

João Carlos Simão Gordo

DESENVOLVIMENTO DE UM MODELO DE
PREVISÃO DE VIDA À FADIGA PARA
COMPONENTES MECÂNICOS ENTALHADOS
SUJEITOS A CARREGAMENTOS MULTIAXIAIS

Dissertação de Mestrado em Engenharia Mecânica
na Especialidade de Produção e Projeto

Julho de 2017



UNIVERSIDADE DE COIMBRA



• U • C •

FCTUC FACULDADE DE CIÊNCIAS
E TECNOLOGIA
UNIVERSIDADE DE COIMBRA

DEPARTAMENTO DE
ENGENHARIA MECÂNICA

Desenvolvimento de um modelo de previsão de vida à fadiga para componentes mecânicos entalhados sujeitos a carregamentos multiaxiais

Dissertação apresentada para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia Mecânica na Especialidade de Produção e Projeto

Development of a fatigue life prediction model for notched mechanical components subjected to multiaxial loads

Autor

João Carlos Simão Gordo

Orientadores

Professor Doutor Ricardo Nuno Madeira Soares Branco

Professor Doutor Pedro André Dias Prates

Júri

Presidente	Professora Doutora Ana Paula Bettencourt Martins Amaro Professora Auxiliar da Universidade de Coimbra
Vogais	Professor Doutor Fernando Jorge Ventura Antunes Professor Auxiliar da Universidade de Coimbra
Orientador	Professor Doutor Ricardo Nuno Madeira Soares Branco Professor Auxiliar da Universidade de Coimbra

Coimbra, julho, 2017

“Sentir prazer no que se faz torna o trabalho perfeito”

Aristóteles

Aos meus pais e irmã.

Agradecimentos

A realização da presente dissertação revelou-se exequível graças ao incansável contributo e apoio de várias pessoas, a quem gostaria de direcionar os meus sinceros agradecimentos:

Ao orientador, Professor Doutor Ricardo Nuno Madeira Soares Branco, por toda a sua disponibilidade, dedicação, motivação, confiança, rigor, exigência, encorajamento e compreensão. O seu incansável auxílio, a sua valiosa orientação e a sua partilha de conhecimentos facilitaram todo este trabalho.

Ao orientador, Professor Doutor Pedro André Dias Prates, por toda a sua disponibilidade, compreensão e incansável contributo na realização dos ensaios computacionais e posterior análise dos ficheiros resultantes. A sua sabedoria, partilha de conhecimentos e capacidade de resolução de problemas permitiram finalizar a análise dos ficheiros resultantes nos prazos estabelecidos.

A todo o pessoal docente e não docente deste excelente departamento pela simpatia, apoio, partilha de conhecimentos e disponibilidade.

À Professora Doutora Marta Cristina Cardoso de Oliveira e Professora Doutora Ana Paula Bettencourt Martins Amaro pela disponibilização do *template* desta dissertação.

Aos meus pais e irmã, por todo o apoio, motivação, exigência, rigor e compreensão e carinho durante esta incansável caminhada de aprendizagem. Por nunca deixarem de me apoiar mesmo nos momentos menos bons, por serem modelo de perseverança e dedicação e pela ajuda incondicional na concretização dos meus objetivos, os meus maiores agradecimentos.

À Mariana, por todos estes anos de presença, compreensão, repreensão, por toda a motivação que em muitos momentos precisei e por me fazer sempre acreditar em mim próprio, o meu sincero obrigado. Cinco anos contigo passaram a correr.

A todos os meus amigos, pela preocupação, motivação, encorajamento, simpatia e confiança que depositaram em mim todos os dias e por todos os momentos partilhados. Levo-os comigo para a vida.

Resumo

A liga de alta resistência DIN 34CrNiMo6 é um material de engenharia muito importante e versátil, combinando elevada ductilidade com alta temperabilidade, tenacidade e resistência. É um material ideal para componentes mecânicos críticos, tais como: veios, eixos, pinhões, barras de torção, componentes aeronáuticos, entre outros, que, de uma forma geral, funcionam sob a ação de condições de serviço severas e são sujeitos a carregamentos relativamente complexos. Estes componentes mecânicos, apresentam ainda descontinuidades geométricas o que os torna suscetíveis ao fenómeno de concentração de tensões. Para que o risco de falha por fadiga resultante destas características seja reduzido é necessário ter modelos de previsão de vida à fadiga fiáveis e assertivos.

Assim sendo, o objetivo principal da presente dissertação é o estudo do comportamento à fadiga de peças entalhadas, concebidas a partir da liga de alta resistência DIN 34CrNiMo6 sujeito a carregamentos de flexão, torção, e a carregamentos proporcionais combinados de flexão-torção. Dentro dos carregamentos combinados são consideradas três razões entre momento fletor (B) e momento torsor (T), mais precisamente $B=2T$, $B=T$ e $B=2T^3$. Com este estudo pretende-se desenvolver uma metodologia de previsão de vida à fadiga com recurso à simulação numérica por elementos finitos. Mais especificamente, o procedimento consiste na seleção de um modelo constitutivo elasto-plástico que permita obter, de uma forma precisa, o estado de tensão-deformação nas zonas críticas dos entalhes. As geometrias dos provetes utilizados nos ensaios de fadiga consistem em barras de secção circular com entalhes laterais em forma de U. Consideram-se razões de tensão próximas de zero e cargas com amplitude constante. As previsões de vida à fadiga são obtidas com os modelos de Coffin-Manson (CM), de Smith-Watson-Topper (SWT) e de Ellyin. O segundo objetivo é identificar um parâmetro de dano representativo, que permita estimar a vida à fadiga para diferentes tipos de solitação, nomeadamente diferentes relações de proporcionalidade entre tensões normais e de corte.

Globalmente, as previsões de vida obtidas com o modelo energético de Ellyin apresentam boa correlação, com cerca de 84% dos casos dentro de bandas de dispersão com fatores de 2. Relativamente aos outros dois modelos, os resultados foram menos interessantes.

Palavras-chave: Carregamento multiaxial, Carregamento combinado de flexão com torção, Previsão numérica de vida à fadiga, Circuito de histerese, Propagação de fenda, Efeito do entalhe.

Abstract

DIN 34CrNiMo6 high strength steel is a very important and versatile engineering material, combining high ductility with deep hardenability, toughness and strength. It is an ideal material for critical mechanical components, such as: axles, shafts, crankshafts, pinions, connecting rods, gears, torsion bars, among others. In general, these components are subjected to severe service conditions and complex loading, and have geometric discontinuities which make them susceptible to stress concentration phenomena. To reduce the risk of fatigue failure resultant of these characteristics, it is necessary the development of accurate fatigue life prediction models.

Therefore, the main objective of this thesis is the study of fatigue behavior in notched components, made of DIN 34CrNiMo6 high strength steel, under in-phase bending-torsion, single bending and single torsion loading. For the in-phase bending-torsion, three ratios between the bending moment (B) and the torsion moment (T) are considered, more precisely $B=2T$, $B=T$ and $B=2T/3$. With this study it is intended to develop a fatigue life prediction methodology based on the finite element method. More specifically, the procedure consists of selecting an elasto-plastic constitutive model that allows to obtain, as accurate as possible, the stress-strain state in the critical zones of the notches. The specimen geometries used in the experiments are round bars with lateral U-shaped notches. The tests are conducted at stress ratios close to zero under constant-amplitude loading. The fatigue life predictions are performed through the Coffin-Manson (CM), Smith-Watson-Topper, and the Ellyin models. The second objective is the identification of a representative damage parameter which allows estimating the fatigue life for different loading scenarios, namely different relations between the normal and shear stresses.

Overall, the life predictions obtained with the Ellyin energy model show good correlation, with about 84% of the cases within factors of 2. Relatively to the other two models, the results were less interesting.

Keywords Multiaxial loading, Combined bending-torsion loading, Numerical prediction of fatigue life, Hysteresis circuit, Crack shape evolution, Notch effect.

Índice

Índice de Figuras	xi
Índice de Tabelas	xiii
Simbologia e Siglas	xv
Simbologia.....	xv
Siglas	xviii
1. INTRODUÇÃO.....	1
1.1. Objetivos.....	2
1.2. Estrutura da dissertação	3
2. REVISÃO DA LITERATURA	5
2.1. Fenómeno de fadiga.....	5
2.1.1. Efeito do carregamento.....	10
2.1.2. Efeito da geometria.....	12
2.2. Resposta tensão-deformação cíclica	13
2.3. Previsão de vida à fadiga em peças com entalhes.....	15
2.3.1. Modelos baseados nas tensões.....	17
2.3.2. Modelos baseados na deformação	19
2.3.3. Modelos baseados na energia	20
3. PROCEDIMENTO NUMÉRICO	25
3.1. Material.....	25
3.2. Modelação do comportamento elasto-plástico do material	26
3.2.1. Modelo teórico.....	26
3.2.2. Identificação das constantes do material	27
3.3. Ensaio de fadiga	30
3.4. Modelos numéricos.....	32
3.4.1. Modelo Elasto-Plástico.....	33
4. RESULTADOS E DISCUSSÃO	37
4.1. Trajetórias de propagação da fenda e ângulos de iniciação de fenda à superfície do entalhe.....	37
4.2. Previsões de vida à fadiga a partir do modelo elasto-plástico	42
5. CONCLUSÕES	53
5.1. Trabalhos futuros	54
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	55

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2.1 Esquemática da nucleação e propagação de fendas por fadiga em componentes mecânicos devido a carregamentos cíclicos (adaptado de Farahmand <i>et al.</i> , 1997).....	6
Figura 2.2 Ilustração esquemática dos três modos básicos de fratura: a) Modo I; b) Modo II; c) Modo III (adaptado de Socie e Marquis, 2000).....	7
Figura 2.3 Diagrama da curva típica $da/dN - \Delta K$	9
Figura 2.4 Tipos de carregamentos: a) amplitude constante; b) amplitude aleatória; c) blocos de amplitude constante (adaptado de Branco, 2013)	10
Figura 2.5 Curvas S-N para a liga de alta resistência DIN 34CrNiMo6 obtidas usando provetes entalhados ($K_T = 2$) e provetes lisos ($K_T = 1$) (adaptado de MIL-HDBK-5H, 1998).	13
Figura 2.6 Curva monótona e curva cíclica tensão-deformação da liga de alta resistência DIN 34CrNiMo6 (adaptado de Branco <i>et al.</i> , 2012b).....	14
Figura 2.7. Interpretação gráfica do método da densidade de energia de deformação equivalente (Glinka, 1985).	21
Figura 2.8. Energia cíclica de deformação por densidade de estado de tensão uniaxial.....	23
Figura 3.1. Representação esquemática do comportamento plástico em tração-compressão. As figuras à esquerda referem-se a superfícies de plasticidade de Von Mises, representadas no plano das tensões principais (σ_1 ; σ_2) e as figuras à direita mostram as respectivas curvas de tensão-deformação plástica equivalente, no caso de: (a) encruamento isotrópico e (b) encruamento cinemático (Adaptado de Prates <i>et al.</i> , 2016).....	27
Figura 3.2. Curva de tensão - deformação da liga DIN 34CrNiMo6 (linha preta) e curva ajustada (linha vermelha), obtida pela minimização de F(A).	29
Figura 3.3. Comparação entre o carregamento tração-compressão numérico (linha preta) e experimental (linha azul) vs. deformação para a liga DIN 34CrNiMo6 considerando o encruamento isotrópico (Swift) e cinemático (Lemaître-Chaboche).....	30
Figura 3.4. Provetes entalhados usados nos ensaios de fadiga multiaxial: a) secção transversal de 16mm; b) secção transversal de 14mm (Branco, 2013).	31
Figura 3.5. Padrões de carregamentos proporcionais aplicados nos ensaios de fadiga: a) flexão simples (B); b) flexão combinada com torção (B=2T); c) flexão combinada com torção (B=T); d) flexão combinada com torção (B=2T/3); e) torção simples (T) (adaptado de Branco, 2013).	31

Figura 3.6. Malha de elementos finitos: a) Modelo tridimensional para simulação dos ensaios de flexão e torção; b) detalhe da região entalhada; c) Modelo tridimensional para simulação dos ensaios de flexão combinada com torção.	33
Figura 4.1. Trajetórias e locais de iniciação de fendas à superfície para diferentes condições de carregamento: a) B; b) B=2T; c) B=T; d) B=2T/3; e) T (Branco <i>et al.</i> , 2017).	38
Figura 4.2. Previsão numérica de trajetórias e locais de iniciação de fendas à superfície para diferentes condições de carregamento.	38
Figura 4.3. Orientação das fendas à superfície na fase inicial da propagação para a condição: a) B; b) B=2T/3; c) T (adaptado de Branco, 2013)	39
Figura 4.4. Ângulos de iniciação obtidos experimentalmente versus ângulos de iniciação previstos na fase inicial da propagação para diferentes condições de carregamentos pelo modelo elasto-plástico.	41
Figura 4.5. Ângulos de iniciação previstos na fase inicial da propagação para diferentes condições de carregamentos pelo modelo linear-elástico versus ângulos de iniciação previstos pelo modelo elasto-plástico.	41
Figura 4.6. Representação dos elementos selecionados para o estudo dos pontos de Gauss em profundidade para a simulação B (Referência da simulação: B-1).	42
Figura 4.7. Vida de iniciação obtida experimentalmente versus vida de iniciação prevista obtida pelo modelo: a) Coffin-Manson; b) Smith-Watson-Topper.	45
Figura 4.8. Vida de iniciação obtida experimentalmente versus vida de iniciação prevista obtida pelo modelo: a) Coffin-Manson; b) Smith-Watson-Topper (Branco, 2013).	45
Figura 4.9. Curva tensão-deformação obtido para o ensaio B aplicando o modelo de Ellyin com circuitos de histerese sobrepostos. (Referência da simulação: B-4).	47
Figura 4.10. Curva tensão-deformação obtido para o ensaio B=T aplicando o modelo de Ellyin com circuitos de histerese bem visíveis. (Referência da simulação: BT-7).	47
Figura 4.11. Vida de iniciação obtida experimentalmente versus vida de iniciação prevista obtida pelo modelo de Ellyin.	49
Figura 4.12. Vida de iniciação obtida experimentalmente versus vida de iniciação prevista obtida pelo modelo de Ellyin usando um modelo linear-elástico (Branco, 2017).	51

ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 3.1. Composição química nominal da liga de alta resistência DIN 34CrNiMo6 (%wt) (Branco R <i>et al.</i> , 2012b).....	25
Tabela 3.2. Propriedades mecânicas monótonas e cíclicas da liga de alta resistência DIN 34CrNiMo6 (Branco R <i>et al.</i> , 2012b).....	25
Tabela 3.3. Conjunto de parâmetros de encruamento isotrópico e cinemático identificados para a liga DIN 34CrNiMo6.....	28
Tabela 3.4. Resumo das condições de carregamento analisadas nos ensaios experimentais de flexão combinada com torção (adaptado de Branco, 2013).	32
Tabela 3.5 Síntese das condições de carregamento e respetivo comprimento de braço aplicadas nos ensaios de flexão combinada com torção.....	34
Tabela 4.1 Comparação entre os ângulos de iniciação de fenda previstos numericamente (LE e EP) e obtidos experimentalmente.....	40
Tabela 4.2 Vidas de iniciação obtidas experimentalmente e previstas para as diferentes condições de carregamento.	44
Tabela 4.3 Constantes da Equação (2.35) para a liga DIN 34CrNiMo6	46
Tabela 4.4 Vida de iniciação obtidas experimentalmente e previstas pelo modelo de Ellyin para as diferentes condições de carregamento.	48
Tabela 4.5 Dados estatísticos para as razões N_{CM}/N_p obtidos pelo modelo de CM (adaptado de Branco, 2013).....	50
Tabela 4.6 Dados estatísticos para as razões N_{SWT}/N_p obtidos pelo modelo de SWT (adaptado de Branco, 2013).....	50
Tabela 4.7 Dados estatísticos para as razões N_{Ellyin}/N_p obtidos pelo modelo de Ellyin... ..	50

SIMBOLOGIA E SIGLAS

Simbologia

a – Comprimento da fenda

A – Constante do material

a_0 – Comprimento intrínseco da fenda

b – Expoente de resistência cíclica

$2b$ – Comprimento superficial de fenda

B – Momento fletor

B/T – Razão entre o momento fletor e o momento torsor

c – Expoente de ductilidade cíclica

C – Constante da lei de Paris

d – Distância à superfície do entalhe

da/dN – Velocidade de propagação da fenda

D – Diâmetro do provete

D_{AM} – Distância crítica para o método da área

D_{LM} – Distância crítica para o método da linha

D_{PM} – Distância crítica para o método do ponto

E – Módulo de Young

$f(\varepsilon_{ij})$ – Função de deformação equivalente

$f(\sigma_{ij})$ – Função de tensão equivalente

F – Força aplicada nos ensaios numéricos

k – Coeficiente de endurecimento monótono

k' – Coeficiente de endurecimento cíclico

K – Fator de intensidade de tensão

K_{Ic} – Tenacidade à fratura

K_f – Fator de redução de resistência à fadiga

$K_{m\acute{a}x}$ – Fator de intensidade de tensão máximo

- $K_{mín}$ – Fator de intensidade de tensão mínimo
 K_T – Fator elástico de concentração de tensões
 K_σ – Fator de concentração de tensão
 K_ε – Fator de concentração de deformação
 m – Expoente da lei de Paris
 n – Expoente de endurecimento monótono
 n' – Expoente de endurecimento cíclico
 N – Número de ciclos de carregamento
 N_{CM} – Vida prevista pelo modelo de Coffin-Manson
 N_{Ellyin} – Vida prevista pelo modelo de Ellyin
 N_i – Número de ciclos de iniciação
 N_p – Vida prevista
 N_{SWT} – Vida prevista pelo modelo de Smith, Watson e Topper
 q – Fator de sensibilidade ao entalhe
 R – Razão de tensão
 R_ε – Razão de deformação
 T – Momento torsor
 W_e – Densidade máxima de energia de deformação
 W_{nom} – Densidade nominal de energia de deformação
 W_p – Densidade de energia de deformação devido a tensões elasto-plásticas
 Y – Fator geométrico
 $\alpha_{num,EP}$ – Ângulo previsto pelo modelo elasto-plástico
 $\alpha_{num,LE}$ – Ângulo previsto pelo modelo linear-elástico
 α_p – Direções principais para os nós com tensões principais máximas
 α_{exp} – Ângulo experimental
 ΔK – Gama do fator de intensidade de tensão
 ΔK_{lf} – Limiar de propagação de fadiga
 ΔK_{lf0} – Limiar de propagação de fadiga para $R=0$
 $\Delta\varepsilon$ – Gama de deformação total
 $\Delta\varepsilon_e$ – Gama de deformação elástica

$\Delta\varepsilon_p$	– Gama de deformação plástica
$\Delta\varepsilon_{eq}/2$	– Amplitude de deformação equivalente
$\Delta\sigma$	– Gama de tensão
$\Delta\sigma_n$	– Gama de tensão nominal
$\Delta\sigma_{eq}/2$	– Amplitude de tensão equivalente
$\Delta\sigma_{eq}$	– Gama de tensão equivalente
ΔW_{0p}	– Energia de histerese do material em limite de fadiga
ΔW_p	– Energia de deformação plástica absorvida por ciclo
ΔW_t	– Energia total de deformação
ε	– Deformação local
ε'_f	– Coeficiente de ductilidade cíclica
ε_{FI}	– Função de intensidade de deformação
$\varepsilon_{máx}$	– Deformação máxima
ε_{nom}	– Deformação nominal
ν	– Coeficiente de Poisson
ρ	– Raio da raiz do entalhe
σ	– Tensão normal/Tensão de flexão
σ_{rem}	– Tensão remota aplicada
σ'	– Tensão local
σ/τ	– Razão entre a tensão de flexão e a tensão de torção
σ_a	– Amplitude de tensão
σ_{ced}	– Tensão de cedência
σ_e	– Componente elástica da tensão
σ_{f0}	– Tensão limite de fadiga para uma tensão média nula
σ_{f0}	– Tensão limite de fadiga de um provete liso
σ_{fe}	– Tensão limite de fadiga de um provete entalhado
σ'_f	– Coeficiente de resistência cíclica
σ_{FI}	– Função de intensidade de tensão
σ_m	– Tensão média
$\sigma_{máx}$	– Tensão máxima
$\sigma_{mín}$	– Tensão mínima

σ_{nom} – Tensão nominal

$\sigma_{n,máx}$ – Tensão nominal máxima

σ_R – Tensão de rotura

σ_{eq} – Tensão equivalente

$\sigma_{eq,máx}$ – Tensão equivalente máxima

$\sigma_{eq,m}$ – Tensão equivalente média

$\sigma_{YY}, \sigma_{ZZ}, \tau_{YZ}$ – Componentes da tensão obtidas pelo MEF

τ – Tensão de corte/ Tensão de torção

Siglas

ASTM – American Society for Testing and Materials

CNC – Controlo Numérico Computorizado

DEM – Departamento de Engenharia Mecânica

FCTUC – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

MEF – Método dos Elementos Finitos

MFLE – Mecânica da Fratura Linear Elástica

MLE – Modelo linear elástico

MEP – Modelo elasto-plástico

1. INTRODUÇÃO

As ligas de alta resistência abrangem um amplo espectro de aplicações, sendo bastante utilizadas atualmente devido às características especiais que evidenciam, nomeadamente uma boa relação resistência/peso e uma boa resistência à corrosão (Branco, 2013). Particularmente, a liga DIN 34CrNiMo6 conjuga alta temperabilidade, elevada ductilidade, tenacidade e resistência (Branco *et al.*, 2014). As propriedades supracitadas tornam-na ideal para componentes críticos, tais como: veios, eixos, engrenagens, cambotas, bielas, pinhões, barras de torção, parafusos, componentes aeronáuticos, reservatórios sob pressão para unidades nucleares, entre outros (Branco, 2013).

