



FCTUC FACULDADE DE CIÊNCIAS
E TECNOLOGIA
UNIVERSIDADE DE COIMBRA

DEPARTAMENTO DE
ENGENHARIA MECÂNICA

Identificação da Anisotropia de Chapas Metálicas com Recurso a Ensaios Mecânicos Simples

Dissertação apresentada para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia Mecânica na Especialidade de Produção e Projeto.

Autor

Mário João Pereira Viegas

Orientadores

Professor Doutor José Valdemar Bidarra Fernandes

Professor Doutor Pedro André Dias Prates

Júri

| | |
|-------------------|---|
| Presidente | Professora Doutora Marta Cristina Cardoso de Oliveira Professora Auxiliar da Universidade de Coimbra |
| Orientador | Professoro Doutor Pedro André Dias Prates Professor Auxiliar Convidado da Universidade de Coimbra |
| Vogais | Mestre André Filipe Gomes Pereira Bolseiro de Doutoramento da Universidade de Coimbra |

Coimbra, Julho, 2017

Resumo

A descrição do comportamento plástico das chapas metálicas, tendo em vista a simulação numérica do processo de estampagem, é realizada recorrendo a modelos constitutivos que foram desenvolvidos para prever o início e a evolução da deformação plástica de materiais submetidos a estados de tensão. Tais modelos são geralmente combinações dos seguintes componentes: (i) um critério de plasticidade que descreve a superfície de plasticidade do material no espaço multidimensional das tensões, no início e a qualquer momento da deformação plástica; (ii) leis encruamento que expressam a evolução da superfície de plasticidade durante a deformação plástica. Neste contexto, a identificação de parâmetros constitutivos centrada no desenvolvimento de estratégias de fácil implementação, que combinem as melhores características das estratégias clássicas e inversas, é um assunto de interesse industrial atual.

Este trabalho envolve a identificação dos parâmetros de critérios de plasticidade, desde os mais simples aos mais complexos, isto é, com maior número de parâmetros a identificar, e como tal com maior flexibilidade na descrição do comportamento plástico de metais. Mais especificamente, é proposta uma metodologia de identificação de parâmetros de critérios de plasticidade de fácil utilização, que pressupõe o conhecimento prévio da lei de encruamento isotrópico, determinada a partir do ensaio de tração biaxial sob pressão de óleo, por exemplo. A abordagem utilizada na identificação de parâmetros baseia-se na minimização de funções objetivo que expressam a diferença entre resultados previstos analiticamente e experimentais.

A implementação e otimização da estratégia de identificação teve em conta o número e o tipo de ensaios mecânicos, e pode ser aplicada em sequência a vários critérios de plasticidade. No essencial, recorre a ensaios de tração a diversos ângulos no plano da chapa, e utiliza os resultados das curvas tensão – deformação plástica e dos coeficientes de anisotropia; curvas tensão – deformação plástica obtidas em corte são também utilizadas. As análises realizadas incidiram na identificação de parâmetros de vários critérios de plasticidade (Hill'48; Drucker+L; Yld'91), de materiais cujo encruamento é descrito pelas leis de Swift e Voce. Especial atenção foi dada à escolha do critério de plasticidade que melhor descreve o comportamento anisotrópico do material, tendo em conta a comparação entre funções objetivo.

Palavras-chave: Leis Constitutivas em Plasticidade, Identificação de Parâmetros, Estampagem de Chapas Metálicas, Simulação Numérica, Função Objetivo.

Abstract

The description of the plastic behaviour of the sheet metals, in view of the numerical simulation of the sheet metal forming process, is carried out using constitutive models that were developed to predict the onset and the evolution of the plastic deformation of materials under stress conditions. Such models are usually combinations of the following components: (i) a plasticity criterion describing the yield surface of the material in the multidimensional stress space at the beginning and at any time of the plastic deformation; (ii) hardening laws that express the yield surface evolution during plastic deformation. In this context, the identification of constitutive parameters focused on the development of easy-to-implement strategies, combining the best features of classic and inverse strategies, is a matter of current industrial interest.

This work involves the identification of parameters of yield criteria, from the simplest to the most complex, i.e. with larger number of parameters to be identified, and therefore with greater flexibility in the plastic behaviour description of metals. More specifically, an easy-to-use methodology for the identification of yield criteria parameters is proposed, which assumes the previous knowledge of the isotropic hardening law, determined from the bulge test for example. The approach used in the parameters identification is based on the minimization of objective functions that express the difference between analytically predicted and experimental results.

The implementation and optimization of the identification strategy took into account the number and type of mechanical tests, and it can be applied in sequence to various yield criteria. Essentially, it resorts to tensile tests at various angles in the sheet plane, and uses the results of the stress - plastic strain curves and the respective anisotropy coefficients; shear stress - plastic strain curves were also used. The analyses were focused on the identification of several yield criteria parameters (Hill'48; Drucker + L; Yld'91) of materials whose hardening is described by Swift and Voce laws. Special attention was given to the choice of yield criterion that best describes the anisotropic behaviour of the material, taking into account the comparison between objective functions.

Keywords: Constitutive Laws in Plasticity, Parameters Identification, Sheet Metal Forming, Numerical Simulation, Objective function.

Índice

| | |
|--|------|
| Índice de Figuras | viii |
| Índice de Tabelas | xi |
| Simbologia e Siglas | xii |
| Simbologia..... | xii |
| Siglas | xii |
| 1. INTRODUÇÃO..... | 1 |
| 1.1. Identificação de Parâmetros Constitutivos | 1 |
| 1.2. Objetivos..... | 3 |
| 2. Modelação constitutiva..... | 4 |
| 3. Estratégia Proposta | 6 |
| 3.1. Análise Exploratória (Estudo de sensibilidade)..... | 6 |
| 4. Conclusões..... | 44 |
| REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS | 45 |

ÍNDICE DE FIGURAS

| | |
|---|----|
| Figura 3.1. Curvas de tração relativas ao material “experimental” e curvas obtidas com base na lei de encruamento de Swift identificada considerando os parâmetros identificados do critério de Hill’48. | 12 |
| Figura 3.2. Evoluções do coeficiente de anisotropia no plano da chapa do material “experimental” e obtidas com base na lei de encruamento de Swift identificada considerando os parâmetros identificados do critério de Hill’48..... | 12 |
| Figura 3.3. Curvas de tração relativas ao material “experimental” e curvas obtidas com base na lei de encruamento de Swift identificada considerando os parâmetros identificados do critério de Hill’48. | 14 |
| Figura 3.4. Evoluções do coeficiente de anisotropia no plano da chapa do material “experimental” e obtidas com base na lei de encruamento de Swift identificada considerando os parâmetros identificados do critério de Hill’48..... | 14 |
| Figura 3.5. Curvas de tração relativas ao material “experimental” e curvas obtidas com base na lei de encruamento de Swift identificada considerando os parâmetros identificados do critério de Hill’48. | 15 |
| Figura 3.6. Curvas de tração relativas ao material “experimental” e curvas obtidas com base na lei de encruamento de Swift identificada considerando os parâmetros identificados do critério de Hill’48. | 16 |
| Figura 3.7. Evoluções do coeficiente de anisotropia no plano da chapa do material “experimental” e obtidas com base na lei de encruamento de Swift identificada considerando os parâmetros identificados do critério de Hill’48..... | 16 |
| Figura 3.8. Superfícies de plasticidade do material “experimental” e as obtidas com base nos parâmetros identificados do critério de Hill’48; os valores de σ_y e σ_x estão normalizados pelo valor da tensão limite de elasticidade, σ_0 ($\alpha = 0^\circ$), para um ângulo de tração a 0° com a direção de laminagem. Caso (a); Caso (b); Caso(c). 17 | |
| Figura 3.9. Curvas de tração relativas ao material “experimental” e curvas obtidas com base na lei de encruamento de Voce identificada considerando os parâmetros identificados do critério de Hill’48. | 20 |
| Figura 3.10. Evoluções do coeficiente de anisotropia no plano da chapa do material “experimental” e obtidas com base na lei de encruamento de Voce identificada considerando os parâmetros identificados do critério de Hill’48..... | 20 |
| Figura 3.11. Curvas de tração relativas ao material “experimental” e curvas obtidas com base na lei de encruamento de Voce identificada considerando os parâmetros identificados do critério de Hill’48. | 22 |
| Figura 3.12. Evoluções do coeficiente de anisotropia no plano da chapa do material “experimental” e obtidas com base na lei de encruamento de Voce identificada considerando os parâmetros identificados do critério de Hill’48..... | 22 |

| | |
|--|----|
| Figura 3.13. Curvas de tração relativas ao material “experimental” e curvas obtidas com base na lei de encruamento de Voce identificada considerando os parâmetros identificados do critério de Hill’48. | 24 |
| Figura 3.14. Curvas de tração relativas ao material “experimental” e curvas obtidas com base na lei de encruamento de Voce identificada considerando os parâmetros identificados do critério de Hill’48. | 24 |
| Figura 3.15. Evoluções do coeficiente de anisotropia no plano da chapa do material “experimental” e obtidas com base na lei de encruamento de Voce identificada considerando os parâmetros identificados do critério de Hill’48..... | 25 |
| Figura 3.16. Curvas de tração relativas ao material “experimental” e curvas obtidas com base na lei de encruamento de Voce identificada considerando os parâmetros identificados do critério de Hill’48. | 26 |
| Figura 3.17. Curvas de tração relativas ao material “experimental” e curvas obtidas com base na lei de encruamento de Voce identificada considerando os parâmetros identificados do critério de Hill’48. | 27 |
| Figura 3.18. Curvas de corte relativas ao material “experimental” e curvas obtidas com base na lei de encruamento de Voce identificada considerando os parâmetros identificados do critério de Hill’48. | 27 |
| Figura 3.19. Curvas de corte relativas ao material “experimental” e curvas obtidas com base na lei de encruamento de Voce identificada considerando os parâmetros identificados do critério de Hill’48. | 28 |
| Figura 3.20. Evoluções do coeficiente de anisotropia no plano da chapa do material “experimental” e obtidas com base na lei de encruamento de Voce identificada considerando os parâmetros identificados do critério de Hill’48..... | 28 |
| Figura 3.21 Superfícies de plasticidade do material “experimental” e as obtidas com base nos parâmetros identificados do critério de Hill’48. Caso (a); Caso (b); Caso(c). 29 | |
| Figura 3.22. Curvas de tração relativas ao material “experimental” e curvas obtidas com base na lei de encruamento de Voce identificada considerando os parâmetros identificados do critério de Drucker+L. | 32 |
| Figura 3.23. Evoluções do coeficiente de anisotropia no plano da chapa do material “experimental” e obtidas com base na lei de encruamento de Voce identificada considerando os parâmetros identificados do critério de Drucker+L..... | 32 |
| Figura 3.24. Curvas de tração relativas ao material “experimental” e curvas obtidas com base na lei de encruamento de Voce identificada considerando os parâmetros identificados do critério de Drucker+L. | 34 |
| Figura 3.25. Evoluções do coeficiente de anisotropia no plano da chapa do material “experimental” e obtidas com base na lei de encruamento de Voce identificada considerando os parâmetros identificados do critério de Drucker+L..... | 34 |
| Figura 3.26. Superfícies de plasticidade do material “experimental” e as obtidas com base nos parâmetros identificados do critério de Drucker; os valores de σ_y e σ_x estão normalizados pelo valor da tensão limite de elasticidade, σ_0 ($\alpha = 0^\circ$), para um ângulo de tração a 0° com a direção de laminagem. Caso (a); Caso (b); Caso(c). 35 | |

| | |
|---|----|
| Figura 3.27. Curvas de tração relativas ao material “experimental” e curvas obtidas com base na lei de encruamento de Voce identificada considerando os parâmetros identificados do critério Yld’91. | 37 |
| Figura 3.28. Evoluções do coeficiente de anisotropia no plano da chapa do material “experimental” e obtidas com base na lei de encruamento de Voce identificada considerando os parâmetros identificados do critério de Yld’91..... | 38 |
| Figura 3.29. Curvas de tração relativas ao material “experimental” e curvas obtidas com base na lei de encruamento de Voce identificada considerando os parâmetros identificados do critério Yld’91. | 39 |
| Figura 3.30. Evoluções do coeficiente de anisotropia no plano da chapa do material “experimental” e obtidas com base na lei de encruamento de Voce identificada considerando os parâmetros identificados do critério de Yld’91..... | 40 |
| Figura 3.31. Curvas de tração relativas ao material “experimental” e curvas obtidas com base na lei de encruamento de Voce identificada considerando os parâmetros identificados do critério Yld’91. | 41 |
| Figura 3.32. Curvas de tração relativas ao material “experimental” e curvas obtidas com base na lei de encruamento de Voce identificada considerando os parâmetros identificados do critério Yld’91. | 41 |
| Figura 3.33. Evoluções do coeficiente de anisotropia no plano da chapa do material “experimental” e obtidas com base na lei de encruamento de Voce identificada considerando os parâmetros identificados do critério de Yld’91..... | 42 |
| Figura 3.34. Superfícies de plasticidade do material “experimental” e as obtidas com base nos parâmetros identificados do critério Yld’91. Caso (a); Caso (b); Caso(c)..... | 43 |

ÍNDICE DE TABELAS

| | |
|---|----|
| Tabela 3.1. Relação de combinação de critérios de plasticidade com as análises efetuadas. | 10 |
| Tabela 3.2. Parâmetros constitutivos experimentais e identificados (lei de Swift)..... | 10 |
| Tabela 3.3. Parâmetros do critério de Hill'48 experimentais e identificados..... | 11 |
| Tabela 3.4. Parâmetros do critério de Hill'48 experimentais e identificados..... | 13 |
| Tabela 3.5. Parâmetros do critério de Hill'48 experimentais e identificados..... | 15 |
| Tabela 3.6. Valores relativos às diferenças entre os resultados numéricos e estimados das curvas de tração e coeficientes de anisotropia a 0°, 45° e 90° ponderados nas funções objetivo de cada caso de estudo - Análise "Hill'48-Hill'48". | 18 |
| Tabela 3.7. Parâmetros constitutivos experimentais e identificados (lei de Voce). | 18 |
| Tabela 3.8. Parâmetros do critério de Hill'48 identificados..... | 19 |
| Tabela 3.9. Parâmetros do critério de Hill'48 identificados..... | 21 |
| Tabela 3.10. Parâmetros do critério de Hill'48 identificados..... | 23 |
| Tabela 3.11. Parâmetros do critério de Hill'48 identificados..... | 25 |
| Tabela 3.12. Valores relativos às diferenças entre os resultados numéricos e estimados das curvas de tração e coeficientes de anisotropia a 0°, 45° e 90° ponderados nas funções objetivo de cada caso de estudo - Análise "Drucker+L-Hill'48". | 30 |
| Tabela 3.13. Parâmetros do critério de Drucker+L experimentais e identificados. | 31 |
| Tabela 3.14. Parâmetros do critério de Drucker+L experimentais e identificados. | 33 |
| Tabela 3.15. Valores relativos às diferenças entre os resultados numéricos e estimados das curvas de tração e coeficientes de anisotropia a 0°, 45° e 90° ponderados nas funções objetivo de cada caso de estudo - Análise "Drucker+L-Drucker+L". | 36 |
| Tabela 3.16. Parâmetros do critério Yld'91 identificados..... | 36 |
| Tabela 3.17. Parâmetros do critério Yld'91 identificados..... | 38 |
| Tabela 3.18. Parâmetros do critério Yld'91 identificados..... | 40 |
| Tabela 3.19. Valores relativos às diferenças entre os resultados numéricos e estimados das curvas de tração e coeficientes de anisotropia a 0°, 45° e 90° ponderados nas funções objetivo de cada caso de estudo - Análise "Drucker+L-Yld'91". | 43 |

SIMBOLOGIA E SIGLAS

Simbologia

$\mathbf{0}$ – Tensor nulo

a, \dots, z – Escalares no espaço de reais \mathbb{R}

$\mathbf{a}, \dots, \mathbf{z}$ – Tensores no espaço de reais \mathbb{R}^n

E – Módulo de Elasticidade

Siglas

ASTM – American Society for Testing and Materials

DEM – Departamento de Engenharia Mecânica

FCTUC – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

MIT – Massachusetts Institute of Technology

1. INTRODUÇÃO

1.1. Identificação de Parâmetros Constitutivos

A caracterização do comportamento plástico de materiais metálicos é efetuada recorrendo a modelos matemáticos que procuram descrever os resultados de ensaios experimentais. Muitos destes modelos possui um número elevado de parâmetros a identificar, o que lhes confere grande flexibilidade (Prates, 2010).

O modelo constitutivo que descreve o comportamento plástico global é, na sua formulação mais geral, composto por leis de encruamento (isotrópico e cinemático) e um critério de plasticidade, que caracteriza a anisotropia do material. A identificação dos parâmetros do modelo pode recorrer a ensaios experimentais de provetes de diversos tipos e geometrias, e a condições de ensaio, metodologias de análise e estratégias de identificação variadas (Prates, Pereira, Sakharova, Oliveira, & Fernandes, 2016).

Um modelo constitutivo para descrever o comportamento plástico de chapas metálicas é, portanto, uma combinação de vários elementos:

- (i) Critério de plasticidade ortotrópico, que descreve a superfície de plasticidade do material num espaço de tensões multidimensional; em geral as chapas metálicas são ortotrópicas, isto é, possuem anisotropia com três planos de simetria perpendiculares entre si;
- (ii) Leis de encruamento, que expressam a evolução da tensão com a deformação plástica ou, de uma maneira mais geral, expressam a evolução da superfície de plasticidade durante a deformação plástica; o encruamento isotrópico descreve a dilatação da superfície de plasticidade durante a deformação, e o encruamento cinemático identifica a traslação rígida do centro da superfície de plasticidade que em geral acompanha a sua dilatação;

O desenvolvimento e utilização de novas ligas metálicas tem conduzido ao aparecimento de novos modelos constitutivos, nomeadamente de critérios de plasticidade mais confiáveis e flexíveis ainda que com um grande número de parâmetros a identificar. Atualmente, em ambiente industrial, as simulações numéricas de processos de conformação são realizadas recorrendo a modelos constitutivos simples, cuja identificação de parâmetros é facilmente sustentada em ensaios de tração uniaxial, não tirando proveito de modelos

constitutivos avançados, cuja identificação de parâmetros necessita de maior número de ensaios simples e/ou multiaxiais. Mattiasson & Sigvant, 2008 mencionaram algumas explicações para a preferência de modelos constitutivos simples, tais como a falta de conhecimento técnico-científico, a poupança de tempo e dinheiro na realização de ensaios, a redução de custos em CPU (processamento) relativamente à utilização de modelos constitutivos mais avançados e a pouca disponibilidade dos analistas do sector industrial para compreender em que medida a modelação do material influencia os resultados da simulação.

A identificação de parâmetros de modelos constitutivos é essencialmente um problema de otimização, que passa pela minimização da diferença entre os resultados analíticos ou numéricos e os resultados experimentais, recorrendo a uma estratégia de identificação. A estratégia de identificação pode ser de tipo clássico ou inverso (Prates, Pereira, Sakharova, Oliveira, & Fernandes, 2016).

As estratégias clássicas recorrem à minimização de apenas uma função objetivo que engloba os parâmetros constitutivos a identificar, e que leva em conta os resultados de ensaios mecânicos com geometria e condições de carregamento bem definidas, promovendo em geral distribuições de deformação e tensão homogêneas na zona de medição. Neste tipo de estratégias são normalmente utilizados ensaios de tração uniaxial, bulge e corte, embora outros ensaios possam também ser realizados. As variáveis analisadas são, forças, pressões e deslocamentos que posteriormente são utilizadas para determinar analiticamente os valores das tensões e deformações (Prates, 2014). Estas estratégias conduzem por vezes a previsões incorretas do comportamento do material em certas regiões da superfície de plasticidade, devido por exemplo à deficiente ponderação do conjunto de resultados experimentais utilizados na identificação e desta forma os parâmetros dos modelos constitutivos podem não descrever convenientemente o comportamento do material segundo algumas trajetórias de deformação. As restrições de geometria e condições de carregamento dos ensaios mecânicos escolhidos, também pode limitar a capacidade de caracterização do comportamento plástico do material com recurso a estratégias clássicas, que dificilmente permitem a utilização de ensaios mecânicos mais complexos, em que as distribuições de deformação e tensões não são homogêneas na zona de medição.

As estratégias inversas são muito mais flexíveis, pois ao contrário das clássicas, permitem considerar resultados de ensaios com trajetórias de tensão e deformação não homogêneas e complexas, mais conformes às condições usualmente encontradas nos

processos de conformação. Além disso, recorrem muitas vezes à minimização sequencial de várias funções objetivo, segundo a ordenação julgada mais adequada.

Independentemente das diferenças entre os dois tipos de estratégia, a eficiência de cada uma delas está diretamente relacionada com a informação contida na função objetivo, a qual diz respeito ao tipo de resultados experimentais (forças, deslocamentos, deformações) mas também à orientação e níveis de deformação obtidos nos ensaios mecânicos escolhidos. Não existem porém condições experimentais padrão, relativos ao carregamento, geometria de provetes/amostras, procedimento de otimização, etc., que levem à identificação dos parâmetros constitutivos do material de forma precisa (Prates et al., 2016).

