching shear, ACI 318-11, ETA -13/0151, SIA 262 (2013), comparative analysis, shear reinforcement, column, reinforced concrete, connection, punching shear strength, concrete slab, design

САДРЖАЈ

1 Увод	1
2 Пробој плоче осигуране можданицима – преглед стандарда	4
2.1 АСI 318-11.....	4
2.1.1 Увод.....	4
2.1.2 Методологија прорачуна.....	7
2.2 ЕТА-13/0151.....	17
2.2.1 Увод.....	17
2.2.2 Методологија прорачуна.....	18
2.3 SIA 262 (2013).....	30
2.3.1 Увод.....	30
2.3.2 Методологија прорачуна.....	33
2.3.2.1 Плоча без смичуће арматуре за пробој.....	34
2.3.2.2 Плоча са смичућом арматуром за пробој.....	37
3 Упоредна анализа стандарда на примерима	43
3.1 Примери прорачуна.....	43
3.1.1 Уводне напомене.....	43
3.1.2 Унутрашњи стуб.....	43
3.1.2.1 АСI 318-11.....	43
3.1.2.2 ЕТА -13/0151.....	47
3.1.2.3 SIA 262 (2013).....	52
3.1.3 Ивични стуб.....	58
3.1.3.1 АСI 318-11.....	58
3.1.3.2 ЕТА-13/0151.....	63
3.1.3.3 SIA 262 (2013).....	68
3.1.4 Угаони стуб.....	75
3.1.4.1 АСI 318-11.....	75
3.1.4.2 ЕТА -13/0151.....	80
3.1.4.3 SIA 262 (2013).....	85
3.2 Упоредна анализа резултата.....	92
3.2.1 Унутрашњи стуб.....	92
3.2.2 Ивични стуб.....	95
3.2.3 Угаони стуб.....	98
4 Закључак	102
Цитирани радови	104

1 УВОД

Позната је изрека да је конструкција квалитетна онолико колико је квалитетно изведен њен најслабији део. Код плоча директно ослоњених на стубове то је веза плоче и стуба.

Плоче директно ослоњене на стубове нуде елегантна решења за мостове мањих распона, у зградама такође овај тип конструкције постаје све популарнији. Користе се у стамбеним, административним и индустријским типовима објеката. Овакве конструкције су једноставне и економичне за израду. У зградама се олакшава спровођење инсталација и већа спратна висина и омогућује оптимизација простора.

Дебљина плоче зависи од угиба и од смицања при пробијању. Пробој се обично повезује са применом концентрисаног оптерећења или стубовима. Смичући напон јавља се услед гравитационог оптерећења, али се његова вредност може значајно повећати услед бочних оптерећења од ветра и сеизмике. Пораст температуре услед пожара такође може довести до повећања утицаја на стубове [1]. Дакле, највећи проблем представља капацитет за пријем смичућег напона везе плоче и стуба која је изложена комплексном троосном напонском стању. Смицање доводи до кртог и изненадног лома који је окарактерисан развојем површине зарубљене купе на месту њихове везе. Долази до чупања арматуре за савијање и бетонска плоча пада услед гравитационог оптерећења. Овакав лом се дешава брзо, без претходних упозорења и посебно је катастрофалан јер може довести до пробијања плоче и код суседних стубова што прогресивно може довести до урушавања комплетне конструкције. Добро је познат један такав случај урушавања гаражног објекта у Вулверхемптону (Wolverhampton) у Енглеској 1997 и

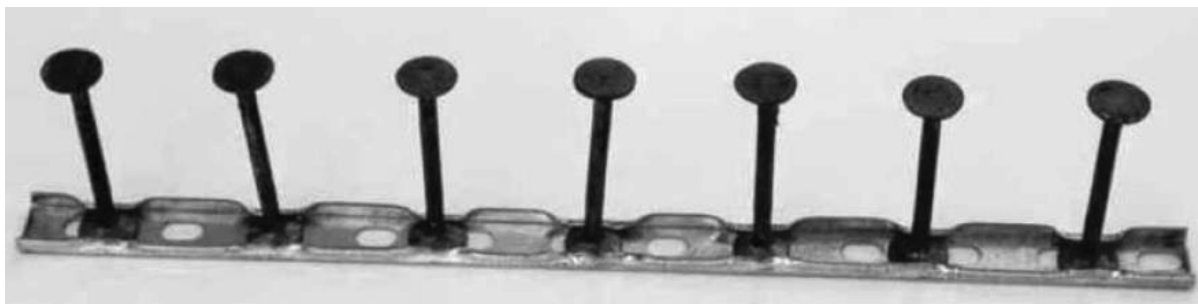


Piper's Row Car Park, Wolverhampton, UK, 1997 (built in 1965).

Слика 1. 1 Гаража у Вулверхемптону након пробоја стубова кроз плочу [4] [5]

приказан је сликом 1.1 Овакав лом се може избећи усвајањем веће дебљине плоче, употребом бетона већих чврстоћа или употребом смичуће арматуре.

Најбоље решење за проблем смицања представља смичућа арматура, јер се њом директно и локално третира проблем пробијања без промене утицаја на остатак конструкције и спречава крти лом. Највећи проблем овакве арматуре јесте њено постављање и сидрење. Традиционална смичућа арматура у форми узенгија је компликована за монтажу, јер како би била ефикасна неопходно је да обухвата горњу и доњу арматуру за савијање. Ово је готово немогуће код плоча мањих дебљина и када се као арматура за савијање примењују заварене арматурне мреже. Из тог разлога у пракси се пројектанти најчешће одлучују за повећање дебљине плоче или израду печуркастих таваница када се сусретну са проблемом смицања при прорачуну плоче. Овим се смањује корисна спратна висина или је потребно додатно повећати спратну висину, компликује израда конструкције, добија већа тежина саме конструкције што све доводи и до већих трошкова. Алтернативно решење које постаје све популарније у свету и којим ће се бавити овај мастер рад и чији је развој су започели Дилџер (Dilger) и Гали (Ghali) пре тридесетак година на Калгари Универзитету у Канади (University of Calgary) дато је у облику можданика са две главе и приказано је сликом 1.2 Овај тип смичуће арматуре детаљно је испитиван у Канади и Западној Немачкој.



Слика 1. 2 Можданици монтирани на шину [1 стр. 2]

Главе можданика елиминишу проблем сидрења и омогућавају достизање чврстоће на граници течења челика. То доводи до тога да је носивост плоче осигуране можданицима до 40% већа него у случају осигурања узенгијама. [2] Могуће их је користити у армираним или преднапрегнутим плочама или темељима. Још једна њихова предност у односу на узенгије је једноставна монтажа, па су самим тим и економичнији. Можданици се постављају на шине које омогућавају остваривање предвиђеног заштитног слоја бетона тако што се ослањају на дистанцере. Ове шине обично се постављају пре арматуре. Као што се може видети на слици 1.3, шине је могуће поставити и наопако, преко горње арматуре за савијање. Овако нешто ипак није препоручљиво јер је тешко остварити оптималан распоред можданика. Можданици имају најмање утицаја на слагање арматуре за савијање уколико се постављају управно на ивицу стуба, тј. ако су поравнати са арматуром за савијање. Овакав распоред дозвољен је у Северној Америци (САД и Канада), док се у Европи захтева радијалан распоред можданика, где осим овако постављених шина захтевају и додатне радијално постављене шине у угловима стуба. Експериментално је показано да радијални распоред можданика не показује предност у односу на ортогоналан [1]. У Европи су

раније национални прописи одређивали прорачун можданика са две главе, а од 2012 прорачуни се спроводе у складу са одговарајућим европским прописом ЕТА.

Због различитих приступа решавању проблема пробоја, овај рад ће третирати амерички стандард АСI 318-11, европски стандард ЕТА - 13/0151 и швајцарски стандард SIA 262 (2013). У почетним поглављима прво ће се представити одредбе сваког од стандарда и приказаће се детаљно алгоритам прорачуна са свим објашњењима. Након тога биће урађени примери прорачуна за унутрашњи, ивични и угаони стуб плоче директно ослоњене на стубове према сваком од ова три стандарда. Циљ израде оваквих примера је да се на основу добијених резулата изврши упоредна анализа носивости, утврде предности и мане и закључи који од стандарда је најконзервативнији. Имајући у виду да код нас овај тип смичуће арматуре још увек није наишао на широку примену и да његов прорачун није присутан у литератури, жеља је да се путем ове компаративне анализе он приближи будућим корисницима, као и да се обезбеди основа за будућу имплементацију овог производа у домаће законодавство. Рад такође може послужити и као основа за неку будућу упоредну анализу имајући у виду да ће ускоро изаћи нови амерички стандард, а да је нови европски стандард EN 1992-4 у завршној фази.



Слика 1. 3 Пример можданика постављених преко горње арматуре за савијање [7 стр. 2]

2 ПРОБОЈ ПЛОЧЕ ОСИГУРАНЕ МОЖДАНИЦИМА – ПРЕГЛЕД СТАНДАРДА

2.1 АСІ 318-11

2.1.1 Увод

Код плоча директно ослоњених на стубове, везе стубова и плоча изложене су великом смичућем напону који је последица преноса унутрашњих сила између плоче и стуба. У овом поглављу биће разматране одредбе стандарда АСІ 318-11, који дозвољава употребу можданика као смичуће арматуре за осигурање од пробоја. Алгоритам прорачуна и одговарајуће једначине преузете су из АСІ 318-11 [2]

Критични пресеци у плочама изложеним савијању у два правца, у којима је потребно извршити контролу носивости на смицање прате облик ивице оптерећене површине. Смичући напон који делује у овим пресецима је функција $\sqrt{f'_c}$ и односа дужине стране стуба и статичке висине плоче. Прорачун се може поједноставити уколико се претпостави критични пресек на $d/2$ од ивице оптерећене површине и то ће у овом раду бити учињено. У овом случају, смичућа носивост готово да неће зависити од односа величине стуба и дебљине плоче. Код правоугаоних стубова критични пресек дефинисан је правим линијама, паралелним и на растојању $d/2$ од ивица стуба. За плоче једнаке дебљине довољно је спровести контролу у једном пресеку. Код свих осталих плоча са променама дебљине (нпр. усвајање капитела) потребно је проверити носивост на смицање у више критичних пресека, за које важе иста правила. Код ивичних стубова где се плоча пружа преко стуба, критични пресек може се састојати или од три или од четири праве линије. Исти принцип примењује се и код угаоних стубова. Критични пресек је управан на раван плоче и његова дужина обележава се са b_o . Уколико је потребна арматура за осигурање плоче од пробоја, онда је неопходно проверити и носивост плоче на смицање на $d/2$ од последњег реда можданика. Вредност f'_c је чврстоћа бетона на притисак. Статичка висина плоче дата је ознаком d и представља средње растојање од притиснуте ивице плоче до тежишта затегнуте арматуре која се пружа у два управна правца:

$$d = h - c_t - d_b$$

где су:

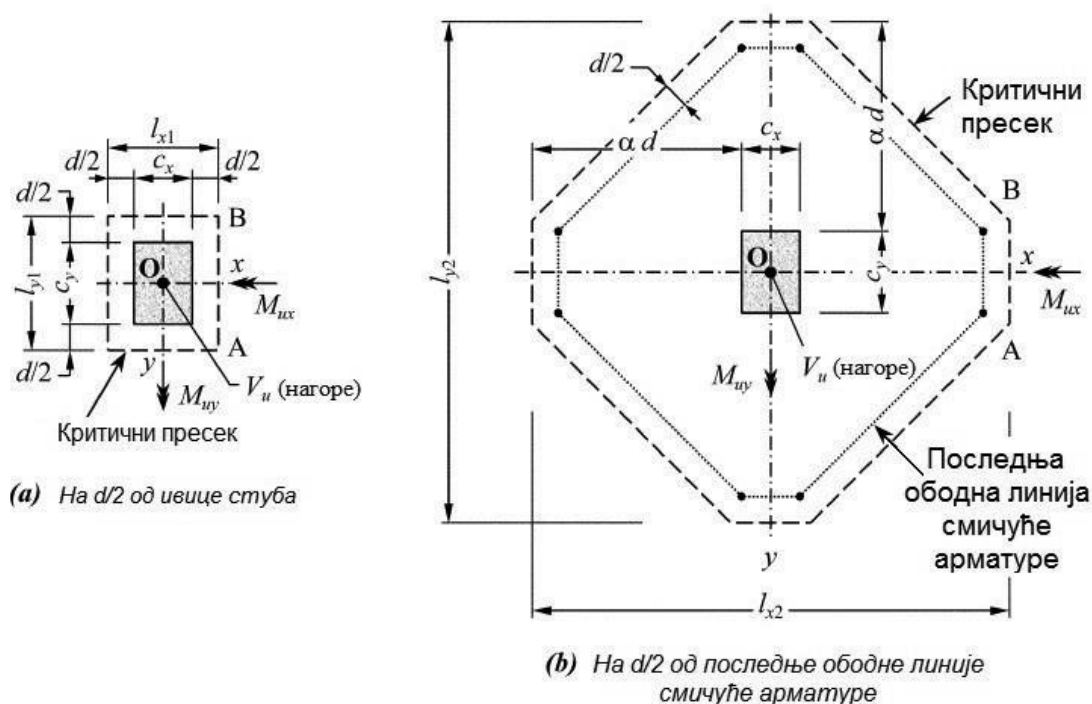
h – дебљина плоче

c_t – горњи заштитни слој бетона

c_b – доњи заштитни слој бетона

d_b – пречник арматуре за савијање

Пример критичних пресека на $d/2$ од ивице стуба и $d/2$ од последњег реда можданика за правоугаони попречни пресек унутрашњег стуба дат је на слици 2.1. Као што се види на слици, дозвољена је употреба правих линија.



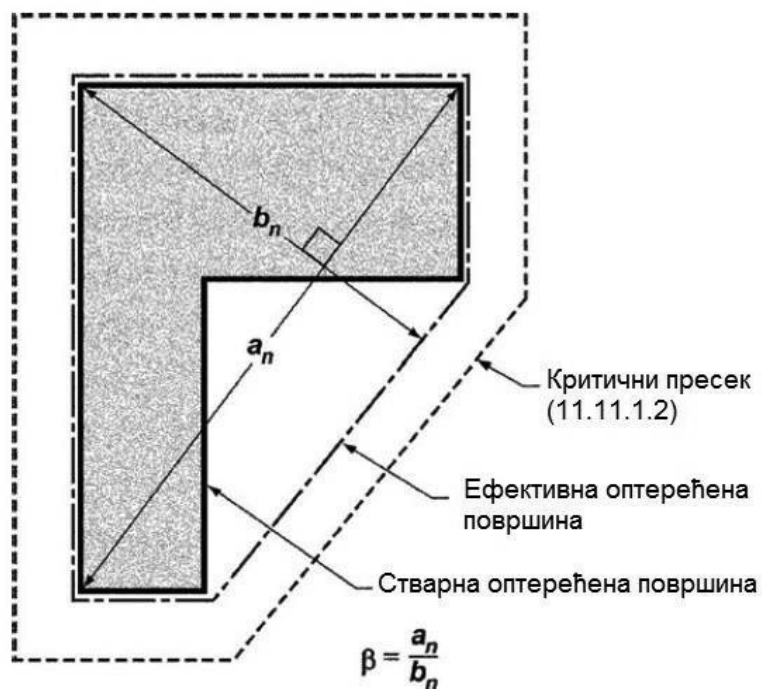
Слика 2. 1 Критични пресеци унутрашњег стуба правоугаоног критичног пресека и позитивни смерови сила

Извор: Ауторова обрада слике 4.1 [3 стр. 5]

Критични пресек код стуба кружног попречног пресека одређује се на исти начин, тако што се кружни попречни пресек замени правоугаоним исте површине.

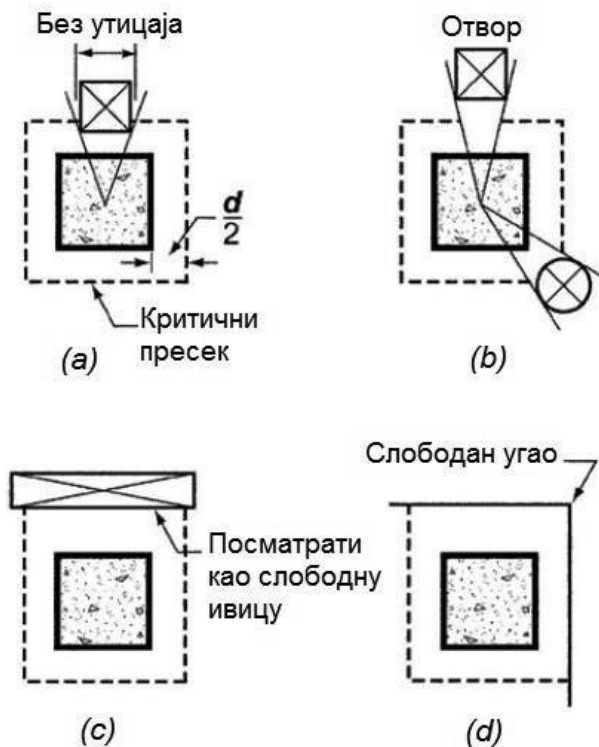
За попречне пресеке оптерећених површина произвољног облика критични пресеци се одређују тако да b_0 има минималну вредност, али да удаљеност у односу на њену ивицу и углове не буде мања од $d/2$. Уколико у плочи постоји промена дебљине у виду капитета потребно је да удаљеност критичног пресека од његове ивице такође не буде мања од $d/2$. Пример једног попречног пресека произвољног облика дат је сликом 2.2.

Уколико у плочи постоје отвори, потребно је извршити редукцију критичног пресека. Када растојање од отвора до ивице оптерећене површине није веће од $10h$ мерено радијално, или када је отвор у плочи смештен унутар ослоначке траке, критични пресеци биће модификовани тако да део критичног пресека који је обухваћен тангентама не учествује у преносу смичућих сила. Тангенте се пружају из тежишта ослоначке површине према ивицама отвора у складу са сликом 2.3.



Слика 2. 2 Критични пресек произвољног облика оптерећене површине и коефицијент β

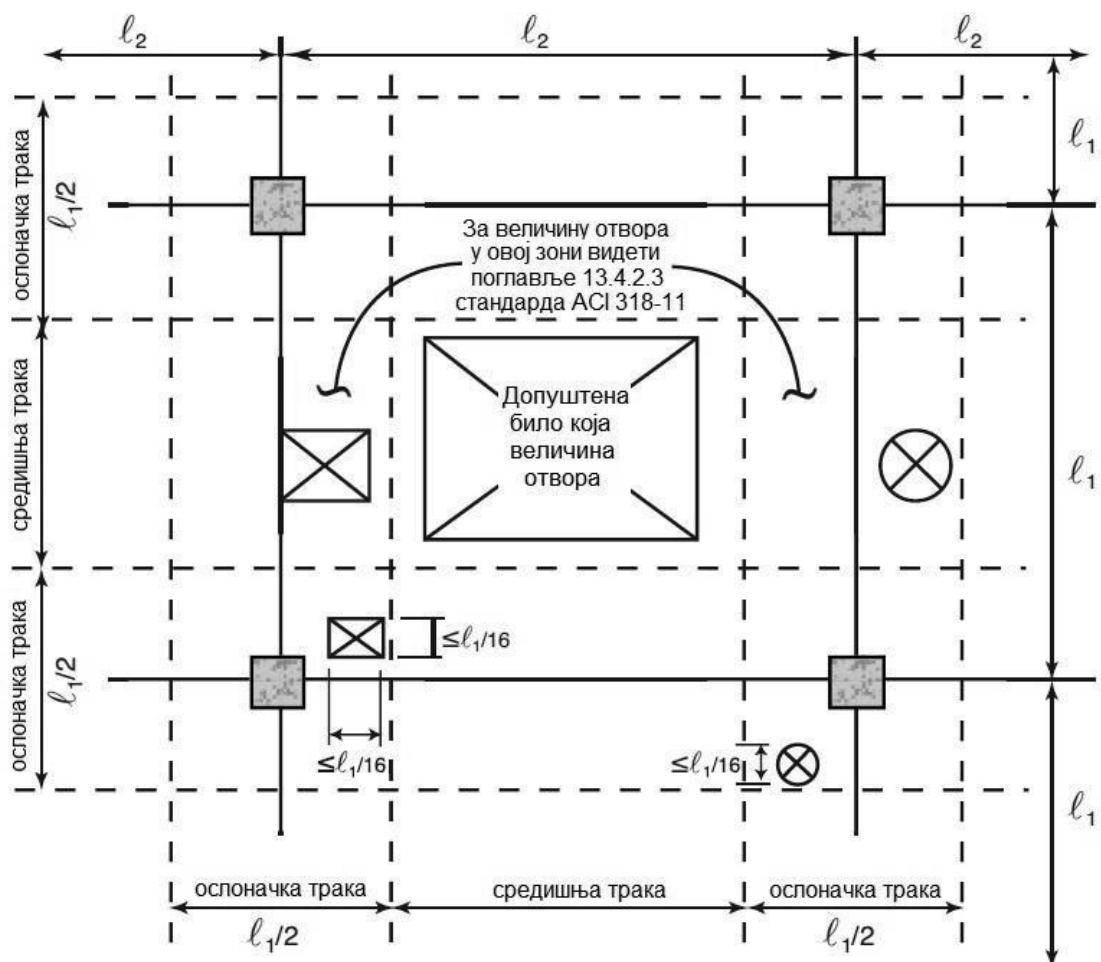
Извор: Ауторова обрада слике R11.11.2 [2 стр. 198]



Слика 2.3 Утицај отвора и слободних ивица плоче (ефективни критични пресек дат је испрекиданом линијом)

Извор: Ауторова обрада слике R11.11.6 [2 стр. 205]

Ширина ослоначке траке са обе стране средишта стуба једнака је четвртини дужине мањег од два управна распона плоче. Средишња трака налази се између две ослоначке. Диспозиција отвора на плочи дата је сликом 2.4.



Слика 2. 4 Препоручене величине отвора и њихов положај на плочи за $l_2 \geq l_1$
Извор: Ауторова обрада слике 2 [6]

2.1.2 Методологија прорачуна

Прорачун пробоја почиње претпоставком да носивост плоче на смицање није мања од смичућег напона у посматраном пресеку. Тај услов изражен је следећим изразом:

$$\phi v_n \geq v_u$$

где су:

ϕ - фактор редукције носивости; За смицање фактор редукције носивости износи $\phi = 0,75$

v_n – номинална смичућа носивост која се рачуна према једначини:

$$v_n = v_c + v_s$$

v_c – номинална смичућа носивост која потиче од бетона

v_s – номинална смичућа носивост која потиче од смичуће арматуре

v_u – факторисани смичући напон у посматраном пресеку

Када гравитационо оптерећење, ветар, сеизмика или други бочни утицаји изазивају пренос неуравнотеженог момента M_u између плоче и стуба, један део момента

преносиће се савијањем, а други део ексцентрицитетом смицања. Део момента који се преноси савијањем једнак је $\gamma_f M_u$, а део који се преноси ексцентрицитетом смицања $\gamma_v M_u$. Део момента који је дат са $\gamma_f M_u$, преноси се савијањем на ефективној ширини плоче која се налази између $1,5h$ од ивица стуба. Вредност γ_f дата је следећим једначинама:

- за унутрашњи стуб

$$\gamma_{fx} = \frac{1}{1 + \frac{2}{3} \sqrt{\frac{l_y}{l_x}}}$$

$$\gamma_{fy} = \frac{1}{1 + \frac{2}{3} \sqrt{\frac{l_x}{l_y}}}$$

- за ивични стуб

$$\gamma_{fx} = \frac{1}{1 + \frac{2}{3} \sqrt{\frac{l_y}{l_x}}}$$

$$\gamma_{fy} = \frac{1}{1 + \frac{2}{3} \sqrt{\frac{l_x}{l_y} - 0,2}} \quad \text{или} \quad \gamma_{fy} = 1 \quad \text{када је} \quad \frac{l_x}{l_y} < 0,2$$

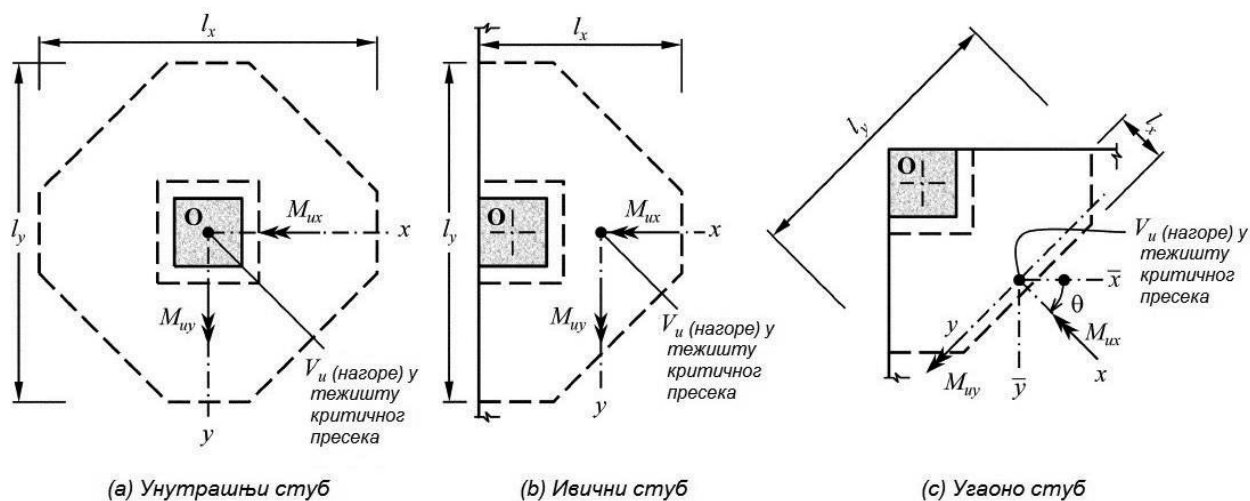
- за угаони стуб

$$\gamma_{fx} = 0,6$$

$$\gamma_{fy} = \frac{1}{1 + \frac{2}{3} \sqrt{\frac{l_x}{l_y} - 0,2}} \quad \text{или} \quad \gamma_{fy} = 1 \quad \text{када је} \quad \frac{l_x}{l_y} < 0,2$$

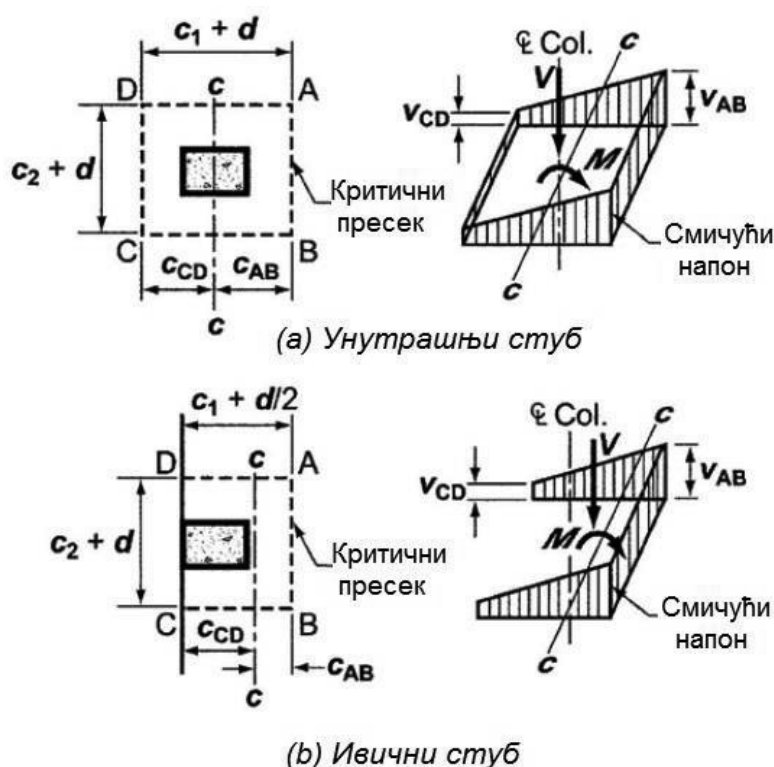
где су:

l_x и l_y пројекције усвојеног критичног пресека на главне осе x и y , у складу са сликом 2.5



Слика 2. 5 Пројекције критичног пресека на x и y осу за различите типове стубова
Извор: Ауторова обрада слике В.1 [3 стр. 13]

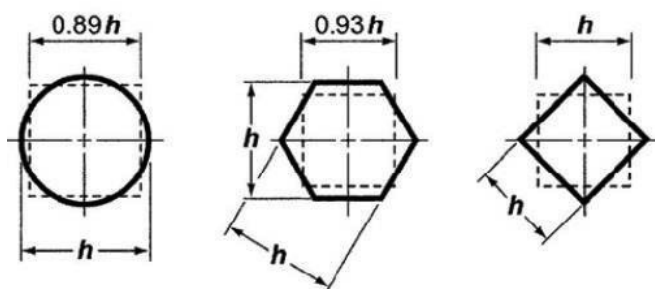
Претпостављена је линеарна промена смичућег напона који се јавља услед преноса момента ексцентрицитетом смицања. Ова промена је за унутрашњи и ивични стуб правоугаоног попречног пресека приказана сликом 2.6.



Слика 2. 6 Претпостављена расподела смичућег напона за стуб правоугаоног попречног пресека страница c_1 и c_2

Извор: Ауторова обрада слике R11.11.7.2 [2 стр. 206]

Сви остали облици попречног пресека стуба укључујући и кружни могу се апроксимирати правоугаоним исте површине. Примери трансформације неких облика попречног пресека у квадратне дати су сликом 2.7.



Слика 2. 7 Примери еквивалентних квадратних попречних пресека за различите облике носећих елемената [2 стр. 250]

Вредност γ_v која одређује део момента савијања који ће се пренети ексцентрицитетом смицања дата је као:

$$\gamma_v = 1 - \gamma_f$$

У општем случају када на пресек изнад стуба делују неуравнотежени momenti савијања око осе x и око осе y , неопходно је одредити γ_f за оба правца. Обележавамо их са γ_{fx} и γ_{fy} . Максимални смичући напон у критичном пресеку v_u тада је дат следећом једначином:

$$v_u = \frac{V_u}{A_c} + \frac{\gamma_{vx} \cdot M_{ux} \cdot y}{J_x} + \frac{\gamma_{vy} \cdot M_{uy} \cdot x}{J_y}$$

где су:

V_u – факторисана смичућа сила

A_c – површина усвојеног критичног попречног пресека, дата једначином:

$$A_c = d \cdot \sum l, \quad \text{где је } l \text{ дужина сегмента критичног пресека}$$

M_{ux}, M_{uy} – факторисани неуравнотежени моменти који се преносе између плоче и стуба око главних тежишних оса x и y усвојеног критичног попречног пресека

γ_{vx}, γ_{vy} – фактор којим се одређује део неуравнотеженог момента око оса x и y који се смицањем преноси са плоче на стуб

J_x, J_y – својство усвојеног критичног пресека било ког облика о коме ће бити више речи у наставку

x, y – координате тачака критичног пресека у односу на тежишне осе x и y

Када се тежиште критичног пресека не поклапа са тежиштем стуба O , неуравнотежени моменти савијања M_{ux} и M_{uy} у тежишту критичног пресека могу се изразити помоћу неуравнотежених момената савијања M_{uOx} и M_{uOy} у тежишту стуба O . Тада су моменти савијања дати изразима:

$$M_{ux} = M_{uOx} + V_u \cdot y_O$$

$$M_{uy} = M_{uOy} + V_u \cdot x_O$$

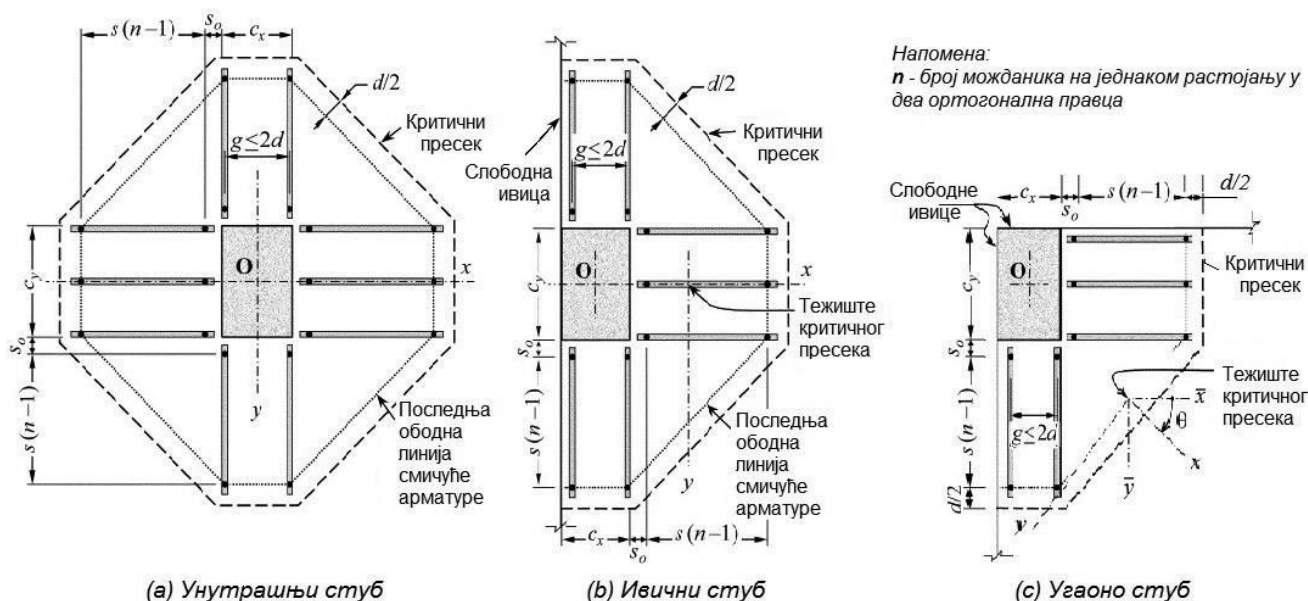
где су x_O и y_O координате тачке O у односу на тежиште критичног пресека. Положај координатних оса за случајеве унутрашњег, ивичног и угаоног стуба дат је сликом 2.8.

Остали симболи са слике 2.8 биће разматрани касније у овом поглављу. У случају угаоног стуба, моменти савијања $M_{u\bar{x}}$ и $M_{u\bar{y}}$ око оса \bar{x} и \bar{y} еквивалентни су моментима око оса x и y . Веза између два координатна система дата је следећим једначинама у складу са сликом 2.8:

$$M_{ux} = M_{u\bar{x}} \cdot \cos \theta - M_{u\bar{y}} \cdot \sin \theta$$

$$M_{uy} = M_{u\bar{x}} \cdot \sin \theta + M_{u\bar{y}} \cdot \cos \theta$$

где је θ угао за који је потребно заротирати осе \bar{x} и \bar{y} како би се поклопиле са главним осама.



Слика 2. 8 Пример ексцентрицитета тежишта критичног пресека у односу на тежиште попречног пресека стуба

Извор: Ауторова обрада слике 4.2 [3 стр. 6]

Својства критичног пресека J_x и J_y ће у овом раду мењати вредност својства J_c , које се према АСI 318-11 дефинише као својство аналогно поларном моменту инерције. Вредност J_c за правоугаони пресек критичног пресека према АСI 318-11 и слици 6 износи:

$$J_c = \frac{d \cdot (c_1 + d)^3}{6} + \frac{(c_1 + d) \cdot d^3}{6} + \frac{d \cdot (c_2 + d) \cdot (c_1 + d)^2}{2}$$

У складу са АСI 421.1R-08 [3 стр. 4] могуће је занемарити други количник у овој једначини како би се упростио прорачун. Овај поступак оправдава се тиме да је однос овог количника и преостала два мањи од 3%, при чему се остаје на страни сигурности. Тиме добијамо вредности J_x и J_y које се у општем случају могу одредити према следећим једначинама:

$$J_x = d \cdot \sum \left[\frac{l}{3} \cdot (y_i^2 + y_i \cdot y_j + y_j^2) \right]$$

$$J_y = d \cdot \sum \left[\frac{l}{3} \cdot (x_i^2 + x_i \cdot x_j + x_j^2) \right]$$

Када критични пресек нема осе симетрије, као што је то случај са угаоним стубом са слике 2.8, потребно је одредити главне тежишне осе. Њих одређујемо ротацијом оса \bar{x} и \bar{y} за угао θ који се може срачунати према следећој једначини:

$$\tan 2\theta = \frac{-2J_{\bar{x}\bar{y}}}{J_{\bar{x}} - J_{\bar{y}}}$$

где је $J_{\bar{x}\bar{y}}$ дато следећим изразом:

$$J_{\bar{x}\bar{y}} = d \cdot \sum \left[\frac{l}{6} \cdot (2 \cdot \bar{x}_i \cdot \bar{y}_i + \bar{x}_i \cdot \bar{y}_j + \bar{x}_j \cdot \bar{y}_i + 2 \cdot \bar{x}_j \cdot \bar{y}_j) \right]$$

У овим једначинама l представља дужину сегмента критичног обима. Координате крајева једног сегмента i и j у односу на главне тежишне осе критичног пресека дате су са x_i, y_i, x_j и y_j . Координате било које тачке на критичном пресеку могу се одредити следећим једначинама:

$$\begin{aligned}x &= \bar{x} \cdot \cos \theta + \bar{y} \cdot \sin \theta \\y &= -\bar{x} \cdot \sin \theta + \bar{y} \cdot \cos \theta\end{aligned}$$

Овако срачунате координате могу се унети у једначине за J_x и J_y .

2.1.2.1 Плоча без смичуће арматуре за пробој

Уколико је носивост плоче на смицање од пробоја на пресеку $d/2$ од ивице ослоначке површине већа од напона смицања у том пресеку, арматура за осигурање од пробоја неће бити потребна. Овај услов дат је изразом:

$$\phi v_n \geq v_u$$

Код непреднапрегнутих плоча, номинална смичућа носивост у овом пресеку једнака је минималној од вредности добијених следећим једначинама:

$$v_n = \min \left\{ \begin{array}{l} \left(2 + \frac{4}{\beta}\right) \cdot \lambda \cdot \frac{\sqrt{f'_c}}{12} \\ \left(\frac{\alpha_s \cdot d}{b_0} + 2\right) \cdot \lambda \cdot \frac{\sqrt{f'_c}}{12} \\ \lambda \cdot \frac{\sqrt{f'_c}}{3} \end{array} \right. \text{ у [MPa]}$$

где су:

β – однос дуже и краће стране стуба, уколико попречни пресек није правоугаони онда се у складу са сликом 2 узима однос укупно најдуже димензије ефективне оптерећене површине и најдуже њој управне димензије

λ – модификујући фактор који узима у обзир механичка својства лаког бетона, за нормални бетон $\lambda=1$

f'_c – чврстоћа бетона на притисак не треба да буде већа од 10.000 psi (70 МПа)

α_s – бездимензиони коефицијент чија вредност зависи од положаја стуба

$$\alpha_s = \begin{cases} 40, & \text{за унутрашњи стуб} \\ 30, & \text{за ивични стуб} \\ 20, & \text{за угаони стуб} \end{cases}$$

За плоче директно ослоњене на стубове и темеље преднапрегнуте у два правца носивост плоче одређује се према следећој једначини:

$$v_n = \beta_p \cdot \lambda \cdot \frac{\sqrt{f'_c}}{12} + 0,3 \cdot f_{pc} + \frac{V_p}{b_0 \cdot d}$$

где су:

$$\beta_p = \min \left\{ \frac{3,5}{\frac{\alpha_s \cdot d}{b_0}} + 1,5 \right.$$

f_{pc} – напон притиска у бетону након свих губитака преднапрезања

V_p – вертикална компонента ефективне силе преднапрезања у пресеку

Ова једначина може се применити ако су испуњени следећи услови:

- ниједан део попречног пресека стуба није на мањој удаљености од $4h$ од ивице дисконтинуитета плоче
- вредност $\sqrt{f'_c}$ не сме бити већа од 0,5 МПа
- f_{pc} у сваком правцу не сме бити мање од 0,85 МПа, ни веће од 3,45 МПа

Ако ови услови нису испуњени, плоча се рачуна као непреднапрегнута. У овом раду неће се третирати преднапрегнуте плоче.

2.1.2.2 Плоча са смичућом арматуром за пробој

Уколико је носивост плоче на смицање од пробоја на пресеку $d/2$ од ивице ослоначке површине мања од напона смицања у том пресеку, неопходно је усвојити арматуру за осигурање од пробоја:

$$\phi v_n < v_u$$

У овом случају носивост се састоји од једног дела који припада бетону и другог који припада смичућој арматури:

$$v_n = v_c + v_s$$

За плочу осигурану можданицима $v_c = \lambda \cdot \frac{\sqrt{f'_c}}{4}$, вредност је дата у МПа. Смичући напон у овом пресеку не сме бити већи од $8\sqrt{f'_c}$. Ако смичући напон прекорачи ову вредност, потребно је повећати дебљину плоче или усвојити бетон веће чврстоће на притисак. Преостали део носивости одређујемо усвајајући потребан број можданика. Носивост коју треба да има смичућа арматура одређујемо следећом релацијом:

$$v_s \geq \frac{v_u}{\phi} - v_c$$

Као што се може видети у следећој једначини, носивост смичуће арматуре зависи од чврстоће на граници течења и од броја можданика:

$$v_s = \frac{A_v \cdot f_{yt}}{b_0 \cdot s} \geq 2 \cdot \sqrt{f'_c}$$

где су:

f_{yt} – носивост смичуће арматуре на граници течења

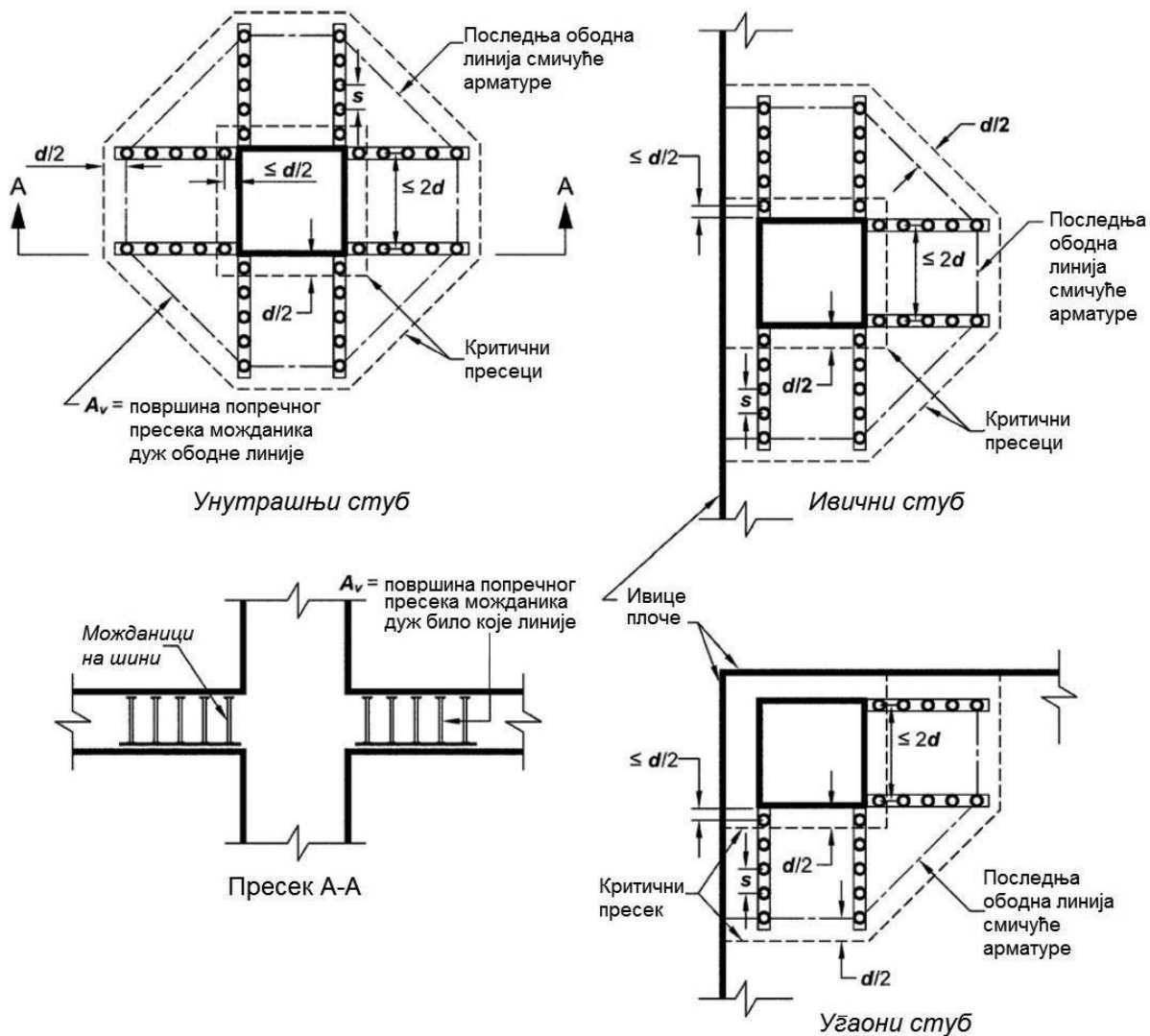
A_v – површина попречног пресека смичуће арматуре дуж једне ободне линије паралелне контури стуба

s – растојање ободних линија дуж којих је постављена смичућа арматура у виду можданика са главама

Комбиновањем претходне две једначине можемо одредити непознати однос:

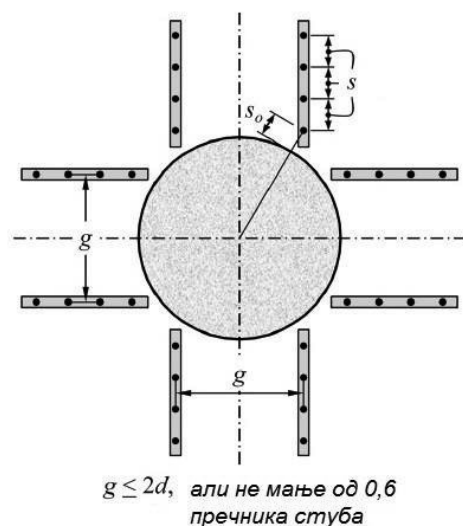
$$\frac{A_v}{s} \geq \frac{\left(\frac{v_u}{\phi} - v_c\right) \cdot b_0}{f_{yt}}$$

Распоред можданика за различит положај стубова правоугаоног попречног пресека у односу на плочу дат је сликом 2.9. Распоред можданика за стуб кружног попречног пресека дат је сликом 2.10.



Слика 2. 9 Типичан положај критичних пресека и можданика са главама за правоугаони попречни пресек стуба

Извор: Ауторова обрада слике R11.11.5 [2 стр. 204]



Слика 2. 10 Распоред можданика са галавама за кружни попречни пресек стуба

Извор: Ауторова обрада слике А.2 [3 стр. 13]

Растојања ободних линија можданика узимају се у одређеним границама. Растојање између ивице стуба и првог реда можданика не сме бити веће од $d/2$, али не сме бити ни много мало јер у том случају можданици не би пресецали пукотине настале од смицања и били би неделотворни. Зато је усвојено да растојање s_0 не сме да буде мање од $0,35d$. Растојање s између суседних можданика треба да буде константно и засновано на вредности смичућег напона у критичном пресеку тако да не буде веће од:

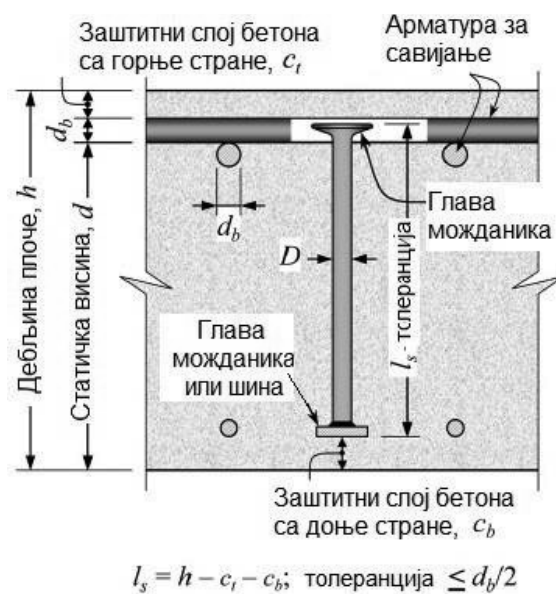
- $0,75d$, када максимални смичући напон услед факторисаног оптерећења није већи од $6\phi\sqrt{f'_c}$
- $0,5d$, када је максимални смичући напон услед факторисаног оптерећења већи од $6\phi\sqrt{f'_c}$

Растојања суседних елемената на које су постављени можданици не смеју бити већа од $2d$.

