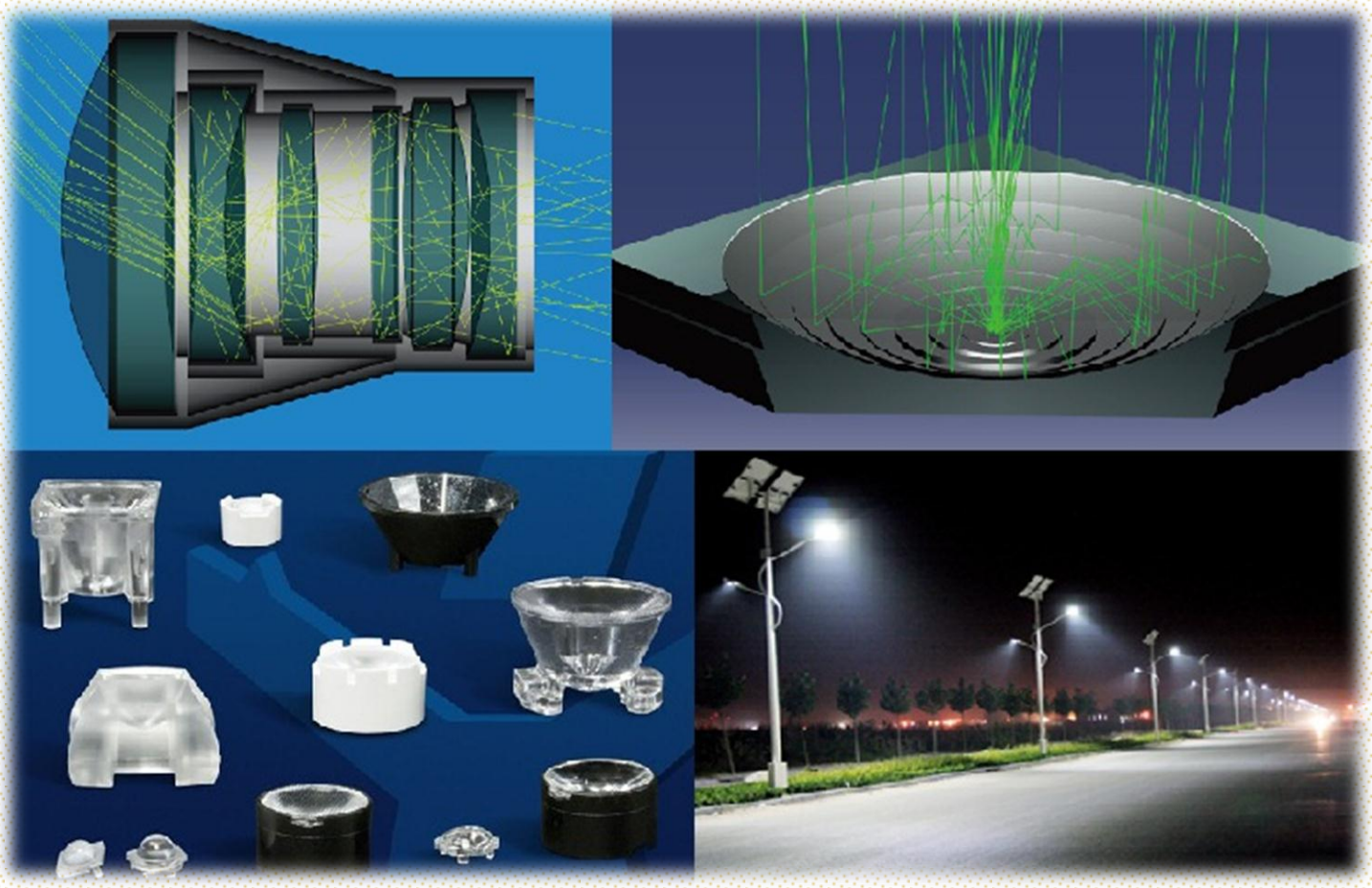


José Barata Gonçalves

# OTIMIZAÇÃO DE LENTES

**Dissertação submetida para obtenção do Mestrado em Engenharia Electrotécnica e de Computadores**

Orientado pelo Prof. Paulo Coimbra

Fevereiro de 2013

· U C ·

UNIVERSIDADE DE COIMBRA

Universidade de Coimbra
Faculdade de Ciências e de Tecnologia
Mestrado Integrado em Engenharia Electrotécnica e de Computadores

# OPTIMIZAÇÃO DE LENTES

José Barata Gonçalves

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre em Engenharia Electrotécnica e de Computadores

**Júri:**
Professora Doutora Rita Silva
Professor Doutor Marco Gomes
Professor Doutor Paulo Coimbra (Orientador)

Coimbra, Fevereiro de 2013

Intentionally Blank

# Agradecimentos

Ao Professor Paulo Coimbra pelo apoio dado, e disponibilidade na resolução do projecto Tese.

A todos os meus colegas, amigos, Professores do Curso, que fui conhecendo ao longo do Curso, e me fizeram ver melhor como é viver, e estudar em Engenharia Electrotécnica e de Computadores da Universidade de Coimbra.

A toda a minha família, especialmente a mais próxima, pelo apoio, motivação, nos bons, e maus momentos desta caminhada em Engenharia.

# Resumo

Neste trabalho foi desenvolvido um programa (na linguagem de programação C++) com o intuito de otimizar a forma da Lente de uma luminária a LED, para vários tipos de objetivos (em iluminação) desejados.

Fez-se o estudo considerando o modelo para a luz sob o ponto de vista da óptica geométrica, i.e., como um conjunto de raios, uma vez que é o mais usado em meios homogêneos (como as lentes).

Começou-se por partir da análise do algoritmo de Computação Gráfica, Ray Tracing, para o entendimento geral da óptica do problema. Este algoritmo é bastante semelhante ao que foi implementado neste trabalho, havendo muita documentação disponível, tanto ao nível matemático/físico, como computacional (código C++). À semelhança do Ray Tracing foram usadas: equações de semi-rectas para cada raio luminoso; a Lei de Snell-Descartes, para o cálculo do raio transmitido; a Lei de reflexão, para o cálculo do raio refletido, etc.

Neste trabalho fez-se o estudo a 2D (muitas variáveis têm a componente Z, mas não foi feito o cálculo matemático para 3D).

Ao nível do algoritmo usado para otimizar o problema, estudou-se e implementou-se um Algoritmo Genético (AG). Optou-se por o AG uma vez que a solução do problema que se quer encontrar depende de fatores estocásticos/não determinísticos. Este é um processo iterativo em que a população vai evoluindo até encontrar a melhor solução possível. Variando diversos parâmetros, encontram-se lentes diferentes para vários tipos de função de avaliação.

Este programa é bastante útil para a conceção duma lente *freeform*, uma vez que o desenho duma lente à mão (para cumprir certos objetivos rigorosos) é bastante difícil.

Os resultados finais foram promissores, e de forma geral bons (para os parâmetros usados, que são dos mais simples), tendo em conta os objetivos traçados e desejados.

## Palavras-Chave

Óptica, Lentes, LED, Algoritmo Genético, Optimização, Iluminação, C++

# Abstract

In this work, we developed a program (in the programming language C++), in order to optimize the shape of the lens of a LED luminaire, for various types of desired goals (in lighting).

The study was made considering the model for the light from the point of view of geometrical optics, i.e., as a set of rays, since it is the most used in homogeneous media (such as lenses).

We began with the analysis of the Computer Graphics algorithm Ray Tracing, for the general understanding of the optical problem. This algorithm is quite similar to what was implemented in this work, existing a lot of documentation, both in mathematical/physical, and in computational (C + +). Like in Ray Tracing it was used: the formula for each light ray; the Snell-Descartes Law, for calculating transmitted rays; Law of reflection to calculate the reflected ray, etc.

In this work, the study was done in 2D (many variables have the Z component, but it was not implemented the math for 3D).

At the level of the algorithm used to optimize the problem, we studied and implemented the Genetic Algorithm (GA). We opted for the GA, since the solution of the problem we want to find depends on stochastic/non-deterministic factors. This is an iterative process in which the population evolves to find the best possible solution. By varying different parameters, we find different lenses for various types of evaluation functions.

This program is very useful for the design of a freeform lens, since the hand design of a lens (to fulfill certain stringent objectives) is quite difficult.

The final results were promising, and generally good (for the parameters used, which are rather simple), taking into account the objectives outlined and desired.

## Keywords

Optics, Lenses, LED, Genetic Algorithm, Optimization, Lighting, C + +

# ÍNDICE

**Agradecimentos** ..... **v**

**Resumo** ..... **vi**

**Abstract** ..... **vii**

**Lista de Figuras** ..... **xi**

**Lista de Tabelas** ..... **xiv**

**Lista de Abreviaturas** ..... **xv**

**1. Introdução** ..... **1**

**1.1. Contextualização** ..... **1**

**1.2. Motivação** ..... **2**

1.2.1. Motivação do trabalho ..... 2

**1.3. Objetivos** ..... **2**

**1.4. Estrutura desta Dissertação** ..... **2**

**2. Estado da Arte** ..... **4**

**2.1 ÓPTICA** ..... **4**

2.1.1 LENTES ..... 4

2.1.1.1 Lentes nos LEDs ..... 4

2.1.3 Fotometria ..... 7

2.1.3.1 Curva Fotométrica ..... 8

2.1.3.2 IES (Illuminating Engineering Society) ..... 8

2.1.4 História da Optimização dos Sistemas Ópticos ..... 9

**2.2 Algoritmo Genético (AG)** ..... **10**

2.2.3 Vantagens e desvantagens sobre outras técnicas ..... 12

3. Optimização de Lentes ..... 13
3.1 Descrição global do problema .....13
3.2 Especificações da Luminária e Lente .....14
3.3 Programa de Optimização da Lente (com o AG).....14
3.3.1 Descrição do Início do AG ..... 16
3.3.2 Descrição do Ciclo do AG ..... 22
3.3.3 Descrição da FUNÇÃO DE AVALIAÇÃO ..... 25
3.3.3.1 ALGORITMO ÓPTICO .....25
3.3.3.2 Tipos de Objectivos da Função de Avaliação (FA) .....35
4. Resultados..... 38
4.1 TIPO 1 (FA) .....41
4.2 TIPO 2 (FA) .....47
4.3 TIPO 3 (FA) .....50
5. Conclusões ..... 55
6. Trabalho Futuro ..... 57
7. Bibliografia ..... 58
Anexos..... 61
Anexo A .....61
Evolução dos sistemas de iluminação .....61
LED .....62
História do LED ..... 62
Principais vantagens do LED ..... 64
Maior eficiência energética .....65
Principais desvantagens do LED ..... 67
O objectivo do custo-eficiência de produção: ..... 67

Motivação para o uso dos LEDs ..... 67
**Anexo B .....69**
**Óptica .....69**
História da Óptica ..... 69
**Lentes .....70**
Tipos de Lentes ..... 70
Propriedades da Imagem ..... 71
Injeção de compressão de lentes híbridas ..... 72
**Anexo C .....73**
**Ray tracing.....73**
**Anexo D .....74**
**Algoritmo Genético.....74**
História do AG ..... 74
Aplicações dos AGs ..... 75
**Anexo E .....76**
Interface do Simulador ..... 76

# Lista de Figuras

Figura 1: Exemplos de vários tipos de lentes para LED. No lado esquerdo lentes secundárias, no lado direito, lentes primárias, apontadas pelas setas [5] [6] [7].....5
Figura 2: Exemplo de iluminação pública a LED [11].....6
Figura 3: (a) Combinação de um LED e uma lente óptica de forma livre; (b) Luminária empregando múltiplos LEDs e lentes de forma livre/*freeform* [8] ; (c) Placa com múltiplos LEDs e Lentes *freeform* diferentes [9].....6
Figura 4: Curvas de sensibilidade do olho humano nas regiões limite (escotópica e fotóptica) [13] .....7
Figura 5: Curva fotométrica (do tipo IES) feita num programa de simulação de iluminação [15].....8
Figura 6: Os vários passos do ciclo do Algoritmo Genético [19] .....11
Figura 7: Esquema do Programa de Optimização implementado, com a especificação, entre chavetas, dos INPUTs (nem todos foram usados).....13
Figura 8: Luminária com a ampliação do LED e Lente [21] .....14
Figura 9: Fluxograma do Algoritmo Genético implementado .....15
Figura 10: Fluxograma da População Inicial.....16
Figura 11: Exemplo que mostra a geração dos pontos não fixos distribuídos de forma uniforme (pontos 4 a 16) .....17
Figura 12: Exemplo de uma melhor lente inicial com a Mutação Inicial em Bico com número de pontos par (*variacao_max_inicial_bico* = 0,01*)* .....18
Figura 13: Exemplo de uma melhor lente inicial com a Mutação Inicial em Bico com número de pontos ímpar (*variacao_max_inicial_bico* = 0,01*)* .....18
Figura 14: Esquema que ilustra a Mutação Inicial de todos os pontos entre um certo valor variacao_max_inicial, a partir da forma rectangular (as setas indicam a variação nos pontos) .....18
Figura 15: Exemplo de uma melhor lente inicial com a Mutação Inicial de todos os pontos (*variacao_max_inicial_todos_pontos* = 0,02).....19
Figura 16: Exemplo de uma melhor lente inicial com a Mutação Inicial Mista. Neste caso, a melhor lente inicial é com a Mutação Inicial em Bico .....19
Figura 17: Exemplo da geração de 7 raios de luz tal como é gerado na função "Gera raios" e o caso de um raio que é refratado (a laranja).....20

Figura 18: Método de ordenação de uma tabela Quicksort [22] ..... 21
Figura 19: Exemplo de uma lente em que se aplica a Reprodução por Mutação de todos os pontos (as setas indicam a variação nos pontos) ..... 22
Figura 20: Exemplo de uma lente em que se aplica a Reprodução por Mutação Intermédia Homogénea (as setas indicam a variação nos pontos) ..... 23
Figura 21: Saída do 1º raio incidente do LED ..... 25
Figura 22: Interseção do 1º raio incidente na parte superior da lente ..... 26
Figura 23: Exemplo de um caso genérico de interseção de uma semi-recta (raio incidente) num segmento entre dois pontos [A, B] ..... 26
Figura 24: Traçado do raio refletido 1, e raio transmitido 1 (depois da 1ª interseção na parte superior da lente) ..... 28
Figura 25: Simetria dos raios transmitidos, e o ângulo crítico. (com $c1 = 1\eta1$; $c2 = 1\eta2$ ) [23] ..... 32
Figura 26: a) para um material mais denso: $\eta1 < \eta2$, b) de um material mais denso:$\eta1>\eta2$ [24] ..... 33
Figura 27: Interseção do raio transmitido 1 na parte inferior da lente ..... 34
Figura 28: Traçado do raio refletido 2, do raio transmitido 2, e sua interseção no segmento chão ..... 35
Figura 29: Iluminação com 100 raios de luz no ponto desejado x = 0 ..... 36
Figura 30: Iluminação com 110 raios de luz distribuídos de forma uniforme em 11 parcelas em x, entre [-4; 4] ..... 37
Figura 31: Iluminação com 100 raios de luz distribuídos num certo padrão desejado, em 10 parcelas em x, entre [-3,5; 4,5] ..... 37
Figura 32: Em cima: distribuição dos raios luminosos no solo, do tipo 1 da FA. Em baixo: traçado dos raios desde que saem do LED até ao chão (vista a 2D, com a medida da altura e do chão em metros) ..... 45
Figura 33: Melhor Lente final encontrada. A imagem de cima tem só o desenho da lente, enquanto a de baixo, além da lente, tem os raios luminosos a sair do LED e retas normais aos segmentos da lente (feito no MatLab). Medidas referenciadas no subcapítulo 3.2. ..... 46
Figura 34: Melhor Lente final encontrada. A imagem do lado esquerdo tem só o desenho da lente, enquanto a outra, para além da lente, tem os raios luminosos e retas normais aos segmentos da lente (feito no MatLab) ..... 49

Figura 35: Em cima: distribuição dos raios luminosos no solo, do tipo 2 da FA. Em baixo: traçado dos raios junto ao chão (vista a 2D, com a medida da altura e do chão em metros) ..... 49
Figura 36: Melhor Lente final encontrada. A imagem de cima tem só o desenho da lente, enquanto a de baixo, além da lente, tem os raios luminosos e retas normais aos segmentos da lente (feito no MatLab) ..... 53
Figura 37: Em cima: distribuição dos raios luminosos no solo, do tipo 3 da FA. Em baixo: traçado dos raios junto ao chão (vista a 2D, com a medida da altura e do chão em metros) ..... 54
Figura 38: Evolução temporal dos sistemas de iluminação ..... 61
Figura 39: Evolução da eficiência luminosa para diferentes tipos de iluminação [25] ..... 62
Figura 40: Tipos de LED ..... 63
Figura 41: Componentes do LED [28] ..... 64
Figura 42: Zonas de incidência da luz por uma luminária [13] ..... 66
Figura 43: a) Lente de Nimrud [2] ; b) Lentes de Visby [31] ..... 70
Figura 44: Várias formas de Lentes Simples Convergentes [4] ..... 70
Figura 45: Várias formas de Lentes Simples Divergentes [4] ..... 70
Figura 46: Pseudo-código para *Ray Tracing* [23] ..... 73
Figura 47: Esquema geral do *Ray Tracing* [33] ..... 73
Figura 48: Primeira Janela, com os vários parâmetros de entrada inicial, da População Inicial, e as tabelas de distribuição de luz inicial, subdividida em 11 parcelas ..... 76
Figura 49: Segunda Janela, o resto das tabelas de distribuição luminosa inicial, e o Número de Raios Perdidos Iniciais ..... 77
Figura 50: Terceira Janela, uma parte do decorrer da simulação (cálculos dentro do Ciclo AG) ..... 77
Figura 51: Quarta Janela, fim do Ciclo do AG, com o cálculo dos vários parâmetros finais, mostragem dos parâmetros usados no Ciclo do AG, e as tabelas de distribuição luminosa final ..... 78
Figura 52: Quinta Janela, o resto das tabelas de distribuição luminosa final, e o Número de Raios Perdidos Finais ..... 78

# Lista de Tabelas

Tabela 1: Vários passos de criação de um AG genérico [14] .....11
Tabela 2 - Diferentes valores dos Parâmetros de Entrada do AG e da População Inicial em cada simulação do programa para o Tipo 1 da FA .....41
Tabela 3: Diferentes valores dos Parâmetros do Ciclo do AG em cada simulação do programa para o Tipo 1 da FA .....43
Tabela 4: Diferentes valores dos Parâmetros de Entrada do AG e da População Inicial em cada simulação do programa para o Tipo 2 da FA .....47
Tabela 5: Diferentes valores dos Parâmetros do Ciclo do AG em cada simulação do programa para o Tipo 2 da FA .....48
Tabela 6: Diferentes valores dos Parâmetros de Entrada do AG e da População Inicial em cada simulação do programa para o Tipo 3 da FA .....51
Tabela 7: Diferentes valores dos Parâmetros do Ciclo do AG em cada simulação do programa para o Tipo 3 da FA .....52

# Lista de Abreviaturas

**AG** - Algoritmo Genético.

**FA** - Função de Avaliação.

**HPS** - High Pressure Sodium.

**IES** - Illuminating Engineering Society.

**IRC** - Índice de Restituição Cromática.

**LED** - (Light-emitting diode).

**PMMA** - Polimitel-metacrilato.

**RIT** - Reflexão Interna Total.

# 1. Introdução

## 1.1. Contextualização

Desde a 1ª Revolução Industrial, de meados do século XVIII (no Reino Unido) / início do século XIX (internacionalmente), que houve também uma grande revolução energética, na passagem de fontes de energia motriz de tração animal, trabalho braçal humano, para a obtenção de energia através de combustíveis fósseis (carvão, gás e petróleo). Com isso, criou-se novas condições para o aparecimento de máquinas mais potentes que desempenhavam com maior eficácia as mesmas funções.

Durante o século XX deu-se uma grande aceleração tecnológica baseada neste tipo de energia. As transformações foram profundas a nível científico, tecnológico, social, etc. No entanto, estes recursos não são ilimitados e as consequências ambientais que resultam da sua utilização intensiva, veio trazer um problema que não se colocava antes, a sustentabilidade do planeta.

Atualmente vivemos uma fase de mudança de paradigma energético. A consciência ambiental (preservando as conquistas sociais deste século) promoveu a busca de fontes de energia mais limpas/ecológicas, acessíveis e sustentáveis. São o caso das fontes de energia renováveis (à escala humana ilimitadas), ao mesmo tempo que se procurou optimizar a eficiência energética, reduzindo assim o consumo de energias fósseis.

É segundo este princípio de melhoria da eficiência energética que surge o presente trabalho. Nele, propõem-se o estudo da optimização de sistemas de iluminação recorrendo à tecnologia LED. Mais especificamente, as lentes são para utilizar nas luminárias a LED, porque por norma, o LED tem baixo fluxo luminoso (luminância), problemas graves de encadeamento e irradiam luz em direcções inadequadas.

Uma lente *freeform*, como a que se calcula neste trabalho, é uma das soluções para resolver os problemas antes referidos da tecnologia de iluminação a LED. Desta forma, é possível uma utilização bastante melhor do LED, e conseguir que eles sejam bastante mais viáveis em relação a outras tecnologias de iluminação.

No contexto atual, em que os governos mundiais definem metas ambiciosas para a redução das emissões globais de carbono em 80% dos níveis atuais até 2050, é importante a implementação deste tipo de tecnologias. Pelas suas caraterísticas de

eficiência energética esta tecnologia é considerada globalmente como o futuro no seu ramo.

Falando do presente, em Junho de 2012, realizou-se a Conferência das Nações Unidas sobre Desenvolvimento Sustentável, Rio+20, que deu um importante contributo para definir a agenda do desenvolvimento sustentável para as próximas décadas, falando da importância, e bom contributo nesse sentido da iluminação a LED. [1]

## 1.2. Motivação

### 1.2.1. Motivação do trabalho

A próxima geração de iluminação a LED vai ter uma eficiência muito elevada, iluminando apenas as áreas pretendidas, na proporção necessária e suficiente. As lentes que se usam para obter esse resultado, quando projetadas "à mão" (usando software de projeto de lentes), têm tendência para criar "manchas de iluminação", provocando não uniformidades indesejáveis na iluminação. Pretende-se desenvolver um software "inteligente" para optimizar essas lentes de forma automática, eliminando as manchas de iluminação sem prejudicar a distribuição optimizada da luz.

O facto de se usar um Algoritmo Genético (AG) é também uma motivação. Os AGs têm sido cada vez mais implementados em diversas áreas científicas com excelentes resultados, como parte de uma evolução em resolução/optimização de problemas, e também com a junção (hibridação) de outros algoritmos de optimização.

## 1.3. Objetivos

Os objectivos principais deste trabalho são:

- Desenvolvimento dos algoritmos para a parte física/óptica;
- Desenvolvimento do Algoritmo Genético (AG), para encontrar a forma optimizada da lente para diferentes tipos de Função de Avaliação (FA);
- Elaboração de testes para compreensão dos resultados obtidos para diferentes tipos de parâmetros de entrada do AG, da população inicial e do ciclo do AG;
- Visualização gráfica da lente, e dos diferentes tipos de distribuição luminosa.

## 1.4. Estrutura desta Dissertação

Esta dissertação é composta por seis partes.

• **Primeira Parte:** Introdução – Faz-se uma contextualização do porquê, e para quê, de se ter feito este trabalho; o que motivou, tanto na aplicação, como no projecto em si; e os Objectivos.

• **Segunda Parte:** Estado da Arte - Descreve-se de forma sucinta a parte da Óptica, com matéria sobre Lentes; Fotometria e História da Optimização dos Sistemas Ópticos. No final, fala-se brevemente sobre os Algoritmos Genéticos. Em Anexos existe muito conteúdo que não foi possível introduzir aqui, com uma maior descrição do Estado de Arte.

• **Terceira Parte:** Optimização da Lente – Mostra-se um esquema com as entradas e as saídas do programa de Optimização, um fluxograma do Algoritmo Genético e do subprocesso População Inicial, com a descrição de cada parte dos fluxogramas. Por fim, explica-se melhor o processo mais importante do AG, a Função de Avaliação, com a descrição detalhada do Algoritmo Óptico (que está dentro da FA).

• **Quarta Parte:** Resultados – Obtiveram-se, para cada tipo de objectivo da FA, tabelas com os valores de cada parâmetro do programa de optimização, bem como as imagens das melhores lentes encontradas e sua distribuição luminosa.

• **Quinta Parte:** Conclusões – Discussão do trabalho no geral, com a evolução do trabalho realizado e do conhecimento obtido. Apresentam-se ainda conclusões acerca dos resultados, para cada tipo de FA.

• **Sexta Parte:** Trabalho Futuro – Descrição, ponto-a-ponto, do que pode ser feito posteriormente, por ordem decrescente de prioridades.

# 2. Estado da Arte

## 2.1 ÓPTICA

A palavra Óptica é derivada do grego antigo, que refere-se a “questões da visão”.

A óptica é um ramo da Física que estuda o comportamento e as propriedades da luz e da sua interação com a matéria [2] [3].

### 2.1.1 LENTES

Lentes são sistemas ópticos de grande utilização, que transmitem e refletem a luz, convergindo ou divergindo os raios de luz. A forma da lente, e o seu índice de refração, determinam o seu comportamento. Este é determinado sobretudo pelo formato da lente, pois o índice de refracção, na grande maioria dos casos, é maior do que o do ar - ambiente em que a lente geralmente está imersa - e apresenta uma gama de variação pequena [4].

Ultimamente, grande parte das lentes é feita de um material chamado acrílico/PMMA (Polimitel-metacrilato), uma alternativa ao vidro. É um termoplástico rígido, de alta resistência, leve, incolor, com elevado nível de transparência, o que reduz a quase zero a atenuação de luz que passa pela lente [9] [10].

#### 2.1.1.1 Lentes nos LEDs

As Lentes tal como se falou anteriormente, conseguem manipular de várias formas a luz. Uma vez que os LEDs produzidos ainda têm baixo fluxo luminoso (mesmo agrupando vários) em relação a outras fontes de luz (como fluorescentes), isso acaba por prejudicar o maior uso de LEDs em vários tipos de aplicação para iluminação. O uso de lentes nos LEDs é um fator importante para aumentar a eficiência/eficácia luminosa.

Dependendo da aplicação que se queira dar às lentes, elas podem: focar a luz na direção desejada; criar um diferencial preciso de luz; uniformizar a distribuição de luz; criar padrões de luz, etc.

Lentes primárias (ou integradas) são lentes que já estão embutidas no LED (integrada na base/corpo do LED), e são uma forma de alcançar uma característica de emissão mais apropriada. Lentes secundárias são lentes colocadas à frente dos LEDs,

oferecendo uma flexibilidade maior, porque elas podem ser adaptadas para optimizar cada aplicação.