1.2. Objetivos

Como foi referido, as estratégias clássicas de identificação de parâmetros podem não conduzir à descrição mais conveniente do comportamento plástico dos materiais metálicos, em algumas trajetórias de deformação que ocorrem nos processos de conformação de chapas metálicas por estampagem, em particular quando se trata da utilização de novos aços e ligas, cada vez mais comuns na comunidade industrial. Assim, é importante desenvolver estratégias alternativas às existentes recorrendo a novas abordagens, que permitam melhorar a caracterização do comportamento mecânico destes materiais.

Ou seja, a identificação de parâmetros de modelos constitutivos centrada no desenvolvimento de estratégias de identificação de parâmetros de fácil implementação, que combinem as melhores características das estratégias clássicas e inversas, é um assunto de interesse industrial actual.

A implementação de tais estratégias de identificação de parâmetros deve:

- (i) Ter em conta o número e tipo de ensaios mecânicos a realizar;
- (ii) Recorrer a uma estratégia sequencial de identificação de parâmetros;
- (iii) Permitir descrever convenientemente o comportamento de encruamento e a anisotropia de chapas metálicas.

Em Portugal, existe um elevado número de empresas, na sua maioria PME (pequenas e médias empresas), do sector Automóvel mas também Aeronáutico e Espacial, que utilizam processos de conformação de chapas metálicas. O presente trabalho pretende ajudar na adoção de melhores práticas por parte destas empresas, otimizando a sua produção e mantendo sempre o nível competitivo.

2. MODELAÇÃO CONSTITUTIVA

Os critérios de plasticidade permitem descrever o estado inicial e a evolução da superfície de plasticidade de materiais metálicos. Desta forma, vários critérios de plasticidade têm sido propostos ao longo dos anos, com vista a descrever da melhor forma o comportamento plástico dos materiais sujeitos a um estado de tensão. Tresca e von Mises foram os pioneiros no desenvolvimento dos critérios de plasticidade.

Tendo em conta os processos de conformação, como a laminagem de chapas metálicas, estas apresentam um comportamento mecânico anisotrópico do tipo ortotrópico. Materiais ortotrópicos são materiais cujas propriedades variam em direções perpendiculares entre si, isto é, existe simetria de propriedades em relação aos três planos perpendiculares, os chamados eixos de ortotropia ou eixos principais de anisotropia. Desta forma, são necessários critérios de plasticidade suficientemente flexíveis para descrever o comportamento mecânico destes materiais.

Hill'48, (Hill, 1948) é um dos critérios de plasticidade anisotrópicos mais comumente utilizados devido à sua simplicidade, fácil implementação em programas de simulação numérica e baixo número de ensaios experimentais necessários para identificar os parâmetros de anisotropia do material. Contudo este critério apresenta falta de flexibilidade para descrever o comportamento plástico de alguns materiais debaixo de um estado biaxial de tensão, caso em que o coeficiente de anisotropia r é menor que um. Este critério foi deduzido a partir do critério de plasticidade de von Mises (critério de plasticidade isotrópico), multiplicando por um fator/parâmetro (fator/parâmetro de anisotropia), cada parcela do somatório respeitante ao primeiro membro do critério (Prates, 2014). Tendo em conta o sistema de eixos principais de anisotropia $Oxyz$ pode escrever-se:

Von Mises:

$$(\sigma_{yy} - \sigma_{zz})^2 + (\sigma_{zz} - \sigma_{xx})^2 + (\sigma_{xx} - \sigma_{yy})^2 + 6\tau_{yz}^2 + 6\tau_{xz}^2 + 6\tau_{xy}^2 = 2\sigma_0^2 \quad (2.1)$$

Em um dado momento da deformação do material a tensão limite elástica é dada por Y e a equação (2.1) fica:

$$(\sigma_{yy} - \sigma_{zz})^2 + (\sigma_{zz} - \sigma_{xx})^2 + (\sigma_{xx} - \sigma_{yy})^2 + 6\tau_{yz}^2 + 6\tau_{xz}^2 + 6\tau_{xy}^2 = 2Y^2 \quad (2.2)$$

Multiplicando cada parcela do somatório por um fator, como mencionado anteriormente obtemos Hill'48:

$$F(\sigma_{yy} - \sigma_{zz})^2 + G(\sigma_{zz} - \sigma_{xx})^2 + H(\sigma_{xx} - \sigma_{yy})^2 + 2L\tau_{yz}^2 + 2M\tau_{xz}^2 + 2N\tau_{xy}^2 = Y^2 \quad (2.3)$$

Onde σ_{xx} , σ_{yy} , σ_{zz} , τ_{xy} , τ_{xz} e τ_{yz} são componentes do tensor de Cauchy ou tensor das tensões nos principais eixos de ortotropia, σ_0 a tensão limite de elasticidade e F , G , H , L , M e N são os parâmetros de anisotropia que descrevem o material.

Os parâmetros do critério são normalmente obtidos com recurso a ensaios experimentais de tração, estes podem ser realizados com diferentes orientações do eixo dos provetes/amostras em relação à direção de laminagem da chapa, sendo essa orientação dado por um valor α . A partir destes ensaios é possível obter a tensão limite elástica em tração uniaxial do material $\sigma_0(\alpha)$, bem como o seu coeficiente de anisotropia $r(\alpha)$. Usualmente a identificação dos parâmetros de anisotropia F , G , H e N é realizada com recurso a três ensaios de tração uniaxial, habitualmente para uma orientação α de 0° , 45° e 90° , assim recorrendo a estes ensaios é possível calcular o coeficiente de anisotropia r_0 , r_{45} e r_{90} respetivamente, como também o coeficiente de elasticidade σ_0 na direção da orientação a que o provete está a ser tracionado. A identificação dos parâmetros L e M é complexa e difícil, pois esta requer ensaios com componentes de corte τ_{yz} e τ_{xz} , desta forma são considerados os valores assumidos para o caso de um material isotrópico, $L = M = 1.5$. Uma vez que o critério de Hill'48 foi obtido a partir do critério de von Mises é, portanto, possível obter o critério de von Mises a partir deste, desta forma o critério de Hill'48 corresponde ao critério de plasticidade isotrópico de von Mises quando os parâmetros tomam os valores de, $F = G = H = 0.5$ e $L = M = N = 1,5$ (Prates, 2010, 2014).

A determinação dos parâmetros de anisotropia do critério de Hill'48 ou de outro qualquer critério pode ser feita recorrendo a um maior número de ensaios de tração uniaxial, de forma a aumentar a variedade de orientações do eixo dos provetes, i.e, fazer ensaios a diferentes ângulos com a direção de laminagem para além dos típicos, $\alpha = 0^\circ$, $\alpha = 45^\circ$ e $\alpha = 90^\circ$, desta forma pretendesse obter um melhor ajuste dos resultados experimentais, uma vez que se considera um conjunto de resultados mais amplo. Para melhorar ainda mais a caracterização dos materiais podem ser utilizados outro tipo de ensaios como por exemplo, ensaios de corte e de tração biaxial.

3. ESTRATÉGIA PROPOSTA

Neste trabalho propomos uma estratégia de identificação de parâmetros que consiste no essencial nas 2 etapas seguintes:

1^a - Identificação dos parâmetros da lei de encruamento isotrópico (utiliza resultados de ensaios biaxiais, circular e elípticos, sob pressão de óleo – “bulge tests”).

2^a - Identificação dos parâmetros do critério de plasticidade (utiliza resultados de ensaios de tração uniaxial e corte, a diversos ângulos com a direcção de laminagem).

A primeira etapa, respeitante à identificação dos parâmetros da lei de encruamento isotrópico, foi já está devidamente estabelecida [André Pereira, Comunicação privada - 2017]. Esta dissertação está focada numa estratégia de identificação dos parâmetros do critério de plasticidade, que concomitantemente permita escolher um critério adequado para descrever o comportamento plástico de uma dada chapa metálica. Os valores dos parâmetros da lei de encruamento identificados na 1^a etapa são considerados fixos na 2^a etapa, isto é, durante a identificação dos parâmetros do critério de plasticidade.

3.1. Análise Exploratória (Estudo de sensibilidade)

Foram realizadas análises para determinar o número mínimo de ensaios e tipos de resultados necessários para identificar convenientemente os parâmetros de critérios de plasticidade. Os critérios escolhidos para identificação destes parâmetros são, o de Hill'48, o de Drucker+L e o Yld'91. Para desenvolver a estratégia proposta, são utilizados resultados gerados analiticamente a partir de um modelo constitutivo que descreve o material “experimental”, em alternativa a resultados experimentais, o que permite a comparação directa do modelo constitutivo identificado com o usado como entrada, i.e. com o qual foram obtidos os resultados “experimentais”. As combinações de critérios de plasticidade usados como entrada com os escolhidos para identificação de parâmetros podem resumir-se assim:

- (A) Hill'48 (experimental) → Hill'48 (parâmetros a identificar)
- (B) Drucker+L (experimental) → Hill'48 (parâmetros a identificar)
- (C) Drucker+L (experimental) → Drucker+L (parâmetros a identificar)
- (D) Drucker+L (experimental) → Yld'91 (parâmetros a identificar)

Os critérios de Drucker+L e Yld'91 contêm um número de parâmetros maiores do que o critério Hill'48, em particular os designados parâmetros de isotropia que proporcionam flexibilidade à forma da superfície de plasticidade de materiais anisotrópicos. Além disso,

esses critérios podem ser convertidos no critério Hill'48 para valores predefinidos de seus parâmetros. Como lei de encruamento isotrópica, a qual completa o modelo constitutivo, foi escolhida a lei de Swift, no primeiro caso, e a lei de Voce nos outros três casos. Deve salientar-se que a identificação se limita aos parâmetros dos critérios de plasticidade.

Diversos casos de estudo foram realizados utilizando resultados do ensaio de tracção, isto é a curva de tracção ($\sigma - \varepsilon$) e o coeficiente de anisotropia (r), a diversos ângulos com a direcção de laminagem. Num caso foram também utilizadas curvas tensão – deformação ($\tau - \gamma$) obtidas em ensaios de corte. Em resumo as análises efectuadas dizem respeito aos casos de estudo a seguir descritos:

(a) - curvas $\sigma - \varepsilon$ a 0° , 45° e 90° (identificações acima referidas como (A), (B), (C) e (D)), com a função objectivo, FO , assim definida,

$$FO = \sum_{i=1}^{n1} \left(\frac{(\sigma_{0^\circ(i)}^{Num.} - \sigma_{0^\circ(i)}^{Est.})}{\sigma_{0^\circ(i)}^{Est.}} \right)^2 + \sum_{i=1}^{n2} \left(\frac{(\sigma_{45^\circ(i)}^{Num.} - \sigma_{45^\circ(i)}^{Est.})}{\sigma_{45^\circ(i)}^{Est.}} \right)^2 + \sum_{i=1}^{n3} \left(\frac{(\sigma_{90^\circ(i)}^{Num.} - \sigma_{90^\circ(i)}^{Est.})}{\sigma_{90^\circ(i)}^{Est.}} \right)^2 \quad (3.1)$$

Em que $\sigma_{0^\circ(i)}^{Num.}$, $\sigma_{45^\circ(i)}^{Num.}$, $\sigma_{90^\circ(i)}^{Num.}$ são os valores numéricos das tensões de tração obtidos em ensaios experimentais para os respetivos ângulos do eixo de tração com a direcção de laminagem de 0° , 45° e 90° , $\sigma_{0^\circ(i)}^{Est.}$, $\sigma_{45^\circ(i)}^{Est.}$, $\sigma_{90^\circ(i)}^{Est.}$ são os valores estimados analiticamente das tensões de tração para os mesmos ângulos; $n1$, $n2$ e $n3$ representam o número de pontos considerados para as curvas de tração a 0° , 45° e 90° , respetivamente.

(b) - curvas $\sigma - \varepsilon$ e o coeficiente de anisotropia (r) a 0° , 45° e 90° (identificações acima referidas como (A), (B), (C) e (D))

$$FO = \frac{1}{4 \cdot n1} \sum_{i=1}^{n1} \left(\frac{(\sigma_{0^\circ(i)}^{Num.} - \sigma_{0^\circ(i)}^{Est.})}{\sigma_{0^\circ(i)}^{Est.}} \right)^2 + \frac{1}{4 \cdot n2} \sum_{i=1}^{n2} \left(\frac{(\sigma_{45^\circ(i)}^{Num.} - \sigma_{45^\circ(i)}^{Est.})}{\sigma_{45^\circ(i)}^{Est.}} \right)^2 + \frac{1}{4 \cdot n3} \sum_{i=1}^{n3} \left(\frac{(\sigma_{90^\circ(i)}^{Num.} - \sigma_{90^\circ(i)}^{Est.})}{\sigma_{90^\circ(i)}^{Est.}} \right)^2 + \frac{1}{4} \left(\left(\frac{(r_{0^\circ}^{Num.} - r_{0^\circ}^{Est.})}{r_{0^\circ}^{Est.}} \right)^2 + \left(\frac{(r_{45^\circ}^{Num.} - r_{45^\circ}^{Est.})}{r_{45^\circ}^{Est.}} \right)^2 + \left(\frac{(r_{90^\circ}^{Num.} - r_{90^\circ}^{Est.})}{r_{90^\circ}^{Est.}} \right)^2 \right) \quad (3.2)$$

Onde $\sigma_{0^\circ(i)}^{Num.}$, $\sigma_{45^\circ(i)}^{Num.}$, $\sigma_{90^\circ(i)}^{Num.}$ são os valores numéricos das tensões de tração obtidos em ensaios experimentais para os respetivos ângulos do eixo de tração com a direcção de laminagem de 0° , 45° e 95° , $\sigma_{0^\circ(i)}^{Est.}$, $\sigma_{45^\circ(i)}^{Est.}$, $\sigma_{90^\circ(i)}^{Est.}$ são os valores estimados analiticamente das tensões de tração para os mesmos ângulos; $r_{0^\circ}^{Num.}$, $r_{45^\circ}^{Num.}$, $r_{90^\circ}^{Num.}$ são os valores numéricos do coeficiente de anisotropia para os respetivos ângulos do eixo de tração com a direcção de laminagem de 15° , 30° , 60° e 75° , $r_{0^\circ}^{Est.}$, $r_{45^\circ}^{Est.}$, $r_{90^\circ}^{Est.}$ são os valores estimados analiticamente das tensões de tração para os mesmos ângulos.

(c) - curvas $\sigma - \varepsilon$ e o coeficiente de anisotropia (r) a 0° , 15° , 30° , 45° , 60° , 75° e 90° (identificações acima referidas como (A), (B) e (D))

$$\begin{aligned}
 F.O = & \frac{1}{8.n1} \sum_{i=1}^{n1} \left(\frac{(\sigma_{0^\circ(i)}^{Num.} - \sigma_{0^\circ(i)}^{Est.})^2}{\sigma_{0^\circ(i)}^{Est.}} \right) + \frac{1}{8.n4} \sum_{i=1}^{n4} \left(\frac{(\sigma_{15^\circ(i)}^{Num.} - \sigma_{15^\circ(i)}^{Est.})^2}{\sigma_{15^\circ(i)}^{Est.}} \right) \\
 & + \frac{1}{8.n5} \sum_{i=1}^{n5} \left(\frac{(\sigma_{30^\circ(i)}^{Num.} - \sigma_{30^\circ(i)}^{Est.})^2}{\sigma_{30^\circ(i)}^{Est.}} \right) + \frac{1}{8.n2} \sum_{i=1}^{n2} \left(\frac{(\sigma_{45^\circ(i)}^{Num.} - \sigma_{45^\circ(i)}^{Est.})^2}{\sigma_{45^\circ(i)}^{Est.}} \right) \\
 & + \frac{1}{8.n6} \sum_{i=1}^{n6} \left(\frac{(\sigma_{60^\circ(i)}^{Num.} - \sigma_{60^\circ(i)}^{Est.})^2}{\sigma_{60^\circ(i)}^{Est.}} \right) + \frac{1}{8.n7} \sum_{i=12}^{n7} \left(\frac{(\sigma_{75^\circ(i)}^{Num.} - \sigma_{75^\circ(i)}^{Est.})^2}{\sigma_{75^\circ(i)}^{Est.}} \right) \\
 & + \frac{1}{8.n3} \sum_{i=1}^{n3} \left(\frac{(\sigma_{90^\circ(i)}^{Num.} - \sigma_{90^\circ(i)}^{Est.})^2}{\sigma_{90^\circ(i)}^{Est.}} \right) \\
 & + \frac{1}{8} \left(\left(\frac{(r_{0^\circ}^{Num.} - r_{0^\circ}^{Est.})^2}{r_{0^\circ}^{Est.}} \right) + \left(\frac{(r_{15^\circ}^{Num.} - r_{15^\circ}^{Est.})^2}{r_{15^\circ}^{Est.}} \right) + \left(\frac{(r_{30^\circ}^{Num.} - r_{30^\circ}^{Est.})^2}{r_{30^\circ}^{Est.}} \right) \right. \\
 & + \left(\frac{(r_{45^\circ}^{Num.} - r_{45^\circ}^{Est.})^2}{r_{45^\circ}^{Est.}} \right) + \left(\frac{(r_{30^\circ}^{Num.} - r_{30^\circ}^{Est.})^2}{r_{30^\circ}^{Est.}} \right) + \left(\frac{(r_{30^\circ}^{Num.} - r_{30^\circ}^{Est.})^2}{r_{30^\circ}^{Est.}} \right) \\
 & \left. + \left(\frac{(r_{30^\circ}^{Num.} - r_{30^\circ}^{Est.})^2}{r_{30^\circ}^{Est.}} \right) \right)
 \end{aligned} \tag{3.3}$$

Onde $\sigma_{15^\circ(i)}^{Num.}$, $\sigma_{30^\circ(i)}^{Num.}$, $\sigma_{60^\circ(i)}^{Num.}$, $\sigma_{75^\circ(i)}^{Num.}$ são os valores numéricos das tensões de tração obtidos em ensaios experimentais para os respectivos ângulos do eixo de tração com a direção de laminagem de 15° , 30° , 60° e 75° , $\sigma_{15^\circ(i)}^{Est.}$, $\sigma_{30^\circ(i)}^{Est.}$, $\sigma_{60^\circ(i)}^{Est.}$, $\sigma_{75^\circ(i)}^{Est.}$ são os valores estimados analiticamente das tensões de tração para os mesmos ângulos; $r_{15^\circ}^{Num.}$, $r_{30^\circ}^{Num.}$, $r_{60^\circ}^{Num.}$, $r_{75^\circ}^{Num.}$ são os valores numéricos do coeficiente de anisotropia para os respectivos ângulos do eixo de tração com a direção de laminagem de 15° , 30° , 60° e 75° , $r_{15^\circ}^{Est.}$, $r_{30^\circ}^{Est.}$, $r_{60^\circ}^{Est.}$, $r_{75^\circ}^{Est.}$ são os valores estimados analiticamente das tensões de tração para os mesmos ângulos; $n4$, $n5$, $n6$ e $n7$, representam o número de pontos considerados para as curvas de tração a 15° , 30° , 60° e 75° , respetivamente.

