

A MATEMÁTICA E A FÍSICA DO AZAR¹

Carlos Fiolhais²

Desde tempos remotos que os homens decidem certos acontecimentos por lançamento de dados. Quando não podiam ou não queriam decidir, deixavam a decisão ao acaso, lançando, por exemplo, um ou mais dados. Muitas vezes dizia-se que esse acto consistia em dar a palavra a Deus ou aos deuses. O escritor francês Anatole France (1844-1924) resumiu literariamente essa atitude quando escreveu, em *O Jardim de Epicuro*: “O azar é talvez o pseudónimo de Deus quando ele não quer pôr a sua assinatura”. Repare-se no cuidado do autor revelado pelo “talvez”...

A palavra azar é uma das muitas que nos legaram os árabes: “*az-zahr*” significa etimologicamente “o dado”, embora à letra seja “a flor”, pois os antigos dados árabes desenhavam uma flor no lugar do actual seis. Significa modernamente, e dando a palavra ao *Dicionário Houaiss*, “*revés, infelicidade, infortúnio*”, ou, mais em geral, “*acaso, sorte, eventualidade*”. O jogo de dados, bem mais antigo do que a civilização árabe, é, de facto, uma boa forma de concretizar um de entre vários acontecimentos com igual possibilidade de realização, podendo nós, convencionalmente, dizer que ganhamos ou que perdemos quando se efectiva uma dessas possibilidades.

Em linguagem científica, dizemos hoje que, no lançamento de um dado, existe a probabilidade de um sexto de sair o seis, pois existem seis possibilidades iguais de materialização e só uma delas (“a flor”) dará sorte ou azar. A equiprobabilidade de acontecimentos é uma suposição fundamental, isto é, tem de haver uma espécie de justiça subjacente, mostrando a prática que, se lançarmos muitas vezes os dados, em cerca de um sexto delas sairá o seis, sendo a aproximação tanto melhor

¹ Comunicação apresentada no Colóquio do Porto – Psicanálise e Cultura: “O Homem e o(s) Jogo(s)”, 14 e 15 de Novembro de 2008.

² Professor Catedrático de Física na Universidade de Coimbra e Director da Biblioteca Geral da Universidade de Coimbra.

quantas mais vezes lançarmos. A teoria das probabilidades é hoje um ramo bem estabelecido da matemática, mas, apesar dessa noção estar hoje clara, ela era apenas intuitiva no tempo dos árabes. Acontece que a noção de probabilidade é muito pouco intuitiva: a nossa mente tem uma grande dificuldade em lidar com ela. Recusamo-nos a aceitar, por exemplo, que depois de ter saído, obviamente “por sorte” ou “por azar” duas vezes seguidas o seis, que a probabilidade de sair de novo o seis no lançamento seguinte seja um sexto. É como se o nosso cérebro não tivesse sido feito para as probabilidades. O matemático contemporâneo Persi Diaconis, professor na Universidade de Stanford, nos Estados Unidos, não teve pejo em dizer: “*Os circuitos do nosso cérebro não foram, simplesmente, feitos para resolver problemas de probabilidade*”.

Foi longo e penoso o percurso até se chegar à moderna matemática do azar. Mas, no início, a motivação foram os jogos de azar (ou de sorte, depende da perspectiva, o termo azar será, porém, mais adequado pois, no jogo, são normalmente muitos mais os que perdem do que os que ganham). Os objectos físicos que são os dados precederam o pensamento matemático. No Renascimento, o matemático, filósofo e médico italiano Giordano Cardano (1501-1576), um jogador compulsivo, foi o primeiro a abordar o assunto com algum rigor. O seu livro *Liber de Ludo Aleae* (O Livro dos Jogos de Azar), só publicado postumamente (em 1663), foi a primeira análise matemática dos jogos. O autor reparou que, para resolver uma questão de probabilidades, tinha primeiro de reconhecer quais eram os acontecimentos igualmente prováveis.

