



Universidade de Coimbra

Faculdade de Ciências e Tecnologias

Departamento de Engenharia Eletrónica e de Computadores

João Francisco Miraldo Góis

# Sistema integrado de magnetómetros para a navegação de veículos autónomos

Dissertação de Mestrado

08 de Fevereiro de 2015



UNIVERSIDADE DE COIMBRA





UNIVERSIDADE DE COIMBRA  
FACULDADE DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELECTROTÉCNICA E DE COMPUTADORES

# Sistema integrado de magnetómetros para a navegação de veículos autónomos

João Francisco Miraldo Góis

Coimbra, 2015



# Sistema integrado de magnetómetros para a navegação de veículos autónomos

Orientador:

Prof. Dr. Urbano José Carreira Nunes

Co-orientador:

Mestre Fernando Moita

Júri:

Prof. Dr. Mário João Simões Ferreira dos Santos

Prof. Dr. Lino José Forte Marques

Prof. Dr. Urbano José Carreira Nunes



João Francisco Miraldo Góis

Dissertação submetida para obtenção do grau de Mestre em Engenharia Eletrotécnica e de  
Computadores

Departamento de Engenharia Eletrotécnica e de Computadores

Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

Fevereiro, 2015





“Bom mesmo é ir à luta com determinação, abraçar a vida com paixão, perder com classe e vencer com ousadia. . . pois o triunfo pertence a quem se atreve.”

- Charles Chaplin



# Agradecimentos

Em primeiro lugar, quero prestar um especial agradecimento ao Professor Urbano Nunes pelas opiniões e críticas que foi dando ao longo deste trabalho. Um agradecimento também ao Mestre Fernando Moita por todo o apoio, paciência e orientação que foi dando ao longo do trabalho.

Quero ainda prestar um agradecimento a todos os meus colegas de laboratório pela ajuda e apoio prestado.

Um obrigado ao Instituto de Sistemas e Robótica pelas excelentes condições e recursos que me permitiram concluir esta meta. Este trabalho teve o apoio do Programa Operacional Fatores de Competitividade COMPETE do QREN através do projeto ProjB-DAM: Centro-07-ST24-FEDER-002028.

Um enorme obrigado a Tiago Roia, Hugo Paiva, Hugo Mendes, Luís Oliveira por todos os momentos, não só de trabalho mas também de lazer, que passamos ao longo de todo o meu percurso académico.

Um especial obrigado à Ângela pela paciência, apoio, carinho e compreensão que todos os dias demonstra e em especial durante este trabalho.

Por fim, um grande obrigado aos meus pais, irmã e cunhado por todos os esforços, apoio e compreensão que demonstraram ao longo de todo o meu percurso académico.

A todos o meu obrigado.

# Resumo

Os magnetómetros são largamente usados em aplicações de navegação. A aplicação mais tradicional consiste no seu uso para determinação da orientação relativamente ao norte magnético. No entanto, o sucesso destes sensores para estimação da orientação é condicionado pela sua capacidade de ler o campo magnético da terra sem erro em ambientes que contenham materiais ferromagnéticos. Os materiais ferromagnético, quando magnetizados introduzem componentes que se somam ao vetor do campo terrestre, contribuindo com grandes desvios nas leituras em relação aos valores reais. Devido a esta fragilidade, torna-se necessário a utilização de filtros e de métodos para compensar este tipo de perturbações. O trabalho realizado nesta dissertação tem como objetivo o desenvolvimento de metodologias que permitam dar mais confiança e robustez à utilização de bússolas nos sistemas de localização de veículos autónomos. Desta forma, pretende-se desenvolver um sistema que, para além de permitir identificar zonas onde existam possíveis perturbações, permita também obter uma melhor estimativa da orientação, de modo a tentar minimizar os erros num sistema de localização. Com o intuito de validar o sistema proposto pretende-se que este seja integrado num sistema de localização real.

## Palavras chave

Magnetómetro, Bússola, Perturbações, Algoritmos de deteção, Filtro de Kalman, Sistema de localização, Filtro de Kalman Estendido.

# Abstract

Magnetometers are widely used in navigation applications. The more traditional application is its use for determining the orientation relative to magnetic north. However, its success for orientation estimation is conditioned by their ability to sense the Earth's magnetic field without error in environments containing ferromagnetic materials. The ferromagnetic materials when magnetized introduce components that containate earth magnetic field, contributing to large deviations in readings. Due to this fragility, it is necessary to set up filters and methods to compensate for such disturbances. The work done in this thesis aims to develop methodologies to improve and give more confidence and robustness to the use of compasses in localization systems of autonomous vehicles. This way, we intend to develop a system that besides allowing to identify areas where there are possible disturbances it also makes possible to obtain a better estimate of orientation with the aim of minimizing errors in localization systems. In order to validate the proposed system it is intended that this is integrated as part of a real localization system.

## Key Words:

Magnetometer, Compass, Disturbances, Detection algorithms, Kalman Filter, Localization systems, Extended Kalman Filter.

# Conteúdo

Lista de Figuras	xvi
Lista de Tabelas	xviii
<b>1 Introdução</b>	<b>1</b>
1.1 Motivação e Contexto . . . . .	1
1.2 Objetivos . . . . .	2
1.3 Trabalho realizado e principais contribuições . . . . .	2
<b>2 Revisão da literatura e conceitos</b>	<b>5</b>
2.1 O campo magnético da terra . . . . .	5
2.2 Tipos de erros . . . . .	6
2.2.1 <i>Hard iron</i> e <i>Soft iron</i> . . . . .	7
2.2.2 Planos inclinados . . . . .	7
2.3 Métodos para mitigar os erros apresentados pelas bússolas . . . . .	9
2.3.1 Calibração dos magnetômetros . . . . .	9
2.3.2 Compensação dos ângulos de <i>Roll e Pitch</i> . . . . .	9
2.3.3 Métodos para mitigar os efeitos das perturbações dinâmicas . . . . .	11
2.4 Sistemas de localização usando magnetômetros . . . . .	13
<b>3 Sistema integrado de magnetômetros</b>	<b>15</b>
3.1 Objetivos para o MISHE . . . . .	16
3.2 Arquitetura do MISHE . . . . .	16
3.2.1 Hardware . . . . .	17
3.2.1.1 Magnetómetro . . . . .	17
3.2.1.2 Placa de desenvolvimento . . . . .	17
3.2.1.3 Protocolo de comunicação . . . . .	17
3.2.1.4 Arquitetura de Hardware . . . . .	18
3.2.2 Software . . . . .	18
3.2.3 Módulo de detecção . . . . .	19
3.2.3.1 Análise do módulo do campo magnético . . . . .	20
3.2.3.2 Análise da inclinação magnética . . . . .	21
3.2.3.3 Análise dos coeficientes de correlação . . . . .	22
3.2.3.4 Sub-módulo de decisão . . . . .	24
3.2.4 Módulo de Fusão . . . . .	24

---

<b>4</b>	<b>Sistema de localização</b>	<b>28</b>
4.1	Modelo cinemático do veículo . . . . .	28
4.2	Projeto do Filtro . . . . .	30
<b>5</b>	<b>Simulador</b>	<b>33</b>
5.1	Estrutura do simulador e módulos implementados . . . . .	33
5.2	Módulo que simula o efeito de perturbações reais . . . . .	34
5.3	Modelo dos magnetómetros . . . . .	34
5.4	Resultados de simulação . . . . .	35
<b>6</b>	<b>Resultados experimentais</b>	<b>39</b>
6.1	Resultados do MISHE . . . . .	40
6.2	Resultados da fusão do MISHE com encoders e GNSS . . . . .	41
<b>7</b>	<b>Conclusões e trabalho futuro</b>	<b>44</b>
7.1	Conclusões . . . . .	44
7.2	Trabalho futuro . . . . .	44

# Lista de Figuras

1.1	Exemplos de veículos autônomos . . . . .	2
1.2	Arquitetura do sistema desenvolvido . . . . .	3
2.1	Linhas de campo, declinação e inclinação do campo magnético da Terra . . . . .	6
2.2	Tipos de erros . . . . .	7
2.3	Efeito das perturbações provocadas por <i>hard iron</i> e <i>soft iron</i> [Fernando Moita, 2015] . . . . .	8
2.4	Representação dos ângulos de <i>Roll</i> e <i>Pitch</i> . . . . .	9
2.5	Método de calibração. Passo 1: Os sensores são rodados livremente, num ambiente livre de perturbações. Passo 2: Os sensores são acoplados ao veículo e de seguida é efetuada uma circunferência sobre uma superfície plana acabando com uma orientação previamente conhecida.[Fernando Moita, 2015] . . . . .	10
2.6	Perturbação dinâmica . . . . .	12
3.1	Sistema integrado de magnetómetros . . . . .	15
3.2	Posicionamento dos sensores ao longo do carro . . . . .	16
3.3	Arquitetura de hardware . . . . .	18
3.4	Arquitetura de software do MISHE . . . . .	19
3.5	Sub-módulos constituintes do módulo de deteção . . . . .	19
3.6	Gráfico dos módulos apresentados pelos sensores . . . . .	20
3.7	Gráfico dos ângulos de inclinação magnética . . . . .	22
3.8	Efeito das distorções no campo da terra na orientação obtida de cada sensor . . . . .	23
3.9	Coefficientes de correlação entre os três magnetómetros . . . . .	23
4.1	Modelo cinemático do veículo . . . . .	29
4.2	Estrutura do EKF . . . . .	30
4.3	Posicionamento dos sensores ao longo do carro . . . . .	30
5.1	Ambiente de simulação . . . . .	33
5.2	Campo magnético da terra na presença de materias ferromagnéticos . . . . .	34
5.3	Efeito de duas perturbações no campo magnético . . . . .	35
5.4	Resultados do percurso de simulação . . . . .	36
5.5	Resultados do MISHE ao entrar na zona de perturbação . . . . .	37
5.6	Resultados do MISHE ao sair da zona de perturbação . . . . .	38
6.1	Percurso de testes . . . . .	39
6.2	Resultados do MISHE . . . . .	40
6.3	Resultado da fusão dos três magnetómetros . . . . .	41



---

6.4	Resultados experimentais da fusão do GNSS, MISHE e encoders. . . . .	42
6.5	Resultados do KF . . . . .	42
6.6	Erros de orientação ao longo de todo o percurso . . . . .	43

# Lista de Tabelas

2.1	Métodos de detecção / estimação de perturbações magnéticas . . . . .	13
2.2	Outras aplicações usando magnetómetros . . . . .	14
3.1	Características dos magnetómetros analisados . . . . .	17

# Abreviaturas

<b>ABS</b>	Anti-Lock Braking System
<b>EKF</b>	Extended Kalman Filter
<b>FEMM</b>	Finite Element Method Magnetics
<b>GPS</b>	Global Positioning System
<b>I2C</b>	Inter-Integrated Circuit
<b>ISR</b>	Instituto de Sistemas e Robótica
<b>KF</b>	Kalman Filter
<b>MISO</b>	Master In Slave Out
<b>MOSI</b>	Master Out Slave In
<b>PCB</b>	Printed Circuit Board
<b>SPI</b>	Serial Peripheral Interface
<b>SIM</b>	Sistema integrado de magnetómetros
<b>SCK</b>	Serial Clock
<b>SS</b>	Slave Select



# Capítulo 1

## Introdução

### 1.1 Motivação e Contexto

Uma das áreas da robótica que mais tem evoluído nos últimos anos é a área dos veículos autónomos. Com efeito, o automóvel tornou-se uma das invenções mais importantes do século XX, sendo já considerado um bem material essencial na vida das pessoas.

Existem atualmente cerca de 1000 milhões de automóveis por todo o mundo mas este número tende a aumentar de ano para ano [Sousanis, 2011]. Apesar de todos os aspetos positivos que introduziram na sociedade, são também alguns os fatores negativos que se podem apontar. Um dos mais relevantes e preocupantes é a sinistralidade rodoviária.

Em Portugal, no ano de 2013, registaram-se 30339 acidentes de viação, dos quais resultaram 518 vítimas mortais, 2054 feridos graves e 36818 feridos ligeiros [Rodoviária, 2014]. As causas humanas como o excesso de velocidade, condução sob o efeito de álcool, cansaço, distração e a falta de civismo estão entre as principais causas da sinistralidade nas estradas portuguesas.

Toda esta problemática associada à evolução tecnológica, coloca os sistemas autónomos na vanguarda como a solução perfeita para aumentar a segurança, eficiência e conforto com que se conduz um automóvel.

A introdução de sistemas autónomos tem como objetivo auxiliar o condutor e aumentar a sua segurança na condução. Existem já alguns sistemas de apoio à condução presentes nos automóveis atuais, como é o caso dos travões ABS, da navegação GNSS, dos limitadores de velocidade, do *Cruise Control*, dos sistemas de prevenção de colisão, do estacionamento automático, da deteção das linhas delimitadoras da faixa de rodagem, entre outros.

Para além de todos os sistemas desenvolvidos para o auxílio ao condutor, existem algumas soluções que pretendem substituir totalmente o condutor, executando todas as tarefas necessárias ao ato de conduzir. Estas soluções são os veículos autónomos, que não são mais que automóveis que, usando um conjunto de sensores, sistemas de controlo e atuadores utilizados para ter uma perceção do ambiente, determinam as melhores ações a tomar e a executar, de forma mais segura e confiável do que um condutor humano comum.

Nos últimos anos, os grandes fabricantes de automóveis têm vindo a atribuir cada vez maior importância a este tipo de veículos, investindo na investigação de novas técnicas que permitam mitigar os problemas apresentados pelos veículos tradicionais, como é o caso da sinistralidade rodoviária. Empresas como a Mercedes-Benz, BMW, Volvo, Renault, Tesla e mesmo grandes empresas tecnológicas como a Google têm já soluções complementarmente

autónomas implementadas.

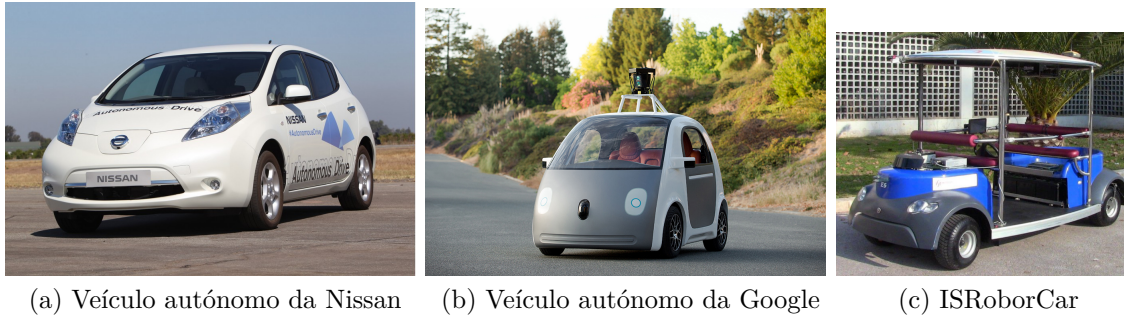


Figura 1.1: Exemplos de veículos autónomos

Ao longo dos últimos anos, o ISR tem também contribuído com alguns trabalhos de investigação nesta área focando-se em questões como localização e navegação, estimação do estado de carga de baterias, comunicação entre veículos e algoritmos de controlo de tráfego [Martins, 2012, Garrote, 2011, M. Silva, 2012].

O trabalho realizado nesta dissertação surge no seguimento do trabalho que se tem vindo a realizar pelo ISR nesta área de investigação, incluindo-se nas áreas da localização e navegação.

## 1.2 Objetivos

O objetivo do trabalho realizado nesta dissertação foi o desenvolvimento de metodologias que permitam melhorar e dar mais confiança à utilização de bússolas na localização de veículos autónomos. Este tipo de sensores são frequentemente afetados por perturbações com origem em materiais ferromagnéticos que distorcem o campo magnético da terra. Desta forma, pretende-se desenvolver um sistema que para além, de permitir identificar zonas onde existam possíveis perturbações, permita também obter uma melhor estimativa da orientação de modo a tentar minimizar os erros num sistema de localização. Por fim, o sistema proposto foi validado usando um sistema de localização real usando GPS e encoders.