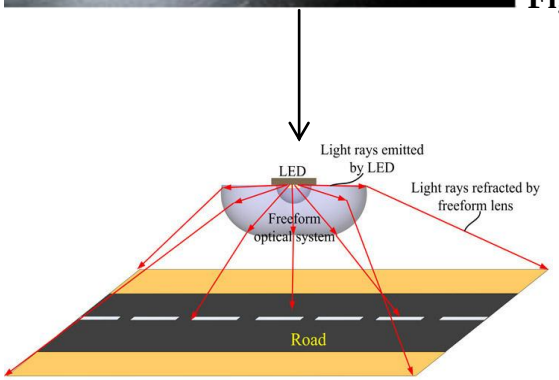
Em baixo, na figura, vê-se vários tipos de lentes, tanto secundárias, como integradas.

**Figura 1:** Exemplos de vários tipos de lentes para LED. No lado esquerdo lentes secundárias, no lado direito, lentes primárias, apontadas pelas setas [5] [6] **[7]**.

Um factor que desempenha um papel importante em aplicações de iluminação de estradas, é o seu coeficiente de utilização. Ele mede a luz que realmente chega ao plano desejado (por exemplo no chão/estrada), como uma percentagem da luz total produzida pela luminária. As lâmpadas de sódio de alta pressão (HPS) têm sido amplamente empregadas como luzes de rua por causa de sua eficácia. No entanto, é impossível para confinar todos os raios de luz emitidos a partir de uma fonte de grande tamanho HPS dentro da região alvo, o que resulta em poluição luminosa e desperdício de energia.

Dado o pequeno tamanho dos LEDs (aproximadamente 1 mm2), eles podem ser combinados com as lentes *freeform,* especialmente concebidas para melhorar a utilização da luz. Em vez de uma forma tradicional esférica, as lentes *freeform* têm várias superfícies curvas complexas sem qualquer simetria prescrita. Controlam com precisão a luz, para obter uma distribuição de energia luminosa desejada. Tais sistemas ópticos são projetados para iluminação de estradas. Cada raio de luz, emitido a partir de um díodo emissor de luz, montado sobre uma placa plana, é dirigido pela sua lente para uma região desejada (ver Figura 3 (a) ). Uma lâmpada de rua consiste em muitas lentes LED combinadas (Figura 3 (b) e Figura 3 (c)) [8].

**Figura 2:** Exemplo de iluminação pública a LED [11]




(a)

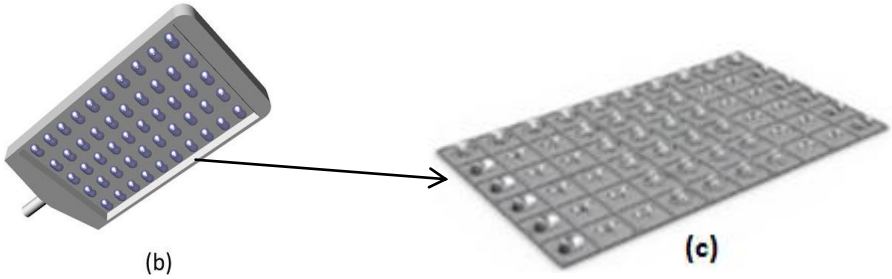



**Figura 3: (a)** Combinação de um LED e uma lente óptica de forma livre; **(b)** Luminária empregando múltiplos LEDs e lentes de forma livre/*freeform* [8] ; **(c)** Placa com múltiplos LEDs e Lentes *freeform* diferentes [9]

### 2.1.3 Fotometria

Faz o estudo da medição das grandezas relativas à emissão, recepção e absorção da luz. É importante para desenvolver técnicas de eficiência luminosa.

O estudo Fotométrico de uma Luminária permite:

- A medição do fluxo luminoso (da lâmpada e da luminária)
- A determinação do rendimento óptico da luminária
- O mapeamento da distribuição angular da intensidade luminosa
- A classificação da luminária de acordo com as normas ABNT, IES, CIE, etc.
- A determinação dos índices de encandeamento (quantidade de luz que encandeia uma pessoa) e poluição luminosa (luz excessiva, desnecessária, e/ou mal direccionada)
- Apresentação dos dados no tipo de ficheiros eletrónicos padrão para simulação em projetos luminotécnicos com software disponível [12]

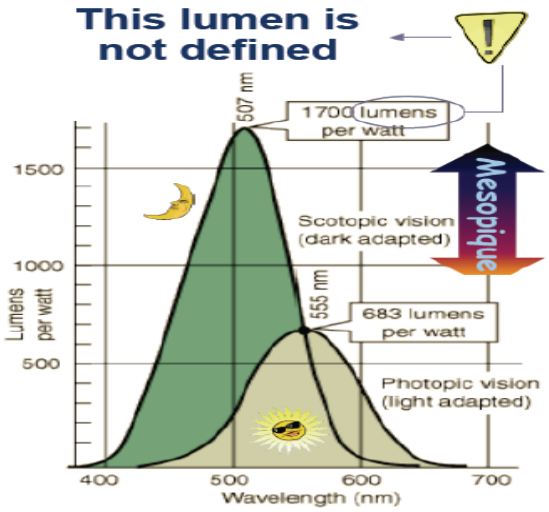



**Figura 4:** Curvas de sensibilidade do olho humano nas regiões limite (escotópica e fotóptica) [13]

A figura anterior representa de forma simples, as curvas de sensibilidade do olho humano nas regiões limite: escotópica - baixos níveis de luminância, não é possível detectar as cores, usada durante a noite, ou ambientes escuros; fotópica - altos níveis de luminância, é possível detectar as cores, usada durante o dia, ou em níveis intermédios de luminosidade. Na Figura 4, no eixo das ordenadas é representada a Eficiência Luminosa (lumen/W), e nas abcissas, o comprimento de onda (nm). A região mesópica está entre as duas. A sensibilidade nesta região depende dos níveis de luminância existentes.

Geralmente, tendo em conta os níveis de luminância habitualmente utilizados, a iluminação pública está na região de visão mesópica.

As propriedades de todas as fontes luminosas são actualmente quantificadas em relação à resposta fotópica do olho humano. Em condições mesópicas esta quantificação está completamente desajustada dos valores de desempenho reais.

Os níveis de luminância em questão são aproximadamente os seguintes:

- Modo fotópico – L>=3,4 cd/m2
- Modo Mesópico – 0,01<L<3,4 cd/m2 ,  L – Luminância
- Modo Escotópico – L<=0,01 cd/m2 [13]

### 2.1.3.1 Curva Fotométrica

É um diagrama polar ou cartesiano que mostra a curva indicadora das intensidades luminosas de um foco de luz, em função da direcção em que esse foco é visionado (Exemplo na Figura 5). Os diagramas são geralmente do tipo polar, e são fornecidos pelos fabricantes de lâmpadas e luminárias (muitos com a norma IES). [14]

### 2.1.3.2 IES (Illuminating Engineering Society)

É um padrão de arquivo que contém informações sobre a distribuição da intensidade de uma fonte de luz. Podem ser aplicados ao modelo tridimensional para criar simulações e estudos precisos de iluminação. Existem programas para criação e visualização deste formato de arquivos (como o DIALux). [14]

Na figura seguinte mostra-se um exemplo de um gráfico polar, ou curva fotométrica.

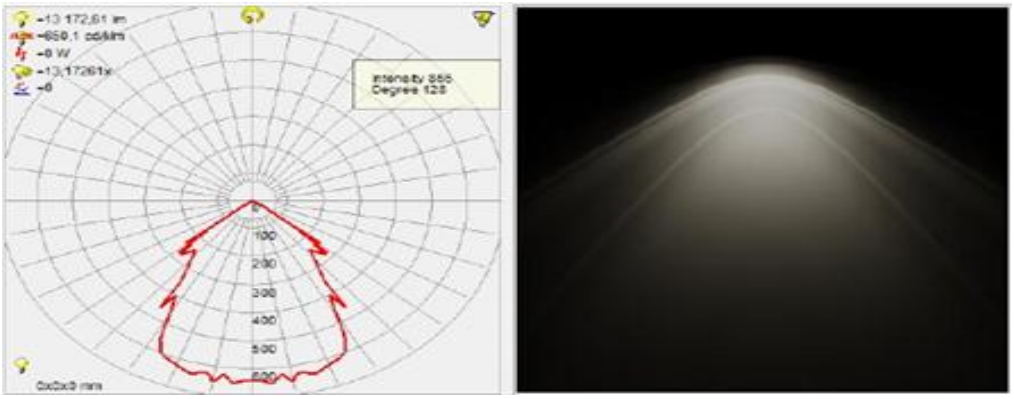


**Figura 5:** Curva fotométrica (do tipo IES) feita num programa de simulação de iluminação [15]

### 2.1.4 História da Optimização dos Sistemas Ópticos

O ramo "projeto de sistemas ópticos" existe há mais de três séculos. É possível projetar um sistema óptico, caso se consiga calcular o traçado dos raios através das superfícies ópticas do sistema. No entanto, só em meados do século XVII os conhecimentos matemáticos e físicos permitiram definir o trajeto de um raio através de um sistema óptico. Apesar destes avanços, até ao início do século XX a maior parte dos sistemas ópticos eram feitos na base da tentativa e erro porque os cálculos eram difíceis e morosos (agravados pelas imprecisões na medida da curvatura e índices de refração dos materiais).

No início do século XX, com o aparecimento das máquinas de calcular mecânicas, o traçado de raios tornou-se cada vez mais comum. Em geral, o tempo para uma pessoa experiente traçar um raio por uma única superfície óptica usando uma máquina de calcular mecânica, era de 10 minutos. Um sistema óptico razoável, possuía cerca de 6 lentes. Dessa forma, levava 2 horas (6 lentes x 2 superfícies x 10 minutos) para traçar um raio por todo o sistema, e uma semana de trabalho (40 horas) para traçar 20 raios pelo sistema. Isso é o número mínimo necessário, para se poder diagnosticar a qualidade de imagem do sistema. Deste modo, pode-se ver claramente que não fazia sentido em falar de otimização de sistemas ópticos naquela época.

Com a invenção do computador na década de 40, houve uma mudança radical na ciência, e em especial na óptica. O tempo típico para traçar um raio numa superfície, passou rapidamente a ser de um segundo. Dessa forma, fazia mais sentido começar a pensar em otimização de sistemas ópticos.

Provavelmente, o primeiro método de otimização a ser usado no projeto de sistemas ópticos, foi o Método dos Mínimos Quadrados, proposto por Rosen e Eldert (1954). Este método foi rapidamente abandonado, por causa de instabilidades, devido à inversão de uma matriz que é próxima de singular, para todos os casos práticos. Passado alguns anos, Girard (1958) propôs o Método dos Mínimos Quadrados Amortecido para o problema, sendo este talvez o método até hoje mais usado (Rayces e Aguilar 2004; Malacara e Malacara, 2003; Vasiljevic, 2002). Outros métodos usados na solução do problema foram: Método de Spencer (Spencer, 1963; Rayces e Aguilar, 2004); Método de Otimização Ortornormal de Grey (Vasiljevic, 2002); e Método de Otimização Adaptativa de Glatzel (Glatzel, 1968, Rayces e Aguilar, 2002 e 2004). Todos estes métodos, apesar de serem de enorme ajuda para o projetista óptico e continuarem a ser amplamente usados há mais de meio século no problema

de otimização de sistemas ópticos, possuem algumas limitações e pontos negativos que limitam a sua performance, tais como:

1. A otimização só é capaz de encontrar um mínimo local;
2. As aberrações, em geral, não são ortogonais entre si;
3. Complexidade do espaço de projeto;
4. É necessário um projeto inicial razoável para uma boa convergência;
5. Há variáveis não contínuas no sistema, que são os tipos de vidro usados nas lentes;
6. A função objectivo/avaliação é extremamente complexa, e só pode ser estimada numericamente.

Atualmente, um computador pessoal é capaz de traçar na casa dos milhões de raios, por uma superfície (de uma lente), em 1 segundo. Um processador Intel core 2 Quad660 por exemplo, permite traçar por volta de 30 milhões de raios por superfície, em 1 segundo. Com esse avanço considerável, não se usa apenas algoritmos de otimização clássicos em óptica, mas também algoritmos evolutivos, que são considerados caros computacionalmente. Eles têm sido aplicados desde a década de 1990, com a proposta de contornar algumas limitações dos métodos clássicos. De entre os diferentes tipos de algoritmos evolutivos, pode-se encontrar aplicados ao problema de otimização de sistemas ópticos: Algoritmos Genéticos; Estratégias Evolutivas; e também Programação Genética. Segundo a literatura, estes métodos de otimização têm apresentado bons resultados no problema de otimização [16].

## 2.2 Algoritmo Genético (AG)

O Sistema de Optimização adoptado para a optimização deste problema, foi o Algoritmo Genético. Vai se introduzir, e explicar um pouco melhor este algoritmo.

O Algoritmo Genético é uma técnica de busca, dentro dos Algoritmos Evolutivos, que se baseia na teoria de evolução de Darwin. É utilizado na ciência de computação para encontrar soluções aproximadas em problemas de optimização e busca. Ele foi formulado principalmente pelo americano John Henry Holland.

É uma área na computação relativamente recente que tem vindo a crescer e ficar cada vez mais popular nos últimos anos [17].

Resumidamente apresenta-se em baixo o processo de criação de um AG (na tabela 1) e na figura 6, os vários passos dele.

**Tabela 1:** Vários passos de criação de um AG genérico [18]

| |
|---|
| 1. **Início** – criação aleatória duma população de n cromossomas (soluções adequadas para o problema) |
| 2. **Adaptação** – verifica-se a função objetivo/avaliação f(x) de cada cromossoma x |
| 3. **Nova população** – uma nova população é gerada através da seguinte repetição, até que a Nova População esteja completa |
| 3.1 **Seleção** – seleciona um par de cromossomas da população, conforme a adaptação de cada um, para serem pais (os mais aptos têm maior hipótese de serem selecionados) |
| 3.2 **Recombinação** (***Crossover***) – com a probabilidade de recombinação, recombinam-se os cromossomas dos pais, gerando-se dois descendentes (filhos). Para a recombinação acontecer, ela deve ser aleatória. Se não se realizar recombinação, a nova geração será uma cópia exata dos pais |
| 3.3 **Mutação** – com certa probabilidade de mutação, o descendente (nova geração) sofre mutação em cada locus (posição do gene nos cromossomas) |
| 3.4 **Aceitação** – colocam-se os descendentes gerados numa nova população, juntamente com a melhor solução da antiga geração |
| 4. **Troca** - substitui-se a antiga população pela nova população, para a próxima iteração do algoritmo |
| 5. **Teste** – se a condição de finalização é satisfatória, **pára-se**, e retorna-se à melhor solução da população atual. |
| 6. **Loop** Voltar ao passo **2** [**Adaptação**] |

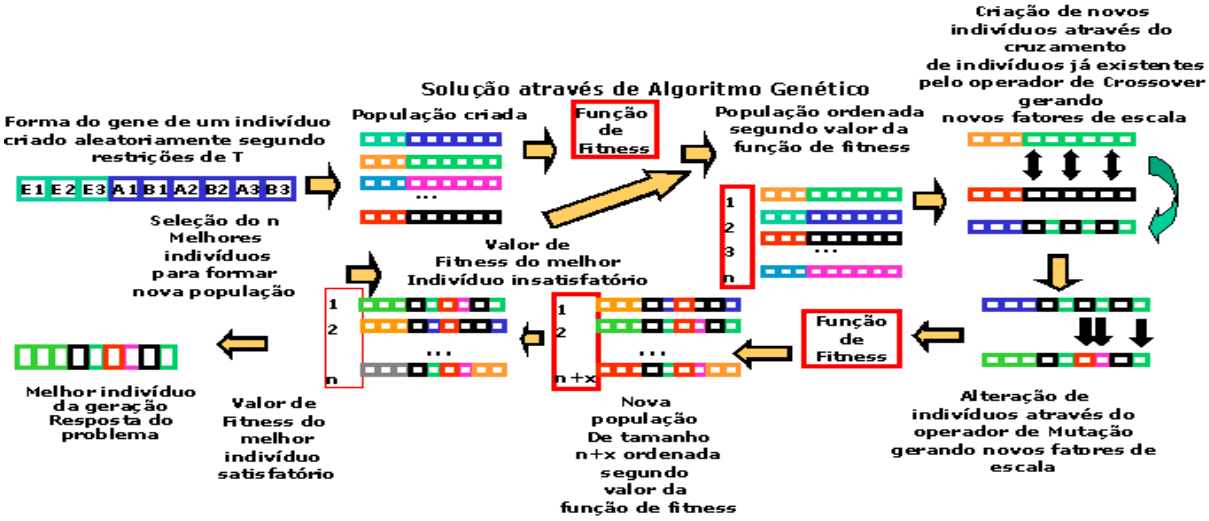



**Figura 6:** Os vários passos do ciclo do Algoritmo Genético [19]

### 2.2.3 Vantagens e desvantagens sobre outras técnicas

Como vantagens, pode-se considerar:

- Não precisarem de conhecimento específico sobre o problema a resolver, e de saber como funciona a Função de Avaliação, apenas tê-la disponível para ser aplicada aos indivíduos e comparar os resultados;
- Operar simultaneamente com as várias soluções, em vez de trabalhar sequencialmente com as técnicas tradicionais;
- Quando se usa para problemas de otimização (na maximização da função-objetivo/avaliação) não são tão afetados pelos máximos locais (falsas soluções) que outras técnicas mais tradicionais;
- É bastante fácil de executar em arquiteturas massivas modernas em paralelo;
- Capaz de lidar com funções discretas e contínuas;
- Consegue funcionar com múltiplos objectivos;
- Boas técnicas para resolver problemas de busca com espaços de busca intratavelmente grandes, que não podem ser resolvidos por técnicas habituais;

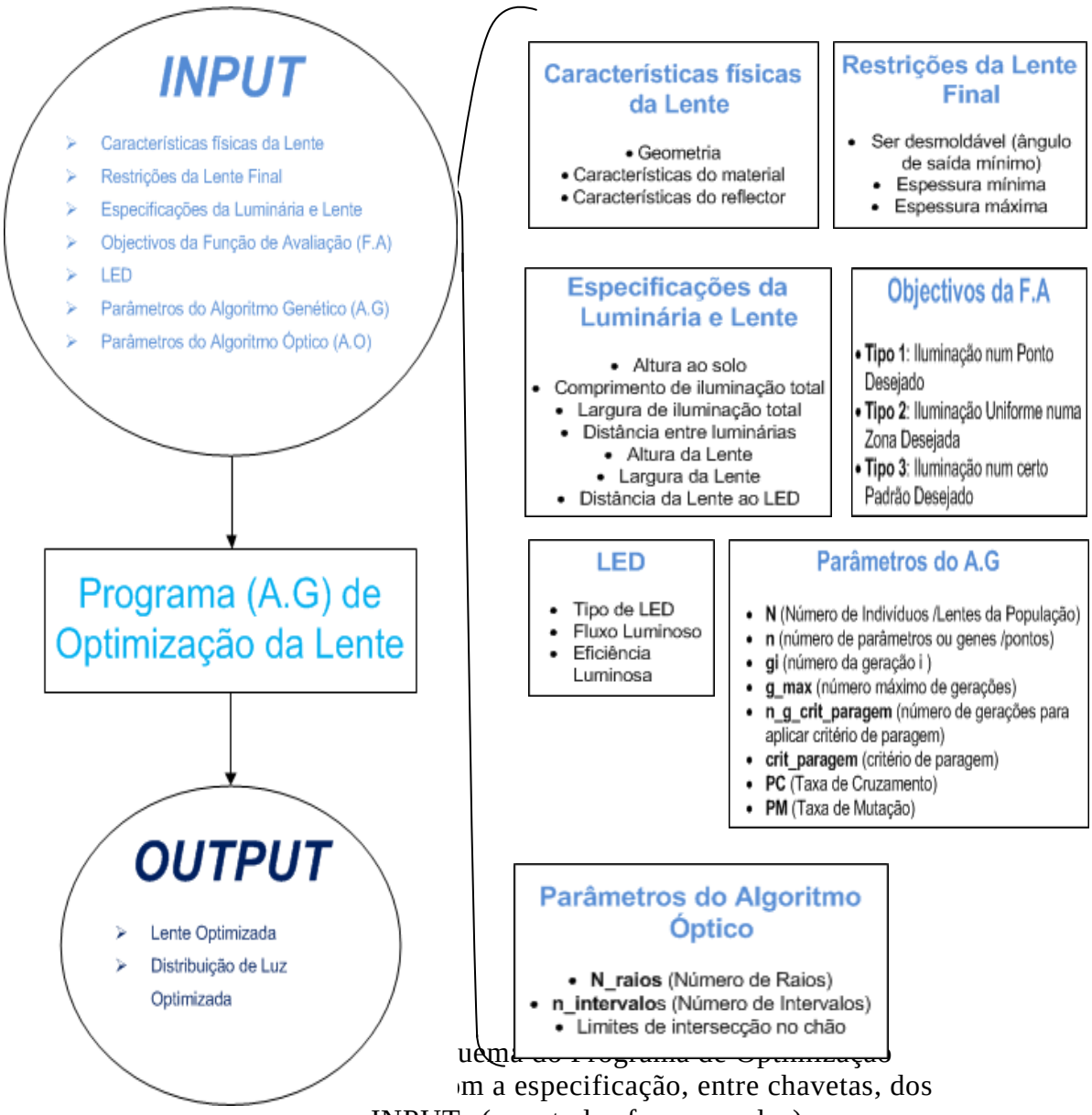
Por outro lado, como desvantagens:

- Utilizar operadores probabilísticos, em vez de operadores usuais determinísticos;
- Poder levar muito tempo a convergir, ou não convergir totalmente, variando de acordo com os parâmetros usados (tamanho da população, número de gerações, etc);
- Convergir prematuramente [20].

# 3. Optimização de Lentes

## 3.1 Descrição global do problema

Para entender melhor as funcionalidades do programa implementado, apresenta-se, na figura seguinte, um esquema em que se mostra o Input, com as entradas que são necessárias, e o Output, que é a saída final desejada.




uema do Programa de Optimização
m a especificação, entre chavetas, dos INPUTs (nem todos foram usados)

*Observação*: Foi garantido, tal como é descrito acima nas Restrições da Lente Final, que a lente é desmoldável (dá para retirar a lente do molde), por se ter posto a

condição de manter fixa a abcissa de cada ponto da superfície inferior da lente, e variar só a altura (ordenada) desses pontos, mantendo sempre uma espessura mínima especificada para a lente.

## 3.2 Especificações da Luminária e Lente

Vai-se representar (na figura 8), e especificar em baixo, as características da Luminária e da lente deste trabalho.

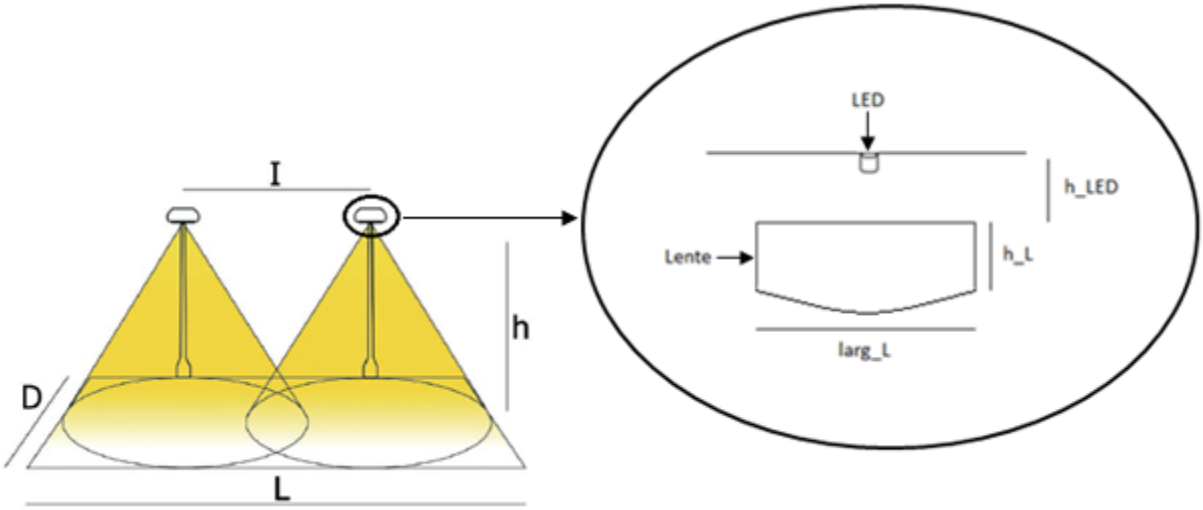



**Figura 8:** Luminária com a ampliação do LED e Lente [21]

Os parâmetros da Figura 8 são:

h – Altura ao solo (com valores típicos de 10 m);
L – Comprimento da Iluminação Total;
D – Largura da Iluminação Total;
I – Distância entre luminárias;
h_L – Espessura da Lente inicial (com valores típicos de 0.002 m = 2 mm);
*Nota*: medida desde o ponto fixo superior, ao inferior da lente;
larg_L – Largura da Lente (com valores típicos de 0.02 m = 2 cm);
h_LED – Distância entre o LED e a Lente (com valores típicos de 0.002 m);
A Posição do LED = h + h_L + h_LED = 10 + 0,002 + 0,002 = 10,004 m

## 3.3 Programa de Optimização da Lente (com o AG)

Vai-se agora entrar na área do Programa de Optimização da Lente, sendo a optimização feita por um Método Não-Determinístico, Algoritmo Genético. Mostra-se um fluxograma para perceber melhor como é desenvolvido o problema desde o início até ao fim. Depois é explicado passo-a-passo cada parte (a começar pela População Inicial).