(d) - curvas $\sigma - \varepsilon$, $\tau - \gamma$ e o coeficiente de anisotropia (r) a 0° , 15° , 30° , 45° , 60° , 75° e 90° (identificação acima referida como (B))

$$\begin{aligned}
F.O = & \frac{1}{15.n1} \sum_{i=1}^{n1} \left(\frac{(\sigma_{0^\circ(i)}^{Num.} - \sigma_{0^\circ(i)}^{Est.})^2}{\sigma_{0^\circ(i)}^{Est.}} \right)^2 + \frac{1}{15.n4} \sum_{i=1}^{n4} \left(\frac{(\sigma_{15^\circ(i)}^{Num.} - \sigma_{15^\circ(i)}^{Est.})^2}{\sigma_{15^\circ(i)}^{Est.}} \right)^2 \\
& + \frac{1}{15.n5} \sum_{i=1}^{n5} \left(\frac{(\sigma_{30^\circ(i)}^{Num.} - \sigma_{30^\circ(i)}^{Est.})^2}{\sigma_{30^\circ(i)}^{Est.}} \right)^2 + \frac{1}{15.n2} \sum_{i=1}^{n2} \left(\frac{(\sigma_{45^\circ(i)}^{Num.} - \sigma_{45^\circ(i)}^{Est.})^2}{\sigma_{45^\circ(i)}^{Est.}} \right)^2 \\
& + \frac{1}{15.n6} \sum_{i=1}^{n6} \left(\frac{(\sigma_{60^\circ(i)}^{Num.} - \sigma_{60^\circ(i)}^{Est.})^2}{\sigma_{60^\circ(i)}^{Est.}} \right)^2 + \frac{1}{15.n7} \sum_{i=1}^{n7} \left(\frac{(\sigma_{75^\circ(i)}^{Num.} - \sigma_{75^\circ(i)}^{Est.})^2}{\sigma_{75^\circ(i)}^{Est.}} \right)^2 \\
& + \frac{1}{15.n3} \sum_{i=1}^{n3} \left(\frac{(\sigma_{90^\circ(i)}^{Num.} - \sigma_{90^\circ(i)}^{Est.})^2}{\sigma_{90^\circ(i)}^{Est.}} \right)^2 \\
& + \frac{1}{15} \left(\left(\frac{r_{0^\circ}^{Num.} - r_{0^\circ}^{Est.}}{r_{0^\circ}^{Est.}} \right)^2 + \left(\frac{r_{15^\circ}^{Num.} - r_{15^\circ}^{Est.}}{r_{15^\circ}^{Est.}} \right)^2 + \left(\frac{r_{30^\circ}^{Num.} - r_{30^\circ}^{Est.}}{r_{30^\circ}^{Est.}} \right)^2 \right) \\
& + \left(\frac{r_{45^\circ}^{Num.} - r_{45^\circ}^{Est.}}{r_{45^\circ}^{Est.}} \right)^2 + \left(\frac{r_{30^\circ}^{Num.} - r_{30^\circ}^{Est.}}{r_{30^\circ}^{Est.}} \right)^2 + \left(\frac{r_{30^\circ}^{Num.} - r_{30^\circ}^{Est.}}{r_{30^\circ}^{Est.}} \right)^2 \\
& + \left(\frac{r_{30^\circ}^{Num.} - r_{30^\circ}^{Est.}}{r_{30^\circ}^{Est.}} \right)^2 + \frac{1}{15.n8} \sum_{i=1}^{n8} \left(\frac{(\tau_{0^\circ(i)}^{Num.} - \tau_{0^\circ(i)}^{Est.})^2}{\tau_{0^\circ(i)}^{Est.}} \right)^2 \\
& + \frac{1}{15.n9} \sum_{i=1}^{n9} \left(\frac{(\tau_{15^\circ(i)}^{Num.} - \tau_{15^\circ(i)}^{Est.})^2}{\tau_{15^\circ(i)}^{Est.}} \right)^2 + \frac{1}{15.n10} \sum_{i=1}^{n10} \left(\frac{(\tau_{30^\circ(i)}^{Num.} - \tau_{30^\circ(i)}^{Est.})^2}{\tau_{30^\circ(i)}^{Est.}} \right)^2 \\
& + \frac{1}{15.n11} \sum_{i=1}^{n11} \left(\frac{(\tau_{45^\circ(i)}^{Num.} - \tau_{45^\circ(i)}^{Est.})^2}{\tau_{45^\circ(i)}^{Est.}} \right)^2 + \frac{1}{15.n12} \sum_{i=1}^{n12} \left(\frac{(\tau_{60^\circ(i)}^{Num.} - \tau_{60^\circ(i)}^{Est.})^2}{\tau_{60^\circ(i)}^{Est.}} \right)^2 \\
& + \frac{1}{15.n13} \sum_{i=1}^{n13} \left(\frac{(\tau_{75^\circ(i)}^{Num.} - \tau_{75^\circ(i)}^{Est.})^2}{\tau_{75^\circ(i)}^{Est.}} \right)^2 + \frac{1}{15.n14} \sum_{i=1}^{n14} \left(\frac{(\tau_{90^\circ(i)}^{Num.} - \tau_{90^\circ(i)}^{Est.})^2}{\tau_{90^\circ(i)}^{Est.}} \right)^2
\end{aligned} \tag{3.4}$$

Onde $\tau_{0^\circ(i)}^{Num.}$, $\tau_{15^\circ(i)}^{Num.}$, $\tau_{30^\circ(i)}^{Num.}$, $\tau_{45^\circ(i)}^{Num.}$, $\tau_{60^\circ(i)}^{Num.}$, $\tau_{75^\circ(i)}^{Num.}$ e $\tau_{90^\circ(i)}^{Num.}$ são os valores numéricos das tensões de corte obtidos em ensaios experimentais para os respectivos ângulos do eixo de tração com a direção de laminagem de 0° , 15° , 30° , 60° , 75° e 90° , $\tau_{0^\circ(i)}^{Est.}$, $\tau_{15^\circ(i)}^{Est.}$, $\tau_{30^\circ(i)}^{Est.}$, $\tau_{45^\circ(i)}^{Est.}$, $\tau_{60^\circ(i)}^{Est.}$, $\tau_{75^\circ(i)}^{Est.}$ e $\tau_{90^\circ(i)}^{Est.}$ são os valores estimados analiticamente das tensões de corte para os mesmos ângulos; n8, n9, n10, n11, n12, n13 e n14, representam o número de pontos considerados para as curvas de corte a 0° , 15° , 30° , 60° , 75° e 90° , respectivamente.

Na Tabela 3.1 resumem-se as análises realizadas, relacionando as combinações de critérios com os tipos de resultados utilizados.

Tabela 3.1. Relação de combinação de critérios de plasticidade com as análises efetuadas.

| Combinações de critérios de plasticidade | $\sigma - \epsilon$ | r | $\tau - \gamma$ |
|--|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|
| (A), (B), (C), (D) | 0°, 45°, 90° | - | - |
| (A), (B), (C), (D) | 0°, 45°, 90° 0 | 0°, 45°, 90° | - |
| (A), (B), (D) | 0°, 15°, 30°, 45°, 60°, 75°, 90° | 0°, 15°, 30°, 45°, 60°, 75°, 90° | - |
| (B) | 0°, 15°, 30°, 45°, 60°, 75°, 90° | 0°, 15°, 30°, 45°, 60°, 75°, 90° | 0°, 15°, 30°, 45°, 60°, 75°, 90° |

Nas análises seguintes, os parâmetros constitutivos do material experimental permitiram gerar analiticamente as curvas de tracção e corte “experimentais” assim como obter os valores “experimentais” do coeficiente de anisotropia. A minimização das funções objectivo que permite identificar os parâmetros dos critérios de plasticidade foi realizada com recurso ao comando “Solver” de ficheiros Excel.

(A) Hill’48 (experimental) → Hill’48 (parâmetros a identificar)

Nesta análise considera-se um material experimental que obedece à lei de encruamento de Swift e ao critério de plasticidade de Hill’48. Os parâmetros constitutivos deste material são apresentados na Tabela 3.2. Nesta tabela indicam-se também os parâmetros da lei de Swift previamente identificados [André Pereira, Comunicação privada - 2017].

Tabela 3.2. Parâmetros constitutivos experimentais e identificados (lei de Swift).

| | Parâmetros Experimentais e Identificados | | | | | | | |
|----------------------------|--|---------|------|-------------------------------------|-------|-------|------|-----|
| | Lei de Swift | | | Critério de plasticidade de Hill’48 | | | | |
| | Y0 | C | n | F | G | H | N | L=M |
| Material Experimental | 281.67 | 2026.12 | 0.35 | 0.164 | 1.321 | 0.659 | 4.11 | 1.5 |
| Identificado (Bulge tests) | 290.67 | 2056.12 | 0.37 | - | - | - | - | - |

Uma vez que as funções objetivo não possuem mínimos locais a sua minimização pode ser feita partindo de uma qualquer estimativa inicial para os valores de F , G , H , L , M e N . Dentro desta análise Hill'48 \rightarrow Hill'48, três casos foram estudados (Tabela 3.1), cujos resultados são apresentados a seguir.

Caso (a): considera apenas as curvas $\sigma - \epsilon$ a 0° , 45° e 90° .

Os parâmetros do critério de Hill'48 identificados segundo a metodologia proposta e o valor da respetiva função objetivo são apresentados na Tabela 3.3. Para comparação os parâmetros do material experimental (ver Tabela 3.2) estão também indicados.

Tabela 3.3. Parâmetros do critério de Hill'48 experimentais e identificados.

| Parâmetros Experimentais e Identificados – caso (a) | | | | | | |
|--|--------|--------|--------|--------|-----|-----------------------|
| | F | G | H | N | L=M | FO |
| Identificado (Metodologia. proposta) | 0.1801 | 1.2819 | 0.6150 | 3.9068 | 1.5 | 5.87×10^{-4} |
| Material Experimental | 0.164 | 1.321 | 0.659 | 4.110 | 1.5 | - |

As curvas de tração do material “experimental” e as obtidas com base na lei de encruamento de Swift identificada (Tabela 3.2) e considerando os parâmetros identificados do critério de Hill'48 (Tabela 3.3) são comparadas na Figura 3.1. Na Figura 3.2 comparam-se as evoluções do coeficiente de anisotropia no plano da chapa, para os mesmos casos. Os resultados da identificação são muito próximos dos experimentais, o que se deve ao facto de se tratar da identificação dos parâmetros de Hill'48 de um material também descrito por este critério. Porém, para valores de α próximos de 90° , a anisotropia da chapa não é convenientemente descrita por esta identificação. Isto significa que mesmo para uma análise Hill'48 \rightarrow Hill'48, apenas três curvas de tração, a 0° , 45° e 90° , não permitem a identificação conveniente dos parâmetros do critério. Por esta razão outros casos foram analisados como se mostra em seguida.

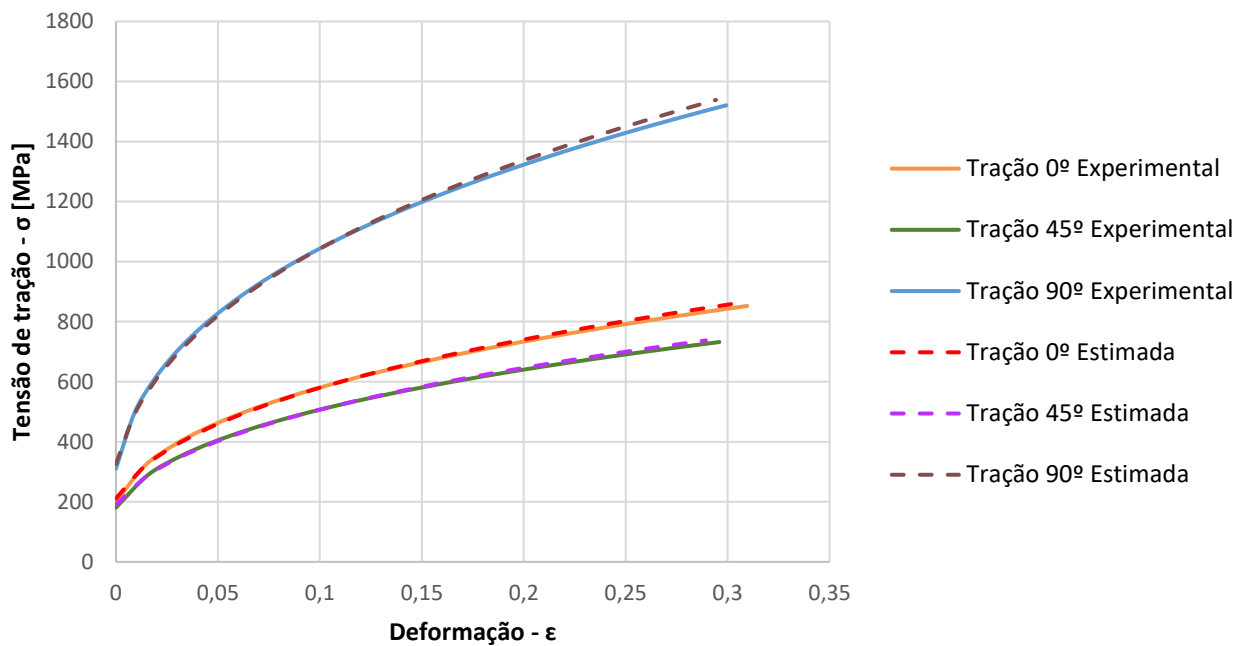


Figura 3.1. Curvas de tração relativas ao material “experimental” e curvas obtidas com base na lei de encruamento de Swift identificada considerando os parâmetros identificados do critério de Hill’48.

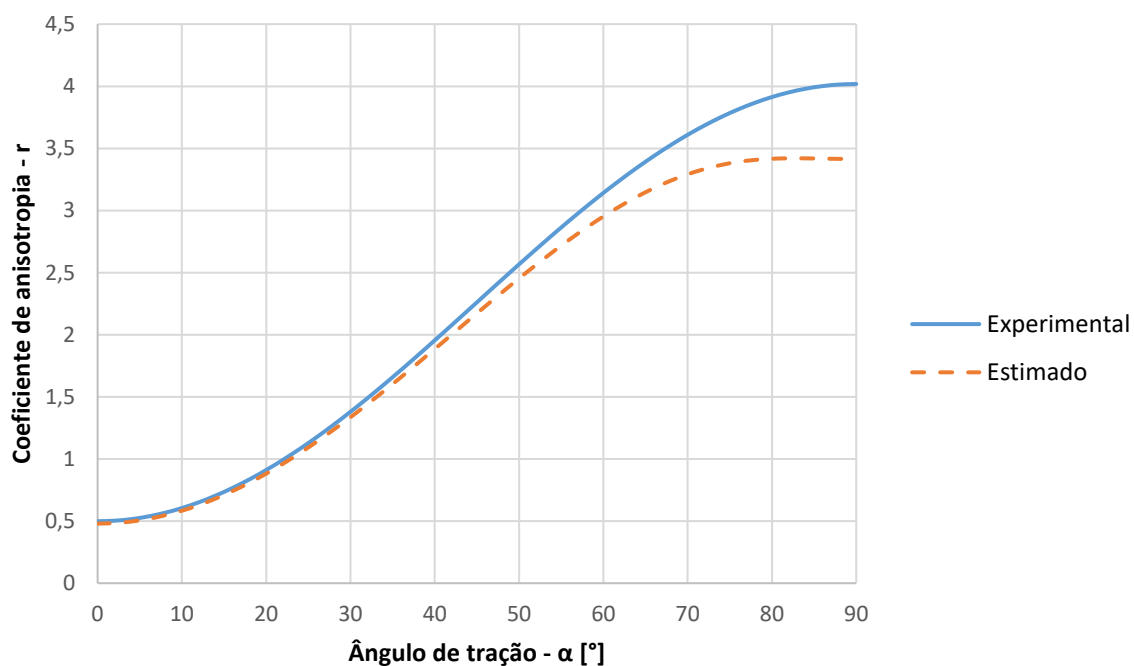


Figura 3.2. Evoluções do coeficiente de anisotropia no plano da chapa do material “experimental” e obtidas com base na lei de encruamento de Swift identificada considerando os parâmetros identificados do critério de Hill’48.

Caso (b): considera as curvas $\sigma - \epsilon$ e o coeficiente de anisotropia (r) a 0° , 45° e 90° .

Os parâmetros do critério de Hill'48 identificados segundo a metodologia proposta e o valor da respetiva função objetivo são apresentados na Tabela 3.4. Para comparação os parâmetros do material experimental (ver Tabela 3.2) estão também indicados.

Tabela 3.4. Parâmetros do critério de Hill'48 experimentais e identificados.

| Parâmetros Experimentais e Identificados – caso (a) | | | | | | |
|--|--------|--------|--------|--------|-----|-----------------------|
| | F | G | H | N | L=M | FO |
| Identificado (Metodologia. proposta) | 0.1630 | 1.3122 | 0.6531 | 4.0634 | 1.5 | 3.50×10^{-4} |
| Material Experimental | 0.164 | 1.321 | 0.659 | 4.110 | 1.5 | - |

As curvas de tração do material “experimental” e as obtidas com base na lei de encruamento de Swift identificada (Tabela 3.2) e considerando os parâmetros identificados do critério de Hill'48 (Tabela 3.4) são comparadas na Figura 3.3. Na Figura 3.4 comparam-se as evoluções do coeficiente de anisotropia no plano da chapa, para os mesmos casos. Os resultados da identificação coincidem com os resultados experimentais, isto é, obtém-se um ajuste quase perfeito das curvas de tração e dos valores do coeficiente de anisotropia no plano da chapa. Conclui-se que esta análise Hill'48 \rightarrow Hill'48, com apenas três curvas de tração e três valores de coeficiente de anisotropia a 0° , 45° e 90° , permite uma ótima identificação dos parâmetros do critério, ou seja, o material é convenientemente descrito por esta identificação.

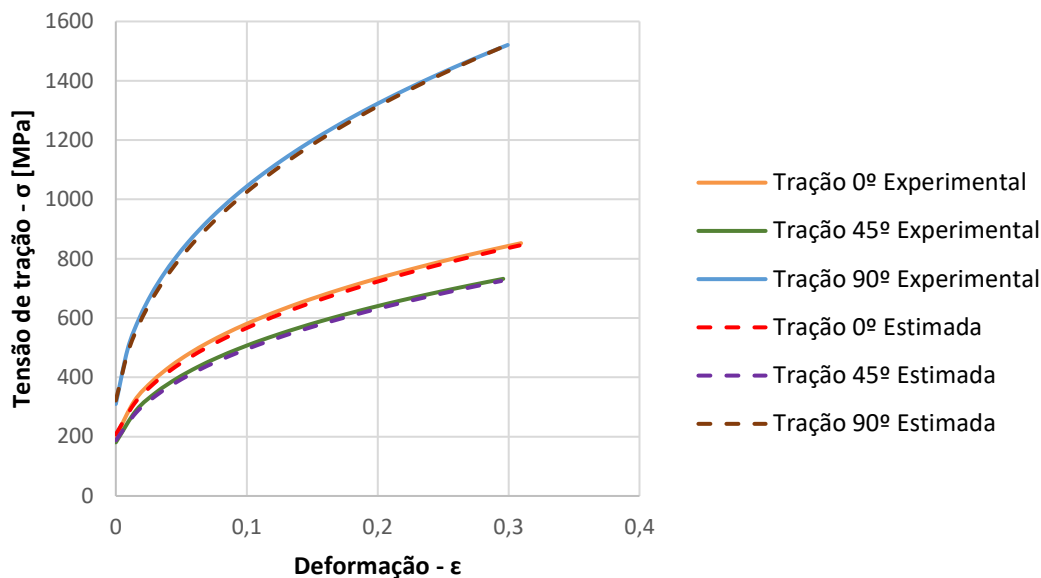


Figura 3.3. Curvas de tração relativas ao material “experimental” e curvas obtidas com base na lei de encruamento de Swift identificada considerando os parâmetros identificados do critério de Hill’48.

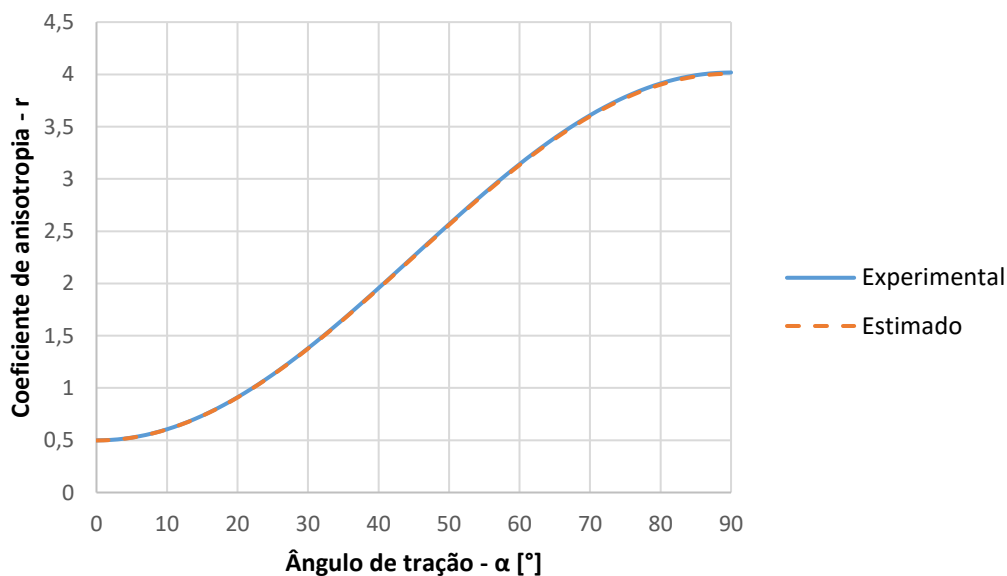


Figura 3.4. Evoluções do coeficiente de anisotropia no plano da chapa do material “experimental” e obtidas com base na lei de encruamento de Swift identificada considerando os parâmetros identificados do critério de Hill’48.

Caso (c): considera as curvas $\sigma - \epsilon$ e o coeficiente de anisotropia (r) a 0°, 15°, 30°, 45°, 60°, 75° e 90°.

Os parâmetros do critério de Hill’48 identificados segundo a metodologia proposta e o valor da respectiva função objetivo são apresentados na Tabela 3.5. Para comparação os parâmetros do material experimental (ver Tabela 3.2) estão também indicados.

Tabela 3.5. Parâmetros do critério de Hill'48 experimentais e identificados.

| | Parâmetros Experimentais e Identificados – caso (a) | | | | | |
|--|---|--------|--------|--------|-----|-----------------------|
| | F | G | H | N | L=M | FO |
| Identificado (Metodologia. proposta) | 0.1633 | 1.3111 | 0.6540 | 4.0591 | 1.5 | 4.18×10^{-4} |
| Material Experimental | 0.164 | 1.321 | 0.659 | 4.110 | 1.5 | - |

As curvas de tração do material “experimental” e as obtidas com base na lei de encruamento de Swift identificada (Tabela 3.2) e considerando os parâmetros identificados do critério de Hill'48 (Tabela 3.5) são comparadas na Figura 3.5 e Figura 3.6. Na Figura 3.7 comparam-se as evoluções do coeficiente de anisotropia no plano da chapa, para os mesmos casos. À semelhança do caso anterior (Caso (b)) os resultados da identificação coincidem com os resultados experimentais, obtendo-se um ajuste quase perfeito das curvas de tração e da anisotropia da chapa. Porém este caso de estudo compreende um maior número de ensaios de tração na identificação dos parâmetros do critério de plasticidade, o que se atesta ser desnecessário.