## 1.3 Trabalho realizado e principais contribuições

O desenvolvimento e implementação do Sistema Integrado de Magnetómetros (MISHE - *Magnetometer Integrated System for Heading Estimation*) e sua integração em sistemas de localização são as principais contribuições desta dissertação. O MISHE é constituído por dois módulos principais como ilustra a Fig. 1.2: o Módulo de deteção e o Modulo de Fusão e é nestes dois módulos que se baseia o trabalho desenvolvido. Com o objetivo de validar os algoritmos desenvolvidos foi desenvolvido um sistema de localização, onde o MISHE é integrado, sendo este representado na fig.1.2 pelo módulo do sistema de localização.

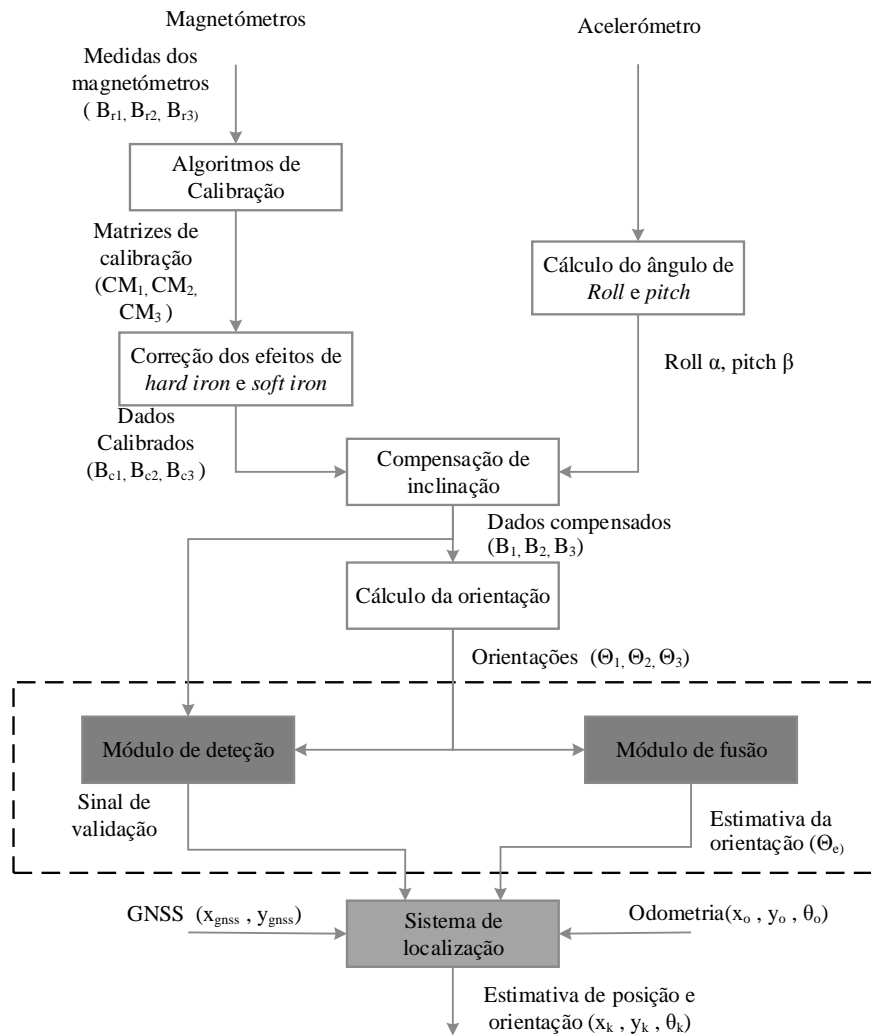


Figura 1.2: Arquitetura do sistema desenvolvido

O conteúdo de cada um dos módulos do MISHE assim como a sua distribuição pelos capítulos é a seguinte:

### Capítulo 3 - Sistema integrado de magnetômetros

- Neste capítulo é feita uma descrição detalhada dos módulos constituintes do MISHE (Módulo de detecção e Módulo de fusão).

### Capítulo 4 - Sistema de localização

- Neste capítulo é descrito o sistema de localização desenvolvido para validação dos algoritmos implementados.

### Capítulo 5 - Sistema de simulação

- Neste capítulo é abordada a plataforma de simulação usada para testar os algoritmos descritos nos Capítulos 3 e 4

**Capítulo 6 - Resultados experimentais**

- Neste capítulo são apresentados e discutidos os resultados experimentais do MISHE quando integrado no sistema de localização.



# Capítulo 2

## Revisão da literatura e conceitos

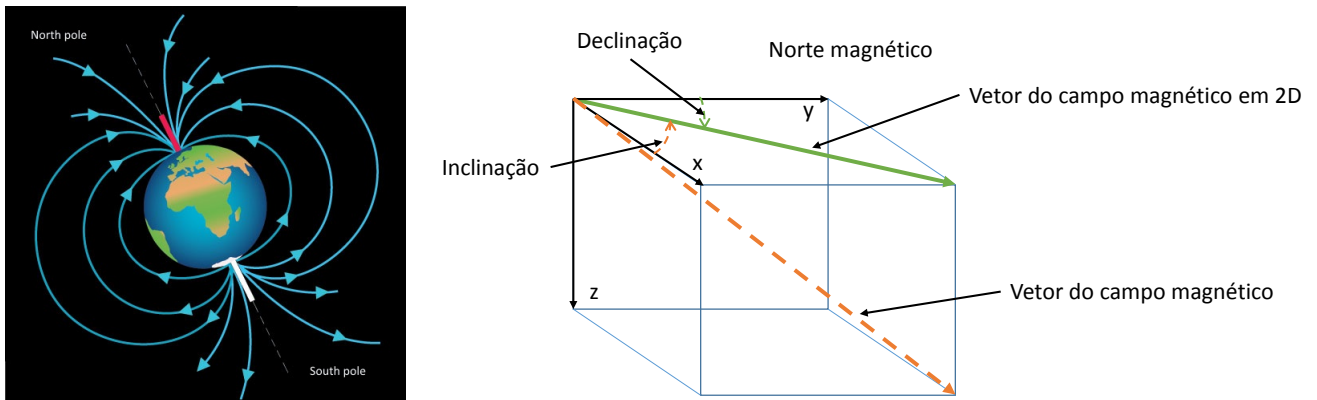
Neste capítulo são abordados alguns conceitos relativos ao campo magnético da terra, tipos de erros que podem afetar os magnetômetros e algumas das técnicas existentes para os mitigar.

### 2.1 O campo magnético da terra

O campo magnético terrestre, pode ser visto como o campo gerado por um magneto gigante, em que as linhas de campo são paralelas à superfície terrestre, saindo do pólo sul para o pólo norte (fig. 2.1a) [Beng, 2012]. Os pólos magnéticos não estão exatamente alinhados com os pólos geográficos, existe um ângulo de *offset* entre o eixo de rotação da terra e o eixo formado pelos dois pólos. Este ângulo designa-se por declinação (fig. 2.1b). Apesar de se considerar que este ângulo tem um valor fixo, na verdade varia lentamente com tempo e a posição em que nos encontramos na Terra [Caruso, 1998]. Para além da declinação, existe ainda o ângulo que o vetor do campo magnético forma com a superfície da terra. Este ângulo designa-se de inclinação (fig. 2.1b). Tal como a declinação, este também tem um comportamento não linear pois varia consoante a posição geográfica em que nos encontramos [Grygorenko, 2014].

Na realidade, o campo magnético terrestre não é constante em toda a superfície do globo. No entanto, por simplicidade pode considerar-se que o campo magnético numa pequena região na superfície da Terra é aproximadamente constante. Esta abordagem vai ser considerada ao longo de toda esta dissertação.

O vetor do campo magnético pode idealmente ser considerado constante se não for sujeito a perturbações que podem alterar a sua magnitude e/ou direção, induzindo leituras erradas nos magnetômetros [Mark Nixon, 1998]. As perturbações têm origem em materiais que são facilmente magnetizados e que, desta forma, criam campos magnéticos externos que se adicionam ao campo magnético terrestre. As fontes de perturbação são geralmente classificadas em dois tipos: *hard iron* e *soft iron* [Konvalin, 2008]. Existem outras fontes de erros que podem afetar as leituras dos magnetômetros como é o caso de dispositivos eletrónicos, motores e cabos exis-



(a) Linhas de campo do campo magnético da terra

(b) Declinação e inclinação magnética

Figura 2.1: Linhas de campo, declinação e inclinação do campo magnético da Terra

tentes nas suas vizinhanças que através dos campos magnéticos que libertam podem também introduzir perturbações no campo magnético terrestre. Por último, outro fator muito comum que pode afetar as leituras das bússolas são os planos desnivelados [Bingaman, 2010].

## 2.2 Tipos de erros

As fontes de erro que podem afetar as medidas dos magnetómetros podem ser classificadas em erros instrumentais e erros provocados por perturbações [Beng, 2012]. Os erros instrumentais incluem o *offset* do sensor, não ortogonalidades e erros devido ao magnetómetro não estar paralelo a superfície terrestre.. Os erros provocados por perturbações incluem os efeitos de *hard iron* e *soft iron*. Tanto os erros instrumentais como os erros provocados por perturbações podem ser compensados. A calibração tem por objetivo compensar as perturbações de carácter estático, ou seja, aquelas que são inerentes ao ambiente em que o magnetómetro foi instalado ou que residem nos materiais usados no PCB (perturbações estáticas). As perturbações provocadas por aproximação a infraestruturas metálicas como carros e pontes, não são possíveis de compensar da mesma forma pois não são constantes ao longo do tempo (perturbações dinâmicas).

Nas secções seguintes, é feita uma abordagem mais detalhada aos erros mencionados e às técnicas existentes para mitigar o seu efeito no cálculo da orientação.

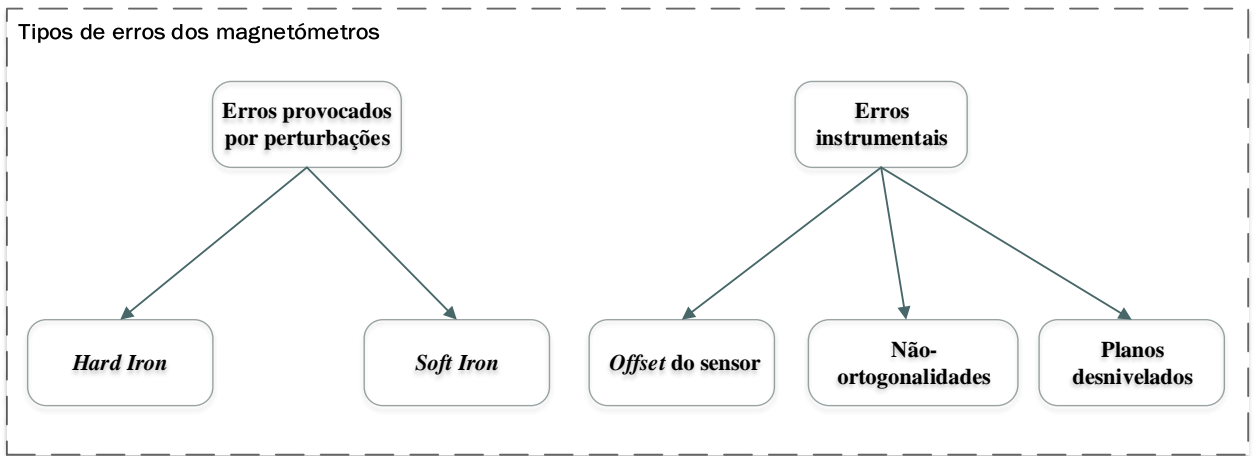


Figura 2.2: Tipos de erros

### 2.2.1 *Hard iron e Soft iron*

O ferro, o níquel e o cobalto fazem parte dos materiais ferromagnéticos capazes de afetar as leituras dos magnetômetros. Os seus efeitos podem ser divididos em duas categorias: *hard iron* e *soft iron* [Konvalin, 2008]. As perturbações causadas por *hard iron* são provocadas por magnetos permanentes ou por metais magnetizados. O efeito deste tipo de distorção pode ser visto como um vetor constante que se adiciona ao vetor do campo magnético da terra. As perturbações devidas a *soft iron* são de natureza similar às perturbações provocadas por *hard iron*. No entanto, enquanto que as perturbações provocadas por *hard iron* são constantes no que diz respeito à orientação, as perturbações provocadas por *soft iron* são dependentes da orientação do material em relação ao campo magnético terrestre. O efeito deste tipo de distorções é, normalmente, devido aos metais existentes no PCB do sensor.

Uma forma comum de observar as perturbações é projetar os dados dos magnetômetros num gráfico 2D quando este é rodado ao longo do eixo dos  $zz$ .

Como é sugerido pelas figuras 2.3a, 2.3b e 2.3c as perturbações podem provocar um simples desalinhamento em relação ao ponto (0,0) (*hard iron*) ou produzir uma deformação da circunferência produzindo uma elipse (*soft iron*). É também possível que os dois efeitos sejam vistos ao mesmo tempo.

### 2.2.2 Planos inclinados

Os magnetômetros não fornecem qualquer informação de orientação, apenas disponibilizam uma forma de medir as componentes ( $B_x$ ,  $B_y$ ,  $B_z$ ) do campo terrestre. Com base nesta informação é possível calcular a orientação. Uma abordagem muito simples para o seu cálculo

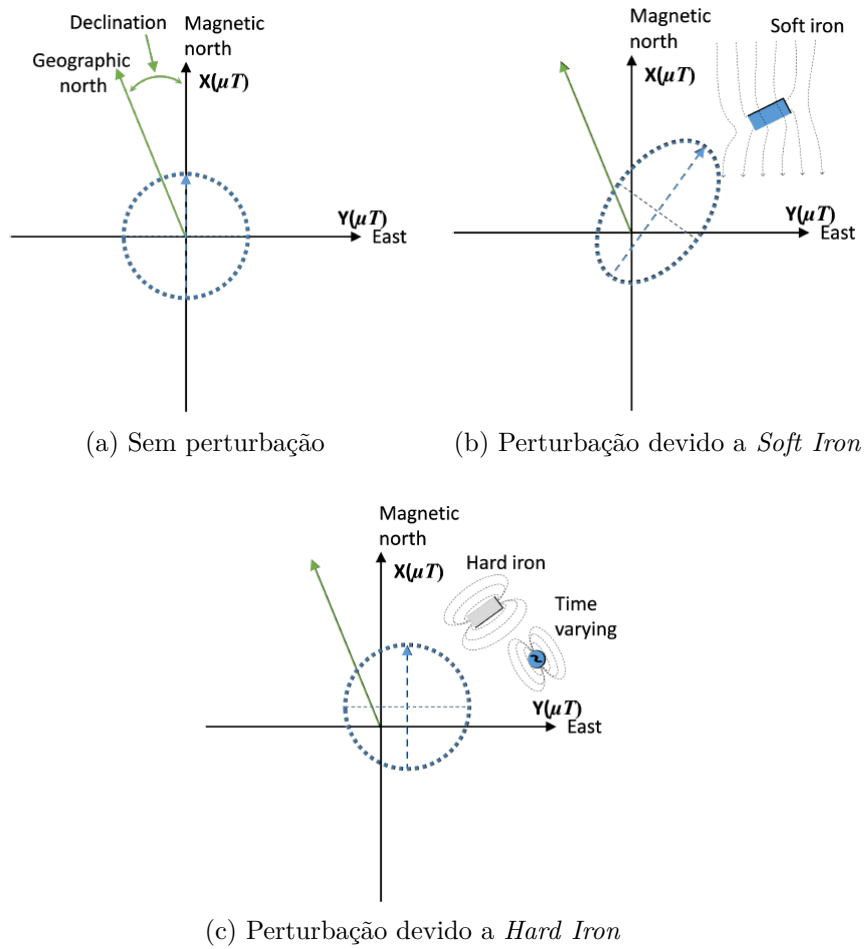


Figura 2.3: Efeito das perturbações provocadas por *hard iron* e *soft iron*[Fernando Moita, 2015]

passa por determinar o ângulo formado pelas componentes  $B_x$  e  $B_y$ , [Grygorenko, 2014]:

$$\theta = \arctan\left(\frac{B_y}{B_x}\right) \tag{2.1}$$

A equação 2.1 apenas apresenta valores precisos quando o sensor está paralelo à superfície terrestre. Caso contrario i.e, numa situação em que os ângulos de *Roll* e/ou *Pitch* sejam diferentes de zero, tal como ilustra a figura 2.4 , o resultado obtido de (2.1) poderá ser incorreto.