Број можданика у елементу треба бити такав да смичући напон у пресеку $d/2$ од последњег реда можданика не буде већи од $2\phi\lambda\sqrt{f'_c}$:

$$\frac{v_u}{\phi} \leq 2\lambda\sqrt{f'_c}$$

Положај можданика у попречном пресеку плоче дат је са свим потребним ознакама сликом 2.11.



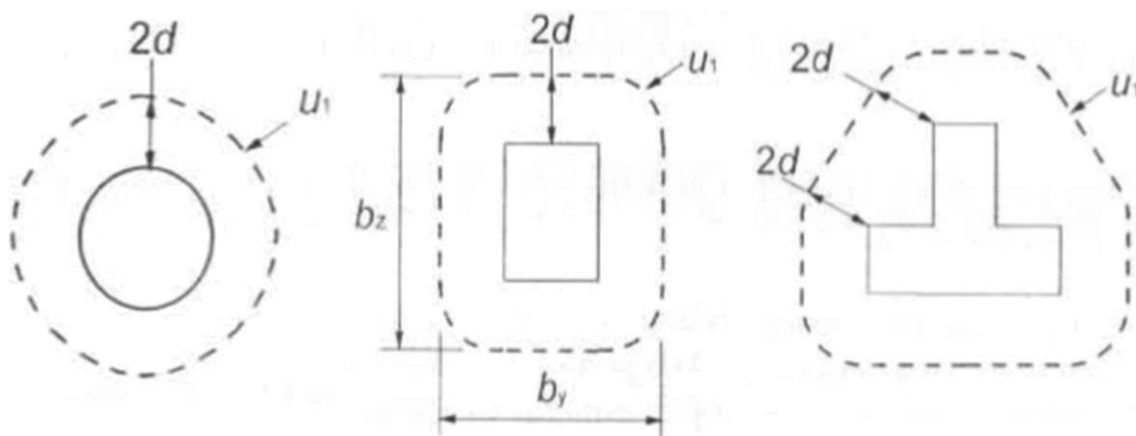
Слика 2. 11 Попречни пресек плоче са мождаником
Извор: Ауторова обрада слике 6.1 [3 стр. 10]

2.2 ETA-13/0151

2.2.1 Увод

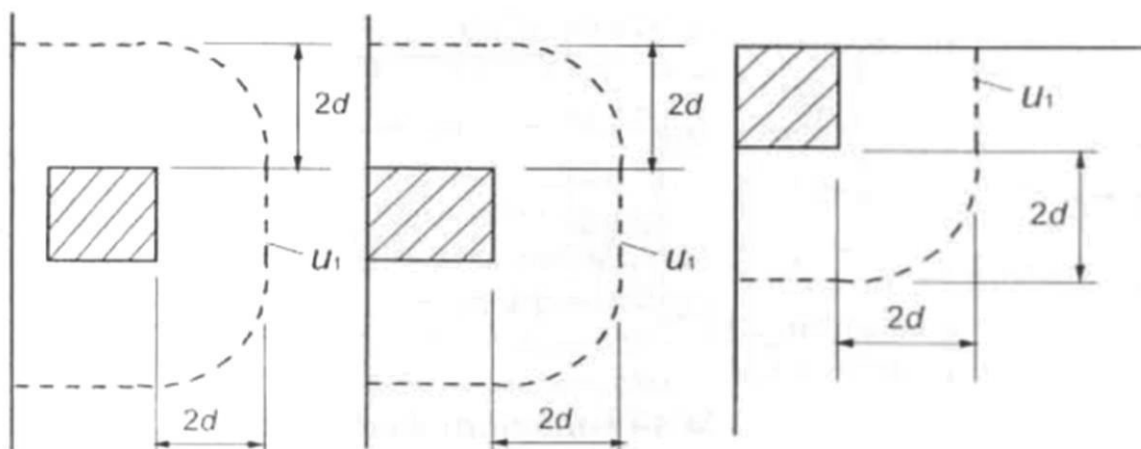
Гранично стање носивости на смицање од пробијања разматра се у критичним пресецима. Плоча се димензионише на минималан момент савијања у складу са националним одредбама. Контрола граничних стања ван критичних пресека се такође спроводи у складу са националним одредбама. У овом поглављу биће разматране одредбе стандарда ETA-13/0151. Алгоритам прорачуна и одговарајуће једначине преузете су из ETA-13/0151 [4]

Носивост на смицање од пробоја одређује се на унутрашњем критичном обиму u_1 управном на површину плоче на растојању $2d$ од ивице стуба као и на спољашњем контролном обиму u_{out} на растојању $1,5d$ од последњег реда можданика. Неки примери критичних обима за карактеристичне попречне пресеке стубова код спратне плоче приказани су на слици 2.12



Слика 2.12 Унутрашњи критични пресеци за различите облике попречних пресека стуба [4 стр. 105]

Критични пресеци „на растојању мањем од $2d$ од ивице стуба треба да се анализирају када се концентрисаној сили супротствља притисак великог интензитета (нпр. притисак тла испод фундамента, или утицаји оптерећења или реакције која делује унутар $2d$ од контуре оптерећене површине.“ [5 стр. 105]



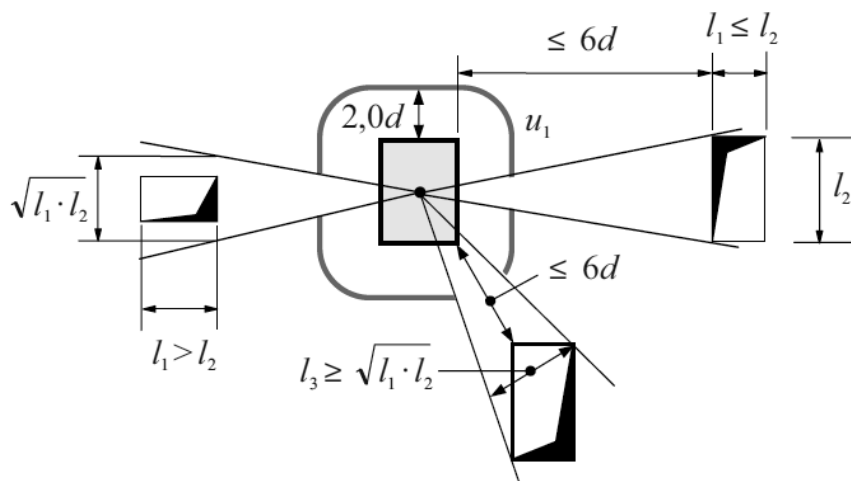
Слика 2.13 Облици критичних обима у функцији положаја стуба на плочи

Облици унутрашњих критичних обима за ивичне и угаоне стубове приказани су на слици 2.13, где је средња статичка висина плоче од статичких висина у правцима x и y дата изразом $d = \frac{d_x + d_y}{2}$.

Код темељних стопа растојање критичног обима се одређује итеративним поступком.

Критични обим се одређује према наведеним правилима уколико је обим стуба мањи од $12d$ и ако код правоугаоних стубова однос дуже и краће стране није већи од 2. Ако ови услови нису испуњени, смичуће силе концентрисаће се у угловима стуба и критични обим се у том случају мора редуковати.

До редукције критичног пресека долази и уколико се оптерећена површина налази у близини отвора у плочи, на растојању које није веће од $6d$ од ивице отвора до обима оптерећене површине. Контролни (критични) обим редукује се за дужину која је обухваћена двама тангентима које треба повући из центра оптерећене површине тако да тангирају контуру отвора према слици 2.14.



Слика 2. 14 Редуција контролног (критичног) обима у функцији положаја отвора [9 стр. 693]

Код неправилних облика стубова, контролни обим одређује се у складу са EN 1992-1-1, 6.4.2. [5 стр. 104]

2.2.2 Методологија прорачуна

Прорачунска вредност смичућег напона одређује се у складу са EN 1992-1-1 према изразу:

$$v_{Ed} = \frac{\beta \cdot V_{Ed}}{u_1 \cdot d}$$

где су :

- v_{Ed} – смичући напон дуж контролног обима u_1
- β – коефицијент који уводи у прорачун ексцентричност оптерећења
- V_{Ed} – прорачунска вредност смичуће силе
- u_1 – дужина контролног обима на растојању $2d$ од ивице стуба

За конструкције чија бочна стабилност не зависи од рамовског дејства између плоча и стубова и код којих се дужине суседних распона не разликују за више од 25% за коефицијент β се могу користити приближне препоручене вредности у функцији положаја стуба у конструкцији:

За унутрашњи стуб:	$\beta=1,10$
За ивични стуб:	$\beta=1,40$
За угаону стуб:	$\beta=1,50$
За угао зида:	$\beta=1,20$
За крај зида:	$\beta=1,35$

Уколико ови услови нису испуњени или уколико постоји потреба, могуће је спровести тачан прорачун у складу са EN 1992-1-1 (6.39), али при прорачуну β није дозвољено користити редуковану дужину контролног обима која је у EN 1992-1-1 означена као u_1^* :

$$\text{за момент савијања око једне осе: } \beta = 1 + k \cdot \frac{M_{Ed}}{V_{Ed}} \cdot \frac{u_1}{W_1}$$

$$\text{за момент савијање око две осе: } \beta = 1 + \sqrt{\left(k \cdot \frac{M_{Ed,x} \cdot u_1}{V_{Ed} \cdot W_{1,y}}\right)^2 + \left(k \cdot \frac{M_{Ed,y} \cdot u_1}{V_{Ed} \cdot W_{1,x}}\right)^2} \geq 1,10$$

где су:

M_{Ed} и V_{Ed} – прорачунске вредности момента савијања и смичуће силе [6 стр. 698]

$$M_{Ed,x} = |M_{Ed,x,col} - V_{Ed} \cdot \Delta y_s|$$

$M_{Ed,x,col}$ — момент изнад ослонца око осе x

Δy_s — растојање између тежишта попречног пресека стуба и тежишта основног контролног обима у y правцу

$$M_{Ed,y} = |M_{Ed,y,col} - V_{Ed} \cdot \Delta x_s|$$

$M_{Ed,y,col}$ — момент изнад ослонца око осе y

Δx_s — растојање између тежишта попречног пресека стуба и тежишта основног контролног обима у x правцу

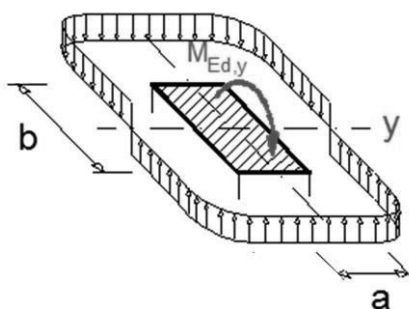
Положај тежишта контролног обима можемо одредити на следећи начин:

$$y_s = \frac{\sum_i y_{s,i} \cdot \Delta l_i}{\sum_i \Delta l_i} = \frac{1}{u_1} \cdot \sum_i y_{s,i} \cdot \Delta l_i$$

$$x_s = \frac{1}{u_1} \cdot \sum_i x_{s,i} \cdot \Delta l_i$$

k – коефицијент који зависи од односа страница стуба a и b , његова вредност зависи од односа неуравнотеженог момента који изазива несиметрично смицање и савијање и торзија и дата је табелом. За случај када моменат савијања савија око осе паралелне страници a , вредности k приказане су табелом 1. За случај када момент савијања делује паралелно са страницом b вредност k се одређује преко односа a/b .

Табела 2. 1 Вредности коефицијента k од односа димензија страница стуба [5 стр. 108]



b/a	≤ 0,5	1,0	2,0	≥ 3,0
k	0,45	0,60	0,70	0,80

W_1 – одговара дијаграму смицања и функција је основног контролног (унутрашњег критичног) обима u_1 :

$$W_{1,y} = \int_0^{u_1} |e| dl = \sum_i |e_i| \cdot \Delta l_i = \sum_i |y_{s,i} - y_s| \cdot \Delta l_i$$

$$W_{1,x} = \sum_i |x_{s,i} - x_s| \cdot \Delta l_i$$

dl – дужина инкремента обима

e – растојање од dl до осе у односу на коју делује момент M_{Ed}

Смичућа арматура се мора применити уколико је смичућа сила у плочи већа од носивости плоче без смичуће арматуре. Ову носивост се одређује следећим једначинама у зависности од типа плоче (изрази одговарају EN 1992-1-1, 6.47):

- за спратну плочу

$$v_{Rd,c} = C_{Rd,c} \cdot k \cdot (100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck})^{\frac{1}{3}} + k_1 \cdot \sigma_{cp} \geq (v_{min} + k_1 \cdot \sigma_{cp})$$

- за темељну плочу и темељну стопу

$$v_{Rd,c} = C_{Rd,c} \cdot k \cdot (100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck})^{\frac{1}{3}} \cdot \frac{2 \cdot d}{a} \geq v_{min} \cdot \frac{2 \cdot d}{a}$$

где су:

$$C_{Rd,c} - \text{емпиријски фактор,} \quad C_{Rd,c} = \frac{C_{Rk,c}}{\gamma_c}$$

γ_c – парцијални фактор сигурности за бетон, $\gamma_c = 1,5$

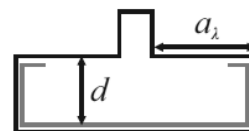
Препоручена вредност $C_{Rk,c}$ за спратну плочу је 0,18. У случају да је однос обима стуба и статичке висине плоче мали ($\frac{u_0}{d} < 4,0$), мора се редуковати носивост на смицање од пробоја па се фактор $C_{Rd,c}$ рачуна на следећи начин:

$$C_{Rd,c} = \frac{0,18}{\gamma_c} \cdot \left(0,1 \cdot \frac{u_0}{d} + 0,6\right) \geq \frac{0,15}{\gamma_c}$$

Препоручене вредности $C_{Rk,c}$ за темељну плочу и темељну стопу су:

0,15 за стопе код којих је $\frac{a_{\lambda}}{d} \leq 2,0$

0,18 за витке темељне стопе И темељне плоче



k – коефицијент који узима у обзир величину статичке висине плоче, d [mm]:

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \leq 2,0$$

ρ_l – средњи проценат армирања од арматуре у x и y правцу

$$\rho_l = \sqrt{\rho_{lx} \cdot \rho_{ly}} \leq \begin{cases} 2,0 \\ 0,5 \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}} \end{cases}$$

f_{cd} – прорачунска вредност чврстоће цилиндричног узорка бетона

f_{ck} – карактеристична вредност чврстоће бетона

f_{yd} – прорачунска вредност чврстоће челика на граници течења

k_1 – емпиријски фактор, препоручена вредност

$$k_1 = 0,1$$

σ_{cp} – нормални напон у бетону у критичном пресеку:

$$\sigma_{cp} = \frac{\sigma_{cy} + \sigma_{cx}}{2} \quad (\text{средња вредност од напона у } x \text{ и } y \text{ правцу})$$

$$\sigma_{cy} = \frac{N_{Ed,y}}{A_{cy}}; \quad \sigma_{cx} = \frac{N_{Ed,x}}{A_{cx}}$$

$N_{Ed,y}$, $N_{Ed,x}$ – подужне силе у читавом пољу за унутрашње стубове а подужна сила кроз контролни пресек за ивичне стубове. Сила може да буде од оптерећења или од претходног напрезања.

A_c – површина бетона, у складу са дефиницијом N_{Ed}

$$v_{min} = \begin{cases} \frac{0,0525}{\gamma_c} \cdot k^{\frac{3}{2}} \cdot f_{ck}^{\frac{1}{2}} & \text{за } d \leq 600 \text{ mm} \\ \frac{0,0375}{\gamma_c} \cdot k^{\frac{3}{2}} \cdot f_{ck}^{\frac{1}{2}} & \text{за } d > 800 \text{ mm} \end{cases}$$

Међувредности v_{min} одређују се линеарном интерполацијом.

a – користи се код прорачуна носивости темељне плоче и темељне стопе a означава растојање од ивице стуба до посматраног контролног обима

Плоча се мора осигурати ПСБ можданицима уколико је:

$$v_{Rd,c} < v_{Ed}$$

Максимална носивост плоче на смицање од пробоја на критичном пресеку мора бити већа од прорачунске вредности напона:

$$v_{Rd,max} > v_{Ed}$$

$$v_{Rd,max} = k_{max} \cdot v_{Rd,c}$$

$$k_{max} = \begin{cases} 1,96 & \text{– за спратне плоче} \\ 1,62 & \text{– за темељне плоче и темељне стопе} \end{cases}$$

$v_{Rd,c}$ – уколико се ради о максималној носивости спратне плоче рачуна се према једначини за спратну, а уколико се ради о темељима примењује се одговарајућа једначина за темеље.

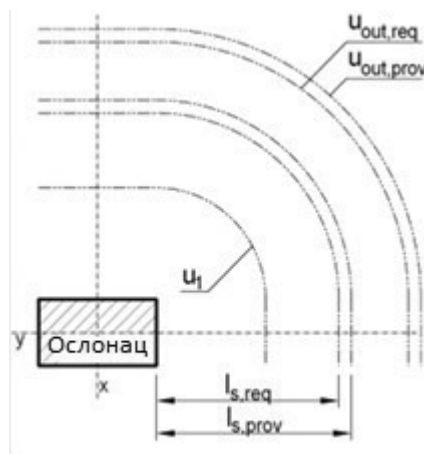
Уколико је плочу потребно осигурати можданицима, неопходно је у плочу поставити одговарајући број елемената. Дужина спољашњег контролног обима u_{out} одређује се из услова да на њему није потребна смичућа арматура већ плоча сама преноси оптерећење:

$$u_{out} = \frac{\beta_{red} \cdot V_{Ed}}{v_{Rd,c} \cdot d}$$

β_{red} – редуковани фактор који узима у обзир ексцентрицитет спољашњег обима u_{out}

$$\beta_{red} = k_{\beta} \cdot \beta \geq 1,10$$

$$k_{\beta} = \begin{cases} \frac{1}{1,2 + \frac{\beta \cdot l_s}{20 \cdot d}} & \text{– за ивичне стубове} \\ \frac{1}{1,2 + \frac{\beta \cdot l_s}{15 \cdot d}} & \text{– за угаоне стубове} \\ 1,0 & \text{– за угао зида} \\ 1,0 & \text{– за крај зида} \end{cases}$$



Слика 2. 15 Графички приказ коришћених ознака
Извор: Ауторова обрада слике [10 стр. 11]

l_s – растојање од ивице стуба до последњег реда можданика

Потребно растојање $l_{s,req}$ можемо одредити помоћу једначина:

- за правоугаони попречни пресек унутрашњег стуба:

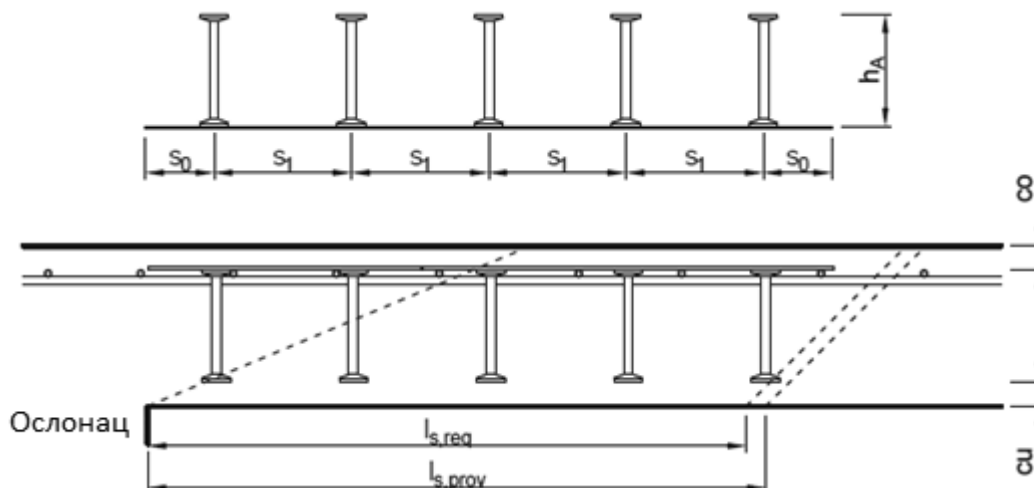
$$l_{s,req} = \frac{u_{out} - 2 \cdot (a + b)}{2 \cdot \pi} - 1,5 \cdot d$$

- за кружни попречни пресек унутрашњег стуба:

$$l_{s,req} = \frac{u_{out}}{2 \cdot \pi} - 1,5 \cdot d - \frac{d_c}{2}$$

где су a и b , димензије страница стуба, а d_c пречник стуба.

Прорачун $l_{s,req}$ код ивичних и угаоних стубова прати исти образац, а критични пресек одговара слици 2.



Слика 2. 16 Графички приказ коришћених ознака
Извор: Ауторова обрада [7 стр. 11]

2.2.2.1 Прорачун броја можданика

Минимална дебљина плоче за коришћење можданика је $h=180$ mm. Попречни пресек плоче са мождаником може се видети на слици 2.17. Потребну висину можданика одређујемо када од висине плоче одузмемо заштитне слојеве бетона c_o и c_u :

$$h_A = h - c_o - c_u$$

Пречници можданика (d_A) могу бити 10, 12, 14, 16, 20, 25 mm.

Распоред можданика дат је према слици 7.

Потребан број можданика одређује се према изразу:

$$n_{req} = \frac{l_{s,req} - s_0}{s_1} + 1$$

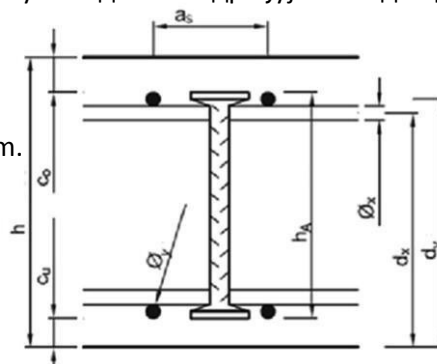
Потребан број можданика (n_{prov}) усваја се као прва већа целобројна вредност.

Са усвојеним бројем можданика може се одредити критични пресек $u_{out,prov}$ (слика 2.16) изван зоне армиране можданицима.

У прорачуну је потребно извршити следеће контроле:

$$u_{out,req} \leq u_{out,prov}$$

$$l_{s,req} \leq l_{s,prov}$$



Слика 2. 17 Попречни пресек плоче са мождаником
Ауторова обрада слике [7 стр. 9]

2.2.2.2 Прорачун броја елемената

Разликују се две зоне, С и D. Зона С се налази поред стуба и простире се до $1,125d$ од ивице стуба. Зона D налази се ван подручја обухваћеног зоном С.

Код спратних плоча код којих је статичка висина $d > 50$ см, пречник стуба $c < 50$ см и $V_{Ed} > 0,85 V_{Rd,max}$ морају се поставити најмање три можданика у зони С ($n_c = 3$).

У зони D можданици се постављају у складу са правилима за распоред можданика датим одредбом 4.3.

Повољни утицај нормалног напона притиска на максималну носивост на смицање од пробоја плоче $V_{Ed,max}$ се занемарује. Уколико каблови за преднапрезање имају негативан утицај на носивост на смицање од пробоја, ефекти ће бити укључени у максималну вредност негативних утицаја при димензионисању можданика. Ако каблови за преднапрезање повећавају носивост на смицање од пробоја, неопходно је да буду делотворни и у зони С и у зони D.

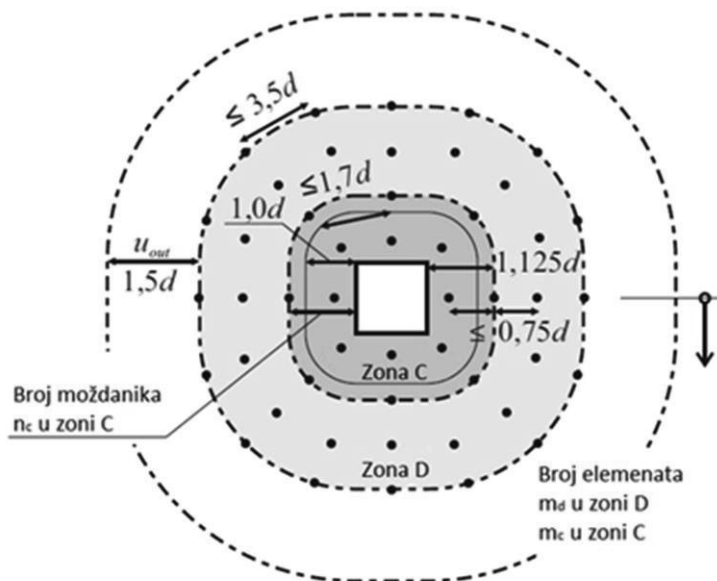
Ако је код темељних плоча или темељних стопа потребно поставити редове можданика изван $0,8d$ онда се потребан попречни пресек може одредити као смичућа арматура за 33% прорачунске смичуће силе која узима у обзир притисак тла унутар последњег реда можданика.

Можданике у зони С одређујемо на начин приказан у поглављима 1.4.1. и 1.4.2.

Прорачун броја елемената за спратне плоче

Број елемената одређујемо из услова носивости и услова максималног растојања можданика.

Положај зона С и D, као и просторни распоред можданика могу се видети на слици 2.18.



Слика 2. 18 Приказ положаја и максималних растојања можданика
Извор: Ауторова обрада слике 2 [4 стр. 11]

Услов носивости

Услов носивости одређује се према следећем изразу:

$$\beta \cdot V_{Ed} \leq V_{Rd,sy} = m_c \cdot n_c \cdot \frac{d_A^2 \cdot \pi \cdot f_{yk}}{4 \cdot \gamma_s \cdot \eta}$$

m_c – број елемената у зони C

n_c – број можданика на сваком елементу у зони C, и износи 2 осим уколико нису испуњена три услова наведена у поглављу 1.4.

d_A – пречник тела можданика

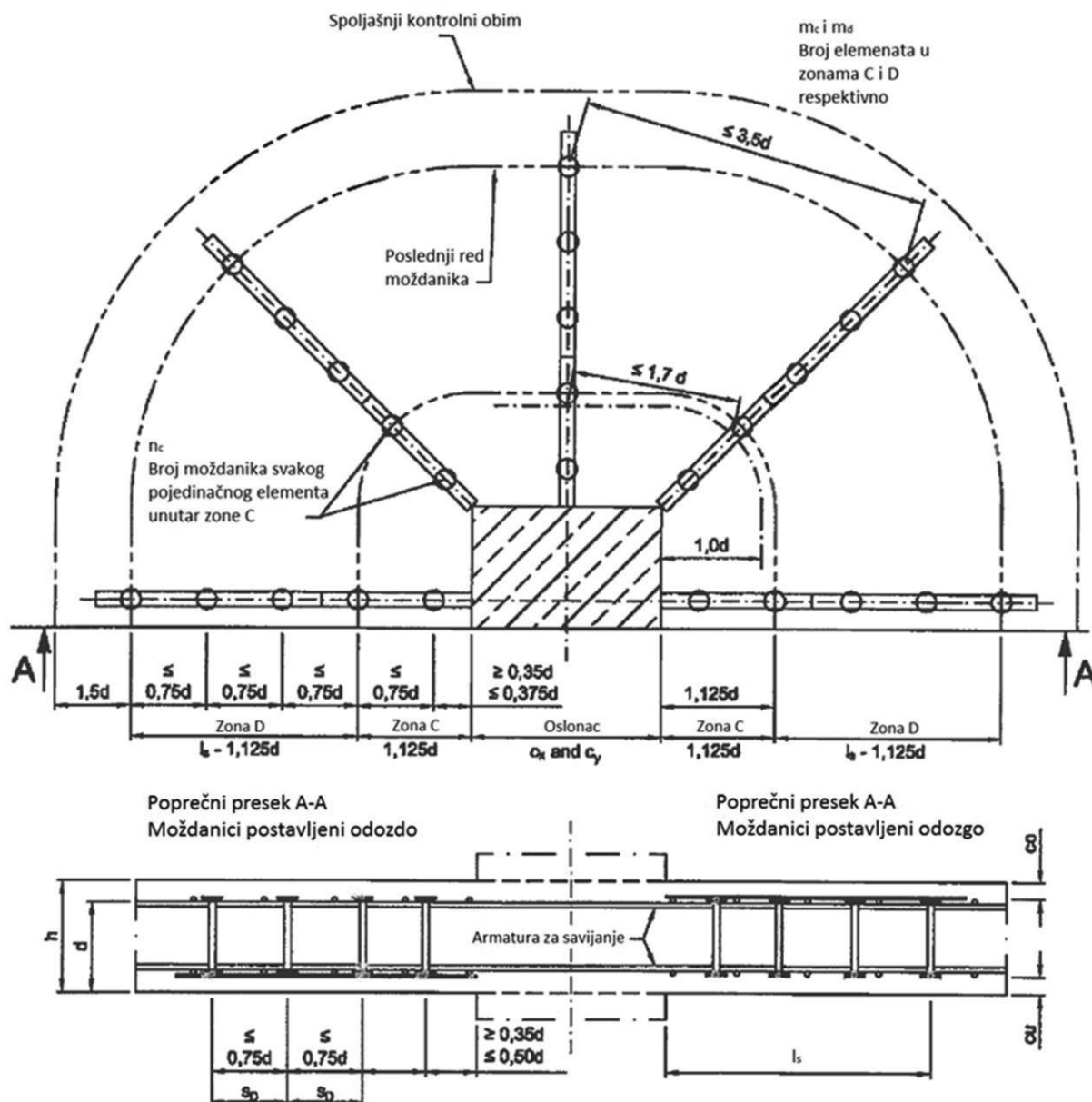
f_{yk} – карактеристична чврстоћа можданика на граници течења

γ_s – парцијални коефицијент сигурности за челик ($\gamma_s=1,15$)

η – фактор који узима у обзир статичку висину

$$\eta = \begin{cases} 1,0 & \text{за } d \leq 200 \text{ mm} \\ 1,6 & \text{за } d \geq 800 \text{ mm} \end{cases}$$

За међувредности се користи интерполација.

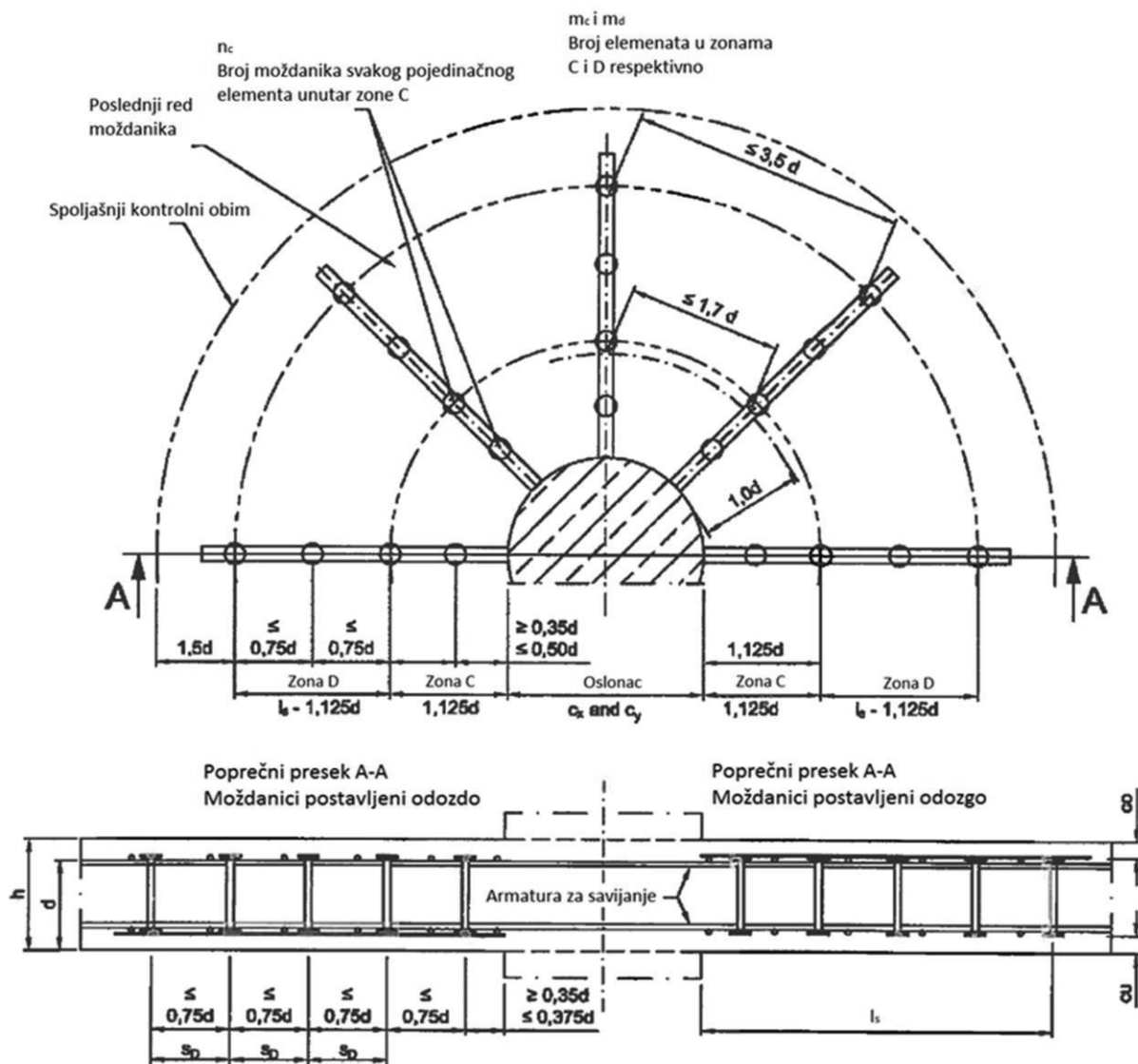


Слика 2. 19 Приказ распореда можданика са комбинованим системом елемената од два и три можданика

Извор: Ауторова обрада слике из Анекса 6 [4 стр. 18]

Услов максималног растојања можданика

Потребно је да буду задовољена максимална растојања последњег реда можданика као и растојање на удаљености $1d$ од ивице стуба. Максимална растојања за правоугаони и кружни стуб дата су сликама 2.19 и 2.20.



Слика 2. 20 Приказ распореда можданика са комбинованим системом елемената од два и три можданика

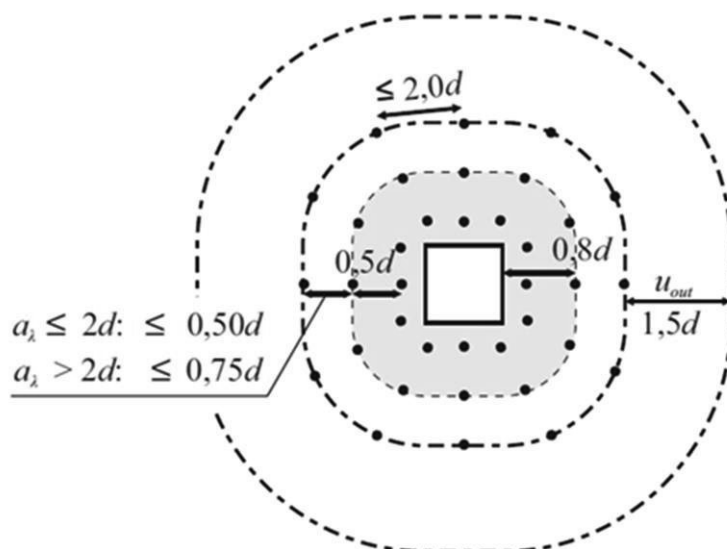
Извор: Ауторова обрада слике из Анекса 5 [4 стр. 17]

Комбинована употреба елемената система са по два и три можданика аналогна је слици са кружним попречним пресеком стуба. На слици 2.20 је приказана употреба комплетних елемената.

Прорачун броја елемената за темељне плоче и темељне стопе

Број елемената одређује се из услова носивости и максималног растојања можданика.

Положај зона С и D, као и просторни распоред можданика могу се видети на слици 2.21.



Слика 2. 21 Приказ положаја и максималних растојања можданика
Извор: Ауторова обрада слике 3 [4 стр. 11]

Приказ положаја и максималних растојања можданика

Услов носивости

Услов носивости одређује се према следећем изразу:

$$V_{Ed,red} \leq V_{Rd,s} = f_{yd} \cdot A_{sw,0.8d} = m_c \cdot n_c \cdot \frac{d_A^2 \cdot \pi \cdot f_{yk}}{4 \cdot \gamma_s \cdot \eta}$$

где су:

$$V_{Ed,red} = V_{Ed} - \sigma_{0d} \cdot A_{crit} = V_{Ed} - V_{Ed} \cdot \frac{A_{crit}}{A}$$

f_{yd} – прорачунска вредност чврстоће можданика на граници течења, $f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s}$

σ_{0d} – притисак тла, према слици 2.22,

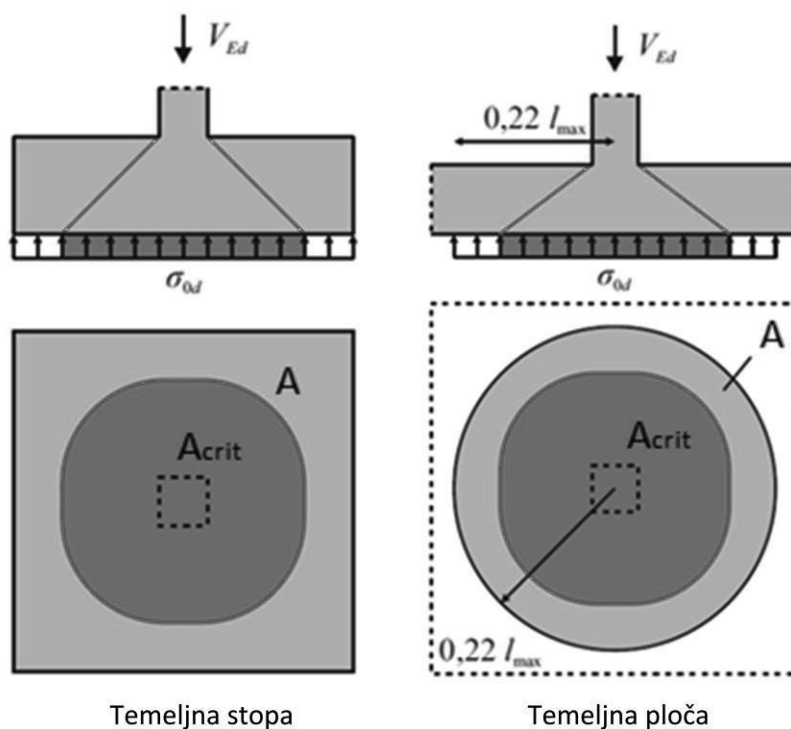
где је:

l_{max} – максимални распон

$A_{sw,0.8d}$ – површина попречних пресека можданика на растојању 0,3d до 0,8d од ивице стуба

A_{crit} – површина унутар критичног обима y_1 на итеративно одређеном растојању a од ивице стуба (слика 2.22)

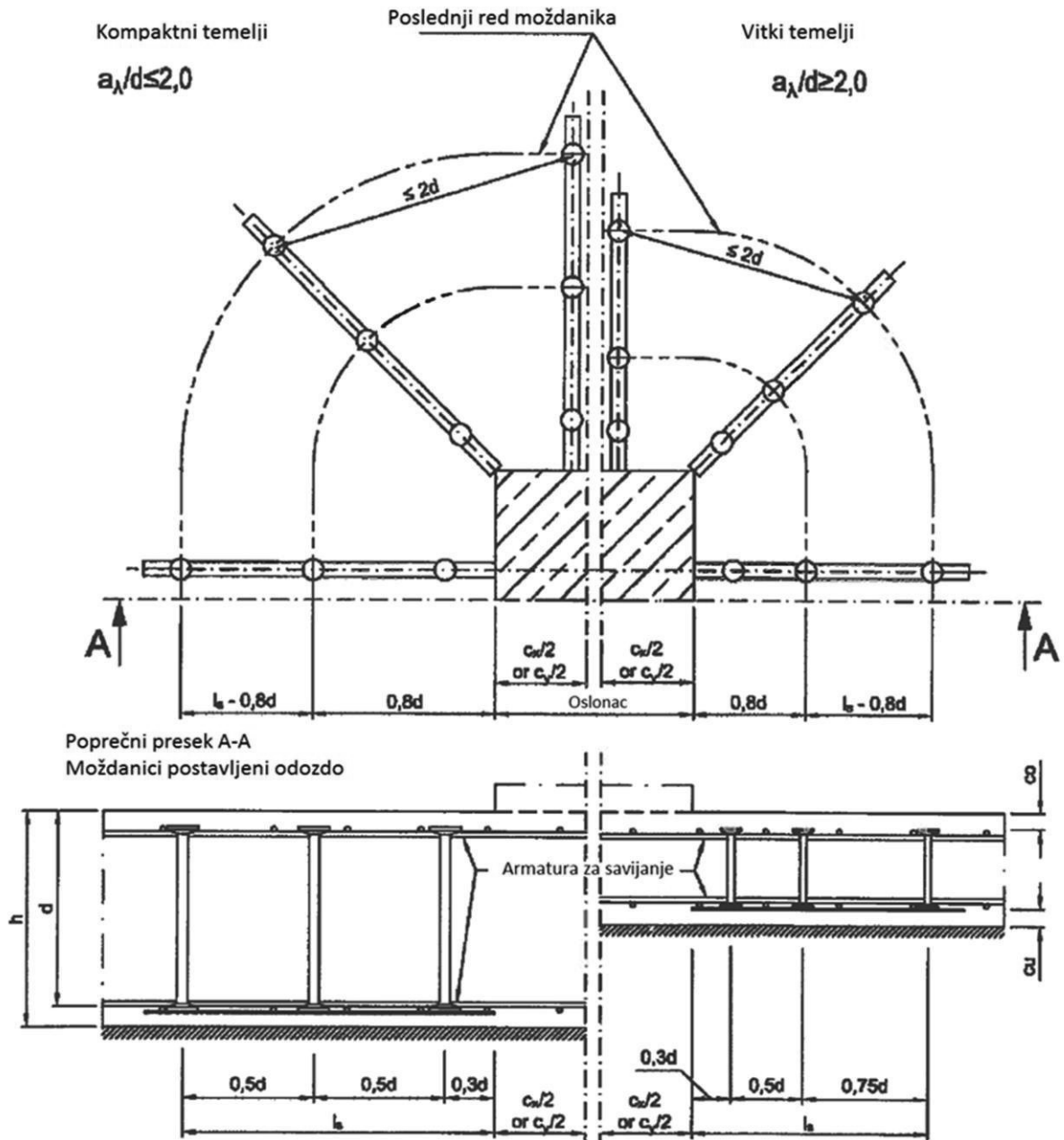
A – површина темељне стопе, за темељну плочу површина унутар линије на којој је радијални момент савијања једнак нули (слика 2.22).



Слика 2. 22 Утицај притиска тла на редуkcију смичуће силе [6 стр. 693]

Услов максималног растојања можданика

Потребно је да буду задовољена максимална растојања можданика у последњем реду. Максимално растојање дато је на слици 2.23 и приказано за случајеве компактних и витких темеља.



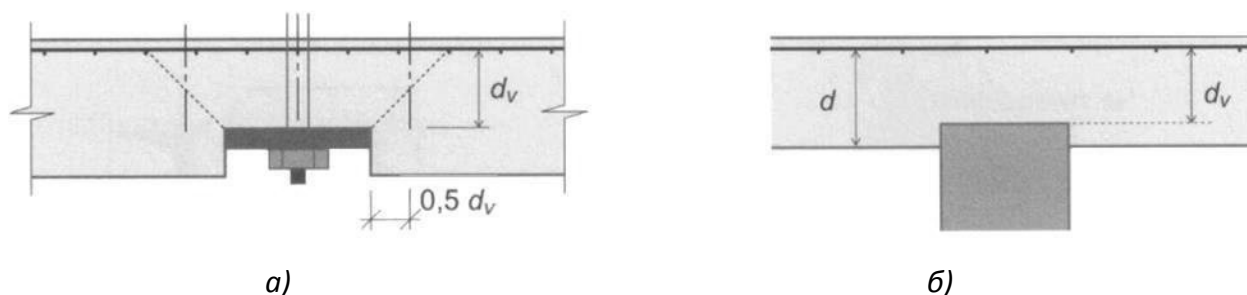
Слика 2. 23 Распоред можданика за случајеве компактних и витких темеља
 Извор: Ауторова обрада слике из Анекса 7 [4 стр. 19]

2.3 SIA 262 (2013)

2.3.1 Увод

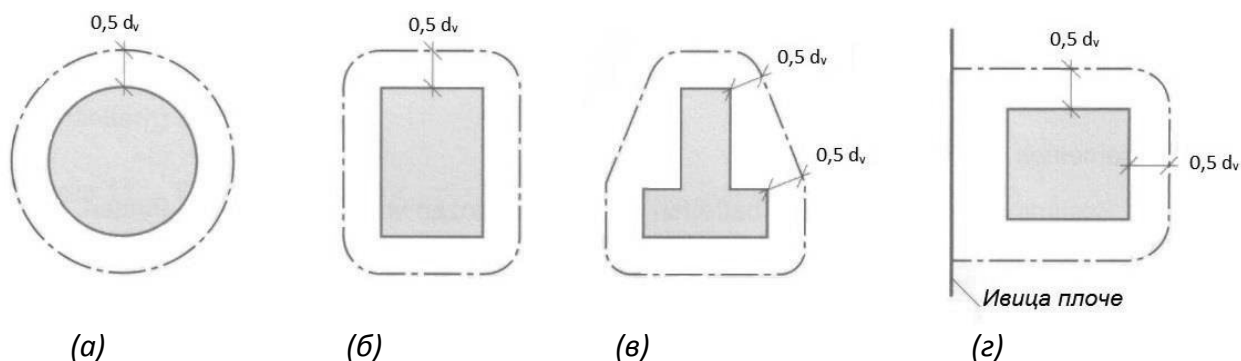
Смицање од пробијања може настати од концентрисаног оптерећења. Одредбе и поступак прорачуна који ће овде бити приказани примењују се за пробијање плоча ослоњених на стубове или пробијање темељних плоча и преузети су из SIA 262 (2013). Поступак се аналогно може применити на било који други проблем смицања од пробијања.

Гранично стање носивости на смицање од пробијања разматра се у критичним пресецима. Критични пресек се обележава са u , управан је на површину плоче и налази се на $0,5 \cdot d_v$ од ивице ослонца. Напон смицања потребно је проверити и ван зоне ојачања, на удаљености $0,5 \cdot d_v$ од последњег реда можданика. Вредност d_v представља ефективну статичку висину и једнака је растојању од ослоначке површине до средишта затегнуте арматуре. Ефективна статичка висина приказана је на слици 2.24.



Слика 2. 24 Ефективна статичка висина (Извор: [11 стр. 57])

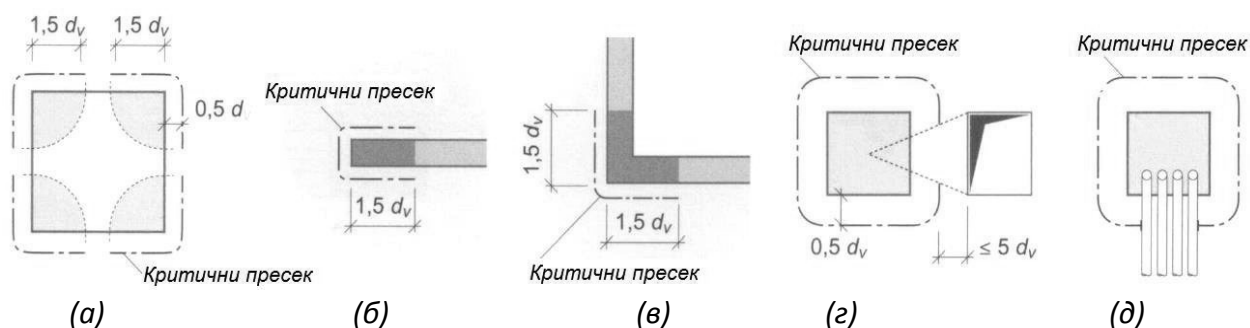
Неки примери критичних пресека за карактеристичне попречне пресеке стубова код плоче ослоњене на стубове приказани су на слици 2.25.