De uma forma geral, a maioria dos componentes mecânicos utilizados nas transmissões mecânicas e nos grupos de propulsores dos veículos terrestres contém descontinuidades geométricas severas, operando, geralmente, sob o efeito de cargas combinadas complexas, para as quais há variações ao longo do tempo, quer no que concerne ao grau de proporcionalidade entre tensões normais e de corte, quer no que diz respeito às direções das tensões principais. A combinação destas condições de serviço torna-os suscetíveis a falhas por acumulação de dano por fadiga. Por outro lado, devido a questões económicas e ambientais, a indústria procura, de forma contínua, melhorar a *performance*, reduzir o peso específico, e baixar os custos desses mesmos componentes. Ora, estes desígnios requerem, entre outros aspetos, metodologias de projeto eficientes. Neste contexto, a presença de entalhes severos tem um papel fulcral, pois estes representam um dos problemas mais importantes no projeto de componentes mecânicos críticos.

A fadiga é definida, segundo a American Society for Testing and Materials (ASTM), como “um processo de alteração estrutural permanente, progressivo e localizado que ocorre num material sujeito a condições produtoras de tensões ou deformações dinâmicas num ponto ou em vários pontos, e que pode culminar em fissuras ou numa fratura completa, após um número suficiente de variações de carga” (ASTM, 2013). Por outras palavras, o fenómeno de fadiga é descrito como um processo sequencial de acumulação de dano constituído por três etapas principais: i) nucleação e iniciação da fenda; ii) propagação estável da fenda; e iii) propagação instável da fenda e conseqüente rotura final. A vida à

fadiga é afetada por diversos fatores que podem agrupar-se em diferentes categorias, tais como a microestrutura do material, técnicas de processamento, história de carga, meio ambiente e geometria (Ellyin, 1997). Assim sendo, o modo de falha por fadiga é um dos principais problemas em órgãos de máquinas, uma vez que ocorre em cerca de 80% a 90% das peças em serviço (Branco *et al.*, 2012a) podendo causar grandes perdas monetárias e, em casos extremos, perdas humanas.

Em componentes entalhados, as tensões e deformações mais elevadas encontram-se, geralmente, junto à raiz do entalhe. Devido às concentrações de tensão e deformação nessa zona específica, as tensões nominais elásticas podem originar campos de tensão-deformação elastoplásticos. A acumulação de dano por fadiga na raiz do entalhe causada pela aplicação de cargas cíclicas conduz à iniciação e propagação de fendas podendo culminar numa falha por fadiga (Polák, 1991). No entanto, fatores como a geometria do entalhe, a distribuição de tensões locais e os níveis de carga aumentam a complexidade do problema.

Atualmente, apesar dos progressos tecnológicos significativos realizados para a resolução deste problema, ainda existem vários fatores que não são plenamente compreendidos. Métodos numéricos provaram ser ferramentas eficazes para o estudo da propagação da fenda por fadiga, todavia, esta abordagem requer algoritmos específicos, que usualmente não estão disponíveis em software comercial implicando tarefas de programação adicionais trabalhosas e consumidoras de muito tempo (Branco, 2013). Deste modo, há uma crescente procura de uma metodologia de previsão de vida à fadiga para peças com entalhes severos sujeitas a histórias de carga multiaxial.

1.1. Objetivos

O primeiro objetivo da presente dissertação de mestrado é desenvolver uma metodologia de previsão de vida à fadiga para peças com entalhes severos sujeitos a carregamentos multiaxiais, com recurso à simulação numérica por elementos finitos. Mais especificamente o procedimento consiste na seleção de um modelo constitutivo elasto-plástico que permita obter, de uma forma precisa, o estado de tensão-deformação nas zonas críticas dos entalhes.

O segundo objetivo é identificar um parâmetro de dano multiaxial representativo, que permita estimar a vida à fadiga para diferentes tipos de solicitação, nomeadamente diferentes relações de proporcionalidade entre tensões normais e de corte.

1.2. Estrutura da dissertação

A presente dissertação está organizada em cinco capítulos. Em seguida é exposta uma descrição genérica do conteúdo de cada um deles:

- O capítulo 1 introduz o tema em desenvolvimento e identifica os objetivos principais da dissertação;
- O capítulo 2 é dedicado à revisão bibliográfica onde é feita, primeiramente, uma abordagem ao fenómeno de fadiga recorrendo a alguns dados históricos e de seguida é explicado o comportamento do material quando submetido a tensão-deformação cíclica bem como apresentados vários modelos de previsão de vida à fadiga em peças com entalhe;
- O capítulo 3 descreve o procedimento numérico desenvolvido neste trabalho, assim como a modelação do comportamento elasto-plástico do material;
- O capítulo 4 apresenta os resultados obtidos nas simulações numéricas e as previsões de vida de iniciação;
- O capítulo 5 descreve as principais conclusões do trabalho realizado e identifica tópicos de pesquisa relevantes merecedores de investigação adicional futura.

2. REVISÃO DA LITERATURA

2.1. Fenómeno de fadiga

A fadiga é uma alteração progressiva, localizada e permanente que surge em componentes mecânicos submetidos a campos de deformação, repetidos ou flutuantes, causados pela aplicação de tensões nominais consideravelmente abaixo da tensão de rotura dos materiais envolvidos e, muito frequentemente, abaixo da tensão de cedência. As falhas por fadiga ocorrem de muitas formas diferentes. Meras flutuações nas tensões ou deformações aplicadas externamente originam fadiga mecânica. Por sua vez, a sinergia de vários fatores prejudiciais, torna o fenómeno ainda mais complexo, conduzindo a fadiga termomecânica, fadiga de fluência, fadiga por corrosão, fadiga de contato deslizante, fadiga de contato de rolamento, fadiga por fretting, etc. (Suresh, 1998).

As primeiras roturas por fadiga com alguma importância económica começaram a ser estudadas nos finais do século XIX. Os primeiros estudos conhecidos sobre fadiga são da autoria do engenheiro alemão August Wöhler (1819-1914) com os ensaios realizados em eixos de locomotivas sujeitos a cargas cíclicas cujas roturas se tornaram muito frequentes na indústria ferroviária alemã na década de 1860 (Branco *et al.*, 2012a). A apresentação dos resultados experimentais em termos de tensão aplicada *versus* número de ciclos (curvas S-N) revelou-se uma importante inovação e estendeu-se rapidamente a outras aplicações, tais como pontes, navios, aviões e equipamentos de máquinas, igualmente submetidos a cargas cíclicas (Farahmand *et al.*, 1997).

A falha por fadiga, como é ilustrado na Figura 2.1, é um processo sequencial que envolve três estágios principais. O primeiro estágio consiste na nucleação microscópica e iniciação da fenda. O segundo estágio integra a propagação estável da fenda. Neste período, a fenda atinge uma dimensão crítica tornando a restante seção transversal do componente mecânico demasiado frágil para suportar a carga aplicada. O último estágio inclui a propagação instável da fenda que culmina numa súbita rotura final da seção transversal remanescente do componente mecânico (Farahmand *et al.*, 1997).

A iniciação de fendas é, geralmente, um fenómeno superficial que ocorre na zona em que a tensão é máxima. Para explicar este facto foram sugeridas diferentes razões sendo que, por exemplo, a presença de entalhes ou outras descontinuidades geométricas provocam concentrações de tensões facilitando a iniciação de fendas por fadiga à superfície do componente.

Segundo Ewing e Humfrey (1903), a nucleação de fendas por fadiga inicia-se a partir de microfissuras em bandas de escorregamento. Estudos posteriores revelaram que a nucleação das microfissuras ocorre geralmente cedo na vida à fadiga do componente. As deformações plásticas resultantes da aplicação de tensões de corte cíclicas causam, eventualmente, a nucleação de bandas de escorregamento. No entanto, a tensão de corte nos planos cristalográficos de escorregamento difere de grão para grão. Grãos cujos planos cristalográficos de escorregamento estão favoravelmente orientados relativamente à tensão cíclica aplicada serão os primeiros a formar bandas de escorregamento (Socie e Marquis, 2000).

A contínua aplicação de cargas cíclicas promove a propagação estável da fenda. No período inicial de propagação estável da fenda, a direção de propagação não é rigorosamente perpendicular à direção da carga aplicada, dependendo da orientação da banda de escorregamento primária (Figura 2.1b). Num momento posterior, a direção de propagação altera-se e a fenda tende a propagar segundo uma direção normal à direção da carga aplicada. No momento em que a fenda atinge um comprimento crítico, a propagação torna-se instável conduzindo à fratura final (Branco, 2013).

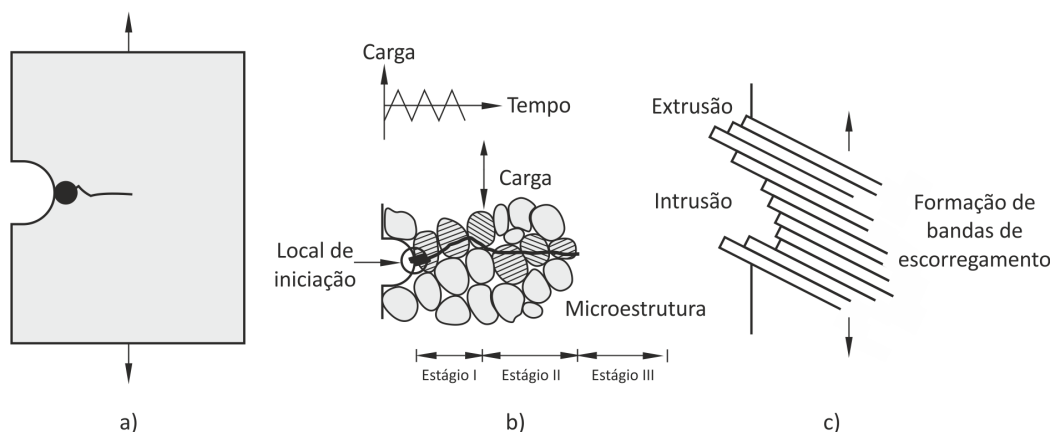


Figura 2.1 Esquematização da nucleação e propagação de fendas por fadiga em componentes mecânicos devido a carregamentos cíclicos (adaptado de Farahmand *et al.*, 1997).

No que diz respeito a metais policristalinos, tais como ligas de alta resistência ou ligas de alumínio, o processo de nucleação de fendas é complexo sendo influenciado pela presença de fronteiras de grão, precipitados, impurezas e inclusões. Neste caso, as bandas de escorregamento formam-se como resultado do movimento de deslocações, no interior de grãos individuais. No momento em que tais tensões excedem um valor crítico ocorre deformação plástica, promovendo conseqüentemente a formação de bandas de escorregamento à superfície da peça (Figura 2.1c). As zonas de extrusões e intrusões, apesar das suas dimensões microscópicas, são zonas em que a concentração de tensões é muito elevada devido ao efeito pronunciado do entalhe aí existente. A tensão local nessas zonas, que depende essencialmente das tensões de corte que causam o escorregamento, pode atingir valores muito elevados, podendo igualar, localmente, a tensão de rotura. Deste modo, formam-se microfissuras, levando à nucleação da fissura caso a amplitude de tensão de corte máxima na banda de escorregamento e o número de ciclos de carga sejam suficientemente elevados (Branco *et al.*, 2012a).

A Mecânica da Fratura é a área da mecânica que estuda os processos mecânicos que levam à propagação de fendas, fissuras e outros "defeitos", diminuindo a resistência do material, provocando a fratura (rotura) do mesmo. Tal como é ilustrado na Figura 2.1, a fenda inicia-se num grão superficial e propaga-se, posteriormente, para o seguinte. No primeiro estágio, a propagação assume uma trajetória ao longo dos planos de tensão de corte máxima. De acordo com a terminologia da Mecânica da Fratura, corresponde ao Modo II representado na Figura 2.2. No segundo estágio, a fenda passa a propagar perpendicularmente à carga aplicada, correspondendo ao Modo I. A transição entre os dois primeiros estágios é principalmente regida pela carga aplicada e microestrutura do material.

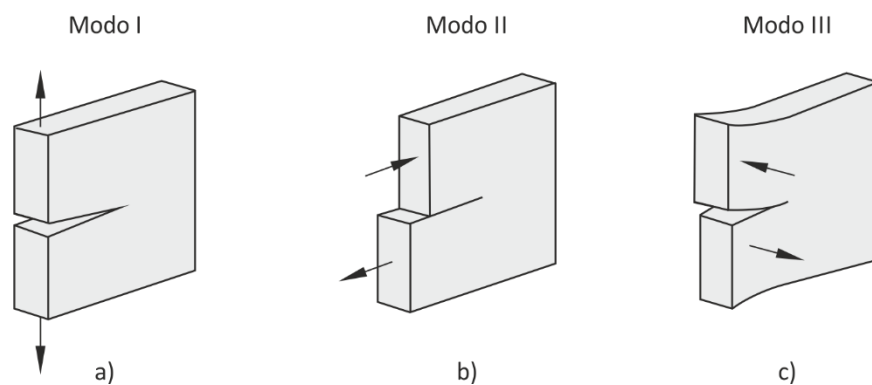


Figura 2.2 Ilustração esquemática dos três modos básicos de fratura: a) Modo I; b) Modo II; c) Modo III (adaptado de Socie e Marquis, 2000).

Nas últimas décadas observou-se um desenvolvimento notável na aplicação da Mecânica da Fratura ao fenómeno de fadiga. Nesta metodologia, a garantia de não ocorrência de falha pressupõe que o tamanho do defeito não atinge um valor crítico antes de uma inspeção programada ou da simples troca do componente (Budynas *et al.*, 2015). Para tal, torna-se necessário conhecer os princípios que regem a propagação de fendas por fadiga. Quando um componente é sujeito a baixas tensões, a zona de deformação plástica na extremidade da fenda apresenta dimensões reduzidas comparativamente às restantes dimensões, pelo que o comportamento elástico pode ser admitido. Deste modo, a Mecânica da Fratura Linear Elástica (MFLE) constitui uma ótima ferramenta para descrever a fratura por fadiga (Ribeiro, 2012). Em 1957, Irwin criou o conceito de fator de intensidade de tensão, K , que permite quantificar a magnitude da concentração de tensões provocada pela presença de uma fenda num corpo elástico através da expressão:

$$K = Y\sigma_{rem}\sqrt{\pi a} \quad (2.1)$$

onde Y é um fator geométrico adimensional que depende da geometria da fenda, da configuração do corpo e do carregamento; σ é a tensão nominal remotamente aplicada; e a é o comprimento da fenda. O fator de intensidade de tensão é, assim, função da tensão remota aplicada, do modo de deformação da fenda, da dimensão da fenda e da geometria do componente. A Equação (2.1) é, geralmente, escrita para o Modo I de carregamento (Figura 2.2a), que corresponde ao modo de carregamento mais severo. O fator de intensidade de tensão é o parâmetro controlador da distribuição de tensões na extremidade da fenda, pelo que é de esperar que a rotura instável suceda quando o valor de K atingir um valor crítico, K_{Ic} , do material, geralmente designado por tenacidade à fratura (Branco *et al.*, 2012a). O comportamento da propagação de fendas por fadiga em metais e ligas sob condições de amplitude constante é usualmente descrito pela relação entre a velocidade de propagação da fenda, da/dN , e a gama do fator de intensidade de tensão, ΔK (Siqueira *et al.*, 2010). A variação do fator de intensidade de tensão é definida por:

$$\Delta K = K_{m\acute{a}x} - K_{m\acute{i}n} \quad (2.2)$$

em que $K_{m\acute{a}x}$ e $K_{m\acute{i}n}$ são, respetivamente, os valores máximo e mínimo do fator de intensidade de tensão durante um ciclo de carga. Perante carregamentos a amplitude

constante, a curva típica de propagação de fendas por fadiga ($da/dN - \Delta K$), em escala bi-logarítmica, inclui três regiões, como se observa na Figura 2.3.

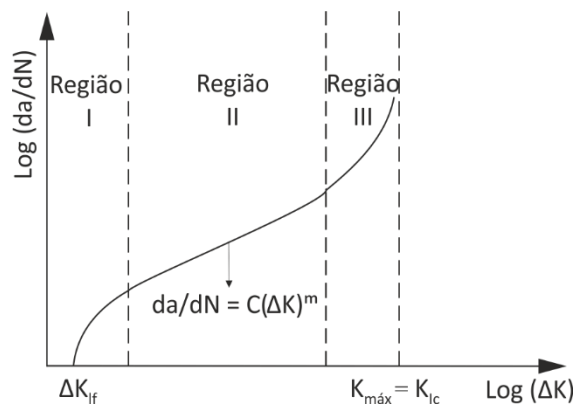


Figura 2.3 Diagrama da curva típica $da/dN - \Delta K$.

A Região I representa a propagação inicial da fenda onde as velocidades de propagação são tipicamente menores ou iguais a 10^{-6} mm/ciclo. Esta região é influenciada pela microestrutura do material, razão de tensão (R) e pelas condições ambientais (Zhao *et al.*, 2008). Neste regime de propagação, a velocidade de propagação depende pronunciadamente do fator de intensidade de tensão, havendo um valor mínimo de ΔK abaixo do qual não se verifica a propagação da fenda. Este valor de ΔK denomina-se limiar de propagação de fadiga, ΔK_{if} , e o seu valor pode ser determinado utilizando várias técnicas experimentais (Branco *et al.*, 2012a). No sentido oposto, a Região III está associada à propagação rápida e instável da fenda que precede a fratura final. Nesta região as velocidades de propagação da fenda em materiais metálicos são, geralmente, superiores a 10^{-3} mm/ciclo fazendo com que a curva típica de propagação de fenda aproxime-se assintoticamente do valor da tenacidade à fratura do material, K_{Ic} . Este regime de propagação é largamente influenciado pela razão de tensão, microestrutura do material e espessura do componente. Por sua vez, a Região II abrange o crescimento estável da fenda com velocidades de propagação compreendidas entre 10^{-6} e 10^{-3} mm/ciclo para materiais metálicos.

No âmbito da presente dissertação, e de modo a evitar uma análise demasiado exaustiva, salientam-se, de seguida, os efeitos na vida à fadiga provocados pelo carregamento, tensão média e concentração de tensões.