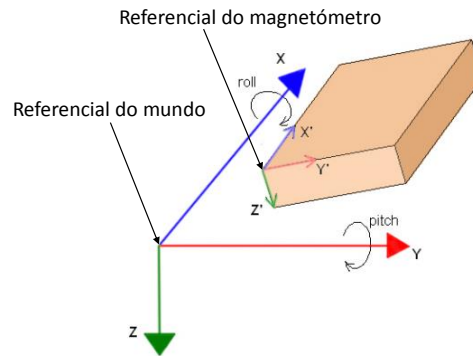


Figura 2.4: Representação dos ângulos de *Roll* e *Pitch*

O método para compensar os ângulos de *Pitch* e de *Roll* será apresentado na secção 2.3.2.

## 2.3 Métodos para mitigar os erros apresentados pelas bússolas

### 2.3.1 Calibração dos magnetómetros

A calibração é usada para eliminar não ortogonalidades e desalinhamento de eixos mas principalmente os efeitos de *hard* e *soft iron* induzidos pelos materiais ferromagnéticos existentes no PCB do sensor ou por materiais que sejam constantes nas suas vizinhas (perturbações estáticas). O método de calibração depende muito da aplicação para que se quer usar o magnetómetro. No caso dos veículos autónomos, não é aplicável rodá-los livremente, estando limitados a movimentos em superfícies planas. O método usado é composto por duas fases (fig. 2.5) [Fernando Moita, 2015]. Na primeira fase os sensores são rodados livremente no espaço, num ambiente livre de perturbações. Na segunda fase, os sensores são acoplados ao veículo e de seguida é efetuada uma circunferência sobre uma superfície plana, terminando com uma orientação previamente conhecida (norte por exemplo). De seguida, os dados recolhidos das fases um e dois são introduzidos num software, do qual resulta uma matriz de calibração que permite corrigir os dados adquiridos pelos sensores.

### 2.3.2 Compensação dos ângulos de *Roll* e *Pitch*

Como já foi referido na secção 2.2.2 os magnetómetros são, em muitas situações, insuficientes para calcular a orientação com precisão, sendo necessária informação adicional relativa à orientação do sistema de coordenadas do magnetómetro em relação ao sistema de coordenadas

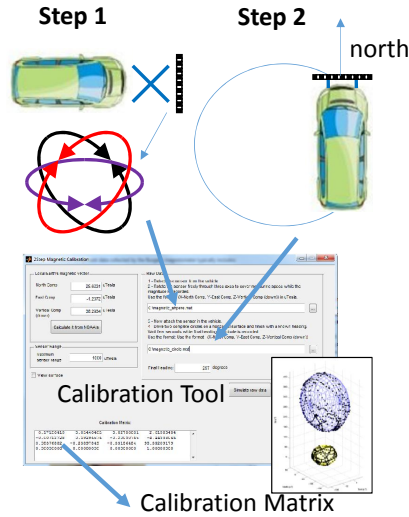


Figura 2.5: Método de calibração. Passo 1: Os sensores são rodados livremente, num ambiente livre de perturbações. Passo 2: Os sensores são acoplados ao veículo e de seguida é efetuada uma circunferência sobre uma superfície plana acabando com uma orientação previamente conhecida.[Fernando Moita, 2015]

base. Essa informação pode ser obtida recorrendo a um acelerómetro que ao medir as componentes do vetor da gravidade, permite a obtenção dos ângulos de *offset* entre a orientação do magnetómetro e o sistemas de coordenadas base.

O sistema de coordenadas do magnetómetro pode ser descrito por duas rotações, relativamente ao referencial da terra: rotação em x, *roll*, e rotação em y, *pitch* ( Fig. 2.4). Conhecido o vector da gravidade,  $G$ , obtido a partir de dados do acelerómetro é possível, calcular os ângulos  $\alpha$ , e  $\beta$ .

$$G = \begin{bmatrix} G_x \\ G_y \\ G_z \end{bmatrix} \tag{2.2}$$

$$\alpha = \arctan \left( \frac{G_y}{G_z} \right) \tag{2.3}$$

$$\beta = \arctan \left( \frac{-G_x}{\sqrt{G_y^2 + G_z^2}} \right) \tag{2.4}$$

De (2.3) e (2.4) obtém-se a matriz de rotação:

$$R = R_y(-\beta) \times R_x(-\alpha) \quad (2.5)$$

Onde,

$$R_x(-\alpha) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(-\alpha) & \sin(-\alpha) \\ 0 & -\sin(-\alpha) & \cos(-\alpha) \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

$$R_y(-\beta) = \begin{bmatrix} \cos(-\beta) & 0 & -\sin(-\beta) \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin(-\beta) & 0 & \cos(-\beta) \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

Aplicando a matriz rotação, 2.5, ao vetor do campo magnético  $B$ , obtém-se o vetor do campo magnético compensado,  $B_{comp}$ .

$$B_{comp} = R \times B \quad (2.8)$$

Onde,

$$B = \begin{bmatrix} B_x \\ B_y \\ B_z \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

Conhecido o campo magnético compensado,  $B_{comp}$ , e aplicando (2.1) é possível calcular a orientação.

### 2.3.3 Métodos para mitigar os efeitos das perturbações dinâmicas

As perturbações dinâmicas têm a mesma natureza que as perturbações estáticas, no entanto não podem ser compensadas pelos mesmos métodos, uma vez que não são inerentes ao ambiente

em que o magnetómetro foi instalado. Este tipo de perturbações é normalmente provocado por aproximação a infraestruturas de metal, como carros, pontes e grandes edifícios.

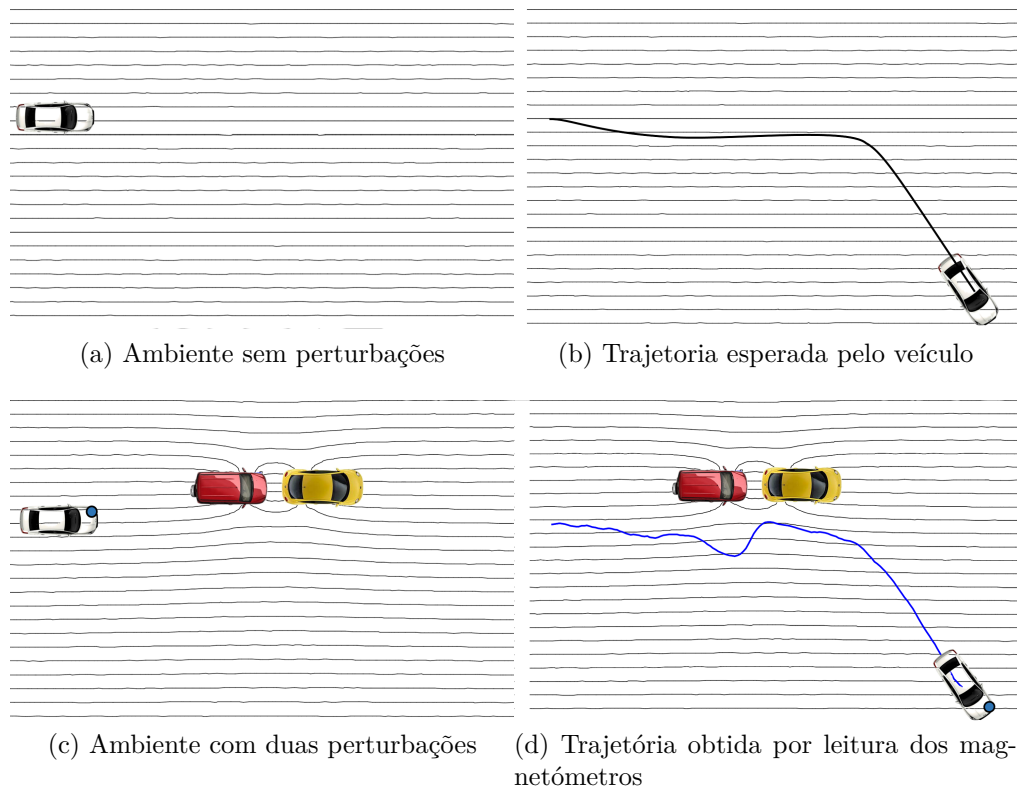


Figura 2.6: Perturbação dinâmica

As figuras representadas na Fig 2.6 representam dois cenários. O primeiro cenário (fig. 2.6a e 2.6b) representa a trajetória efetuada por um carro num ambiente sem perturbações. No segundo cenário ( Fig. 2.6c e 2.6d ) são introduzidas no percurso duas perturbações provocadas pelos dois carros. Através da Fig. 2.6d é possível observar os desvios introduzidos ,devido aos erros de orientação introduzidos pelas perturbações, na trajetória estimada.

Em resposta a esta limitação dos magnetómetros, vários autores têm-se dedicado a desenvolver métodos que conduzam a uma maior robustez dos magnetómetros, compensando e identificando este tipo de perturbações.

Um dos primeiros trabalhos neste campo foi desenvolvido por Rotenberg [Daniel Rotenberg, 2004]. Este autor usa um conjunto de sensores formado por um giroscópio, um acelerómetro e um magnetómetro. A informação obtida destes sensores é integrada num algoritmo baseado no KF que tem como objetivo estimar os erros derivados do desvio do giroscópio, o erro de orientação e o erro introduzido pela perturbação. Posteriormente, estes erros são usados para corrigir a orientação. Uma abordagem semelhante foi adotada por Faulkner [W. Todd Faulkner, 2010]. Usando o mesmo conjunto de sensores, o método proposto diferencia-se do anterior nos algoritmos usados. Neste caso, ao invés dos dados obtidos dos sensores serem usados para estimar os erros, eles são divididos por dois módulos. Os dados provenientes dos magnetómetros são filtrados no sentido de se removerem os valores contaminados pela perturbação. Os dados



filtrados são integrados, juntamente com os dados do acelerômetro e do giroscópio num EKF, de onde resultam as estimativas de posição, velocidade e orientação. Ao contrário dos autores anteriores, Afzal optou por um conceito diferente no sentido de obter medidas fidedignas dos magnetômetros [Muhammad Haris Afzal, 2010]. Neste estudo concluiu-se que, colocando um conjunto de seis magnetômetros próximos uns dos outros, mas com diferentes orientações, é possível retirar informação da presença de distorções no campo terrestre. Usando um algoritmo baseado no KF em conjunto com um modelo do campo magnético da terra, as medidas com desvios devido às perturbações são facilmente detetadas. Quando detetadas, o algoritmo faz a análise, identificando as componentes mais limpas do campo terrestre, podendo desta forma ser usadas para o cálculo da orientação com maior confiança.

A tabela seguinte resume cada um dos métodos apresentados anteriormente.

Tabela 2.1: Métodos de detecção / estimação de perturbações magnéticas

Autor	Conjunto de sensores	Método de estimação	Comentários
[Daniel Rotenberg, 2005]	Magnetómetro Giroscópio Acelerómetro	KF	Segundo os resultados obtidos, esta solução mostra-se sensível a diversos fatores, nomeadamente a velocidade, tipo de movimento e distância ao material ferromagnético.
[W. Todd Faulkner, 2010]	Magnetómetro Giroscópio Acelerómetro	EKF	O filtro desenvolvido mostra-se menos eficiente em ambientes com perturbações fortes.
[Muhammad Haris Afzal, 2010]	Seis magnetómetro	KF	O filtro desenvolvido torna-se pouco robusto em distinguir entre a existência de perturbação e movimentos do utilizador.

## 2.4 Sistemas de localização usando magnetômetros

Os magnetômetros são largamente usados em aplicações de navegação. A aplicação mais comum consiste no seu uso para determinação da orientação ( bússola ) [Leonardo Marín, 2013, B. Armstrong, 2010, Somphop Limsoonthrakul and Parnichkun, 2009]. No entanto várias outras aplicações dentro da navegação têm surgido ao longo dos últimos anos. Na tabela 2.2 são apresentadas a título de exemplo outras aplicações dos magnetômetros.

Tabela 2.2: Outras aplicações usando magnetômetros

Autor	Descrição
[Prigge, 2004]	Baseia-se na detecção de <i>beacons</i> magnéticos artificiais com localizações e parâmetros previamente conhecidos. Com base nesta informação são geradas as estimativas para a posição e orientação do robô.
[Marcio Barata and Mendes, 2004]	Apresenta um sistema de localização que integra a informação dada por encoders com a informação vinda de um array de magnetômetros. A régua de magnetômetros é usada para detetar <i>beacons</i> magnéticos artificiais colocados do chão com posições bem conhecidas. Um EKF é usado para fundir a informação odométrica com a informação vinda da régua de magnetômetros de maneira a se obter uma localização robusta.
[Grand and Thrun, 2012]	Descreve um método de localização que toma as perturbações magnéticas como fontes de informação útil para a navegação. Inicialmente é feito o mapeamento magnético do local de navegação com recurso a um magnetômetro. Depois de conhecido o mapa das perturbações magnéticas é aplicado um filtro de partículas de forma a tratar a informação vinda do magnetômetro para obter a pose do robô.

# Capítulo 3

## Sistema integrado de magnetómetros

Este capítulo tem como objetivo apresentar a arquitetura do Sistema Integrado de Magnetómetros (MISHE - *Magnetometer Integrated System for Heading Estimation*) assim como explicar os métodos usados na implementação de cada um dos módulos que o compõem.

Antes de se iniciar a descrição da arquitetura usada e dos algoritmos implementados, importa estabelecer as características que se pretende que o MISHE reúna.

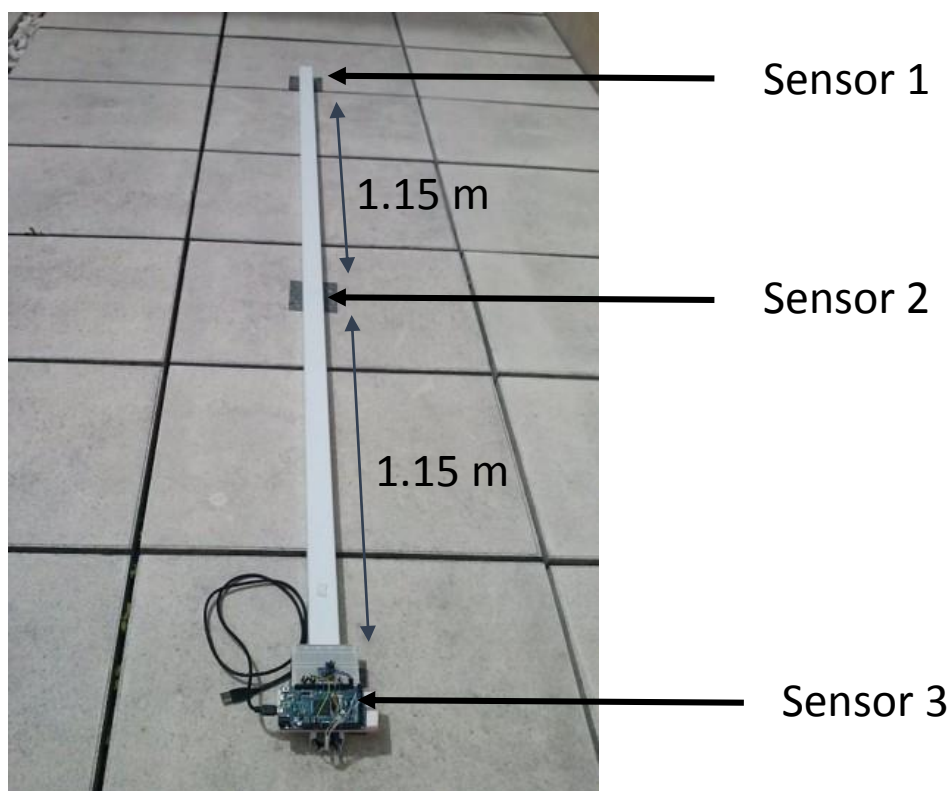


Figura 3.1: Sistema integrado de magnetómetros

### 3.1 Objetivos para o MISHE

O sistema de bússolas foi desenhado para melhorar o desempenho dos magnetómetros enquanto bússolas. Com a solução apresentada neste capítulo, pretende-se:

1. Solucionar o problema das perturbações dinâmicas, através da sua identificação e compensação;
2. Melhorar a estimativa da orientação, através da fusão de múltiplos magnetómetros.

O uso de múltiplos magnetómetros tem como objetivo mitigar a dificuldade em detetar uma perturbação quando esta é introduzida lentamente [Daniel Rotenberg, 2005]. Outra das vantagens do uso de múltiplos magnetómetros é a possibilidade de fusão dos seus sinais obtendo-se uma estimativa de orientação mais precisa.

