



**FCTUC DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL**  
FACULDADE DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA  
UNIVERSIDADE DE COIMBRA

# **Avaliação do efeito *beam growth* no comportamento de estruturas porticadas de betão armado**

Dissertação apresentada para obtenção de grau Mestre em Engenharia Civil na  
Especialidade de Estruturas

Autor

**Miguel José Simões Pereira**

Orientadores

**Ricardo Joel Teixeira Costa**

**Paulo Manuel Mendes Pinheiro da Providência e Costa**

Esta dissertação é da exclusiva responsabilidade do seu autor, não tendo sofrido correções após a defesa em provas públicas. O Departamento de Engenharia Civil da FCTUC declina qualquer responsabilidade pelo uso da informação apresentada.

**Coimbra, Janeiro, 2016**

## AGRADECIMENTOS

Ao Professor Doutor Ricardo Costa, meu orientador, pela dedicação e disponibilidade mostrada ao me orientar, por todas as sugestões, correções e esclarecimentos que foram fulcrais para otimizar a qualidade do trabalho desenvolvido, um sincero e profundo agradecimento.

Ao Professor Doutor Paulo Providência e Costa, também meu orientador, pela revisão técnica e linguística do documento, pelas sugestões e pelo rigor científico, expresso a minha gratidão.

À família e amigos pelo apoio dedicado durante o meu percurso académico, um agradecimento especial.

## RESUMO

Os efeitos da não linearidade do betão armado, sobretudo nas zonas onde o momento fletor é mais elevado, como é o caso das extremidades das vigas, agravam-se em situações de elevada ação sísmica. Deste modo, o comprimento das fibras sobre o eixo aumenta, e a distância horizontal entre os eixos dos pilares que delimitam a viga também. Este fenómeno é conhecido por *beam growth* e, habitualmente, não é considerado na análise de estruturas porticadas de betão armado.

A presente dissertação tem por objetivo estudar o efeito *beam growth* e ilustrá-lo, fazendo uso do programa informático *EvalS* que aplica o Método das Forças Fictícias conjuntamente com modelos de fibras.

O processo começa por avaliar se o *EvalS* permite simular o *beam growth* através da modelação de uma viga em duas situações distintas: axialmente livre e axialmente restringida. As fases seguintes contemplam a análise do comportamento duma estrutura experimentalmente estudada por outros autores e a possibilidade de o efeito *beam growth* ser simulado através de uma ação térmica que provoque um alongamento equivalente das vigas.

Finalmente, desenvolve-se um conjunto de modelos analíticos de pórticos completos nos quais é considerado ou desprezado o efeito *beam growth*, para permitir efetuar o estudo paramétrico deste efeito, variando o número de vãos, o número de pisos e a altura das vigas, por forma a conhecer a sua influência na grandeza do efeito *beam growth*.

Os resultados atingidos permitem entender que o *beam growth* é maior quando aumenta o número de vãos do pórtico, a altura das vigas e o *drift*, contudo não é substancialmente influenciado pelo número de pisos. O efeito *beam growth* agrava-se nos pisos inferiores. O seu desprezo pode levar à subestimação de esforços e, conseqüentemente, ao colapso precoce dos elementos estruturais.

## ABSTRACT

The effects of non linear behaviour in reinforced concrete, especially in regions where moments are bigger, like in the ends of beams, become serious when structures are subjected to high earthquake action. So, beam length increases, so as the horizontal distance between the columns centrelines. This phenomenon is known by beam growth and it's not usual to be considered in the design of reinforced concrete structures.

Actual thesis is responsible for describing the mechanism formed by the beam growth effect, using programa informático EvalS which applies the Method of Fictitious Forces associated with fibbers models.

First of all, it's shown if EvalS is capable of simulating the beam growth effect, by modelling a simple beam studied in two different ways: axially free and axially restricted. Next steps are to model and analyse the behaviour of a structure experimentally studied by other authors and understand the possibility of beam growth effect could be modelled by a temperature effect which provokes the same elongation on the beams.

After all, it's modelled and analysed a group of different reinforced concrete frames, including or excluding beam growth effect, to evaluate the general influence of this phenomenon on structures. It was also changed the number of bays, number of floors and beams depth to understand the evolution of beam growth effect according to those parameters.

Beam growth effect is larger in structures with bigger number of bays, beam depths and drifts. It is shown that beam growth effect tends to be bigger at lowest stories level. Do not account beam growth in structures design could be responsible for the underestimate of the acting forces, as well as the cracking and premature collapse of its members.