Слика 2.25 Примери критичних пресека
Извор: Ауторова обрада слике 21 [11 стр. 58]

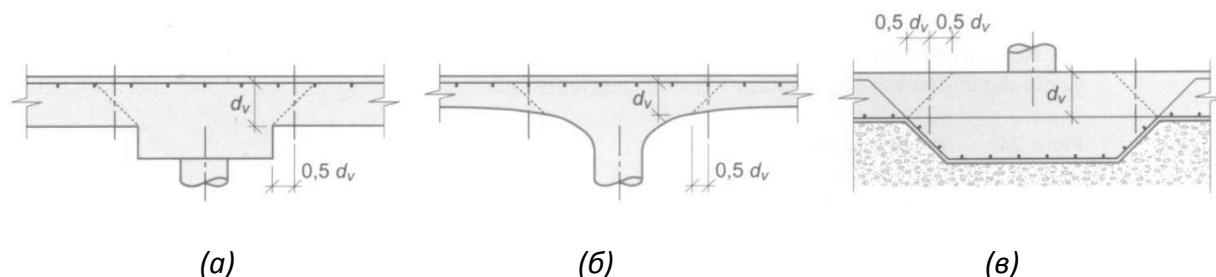
Када услед геометрије ослонца или због напона у плочи напон смицања дуж критичног пресека није константан потребно је редукovati дужину критичног пресека u . Потребно је размотрити све следеће случајеве [11 стр. 58]:

- Концентрација смичућег напона у угловима великих ослоначких зона. Овај ефекат се узима у обзир према слици 2.26 (а-в). На овим примерима може се видети редукација критичног пресека за случај великих димензија стуба као и за крај и угао зида. Дужина правих сегмената критичног пресека не сме да буде већа од $3 \cdot d_v$.
- Геометријски и статички дисконтинуитет. Отвори на удаљености мањој од $5 \cdot d_v$ од критичног пресека морају се узети у обзир према слици 2.26 (г). Убетониране цеви, каблови или други умеци у плочи који се налазе на удаљености мањој од $5 \cdot d_v$ од критичног пресека морају бити постављени управно у односу на критични пресек. Редукација критичног пресека се у том случају спроводи према слици 2.26 (д). Уколико су умеци на већој удаљености и ако су им и ширина и висина мањи од $d/6$ онда су они могу занемарити. У супротном ефективну статичку висину d_v одређујемо тако што од статичке висине d одузмемо максималну вредност од ширине и висине уметнутог елемента.
- Сваки моменат изнад ослонца изазива у плочи неравномерну расподелу смичућег напона дуж критичног пресека. Он се у прорачун уводи тако што се дужина критичног пресека редукује множењем фактором редукације k_e , о коме ће више речи бити у наставку.
- Када концентрисана сила већа од $0,2 \cdot V_d$ делује на удаљености мањој од $3 \cdot d_v$ од критичног попречног пресека, дуж њега долази до неравномерне расподеле смичуће силе и треба је узети у обзир.



Слика 2.26 Редукација критичног пресека за неравномерну расподелу смичућег напона
(Извор: Ауторова обрада слике 22 [11 стр. 58])

Код плоча са променљивом дебљином може се догодити да критични пресек буде на већој удаљености од ослоначке ивице од наведене. Како постоји више могућих критичних пресека, меродаван је онај који има најмању носивост на смичање од пробијања. Одговарајућа статичка висина d_v одређује се у складу са сликом 2.27.



Слика 2.27 Статичка висина код плоча са ојачањима и ослабљењима [11 стр. 58]

Коефицијент редукације критичног пресека k_e можемо одредити на два начина, тачним поступком или преко препоручених вредности. Препоручене вредности могу се применити код конструкција код којих бочна стабилност не зависи од рамовског дејства плоче и стуба и када се суседни распони стубова не разликују више од 25%. Тада за k_e можемо узети следеће вредности:

- $k_e = 0,9$ за унутрашње стубове
- $k_e = 0,75$ за угао зида и крај зида
- $k_e = 0,7$ за ивичне стубове и стубове у близини великих отвора
- $k_e = 0,65$ за угаоне стубове

Тачним поступком k_e можемо одредити користећи формулу $k_e = \frac{1}{1 + \frac{e_u}{b}}$

где су:

b – пречник круга са истом површином као и зона унутар критичног пресека датог сликом 1

e_u – растојање између тежишта критичног пресека и нападне тачке ослоначке силе. Ова вредност дата је следећим изразом:

$$e_u = \left| \frac{M_d}{R_d - \Delta V} - \Delta e \right|$$

где је M_d прорачунска вредност резултујућег момента савијања, а R_d и ΔV сила у стубу и сила која се супротставља пробоју респективно (в. слику 2.27).

$$M_d = \sqrt{M_{d,x}^2 + M_{d,y}^2}$$

$M_{d,x}$ – прорачунска вредност момента савијања око x осе

$M_{d,y}$ – прорачунска вредност момента савијања око y осе

Δe – растојање између тежишта стуба и тежишта критичног пресека

- за унутрашњи стуб $\Delta e = 0$,
- за ивични стуб када је ивица плоче паралелна са осом y
 $\Delta e = \Delta e_x \quad \Delta e_y = 0$

- за ивични стуб када је ивица плоче паралелна са осом x
 $\Delta e = \Delta e_y$ $\Delta e_x = 0$
- за угаони стуб $\Delta e = \sqrt{\Delta e_x^2 + \Delta e_y^2}$,

За одређивање тежишта критичног пресека може се користити приближан прорачун где ће се делови пресека у кривинама заменити правим линијама.

2.3.2 Методологија прорачуна

Код плоча директно ослоњених на стубове и темељних плоча прорачунска вредност смичуће силе једнака је реакцији стуба умањеној за дејства која делују унутар критичног пресека (гравитационо оптерећење, притисак тла и утицај каблова за преднапрезање). У општем случају може се одредити следећим изразом:

$$V_d = \frac{R_d - \Delta V}{k_e}$$

где су:

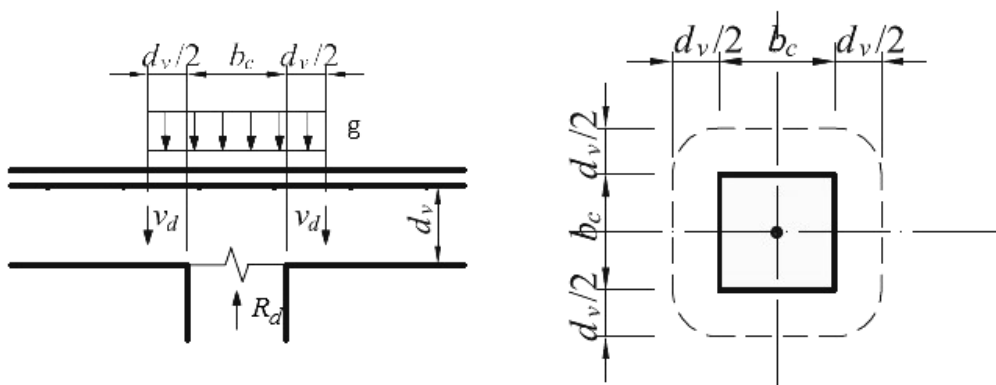
R_d – прорачунска вредност аксијалне силе у стубу

ΔV – вредност силе која се одупире пробоју

$$\Delta V = g \cdot A_c$$

A_c – површина унутар критичног пресека (сл. 2.28 десно)

g – прорачунско оптерећење које делује унутар критичног пресека



Слика 2.28 Приказ силе у стубу, реактивног оптерећења и површине унутар критичног пресека за стуб квадратног попречног пресека

Извор: Ауторова обрада слике [12 стр. 6]

Коефицијентом k_e се узима у обзир редуција критичног пресека, односно повећава смичућа сила.

Прорачунска вредност смичућег напона одреујује се као:

$$v_d = \frac{V_d}{u \cdot d_v}$$

где су:

u – дужина критичног пресека

d_v – ефективна статичка висина

Носивост на смицање од пробијања може се одредити као збир носивости бетона и арматуре:

$$V_{Rd} = V_{Rd,c} + V_{Rd,s}$$

У наставку ће бити разматрани случајеви када је:

- прорачунска вредност смичуће силе мања од носивости бетона
- прорачунска вредност смичуће силе већа од носивости бетона

2.3.2.1 Плоча без смичуће арматуре за пробој

Уколико је прорачунска вредност смичуће силе мања од носивости бетона без арматуре за смицање од пробоја, онда није потребно вршити димензионисање арматуре.

$$V_d \leq V_{Rd,c}$$

где је $V_{Rd,c}$ носивост бетона без арматуре за пробој дата следећом формулом:

$$V_{Rd,c} = k_r \cdot \tau_{cd} \cdot d_V \cdot u$$

k_r – коефицијент који узима у обзир димензију плоче, њену ротацију као и максималну величину зрна агрегата одређује се формулом:

$$k_r = \frac{1}{0.45 + 0.18 \cdot \psi \cdot d \cdot k_g} \leq 2$$

ψ – обртање плоче

d – статичка висина, средња вредност у два правца

k_g – коефицијент који узима у обзир величину највећег зрна агрегата и срачунава се према следећој формули:

$$k_g = \max \left\{ \frac{48}{16 + D_{max}}, 1 \right\}$$

где је D_{max} пречник највећег зрна агрегата у бетону

τ_{cd} – прорачунска вредност граничног смичућег напона бетона у МПа према Табели 1

Табела 2.2 Карактеристичне вредности чврстоће на притисак, средње вредности чврстоће бетона на затезање и прорачунске вредности смичуће чврстоће за бетон по класама

Бетон	C 20/25	C 25/30	C 30/37	C 35/45	C 40/50	C 45/55	C 50/60
f_{ck} [МПа]	20	25	30	35	40	45	50
f_{ctm} [МПа]	2,2	2,6	2,9	3,2	3,5	3,8	4,1
τ_{cd} [МПа]	0,90	1,00	1,10	1,20	1,25	1,35	1,40

Обртање плоче ψ , односи се на ротацију плоче око ослоначке зоне ван критичне смичуће пукотине и приказано је на слици 6. Дефинисано је односом дужине r_s и статичке висине

d који називамо виткост. Обртање још зависи од односа f_{sd} и E_s као и односа средње вредности момента савијања m_{sd} и средње прорачунске чврстоће на савијање у ослоначкој траци m_{Rd} према изразу:

$$\psi = 1,5 \cdot \frac{r_s}{d} \cdot \frac{f_{sd}}{E_s} \cdot \left(\frac{m_{sd}}{m_{Rd}} \right)^{\frac{3}{2}}$$

где су:

r_s – указује на место где је радијални момент савијања једнак нули у односу на тежиште попречног пресека

d – статичка висина, средња вредност два правца

f_{sd} – прорачунска вредност напона на граници течења арматуре

$$f_{sd} = \frac{f_{sk}}{\gamma_s}$$

где су:

f_{sk} - карактеристична вредност напона на граници течења арматуре
 γ_s - парцијални коефицијент сигурности за челик који износи 1,15

E_s – средња вредност модула еластичности арматуре

m_{sd} – средња вредност момента савијања по јединици дужине у ослоначкој траци

m_{Rd} – средња прорачунска чврстоћа на савијање по јединици дужине у ослоначкој траци, која се за круто-пластично понашање бетона може одредити једначином:

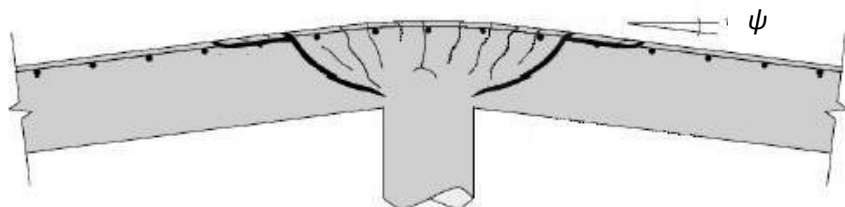
$$m_{Rd} = \rho \cdot d^2 \cdot f_{sd} \cdot \left(1 - \frac{\rho \cdot f_{sd}}{2 \cdot f_{cd}} \right)$$

где су:

ρ – проценат армирања, а

f_{cd} – прорачунска вредност чврстоће на притисак

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c}$$



Слика 2.29 Обртање плоче ψ [13]

Код плоча са различитим распором стубова у правцима x и y потребно је срачунати ротацију плоче за оба правца и као меродавну усвојити већу вредност. У том случају потребно је срачунати m_{Rd} , m_{sd} и r_s за оба правца.

У зависности од детаљности прорачуна који вршимо, SIA 262 омогућава прорачун обртања плоче у три нивоа апроксимације:

- 1) Први ниво апроксимације користи се за прелиминарни прорачун, код плоча директно ослоњених на стубове када је распон стубова у правцима x и y $0,5 \leq l_x/l_y \leq 2$. Прорачун је заснован на еластичној анализи без значајне прерасподеле унутрашњих сила. Тада се за прорачун може узети $\frac{m_{sd}}{m_{Rd}} = 1$.
- 2) Други ниво апроксимације користи се за типичан прорачун, када узимамо у обзир значајну прераспodelу момената савијања при прорачуну арматуре за савијање.
- 3) Трећи ниво апроксимације користи се за плоче са сложеном геометријом, сложена напонска стања, код плоча са $\frac{l_x}{l_y} < 0,5$ односно $\frac{l_x}{l_y} > 2$ или за процену постојећих конструкција.

За први и други ниво апроксимације прорачун радијалног растојања од тежишта ослонца до нулте тачке момената савијања, r_s , можемо спровести приближно као $0,22 \cdot l_x$ за правац x односно $0,22 \cdot l_y$ за правац y . За трећи ниво апроксимације растојање r_s одређује се прорачунским моделом заснованим на теорији еластичности без узимања у обзир пукотина у бетону.

Прорачун средње вредности момента савијања у ослоначкој траци m_{sd} се за први и други ниво апроксимације рачуна приближно и у овом раду он ће бити коришћен у упоредној анализи. За први ниво апроксимације одређивање ове вредности може изостати, с обзиром да се може узети да је $m_{sd} = m_{Rd}$. Приближан прорачун дат је следећим изразима:

- За унутрашње стубове и арматуру у оба правца:

$$m_{sd} = R_d \cdot \left(\frac{1}{8} + \frac{|e_{u,i}|}{2 \cdot b_s} \right)$$

- За ивичне стубове:

- За арматуру паралелну ивици

$$m_{sd} = R_d \cdot \left(\frac{1}{8} + \frac{|e_{u,i}|}{2 \cdot b_s} \right) \geq \frac{R_d}{4}$$

- За арматуру управну на ивицу

$$m_{sd} = R_d \cdot \left(\frac{1}{8} + \frac{|e_{u,i}|}{b_s} \right)$$

- За угаоне стубове и арматуру у оба правца:

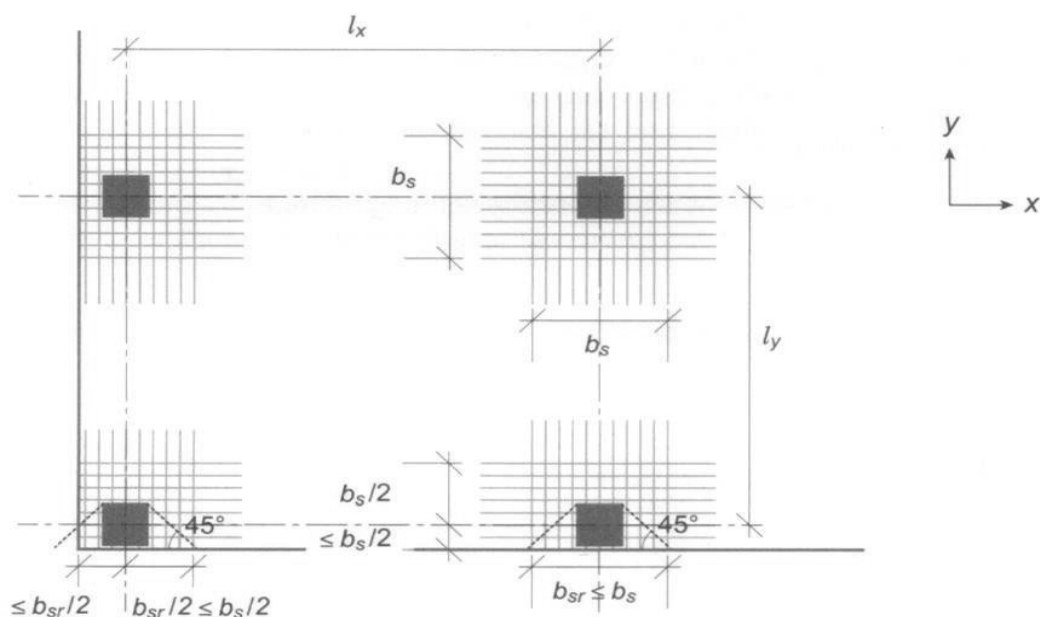
$$m_{sd} = R_d \cdot \left(\frac{1}{8} + \frac{|e_{u,i}|}{b_s} \right) \geq \frac{R_d}{2}$$

где су:

$e_{u,i}$ – компонента ексцентрицитета у правцу пружања арматуре

b_s – репрезентативна ширина ослоначке траке приказана је сликом 7 и рачуна се према изразу: $b_s = 1,5 \cdot \sqrt{r_{s,x} \cdot r_{s,y}} \leq l_{min}$

l_{min} – минималан распон стубова



Слика 2.30 Репрезентативна ширина ослоначке траке [11 стр. 60]

За траке изнад ивичних и угаоних стубова репрезентативна ширина дата је према слици 2.30 и једнака је вредности b_{sr} која није већа од вредности b_s .

Код преднапрегнутих плоча у једначини за прорачун обртања плоче ψ , средња вредност момента савијања у ослоначкој траци m_{sd} се може заменити са $(m_{sd} - m_{Dd})$ и носивост на савијање m_{Rd} са $(m_{Rd} - m_{Dd})$. Овде m_{Dd} представља момент декомпресије у ослоначкој траци и потиче од преднапрезања.

За трећи ниво апроксимације, за прорачун обртања, примењује се израз:

$$\psi = 1,2 \cdot \frac{r_s}{d} \cdot \frac{f_{sd}}{E_s} \cdot \left(\frac{m_{sd}}{m_{Rd}} \right)^{\frac{3}{2}}$$

где се средња вредност момента савијања у ослоначкој траци m_{sd} и растојања r_{sx} и r_{sy} одређују помоћу линеарно еластичног модела без пукотина.

Репрезентативна ширина ослоначке траке b_s одређује се на најоптерећенијем делу ослоначке површине.

За овај ниво апроксимације, код ивичних и угаоних стубова узима се да је растојање од тежишта ослоначке површине до нулте тачке момента савијања $r_s \geq \frac{2}{3} \cdot b_{sr}$.

У овом раду анализа ће бити заснована на другом нивоу апроксимације.

2.3.2.2 Плоча са смичућом арматуром за пробој

Ако је прорачунска вредност смичуће силе већа од носивости бетона без смичуће арматуре за пробој потребно ју је одредити:

$$V_d > V_{Rd,c}$$

Код плоча са арматуром за пробој потребно је извршити контроле:

- арматуре за пробој
- прве притиснуте бетонске дијагонале
- напона у бетону ван зоне ојачане арматуром за пробој

Носивост арматуре коју је потребно обезбедити одређује се изразом:

$$V_{d,s} = V_d - V_{Rd,c}$$

где је $V_{d,s}$ део прорачунске вредности смичуће силе коју треба да прими арматура.

Да би се обезбедио довољан капацитет деформације потребно је испунити услов да вредност смичуће силе коју прима арматура није мања од половине укупне прорачунске вредности смичуће силе:

$$V_{d,s} \geq \frac{1}{2} \cdot V_d$$

Прорачун носивости арматуре за смицање од пробоја дат је изразом:

$$V_{Rd,s} = \sum A_{sw} \cdot \sigma_{sd} \cdot \sin \beta$$

где су:

β – угао који смичућа арматура заклапа са равни плоче

$\sum A_{sw}$ – површина попречног пресека смичуће арматуре обухваћене зоном која се простире од $0,35 \cdot d_v$ до d_v од ослоначке ивице (в. слику 2.31)

σ_{sd} – прорачунска вредност напона затезања у вертикалној арматури за пробој дата изразом:

$$\sigma_{sd} = \frac{E_s \cdot \psi}{6} \cdot \left(1 + \frac{f_{bd}}{f_{sd}} \cdot \frac{d}{\phi_{sw}} \right) \leq f_{sd}$$

где су:

E_s – средња вредност модула еластичности за арматуру

d – статичка висина

ϕ_{sw} – пречник вертикалне арматуре за пробој

f_{bd} – прорачунска вредност напона пријањања, дата табелом 2.3, која зависи од квалитета везе бетона и челика и за добру везу може се срачунати следећим изразом:

$$f_{bd} = 2,25 \frac{f_{ctk;0,05}}{\gamma_c}$$

где су:

γ_c – парцијални коефицијент сигурности; за бетон γ_c износи 1,5

$f_{ctk;0,05}$ – чврстоћа бетона на затезање са 5% фрактилом дата је једначином:

$$f_{ctk:0,05} = 0,7 \cdot f_{ctm}$$

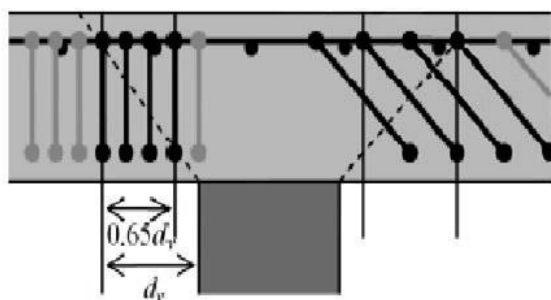
Средња вредност чврстоће бетона на затезање f_{ctm} дата је табелом 1

За везу слабијег квалитета вредност f_{bd} добија се када вредност срачунату описаним поступком помножимо са 0,7

Табела 2.3 Вредности f_{bd} за пречнике арматуре који нису већи од 32mm

Квалитет везе	Карактеристична чврстоћа бетона f_{ck} у МПа						
	20/25	25/30	30/37	35/45	40/50	45/55	50/60
добар	2,3	2,7	3,0	3,4	3,7	4,0	4,3
средњи	1,61	1,89	2,1	2,38	2,59	2,8	3,01

f_{sd} - прорачунска вредност чврстоће арматуре на граници течења, за челик В500В она износи 435 МПа



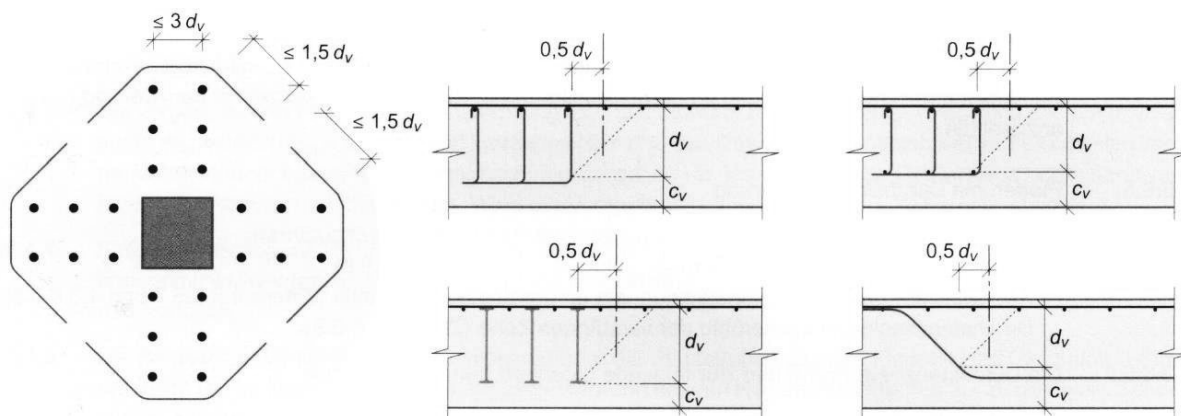
Слика 2.31 Део вертикалне арматуре који се узима при прорачуну њене носивости [13 стр. 49]

Носивост на смицање од пробоја ограничена је појавом лома притиснутог штапа у близини ослоначке зоне, односно максималном носивошћу бетона на пробијање. Њу можемо одредити следећим изразом:

$$V_{Rd,c,max} = 2 \cdot k_r \cdot \tau_{cd} \cdot d_v \cdot u \leq 3,5 \cdot \tau_{cd} \cdot d_v \cdot u$$

Фактори 2 и 3,5 се могу повећати уколико се употреби нека нарочито ефикасна арматура за смицање од пробоја. У том случају потребно је експериментално потврдити да ниво сигурности достиже тражену вредност. У упоредној анализи фактор 2 биће замењен фактором 3.

Величина ослоначке зоне са арматуром за смицање од пробоја одређује се додатном контролом. Потребно је извршити контролу носивости бетона ван зоне ојачања. У овом случају ослоначке зона одређена је последњим редом арматуре за смицање од пробијања. Одређивање критичног пресека на новој удаљености потпуно је аналогно са поступком одређивања основног критичног пресека описаног у уводном делу и приказано је сликом 2.32.



Слика 2.32 Критични пресек, ефективна статичка висина у прелазној зони без арматуре за смицање и растојање елемената за ојачање [11 стр. 25]

Прорачунска вредност носивости на смицање ван зоне ојачања одређује се на исти начин као и код плоче без смичуће арматуре. Разлика је једино у дужини критичног обима. Имајући то у виду, прорачунску вредност носивости можемо одредити према следећем изразу:

$$V_{Rd,c,out} = k_r \cdot \tau_{cd} \cdot d_v \cdot u_{out}$$

где је u_{out} дужина критичног пресека ван зоне ојачања.

Код темељних плоча и темељних стопа потребно је узети у обзир повољно дејство тла унутар критичног пресека и редуковати прорачунску вредност силе смицања.

Прорачун броја можданика

Ако је плочу потребно осигурати можданицима, онда је у њу потребно поставити одговарајући број елемената за осигурање. Зато је потребно је одредити минималну потребну дужину критичног обима $u_{out,req}$ на удаљености $0,5 \cdot d_v$ од последњег реда можданика. Вредност $u_{out,req}$ треба да задовољи следећи услов:

$$V_d \leq V_{Rd,c,out} = k_r \cdot \tau_{cd} \cdot d_v \cdot u_{out}$$

На основу дужине критичног пресека одређује се потребно растојање последњег реда можданика од ивице ослоначке површине која је представљена са $l_{s,req}$.

За унутрашње стубове могу се применити следећи изрази:

- за правоугаони попречни пресек стуба:

$$l_{s,req} = \frac{u_{out,req} - 2 \cdot (\min\{3 \cdot d_v\} + \min\{3 \cdot d_v\})}{2 \cdot \pi} - 0,5 \cdot d_v$$

- за кружни попречни пресек стуба:

$$l_{s,req} = \frac{u_{out,req}}{2 \cdot \pi} - 0,5 d_v - \frac{d_c}{2}$$

где су a и b димензије страница стуба, а d_c пречник стуба.

За ивичне и угаоне стубове поступак је исти, с тим да се разликује облик критичног пресека и он треба бити у складу са сликом 2.24 (г).

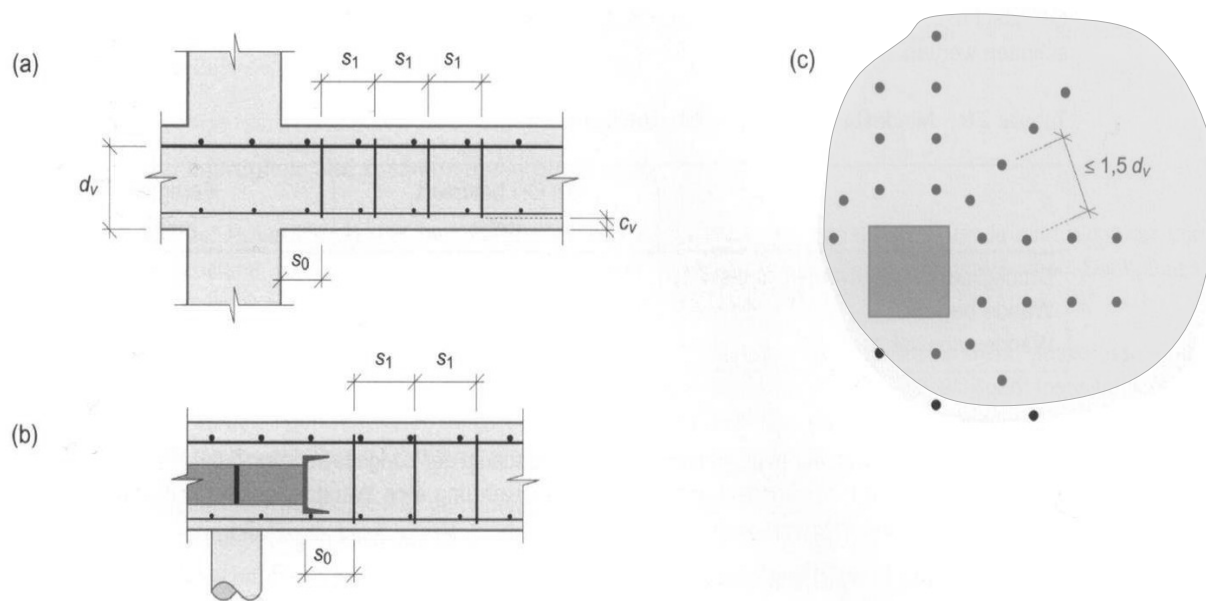
Та дужина користи се за одређивање броја можданика у елементу и можемо је приказати као збир међусобних растојања можданика s_1 и растојања првог можданика у низу од ивице ослоначке површине s_0 :

$$l_{s,req} = s_0 + (n_{req} - 1) \cdot s_1$$

где је:

n_{req} – потребан број можданика у елементу, његовим заокруживањем на већу целу вредност добија се усвојени број можданика и одређује се коначни положај критичног пресека ван зоне ојачања као и његова дужина

Растојања s_0 и s_1 као и распоред арматуре приказани су на слици 2.33.



Слика 2.33 Распоред арматуре за смицање од пробијања [11 стр. 83]

Број елемената одређујемо из услова носивости можданика на растојању $0,35 \cdot d_v$ до d_v , користећи следећи услов:

$$V_{d,s} \leq V_{Rd,s} = \sum A_{sw} \cdot \sigma_{sd} \cdot \sin \beta = m_c \cdot n_c \cdot \frac{\phi_{sw}^2 \cdot \pi}{4} \cdot \sigma_{sd} \cdot \sin \beta$$

где су:

m_c – број елемената

n_c – број можданика у елементу између $0,35 d_v$ и d_v од ослоначке површине

ϕ_{sw} – пречник можданика

Граничне вредности растојања s_1 у функцији статичке висине плоче дате су заједно са граничном вредношћу пречника арматуре за пробој табелом 2.4.

Табела 3 Граничне вредности радијалног растојања s_1 и пречника арматуре за пробој [11 стр. 83]

Статичка висина d [mm]	\varnothing_{sw} [mm]	S_1 [mm]
< 140	-	-
140 – 160	≤ 12	$\leq 0,6 \cdot d$
161 – 180	≤ 14	$\leq 0,66 \cdot d$
181 – 220	≤ 16	$\leq 0,75 \cdot d$
221 – 260	≤ 18	
261 – 340	≤ 20	
341 – 600	≤ 26	$\leq 200 + d/6$
> 600	≤ 30	

Други услов за одређивање броја елемената представља задовољење максималног тангенцијалног растојања можданика. Потребно је да оно на месту другог реда можданика не буде веће од $1,5 \cdot d_v$ и на месту последњег реда не буде веће од $3 \cdot d_v$.

На притиснутој страни плоче растојање c_v са слике 2.32 не треба да буде веће од $d_v/6$. Када ово није могуће, потребно је за 30% редуковати носивост на смицање од пробоја $V_{Rd,c,max}$ и носивост арматуре за пробој $V_{Rd,s}$.

3 УПОРЕДНА АНАЛИЗА СТАНДАРДА НА ПРИМЕРИМА

3.1 Примери прорачуна

3.1.1 Уводне напомене

У наредним поглављима биће урађени примери прорачуна за плоче директно ослоњене на стубове правоугаоног попречног пресека. Посебно ће бити урађени примери за унутрашњи, ивични и угаони стуб према сваком од три претходно описана стандарда.

Претпоставља се да на плочу делује смичућа сила која изазива пробој, што захтева усвајање смичуће арматуре. У примерима који ће бити анализирани прорачун је заснован на усвојеним карактеристикама пресека стуба, плоче и можданика. У складу са специфичностима сваког од стандарда биће усвојени и додатни параметри који су неопходни за утврђивање носивости таквог пресека.

Циљ израде оваквих примера је да се утврди носивост усвојене везе стуба и плоче према различитим стандардима, и да се затим анализом решења утврди који је најконзервативнији.

3.1.2 Унутрашњи стуб

3.1.2.1 ACI 318-11

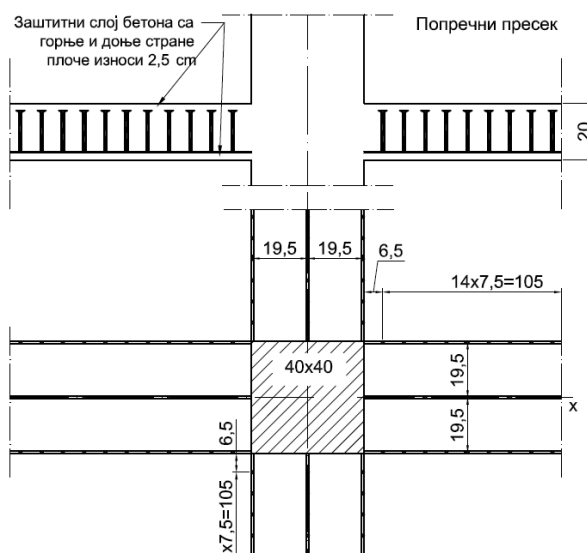
Посматрамо плочу дебљине 20 cm ослоњену на стуб квадратног попречног пресека димензија 40x40 cm. Усвојен је бетон чврстоће 40 MPa, чрстоћа на граници течења челика за можданике од 400 MPa и арматура за савијање пречника 16 mm. Све ознаке дате су сликом 3.1. Као што се може видети плоча је осигурана са 12 елемената на којима се налази по 15 можданика пречника 10 mm. Први ред је на растојању $s_0 = 65\text{ mm}$, а преостали можданици узимани су на константном растојању $s = 75\text{ mm}$.

Статичка висина:

$$d = h - c_t - d_b = 20 - 2,5 - 1,6 = 15,9\text{ cm}$$

Дужина критичног пресека b_0 биће једнака:

$$b_0 = 2 \cdot (l_{x1} + l_{y1}) = 2 \cdot (40 + 40 + 2 \cdot 15,9) = 223,6\text{ cm}$$



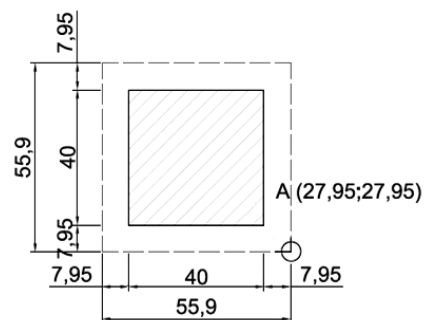
Слика 3. 1

Могуће комбинације утицаја које ће довести до граничних вредности напона одређују се из услова носивости у критичном пресеку на $d/2$ од ивице стуба који је приказан сликом 3.2. Овај услов дат је следећом једначином:

$$\frac{v_u}{\phi} \leq v_c + v_s$$

где је:

$$v_u = \frac{V_u}{A_c} + \frac{\gamma_{vx} \cdot M_{ux} \cdot y}{J_x} + \frac{\gamma_{vy} \cdot M_{uy} \cdot x}{J_y}$$



Слика 3.2

Карактеристике попречног пресека које се јављају у овој једначини су срачунате изразима:

$$A_c = d \cdot \sum l = 15,9 \cdot 223,6 = 3555,24 \text{ cm}^2$$

$$J_x = d \cdot \sum \left[\frac{l}{3} \cdot (y_i^2 + y_i \cdot y_j + y_j^2) \right] = 1851575 \text{ cm}^4$$

$$J_y = d \cdot \sum \left[\frac{l}{3} \cdot (x_i^2 + x_i \cdot x_j + x_j^2) \right] = 1851575 \text{ cm}^4$$

$$\gamma_{vx} = 1 - \frac{1}{1 + \frac{2}{3} \sqrt{\frac{l_y}{l_x}}} = 0,4$$

$$\gamma_{vy} = 1 - \frac{1}{1 + \frac{2}{3} \sqrt{\frac{l_x}{l_y}}} = 0,4$$

Напон v_u се одређује у тачки са координатама $x = 27,95 \text{ cm}$ и $y = 27,95 \text{ cm}$. У овом примеру прорачуна унутрашњег стуба усвојено је да су моменти око оса x и y једнаки, $M_{ux} = M_{uy} = M_u$:

$$v_u = 2,8127 \cdot 10^{-3} \cdot V_u + 1,2076 \cdot 10^{-4} \cdot M_u \quad [\text{MPa}]$$

Смичућа носивост која потиче од бетона у овом случају износи:

$$v_c = \frac{\sqrt{f'_c}}{4} = 1,58 \text{ MPa}$$

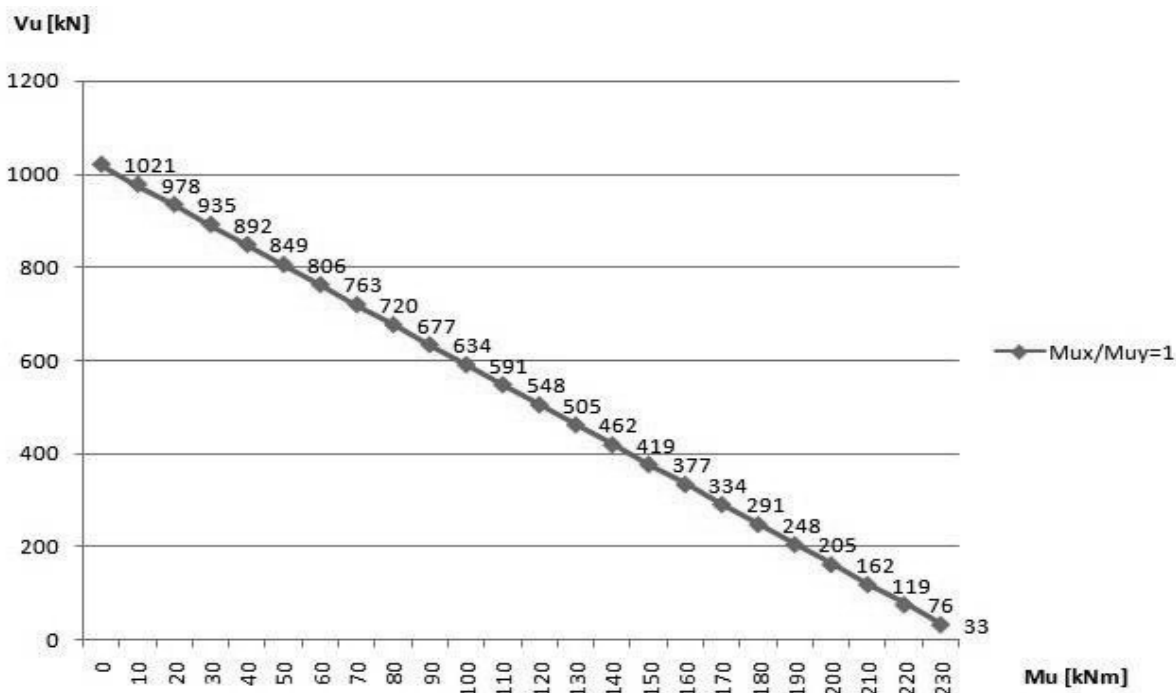
Удео носивости арматуре у овом пресеку, v_s , одређује се на основу задатог распореда можданика, њиховог броја и чврстоће на граници течења:

$$A_v = 12 \cdot \frac{d^2 \cdot \pi}{4} = 12 \cdot \frac{1,0^2 \cdot \pi}{4} = 9,42 \text{ cm}^2$$

$$f_{yt} = 400 \text{ MPa}$$

$$v_s = \frac{A_v \cdot f_{yt}}{b_0 \cdot s} = \frac{9,42 \cdot 400}{223,6 \cdot 7,5} = 2,25 \text{ MPa} > \frac{\sqrt{f'_c}}{6} = 1,05 \text{ MPa}$$

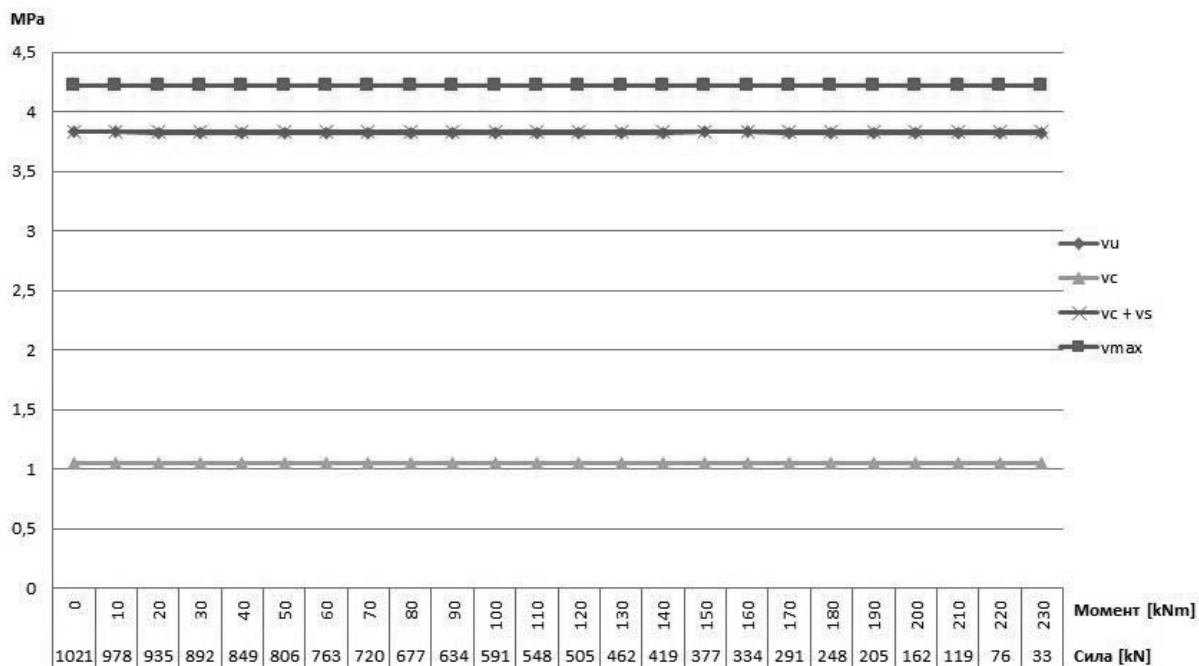
Када срачунате вредности вратимо у постављени услов добија се израз из кога се одређују могуће комбинације V_u и M_u које су приказане дијаграмом 1.



Дијаграм 1 Комбинације силе у стубу V_u и момента савијања M_u за $M_{ux}/M_{uy}=1$

За ове вредности утицаја биће извршена контрола носивости у пресеку $d/2$ од ивице стуба и на $d/2$ од последњег реда можданика.

Номинални напон смицања у пресеку $d/2$ од ивице стуба за наведене комбинације утицаја приказан је дијаграмом 2 заједно са вредностима напона $v_c + v_s$ и максималном носивошћу.



Дијаграм 2 Напон v_u у пресеку $d/2$ од ивице стуба

На дијаграму се може видети да вредност напона у критичном пресеку премашује вредност од $0,5\phi\sqrt{f'_c} = 2,37 \text{ MPa}$, што значи да усвојени размак можданика од 7,5 cm задовољава услов $s \leq 0,5d$.

Сада је потребно проверити напон у пресеку $d/2$ од последњег реда можданика. Како би се то учинило неопходно је одредити карактеристике новог критичног пресека. Сви потребни подаци за прорачун дати су сликом 3.3.

Дужина новог критичног пресека:

$$b_0 = 843,4 \text{ cm}$$

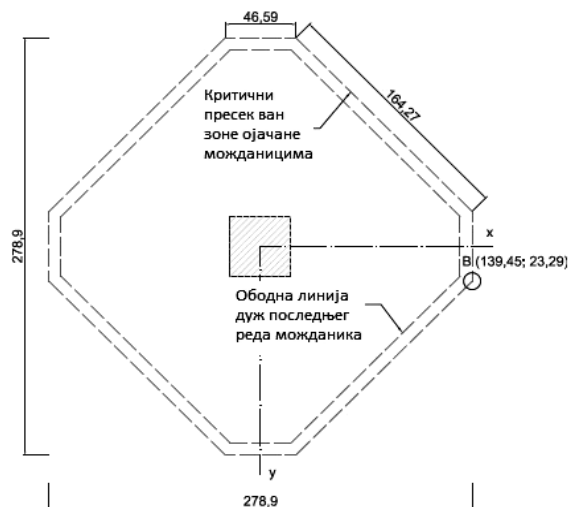
Површина критичног пресека ван зоне ојачања:

$$A_c = 15,9 \cdot 843,4 = 13410,5 \text{ cm}^2$$

Део момента који се преноси смицањем:

$$\gamma_{vx} = 1 - \frac{1}{1 + \frac{2}{3} \sqrt{\frac{278,9}{278,9}}} = 0,4$$

$$\gamma_{vy} = 1 - \frac{1}{1 + \frac{2}{3} \sqrt{\frac{278,9}{278,9}}} = 0,4$$

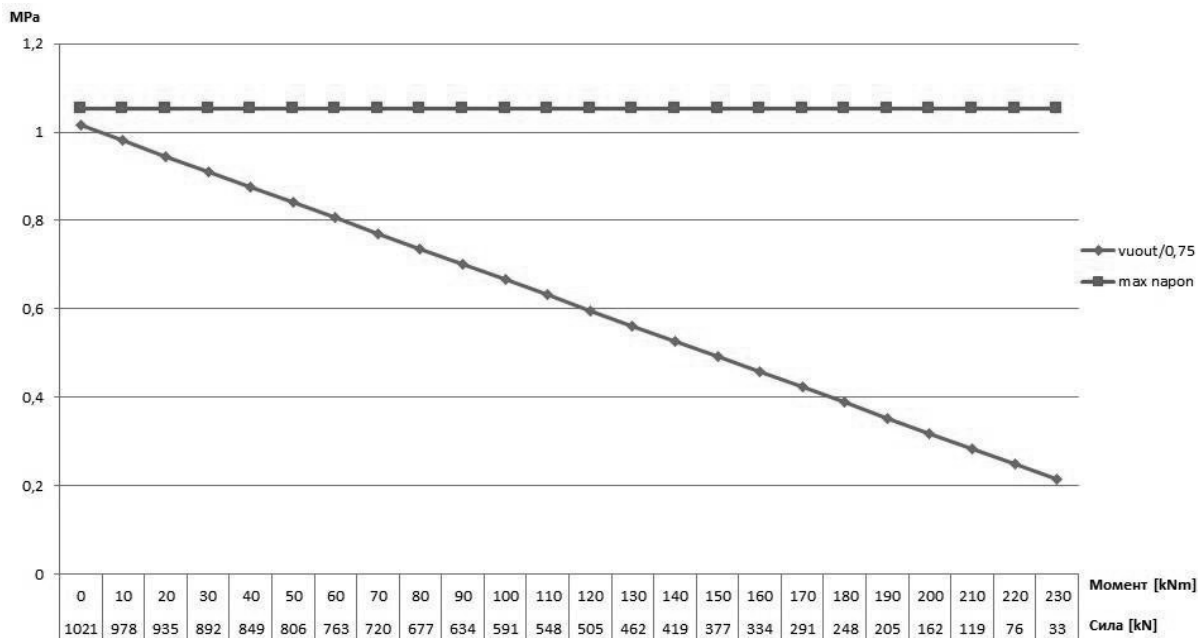


Слика 3.3

Својство критичног пресека аналогно поларном моменту инерције срачунава се у складу са већ наведеном формулом и вредностима датим сликом 3:

$$J_x = 110003623 \text{ cm}^4$$

$$J_y = 110003623 \text{ cm}^4$$



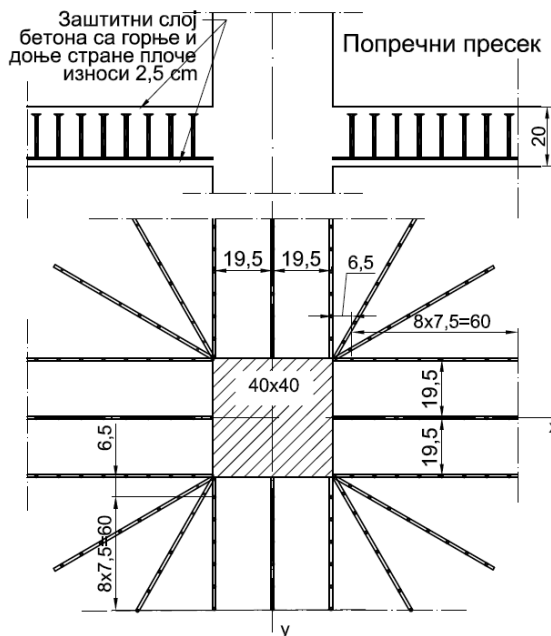
Дијаграм 3 Вредности напона у пресеку $d/2$ од последњег реда можданика за различите комбинације утицаја

Посматрамо тачку В са координатама $x=139,5 \text{ cm}$ и $y=23,3 \text{ cm}$

Вредности напона за наведене комбинације утицаја дате су дијаграмом 3. Напон у новом критичном пресеку не сме бити већи од $\frac{1}{6} \cdot \sqrt{f'_c}$.