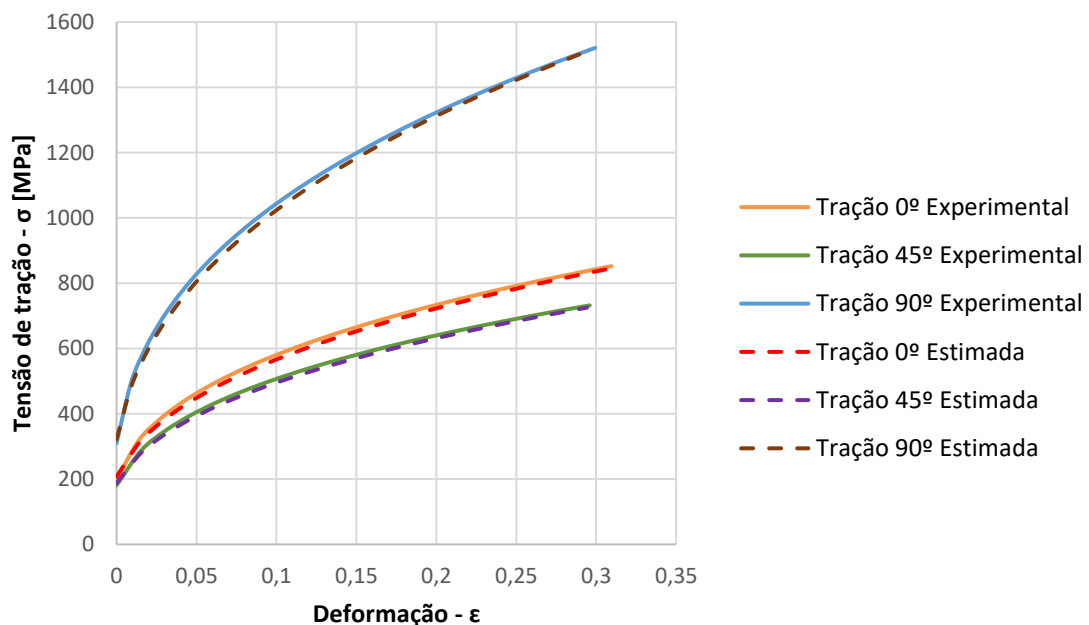


Figura 3.5. Curvas de tração relativas ao material “experimental” e curvas obtidas com base na lei de encruamento de Swift identificada considerando os parâmetros identificados do critério de Hill'48.

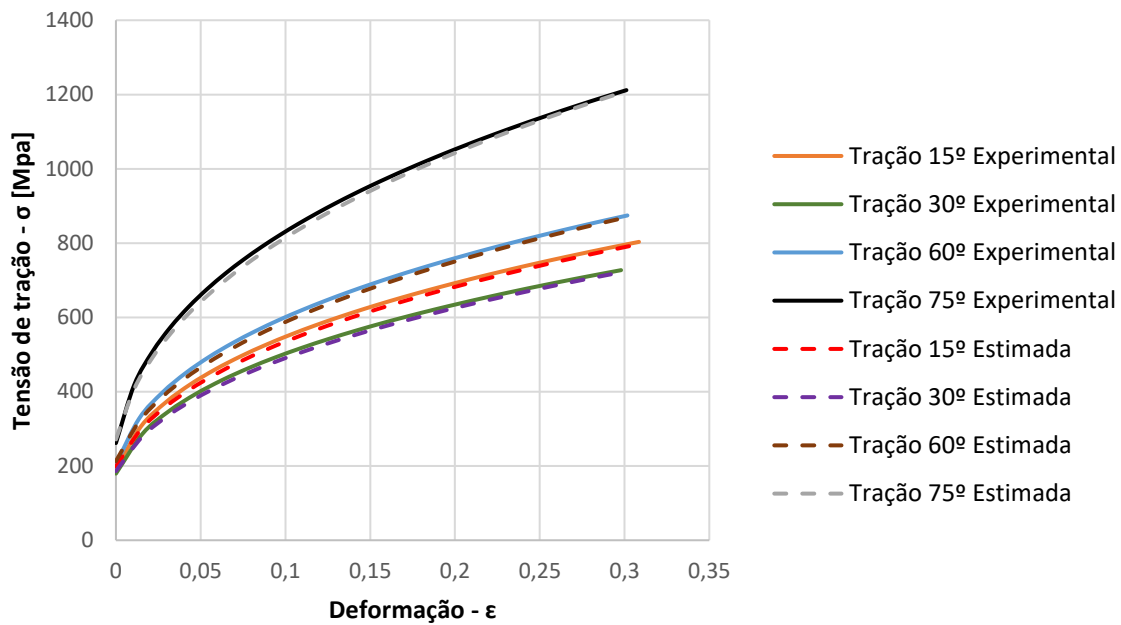


Figura 3.6. Curvas de tração relativas ao material “experimental” e curvas obtidas com base na lei de encruamento de Swift identificada considerando os parâmetros identificados do critério de Hill’48.

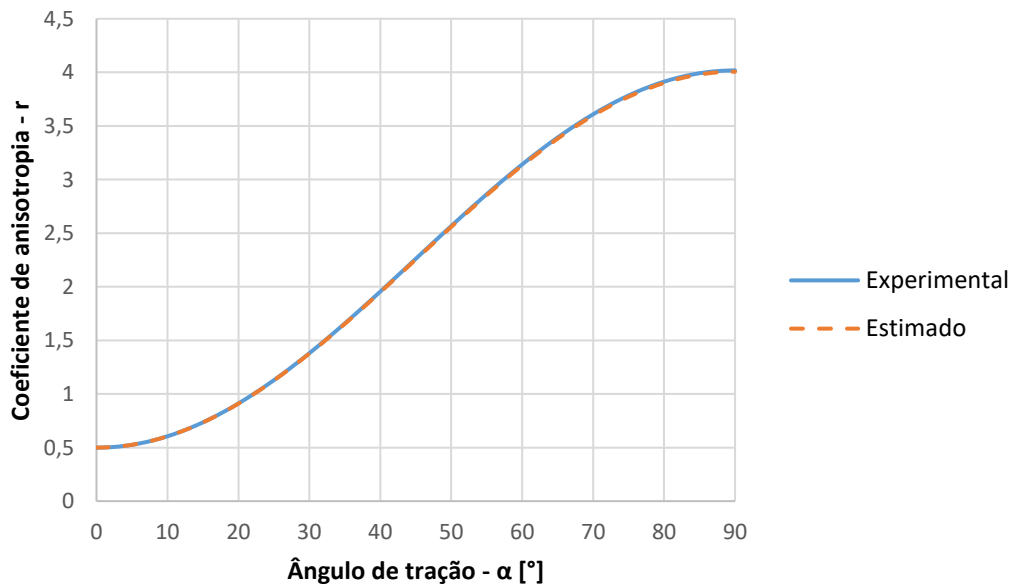


Figura 3.7. Evoluções do coeficiente de anisotropia no plano da chapa do material “experimental” e obtidas com base na lei de encruamento de Swift identificada considerando os parâmetros identificados do critério de Hill’48.

Finalmente as superfícies de plasticidade do material “experimental” e as obtidas com base nos parâmetros identificados do critério de Hill’48 para os diferentes casos de estudo abordados nesta análise são comparadas na Figura 3.8. Esta figura vai de encontro

aos comentários anteriores sobre estes três casos: nos casos (b) e (c) a identificação é perfeita, ao contrário do caso (a). Para uma melhor compreensão destes casos na Tabela 3.6 indicam-se os valores de funções objetivo definidas a partir:

(i) das curvas $\sigma - \varepsilon$ a 0° , 45° e 90° - $FO1(\sigma_{0^\circ}, \sigma_{45^\circ}, \sigma_{90^\circ})$, igual à equação (3.1);

$$(ii) \text{ dos valores do coeficiente de anisotropia a } 0^\circ, 45^\circ \text{ e } 90^\circ - FO2(r_{0^\circ}, r_{45^\circ}, r_{90^\circ}) = \frac{\left(\frac{r_{0^\circ}^{Num.} - r_{0^\circ}^{Est.}}{r_{0^\circ}^{Est.}}\right)^2 + \left(\frac{r_{45^\circ}^{Num.} - r_{45^\circ}^{Est.}}{r_{45^\circ}^{Est.}}\right)^2 + \left(\frac{r_{90^\circ}^{Num.} - r_{90^\circ}^{Est.}}{r_{90^\circ}^{Est.}}\right)^2}{3}.$$

As funções FO1 e FO2 permitem compreender a diferença entre os três casos de identificação. Quando se utilizam apenas ensaios de tração (caso (a)), o valor da função objetivo FO1 é o melhor. Porém, o valor da função FO2 é relativamente elevado. Nos outros dois casos ((b) e (c)), a função objetivo FO2 melhora acima de duas ordens de grandeza, com ligeira perda em FO1 (meia ordem de grandeza). Isto permite um ótimo ajuste dos valores do coeficiente de anisotropia, quase sem perdas nas curvas de tração a 0° , 45° e 90° .

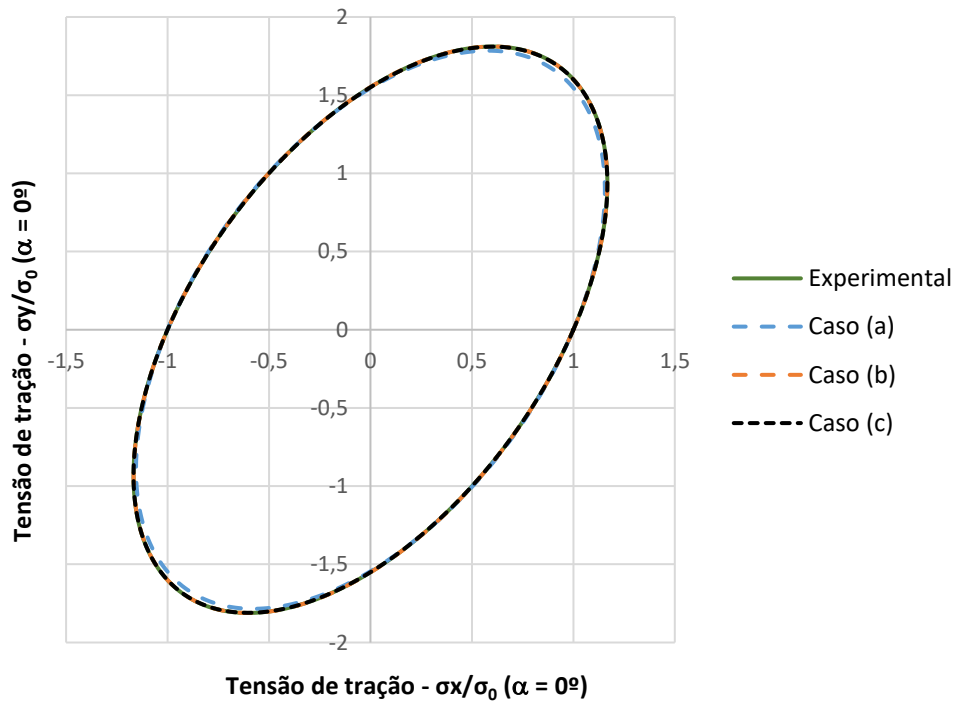


Figura 3.8. Superfícies de plasticidade do material “experimental” e as obtidas com base nos parâmetros identificados do critério de Hill’48; os valores de σ_y e σ_x estão normalizados pelo valor da tensão limite de elasticidade, σ_0 ($\alpha = 0^\circ$), para um ângulo de tração a 0° com a direção de laminagem. Caso (a); Caso (b); Caso(c).

Tabela 3.6. Valores relativos às diferenças entre os resultados numéricos e estimados das curvas de tração e coeficientes de anisotropia a 0°, 45° e 90° ponderados nas funções objetivo de cada caso de estudo - Análise "Hill'48-Hill'48".

| | $FO1(\sigma_{0^\circ}, \sigma_{45^\circ}, \sigma_{90^\circ})$ | $FO2(r_{0^\circ}, r_{45^\circ}, r_{90^\circ})$ |
|---------|---|--|
| 1º caso | 5.87×10^{-4} | 1.160×10^{-2} |
| 2º caso | 1.354×10^{-3} | 1.556×10^{-5} |
| 3º caso | 1.362×10^{-3} | 1.576×10^{-5} |

(B) Drucker+L (experimental) → Hill'48 (parâmetros a identificar)

Nesta análise considera-se um material experimental que obedece à lei de encruamento de Voce e ao critério de plasticidade de Drucker+L. Os parâmetros constitutivos deste material são apresentados na Tabela 3.7. Nesta tabela indicam-se também os parâmetros da lei de Voce previamente identificados [André Pereira, Comunicação privada - 2017].

Tabela 3.7. Parâmetros constitutivos experimentais e identificados (lei de Voce).

| | Parâmetros Experimentais e Identificados | | | | | | | | |
|----------------------------|---|------|--------|---------------------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|
| | Lei de Voce | | | Critério de plasticidade de Drucker+L | | | | | |
| | Y0 | Cy | Ysat | c1 | c2 | c3 | c4=c5 | c6 | c |
| Material Experimental | 310.86 | 7.05 | 661.68 | 0.755 | 1.557 | 1.156 | 1.289 | 1.289 | 1.459 |
| Identificado (Bulge tests) | 315.86 | 6.16 | 690.63 | - | - | - | - | - | - |

Uma vez que as funções objetivo não possuem mínimos locais a sua minimização pode ser feita partindo de uma qualquer estimativa inicial para os valores de F , G , H , L , M e N . Dentro desta análise Drucker+L → Hill'48, quatro casos foram estudados (Tabela 3.1), cujos resultados são apresentados a seguir.

Caso (a): considera apenas as curvas $\sigma - \epsilon$ a 0° , 45° e 90° .

Os parâmetros do critério de Hill'48 identificados segundo a metodologia proposta e o valor da respectiva função objetivo são apresentados na Tabela 3.7.

Tabela 3.8. Parâmetros do critério de Hill'48 identificados.

| Parâmetros Identificados – caso (a) | | | | | | |
|---|----------|----------|----------|----------|------------|-----------------------|
| | F | G | H | N | L=M | FO |
| Identificado (Metodologia. proposta) | 0.2074 | 0.0358 | 0.6455 | 2.909 | 1.5 | 1.03×10^{-4} |

As curvas de tração do material “experimental” e as obtidas com base na lei de encruamento de Voce identificada (Tabela 3.7) e considerando os parâmetros identificados do critério de Hill'48 (Tabela 3.8) são comparadas na Figura 3.9. Na Figura 3.10 comparam-se as evoluções do coeficiente de anisotropia no plano da chapa, para os mesmos casos. Os resultados da identificação afastam-se dos experimentais, pois apesar de se verificar um bom ajuste das curvas de tração a anisotropia da chapa não é convenientemente descrita por esta identificação. Portanto, o critério de plasticidade de Hill'48 não possui flexibilidade suficiente para descrever um material caracterizado pelo critério de Drucker+L apenas com três curvas de tração a 0° , 45° e 90° , não permitindo uma identificação conveniente dos parâmetros do critério. Por esta razão outros casos foram analisados como se mostra em seguida.

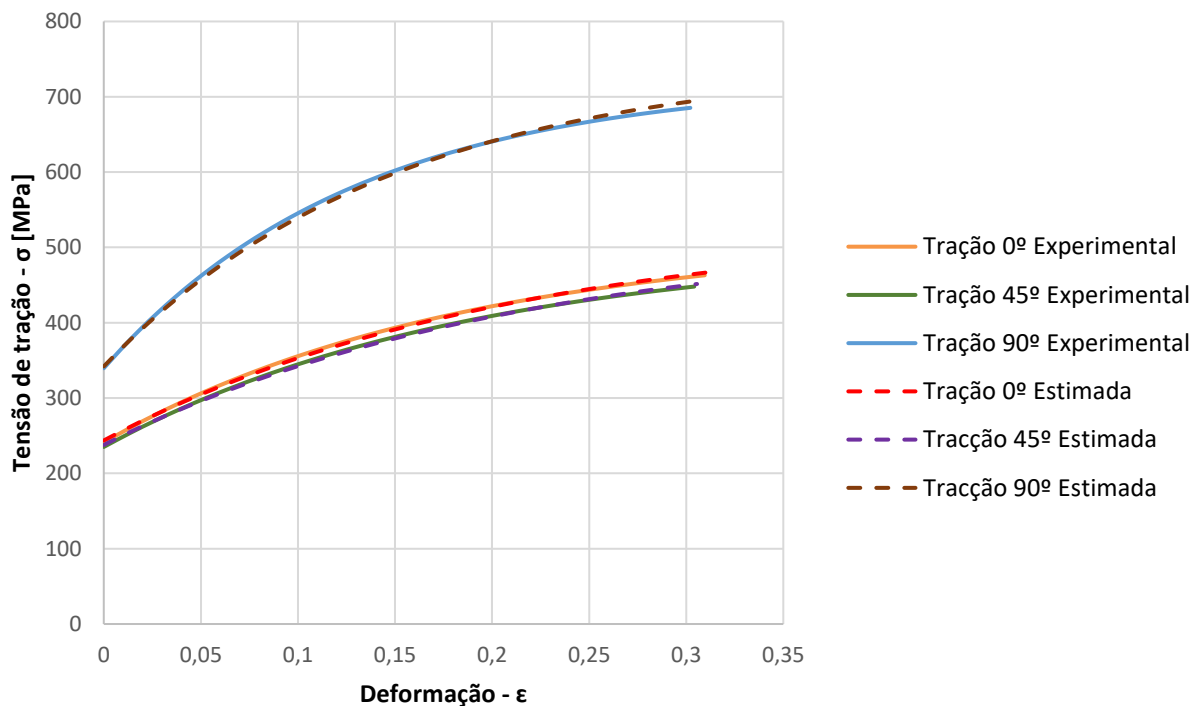


Figura 3.9. Curvas de tração relativas ao material “experimental” e curvas obtidas com base na lei de encruamento de Voce identificada considerando os parâmetros identificados do critério de Hill’48.

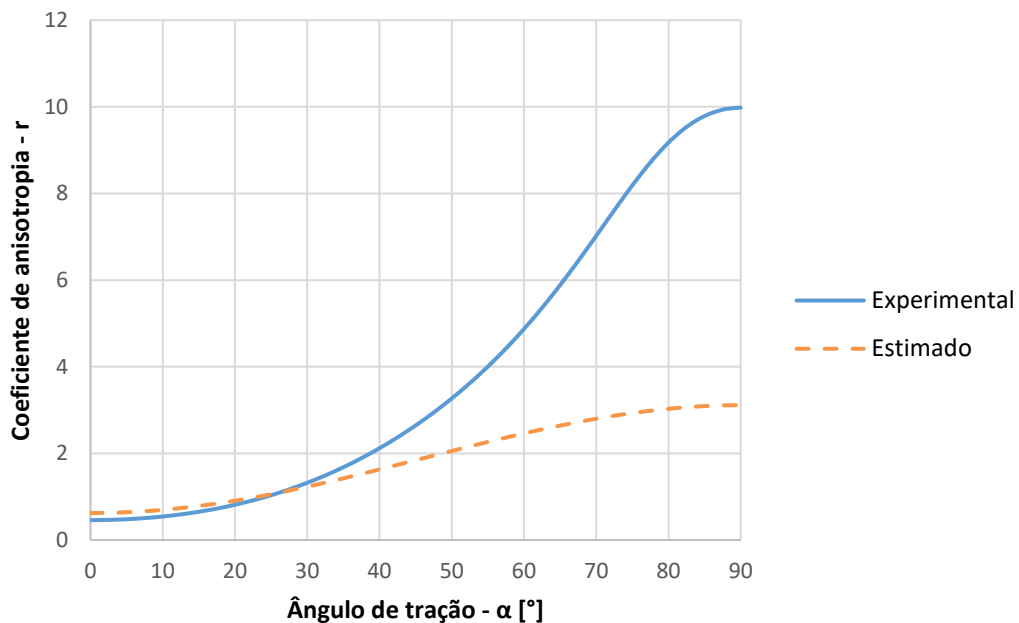


Figura 3.10. Evoluções do coeficiente de anisotropia no plano da chapa do material “experimental” e obtidas com base na lei de encruamento de Voce identificada considerando os parâmetros identificados do critério de Hill’48.

Caso (b): considera as curvas $\sigma - \epsilon$ e o coeficiente de anisotropia (r) a 0° , 45° e 90° .

Os parâmetros do critério de Hill'48 identificados segundo a metodologia proposta e o valor da respetiva função objetivo são apresentados na Tabela 3.9.