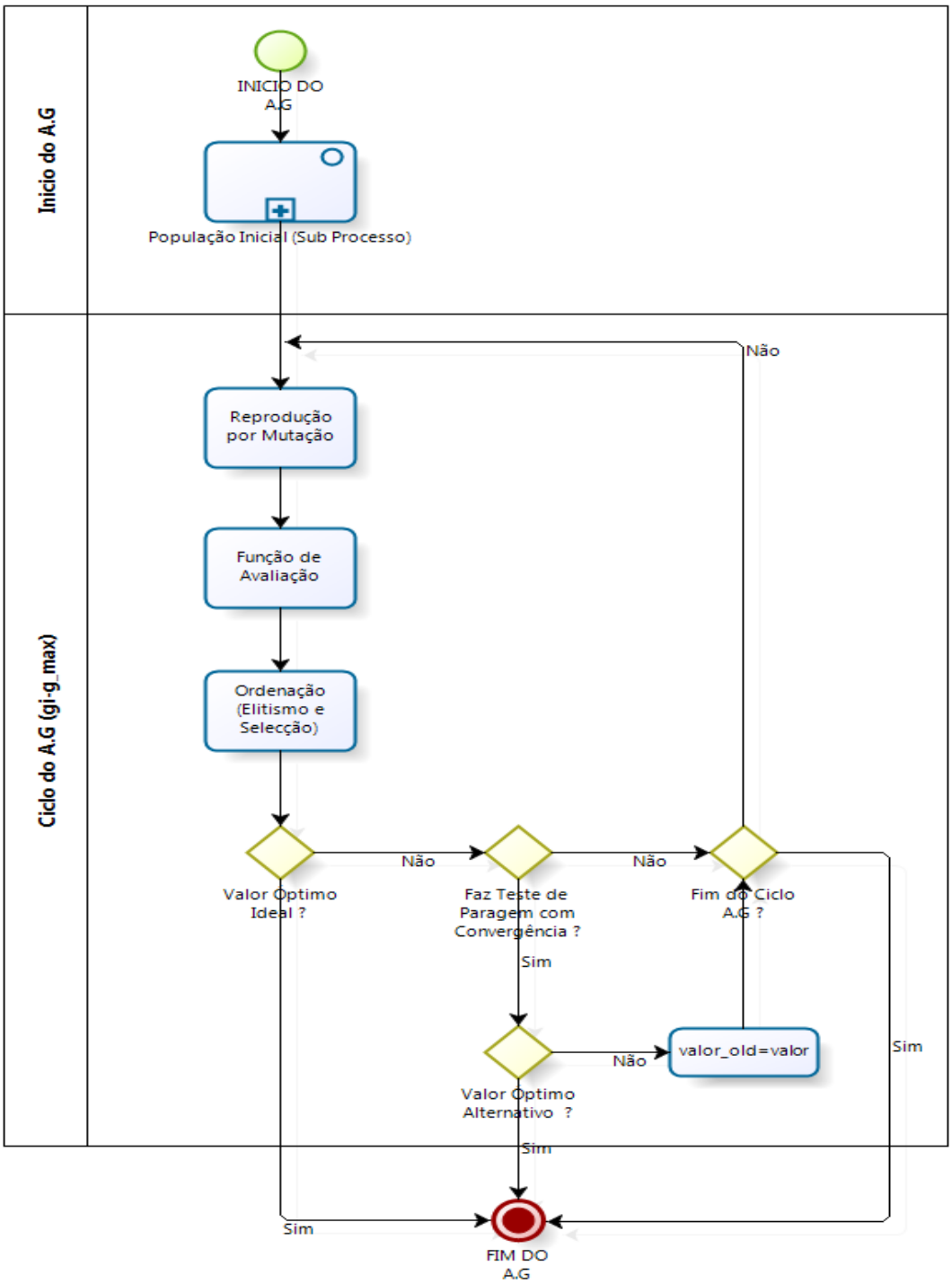
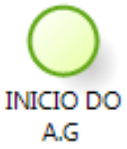


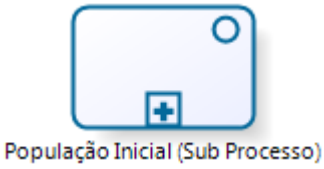

**Figura 9:** Fluxograma do Algoritmo Genético implementado

### 3.3.1 Descrição do Início do AG

INÍCIO DO AG




**População inicial**



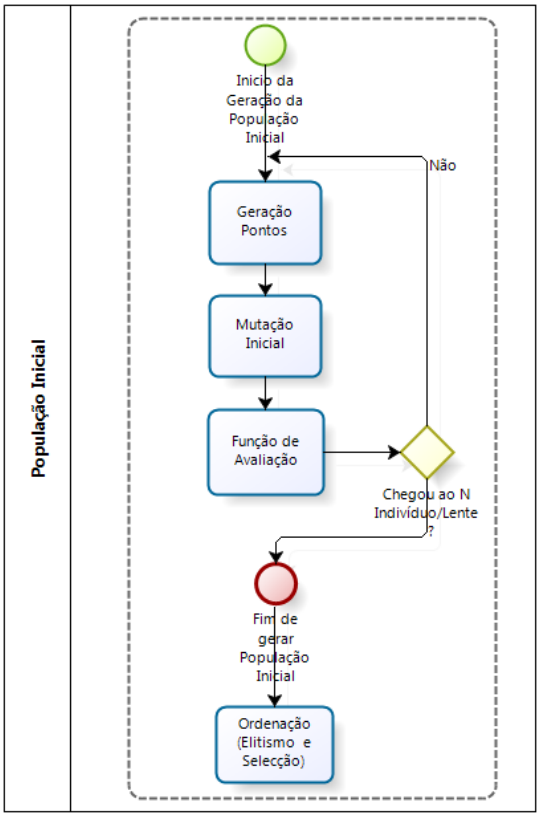
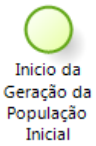



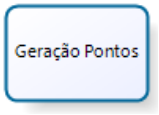

**Figura 10:** Fluxograma da População Inicial

Descreve-se de seguida este subprocesso, a População Inicial.

## INÍCIO DA GERAÇÃO DA POPULAÇÃO INICIAL




Vai começar-se por gerar os pontos da Tabela de Indivíduos/Lentes (a começar no índice 0) com tamanho *N* (Geração de Pontos)**.**




### Geração de Pontos

Inicia a População numa Tabela com *N* Indivíduos/Lentes, com *n* genes/pontos cada, definidos alguns como Fixos, e outros Não Fixos/Variáveis (neste caso na parte inferior da Lente). Todos os Pontos Não Fixos foram distribuídos de forma a estarem distribuídos de maneira uniforme (como se vê na Figura 11). A numeração dos vértices é feita pelo sentido direto (regra da mão direita). Neste caso definiu-se 4 Pontos Fixos e 16 Pontos Não Fixos (lente rectangular), tal como se vê na figura em baixo.

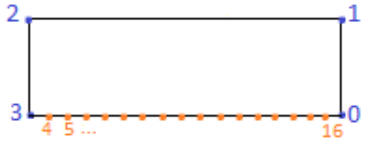
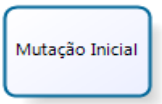



**Figura 11:** Exemplo que mostra a geração dos pontos não fixos distribuídos de forma uniforme (pontos 4 a 16)




### Mutação Inicial

Há vários tipos de Mutação Inicial:

<u>Sem Mutação Inicial</u>: a lente fica com a forma antes descrita, em rectângulo.

<u>Mutação Inicial em Bico</u>: molda a forma da lente para ser em bico, com uma certa *variacao_max_inicial_bico*, que é a variação máxima em *y* (altura do bico) (Figura 12 e 13).

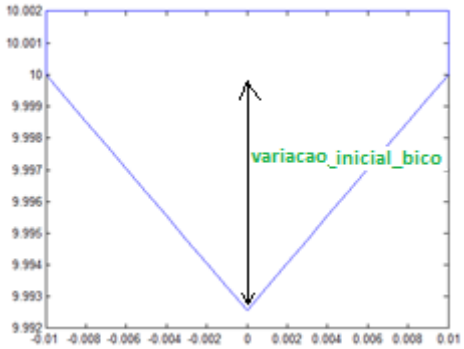



**Figura 12:** Exemplo de uma melhor lente inicial com a Mutação Inicial em Bico com número de pontos par (*variacao_max_inicial_bico* = 0,01*)*

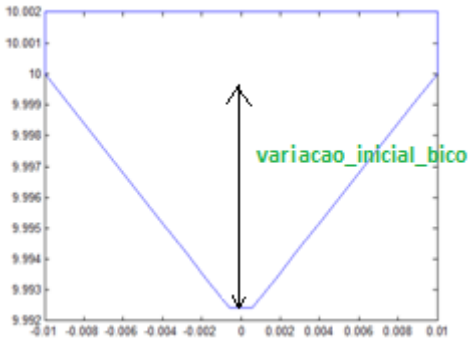



**Figura 13:** Exemplo de uma melhor lente inicial com a Mutação Inicial em Bico com número de pontos ímpar (*variacao_max_inicial_bico* = 0,01*)*

<u>Mutação Inicial de todos os pontos</u>: Variação aleatória de todos os genes/pontos (só a coordenada y dos pontos) de cada Indivíduo/Lente num certo intervalo [-*variacao_max_inicial_todos_pontos*, *variacao_max_inicial_todos_pontos*]. A figura 14 mostra um esquema possível desta Mutação Inicial na lente, e a figura 15 um exemplo prático de uma lente com esta Mutação Inicial.

**Figura 14:** Esquema que ilustra a Mutação Inicial de todos os pontos entre um certo valor variacao_max_inicial, a partir da forma rectangular (as setas indicam a variação nos pontos)

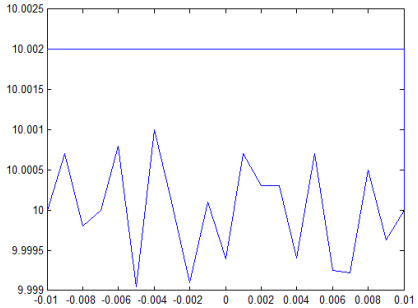



**Figura 15:** Exemplo de uma melhor lente inicial com a Mutação Inicial de todos os pontos (*variacao_max_inicial_todos_pontos* = 0,02)

<u>Mutação Inicial Mista</u>: faz ambas as Mutações iniciais. Uma Mutação Inicial em Bico numa iteração, e uma Mutação Inicial de Todos os Pontos na iteração seguinte (exemplo em baixo).

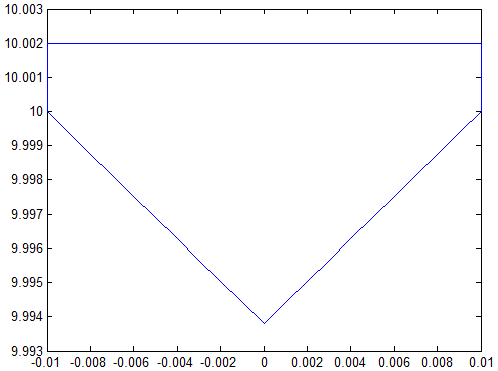
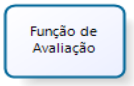



**Figura 16:** Exemplo de uma melhor lente inicial com a Mutação Inicial Mista. Neste caso, a melhor lente inicial é com a Mutação Inicial em Bico

*<u>Nota</u>*: Impõe-se como condição para a lente ser válida que esta variação nos Pontos Não Fixos não ultrapasse um certo limite constante especificado um pouco abaixo do limite superior da Lente, definido entre o Ponto Fixo 1 e 2 (corresponde a especificar uma espessura mínima para a lente).

## Função de Avaliação




A FA é uma função que vai associar cada ponto no espaço de soluções a um número real. Este número permite medir a qualidade de uma solução. Neste caso, sendo um problema de minimização, quanto menor este valor, melhor a solução (no subcapítulo 3.3.3.2 explica-se melhor o cálculo deste menor valor de FA). Na fase inicial, a FA avalia cada lente de toda a População Inicial (*N* Indivíduos/Lentes). A FA é o Processo mais importante do AG (Algoritmo Genético). Implementaram-se 3 tipos de FA, consoante o objetivo desejado, referente a tipos diferentes de iluminação. Vai ser explicado melhor depois, como parte do Algoritmo Óptico e nos Resultados.

Gera raios:

É uma função chamada dentro da FA, que traça/gera os raios desde o ponto fixo 3 ao ponto fixo 0 (corresponde à linha inferior) da Lente de forma uniforme. Definiu-se assim, por forma a aproveitar o máximo número de raios que saem do LED. Sendo a parte superior da Lente um segmento horizontal, pela lei de Snell (explicado depois no Algoritmo Óptico, que faz parte da FA, no subcapítulo 3.3.3.1) os raios transmitidos vão-se aproximar da normal (ver na Figura 17, a cor laranja, um raio transmitido). Isso faz com que todos os raios vão incidir na parte inferior e nenhum incida nos pontos extremos da parte inferior (nos cantos). Dessa forma, aproveita-se ao máximo o Número de Raios que saem do LED, para embaterem todos na Lente, e com isso conseguir avaliar a contribuição de cada raio no resultado final da FA. O Número de Raios é independente do Número de Pontos. Esta vai ser a primeira função a ser utilizada na Função de Avaliação para ligar com o Algoritmo Óptico.

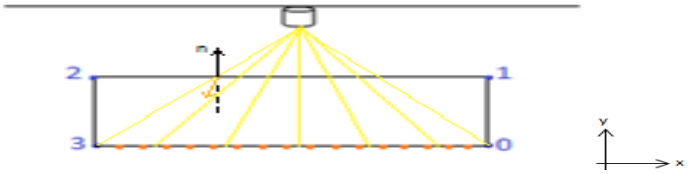
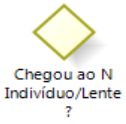



**Figura 17:** Exemplo da geração de 7 raios de luz tal como é gerado na função "Gera raios" e o caso de um raio que é refratado (a laranja)

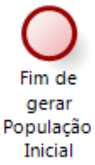
*Nota*: Para saber onde é que os raios luminosos intersetam a lente, define-se cada segmento desde o ponto i ao ponto i+1 (considerando-se o último ponto igual ao primeiro). São numerados pela regra/sentido da mão direita.

## Condição de Paragem da População Inicial

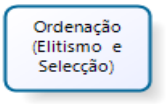



### Chegou ao N Indivíduo/Lente?

Se chegou ao último elemento da Tabela de Indivíduos, termina o ciclo, gerando uma **População Inicial** de tamanho **N** (Número de Indivíduos). Se não, volta ao Processo **Geração de Pontos**, repetindo o ciclo.




## FIM DE GERAR POPULAÇÃO INICIAL




## Ordenação

Ordena todos os Indivíduos/Lentes por ordem crescente do valor da sua FA, ou seja, o melhor indivíduo (que neste caso é o menor, visto ser um problema de minimização) fica em 1º na Tabela de Indivíduos/Lentes. Tal como está entre parênteses no bloco do primeiro fluxograma do subcapítulo 3.3 (Figura 9), a Ordenação acaba por ter subentendido os processos mais conhecidos no Algoritmo Genético: Elitismo (melhores valores da FA no início da Tabela) e Selecção (selecção desses melhores valores). Em termos do método de ordenação, escolheu-se o de Ordenação rápida, Quicksort (figura 18) [22].

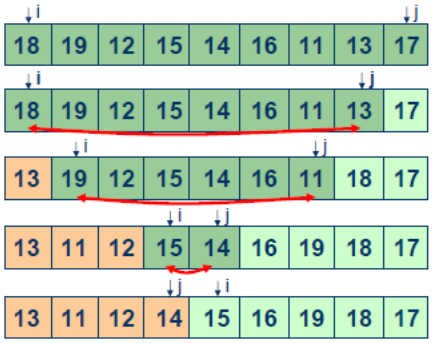
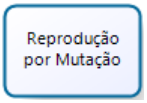



**Figura 18:** Método de ordenação de uma tabela Quicksort [22]

### 3.3.2 Descrição do Ciclo do AG

# Ciclo do AG

Inicia-se agora o ciclo, que vai começar desde **gi** (geração i do ciclo, a começar em 0) até **g_max** (número máximo de gerações). Começando por o processo:




## Reprodução por Mutação

Há dois tipos de Reprodução por Mutação usado neste trabalho que são aplicados em cada Individuo/Lente de forma alternada consoante uma taxa de probabilidade.

<u>Reprodução por Mutação de todos os pontos</u> - Geração aleatória de Indivíduos na segunda metade da Tabela de Indivíduos/Lentes (Filhos) a partir dos Pais (primeira metade), isto é, cada Pai dá origem a 1 Filho por Mutação/Variação (Figura 19):

Filho = Pai + Variação;

A Variação é aleatória e está entre [–*variacao_max*, *variacao_max*]. Ela é aplicada sobre as ordenadas dos Pontos Não Fixos. É imposta uma condição para que estes pontos não ultrapassem um certo valor de modo a garantir uma espessura mínima da lente. Esta Variação é semelhante à usada na Mutação Inicial mas começa com um valor menor (*Valor_inicial_da_variação_máxima_intermédia*) e o seu valor vai variar iterativamente ao longo do ciclo, decrescendo (até ao valor *Variação_Máxima_Final*).

Este Processo é aproximadamente (em termos de AG):

Reprodução ≅ Crossover + Mutação

Este caso mostra-se na figura em baixo.

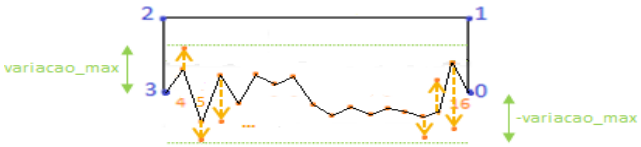



**Figura 19:** Exemplo de uma lente em que se aplica a Reprodução por Mutação de todos os pontos (as setas indicam a variação nos pontos)

Reprodução por Mutação Intermédia Homogénea - Uma Mutação do género da anterior com a diferença que a Variação aleatória nos Pontos Não Fixos no eixo dos y é igual (tudo para baixo, ou para cima) entre cada uma das Lentes/Indivíduos (Figura 20).

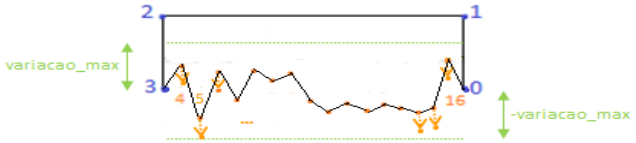
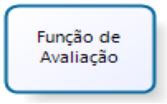


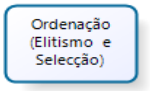

**Figura 20:** Exemplo de uma lente em que se aplica a Reprodução por Mutação Intermédia Homogénea (as setas indicam a variação nos pontos)

## Função de Avaliação




No ciclo do AG a Função de Avaliação vai avaliar só a segunda metade da Tabela de Indivíduos/Lentes (Filhos) já que é essa que sofreu alteração (por a Reprodução por Mutação). A primeira metade já foi avaliada na iteração anterior.

## Ordenação

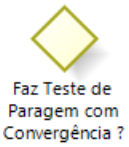



(Igual à ordenação anterior)

# Condições de Paragem do Ciclo AG

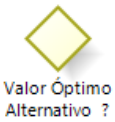
### Valor Óptimo Ideal?

**Valor** < **Valor_Lente_Ideal**? Caso o primeiro valor da Tabela de Indivíduos/Lentes seja menor que um certo valor próximo de zero (tipo 0.01) termina o ciclo do AG. Se não, vai para a condição seguinte.




Faz Teste de Paragem com Convergência?

**gi** % **n_g_crit_paragem**? Verifica se **gi** (geração i) é múltiplo de **n_g_crit_paragem** (número/valor da geração para aplicar critério de paragem por falta de convergência), verificando se o resto da divisão de **gi** por **n_g_crit_paragem** é zero. Por exemplo, para **n_g_crit_paragem** = 100, significa que a cada 100 iterações do ciclo, vai testar a condição de convergência. A condição de convergência é testada a seguir (Valor Óptimo Alternativo).




Valor Óptimo Alternativo?

**Valor** ≅ **Valor_old**? Verifica se o **Valor_old** (melhor valor antigo, **n_g_crit_paragem** atrás) é aproximadamente igual (com precisão alta) ao melhor valor actual da Tabela de Indivíduos/Lentes. Caso não seja, o **Valor_old** fica com o melhor **Valor** actual, e passa para a próxima condição.

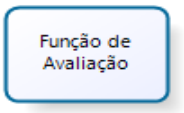
Fim do Ciclo do AG?

**gi** = **g_max**? Caso a geração i chegue ao número máximo de gerações, sai-se do ciclo. Se não, repete o Ciclo AG todo.

Caso alguma das condições anteriores (excluindo a do Teste de Paragem com Convergência) seja verdadeira, o Ciclo AG termina, e com ele o Algoritmo Genético.

FIM DO AG

## 3.3.3 Descrição da FUNÇÃO DE AVALIAÇÃO




Vai-se agora explicar mais a fundo a Função de Avaliação, com a descrição passo-a-passo do Algoritmo Óptico, que começa com a geração dos raios (processo semelhante ao apresentado antes, Gera raios).

No final descrevem-se os vários tipos de Função de Avaliação implementados.

### 3.3.3.1 ALGORITMO ÓPTICO

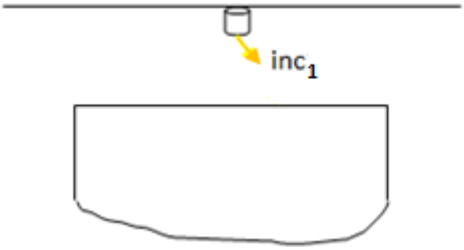



**Figura 21:** Saída do 1º raio incidente do LED

**i.** Sai um raio (semi-recta) incidente $\boldsymbol{inc_1}$; com ponto inicial $P_1$ (neste caso no LED); numa certa direcção, $\boldsymbol{dir_1}$; percorrendo um certo tempo de voo, $t_1$. Esse raio vai ser o *1º raio incidente*. Qualquer raio (neste caso o incidente 1) tem uma fórmula geral, na forma paramétrica (vectores definidos a negrito):

$$\boldsymbol{inc_1}(t_1) = P_1 + \boldsymbol{dir_1}.t_1 \tag{1}$$

Que em 2D equivale a,

$$\boldsymbol{inc_1}(t_1) = \begin{cases} x_1 + \boldsymbol{dir_{1_x}} \cdot t_1 \\ y_1 + \boldsymbol{dir_{1_y}} \cdot t_1 \end{cases} \tag{2}$$

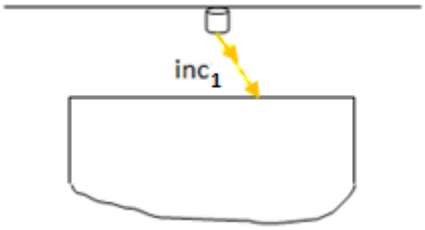



**Figura 22:** Interseção do 1º raio incidente na parte superior da lente

**ii.** Verifica se há interseção do raio incidente ($\boldsymbol{inc_1}$) na parte superior da lente. Se não houver, o raio vai para o ar, considerando-se assim um *raio perdido*.

Se houver (sendo a *1ª interseção*), em 2D, é como se fosse a interseção de uma semi-recta (raio) com um segmento de recta (segmento da lente), definido entre 2 pontos. Vai-se ver isso matematicamente.

Em álgebra linear, se V for um espaço vetorial real, então o segmento de reta que liga o ponto (vetor) *A*, ao ponto *B*, é o conjunto:

$$s(t_s) = t_s.A + (1 - t_s).B\,,\;\; t_s \in [0\,,1] \tag{3}$$

$t_s \in [0\,,1]$, para estar entre os pontos *A*, e *B* do segmento, caso contrário, não há interseção nesse segmento.

Em baixo a figura exemplifica um caso genérico, supondo que o raio incidente irá embater no segmento AB:

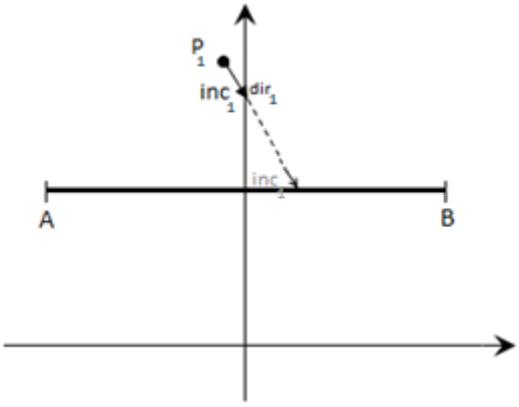



**Figura 23:** Exemplo de um caso genérico de interseção de uma semi-recta (raio incidente) num segmento entre dois pontos [A, B]

Pode-se escrever a equação (3) em *x* e *y*:

$$s(t_s) = \begin{cases} t_s . x_A + (1 - t_s). x_B \\ t_s . y_A + (1 - t_s). y_B \end{cases}, \quad t_s \in [0\,,1] \tag{4}$$

Iguala-se as equações (2) e (4) para calcular a interseção da semi-recta com o segmento de recta (incógnitas $t_1$ e $t_s$):

$$\boldsymbol{inc_1}(t_1) = s(t_s) \;\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + \boldsymbol{dir_{1_x}} \,.\; t_1 = t_s \,.\; x_A + (1 - t_s). x_B & (5) \\ y_1 + \boldsymbol{dir_{1_y}} \,.\; t_1 = t_s \,.\; y_A + (1 - t_s). y_B & (6) \end{cases}$$

De seguida calcula-se os tempos de voo do raio luminoso, $t_1$ e $t_s$. Este último é usado para saber se há interseção no segmento. Havendo, pode-se saber a distância que o raio percorre desde o LED até embater no segmento. Essa distância ($t_1$) é usada para calcular o ponto inicial do raio luminoso seguinte (raio refletido e transmitido). O tempo de voo $t_1$ terá que ser maior que zero para haver interseção. Caso seja negativo, não há interseção. Se for igual a zero, a interseção é no ponto inicial, ou seja, no LED.

Tirando $t_1$de (5), para *x*:

$$t_1 = \frac{x_B - x_1 + (x_A - x_B). t_s}{\boldsymbol{dir_{1_x}}} \tag{7}$$

E de (6), para *y*:

$$t_1 = \frac{y_B - y_1 + (y_A - y_B). t_s}{\boldsymbol{dir_{1_y}}} \tag{8}$$

Vai ser usado um deles. Se $\left|\boldsymbol{dir_{1_x}}\right| > \left|\boldsymbol{dir_{1_y}}\right|$, usa-se a equação (7); se não, a equação (8). Faz-se esta distinção, porque pode haver casos em que $\boldsymbol{dir_{1_x}}$ ou $\boldsymbol{dir_{1_y}}$ é zero, o que faria com que a equação fosse impossível, ou indeterminada, mas isso não implicava que $t_1$ não existisse.

O $t_s$ calcula-se substituindo o $t_1$ de uma das equações (7), ou (8), nas equações (5), ou (6), respectivamente. Vamos supor que se faz para *x*, ou seja, que se substitui a equação (8) em (6). Desenvolvendo os cálculos chega-se a:

$$t_s = \frac{\boldsymbol{dir_{1_x}} \,.\, (y_B - y_1) \;+\; \boldsymbol{dir_{1_y}} \,.\, (x_1 - x_A)}{\boldsymbol{dir_{1_x}} \,.\, (y_B - y_A) \;+\; \boldsymbol{dir_{1_y}} \,.\, (x_A - x_B)} \tag{9}$$

O $t_s$ diz em que ponto do segmento de recta a semi-recta interseta. Se a parte do denominador for zero, o $t_s$ vem como infinito, o que significa que o segmento está paralelo à semi-recta (raio), logo não é possível ter interseção.