3.1.2.2 ETA-13/0151

Посматрамо плочу дебљине 20 см ослоњену на стуб квадратног попречног пресека димензија 40x40 см. Усвојен је бетон чврстоће 40 МПа, чврстоћа на граници течења челика за можданике од 500 МПа и арматура за савијање пречника 16 мм. Све ознаке дате су сликом 3.4. Плоча је осигурана једнаким бројем можданика као и у примеру АСI 318-11, али је њихов распоред другачији услед различитих стандардом прописаних максималних растојања. Као што се може видети плоча је осигурана са 20 комплетних елемената на којима се налази по 9 можданика пречника 10 мм. Први ред можданика је на растојању $s_0 = 65$ мм, а преостали можданици узимани су на константном растојању $s = 75$ мм.



Слика 3.4

Статичка висина:

$$d = h - c_t - d_b = 20 - 2,5 - 1,6 = 15,9 \text{ cm}$$

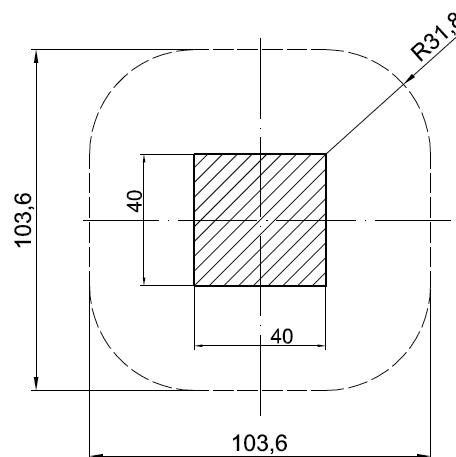
Дужина критичног пресека u_0 биће једнака:

$$u_1 = 4 \cdot a + 2 \cdot \pi \cdot 2 \cdot d = 359,8 \text{ cm}$$

Могуће комбинације утицаја које ће довести до граничних вредности напона одређују се из услова носивости у критичном пресеку $2d$ од ивице стуба који је приказан сликом 3.5. Овај услов дат је следећом једначином:

$$\beta \cdot V_{Ed} \leq V_{Rd,sy} = m_c \cdot n_c \cdot \frac{d_A^2 \cdot \pi \cdot f_{yk}}{4 \cdot \gamma_s \cdot \eta}$$

Коефицијент β који у прорачун уводи ексцентричност оптерећења може се узети као 1,1 али ће у овом примеру бити одређен тачним поступком и затим у зависности од вредности момента савијања и смичуће силе извршиће се поређење са препорученом вредности. Тачан прорачун β дат је следећом једначином:



Слика 3.5

$$\beta = 1 + \sqrt{\left(k \cdot \frac{M_{Ed,x} \cdot u_1}{V_{Ed} \cdot W_{1,y}}\right)^2 + \left(k \cdot \frac{M_{Ed,y} \cdot u_1}{V_{Ed} \cdot W_{1,x}}\right)^2} \geq 1,1$$

У овом примеру прорачуна унутрашњег стуба усвојено је да су прорачунске вредности момената око оса x и y једнаке, $M_{Ed,x}=M_{Ed,y}=M_{Ed}$. Остале вредности потребне за прорачун β дате су у наставку:

$$k = 0,6$$

$$W_{1,x} = W_{1,y} = 12985,07 \text{ cm}^2$$

Када у претходну једначину уврстимо познате вредности добијамо израз у функцији момента савијања и смичуће силе:

$$\beta = 1 + 2,351 \cdot \frac{M_{Ed}}{V_{Ed}} \geq 1,1$$

Број елемената на којима се налазе можданици и број можданика у зони C која обухвата зону унутар $1,125d$ од ивице стуба износи:

$$m_c = 20$$

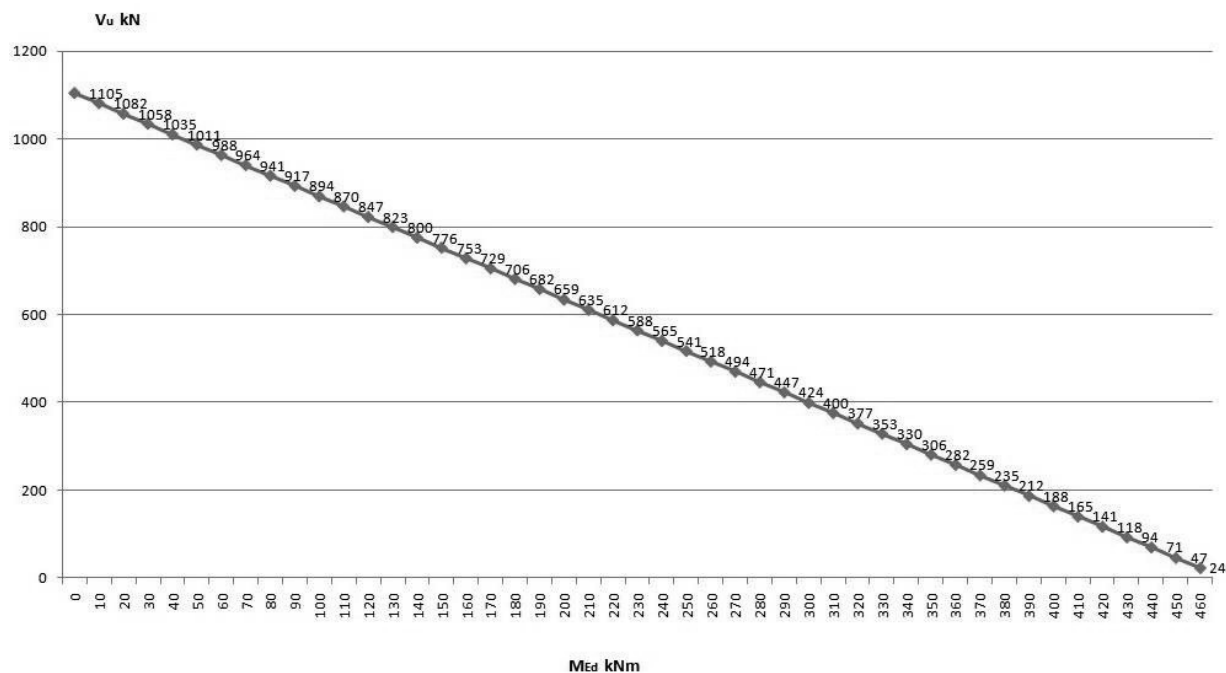
$$n_c = 2$$

Парцијални коефицијент сигурности за челик је $\gamma_s = 1,15$, а пречник тела можданика $d_A = 10 \text{ mm}$.

Када се у услов из кога се одређују могуће комбинације утицаја уврсте сви подаци добија се израз:

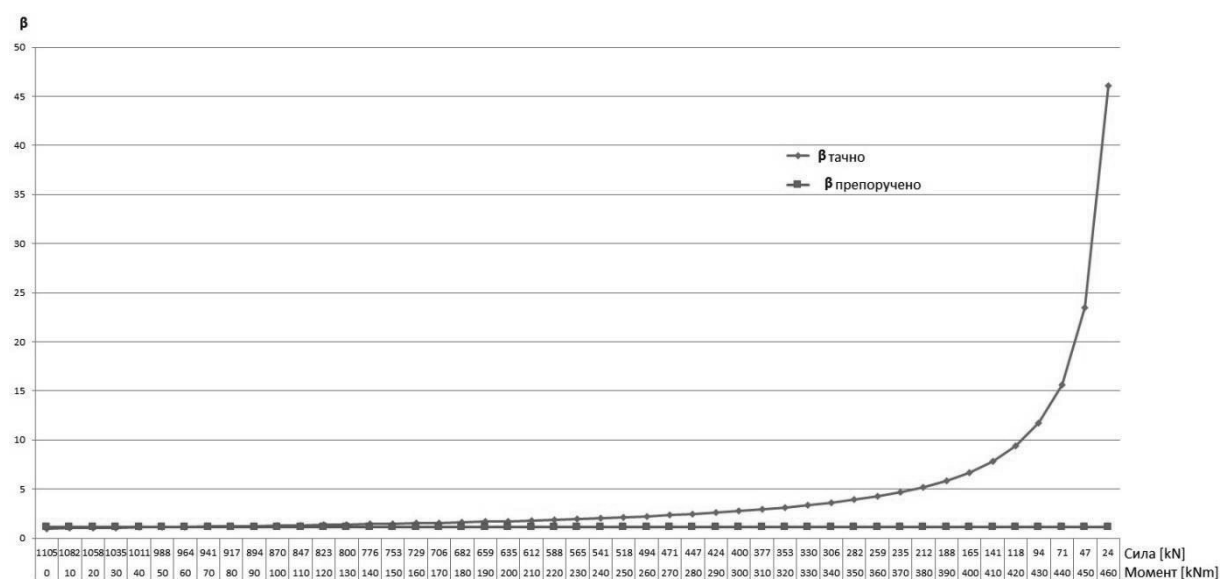
$$V_{Ed} + 2,351 \cdot M_{Ed} \leq 1365,91$$

Могуће комбинације V_{Ed} и M_{Ed} дате су дијаграмом 4. V_{Ed} је у kN, а M_{Ed} у kNm.



Дијаграм 4 Комбинације утицаја V_{Ed} и M_{Ed} за $M_{Ed,x}/M_{Ed,y}=1$

Коефицијент β којим се узима у обзир ексцентричност оптерећења приказан је дијаграмом 5 у зависности од вредности утицаја у пресеку и упоређен је са препорученом вредности $\beta = 1,1$.



Дијаграм 5 Тачна и препоручена вредност коефицијента β којим се узима у обзир ексцентричност оптерећења

Сила у пресеку на $2d$ од ивице стуба биће приказана дијаграмом 6 за оне комбинације оптерећења које задовољавају $\beta \geq 1,1$. На дијаграму 6 приказане су још вредности максималне носивости плоче на смицање $V_{Rd,max}$ и носивост можданика $V_{Rd,sy}$.

Носивост бетона одређујемо помоћу формуле:

$$v_{Rd,c} = C_{Rd,c} \cdot k \cdot (100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck})^{\frac{1}{3}}$$

У овом случају је $C_{Rk,c} = 0,18$. Следи да је:

$$C_{Rd,c} = \frac{C_{Rk,c}}{\gamma_c} = \frac{0,18}{1,5} = 0,12$$

Коефицијент k зависи од статичке висине плоче и одређује се на следећи начин:

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \leq 2$$

Следи да је $k=2$

Средња вредност процента армирања ρ_l у два правца усвојена је да износи 2%

Када се ове вредности врате израз за носивост бетона, добија се:

$$v_{Rd,c} = 1,03 \text{ MPa} > v_{min} = \frac{0,0525}{\gamma_c} \cdot k^{\frac{3}{2}} \cdot f_{ck}^{\frac{1}{2}} = 0,63 \text{ MPa}$$

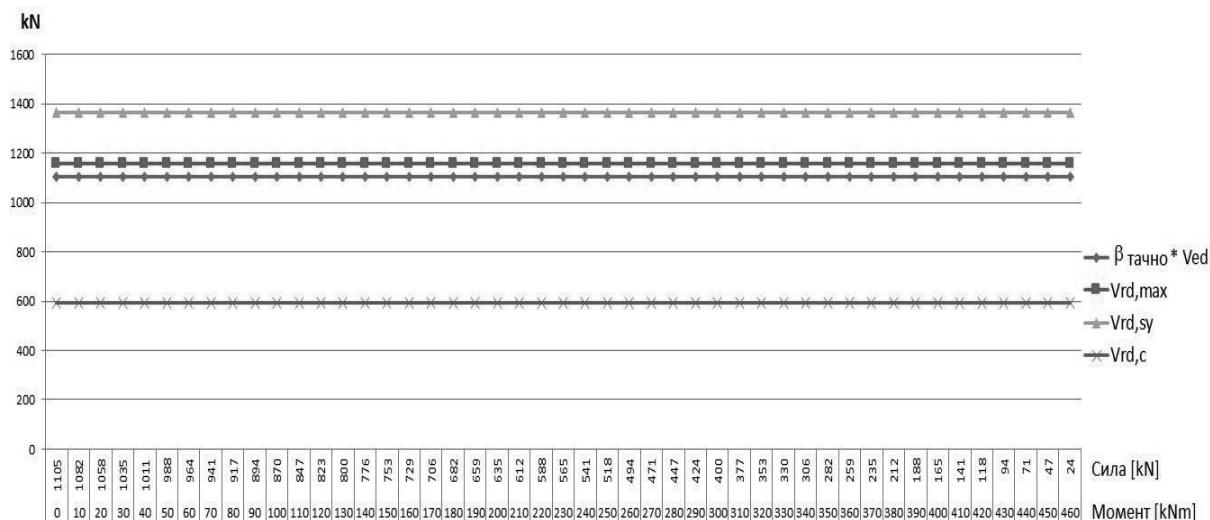
Како би се добила носивост у kN , потребно је напон помножити статичком висином и дужином критичног пресека:

$$V_{Rd,c} = 591,62 \text{ kN}$$

Максимална носивост плоче на смицање одређује се када се носивост бетона помножи фактором $k_{max} = 1,96$:

$$V_{Rd,max} = 1159,57 \text{ kN} > \beta \cdot V_{Ed}$$

Носивост можданика је одређена и износи $V_{Rd,sy} = 1365,91 \text{ kN}$.



Дијаграм 6 Приказ прорачунске вредности силе V_{Ed} , максималне носивости $V_{Rd,max}$, носивости можданика $V_{Rd,s}$ као и носивости бетона у пресеку $2d$ од ивице стуба за различите комбинације утицаја

Сада је потребно извршити контролу критичног обима ван зоне ојачане можданицима, на $1,5d$ од последњег реда можданика.

Усвојена и потребна дужина критичног пресека приказане су дијаграмом 7 за различите комбинације утицаја, а усвојено и потребно растојање последњег реда можданика од ивице стуба дијаграмом 8.

Потребно растојање последњег реда можданика зависи од прорачунске вредности смичуће силе и одређује се једначином:

$$l_{s,req} = \frac{u_{out,req} \cdot 4 \cdot a}{2 \cdot \pi} - 1,5 \cdot d ,$$

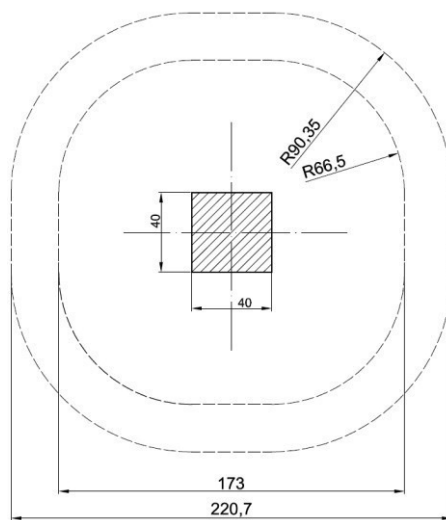
где је потребна дужина критичног обима $u_{out,req}$ дата изразом:

$$u_{out,req} = \frac{\beta \cdot V_{Ed}}{v_{Rd,c} \cdot d}$$

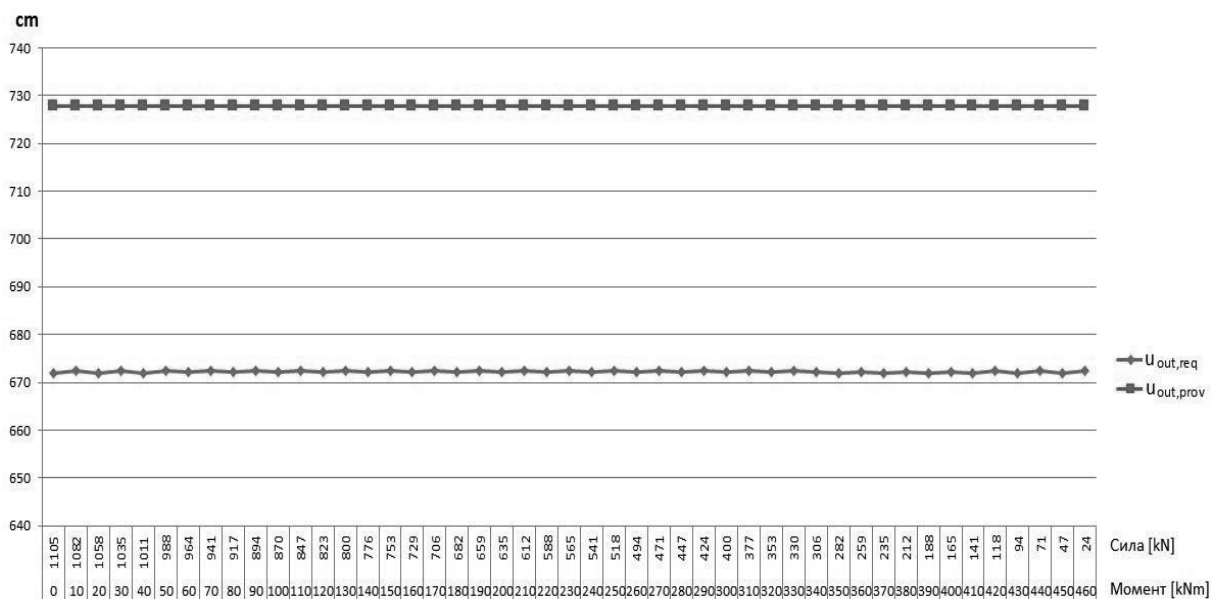
Усвојене вредности растојања последњег реда можданика и дужине критичног обима приказаних на слици 3.6 износе:

$$l_{s,prov} = s_0 + (n - 1) \cdot s_1 = 6,5 + 8 \cdot 7,5 = 66,5 \text{ cm}$$

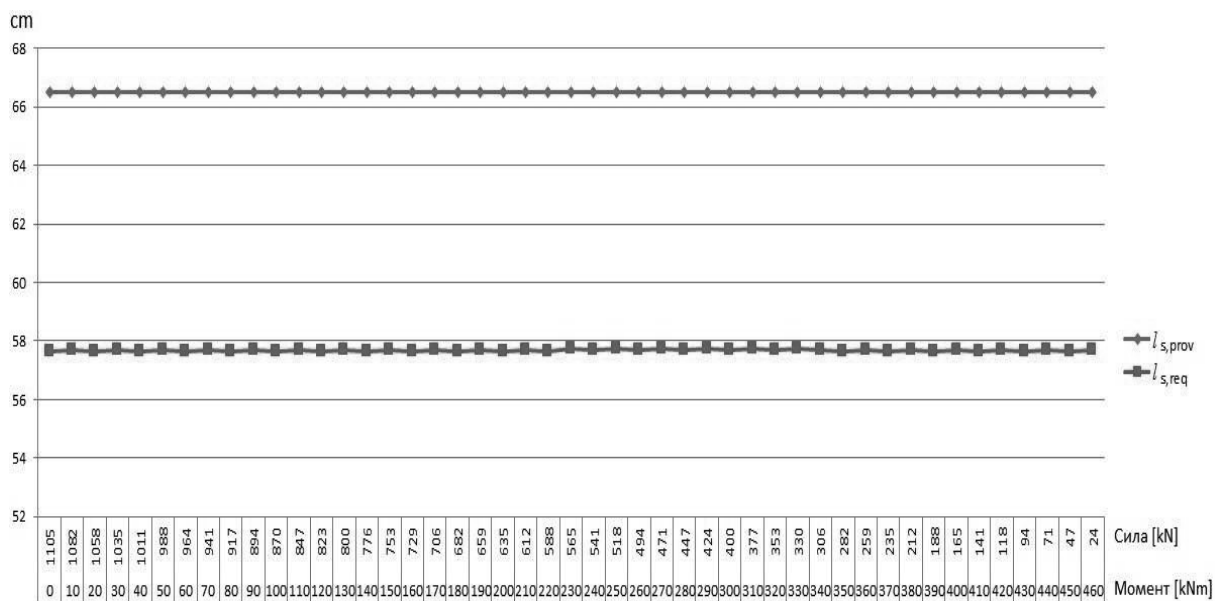
$$u_{out,prov} = 4 \cdot a + 2 \cdot \pi \cdot (l_{s,prov} + 1,5 \cdot d) = 160 + 180,7 \cdot \pi = 727,7 \text{ cm}$$



Слика 3.6



Дијаграм 7 Дужина критичног пресека ван зоне осигуране можданицима за различите комбинације утицаја



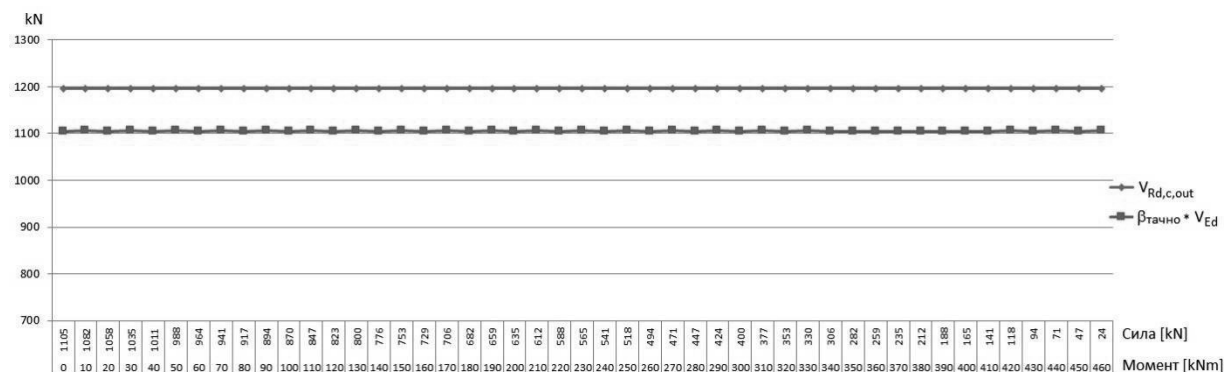
Дијаграм 8 Растојање последњег реда можданика од ивице стуба за различите комбинације утицаја

Из приказаног на дијаграмима 7 и 8 следи да су оба услова задовољена:

$$l_{s,prov} > l_{s,req}$$

$$u_{out,prov} > u_{out,req}$$

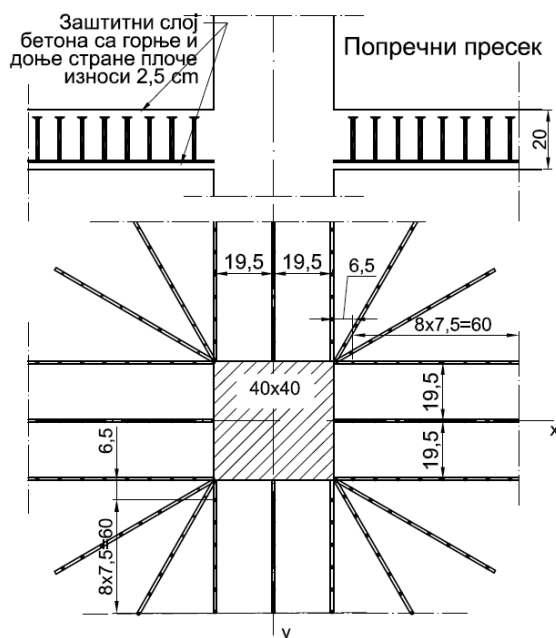
Носивост пресека и прорачунска сила смицања у критичном пресеку изван зоне ојачања приказани су дијаграмом 9.



Дијаграм 9 Носивост плоче и прорачунска вредност силе смицања у критичном пресеку на 1,5d од последњег реда можданика

3.1.2.3 SIA 262 (2013)

Посматрамо плочу дебљине 20 cm ослоњену на стуб квадратног попречног пресека димензија 40x40 cm. Растојање између стубова једнако је у оба правца и износи 6 m. Усвојен је бетон чврстоће 40 MPa, чврстоћа на граници течења челика за можданике од 500 MPa и арматура за савијање пречника 16 mm. Величина највећег зрна агрегата у бетону D_{max} је 32 mm. Све димензије и ознаке потребне за прорачун дате су сликом 3.7. Плоча је осигурана једнаким бројем можданика као и у претходна два примера. Распоред елемената исти је као у примеру ЕТА 13/0151. Дакле, плоча је осигурана са 20 комплетних елемената на којима се налази по 9 можданика пречника 10 mm. Први ред можданика је на растојању $s_0 = 65$ mm, а преостали можданици узимани су на константном растојању $s = 75$ mm.



Слика 3.7

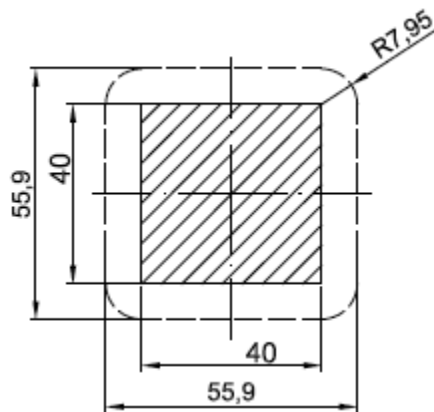
Статичка висина:

$$d_v = h - c_t - d_b = 20 - 2,5 - 1,6 = 15,9 \text{ cm}$$

Дужина критичног пресека u биће једнака:

$$u = 4 \cdot a + 2 \cdot \pi \cdot 0,5 \cdot d = 210 \text{ cm}$$

Могуће комбинације утицаја које ће довести до граничних вредности напона одређују се из услова носивости у критичном пресеку $0,5d$ од ивице стуба који је приказан сликом 3.8. Овај услов дат је следећом једначином:



Слика 3.8

$$V_d \leq V_{Rd} = V_{Rd,c} + V_{Rd,s}$$

Потребно је да носивост плоче осигуране можданицима буде већа од прорачунске вредности смичуће силе V_d , која се одређује изразом:

$$V_d = \frac{R_d - \Delta V}{k_e}$$

У овој једначини ΔV је занемарено и не узима се у обзир оптерећење које редукује силу. Коефицијент редукције критичног пресека k_e се према препоруци за унутрашњи стуб може узети да има вредност 0,9 али ће у овом примеру вредност коефицијента бити одређена тачним поступком:

$$k_e = \frac{1}{1 + \frac{e_u}{b}}$$

Вредност b одговара пречнику круга са истом површином као и зона унутар критичног пресека:

$$b = 2 \cdot \sqrt{\frac{\pi \cdot (0,5 \cdot d_v)^2 + a \cdot (a+d) + a \cdot d}{\pi}} = 62,5 \text{ cm}$$

За овај случај унутрашњег стуба растојање између тежишта критичног пресека и нападне тачке ослоначке силе одређује се на следећи начин:

$$e_u = \left| \frac{M_d}{R_d} \right|$$

Прорачунска вредност момента савијања M_d добија се као векторски збир момената око x и y осе:

$$M_d = \sqrt{M_{d,x}^2 + M_{d,y}^2}$$

У овом примеру усваја се да су моменти око оса x и y једнаки, тако да је однос $\frac{M_{d,x}}{M_{d,y}} = 1$.

Носивост бетона без смичуће арматуре $V_{Rd,c}$ одређује се следећом једначином:

$$V_{Rd,c} = k_r \cdot \tau_{cd} \cdot d_v \cdot u$$

Прорачунска вредност граничног смичућег напона бетона чврстоће на притисак од 40 МПа износи:

$$\tau_{cd} = 1,25 \text{ МПа}$$

Коефицијент којим се узима у обзир димензија плоче, њена ротација и максимално зрно агрегата k_r рачуна се следећим изразом:

$$k_r = \frac{1}{0,45 + 0,18 \cdot \psi \cdot d_v \cdot k_g} \leq 2$$

Следи да је неопходно прво одредити коефицијент који узима у обзир величину највећег зрна агрегата и вредност обртања плоче ψ :

$$k_g = \max \left\{ \frac{48}{16+D_{max}} = \frac{48}{16+32} = 1 \right.$$

$$\psi = 1,5 \cdot \frac{r_s}{d_v} \cdot \frac{f_{sd}}{E_s} \cdot \left(\frac{m_{sd}}{m_{Rd}} \right)^{\frac{3}{2}}$$

где су:

$$r_s = 0,22 \cdot l = 0,22 \cdot 6 = 1,32 \text{ m}$$

$$f_{sd} = \frac{f_{sk}}{\gamma_s} = \frac{500}{1,15} = 435 \text{ MPa}$$

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = \frac{40}{1,5} = 26,7 \text{ MPa}$$

$$E_s = 200 \text{ GPa}$$

$$m_{Rd} = \rho \cdot d^2 \cdot f_{sd} \cdot \left(1 - \frac{\rho \cdot f_{sd}}{2 \cdot f_{cd}} \right) = 0,02 \cdot 15,9^2 \cdot 43,5 \cdot \left(1 - \frac{0,02 \cdot 435}{2 \cdot 26,67} \right) = 184 \text{ kN}$$

$$m_{sd} = V_d \cdot \left(\frac{1}{8} + \frac{M_{d,x}}{2 \cdot V_d \cdot b_s} \right)$$

$$b_s = 1,5 \cdot 0,22 \cdot l = 1,98 \text{ m}$$

Носивост арматуре за смицање одређује се једначином:

$$V_{Rd,s} = \sum A_{sw} \cdot k_e \cdot \sigma_{sd} \cdot \sin \beta$$

где су:

$$\sum A_{sw} = m_c \cdot n_c \cdot \frac{\phi_{sw}^2 \cdot \pi}{4} = 20 \cdot 2 \cdot \frac{1^2 \cdot \pi}{4} = 31,4 \text{ cm}^2$$

$$\sigma_{sd} = \frac{E_s \cdot \psi}{6} \cdot \left(1 + \frac{f_{bd}}{f_{sd}} \cdot \frac{d_v}{\phi_{sw}} \right) \leq f_{sd}$$

$$f_{bd} = 3,7 \text{ MPa}$$

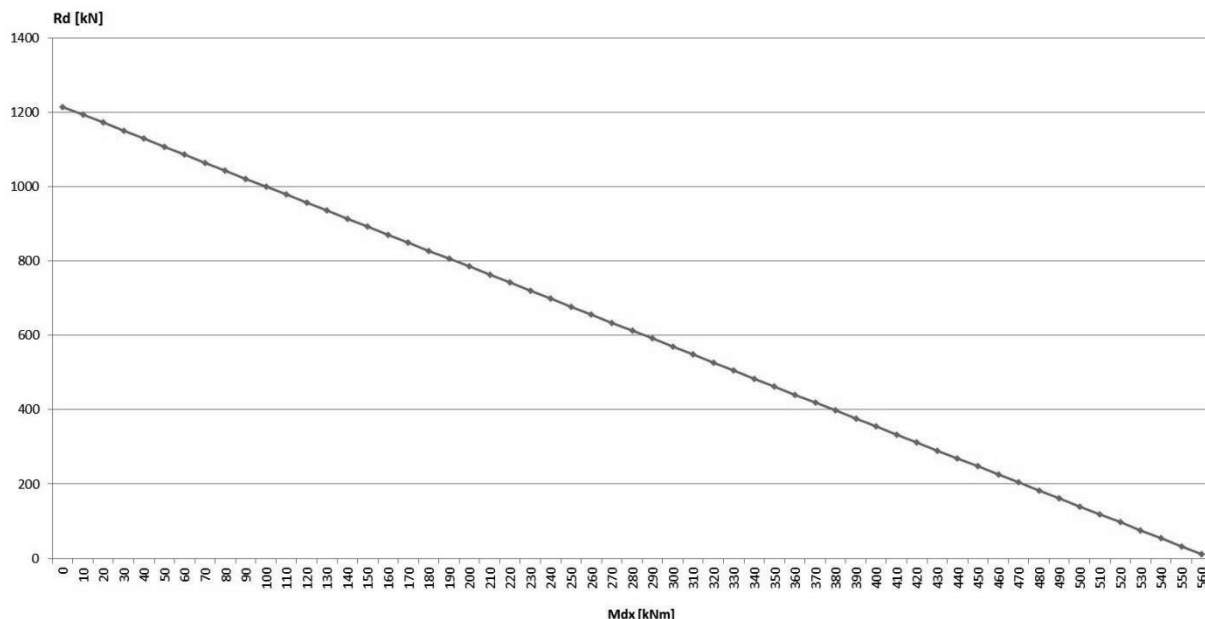
$$f_{sd} = 435 \text{ MPa}$$

На основу ових једначина може се закључити да носивост бетона без смичуће арматуре $V_{Rd,c}$ као и носивост арматуре за смицање $V_{Rd,s}$ зависи од силе у стубу и момента савијања. Када се све ове вредности унесу у услов који је потребно да задовољи прорачунска вредност смичуће силе, следи да је израз искључиво функција силе у стубу R_d и момента савијања M_d .

Максимална носивост бетона на пробијање рачуна једначином:

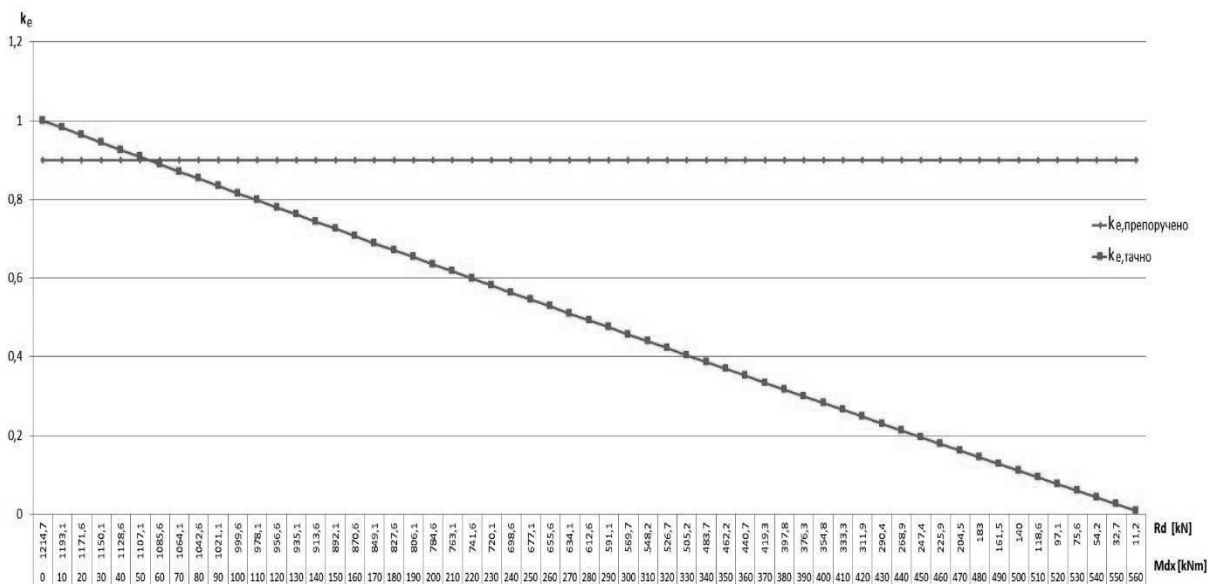
$$V_{Rd,c,max} = 3 \cdot k_r \cdot \tau_{cd} \cdot d_v \cdot u \leq 3,5 \cdot \tau_{cd} \cdot d_v \cdot u$$

Могуће комбинације утицаја R_d и M_{dx} (M_{dy}) дате су дијаграмом 10. R_d је дато у kN, а M_{dx} у kNm.



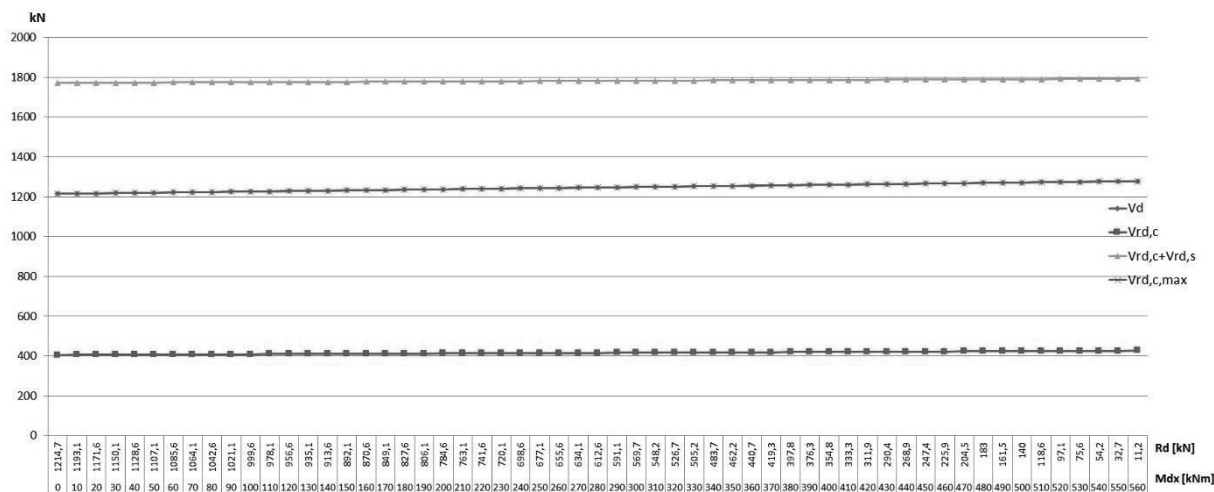
Дијаграм 10 Комбинације утицаја R_d и M_{dx} за $M_{dx}/M_{dy}=1$

Коефицијент редукције критичног пресека k_e приказан је дијаграмом 11 у зависности од вредности утицаја у пресеку и упоређен је са препорученом вредношћу $k_e=0,9$.



Дијаграм 11 Тачна и препоручена вредност коефицијента редукције критичног пресека

Прорачунска вредност силе на пресеку $0,5d$ од ивице стуба приказана је дијаграмом 12 за различите вредности силе у стубу R_d и момента савијања M_{dx} . На истом дијаграму приказане су максимална носивост бетона на пробијање као и збирна носивост бетона и смичуће арматуре.



Дијаграм 12 Прорачунска вредност силе у пресеку и носивост за различите комбинације утицаја R_d и M_{dx}

Из дијаграма 12 следи да је прорачунска вредност смичуће силе условљена максималном носивошћу плоче на пробијање.

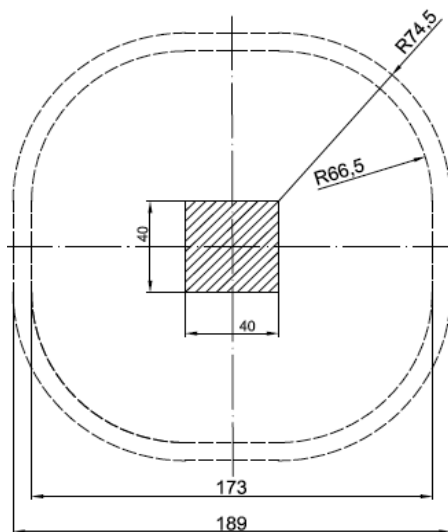
Сада је потребно извршити контролу критичног пресека ван зоне ојачане можданицима, на $0,5d$ од последњег реда можданика.

Потребно је одредити нову вредност пречника b круга чија површина одговара површини унутар критичног пресека како би се израчунала нова вредност коефицијента k_e :

$$b = 2 \cdot \sqrt{\frac{(2 \cdot R + a) \cdot a + 2 \cdot R \cdot a + R^2 \cdot \pi}{\pi}} = 198,4 \text{ cm}$$

где је R растојање између ивице стуба и критичног пресека на $0,5d$ од последњег реда можданика и износи:

$$R = 74,5 \text{ cm}$$



Слика 3.9

Са новом вредношћу коефицијента k_e одређује се прорачунска вредност силе V_d у новом критичном пресеку.

Усвојена и потребна дужина критичног пресека приказане су дијаграмом 13 за различите комбинације утицаја, а усвојено и потребно растојање последњег реда можданика од ивице стуба дијаграмом 14.

Потребно растојање последњег реда можданика зависи од прорачунске вредности смичуће силе и одређује се једначином:

$$l_{s,req} = \frac{u_{out,req} - 4 \cdot a}{2 \cdot \pi} - 0,5 \cdot d$$

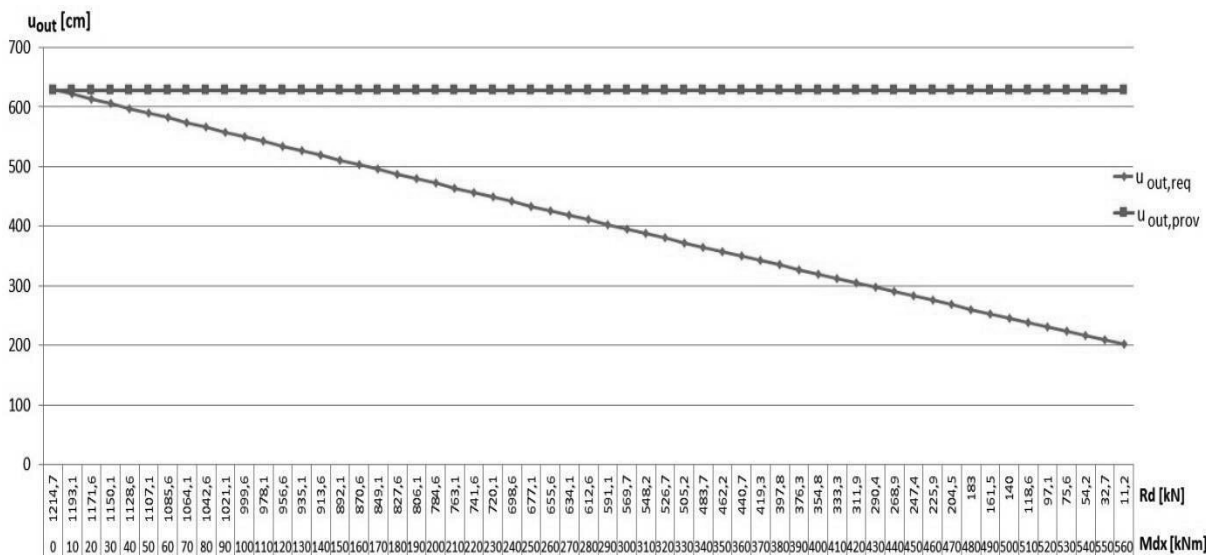
где је потребна дужина критичног пресека $u_{out,req}$ дата изразом:

$$u_{out,req} = \frac{V_d}{k_r \cdot \tau_{cd} \cdot d_v}$$

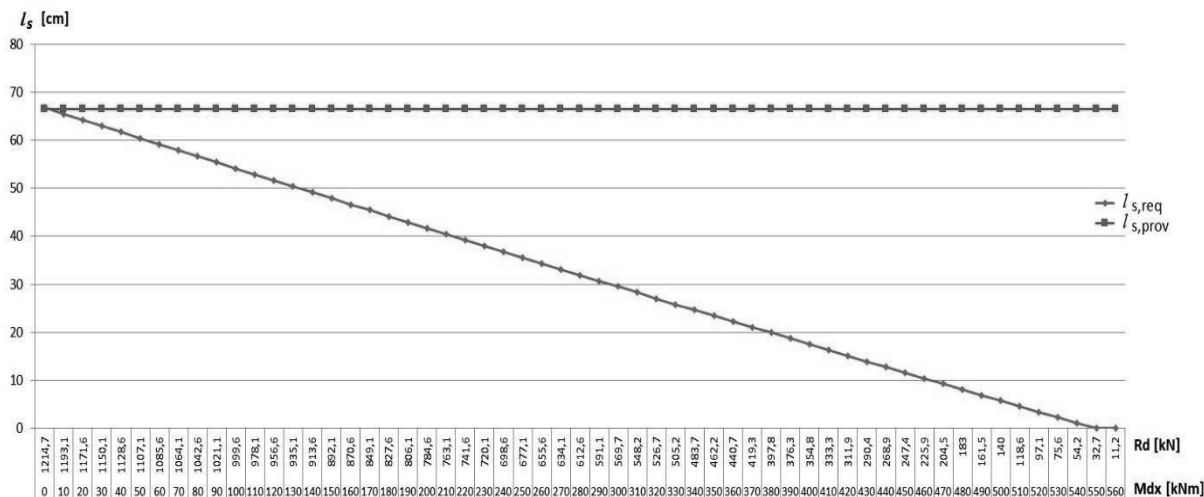
Усвојене вредности растојања последњег реда можданика и дужине критичног пресека износе:

$$l_{s,prov} = s_0 + (n - 1) \cdot s_1 = 6,5 + 8 \cdot 7,5 = 66,5 \text{ cm}$$

$$u_{out,prov} = 4 \cdot a + 2 \cdot \pi \cdot (l_{s,prov} + 0,5 \cdot d) = 160 + 148,9 \cdot \pi = 627,8 \text{ cm}$$

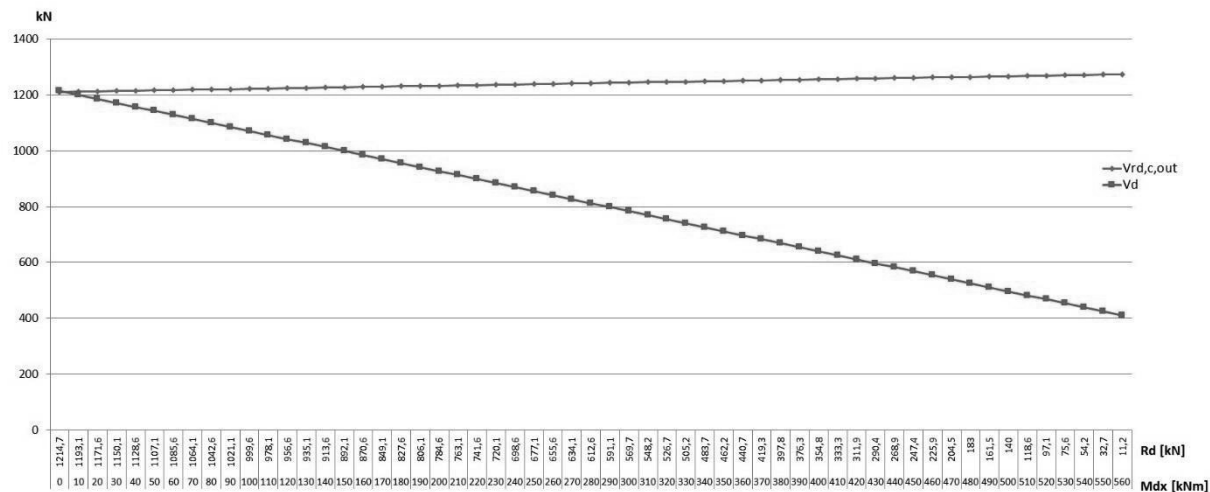


Дијаграм 13 Дужина критичног пресека ван зоне осигуране можданицима за различите комбинације утицаја



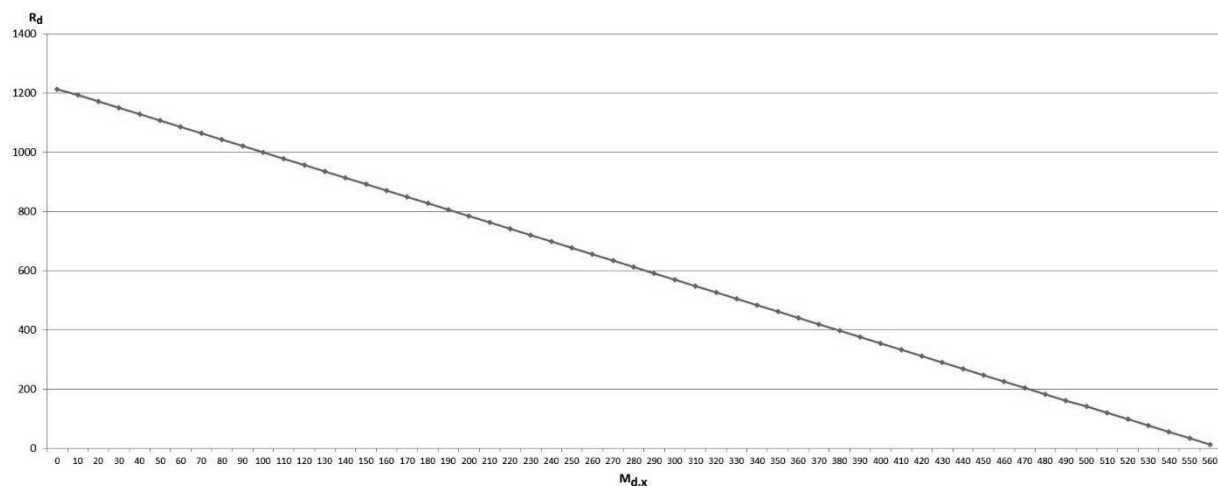
Дијаграм 14 Растојање последњег реда можданика од ивице стуба за различите комбинације утицаја

Из приказаног на дијаграмима 13 и 14 следи да је носивост пресека ван зоне ојачане можданицима довољна за готово све комбинације утицаја. Ово се потврђује дијаграмом 15 на коме се виде прорачунска вредност силе у пресеку као и носивост плоче ван ојачања за различите комбинације утицаја.