---

## ÍNDICE

Agradecimentos .....	i
Resumo .....	ii
Abstract .....	iii
1 Introdução .....	1
1.1 Conceitos e objetivos iniciais .....	1
1.2 Estrutura da Dissertação.....	2
2 Revisão bibliográfica.....	4
2.1 Enquadramento do tema.....	4
2.2 Estudo experimental conduzido por Zerbe e Durrani .....	8
2.3 Estratégias para modelação do <i>beam growth</i> .....	12
2.3.1 Kim, Stanton e MacRae .....	12
2.3.2 Costa .....	13
2.4 Resultados e conclusões de Kim, Stanton e MacRae .....	16
3 Análise Preliminar.....	23
3.1 O programa informático EvalS.....	23
3.2 Modelação de uma viga simplesmente apoiada .....	25
3.2.1 Modelação .....	25
3.2.2 Análise dos resultados.....	30
4 Análise de uma estrutura hiperestática .....	31
4.1 Modelação .....	31
4.2 Pressupostos e análises.....	33
4.3 Modelação das ligações viga-pilar.....	34
4.3.1 Modelo de componentes de ligações viga-pilar de betão armado.....	34
4.3.2 Pormenorização das ligações viga-pilar .....	35
4.3.3 Relações constitutivas adotadas para as componentes amarração .....	36
4.3.4 Relações constitutivas para as componentes núcleo da ligação ao corte.....	38
4.4 Análise dos resultados.....	40

---

4.4.1	Análise de sensibilidade dos resultados do modelo .....	40
4.4.2	Estudo do efeito <i>beam growth</i> .....	43
5	Modelação do <i>beam growth</i> com uma ação térmica .....	45
5.1	Considerações iniciais .....	45
5.2	Modelação do efeito <i>beam growth</i> por ação da temperatura no modelo da viga simplesmente apoiada .....	46
5.3	Modelação do efeito <i>beam growth</i> por ação da temperatura numa subestrutura estaticamente indeterminada.....	48
6	Análise de Pórticos completos .....	51
6.1	Definição do problema.....	51
6.2	Breves considerações .....	56
6.3	Análise do Pórtico de Referência – P0204-45.....	57
6.3.1	Carregamento .....	57
6.3.2	Análise dos resultados do pórtico de referência .....	58
6.4	Influência do número de vãos no efeito do <i>beam growth</i> .....	61
6.5	Influência do número de pisos no efeito do <i>beam growth</i> .....	63
6.6	Influência da altura da secção transversal da viga no efeito <i>beam growth</i> .....	64
6.6.1	Conjunto de Pórticos P0204-h <sub>b</sub> .....	64
6.6.2	Modelo da Viga Simplesmente Apoiada – Estudo Auxiliar.....	65
7	Conclusões .....	68
	Referências Bibliográficas .....	69

## 1 INTRODUÇÃO

### 1.1 Conceitos e objetivos iniciais

O comportamento do betão armado em peças lineares é intrinsecamente não linear, devido, especialmente, à fendilhação e ao comportamento do betão, também à compressão, e do aço. Em estruturas porticadas de betão armado, é sobretudo nas zonas onde o momento fletor é mais elevado, como é o caso das extremidades das vigas, que o comportamento mais se afasta do linear. Em situações envolvendo uma elevada ação sísmica, esse afastamento será naturalmente agravado. Uma das consequências deste comportamento não linear é a diferente rigidez das partes comprimida e tracionada das secções, de facto, a parte comprimida é mais rígida que a tracionada. Esta diferença de rigidez faz deslocar a linha neutra para a parte comprimida das secções, passando o eixo a estar na zona tracionada. Deste modo, o comprimento das fibras sobre este eixo aumenta, e a distância horizontal entre os eixos dos pilares que delimitam a viga também. Este fenómeno é conhecido por *beam growth* (ou *beam elongation*, ou alongamento da viga) e, habitualmente, não é considerado na análise de estruturas porticadas de betão armado. Ignorar este efeito na análise e no dimensionamento de estruturas pode levar à subestimação dos deslocamentos e dos esforços e, conseqüentemente, ao colapso precoce dos elementos estruturais.

O efeito *beam growth* tem tido pouca atenção por parte dos investigadores, pois só toma proporções significativas em estruturas estaticamente indeterminadas, cujo estudo experimental tem custos elevados (Fenwick e Megget, 1993).