2.1.1. Efeito do carregamento

A história de carga a que está sujeito um componente mecânico desempenha um papel importante na vida à fadiga. Em equipamentos estacionários, tais como maquinaria rotativa, a história de carga é praticamente uniforme com algumas variações de ciclo para ciclo (Branco *et al*, 2012a). Um ciclo de tensão a amplitude constante (Figura 2.4a) tem uma amplitude de tensão que não varia com o tempo, o que se verifica, na prática, em mecanismos que funcionam a velocidade constante. Em outros casos, tais como a estrutura de um veículo de transporte, a história de vida é praticamente aleatória durante um determinado tempo de funcionamento (Figura 2.4b). De um modo geral, o fenómeno de fadiga está frequentemente associado a este tipo de ciclos de tensão. Para simplificar o seu estudo, consideram-se os ciclos aleatórios como uma sucessão de blocos de ciclos a amplitude de tensão constante em cada bloco (Figura 2.4c). De acordo com a Equação (2.3), a gama de tensão, $\Delta\sigma$, é dada por:

$$\Delta\sigma = \sigma_{m\acute{a}x} - \sigma_{m\acute{i}n} \quad (2.3)$$

sendo $\sigma_{m\acute{a}x}$ e $\sigma_{m\acute{i}n}$ a tensão máxima e mínima durante o ciclo de carga completo. A amplitude de tensão, σ_a , e a tensão média, σ_m , podem ser obtidas pela Equação (2.4) e Equação (2.5), respetivamente.

$$\sigma_a = \frac{\Delta\sigma}{2} \Leftrightarrow \sigma_a = \frac{\sigma_{m\acute{a}x} - \sigma_{m\acute{i}n}}{2} \quad (2.4)$$

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{m\acute{a}x} + \sigma_{m\acute{i}n}}{2} \quad (2.5)$$

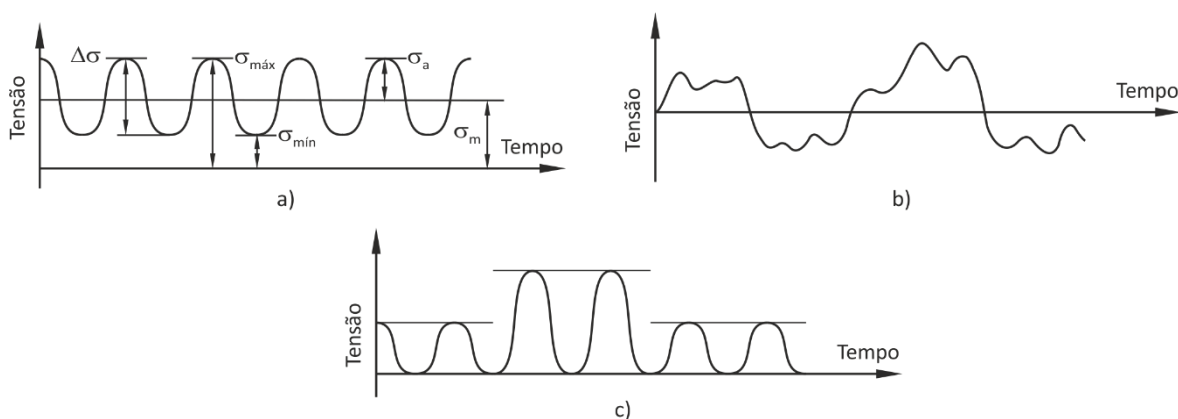


Figura 2.4 Tipos de carregamentos: a) amplitude constante; b) amplitude aleatória; c) blocos de amplitude constante (adaptado de Branco, 2013)

A razão de tensão, R , é um parâmetro utilizado para distinguir diferentes condições de carregamentos a amplitude constante, sendo definido pela razão entre a tensão

cíclica mínima e a tensão cíclica máxima durante um ciclo completo (Equação (2.6)). Os valores mais comuns assumidos por este parâmetro são $R = -1$ e $R = 0$. No primeiro caso, a tensão média é nula e o ciclo de tensões diz-se alternado ou totalmente reversível. No segundo caso, a tensão mínima é nula e o ciclo diz-se pulsante.

$$R = \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}} \quad (2.6)$$

2.1.1.1. Tensão média

A tensão média é um dos principais fatores que influenciam a vida à fadiga das estruturas e componentes de engenharia. De um modo geral, uma tensão média positiva provoca uma redução na vida à fadiga enquanto que uma tensão média negativa poderá aumentar a vida à fadiga (Wehner e Fatemi, 1991). A influência da tensão média na vida à fadiga é usualmente estudada estabelecendo um conjunto de curvas S-N para diferentes valores da razão de tensão. Estudos efetuados sobre a liga de alta resistência DIN 34CrNiMo6 em MIL-HDBK-5H (1998) demonstram que para uma determinada tensão máxima, a condição de carregamento alternado ($R = -1$) é a mais severa conduzindo a menores vidas à fadiga.

Foram propostas várias formulações para a previsão do limite de fadiga de um material submetido a uma determinada tensão média a partir da tensão limite de fadiga para uma tensão média nula. As duas relações geralmente aceites como representativas dos dados experimentais foram propostas por Gerber (1874) e Goodman (1899) e encontram-se representadas na equação seguinte:

$$\sigma_a = \sigma_{f0} \left[1 - \left(\frac{\sigma_m}{\sigma_R} \right)^x \right] \quad (2.7)$$

onde σ_{f0} é a tensão limite de fadiga do material obtida num ensaio de flexão rotativa ($\sigma_m = 0$), σ_R é a tensão de rotura do material e x é uma constante ($x = 2$ para a relação de Gerber e $x = 1$ para a relação de Goodman). O diagrama de Gerber descreve uma parábola que interseca a tensão limite de fadiga para uma tensão média nula e a tensão de rotura do material. O diagrama de Goodman modificado assume que o a tensão limite de fadiga diminui linearmente com o aumento da tensão média. Um diagrama análogo ao diagrama de Goodman modificado, denominado de reta de Soderberg, é definido pela seguinte equação:

$$\sigma_a = \sigma_{f0} \left[1 - \left(\frac{\sigma_m}{\sigma_{ced}} \right) \right] \quad (2.8)$$

sendo σ_{ced} a tensão de cedência do material.

2.1.2. Efeito da geometria

2.1.2.1. Concentração de tensões

As falhas por fadiga em componentes mecânicos ocorrem, geralmente, a partir de descontinuidades geométricas que provocam concentração de tensões, tais como entalhes, furos, ranhuras, entre outras (Taylor *et al.*, 2000). De um modo geral, tais descontinuidades geométricas são fonte de concentração de tensões ou deformações, tornando-as zonas propícias à iniciação de fendas. Os componentes entalhados falham para uma tensão nominal mais baixa comparativamente aos componentes lisos, uma vez que a tensão local na raiz do entalhe é intensificada pelo fator elástico de concentração de tensões, K_T , tornando-a superior à tensão nominal aplicada. Deste modo, aplicando a mesma tensão nominal a um componente entalhado e a um componente liso, o componente entalhado experiencia tensões locais mais elevadas na raiz do entalhe, o que pode induzir, mais facilmente, a fratura (Farahani *et al.*, 2005). Contudo, é importante realçar que as descontinuidades geométricas, geralmente, não podem ser evitadas devido a requisitos funcionais ou a questões de projeto. O processo de avaliação quantitativa do efeito da concentração de tensões na resistência à fadiga consiste em comparar as curvas S-N obtidas em provetes análogos lisos e entalhados (Branco *et al.*, 2012a). O efeito da concentração de tensões na resistência à fadiga de provetes entalhados e lisos constituídos pela liga de alta resistência DIN 34CrNiMo6 foi alvo de estudo, por exemplo, pelo Departamento de Defesa dos Estados Unidos da América (Figura 2.5) (MIL-HDBK-5H, 1998). Nos provetes entalhados, o fator elástico de concentração de tensões, definido como a razão entre a tensão máxima no entalhe e a tensão que existiria na secção crítica da descontinuidade se esta não existisse, é igual a 2. Por sua vez, no caso dos provetes lisos, $K_T = 1$. Como se pode observar na Figura 2.5, a vida à fadiga reduz significativamente com a presença do entalhe.

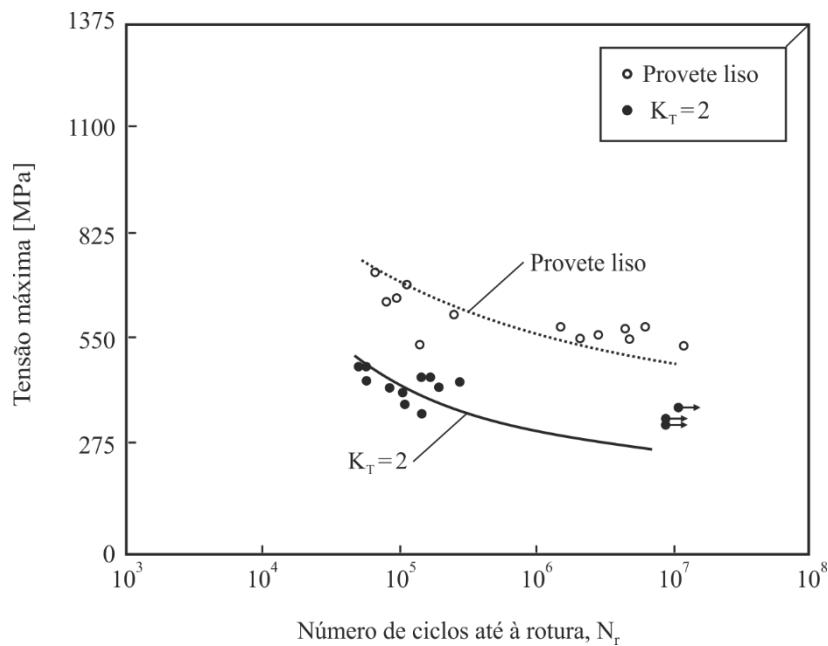


Figura 2.5 Curvas S-N para a liga de alta resistência DIN 34CrNiMo6 obtidas usando provetes entalhados ($K_T = 2$) e provetes lisos ($K_T = 1$) (adaptado de MIL-HDBK-5H, 1998).

2.2. Resposta tensão-deformação cíclica

Os materiais, quando submetidos a deformações plásticas reversíveis exibem um comportamento cíclico que difere do comportamento monótono do material. Na maioria dos casos de carregamentos cíclicos, a resposta cíclica do material estabiliza após um determinado número de ciclos ou varia, de ciclo para ciclo, de forma pouco significativa. Deste modo, é expeável que os circuitos de histerese não se alterem significativamente com o número de ciclos.

O comportamento cíclico estabilizado do material em estudo pode ser descrito através de uma curva cíclica tensão-deformação (Figura 2.6). A curva cíclica traduz a relação entre a tensão e a deformação para um comportamento estabilizado, sendo usualmente determinada unindo os extremos dos vários circuitos de histerese estáveis obtidos para diferentes amplitudes de deformação em ensaios a amplitude de deformação alternada. Geralmente são testadas, sob amplitude constante até que ocorra falha, várias amostras idênticas, lisas e altamente polidas. Branco *et al.* (2016) demonstram que para o material em análise, o estado cíclico estável é genericamente alcançado para razões de vida inferiores a 40% do número total de ciclos até à falha. Deste modo, os circuitos de histerese obtidos para meia vida podem considerar-se representativos do comportamento estável.

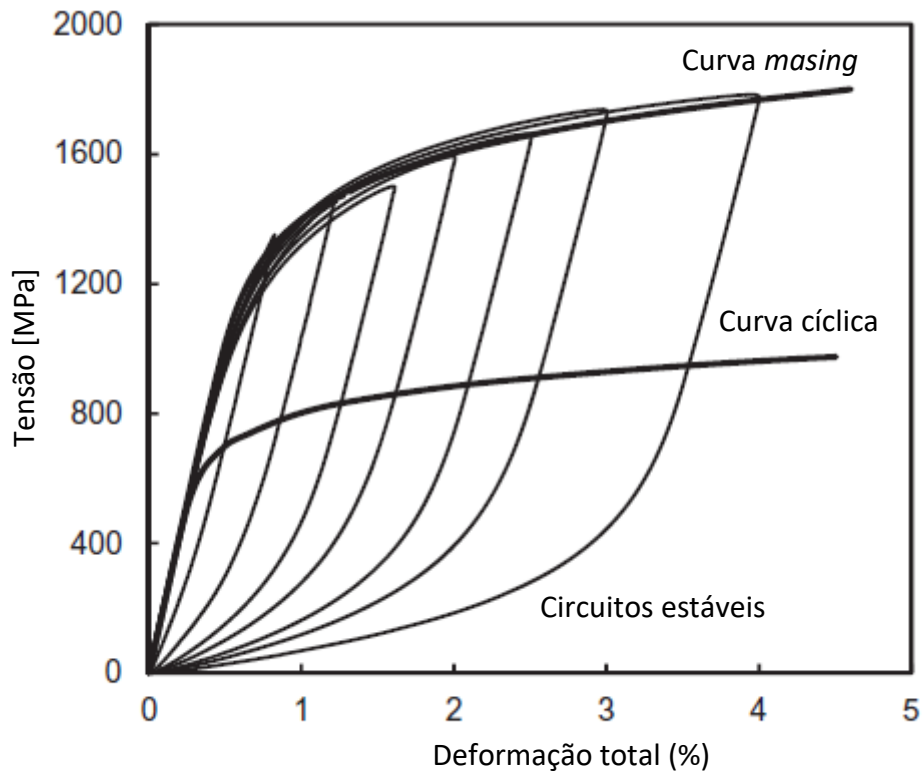


Figura 2.6 Curva monótona e curva cíclica tensão-deformação da liga de alta resistência DIN 34CrNiMo6 (adaptado de Branco *et al*, 2012b).

As propriedades cíclicas do material podem ser usadas para prever a vida à fadiga. A componente de deformação elástica é muitas vezes descrita sob a forma de uma relação entre a amplitude de tensão e o número de reversões até à rotura (Equação (2.9)) (Basquin, 1910):

$$\frac{\Delta\sigma}{2} = \sigma_f'(2N_r)^b \Leftrightarrow \frac{\Delta\varepsilon_e E}{2} = \sigma_f'(2N_r)^b \Leftrightarrow \frac{\Delta\varepsilon_e}{2} = \frac{\sigma_f'(2N_r)^b}{E} \quad (2.9)$$

onde $\Delta\sigma/2$ é a amplitude de tensão; σ_f' é o coeficiente de resistência cíclica; $2N_r$ é o número de reversões até à rotura; b é o expoente de resistência cíclica; $\Delta\varepsilon_e/2$ é a amplitude de deformação elástica; e E é o módulo de Young. A relação apresentada na Equação (2.9), origina uma linha reta, numa escala bi-logarítmica. Uma diminuição do expoente de resistência cíclica e um aumento do coeficiente de resistência cíclica provocam o aumento da vida à fadiga. Por sua vez, a componente de deformação plástica é descrita pela relação de Coffin-Manson (Coffin, 1954; Manson, 1954) e pode ser definida da seguinte forma:

$$\frac{\Delta\varepsilon_p}{2} = \varepsilon_f'(2N_r)^c \quad (2.10)$$

onde $\Delta\varepsilon_p/2$ é a amplitude de deformação plástica e ε'_f e c são, respetivamente, o coeficiente e expoente de ductilidade cíclica. Esta relação origina a uma linha reta numa escala bi-logarítmica. Um aumento da vida à fadiga é expectável com a diminuição do expoente de ductilidade cíclica e com o aumento do coeficiente de ductilidade cíclica. A curva total deformação-vida (Equação (2.11)) pode ser obtida somando as componentes elástica e plástica da deformação.

$$\frac{\Delta\varepsilon}{2} = \frac{\Delta\varepsilon_e}{2} + \frac{\Delta\varepsilon_p}{2} = \frac{\sigma'_f}{E} (2N_r)^b + \varepsilon'_f (2N_r)^c \quad (2.11)$$

O modelo de Smith-Watson-Topper (1970), definido na Equação (2.12), controla não só a influência da tensão média como também da amplitude de deformação. De uma forma geral, esta formulação permite obter uma boa estimativa do efeito da tensão média no regime de fadiga a alto número de ciclos, sendo, no entanto, conservadora na região de fadiga oligocíclica (Koh e Stephens, 1991).

$$\sigma_{m\acute{a}x} \frac{\Delta\varepsilon}{2} = \frac{(\sigma'_f)^2}{E} (2N_r)^{2b} + \varepsilon'_f \sigma'_f (2N_r)^{b+c} \quad (2.12)$$

2.3. Previsão de vida à fadiga em peças com entalhes

Os componentes e estruturas de engenharia são frequentemente sujeitos a carregamentos multiaxiais aleatórios, em que as cargas cíclicas são aplicadas em várias direções com frequências distintas e/ou diferenças de fase (Wang e Brown, 1993). Deste modo, os carregamentos multiaxiais, que podem ser proporcionais (em fase) ou não proporcionais (fora-de-fase), são comumente aplicados a muitos componentes e estruturas. Tanto sob carregamento cíclico multiaxial quanto uniaxial verificam-se tensões multiaxiais cíclicas em regiões com entalhes, uma vez que a restrição geométrica de um entalhe faz com que ocorram tensões multiaxiais na raiz do mesmo, ainda que o componente como um todo esteja sob um estado de tensão uniaxial (Socie e Marquis, 2000; Fatemi e Shamsaei, 2011; Lee *et al.*, 2011). O processo de fadiga sob carregamentos multiaxiais é, de uma forma geral, bastante complexo, sendo fundamental dispor da capacidade de prever com precisão o comportamento à fadiga sob estados de carregamento complexos. Neste sentido, têm sido feitos vários esforços com o intuito de desenvolver um modelo universal de dano multiaxial. Contudo, tais esforços revelaram-se insuficientes, uma vez que até aos dias de hoje ainda não foi possível desenvolver tal modelo.

O primeiro estudo científico referente à fadiga multiaxial foi publicado por Lanza (1886) no século XIX, tendo sido realizado sob carregamentos de flexão combinada com torção. No início do século XX foram propostos vários modelos empíricos obtidos a partir de resultados experimentais (Mason, 1917; Haigh, 1923; Nishiara e Kawamoto, 1941; Gough *et al.*, 1951). As primeiras teorias desenvolvidas para prever a falha por fadiga sob carregamentos multiaxiais são basicamente uma extensão das teorias de falha usadas em estados de tensão multiaxial estáticos para estados de tensão multiaxial cíclicos. O principal foco dessas teorias consiste em reduzir um estado complexo de tensão multiaxial a um estado equivalente de tensão uniaxial e, em seguida, usá-lo para prever a vida à fadiga através de ensaios de fadiga convencionais. No entanto, estes modelos apenas são válidos para carregamentos proporcionais ou em fase, conduzindo a erros significativos para o caso de carregamentos não proporcionais ou fora-de-fase (Garud, 1981; Zenner, 2004).

Os conceitos de carregamentos proporcionais e não proporcionais são importantes na fadiga multiaxial sendo fundamental distingui-los. Identifica-se um carregamento proporcional quando a orientação dos eixos das tensões principais permanece fixa relativamente aos eixos do componente. Por sua vez, um carregamento não proporcional ocorre quando a orientação dos eixos das tensões principais varia em relação aos eixos do componente (Lamba e Sidebottom, 1978; Kanazawa *et al.*, 1979; McDowell, 1985; Jiang e Kurath, 1997; Socie e Marquis, 2000). Dadas as diferenças apresentadas entre carregamentos proporcionais e não proporcionais, têm sido apresentados vários fatores para tentar aferir o grau de não-proporcionalidade de um carregamento. Kanazawa *et al.* (1979) e mais tarde Itoh *et al.* (1995) foram alguns dos autores a proporem fatores que permitem quantificar o efeito da não-proporcionalidade.

A vida à fadiga de componentes entalhados pode ser analisada recorrendo a diferentes modelos que se dividem em três categorias: i) modelos baseados nas tensões; ii) modelos baseados nas deformações; e iii) modelos baseados na energia. Apesar de existirem inúmeros modelos que permitem estudar a vida à fadiga de componentes entalhados, nas seguintes subsecções são descritos resumidamente apenas os modelos que têm sido melhor recebidos pela comunidade científica e, particularmente, aqueles que são utilizados neste trabalho.

2.3.1. Modelos baseados nas tensões

Os modelos baseados nas tensões fundamentam-se em relações empíricas entre a tensão aplicada e o número de ciclos até à rotura (curvas S-N). A presença de uma descontinuidade geométrica, doravante designada por entalhe, provoca concentração de tensões originando tensões locais, na região do entalhe e na sua vizinhança, superiores à tensão nominal. A intensidade da concentração de tensões na raiz do entalhe é usualmente avaliada pelo fator elástico de concentração de tensões, K_T , que traduz a razão entre a tensão elástica máxima na proximidade do entalhe e a tensão nominal remota (Polák, 1991):

$$K_T = \frac{\sigma_{m\acute{a}x}}{\sigma_{nom}} \quad (2.13)$$

sendo $\sigma_{m\acute{a}x}$ a tensão elástica máxima na raiz do entalhe e σ_{nom} a tensão nominal afastada do entalhe. Este fator é influenciado única e exclusivamente pela geometria do entalhe e pelo modo de carregamento, não sendo afetado pelas propriedades mecânicas do material. A presença de entalhes diminui, geralmente, a resistência à fadiga (Klesnil e Lukás, 1992). O efeito da presença de entalhes na resistência à fadiga pode ser estimado pelo fator de redução de resistência à fadiga, K_f , que representa a razão entre a tensão limite de fadiga de um provete liso e de um provete entalhado, i.e.

$$K_f = \frac{\sigma_{f0}}{\sigma_{fe}} \quad (2.14)$$

onde σ_{f0} e σ_{fe} representam, respetivamente, a tensão limite de fadiga de um provete liso e entalhado. O fator de redução de resistência à fadiga é função de diferentes parâmetros, tais como: propriedades do material; defeitos inerentes no material; dimensão e geometria do entalhe; gradiente de tensões; tipo de carregamento; e número de ciclos de carregamento (Branco, 2013). A relação entre o fator de redução de resistência à fadiga e o fator elástico de concentração de tensões é expressa com base no fator de sensibilidade ao entalhe, q , representado na Equação (2.15). O fator de sensibilidade ao entalhe assume valores compreendidos entre 0 e 1. Caso $K_f = K_T$, i.e. $q = 1$ o material diz-se totalmente sensível ao entalhe. Por outro lado, caso $K_f = 1$, i.e. $q = 0$ o material diz-se insensível ao entalhe.