O também italiano e comumente considerado o “pai da física” Galileu Galilei (1564-1642), em resposta a uma solicitação do Grão-Duque da Toscana, foi o primeiro a resolver quantitativamente um problema concreto de probabilidades. A questão incidia sobre a probabilidade de saírem os totais 9 e 10 lançando simultaneamente três dados. Não deixa de ser curioso que o primeiro autor da descrição matemática do movimento (foi ele a formular quantitativamente a lei da queda dos graves) tenha sido também o primeiro a lidar matematicamente com a noção de probabilidade. No seu opúsculo *Sopra la Scoperte dei Dadi* (Considerações sobre o Jogo de Dados), saído em 1612, efectuou correctamente uma comparação de probabilidades de acontecimentos muito próximos. Galileu explicou, nessa obra, por que razão, embora sejam seis as somas diferentes que permitem obter 9 pontos quando se lançam três dados e igualmente seis as somas que permitem obter 10 pontos, o total de 10 ocorre mais vezes do que o total de 9: há 25 configurações para que

ocorra o 9, mas já há 27 para que ocorra o 10, de entre um total de 216 configurações possíveis. Quase indistinguível para um jogador como o Duque da Toscana, mas perfeitamente ao alcance do olhar rigoroso de Galileu, que suspeitou que, por longa observação, seria possível medir, na prática, a pequena diferença.

Mas foi outro italiano, o monge franciscano e matemático Frei Luca Paccioli (1445-1517), célebre pelos seus estudos da “divina proporção”, um tema de geometria muito glosado em inúmeras manifestações artísticas, o responsável pelo desafio que iria permitir, muitos anos depois, inaugurar formalmente o conceito de probabilidade, ao inquirir, no seu livro *Summa de arithmetica, geometria, proportioni et proportionalita* (1494), como se devia dividir o dinheiro de um jogo de azar interrompido por qualquer razão. De certo modo, ainda que de uma forma apenas embrionária, foi ele que deu início à noção de probabilidade como esperança matemática, isto é, como capacidade de previsão quantitativa de eventos futuros. Este problema foi reatado pelos franceses Blaise Pascal (1623-1662) e Pierre de Fermat (1601-1655), dois dos maiores matemáticos do século XVII (ficou célebre o “último teorema de Fermat”, que só há pouco tempo foi demonstrado), num conjunto de cartas onde trocaram ideias sobre a melhor forma de repartir o dinheiro de um jogo interrompido. A questão tinha sido suscitada por Antoine Gambaud, Chevalier de Méré (1607-1684), um outro jogador compulsivo, que pediu ajuda a Pascal para resolver um caso concreto relacionado como lançamentos de dados. Numa missiva de 24 de Agosto de 1655, Fermat propôs a Pascal a resolução do problema que lhe tinha sido endossado (os dois nunca se encontraram fisicamente), surgindo assim uma primeira ligação do cálculo das probabilidades à economia. Por estranho que isso parecesse, as probabilidades tinham interesse económico! Não chegou até aos nossos dias a carta original de Pascal, mas conhecem-se, no total, seis cartas trocadas entre os dois sobre o assunto. Essa correspondência não foi publicada imediatamente mas apenas, anos volvidos, em 1657, quando o físico holandês Christian Huyghens (1629-1695), contemporâneo do físico inglês Isaac Newton (1643-1727), a descobriu e comentou no seu livro *Libellus de ratiociniis in ludo aleae* (Sobre o raciocínio nos jogos de azar).

Para alicerçar a teoria matemática das probabilidades, faltava a fundamentação, em bases sólidas, do conceito de “longa observação” de Galileu, isto é, mostrar rigorosamente que, por experiências repetidas, era possível medir probabilidades com uma exactidão arbitrária: por exemplo,

em 1000 lançamentos de um dado devia sair em cerca de um sexto, portanto em 167 lançamentos, o valor seis e a aproximação ao valor preciso de um sexto seria tanto melhor quanto maior fosse o número de lançamentos. A demonstração desta afirmação – a lei dos grandes números ou lei fundamental das probabilidades –, que permite ligar, com precisão, frequências relativas e probabilidades, só foi efectuada pelo físico-matemático suíço Jacob Bernoulli (1654-1705), que publicou este importante resultado no seu livro *Ars Conjectandi* (A arte da conjectura), saído postumamente em 1713.

Como se vê, o jogo e a economia ligada ao jogo estão na raiz da teoria das probabilidades, que, originalmente, tem tanto de matemático como de físico, uma vez que era necessário um objecto físico – o dado – e a experimentação – o lançamento do dado – para motivar, primeiro, e verificar, depois, suposições matemáticas.