### 3.2 Arquitetura do MISHE

O posicionamento dos magnetómetros ao longo do veículo é o seguinte: um na parte frontal do carro, um a meio e outro na parte traseira (fig. 3.2).

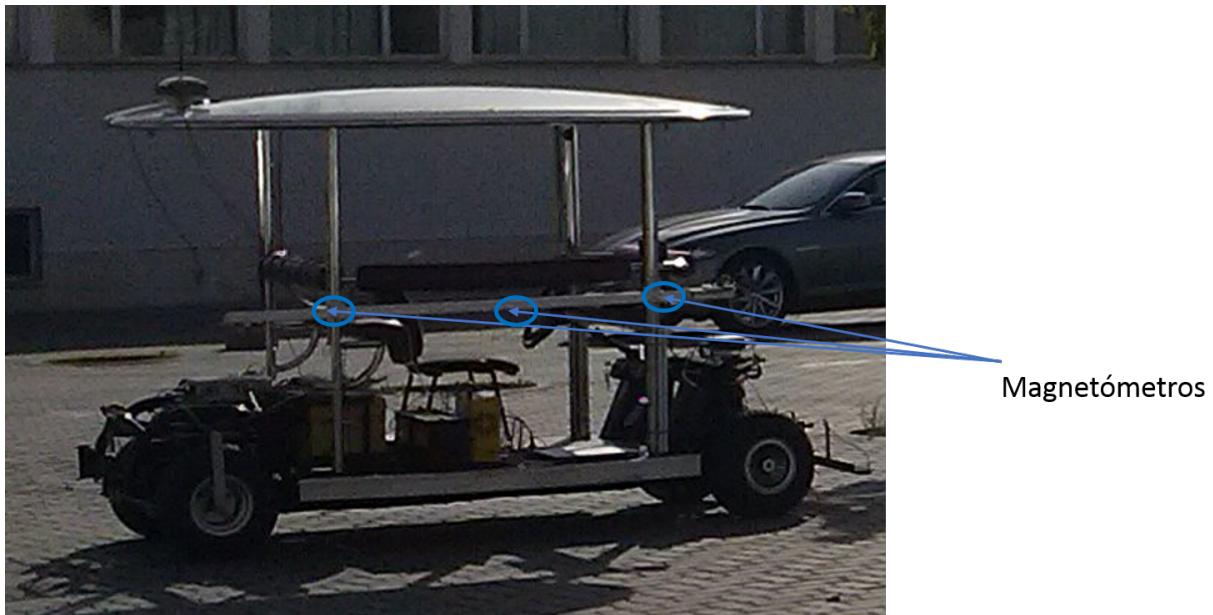


Figura 3.2: Posicionamento dos sensores ao longo do carro

Depois desta visão geral da arquitetura do sistema, vamos analisar cada uma das partes do sistema (hardware e software) em mais detalhe.

### 3.2.1 Hardware

#### 3.2.1.1 Magnetómetro

Após algum trabalho de pesquisa das tecnologias de magnetómetros existentes no mercado, concluiu-se que a melhor opção seria um magnetómetro provido de tecnologia magneto-indutiva. A escolha desta tecnologia deve-se aos atributos que ela confere e que a diferencia das outras tecnologias. A sua alta resolução (consegue detetar campos menores que 10nT), baixo ruído, repetibilidade e baixo consumo de energia, são alguns dos atributos que levaram à sua escolha. De entre o lote de escolha, o sensor escolhido foi o RM3100 da PNI, pois foi aquele que revelou maior resolução, maior sensibilidade, menor ruído e menor consumo de energia. Alguns dos atributos deste sensor encontram-se descritos na tabela 3.1.

Parâmetro	RM3100	HMC5883L
Sensibilidade	20 LSb/nT	23 LSb/nT
Ruído	15nT	20 nT
Corrente consumida	10 $\mu$ A	100 $\mu$ A

Tabela 3.1: Características dos magnetómetros analisados

#### 3.2.1.2 Placa de desenvolvimento

A placa de desenvolvimento escolhida foi um arduino due. Esta placa de desenvolvimento é composta por um CPU Atmel SAM3X8E ARM Cortex-M. A escolha desta placa deve-se a suportar os protocolos de comunicação SPI ou I2C e por ter uma tensão de operação na ordem dos 3.3V, requisitos que são necessários para poder ser usado com os magnetómetros selecionados. Outro dos aspectos que foi tido em conta para escolher esta placa foi a capacidade de processamento do microcontrolador.

#### 3.2.1.3 Protocolo de comunicação

O protocolo de comunicação escolhido de entre os dois que o magnetómetro suporta foi o SPI. O SPI é um protocolo que permite estabelecer comunicação de forma rápida entre um microcontrolador e um ou vários periféricos, ao longo de distâncias curtas.

Uma comunicação SPI requer um dispositivo *master* que controla um ou vários *slaves* e é composta por três linhas de comunicação comuns a todos os periféricos:

- MISO - linha que envia os dados do *slave* para o *master*;
- MOSI - linha que envia os dados do *master* para os *slave*;
- SCK - sinal de relógio gerado pelo *master* que sincroniza a transmissão dos dados.

Para além dos canais anteriores, existe ainda um canal específico para cada um dos *slaves*:

- SS - canal usado pelo *master* para ativar ou desativar a comunicação com um *slave* específico.

Quando se pretende comunicar com um dispositivo, o canal SS é colocado a *LOW*, podendo, então, proceder-se ao envio de dados em qualquer um dos sentidos, usando os canais MOSI e MISO. Quando toda a transferência de dados está concluída, o canal SS é colocado a *HIGH*, fazendo com que o microcontrolador ignore o dispositivo em causa.

### 3.2.1.4 Arquitetura de Hardware

Depois de escolhidos todos os componentes necessários, assim como o protocolo de comunicação a usar, procede-se à montagem dos componentes.

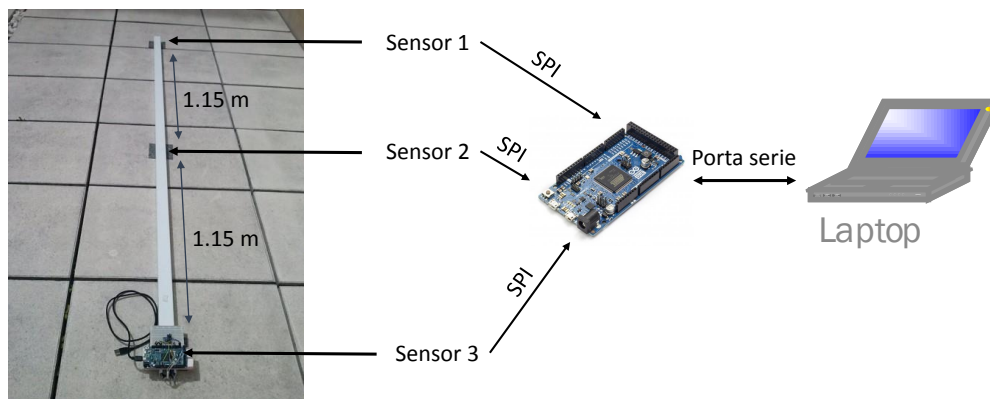


Figura 3.3: Arquitetura de hardware

A frequência de amostragem do sistema é de 20 *Hz* (1 amostra a cada 50 ms).

### 3.2.2 Software

O software é composto por três grandes módulos: o módulo de detecção, o de fusão e o de calibração e compensação. No módulo de detecção são analisados as medidas de cada um dos magnetômetros para atribuir um sinal de validação que define se a medida aceita ou rejeitada pelo sistema. O módulo de fusão é responsável por combinar as medidas dos magnetômetros, com o propósito de se obter uma estimativa mais precisa para a orientação. E, finalmente, o módulo de Calibração e Compensação, constitui aquele onde são calculadas as matrizes de calibração para compensar as medidas para as distorções devidas a *Hard iron* e *Soft iron* e onde é feita a compensação de inclinação do sensor. Os métodos usados para este módulo foram descritos no capítulo 2.

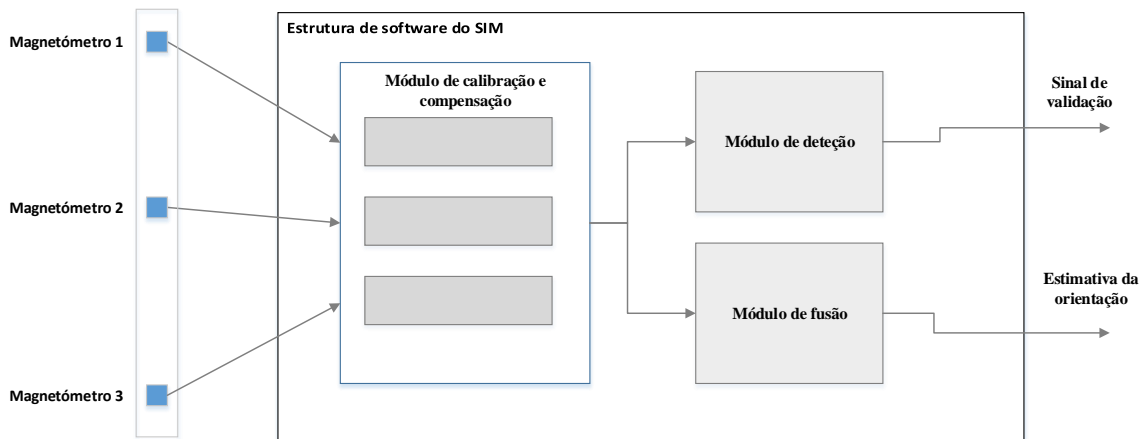


Figura 3.4: Arquitetura de software do MISHE

### 3.2.3 Módulo de detecção

O módulo de detecção tem um papel fundamental no MISHE, sendo o responsável por atribuir um sinal de validação a cada medida. Se o sinal de validação for igual 1 significa que a medida é aceita pelo sistema. Se o sinal de validação for 0 a medida é rejeitada pelo sistema.

O módulo de detecção é composto por quatro sub-módulos, onde três têm como função analisar cada uma das variáveis do campo magnético e atribuir um valor binário ao sinal de validação da medida em questão. O módulo final é responsável por receber cada um dos níveis de aceitação e, com base neles, atribuir um nível de aceitação final (fig. 3.5).

As variáveis que serão analisadas em cada um dos sub-módulos são: o módulo do campo magnético, o ângulo de declinação e o coeficiente de correlação entre os sinais dos vários magnetômetros.

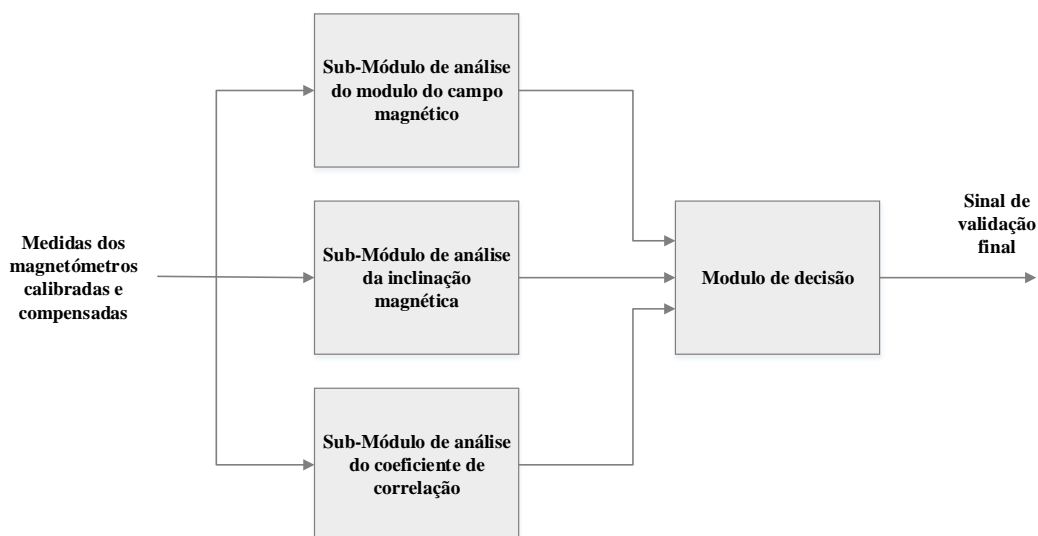


Figura 3.5: Sub-módulos constituintes do módulo de detecção

### 3.2.3.1 Análise do módulo do campo magnético

Na secção 2.1, foi referido que o campo magnético numa pequena região do espaço poderia ser considerado constante, o que significa que num ambiente completamente livre de perturbações, calculando o módulo das componentes dadas por cada um dos sensores o valor seria constante ao longo do tempo. Através dos modelos do campo magnético disponíveis (NOAA), é possível determinar o módulo do campo magnético numa determinada região do globo. Por outro lado, a partir desta informação é possível saber qual o módulo do campo magnético esperado para a zona de testes e, por conseguinte, detetar eventuais perturbações. A solução para a análise do campo magnético passa por comparar o módulo obtido através do modelo com o módulo obtido através de cada um dos sensores. O módulo dado por cada sensor pode ser calculado através da seguinte equação:

$$\|B\| = \sqrt{B_x^2 + B_y^2 + B_z^2} \quad (3.1)$$

Se normalizarmos o módulo das componentes de cada um dos sensores, usando o módulo obtido através do modelo e se considerarmos uma região livre de perturbações, pode-se dizer que:

$$\|B_{norm}\| = \frac{\|B\|}{B_{model}} \simeq 1 \quad (3.2)$$

No entanto, na realidade a igualdade (3.2) nunca será igual a um mas andarà por valores muito próximos. Quando as medidas do sensor estão corrompidas por uma perturbação, este valor tende a aumentar ou a diminuir (fig. 3.6). Com estas variações torna-se possível detetar uma perturbação usando um limiar.

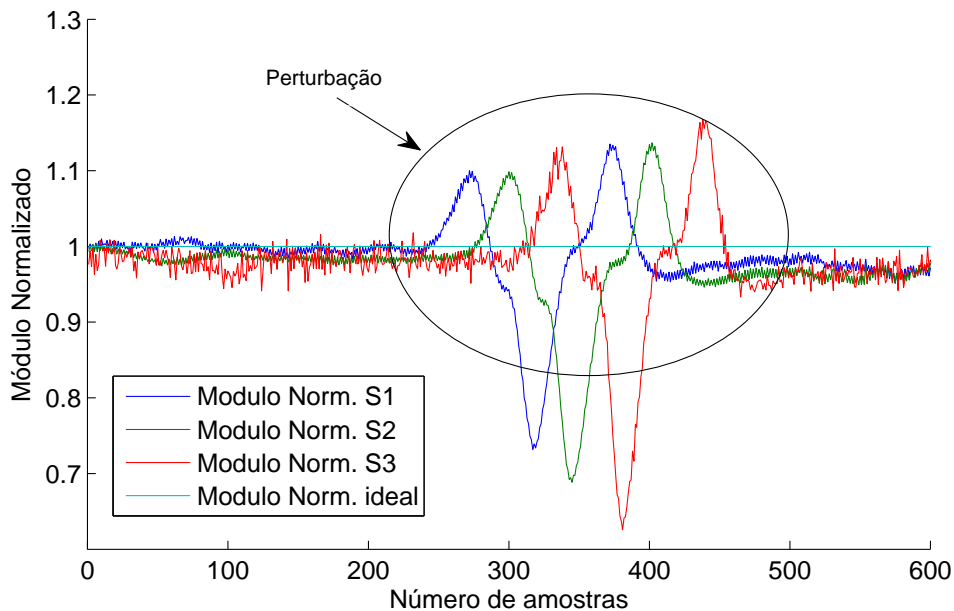


Figura 3.6: Gráfico dos módulos apresentados pelos sensores

O limiar considerado foi calculado com base na seguinte equação:

$$limiar = a \times \sigma \quad (3.3)$$



onde  $\sigma$  é o desvio padrão do magnetómetro mais ruidoso e  $a$  é uma constante ajustável.

Para o cálculo do desvio padrão foi necessário adquirir um conjunto de dados com os magnetómetros numa orientação fixa. Usando (3.4) foi calculado o desvio padrão do módulo do campo magnético de cada um dos sensores. Determinando o máximo dos três valores, obtém-se o desvio padrão a usar para calcular o limiar.

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum (x_i - \bar{x})^2} \quad (3.4)$$

onde,  $x_i$  representa as amostras de  $i = 1, \dots, N$  e  $\bar{x}$  representa a média de todas as amostras

O algoritmo implementado para a deteção de perturbações através do módulo do campo magnético é apresentado no algoritmo 3.1.