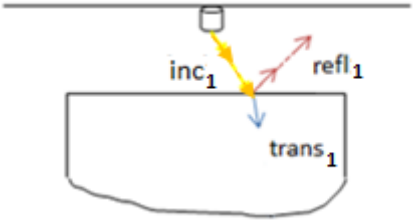



**Figura 24:** Traçado do raio refletido 1, e raio transmitido 1 (depois da 1ª interseção na parte superior da lente)

**iii.** A forma geral do raio transmitido e do raio refletido é:

$$\boldsymbol{trans_1}(t_2) = \mathrm{P}_2 + \boldsymbol{dir_2}.\, t_2 \tag{10}$$

$$\boldsymbol{refl_1}(t_3) = P_3 + \boldsymbol{dir_3}.\, t_3 \tag{11}$$

Só fazendo uso dos cálculos da alínea anterior é possível saber logo o ponto inicial de ambos os raios (ponto de interseção):

$$P_2 = P_1 + \boldsymbol{dir_1}.\, t_1 \tag{12}$$

$$P_3 = \; P_2 = P_1 + \boldsymbol{dir_1}.\, t_1 \tag{13}$$

Isto é válido para qualquer raio transmitido, refletido, que venha a ser calculado futuramente.

Caso haja interseção na lente, calcula-se o *1º raio transmitido/refractado* nesse ponto.

Despreza-se, no caso geral, o cálculo do raio refletido (que tem muito menor intensidade que o raio transmitido). Só se calcula o raio refletido na situação de não haver raio transmitido.

Nesse caso, o *1º raio reflectido* existe se o índice de refracção do meio 1 for maior que o do meio 2 (esta questão é explicada mais à frente).

Os cálculos para encontrar a direcção do 1º raio refletido, $\boldsymbol{dir_3}$, são feitos a partir da Lei de Reflexão.

Para o caso da Lei de Reflexão, a particularidade é que o ângulo de incidência, $\theta_{inc}$ é igual ao ângulo de reflexão, $\theta_{refl}$:

$$\theta_{refl} = \theta_{inc} \tag{14}$$

Usando algumas manipulações algébricas, chega-se à forma final da direcção do raio refletido:

$$\boldsymbol{dir_3} = \boldsymbol{dir_1} + 2.\cos\theta_{refl}.\boldsymbol{n} \ , \qquad \theta_{refl} = \theta_{inc} \tag{15}$$

Acaba por ser uma combinação linear da direcção do raio incidente, $\boldsymbol{dir_1}$, e $\boldsymbol{n}$, a normal ao segmento (assumindo que ambos foram normalizados a vectores unitários).

O cálculo dos raios refractados/transmitidos é feito usando a Lei de Snell, que diz que o produto dos índices de refracção de cada meio/material e os senos dos ângulos devem ser iguais:

$$\begin{gathered} \eta_1.\sin\theta_{inc} = \eta_2.\sin\theta_{trans} \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \sin\theta_{trans} = \frac{\eta_1}{\eta_2}\sin\theta_{inc} \end{gathered} \tag{16}$$

Sendo $\eta_1$, e $\eta_2$ o índice de refracção do raio incidente(o meio de onde se veio), e do refractado (para onde se vai), respectivamente.

$$\frac{\boldsymbol{\eta_1}}{\boldsymbol{\eta_2}} \text{ – índice relativo de refracção} \tag{17}$$

Há vários valores para este índice, de acordo com o tipo de material. Para este caso supôs-se que o índice de refracção do vidro ($\eta_2$) relativamente ao ar ($\eta_1$) equivale:

$$\frac{\eta_1}{\eta_2} \cong \frac{1}{1.8} \cong 0.55 \tag{18}$$

A relação da velocidade da luz no vácuo ($c$), com a velocidade da luz no meio ($v$), e com o índice de refracção ($\eta$), é dada por:

$$\eta = \frac{c}{v} \tag{19}$$

Relacionando (19) com (18), explica-se fisicamente melhor o resultado (18). Equivale ao raio luminoso viajar apenas a 55% da velocidade que viaja no ar/vácuo.

Usando a equação (16), mais a soma vectorial das componentes normais e tangenciais do raio transmitido, e algumas operações algébricas chega-se ao resultado da direcção do raio refratado:

$$\boldsymbol{dir_2} = \frac{\eta_1}{\eta_2}.\boldsymbol{dir_1} + \left(\frac{\eta_1}{\eta_2}.\cos\theta_{inc} - \cos\theta_{trans}\right).\boldsymbol{n} \tag{20}$$

É uma soma vectorial do género da equação (15) do raio refletido, mas com uma parcela a mais que é subtraída (componente em $\boldsymbol{n}\,.\cos\theta_{trans}$).

Desta forma explica-se que $\boldsymbol{trans}$, vector de refracção/transmissão, está em oposição de fase em relação ao vector refletido, $\boldsymbol{refr}$.

É importante notar que o vector normal, $\boldsymbol{n}$, é definido em todos os casos como perpendicular à face da superfície, orientado na direção do primeiro material $\eta_1$, que neste caso equivale a apontar na direção oposta ao raio incidente, $\boldsymbol{inc}$. Isto porque:

$$\cos\theta_{inc} = -\boldsymbol{dir_1}.\boldsymbol{n} \tag{21}$$

e $\boldsymbol{\theta_{inc}}$ tem de ser positivo.

Vai-se manipular o $\cos\theta_{trans}$ para por em função de $\cos\theta_{inc}$ (uma vez que este não é uma incógnita).

Pela Fórmula Fundamental da Trigonometria,

$$\cos\theta_{trans} = \sqrt{1-\sin^2\theta_{trans}} \tag{22}$$

logo pela Lei de Snell de (16):

$$\sin^2\theta_{trans} = \left(\frac{\eta_1}{\eta_2}\right)^2 . \sin^2\theta_{inc} = \left(\frac{\eta_1}{\eta_2}\right)^2 . (1-\cos^2\theta_{inc}) \tag{23}$$

Substituindo em (22):

$$\Leftrightarrow \cos\theta_{trans} = \sqrt{1-\left[\left(\frac{\eta_1}{\eta_2}\right)^2 . (1-\cos^2\theta_{inc})\right]} \tag{24}$$

Por fim chega-se ao resultado final para $\boldsymbol{dir_2}$:

$$\boldsymbol{dir_2} := \frac{\eta_1}{\eta_2} . \boldsymbol{dir_1} + \left(\frac{\eta_1}{\eta_2} . \cos\theta_{inc} - \sqrt{1-\left[\left(\frac{\eta_1}{\eta_2}\right)^2 . (1-\cos^2\theta_{inc})\right]}\right) . \boldsymbol{n} \tag{25}$$

Olhando desde a equação (22) até à (25) reparamos que ela é válida só se o valor debaixo da raiz quadrada não é negativo. Equivale (olhando para a equação (22) ):

$$\sin^2\theta_{trans} \leq 1 \Leftrightarrow \sin\theta_{trans} \leq 1 \tag{26}$$

É interessante reparar que também na equação da Lei de Snell (16), para esta ser válida (e haver sempre raio transmitido):

$$\sin\theta_{trans} = \frac{\eta_1}{\eta_2}\sin\theta_{inc} \leq 1 \Leftrightarrow \tag{27}$$

$$\Leftrightarrow \sin\theta_{inc} \leq \frac{\eta_2}{\eta_1} \tag{28}$$

ou seja, $\eta_2 \geq \eta_1$ (para $\theta_{inc}$ poder ser um ângulo qualquer).

Se $\eta_2 < \eta_1$, $\theta_{inc}$ não pode ser um ângulo qualquer. Se a equação anterior não for satisfeita, não é possível encontrar o raio refractado. O que equivale a não haver transmissão. Tem-se uma *Reflexão Interna Total* (RIT). O ângulo em que isto acontece é chamado *ângulo crítico* $\theta_c$.

$$\sin\theta_c = \frac{\eta_2}{\eta_1} \Leftrightarrow \theta_c = \sin^{-1}\frac{\eta_2}{\eta_1}, \quad \eta_2 < \eta_1 \tag{29}$$

Esta situação acontece quando $\eta_2$ é o índice de refracção do ar (o raio vai da lente para o ar).

Vai-se perceber melhor estes conceitos de reflexão e transmissão vendo a figura seguinte.

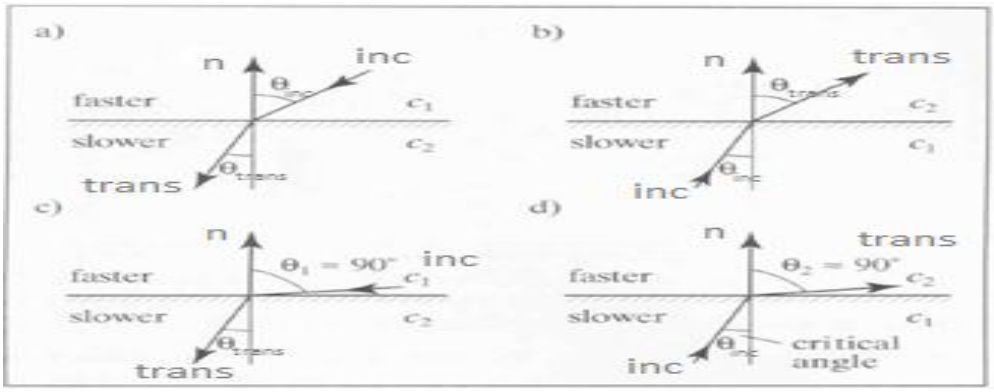



**Figura 25:** Simetria dos raios transmitidos, e o ângulo crítico. (com $c_1 = \frac{1}{\eta_1}$; $c_2 = \frac{1}{\eta_2}$ )

[23]

Para o caso a), nota-se que o raio luminoso inclina-se na direcção da normal ao entrar num meio mais lento, i.e.,

$$\frac{c_2}{c_1} = \frac{\eta_1}{\eta_2} < 1 \tag{30}$$

Relacionando esta equação (30) com a equação principal da Lei de Snell (16) pode-se explicar os ângulos da Figura 25:

$$\begin{cases} \frac{\eta_1}{\eta_2} < 1 \\ \sin\theta_{trans} = \frac{\eta_1}{\eta_2}\sin\theta_{inc} \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{\eta_1}{\eta_2}.\sin\theta_{inc} < \sin\theta_{inc} \\ \sin\theta_{trans} = \frac{\eta_1}{\eta_2}\sin\theta_{inc} \end{cases} \Leftrightarrow \tag{31}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sin\theta_{trans} < \sin\theta_{inc} \\ \sin\theta_{trans} = \frac{\eta_1}{\eta_2}\sin\theta_{inc} \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \theta_{trans} < \theta_{inc}$$

O inverso é verdade também. Quando um raio entra num meio mais rápido, a direcção afasta-se da normal, figura b). A Lei de Snell é completamente simétrica quando os intervenientes ***inc*** e ***trans*** são mudados.

Os casos c), e d) mostra o que antes foi dito sobre o *ângulo crítico* (ângulo menor). Quando o menor ângulo (associado com o meio mais lento) fica suficientemente grande, ele força o ângulo maior para 90º. Um ângulo maior é impossível do ponto de vista de transmissão para o meio 2, acontecendo o tal fenómeno antes referido, *Reflexão Interna Total*. Aumentando mais o ângulo, o raio acaba por não ser transmitido, sendo apenas reflectido [23].

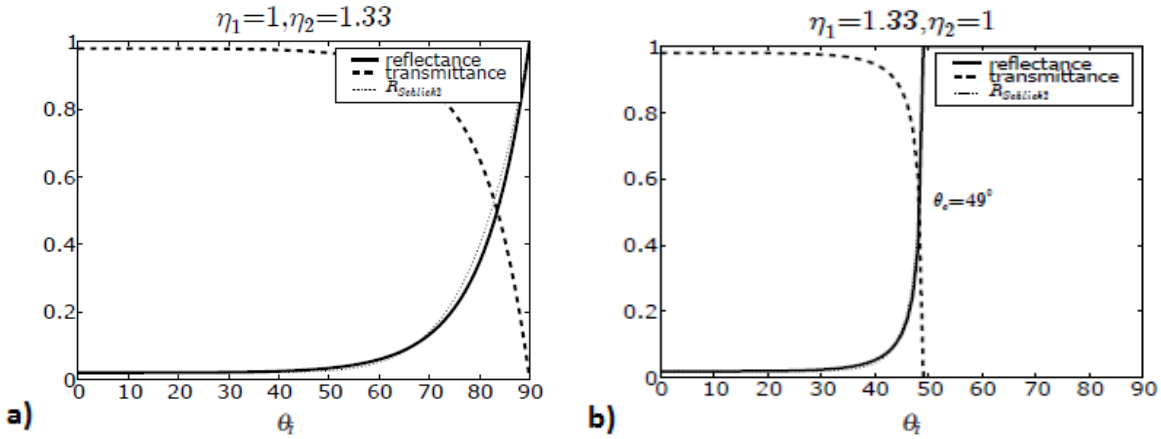



**Figura 26: a)** para um material mais denso: $\eta_1 < \eta_2$, **b)** de um material mais denso:$\eta_1 > \eta_2$ [24]

Tem-se em cima, na figura 26, os gráficos de reflectância, $R(\theta_i)$ e transmitância, $T(\theta_i)$, para dois casos. No eixo dos $x$, temos o ângulo incidente, $\theta_i$, que varia de 0º até 90º, ou desde a perpendicular até incidência a fazer tangente com plano. Em ambos os casos $R(\theta_i)$ aumenta com $\theta_i$ e $T(\theta_i)$ diminui.

Isto vai de acordo com aquilo que se experiência na natureza. Suponha-se o exemplo de estar junto a um lago. Se se olhar para baixo, pode-se ver através da água (vista perpendicular, transmitância alta). Mas se se olhar mais distante, a superfície da água vai refletir para o céu (vista "rasante", reflectância alta). Esta é a situação da Figura 26- a), a reflectância aumenta gradualmente para 1 quando se olha paralelamente à superfície.

A Figura 26-b), corresponde a olhar por debaixo da superfície da água (por exemplo numa piscina). Mais uma vez, se se olhar para cima, pode-se ver através da superfície. Mas

agora, a reflectância aumenta muito mais rápido. Ela atinge o máximo, 100%, antes de $\theta_i$ chegar a 90º. Não é por acaso que o ponto em que isto acontece é exactamente o ângulo crítico $\theta_c$ (na Figura 26 b) é para $\theta_c = 49°$). A reflectância não pode aumentar mais, e a transmitância caiu para zero. Desse ângulo não há mais nenhuma transmissão, apenas reflexão total. Uma vez que o ponto de vista é dentro do material mais denso, chama-se então, *Reflexão Interna Total* [24].

Estes gráficos são para o índice relativo de refracção da água. Para o caso do vidro, os gráficos são idênticos, só que o ângulo crítico será:

$$\theta_c = = \sin^{-1}\frac{\eta_2}{\eta_1} = \sin^{-1}\frac{1}{1.8} \cong 34° \tag{32}$$

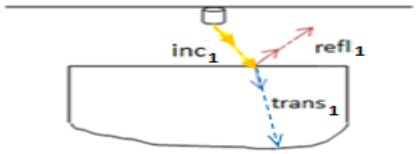



**Figura 27:** Interseção do raio transmitido 1 na parte inferior da lente

**iv.** Depois do primeiro embate na parte superior da lente vê-se onde vai intersectar o *1º raio transmitido*. Quanto ao *1º raio transmitido*, que coincide com o *2º raio incidente*, irá colidir na parte inferior da lente sob a direção, $\boldsymbol{dir_2}$ (calculada antes), ao fim de um certo tempo, $t_2$. Esta será a *2ª interseção*, e o ciclo que foi descrevido no ponto ***iii***. irá repetir-se. Não havendo raio transmitido, vai acontecer o efeito descrito no ponto ***iii***., (*Reflexão Interna Total*, a partir de um certo *ângulo crítico*, $\theta_c$ ). Este *2º raio reflectido* irá andar por dentro da lente, onde pode ser perdido para fora da lente, ou voltar de novo a embater na parte inferior da lente; e o índice de refracção relativo será o inverso do ponto ***iii***, i.e. o índice de refracção do ar ($\eta_2$) relativamente ao vidro ($\eta_1$):

$$\frac{\eta_1}{\eta_2} \cong \frac{1.8}{1} \cong 1.8 \tag{33}$$

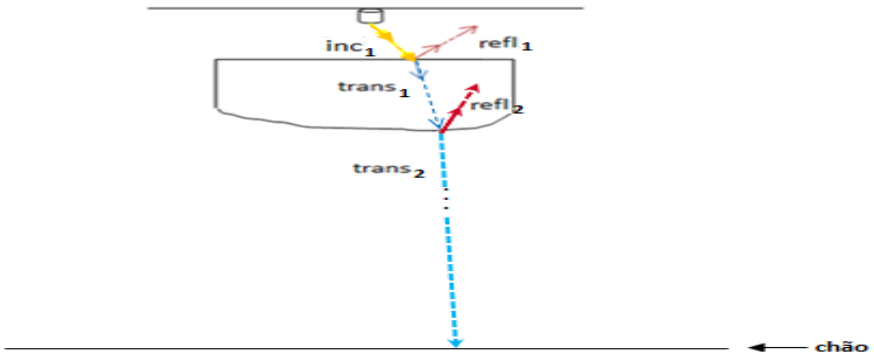



**Figura 28:** Traçado do raio refletido 2, do raio transmitido 2, e sua interseção no segmento chão

**V.** Por fim o *2º raio transmitido* irá embater no chão, num certo ponto no eixo *x*:

$$p_{chao} = \mathrm{P}_4 + \boldsymbol{dir_4}.t_4 \tag{34}$$

(considerando para $y = 0$ e que não existe outros obstáculos depois da lente até ao chão).

Esta será a última interseção e passo do *Algoritmo Óptico*.

### 3.3.3.2 Tipos de Objectivos da Função de Avaliação (FA)

Terminando esta parte óptica (com a interseção do raio no chão), vai se ver em que parte do segmento do chão é que este interseta. Se estiver dentro duma certa zona desejada, é incrementada o elemento da tabela de raios desejados, correspondente a uma dada parcela do chão (foram usadas 10 ou 11 parcelas). Este elemento da tabela vai conter o número de raios embatidos nessa parcela. Caso a interseção do raio no chão não estiver dentro da zona desejada, é verificado se está à direita, ou à esquerda dessa zona. À direita, é posto numa tabela de raios não desejados superiores, e na zona à esquerda, é colocado na tabela de raios não desejados inferiores.

Um raio fora destes limites, se for embater no segmento chão entre uns certos limites definidos (nos Resultados, no capítulo 4, está um exemplo de limites para o segmento chão) é tido como um raio perdido, sendo incrementado um elemento de uma tabela correspondendo ou ao limite superior de raios perdidos, ou ao inferior. Os raios que não intersetam o chão ou que o intersetam fora dos limites são contabilizados como raios perdidos, mas sem ter a sua localização guardada. Isto porque os raios que são

guardados nas tabelas têm as coordenadas deles guardadas dado que vão ser usadas para desenhar a distribuição de luz no chão. Os raios que não intersetam o chão não se desenham. A distribuição de luz no chão guarda em cada parcela a quantidade de raios que ali embateu. O cálculo da largura de parcelas para cada zona é a diferença absoluta entre os limites dessa zona a dividir por o Número de Intervalos (igual para todas as zonas, e usado mais à frente no capítulo dos Resultados).

O AG vai evoluindo de forma iterativa de maneira a excluir as lentes que fazem os raios embaterem tanto nas zonas não desejadas como na zona de raios perdidos e que não embatem no chão.

O valor retornado/final da Função de Avaliação (FA) é dividido pelo Número de Raios, para estar independente deles. Esse valor corresponde genericamente a uma média da distância dos pontos onde os raios intersetam o chão à região desejada (área a iluminar). Este valor final, vai ser calculado de acordo com os diferentes tipos de objectivos (escolhidos pelo utilizador à priori). São eles:

**Tipo 1 (Iluminação num ponto desejado)** - Para cada raio que sai do LED é calculado o somatório da distância (em valor absoluto) do raio embatido no chão ao ponto desejado (neste caso x = 0). Mostra-se na figura em baixo, o caso ideal desejado.

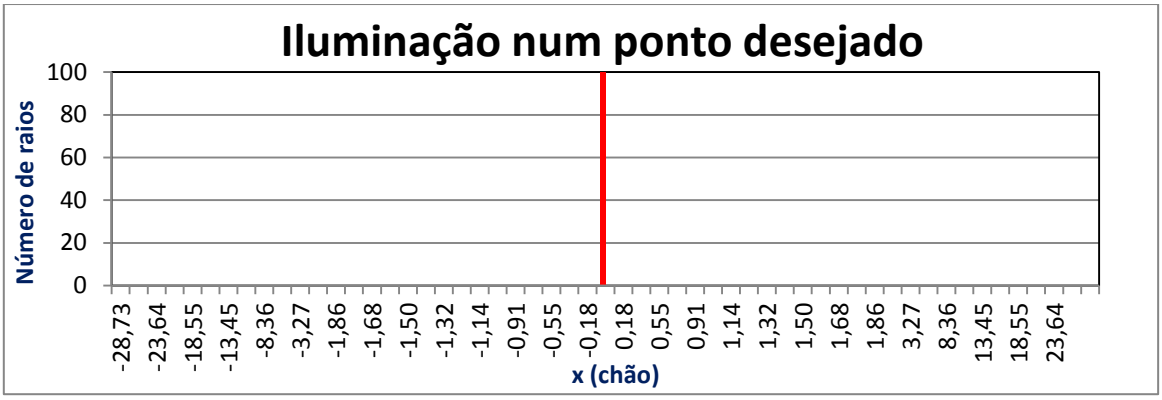



**Figura 29:** Iluminação com 100 raios de luz no ponto desejado x = 0

**Tipo 2 (Iluminação uniforme numa zona desejada)** – Depois de terminar o ciclo, e já com as várias tabelas antes descritas calculadas, estas vão ser ordenadas por ordem crescente. O valor final da FA é calculado pelo somatório das diferenças (absolutas) entre o valor mínimo e máximo da zona desejada, e o valor uniforme desejado de Número de raios (no caso da figura seguinte, definido como 10); mais as diferenças (absolutas) entre o valor máximo, e mínimo da zona não desejada inferior e

superior. Na Figura em baixo mostra-se o tipo de iluminação desejada para este tipo de FA.

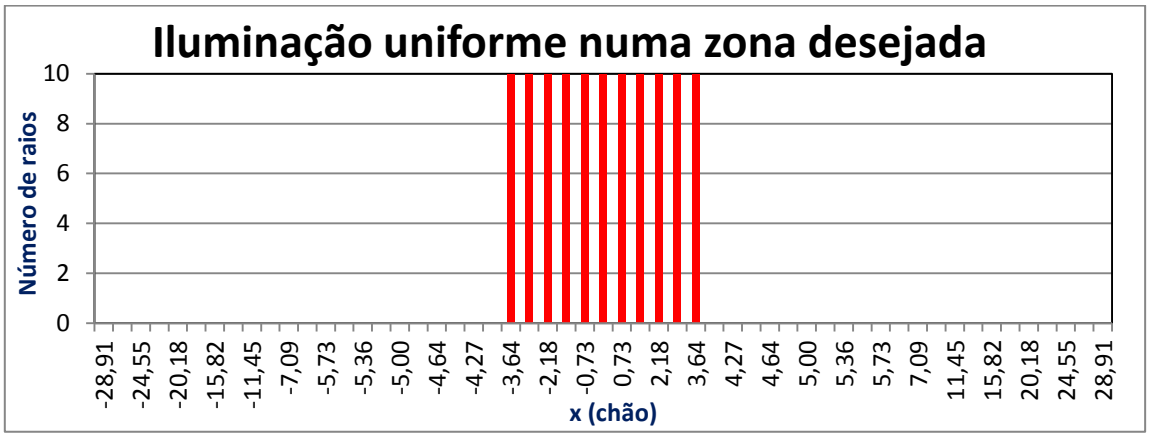



**Figura 30:** Iluminação com 110 raios de luz distribuídos de forma uniforme em 11 parcelas em x, entre [-4; 4]

**Tipo 3 (Iluminação com um certo padrão desejado)** – Parecido com a FA anterior, mas com a diferença de ser uma subtração (em valor absoluto) entre todos os valores da tabela de parcelas com os valores de um certo padrão de luz desejado, definidos numa tabela em ficheiro. O resultado vem independente do Número de raios, que pode ser diferente do Número de raios usados no ficheiro do padrão de luz desejado.

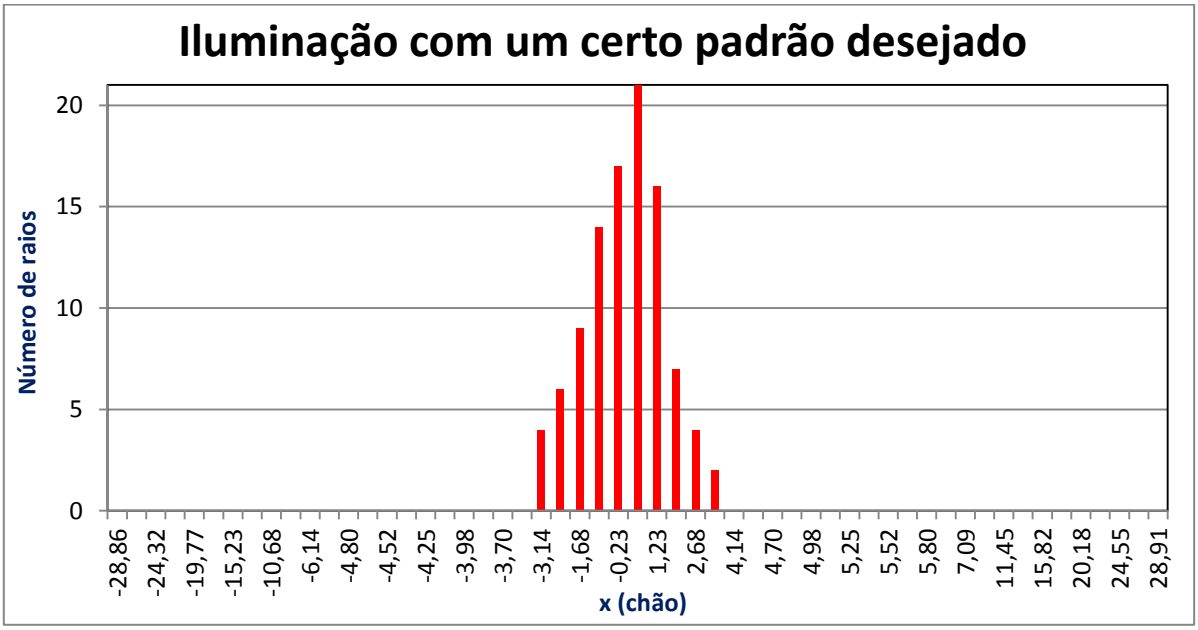



**Figura 31:** Iluminação com 100 raios de luz distribuídos num certo padrão desejado, em 10 parcelas em x, entre [-3,5; 4,5]

# 4. Resultados

Vão ser apresentados resultados para cada tipo de Função de Avaliação (FA) com: tabelas de resultados de cada simulação do programa; distribuição de luz final para a melhor lente final encontrada (feito com o Excel); e melhor lente final com ou sem raios traçados (desenhado em MatLab).