Tabela 3.9. Parâmetros do critério de Hill'48 identificados.

| Parâmetros Identificados – caso (b) | | | | | | |
|--|----------|----------|----------|----------|------------|-----------------------|
| | F | G | H | N | L=M | FO |
| Identificado (Metodologia. proposta) | 0.0639 | 1.3088 | 0.6347 | 4.1661 | 1.5 | 1.06×10^{-2} |

As curvas de tração do material “experimental” e as obtidas com base na lei de encruamento de Voce identificada (Tabela 3.6) e considerando os parâmetros identificados do critério de Hill'48 (Tabela 3.9) são comparadas na Figura 3.11. Na Figura 3.12 comparam-se as evoluções do coeficiente de anisotropia no plano da chapa, para os mesmos casos. Os resultados da identificação afastam-se dos experimentais. Embora se verifique uma melhoria do ajuste das evoluções do coeficiente de anisotropia no plano da chapa, esta melhoria manifesta-se em uma pioria do ajuste das curvas de tração. As curvas de tração e os valores do coeficiente de anisotropia da chapa não são convenientemente descritos por esta identificação. Isto significa que o ajuste de apenas três curvas de tração a 0° , 45° e 90° em conjunto com o ajuste dos respetivos valores do coeficiente de anisotropia no plano da chapa não possibilitam uma conveniente identificação dos parâmetros do critério.

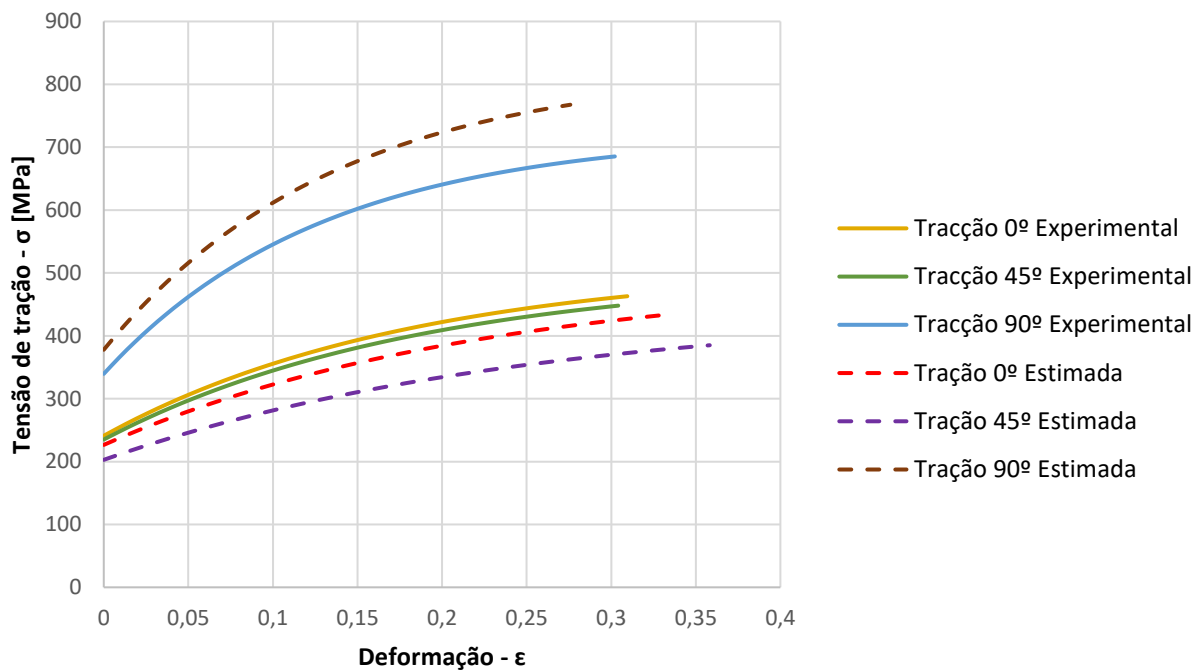


Figura 3.11. Curvas de tração relativas ao material “experimental” e curvas obtidas com base na lei de encruamento de Voce identificada considerando os parâmetros identificados do critério de Hill’48.

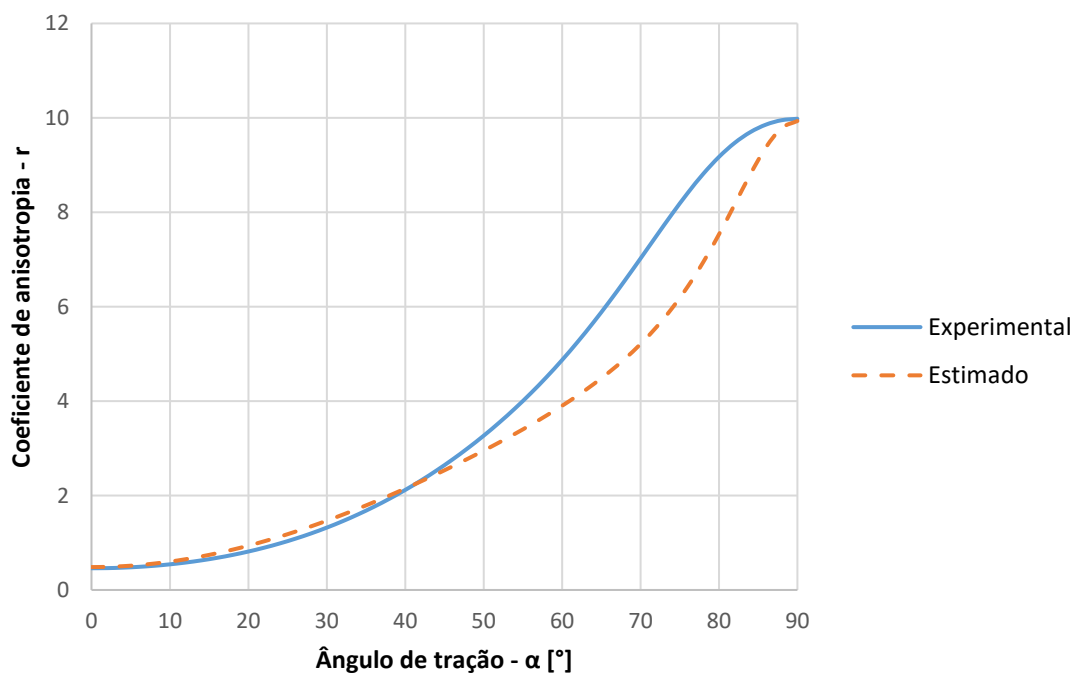


Figura 3.12. Evoluções do coeficiente de anisotropia no plano da chapa do material “experimental” e obtidas com base na lei de encruamento de Voce identificada considerando os parâmetros identificados do critério de Hill’48.

Caso (c): considera as curvas $\sigma - \epsilon$ e o coeficiente de anisotropia (r) a 0° , 15° , 30° , 45° , 60° , 75° e 90° .

Os parâmetros do critério de Hill'48 identificados segundo a metodologia proposta e o valor da respectiva função objetivo são apresentados na Tabela 3.10.

Tabela 3.10. Parâmetros do critério de Hill'48 identificados.

| Parâmetros Identificados – caso (c) | | | | | | |
|--|--------|--------|--------|--------|-----|-----------------------|
| | F | G | H | N | L=M | FO |
| Identificado (Metodologia. proposta) | 0.0552 | 1.3265 | 0.6269 | 4.3995 | 1.5 | 2.98×10^{-2} |

As curvas de tração do material “experimental” e as obtidas com base na lei de encruamento de Voce identificada (Tabela 3.6) e considerando os parâmetros identificados do critério de Hill'48 (Tabela 3.11) são comparadas na Figura 3.13 e Figura 3.14. Na Figura 3.15 comparam-se as evoluções do coeficiente de anisotropia no plano da chapa, para os mesmos casos. À semelhança do caso anterior Caso (b) as curvas de tração e os valores do coeficiente de anisotropia da chapa não são convenientemente descritos por esta identificação. Desta forma, o acrescento das curvas de tração a 15° , 30° , 60° , 75° e o acrescento dos respectivos valores do coeficiente de anisotropia para os mesmos ângulos de tração, em nada melhora a identificação dos parâmetros do critério de plasticidade de Hill'48.

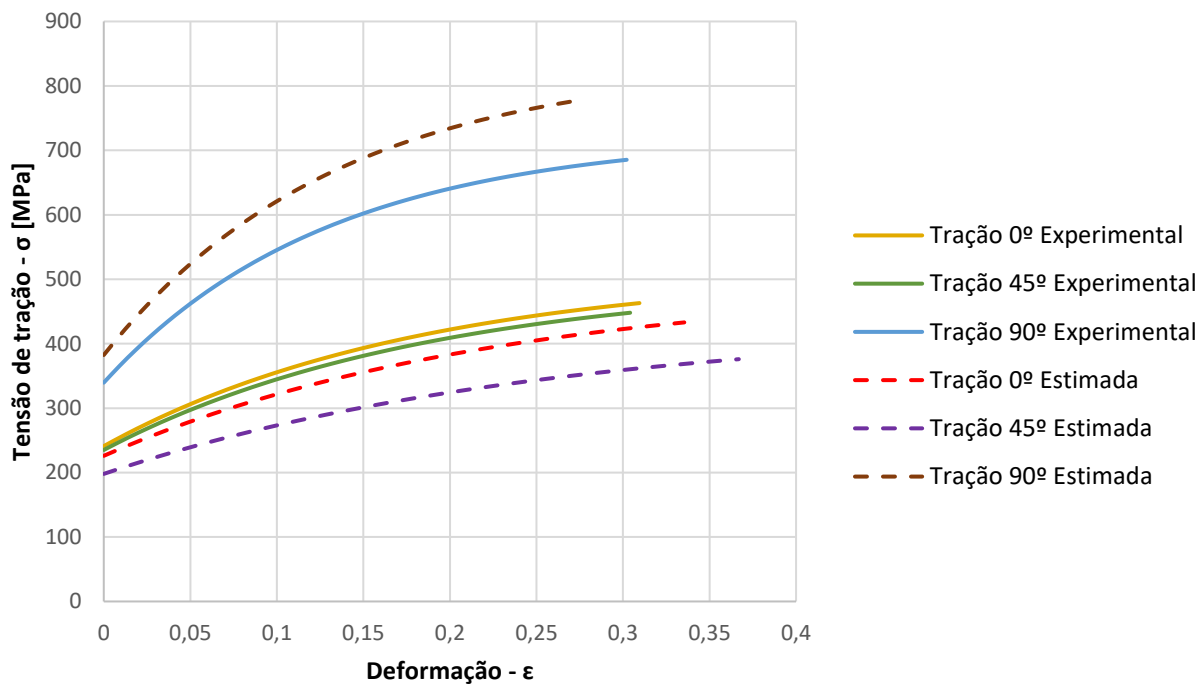


Figura 3.13. Curvas de tração relativas ao material “experimental” e curvas obtidas com base na lei de encruamento de Voce identificada considerando os parâmetros identificados do critério de Hill’48.

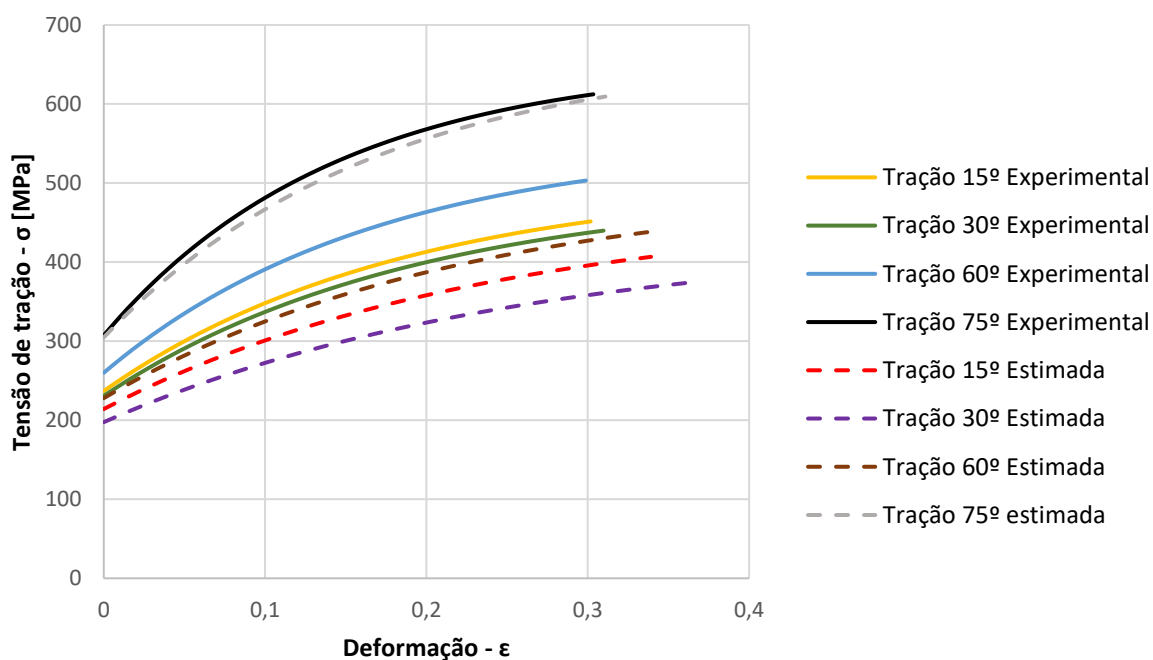


Figura 3.14. Curvas de tração relativas ao material “experimental” e curvas obtidas com base na lei de encruamento de Voce identificada considerando os parâmetros identificados do critério de Hill’48.

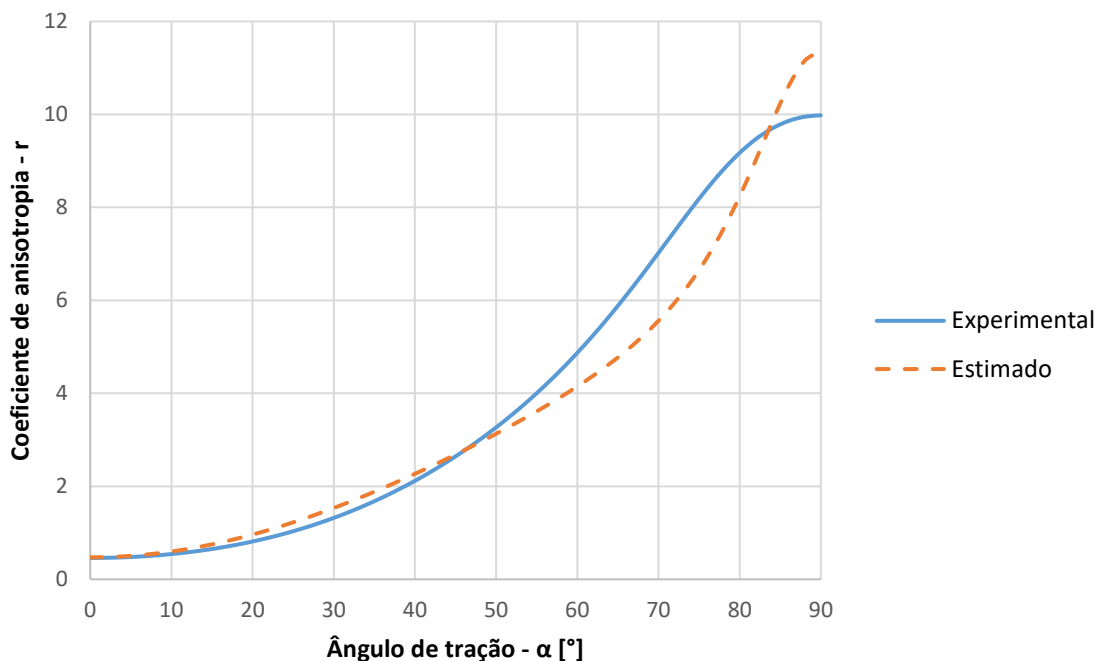


Figura 3.15. Evoluções do coeficiente de anisotropia no plano da chapa do material “experimental” e obtidas com base na lei de encruamento de Voce identificada considerando os parâmetros identificados do critério de Hill’48.

Caso (d): considera as curvas $\sigma - \epsilon$, $\tau - \gamma$ e o coeficiente de anisotropia (r) a 0° , 15° , 30° , 45° , 60° , 75° e 90°

Os parâmetros do critério de Hill’48 identificados segundo a metodologia proposta e o valor da respetiva função objetivo são apresentados na Tabela 3.11.

Tabela 3.11. Parâmetros do critério de Hill’48 identificados.

| Parâmetros Identificados – caso (d) | | | | | | |
|--------------------------------------|--------|--------|--------|-------|-----|-----------------------|
| | F | G | H | N | L=M | FO |
| Identificado (Metodologia. proposta) | 0.0345 | 0.8416 | 0.3939 | 2.774 | 1.5 | 2.76×10^{-2} |

As curvas de tração e de corte do material “experimental” e as obtidas com base na lei de encruamento de Voce identificada (Tabela 3.6) e considerando os parâmetros identificados do critério de Hill’48 (Tabela 3.11) são comparadas na Figura 3.16, Figura 3.17.e Figura 3.18, Figura 3.19 respetivamente tração e corte Na Figura 3.20 comparam-se

as evoluções do coeficiente de anisotropia no plano da chapa, para os mesmos casos. Os resultados da identificação permanecem afastados dos resultados experimentais. Isto significa que para uma análise Drucker+L \rightarrow Hill'48 mesmo com sete curvas de tração, sete curvas de corte e os respectivos valores do coeficiente de anisotropia para ângulos do eixo de tração com a respectiva direção de laminagem de 0°, 15°, 30°, 45°, 60°, 75° e 90°, não se obtém uma identificação conveniente dos parâmetros do critério. Conclui-se que o critério de plasticidade de Hill'48 não possui flexibilidade suficiente para descrever um material caracterizado pelo critério de plasticidade de Drucker+L, por maior que seja o número de informação (curvas de tração, curvas de corte, valores do coeficiente de anisotropia no plano da chapa) que se considere na identificação dos parâmetros do critério.

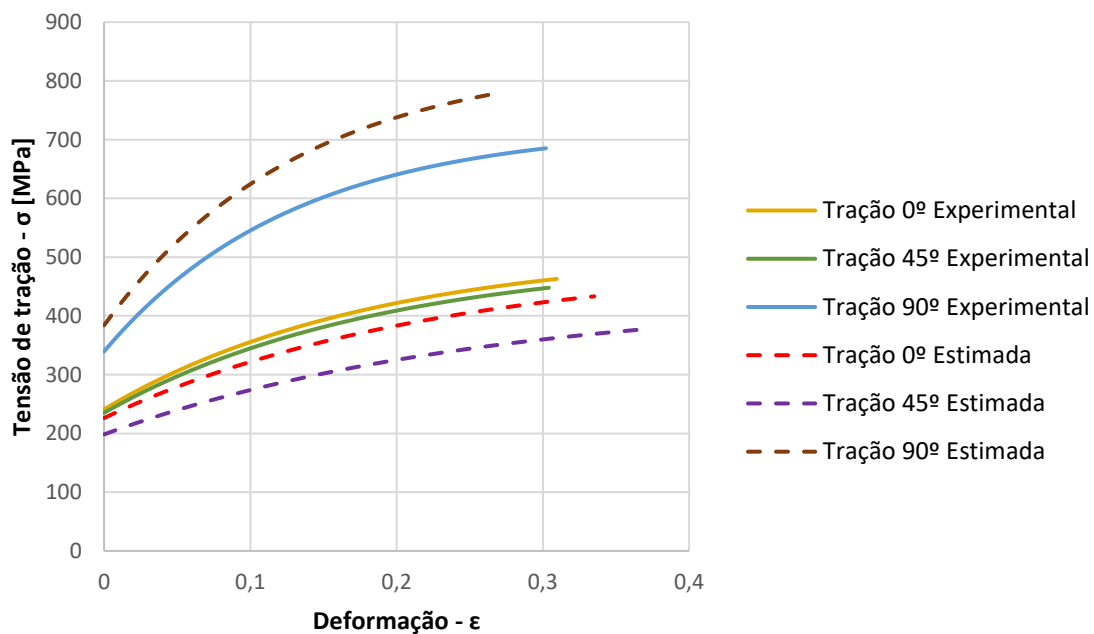


Figura 3.16. Curvas de tração relativas ao material “experimental” e curvas obtidas com base na lei de encruamento de Voce identificada considerando os parâmetros identificados do critério de Hill'48.