$$q = \frac{K_f - 1}{K_T - 1} \quad (2.15)$$

A determinação do fator de redução de resistência à fadiga via experimental é provavelmente a abordagem mais fiável. No entanto, tal abordagem revela-se relativamente dispendiosa e

demorada. Deste modo, têm sido propostas abordagens alternativas com o objetivo de determinar o fator de redução de resistência à fadiga. De uma forma geral, estas abordagens podem agrupar-se em diferentes métodos, tais como: tensão efetiva, mecânica da fratura e intensidade do campo de tensões. Na literatura podem ser encontrados vários estudos sistemáticos sobre o tema (Yao *et al.*, 1995; Pluvinage, 1998; Qylafku *et al.*, 1999; Ostash e Panasyuk, 2001). Entre os métodos supramencionados, o método baseado na tensão efetiva tem sido extensivamente utilizado. Este método baseia-se no pressuposto de que o dano por fadiga não é controlado apenas pela tensão local máxima na raiz do entalhe, mas sim pela média das tensões locais totais avaliada ao longo de uma linha, área ou volume de pequenas dimensões em torno da raiz do entalhe. Em suma, este modelo assume que a falha por fadiga ocorre quando a média das tensões, a uma distância crítica da raiz do entalhe, é igual ou superior à resistência à fadiga de um componente liso (Lee *et al.*, 2011). Neuber (1958) propôs a seguinte relação empírica para a determinação do fator de redução de resistência à fadiga:

$$K_f = 1 + \frac{K_T - 1}{1 + \sqrt{\frac{A}{\rho}}} \quad (2.16)$$

onde A é uma constante do material determinada com base na tensão de rotura do material e ρ é o raio da raiz do entalhe. Mais tarde, baseado no pressuposto que junto a um entalhe a tensão diminui linearmente, Peterson (1959) propôs a seguinte relação empírica:

$$K_f = 1 + \frac{K_T - 1}{1 + \left(\frac{A}{\rho}\right)} \quad (2.17)$$

sendo A uma constante do material dependente da tensão de cedência do material. A formulação proposta por Neuber (Equação (2.16)) usa uma tensão de referência obtida pela média das tensões elásticas presentes a uma determinada distância da raiz do entalhe e é designada por método da linha. Por sua vez, o modelo de Peterson (Equação (2.17)) considera a tensão a uma distância específica da raiz do entalhe sendo denominado de método do ponto (Taylor, 2007). Estes dois métodos têm sido alvo de investigação por diferentes autores (Tanaka, 1983; Lazzarin *et al.*, 1997; Taylor, 1999). Esta abordagem estendeu-se a métodos mais complexos, tais como o método da área, ou o método do volume, sendo conhecida pela Teoria das Distâncias Críticas (TCD). Esta teoria caracteriza-se por

considerar a distribuição das tensões elásticas junto ao entalhe e um comprimento característico do material, designado por distância crítica. A distância crítica pode ser determinada através do parâmetro (a_0) proposto por El Haddad *et al.* (1980) definido na Equação (2.18).

$$a_0 = \frac{1}{\pi} \left(\frac{\Delta K_{I_f}}{\sigma_{f0}} \right)^2 \quad (2.18)$$

Deste modo, as distâncias críticas correspondentes ao método do ponto (D_{PM}), método da linha (D_{LM}) e método da área (D_{AM}) são definidas da seguinte forma (Susmel e Taylor, 2011):

$$D_{PM} = \frac{a_0}{2} \quad (2.19)$$

$$D_{LM} = 2a_0 \quad (2.20)$$

$$D_{AM} = a_0 \quad (2.21)$$

2.3.2. Modelos baseados na deformação

Os modelos de previsão de vida à fadiga baseados na deformação incidem diretamente na plasticidade existente na raiz do entalhe. Esta abordagem baseia-se no pressuposto de que provetes lisos e entalhados têm a mesma vida e acumulam o mesmo dano se as suas histórias de tensão-deformação, nos locais de iniciação de fendas, forem idênticas. Neste sentido torna-se essencial determinar com precisão a história de tensão-deformação local experienciada pelo material na raiz do entalhe. Os métodos disponíveis usados para determinar os campos de tensão e deformação local na raiz do entalhe abrangem técnicas experimentais, tais como extensometria, difração de raios-X, entre outras; métodos analíticos, nomeadamente as abordagens propostas por Hardrath e Ohman (1953), Neuber (1961), Molski e Glinka (1981), etc.; e a aplicação do método dos elementos finitos (MEF).

A intensidade da concentração de tensões depende da geometria do entalhe e, caso o estado de tensão local ultrapasse o domínio elástico, pode ser caracterizada pelo fator de concentração de tensão (K_σ) e pelo fator de concentração de deformação (K_ϵ). Estes fatores podem ser expressos, respetivamente, da seguinte forma:

$$K_\sigma = \frac{\sigma_{m\acute{a}x}}{\sigma_{nom}} \quad (2.22)$$

$$K_\varepsilon = \frac{\varepsilon_{máx}}{\varepsilon_{nom}} \quad (2.23)$$

onde $\sigma_{máx}$ e $\varepsilon_{máx}$ são, respetivamente, a tensão e a deformação máximas na raiz do entalhe e σ_{nom} e ε_{nom} são, respetivamente, a tensão e a deformação nominais calculadas numa região afastada da concentração de tensões. Para o caso de deformação unidirecional ou cíclica é válida a seguinte relação:

$$K_\sigma \leq K_T \leq K_\varepsilon \quad (2.24)$$

sendo K_T o fator elástico de concentração de tensões. Na condição de comportamento elástico estes três fatores assumem valores idênticos.

Vários investigadores tentaram correlacionar o fator elástico de concentração de tensões com os fatores de concentração de tensão e deformação. Neuber (1961) estabeleceu que o fator elástico de concentração de tensões é igual à média geométrica dos fatores de concentração de tensão e deformação (Equação (2.25)).

$$K_T^2 = K_\sigma K_\varepsilon \quad (2.25)$$

Assumindo que a relação tensão-deformação é dada pela seguinte lei de potência

$$\varepsilon = \frac{\sigma'}{E} + \left(\frac{\sigma'}{k}\right)^{1/n} \quad (2.26)$$

e que a tensão nominal e deformação nominal estão no domínio elástico, a Equação (2.25) pode ser escrita na seguinte forma:

$$\frac{(K_T \sigma_{nom})^2}{E} = \frac{\sigma'^2}{E} + \sigma' \left(\frac{\sigma'}{k}\right)^{1/n} \quad (2.27)$$

onde k é o coeficiente de endurecimento monótono, n é o expoente de endurecimento monótono e σ' é a tensão local.

2.3.3. Modelos baseados na energia

2.3.3.1. Modelo de Glinka

O método da densidade de energia de deformação equivalente proposto por Molski e Glinka (1981) estabelece que a densidade de energia de deformação real de um corpo no entalhe é exatamente igual à densidade de energia de deformação que seria de esperar caso o corpo apresentasse um comportamento elástico. Entre os inúmeros

pressupostos energéticos existentes, apenas o proposto por Molski e Glinka (1981), representado na Figura 2.7, será descrito pormenorizadamente, uma vez que será utilizado no presente trabalho. Assumindo um fator elástico de concentração de tensões, K_T , na raiz do entalhe, bem como um comportamento linear elástico, a densidade máxima de energia de deformação é dada pela seguinte equação:

$$W_e = \int_0^{\varepsilon_e} \sigma d\varepsilon \Leftrightarrow W_e = \frac{\sigma_e \varepsilon_e}{2} \Leftrightarrow W_e = \frac{\sigma_{nom}^2 K_T^2}{2E} \Leftrightarrow W_e = W_{nom} K_T^2 \quad (2.28)$$

onde W_e é a densidade máxima de energia de deformação na raiz do entalhe, W_{nom} é a densidade nominal de energia de deformação e σ_e e ε_e são, respetivamente, a tensão e deformação na raiz do entalhe obtidas através de uma análise elástica. Quando o comportamento elástico é linear, a Equação (2.28) corresponde à área abaixo da curva tensão-deformação elástica (Lei de Hooke), conforme se ilustra na Figura 2.7.

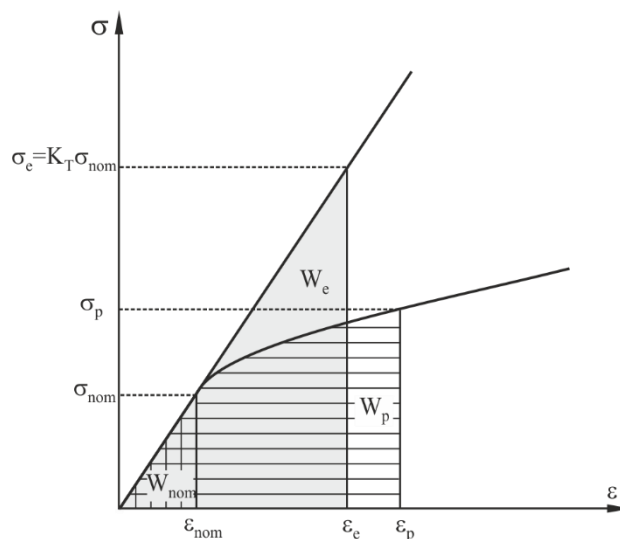


Figura 2.7. Interpretação gráfica do método da densidade de energia de deformação equivalente (Glinka, 1985).

Molski e Glinka (1981) assumiram que a relação apresentada na Equação (2.28) também é válida no caso de se verificar deformação plástica junto à extremidade do entalhe, desde que esta ocorra apenas localmente, i.e.

$$W_p = W_e = W_{nom} K_T^2 \quad (2.29)$$

sendo W_p a densidade de energia de deformação devido a tensões elasto-plásticas. Recorrendo à curva não linear de tensão-deformação dada pela Equação (2.27), a relação anterior pode ser escrita da seguinte forma:

$$\frac{\sigma'^2}{2E} + \frac{\sigma'}{n+1} \left(\frac{\sigma'}{k} \right)^{1/n} = K_T^2 \frac{\sigma_{nom}^2}{2E} \quad (2.30)$$

onde k é o coeficiente de endurecimento monótono, n é o expoente de endurecimento monótono, σ' é a tensão local e σ_{nom} é a tensão nominal. Para o caso de carregamentos cíclicos, as tensões locais e nominais são substituídas pelas gamas de tensões locais e nominais.

2.3.3.2. Modelo de Ellyin

Durante um carregamento cíclico, parte da energia fornecida é armazenada no material e emitida como calor. A energia armazenada é geralmente dividida numa parte reversível e numa parte irreversível, sendo esta representada pelo circuito de histerese. Em condições de deformação controlada, a área do circuito de histerese é praticamente constante ao longo da vida do material. Esta área representa a energia de deformação plástica absolvida por ciclo (ΔW_p) e é representada pela zona cinzenta na Figura 2.8.

O circuito de histerese cíclico estabilizado pode ser usado como um parâmetro de dano para formular um critério de fadiga para toda a vida à fadiga. Este critério assume a forma (Ellyin, 1997)

$$\Delta W_p = \kappa_p (2N_f)^{\alpha_p} + \Delta W_{0p} \quad (2.31)$$

sendo κ_p e α_p duas constantes do material obtidas experimentalmente e ΔW_{0p} a energia de histerese do material em limite de fadiga. Para a maioria dos metais, o valor de ΔW_{0p} é muito pequeno e pode ser omitido para vidas superiores a 5×10^5 ($2N_f < 5 \times 10^5$). O cálculo da energia total de deformação (ΔW_t) resume-se à soma de ambas as energias de deformação elástica e plástica que corresponde, respetivamente, às zonas de cinzento claro e cinzento escuro da Figura 2.8, i.e.

$$\Delta W_t = \Delta W_p + \Delta W_e \quad (2.32)$$

onde ΔW_p e ΔW_e são a energia de deformação plástica e elástica, respetivamente (Ellyin, 1997). Assim sendo, o critério de falha por fadiga pode ser escrito como:

$$\Delta W_t = \kappa (2N_f)^\alpha + \Delta W_0 \quad (2.33)$$

sendo κ e α duas constantes do material obtidas experimentalmente e ΔW_0 aproximadamente igual à energia elástica do material para a tensão limite de fadiga.

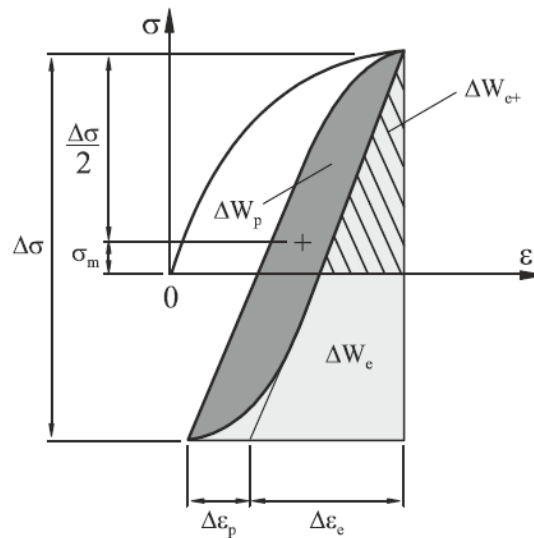


Figura 2.8. Energia cíclica de deformação por densidade de estado de tensão uniaxial.

Porém, este critério não é sensível ao efeito da tensão média, sendo especialmente vocacionado para carregamentos alternados. Para superar este problema, Golos *et al.* (1987; 1988) propuseram uma abordagem diferente, definida na Equação (2.34), que consiste no somatório da energia de deformação plástica e da componente elástica associada à tensão de tração (ΔW_{e+}), i.e. as regiões a cinzento escuro e a tracejado da Figura 2.8.

$$\Delta W_t = \Delta W_p + \Delta W_{e+} \quad (2.34)$$

O critério de falha por fadiga é dado por (Golos, 1987)

$$\Delta W_t = \kappa t (2N_f)^{\alpha t} + \Delta W_{0t} \quad (2.35)$$

onde κt e αt são duas constantes do material obtidas experimentalmente e ΔW_{0t} corresponde à energia elástica do material correspondente à tensão limite de fadiga.

3. PROCEDIMENTO NUMÉRICO

3.1. Material

As ligas de alta resistência abrangem um amplo espectro de aços, sendo bastante utilizadas atualmente em diferentes setores devido às características especiais que evidenciam, nomeadamente uma boa relação resistência/peso e uma boa resistência à corrosão. Como já foi referido anteriormente, a liga de alta resistência DIN 34CrNiMo6 avaliada neste trabalho é um material de engenharia muito importante que conjuga alta temperabilidade, elevada ductilidade, tenacidade e resistência (Branco *et al.*, 2014). Este aço é habitualmente utilizado no fabrico de uma vasta gama de componentes mecânicos críticos, tais como: eixos, veios, cambotas, pinhões, bielas, válvulas, parafusos, engrenagens, barras de torção, entre outros. A composição química nominal, em fração mássica, do lote estudado é apresentada na Tabela 3.1. Por sua vez, as propriedades mecânicas monótonas e cíclicas são apresentadas na Tabela 3.2 (Branco *et al.*, 2012b).

Tabela 3.1. Composição química nominal da liga de alta resistência DIN 34CrNiMo6 (%wt) (Branco R *et al.*, 2012b).

C	Si	Mn	Cr	Mo	Ni
0,34	≤ 0,40	0,65	1,50	0,22	1,50

Tabela 3.2. Propriedades mecânicas monótonas e cíclicas da liga de alta resistência DIN 34CrNiMo6 (Branco R *et al.*, 2012b).

Tensão de cedência, σ_{ced} [MPa]	967	Coefficiente de resistência cíclica, σ'_f [MPa]	1183,7
Tensão de rotura, σ_R [MPa]	1035	Expoente de resistência cíclica, b	-0,0545
Alongamento, ε_R (%)	18	Coefficiente de ductilidade cíclica, ε'_f	0,4697
Redução de área (%)	58	Expoente de ductilidade cíclica, c	-0,6059
Módulo de Young, E [GPa]	209,8	Coefficiente de endurecimento cíclico, k' [MPa]	1361,6
Coefficiente de Poisson, ν	0,296	Expoente de endurecimento cíclico, n'	0,1041

3.2. Modelação do comportamento elasto-plástico do material

3.2.1. Modelo teórico

A precisão da modelação do comportamento elasto-plástico do material é um aspeto fundamental a ser considerado na simulação numérica do processo de conformação. Por essa mesma razão têm sido desenvolvidos modelos constitutivos fenomenológicos com crescente complexidade para prever, de forma mais precisa, o início e a evolução da deformação plástica em corpos deformáveis sujeitos a um estado geral de tensão. Neste contexto, critérios de plasticidade e leis de encruamento são utilizados para modelar a superfície de plasticidade inicial e sua evolução com a deformação plástica, respetivamente (Prates *et al.*, 2016).

A representação geral de um modelo constitutivo que relaciona os critérios de plasticidade com a lei de escoamento e com as leis de encruamento pode ser descrito pelo potencial plástico \mathcal{F} :

$$\mathcal{F}(\boldsymbol{\sigma}' - \mathbf{X}', \bar{\varepsilon}^p, \alpha, \beta) = \bar{\sigma}(\boldsymbol{\sigma}' - \mathbf{X}', \alpha) - Y(\bar{\varepsilon}^p, \beta), \quad (3.1)$$

onde $\bar{\sigma}(\boldsymbol{\sigma}' - \mathbf{X}', \alpha)$ é a tensão equivalente definida pelo critério de plasticidade e $Y(\bar{\varepsilon}^p, \beta)$ é a lei de encruamento isotrópico que representa a evolução da tensão de cedência (ou tensão limite de elasticidade). A tensão equivalente é função do tensor das tensões efetivo ($\boldsymbol{\Sigma} = \boldsymbol{\sigma}' - \mathbf{X}'$) onde $\boldsymbol{\sigma}'$ é a componente desviadora do tensor das tensões de Cauchy ($\boldsymbol{\sigma}$) e \mathbf{X}' é o tensor das tensões inversas, associado à lei de encruamento cinemático. α e β representam os parâmetros de material do modelo constitutivo e $\bar{\varepsilon}^p$ é a deformação plástica equivalente (Prates *et al.*, 2016).

Para a modelação realizada neste trabalho, foi considerado o critério de plasticidade de von Mises (Mises R, 1913):

$$(\sigma_{yy} - \sigma_{zz})^2 + (\sigma_{zz} - \sigma_{xx})^2 + (\sigma_{xx} - \sigma_{yy})^2 + 6\tau_{yz}^2 + 6\tau_{xz}^2 + 6\tau_{xy}^2 = 2Y^2 \quad (3.2)$$

onde σ_{xx} , σ_{yy} , σ_{zz} , τ_{xy} , τ_{xz} , τ_{yz} , são componentes do tensor das tensões de Cauchy e o encruamento isotrópico foi descrito pela lei de Swift (Swift HW, 1952):

$$Y = C(\varepsilon_0 + \bar{\varepsilon}^p)^n \quad (3.3)$$

em que C , n e ε_0 são parâmetros do material. Para descrever o encruamento cinemático não-linear recorreu-se à lei de Lemaître-Chaboche (Chaboche J.L., 2008):

$$d\mathbf{X}' = C_x \left[\frac{X_{\text{sat}}}{\bar{\sigma}} (\boldsymbol{\sigma}' - \mathbf{X}') - \mathbf{X}' \right] d\bar{\varepsilon}^p \quad (3.4)$$

onde C_x e X_{sat} são parâmetros do material e $d\bar{\varepsilon}^p$ a taxa de deformação plástica equivalente.

Para melhor ilustrar o modelo teórico proposto, a Figura 3.1 representa esquematicamente a modelação constitutiva do comportamento plástico de materiais durante um ensaio uniaxial de tração/compressão (Prates *et al.*, 2016). Em resumo, a lei de encruamento isotrópico é responsável pela expansão homotética da superfície de plasticidade, como esquematizado na Figura 3.1(a) enquanto que a lei de encruamento cinemático está relacionada com a translação da superfície de plasticidade no espaço das tensões (ver Figura 3.1(b)).

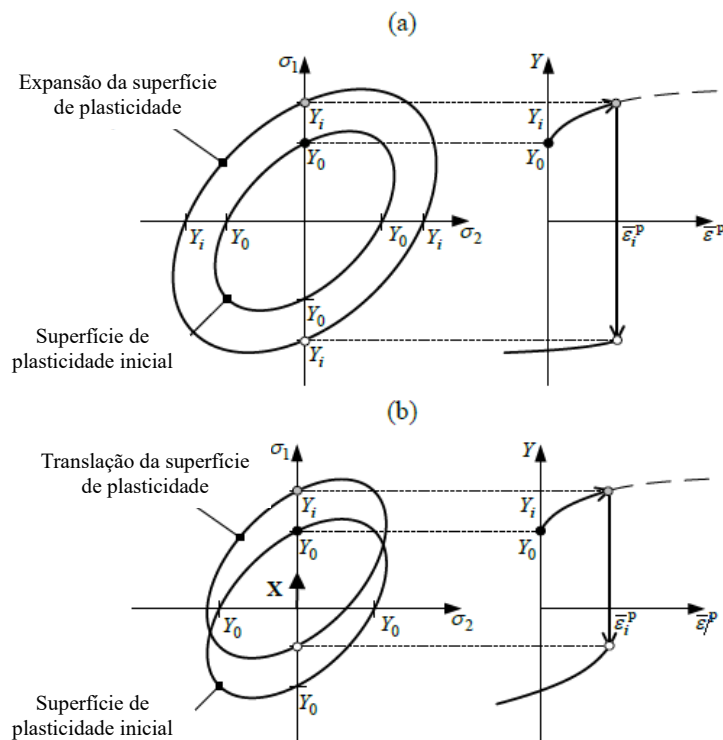


Figura 3.1. Representação esquemática do comportamento plástico em tração-compressão. As figuras à esquerda referem-se a superfícies de plasticidade de von Mises, representadas no plano das tensões principais (σ_1 ; σ_2) e as figuras à direita mostram as respetivas curvas de tensão-deformação plástica equivalente, no caso de: (a) encruamento isotrópico e (b) encruamento cinemático (Adaptado de Prates *et al.*, 2016).