O matemático, físico e astrónomo francês Pierre Simon de Laplace (1749-1827), um dos grandes divulgadores e continuadores da obra de Newton, foi o autor do primeiro tratado matemático sobre as probabilidades. Mais uma vez é irónico que tenha sido um newtoniano convicto, portanto um defensor do determinismo mecânico (foi ele que respondeu a Napoleão quando este lhe perguntou sobre o lugar de Deus na obra laplaciana: “*Sir, je n’avais pas besoin de cette hypothèse là!*”), o autor e proponente de conceitos de probabilidade, que estão ou parecem estar nos antípodas do pensamento newtoniano. No seu livro *Théorie analytique des probabilités* (Teoria analítica das probabilidades), saído em 1812, obteve uma função matemática a que hoje se chama distribuição normal de probabilidades, à qual também está associado o nome do matemático alemão Carl Friedrich Gauss (1777-1855). Daí os nomes alternativos de “curva de Gauss” e de “curva de Laplace-Gauss” para essa curva com a forma típica de um sino que tão bem descreve os erros aleatórios numa medida de uma grandeza física. Mas, de facto, o autor mais antigo dessa curva foi, em 1733, o matemático francês Abraham De Moivre (1667-1754), um dos primeiros a usar as probabilidades para o cálculo de seguros.

No século XIX um novo ramo da física emergiu, em ligação estreita com a química: a teoria cinética dos gases, para cujo estudo logo se percebeu a enorme utilidade da teoria das probabilidades. Uma amostra de um qualquer gás contém um número muito grande de moléculas em movimento desordenado (a palavra gás, proveniente do grego, foi então criada, significando “*caos, desordem*”). Para podermos fazer afirmações

sobre o comportamento global desses sistemas, era obrigatória a limitação ao uso de conceitos probabilístico-estatísticos. Físicos como o escocês James Clerk Maxwell (1831-1879) e o austríaco Ludwig Boltzmann (1844-1906) aplicaram os ensinamentos conhecidos na sua época sobre probabilidades e estatística para descrever o comportamento das multidões de partículas presentes num porção de matéria, gasosa ou não. O desenvolvimento da teoria cinética permitiu justificar microscopicamente um conjunto de leis macroscópicas, as leis da termodinâmica, que descreviam muito bem uma grande variedade de fenómenos térmicos, isto é, fenómenos para cuja descrição é necessário invocar a noção de temperatura. A compatibilidade com a mecânica determinista de Newton existe em princípio, embora ela nem sempre seja óbvia (foi Laplace que disse que, conhecendo as condições iniciais de cada partícula e as forças que sobre ela actuavam, se poderia em princípio conhecer não só todo o futuro como todo o passado de um uma partícula; um ser com essa capacidade foi chamado “demónio de Laplace”). Contudo, a necessidade de introduzir o conceito de probabilidade devia-se à impossibilidade de uma descrição completa e pormenorizada. Por exemplo, foi criado o conceito de entropia, medida da desordem, que Boltzmann associou à probabilidade: no seu túmulo, no Cemitério Central de Viena, está gravada, precisamente, a equação simples, de sua autoria, que relaciona entropia e probabilidade. Além da mecânica de Newton, tornou-se necessária e foi desenvolvida uma outra mecânica, que deveria partir da primeira e ser inteiramente compatível com ela – foi chamada mecânica estatística.

Finalmente, no primeiro quartel do século XX, emergiu uma teoria física que descrevia a realidade microscópica, e a qual, por oposição à mecânica newtoniana, albergava no seu cerne o conceito de probabilidade. Porquê a probabilidade? Não se tratava agora da impossibilidade de conhecer pormenorizadamente o comportamento individual das partículas, como acontecia na teoria cinética dos gases e na mecânica estatística, mas sim de aceitar a ideia radical de que, para descrever todas as coisas do mundo, era necessário aceitar o primado da aleatoriedade. Não se pode dizer onde está um electrão, uma vez que, em repetidas experiências de medida efectuadas no mesmo sistema em condições iguais, ele se encontrará em sítios diferentes. O mais que podemos dizer, *a priori*, é que é mais provável que ele se venha a localizar numa dada região do que noutra. E, *a posteriori*, encontra-se, de facto, por meio de numerosas experiências, a distribuição de probabilidade que a teoria quântica previu. Físicos como o alemão Werner Heisenberg (1901-1976), autor

da famosa relação de incerteza segundo a qual não podemos conhecer simultaneamente a posição e a velocidade de um electrão, o austríaco Erwin Schroedinger (1887-1961), autor da equação que descreve a dinâmica quântica, o inglês Paul Dirac (1902-1984), autor de uma ligação entre a teoria quântica com a teoria relativista, e o alemão Max Born (1882-1970), autor da interpretação probabilística da função de onda que obedece à equação de Schroedinger, foram os protagonistas maiores dessa revolução na física, a criação e desenvolvimento da teoria quântica, na qual assenta hoje boa parte da física moderna. Facto notável: a velha mecânica de Newton podia ser vista como um certo limite da nova mecânica quântica.