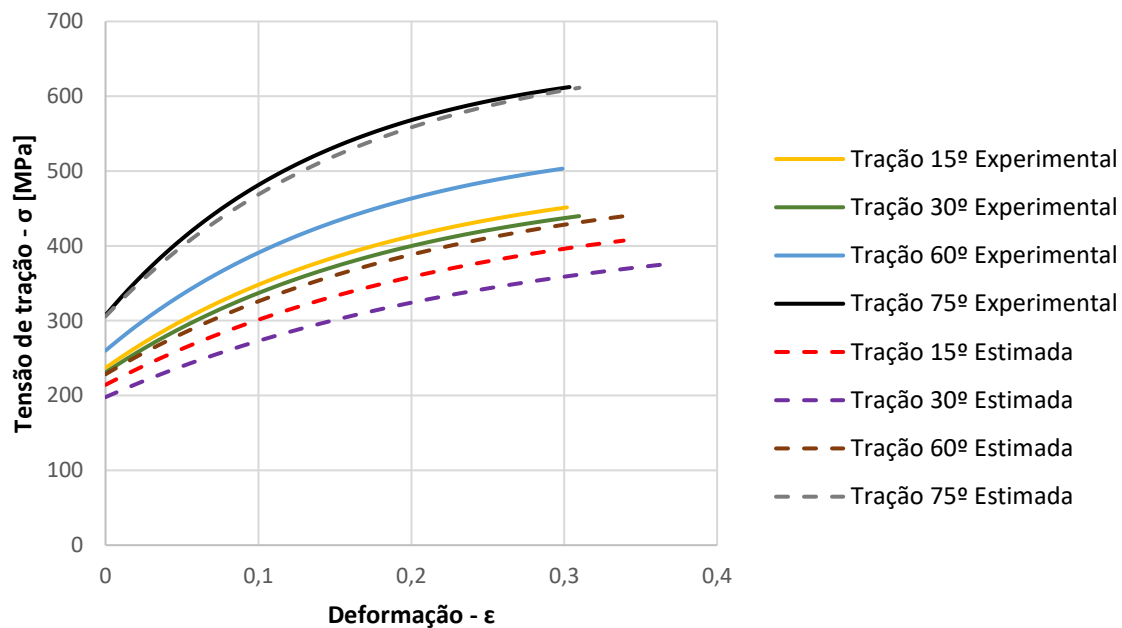


Figura 3.17. Curvas de tração relativas ao material “experimental” e curvas obtidas com base na lei de encruamento de Voce identificada considerando os parâmetros identificados do critério de Hill’48.

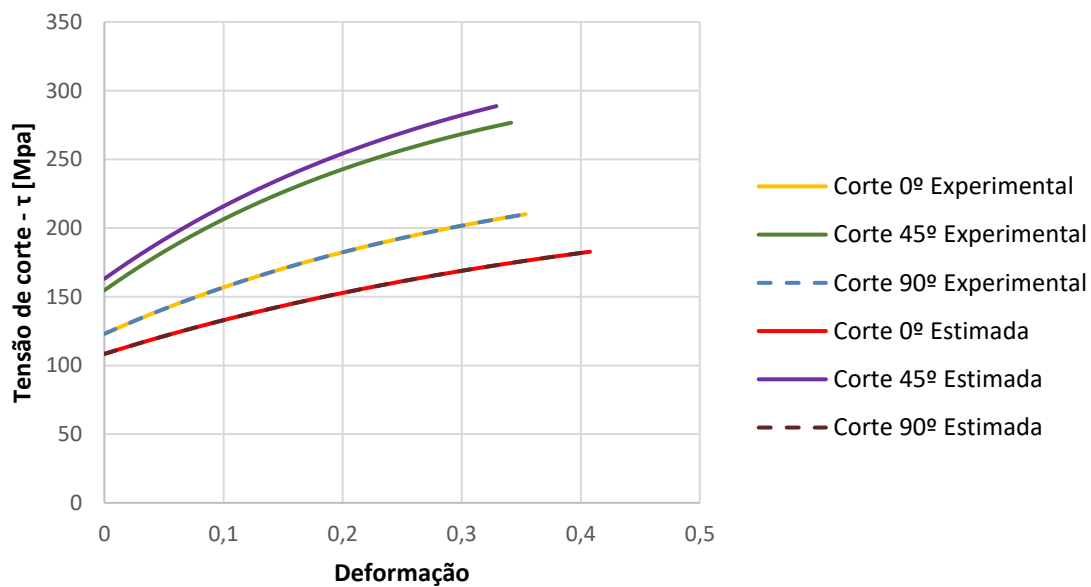


Figura 3.18. Curvas de corte relativas ao material “experimental” e curvas obtidas com base na lei de encruamento de Voce identificada considerando os parâmetros identificados do critério de Hill’48.

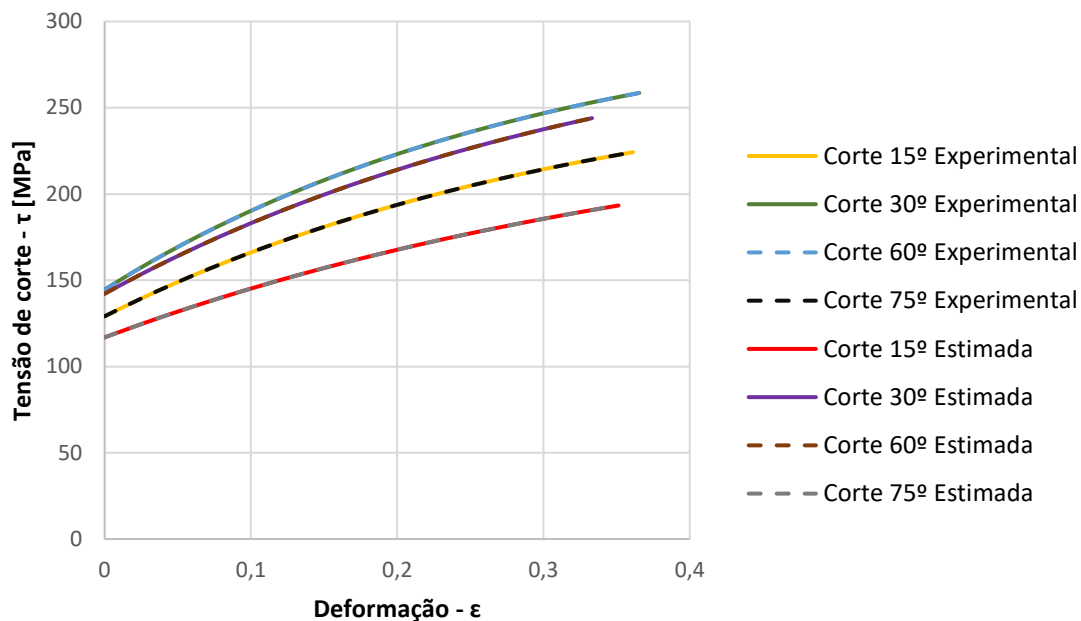


Figura 3.19. Curvas de corte relativas ao material “experimental” e curvas obtidas com base na lei de encruamento de Voce identificada considerando os parâmetros identificados do critério de Hill’48.

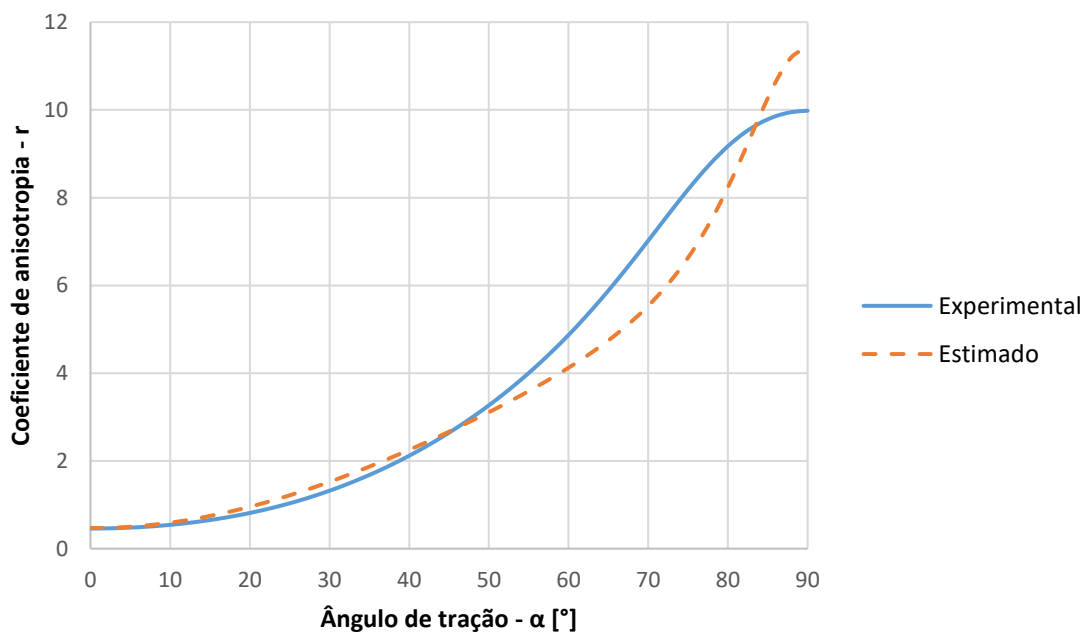


Figura 3.20. Evoluções do coeficiente de anisotropia no plano da chapa do material “experimental” e obtidas com base na lei de encruamento de Voce identificada considerando os parâmetros identificados do critério de Hill’48.

Finalmente as superfícies de plasticidade do material “experimental” e as obtidas com base nos parâmetros identificados do critério de Hill’48 para os diferentes casos de estudo abordados nesta análise são comparadas na Figura 3.21. Esta figura vai de encontro

aos comentários anteriores sobre estes quatro casos, onde não se consegue um bom ajuste simultâneo das curvas de tração e valores de coeficiente de anisotropia na chapa. Para uma melhor compreensão destes casos na Tabela 3.12 indicam-se os valores de funções objetivo definidas a partir:

(i) das curvas $\sigma - \varepsilon$ a 0° , 45° e 90° - $FO1(\sigma_{0^\circ}, \sigma_{45^\circ}, \sigma_{90^\circ})$ igual à equação (3.1);

(ii) dos valores do coeficiente de anisotropia a 0° , 45° e 90° - $FO2(r_{0^\circ}, r_{45^\circ}, r_{90^\circ}) =$

$$\frac{\left(\frac{r_{0^\circ}^{Num.} - r_{0^\circ}^{Est.}}{r_{0^\circ}^{Est.}}\right)^2 + \left(\frac{r_{45^\circ}^{Num.} - r_{45^\circ}^{Est.}}{r_{45^\circ}^{Est.}}\right)^2 + \left(\frac{r_{90^\circ}^{Num.} - r_{90^\circ}^{Est.}}{r_{90^\circ}^{Est.}}\right)^2}{3}.$$

As funções FO1 e FO2 permitem compreender a diferença entre os três casos de identificação. Quando se utilizam apenas ensaios de tração (caso (a)), o valor da função objetivo FO1 é o melhor. Porém, o valor da função FO2 é relativamente elevado. Nos outros dois casos ((b) e (c)), a função objetivo FO2 melhora acima de três ordens de grandeza, com uma grande perda em FO1 (acima de duas ordens de grandeza). Desta forma as conclusões obtidas nos casos de estudo anteriores são validadas por estes resultados.

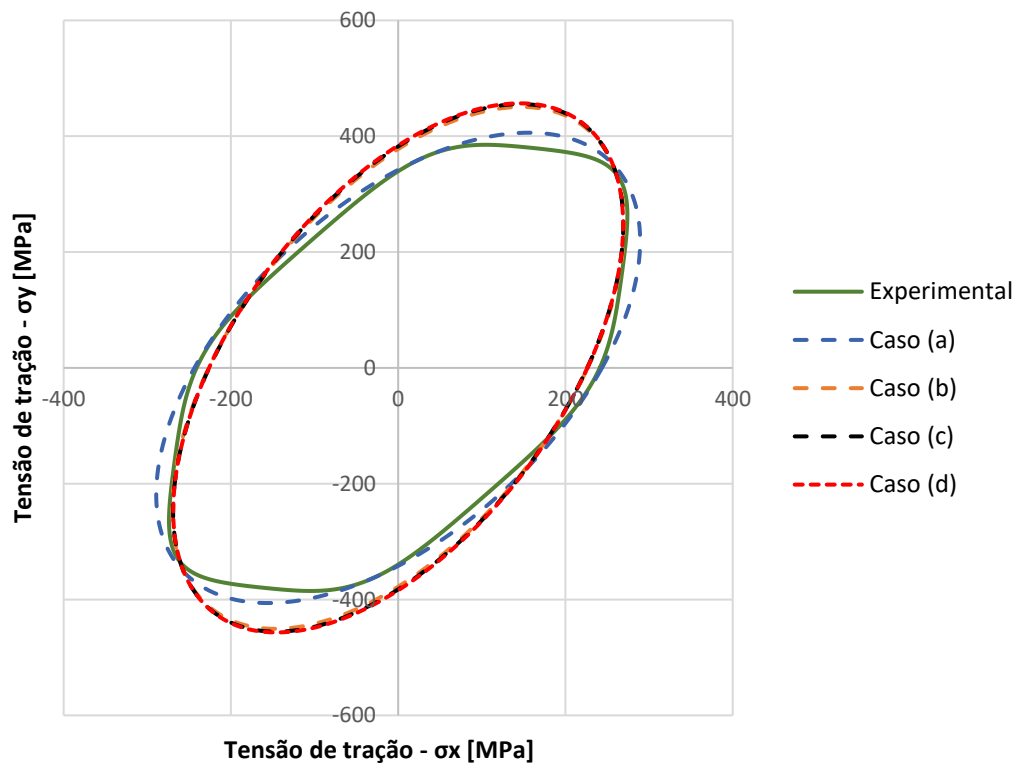


Figura 3.21 Superfícies de plasticidade do material “experimental” e as obtidas com base nos parâmetros identificados do critério de Hill’48. Caso (a); Caso (b); Caso(c).

Tabela 3.12. Valores relativos às diferenças entre os resultados numéricos e estimados das curvas de tração e coeficientes de anisotropia a 0°, 45° e 90° ponderados nas funções objetivo de cada caso de estudo - Análise “Drucker+L-Hill’48”.

| | $FO1(\sigma_{0^\circ}, \sigma_{45^\circ}, \sigma_{90^\circ})$ | $FO2(r_{0^\circ}, r_{45^\circ}, r_{90^\circ})$ |
|---------|---|--|
| 1° caso | 1.033×10^{-4} | 1.710 |
| 2° caso | 3.765×10^{-2} | 1.542×10^{-3} |
| 3° caso | 4.731×10^{-2} | 5.209×10^{-3} |
| 4° caso | 4.781×10^{-2} | 5.399×10^{-3} |

(C) Drucker+L (experimental) → Drucker+L (parâmetros a identificar)

Nesta análise considera-se um material experimental que obedece à lei de encruamento de Voce e ao critério de plasticidade de Drucker+L. Os parâmetros constitutivos deste material são apresentados na Tabela 3.6. Nesta tabela indicam-se também os parâmetros da lei de Voce previamente identificados [André Pereira, Comunicação privada - 2017].

Uma vez que as funções objetivo não possuem mínimos locais a sua minimização pode ser feita partindo de uma qualquer estimativa inicial para os valores de $c_1, c_2, c_3, c_4, c_5, c_6$ e c . Dentro desta análise Drucker+L → Hill’48, dois casos foram estudados (Tabela 3.1), cujos resultados são apresentados a seguir.

Caso (a): considera apenas as curvas $\sigma - \epsilon$ a 0°, 45° e 90°.

Os parâmetros do critério de Drucker+L identificados segundo a metodologia proposta e o valor da respetiva função objetivo são apresentados na Tabela 3.13. Para comparação os parâmetros do material experimental (ver Tabela 3.6) estão também indicados.

Tabela 3.13. Parâmetros do critério de Drucker+L experimentais e identificados.

| Parâmetros Experimentais e Identificados – caso (a) | | | | | | | |
|--|--------|--------|--------|-------|--------|-------|-----------------------|
| | c1 | c2 | c3 | c4=c5 | C6 | c | FO |
| Identificado (Metodologia. proposta) | 0.7173 | 1.4691 | 1.1154 | 1.227 | 1.3927 | 0 | 1.03×10^{-4} |
| Material Experimental | 0.755 | 1.557 | 1.156 | 1.289 | 1.289 | 1.459 | - |

As curvas de tração do material “experimental” e as obtidas com base na lei de encruamento de Voce identificada (Tabela 3.6) e considerando os parâmetros identificados do critério de Drucker+L (Tabela 3.13) são comparadas na Figura 3.22. Na Figura 3.23 comparam-se as evoluções do coeficiente de anisotropia no plano da chapa, para os mesmos casos. Apesar de se tratar da identificação dos parâmetros de Drucker+L de um material também descrito por este critério e de se verificar um bom ajuste das curvas de tração, a anisotropia da chapa não é convenientemente descrita por esta identificação. Isto significa, que mesmo para uma análise Drucker+L → Drucker+L, apenas três curvas de tração, a 0°, 45° e 90° não permitem uma identificação conveniente dos parâmetros do critério. Por esta razão outros casos foram analisados como se mostra em seguida.

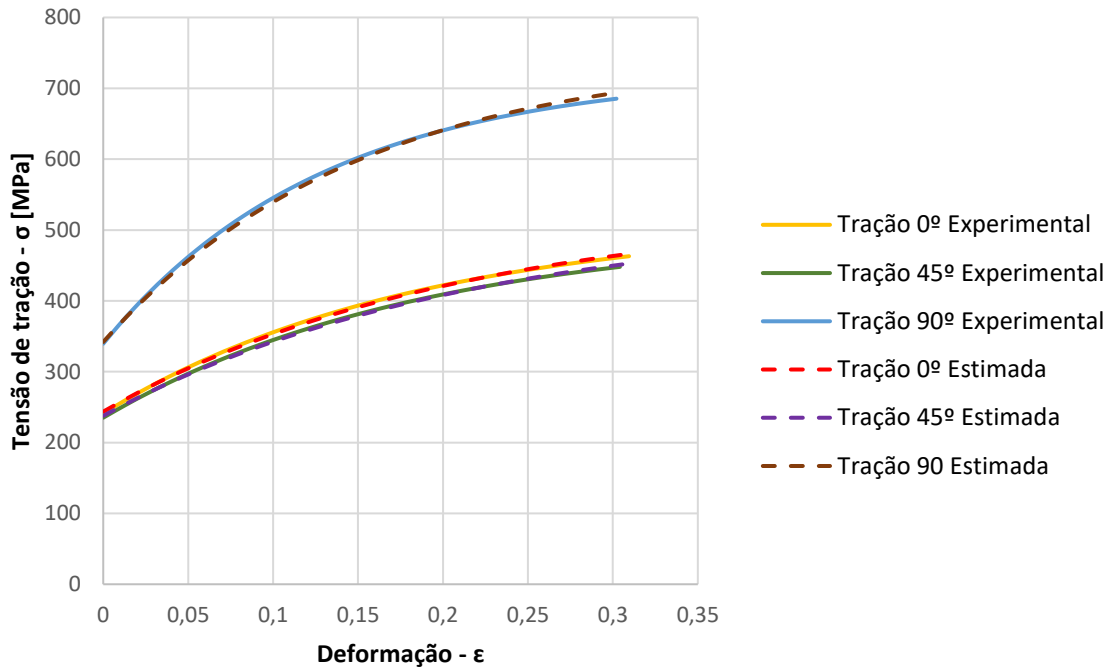


Figura 3.22. Curvas de tração relativas ao material “experimental” e curvas obtidas com base na lei de encruamento de Voce identificada considerando os parâmetros identificados do critério de Drucker+L.

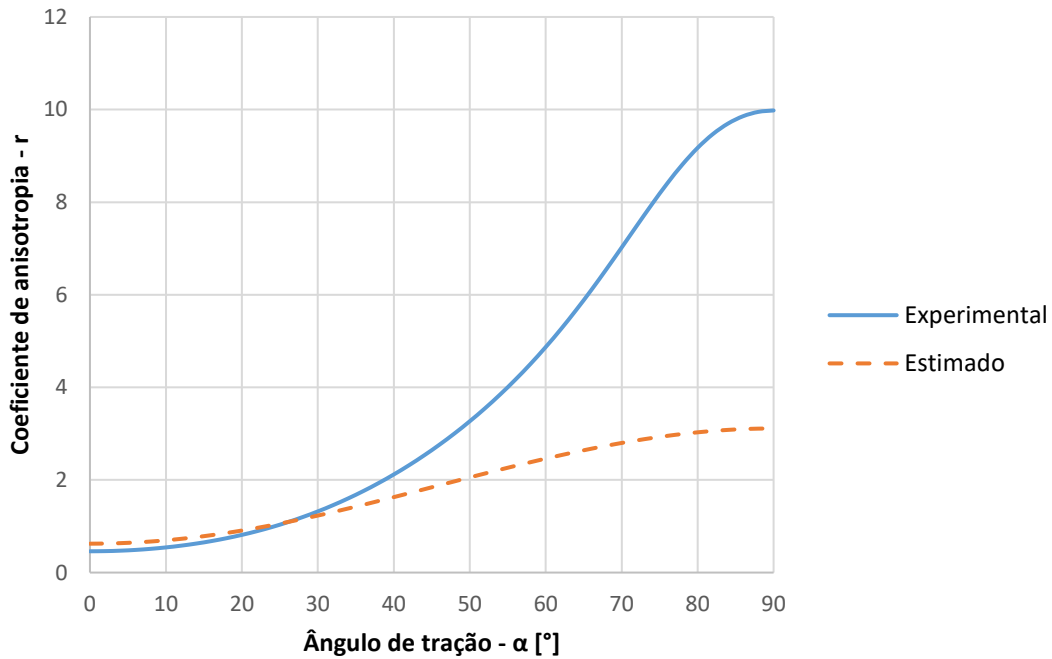


Figura 3.23. Evoluções do coeficiente de anisotropia no plano da chapa do material “experimental” e obtidas com base na lei de encruamento de Voce identificada considerando os parâmetros identificados do critério de Drucker+L.