3.2.2. Identificação das constantes do material

Foi realizado um procedimento de otimização para identificar o conjunto de parâmetros do material que melhor modelam o comportamento plástico cíclico da liga DIN 34CrNiMo6.

O conjunto de parâmetros identificados do material foi obtido pela minimização da função-objetivo de mínimos quadrados $F(\mathbf{A})$:

$$F(\mathbf{A}) = \sum_{i=1}^N \left(\frac{\sigma^{\text{Num}}(\mathbf{A}) - \sigma^{\text{Exp}}}{\sigma^{\text{Exp}}} \right)_i^2 \quad (3.5)$$

onde $\sigma^{\text{Num}}(\mathbf{A})$ e σ^{Exp} são os valores ajustados e medidos experimentalmente para valores de tensão real. \mathbf{A} é o vetor de parâmetros materiais das leis de Swift e de Lemaître-Chaboche já identificados. N é o número total de pontos de medição experimentais ($N = 4095$). Os valores de σ^{Exp} foram obtidos a partir de um ensaio de fadiga a baixo número de ciclos realizado para $R\epsilon = -1$ e 100 ciclos, cada ciclo com amplitude de deformação total $\Delta\epsilon \approx 0.0212$. A minimização de $F(\mathbf{A})$ foi realizada utilizando o algoritmo GRG2 (Lasdon e Waren, 1975), incluído na ferramenta Microsoft Excel SOLVER. O comportamento elástico da liga DIN 34CrNiMo6 foi modelado com recurso à lei de Hooke generalizada, com constantes elásticas $E = 209,8$ GPa e $\nu = 0,296$.

A Figura 3.2 mostra a curva tensão-deformação cíclica da liga DIN 34CrNiMo6 e a curva ajustada obtida após minimização de $F(\mathbf{A})$. A Tabela 3.3 mostra os parâmetros do material identificados das leis de Swift e Lemaître-Chaboche.

Como se pode constatar na Figura 3.2, o conjunto dos parâmetros identificados do material gera uma curva ciclicamente estável (curva “Ajuste Swift+KH”) que descreve, de forma média, o comportamento de amaciamento cíclico do mesmo. Isto acontece devido à incapacidade da lei de encruamento de Swift em modelar o amaciamento cíclico. Por outro lado, a componente de encruamento cinemático é responsável pela modelação da curva tração-compressão a cada ciclo. Neste contexto, a lei de Lemaître-Chaboche e os respetivos parâmetros identificados (ver Tabela 3.3) são capazes de descrever convenientemente os resultados da liga DIN 34CrNiMo6, como se mostra na Figura 3.2 pela curva a preto.

Tabela 3.3. Conjunto de parâmetros de encruamento isotrópico e cinemático identificados para a liga DIN 34CrNiMo6.

Parâmetros da lei de Swift			Parâmetros da lei de Lemaître-Chaboche	
Y_0 [MPa]	C [MPa]	n	C_x	X_{sat} [MPa]
741,51	744,94	0,001	87,598	212,16

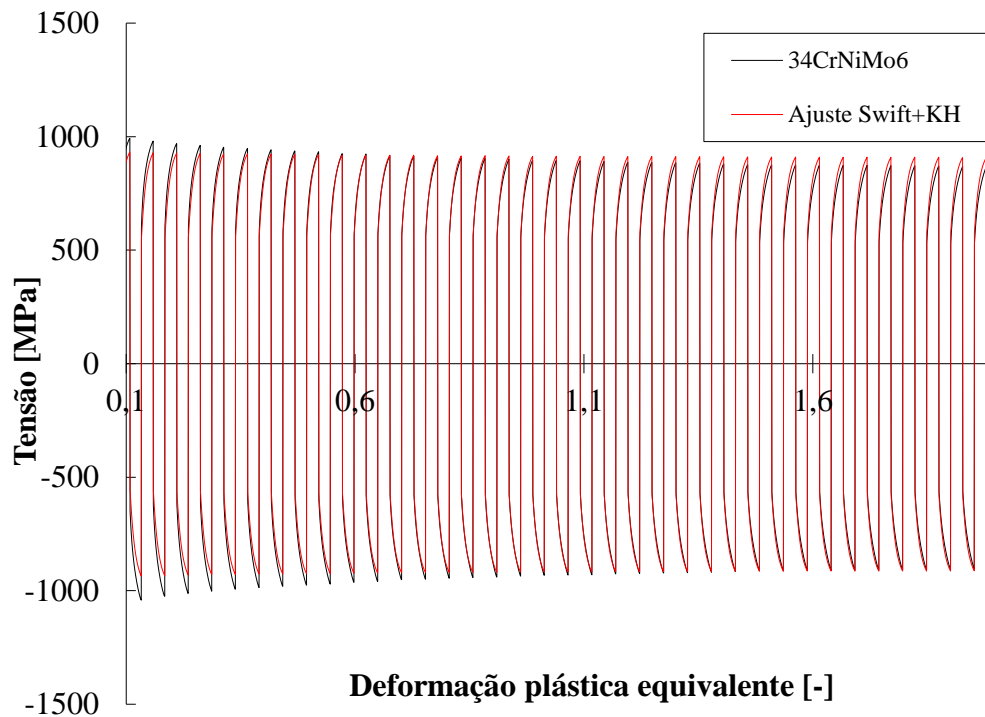


Figura 3.2. Curva de tensão - deformação da liga DIN 34CrNiMo6 (linha preta) e curva ajustada (linha vermelha), obtida pela minimização de $F(\mathbf{A})$.

A Figura 3.3 evidencia a comparação entre os dados do carregamento tração-compressão provenientes da simulação numérica, representada pela linha preta, e os dados experimentais, representada pelas linhas azuis. Da análise dos dados experimentais resulta a representação do fenómeno de amaciamento da liga DIN 34CrNiMo6 pois, como se pode constatar pelas linhas azuis, os ciclos iniciais apresentam valores de força máxima na ordem dos 1000 MPa e tendem a diminuir até atingirem a estabilidade. De notar que os dados numéricos dizem respeito a dez e trinta e oito ciclos de aplicação, visto que os valores estabilizam e que o valor de força máxima pode ser considerado como um valor aproximado ao valor médio de força dos dados experimentais.

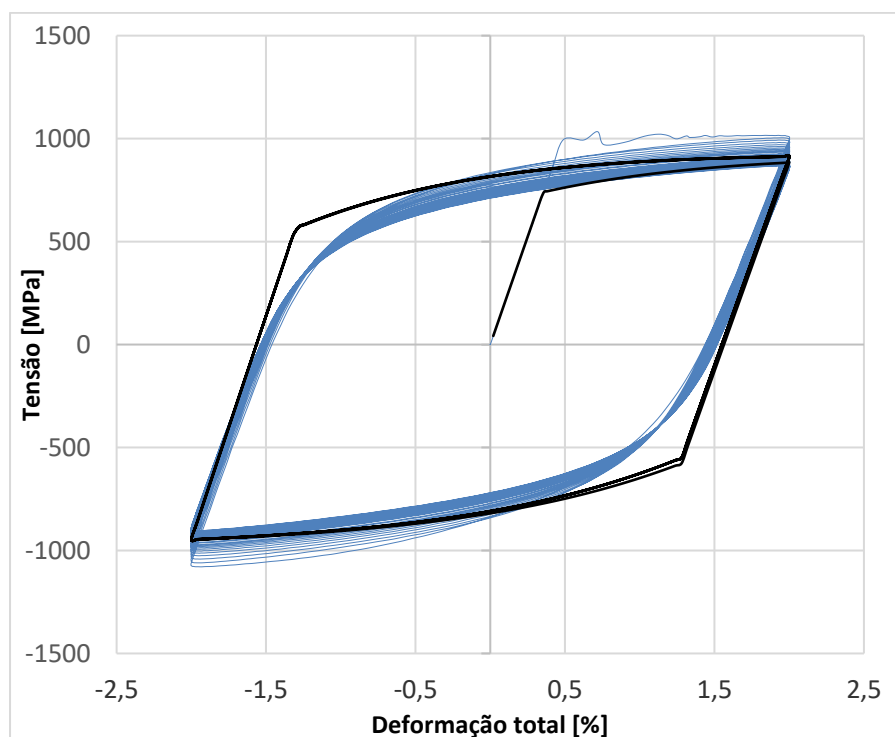


Figura 3.3. Comparação entre o carregamento tração-compressão numérico (linha preta) e experimental (linha azul) vs. deformação para a liga DIN 34CrNiMo6 considerando o encruamento isotrópico (Swift) e cinemático (Lemaître-Chaboche).

Assim, os parâmetros de encruamento isotrópico e cinemático indicados na Tabela 3.3 foram utilizados nos modelos numéricos dos ensaios definidos na secção seguinte.

3.3. Ensaio de fadiga

O estudo experimental do comportamento à fadiga de peças entalhadas, concebidas a partir da liga de alta resistência DIN 34CrNiMo6, sujeitas a carregamentos proporcionais de flexão combinada com torção foi efetuado em estudos anteriores (Branco, 2013) desenvolvidos no Laboratório de Construções Mecânicas da Universidade de Coimbra. Estes resultados foram utilizados para uma posterior análise comparativa com os dados obtidos das simulações numéricas, para as mesmas condições. As geometrias dos provetes usados nesse estudo encontram-se ilustradas na Figura 3.4. A geometria da Figura 3.4a consiste numa barra de secção circular com 16mm de diâmetro e um entalhe lateral em forma de U com 3mm de diâmetro e 3mm de profundidade. Por sua vez, a geometria representada na Figura 3.4b corresponde a uma barra de secção circular com 14mm de

diâmetro com um entalhe similar ao descrito anteriormente. A geometria dos provetes representada na Figura 3.4b contém uma secção transversal menor com o intuito de diminuir a intensidade da carga aplicada para o mesmo nível de tensão nominal.

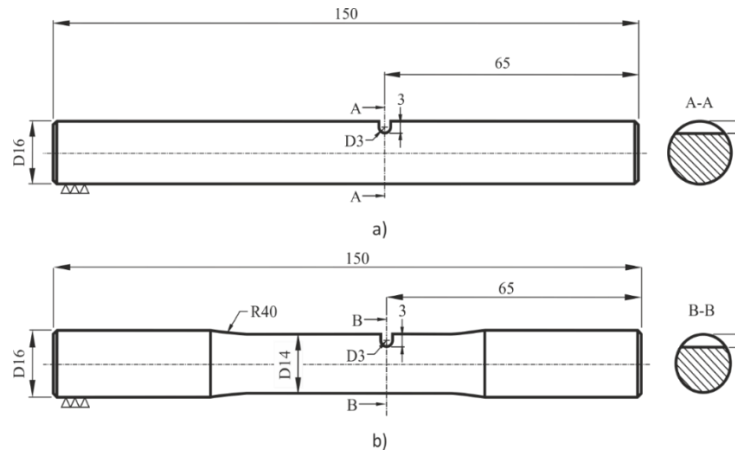


Figura 3.4. Provetes entalhados usados nos ensaios de fadiga multiaxial: a) secção transversal de 16mm; b) secção transversal de 14mm (Branco, 2013).

A Figura 3.5 exibe os diferentes padrões de carregamentos aplicados nos ensaios de fadiga. Foram aplicados carregamentos proporcionais, nomeadamente carregamentos de flexão simples (Figura 3.5a), torção simples (Figura 3.5e) e flexão combinada com torção (Figura 3.5b-d). No que diz respeito ao último padrão foram adotadas três relações entre o momento de flexão e de torção (relação B/T), sendo então $B=2T$ (Figura 3.5b), $B=T$ (Figura 3.5c) e $B=2T/3$ (Figura 3.5d).

A Tabela 3.4 resume as condições de carregamento estudadas nos ensaios de flexão combinada com torção. Os ensaios foram realizados em controlo de carga sob com amplitude constante. Foi definida uma razão de tensão (R) próxima de zero com o intuito de evitar possíveis flutuações do sistema de amarras durante a ausência de carga.

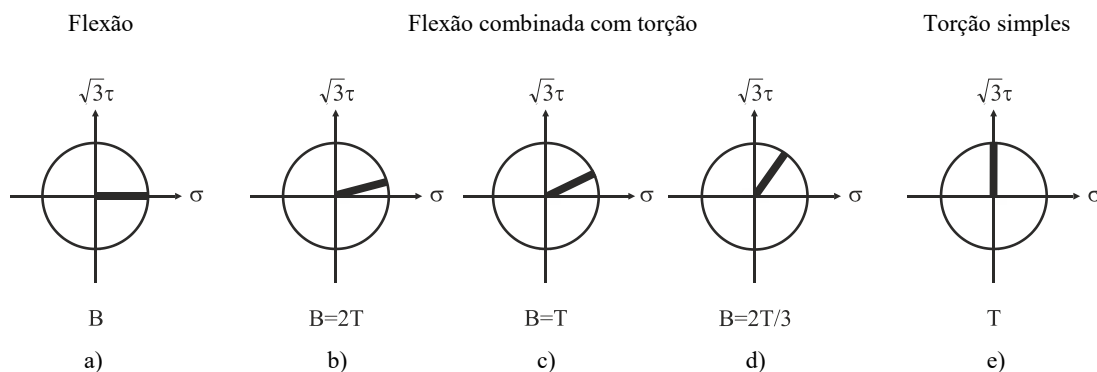


Figura 3.5. Padrões de carregamentos proporcionais aplicados nos ensaios de fadiga: a) flexão simples (B); b) flexão combinada com torção ($B=2T$); c) flexão combinada com torção ($B=T$); d) flexão combinada com torção ($B=2T/3$); e) torção simples (T) (adaptado de Branco, 2013).

Tabela 3.4. Resumo das condições de carregamento analisadas nos ensaios experimentais de flexão combinada com torção (adaptado de Branco, 2013).

Referência do provete	Amplitude de tensão normal, σ_a [MPa]	Amplitude de tensão de corte, τ_a [MPa]	Tensão normal média, σ_m [MPa]	Tensão de corte média, τ_m [MPa]	Gama de tensão normal, $\Delta\sigma$ [MPa]	Gama de tensão de corte, $\Delta\tau$ [MPa]	Razão de tensão, R
B-1	197,4	-	208,1	-	394,8	-	0,03
B-2	197,4	-	208,1	-	394,8	-	0,03
B-3	218,8	-	229,3	-	437,6	-	0,02
B-4	219,3	-	228,5	-	438,6	-	0,02
B-5	288,6	-	297,6	-	577,2	-	0,02
B-6	288,6	-	297,6	-	577,2	-	0,02
T-1	-	167,1	-	178,2	-	334,2	0,03
T-2	-	167,1	-	178,2	-	334,2	0,03
T-3	-	200,5	-	211,6	-	401,0	0,03
T-4	-	200,5	-	211,6	-	401,0	0,03
T-5	-	222,8	-	233,7	-	445,6	0,02
T-6	-	245,0	-	256,1	-	490,0	0,02
T-7	-	245,0	-	256,1	-	490,0	0,02
• B=2T series ($\sigma_a = 4\tau_a$; $\sigma_m = 4\tau_m$; $\Delta\sigma = 4\Delta\tau$)							
B2T-1	179,1	44,76	194,0	48,49	358,1	89,52	0,04
B2T-2	223,8	55,95	238,7	59,68	447,6	111,91	0,03
B2T-3	298,4	74,60	313,3	78,33	596,8	149,21	0,02
• B=T series ($\sigma_a = 2\tau_a$; $\sigma_m = 2\tau_m$; $\Delta\sigma = 2\Delta\tau$)							
BT-1	179,1	89,52	194,0	96,99	358,1	179,05	0,04
BT-2	179,1	89,52	194,0	96,99	358,1	179,05	0,04
BT-3	179,1	89,52	194,0	96,99	358,1	179,05	0,04
BT-4	223,8	111,91	238,7	119,37	447,6	223,81	0,03
BT-5	223,8	111,91	238,7	119,37	447,6	223,81	0,03
BT-6	223,8	111,91	238,7	119,37	447,6	223,81	0,03
BT-7	298,4	149,21	313,3	156,67	596,8	298,42	0,02
• B=2T/3 series ($\sigma_a = 4/3\tau_a$; $\sigma_m = 4/3\tau_m$; $\Delta\sigma = 4/3\Delta\tau$)							
B2T3-1	179,1	134,29	189,0	141,75	358,1	268,57	0,03
B2T3-2	223,8	167,86	233,8	175,32	447,6	335,72	0,02
B2T3-3	298,4	223,81	308,4	231,27	596,8	447,62	0,02

3.4. Modelos numéricos

Com o propósito de avaliar o estado de tensão-deformação local na proximidade das regiões críticas, foram desenvolvidos dois Modelos de Elementos Finitos representativos das geometrias dos provetes e das condições de carregamento estudadas experimentalmente. Nos pontos seguintes descrevem-se, sucintamente, cada um deles.

3.4.1. Modelo Elasto-Plástico

As simulações numéricas foram realizadas utilizando o programa de elementos finitos criado e em contínuo desenvolvimento no Grupo de Tecnologia do Departamento de Engenharia Mecânica da Universidade de Coimbra, o *Three-Dimensional Elasto-Plastic Finite Element Program* (DD3IMP), desenvolvido por Menezes e colaboradores (2000).

Os modelos tridimensionais elasto-plásticos, criados a partir de elementos hexaédricos isoparamétricos tridimensionais de 8 nós, foram desenvolvidos com o intuito de replicar os ensaios de flexão, flexão-torção combinada, e torção encontram-se representados na Figura 3.6. Os modelos completos contêm entre 82797 e 99208 nós e entre 76608 e 90328 elementos.

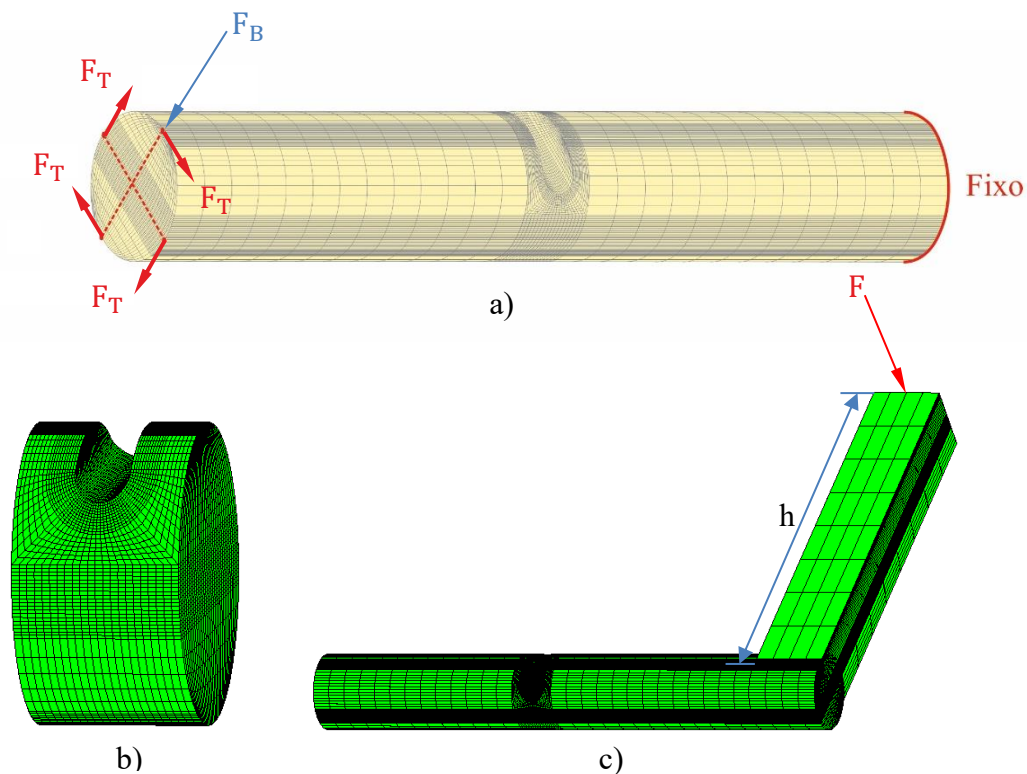


Figura 3.6. Malha de elementos finitos: a) Modelo tridimensional para simulação dos ensaios de flexão e torção; b) detalhe da região entalhada; c) Modelo tridimensional para simulação dos ensaios de flexão combinada com torção.

No caso dos carregamentos flexão-torção, a razão entre o momento fletor e o momento torsor foi definida alterando o comprimento do braço do modelo apresentado na Figura 3.6c. A Tabela 3.5 resume as condições de carregamento e respetivo comprimento de braço aplicadas nos ensaios de flexão combinada com torção. No caso dos carregamentos de flexão foi aplicada uma força F_B , representada na Figura 3.6a, considerando os valores

indicados na Tabela 3.5. Relativamente ao carregamento de torção, foram aplicadas as quatro forças F_T representadas na Figura 3.6a, considerando os valores da Tabela 3.5. Em ambos os casos as forças foram aplicadas numa das extremidades do provete enquanto que a outra extremidade permaneceu fixa.

Tabela 3.5 Síntese das condições de carregamento e respetivo comprimento de braço aplicadas nos ensaios de flexão combinada com torção.