Дијаграм 15 Прорачунска вредност силе и носивост у пресеку 0,5d од последњег реда можданика за различите комбинације утицаја

Из дијаграма следи да за прву комбинацију утицаја услов носивости није задовољен. Дијаграмом 16 приказане су могуће комбинације силе и момената у пресеку које задовољавају услове носивости у оба критична пресека.



Дијаграм 16 Комбинације утицаја које задовољавају оба услова носивости

3.1.3 Ивични стуб

3.1.3.1 ACI 318-11

Посматрамо плочу дебљине 20 cm ослоњену на стуб квадратног попречног пресека димензија 40x40 cm. Усвојен је бетон чврстоће 40 MPa, чрстоћа на граници течења челика за можданике од 400 MPa и арматура за савијање пречника 16 mm. Све ознаке дате су сликом 3.10. Као што се може видети плоча је осигурана са 9 елемената на којима се налази по 13 можданика пречника 10 mm. Први ред је на растојању $s_0 = 65$ mm, а преостали можданици узимани су на константном растојању $s = 75$ mm.

Статичка висина:

$$d = h - c_t - d_b = 20 - 2,5 - 1,6 = 15,9 \text{ cm}$$

Дужина критичног пресека b_0 биће једнака:

$$\begin{aligned} b_0 &= 2 \cdot l_{x1} + l_{y1} = \\ &= 3 \cdot 40 + 2 \cdot 15,9 = 151,8 \text{ cm} \end{aligned}$$

Могуће комбинације утицаја које ће довести до граничних вредности напона одређују се из услова носивости у критичном пресеку на $d/2$ од ивице стуба који је приказан сликом 3.11. Овај услов дат је следећом једначином:

$$\frac{v_u}{\phi} \leq v_c + v_s$$

где је:

$$v_u = \frac{V_u}{A_c} + \frac{\gamma_{vx} \cdot M_{ux} \cdot y}{J_x} + \frac{\gamma_{vy} \cdot M_{uy} \cdot x}{J_y}$$

Због непоклапања тежишта критичног пресека и тежишта ослоња у x правцу, потребно је узети у обзир допринос силе смицања моменту савијања. Неуравнотежени моменти у тежишту критичног пресека биће изражени помоћу неуравнотежених момената M_{u0x} и M_{u0y} у тежишту ослоња:

$$M_{ux} = M_{u0x}$$

$$M_{uy} = M_{u0y} + V_u \cdot x_0$$

Положај тежишта ослоња у односу на тежиште критичног пресека износи:

$$x_0 = -12,8 \text{ cm}$$

Карактеристике попречног пресека које се јављају у услову носивости су срачунате изразима:

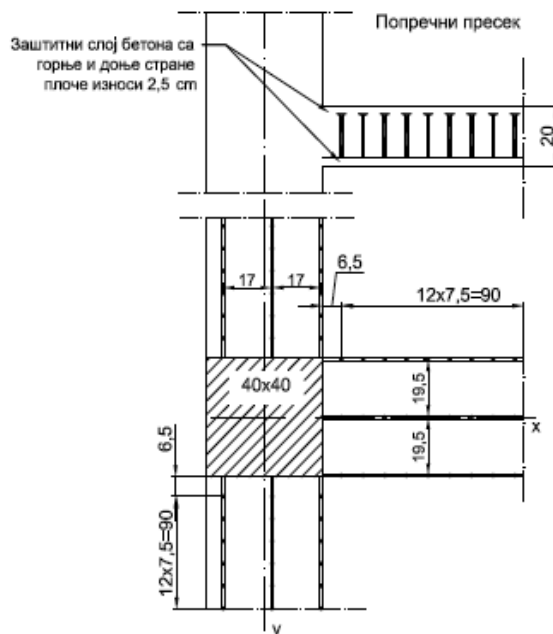
$$A_c = d \cdot \sum l = 15,9 \cdot 151,8 = 2413,6 \text{ cm}^2$$

$$J_x = d \cdot \sum \left[\frac{l}{3} \cdot (y_i^2 + y_i \cdot y_j + y_j^2) \right] = 1422632 \text{ cm}^4$$

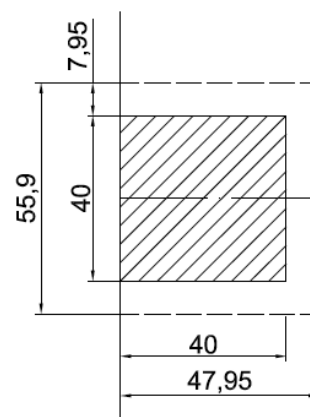
$$J_y = d \cdot \sum \left[\frac{l}{3} \cdot (x_i^2 + x_i \cdot x_j + x_j^2) \right] = 614909 \text{ cm}^4$$

$$\gamma_{vx} = 1 - \frac{1}{1 + \frac{2}{3} \cdot \sqrt{\frac{l_y}{l_x}}} = 0,42$$

$$\gamma_{vy} = 1 - \frac{1}{1 + \frac{2}{3} \cdot \sqrt{\frac{l_x}{l_y} - 0,2}} = 0,35$$



Слика 3.10



Слика 3.11

Напон v_u се одређује у тачки са координатама $x = -32,8$ cm и $y = 27,9$ cm. У овом примеру прорачуна унутрашњег стуба усвојено је да је момент савијања изнад ослонца око осе у једнак $M_{u0y} = 0$:

$$v_u = 6,5402 \cdot 10^{-4} \cdot V_u + 8,223 \cdot 10^{-6} \cdot M_{u0x} \text{ [MPa]}$$

Смичућа носивост која потиче од бетона у овом случају износи:

$$v_c = \frac{\sqrt{f'_c}}{4} = 1,58 \text{ MPa}$$

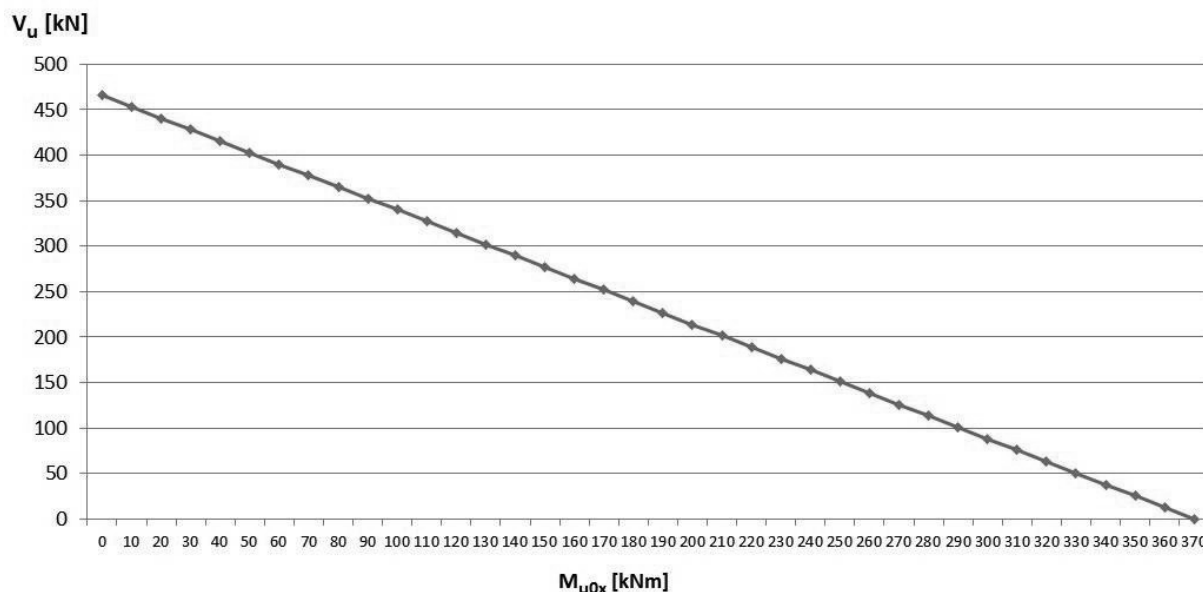
Носивост арматуре у овом пресеку, v_s , одређује се на основу задатог распореда можданика, њиховог броја и чврстоће на граници течења:

$$A_v = 9 \cdot \frac{d^2 \cdot \pi}{4} = 9 \cdot \frac{1,0^2 \cdot \pi}{4} = 7,1 \text{ cm}^2$$

$$f_{yt} = 400 \text{ MPa}$$

$$v_s = \frac{A_v \cdot f_{yt}}{b_0 \cdot s} = \frac{7,1 \cdot 400}{151,8 \cdot 7,5} = 2,49 \text{ MPa} > 2 \cdot \sqrt{f'_c} = 1,05 \text{ MPa}$$

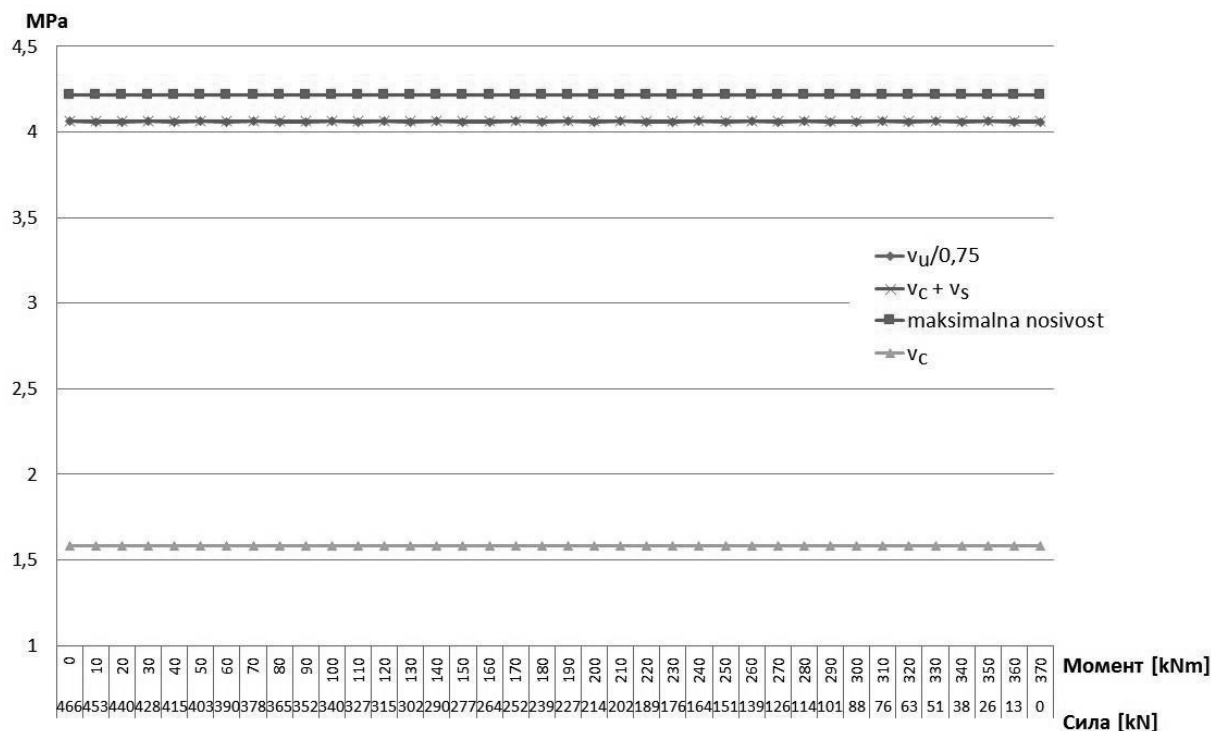
Када срачунате вредности вратимо у постављени услов добија се израз из кога се одређују могуће комбинације V_u и M_{u0x} које су приказане дијаграмом 17.



Дијаграм 17 Комбинације силе у стубу V_u и момента савијања M_{u0x}

За ове вредности утицаја биће извршена контрола носивости у пресеку $d/2$ од ивице стуба и на $d/2$ од последњег реда можданика.

Номинални напон смицања у пресеку $d/2$ од ивице стуба за наведене комбинације утицаја приказан је дијаграмом 18 заједно са вредностима напона $v_c + v_s$ и максималном носивошћу.



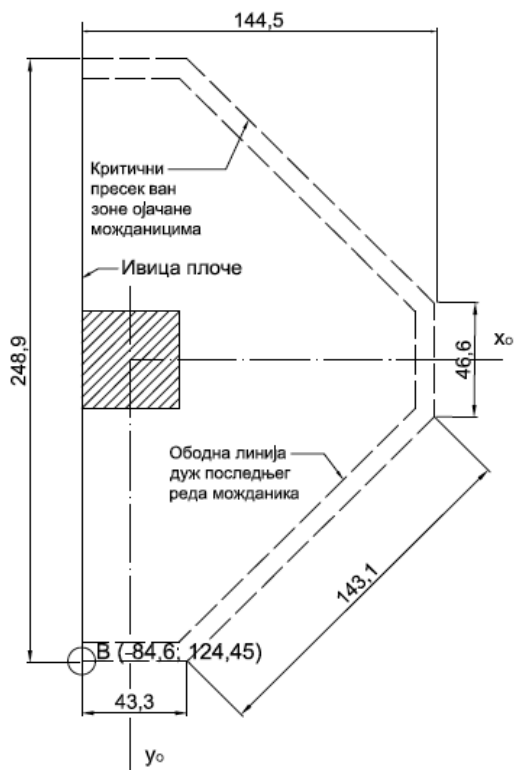
Дијаграм 18 Напон v_u у пресеку $d/2$ од ивице стуба

На дијаграму се може видети да вредност напона у критичном пресеку премашује вредност од $0,5\phi\sqrt{f'_c} = 2,37$ МПа, што значи да усвојени размак можданика од 7,5cm задовољава услов $s \leq 0,5d$.

Сада је потребно проверити напон у пресеку $d/2$ од последњег реда можданика. Како би се то учинило, неопходно је одредити карактеристике новог критичног пресека. Сви потребни подаци за прорачун дати су сликом 3.12, где су:

- Дужина новог критичног пресека
 $b_0 = 419,3 \text{ cm}$
- Површина критичног пресека ван зоне ојачања
 $A_c = 15,9 \cdot 419,3 = 6666,7 \text{ cm}^2$
- Положај тежишта ослонца у односу на тежиште новог критичног пресека износи:
 $x_0 = -64,6 \text{ cm}$
- Део момента који се преноси смицањем

$$\gamma_{vx} = 1 - \frac{1}{1 + \frac{2}{3} \cdot \sqrt{\frac{248,9}{144,5}}} = 0,47$$



Слика 3.12

$$\gamma_{vy} = 1 - \frac{1}{1 + \frac{2}{3} \cdot \sqrt{\frac{144,5}{248,9}} - 0,2} = 0,29$$

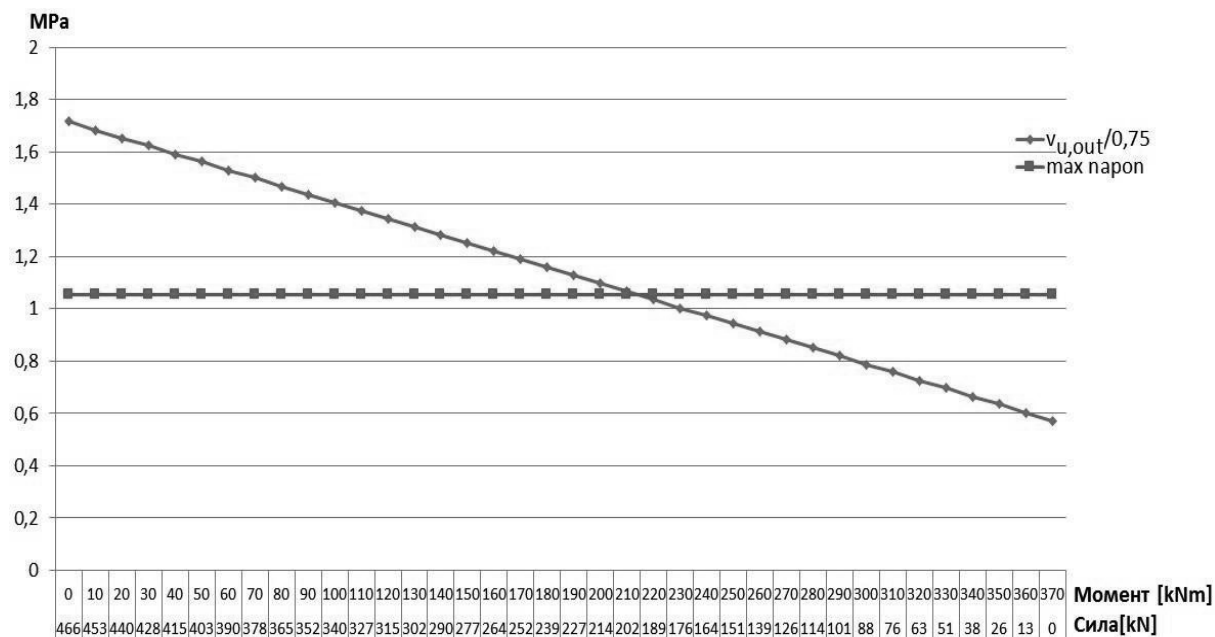
Својство критичног пресека аналогно поларном моменту инерције срачунава се у складу са већ наведеном формулом и вредностима датим сликом 3.12

$$J_x = 50162002 \text{ cm}^4$$

$$J_y = 12594928 \text{ cm}^4$$

Посматрамо тачку В са координатама $x=-84,6 \text{ cm}$ и $y=124,45 \text{ cm}$

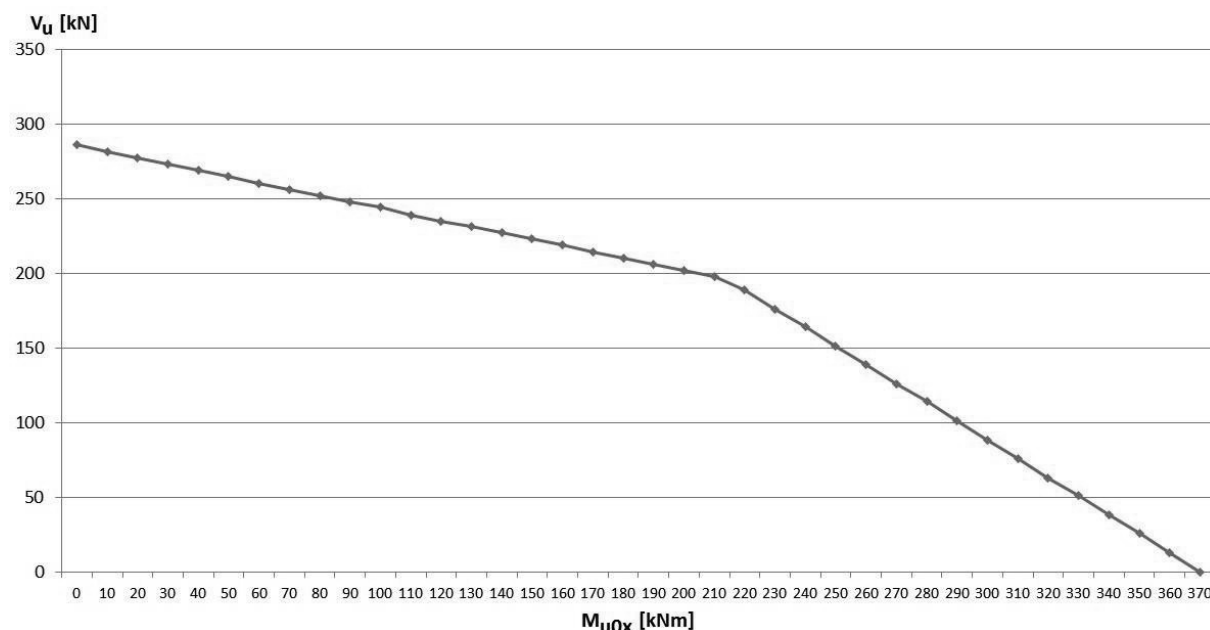
Вредности напона за наведене комбинације утицаја дате су дијаграмом 19. Напон у новом критичном пресеку не сме бити већи од $\frac{1}{6} \cdot \sqrt{f'_c}$.



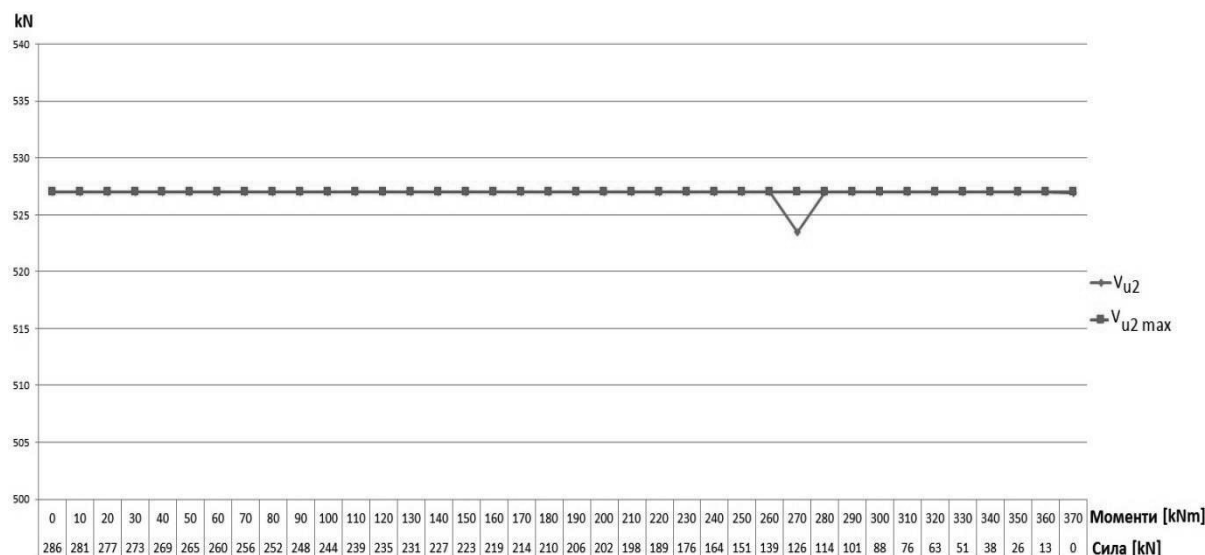
Дијаграм 19 Вредности напона у пресеку $d/2$ од последњег реда можданика за различите комбинације утицаја

Као што се на дијаграму 19 може видети, само напони за комбинације утицаја са силом смицања $V_u \leq 189 \text{ kN}$ испуњавају услов носивости ван зоне ојачане можданицима.

Дијаграмом 20 приказане су комбинације утицаја које задовољавају оба услова носивости, а дијаграмом 21 силе смицања у критичном пресеку на $d/2$ од последњег реда можданика које одговарају новим утицајима као и максимална носивост у том пресеку.



Дијаграм 20 Комбинације силе смицања V_u и момента савијања M_{u0x}



Дијаграм 21 Сила смицања и максимална носивост у критичном пресеку на $d/2$ од последњег реда можданика

3.1.3.2 ETA-13/0151

Посматрамо плочу дебљине 20 cm ослоњену на стуб квадратног попречног пресека димензија 40x40 cm. Усвојен је бетон чврстоће 40 MPa, чврстоћа на граници течења челика за можданике од 500 MPa и арматура за савијање пречника 16 mm. Све ознаке дате су сликом 3.13. Плоча је осигурана једнаким бројем можданика као и у примеру ACI 318-11, али је њихов распоред другачији услед различитих стандардом прописаних максималних растојања. Као што се може видети плоча је осигурана са 13 комплетних елемената на којима се налази по 9 можданика пречника 10 mm. Први ред можданика је на растојању $s_0 = 65$ mm, а преостали можданици узимани су на константном растојању $s = 75$ mm.

Статичка висина:

$$d = h - c_t - d_b = 20 - 2,5 - 1,6 = 15,9 \text{ cm}$$

Дужина критичног пресека u_0 биће једнака:

$$u_1 = 3 \cdot a + \pi \cdot 2 \cdot d = 219,9 \text{ cm}$$

Могуће комбинације утицаја које ће довести до граничних вредности напона одређују се из услова носивости у критичном пресеку $2d$ од ивице стуба који је приказан сликом 3.14. Овај услов дат је следећом једначином:

$$\beta \cdot V_{Ed} \leq V_{Rd,sy} = m_c \cdot n_c \cdot \frac{d_A^2 \cdot \pi \cdot f_{yk}}{4 \cdot \gamma_s \cdot \eta}$$

Коефицијент β који у прорачун уводи ексцентричност оптерећења може се узети као 1,4 али ће у овом примеру бити одређен тачним поступком и затим у зависности од вредности момената савијања и смичуће силе извршиће се поређење са препорученом вредности. Тачан прорачун β дат је следећом једначином:

$$\beta = 1 + \sqrt{\left(k \cdot \frac{M_{Ed,x} \cdot u_1}{V_{Ed} \cdot W_{1,y}}\right)^2 + \left(k \cdot \frac{M_{Ed,y} \cdot u_1}{V_{Ed} \cdot W_{1,x}}\right)^2} \geq 1,1$$

У овом примеру прорачуна ивичног стуба усвојено је да постоји само моменат око x осе $M_{Ed,x}$. Вредности момената у тежишту критичног пресека, потребне за одређивање коефицијента β дате су следећим изразима:

$$M_{Ed,\bar{x}} = |M_{Ed,x} - V_{Ed} \cdot \Delta y_s|$$

$$M_{Ed,\bar{y}} = |M_{Ed,y} - V_{Ed} \cdot \Delta x_s|$$

Растојање тежишта критичног пресека од тежишних оса ослонца износи:

$$\Delta y_s = 0 \text{ cm}$$

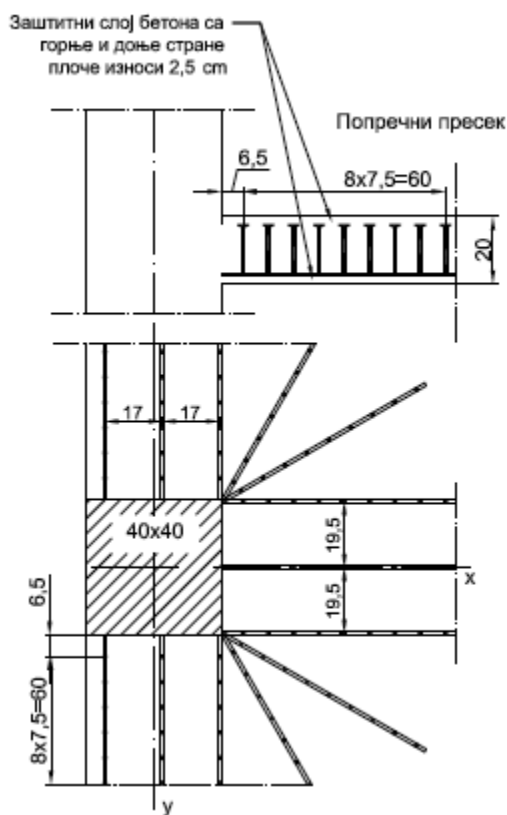
$$\Delta x_s = 27,7 \text{ cm}$$

Остале вредности потребне за прорачун β дате су у наставку:

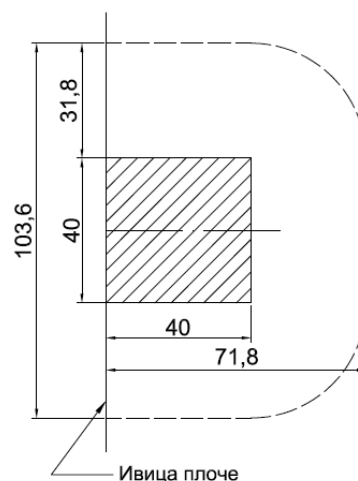
$$k = 0,6$$

$$W_{1,x} = 4552,2 \text{ cm}^2$$

$$W_{1,y} = 8564,5 \text{ cm}^2$$



Слика 3.13



Слика 3.14

Када у услов носивости уврстимо познате вредности добијамо израз у функцији момента савијања $M_{Ed,x}$ и смичуће силе V_{Ed} .

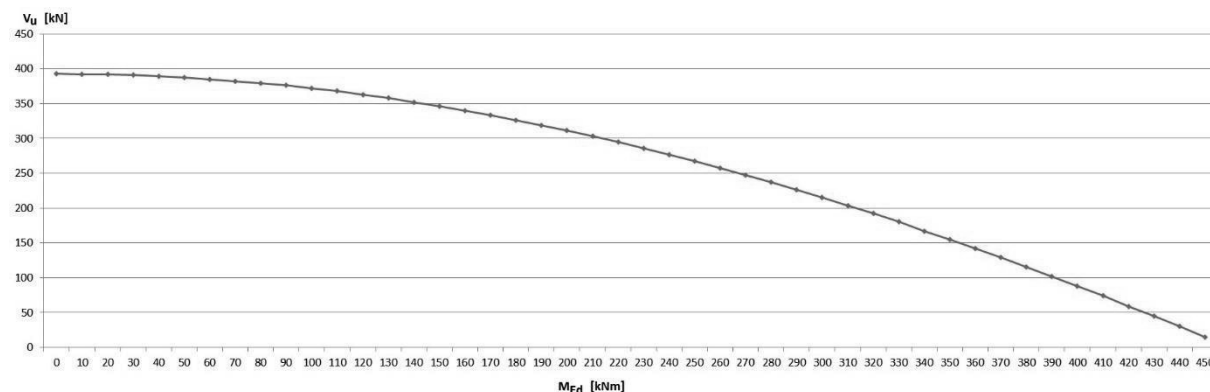
Број елемената на којима се налазе можданици и број можданика у зони С која обухвата зону унутар $1,125d$ од ивице стуба износи:

$$m_c = 13$$

$$n_c = 2$$

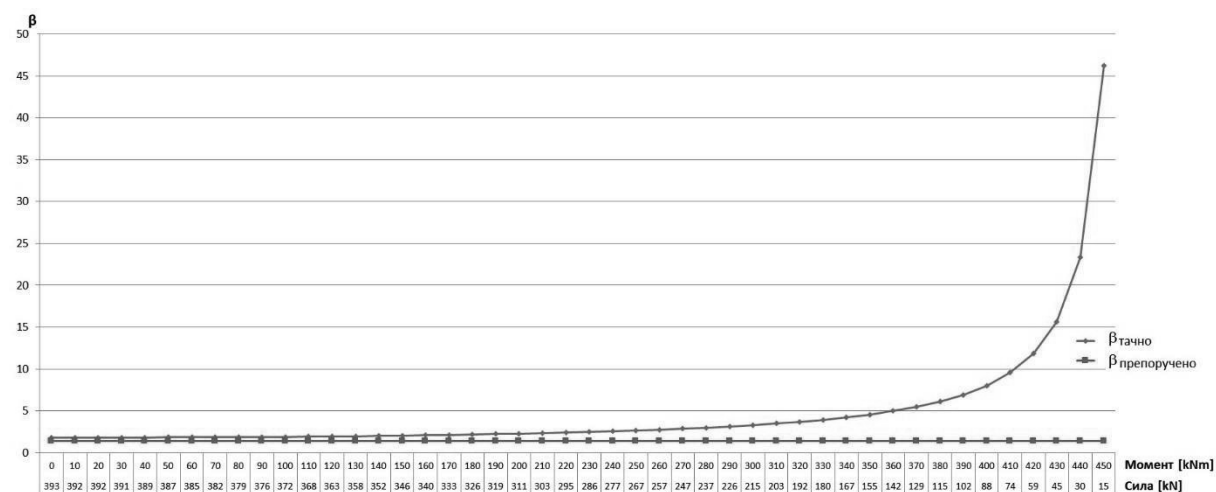
Парцијални коефицијент сигурности за челик је $\gamma_s = 1,15$, а пречник тела можданика $d_A = 10 \text{ mm}$.

Могуће комбинације V_{Ed} и $M_{Ed,x}$ дате су дијаграмом 22. V_{Ed} је изражена у kN, а M_{Ed} у kNm.



Дијаграм 22 Комбинације утицаја V_{Ed} и $M_{Ed,x}$

Коефицијент β којим се узима у обзир ексцентричност оптерећења приказан је дијаграмом 23 у зависности од вредности утицаја у пресеку и упоређен је са препорученом вредности $\beta=1,4$.



Дијаграм 23 Тачна и препоручена вредност коефицијента β којим се узима у обзир ексцентричност оптерећења

Сила у пресеку на $2d$ од ивице стуба биће приказана дијаграмом 24 за оне комбинације оптерећења које задовољавају услов $\beta \geq 1,1$. На дијаграму 24 приказане су још вредности максималне носивости плоче на смицање $V_{Rd,max}$, носивост можданика $V_{Rd,sy}$ и носивост бетона $V_{Rd,c}$.

Носивост бетона одређујемо помоћу формуле:

$$v_{Rd,c} = C_{Rd,c} \cdot k \cdot (100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck})^{\frac{1}{3}}$$

- У овом случају је $C_{Rk,c} = 0,18$. Следи да је:

$$C_{Rd,c} = \frac{C_{Rk,c}}{\gamma_c} = \frac{0,18}{1,5} = 0,12$$

- Коефицијент k зависи од статичке висине плоче и одређује се на следећи начин:

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \leq 2$$

Следи да је $k=2$

- Средња вредност процента армирања у два правца усвојена је да износи 2%.

Када се ове вредности врате у израз за носивост бетона, добија се:

$$v_{Rd,c} = 1,03 \text{ MPa} > v_{min} = \frac{0,0525}{\gamma_c} \cdot k^{\frac{3}{2}} \cdot f_{ck}^{\frac{1}{2}} = 0,63 \text{ MPa}$$

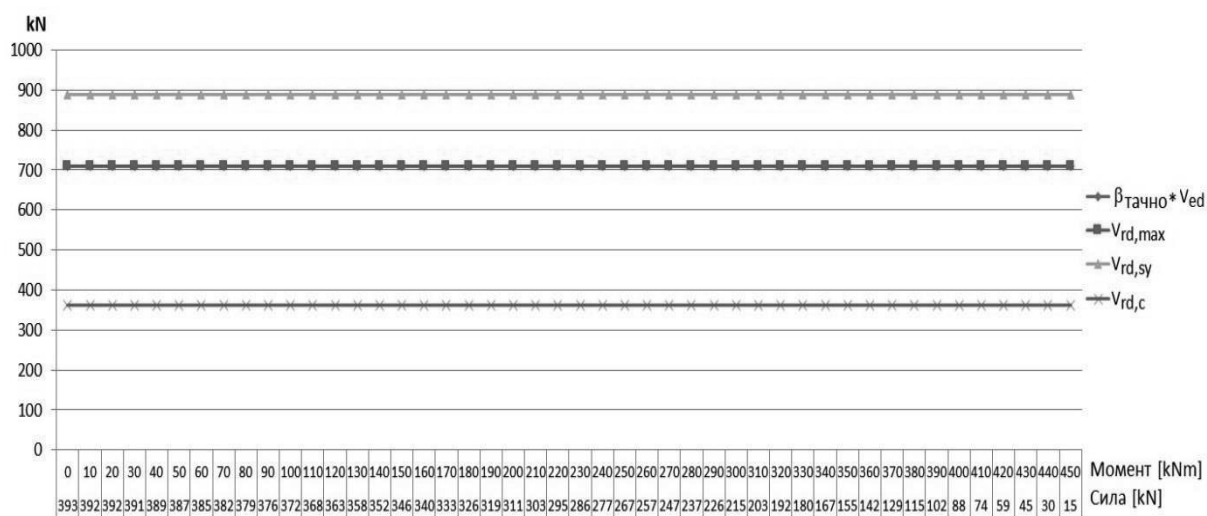
Како би се добила носивост у kN, потребно је напон помножити статичком висином и дужином критичног пресека:

$$V_{Rd,c} = 361,6 \text{ kN}$$

Максимална носивост плоче на смицање одређује се када се носивост бетона помножи фактором $k_{max} = 1,96$:

$$V_{Rd,max} = 708,7 \text{ kN} \geq \beta \cdot V_{Ed}$$

Носивост можданика је одређена и износи $V_{Rd,sy} = 887,8 \text{ kN}$.



Дијаграм 24 Приказ прорачунске вредности силе V_{Ed} , максималне носивости $V_{Rd,max}$, носивости можданика $V_{Rd,sy}$ као и носивости бетона $v_{Rd,c}$ у пресеку $2d$ од ивице стуба за различите комбинације утицаја

Сада је потребно извршити контролу критичног пресека ван зоне ојачане можданицима, на $1,5d$ од последњег реда можданика, приказаног сликом 3.15.

Прво се мора одредити нова, редукована, вредност коефицијента β :

$$\beta_{red} = k_{\beta} \cdot \beta \geq 1,1$$

$$k_{\beta} = \frac{1}{1,2 + \frac{\beta \cdot l_s}{20 \cdot d}}$$

Усвојена и потребна дужина критичног пресека приказане су дијаграмом 25 за различите комбинације утицаја, а усвојено и потребно растојање последњег реда можданика од ивице стуба ($l_{s,req}$ и $l_{s,prov}$ респективно, $l_s = l_{s,prov}$) дијаграмом 26.

Потребно растојање последњег реда можданика зависи од прорачунске вредности смичуће силе и одређује се једначином:

$$l_{s,req} = \frac{u_{out,req} \cdot 3 \cdot a}{\pi} - 1,5 \cdot d$$

где је потребна дужина критичног пресека $u_{out,req}$ дата изразом:

$$u_{out,req} = \frac{\beta_{red} \cdot V_{Ed}}{v_{Rd,c} \cdot d}$$

Усвојене вредности растојања последњег реда можданика и дужине критичног пресека износе:

$$l_{s,prov} = s_0 + (n - 1) \cdot s_1 = 6,5 + 8 \cdot 7,5 = 66,5 \text{ cm}$$

$$u_{out,prov} = 3 \cdot a + \pi \cdot (l_{s,prov} + 1,5 \cdot d) = 120 + 90,4 \cdot \pi = 403,8 \text{ cm}$$

Из приказаног на дијаграмима 25 и 26 следи да су оба услова задовољена:

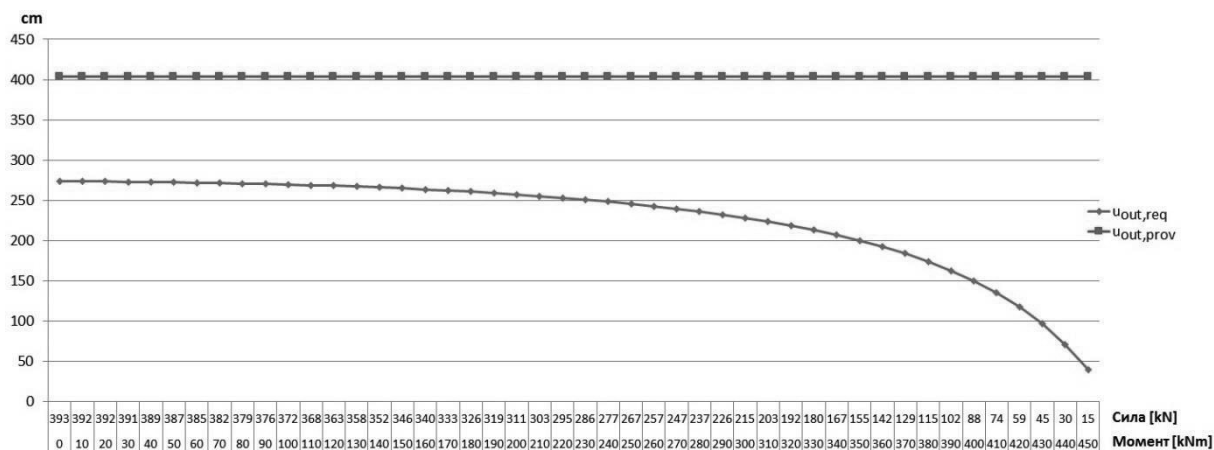
$$l_{s,prov} > l_{s,req}$$

$$u_{out,prov} > u_{out,req}$$

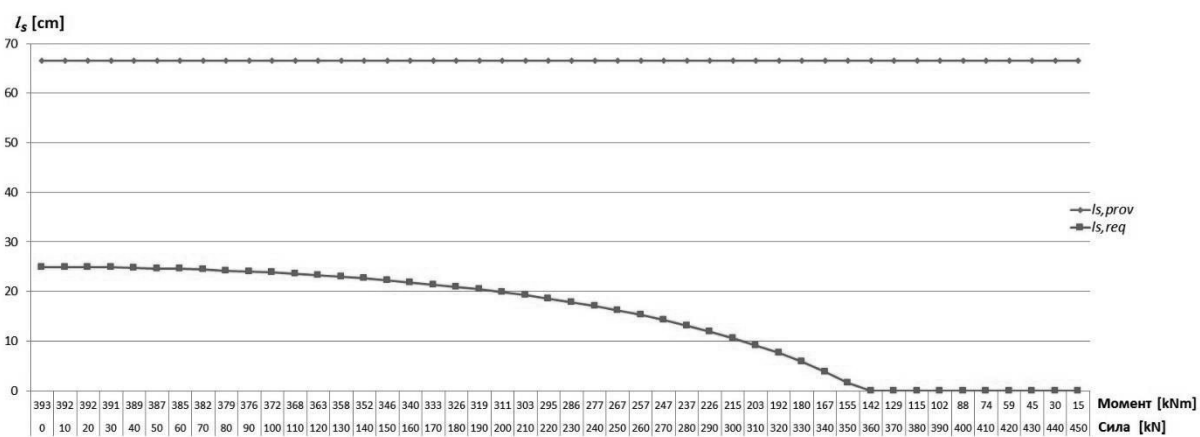
Носивост пресека и прорачунска сила смицања у критичном пресеку изван зоне ојачања приказани су дијаграмом 27.



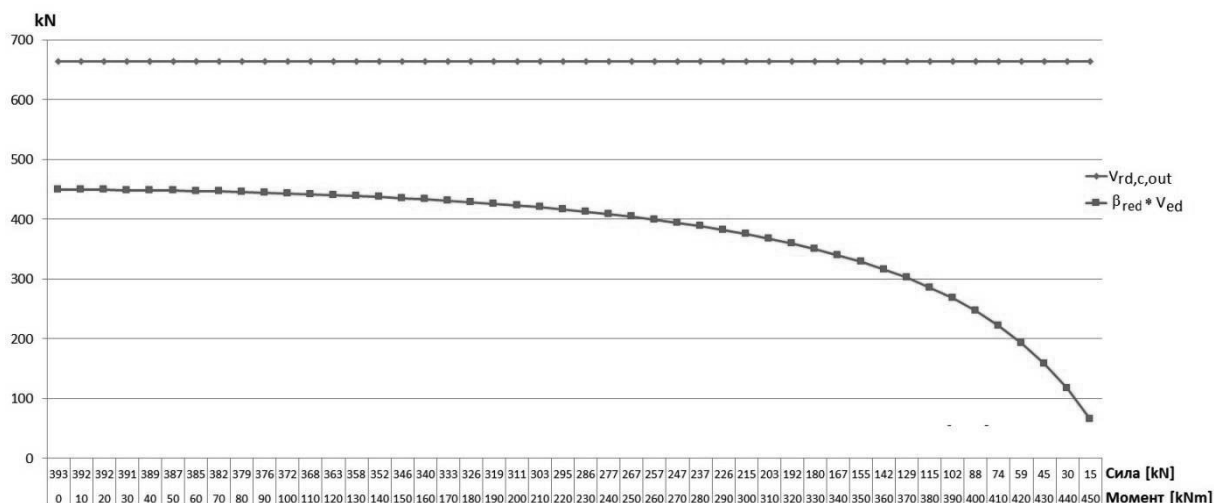
Слика 3.15



Дијаграм 25 Дужина критичног пресека ван зоне осигуране можданицима за различите комбинације утицаја



Дијаграм 26 Растојање последњег реда можданика од ивице стуба за различите комбинације утицаја



Дијаграм 27 Носивост плоче и прорачунска вредност силе смицања у критичном пресеку на 1,5d од последњег реда можданика

3.1.3.3 SIA 262 (2013)

Посматрамо плочу дебљине 20 cm ослоњену на стуб квадратног попречног пресека димензија 40x40 cm. Растојање између стубова једнако је у оба правца и износи 6 m.

Усвојен је бетон чврстоће 40 МПа, чврстоћа на граници течења челика за можданике од 500 МПа и арматура за савијање пречника 16 mm. Величина највећег зрна агрегата у бетону D_{max} је 32 mm. Све димензије и ознаке потребне за прорачун дате су сликом 3.16. Плоча је осигурана једнаким бројем можданика као и у претходна два примера. Распоред елемената исти је као у примеру ЕТА 13/0151. Дакле плоча је осигурана са 13 комплетних елемената на којима се налази по 9 можданика пречника 10 mm. Први ред можданика је на растојању $s_0 = 65$ mm, а преостали можданици узимани су на константном растојању $s = 75$ mm.

Статичка висина:

$$d_v = h - c_t - d_b = 20 - 2,5 - 1,6 = 15,9 \text{ cm}$$

Дужина критичног пресека u биће једнака:

$$u = 3 \cdot a + \pi \cdot 0,5 \cdot d = 145 \text{ cm}$$

Могуће комбинације утицаја које ће довести до граничних вредности напона одређују се из услова носивости у критичном пресеку $0,5d$ од ивице стуба који је приказан сликом 3.17. Овај услов дат је следећом једначином:

$$V_d \leq V_{Rd} = V_{Rd,c} + V_{Rd,s}$$

Потребно је да носивост плоче осигуране можданицима буде већа од прорачунске вредности смичуће силе V_d , која се одређује изразом:

$$V_d = \frac{R_d - \Delta V}{k_e}$$

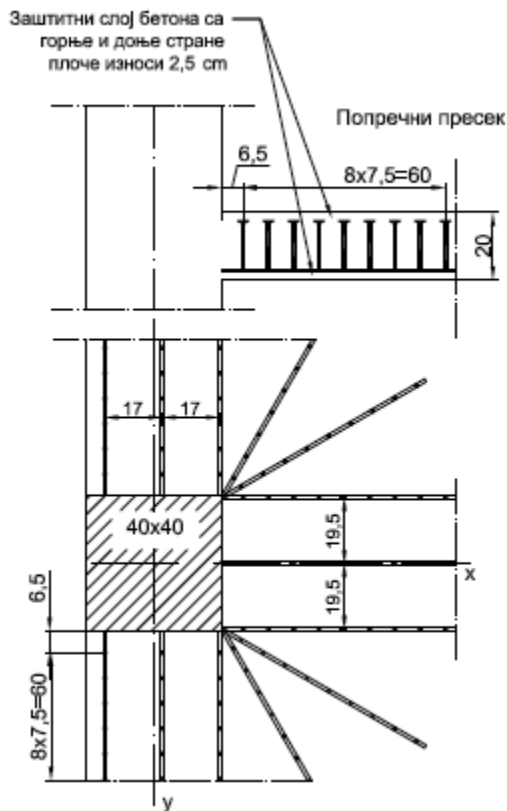
У овој једначини ΔV је занемарено и не узима се у обзир оптерећење које редукује силу. Коефицијент редукације критичног пресека k_e се према препоруци за ивични стуб може узети да има вредност 0,7 али ће у овом примеру вредност коефицијента бити одређена тачним поступком:

$$k_e = \frac{1}{1 + \frac{e_u}{b}}$$

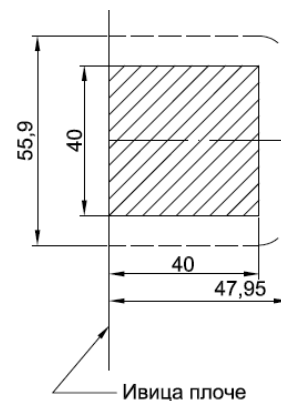
Вредност b одговара пречнику круга са истом површином као и зона унутар критичног пресека:

$$b = 2 \cdot \sqrt{\frac{0,5 \cdot \pi \cdot (0,5 \cdot d_v)^2 + a \cdot (a + d) + a \cdot 0,5 \cdot d}{\pi}} = 58,1 \text{ cm}$$

За овај случај ивичног стуба растојање између тежишта критичног пресека и нападне тачке ослоначке силе одређује се на следећи начин:



Слика 3.16



Слика 3.17

$$e_u = \left| \frac{M_d}{R_d} - \Delta e \right|$$

Прорачунска вредност момента савијања M_d добија се као векторски збир момената око x и y осе:

$$M_d = \sqrt{M_{d,x}^2 + M_{d,y}^2}$$

У овом примеру усваја се да је момент око y осе у тежишту ослонца једнак $M_{d,y} = 0$.