Cada tabela (de cada tipo de FA) está subdividida em duas sub-tabelas, uma para a parte da População Inicial e outra para o Ciclo do AG. As linhas estão numeradas (#) para referenciar a mesma simulação na População Inicial e no Ciclo do AG. Algumas casas da tabela foram marcadas a vermelho para realçar alguns valores diferentes em relação aos anteriores (os mais importantes). A laranja está marcado o melhor valor encontrado em cada tabela.

Nos gráficos da distribuição de luz (feitos em Excel) a vista é de frente, com o eixo *x* a representar o chão (subdividido em parcelas onde incidem os raios de luz), e o eixo *y*, o número de raios que incidem em cada parcela do chão.

Nas figuras de lentes e raios traçados (em MatLab), a vista e o eixo *x* são como nos gráficos anteriores. O eixo *y* representa a altura (vê-se os raios todos, sem ser separados em cada parcela do chão).

O desenho da melhor lente final mostra também os raios luminosos bem como as retas normais ao segmento superior (face superior) e segmentos inferiores da lente.

Os Parâmetros de Entrada do AG (definidos no subcapítulo 3.3.1) que estão nas tabelas em baixo são:

**Nº P. Lente** – **Número** (Total) **de Pontos da Lente**;

**Nº Raios** – **Número de Raios** utilizados em cada simulação;

**Nº Indiv.** – **Número de Indivíduos**/Lentes (surgia por vezes um erro de stack no programa, o que acontecia em geral a partir de 280 Indivíduos para cima. Em alguns casos aparece na tabela de resultados valores dessa ordem porque, apesar de ter ocorrido erro, foi possível tirar resultados. São resultados obtidos sem ter havido convergência na evolução no AG);

Há Parâmetros de Entrada do AG que se repetem ao longo das simulações. São eles:

Posição do LED = (0; 10,004); (definido no subcapítulo 3.2);

Índice relativo de refracção da lente = 0,55; (definido na equação (18));

Número de Intervalos = 11;

Limites do segmento chão (em x, para y=0) = [-30 a 30];

Estes dois últimos parâmetros são apresentados no subcapítulo 3.3.3.2 e mostrado nas figuras da distribuição de luz.

Os parâmetros da População Inicial (descritos no subcapítulo 3.3.1.) são:

- **Tipo de Mut. Inic. – Tipo de Mutação Inicial** (Mutação Inicial de todos os pontos, Mutação Inicial em Bico e Mutação Mista);
- **Var. Max. Inic. – Variação Máxima Inicial;**
- **M. V. Inic. – Melhor Valor Inicial** (melhor valor obtido pela Função de Avaliação para a lente inicial da População Inicial);

Os parâmetros do Ciclo do AG (definidos no subcapítulo 3.3.2) são:

- **Nº iter. Converg – Nº iterações/gerações para aplicar Critério de paragem por convergência** (Número de iterações/gerações feitas no Ciclo do AG para verificar se o valor avaliado pela FA do Indivíduo/Lente é igual ao melhor valor da FA da geração anterior);
- **Nº de iterações efectuadas – Número** (total) **de iterações efectuadas** no Ciclo do AG;
- **Variação Máxima Final – Valor final da variação máxima final** (não usado na tabela por não ser muito relevante);
- **Tipo de Reprodução** – Nas primeiras simulações foi usado 3 tipos de Reprodução por Mutação**:** Repr_Mut_Todos_P.(Reprodução_Mutação_Todos_Pontos), Repr_Mut_Interm_Homog (Reprodução_Mutação_Interm_Homog) e Reprodução_Mista, que são ambos (criaram-se outros tipos mas não foram usados para os resultados). Mais tarde, usou-se os 2 primeiros tipos de Reprodução por Mutação: Reprod_Mut (Reprodução_Mutação_Todos_Pontos.&Reprodução_Mutação_Interm_Homog) que

alternava de acordo com a taxa de probabilidade de cada uma. Foi feito para simplificar e estar mais de acordo com o AG;

- **Taxa Probab. – Taxa de Probabilidade para o tipo de Reprodução**: Inicialmente (até Dezembro) foi usado de maneira diferente, porque havia outros tipos de Reprodução por Mutação (que não aparece nos resultados) e sendo sempre de 50%. Nos resultados finais (a partir de Dezembro) por exemplo no caso de 75% de taxa de probabilidade indicava que havia 75% de hipótese de fazer o tipo de Reprodução por Mutação de Todos os Pontos, e 25% por Reprodução por Mutação Intermédia Homogénea;

- **Melhor V. Final – Melhor Valor Final (**Melhor valor possível, obtido pela Função de Avaliação para a lente final do AG);

Há também parâmetros do Ciclo do AG (definidos no subcapítulo 3.3.3.2) que se repetem:

<u>Valor inicial da variação máxima final</u> (2*var_inic) = 0,0002;

<u>Número de iterações máximo</u> (g_max) = 5000 – em casos raros mudou-se de 5000 para 10.000, para permitir maior número de iterações, e melhorar o valor da FA;

## 4.1 TIPO 1 (FA)

Ponto Objetivo (em x) = 0; (definido no subcapítulo 3.3.3.2);

Limites da zona desejada (em x, para y=0) = [-1 a 1];

Limites da zona não desejada (em x, para y=0) = [-2 a 2];

Estes dois últimos parâmetros são apresentados no subcapítulo 3.3.3.2 e mostrado nas figuras da distribuição de luz.

**Tabela 2 -** Diferentes valores dos Parâmetros de Entrada do AG e da População Inicial em cada simulação do programa para o Tipo 1 da FA

| | PARÂM. ENTRADA AG | | | POPULAÇÃO INICIAL | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| # | Nº P. Lente | Nº Indiv. | Nº Raios | Tipo de Mut. Inic. | Var. Max. Inic. | M. V. Inic. |
| 1 | 23 | 20 | 100 | Mutação Inicial em Bico | 0,01 | 3,45632 |
| 2 | 23 | 20 | 100 | Mutação Inicial em Bico | 0,01 | 3,45632 |
| 3 | 23 | 20 | 100 | Mutação Inicial em Bico | 0,01 | 3,45632 |
| 4 | 23 | 250 | 100 | Mutação Inicial em Bico | 0,01 | 3,423250 |
| 5 | 23 | 279 | 100 | Mutação Inicial em Bico | 0,01 | 3,423250 |
| 6 | 23 | 280 | 100 | Mutação Inicial em Bico | 0,01 | 3,423250 |
| 7 | 23 | 281 | 100 | Mutação Inicial em Bico | 0,01 | 3,423250 |
| 8 | 23 | 20 | 100 | Mutação Inicial todos pontos | 0,001 | 5,508440 |
| 9 | 23 | 20 | 100 | Mutação Inicial todos pontos | 0,001 | 5,508440 |
| 10 | 23 | 20 | 100 | Mutação Inicial todos pontos | 0,001 | 5,508440 |
| 11 | 23 | 50 | 100 | Mutação Inicial todos pontos | 0,001 | 4,867590 |
| 12 | 23 | 100 | 100 | Mutação Inicial todos pontos | 0,001 | 4,867590 |
| 13 | 23 | 200 | 100 | Mutação Inicial todos pontos | 0,001 | 4,557390 |
| 14 | 23 | 279 | 100 | Mutação Inicial todos pontos | 0,001 | 4,258540 |
| 15 | 23 | 280 | 100 | Mutação Inicial todos pontos | 0,001 | 4,258540 |
| 16 | 23 | 281 | 100 | Mutação Inicial todos pontos | 0,001 | 4,258540 |
| 17 | 23 | 20 | 100000 | Mutação Inicial em Bico | 0.01 | 3,484200 |
| 18 | 50 | 45 | 1000 | Mutação Inicial em Bico | 0.01 | 3,33481 |
| 19 | 23 | 20 | 100 | Mutação Inicial em Bico | 0,01 | 3,45632 |
| 20 | 23 | 278 | 100 | Mutação Inicial em Bico | 0,01 | 3,42325 |
| 21 | 23 | 20 | 100 | Mutação Inicial em Bico | 0,01 | 3,45632 |
| 22 | 23 | 277 | 100 | Mutação Inicial em Bico | 0,01 | 3,42325 |
| 23 | 23 | 278 | 100 | Mutação Inicial em Bico | 0,01 | 3,42325 |
| 24 | 23 | 278 | 100 | Mutação Inicial em Bico | 0,01 | 3,42325 |

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| ***25*** | 23 | 277 | 100 | Mutação Inicial em Bico | 0,01 | 3,42325 |
| ***26*** | 23 | 278 | 100 | Mutação Inicial em Bico | 0,01 | 3,42325 |
| ***27*** | 23 | 278 | 100 | Mutação Inicial em Bico | 0,01 | 3,42325 |
| ***28*** | 23 | 20 | 100 | Mutação Inicial Mista (ambos) | 0,01 & 0,001 | 3,72936 |
| ***29*** | 35 | 20 | 100 | Mutação Inicial Mista (ambos) | 0,01 & 0,001 | 4,01994 |
| ***30*** | 23 | 278 | 100 | Mutação Inicial Mista (ambos) | 0,01 & 0,001 | 3,43757 |
| ***31*** | 23 | 278 | 100 | Mutação Inicial Mista (ambos) | 0,01 & 0,001 | 3,43757 |
| ***32*** | 23 | 278 | 100 | Mutação Inicial Mista (ambos) | 0,01 & 0,001 | 3,43757 |
| ***33*** | 23 | 278 | 100 | Mutação Inicial Mista (ambos) | 0,01 & 0,001 | 3,43757 |
| ***34*** | 23 | 278 | 100 | Mutação Inicial Mista (ambos) | 0,01 & 0,001 | 3,43757 |
| ***35*** | 23 | 20 | 100 | Sem Mutação Inicial | 0 | 12,37950 |
| ***36*** | 23 | 278 | 100 | Sem Mutação Inicial | 0 | 12,37950 |
| ***37*** | 23 | 20 | 100 | Mutação Inicial todos pontos | 0,001 | 5,50844 |
| ***38*** | 23 | 277 | 100 | Mutação Inicial todos pontos | 0,001 | 4,25854 |
| ***39*** | 23 | 277 | 100 | Mutação Inicial em Bico | 0,01 | 3,42325 |
| ***40*** | 35 | 278 | 300 | Mutação Inicial Mista (ambos) | 0,01 & 0,001 | 3,44780 |
| ***41*** | 41 | 278 | 500 | Mutacao Inicial em Bico | 0,01 | 3,44285 |
| ***42*** | 35 | 278 | 500 | Mutacao Inicial Mista (ambos) | 0,01 & 0,001 | 3,43880 |
| ***43*** | 35 | 278 | 300 | Mutacao Inicial em Bico | 0,01 | 3,43560 |

Para este tipo de FA, em que se deseja que os raios incidam num ponto desejado o Melhor Valor Inicial é para a Mutação Inicial em Bico, uma vez que concentra a luz na direção desse “bico”. De modo inverso, o que tem pior valor é Sem Mutação Inicial (lente retangular) já que essa lente refrata e distribui os raios de uma forma linear, sem os concentrar num ponto.

Pode-se ver que aumentando o Número de Indivíduos, melhora o valor da função de avaliação. No caso de aumentar o Número de Pontos, a FA melhora caso também se aumente de forma equilibrada/proporcional o Número de Raios.

**Tabela 3:** Diferentes valores dos Parâmetros do Ciclo do AG em cada simulação do programa para o Tipo 1 da FA

| | CICLO DO AG | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| ***#*** | **Nº iter. converg.** | **Nº iter. efect.** | **Tipo de Reprodução** | **Taxa Probab.** | **Melhor V. Final** |
| ***1*** | 100 | 400 | Repr_Mut_Todos_P. | 50% | 0,614891 |
| ***2*** | 100 | 100 | Repr_Mut_Interm_Homog | 50% | 3,456320 |
| ***3*** | 100 | 600 | Reprodução Mista | 50% | 0,628355 |
| ***4*** | 100 | 400 | Repr_Mut_Todos_P. | 50% | 0,505495 |
| ***5*** | 100 | 900 | Repr_Mut_Todos_P. | 50% | 0,494348 |
| ***6*** | 100 | 500 | Repr_Mut_Todos_P. | 50% | 0,5222 |
| ***7*** | 100 | 400 | Repr_Mut_Todos_P. | 50% | 0,539448 |
| ***8*** | 100 | 700 | Repr_Mut_Todos_P. | 50% | 0,761166 |
| ***9*** | 100 | 100 | Repr_Mut_Interm_Homog | 50% | 5,508440 |
| ***10*** | 100 | 300 | Reprodução Mista | 50% | 1,398230 |
| ***11*** | 100 | 400 | Repr_Mut_Todos_P. | 50% | 0,916712 |
| ***12*** | 100 | 700 | Repr_Mut_Todos_P. | 50% | 0,762261 |
| ***13*** | 100 | 1100 | Repr_Mut_Todos_P. | 50% | 0,695856 |
| ***14*** | 100 | 500 | Repr_Mut_Todos_P. | 50% | 0,779210 |
| ***15*** | 100 | 300 | Repr_Mut_Todos_P. | 50% | 0,598442 |
| ***16*** | 100 | 300 | Repr_Mut_Todos_P. | 50% | 0,565448 |
| ***17*** | 100 | 400 | Repr_Mut_Todos_P. | 50% | 0,597105 |
| ***18*** | 500 | 3500 | Repr_Mut_Todos_P. | 50% | 1,207400 |
| ***19*** | 100 | 1000 | Reprod_Mut | 75% | 0,506657 |
| ***20*** | 100 | 300 | Reprod_Mut | 75% | 0,555982 |
| ***21*** | 100 | 700 | Reprod_Mut | 75% | 0,503729 |
| ***22*** | 100 | 600 | Reprod_Mut | 75% | 0,502382 |
| ***23*** | 100 | 800 | Reprod_Mut | 75% | 0,467987 |
| ***24*** | 100 | 500 | Reprod_Mut | 60% | 0,497973 |
| ***25*** | 100 | 600 | Reprod_Mut | 60% | 0,467833 |
| ***26*** | 100 | 400 | Reprod_Mut | 90% | 0,513280 |
| ***27*** | 100 | 700 | Reprod_Mut | 40% | 0,505780 |
| ***28*** | 100 | 400 | Reprod_Mut | 75% | 0,613045 |
| ***29*** | 100 | 400 | Reprod_Mut | 75% | 0,929637 |
| ***30*** | 100 | 500 | Reprod_Mut | 75% | 0,488123 |
| ***31*** | 100 | 300 | Reprod_Mut | 40% | 0,526940 |
| ***32*** | 100 | 1000 | Reprod_Mut | 10% | 0,503283 |
| ***33*** | 100 | 300 | Reprod_Mut | 90% | 0,526485 |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| ***34*** | 1000 | 5000 | Reprod_Mut | 75% | 0,413389 |
| ***35*** | 100 | 1000 | Reprod_Mut | 75% | 0,984067 |
| ***36*** | 100 | 400 | Reprod_Mut | 75% | 0,644379 |
| ***37*** | 100 | 700 | Reprod_Mut | 75% | 0,860613 |
| ***38*** | 100 | 400 | Reprod_Mut | 75% | 0,561193 |
| ***39*** | 1000 | 4000 | Reprod_Mut | 60% | 0,420691 |
| ***40*** | 1000 | 5000 | Reprod_Mut | 75% | 0,331585 |
| ***41*** | 1000 | 5000 | Reprod_Mut | 75% | 0,396960 |
| ***42*** | 1000 | 10000 | Reprod_Mut | 75% | 0,346435 |
| ***43*** | 1000 | 3000 | Reprod_Mut | 75% | 0,867040 |

A mudança do Tipo de Reprodução, que é feita da linha #18 para #20, melhora o valor final da FA. Nota-se isso entre o caso inicial de #1, #2, #3, em relação a #19, em que os parâmetros são iguais (a Taxa de Reprodução é usada de forma diferente de no caso de #19) só muda entre os Tipos de Reprodução.

A partir da linha #19 (que é para o caso final usado do trabalho), quando se varia a Taxa de Probabilidade entre os vários valores que se mostra na tabela, o caso (que se escolheu como padrão) de 75% acaba por ser o melhor. Para este caso mostra que é mais importante fazer a cada Individuo/Lente no Ciclo do AG a Reprodução por Mutação de Todos os Pontos (75% de probabilidade), e uma pequena parte a Reprodução por Mutação Intermédia Homogénea (25% de probabilidade).

Aumentando o Nº iter. Converg, também há melhoria. Comparando #30 a #34, em que há os mesmos parâmetros, o valor da FA melhora. É natural, já que dessa forma há mais intervalo de iterações possíveis para ir melhorando o valor da FA.

O melhor valor da FA encontrado neste tipo 1, é da linha #40. Acaba por ser o valor entre #40 e #43 que é melhor, por ter maior proporcionalidade entre os valores dos parâmetros (tal como se explicou na tabela 2, da População Inicial).

Nas últimas linhas, #42 e #43, fez-se o Número Máximo de iterações do Ciclo do AG igual a 10.000 (g_max=10.000).

**DISTRIBUIÇÃO DE LUZ FINAL**

# 40 Melhor Valor Final = 0,331585; (300 raios)

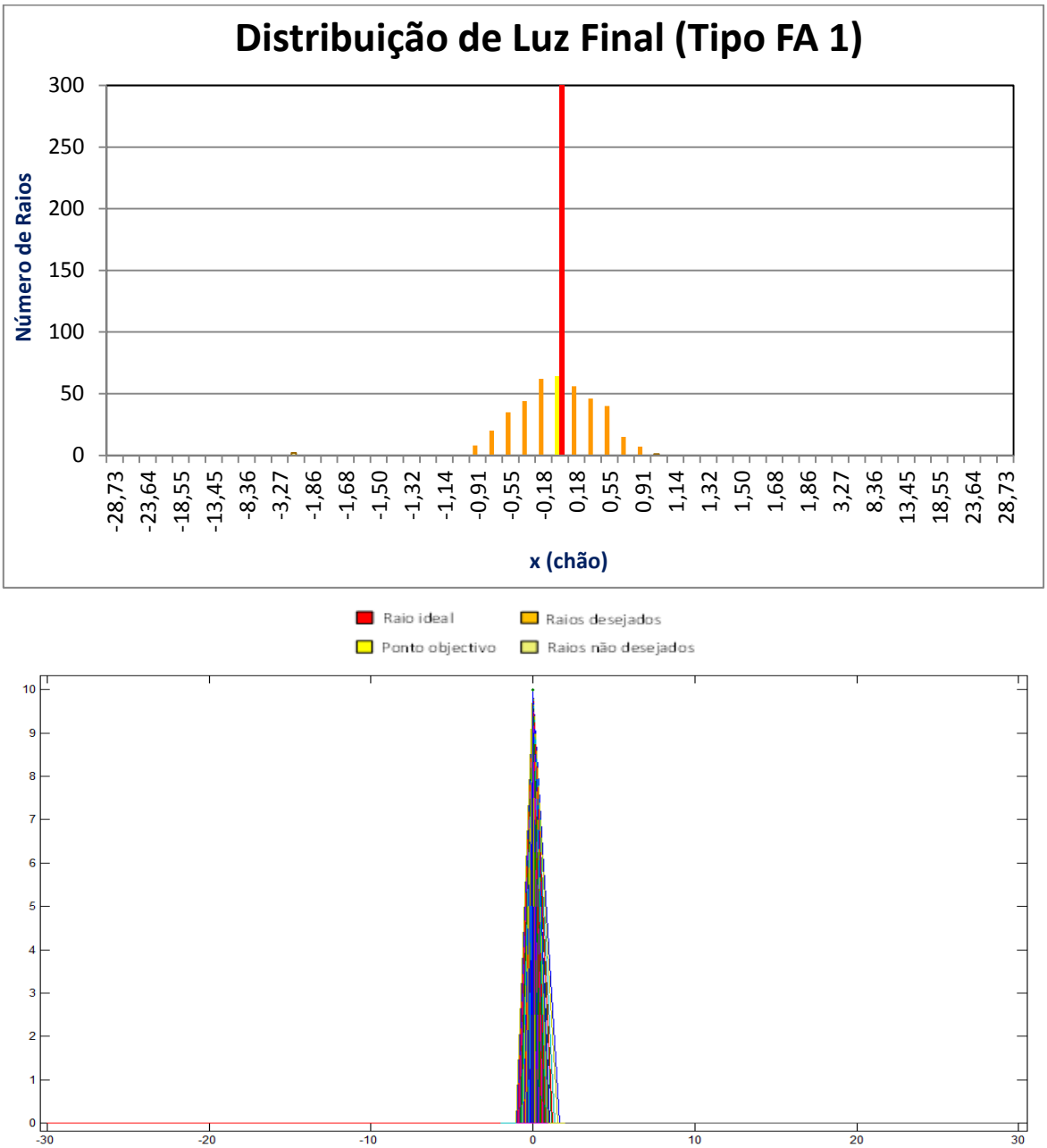



**Figura 32:** Em cima: distribuição dos raios luminosos no solo, do tipo 1 da FA. Em baixo: traçado dos raios desde que saem do LED até ao chão (vista a 2D, com a medida da altura e do chão em metros)

Neste tipo de FA (ver figura anterior) não se conseguiu que a distribuição luminosa fosse só num ponto, como era desejado, mas acabou por se concentrar a luz numa região pequena à volta do ponto desejado do eixo dos *x* (chão). As distâncias e dimensões são as referenciadas no subcapítulo 3.2.

**LENTE FINAL**

<u># 42</u> - Para Melhor Valor Final (encontrado) = 0,331585;

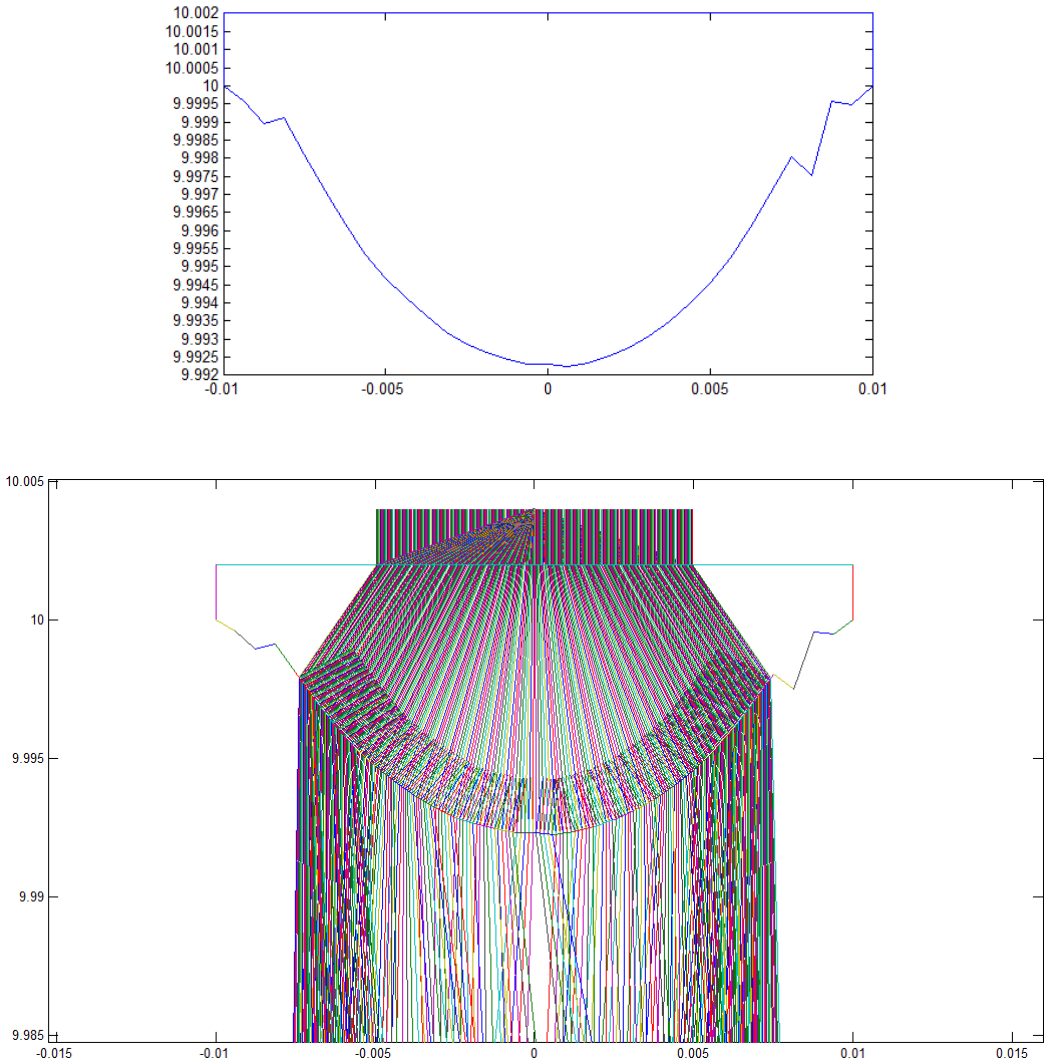



**Figura 33:** Melhor Lente final encontrada. A imagem de cima tem só o desenho da lente, enquanto a de baixo, além da lente, tem os raios luminosos a sair do LED e retas normais aos segmentos da lente (feito no MatLab). Medidas referenciadas no subcapítulo 3.2.

## 4.2 TIPO 2 (FA)

Valor Uniforme Objetivo = 10;

Limites da zona desejada (em x, para y=0) = [-4 a 4];

Limites da zona não desejada (em x, para y=0) = [-6 a 6];

Definidos no subcapítulo 3.3.3.2.