Referência da simulação	Força máxima $F_{\text{máx}}$ [N]	Força mínima $F_{\text{mín}}$ [N]	Comprimento do braço h [mm]
B-1	3261,22	86,05	-
B-2	3261,22	86,05	-
B-3	3603,83	84,45	-
B-4	3601,42	73,99	-
B-5	4714,50	72,38	-
B-6	4714,50	72,38	-
T-1	26577,40	854,36	-
T-2	26577,40	854,36	-
T-3	31718,93	854,36	-
T-4	31718,93	854,36	-
T-5	35136,36	838,96	-
T-6	38569,18	854,36	-
T-7	38569,18	854,36	-
• B=2T			
B2T-1	2608,69	104,35	28,75
B2T-2	3234,78	104,35	28,75
B2T-3	4278,26	104,35	28,75
• B=T			
BT-1	2608,70	104,35	57,5
BT-2	2608,70	104,35	57,5
BT-3	2608,70	104,35	57,5
BT-4	3234,78	104,35	57,5
BT-5	3234,78	104,35	57,5
BT-6	3234,78	104,35	57,5
BT-7	4278,26	104,35	57,5
• B=2T/3			
B2T3-1	2573,91	69,56	86,25
B2T3-2	3200,00	69,56	86,25
B2T3-3	4243,48	69,56	86,25

De referir que, para os ensaios de flexão e flexão combinada com torção, foi considerado o provete representado na Figura 3.4a e para os ensaios de torção, foi

considerado o provete Figura 3.4b. Também é importante referir que, para cada simulação, foram realizados cinco ciclos de carga-descarga.

A densidade da malha foi definida tendo em conta um compromisso entre precisão e computação eficiente. Conforme se ilustra na Figura 3.6b, a malha é extremamente refinada junto à região do entalhe com o objetivo de obter resultados precisos nessa zona. Por outro lado, na região afastada do entalhe foi desenvolvida uma malha grosseira a fim de diminuir o esforço computacional. O material foi considerado homogéneo e isotrópico.

4. RESULTADOS E DISCUSSÃO

No presente capítulo são apresentados e discutidos detalhadamente os resultados obtidos nas diversas simulações realizadas para o quinto ciclo de carga-descarga. A primeira secção abrange a análise dos locais e ângulos de iniciação, bem como as trajetórias de propagação de fenda à superfície obtidas a partir do modelo elasto-plástico sendo feita uma comparação com os resultados obtidos em estudos anteriores (Branco, 2013) desenvolvidos no Laboratório de Construções Mecânicas da Universidade de Coimbra. Por sua vez, na segunda secção são exibidas as previsões de vida à fadiga com base nos modelos elasto-plásticos.

4.1. Trajetórias de propagação da fenda e ângulos de iniciação de fenda à superfície do entalhe

As trajetórias e locais de iniciação de fenda na superfície do entalhe, obtidas experimentalmente para os carregamentos mencionados nesta dissertação, estão representadas na Figura 4.1. Estas trajetórias foram obtidas em ensaios realizados em estudos anteriores (Branco *et al.*, 2017). Os círculos coloridos correspondem aos locais de iniciação de fenda das amostras exibidas na figura; os círculos brancos correspondem aos locais de iniciação de fenda observados nas restantes amostras e, por fim, os quadrados representam as previsões numéricas obtidas pelo modelo linear-elástico.

As trajetórias e os locais de iniciação de fendas por fadiga na superfície do entalhe obtidas nas simulações numéricas a partir do modelo elasto-plástico para diferentes condições de carregamento, nomeadamente diferentes razões σ/τ (B/T), estão apresentadas na Figura 4.2. Estas distribuições de tensões variam consideravelmente com as condições de carregamento. A combinação da história de carga e da geometria do entalhe origina estados triaxiais de tensão complexos. As regiões mais suscetíveis à iniciação de fendas por fadiga, representadas pelos círculos preenchidos a branco, detetados através da análise dos ficheiros de pós-processamento, recorrendo ao software GiD, correspondem à coordenada do ponto onde a primeira tensão principal é máxima.

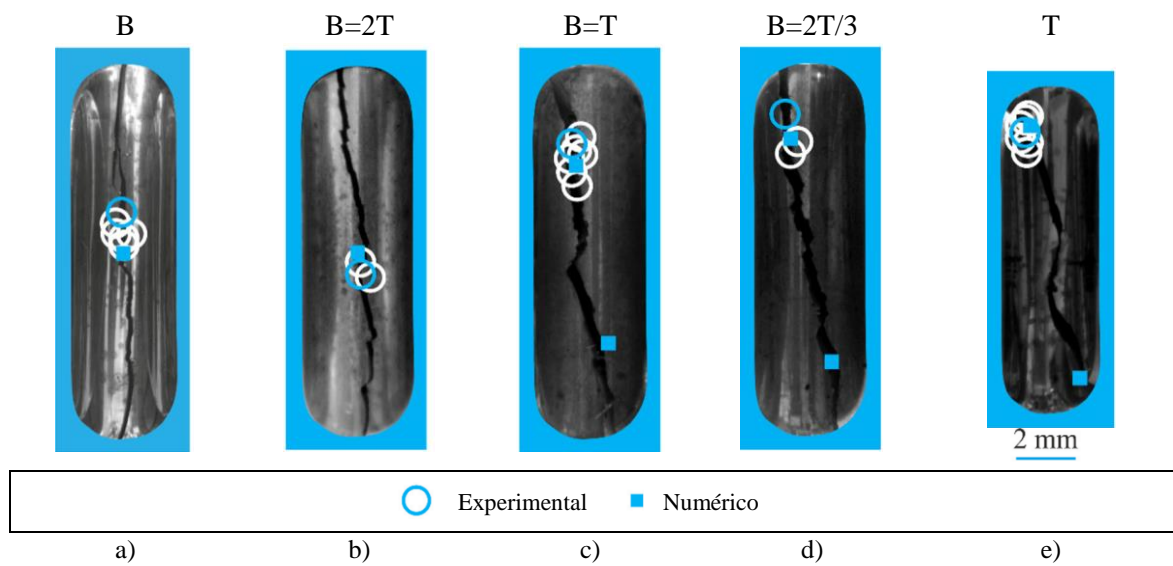


Figura 4.1. Trajetórias e locais de iniciação de fendas à superfície para diferentes condições de carregamento: a) B; b) B=2T; c) B=T; d) B=2T/3; e) T (Branco *et al.*, 2017).

De realçar, nos dois primeiros casos (Figura 4.2a-b), devido à ausência ou nível reduzido de tensão de corte, a primeira tensão principal é máxima no centro do entalhe. Por sua vez, as linhas brancas a tracejado representam a previsão numérica das trajetórias da fenda à superfície. Esta previsão é também efetuada com base nos valores máximos da primeira tensão principal ao longo do entalhe. Além disso, deve salientar-se a grande semelhança entre as trajetórias de fenda e os locais de iniciação previstos numericamente (Figura 4.2) e os observados experimentalmente (Figura 4.1).

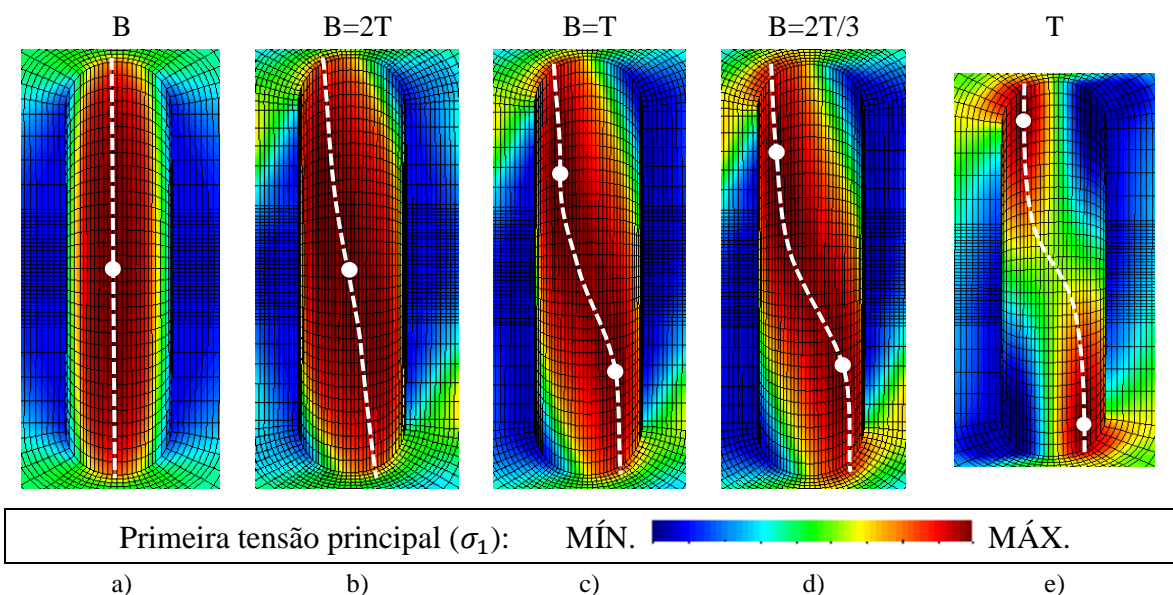


Figura 4.2. Previsão numérica de trajetórias e locais de iniciação de fendas à superfície para diferentes condições de carregamento.

Verifica-se que a variação da razão σ/τ altera significativamente as trajetórias de propagação da fenda na superfície. Como pode ser observado, no primeiro caso, representado na Figura 4.2a, a fenda propaga-se na direção aproximadamente coincidente ao eixo do entalhe. Nos outros casos (Figura 4.2b-e), a trajetória da fenda torna-se cada vez mais curva. Podemos concluir então que uma diminuição da razão σ/τ (B/T) origina trajetórias de fenda mais curvas e aumenta o grau de inflexão no centro do entalhe.

Relativamente aos locais de iniciação de fenda, as diferenças entre os cinco casos representados na Figura 4.2 são evidentes sendo que a diminuição da razão entre a tensão normal e a tensão de corte (σ/τ) desloca os locais de iniciação para posições mais próximas da extremidade curva do entalhe.

A Figura 4.3 mostra alguns exemplos de orientações de fenda observadas experimentalmente na superfície do entalhe, durante a fase inicial da propagação, relativamente à direção normal ao eixo principal do provete para os carregamentos B , $B=2T/3$ e T . Verifica-se que os ângulos de iniciação à superfície são consideravelmente afetados pela razão σ/τ .

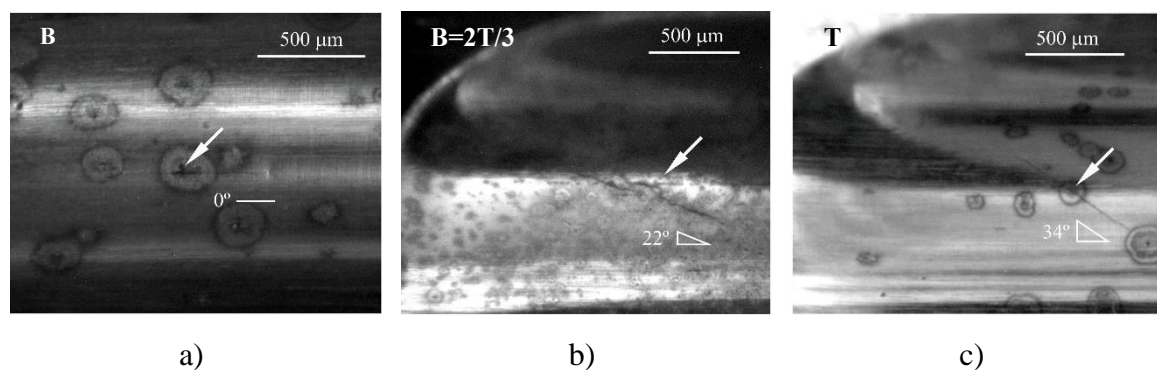
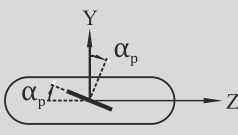


Figura 4.3. Orientação das fendas à superfície na fase inicial da propagação para a condição: a) B ; b) $B=2T/3$; c) T (adaptado de Branco, 2013)

A Tabela 4.1 resume as previsões numéricas dos ângulos de iniciação obtidas através da Equação (4.1) com o modelo elasto-plástico ($\alpha_{num,EP}$), resultantes das simulações realizadas nesta dissertação, bem como com o modelo linear-elástico ($\alpha_{num,LE}$). Na Tabela 4.1 são também apresentados os ângulos de iniciação obtidos experimentalmente (α_{exp}) para os mesmos casos (Branco, 2013).

Tabela 4.1 Comparação entre os ângulos de iniciação de fenda previstos numericamente (LE e EP) e obtidos experimentalmente.

Sistema de referência	Carregamento	Ângulo previsto, $\alpha_{num,LE}$ [°]	Ângulo previsto, $\alpha_{num,EP}$	Ângulo medido, α_{exp} [°]
	B	0	0	0
	B=2T	11,1	10,9-11,4	9,5-12,0
	B=T	20,8	20,6-23,4	18,0-22,5
	B=2T/3	26,1	25,0-27,9	22,0-25,1
	T	38,6	40,0-40,2	32,0-36,5

Constata-se, portanto, que o aumento do nível de tensão de corte origina ângulos de iniciação mais elevados. Estes ângulos de iniciação podem ser previstos numericamente calculando as direções principais (α_p) para os nós com tensões principais máximas, isto é, resolvendo a seguinte equação:

$$2\alpha_p = \tan^{-1} \left(\frac{2\tau_{YZ}}{\sigma_{YY} - \sigma_{ZZ}} \right) \quad (4.1)$$

sendo σ_{YY} , σ_{ZZ} e τ_{YZ} as componentes da tensão obtidas pelo MEF.

Na Figura 4.4 comparam-se os ângulos resultantes das previsões numéricas pelo modelo elasto-plástico e os ângulos de iniciação medidos experimentalmente. Pode observar-se que os ângulos de iniciação previstos numericamente, e medidos experimentalmente, estão em conformidade e confirmam todas as tendências enunciadas anteriormente. O erro absoluto é, em média, igual a 2,0°, sendo o erro absoluto máximo igual a 8,2°. Apesar disso, a abordagem proposta é capaz de prever, de uma forma muito precisa, trajetórias, locais de iniciação e ângulos de iniciação de fendas na superfície do entalhe na fase inicial da propagação. Deste modo, estes resultados sugerem que o processo de propagação de fendas por fadiga na superfície do entalhe é controlado pela distribuição da primeira tensão principal.

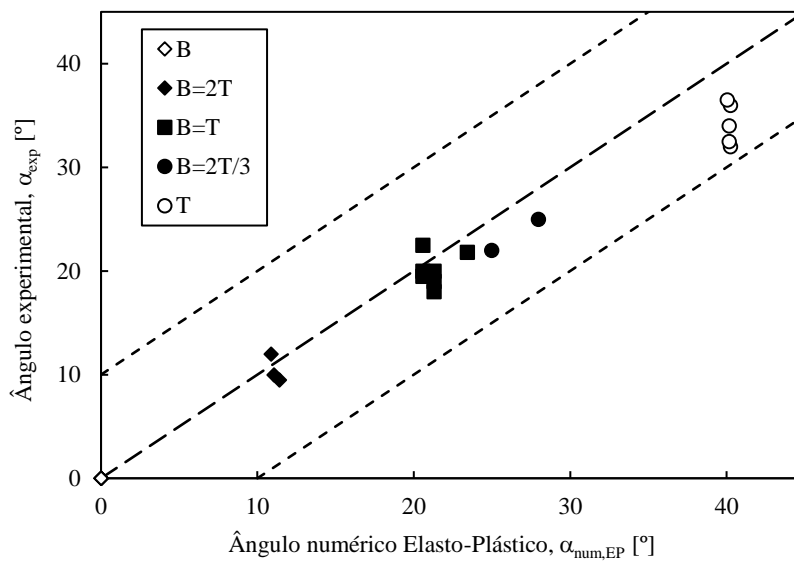


Figura 4.4. Ângulos de iniciação obtidos experimentalmente *versus* ângulos de iniciação previstos na fase inicial da propagação para diferentes condições de carregamentos pelo modelo elasto-plástico.

A Figura 4.5 representa a comparação entre os ângulos resultantes das previsões numéricas pelo modelo elasto-plástico e os ângulos resultantes das previsões numéricas pelo modelo linear-elástico. Pode, também, observar-se que os ângulos de iniciação previstos numericamente por ambos os modelos estão em conformidade. O erro absoluto é, em média, igual a $0,5^\circ$, sendo o erro absoluto máximo igual a $2,6^\circ$. Estes resultados são bastantes interessantes pois revelam a exatidão, quer do modelo elasto-plástico estudado nesta dissertação, quer do modelo linear-elástico utilizado em estudos anteriores (Branco, 2013).

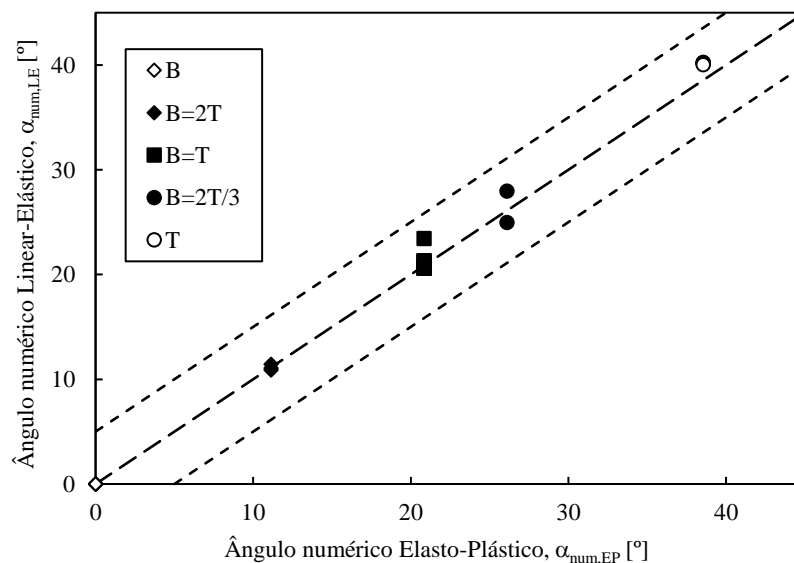


Figura 4.5. Ângulos de iniciação previstos na fase inicial da propagação para diferentes condições de carregamentos pelo modelo linear-elástico *versus* ângulos de iniciação previstos pelo modelo elasto-plástico.

4.2. Previsões de vida à fadiga a partir do modelo elasto-plástico

As previsões de vida à fadiga foram efetuadas através de análises elasto-plásticas de elementos finitos, considerando somente o quinto e último ciclo de carga-descarga das simulações (c5). O procedimento para a obtenção dos campos de tensões e deformações representativos do processo de fadiga no entalhe, consistiu na análise dos pontos de Gauss de duas camadas de elementos finitos constituídas pelos quatro elementos em torno do ponto de iniciação de fenda, sendo que a primeira camada é a superficial. Cada elemento possui oito pontos de Gauss, sendo então o estudo feito para uma totalidade de 64 pontos. A Figura 4.6 identifica os elementos considerados para um carregamento B. Através da análise das coordenadas e da tensão equivalente de cada ponto, conseguiu-se isolar os pontos de Gauss cuja tensão equivalente era máxima bem como os pontos em profundidade mais próximos do ponto de iniciação de fenda.

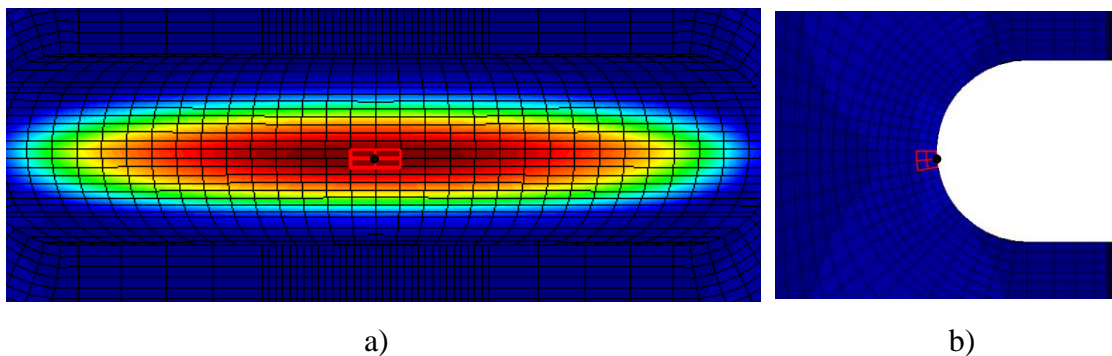


Figura 4.6. Representação dos elementos selecionados para o estudo dos pontos de Gauss em profundidade para a simulação B (Referência da simulação: B-1).