---

**Algoritmo 3.1** Algoritmo de análise do módulo do campo magnético

---

```

1: procedure MODULEDETECTION
2:
3:    $S1Condition \leftarrow ModuleS1 > 1 - limiar$  And  $ModuleS1 < 1 + limiar$ 
4:    $S2Condition \leftarrow ModuleS2 > 1 - limiar$  And  $ModuleS2 < 1 + limiar$ 
5:    $S3Condition \leftarrow ModuleS3 > 1 - limiar$  And  $ModuleS3 < 1 + limiar$ 
6:
7:   if ( $S1condition$  And  $S2condition$  And  $S3condition$ ) then
8:      $Validation \leftarrow 1$ 
9:   else
10:     $Validation \leftarrow 0$ 
11:  end if
12:
13: end procedure

```

---

#### 3.2.3.2 Análise da inclinação magnética

A inclinação magnética é o ângulo entre o vetor do campo magnético e o plano da superfície da Terra e pode ser calculado usando a seguinte equação:

$$\gamma = \arctan\left(\frac{B_z}{\sqrt{B_x^2 + B_y^2}}\right) \quad (3.5)$$

Onde  $\gamma$  é a inclinação magnética.

Similarmente ao módulo do campo magnético, a inclinação magnética tem também um valor fixo, considerando pequenas zonas da superfície terrestre. Quando as medidas dos magnetómetros estão corrompidas por algum tipo de perturbação, esse valor sofre variações (fig. 3.7). Com estas variações torna-se possível detetar uma perturbação usando um limiar. O método usado para cálculo do limiar é similar ao usado na secção anterior.

O valor da inclinação magnética na região onde foram efetuados os testes é de 51°. Obtido o valor da inclinação para a zona de testes podemos então aplicar uma abordagem semelhante à usada na secção anterior.

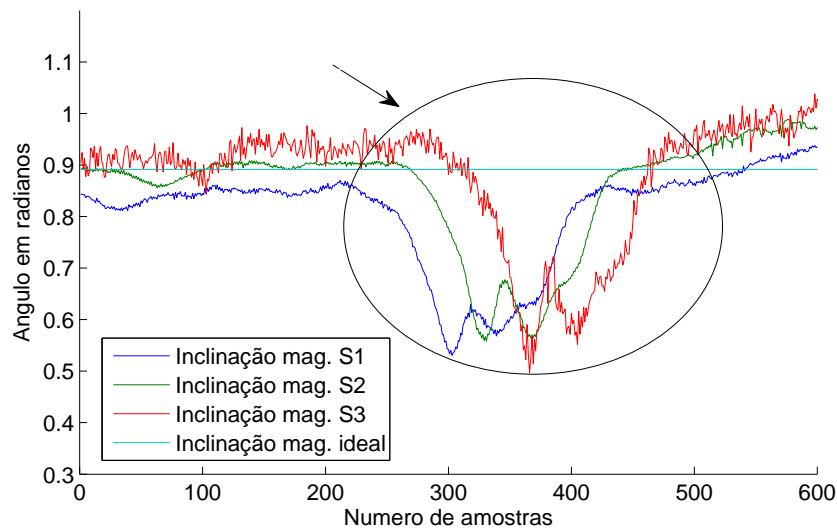


Figura 3.7: Gráfico dos ângulos de inclinação magnética

---

**Algoritmo 3.2** Algoritmo de análise o ângulo de inclinação magnética

---

```

1: procedure CORRELATIONDETECTION
2:
3:    $S1Condition \leftarrow DipS1 > DipConstAngle - limiar \text{ And } DipAngleS1 < 1 + limiar$ 
4:    $S2Condition \leftarrow DipS2 > DipConstAngle - limiar \text{ And } DipAngleS2 < 1 + limiar$ 
5:    $S3Condition \leftarrow DipS3 > DipConstAngle - limiar \text{ And } DipAngleS3 < 1 + limiar$ 
6:
7:   if ( $S1Condition$  And  $S2Condition$  And  $S3Condition$ ) then
8:      $Validation \leftarrow 1$ 
9:   else
10:     $Validation \leftarrow 0$ 
11:   end if
12:
13: end procedure

```

---

### 3.2.3.3 Análise dos coeficientes de correlação

A última variável que é analisada é o coeficiente de correlação. A análise desta variável tem como objetivo comparar os valores de orientação entre cada um dos sensores.

Quando se está a navegar numa zona livre de perturbações, as orientações dadas por cada um dos sensores devem ser aproximadamente iguais. Na sequência da aproximação a uma perturbação, as orientações dadas pelos sensores vão desviar-se desfasadamente, devido à aproximação de cada magnetómetro à fonte de perturbação, tal como se pode observar através do seguinte gráfico:

Desta forma, analisando os coeficientes de correlação entre os vários sensores torna-se possível a deteção de perturbações.

- $\rho_{12}$  - Coeficiente de correlação entre o sensor traseiro e o sensor do meio

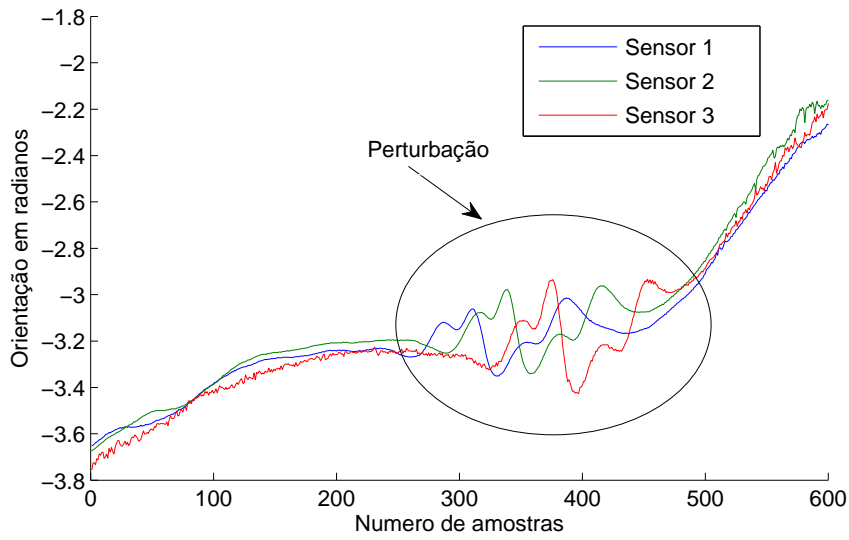


Figura 3.8: Efeito das distorções no campo da terra na orientação obtida de cada sensor

- $\rho_{13}$  - Coeficiente de correlação entre o sensor traseiro e o sensor frontal
- $\rho_{23}$  - Coeficiente de correlação entre o sensor do meio e o sensor frontal

Sendo o coeficiente de correlação dado pela seguinte expressão:

$$\rho = \frac{cov(t, \theta)}{\sqrt{var(t) \times var(\theta)}} \quad (3.6)$$

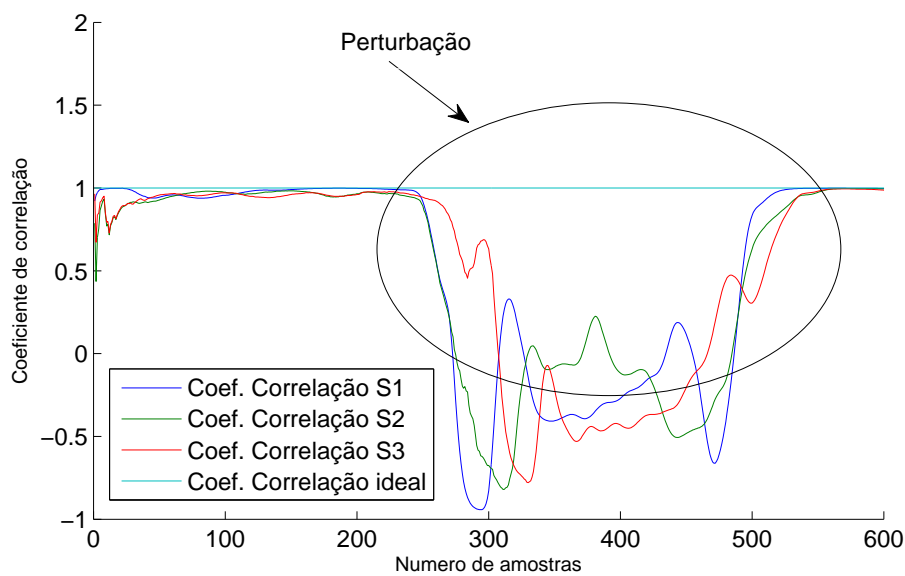


Figura 3.9: Coeficientes de correlação entre os três magnetômetros

Através da Fig. 3.9, é possível observar que os coeficientes de correlação se mantêm próximos de 1 até que o sensor frontal começa a sentir o efeito da perturbação, fazendo variar  $\rho_{12}$  e  $\rho_{13}$ . Assim que o sensor traseiro deixa de sentir o efeito da perturbação, os três sensores voltam a dar orientações muito próximas e os coeficientes de correlação voltam a ficar próximos de 1.

Tal como os métodos usados nas secções anteriores, a deteção neste caso é também feita com recurso a um limiar, sendo este calculado da mesma forma que os anteriores.

O algoritmo implementado para analisar esta variável pode ser visto através do seguinte pseudo-código:

---

**Algoritmo 3.3** Algoritmo que implementa o módulo de análise do coeficiente de correlação

---

```

1: procedure CORRELATIONDETECTION
2:
3:    $S1Condition \leftarrow CorrS12 > 1 - limiar$ 
4:    $S2Condition \leftarrow CorrS13 > 1 - limiar$ 
5:    $S3Condition \leftarrow CorrS23 > 1 - limiar$ 
6:
7:   if ( $S1Condition$  And  $S2Condition$  And  $S3Condition$ ) then
8:      $Acceptance \leftarrow 1$ 
9:   else
10:     $Acceptance \leftarrow 0$ 
11:  end if
12:
13: end procedure

```

---

### 3.2.3.4 Sub-módulo de decisão

O módulo de decisão final tem como objetivo receber cada um dos sinais de validação atribuídos por cada um dos módulos anteriores e atribuir um sinal de validação final.

O algoritmo implementado para atribuir o nível de aceitação final pode ser visto pelo seguinte pseudo-código:

## 3.2.4 Módulo de Fusão

O Módulo de Fusão tem por objetivo obter uma estimativa mais precisa para a orientação ao combinar as orientações dadas pelos três magnetómetros. O algoritmo de fusão implementado para esta tarefa foi o KF [Welch and Bishop, 2006]. O KF é um método recursivo para estimar o estado de um processo, usando o conhecimento do modelo do sistema e do modelo do sistema de medidas e das respetivas incertezas. Este método foi proposto por R. E. Kalman, em 1960, e, desde então, tem vindo a ser usado nas mais variadas áreas, particularmente na Robótica, em aplicações como controlo de sistemas ruidosos e, principalmente, na fusão sensorial.

O projeto do KF requer dois modelos, o modelo do processo e o modelo das medidas. Estes modelos são representados em espaço de estados pelas seguintes equações:

**Algoritmo 3.4** Algoritmo que implementa o módulo de decisão

---

```

1: procedure DETECTIONDECISION
2:
3:   Condition1 ← CorrConfidenceAnd ModConfidence And DipConfidence
4:   Condition2 ← !CorrConfidence And ModConfidence And DipConfidence
5:   Or CorrConfidence And !ModConfidence And DipConfidence
6:   Or CorrConfidence And ModConfidence And !DipConfidence
7:
8:   if (Condition1 And Condition2) then
9:     Validation ← 1
10:  else
11:    Validation ← 0
12:  end if
13:
14: end procedure

```

---

$$x_k = Ax_{k-1} + w_{k-1} \quad (3.7)$$

$$z_k = Hx_{k-1} + w_{k-1} \quad (3.8)$$

Onde,  $x_k$  é o vetor de estado no instante  $k$ ,  $A$  é a matriz de transição de estado,  $w_k$  é o ruído do processo,  $z_k$  é o vetor de medidas no instante  $k$ ,  $H$  é a matriz de observação e  $v_k$  é o ruído das medidas. A matriz  $A$  representa como o sistema se comporta ao longo do tempo e a matriz  $H$  representa a relação entre as variáveis de estado e as medidas. No caso desta aplicação, o vetor de estados, o vetor de medidas, a matriz de observação e a matriz de transição de estados são dados pelas seguintes equações:

$$x_k = \theta_{est} \quad (3.9)$$

$$z_k = \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

$$A = 1 \quad (3.11)$$

$$H = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

Onde,  $\theta_{est}$  representa a orientação estimada e  $\theta_1$ ,  $\theta_2$  e  $\theta_3$  representam as orientações dadas por cada um dos sensores.

O KF é dividido em duas fases, a fase de predição e a fase de correção. A fase de predição consiste em estimar o estado e atualizar a matriz de covariâncias do sistema através do modelo do sistema. A fase de correção consiste na correção do vetor de estado e da matriz de covariâncias estimados na fase anterior.

- Predição:

$$\hat{x}_k^- = \hat{x}_{k-1} \quad (3.13)$$

$$P_k^- = P_{k-1} + Q \quad (3.14)$$

Onde,  $\hat{x}_k^-$  representa a predição para o estado atual do sistema,  $P_k^-$  a predição para a matriz de covariâncias e  $Q$  representa a matriz de covariâncias do ruído do processo,  $w_k$ .

- Correção:

$$K_k = P_k^- H_k^T (H_k P_k^- H_k^T + R)^{-1} \quad (3.15)$$

$$\hat{x}_k = \hat{x}_k^- + K_k (z_k - H_k \hat{x}_k^-) \quad (3.16)$$

$$P_k = (I - K_k H_k) P_k^- \quad (3.17)$$

Onde,  $K_k$  é a matriz de ganhos de Kalman,  $P_k$  a matriz de covariâncias,  $H_k$  a matriz das medidas e  $R$  a matriz de covariâncias do ruído das medidas.

As matrizes  $Q$ ,  $R$  e  $P_0$  (matriz de covariâncias inicial), assim como o vetor de estados  $\hat{x}_0$ , necessitam de ser inicializadas antes de se implementar o KF.

$$Q = 10 \quad (3.18)$$

$$P_0 = Q \quad (3.19)$$

A matriz  $R$  foi inicializada com as variâncias calculadas através da diferença entre a média dos três sensores e o valor do sensor em causa:

$$var_i = \frac{\sum(\theta_i - \theta_{media})}{2} \quad (3.20)$$

$$R = \begin{bmatrix} var_1 & 0 & 0 \\ 0 & var_2 & 0 \\ 0 & 0 & var_3 \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

O valor de  $x_0$  foi inicializado a um valor de orientação conhecido *à priori*:

$$x_0 = 137.4583 \quad (3.22)$$

O Algoritmo 3.5 mostra como está implementado o filtro de kalman neste trabalho.

---

**Algoritmo 3.5** Algoritmo do filtro de kalman

---

```
1: procedure KALMANFILTER
2:
3:    $Q = 10$ 
4:    $P_0 = Q$ 
5:    $x_0 = 137.4583\check{r}$ 
6:   1: ▷ Prediction stage
7:      $x_k^- = \hat{x}_{k-1}$ 
8:      $P_k^- = P_{k-1} + Q$ 
9: ▷ Correction stage
10:     $K_k = P_k^- H_k^T (H_k P_k^- H_k^T + R)^{-1}$ 
11:     $x_k = \hat{x}_k^- + K_k (z_k - H_k \hat{x}_k^-)$ 
12:     $P_k = (I - K_k H_k) P_k^-$ 
13:  Go to 1
14: end procedure
```

---

# Capítulo 4

## Sistema de localização

Para validar o sistema de bússolas foi necessário desenvolver um sistema de localização. Os sistemas de localização mais usados são os baseados em odometria, no entanto, devido aos erros sistemáticos que apresentam ao longo do tempo, o posicionamento resultante pode ter grandes desvios em relação ao posicionamento real. Um dos métodos mais usados para mitigar este tipo de erros é a fusão com outros sistemas de medida. O GNSS e o sistema de bússolas desenvolvidos são alguns dos sistemas de medidas que podem ser usados para corrigir os erros sistemáticos apresentados pelos encoders, para, deste modo, se obter uma posição e orientação mais precisas. Aqui mais uma vez, o método usado para a fusão da informação do sistema odométrico, do sistema de bússolas e GNSS é o filtro de Kalman, no entanto, devido à não linearidade do sistema, não pode ser utilizada a mesma abordagem que na secção 3.2.4. A variante usada neste capítulo é o filtro de Kalman estendido (EKF).