**Tabela 4:** Diferentes valores dos Parâmetros de Entrada do AG e da População Inicial em cada simulação do programa para o Tipo 2 da FA

| | PARÂM. ENTRADA AG | | | POPULAÇÃO INICIAL | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| **#** | **Nº P. Lente** | **Nº Indiv.** | **Nº Raios** | **Tipo de Mut. Inic.** | **Var. Max. Inic.** | **M. V. Inic.** |
| ***1*** | 23 | 20 | 100 | Sem Mutação Inicial | 0 | 0,29 |
| ***2*** | 23 | 20 | 100 | Mutação Inicial de todos os pontos | 0,001 | 1,02 |
| ***3*** | 23 | 20 | 100 | Mutação Inicial em Bico | 0,01 | 0,19000 |
| ***4*** | 23 | 150 | 100 | Mutação Inicial em Bico | 0,01 | 0,19000 |
| ***5*** | 23 | 200 | 100 | Mutação Inicial em Bico | 0,01 | 0,19000 |
| ***6*** | 23 | 250 | 100 | Mutação Inicial em Bico | 0,01 | 0,19000 |
| ***7*** | 23 | 250 | 100 | Mutação Inicial em Bico | 0,01 | 0,19000 |
| ***8*** | 23 | 278 | 100 | Mutação Inicial em Bico | 0,01 | 0,19000 |
| ***9*** | 23 | 250 | 100 | Mutação Inicial em Bico | 0,01 | 0,19000 |
| ***10*** | 23 | 278 | 100 | Mutação Inicial em Bico | 0,01 | 0,19000 |
| ***11*** | 23 | 278 | 100 | Mutação Inicial em Bico | 0,01 | 0,19000 |
| ***12*** | 50 | 278 | 100 | Mutação Inicial em Bico | 0,01 | 0,17000 |
| ***13*** | 50 | 278 | 400 | Mutação Inicial em Bico | 0,01 | 0,11750 |
| ***14*** | 50 | 278 | 400 | Mutação Inicial em Bico | 0,01 | 0,11750 |
| ***15*** | 23 | 278 | 100 | Mutação Inicial de todos os pontos | 0,001 | 0,54000 |
| ***16*** | 23 | 278 | 100 | Mutação Inicial Mista (ambos) | 0,01 & 0,001 | 0,19000 |
| ***17*** | 50 | 278 | 100 | Mutação Inicial Mista (ambos) | 0,01 & 0,001 | 0,19000 |
| ***18*** | 23 | 278 | 100 | Mutação Inicial em Bico | 0,01 | 0,19000 |
| ***19*** | 23 | 278 | 100 | Mutação Inicial em Bico | 0,01 | 0,19000 |

Neste caso a melhor Mutação Inicial, tanto para o valor da FA da População Inicial, como para o melhor valor da FA final (do Ciclo AG), e para os mesmos parâmetros, é a Mutação Inicial em Bico.

Os outros tipos de variações de parâmetros, e suas conclusões, são iguais ao caso da População Inicial do Tipo 1 da FA.

As linhas #8, #9 e #10 têm na População Inicial uma lente retangular, daí o valor ser diferente, e pior (para o Ciclo do AG), em relação às outras linhas adjacentes com os mesmos parâmetros.

**Tabela 5:** Diferentes valores dos Parâmetros do Ciclo do AG em cada simulação do programa para o Tipo 2 da FA

| | CICLO DO AG | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| **#** | **Nº iter. converg.** | **Nº iter. efect.** | **Tipo de Reprodução** | **Taxa Probab.** | **Melhor V. Final** |
| ***1*** | 100 | 200 | Reprod_Mut | 75% | 0,270000 |
| ***2*** | 100 | 400 | Reprod_Mut | 75% | 0,150000 |
| ***3*** | 100 | 400 | Reprod_Mut | 75% | 0,100000 |
| ***4*** | 100 | 500 | Reprod_Mut | 75% | 0,060000 |
| ***5*** | 100 | 200 | Reprod_Mut | 75% | 0,080000 |
| ***6*** | 100 | 300 | Reprod_Mut | 75% | 0,050000 |
| ***7*** | 100 | 200 | Reprod_Mut | 75% | 0,060000 |
| ***8*** | 100 | 500 | Reprod_Mut | 75% | 0,060000 |
| ***9*** | 500 | 1500 | Reprod_Mut | 75% | 0,040000 |
| ***10*** | 500 | 1500 | Reprod_Mut | 75% | 0,040000 |
| ***11*** | 100 | 300 | Reprod_Mut | 75% | 0,03 |
| ***12*** | 100 | 100 | Reprod_Mut | 75% | 0,17 |
| ***13*** | 100 | 100 | Reprod_Mut | 75% | 0.1175 |
| ***14*** | 300 | 600 | Reprod_Mut | 75% | 0,115 |
| ***15*** | 100 | 300 | Reprod_Mut | 75% | 0,1 |
| ***16*** | 100 | 400 | Reprod_Mut | 75% | 0,05 |
| ***17*** | 100 | 100 | Reprod_Mut | 75% | 0,19 |
| ***18*** | 100 | 400 | Reprod_Mut | 85% | 0,06 |
| ***19*** | 100 | 300 | Reprod_Mut | 45% | 0,08 |

As linhas #9 e #10 tem o Número Máximo de iterações, g_max = 10.000.

Os comentários sobre estes resultados são semelhantes aos já apresentados para o Ciclo do AG do Tipo 1 da FA.

**LENTE FINAL**

<u># 11</u> - Melhor Valor Final (encontrado) = 0,03;

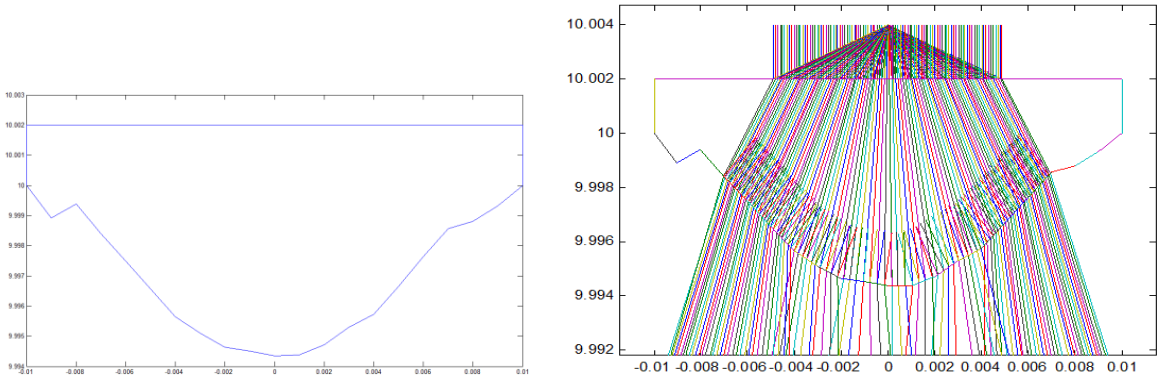



**Figura 34:** Melhor Lente final encontrada. A imagem do lado esquerdo tem só o desenho da lente, enquanto a outra, para além da lente, tem os raios luminosos e retas normais aos segmentos da lente (feito no MatLab)

**DISTRIBUIÇÃO DE LUZ FINAL**

<u>#11</u> Melhor Valor Final (encontrado) = 0,03 (100 raios);

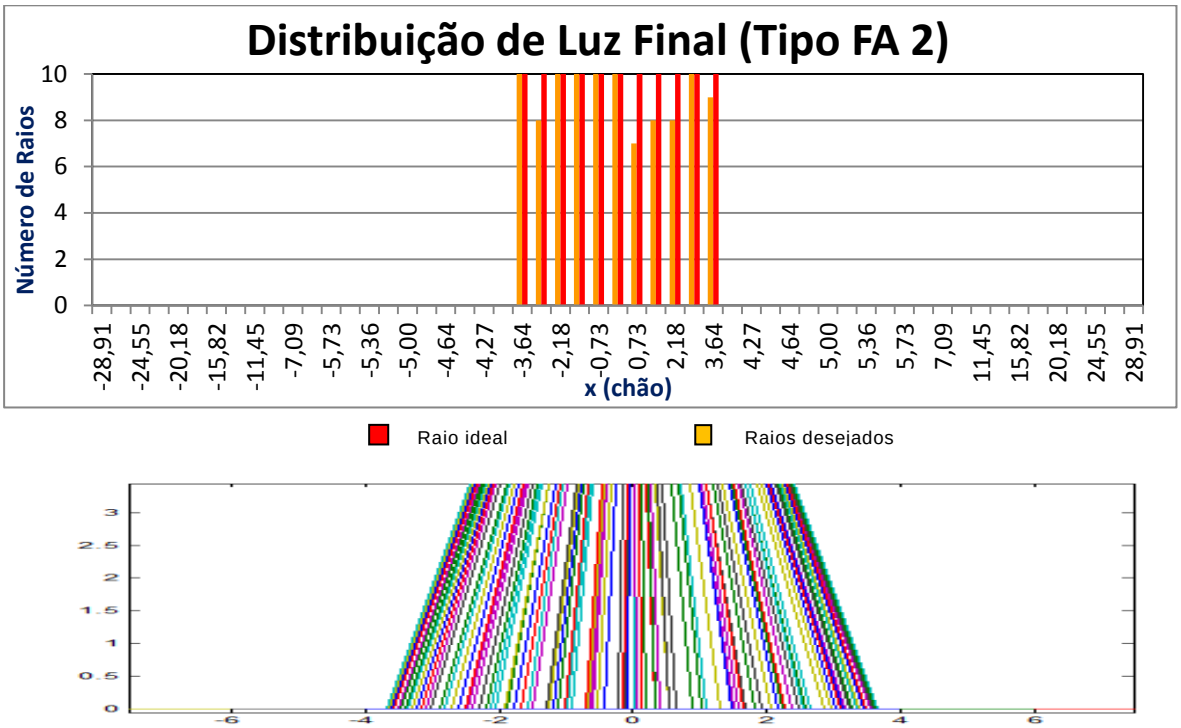



**Figura 35:** Em cima: distribuição dos raios luminosos no solo, do tipo 2 da FA. Em baixo: traçado dos raios junto ao chão (vista a 2D, com a medida da altura e do chão em metros)

## 4.3 TIPO 3 (FA)

Forma Padrão de Luz Objetivo (igual ao descrito no subcapítulo 3.3.3.2, figura 31);

Limites da zona desejada (em x, para y=0) = [-3,5 a 4,5];

Limites da zona não desejada (em x, para y=0) = [-5 a 6];

Nas tabelas abaixo, (para o tipo 3 da FA) os valores da FA desde a linha 1 até à 31 não foram normalizados para o nº de raios (dependem do nº de raios utilizados). As últimas linhas, a partir da #32 inclusive, são resultados mais recentes, já com a FA normalizada (independente do nº de raios), apresentando valores diferentes que não se podem comparar com os anteriores.

Depois de #31, o melhor valor da FA, é para a Mutação Inicial Mista.

As conclusões que se podem tirar com as variações dos outros parâmetros são iguais ao caso da População Inicial do Tipo 1 da FA.

**Tabela 6:** Diferentes valores dos Parâmetros de Entrada do AG e da População Inicial em cada simulação do programa para o Tipo 3 da FA

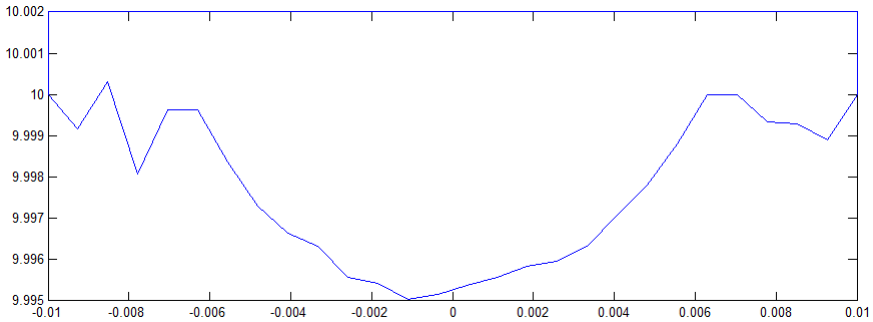
| | PARÂM. ENTRADA AG | | | POPULAÇÃO INICIAL | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| # | Nº P. Lente | Nº Indiv. | Nº Raios | Tipo de Mut. Inic. | Var. Max. Inic. | M. V. Inic. |
| 1 | 23 | 20 | 100 | Sem Mutação Inicial | 0 | 0,84 |
| 2 | 23 | 20 | 100 | Mutação Inicial de todos os pontos | 0,001 | 1,8 |
| 3 | 23 | 20 | 100 | Mutação Inicial em Bico | 0,01 | 0,69 |
| 4 | 23 | 20 | 100 | Mutação Inicial em Bico | 0,01 | 0,69 |
| 5 | 23 | 20 | 100 | Mutação Inicial em Bico | 0,01 | 0,69 |
| 6 | 23 | 20 | 100 | Mutação Inicial em Bico | 0,01 | 0,69 |
| 7 | 23 | 20 | 100 | Mutação Inicial Mista (ambos) | 0,01 & 0,001 | 0,73 |
| 8 | 23 | 20 | 100 | Mutação Inicial Mista (ambos) | 0,01 & 0,001 | 0,73 |
| 9 | 23 | 20 | 100 | Mutação Inicial Mista (ambos) | 0,01 & 0,001 | 0,73 |
| 10 | 23 | 20 | 100 | Mutação Inicial Mista (ambos) | 0,01 & 0,001 | 0,73 |
| 11 | 23 | 100 | 100 | Mutação Inicial em Bico | 0,01 | 0,69 |
| 12 | 23 | 100 | 100 | Mutação Inicial Mista (ambos) | 0,01 & 0,001 | 0,7 |
| 13 | 23 | 100 | 100 | Mutação Inicial de todos os pontos | 0,001 | 1,08 |
| 14 | 23 | 100 | 100 | Sem Mutação Inicial | 0 | 0,84 |
| 15 | 23 | 100 | 100 | Mutação Inicial de todos os pontos | 0,001 | 1,08 |
| 16 | 23 | 100 | 100 | Mutação Inicial Mista (ambos) | 0,01 & 0,001 | 0,7 |
| 17 | 23 | 100 | 100 | Mutação Inicial em Bico | 0,01 | 0,69 |
| 18 | 23 | 200 | 100 | Mutação Inicial Mista (ambos) | 0,01 & 0,001 | 0,7 |
| 19 | 23 | 250 | 100 | Mutação Inicial Mista (ambos) | 0,01 & 0,001 | 0,7 |
| 20 | 23 | 200 | 100 | Mutação Inicial de todos os pontos | 0,001 | 0,82 |
| 21 | 23 | 250 | 100 | Mutação Inicial de todos os pontos | 0,001 | 0,82 |
| 22 | 23 | 250 | 100 | Mutação Inicial em Bico | 0,01 | 0,69 |
| 23 | 23 | 250 | 100 | Sem Mutação Inicial | 0 | 0,84 |
| 24 | 40 | 20 | 100 | Mutação Inicial Mista (ambos) | 0,01 & 0,001 | 0,67 |
| 25 | 40 | 100 | 100 | Mutação Inicial Mista (ambos) | 0,01 & 0,001 | 0,67 |
| 26 | 40 | 100 | 100 | Mutação Inicial Mista (ambos) | 0,01 & 0,001 | 0,67 |
| 27 | 35 | 278 | 100 | Mutação Inicial Mista (ambos) | 0,01 & 0,001 | 0,7 |
| 28 | 35 | 20 | 200 | Mutação Inicial Mista (ambos) | 0,01 & 0,000 | 0,7 |
| 29 | 23 | 100 | 400 | Mutação Inicial Mista (ambos) | 0,01 & 0,001 | 0,105 |
| 30 | 40 | 100 | 100 | Mutação Inicial Mista (ambos) | 0,01 & 0,001 | 0,67 |
| 31 | 23 | 100 | 400 | Mutação Inicial Mista (ambos) | 0,01 & 0,001 | 0,105 |
| 32 | 23 | 100 | 400 | Mutação Inicial Mista (ambos) | 0,01 & 0,001 | 0,705 |
| 33 | 41 | 279 | 600 | Mutação Inicial em Bico | 0,01 | 0,705 |
| 34 | 41 | 278 | 500 | Mutação Inicial em Bico | 0,01 | 0,705 |
| 35 | 30 | 278 | 400 | Mutação Inicial Mista (ambos) | 0,01 & 0,001 | 0,67 |

**Tabela 7:** Diferentes valores dos Parâmetros do Ciclo do AG em cada simulação do programa para o Tipo 3 da FA

| | CICLO DO AG | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| **#** | **Nº iter. converg.** | **Nº iter. efect.** | **Tipo de Reprodução** | **Taxa Probab.** | **Melhor V. Final** |
| ***1*** | 100 | 200 | Reprod_Mut | 75% | 0,750000 |
| ***2*** | 100 | 500 | Reprod_Mut | 75% | 0,120000 |
| ***3*** | 100 | 500 | Reprod_Mut | 75% | 0,33 |
| ***4*** | 100 | 700 | Reprod_Mut | 90% | 0,26 |
| ***5*** | 100 | 400 | Reprod_Mut | 30% | 0,29 |
| ***6*** | 100 | 1500 | Reprod_Mut | 10% | 0,17 |
| ***7*** | 100 | 300 | Reprod_Mut | 75% | 0,27 |
| ***8*** | 100 | 400 | Reprod_Mut | 90% | 0,24 |
| ***9*** | 100 | 500 | Reprod_Mut | 40% | 0,54 |
| ***10*** | 100 | 200 | Reprod_Mut | 10% | 0,67 |
| ***11*** | 100 | 400 | Reprod_Mut | 75% | 0,25 |
| ***12*** | 100 | 500 | Reprod_Mut | 75% | 0,18 |
| ***13*** | 100 | 400 | Reprod_Mut | 75% | 0,09 |
| ***14*** | 100 | 200 | Reprod_Mut | 75% | 0,75 |
| ***15*** | 1000 | 5000 | Reprod_Mut | 75% | 0,06 |
| ***16*** | 1000 | 2000 | Reprod_Mut | 75% | 0,15 |
| ***17*** | 1000 | 2000 | Reprod_Mut | 75% | 0,24 |
| ***18*** | 1000 | 3000 | Reprod_Mut | 75% | 0,16 |
| ***19*** | 1000 | 5000 | Reprod_Mut | 75% | 0,09 |
| ***20*** | 1000 | 600 | Reprod_Mut | 75% | 0,23 |
| ***21*** | 1000 | 4000 | Reprod_Mut | 75% | 0,05 |
| ***22*** | 1000 | 3000 | Reprod_Mut | 75% | 0,13 |
| ***23*** | 1000 | 3000 | Reprod_Mut | 75% | 0,29 |
| ***24*** | 100 | 400 | Reprod_Mut | 75% | 0,56 |
| ***25*** | 500 | 1500 | Reprod_Mut | 75% | 0,25 |
| ***26*** | 1000 | 4000 | Reprod_Mut | 90% | 0,18 |
| ***27*** | 2000 | 10000 | Reprod_Mut | 75% | 0,06 |
| ***28*** | 100 | 1600 | Reprod_Mut | 75% | 0,225 |
| ***29*** | 100 | 200 | Reprod_Mut | 75% | 0,03 |
| ***30*** | 1000 | 1500 | Reprod_Mut | 75% | 0,25 |
| ***31*** | 1000 | 5000 | Reprod_Mut | 75% | 0,0975 |
| ***32*** | 100 | 800 | Reprod_Mut | 75% | 0,1375 |
| ***33*** | 1000 | 5000 | Reprod_Mut | 75% | 0,165 |
| ***34*** | 1000 | 5000 | Reprod_Mut | 75% | 0,124 |
| ***35*** | 1000 | 10000 | Reprod_Mut | 75% | 0,0725 |

**LENTE FINAL**

<u># 35</u> - Melhor Valor Final (encontrado) = 0,0725 (400 raios);



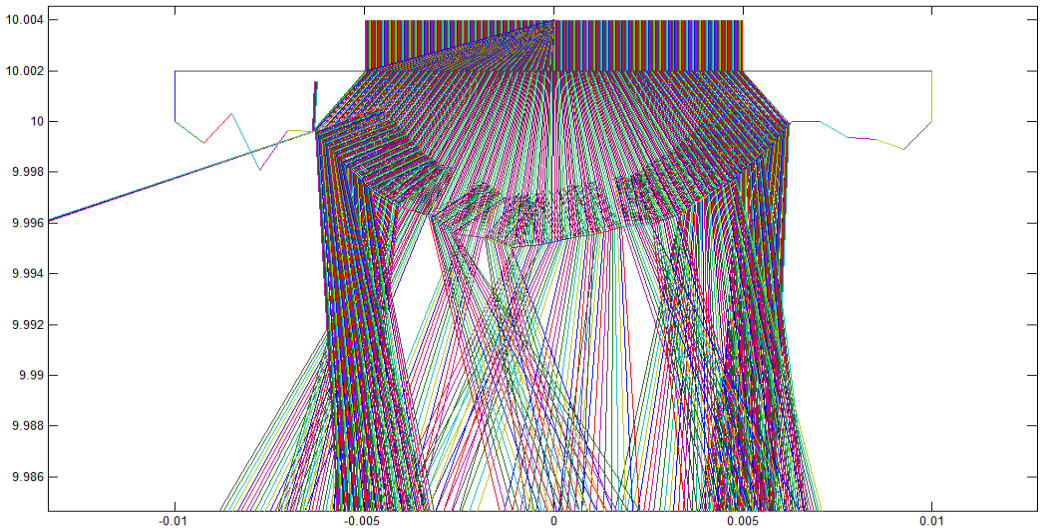




**Figura 36:** Melhor Lente final encontrada. A imagem de cima tem só o desenho da lente, enquanto a de baixo, além da lente, tem os raios luminosos e retas normais aos segmentos da lente (feito no MatLab)

**DISTRIBUIÇÃO DE LUZ FINAL**

# 35 Melhor Valor Final (encontrado) = 0,0725 (400 raios);

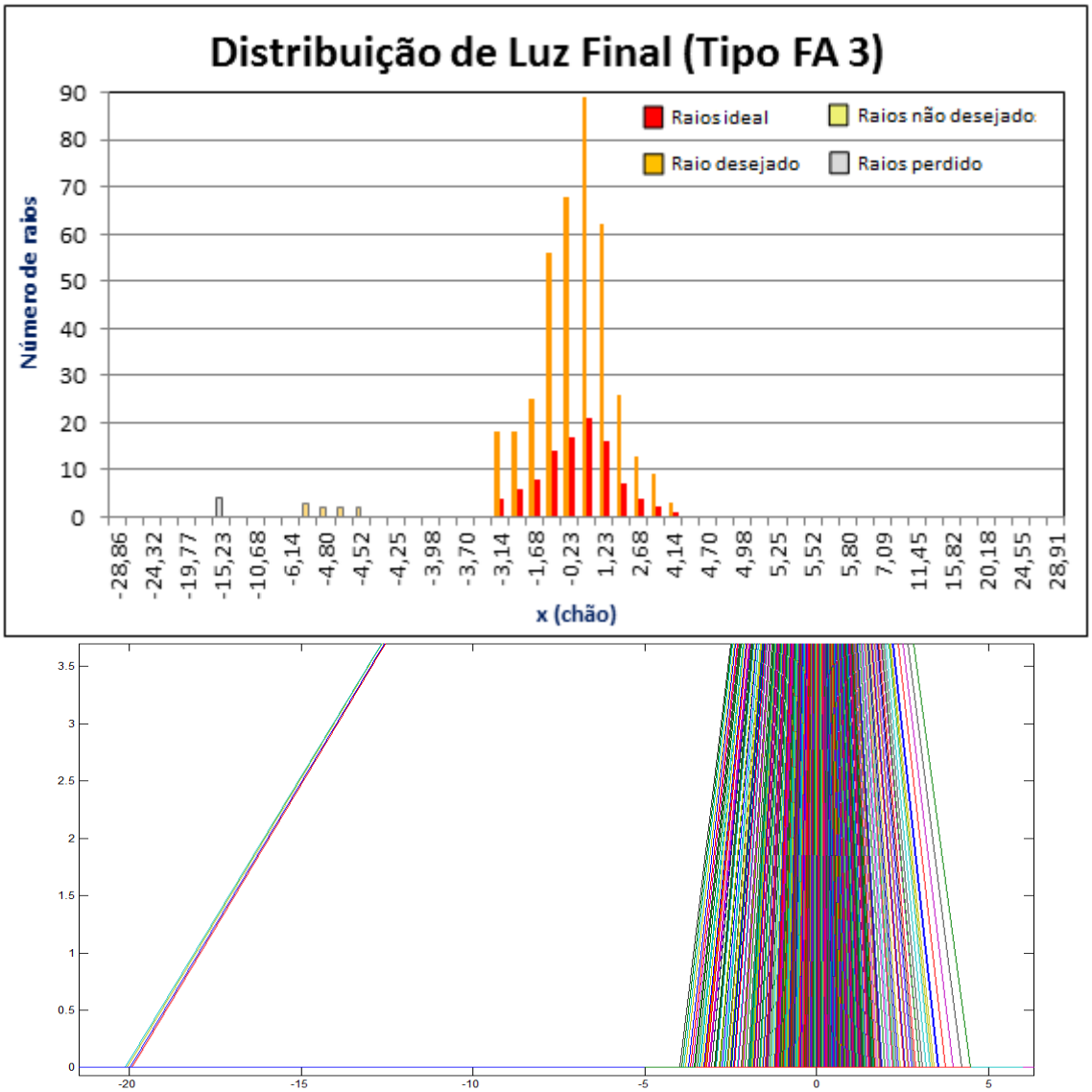



**Figura 37:** Em cima: distribuição dos raios luminosos no solo, do tipo 3 da FA. Em baixo: traçado dos raios junto ao chão (vista a 2D, com a medida da altura e do chão em metros)

Na figura 37, em cima, os valores a laranja (nº de raios que incidiram nas parcelas desejadas) devem ser vistos de forma relativa, uma vez que o nº de raios utilizado no AG é independente do nº de raios utilizado pelo utilizador no ficheiro com a definição da distribuição pretendida para a luz (o que interessa é o padrão de luz). Os raios perdidos neste gráfico estão definidos num valor central da parcela, que está entre dois valores extremos; por isso a visualização dos raios é diferente da da Figura 37 em baixo, que mostra os raios a incidir no chão no local exato.

# 5. Conclusões

Este trabalho incidiu sobre a simulação computacional (em C++) para optimização de lentes, mais propriamente para posterior aplicação em iluminação a LED (apesar do programa ser concebido para optimizar uma lente genérica).

Obteve-se vários resultados, os quais ainda não são os desejados para aplicar na conceção duma lente na prática, já que falta acrescentar diversos parâmetros ao programa, tais como: luminotécnicos; de processo industrial, como de moldagem da lente; entre outros. Ainda assim, muitos dos objectivos traçados de início, e que estão marcados em 1.3, foram cumpridos.

Ao longo do trabalho foi havendo uma grande evolução e junção de peças que aos poucos foi ganhando forma. Contudo, todo o processo tornou-se mais moroso do que o esperado, devido a diversas alterações, melhoramentos e ações de debug no programa.