Растојање између тежишта стуба и тежишта критичног пресека износи:

$$\Delta e = \Delta e_x = 12 \text{ cm}$$

Носивост бетона без смичуће арматуре $V_{Rd,c}$ одређује се следећом једначином:

$$V_{Rd,c} = k_r \cdot \tau_{cd} \cdot d_v \cdot u$$

Прорачунска вредност граничног смичућег напона бетона чврстоће на притисак од 40 МПа износи:

$$\tau_{cd} = 1,25 \text{ МПа}$$

Коефицијент којим се узима у обзир димензија плоче, њена ротација и максимално зрно агрегата k_r рачуна се следећим изразом:

$$k_r = \frac{1}{0,45 + 0,18 \cdot \psi \cdot d_v \cdot k_g} \leq 2$$

Следи да је неопходно прво одредити коефицијент који узима у обзир величину највећег зрна агрегата и вредност обртања плоче ψ :

$$k_g = \max \left\{ \frac{48}{16 + D_{max}}, \frac{48}{16 + 32} \right\} = 1$$

$$\psi = 1,5 \cdot \frac{r_s}{d_v} \cdot \frac{f_{sd}}{E_s} \cdot \left(\frac{m_{sd}}{m_{Rd}} \right)^{\frac{3}{2}}$$

где су:

$$r_s = 0,22 \cdot l = 0,22 \cdot 6 = 1,32 \text{ m}$$

$$f_{sd} = \frac{f_{sk}}{\gamma_s} = \frac{500}{1,15} = 435 \text{ МПа}$$

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = \frac{40}{1,5} = 26,7 \text{ МПа}$$

$$E_s = 200 \text{ GPa}$$

$$m_{Rd} = \rho \cdot d^2 \cdot f_{sd} \cdot \left(1 - \frac{\rho \cdot f_{sd}}{2 \cdot f_{cd}} \right) = 0,02 \cdot 15,9^2 \cdot 43,5 \cdot \left(1 - \frac{0,02 \cdot 435}{2 \cdot 26,67} \right) = 184 \text{ kN}$$

$$m_{sd,x} = V_d \cdot \left(\frac{1}{8} + \frac{M_{d,x} - R_d \cdot \Delta e_x}{b_s} \right)$$

$$m_{sd,y} = V_d \cdot \left(\frac{1}{8} + \frac{M_{d,y} - R_d \cdot \Delta e_y}{2 \cdot b_s} \right) \geq \frac{V_d}{4}$$

$$b_s = 1,5 \cdot 0,22 \cdot l = 1,98 \text{ m}$$

$$b_{sx} = 3 \cdot a = 1,2 \text{ m}, \text{ меродавно}$$

$$b_{sy} = \frac{b_s}{2} + \frac{a}{2} = 1,2 \text{ m} , \text{ меродавно}$$

Носивост арматуре за смицање одређује се једначином:

$$V_{Rd,s} = \sum A_{sw} \cdot k_e \cdot \sigma_{sd} \cdot \sin \beta$$

где су:

$$\sum A_{sw} = m_c \cdot n_c \cdot \frac{\phi_{sw}^2 \cdot \pi}{4} = 13 \cdot 2 \cdot \frac{1^2 \cdot \pi}{4} = 20,4 \text{ cm}^2$$

$$\sigma_{sd} = \frac{E_s \cdot \psi}{6} \cdot \left(1 + \frac{f_{bd}}{f_{sd}} \cdot \frac{d_v}{\phi_{sw}} \right) \leq f_{sd}$$

$$f_{bd} = 3,7 \text{ МПа}$$

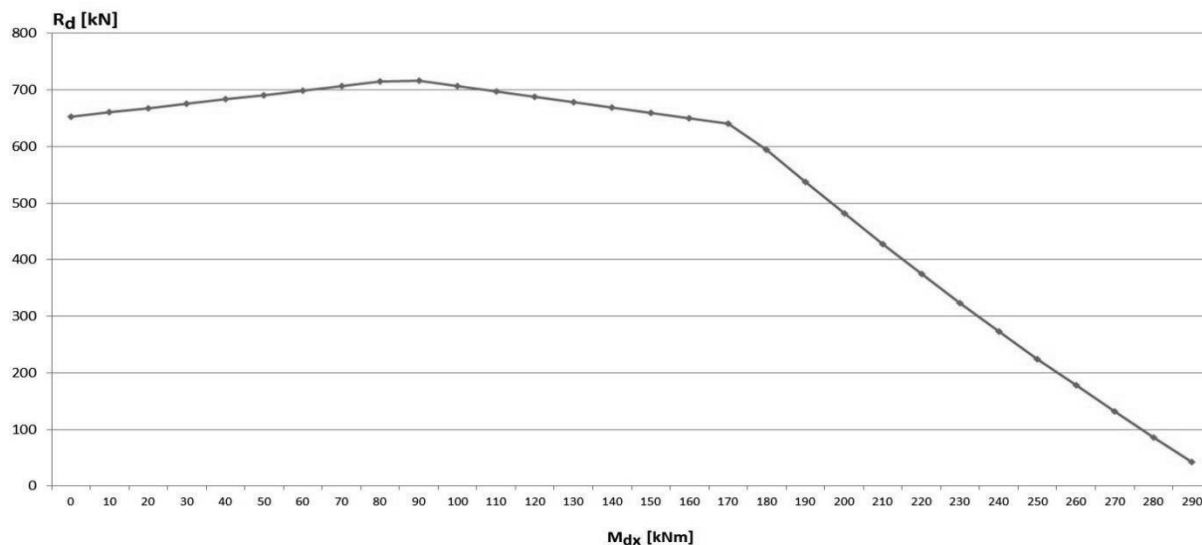
$$f_{sd} = 435 \text{ МПа}$$

Када се све ове вредности унесу у услов који је потребно да задовољи прорачунска вредност смичуће силе, следи да је израз искључиво функција силе у стубу R_d и момента савијања M_d .

Максимална носивост бетона на пробијање рачуна једначином:

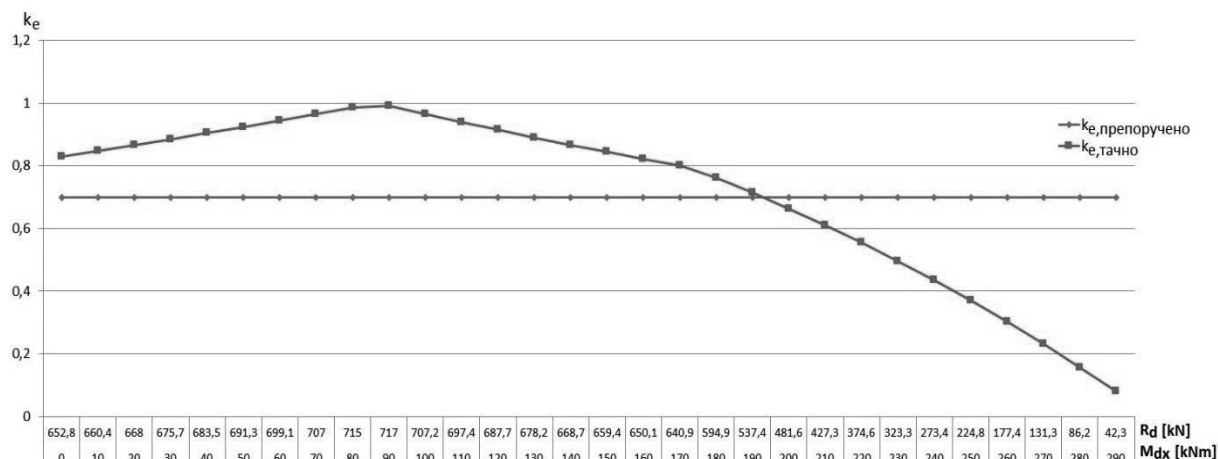
$$V_{Rd,c,max} = 3 \cdot k_r \cdot \tau_{cd} \cdot d_v \cdot u \leq 3,5 \cdot \tau_{cd} \cdot d_v \cdot u$$

Могуће комбинације утицаја R_d и M_{dx} дате су дијаграмом 28. R_d је дато у kN, а M_{dx} у kNm.



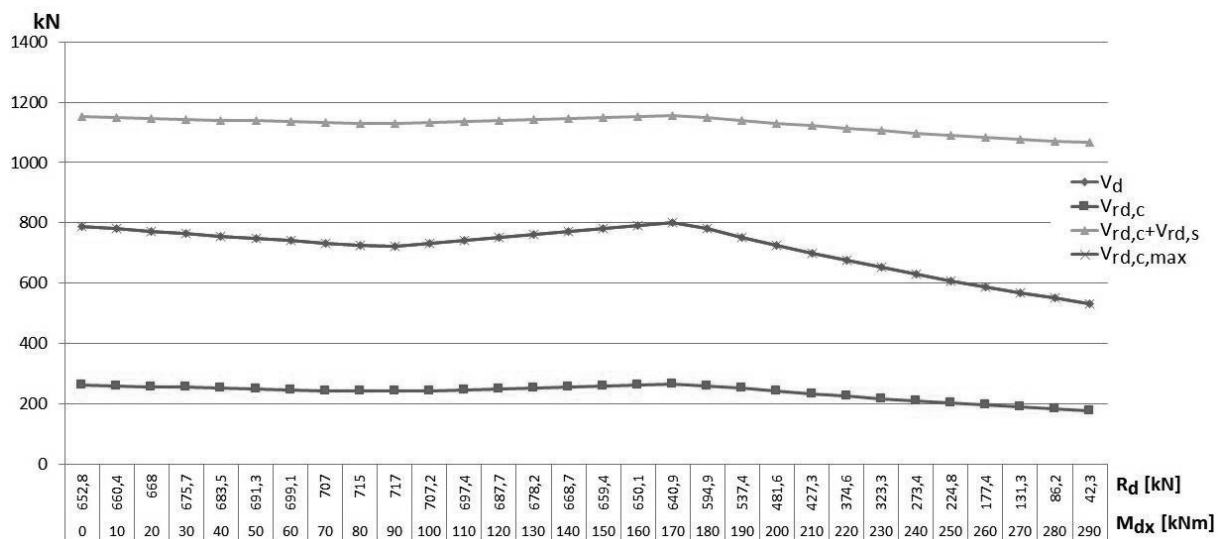
Дијаграм 28 Комбинације утицаја R_d и M_{dx}

Коефицијент редукције критичног пресека k_e приказан је дијаграмом 29 у зависности од вредности утицаја у пресеку и упоређен је са препорученом вредности $k_e = 0,7$.



Дијаграм 29 Тачна и препоручена вредност коефицијента редуције критичног пресека

Прорачунска вредност силе на пресеку $0,5d$ од ивице стуба приказана је дијаграмом 30 за различите вредности силе у стубу R_d и момента савијања M_{dx} . На истом дијаграму приказани су носивост бетона без смичуће арматуре, максимална носивост плоче на пробијање као и збирна носивост бетона и смичуће арматуре.



Дијаграм 30 Прорачунска вредност силе у пресеку и носивост за различите комбинације утицаја R_d и M_{dx}

Из дијаграма 30 следи да је прорачунска вредност смичуће силе условљена максималном носивошћу плоче на пробијање.

Сада је потребно извршити контролу критичног пресека ван зоне ојачане можданицима, на $0,5d$ од последњег реда можданика.

Потребно је одредити ново растојање између тежишта критичног пресека и тежишта ослонца у складу са сликом 3.18:

$$\Delta e = \Delta e_x = 55,2 \text{ cm}$$

Како би се одредила нова вредност коефицијента k_e потребно је израчунати вредност пречника круга чија површина одговара површини унутар критичног пресека:

$$b = 2 \cdot \sqrt{\frac{(2 \cdot R + a) \cdot a + R \cdot a + 0,5 \cdot R^2 \cdot \pi}{\pi}} = 156,5 \text{ cm}$$

где је R растојање између ивице стуба и критичног пресека на $0,5d$ од последњег реда можданика и износи:

$$R = 74,5 \text{ cm}$$

Са новом вредношћу ексцентрицитета силе у стубу потребно је одредити и нове вредности обртања плоче ψ , као и коефицијента k_r .

Усвојена и потребна дужина критичног пресека приказане су дијаграмом 31 за различите комбинације утицаја, а усвојено и потребно растојање последњег реда можданика од ивице стуба дијаграмом 32.

Потребно растојање последњег реда можданика зависи од прорачунске вредности смичуће силе и одређује се једначином:

$$l_{s,req} = \frac{u_{out,req} - 3 \cdot a}{\pi} - 0,5 \cdot d$$

где је потребна дужина критичног пресека $u_{out,req}$ дата изразом:

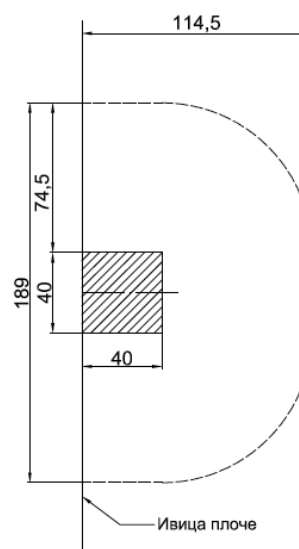
$$u_{out,req} = \frac{V_d}{k_r \cdot \tau_{cd} \cdot d_v}$$

Усвојене вредности растојања последњег реда можданика и дужине критичног пресека износе:

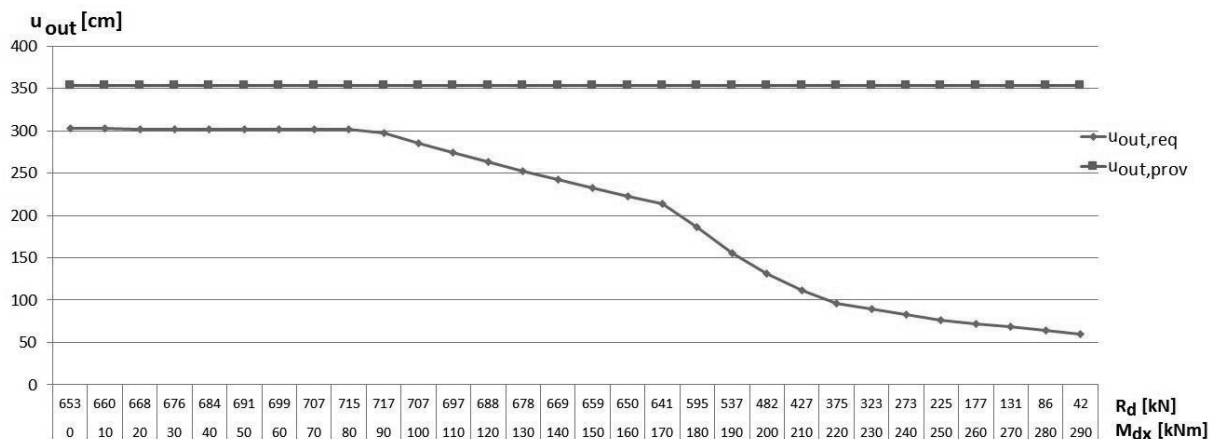
$$l_{s,prov} = s_0 + (n - 1) \cdot s_1 = 6,5 + 8 \cdot 7,5 = 66,5 \text{ cm}$$

$$u_{out,prov} = 3 \cdot a + \pi \cdot (l_{s,prov} + 0,5 \cdot d) = 120 + 74,5 \cdot \pi = 353,9 \text{ cm}$$

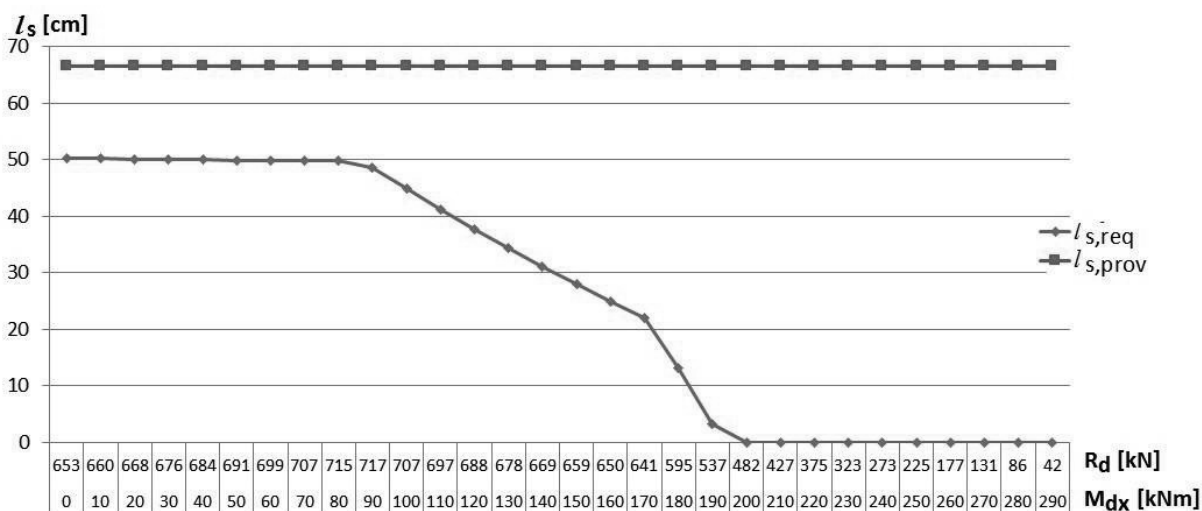
Из приказаног на дијаграмима 31 и 32 следи да је носивост пресека ван зоне ојачане можданицима већа од прорачунске вредности силе у критичном пресеку. Ово се потврђује дијаграмом 33 на коме се виде прорачунска вредност силе у пресеку као и носивост плоче ван зоне ојачања за различите комбинације утицаја:



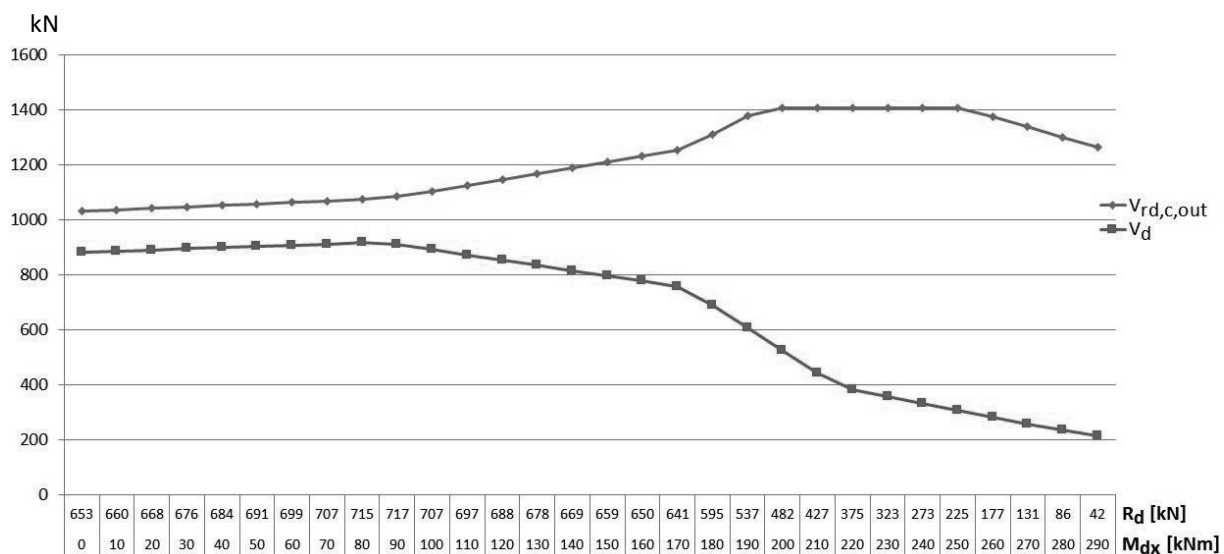
Слика 3.18



Дијаграм 31 Дужина критичног пресека ван зоне осигуране можданицима за различите комбинације утицаја



Дијаграм 32 Растојање последњег реда можданика од ивице стуба за различите комбинације утицаја



Дијаграм 33 Прорачунска вредност силе и носивост у пресеку на 0,5d од последњег реда можданика за различите комбинације утицаја

3.1.4 Угаони стуб

3.1.4.1 ACI 318-11

Посматрамо плочу дебљине 20 cm ослоњену на стуб квадратног попречног пресека димензија 40x40 cm. Усвојен је бетон чврстоће 40 MPa, чрстоћа на граници течења челика за можданике од 400 MPa и арматура за савијање пречника 16 mm. Све ознаке дате су сликом 3.19. Као што се може видети плоча је осигурана са 6 елемената на којима се налази по 7 можданика пречника 10 mm. Први ред је на растојању $s_0 = 65$ mm од ивице стуба, а преостали можданици узимани су на међусобном константном растојању $s = 75$ mm.

Статичка висина:

$$d = h - c_t - d_b = 20 - 2,5 - 1,6 = 15,9 \text{ cm}$$

Дужина критичног пресека b_0 биће једнака:

$$b_0 = a + b + d = 40 + 40 + 15,9 = 95,9 \text{ cm}$$

Могуће комбинације утицаја које ће довести до граничних вредности напона одређују се из услова носивости у критичном пресеку на $d/2$ од ивице стуба који је приказан сликом 3.20. Овај услов дат је следећом једначином:

$$\frac{v_u}{\phi} \leq v_c + v_s$$

где је:

$$v_u = \frac{V_u}{A_c} + \frac{\gamma_{vx} \cdot M_{ux} \cdot \gamma}{J_x} + \frac{\gamma_{vy} \cdot M_{uy} \cdot x}{J_y}$$

Због непоклапања тежишта критичног пресека и тежишта ослонца у x и y правцу, потребно је узети у обзир допринос силе смицања моменту савијања. Неуравнотежени моменти у тежишту критичног пресека биће изражени помоћу неуравнотежених момената $M_{u0\bar{x}}$ и $M_{u0\bar{y}}$ у тежишту ослонца:

$$M_{u\bar{x}} = M_{u0\bar{x}} + V_u \cdot \bar{y}_0$$

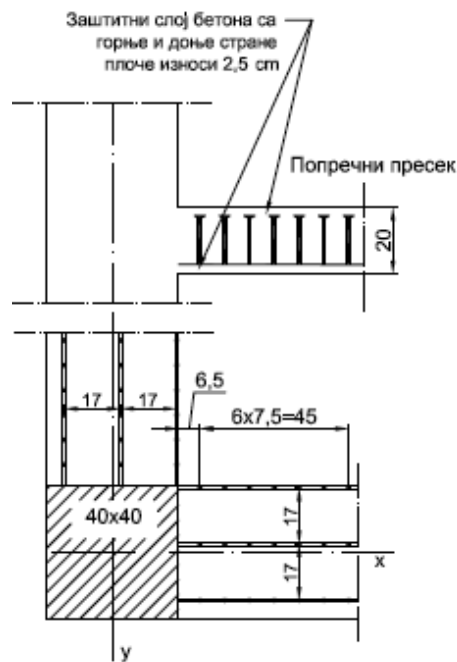
$$M_{u\bar{y}} = M_{u0\bar{y}} + V_u \cdot \bar{x}_0$$

Положај тежишта ослонца у односу на тежиште критичног пресека износи:

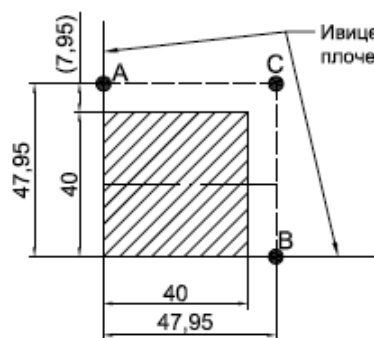
$$\bar{x}_0 = -16 \text{ cm}$$

$$\bar{y}_0 = -16 \text{ cm}$$

Моменти у новом координатном систему рачунају се на следећи начин:



Слика 3.19



Слика 3.20

$$M_{ux} = M_{u\bar{x}} \cdot \cos 45^\circ - M_{u\bar{y}} \cdot \sin 45^\circ$$

$$M_{uy} = M_{u\bar{x}} \cdot \sin 45^\circ + M_{u\bar{y}} \cdot \cos 45^\circ$$

Карактеристике попречног пресека које се јављају у услову носивости срачунате су за нови координатни систем изразима:

$$A_c = d \cdot \Sigma l = 15,9 \cdot 95,9 = 1524,8 \text{ cm}^2$$

$$l_x = \left(a + \frac{d}{2}\right) \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 33,9 \text{ cm}$$

$$l_y = \left(a + \frac{d}{2}\right) \cdot \sqrt{2} = 67,8 \text{ cm}$$

$$J_x = d \cdot \Sigma \left[\frac{l}{3} \cdot (y_i^2 + y_i \cdot y_j + y_j^2) \right] = 584308 \text{ cm}^4$$

$$J_y = d \cdot \Sigma \left[\frac{l}{3} \cdot (x_i^2 + x_i \cdot x_j + x_j^2) \right] = 146077 \text{ cm}^4$$

$$\gamma_{vx} = 0,4$$

$$\gamma_{vy} = 1 - \frac{1}{1 + \frac{2}{3} \cdot \sqrt{\frac{l_x}{l_y} - 0,2}} = 0,27$$

Напон v_u се одређује у три тачке са координатама А (-17 cm; 33,9 cm), В (-17 cm; -33,91 cm) и С (16,95 cm; 0 cm). У овом примеру прорачуна угаоног стуба усвојено је да је момент савијања изнад ослонца око осе у једнак $M_{u0\bar{y}} = -0,5M_{u0\bar{x}}$, тј. однос $\frac{M_{u0\bar{y}}}{M_{u0\bar{x}}} = -0,5$. Када се у израз за напон уврсте срачунате вредности следи да он зависи од силе смицања V_u и момента савијања $M_{u0\bar{x}}$.

Смичућа носивост која потиче од бетона у овом случају износи:

$$v_c = \frac{\sqrt{f'_c}}{4} = 1,58 \text{ MPa}$$

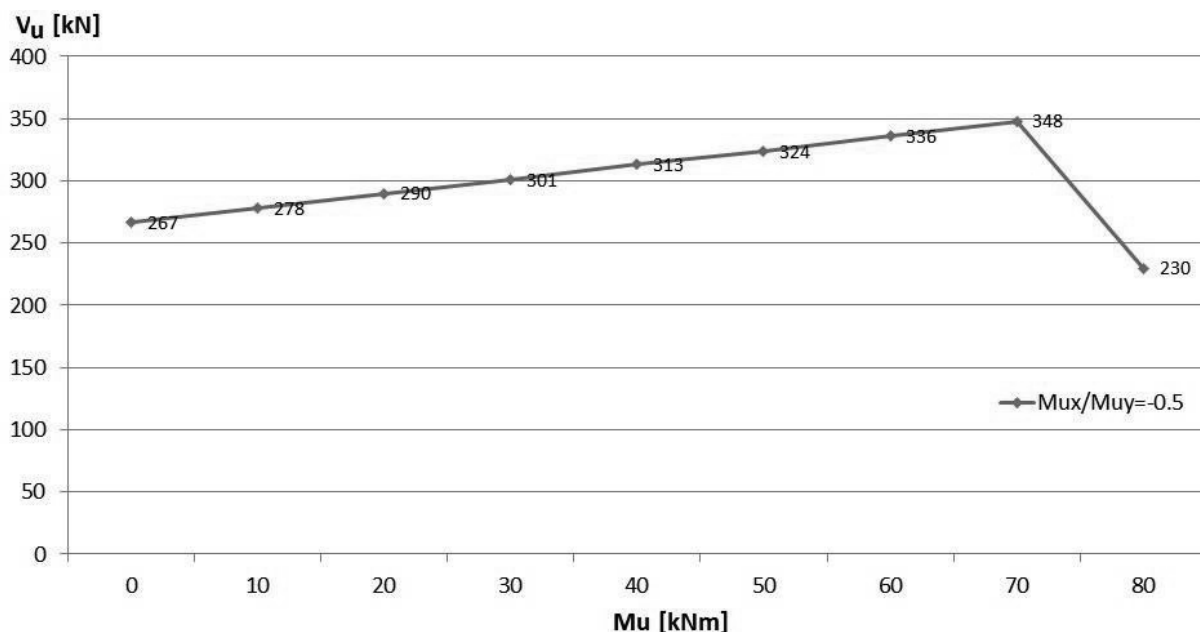
Носивост арматуре у овом пресеку, v_s , одређује се на основу задатог распореда можданика, њиховог броја и чврстоће на граници течења:

$$A_v = 6 \cdot \frac{d^2 \cdot \pi}{4} = 6 \cdot \frac{1,0^2 \cdot \pi}{4} = 4,7 \text{ cm}^2$$

$$f_{yt} = 400 \text{ MPa}$$

$$v_s = \frac{A_v \cdot f_{yt}}{b_0 \cdot s} = \frac{4,7 \cdot 400}{95,9 \cdot 7,5} = 2,62 \text{ MPa} > \frac{\sqrt{f'_c}}{6} = 1,05 \text{ MPa}$$

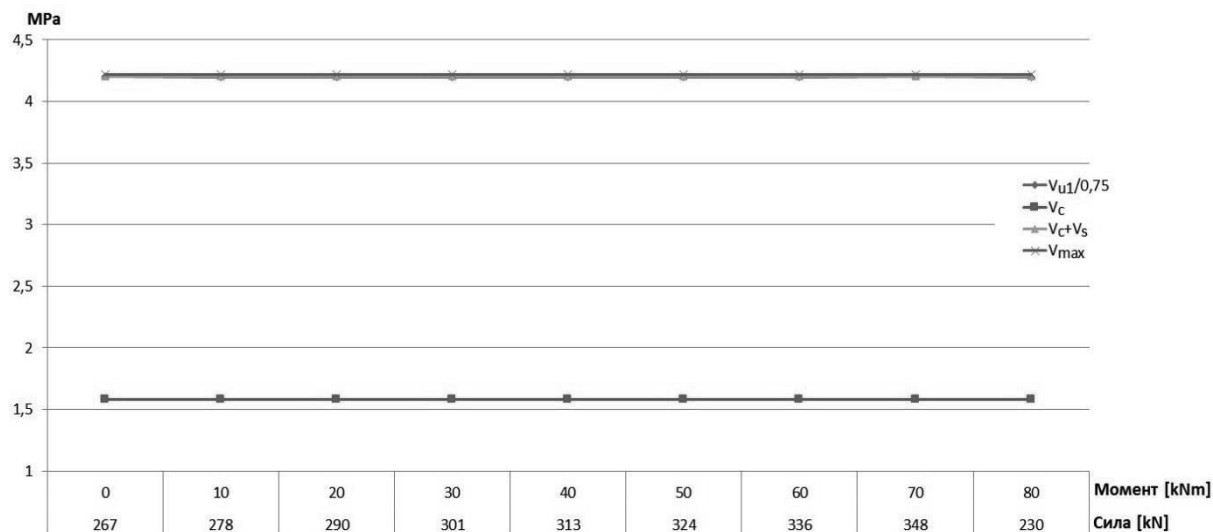
Када срачунате вредности вратимо у постављени услов добија се израз из кога се одређују могуће комбинације V_u и $M_{u0\bar{x}}$ које су приказане дијаграмом 34.



Дијаграм 34 Комбинације силе у стубу V_u и момента савијања M_{u0x}

За ове вредности утицаја биће извршена контрола носивости у пресеку $d/2$ од ивице стуба и на $d/2$ од последњег реда можданика.

Номинални напон смицања у пресеку $d/2$ од ивице стуба за наведене комбинације утицаја приказан је дијаграмом 35 заједно са вредностима напона $v_c + v_s$ и максималном носивошћу.



Дијаграм 35 Напон v_u у пресеку $d/2$ од ивице стуба

На дијаграму се може видети да вредност напона у критичном пресеку премашује вредност од $0,5\phi\sqrt{f'_c} = 2,37$ МПа, што значи да усвојени размак можданика од 7,5 cm задовољава услов $s \leq 0,5d$.

Сада је потребно проверити напон у пресеку $d/2$ од последњег реда можданика. Како би се то учинило неопходно је одредити карактеристике новог критичног пресека. Сви потребни подаци за прорачун дати су сликом 3.21:

Дужина новог критичног пресека

$$b_0 = 166 \text{ cm}$$

Површина критичног пресека ван зоне ојачања

$$A_c = 15,9 \cdot 166 = 2639,5 \text{ cm}^2$$

Положај тежишта новог критичног пресека у односу на тежиште ослонца износи:

$$\bar{x}_0 = -45,7 \text{ cm}$$

$$\bar{y}_0 = -45,7 \text{ cm}$$

Пројекција страна критичног пресека на x и y осу:

$$l_x = (a + 0,5 \cdot d \cdot \tan 22,5^\circ) / \sqrt{2} = 30,6 \text{ cm}$$

$$l_y = [a + s_0 + (n - 1) \cdot s + 0,5 \cdot d] \cdot \sqrt{2} = 140,6 \text{ cm}$$

Део момента који се преноси смицањем

$$\gamma_{vx} = 0,4$$

$$\gamma_{vy} = 1 - \frac{1}{1 + \frac{2}{3} \cdot \sqrt{\frac{30,6}{140,6}} - 0,2} = 0,08$$

Својство критичног пресека аналогно поларном моменту инерције срачунава се у складу са већ наведеном формулом и вредностима датим сликом 3.21.

$$J_x = 4938170 \text{ cm}^4$$

$$J_y = 261830 \text{ cm}^4$$

Посматрамо тачке са координатама:

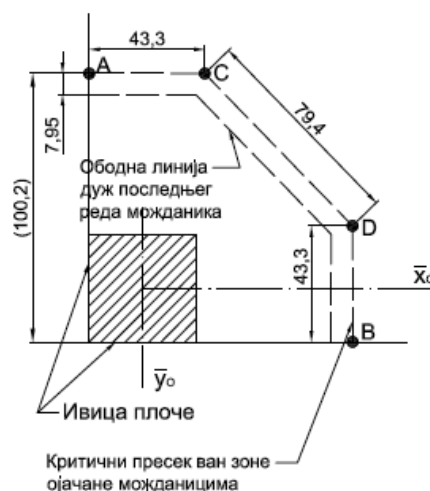
$$A_1(-22,6 \text{ cm}; 70,3 \text{ cm}),$$

$$B_1(-22,6 \text{ cm}; -70,3 \text{ cm}),$$

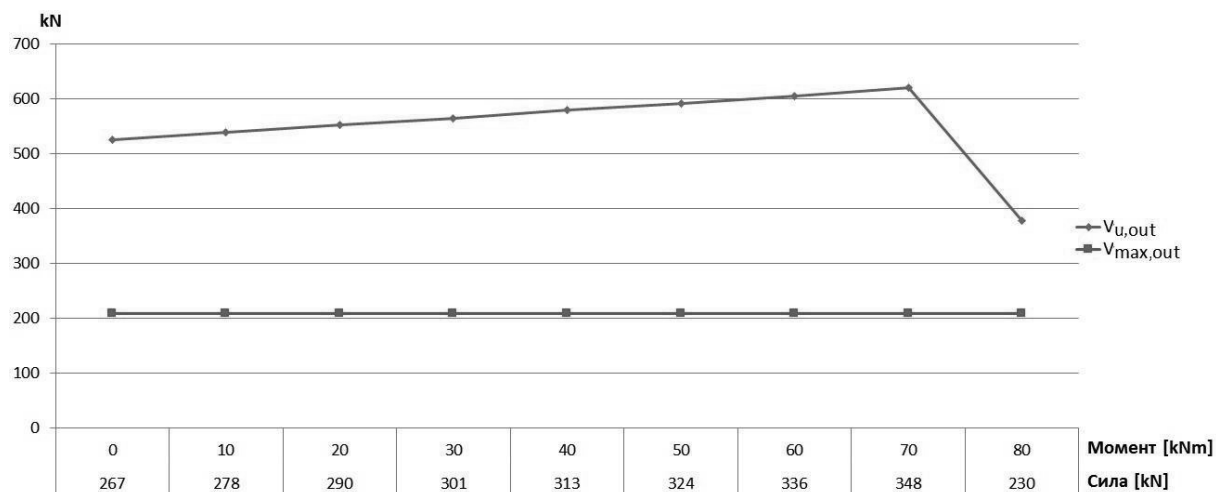
$$C_1(8,0 \text{ cm}; 39,7 \text{ cm}) \text{ и}$$

$$D_1(8,0 \text{ cm}; -39,7 \text{ cm})$$

Вредности напона за наведене комбинације утицаја дате су дијаграмом 36. Напон у новом критичном пресеку не сме бити већи од $\frac{1}{6} \cdot \sqrt{f'_c}$.



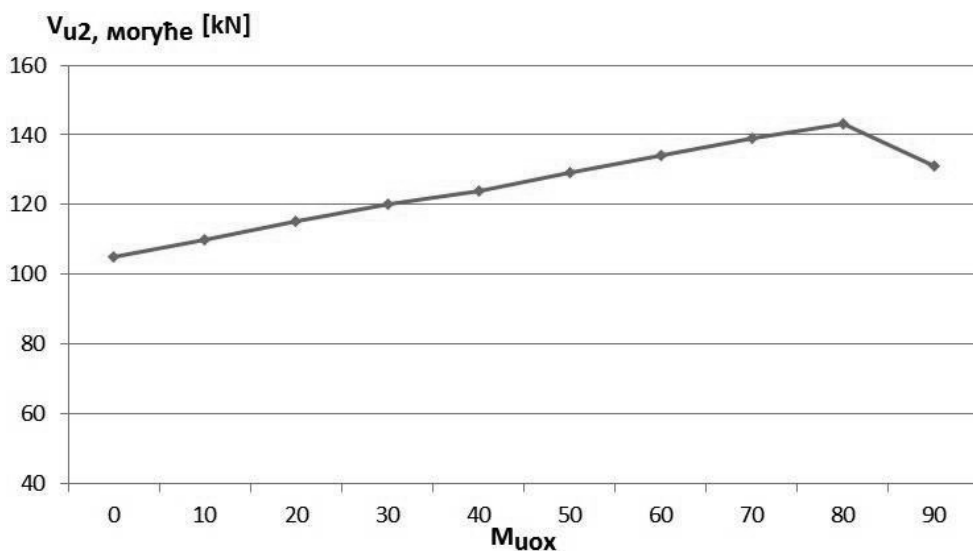
Слика 3.21



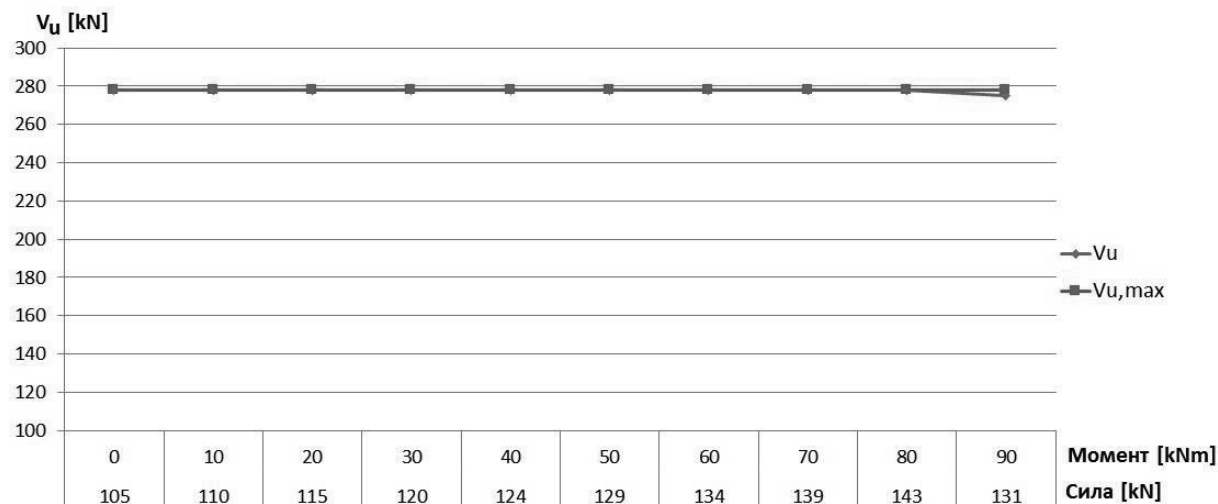
Дијаграм 36 Вредности сила у пресеку $d/2$ од последњег реда можданика за различите комбинације утицаја

Као што се на дијаграму 36 може видети, све комбинације утицаја изазивају напон у критичном пресеку који премашује граничну вредност. Из овога следи да са усвојеним бројем можданика није могуће пренети смичући напон на плочу ван зоне ојачања. Усвајање већег броја можданика не би помогло, јер би се тиме додатно померило тежиште критичног пресека од тежишта ослонца чиме би се додатно повећао напон у критичном пресеку.

На дијаграму 37 приказане су комбинације утицаја које задовољавају услов носивости, а на дијаграму 38 сила смицања у пресеку на $d/2$ од последњег реда можданика заједно са максималном допуштеном силом у том пресеку. Усвајају се исте вредности момената, али вредност силе зависиће од задовољења услова носивости. Ова решења нису тема рада и неће бити разматрана у наставку, дата су искључиво као допуна овом примеру.



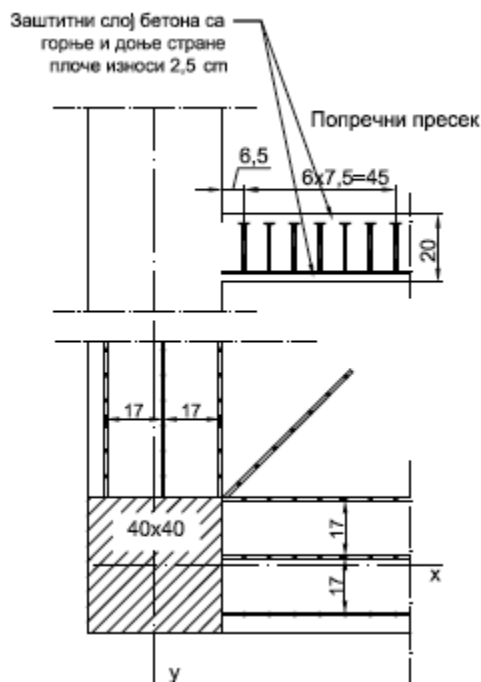
Дијаграм 37 Комбинације утицаја V_u и M_{u0x} које задовољавају и други услов носивости



Дијаграм 38 Сила у критичном пресеку на $d/2$ од последњег реда можданика за комбинације утицаја који задовољавају услов носивости и максимална допуштена вредност напона у том пресеку

3.1.4.2 ETA -13/0151

Посматрамо плочу дебљине 20 cm ослоњену на стуб квадратног попречног пресека димензија 40x40 cm. Усвојен је бетон чврстоће 40 MPa, чврстоћа на граници течења челика за можданике од 500 MPa и арматура за савијање пречника 16 mm. Све ознаке дате су сликом 3.22. Плоча је осигурана једнаким бројем можданика као и у примеру ACI 318-11, али је њихов распоред другачији услед различитих стандардом прописаних максималних растојања. Као што се може видети плоча је осигурана са 7 комплетних елемената на којима се налази по 6 можданика пречника 10 mm. Први ред можданика је на растојању $s_0 = 65$ mm, а преостали можданици узимани су на константном растојању $s = 75$ mm.



Слика 3.22

Статичка висина:

$$d = h - c_t - d_b = 20 - 2,5 - 1,6 = 15,9 \text{ cm}$$

Дужина критичног пресека u_1 биће једнака:

$$u_1 = 2 \cdot a + \pi \cdot d = 130 \text{ cm}$$

Могуће комбинације утицаја које ће довести до граничних вредности напона одређују се из услова носивости у критичном пресеку $2d$ од ивице стуба који је приказан сликом 3.23. Овај услов дат је следећом једначином:

$$\beta \cdot V_{Ed} \leq V_{Rd,sy} = m_c \cdot n_c \cdot \frac{d_A^2 \cdot \pi \cdot f_{yk}}{4 \cdot \gamma_s \cdot \eta}$$

Коефицијент β који у прорачун уводи ексцентричност оптерећења може се узети као 1,5 али ће у овом примеру бити одређен тачним поступком и затим у зависности од вредности момената савијања и смичуће силе извршиће се поређење са препорученом вредности. Тачан прорачун β дат је следећом једначином:

$$\beta = 1 + \sqrt{\left(k \cdot \frac{M_{Ed,\bar{x}} \cdot u_1}{V_{Ed} \cdot W_{1,y}}\right)^2 + \left(k \cdot \frac{M_{Ed,\bar{y}} \cdot u_1}{V_{Ed} \cdot W_{1,x}}\right)^2} \geq 1,1$$

У овом примеру прорачуна ивичног стуба усвојено је да однос момената савијања око x и y осе износи $M_{Ed,y}/M_{Ed,x} = -0,5$. Вредности момената у тежишту критичног пресека потребне за одређивање коефицијента β дате су следећим изразима:

$$M_{Ed,\bar{x}} = |M_{Ed,x} - V_{Ed} \cdot \Delta y_s|$$

$$M_{Ed,\bar{y}} = |M_{Ed,y} - V_{Ed} \cdot \Delta x_s|$$

Растојање тежишта критичног пресека од тежишних оса ослонца износи:

$$\Delta y_s = 31,4 \text{ cm}$$

$$\Delta x_s = 31,4 \text{ cm}$$

Остале вредности потребне за прорачун β дате су у наставку:

$$k=0,6$$

$$W_{1,x} = 2644,8 \text{ cm}^2$$

$$W_{1,y} = 2644,8 \text{ cm}^2$$

Када у услов носивости уврстимо познате вредности добијамо израз у функцији момента савијања $M_{Ed,x}$ и смичуће силе V_{Ed} .

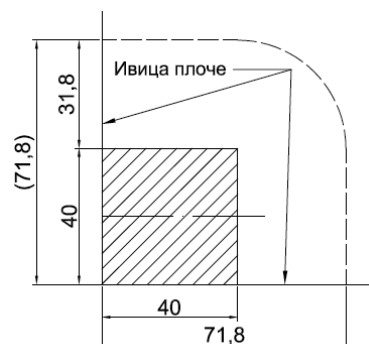
Број елемената на којима се налазе можданици и број можданика у зони С која обухвата зону унутар $1,125d$ од ивице стуба износи:

$$m_c = 7$$

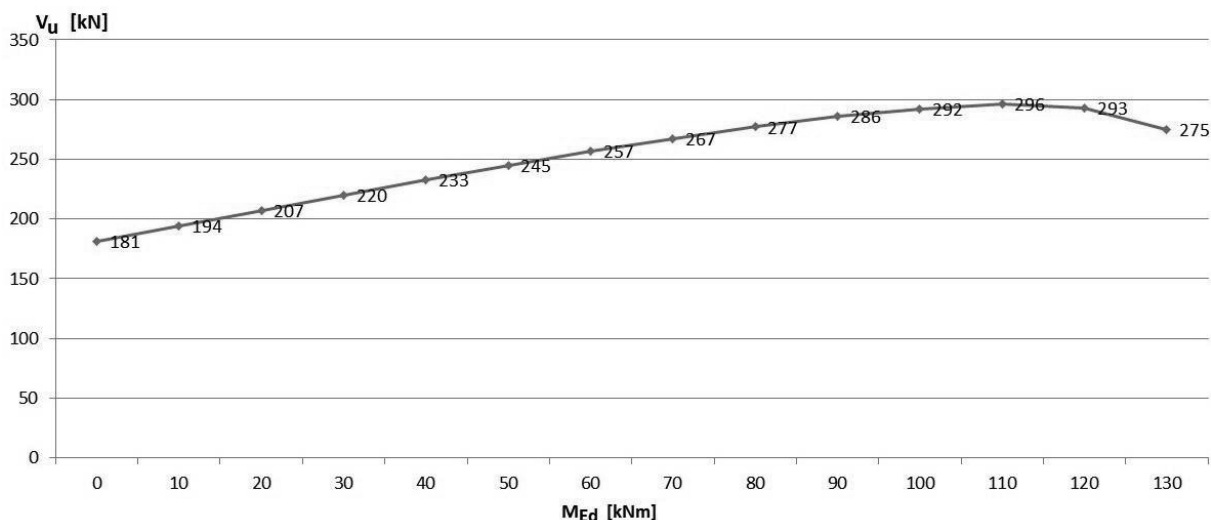
$$n_c = 2$$

Парцијални коефицијент сигурности за челик је $\gamma_s = 1,15$, а пречник тела можданика $d_A = 10 \text{ mm}$.