O estado multiaxial de tensão foi convertido num estado uniaxial de tensão representativo definido a partir da tensão equivalente de von Mises e da deformação equivalente. Em termos da tensão equivalente, os ficheiros resultantes das simulações já forneciam os valores respetivos. No cálculo desta variável foi considerada a expressão seguinte (Mises R, 1913):

$$\sigma_{eq} = \sqrt{\frac{(\sigma_{xx} - \sigma_{yy})^2 + (\sigma_{yy} - \sigma_{zz})^2 + (\sigma_{zz} - \sigma_{xx})^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{xz}^2)}{2}} \quad (4.2)$$

onde $\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}, \tau_{xy}, \tau_{xz}, \tau_{yz}$ representam as componentes do tensor das tensões de Cauchy. Quanto à deformação equivalente foi considerada a equação:

$$\varepsilon_{eq} = \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{(\varepsilon_{xx} - \varepsilon_{yy})^2 + (\varepsilon_{yy} - \varepsilon_{zz})^2 + (\varepsilon_{zz} - \varepsilon_{xx})^2 + 6(\varepsilon_{xy}^2 + \varepsilon_{yz}^2 + \varepsilon_{xz}^2)} \quad (4.3)$$

onde $\varepsilon_{xx}, \varepsilon_{yy}, \varepsilon_{zz}, \varepsilon_{xy}, \varepsilon_{xz}, \varepsilon_{yz}$ representam as componentes do tensor das deformações.

Os modelos de Coffin-Manson (CM), de Smith, Watson e Topper (SWT) e de Ellyin foram usados para prever as vidas de iniciação. Em termos da tensão equivalente, os dois primeiros modelos podem ser formulados, respetivamente, da seguinte forma:

$$\frac{\Delta\varepsilon_{eq}}{2} = \frac{\sigma_f' - \sigma_{eq,m}}{E} (2N_p)^b + \varepsilon_f' (2N_p)^c \quad (4.4)$$

$$\sigma_{eq,máx} \frac{\Delta\varepsilon_{eq}}{2} = \frac{(\sigma_f')^2}{E} (2N_p)^{2b} + \varepsilon_f' \sigma_f' (2N_p)^{b+c} \quad (4.5)$$

sendo $\Delta\varepsilon_{eq}/2$ a amplitude de deformação equivalente, $\sigma_{eq,m}$ a tensão média equivalente, $\sigma_{eq,máx}$ a tensão máxima equivalente, E o módulo de Young, σ_f' e b o coeficiente e expoente de resistência cíclica, respetivamente, e ε_f' e c o coeficiente e expoente de ductilidade cíclica, respetivamente. O modelo energético de Ellyin é dado pela Equação (2.35). As propriedades mecânicas monótonas e cíclicas do material em estudo estão presentes na Tabela 3.2. As vidas à fadiga obtidas experimentalmente (N_i), bem como as previsões de vida à fadiga obtidas usando o modelo CM (N_{CM}) e o modelo SWT (N_{SWT}) para os diferentes modos de carregamento analisados estão compiladas na Tabela 4.2.

As relações entre as vidas obtidas experimentalmente (N_i) e as vidas previstas e calculadas usando o modelo CM (N_{CM}) e o modelo SWT (N_{SWT}) estão representadas nas Figura 4.7a e Figura 4.7b, respetivamente. Verifica-se que, somente, para algumas previsões calculadas usando ambos os modelos, os valores estão relativamente próximos dos valores obtidos experimentalmente. Em escala bi-logarítmica, não foi obtida uma correlação linear totalmente satisfatória entre a vida experimental e a vida prevista. No caso do modelo CM, para níveis de tensões mais elevados, as previsões têm boa correlação. Contudo, para tensões mais baixas, com baixo nível de deformação plástica, as previsões tendem a ser não-conservativas. Quanto ao modelo SWT, as previsões encontram-se todas acima da banda $N_i = N_{SWT}$, ou seja, as previsões tendem a ser não-conservativas.

Tabela 4.2 Vidas de iniciação obtidas experimentalmente e previstas para as diferentes condições de carregamento.

Referência da simulação	$\sigma_{eq,máx}$ [MPa]	$\sigma_{eq,m}$ [MPa]	$\Delta\varepsilon_{eq}/2$ [-]	N_i [ciclos]	N_{CM} [ciclos]	N_{SWT} [ciclos]
B-1	741,63	666,85	$2,129 \times 10^{-3}$	65765	125626	417857
B-2	741,63	666,85	$2,129 \times 10^{-3}$	135085	125626	417857
B-3	741,68	640,53	$2,332 \times 10^{-3}$	53742	56992	215512
B-4	741,67	640,69	$2,336 \times 10^{-3}$	37108	56321	212724
B-5	741,92	621,26	$3,022 \times 10^{-3}$	8896	13595	43004
B-6	741,92	621,26	$3,022 \times 10^{-3}$	16956	13595	43004
T-1	742,03	614,31	$1,407 \times 10^{-3}$	108731	15519261	13198974
T-2	742,03	614,31	$1,407 \times 10^{-3}$	171230	15519261	13198974
T-3	742,85	673,32	$1,799 \times 10^{-3}$	56636	717981	1565879
T-4	742,85	673,32	$1,799 \times 10^{-3}$	43141	717981	1565879
T-5	743,10	532,03	$1,563 \times 10^{-3}$	29291	1344563	5160900
• B=2T						
B2T-1	741,66	660,58	$1,855 \times 10^{-3}$	102386	462962	1233870
B2T-2	741,78	609,49	$2,271 \times 10^{-3}$	49103	60690	259805
B2T-3	742,35	733,22	$3,204 \times 10^{-3}$	24207	13044	31522
• B=T						
BT-1	741,72	618,44	$1,901 \times 10^{-3}$	92544	271416	1009554
BT-2	741,72	618,44	$1,901 \times 10^{-3}$	83278	271416	1009554
BT-3	741,72	618,44	$1,901 \times 10^{-3}$	56749	271416	1009554
BT-4	741,90	597,04	$2,347 \times 10^{-3}$	26420	46945	205236
BT-5	741,90	597,04	$2,347 \times 10^{-3}$	21225	46945	205236
BT-6	741,90	597,04	$2,347 \times 10^{-3}$	31306	46945	205236
BT-7	742,66	696,47	$3,631 \times 10^{-3}$	8314	7364	17293
• B=2T/3						
B2T3-1	741,85	604,43	$1,662 \times 10^{-3}$	50261	1153161	3082716
B2T3-2	742,41	728,43	$2,148 \times 10^{-3}$	17967	155461	387770

Este facto pode ser explicado pela inadequada simulação do estado de tensão-deformação local no entalhe, ou, muito provavelmente, pela consideração de valores de tensão equivalente não representativo do processo de fadiga na superfície do entalhe.

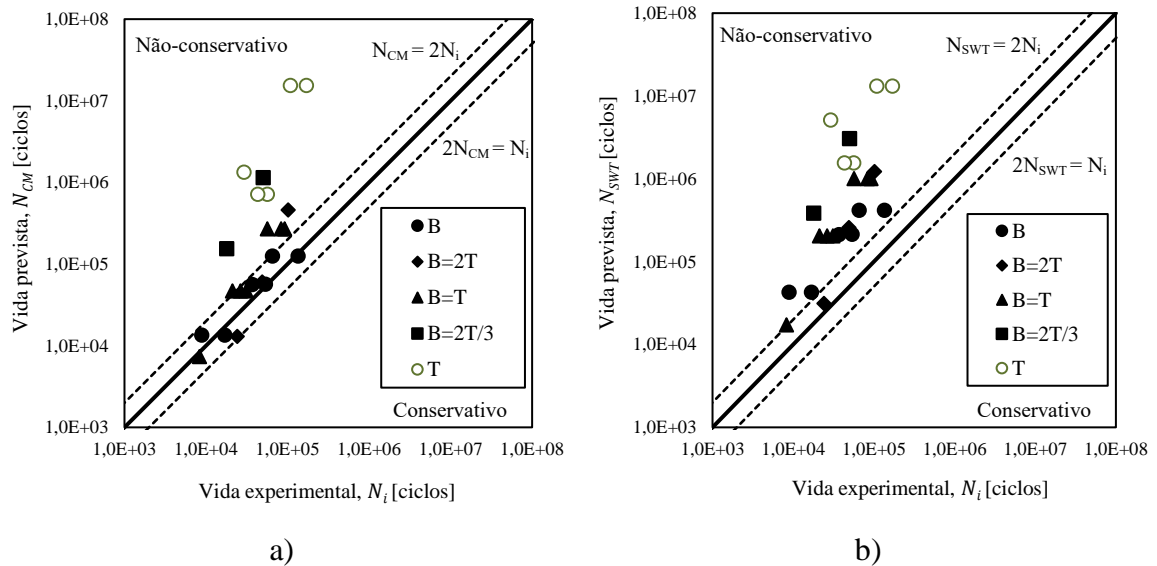


Figura 4.7. Vida de iniciação obtida experimentalmente *versus* vida de iniciação prevista obtida pelo modelo: a) Coffin-Manson; b) Smith-Watson-Topper.

Em estudos anteriores realizados através de um modelo linear-elástico (Branco, 2013) obtiveram-se resultados mais satisfatórios, como mostram as Figura 4.8a e Figura 4.8b. Verificou-se que as previsões calculadas com o modelo SWT se afastavam da zona de satisfação pretendida para ambos os estudos. As previsões calculadas com o modelo CM pelo modelo linear-elástico são próximas dos valores experimentais para vidas previstas superiores a cerca de 2×10^4 ciclos. Nesta região, em escala bi-logarítmica, obteve-se uma correlação linear satisfatória entre a vida experimental e prevista.

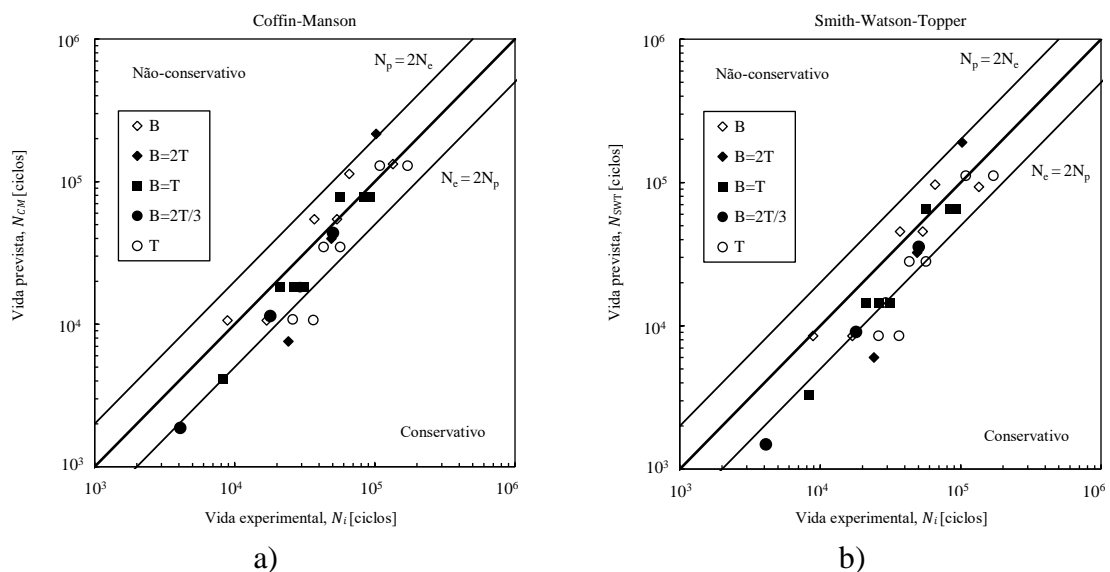


Figura 4.8. Vida de iniciação obtida experimentalmente *versus* vida de iniciação prevista obtida pelo modelo: a) Coffin-Manson; b) Smith-Watson-Topper (adaptado de Branco, 2013).

Com o objetivo de melhorar os resultados obtidos, foi aplicado o modelo energético de Ellyin indicado na secção 2.3.3.2. O critério de falha, de acordo com este modelo, é dado pela Equação (2.35). As constantes do material κt e at são obtidas experimentalmente, geralmente através de uma série de ensaios de fadiga efetuados em controlo de deformação para diferentes amplitudes (ASTM, E-606), e ΔW_{0t} corresponde à energia elástica do material correspondente à tensão limite de fadiga. A Tabela 4.3 lista os valores finais das constantes mencionadas anteriormente, para a liga DIN34CrNiMo6, calculados em estudos anteriores (Branco, 2013).

Tabela 4.3 Constantes da Equação (2.35) para a liga DIN 34CrNiMo6.

Propriedades	Valor
Coefficiente κt [MJ/m ³]	2165,37
Expoente at	-0,6854
Constante ΔW_{0t} [MJ/m ³]	0,7049

As curvas típicas tensão-deformação obtidas para uma simulação B e B=T são apresentadas, respetivamente, nas Figura 4.9 e Figura 4.10. A densidade de energia de deformação total (ΔW_t) foi obtida calculando a área sob a curva de tensão-deformação referente ao quinto ciclo (curva a preto), i.e. a região a cinzento tracejado. De notar que, para a curva correspondente ao carregamento B, os circuitos de histerese ficam perfeitamente sobrepostos após a fase de carga, efetuada no primeiro ciclo. Isto significa, portanto, que após este primeiro carregamento, o nível de deformação plástica acumulado mantém-se. No caso dos esforços combinados, na Figura 4.10, de ciclo para ciclo, há alterações nos circuitos gerados, havendo sempre um acréscimo na componente de energia de deformação plástica. Contudo, também se verifica que este acréscimo tende a reduzir de ciclo para ciclo, o que parece indiciar que haveria também uma estabilização se fossem aplicados mais ciclos.

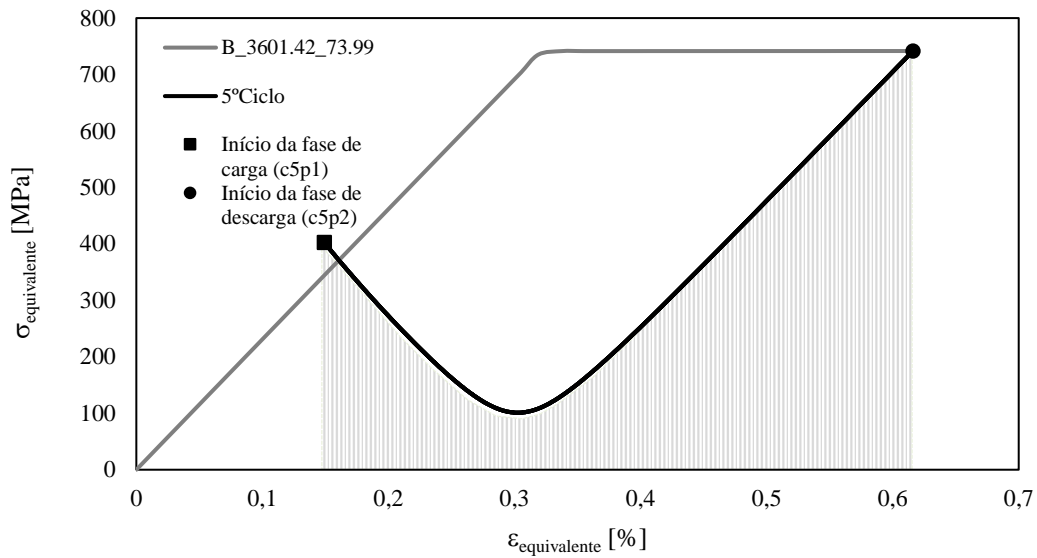


Figura 4.9. Curva tensão-deformação obtido para o ensaio B aplicando o modelo de Ellyin com circuitos de histerese sobrepostos. (Referência da simulação: B-4).

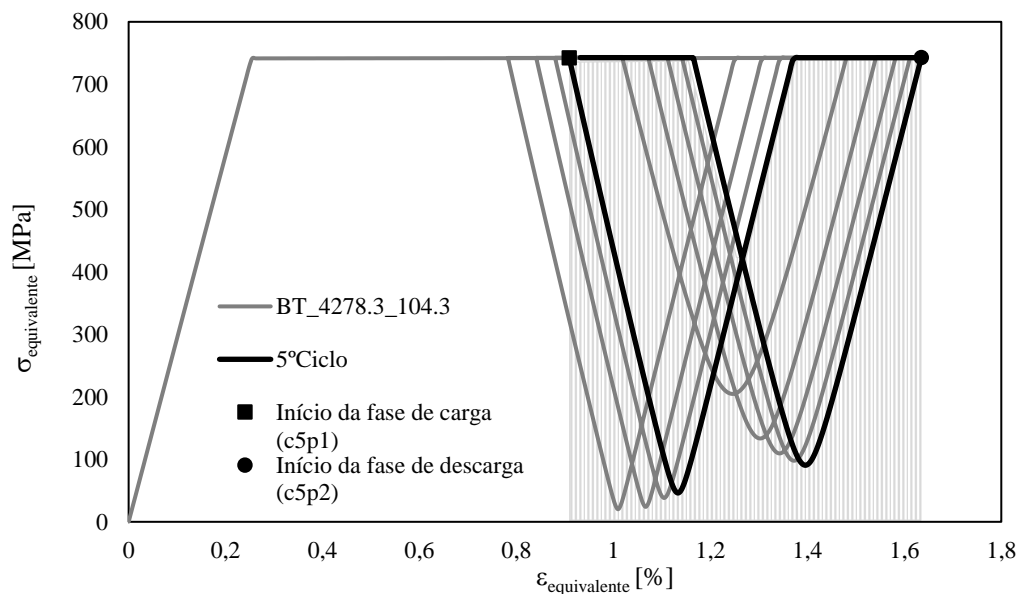


Figura 4.10. Curva tensão-deformação obtido para o ensaio B=T aplicando o modelo de Ellyin com circuitos de histerese bem visíveis. (Referência da simulação: BT-7).

Os valores obtidos da energia total de deformação (ΔW_t) para as diferentes condições de carregamento estudadas estão listados Tabela 4.4. As vidas de iniciação obtidas experimentalmente (N_i), bem como as previsões de vida de iniciação obtidas usando o modelo de Ellyin (N_{Ellyin}) para os diferentes modos de carregamento estão também compiladas na Tabela 4.4. A relação entre as vidas obtidas experimentalmente (N_i) e as vidas previstas calculadas usando o modelo de Ellyin (N_{Ellyin}) está representada na Figura 4.11.

Tabela 4.4 Vida de iniciação obtidas experimentalmente e previstas pelo modelo de Ellyin para as diferentes condições de carregamento.

Referência da simulação	ΔW_t	N_i [ciclos]	N_{Ellyin} [ciclos]
B-1	1,381	65765	65026
B-2	1,381	135085	65026
B-3	1,577	53742	44892
B-4	1,580	37108	44677
B-5	2,411	8896	16870
B-6	2,411	16956	16870
T-1	1,165	108731	114049
T-2	1,165	171230	114049
T-3	1,585	56636	44331
T-4	1,585	43141	44331
T-5	2,503	29291	15627
• B=2T			
B2T-1	1,609	102386	42581
B2T-2	1,675	49103	38434
B2T-3	2,884	24207	11803
• B=T			
BT-1	1,331	92544	72759
BT-2	1,331	83278	72759
BT-3	1,331	56749	72759
BT-4	1,907	26420	28101
BT-5	1,907	21225	28101
BT-6	1,907	31306	28101
BT-7	3,625	8314	7701
• B=2T/3			
B2T3-1	1,298	50261	78720
B2T3-2	1,940	17967	27029

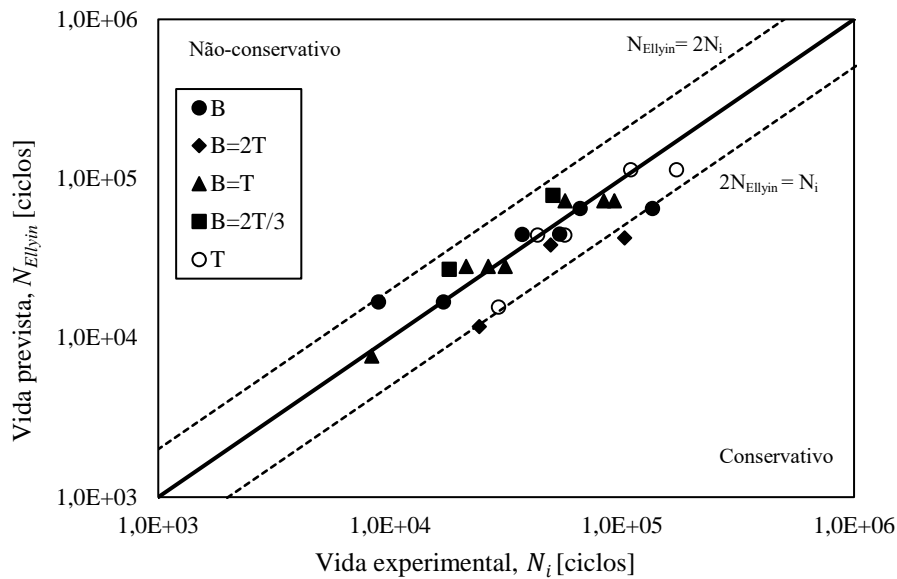


Figura 4.11. Vida de iniciação obtida experimentalmente *versus* vida de iniciação prevista obtida pelo modelo de Ellyin.