Porém, e apesar de todos os triunfos dessa teoria, um dos maiores físicos de sempre, e também um dos percursores da teoria quântica quando teorizou o efeito fotoeléctrico, o alemão mais tarde naturalizado suíço e norte-americano Albert Einstein (1879-1955) nunca aceitou como completa e definitiva esta descrição do mundo baseada em probabilidades. Gostava de dizer: *“Gott wuerfelt nicht”*, isto é, *“Deus não joga aos dados com o Universo”*. O dinamarquês Niels Bohr (1885–1962), autor da teoria quântica antiga, dita assim por ter antecedido a formulação moderna de Heisenberg *et al.*, disse um dia a Einstein: *“Você, Einstein, não tem o direito de dizer a Deus o que Ele deve fazer”*.

Jogará Deus aos dados com o Universo? Tanto quantos sabemos hoje, e no sentido considerado por Einstein, sim. Esta afirmação não tem nenhum fundo teológico (Einstein não acreditava num Deus pessoal, tal como aparece retratado no Antigo Testamento), mas antes significa que as leis da física têm, a nível microscópico (ao nível, por exemplo, dos átomos e das moléculas), um carácter probabilístico. À partida, só podemos aspirar a conhecer probabilidades de ocorrência de certos eventos como a detecção de um electrão num certa posição do espaço. Não podemos dizer que um electrão vai estar com absoluta certeza num certo lugar, mas apenas que é provável que ele venha a ser encontrado numa certa região do espaço em torno dessa posição. Naquela que se tornou a maior das disputas intelectuais do século XX, protagonizada por Einstein e por Bohr sobre o sentido e a validade da teoria quântica, o primeiro perdeu e o segundo ganhou. Com efeito, todas as previsões dessa teoria têm sido confirmadas de modo bastante exacto por numerosíssimas experiências. Não há, até agora, uma única excepção. Por outro lado, têm sido infirmadas doutrinas que têm sido proposta em oposição à teoria quântica, por exemplo as chamadas “teorias de variáveis escondidas”,

isto é, teorias que pressupõem uma realidade determinista subjacente às probabilidades quânticas. Tudo indica que o mundo é quântico e que temos, portanto, no domínio microscópico, de nos limitar a calcular e a indicar probabilidades.

A teoria quântica, através das suas aplicações, entrou nas nossas vidas: o transístor e o laser são, entre outros exemplos, tecnologias assentes na teoria quântica. A nível conceptual, ligou-se também à filosofia e à teologia, assim como a certas formas de psicologia popular e de espiritualidade (veja-se, por exemplo, o *best-seller O Tao da Física*, do austríaco Fritjof Capra, que expõe relações entre física quântica e misticismo oriental), embora esta última relação seja muito controversa. Há até uma relação insuspeita entre teoria quântica e psicanálise: O físico suíço Wolfgang Pauli (1900-1958), um outro grande nome dos tempos iniciais da teoria quântica, depois de sofrer um colapso nervoso, consultou o psicoterapeuta Carl Gustav Jung (1875-1961), um dos continuadores da obra do austríaco Sigmund Freud (1856-1939), de quem foi durante alguns anos amigo (Freud era, por sua vez, amigo de Einstein, com quem partilhava a origem judaica). Pauli dedicou-se depois a interpretar os seus sonhos, tornando-se um bom estudante da psiquiatria junguiana. Sentiu-se mesmo à vontade para criticar as ideias de Jung, com quem trocou ampla correspondência que se encontra hoje publicada. O resultado foi um estranho casamento entre psicanálise e ciência!

Retomando a frase de Anatole France sobre Deus e o azar, citada logo de início: o azar será o pseudónimo de Deus quando Ele não se quer dar a conhecer? Talvez seja mais adequado afirmar que a probabilidade quântica é a maneira com que a Natureza se esconde de nós na escala do muito pequeno...

REFERÊNCIAS

- Amir D. Aczel, *Chance. A Guide to Gambling, Love, the Stock Market, and just about everything else*, New York: Thunder's Mouth Press, 2004.
- Deborah J. Bennett, *Aleatoridade*, São Paulo (Brasil): Martins Fontes, 2003 (tradução de *Randomness*, Boston: Harvard University Press, 1998).
- Fritjof Capra, *O Tao da Física*, Lisboa: Presença, 2009 (reedição).
- Anatole France, *Le jardin d'Épicure*. Paris: Calmann-Lévy, 1925.
- C. G. Jung e Wolfgang Pauli, *Atom and Archetype: The Pauli/Jung Letters, 1932-1958*, Princeton University Press, 2001.
- Arthur I. Miller, *Deciphering the Cosmic Number. The Strange Friendship of Wolfgang Pauli and Carl Jung*, New York: Norton, 2009.