Могуће комбинације V_{Ed} и $M_{Ed,x}$ дате су дијаграмом 39. V_{Ed} је у kN , а M_{Ed} у kNm .

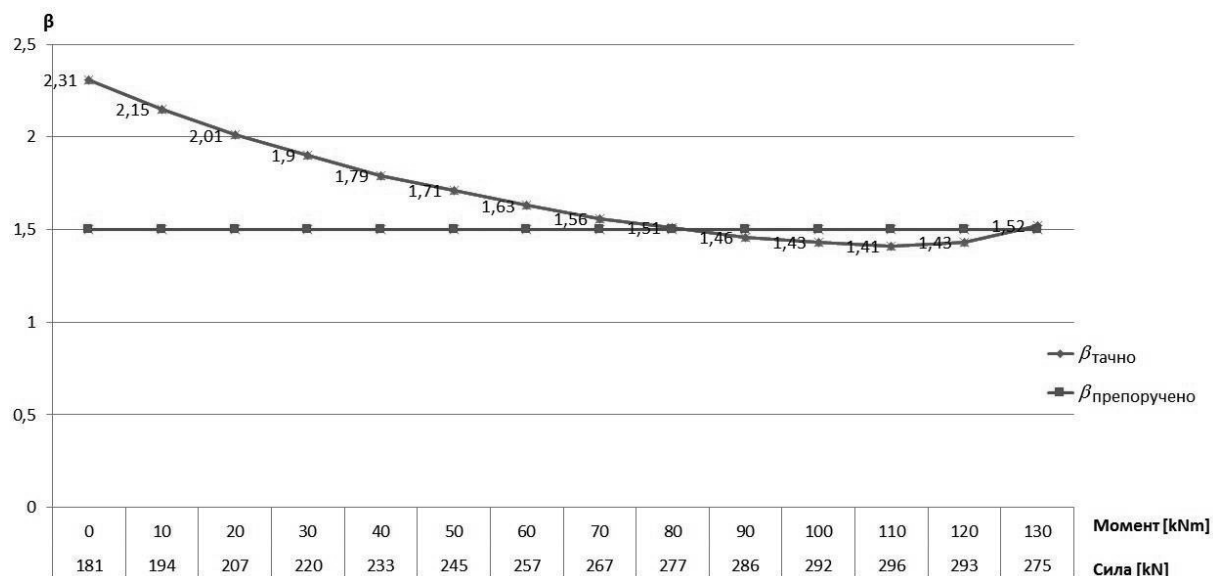


Слика 3.23



Дијаграм 39 Комбинације утицаја V_{Ed} и $M_{Ed,x}$ за однос момената $M_{Ed,y} / M_{Ed,x} = -0,5$

Коефицијент β којим се узима у обзир ексцентричност оптерећења приказан је дијаграмом 40 у зависности од вредности утицаја у пресеку и упоређен је са препорученом вредности $\beta=1,5$.



Дијаграм 40 Тачна и препоручена вредност коефицијента β којим се узима у обзир ексцентричност оптерећења

Сила у пресеку на $2d$ од ивице стуба биће приказана дијаграмом 41 за оне комбинације оптерећења које задовољавају $\beta \geq 1,1$. На дијаграму 41 приказане су још вредности максималне носивости плоче на смицање $V_{Rd,max}$ и носивост можданика $V_{Rd,sy}$.

Носивост бетона одређујемо помоћу формуле:

$$v_{Rd,c} = C_{Rd,c} \cdot k \cdot (100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck})^{\frac{1}{3}}$$

У овом случају је $C_{Rk,c}=0,18$. Следи да је:

$$C_{Rd,c} = \frac{C_{Rk,c}}{\gamma_c} = \frac{0,18}{1,5} = 0,12$$

Коефицијент k зависи од статичке висине плоче и одређује се на следећи начин:

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \leq 2$$

Следи да је $k=2$.

Средња вредност процента армирања у два правца усвојена је да износи 2%.

Када се ове вредности врате у израз за носивост бетона, добија се:

$$v_{Rd,c} = 1,03 \text{ MPa} > v_{min} = \frac{0,0525}{\gamma_c} \cdot k^2 \cdot f_{ck}^{\frac{1}{2}} = 0,63 \text{ MPa}$$

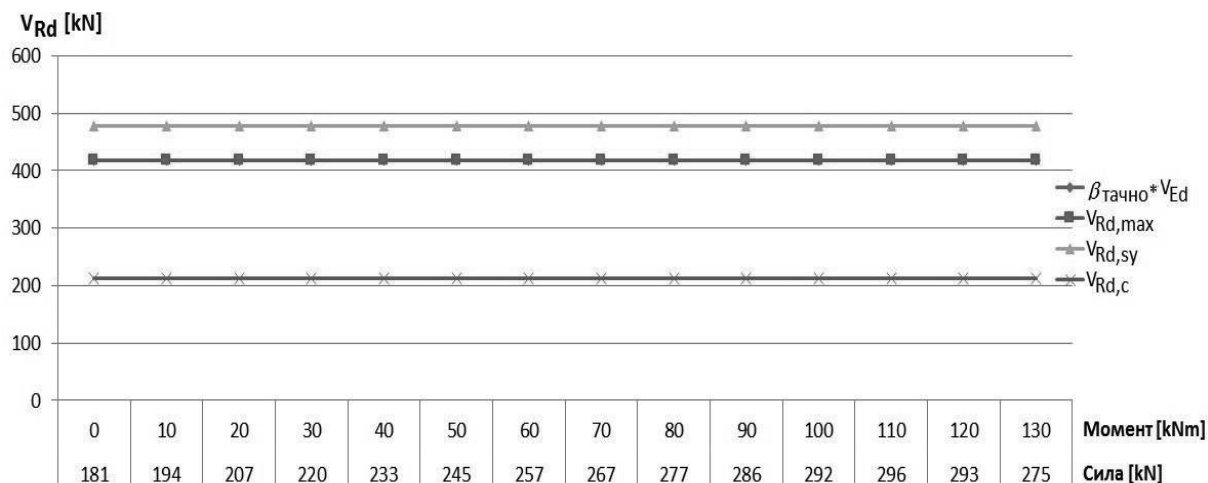
Како би се добила носивост у kN , потребно је напон помножити статичком висином и дужином критичног пресека:

$$V_{Rd,c} = 213,7 \text{ kN}$$

Максимална носивост плоче на смицање одређује се када се носивост бетона помножи фактором $k_{max}=1,96$:

$$V_{Rd,max} = 418,8 \text{ kN} \geq \beta \cdot V_{Ed}$$

Носивост можданика је одређена и износи $V_{Rd,sy} = 478,1 \text{ kN}$.



Дијаграм 41 Приказ прорачунске вредности силе βV_{Ed} , максималне носивости $V_{Rd,max}$, носивости можданика $V_{Rd,s}$ као и носивости бетона у пресеку $2d$ од ивице стуба за различите комбинације утицаја

Сада је потребно извршити контролу критичног пресека ван зоне ојачане можданицима, на $1,5d$ од последњег реда можданика, у складу са сликом 3.24.

Прво се мора одредити нова, редукована, вредност коефицијента β :

$$\beta_{red} = k_{\beta} \cdot \beta \geq 1,1$$

$$k_{\beta} = \frac{1}{1,2 + \frac{\beta \cdot l_s}{20 \cdot d}}$$

Усвојена и потребна дужина критичног пресека приказане су дијаграмом 42 за различите комбинације утицаја, а усвојено и потребно растојање последњег реда можданика од ивице стуба ($l_{s,req}$ и $l_{s,prov}$ респективно, $l_s = l_{s,prov}$) дијаграмом 43.

Потребно растојање последњег реда можданика зависи од прорачунске вредности смичуће силе и одређује се једначином:

$$l_{s,req} = \frac{u_{out,req} \cdot 3 \cdot a}{\pi} - 1,5 \cdot d$$

где је потребна дужина критичног пресека $u_{out,req}$ дата изразом:

$$u_{out,req} = \frac{\beta_{red} \cdot V_{Ed}}{v_{Rd,c} \cdot d}$$

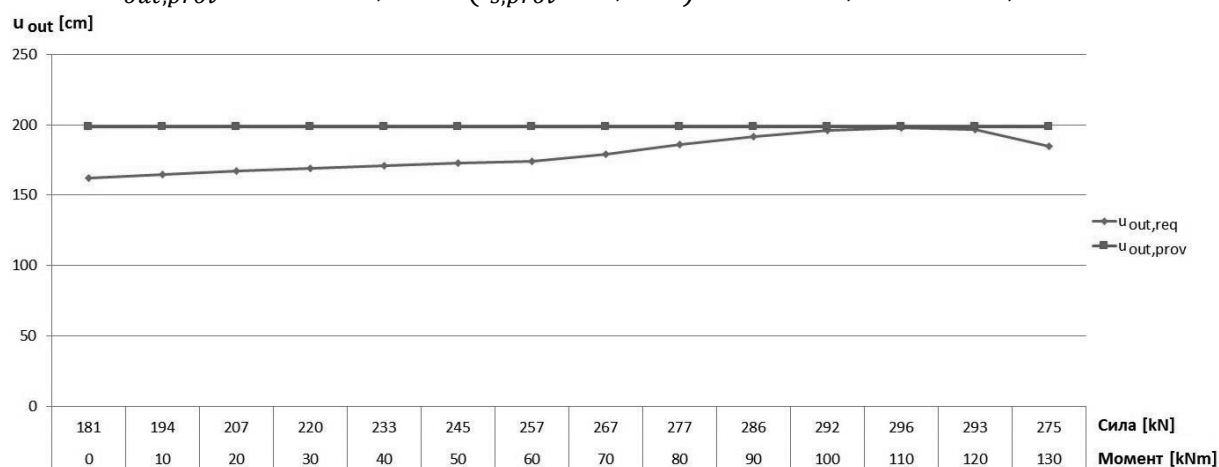
Усвојене вредности растојања последњег реда можданика и дужине критичног пресека износе:

$$l_{s,prov} = s_0 + (n - 1) \cdot s_1 = 6,5 + 6 \cdot 7,5 = 51,5 \text{ cm}$$

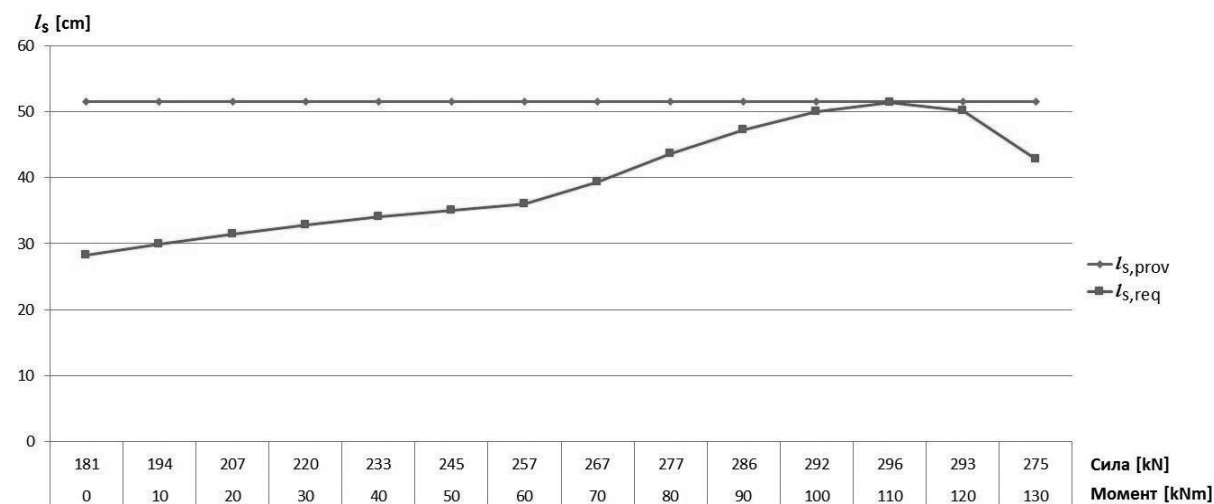
$$u_{out,prov} = 2 \cdot a + 0,5 \cdot \pi \cdot (l_{s,prov} + 1,5 \cdot d) = 80 + 37,7 \cdot \pi = 198,4 \text{ cm}$$



Слика 3.24



Дијаграм 42 Дужина критичног пресека ван зоне осигуране можданицима за различите комбинације утицаја



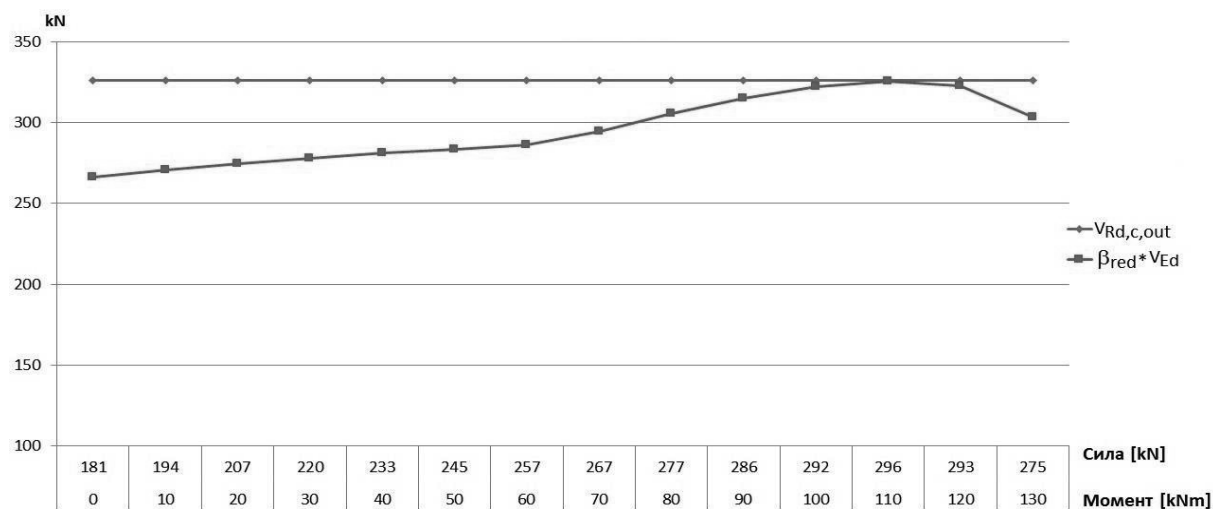
Дијаграм 43 Растојање последњег реда можданика од ивице стуба за различите комбинације утицаја

Из приказаног на дијаграмима 42 и 43 следи да су оба услова задовољена:

$$l_{s,prov} > l_{s,req}$$

$$u_{out,prov} > u_{out,req}$$

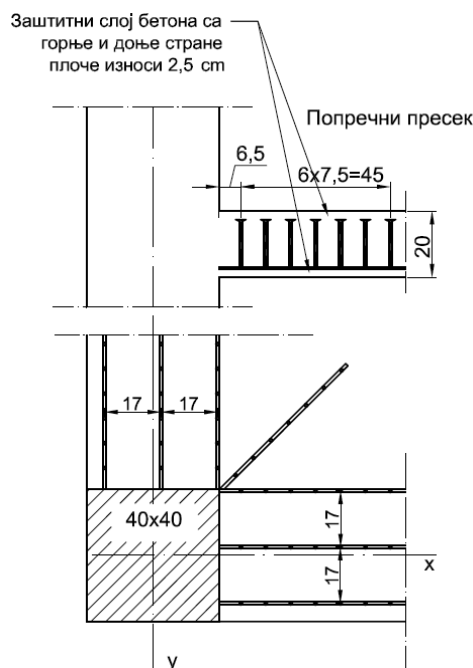
Носивост пресека и прорачунска сила смицања у критичном пресеку изван зоне ојачања приказани су дијаграмом 44.



Дијаграм 44 Носивост плоче и прорачунска вредност силе смицања у критичном пресеку на 1,5d од последњег реда можданика

3.1.4.3 SIA 262 (2013)

Посматрамо плочу дебљине 20 cm ослоњену на стуб квадратног попречног пресека димензија 40x40 cm. Растојање између стубова једнако је у оба правца и износи 6 m. Усвојен је бетон чврстоће 40 MPa, чврстоћа на граници течења челика за можданике од 500 MPa и арматура за савијање пречника 16 mm. Величина највећег зрна агрегата у бетону D_{max} је 32 mm. Све димензије и ознаке потребне за прорачун дате су сликом 3.25. Плоча је осигурана једнаким бројем можданика као и у претходна два примера. Распоред елемената исти је као у примеру ЕТА 13/0151. Дакле, плоча је осигурана са 7 комплетних елемената на којима се налази по 6 можданика пречника 10 mm. Први ред можданика је на растојању $s_0 = 65 mm$, а преостали можданици узимани су на једнаком растојању $s = 75 mm$.



Слика 3.25

Статичка висина:

$$d_v = h - c_t - d_b = 20 - 2,5 - 1,6 = 15,9 \text{ cm}$$

Дужина критичног пресека u биће једнака:

$$u = 2 \cdot a + \frac{\pi \cdot d}{4} = 92,5 \text{ cm}$$

Могуће комбинације утицаја које ће довести до граничних вредности напона одређују се из услова носивости у критичном пресеку $0,5d$ од ивице стуба који је приказан сликом 3.26. Овај услов дат је следећом једначином:

$$V_d \leq V_{Rd} = V_{Rd,c} + V_{Rd,s}$$

Потребно је да носивост плоче осигуране можданицима буде већа од прорачунске вредности смичуће силе V_d , која се одређује изразом:

$$V_d = \frac{R_d - \Delta V}{k_e}$$

У овој једначини ΔV је занемарено и не узима се у обзир оптерећење које редукује силу. Коефицијент редукације критичног пресека k_e се према препоруци за ивични стуб може узети да има вредност 0,65 али ће у овом примеру вредност коефицијента бити одређена тачним поступком:

$$k_e = \frac{1}{1 + \frac{e_u}{b}}$$

Вредност b одговара пречнику круга са истом површином као и зона унутар критичног пресека:

$$b = 2 \cdot \sqrt{\frac{\left(a + \frac{d}{2}\right) \cdot a + \frac{d}{2} \cdot a + \frac{d^2 \cdot \pi}{4}}{\pi}} = 53,9 \text{ cm}$$

За овај случај ивичног стуба растојање између тежишта критичног пресека и нападне тачке ослоначке силе одређује се на следећи начин:

$$e_u = \left| \frac{M_d}{R_d} - \Delta e \right|$$

Прорачунска вредност момента савијања M_d добија се као векторски збир момената око x и y осе:

$$M_d = \sqrt{M_{d,x}^2 + M_{d,y}^2}$$

У овом примеру усваја се да је момент око y осе у тежишту ослонца једнак:

$$M_{d,y} = -0,5 \cdot M_{d,x}$$

Растојање између тежишта стуба и тежишта критичног пресека износи:

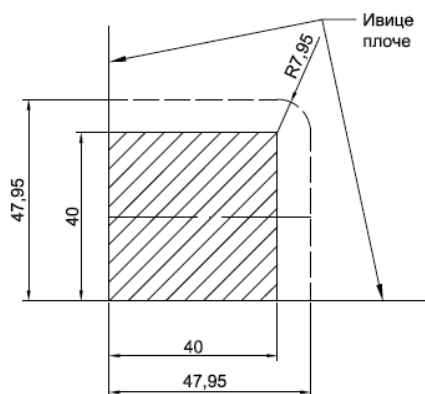
$$\Delta e_x = \Delta e_y = 15,5 \text{ cm}$$

$$\Delta e = \sqrt{\Delta e_x^2 + \Delta e_y^2} = 21,9 \text{ cm}$$

Носивост бетона без смичуће арматуре $V_{Rd,c}$ одређује се следећом једначином:

$$V_{Rd,c} = k_r \cdot \tau_{cd} \cdot d_v \cdot u$$

Прорачунска вредност граничног смичућег напона бетона чврстоће на притисак од 40 МПа износи:



Слика 3.26

$$\tau_{cd} = 1,25 \text{ МПа}$$

Коефицијент којим се узима у обзир димензија плоче, њена ротација и максимално зрно агрегата k_r рачуна се следећим изразом:

$$k_r = \frac{1}{0,45 + 0,18 \cdot \psi \cdot d_v \cdot k_g} \leq 2$$

Следи да је неопходно прво одредити коефицијент који узима у обзир величину највећег зрна агрегата и вредност обртања плоче ψ :

$$k_g = \max \left\{ \frac{48}{16 + D_{max}} = \frac{48}{16 + 32} = 1 \right.$$

$$\left. \psi = 1,5 \cdot \frac{r_s}{d_v} \cdot \frac{f_{sd}}{E_s} \cdot \left(\frac{m_{sd}}{m_{Rd}} \right)^{\frac{3}{2}} \right.$$

где су:

$$r_s = 0,22 \cdot l = 0,22 \cdot 6 = 1,32 \text{ m}$$

$$f_{sd} = \frac{f_{sk}}{\gamma_s} = \frac{500}{1,15} = 435 \text{ МПа}$$

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = \frac{40}{1,5} = 26,7 \text{ МПа}$$

$$E_s = 200 \text{ GPa}$$

$$m_{Rd} = \rho \cdot d^2 \cdot f_{sd} \cdot \left(1 - \frac{\rho \cdot f_{sd}}{2 \cdot f_{cd}} \right) = 0,02 \cdot 15,9^2 \cdot 43,5 \cdot \left(1 - \frac{0,02 \cdot 435}{2 \cdot 26,67} \right) = 184 \text{ kN}$$

$$m_{sd,x} = R_d \cdot \left(\frac{1}{8} + \frac{|M_{d,x} - R_d \cdot \Delta e_x|}{\min(b_s; b_{sx})} \right) \geq \frac{R_d}{2}$$

$$m_{sd,y} = R_d \cdot \left(\frac{1}{8} + \frac{|M_{d,y} - R_d \cdot \Delta e_y|}{\min(b_s; b_{sy})} \right) \geq \frac{R_d}{2}$$

$$b_s = 1,5 \cdot 0,22 \cdot l = 1,98 \text{ m}$$

$$b_{sx} = 2 \cdot a = 0,8 \text{ m, меродавно}$$

$$b_{sy} = 2 \cdot a = 0,8 \text{ m, меродавно}$$

Носивост арматуре за смицање одређује се једначином:

$$V_{Rd,s} = \sum A_{sw} \cdot k_e \cdot \sigma_{sd} \cdot \sin \beta$$

где су:

$$\sum A_{sw} = m_c \cdot n_c \cdot \frac{\phi_{sw}^2 \cdot \pi}{4} = 7 \cdot 2 \cdot \frac{1^2 \cdot \pi}{4} = 11 \text{ cm}^2$$

$$\sigma_{sd} = \frac{E_s \cdot \psi}{6} \cdot \left(1 + \frac{f_{bd}}{f_{sd}} \cdot \frac{d_v}{\phi_{sw}} \right) \leq f_{sd}$$

$$f_{bd} = 3,7 \text{ МПа}$$

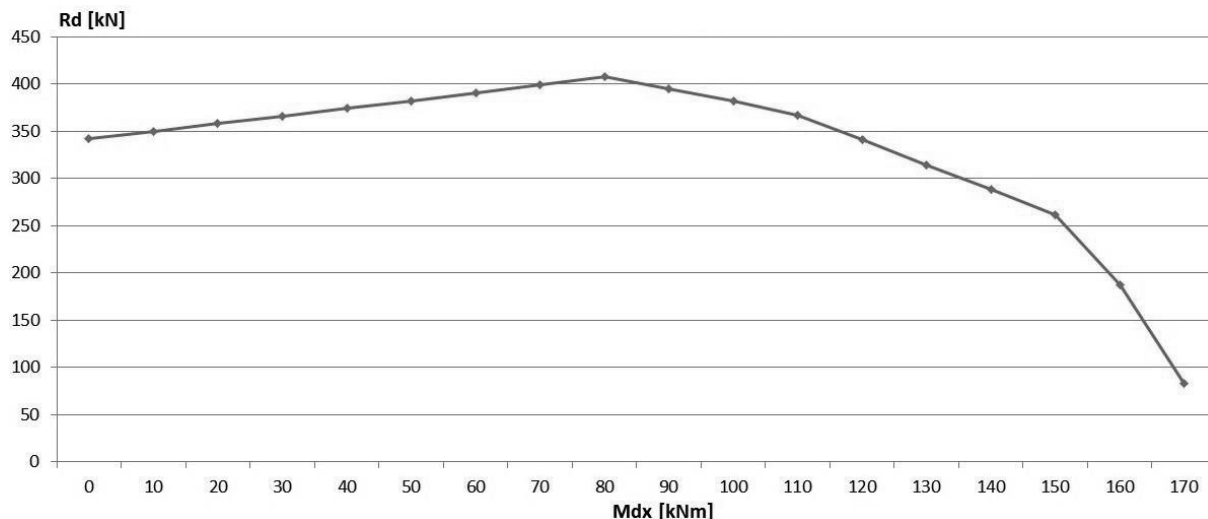
$$f_{sd} = 435 \text{ МПа}$$

Када се све ове вредности унесу у услов који је потребно да задовољи прорачунска вредност смичуће силе, следи да је израз искључиво функција силе у стубу R_d и момента савијања M_d .

Максимална носивост бетона на пробијање се рачуна једначином:

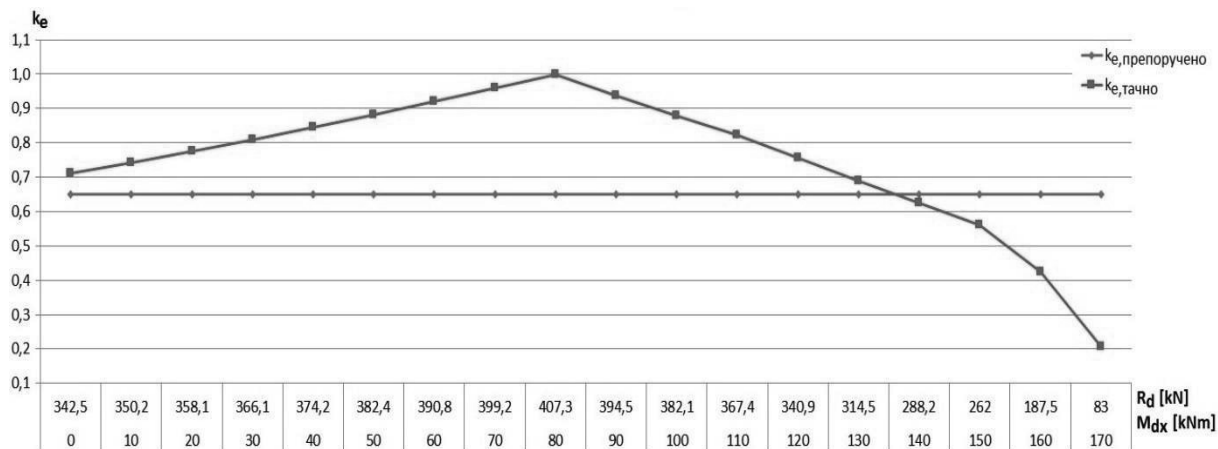
$$V_{Rd,c,max} = 3 \cdot k_r \cdot \tau_{cd} \cdot d_v \cdot u \leq 3,5 \cdot \tau_{cd} \cdot d_v \cdot u$$

Могуће комбинације утицаја R_d и M_{dx} дате су дијаграмом 45. R_d је дато у kN, а M_{dx} у kNm.



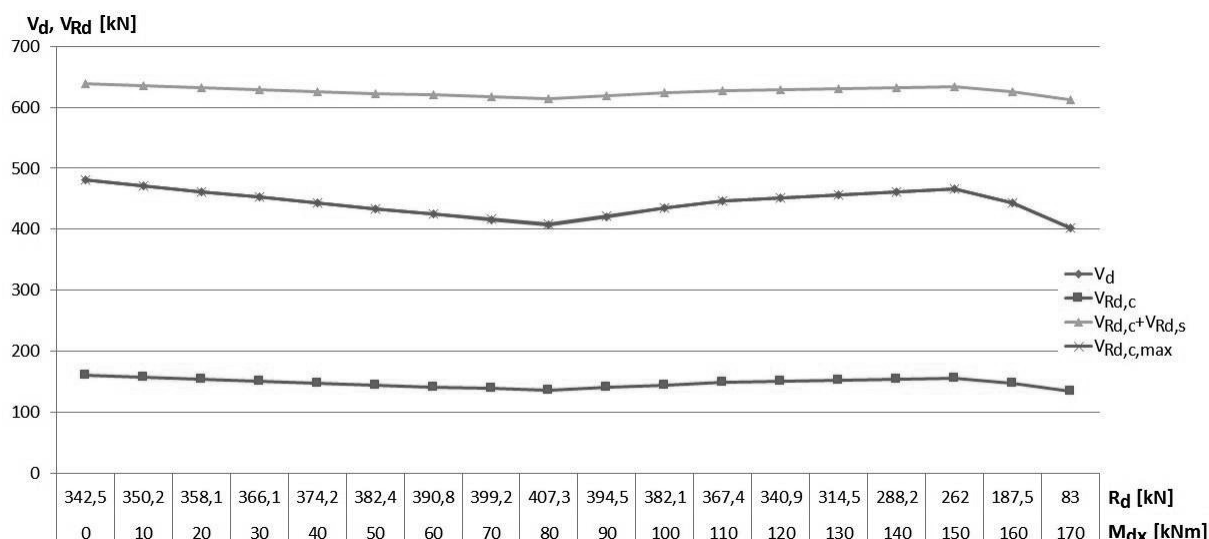
Дијаграм 45 Комбинације утицаја R_d и M_{dx} за $M_{dy}/M_{dx} = -0,5$

Коефицијент редукције критичног пресека k_e приказан је дијаграмом 46 у зависности од вредности утицаја у пресеку и упоређен је са препорученом вредношћу $k_e = 0,65$.



Дијаграм 46 Тачна и препоручена вредност коефицијента редукције критичног пресека

Прорачунска вредност силе на пресеку $0,5d$ од ивице стуба приказана је дијаграмом 47 за различите вредности силе у стубу R_d и момената савијања M_{dx} и M_{dy} . На истом дијаграму приказани су носивост бетона без смичуће арматуре, максимална носивост плоче на пробијање као и збирна носивост бетона и смичуће арматуре.

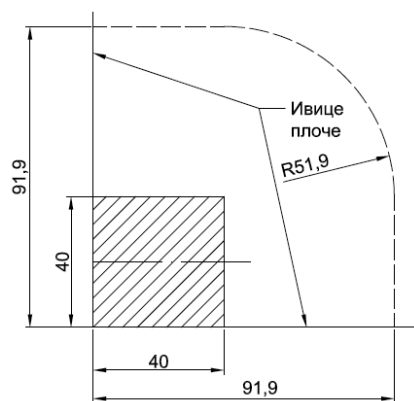


Дијаграм 47 Прорачунска вредност силе у пресеку и носивост за различите комбинације утицаја R_d и M_{dx} за $M_{dy}/M_{dx} = -0,5$

Из дијаграма 47 следи да је прорачунска вредност смичуће силе условљена максималном носивошћу плоче на пробијање.

Сада је потребно извршити контролу критичног пресека ван зоне ојачане можданицима, на $0,5d$ од последњег реда можданика.

Потребно је одредити ново растојање између тежишта критичног пресека и тежишта ослонца у складу са сликом 3.27:



Слика 3.27

$$\Delta e = \Delta e_x = \Delta e_y = 44,6 \text{ cm}$$

Како би се одредила нова вредност коефицијента k_e потребно је израчунати вредност пречника круга чија површина одговара површини унутар критичног пресека:

$$b = 2 \cdot \sqrt{\frac{(R+a) \cdot a + R \cdot a + 0,25 \cdot R^2 \cdot \pi}{\pi}} = 100,1 \text{ cm}$$

где је R растојање између ивице стуба и критичног пресека на $0,5d$ од последњег реда можданика и износи:

$$R = 51,9 \text{ cm}$$

Са новом вредношћу ексцентрицитета силе у стубу потребно је одредити и нове вредности обртања плоче ψ , као и коефицијента k_r .

Усвојена и потребна дужина критичног пресека приказане су дијаграмом 48 за различите комбинације утицаја, а усвојено и потребно растојање последњег реда можданика од ивице стуба дијаграмом 49.

Потребно растојање последњег реда можданика зависи од прорачунске вредности смичуће силе и одређује се једначином:

$$l_{s,req} = \frac{(u_{out,req} - 2 \cdot a)^2}{\pi} - 0,5 \cdot d$$

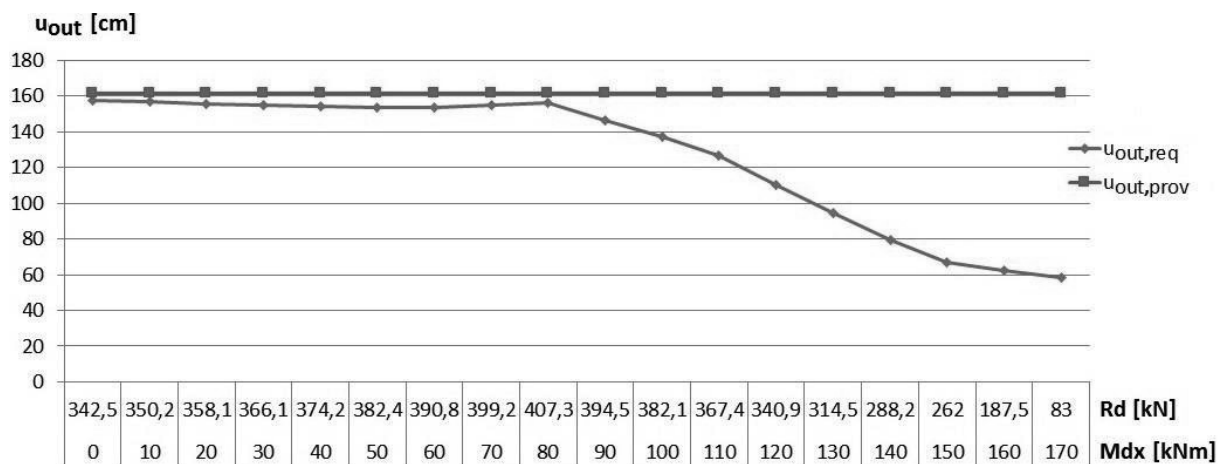
где је потребна дужина критичног пресека $u_{out,req}$ дата изразом:

$$u_{out,req} = \frac{V_d}{k_r \cdot \tau_{cd} \cdot d_v}$$

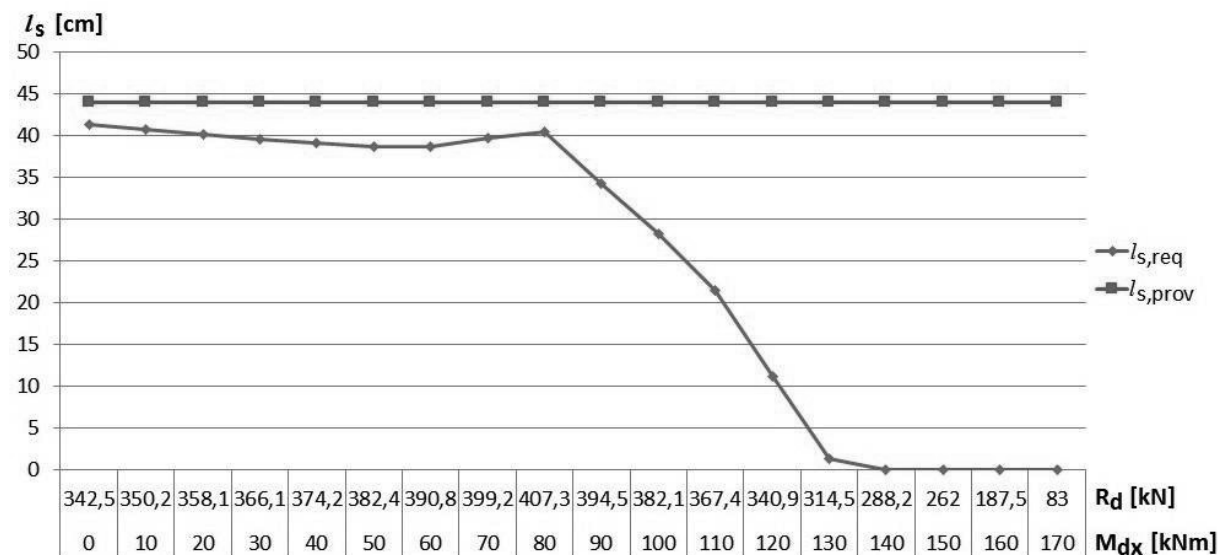
Усвојене вредности растојања последњег реда можданика и дужине критичног пресека износе:

$$l_{s,prov} = s_0 + (n - 1) \cdot s_1 = 6,5 + 5 \cdot 7,5 = 44 \text{ cm}$$

$$u_{out,prov} = 2 \cdot a + 0,5 \cdot \pi \cdot (l_{s,prov} + 0,5 \cdot d) = 80 + 26 \cdot \pi = 161,7 \text{ cm}$$



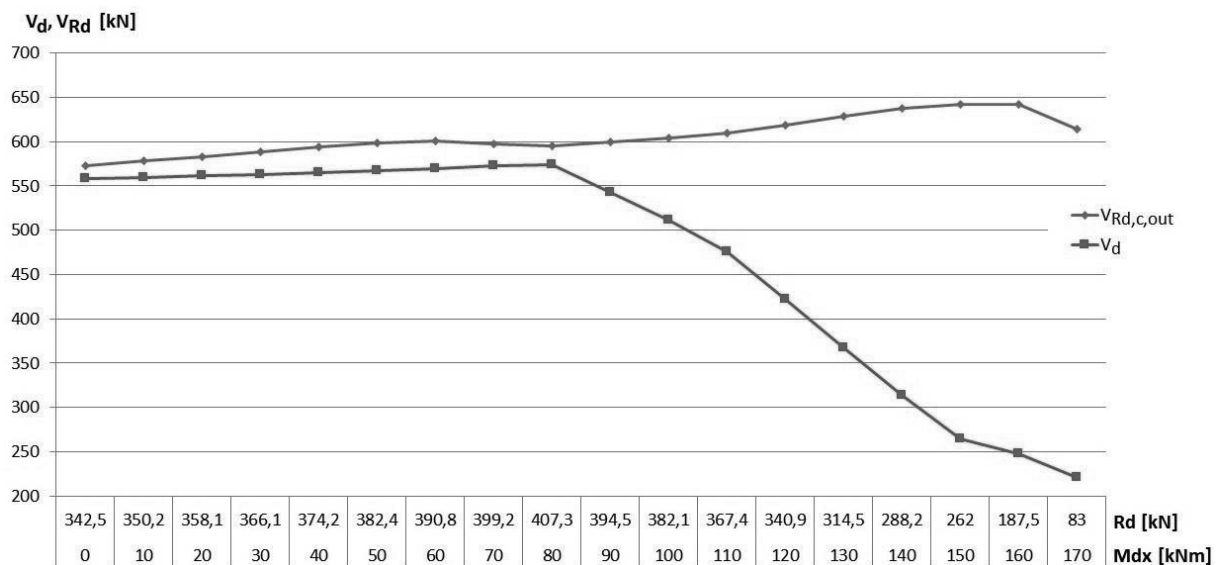
Дијаграм 48 Дужина критичног пресека ван зоне осигуране можданицима за различите комбинације утицаја



Дијаграм 49 Растојање последњег реда можданика од ивице стуба за различите комбинације утицаја

Из приказаног на дијаграмима 48 и 49 следи да је носивост пресека ван зоне ојачане можданицима већа од прорачунске вредности силе у критичном пресеку. Ово се

потврђује и дијаграмом 50 на коме се виде прорачунска вредност силе у пресеку као и носивост плоче ван зоне ојачања за различите комбинације утицаја:



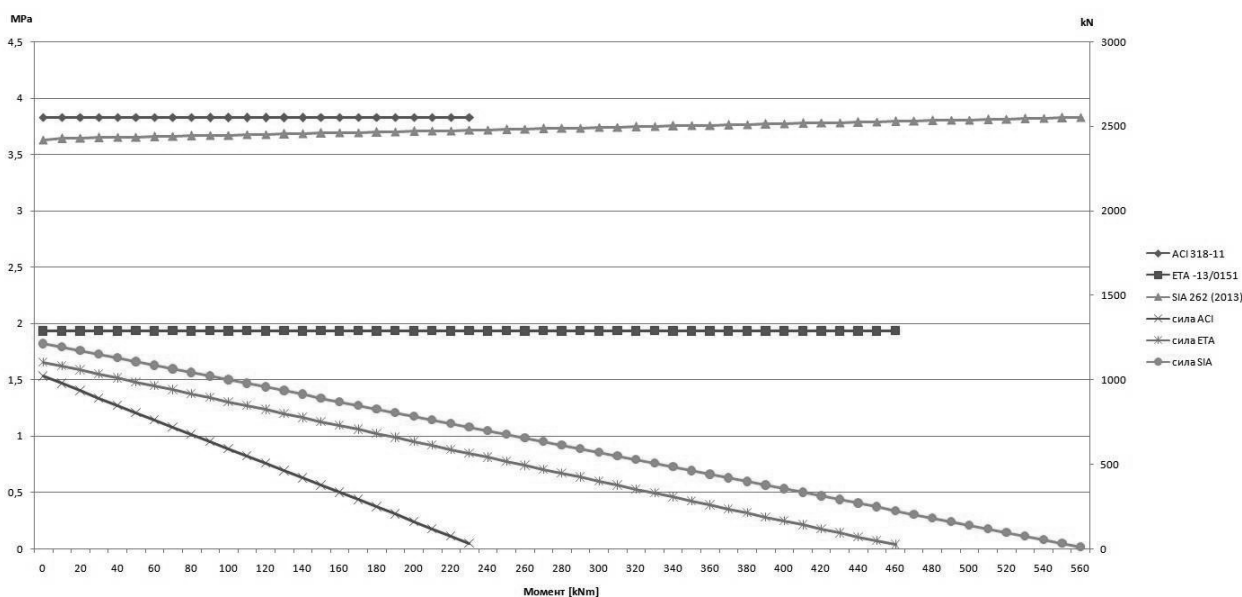
Дијаграм 50 Прорачунска вредност силе и носивост у пресеку 0,5d од последњег реда можданика

3.2 Упоредна анализа резултата

У овом поглављу биће анализирани резултати добијени у поглављу 3.1. Посебно ће се посматрати резултати примера прорачуна унутрашњег, ивичног и угаоног стуба. Параметри од интереса за анализу су напон смицања у критичном пресеку, носивости бетона, арматуре, максималне носивости плоче на пробијање као и носивости плоче ван зоне ојачања смичућом арматуром. Вредности ових параметара биће приказане у зависности од момента савијања у плочи и одговарајуће вредности силе у стубу за сваки од стандарда.

3.2.1 Унутрашњи стуб

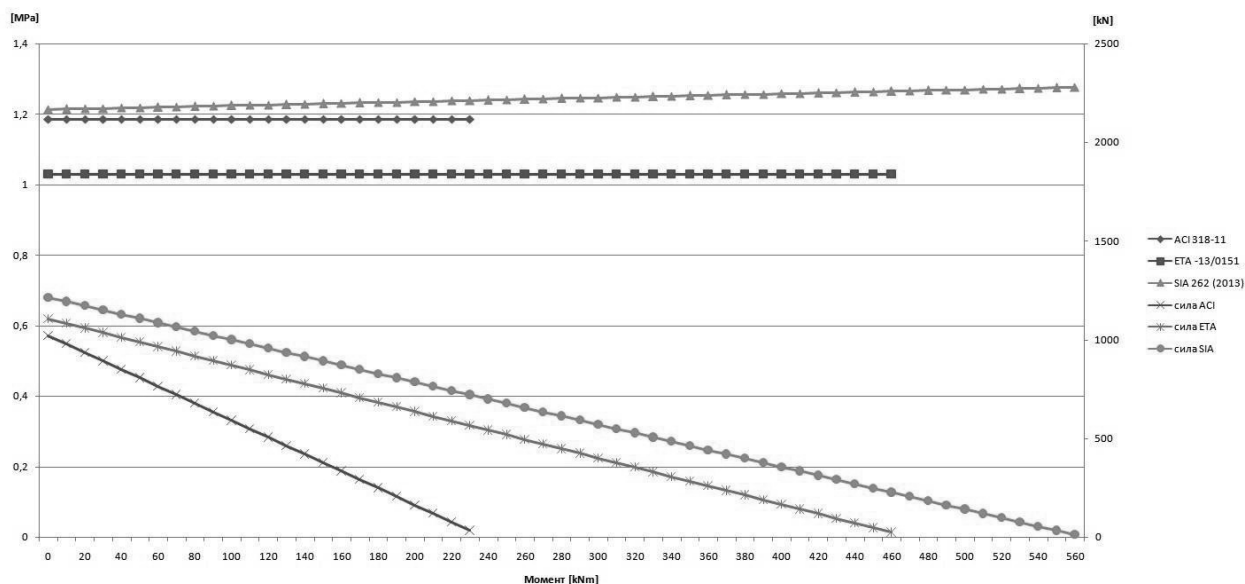
На примерима прорачуна унутрашњег стуба обрађеним у поглављима 3.1.2.1, 3.1.2.2 и 3.1.2.3 може се уочити да стандарди којима се бави овај рад имају различите приступе прорачуну што за последицу има различита решења. Као што је већ наведено, вредности утицаја у конструкцији усвојени су тако да дају максималне могуће напоне у конструкцији. Дијаграмом 51 приказане су вредности напона смицања у критичном пресеку у функцији момента савијања и одговарајућих сила у стубу које су дате посебним кривама и чије се вредности могу прочитати на десној вертикалној оси дијаграма.