### 4.1 Modelo cinemático do veículo

O veículo utilizado para este trabalho foi o ISRobotcar. Este veículo apresenta geometria de Ackerman. Esta geometria é composta por duas rodas motrizes traseiras e duas rodas diretrizes dianteiras, no entanto, por uma questão de simplicidade, este modelo vai ser aproximado ao modelo de um triciclo, criando assim uma roda virtual entre as duas rodas diretrizes dianteiras, tal como sugerido pela figura 4.1.

O referencial do veículo tem a origem no centro do eixo traseiro com coordenadas  $(x_k, y_k)$  e orientação  $\theta_k$ . O ângulo  $\varphi_k$  representa o ângulo de direção definido pela roda virtual.

Para o veículo representado na figura 4.1, o modelo cinemático pode, então, ser definido pelas equações 4.1.

$$\begin{cases} x_{k+1} = x_k + \Delta \cos(\theta_k + \frac{w}{2}) \\ y_{k+1} = y_k + \Delta \sin(\theta_k + \frac{w}{2}) \\ \theta_{k+1} = \theta_k + w \end{cases} \quad (4.1)$$



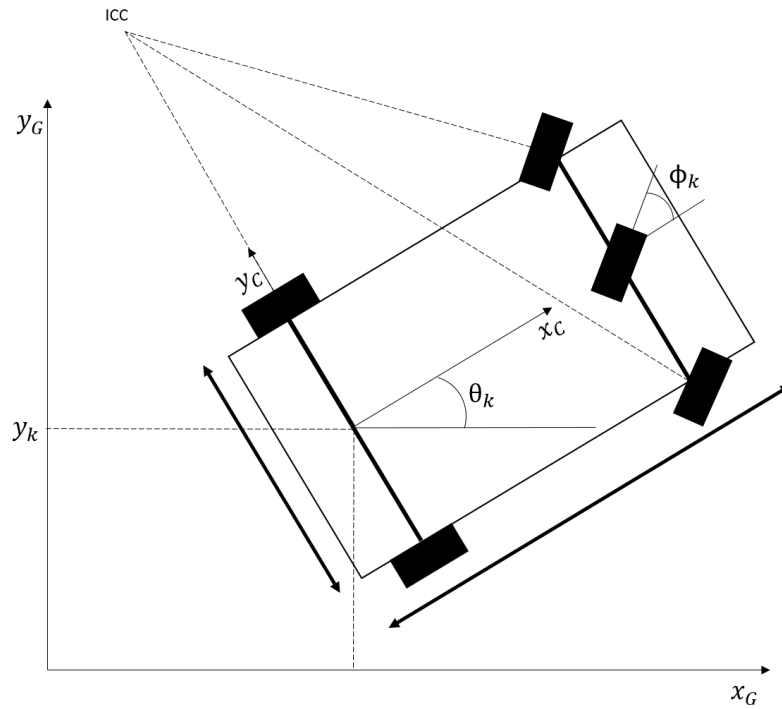


Figura 4.1: Modelo cinemático do veículo

Onde  $\Delta$  é o deslocamento e  $w$  a rotação efetuada. Estes dois parâmetros podem ser obtidos pelas seguintes expressões:

$$\Delta = \frac{\Delta_R + \Delta_L}{2} \quad (4.2)$$

$$w = \frac{\Delta_R - \Delta_L}{2e} \quad (4.3)$$

Onde,  $\Delta_R$  e  $\Delta_L$  são os deslocamentos efetuados pela roda direita e esquerda, respetivamente, e podem ser calculados pelas seguintes expressões:

$$\Delta_R = \frac{2\pi N_R}{P_v} R_R \quad (4.4)$$

$$\Delta_L = \frac{2\pi N_L}{P_v} R_L \quad (4.5)$$

Onde  $N_R$  e  $N_L$  são o número de pulsos de cada uma das rodas no intervalo de tempo,  $P_v$  o número de pulsos por volta dos encoders e  $R_R$  e  $R_L$  o raio da roda direita e da roda esquerda, respetivamente.

## 4.2 Projeto do Filtro

A abordagem seguida nesta secção passa por combinar as medidas do sistema de bússolas, GNSS e encoders através do EKF (fig. 4.2).

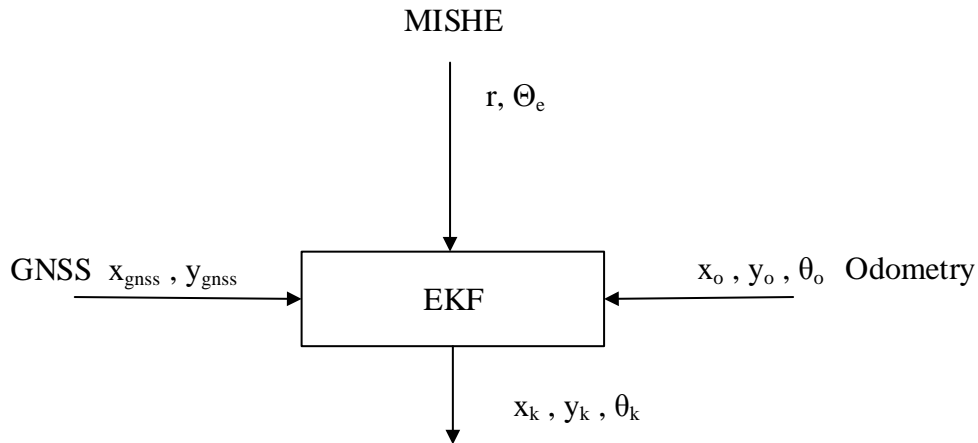


Figura 4.2: Estrutura do EKF

O veículo utilizado está provido de dois encoders nas rodas traseiras, um GNSS situado no centro do eixo traseiro e pelos três magnetómetros posicionados tal como sugerido pela fig. 4.3.

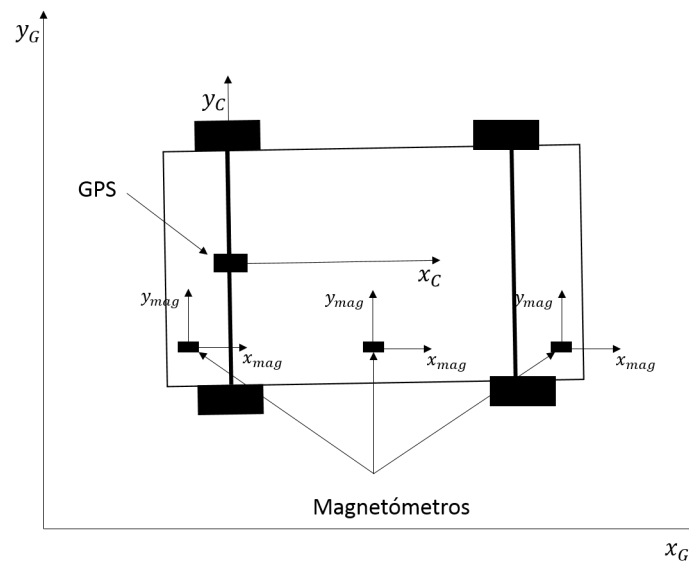


Figura 4.3: Posicionamento dos sensores ao longo do carro

Através do modelo cinemático do veículo, apresentado na secção anterior e da informação dada pelo MISHE ( $\theta_{mag}$ ) e pelo GNSS ( $x_{gps}, y_{gps}$ ) podemos definir o vetor de estado do sistema e o vetor de medidas como,  $x_k = [x_k, y_k, \theta_k]^T$  e  $z_k = [x_{gps}, y_{gps}, \theta_{mag}]^T$ , respetivamente.

- Modelo do sistema: O modelo do sistema é definido pela equação do modelo cinemático do veículo 4.1, e tem vetor de estados e vetor de entrada dados por entradas dado por

$x_k = [x_k, y_k, \theta_k]^T$  e  $u_k = [\Delta, w]^T$ , respetivamente.

$$x_k = f(x_{k-1}, u_k, w_k, ) \quad (4.6)$$

Onde,  $w_k$  representa o ruído do processo.

- Modelo das Medidas: O modelo das medidas, é composto pelas medidas dadas pelo MISHE e pelo GNSS e tem vetor de medidas dado por  $z_k = [x_{gps}, y_{gps}, \theta_{mag}]^T$ .

$$z_k = h(x_k, v_k) \quad (4.7)$$

Onde,  $v_k$  representa o ruído do sistema de medidas.

Tal como o KF, o EKF é também composto por duas fases, a fase de predição e a fase de correção.

- Predição:

$$\hat{x}_k^- = f(\hat{x}_{k-1}, u_{k-1}, 0) \quad (4.8)$$

$$P_k^- = A_k P_{k-1} A_k^T + Q_{k-1} \quad (4.9)$$

Onde ,  $A_k$  é a matriz de jacobianos do sistema

$$A_k = \frac{\partial f}{\partial x_k} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\Delta t V_k \sin(\theta_k) \\ 0 & 1 & \Delta t V_k \cos(\theta_k) \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

$$W_k = \frac{\partial f}{\partial w_k} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

- Correção:

$$K_k = P_k^- H_k^T (H_k P_k^- H_k^T + R)^{-1} \quad (4.12)$$

$$\hat{x}_k = \hat{x}_k^- + K_k (y_k - H_k \hat{x}_k^-) \quad (4.13)$$

$$P_k = (I - K_k H_k) P_k^- \quad (4.14)$$

Onde  $I$  é a matriz identidade, e  $H_k$  é a matriz de jacobianos das medidas.

$$H_k = \frac{\partial h}{\partial x_k} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.15)$$

Para além da informação de orientação, o MISHE disponibiliza também o sinal de validação dessa medida (0 ou 1). No caso de esse valor ser 0, a entrada da matriz R, correspondente à orientação, assume um valor elevado de modo a que o EKF não utilize a medida. Caso o valor seja 1, a entrada da matriz R correspondente à orientação volta a tomar o valor da variância dada pelo sistema integrado de magnetómetros, de modo a que o EKF utilize a medida. Este procedimento é explicado no algoritmo 4.1. A variancias definidas para a matriz  $Q$  são 0.2 m em x e y e de 0.0175 radianos (1º) à orientação. No caso da matriz  $R$  foram definidos erros em x e y de 5 metros devido à imprecisão do GPS e de 0.0175 radianos (1º) à orientação

**Algoritmo 4.1** Algoritmo do filtro de kalman estendido

---

```

1: procedure EXTENDEDKALMANFILTER
2:
3:    $Q = \begin{bmatrix} 0.2 & 0 & 0 \\ 0 & 0.2 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0175 \end{bmatrix}$ 
4:    $P_0 = Q$ 
5:    $x_0 = [0, 0, 137.4583]^T$ 
6:   1:
7:      $Validation = DetectionModule()$  ▷ Prediction stage
8:      $x_k^- = f(x_{k-1}, u_{k-1}, 0)$ 
9:      $P_k^- = A_k P_{k-1} A_k^T + Q_{k-1}$ 
10:    ▷ Correction stage
11:     $R = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0175 \end{bmatrix}$ 
12:
13:    if ( $Validation == 0$ ) then
14:       $R(3, 3) = 10^6$ 
15:    end if
16:
17:     $K_k = P_k^- H_k^T (H_k P_k^- H_k^T + R)^{-1}$ 
18:     $x_k = x_k^- + K_k (y_k - H_k \hat{x}_k^-)$ 
19:     $P_k = (I - K_k H_k) P_k^-$ 
20:    Go to 1
21: end procedure

```

---

# Capítulo 5

## Simulador

Neste capítulo é abordada a plataforma de simulação desenvolvida com o intuito de testar os algoritmos desenvolvidos.

Um ambiente de simulação com algum grau de realismo permite uma grande flexibilidade no desenvolvimento e teste de algoritmos. Depois de simulados com sucesso torna-se mais simples a implementação na plataforma real.

Com este objectivo e dando seguimento ao trabalho já realizado foi adaptado e actualizado um simulador desenvolvido em ambiente Matlab/Simulink para permitir testar em ambiente simulado os algoritmos desenvolvidos para o sistema de bussolas.

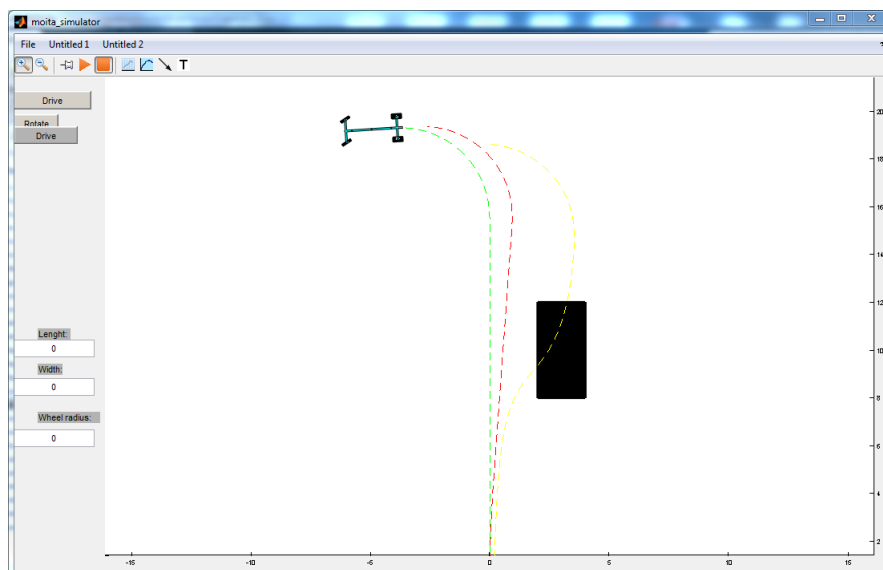


Figura 5.1: Ambiente de simulação

### 5.1 Estrutura do simulador e módulos implementados

Como já referido, o sistema de simulação já se encontrava parcialmente implementado sendo portanto acrescentados alguns módulos de modo a satisfazer as necessidades do trabalho em questão. Os módulos acrescentados ao simulador foram o módulo que simula as leituras dos

magnetómetros, o módulo que simula o efeito de uma perturbação real, o módulo que implementa os algoritmos do sistema de bússolas e o módulo referente ao sistema de localização.

## 5.2 Módulo que simula o efeito de perturbações reais

Um dos factores mais importantes do simulador é ter algum realismo na forma como se simula o efeito das perturbações. Para se conseguir construir um modelo para o efeito das perturbações recorreu-se ao software FEMM para efetuar algumas simulações de forma a chegar a conclusões concretas. Foram simulados dois casos, um caso em que era usado um dipolo magnético e em outro caso uma massa metálica representando uma perturbação real. Por comparação dos resultados obtidos, conclui-se que as diferenças eram muito pequenas, podendo assim aproximar-se o modelo da perturbação ao modelo de um dipolo magnético. No entanto, este modelo não é realista o suficiente pois um carro, por exemplo, não apresenta uma massa metálica homogénea e portanto a perturbação por ele criada também não o será. Apesar disso, por uma questão de simplicidade, o modelo considerado será o modelo do dipolo magnético [Moita and Nunes, 2004], Equação 5.1.

$$\vec{d} = \frac{\mu_0 M}{4\pi r^5} [3xz\vec{i} + 3yz\vec{j} + (2z^2 - x^2 - y^2)\vec{k}] \quad (5.1)$$

onde  $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ ,  $M$  é o momento magnético do dipolo,  $\mu_0$  a permeabilidade relativa do vazio e  $x$ ,  $y$  e  $z$  a sua posição no espaço tridimensional.