Todavia, isso também fez com que se consolidasse e adquirisse maior conhecimento na linguagem de programação C++ (como em linguagens similares), principalmente para o desenvolvimento de um simulador de optimização (no caso com o AG, mas a base do simulador serve para aplicar a outros métodos de optimização).

Percebeu-se melhor a ligação entre o algoritmo óptico com o algoritmo genético (para formar o corpo do programa), como toda a parte matemática e física para elaborar o algoritmo óptico (essencial na resolução do problema).

Obteve-se conhecimento teórico tanto na área de: - Optimização (Algoritmo Genético); - LEDs (tanto da importância do seu uso hoje em dia, como da utilização das lentes nos LEDs); - Óptica, e os vários ramos dentro dela, etc.

Sobre os vários resultados obtidos no capítulo 4, na maioria foram para casos simples, com menos raios, menos pontos, que um caso prático real. O que se aproximou mais do desejado, e teve melhor valor, foi para o tipo da FA 2. Ainda assim, a lente não tem uma forma totalmente suave na zona onde passa a luz, e a periferia não está bem definida por não se ter definido os raios de luz a passar lá, ou seja, essa parte não é optimizada.

Para o tipo da FA 1, a forma da lente (sem ser na periferia) é bastante suave, apesar do melhor valor da FA não ser tão bom, e os raios não estarem concentrados só num ponto (numa pequena região), dá para perceber que desde os primeiros resultados da tabela, até ao último, houve muitas melhorias.

Por fim, para o último caso da FA 3, o valor obtido é relativamente bom (para os parâmetros usados), só a forma da lente é que não é bem suave, mas isso também advêm do facto da forma padrão de luz desejada ser desnivelada.

Outro tipo de comparações entre estes 3 tipos de FA, é que no tipo 2 a simulação demorou muito menos, por ser para um Número de Raios, Número de Pontos, e Nº iter. converg. inferior. O que demorou mais (cerca de 3 horas) foi o do tipo 3, exactamente por o valor desses parâmetros serem maiores, em relação ao do tipo 1.

Estes foram alguns exemplos mostrados nos resultados. Há ainda muito trabalho pela frente para chegar a uma lente de uso prático, mas os objectivos base mais simples foram obtidos, e a visão macro do projecto foi bem percebida.

# 6. Trabalho Futuro

Há muitas alterações e melhoramentos a fazer neste trabalho.

Por ordem decrescente de prioridades:

- Testar, e melhorar em termos de aplicação o Algoritmo Genético. Estudar/Investigar, e aplicar outros sistemas de optimização, de forma a comparar se há uns mais recentes, e que funcionem melhor. Comparar com o Algoritmo Genético, tanto teoricamente, como nos resultados finais da simulação.
- Testar a variação, não só isoladamente dos pontos inferiores, como também dos superiores, ou de todos os pontos da lente;
- Passar a análise 2D do problema para 3D, isto é, mudar as funções como por exemplo da interseção, em vez de ser a interseção de uma semi-reta com um segmento de reta (em 2D), a interseção de uma reta (com componente em Z diferente de 0), com um plano/superfície;
- Criar ficheiro fotométrico (como do tipo IES). É uma ferramenta importante para decidir a óptica que funciona melhor no projeto. Contêm a informação da distribuição de luz angular da combinação do LED com a Lente, e destinam-se a simulações mais precisas;
- Acrescentar parâmetros que faltam para completar o problema, como os luminotécnicos, que são usados tanto em normas de iluminação, como fins comerciais, tipo: fluxo luminoso (unidade S.I, lumens), e não somente os raios de luz que foi feito no trabalho. Este parâmetro vai ser importante para a luz que sai da lente, e pode ir diretamente para os olhos de uma pessoa (liga com o fator de encadeamento, desconforto visual e poluição luminosa); eficiência luminosa (lumen/W), mais propriamente quanto à iluminância, que é a densidade de fluxo luminoso (lumen/ $m^2$), útil para saber a distribuição de luz no chão; ângulo de emissão do LED; Inclinação da luminária; configuração e classificação da área a iluminar; entre outros;
- Fazer o desenho gráfico da simulação, tanto para a Lente, como para a curva de distribuição de luz, em OpenGL, ou outro programa. Até se possível em tempo real, para perceber e visualizar melhor;
- Aplicar na prática, isto é, depois de fabricar a lente, testar com um LED, ou numa luminária com vários LEDs;

# 7. Bibliografia

**[1]** Bradley, M. (29 de May de 2012). *RTCC (Responding to Climate Change)*. Obtido de http://www.rtcc.org/energy/rio20-business-focus-climate-group-explains-how-led-lighting-can-cut-carbon-emissions-by-up-to-70/.

**[2]** wikipedia - Óptica. (s.d.). *http://pt.wikipedia.org/wiki/Óptica*. Obtido de www.wikipedia.pt.

**[3]** wikipedia - Optics. (s.d.). *http://pt.wikipedia.org/wiki/Optics*. Obtido de www.wikipedia.pt.

**[4]** wikipedia - Lente. (s.d.). *http://pt.wikipedia.org/wiki/Lente*. Obtido de www.wikipedia.pt.

**[5]** OSRAM - (imagens tipos Lentes). (15 de Outubro de 2010). *http://www.led-professional.com/products/led-simulation-tools/the-right-lens-is-a-mouse-click-away*. Obtido de http://www.led-professional.com.

**[6]** Rabtron - High Power Leds. (2010). *http://www.rabtron.co.za/high_power_leds*. Obtido de *http://www.rabtron.co.za*

**[7]** *http://energiasrenovaveisif.wordpress.com/2012/05/09/como-fazer-um-gerador-eolico/*. (09 de Maio de 2012). Obtido de *http://energiasrenovaveisif.wordpress.com*

**[8]** Luo, Y. (.-s. (30 de Março de 2011). *http://spie.org/x47482.xml?pf=true&ArticleID=x47482#fig3*. Obtido de http://spie.org.

**[9]** Khatod Optoelectronic-GAL. (18 de Janeiro de 2010). gal24lp4sm_test_report5338738(Techincal Dept. Galileo Optical System - Model NO: GAL22412DSP6). Itália.

**[10]** wikipedia - PMMA. (s.d.). *http://pt.wikipedia.org/wiki/Acrílico_(plástico)*. (s.d.). Obtido de wikipedia.

**[11]** Nessa Illumination Technologies. (s.d.). *http://www.nessa.in/Solar%20LED%20Street%20Light.html*. Obtido de *http://www.nessa.in*.

**[12]** Hans Peter Grieneisen - Fotometria de Luminárias (SIMPOLUX).(2006).*http://www.abilux.com.br/pdf_simpo/fotometriadeluminarias.pdf*. Obtido de http://www.abilux.com.br.

**[13]** blueSpan. (s.d.). Iluminação Pública a LED – Um novo conceito.

**[14]** Mikuni de Freitas, F., Fotometria - Universidade Federal de Santa Catarina - Arquitectura e Urbanismo. (s.d.). *http://www.arq.ufsc.br/arq5661/trabalhos_2001-2/iluminacao/fotometria.htm*. Obtido de http://www.arq.ufsc.br.

**[15]** Hemero Software Ltda (ArchiStation Software). (s.d.). *http://pt.scribd.com/doc/52922731/169/Arquivos-de-fotometria-IES*. Obtido de http://pt.scribd.com.

**[16]** Albuquerque, B. F., & Sousa, F. L. (s.d.). Resultados Preliminares do uso do Algoritmo Evolutivo GEO na Otimização de Projectos de Sistemas Ópticos (Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais –Engenharia e Tecnologias espaciais (INPE/ETE) ). São Paulo, Brasil.

**[17]** wikipedia - GA. (s.d.). *http://en.wikipedia.org/wiki/Genetic_algorithm*. Obtido de www.wikipedia.en.

**[18]** Obitko, M., & Hermelindo Pinheiro, M. (. (s.d.). *http://www.obitko.com/tutorials/genetic-algorithms/portuguese/ga-basic-description.php*. Obtido de http://www.obitko.com.

**[19]** Anselmo.(2003). *http://bcc.ime.usp.br/principal/tccs/2003/anselmo/img84.png (Figura-AG)*. Obtido de http://bcc.ime.usp.br.

**[20]** Verdejo, A. J. (2006-2007). Algoritmos Genéticos.

**[21]** Khatod Optoelectronic-GAL. (18 de Janeiro de 2010). gal24lp4sm_test_report5338738(Techincal Dept. Galileo Optical System - Model NO: GAL22412DSP6). Itália.

**[22]** Peixoto, P. (s.d.). Estruturas de Dados e Algoritmos (Cap. 3 - Ordenação e Pesquisa) DEEC.

**[23]** Francis S. Hill, J. ( 2001). *Computer Graphics using OpenGL*. Prentice Hall.

**[24]** Greve, B. d. (13 de November de 2006). Reflections and Refractions in Ray Tracing.

**[25]** coisasled (A sua Loja de artigos com tecnologia LED). (08 de Outubro de 2011). *http://www.coisasaled.com/wp-content/uploads/2011/10/e40_About_LED_General_Lighting_.jpg*. Obtido de http://www.coisasaled.com.

**[26]** wikipedia - LED. (s.d.). *http://pt.wikipedia.org/wiki/Diodo_emissor_de_luz*. Obtido de www.wikipedia.pt.

**[27]** Optics1 - (History of Optics). (s.d.). *http://www.optics1.com/optics_history.php*. Obtido de www.optics1.com.

**[28]** Branco, R. (.-L. (09 de Março de 2011). *http://www.manutencaoesuprimentos.com.br/imagens/o-que-e-um-diodo-emissor-de-luz-infravermelha.jpg*. Obtido de http://www.manutencaoesuprimentos.com.br.

**[29]** Fernandes, P. M. (Junho de 2008). *SMART HOME: Iluminação por leds de elevada emissividade (Dissertação de MiEEC- DEEC).*

**[30]** ARBURG (German machine construction company). (2011). 50 years of Alrounder (Today, The Arburg Magazine).

**[31]** Olaf Schmidt (Aalen University of Applied Science Gartenstrasse, G.(s.d.).*http://www.kleinesdorfinschleswigholstein.de/buerger/oschmi/visby/visbye.htm*. Obtido de http://www.kleinesdorfinschleswigholstein.de.

**[32]** wikipedia - Lens. (s.d.). *http://en.wikipedia.org/wiki/Lens_(optics)*. Obtido de www.wikipedia.en.

**[33]** wikipedia - Ray tracing. (s.d.). *http://en.wikipedia.org/wiki/Ray_tracing_%28graphics%29*. Obtido de www.wikipedia.en.

**[34]** *http://pt.scribd.com/doc/50116219/7/Historia-dos-Algoritmos-Geneticos*. (s.d.). Obtido de http://pt.scribd.com.

**[35]** Obitko, M., & Manoel, H. P.-A. (s.d.). *http://www.obitko.com/tutorials/genetic-algorithms/portuguese/recommendations.php*. Obtido de http://www.obitko.com.

# Anexos

## Anexo A

## Evolução dos sistemas de iluminação

Nos primórdios da história do Homem a fonte natural de luz era o sol. Mais tarde, na Idade da Pedra, consegue arranjar formas de criar fogo, e começa a tirar vários partidos dele, como no caso de iluminação nocturna para protecção. Na Idade dos Metais, tal como a Idade do Bronze, começou-se a usar outros sistemas de iluminação, como tochas, e candeias. Mais recentemente com a utilização da energia eléctrica, surgiram as lâmpadas. As primeiras lâmpadas usadas pelo homem foram as incandescentes, as quais produzem luz a partir da passagem de corrente eléctrica por um filamento. Mais tarde vem as lâmpadas de descarga elétrica que usam a excitação dos gases, como as de tubos fluorescentes, as fluorescentes compactas (baixo consumo), e muitas outras. Hoje podemos dizer que a tecnologia incandescente que tem à volta de 1 século/ 1 século e meio, e a fluorescente que tem sessenta anos, chegaram a um patamar de desenvolvimento desde o qual não é possível melhorar mais que em pequenas percentagens. Ao contrário disso, o LED a cada seis meses vem acrescendo sua performance em 30%. É algo semelhante ao que acontece com os microchips, os quais a cada três anos vão duplicando suas prestações. O LED que no começo foi usado como a pequena luz sinalizadora nos aparelhos, e componentes electrónicos, hoje representa o mais eficiente sistema de iluminação artificial.

A descrição da evolução temporal das luminárias/lâmpadas é mostrado tanto na figura 38, como na figura 39 em baixo.

**Figura 38:** Evolução temporal dos sistemas de iluminação

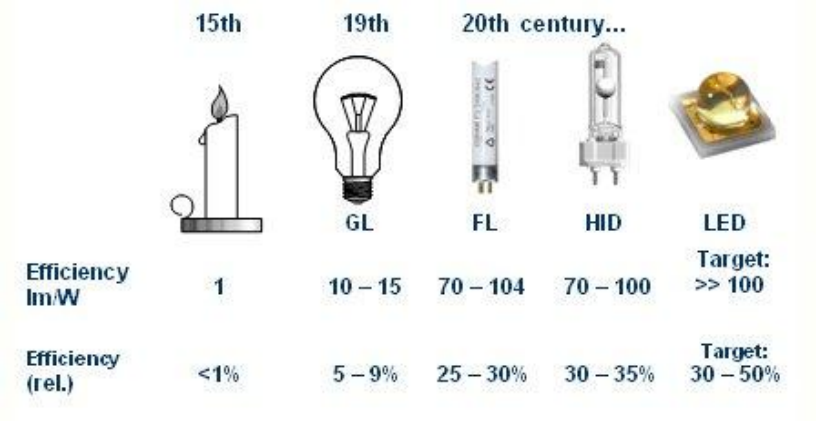



**Figura 39:** Evolução da eficiência luminosa para diferentes tipos de iluminação [25]

# LED

É um componente semicondutor bipolar (P-N), normalmente chamado de díodo, que quando é polarizado directamente com energia eléctrica, emite radiação sob a forma de luz e calor. Por isso é chamado de Díodo Emissor de Luz ou *Light Emitting Diode* – LED [26].

## História do LED

Descreve-se agora sob o contexto histórico, as datas de acontecimentos importantes ao nível científico que levaram ao aparecimento do LED.

**Séc. XIX** – Fez-se vários avanços importantes na física, entre eles na área do electromagnetismo clássico (como conceitos modernos para as teorias nos campos eléctrico, e magnético) como por o físico Michael Faraday. Houve também vários desenvolvimentos matemáticos nessa área, principalmente por James C. Maxwell, e Hendrik Lorentz.

**1839** – Alexandre-Edmond Becquerel observou pela primeira vez o efeito fotovoltaico;

**1887** – Heinrich Hertz descobre acidentalmente o fenómeno fotoeléctrico;

**Séc. XX** – Grandes avanços revolucionários na física, entre eles na criação de uma nova área, a física quântica.

**1900** – Max Planck explica o fenómeno de emissão de radiação de corpo-negro;

**1905** – Albert Einstein descreve fisicamente, e matematicamente o efeito fotoeléctrico, sob o ponto de vista de quanta de luz, dando o nome às partículas elementares da luz, fotões;

**1907** – Henry Joseph Round descobriu o fenómeno óptico, e eléctrico chamado eletroluminescência por parte de um díodo, durante o qual um material emite luz em resposta a uma corrente eléctrica que o atravessa, ou a um forte campo eléctrico. Tal facto levou à descoberta do LED, apesar de só ter descrito sumariamente o fenómeno experimental;

**1927** – O. V. Losev inventou o primeiro LED, apesar de na altura não ter sido dado nenhum uso prático. Só passado alguns anos isso veria a acontecer;

**1962** – *Nick* Holonyac criou o primeiro LED para uso prático em iluminação. Inicialmente somente na cor vermelha, e um pouca mais tarde, o verde, com baixa intensidade luminosa. Foi utilizado em sistemas de sinalização, e indicação visual electrónica;

**1993** – Shuji Nakamura inventou o LED azul de brilho elevado. Esse foi um passo revolucionário na iluminação a LED, tornando possível fontes luminosas de alta potência de luz, e na construção de LEDs de luz branca.

**Séc. XXI** – Os desenvolvimentos de novas tecnologias de materiais semicondutores permitiram aperfeiçoar a emissão de luz na cor branca. Isso possibilitou que o LED fosse utilizado para iluminação de ambientes interiores, iluminação pública em ruas, auto-estradas, etc [27].

Nas figuras em baixo, mostram-se o tipo de evolução do LED (Figura 40) e as partes das componentes de um LED (Figura 41).

**Figura 40:** Tipos de LED

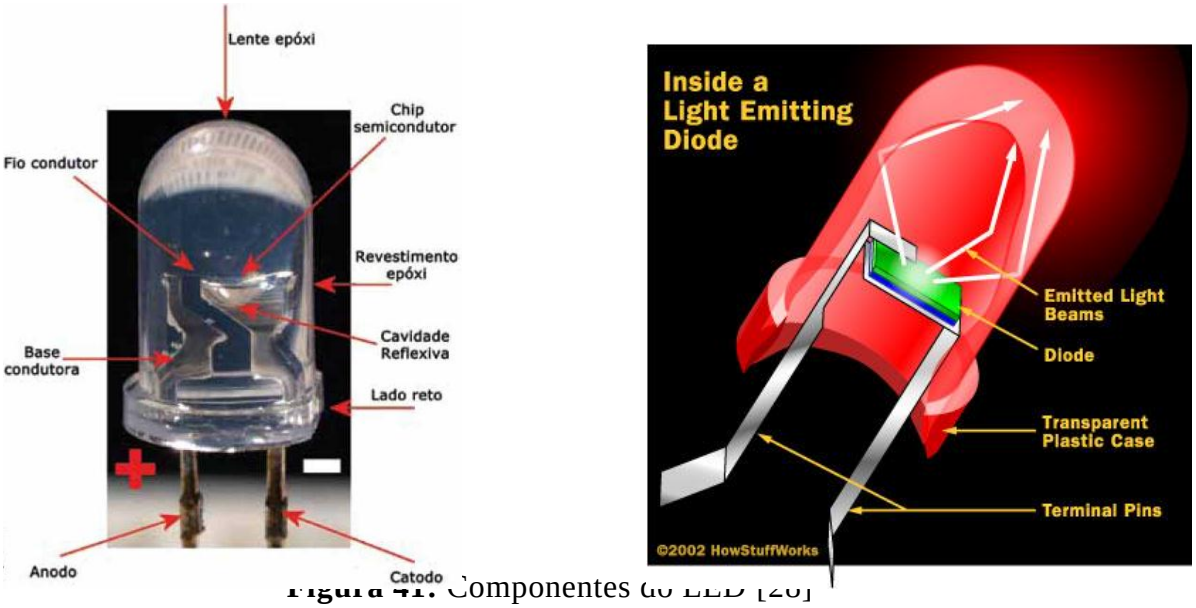



**Figura 41.** Componentes do LED [28]

Para se construir uma boa luminária a LED deve se ter em conta: a superfície a ser iluminada, selecionar o tipo de LEDs adequado (ângulo de abertura/emissão, temperatura da cor, entre outros), luminância desejada e ainda o dissipador adequado. O último aspecto (escolha de um dissipador) é de extrema importância para a construção de uma boa luminária. Caso o dissipador seja mal dimensionado e a temperatura nos LEDs for demasiado elevada, estes podem ser danificados prematuramente [29].

## Principais vantagens do LED

Face ao seu rendimento e baixo consumo, o LED tem-se tornado um produto vantajoso para as empresas o produzirem, e distribuírem em grande escala (na busca de maior economia), como para utilizar em diversos tipos de aplicações, tanto de iluminação, como de outros tipos (domótica, televisões, acessórios, moda, etc). O LED tem como ênfase a sustentabilidade e o conceito ecológico (redução das emissões CO2, não agentes tóxicos). Para haver uma boa sustentabilidade na iluminação é necessário que haja uma utilização racional dos recursos energéticos.

Principais vantagens da iluminação a LED:

- Longa vida útil (100.000 horas). Uma eficiência 10 vezes superior a uma lâmpada incandescente.
- Redução dos custos de manutenção
- Alta Eficiência Energética

- Melhor qualidade de iluminação, por elevado Índice de restituição Cromática (IRC) e vasta diferença de temperaturas de cor disponíveis (permitindo maior conforto visual)
- Não emite Infra Vermelho e Ultra Violeta no feixe de luz, o que não desbota roupas, ou obras de arte, e é um feixe luminoso frio.
- Com o uso de lentes o feixe de luz pode ser direcionado, aumentando a eficiência
- Graças ao seu tamanho o led gera novos conceitos de iluminação
- Resistente a vibrações e impactos.
- Não tem materiais pesados como mercúrio, não poluindo o meio ambiente quando é substituído.
- Baixa tensão torna-o mais seguro em algumas aplicações
- Alta Eficiência em ambiente frio
- Baixa emissão de calor, reduzindo o consumo de ar condicionado
- Pode ser desligado e ligado sem alterar a sua vida útil [29]

**Maior eficiência energética**

Um dos factores mais importantes para uso do LED é ter melhor eficiência energética em relação a outras tecnologias de iluminação. Os pontos principais são:

- Geometria óptica adequada
- Espectro luminoso optimizado
- Elevado desempenho ao longo do seu tempo de vida útil

Vai-se explicar melhor os dois primeiros pontos por estarem mais relacionados com este trabalho.

Geometria óptica adequada – O tamanho reduzido e a questão de radiarem apenas num dos hemisférios permite optimizar a geometria óptica de maneira relativamente simples e extremamente eficaz. Maximiza dessa forma o factor de utilização, ou seja, a capacidade de converter fluxo luminoso em iluminação útil no plano que se deseja iluminar (normalmente com a unidades em lux/lm). Este factor pode também ser avaliado pela luminância ((cd/m2)/lm), de acordo com a aplicação em causa.

Esta é uma razão essencial para que haja uma redução significativa do consumo energético, uma vez que, comparativamente com as tecnologias convencionais, usa-se menos *lumens* para atingirem os mesmos níveis de iluminação. Concretamente, a tecnologia LED apresenta tipicamente um factor de utilização à volta de 85 a 90% superior ao que é conseguido com o recurso à tecnologia HPS.

A figura seguinte ilustra as diferentes zonas de incidência (assinalado a amarelo está a área que se pretende iluminar, ou seja, a iluminação útil).

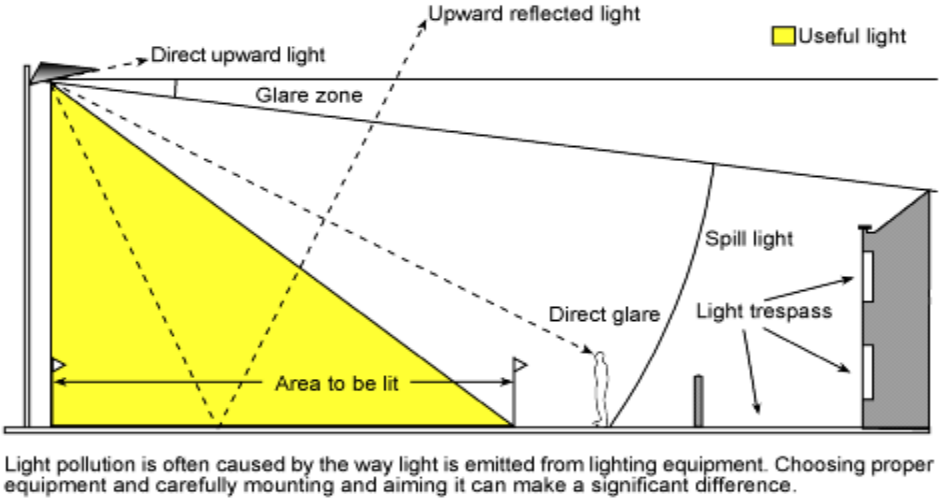



**Figura 42: Zonas de incidência da luz por uma luminária** [13]

Como consequência da obtenção de um factor de utilização elevado, os níveis de encandeamento são por norma extremamente reduzidos, uma questão central em termos de segurança rodoviária. O mesmo acontece com os níveis de poluição luminosa, o que se traduz directamente em melhor qualidade de vida.

Espectro luminoso optimizado - Uma das grandes vantagens na utilização da tecnologia LED prende-se com o facto de a sua resposta espectral estar sintonizada com a sensibilidade do olho humano na região mesópica, o que potencia de forma clara e significativa o seu desempenho [13].

Para o caso deste trabalho, o uso de lentes optimizadas (como se vai ver mais à frente) é um factor preponderante para aliar ao que foi dito nos outros dois pontos anteriores (geometria óptica adequada e espectro luminoso optimizado), já que permite manipular a luz de forma a iluminar uma certa zona desejada.

## Principais desvantagens do LED

Para já os LEDs não podem substituir diretamente as fontes tradicionais porque eles ainda têm baixo fluxo luminoso (luminância), problemas graves de encadeamento, e são emissores Lambertianos, em outras palavras, eles irradiam luz em todas as direções de forma inadequada (mais entre 90º a 120º). Para fornecer fluxo suficiente, as luminárias são concebidas com um conjunto de múltiplos LEDs tradicionais embalados e refletores para dar um padrão de iluminação desejado. As suas estruturas complexas, no entanto, reduzem a sua fiabilidade, aumentam a dificuldade de instalação e o sistema em si ainda é caro em relação aos outros sistemas de iluminação [8].

## O objectivo do custo-eficiência de produção:

As possibilidades de aplicação da poupança de energia são numerosas e muito diversas (se só houver um custo-benefício agregado). Há também o problema da aceitação pelo público e regras de trânsito rodoviário. A tecnologia LED também enfrenta desafios técnicos sob a forma de poste de iluminação, espaçamento, efeito de brilho e outros factores relevantes para a segurança [30].

## Motivação para o uso dos LEDs

A principal motivação para a utilização da tecnologia LED é a sua eficiência energética. A iluminação representa cerca de 6% das emissões globais de gases de efeito de estufa de CO2, ou seja, 1.900 milhões de toneladas de CO2/ano. Surpreendentemente, isto equivale a cerca de 70% das emissões de CO2 dos veículos de passageiros de todo mundo.

A solução para este problema passa pela utilização de controladores inteligentes associados à iluminação a LED, permitindo um corte nas emissões de CO2 entre 50% a 70%. Uma mudança geral na iluminação para a tecnologia LED pode reduzir também o consumo de energia global em iluminação de 40%, o que equivale a 130 biliões de euros de custos de funcionamento e reduzir em 670 milhões de toneladas as emissões CO2/ano. Outros factores na eficiência são a geometria óptica adequada, a sua dimensão reduzida, o espectro luminoso optimizado e o elevado desempenho ao longo do seu tempo de vida útil [1].