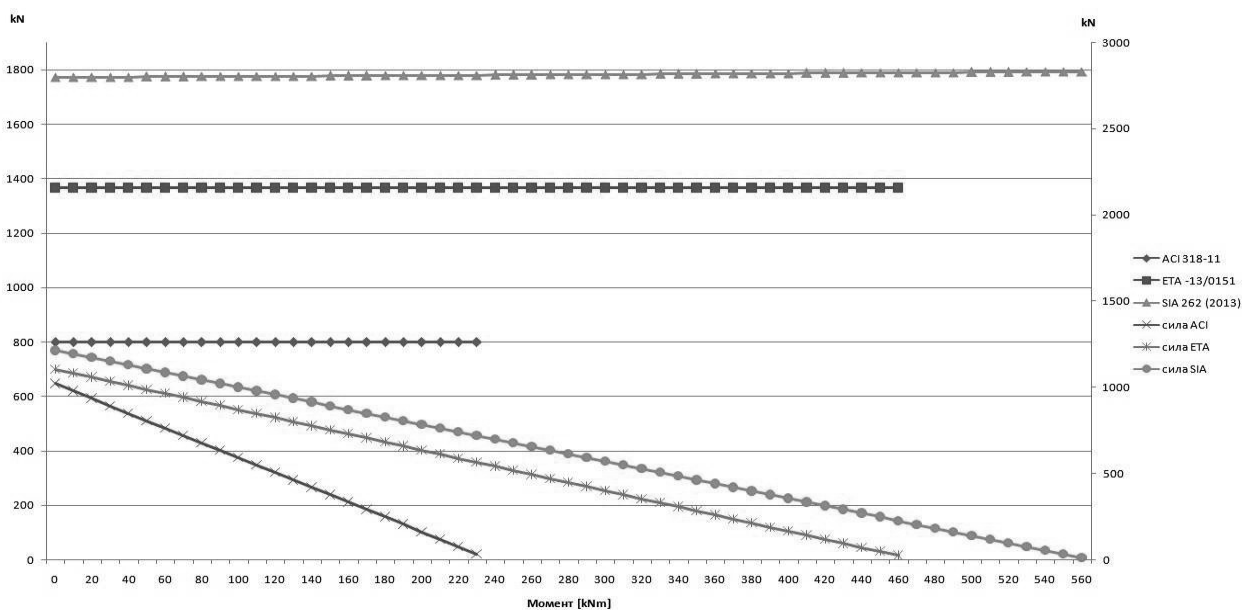
Дијаграм 51 Напони смицања у критичном пресеку за одговарајуће утицаје у конструкцији

Разлика у напонима јавља се као последица различитих удаљености критичног пресека од ивице стуба, тј. различитих дужина критичних пресека. Други разлог је различита комбинација утицаја која доводи до максималних напона у плочи у складу са одговарајућим стандардом. На дијаграму 51 се такође може видети да стандард SIA 262 (2013) омогућава већи број комбинација и веће силе у стубу. То је последица различитих носивости плоче на пробијање према различитим стандардима. Важна разлика ACI 318-11 у односу на друга два је ограничење чврстоће челика за можданике на 60000 psi (око 413 MPa). Из тог разлога је у поглављима 3.1.2.1, 3.1.3.1 и 3.1.4.1 за чврстоћу челика усвојена вредност 400 MPa а у осталим случајевима 500 MPa. Такође, распоред

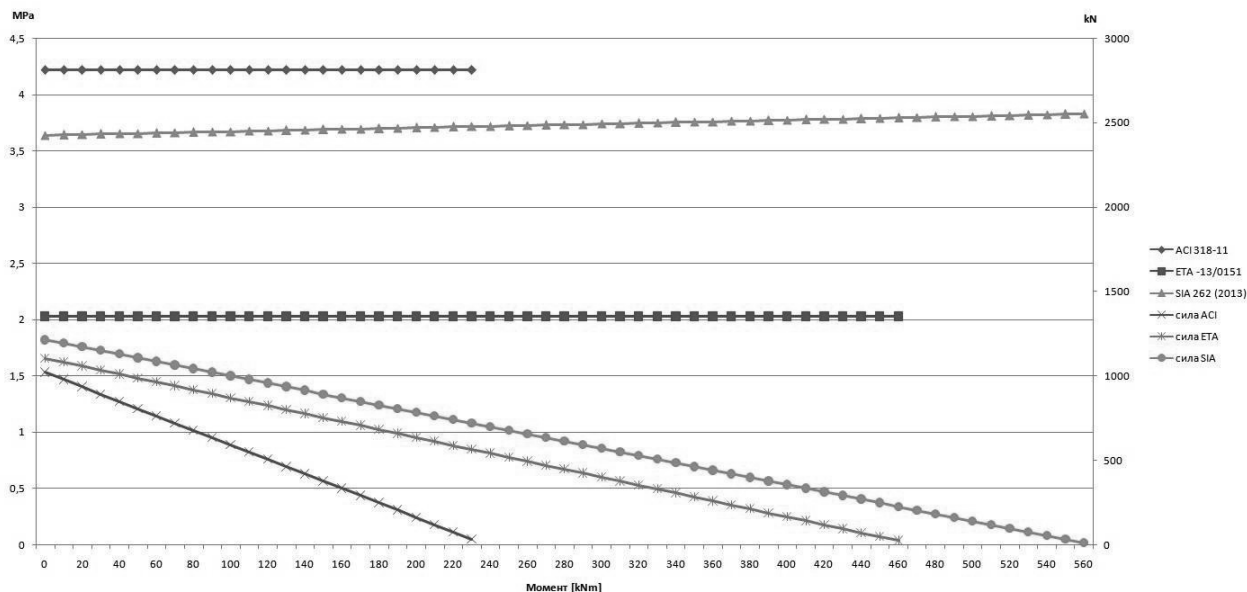
можданика дефинисан стандардима довео је до тога да се дуж критичног пресека стуба рачунатог према стандарду ACI 318-11 усвоји мањи број можданика. То је довело до разлике у носивостима у критичном пресеку, а самим тим и до разлике у комбинацијама максималних могућих утицаја који су њима директно условљени. Дијаграмима 52, 53, 54 и 55 респективно су приказане носивости бетона, бетона и можданика, максималне носивости плоче на пробијање као и носивост плоче у критичном пресеку ван зоне ојачања. Као и на дијаграму 51 и на овим дијаграмима дате су криве сила у стубу чије вредности могу да се прочитају на десној вертикалној оси за одговарајући стандард.



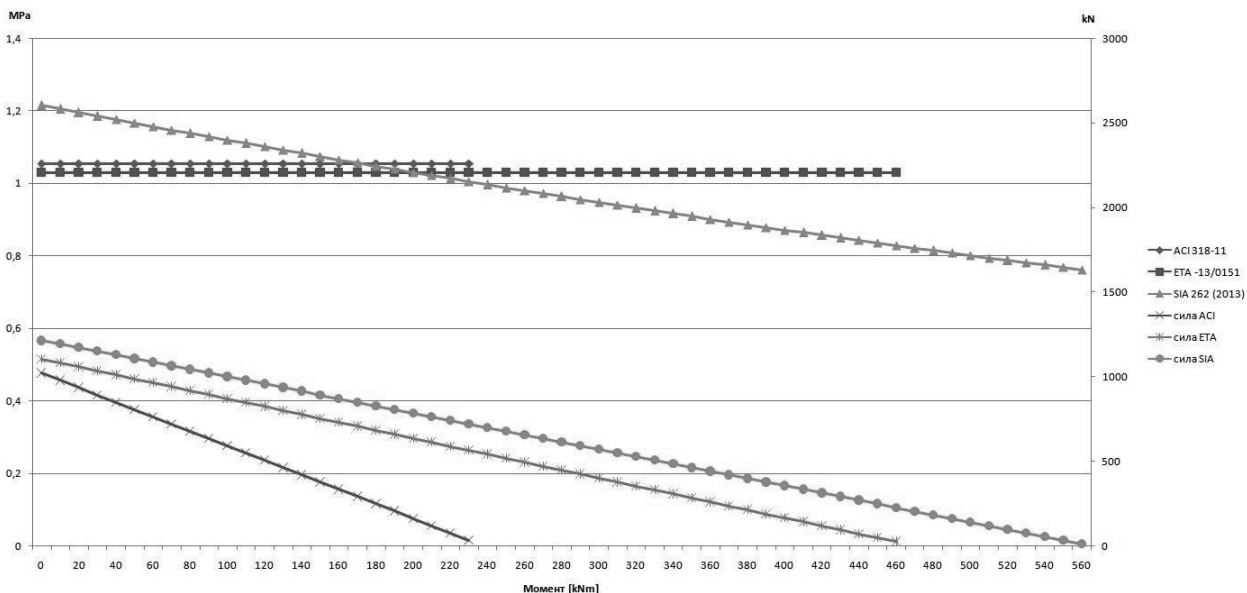
Дијаграм 52 Носивост бетона у критичном пресеку према различитим стандардима, изражена у МПа



Дијаграм 53 Носивост бетона и можданика у критичном пресеку према различитим стандардима, изражена у kN



Дијаграм 54 Максимална носивост плоче на пробијање према различитим стандардима, изражена у МПа



Дијаграм 55 Носивост бетона изван зоне ојачања према различитим стандардима, изражена у МПа

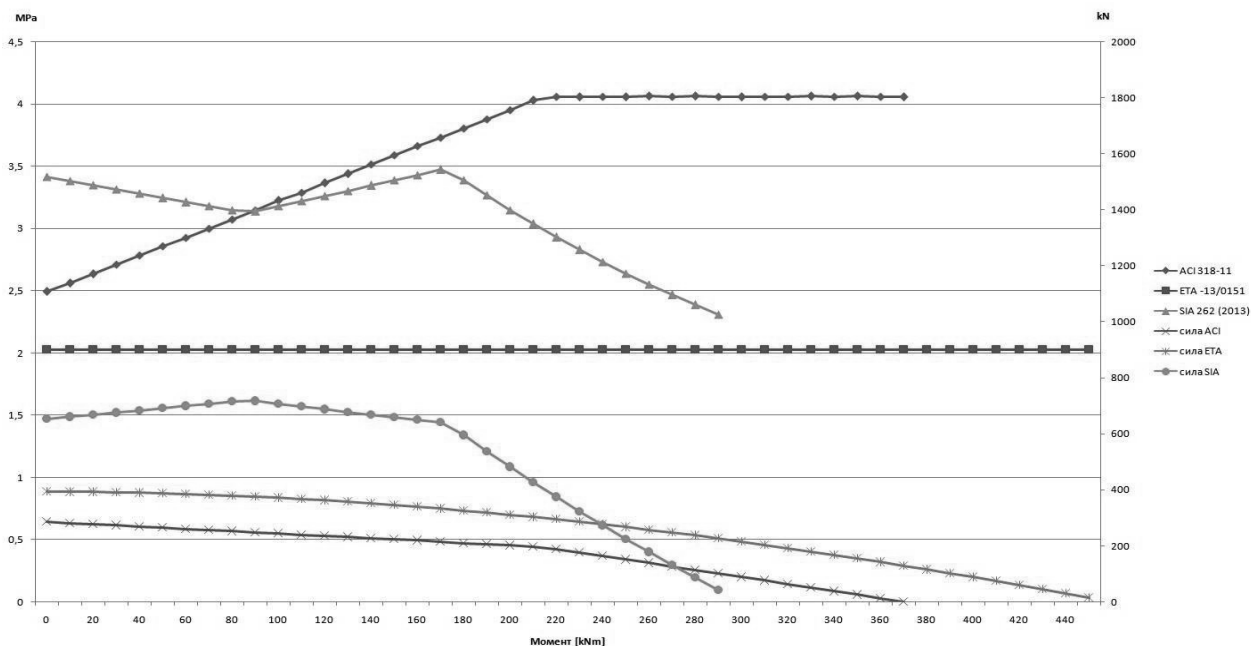
Као што се може видети максимални напон у примеру АСI условљен је носивошћу бетона и можданика у критичном пресеку, а у друга два примера максималном носивошћу на пробијање. Из приложених дијаграма следи да пример АСI има највећу максималну носивост на пробијање. То омогућава употребу већег броја можданика дуж критичног пресека. Са друге стране, већи број можданика у овом примеру условљен је и већ поменутиим ограничењем чврстоће на граници течења.

У примерима ЕТА и SIA носивост можданика није у потпуности искоришћена, јер премашује вредност максималне носивости на пробијање. За разлику од стандарда АСI, овде је већи број можданика дуж критичног пресека условљен њиховим максималним растојањем.

За разлику од ACI и SIA код којих се узима у обзир допринос бетона укупној носивости у критичном пресеку, ETA тај део занемарује. Ово се може видети на дијаграму 53, где је носивост бетона и можданика за случај ETA представљена само носивошћу можданика. Овакав приступ доводи до усвајања конзервативних решења, јер плоча има резерву носивости у износу датом дијаграмом 52. Уколико би се тај напон претворио у одговарајућу силу и уважио њен допринос укупној носивоти добила би се вредност која одговара SIA.

3.2.2 Ивични стуб

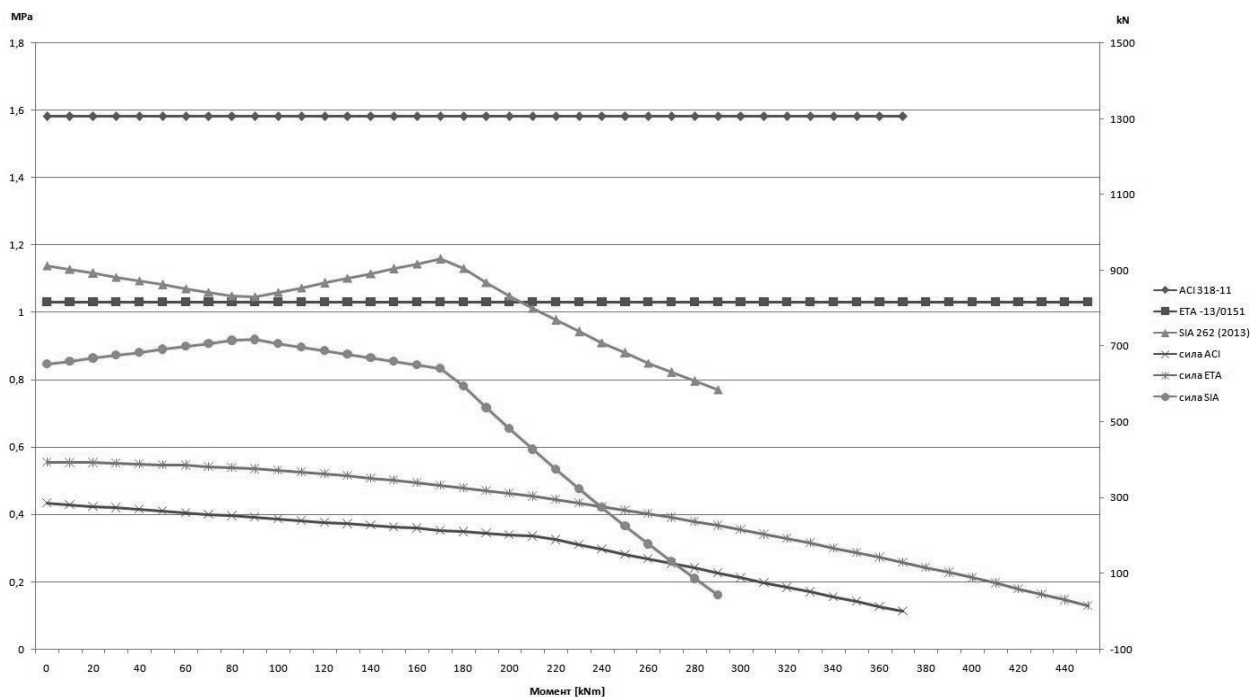
У овом поглављу анализираће се резултати добијени рачунским примерима у поглављима 3.1.3.1, 3.1.3.2 и 3.1.3.3. И у овим примерима можемо уочити исте различитости које су биле присутне у прорачуну унутрашњег стуба. Ограничење чврстоће челика на граници течења на 60000 psi (око 413 МПа), разлике у удаљености критичног пресека од ивице стуба као и разлика у облику критичног пресека уз додатне специфичности сваког од прорачуна доводе до другачијих резултата и трендова кривих којима су решења представљена. Дијаграмом 56 приказане су вредности напона смицања у критичном пресеку у функцији момента савијања у плочи и одговарајућих сила у стубу које су дате посебним кривама и чије се вредности могу прочитати на десној вертикалној оси дијаграма.



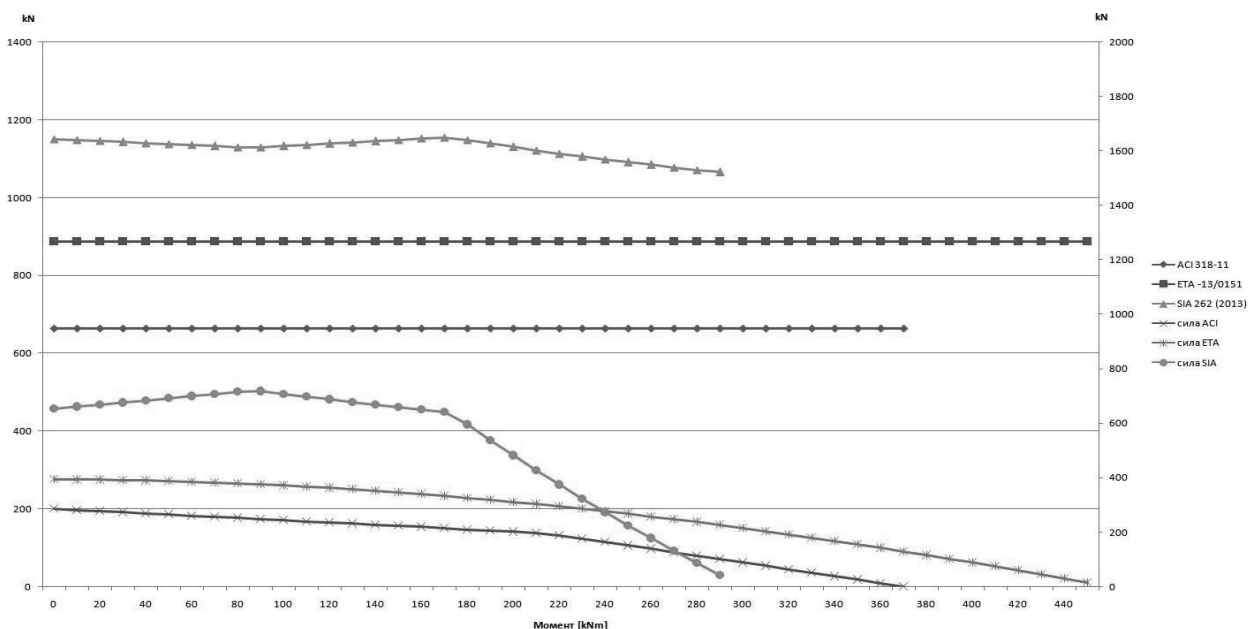
Дијаграм 56 Напони смицања у критичном пресеку за одговарајуће утицаје у конструкцији

На дијаграму се може приметити да су криве напона у случају ACI и SIA полигоналне. Први, растући део криве напона ACI 318-11 условљен је носивошћу бетона изван зоне ојачане можданицима, а други носивошћу бетона и арматуре у критичном пресеку на $d/2$ од ивице стуба. Крива напона SIA 262 (2013) одговара кривој максималне носивости плоче на пробијање која ће бити приказана касније у овом поглављу. Имајући у виду да је она условљена вредношћу обртања плоче које зависи од вредности момента савијања, ова разлика у вредности напона у функцији утицаја у конструкцији је очекивана. Вредност напона ETA -13/0151 одређује се у критичном пресеку који се налази на 4 пута већем растојању од ивице стуба у односу на друга два стандарда, те је из тог разлога и напон у том пресеку мањи. Дијаграмима 57, 58, 59 и 60 респективно су

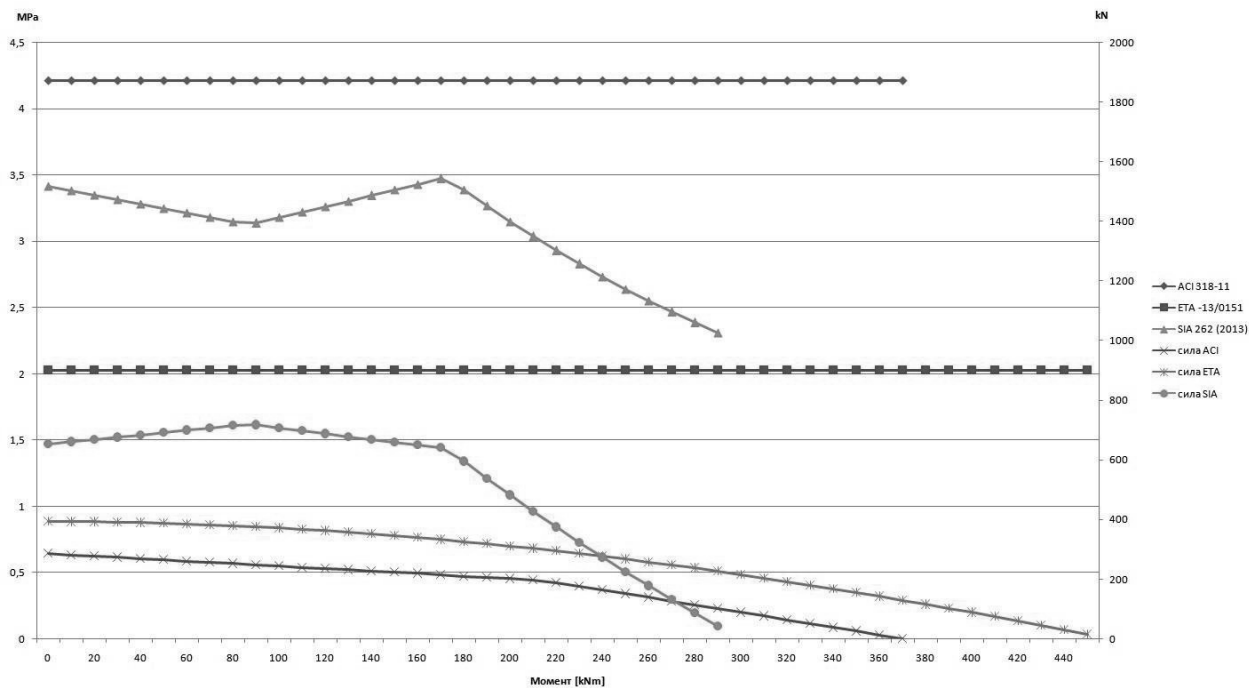
приказане носивости бетона, бетона и можданика, максималне носивости плоче на пробијање, као и носивост плоче у критичном пресеку изван зоне ојачања. На овим дијаграмима такође су дате криве сила у стубу чије вредности могу да се очитају на десној вертикалној оси за одговарајући стандард.



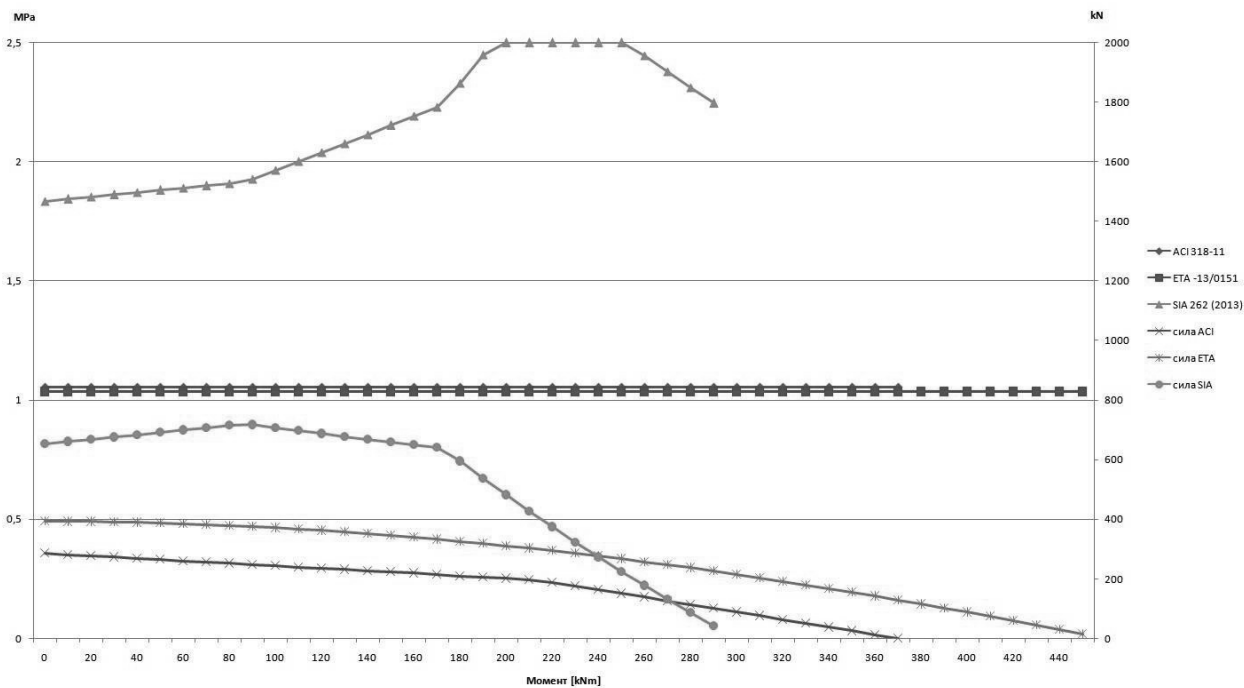
Дијаграм 57 Носивост бетона у критичном пресеку према различитим стандардима, изражена у МПа



Дијаграм 58 Носивост бетона и можданика у критичном пресеку према различитим стандардима, изражена у kN



Дијаграм 59 Максимална носивост плоче на пробијање према различитим стандардима, изражена у МПа



Дијаграм 60 Носивост бетона изван зоне ојачања према различитим стандардима, изражена у МПа

На приложеним дијаграмима може се видети да и у овом случају стандард АСИ има највећу максималну носивост на пробијање што омогућава употребу већег броја можданика дуж критичног пресека. Може се такође закључити да и напон у критичном пресеку за случај ЕТА -13/0151 зависи од вредности максималне носивости на пробијање, тако да носивост можданика у случајевима SIA 262 (2013) и ЕТА -13/0151 није у потпуности искоришћена.

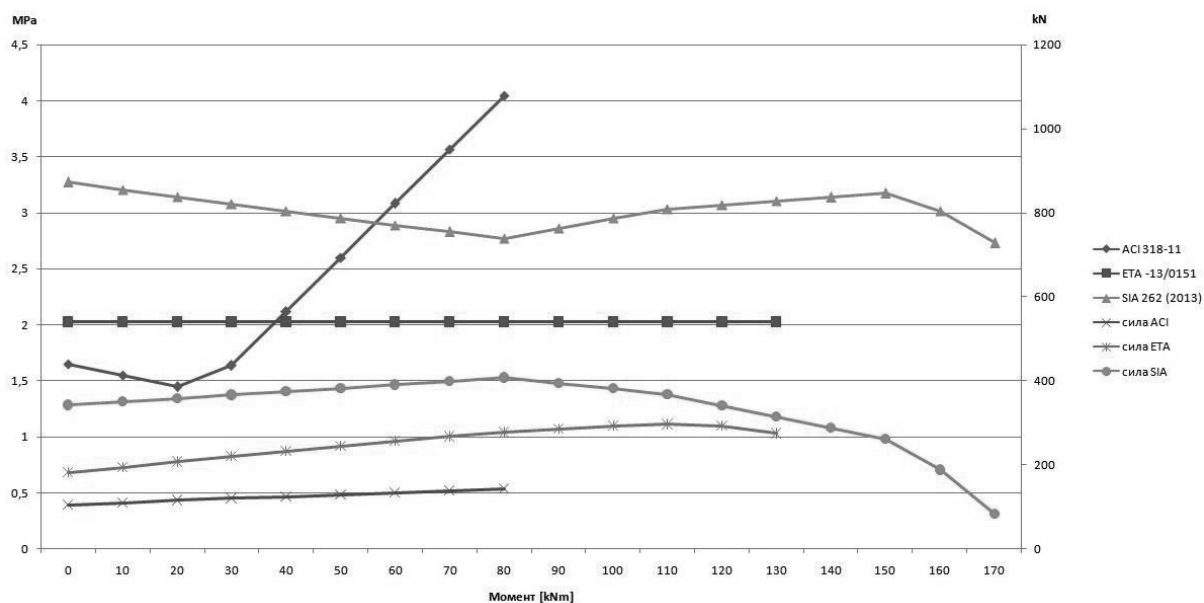
Највећу носивост изван зоне осигурања смичућом арматуром пружа стандард SIA 262 (2013). То омогућава употребу мањег броја можданика, тј. критични пресек мање дужине.

Као и у случају унутрашњег стуба, ЕТА занемарује удео носивости бетона у критичном пресеку. Сматра се да смичућа арматура сама прихвата напоне.

3.2.3 Угаони стуб

Ово поглавље посвећено је анализи резултата добијених у примерима прорачуна угаоног стуба, тј. у поглављима 3.14.1, 3.1.4.2 и 3.1.4.3. У сва три случаја усвојене су исте карактеристике стуба и плоче. Као и у претходна два типа стуба постоји разлика у усвојеном квалитету челика за можданике и у њиховом распореду дуж ободних линија. Чврстоћа челика на граници течења према пропису АСI 318-11 ограничена је на 60000 psi (око 413 МПа). Због ограничења у погледу максималних растојања можданика у примеру АСI 318-11 усвојено је 6 елемената са можданицима, а у друга два примера 7. Разлика у резултатима се огледа и у различитим дужинама критичних пресека, која се јавља као последица њихове различите удаљености од ивице стуба и различитог облика.

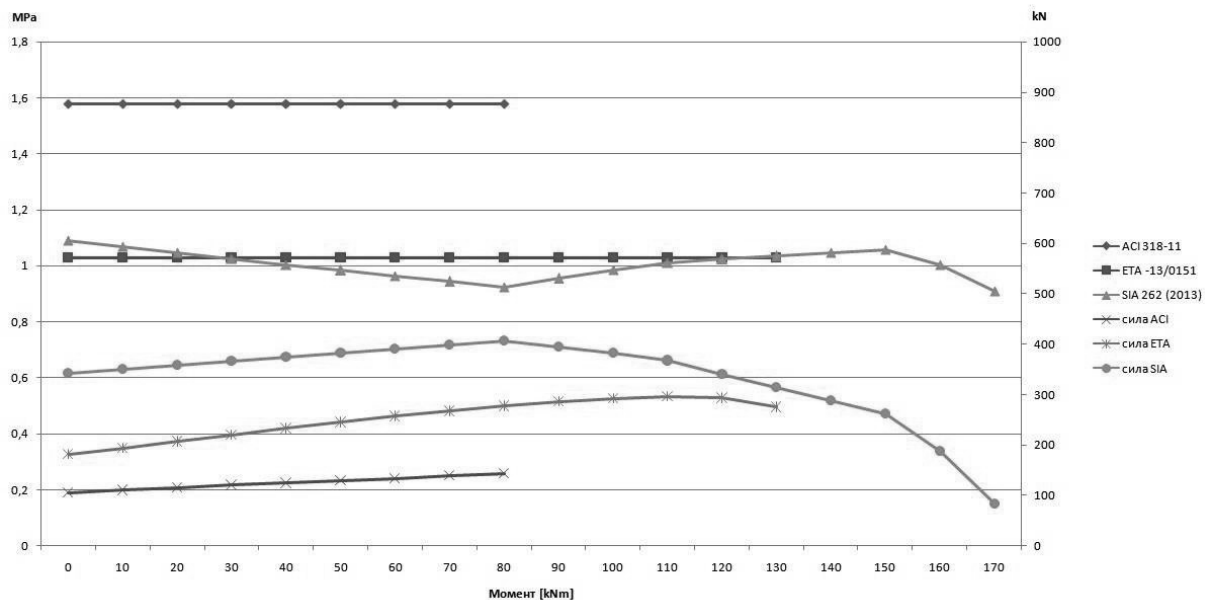
Дијаграмом б1 приказане су вредности напона смицања у критичном пресеку у функцији момента савијања у плочи и одговарајућих сила у стубу које су дате посебним кривама и чије се вредности могу прочитати на десној вертикалној оси дијаграма.



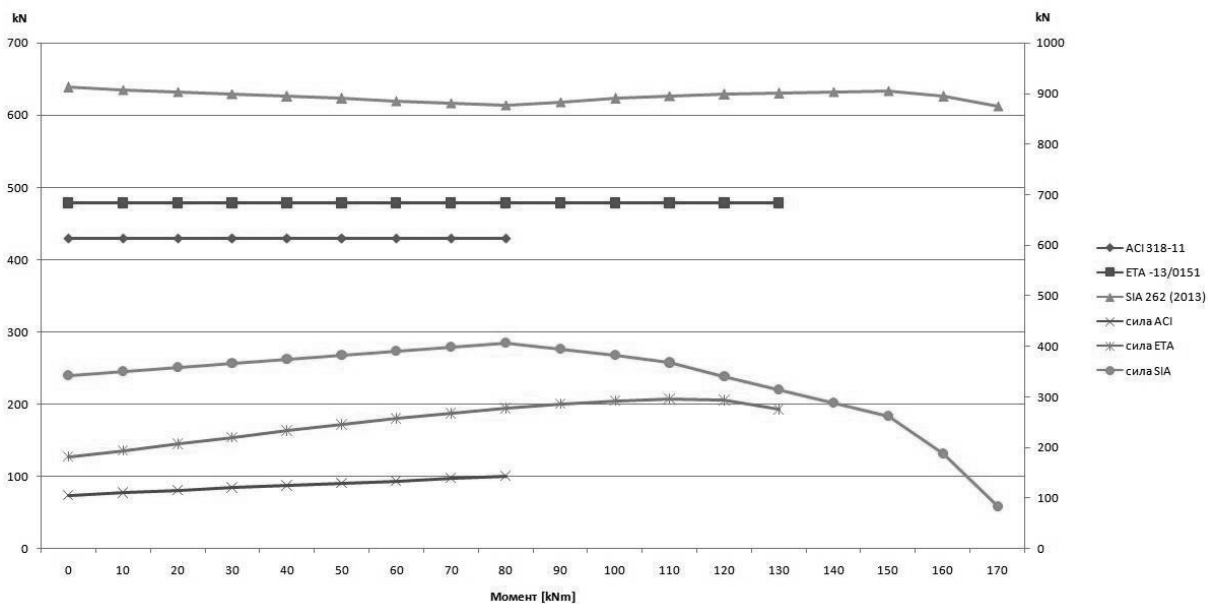
Дијаграм б1 Напони смицања у критичном пресеку за одговарајуће утицаје у конструкцији

Може се приметити да су у случају АСI силе у стубу за одговарајуће моменте мање него у друга два примера. Оне су одређене тако да задовоље носивост изван зоне армиране можданицима, што је и приказано прорачуном у поглављу 3.1.4.1. У складу са тим условом и напон у критичном пресеку на $d/2$ од ивице стуба је одређен у функцији тих комбинација утицаја. Већи број комбинација није остварив, јер при даљем повећању момента савијања долази до прекорачења носивости у критичном пресеку. Дијаграмима 62, 63, 64 и 65 респективно су приказане носивости бетона, бетона и можданика, максималне носивости плоче на пробијање као и носивост плоче у

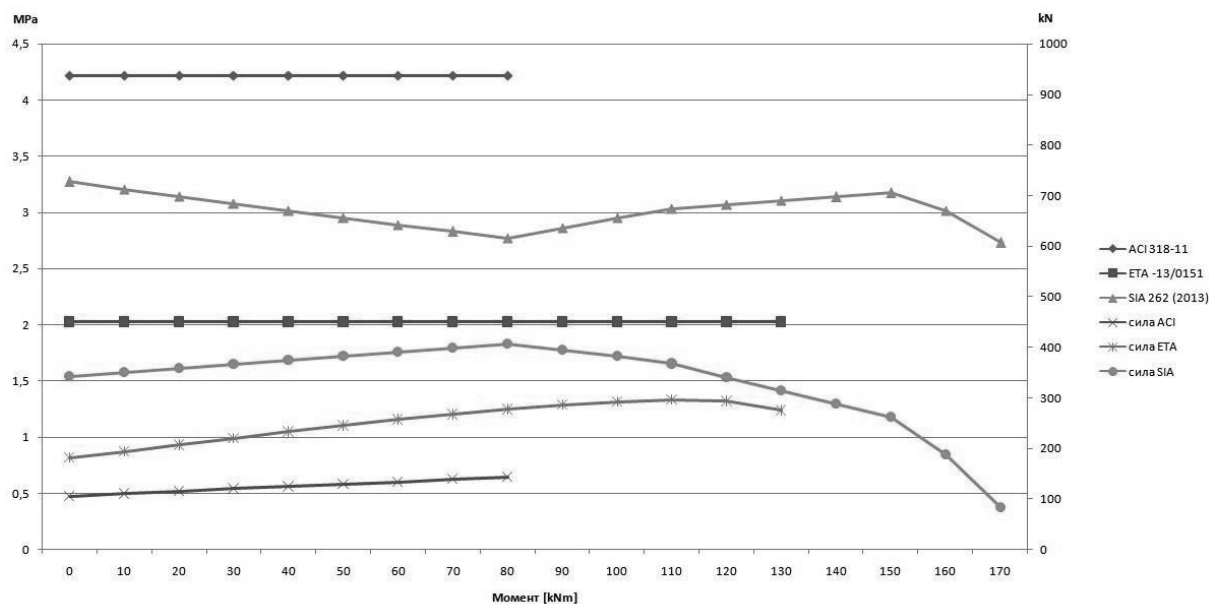
критичном пресеку изван зоне армиране можданицима. На овим дијаграмима такође су на десној вертикалној оси дате вредности сила за сваку од комбинација утицаја. Све носивости заједно се приказују на дијаграмима иако су неке од њих константне вредности како би се упоредиле са одговарајућим вредностима носивости других стандарда које зависе од утицаја у конструкцији.



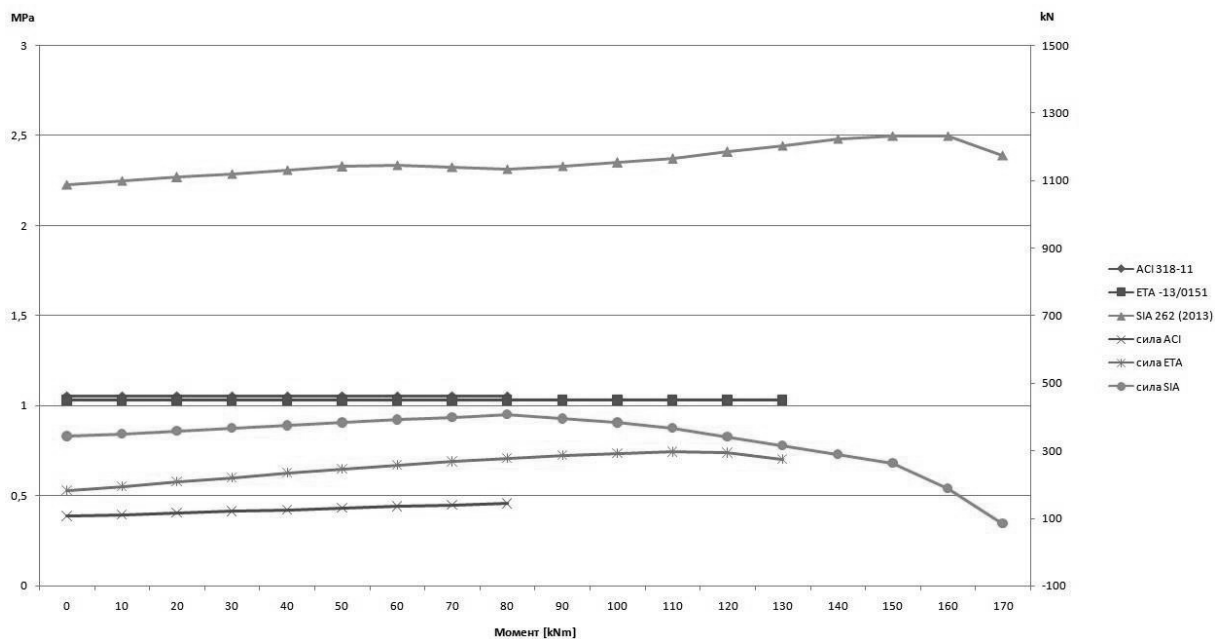
Дијаграм 62 Носивост бетона у критичном пресеку према различитим стандардима, изражена у МПа



Дијаграм 63 Носивост бетона и можданика у критичном пресеку према различитим стандардима, изражена у kN



Дијаграм 64 Максимална носивост плоче на пробијање према различитим стандардима, изражена у МПа



Дијаграм 65 Носивост бетона изван зоне ојачања према различитим стандардима, изражена у МПа

Из приложених дијаграма следи да је максимални напон у примерима ЕТА и SIA за разлику од ACI условљен максималном носивошћу плоче на пробијање. Из овога следи да носивост можданика није у потпуности искоришћена. Носивост можданика није икоришћена ни у примеру ACI, јер је меродавна носивост изван зоне армирања.

Даље се може видети да пропис ACI предвиђа већи удео носивости бетона у критичном пресеку од осталих стандарда. Носивост бетона стандарда ЕТА приказана је за случај када у плочи нема можданика иако се за случај плоче армиране можданицима носивост

бетона занемарује. Упркос томе, због веће дозвољене чврстоће на граници течења челика за можданике, можданици у случају ЕТА имају већу носивост од комбиноване носивости у примеру АСI. Уколико би се узео у обзир и удео бетона, носивост у случају ЕТА би била приближно једнака носивости у случају SIA. Из овога следи да носивост у примеру ЕТА има конзервативније решење у односу на SIA. Док је у примеру ЕТА присутна резерва носивости која одговара носивости бетона, применом стандарда SIA могућа је употреба мањег броја можданика чија ће комбинована вредност носивости одговарати носивости добијеној прорачуном према стандарду ЕТА.

Највећу максималну носивост на пробијање обезбеђује стандард АСI, што омогућава употребу већег броја можданика дуж критичног пресека.

Са друге стране, највећу носивост изван зоне армирања обезбеђује стандард SIA. Следи да је за постизање траженог напона могуће употребити мању дужину критичног пресека, па је могуће употребити мањи број можданика по елементу.

4 ЗАКЉУЧАК

У оквиру овог рада, приказане су одредбе стандарда ACI 318-11, ETA -13/0151 и SIA 262 (2013) који се баве осигурањем плоче од пробоја употребом смичуће арматуре са нагласком на можданике са две главе. Анализе су вршене на основу детаљних алгоритама прорачуна са свим приказаним једначинама и вредностима параметара неопходних за успешан прорачун. Такође, изложени су и рачунски примери прорачуна за унутрашњи, ивични и угаони стуб. Наведени типови стубова рачунати су према сваком од три стандарда која су предмет овог мастер рада. Прорачуни су вршени тако да су на почетку усвојене карактеристике пресека, а након тога су рачунате комбинације момента савијања у плочи и силе у стубу које могу да изазову максималне могуће напоне у плочи који ће задовољити све стандардом дате услове. У примерима је усвојен стуб квадратног попречног пресека, страница 40 *cm* и плоча дебљине 20 *cm*. Усвојен је бетон чврстоће на притисак 40 *MPa*, док чврстоћа челика на граници течења варира у зависности од стандарда према коме се врши прорачун. Тако је за прорачун према ACI 318-11 коришћен челик са чврстоћом на граници течења од 400 *MPa*, а за прорачун према ETA -13/0151 и SIA 262 (2013) челик са чврстоћом на граници течења од 500 *MPa*. У сва три примера усвојени су можданици истог пречника од 10 *mm* који су монтирани на шине које се постављају са доње стране плоче. Њихов укупан број је исти, али им се распоред, услед другачијих прописаних максималних растојања, разликује:

- За унутрашњи стуб према стандарду ACI 318-11 усвојено је 12 комплетних елемената са по 15 можданика. У друга два примера задржан је укупан број од 180 можданика, само су они распоређени на 20 комплетних елемената са по 9 можданика.
- За ивични стуб према стандарду ACI 318-11 усвојено је 9 комплетних елемената са по 13 можданика. У друга два примера задржан је укупан број од 117 можданика, али су они распоређени на 13 комплетних елемената са по 9 можданика.
- За угаони стуб према стандарду ACI 318-11 усвојено је 6 комплетних елемената са по 7 можданика. У друга два примера задржан је укупан број од 42 можданика, али су они овде распоређени на 7 комплетних елемената са по 6 можданика.

На основу одредаба стандарда и резултата приложених примера, анализом је закључено следеће:

- Методологија прорачуна према овим стандардима се разликује и немогуће је извршити анализу на идентичним примерима, па се и сама решења ових примера разликују. Међутим, могуће је било одредити вредности параметара носивости и њих упоредити.
- EN 1992-1-1 не предвиђа употребу можданика као смичуће арматуре, али одредбом 6.4.5.5 наглашава да је могуће применити било који патентирани

производ чија је носивост одређена у складу са одговарајућим ЕТА. У овом раду коришћен је ЕТА -13/0151.

- Стандард АСI 318-11 код сва три типа стуба даје најконзервативнија решења. Ово је било и очекивано имајући у виду да је ово најстарији од три описана стандарда и да ће нови пропис након вишегодишњег испитивања бити објављен у току 2014 године и највероватније бити усклађен са друга два.
- Стандард SIA 262 (2013) омогућава употребу мањег броја можданика у критичном пресеку, јер за разлику од ЕТА -13/0151 узима у обзир допринос носивости бетона укупној носивости у критичном пресеку.
- Стандард SIA 262 (2013) омогућава употребу мањег број можданика по комплетном елементу, јер у поређењу са друга два стандарда прописује већу носивост бетона изван зоне армиране можданицима.
- За исте карактеристике попречног пресека и идентичан распред можданика стандард SIA 262 (2013) омогућава веће силе у критичном пресеку од ЕТА -13/0151.
- Стандард АСI 318-11 даје највећу максималну носивост плоче на пробијање, што омогућава употребу већег броја можданика дуж критичног пресека.
- Услед ограничења носивости можданика у стандарду АСI 318-11, за исту носивост пресека као и према друга два стандарда неопходно је усвојити већи број можданика дуж критичног пресека.
- Стандард SIA 262 (2013) једини узима у обзир утицај деформације плоче на вредност носивости на пробијање, што омогућава реалистичнији приступ проблему.

Сва три стандарда су тренутно важећа и сваки од њих омогућава усвајање довољног броја можданика како би се проблем пробоја успешно решио. Међутим, приметне су разлике у тим решењима и закључује се да стандард SIA 262 (2013) даје најекономичнија решења у погледу утрошка челика за осигурање од пробоја. Појава новог америчког стандарда ће донети највероватније и промену у приступу прорачуну носивости везе стуба и плоче и могла би да буде предмет неке нове упоредне анализе.

ЦИТИРАНИ РАДОВИ

- [1] **ACI**. *Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318-11) and Commentary*. Farmington Hills, MI : American Concrete Institute, 2012. 978-0-87031-744-6.
- [2] *Shear Strength of Slabs with Double- Headed Shear Studs in Radial and Orthogonal Layouts*. **Birkle, G / Dilger, W.H.** SP-265-23, s.l. : American Concrete Institute, 2009, Т. 265, стр. 499-510.
- [3] **Caprani, Colin**. Punching Shear. *colincaprani.com*. [Na mreži] 11 05 2008. [Citirano: 20 avgust 2014.] <http://www.colincaprani.com/files/notes/Punching%20shear.pdf>.
- [4] **DIBT**. European Technical Approval ETA-13/0151. *materials.crasman.fi*. [Na mreži] 30 maj 2013. [Citirano: 25 08 2014.] <http://materials.crasman.fi/materials/extloader/?fid=43985&org=2&chk=185a5332>.
- [5] **Evrokod 2**. *EN 1992-1-1:2004 Proračun betonskih konstrukcija Deo 1-1: Opšta pravila i pravila za zgrade*. Beograd : CEN, 2006.
- [6] **Joint ACI-ASCE Committee 421**. *Guide to Shear Reinforcement for Slabs (ACI 421.1R-08)*. Farmington Hills, MI : American Concrete Institute, 2008. 978-0-87031-280-9.
- [7] *Durchstanzbemessung von Doppelkopfkankern nach Europäischen Technischen Zulassungen*. **Lindorf, Alexander**. 10, Berlin : Ernst & Sohn Verlag, 2013, Beton- und Stahlbetonbau, стр. 691-700.
- [8] **PCA**. An Engineer's Guide to: Openings in Concrete Floor Slabs. *Structure Point*. [Na mreži] 2006. [Citirano: 07 jun 2014.] <https://www.structurepoint.org/publication/pdf/PCA-Concrete-Floor-Slab-Openings.pdf>.
- [9] **Paul, Aland**. What is Punching Shear? *CivilDigital.com*. [Na mreži] 17 juli 2014. [Citirano: 20 avgust 2014.] <http://civildigital.com/punching-shear-punching-shear-flat-slabs/>.
- [10] **Peikko group**. PSB Reinforcement against punching failure of slabs. *materials.crasman.fi*. [Na mreži] jun 2013. [Citirano: 25 avgust 2014.] http://materials.crasman.fi/materials/public/619a39e33f08620b52806e0a9ceed2ac/download?link_id=13360&folder_id=1380.
- [11] **SIA 262:2013**. *SIA 262:2013 Betobau*. Zurich : SIA, 2013. стр. 102. SN 505262:2013 de.
- [12] **Lips, Stefan, Muttoni, Aurelio / Ruiz, Miguel Fernández**. Punching of flat slabs: Design example. *ibeton.epfl.ch*. [Na mreži] 16 decembar 2011. [Citirano: 20 06 2014.] http://ibeton.epfl.ch/MC2010Punching/NMC-Example_111215.pdf.
- [13] **FIB**. *Model Code 2010*. Lausanne : The International Federation for Structural Concrete (fib), 2010. 978-2-88394-096-3.