Foram traçadas duas bandas de dispersão para razões N_i/N_{Ellyin} iguais a 0,5 (i.e. $N_{Ellyin} = 2N_i$) e 2 (i.e. $2N_{Ellyin} = N_i$). De um modo geral, previsões de vida à fadiga situadas neste intervalo ($0,5 < N_{Ellyin}/N_i < 2$) são consideradas aceitáveis. Verifica-se que quase a totalidade dos dados se localiza no interior das bandas de dispersão (mais especificamente, 83,96%). Para além disto, todos os pontos que se localizam no exterior das bandas de dispersão estão na zona conservativa (i.e. $N_i/N_{Ellyin} > 1$). Deste modo, a percentagem de pontos no interior das bandas de dispersão ou na zona conservativa é 100% para o modelo de Ellyin. Relativamente aos pontos que se situam fora das bandas de dispersão, verifica-se que estes surgem para vidas previstas superiores a aproximadamente 1×10^4 ciclos até aproximadamente 8×10^4 ciclos e para os carregamentos B e B=2T que correspondem aos casos onde os níveis de tensões de corte são menos elevados. Para os restantes casos, com maiores níveis de tensões de corte, a correlação entre os resultados numéricos e experimentais é muito boa.

As Tabela 4.5, Tabela 4.6 e Tabela 4.7, apresentam vários dados estatísticos obtidos a partir das razões N_p/N_i determinadas para os modelos CM, SWT e de Ellyin. Verifica-se que o modelo de Ellyin proporciona melhores resultados comparativamente ao modelo CM e SWT de estudos anteriores (Branco, 2013). Este facto pode ser confirmado comparando os valores extremos da razão N_i/N_p , obtidos pelos modelos CM, SWT e Ellyin,

bem como pela comparação do valor do desvio-padrão. Deve, ainda, salientar-se que a média de todos os ensaios é 1,19.

Tabela 4.5 Dados estatísticos para as razões N_{CM}/N_p obtidos pelo modelo de CM.

Simulações	Mínimo N_i/N_p	Máximo N_i/N_p	Média	Desvio padrão	Desvio médio
Todas as simulações	0,47	3,41	1,44	0,72	0,54
B	0,58	1,60	0,95	0,33	0,25
B=2T	0,47	3,20	1,64	1,15	1,04
B=T	0,73	2,02	1,34	0,40	0,34
B=2T/3	1,15	2,19	1,64	0,43	0,37
T	0,84	3,41	1,78	0,80	0,64

Tabela 4.6 Dados estatísticos para as razões N_{SWT}/N_p obtidos pelo modelo de SWT.

Simulações	Mínimo N_i/N_p	Máximo N_i/N_p	Média	Desvio padrão	Desvio médio
Todas as simulações	0,54	4,28	1,79	0,92	0,70
B	0,68	2,00	1,20	0,44	0,35
B=2T	0,54	4,03	2,03	1,47	1,34
B=T	0,87	2,54	1,65	0,52	0,50
B=2T/3	1,41	2,76	2,05	0,55	0,47
T	0,98	4,28	2,20	1,04	0,84

Tabela 4.7 Dados estatísticos para as razões N_{Ellyin}/N_p obtidos pelo modelo de Ellyin.

Simulações	Mínimo N_i/N_p	Máximo N_i/N_p	Média	Desvio padrão	Desvio médio
Todas as simulações	0,53	2,40	1,19	0,49	0,37
B	0,53	2,08	1,11	0,53	0,35
B=2T	1,28	2,40	1,91	0,58	0,42
B=T	0,76	1,27	1,01	0,19	0,16
B=2T/3	0,64	0,66	0,65	0,02	0,01
T	0,95	1,87	1,32	0,39	0,30

Estudos anteriores realizados com o modelo linear-elástico também mostraram previsões bastante interessantes a partir do modelo energético de Ellyn (Branco, 2017). Na Figura 4.12 pode verificar-se uma boa correlação de valores para toda a gama de vida estudada. Além disso, pode também constatar-se que o nível de precisão das previsões é bastante semelhante ao obtido como base no modelo elasto-plástico.

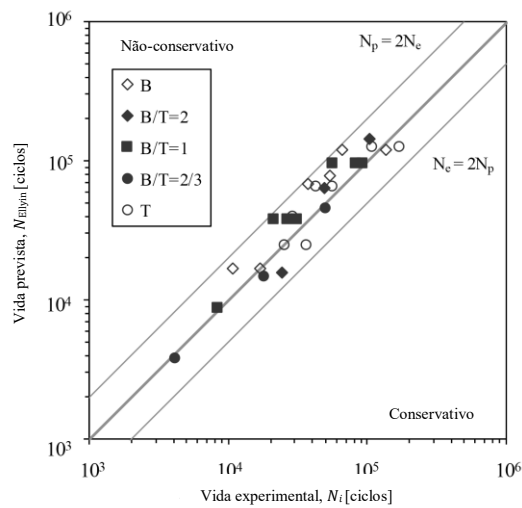


Figura 4.12. Vida de iniciação obtida experimentalmente *versus* vida de iniciação prevista obtida pelo modelo de Ellyn usando um modelo linear-elástico (adaptado de Branco, 2017).

5. CONCLUSÕES

Os objetivos principais da presente dissertação, identificados nos capítulos anteriores, consistiam em desenvolver uma metodologia de previsão de vida à fadiga para peças com entalhes severos sujeitos a carregamentos multiaxiais, com recurso à simulação numérica por elementos finitos para a liga de alta resistência DIN 34CrNiMo6, e identificar um parâmetro de dano multiaxial representativo, que permitisse estimar a vida à fadiga para diferentes tipos de sollicitação, nomeadamente diferentes relações de proporcionalidade entre tensões normais e de corte. Relativamente ao carregamento foram considerados carregamentos proporcionais, nomeadamente carregamentos de flexão, torção e flexão combinada com torção. Neste último caso foram consideradas três razões entre tensões normais e de corte, mais especificamente: $\sigma/\tau = 2$, $\sigma/\tau = 4$ e $\sigma/\tau = 4/3$. As previsões de vida à fadiga foram efetuadas recorrendo aos modelos de Coffin-Manson, Swift-Watson-Topper e Ellyin.

O estado tensão-deformação na raiz do entalhe foi avaliado numericamente a partir de um modelo elasto-plástico tridimensional de elementos finitos. Podem realçar-se as seguintes conclusões:

- Os locais e ângulos de iniciação, as trajetórias de fenda e as superfícies de fratura dependem significativamente da razão σ/τ ;
- As trajetórias e os locais de iniciação de fendas por fadiga parecem ser controlados pela distribuição das tensões principais ao longo da superfície do entalhe;
- A diminuição da razão entre a tensão normal e a tensão de corte (σ/τ) desloca os locais de iniciação para posições mais próximas da extremidade curva do entalhe;
- O aumento da razão entre a tensão normal e a tensão de corte (σ/τ) leva a que as trajetórias de fenda tendam a ficar mais curvas. As previsões numéricas baseadas no campo de tensões principais são similares às observadas experimentalmente;
- O aumento do nível de tensão de corte leva a que a fenda inicie em locais mais próximos da superfície curva do entalhe. Na ausência de tensões de corte, ou para níveis reduzidos, a iniciação de fenda tende a acontecer no centro do entalhe;

- As regiões mais suscetíveis para a iniciação de fenda são aquelas cuja primeira tensão principal atinge valores máximos;
- Verificou-se elevada semelhança entre os locais de iniciação e ângulos de iniciação obtidos com os modelos elasto-plásticos e com os modelos lineares-elásticos;
- A densidade de energia de deformação total, quantificada como a soma das componentes plástica e elástica positiva mostrou ser adequada para correlacionar os estados de tensão-deformação resultantes com as vidas de fadiga;
- Verificou-se uma correlação muito satisfatória nas previsões de vida à fadiga usando o modelo de Ellyin, pois estavam em conformidade com as observações experimentais. Em geral, à exceção de três casos, todas as previsões estão no interior das bandas de dispersão. As exceções ocorreram para casos com baixo nível de tensão de corte;
- Verificou-se que o modelo energético de Ellyin proporciona melhores resultados comparativamente aos modelos de Coffin-Manson e Smith-Watson-Topper. Para ambos os modelos constitutivos, os níveis de exatidão das previsões de vida obtidas com o modelo energético de Ellyin foram semelhantes.

5.1. Trabalhos futuros

No decorrer do presente trabalho foram abordadas várias questões. No entanto, há uma série de tópicos de pesquisa relevantes merecedores de investigação adicional, tais como:

- Estudar o efeito da orientação de carga relativamente à raiz do entalhe;
- Estudar o efeito da razão de tensão (R) no comportamento à fadiga de peças entalhadas;
- Estudar o efeito da geometria do entalhe no comportamento à fadiga;
- Estudar o efeito de carregamentos não proporcionais.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ASTM (2013). ASTM E1823-13, Standard Terminology Relating to Fatigue and Fracture Testing, ASTM International, West Conshohocken, PA.
- ASTM E606 (2004). Standard practice for strain-controlled fatigue testing. ASTM International, West Conshohocken, PA, DOI: 10.1520/E0606-04E01.
- Basquin OH (1910). “The exponential law of endurance tests”. American Society for Testing and Materials, ASTM 10 (II), 625-630.
- Branco CM, Ferreira JM, Costa JD, Ribeiro A (2012a). “Projeto de órgãos de máquinas”. 3ª Ed., Fundação Calouste Gulbenkian.
- Branco R, Costa JD, Antunes FV (2012b). “Low-cycle fatigue behaviour of 34CrNiMo6 high strength steel”. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, 58(1), 28-34. doi:10.1016/j.tafmec.2012.02.004
- Branco R, (2013). “Fatigue life prediction of notched components subjected to complex loading”. Tese de Doutorado em Engenharia Mecânica na especialidade de Construção Mecânica, Departamento de Engenharia Mecânica, Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade de Coimbra, Coimbra.
- Branco R, Costa JD, Antunes FV (2014). “Fatigue behaviour and life prediction of lateral notched round bars under bending-torsion loading”. *Engineering Fracture Mechanics*, 119, 66-84. doi:10.1016/j.engfracmech.2014.02.009
- Branco R, Costa JD, Antunes FV, Perdigão S (2016). “Monotonic and cyclic behavior of DIN 34CrNiMo6 tempered alloy steel”. *Metals*, 6(5), 98. doi:10.3390/met6050098
- Branco R, Costa J.D, Berto F, Antunes FV (2017). “Fatigue life assessment of notched round bars under multiaxial loading based on the total strain energy density approach.” *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*. doi:10.1016/j.tafmec.2017.06.003
- Brown MW, Miller KJ (1973). “A theory for fatigue failure under multiaxial stress-strain conditions”. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers*, 187, 745-755. doi:10.1243/pime_proc_1973_187_069_02
- Budynas RG, Nisbett JK, Shigley JE (2015). “*Shigley's mechanical engineering design*”. 10ª Ed., McGraw-Hill, New York.
- Campbell FC (2008). “*Elements of metallurgy and engineering alloys*”. Materials Park, OH: ASM International.
- Coffin LF (1954). “A study of the effects of cyclic thermal stresses on a ductile metal”. *Transactions of ASME*, 76, 931-950.
- El Haddad MH, Dowling NE, Topper TH, Smith KN (1980). “J-integral applications for short fatigue cracks at notches”. *International Journal of Fracture*, 16(1), 15-30. doi:10.1007/bf00042383

- Ellyin F (1997). “Fatigue damage, crack growth and life prediction”. 1ª Ed., Chapman & Hall.
- Farahmand B, Bockrath G, Glassco J (1997). “*Fatigue and fracture mechanics of high risk parts: Application of LEFM & FMDM theory*”. Chapman & Hall, New York.
- Gerber WZ (1874). “Calculation of the allowable stresses in iron structures”. *Z. Bayer Archit. Ing. Ver.* 6, 101-110.
- Glinka G (1985). “Calculation of inelastic notch-tip strain-stress histories under cyclic loading”. *Engineering Fracture Mechanics*, 22(5), 839-854. doi:10.1016/0013-7944(85)90112-2
- Goodman J (1899). “Journal of Mechanics Applied to Engineering”. 1ª Ed., Longman, London.
- Hardrath F, Ohman L (1953). “A study of elastic and plastic stress concentration factors due to notches and fillets in flat plates”. NASA TC1117.
- Hutchinson J (1968). “Singular behaviour at the end of a tensile crack in a hardening material”. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 16(1), 13-31. doi:10.1016/0022-5096(68)90014-8
- Ince A, Glinka G (2016). “Innovative computational modeling of multiaxial fatigue analysis for notched components”. *International Journal of Fatigue*, 82, 134-145. doi:10.1016/j.ijfatigue.2015.03.019
- Irwin G (1957). “Fracture”. *Encyclopedia of Physics 4*, Springer, Berlin.
- Jiang Y, Kurath P (1997). “Nonproportional cyclic deformation: critical experiments and analytical modeling”. *International Journal of Plasticity*, 13(8-9), 743-763. doi: 10.1016/S0749-6419(97)00030-2
- Kanazawa K, Miller KJ, Brown MW (1979). “Cyclic deformation of 1% Cr-Mo-V steel under out-of-phase loads”. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials and Structures*, 2(2), 217-228. doi:10.1111/j.1460-2695.1979.tb01357.x
- Klesnil M, Lukáš P (1972). “Effect of stress cycle asymmetry on fatigue crack growth”. *Materials Science and Engineering*, 9, 231-240. doi:10.1016/0025-5416(72)90038-9
- Klesnil M, Lukáš P (1992). “*Fatigue of metallic materials*”. Materials Science Monographs 71, Elsevier.
- Koh SK, Stephens RI (1991). “Mean stress effects on low cycle fatigue for a high strength steel”. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials and Structures*, 14(4), 413-428. doi:10.1111/j.1460-2695.1991.tb00672.x
- Landgraf R, Morrow JD, Endo J (1969). “Determination of the cyclic stress-strain curve”. American Society for Testing and Materials, *Journal of Materials*, 4, 176-188.
- Landgraf R (1970). “Achievement of high fatigue resistance in metals and alloys”. American Society for Testing and Materials, ASTM STP-467, 3-36.
- Lanza G (1886). “Strength of shafting subjected to both twisting and bending”. *Transactions of ASME*, 8, 130-144.

-
- Lazzarin P, Tovo R, Meneghetti G (1997). “Fatigue crack initiation and propagation phases near notches in metals with low notch sensitivity”. *International Journal of Fatigue*, 19(8-9), 647-657. doi:10.1016/s0142-1123(97)00091-1
- Luke M, Varfolomeev I, Lütkepohl K, Esderts A (2011). “Fatigue crack growth in railway axles: Assessment concept and validation tests”. *Engineering Fracture Mechanics*, 78(5), 714-730. doi:10.1016/j.engfracmech.2010.11.024
- Manson SS (1954). “Behavior of materials under conditions of thermal stress”. NACA TN-2933, National Advisory Committee for Aeronautics.
- Mason W (1917). “Alternating stress experiments”. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers*, 121-196. doi:10.1243/pime_proc_1917_092_010_02
- MIL-HDBK-5H (1998). Military Handbook: “*Metallic materials and elements for aerospace vehicle structures*”. Departamento de Defesa dos Estados Unidos da América, Washington D.C.
- Mises R (1913). “Mechanik der festen korper im plastic-deformablen zustand”. *Nachrichten vos der koniglichen gellenschaft des winssenschaften zu Gottingen, Mathematisch-physikalische klasse*, 582–592.
- Molski K, Glinka G (1981). “A method of elastic-plastic stress and strain calculation at a notch root”. *Materials Science and Engineering*, 50(1), 93-100. doi:10.1016/0025-5416(81)90089-6
- Neuber H (1958). “*Theory of notch stresses: Principles for exact calculation of strength with reference to structural form and material*”. Springer, Berlin, Germany.
- Neuber H (1961). “Theory of stress concentration for shear-strained prismatical bodies with arbitrary nonlinear stress-strain law”. *Journal of Applied Mechanics*, 28(4), 544-550. doi:10.1115/1.3641780
- Nishihara T, Kawamoto M (1941). “The strength of metals under combined alternating bending and torsion”. *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers*, 7(29-1), 85-95. doi:10.1299/kikai1938.7.29-1_85
- Ostash O, Panasyuk V (2001). “Fatigue process zone at notches”. *International Journal of Fatigue*, 23(7), 627-636. doi:10.1016/s0142-1123(01)00004-4
- Pape J, Neu R (2007). “A comparative study of the fretting fatigue behavior of 4340 steel and PH 13-8 Mo stainless steel”. *International Journal of Fatigue*, 29(12), 2219-2229. doi:10.1016/j.ijfatigue.2006.12.016
- Prates PA, Pereira AFG, Sakharova NA, Oliveira MC, Fernandes JV (2016) “Inverse Strategies for Identifying the Parameters of Constitutive Laws of Metal Sheets”. *Advances in Materials Science and Engineering*, vol. 2016, Article ID 4152963, 18 pages, 2016. doi:10.1155/2016/4152963
- Pluvinae G (1998). “Fatigue and fracture emanating from notch; the use of the notch stress intensity factor”. *Nuclear Engineering and Design*, 185(2-3), 173-184. doi:10.1016/s0029-5493(98)00183-6
-

- Polák J (1991). “Cyclic plasticity and low cycle fatigue life of metals”. Materials Science Monographs 63, Elsevier ISBN 0-444-98839-4.
- Qylafku G, Azari Z, Gjonaj M, Pluvinage G (1998). “On the fatigue failure and life prediction for notched specimens”. *Materials Science*, 34(5), 604-618. doi:10.1007/bf02355779
- Shang D, Wang D, Li M, Yao W (2001). “Local stress–strain field intensity approach to fatigue life prediction under random cyclic loading”. *International Journal of Fatigue*, 23(10), 903-910. doi:10.1016/s0142-1123(01)00051-2
- Siqueira A, Baptista C, Guimarães O, Ruckert C (2010). “Describing the total fatigue crack growth curves for aluminum alloys with an exponential equation”. *Procedia Engineering*, 2(1), 1905-1914. doi:10.1016/j.proeng.2010.03.205
- Smith RW, Hirschberg MH, Manson SS (1963). “*Fatigue behavior of materials under strain cycling in low and intermediate life range*”. NASA TN D-1574, National Aeronautics and Space Administration, Washington D.C.
- Smith R, Watson P, Topper T (1970). “A stress-strain parameter for the fatigue of metals”. *Journal of Materials*, 5, 767-778.
- Socie D, Marquis G (2000). “Multiaxial Fatigue”. Society of Automotive Engineers, ISBN 0-7680-0453-5.
- Suresh S (1998). “*Fatigue of materials*”. 2^a Ed., Cambridge University Press.
- Tanaka K (1983). “Engineering formula for fatigue strength reduction due to crack-like notches”. *International Journal of Fracture*, 22(2), R39-R46. doi:10.1007/bf00942722
- Taylor D (1999). “Geometrical effects in fatigue: a unifying theoretical model”. *International Journal of Fatigue*, 21(5), 413-420. doi:10.1016/s0142-1123(99)00007-9
- Taylor D, Bologna P, Bel Knani K (2000). “Prediction of fatigue failure location on a component using a critical distance method”. *International Journal of Fatigue*, 22(9), 735-742. doi:10.1016/s0142-1123(00)00062-1
- Taylor D (2007). “*The theory of critical distances: A new perspective in fracture mechanics*”. Elsevier, Amsterdam.
- Teodosiu, C. (2000). “Three-dimensional numerical simulation of the deep drawing process using solid finite elements”. J. 276 Mater. Proc. Technol. 97, 100-106 (2000)).
- Varvani-Farahani A, Kodric T, Ghahramani A (2005). “A method of fatigue life prediction in notched and un-notched components”. *Journal of Materials Processing Technology*, 169(1), 94-102. doi:10.1016/j.jmatprotec.2005.01.015
- Vosikovsky O (1979). “The effect of stress ratio on fatigue crack growth rates in steels”. *Engineering Fracture Mechanics*, 11(3), 595-602. doi:10.1016/0013-7944(79)90083-3
- Wang CH, Brown MW (1993). “A path-independent parameter for fatigue under proportional and non-proportional loading”. *Fatigue & Fracture of Engineering*

-
- Materials and Structures*, 16(12), 1285-1298. doi:10.1111/j.1460-2695.1993.tb00739.x
- Wehner T, Fatemi A (1991). "Effects of mean stress on fatigue behaviour of a hardened carbon steel". *International Journal of Fatigue*, 13(3), 241-248. doi:10.1016/0142-1123(91)90248-w
- Yao W (1993). "Stress field intensity approach for predicting fatigue life". *International Journal of Fatigue*, 15(3), 243-246. doi:10.1016/0142-1123(93)90182-p
- Yao W, Kaiquan X, Gu Y (1995). "On the fatigue notch factor, K_f ". *International Journal of Fatigue*, 17(4), 245-251. doi:10.1016/0142-1123(95)93538-d
- Yuan X, Yu W, Fu S, Yu D, Chen X (2016). "Effect of mean stress and ratcheting strain on the low cycle fatigue behavior of a wrought 316LN stainless steel". *Materials Science and Engineering A*, 677, 193-202. doi:10.1016/j.msea.2016.09.053
- Zenner H (2004). "Multiaxial fatigue methods, hypotheses and applications an overview". 7th International Conference on Biaxial/Multiaxial Fatigue and Fracture, Berlin, Germany, 3-16.
- Zhao T, Zhang J, Jiang Y (2008). "A study of fatigue crack growth of 7075-T651 aluminum alloy". *International Journal of Fatigue*, 30(7), 1169-1180. doi:10.1016/j.ijfatigue.2007.09.006