Caso (b): considera as curvas $\sigma - \epsilon$ e o coeficiente de anisotropia (r) a 0° , 45° e 90° .

Os parâmetros do critério de Drucker+L identificados segundo a metodologia proposta e o valor da respectiva função objetivo são apresentados na Tabela 3.14. Para comparação os parâmetros do material experimental (ver Tabela 3.6) estão também indicados.

Tabela 3.14. Parâmetros do critério de Drucker+L experimentais e identificados.

| Parâmetros Experimentais e Identificados – caso (b) | | | | | | | |
|---|--------|--------|--------|-------|--------|--------|-----------------------|
| | c1 | c2 | c3 | c4=c5 | C6 | c | FO |
| Identificado (Metodologia. proposta) | 0.7521 | 1.5587 | 1.1552 | 1.543 | 1.4618 | 1.9705 | 5.47×10^{-5} |
| Material Experimental | 0.755 | 1.557 | 1.156 | 1.289 | 1.289 | 1.459 | - |

As curvas de tração do material “experimental” e as obtidas com base na lei de encruamento de Voce identificada (Tabela 3.6) e considerando os parâmetros identificados do critério de Drucker+L (Tabela 3.12) são comparadas na Figura 3.24. Na Figura 3.25 comparam-se as evoluções do coeficiente de anisotropia no plano da chapa, para os mesmos casos. Os resultados da identificação coincidem com os resultados experimentais, obtém-se um ótimo ajuste das curvas de tração e dos valores de anisotropia da chapa. Conclui-se que para uma análise Drucker+L \rightarrow Drucker+L são necessárias apenas três curvas de tração e três valores de coeficiente de anisotropia, a 0° , 45° e 90° para se conseguir uma excelente identificação dos parâmetros do critério, desta forma o material é convenientemente descrito por esta identificação. Não são realizados mais casos de estudo, uma vez que um maior número de ensaios de tração na identificação dos parâmetros do critério de plasticidade se torna desnecessário, à semelhança da análise Hill’48 \rightarrow Hill’48.

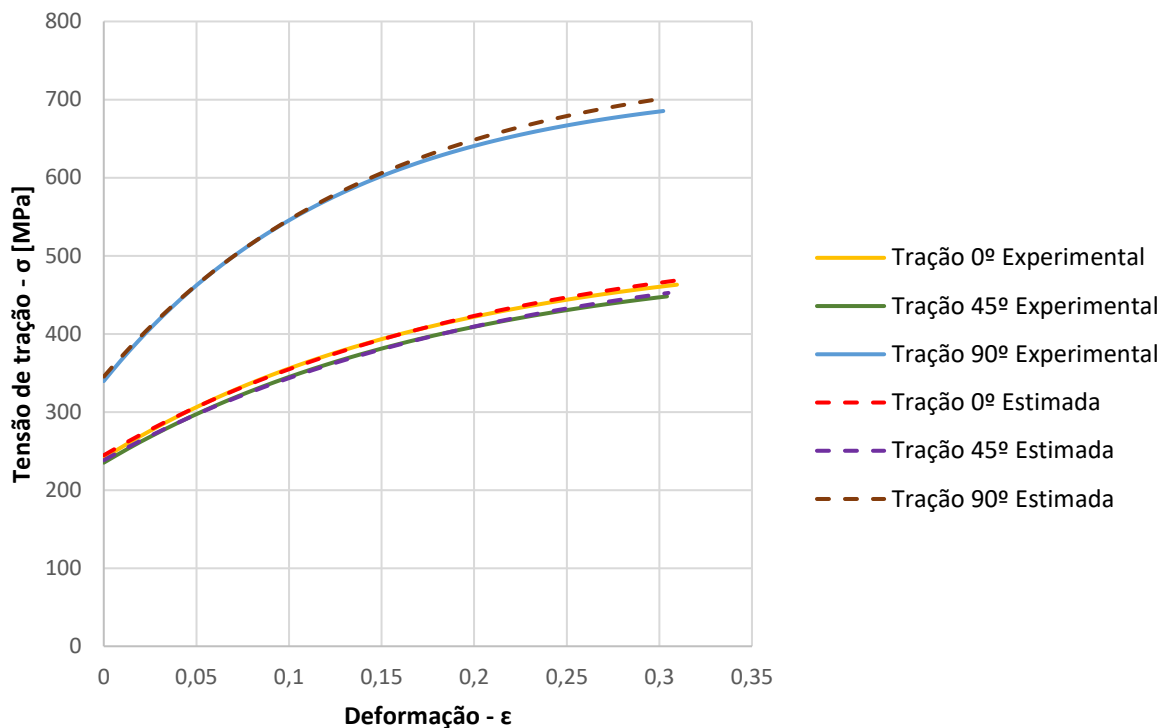


Figura 3.24. Curvas de tração relativas ao material “experimental” e curvas obtidas com base na lei de encruamento de Voce identificada considerando os parâmetros identificados do critério de Drucker+L.

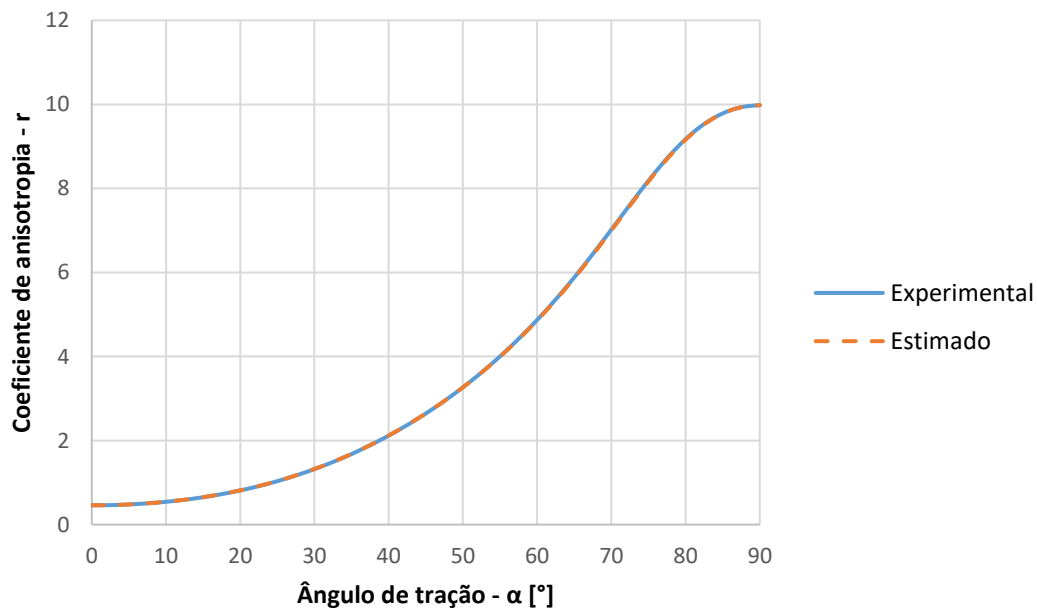


Figura 3.25. Evoluções do coeficiente de anisotropia no plano da chapa do material “experimental” e obtidas com base na lei de encruamento de Voce identificada considerando os parâmetros identificados do critério de Drucker+L.

Finalmente as superfícies de plasticidade do material “experimental” e as obtidas com base nos parâmetros identificados do critério de Drucker+L para os diferentes casos de

estudo abordados nesta análise são comparadas na Figura 3.26. Esta figura vai de encontro aos comentários anteriores sobre estes dois casos: nos casos (b) a identificação é ótima, ao contrário do caso (a). Para uma melhor compreensão destes casos na Tabela 3.15 indicam-se os valores de funções objetivo definidas a partir:

(i) das curvas $\sigma - \varepsilon$ a 0° , 45° e 90° - $FO1(\sigma_{0^\circ}, \sigma_{45^\circ}, \sigma_{90^\circ})$ igual à equação (3.1);

(ii) dos valores do coeficiente de anisotropia a 0° , 45° e 90° - $FO2(r_{0^\circ}, r_{45^\circ}, r_{90^\circ}) =$

$$\frac{\left(\frac{r_{0^\circ}^{Num.} - r_{0^\circ}^{Est.}}{r_{0^\circ}^{Est.}}\right)^2 + \left(\frac{r_{45^\circ}^{Num.} - r_{45^\circ}^{Est.}}{r_{45^\circ}^{Est.}}\right)^2 + \left(\frac{r_{90^\circ}^{Num.} - r_{90^\circ}^{Est.}}{r_{90^\circ}^{Est.}}\right)^2}{3}.$$

As funções FO1 e FO2 permitem compreender a diferença entre os três casos de identificação. Quando se utilizam apenas ensaios de tração (caso (a)), o valor da função objetivo FO1 é o melhor. Porém, o valor da função FO2 é relativamente elevado. No outro (caso (b)) a função objetivo FO2 melhora acima de seis ordens de grandeza, com ligeira perda em FO1. Isto permite um ótimo ajuste dos valores do coeficiente de anisotropia, quase sem perdas nas curvas de tração a 0° , 45° e 90° .

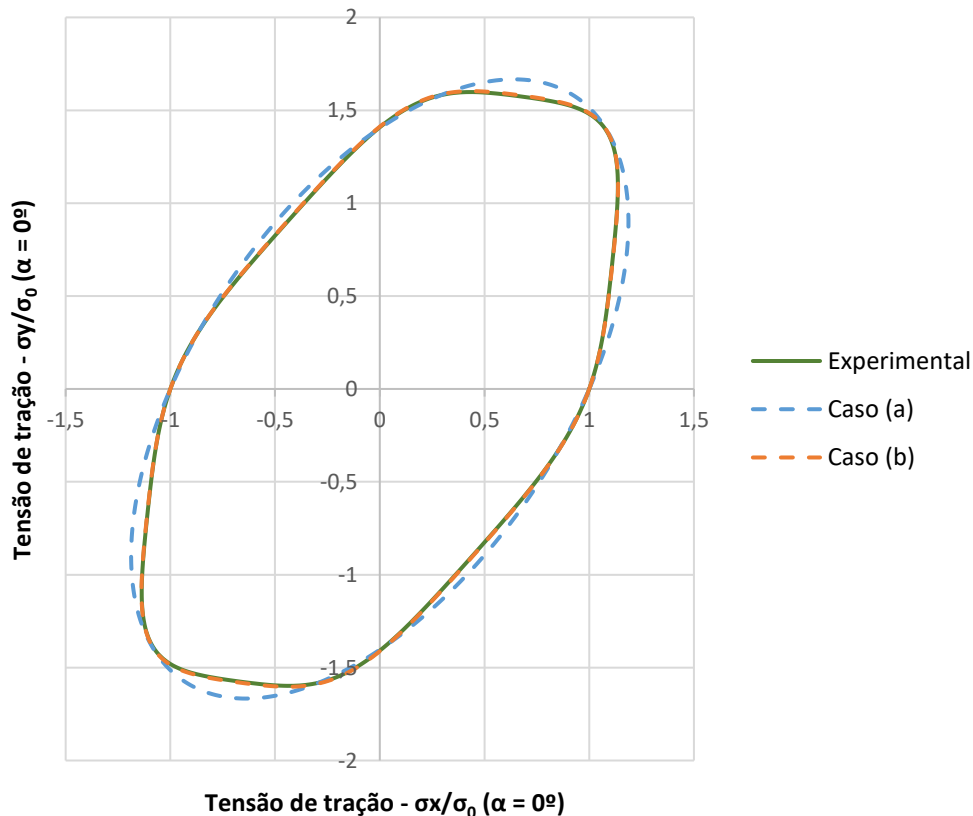


Figura 3.26. Superfícies de plasticidade do material “experimental” e as obtidas com base nos parâmetros identificados do critério de Drucker; os valores de σ_y e σ_x estão normalizados pelo valor da tensão limite de elasticidade, σ_0 ($\alpha = 0^\circ$), para um ângulo de tração a 0° com a direção de laminagem. Caso (a); Caso (b); Caso(c).

Tabela 3.15. Valores relativos às diferenças entre os resultados numéricos e estimados das curvas de tração e coeficientes de anisotropia a 0°, 45° e 90° ponderados nas funções objetivo de cada caso de estudo - Análise “Drucker+L-Drucker+L”.

| | $FO1(\sigma_{0^\circ}, \sigma_{45^\circ}, \sigma_{90^\circ})$ | $FO2(r_{0^\circ}, r_{45^\circ}, r_{90^\circ})$ |
|---------|---|--|
| 1º caso | 1.033×10^{-4} | 1.710 |
| 2º caso | 2.142×10^{-4} | 1.505×10^{-6} |

(D) Drucker+L (experimental) → Yld’91 (parâmetros a identificar)

Nesta análise considera-se um material experimental que obedece à lei de encruamento de Voce e ao critério de plasticidade de Drucker+L. Os parâmetros constitutivos deste material são apresentados na Tabela 3.6. Nesta tabela indicam-se também os parâmetros da lei de Voce previamente identificados [André Pereira, Comunicação privada - 2017].

Uma vez que as funções objetivo não possuem mínimos locais a sua minimização pode ser feita partindo de uma qualquer estimativa inicial para os valores de $c_1, c_2, c_3, c_4, c_5, c_6$ e m . Dentro desta análise Drucker+L → Yld’91, três casos foram estudados (Tabela 3.1), cujos resultados são apresentados a seguir.

Caso (a): considera apenas as curvas $\sigma - \varepsilon$ a 0°, 45° e 90°.

Os parâmetros do critério Yld’91 identificados segundo a metodologia proposta e o valor da respetiva função objetivo são apresentados na Tabela 3.16.

Tabela 3.16. Parâmetros do critério Yld’91 identificados.

| Parâmetros Identificados – caso (a) | | | | | | | |
|--|--------|--------|--------|-------|--------|---|-----------------------|
| | c1 | c2 | c3 | c4=c5 | C6 | m | FO |
| Identificado (Metodologia. proposta) | 0.7173 | 1.4691 | 1.1154 | 1.227 | 1.3927 | 0 | 1.03×10^{-4} |

As curvas de tração do material “experimental” e as obtidas com base na lei de encruamento de Voce identificada (Tabela 3.6) e considerando os parâmetros identificados do critério Yld’91 (Tabela 3.16) são comparadas na Figura 3.27. Na Figura 3.28 comparam-

se as evoluções do coeficiente de anisotropia no plano da chapa, para os mesmos casos. Os resultados da identificação afastam-se dos experimentais, pois apesar de se verificar um bom ajuste das curvas de tração a anisotropia da chapa não é convenientemente descrita por esta identificação. Portanto, o critério de plasticidade Yld'91 não possui flexibilidade suficiente para descrever um material caracterizado pelo critério de Drucker+L apenas com três curvas de tração a 0°, 45° e 90°, não permitindo uma identificação conveniente dos parâmetros do critério. Por esta razão outros casos foram analisados como se mostra em seguida.

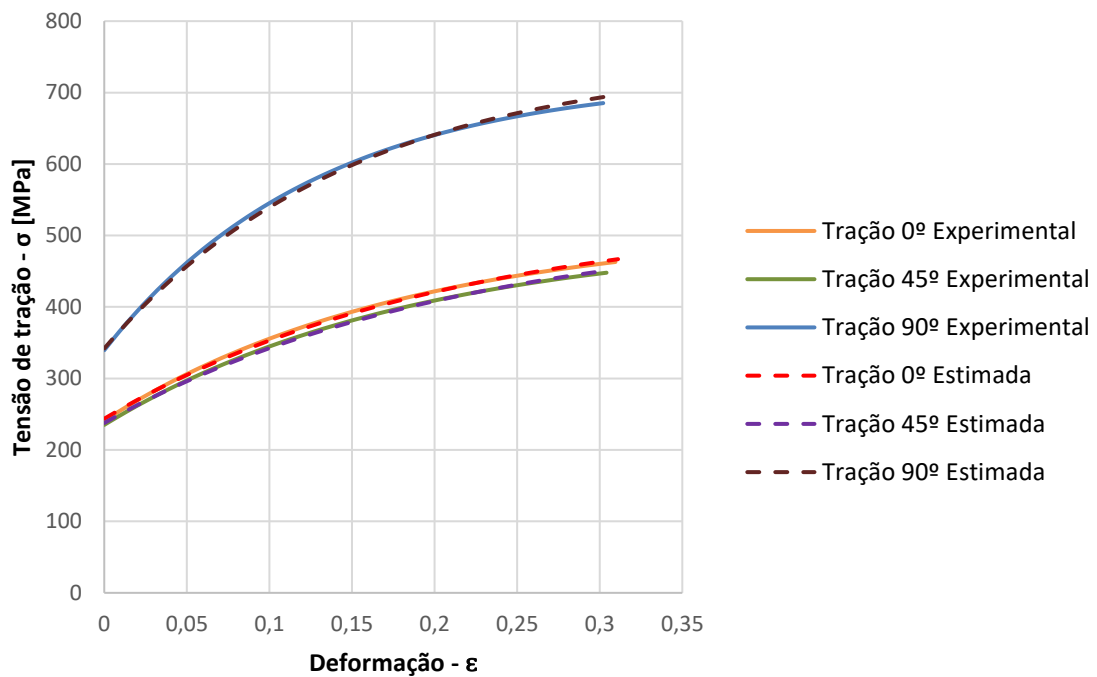


Figura 3.27. Curvas de tração relativas ao material “experimental” e curvas obtidas com base na lei de encruamento de Voce identificada considerando os parâmetros identificados do critério Yld'91.

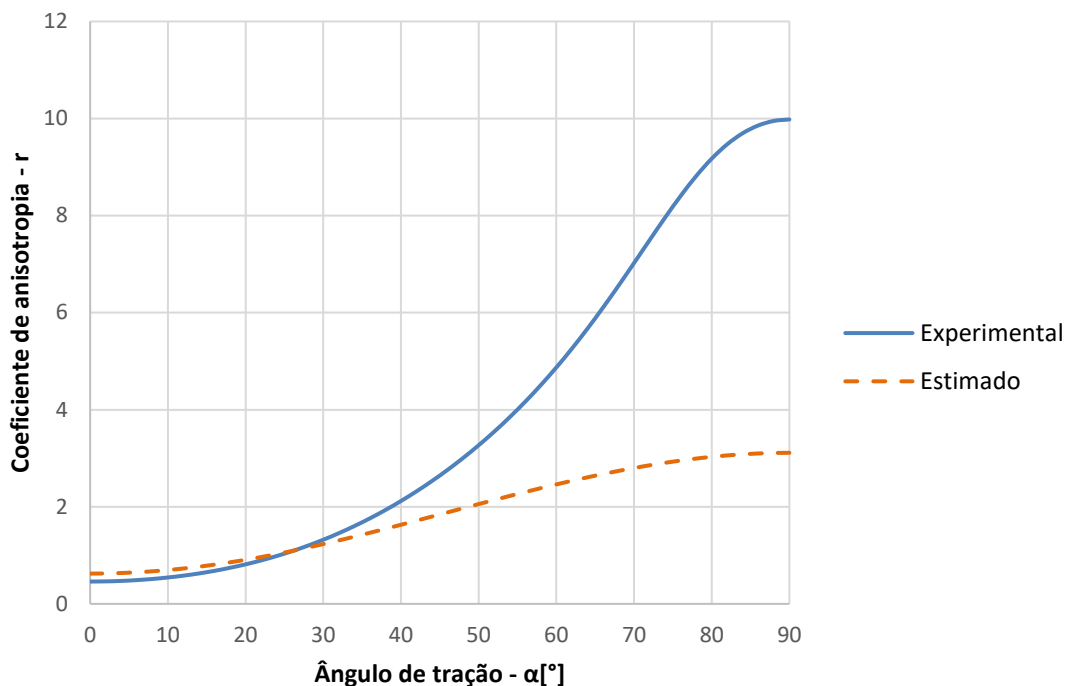


Figura 3.28. Evoluções do coeficiente de anisotropia no plano da chapa do material “experimental” e obtidas com base na lei de encruamento de Voce identificada considerando os parâmetros identificados do critério de Yld’91.

Caso (b): considera as curvas $\sigma - \varepsilon$ e o coeficiente de anisotropia (r) a 0° , 45° e 90° .

Os parâmetros do critério Yld’91 identificados segundo a metodologia proposta e o valor da respectiva função objetivo são apresentados na Tabela 3.17.