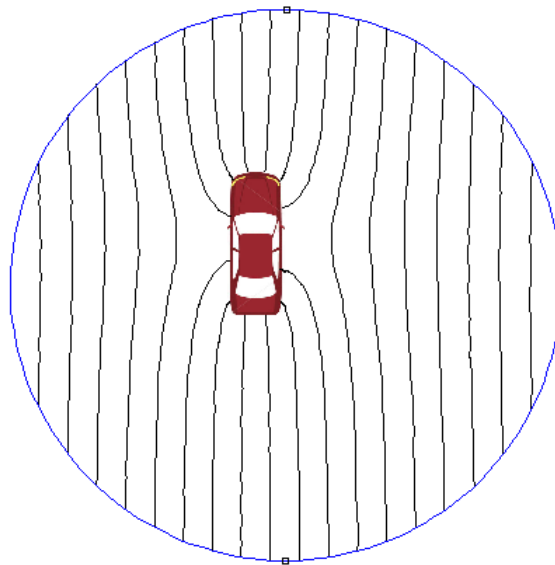


Figura 5.2: Campo magnético da terra na presença de materias ferromagnéticos

## 5.3 Modelo dos magnetómetros

O modelo do magnetómetro pode ser definido pela seguinte equação [Daniel Rotenberg, 2005]:

$$\vec{b} = \vec{B} + \vec{d} + \vec{v} \quad (5.2)$$

Onde  $\vec{B}$  representa o campo magnético terrestre,  $\vec{v}$  representa o vetor de ruído branco e  $\vec{d}$  o vetor que representa a perturbação.

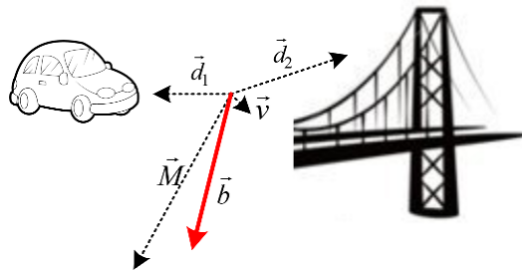


Figura 5.3: Efeito de duas perturbações no campo magnético

O modelo anterior apenas considera que nas vizinhanças do magnetômetro está apenas uma perturbação, no entanto a generalização é bastante simples. Na fig. 5.3 está representado o campo magnético terrestre na presença de duas perturbações, deste modo o campo magnético lido pelo magnetômetro é dado pela equação 5.3.

$$\vec{b} = \vec{B} + \vec{d}_1 + \vec{d}_2 + \vec{v} \quad (5.3)$$

Onde  $\vec{d}_1$  e  $\vec{d}_2$  representam as perturbações provocadas pelo carro e pela ponte respectivamente.

## 5.4 Resultados de simulação

Com o objetivo de comprovar o funcionamento do MISHE e do processo de fusão do mesmo com os encoders foi efetuada a simulação apresentada na Figura 5.4.

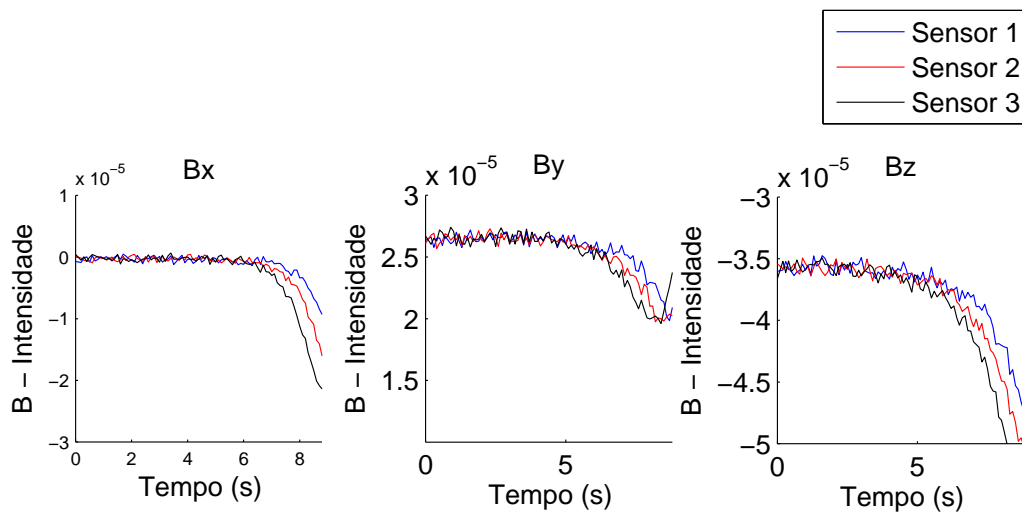


Figura 5.4: Resultados do percurso de simulação

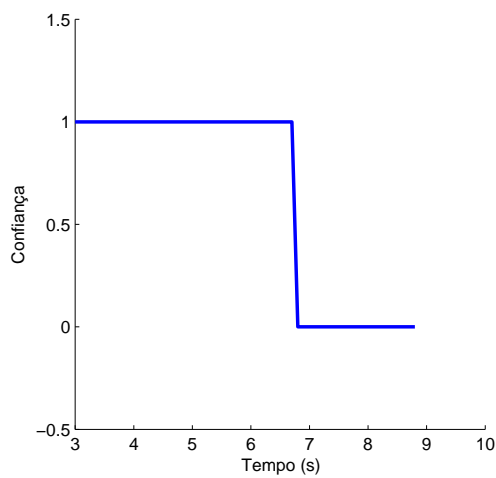
O tracejado a verde representa o trajeto real, o tracejado a vermelho representa o trajeto com o MISHE e o tracejado a amarelo representa o trajeto efetuado com apenas com um magnetômetro. Nesta figura é notório que o trajeto em que a fusão é feita apenas com um magnetômetro apresenta um grande desvio em relação ao trajeto real. Por outro lado, é também possível observar que o trajeto resultante da fusão com o MISHE se mantém próximo da trajetória real, mostrando-se, assim, uma melhoria em relação ao uso de apenas um magnetômetro.

Através das figuras seguintes é possível observar que ao se entrar numa zona de perturbação, as orientações dadas por cada um dos sensores começam a variar, Figura 5.5a. Assim que o MISHE deteta estas variações coloca imediatamente o nível de aceitação das medidas a zero, Figura 5.5b.





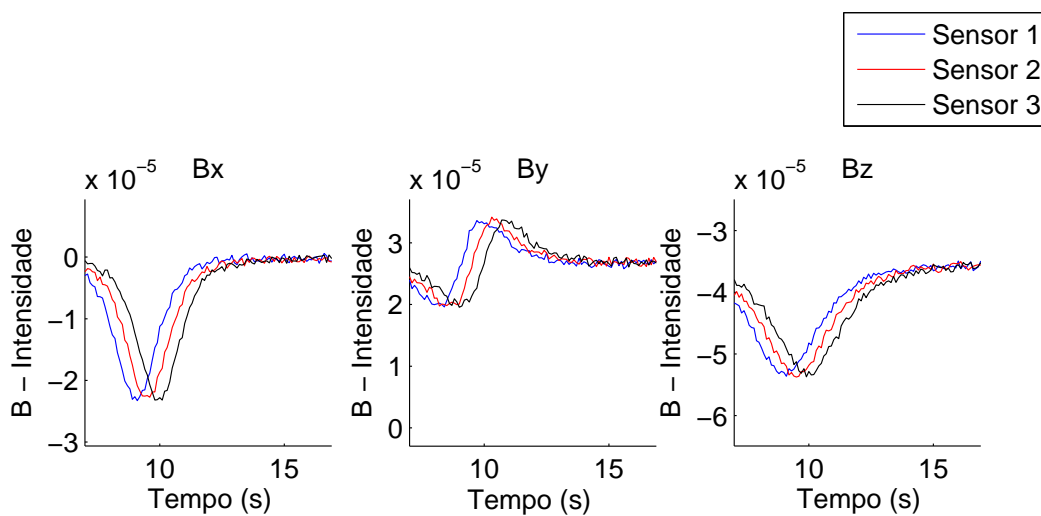
(a) Gráficos das componentes de cada um dos magnetómetros



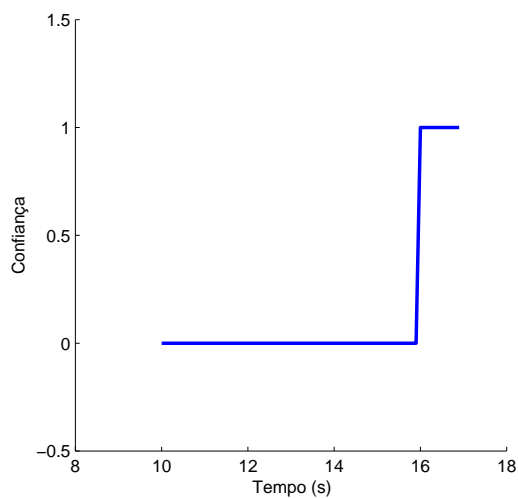
(b) Orientações dos sensores e gráfico do nível de aceitação

Figura 5.5: Resultados do MISHE ao entrar na zona de perturbação

Assim que se sai da zona de perturbação as orientações dos sensores voltam a alinhar-se (Figura 5.6a) e ao nível de aceitação das medidas volta a um (Figura 5.6b).



(a) Gráficos das componentes de cada um dos magnetómetros



(b) Orientações dos sensores e gráfico do nível de aceitação

Figura 5.6: Resultados do MISHE ao sair da zona de perturbação

# Capítulo 6

## Resultados experimentais

No âmbito deste trabalho foram efetuados um conjunto de ensaios experimentais com o intuito de testar o algoritmo de deteção e de fusão apresentados no capítulo 3 em ambiente real. Por outro lado, foi também possível avaliar o desempenho do SIM quando integrado num sistema de localização.

O percurso efetuado encontra-se contaminado com algumas perturbações induzidas por carros e uma induzida por uma caixa de magnetos. A figura seguinte mostra o percurso efetuado, assim como a disposição das perturbações.

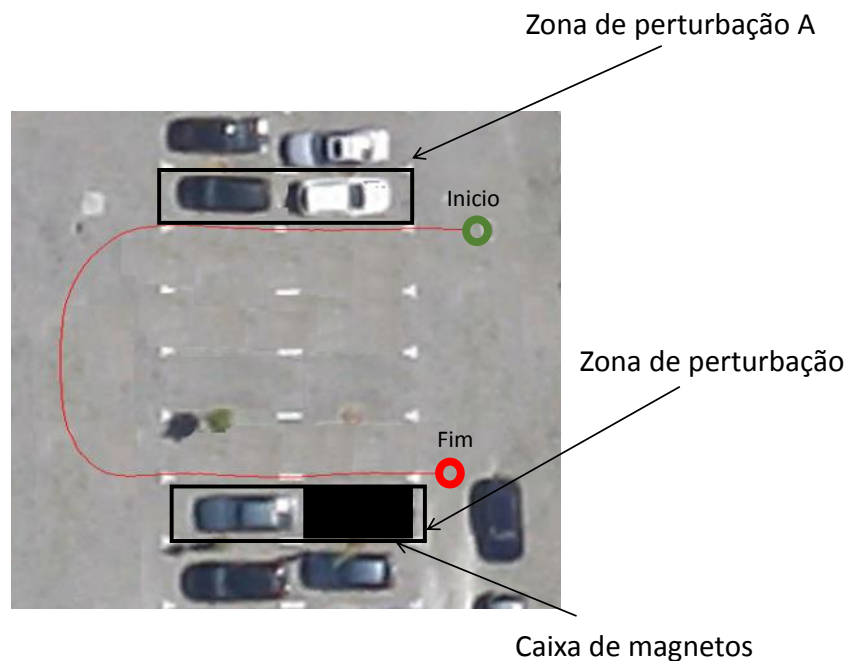
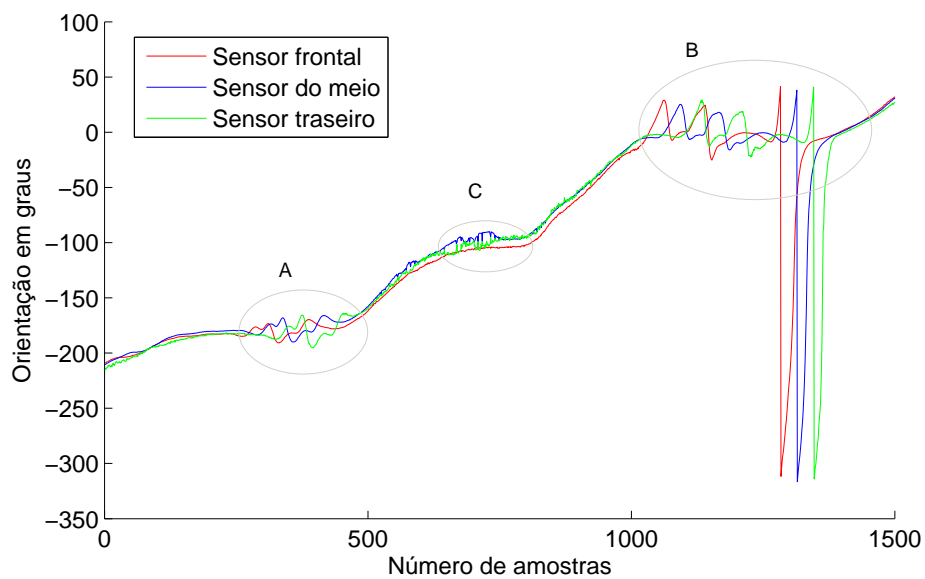


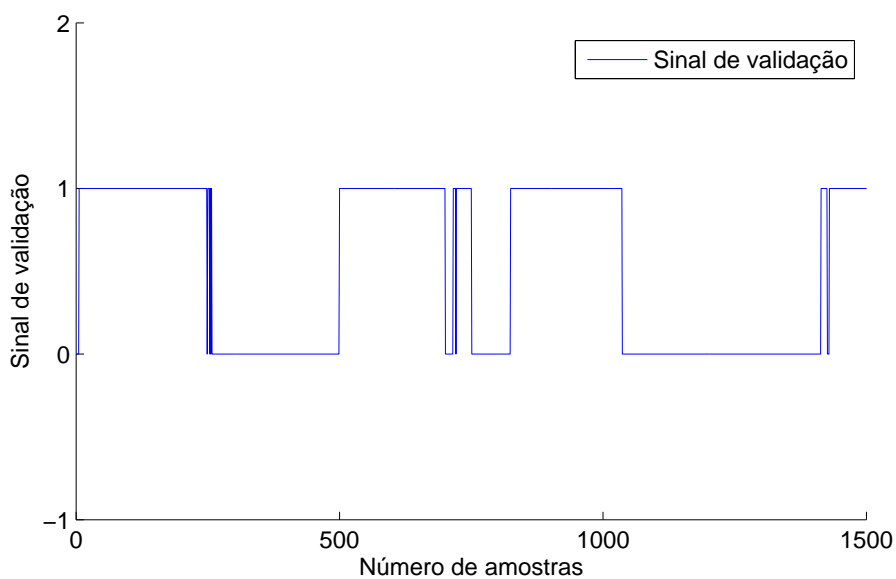
Figura 6.1: Percurso de testes

## 6.1 Resultados do MISHE

A figura seguinte mostra os dados de orientação resultantes do percurso. Da análise da imagem podem ser identificadas três zonas de perturbação, representadas pelas letras A, B e C. A zona A corresponde às distorções introduzidas pelos dois carros, a zona B é dividida em duas partes: pela perturbação introduzida pelo carro e pela perturbação mais forte introduzida pela caixa de magnetos.. A zona C é também uma perturbação, no entanto, esta não foi introduzida propositadamente, não se sabendo assim a sua fonte.



(a) Orientações obtidas por cada um dos sensores ao longo de todo o percurso



(b) Resultado da deteção ao longo de todo o percurso

Figura 6.2: Resultados do MISHE

Na Fig. 6.2b, é possível observar três zonas em que o sinal de validação vai a 0. Estas zonas correspondem a detecção das perturbações A, B e C.

Como já visto nos capítulos anteriores o SIM, para além do sistema de detecção, é também composto por um módulo de fusão. A função do KF nesta aplicação é fazer uma media ponderada das orientações obtidas através de cada um dos magnetómetros considerando a incerteza de cada um.

A Fig. 6.3 apresenta o resultado do KF para os parâmetros  $Q = 10$ ,  $x_0 = 137.4583$ ,  $R_{final} = \begin{bmatrix} 0.0199 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0191 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0201 \end{bmatrix}$  e  $P_0 = Q$  também definidos na secção 3.2.4.