Para além da sua eficiência, os LEDs têm uma melhor qualidade de iluminação, por o seu elevado Índice de Restituição Cromática, e vasto leque de temperaturas de cor disponíveis. Por essas razões ele também contribuiu para uma maior segurança e percepção de segurança. Pela sua relação custo-durabilidade, fomentam a utilização da iluminação noturna em espaços públicos, dentro, e fora dos centros urbanos, e em zonas turísticas, promovendo uma maior segurança rodoviária e reduzindo a criminalidade.

Por último, por ser uma tecnologia que não utiliza componentes tóxicos na sua composição – ao contrário do que acontece nas lâmpadas tipicamente usadas [13].

# Anexo B

# Óptica

Segundo o modelo para a luz utilizado, distingue-se entre os seguintes ramos (por ordem crescente de precisão, em que cada ramo utiliza um modelo simplificado do empregado pelo seguinte):

**Óptica geométrica:** Trata a luz como um conjunto de raios que cumprem o princípio de Fermat. Utiliza-se no estudo da transmissão da luz por meios homogêneos (lentes, espelhos), a reflexão e a refração.

**Óptica ondulatória:** Considera a luz como uma onda plana, tendo em conta sua frequência e comprimento de onda. Utiliza-se para o estudo da difração e interferência.

**Óptica eletromagnética:** Considera a luz como uma onda eletromagnética, explicando a reflexão, transmissão, os fenômenos de polarização e anisotrópicos nesse contexto.

**Óptica quântica ou óptica física:** Estudo quântico da interação entre as ondas eletromagnéticas, e a matéria, com a dualidade onda-corpúsculo a ser um factor importante neste modelo [2].

## História da Óptica

A nível histórico, e pelos documentos existentes, o desenvolvimento de lentes começou pelos antigos egípcios e mesopotâmios. As primeiras lentes conhecidas foram feitas de cristal polido (geralmente de quartzo). Foram datadas de cerca de 700 aC por parte dos assírios, como a lente Layard / Nimrud (Figura 43 a)). Os antigos romanos, e gregos, encheram esferas de vidro com água para fazer lentes. Estes desenvolvimentos práticos foram seguidos por ampliações nas teorias da luz, e visão pelos antigos filósofos greco-romanos (óptica geométrica) e indianos.

Foi depois significativamente reformulado pelos desenvolvimentos no mundo medieval islâmico, como o início das ópticas físicas e fisiológicas. Avançou mais tarde significativamente no início da Europa moderna (aproximadamente séc. XV), onde a óptica difractiva começou. Estes estudos anteriores sobre a óptica são agora conhecidos como "óptica clássica". O termo "óptica moderna" refere-se a áreas de pesquisa da óptica que foram desenvolvidos em grande parte no século XX, como a óptica ondulatória e óptica quântica [2].

*Nota:* Recentemente descobriu-se umas lentes de Visby (Figura 43 b)) vindas de Gotland, Suécia, dos tempos dos vikings, por volta do séc. XI / XII d.C. Elas surpreenderam a comunidade científica por serem lentes asféricas muito semelhantes às modernas lentes asféricas, como as utilizadas nos óculos. Isso pôs em causa o conhecimento de design óptico que se conhecia na Idade Média.

**a)** **b)**

**Figura 43: a)** Lente de Nimrud [2] ; **b)** Lentes de Visby [31]

# Lentes

## Tipos de Lentes

Há Lentes Simples e Compostas.

As lentes são classificadas pela curvatura das duas superfícies ópticas.

As Lentes Simples, que consistem de um único elemento óptico, subdividem-se em dois tipos:

Lentes convergentes ou de bordas finas/delgadas - Para lentes biconvexas, plano-convexas, ou côncavas-convexas (mais comumente usado como lente correctiva), em que o comportamento da luz será de convergência;

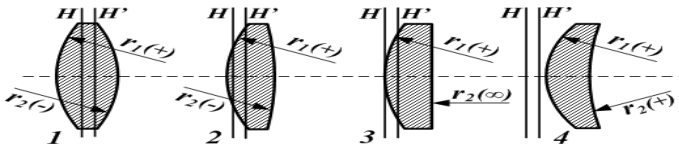



**Figura 44:** Várias formas de Lentes Simples Convergentes [4]

Lentes divergentes ou lentes de bordas grossas/espessas - Para lentes bicôncavas, plano côncavas, ou convexo-côncavas, o comportamento da luz será de divergência;

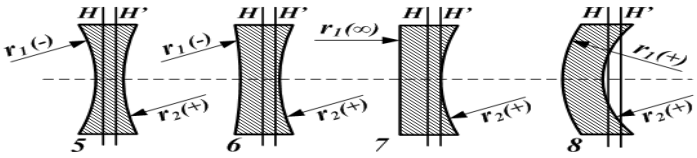



**Figura 45:** Várias formas de Lentes Simples Divergentes [4]

No caso de a lente estar imersa num ambiente em que o índice de refração é maior que o seu próprio, o que foi dito antes é visto de forma inversa, ou seja, lentes divergentes convergirão os raios de luz e lentes convergentes divergirão os raios de luz.

As Lentes Compostas são uma matriz de lentes simples (elementos), de diferentes formas, feitas de materiais com índices de refracção diferentes e um eixo comum. A utilização de vários elementos, permite corrigir bastante as aberrações ópticas, por forma de aberrações complementares entre cada lente, aumentar a eficácia luminosa, aumentar, e/ou modificar a distribuição de luz num certo espaço, etc [4].

**Propriedades da Imagem**

Há vários exemplos de formação de imagens com a utilização de diferentes tipos lentes, como: o plano focal, o foco, a magnificação, as aberrações ópticas, etc.

Por exemplo para o caso de lentes convergentes no ar vai focar um feixe colimado (com as trajectórias paralelas) que se desloca ao longo do eixo da lente para um lugar (conhecido como ponto focal), a uma certa distância da lente. Noutro caso, se uma fonte de luz num ponto, com a luz posicionada no ponto focal, será convertido num feixe colimado pela lente.

As aberrações ópticas dividem-se em duas classes: monocromática e cromática.

Aberrações monocromáticas – como a distorção, aberração esférica, coma, astigmatismo, são causadas pela geometria da lente, e ocorrem tanto quando a luz é reflectida, como quando é refractada. Elas aparecem mesmo quando se usa luz monocromática, daí o seu nome.

Aberrações cromáticas – como a axial/longitudinal, lateral/transversal, são causadas por dispersão, por variação do índice de refracção de uma lente com o comprimento de onda. Elas não aparecem quando a luz monocromática é utilizada [32].

**Injeção de compressão de lentes híbridas**

As lentes híbridas com superfícies de forma livre desenvolvido neste projeto devem ajudar a eliminar os pontos fracos dos LEDs. As lentes integradas de forma livre, têm superfícies especiais que direcionam a luz para precisamente onde ela é necessária. Ao mesmo tempo, explora maneiras de ter o mínimo custo de produção elevado de lentes a partir do plástico. Numa fase final do processo industrial (de um projecto de optimização) há uma cadeia de produção eficiente micro-estruturada, com um polímero de paredes espessas nas lentes híbridas. Isto irá estender-se desde a concepção e organização do processo através de alta qualidade de produção em série, via injeção-compressão, que é idealmente adequado para a fabricação de paredes espessas para peças de plástico. Isso deve consideravelmente reduzir as despesas em recursos, em comparação com os sistemas convencionais. A poupança de energia também é conseguida pela compreensão da optimização ao longo da cadeia de produção por: poupança de materiais, redução de consumo, encurtamento da cadeia de processos, de controlo adaptativo da compressão-injeção e operações de laminação no molde [30].

# Anexo C

## Ray tracing

Para a construção do modelo físico do problema começou-se por analisar o Método do *Ray Tracing* (traçado de raios), uma vez que é muito semelhante ao Algoritmo Óptico que foi aplicado. Por definição, é um algoritmo de computação gráfica usado para síntese (renderização) de imagens tridimensionais. O método utilizado pelo algoritmo ray tracing baseia-se na simulação do trajeto percorrido pelos raios de luz no mundo real (partindo duma fonte de luz), mas neste caso no sentido inverso, isto é, desde o olho do observador/camara até ao objecto intersetado. Além disso ele também é mais usado na construção de modelos, e simulações gráficas computacionais. Estas acabam por ser as diferenças substanciais em relação ao problema aqui tratado. De resto, tem o mesmo processo de base para entender e resolver o conceito óptico. Este vai ser de máxima importância para cumprir os resultados desejados [23].

Em baixo apresentamos a Figura 46, que é um pseudo-código para *Ray Tracing*, e a Figura 47, um esquema a exemplificá-lo.

```
define the objects and light sources in the scene
set up the camera
for(int r = 0; r < nRows; r++)
  for(int c = 0; c < nCols; c++)
  {
    1. Build the rc-th ray
    2. Find all intersections of the rc-th ray with objects in the scene
    3. Identify the intersection that lies closest to, and in front of, the eye
    4. Compute the "hit point" where the ray hits this object, and the normal vector at that point
    5. Find the color of the light returning to the eye along the ray from the point of intersection
    6. Place the color in the rc-th pixel.
  }
```

**Figura 46:** Pseudo-código para *Ray Tracing* [23]

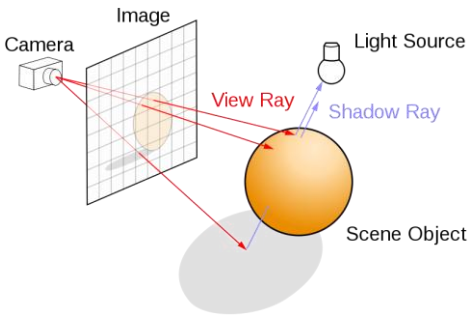



**Figura 47:** Esquema geral do *Ray Tracing* [33]

# Anexo D

# Algoritmo Genético

## História dos AG

Em meados do século XIX, Charles Darwin, aquando da sua viagem no navio Beagles, por observação, percebeu que animais da mesma espécie eram ligeiramente diferentes dos seus parentes em outros ecossistemas; cada grupo era mais adaptado às necessidades e oportunidades oferecidas pelo seu ecossistema específico. Nasceu assim a Teoria da Evolução das Espécies.

Um século mais tarde, cerca de meados do século XX, inspirados nesta teoria, os cientistas desenvolvem os *algoritmos genéticos* (AG). Estes estão na origem da inteligência artificial. Assim, iniciou-se a busca de modelos de sistemas genéricos que criassem soluções para a resolução de problemas muito complexos e de difícil resolução computacional. Nos anos 60, Nils Aall Barricelli começou a fazer simulações de evolução usando algoritmos evolucionários e vida artificial. Alex Fraser estendeu essa área, publicando uma série de artigos na simulação de seleção artificial. Paralelamente, entre 1960, e 1980, na Alemanha, Rechenberg (1973) introduziu conceitos de processos evolutivos como: *seleção*, *mutação* e uma *população de tamanho igual*. Por sua vez, H. Schwefel (1981) ampliou esse conceito introduzindo a *recombinação* e populações com mais de um indivíduo. Ambos fizeram com que a evolução artificial se tornasse um método de optimização grandemente reconhecido, usando estratégias evolucionárias para resolver problemas complexos de engenharia. A programação evolutiva foi introduzida por L. Fogel (1966) nos E.U.A, enquanto John Holland chamou o seu método *algoritmo genético*, sendo desenvolvido por ele, seus alunos e colegas. Este último método ficou popular pelo seu livro *Adaptation in Natural and Artificial Systems* (1975). Em 1988, foi criado o primeiro pacote comercial utilizando algoritmos genéticos, com o nome Evolver, para computadores pessoais (desktop). Entre 1970, e 1990 estas três áreas: algoritmo genético, programação evolutiva, e estratégias evolutivas, desenvolveram-se separadamente. Em 1992, surge uma nova área, utilizando os algoritmos genéticos na programação, desenvolvida por John Koza, a *programação genética* [17].

Atualmente, os algoritmos genéticos (AG) obtiveram muitos benefícios da interdisciplinaridade, pois cada vez mais cientistas da computação buscam ideias em

outras áreas de pesquisa, para compor suas inspirações de forma a absorverem suas ideias, e fazer com que os GAs sejam mais eficientes e inteligentes na resolução de problemas de multi-dimensão. São melhores que softwares produzidos por designers humanos, e a optimizar sistemas de design [34].

## Aplicações dos AGs

Os algoritmos genéticos têm sido utilizados para resolver problemas complexos tais como os problemas NP (Não Determinísticos) difíceis, do tipo caixeiro viajante, para a aprendizagem de máquinas e também para o desenvolvimento de programas simples. São também utilizados em algumas aplicações artísticas como na pintura e na música.

Uma das vantagens dos AG é o seu paralelismo. O AG percorre o espaço das soluções usando mais indivíduos (e com genótipos em vez de fenótipos) de forma que eles são menos susceptíveis de pararem de evoluir quando encontram um extremo local, como acontece noutros métodos. Outra vantagem é que são muito simples de implementar. Uma vez estabelecida a parte básica do AG, é apenas necessário escrever um novo *cromossoma* (apenas um objeto) para resolver outro problema. Com apenas uma codificação, é possível mudar a função de avaliação. Entretanto, para alguns problemas, a escolha e implementação da função de avaliação pode ser difícil.

A desvantagem dos AG é o tempo de processamento. Os AGs podem ser mais lentos do que os outros métodos. Porém, desde que se consiga terminar o cálculo sem restrições severas de tempo, o tempo mais longo é aceitável, principalmente com o processamento cada vez mais rápido dos computadores.

Para se ter uma ideia sobre os tipos de problemas resolvidos com AG, apresenta-se a seguir uma lista de algumas aplicações:

- Sistemas Dinâmicos não Lineares – predição, análise de dados;
- Projeto de Redes Neurais – determinação da arquitetura e dos pesos;
- Trajetória de Robôs;
- Desenvolvimento de programas em LISP (programação genética);
- Planeamento Estratégico;
- Determinação da Forma de Moléculas de Proteínas;
- Determinação de Rotas e Sequenciamento de Tarefas;
- Determinação de Funções para criação de imagens [35].

# Anexo E

## Interface do Simulador

Exemplo da Simulação do tipo 2 da Função de Avaliação, com o interface do simulador subdivido em várias figuras/janelas, com cada parte importante da simulação.

```
C:\Users\Ze´\Documents\DEEC\PROJECTO\Codigo_c++\proj2\Debug\proj2.exe
O tipo de objectivo da Funcao de Avaliacao: 2
Para uma Populacao Inicial com Numero de Individuos = 278
O LED esta posicionado em (x , y) = (0 , 10.004)
O Numero de Pontos da Lente = 23
O indice relativo de refraccao da lente (vidro) = 0.55
O Numero de Raios = 100
O Numero de Intervalos/Parcelas no chao (n- parcelas das tabelas de raios) = 11

O melhor valor inicial encontrado = 0.19
Para o tipo de Mutacao Inicial em Bico.
Com variacao maxima inicial em Bico = 0.01

Os Limites desejados em x sao de -4 a 4
O valor uniforme de luz desejado = 10

Para a Distribuicao Inicial de Luz:

Tabela de distribuicao de raios luminosos [0] = 7
Tabela de distribuicao de raios luminosos [1] = 6
Tabela de distribuicao de raios luminosos [2] = 4
Tabela de distribuicao de raios luminosos [3] = 5
Tabela de distribuicao de raios luminosos [4] = 4
Tabela de distribuicao de raios luminosos [5] = 4
Tabela de distribuicao de raios luminosos [6] = 4
Tabela de distribuicao de raios luminosos [7] = 5
Tabela de distribuicao de raios luminosos [8] = 4
Tabela de distribuicao de raios luminosos [9] = 6
Tabela de distribuicao de raios luminosos [10] = 7

Os Limites dos raios nao desejados inferiores
em x sao de -6 a -4

Tabela_Raios_nao_desejados_Inferiores [0] =2
Tabela_Raios_nao_desejados_Inferiores [1] =2
Tabela_Raios_nao_desejados_Inferiores [2] =3
Tabela_Raios_nao_desejados_Inferiores [3] =4
Tabela_Raios_nao_desejados_Inferiores [4] =4
Tabela_Raios_nao_desejados_Inferiores [5] =3
Tabela_Raios_nao_desejados_Inferiores [6] =0
Tabela_Raios_nao_desejados_Inferiores [7] =0
Tabela_Raios_nao_desejados_Inferiores [8] =0
Tabela_Raios_nao_desejados_Inferiores [9] =0
Tabela_Raios_nao_desejados_Inferiores [10] =1

Os Limites dos raios perdidos inferiores
em x sao de -30 a -6

Tabela_Raios_perdidos_Inferiores [0] =1
```

**Figura 48:** Primeira Janela, com os vários parâmetros de entrada inicial, da População Inicial, e as tabelas de distribuição de luz inicial, subdividida em 11 parcelas

```
C:\Users\Ze´\Documents\DEEC\PROJECTO\Codigo_c++\proj2\Debug\proj2.exe
Os Limites dos raios perdidos inferiores
em x sao de -30 a -6

Tabela_Raios_perdidos_Inferiores [0] =1
Tabela_Raios_perdidos_Inferiores [1] =1
Tabela_Raios_perdidos_Inferiores [2] =1
Tabela_Raios_perdidos_Inferiores [3] =0
Tabela_Raios_perdidos_Inferiores [4] =0
Tabela_Raios_perdidos_Inferiores [5] =0
Tabela_Raios_perdidos_Inferiores [6] =0
Tabela_Raios_perdidos_Inferiores [7] =0
Tabela_Raios_perdidos_Inferiores [8] =0
Tabela_Raios_perdidos_Inferiores [9] =0
Tabela_Raios_perdidos_Inferiores [10] =0

Os Limites dos raios nao desejados superiores
em x sao de 4 a 6

Tabela_Raios_nao_desejados_Superiores [0] =2
Tabela_Raios_nao_desejados_Superiores [1] =2
Tabela_Raios_nao_desejados_Superiores [2] =3
Tabela_Raios_nao_desejados_Superiores [3] =4
Tabela_Raios_nao_desejados_Superiores [4] =4
Tabela_Raios_nao_desejados_Superiores [5] =3
Tabela_Raios_nao_desejados_Superiores [6] =0
Tabela_Raios_nao_desejados_Superiores [7] =0
Tabela_Raios_nao_desejados_Superiores [8] =0
Tabela_Raios_nao_desejados_Superiores [9] =0
Tabela_Raios_nao_desejados_Superiores [10] =1

Os Limites dos raios perdidos superiores
em x sao de 6 a 30

Tabela_Raios_perdidos_Superiores [0] =1
Tabela_Raios_perdidos_Superiores [1] =1
Tabela_Raios_perdidos_Superiores [2] =1
Tabela_Raios_perdidos_Superiores [3] =0
Tabela_Raios_perdidos_Superiores [4] =0
Tabela_Raios_perdidos_Superiores [5] =0
Tabela_Raios_perdidos_Superiores [6] =0
Tabela_Raios_perdidos_Superiores [7] =0
Tabela_Raios_perdidos_Superiores [8] =0
Tabela_Raios_perdidos_Superiores [9] =0
Tabela_Raios_perdidos_Superiores [10] =0

O Numero de Raios Perdidos, fora do plano chao definido,
ou que nao batem no chao = 0
Prima qualquer tecla para continuar . . .
```

**Figura 49:** Segunda Janela, o resto das tabelas de distribuição luminosa inicial, e o Número de Raios Perdidos Iniciais

```
C:\Users\Ze´\Documents\DEEC\PROJECTO\Codigo_c++\proj2\Debug\proj2.exe
Iteracao 0              valor (257) = 1.76
Iteracao 0              valor (258) = 2.08
Iteracao 0              valor (259) = 2.28
Iteracao 0              valor (260) = 2.28
Iteracao 0              valor (261) = 2.45
Iteracao 0              valor (262) = 2.48
Iteracao 0              valor (263) = 2.48
Iteracao 0              valor (264) = 2.88
Iteracao 0              valor (265) = 3.07
Iteracao 0              valor (266) = 3.28
Iteracao 0              valor (267) = 3.28
Iteracao 0              valor (268) = 3.29
Iteracao 0              valor (269) = 3.29
Iteracao 0              valor (270) = 3.48
Iteracao 0              valor (271) = 3.64
Iteracao 0              valor (272) = 3.66
Iteracao 0              valor (273) = 3.88
Iteracao 0              valor (274) = 4.06
Iteracao 0              valor (275) = 4.08
Iteracao 0              valor (276) = 4.26
Iteracao 0              valor (277) = 4.26
Iteracao 100            melhor valor = 0.1
Iteracao 100            valor (1) = 0.1
Iteracao 100            valor (2) = 0.11
Iteracao 100            valor (3) = 0.11
Iteracao 100            valor (4) = 0.12
Iteracao 100            valor (5) = 0.12
Iteracao 100            valor (6) = 0.12
Iteracao 100            valor (7) = 0.12
Iteracao 100            valor (8) = 0.12
Iteracao 100            valor (9) = 0.12
Iteracao 100            valor (10) = 0.12
Iteracao 100            valor (11) = 0.12
Iteracao 100            valor (12) = 0.12
Iteracao 100            valor (13) = 0.13
Iteracao 100            valor (14) = 0.13
Iteracao 100            valor (15) = 0.13
Iteracao 100            valor (16) = 0.13
Iteracao 100            valor (17) = 0.13
Iteracao 100            valor (18) = 0.13
Iteracao 100            valor (19) = 0.13
Iteracao 100            valor (20) = 0.13
Iteracao 100            valor (21) = 0.14
Iteracao 100            valor (22) = 0.14
Iteracao 100            valor (23) = 0.14
Iteracao 100            valor (24) = 0.14
Iteracao 100            valor (25) = 0.14
Iteracao 100            valor (26) = 0.14
```

**Figura 50:** Terceira Janela, uma parte do decorrer da simulação (cálculos dentro do Ciclo AG)

```
C:\Users\Ze´\Documents\DEEC\PROJECTO\Codigo_c++\proj2\Debug\proj2.exe
Iteracao 300            valor (276) = 1.63
Iteracao 300            valor (277) = 1.9

Para o Valor Optimo Alternativo:

Com um Ciclo de A.G com Numero de iteracoes maximo = 5000
Com um criterio de paragem por convergencia em cada 100 iteracoes.
Para uma Taxa de Probabilidade para o tipo de Reproducao = 75
Com o valor inicial da variacao maxima intermedia (2*var_inic) = 0.0002

O Numero de iteracoes efectuadas = 300
O melhor valor final encontrado = 0.03
Com variacao maxima final = 0.000178571

Os Limites desejados em x sao de -4 a 4
O valor uniforme de luz desejado = 10

Para a Distribuicao Final de Luz:

Tabela de distribuicao de raios luminosos [0] = 10
Tabela de distribuicao de raios luminosos [1] = 8
Tabela de distribuicao de raios luminosos [2] = 10
Tabela de distribuicao de raios luminosos [3] = 10
Tabela de distribuicao de raios luminosos [4] = 10
Tabela de distribuicao de raios luminosos [5] = 10
Tabela de distribuicao de raios luminosos [6] = 7
Tabela de distribuicao de raios luminosos [7] = 8
Tabela de distribuicao de raios luminosos [8] = 8
Tabela de distribuicao de raios luminosos [9] = 10
Tabela de distribuicao de raios luminosos [10] = 9

Os Limites dos raios nao desejados inferiores
em x sao de -6 a -4

Tabela_Raios_nao_desejados_Inferiores [0] =0
Tabela_Raios_nao_desejados_Inferiores [1] =0
Tabela_Raios_nao_desejados_Inferiores [2] =0
Tabela_Raios_nao_desejados_Inferiores [3] =0
Tabela_Raios_nao_desejados_Inferiores [4] =0
Tabela_Raios_nao_desejados_Inferiores [5] =0
Tabela_Raios_nao_desejados_Inferiores [6] =0
Tabela_Raios_nao_desejados_Inferiores [7] =0
Tabela_Raios_nao_desejados_Inferiores [8] =0
Tabela_Raios_nao_desejados_Inferiores [9] =0
Tabela_Raios_nao_desejados_Inferiores [10] =0

Os Limites dos raios perdidos inferiores
em x sao de -30 a -6
```

**Figura 51:** Quarta Janela, fim do Ciclo do AG, com o cálculo dos vários parâmetros finais, mostragem dos parâmetros usados no Ciclo do AG, e as tabelas de distribuição luminosa final

```
C:\Users\Ze´\Documents\DEEC\PROJECTO\Codigo_c++\proj2\Debug\proj2.exe
Os Limites dos raios perdidos inferiores
em x sao de -30 a -6

Tabela_Raios_perdidos_Inferiores [0] =0
Tabela_Raios_perdidos_Inferiores [1] =0
Tabela_Raios_perdidos_Inferiores [2] =0
Tabela_Raios_perdidos_Inferiores [3] =0
Tabela_Raios_perdidos_Inferiores [4] =0
Tabela_Raios_perdidos_Inferiores [5] =0
Tabela_Raios_perdidos_Inferiores [6] =0
Tabela_Raios_perdidos_Inferiores [7] =0
Tabela_Raios_perdidos_Inferiores [8] =0
Tabela_Raios_perdidos_Inferiores [9] =0
Tabela_Raios_perdidos_Inferiores [10] =0

Os Limites dos raios nao desejados superiores
em x sao de 4 a 6

Tabela_Raios_nao_desejados_Superiores [0] =0
Tabela_Raios_nao_desejados_Superiores [1] =0
Tabela_Raios_nao_desejados_Superiores [2] =0
Tabela_Raios_nao_desejados_Superiores [3] =0
Tabela_Raios_nao_desejados_Superiores [4] =0
Tabela_Raios_nao_desejados_Superiores [5] =0
Tabela_Raios_nao_desejados_Superiores [6] =0
Tabela_Raios_nao_desejados_Superiores [7] =0
Tabela_Raios_nao_desejados_Superiores [8] =0
Tabela_Raios_nao_desejados_Superiores [9] =0
Tabela_Raios_nao_desejados_Superiores [10] =0

Os Limites dos raios perdidos superiores
em x sao de 6 a 30

Tabela_Raios_perdidos_Superiores [0] =0
Tabela_Raios_perdidos_Superiores [1] =0
Tabela_Raios_perdidos_Superiores [2] =0
Tabela_Raios_perdidos_Superiores [3] =0
Tabela_Raios_perdidos_Superiores [4] =0
Tabela_Raios_perdidos_Superiores [5] =0
Tabela_Raios_perdidos_Superiores [6] =0
Tabela_Raios_perdidos_Superiores [7] =0
Tabela_Raios_perdidos_Superiores [8] =0
Tabela_Raios_perdidos_Superiores [9] =0
Tabela_Raios_perdidos_Superiores [10] =0

O Numero de Raios Perdidos, fora do plano chao definido,
ou que nao batem no chao = 0
Prima qualquer tecla para continuar . . .
```

**Figura 52:** Quinta Janela, o resto das tabelas de distribuição luminosa final, e o Número de Raios Perdidos Finais