Tabela 3.17. Parâmetros do critério Yld’91 identificados.

| Parâmetros Identificados – caso (b) | | | | | | | |
|--|--------|--------|--------|--------|-------|---|-----------------------|
| | c1 | c2 | c3 | c4=c5 | C6 | m | FO |
| Identificado (Metodologia. proposta) | 0.6002 | 1.6394 | 1.0798 | 1.1472 | 1.594 | 6 | 6.36×10^{-3} |

As curvas de tração do material “experimental” e as obtidas com base na lei de encruamento de Voce identificada (Tabela 3.6) e considerando os parâmetros identificados do critério Yld’91 (Tabela 3.17) são comparadas na Figura 3.29. Na Figura 3.30 comparam-se as evoluções do coeficiente de anisotropia no plano da chapa, para os mesmos casos. Os resultados da identificação afastam-se dos experimentais. Embora se verifique uma melhoria do ajuste das evoluções do coeficiente de anisotropia no plano da chapa, esta melhoria

manifesta-se em uma pioria do ajuste das curvas de tração. As curvas de tração e os valores do coeficiente de anisotropia da chapa não são convenientemente descritos por esta identificação. Isto significa que o ajuste de apenas três curvas de tração a 0°, 45° e 90° em conjunto com o ajuste dos respectivos valores do coeficiente de anisotropia no plano da chapa não possibilitam uma conveniente identificação dos parâmetros do critério.

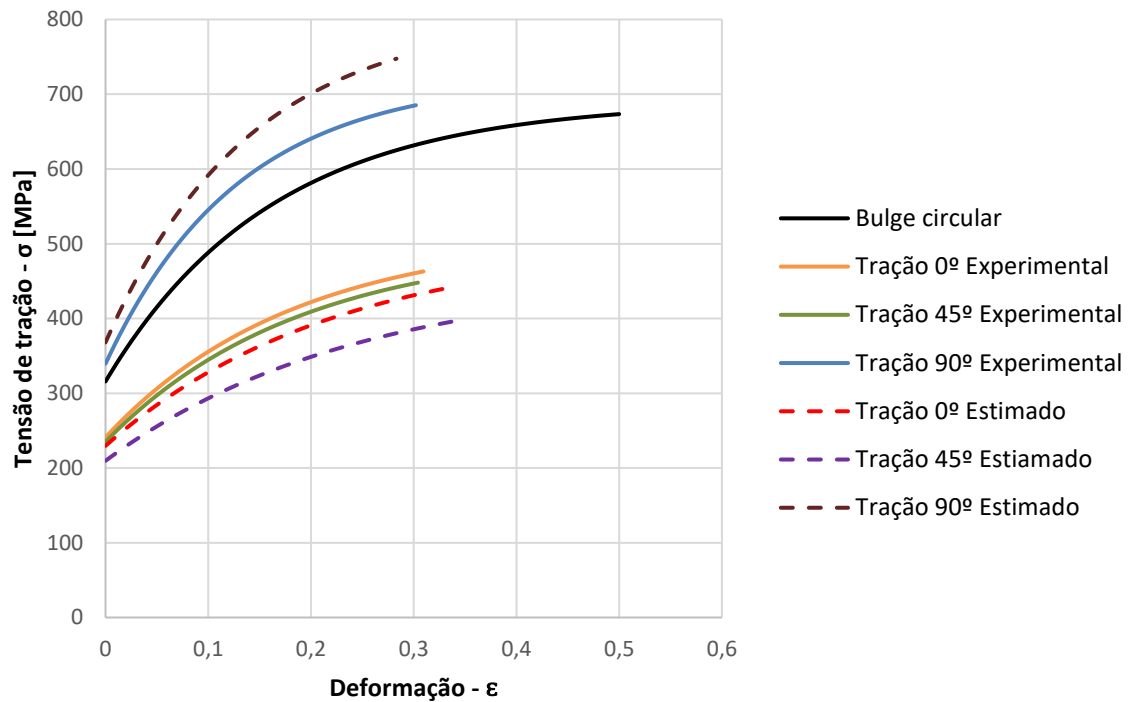


Figura 3.29. Curvas de tração relativas ao material “experimental” e curvas obtidas com base na lei de encruamento de Voce identificada considerando os parâmetros identificados do critério Yld’91.

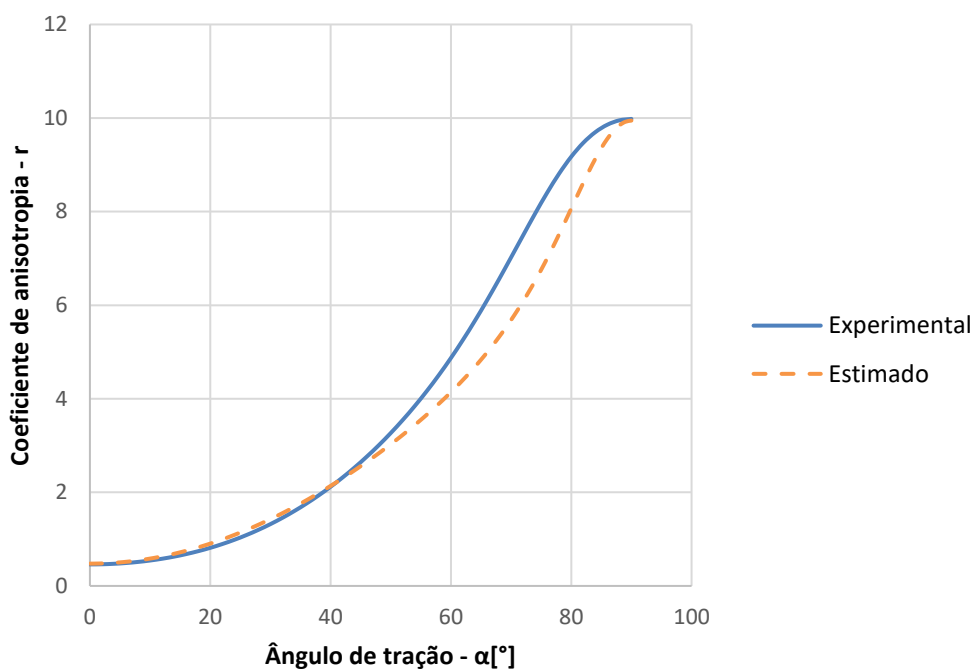


Figura 3.30. Evoluções do coeficiente de anisotropia no plano da chapa do material “experimental” e obtidas com base na lei de encruamento de Voce identificada considerando os parâmetros identificados do critério de Yld’91.

Caso (c): considera as curvas $\sigma - \epsilon$ e o coeficiente de anisotropia (r) a 0° , 15° , 30° , 45° , 60° , 75° e 90° .

Os parâmetros do critério Yld’91 identificados segundo a metodologia proposta e o valor da respetiva função objetivo são apresentados na Tabela 3.18.

Tabela 3.18. Parâmetros do critério Yld’91 identificados.

| | Parâmetros Identificados – caso (b) | | | | | | |
|--------------------------------------|-------------------------------------|--------|--------|--------|-------|---|-----------------------|
| | c1 | c2 | c3 | c4=c5 | C6 | m | FO |
| Identificado (Metodologia. proposta) | 0.6002 | 1.6394 | 1.0798 | 1.1472 | 1.594 | 6 | 1.61×10^{-2} |

As curvas de tração do material “experimental” e as obtidas com base na lei de encruamento de Voce identificada (Tabela 3.6) e considerando os parâmetros identificados do critério Yld’91 (Tabela 3.18) são comparadas na Figura 3.31 e Figura 3.32. Na Figura 3.33 comparam-se as evoluções do coeficiente de anisotropia no plano da chapa, para os

mesmos casos. À semelhança do caso anterior Caso (b) as curvas de tração e os valores do coeficiente de anisotropia da chapa não são convenientemente descritos por esta identificação. Desta forma, o acrescento das curvas de tração a 15°, 30°, 60°, 75° e o acrescento dos respetivos valores do coeficiente de anisotropia para os mesmos ângulos de tração, em nada melhora a identificação dos parâmetros do critério de plasticidade Yld'91.

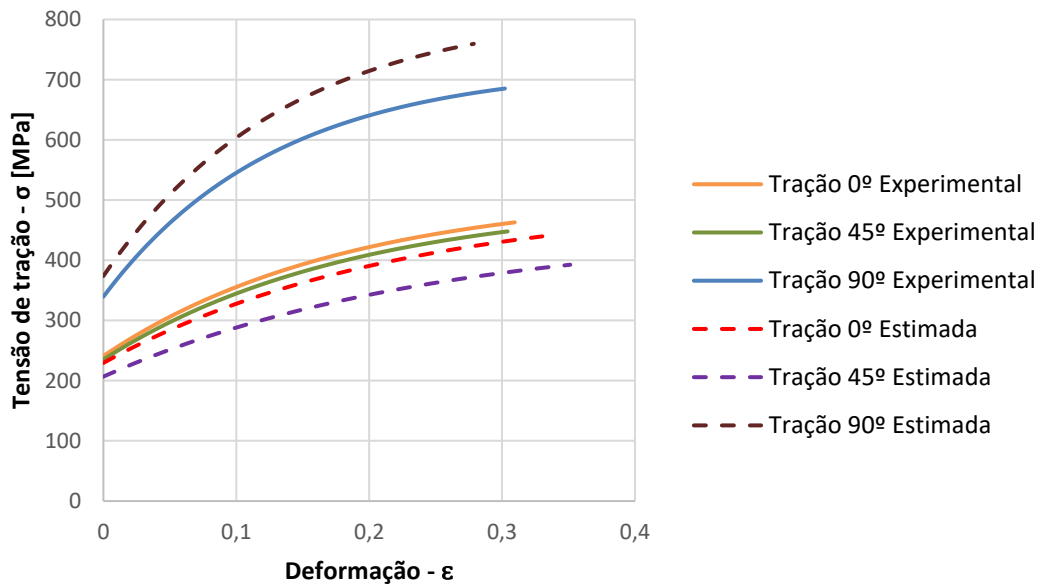


Figura 3.31. Curvas de tração relativas ao material “experimental” e curvas obtidas com base na lei de encruamento de Voce identificada considerando os parâmetros identificados do critério Yld'91.

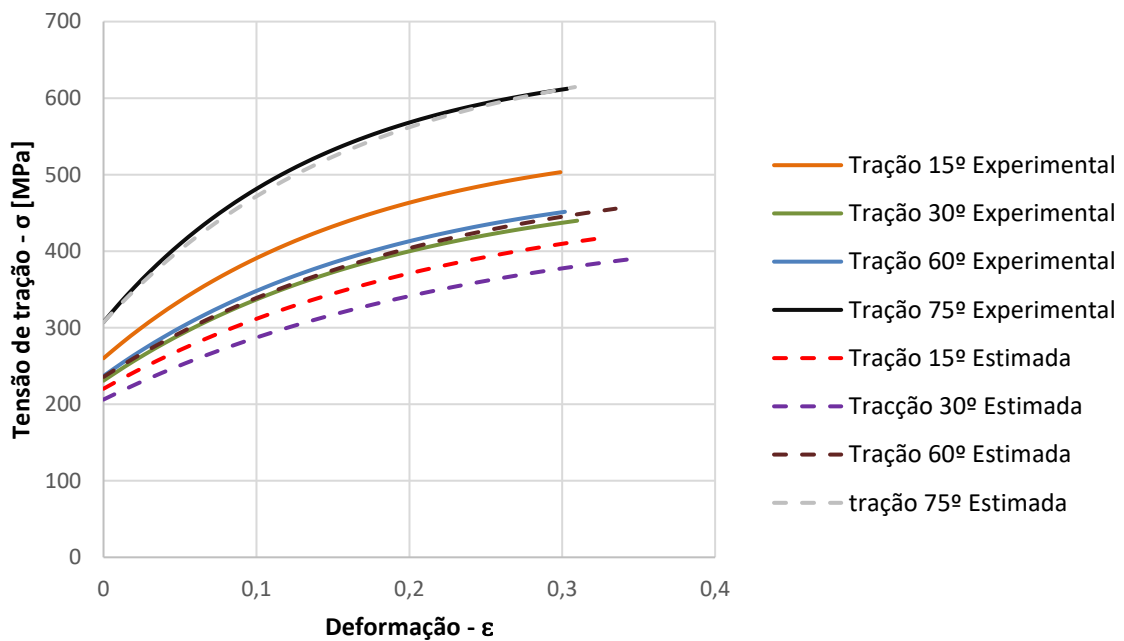


Figura 3.32. Curvas de tração relativas ao material “experimental” e curvas obtidas com base na lei de encruamento de Voce identificada considerando os parâmetros identificados do critério Yld'91.

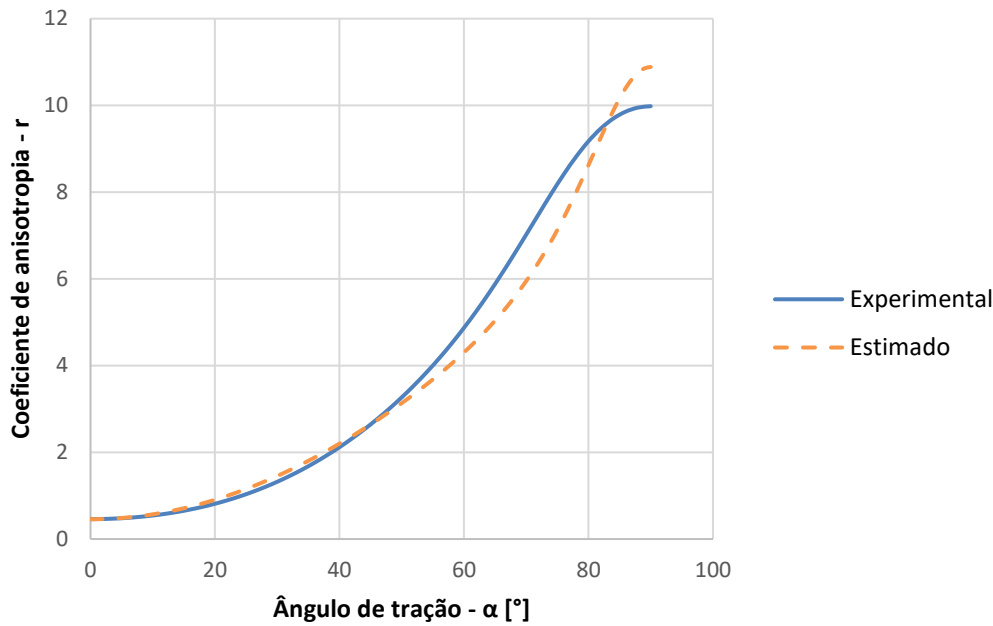


Figura 3.33. Evoluções do coeficiente de anisotropia no plano da chapa do material “experimental” e obtidas com base na lei de encruamento de Voce identificada considerando os parâmetros identificados do critério de Yld’91.

Finalmente as superfícies de plasticidade do material “experimental” e as obtidas com base nos parâmetros identificados do critério Yld’91 para os diferentes casos de estudo abordados nesta análise são comparadas na Figura 3.34. Esta figura vai de encontro aos comentários anteriores sobre estes três casos, onde não se consegue um bom ajuste simultâneo das curvas de tração e valores de coeficiente de anisotropia na chapa. Para uma melhor compreensão destes casos na Tabela 3.19 indicam-se os valores de funções objetivo definidas a partir:

(i) das curvas $\sigma - \epsilon$ a 0° , 45° e 90° - $FO1(\sigma_0, \sigma_{45}, \sigma_{90})$ igual à equação (3.1);

(ii) dos valores do coeficiente de anisotropia a 0° , 45° e 90° - $FO2(r_0, r_{45}, r_{90}) =$

$$\frac{\left(\frac{r_0^{Num.} - r_0^{Est.}}{r_0^{Est.}}\right)^2 + \left(\frac{r_{45}^{Num.} - r_{45}^{Est.}}{r_{45}^{Est.}}\right)^2 + \left(\frac{r_{90}^{Num.} - r_{90}^{Est.}}{r_{90}^{Est.}}\right)^2}{3}$$

As funções FO1 e FO2 permitem compreender a diferença entre os três casos de identificação. Quando se utilizam apenas ensaios de tração (caso (a)), o valor da função objetivo FO1 é o melhor. Porém, o valor da função FO2 é relativamente elevado. Nos outros dois casos ((b) e (c)), a função objetivo FO2 melhora acima de três ordens de grandeza, com ligeira perda em FO1 (meia ordem de grandeza). Isto permite um ótimo ajuste dos valores do coeficiente de anisotropia, quase sem perdas nas curvas de tração a 0° , 45° e 90° .

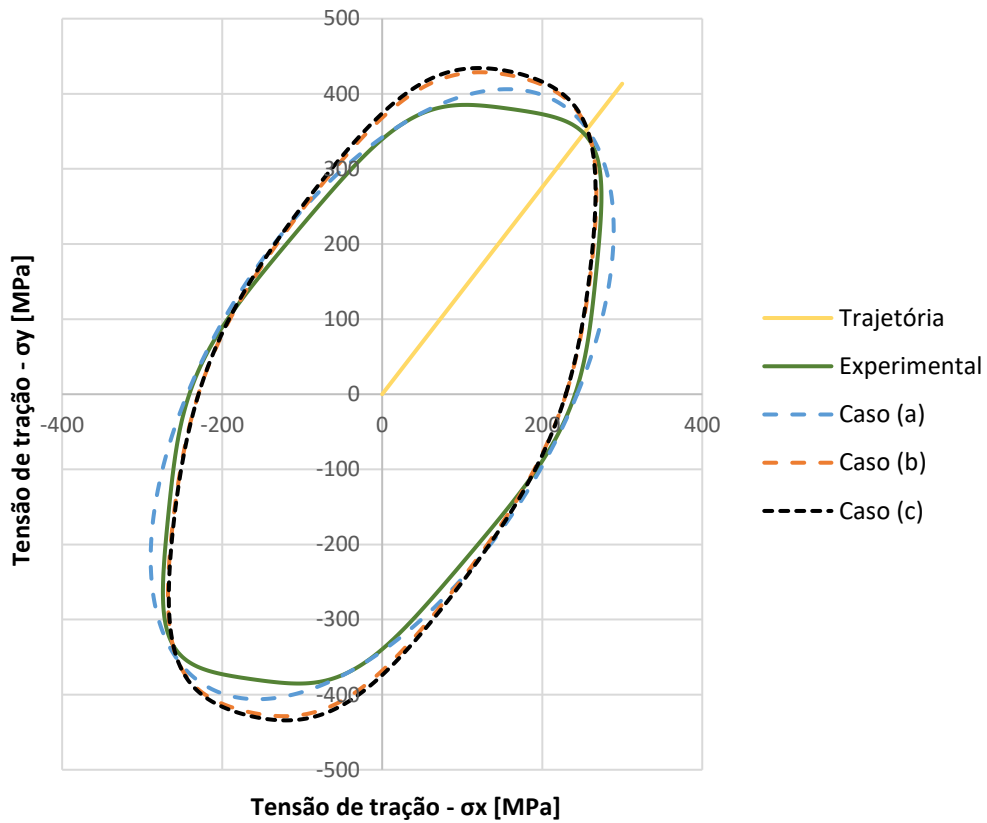


Figura 3.34. Superfícies de plasticidade do material “experimental” e as obtidas com base nos parâmetros identificados do critério Yld’91. Caso (a); Caso (b); Caso(c).

Tabela 3.19. Valores relativos às diferenças entre os resultados numéricos e estimados das curvas de tração e coeficientes de anisotropia a 0°, 45° e 90° ponderados nas funções objetivo de cada caso de estudo - Análise “Drucker+L-Yld’91”.

| | $FO1(\sigma_{0^\circ}, \sigma_{45^\circ}, \sigma_{90^\circ})$ | $FO2(r_{0^\circ}, r_{45^\circ}, r_{90^\circ})$ |
|---------|---|--|
| 1º caso | 1.033×10^{-4} | 1.710 |
| 2º caso | 2.312×10^{-2} | 7.767×10^{-4} |
| 3º caso | 2.916×10^{-2} | 2.311×10^{-3} |

4. CONCLUSÕES

A implementação e otimização da estratégia de identificação teve em conta o número e o tipo de ensaios mecânicos, e pode ser aplicada em sequência a vários critérios de plasticidade. No essencial, recorre a ensaios de tração a diversos ângulos no plano da chapa, e utiliza os resultados das curvas tensão – deformação plástica e dos coeficientes de anisotropia; curvas tensão – deformação plástica obtidas em corte são também utilizadas. As análises realizadas incidiram na identificação de parâmetros de vários critérios de plasticidade (Hill'48; Drucker+L; Yld'91), de materiais cujo encruamento é descrito pelas leis de Swift e Voce. Especial atenção foi dada à escolha do critério de plasticidade que melhor descreve o comportamento anisotrópico do material, tendo em conta a comparação entre funções objetivo.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Fleischmann, B. (1990), “The discrete lot-sizing and scheduling problem”, *European Journal of Operational Research*, 44, 337-348.
- Lowara (2003), “BG Series – Self-priming centrifugal pumps”. Acedido em 24 de novembro de 2003, em: <http://www.lowara.com>.
- Oliveira, M.C. (2005). “Algoritmos e Estratégias de Gestão do Problema de Contacto com Atrito em Grandes Deformações. Aplicação à Estampagem de Chapas Metálicas”. Tese de Doutoramento em Engenharia Mecânica na especialidade de Tecnologia da Produção, Departamento de Engenharia Mecânica, Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade de Coimbra, Coimbra.
- Pattloch, M., Schmidt, G., Kovaliov e M.Y. (2001), “Heuristic algorithms for lot size scheduling with application in the tobacco industry”, *Computers & Industrial Engineering*, 39, 235-253.