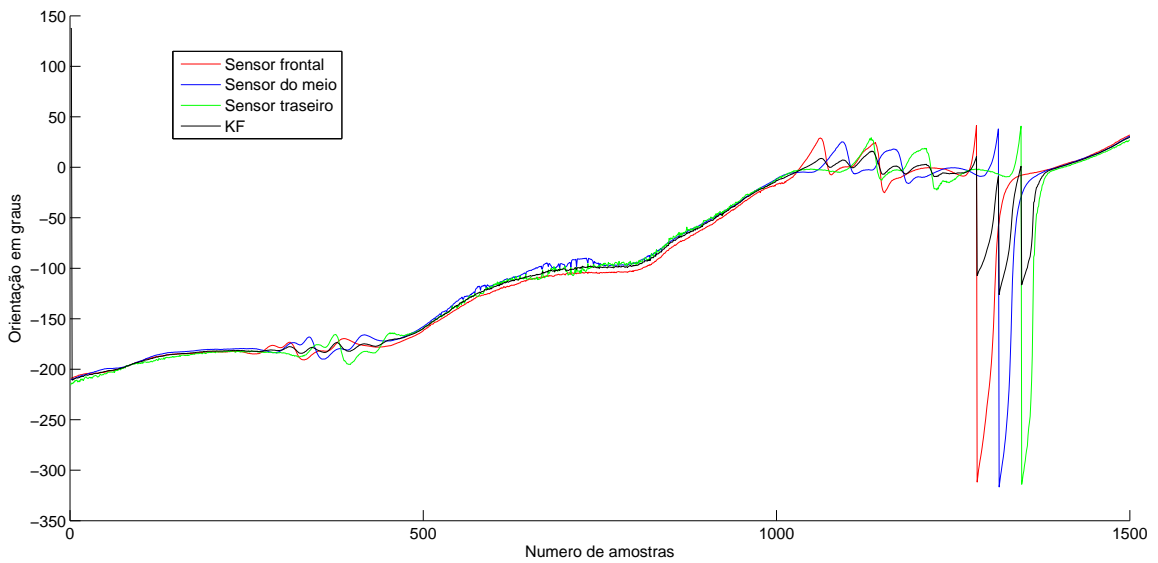


Figura 6.3: Resultado da fusão dos três magnetómetros

## 6.2 Resultados da fusão do MISHE com encoders e GNSS

Os resultados experimentais da fusão do MISHE com encoders e GNSS são apresentados na figura 6.4. Da análise da imagem é possível verificar que a trajetória resultante da fusão com apenas um magnetómetro contém desvios nas zonas identificados pela letra A e B, os quais foram introduzidos pelas perturbações. Por outro lado, analisando a trajetória obtida através da fusão com o MISHE nota-se que essas zonas de desvio se encontram corrigidas.

A Fig. 6.3 apresenta o resultado do KF para os parâmetros  $Q = \begin{bmatrix} 0.2 & 0 & 0 \\ 0 & 0.2 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0175 \end{bmatrix}$   $0$ ,  $x_0 = [0, 0, 137.4583]^T$ ,  $R = R = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0175 \end{bmatrix}$  e  $P_0 = Q$  também definidos na secção 3.2.4.

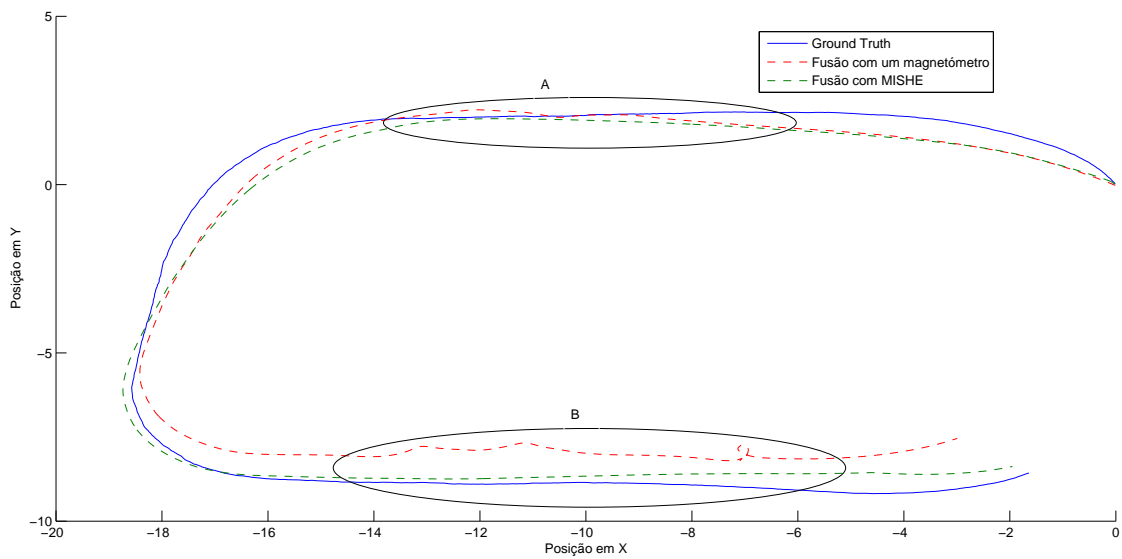


Figura 6.4: Resultados experimentais da fusão do GNSS, MISHE e encoders.

A Fig. 6.5 mostra a orientação estimada pelo EKF ao longo de todo o percurso. Neste gráfico é possível observar a ação do MISHE nas zonas marcadas com as letras A e B. Enquanto que as orientações dadas pelo sistema com apenas um magnetómetro mostram oscilações nas zonas A e B, as orientações obtidas através do MISHE mantêm-se estáveis, ignorando que ali existe um perturbação tal como seria de esperar.

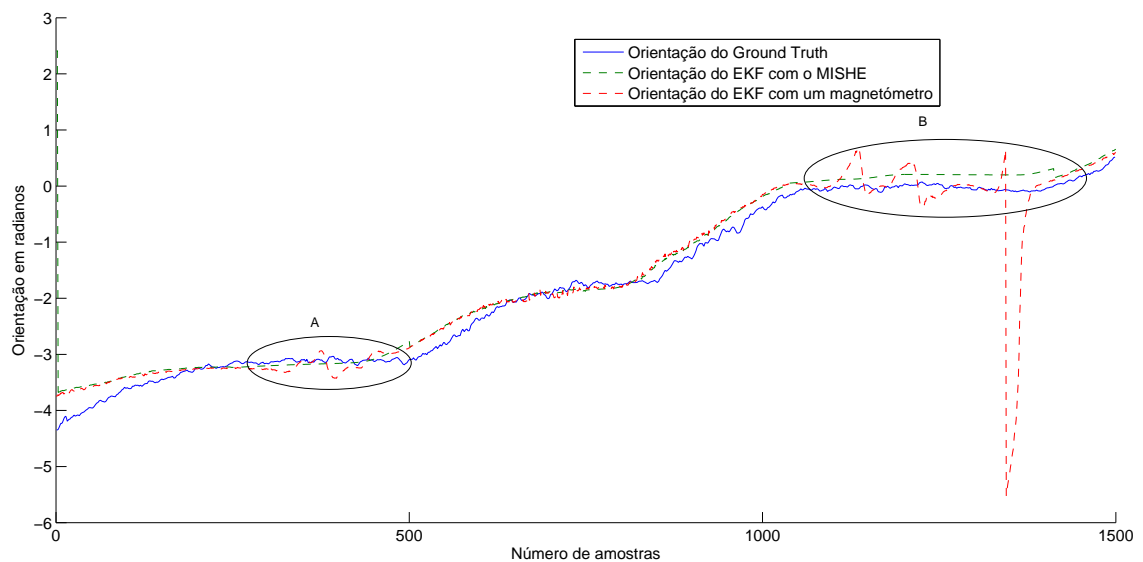


Figura 6.5: Resultados do KF

O efeito descrito do MISHE na deteção das perturbações é mais uma vez visível na Fig. 6.6. Tal como na Fig. 6.5 aqui também é possível observar a ação dos algoritmos de deteção do SIM através das zonas identificadas pelas zonas A e B. Nesta Figura é também possível concluir

## 6.2 Resultados da fusão do MISHE com encoders e GNSS

que a orientação estimada tem um erro grande ao arranque, mas ao longo do percurso ele vai diminuindo. O erro médio de orientação da fusão com apenas um magnetómetro é de 0.1503 rad e da fusão com MISHE é de 0.0334 rad.

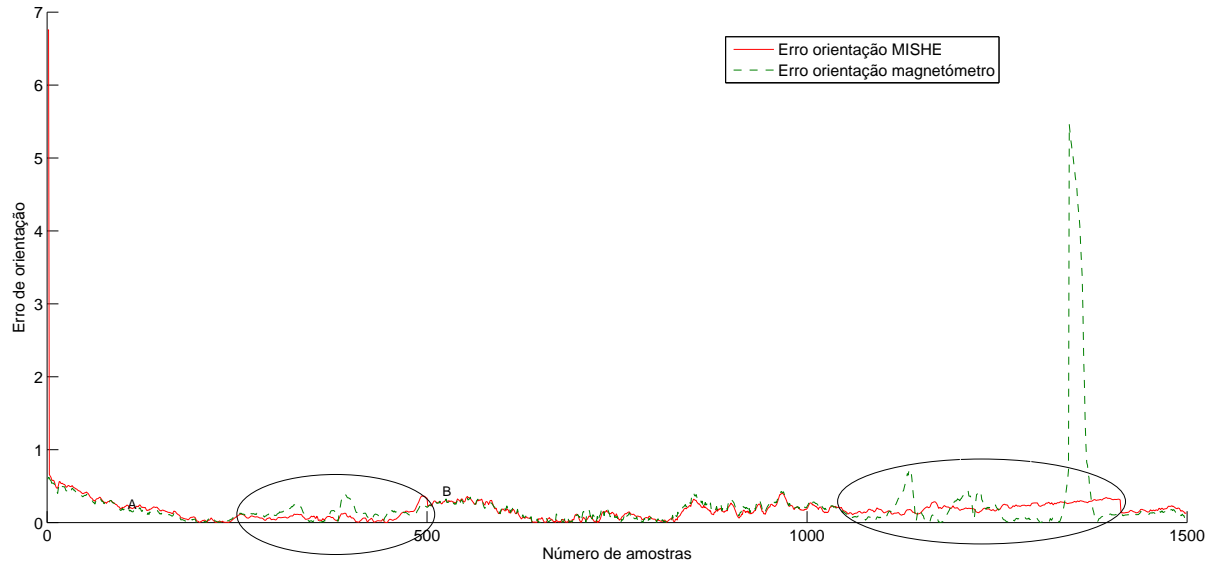


Figura 6.6: Erros de orientação ao longo de todo o percurso

# Capítulo 7

## Conclusões e trabalho futuro

Neste capítulo são apresentadas as conclusões do trabalho efetuado na dissertação e são discutidas algumas sugestões de trabalho futuro.

### 7.1 Conclusões

O trabalho apresentado nesta dissertação foi resultado do estudo e desenvolvimento de metodologias que permitam detetar perturbações no campo magnético da Terra. Atingir este objetivo não foi tarefa fácil devido à quantidade de particularidades que o campo magnético terrestre apresenta. Apesar disso, considera-se que o sistema desenvolvido mostra-se eficaz na identificação das perturbações no campo magnético Terrestre, como é possível observar através dos resultados obtidos.

Como objetivo final deste trabalho, era necessário estudar e desenvolver um sistema de localização real para integrar e testar o MISHE. Através dos resultados obtidos, é possível observar que o MISHE introduz melhorias tanto a nível da orientação como da posição obtidas em relação ao sistema integrado apenas um magnetómetro. Para concluir, considera-se que os objetivos propostos foram alcançados com sucesso.

### 7.2 Trabalho futuro

Apesar dos resultados obtidos com MISHE, existem alguns aspetos a melhorar no futuro:

1. Melhorar o tempo de resposta dos algoritmos de deteção;
2. Criar uma ligação dos algoritmos de deteção com um modelo do campo magnético, de forma a se conseguir obter a inclinação e módulo esperado para uma determinada região através das coordenadas GNSS.
3. Testar o MISHE com os magnetómetros orientados de forma diferente e verificar se a nova configuração mostra melhorias em relação a usada atualmente.
4. Introduzir mais sensores para cálculo da orientação (giroscópios) no sistema de localização com o objetivo de melhorar a compensação efetuada.



# Bibliografia

- [B. Armstrong, 2010] B. Armstrong, E. Wolbrecht, D. E. (2010). Auv navigation in the presence of a magnetic disturbance with an extended kalman filter.
- [Beng, 2012] Beng, K. A. R. (2012). *Heading Drift Mitigation For Low-Cost Inertial Pedestrian Navigation*. PhD thesis, University of Nottingham.
- [Bingaman, 2010] Bingaman, A. N. (2010). Tilt-compensated magnetic field sensor. Master's thesis, Faculty of the Virginia Polytechnic Institute and State University.
- [Caruso, 1998] Caruso, M. (1998). Applications of magnetoresistive sensores in navigation systems.
- [Daniel Rotenberg, 2005] Daniel Rotenberg, Henk J.Luinge, C. T. M. B. P. H. V. (2005). Compensation of magnetic disturbances improves inertial and magnetic sensing of human body segment orientation. *IEEE Transactions on Neural Sys*, 13(3).
- [Daniel Rotenberg, 2004] Daniel Rotenberg, Henk Luinge, P. V. (2004). Inertial and magnetic sensing of human movement near ferromagnetic materials.
- [Fernando Moita, 2015] Fernando Moita, Fábio Faria, U. N. (2015). A practical approach for shielding and calibration of three-axis magnetometers on ground vehicles.
- [Garrote, 2011] Garrote, L. (2011). Controlo de trajetórias para navegação autónoma de um veículo eléctrico. Master's thesis, Universidade de Coimbra.
- [Grand and Thrun, 2012] Grand, E. L. and Thrun, S. (2012). 3-axis magnetic field mapping and fusion for indoor localization. *IEEE International Conference on Multisensor Fusion and Integration for Intelligent Systems (MFI)*, pages 13–15.
- [Grygorenko, 2014] Grygorenko, V. (2014). Magnetic compass with tilt compensation.
- [Konvalin, 2008] Konvalin, C. (2008). Compensation for tilt, hard iron and soft iron effects.
- [Leonardo Marín, 2013] Leonardo Marín, Member, I. M. V. n. S. n. V. (2013). Event based localization in ackermann steering limited resource mobile robots. *IEEE-ASME TRANSACTIONS ON MECHATRONICS*, 18(6).
- [M. Silva, 2012] M. Silva, L. Garrote, F. M. M. M. U. N. (2012). Autonomous electric vehicle: Steering and path-following control systems. *16th IEEE Mediterranean Electrotechnical Conference (MELECON 2012)*,.

- [Marcio Barata and Mendes, 2004] Marcio Barata, Urbano Nunes, L. C. B. and Mendes, A. (2004). Data fusion of wheel encoders and magnetic sensors for autonomous vehicles navigation. *6th Portuguese Conference on Automatic Control*.
- [Mark Nixon, 1998] Mark Nixon, Bruce C. McCallum, W. R. F. N. B. P. (1998). The effects of metals and interfering fields on electromagnetic trackers. *Presence*, 7(2):204–218.
- [Martins, 2012] Martins, M. (2012). Desenvolvimento de sistema de condução autónoma de um veículo eléctrico. Master’s thesis, Universidade de Coimbra.
- [Moita and Nunes, 2004] Moita, F. and Nunes, U. (2004). Msr - the magnetic sensing ruler. version 1.0 configuration, software structure and characterization. Technical report, Institute of Systems and Robotics.
- [Muhammad Haris Afzal, 2010] Muhammad Haris Afzal, Valérie Renaudin, G. L. (2010). Assessment of indoor magnetic field anomalies using multiple magnetometers.
- [Prigge, 2004] Prigge, E. A. (2004). *A Positioning System With No Line-of-sight Restrictions For Cluttered Environm.* PhD thesis, STANFORD UNIVERSITY.
- [Rodoviária, 2014] Rodoviária, O. D. S. (2014). Ano de 2013 sinistralidade rodoviária. pages 1–57.
- [Somphop Limsoonthrakul and Parnichkun, 2009] Somphop Limsoonthrakul, M. N. D. and Parnichkun, M. (2009). Intelligent vehicle localization using gps, compass, and machine vision.
- [Sousanis, 2011] Sousanis, J. (2011). World vehicle population tops 1 billion units. Available from: [http://wardsauto.com/ar/world\\_vehicle\\_population\\_110815](http://wardsauto.com/ar/world_vehicle_population_110815).
- [W. Todd Faulkner, 2010] W. Todd Faulkner, Robert Alwood, D. W. A. T. J. B. (2010). Gps-denied pedestrian tracking in indoor environments using an imu and magnetic compass. *In Proceedings of the 2010 International Technical Meeting of the Institute of Navigation*.
- [Welch and Bishop, 2006] Welch, G. and Bishop, G. (2006). An introduction to the kalman filter.