A Figura 1.1 ilustra o comportamento de parte de um pórtico sujeito a ações laterais que provocam o alongamento da viga de betão armado por flexão e o conseqüente afastamento dos pilares, dado que  $\delta_1 < \delta_2 < \delta_3$ .

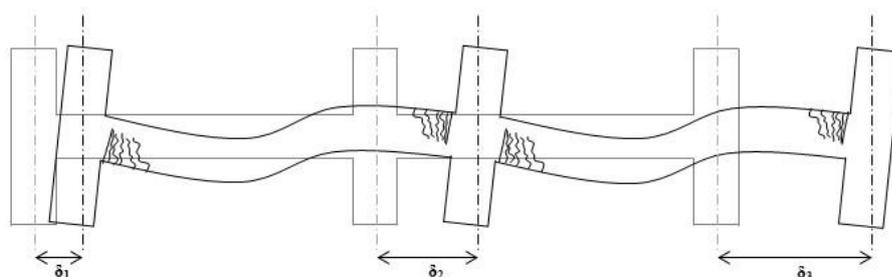


Figura 1.1 – Efeito *beam growth* em estruturas de betão armado.

---

A presente dissertação avalia o comportamento de diversos tipos de estruturas submetidos a ações que provocam flexão nos elementos estruturais, por forma a estudar a influência de determinados fatores na grandeza do fenómeno *beam growth*. A relação constitutiva não linear é considerada de duas formas alternativas: (i) uma análise em que é definida à priori a relação momento-curvatura das seções transversais - desacoplada do comportamento axial (que é assumido linear) e (ii) uma análise que faz uso de um modelo de fibras, conjugado com as relações constitutivas para o aço e betão. Também é estudada a influência do comportamento das ligações. A análise não linear é efetuada pelo Método das Forças Fictícias (Gala, Providência et al., 2008).

## 1.2 Estrutura da Dissertação

O presente documento, relativo à análise e avaliação do efeito *beam growth*, é dividido em sete capítulos: 1 - Introdução; 2 - Revisão bibliográfica; 3 - Análise Preliminar; 4 - Análise de uma estrutura hiperestática; 5 - Modelação do *beam growth* com uma ação térmica; 6 - Análise de pórticos completos; 7 - Conclusões.

O Capítulo 2 (Revisão bibliográfica) resume o estado do conhecimento relativo ao fenómeno de alongamento por efeito de ações horizontais, apresentando os diversos tipos de abordagens e as conclusões mais significativas disponíveis na bibliografia.

O Capítulo 3 (Análise Preliminar) serve de base ao estudo aprofundado nos restantes capítulos. Começa com uma breve apresentação do *EvalS*, enumerando algumas ferramentas do *programa informático* fulcrais ao estudo posterior. Neste capítulo é abordado um problema simples, por forma a entender se o programa informático é capaz de captar os efeitos de alongamento longitudinal em peças lineares de betão armado, através de dois modelos distintos (viga axialmente restringida e axialmente livre). A diferenciação entre estes dois modelos permite-nos conhecer o efeito do alongamento perante duas condições de fronteira extremas, por forma a simular o efeito *beam growth* em estruturas.

No Capítulo 4 (Análise de uma estrutura hiperestática) é considerada uma estrutura experimentalmente estudada por Zerbe e Durrani (1989), e procede-se à sua modelação e análise, com o programa *EvalS*, adotando diferentes hipóteses e tipos de análise, sempre no âmbito de análise não linear de estruturas. Os resultados obtidos são detalhadamente avaliados.

No Capítulo 5 (Modelação do *beam growth* com uma ação térmica) considerou-se a possibilidade de modelar o efeito *beam growth* através de uma ação de variação de

temperatura uniforme  $\Delta T_u$ . A título ilustrativo, aplicou-se este modelo aos problemas estudados nos dois capítulos anteriores.

O Capítulo 6 (Análise de pórticos completos) tem por objetivo avaliar as conclusões obtidas por Kim et al. (2004) relativamente à influência de diversos parâmetros geométricos sobre o efeito *beam growth*. Para efetuar essa avaliação criou-se um conjunto representativo de pórticos de betão armado, procedendo a alterações ao pórtico de referência estudado por Arêde (1997), de modo a evidenciar os parâmetros cujo efeito se pretende investigar (número de vãos, número de pisos e altura das vigas). Seguidamente, procedeu-se à modelação e análise dos pórticos, investigaram-se os resultados e o conjunto de conclusões foi comparado às conclusões atingidas por Kim et al. (2004).

Finalmente, o Capítulo 7 (Conclusões) tem como finalidade resumir o conhecimento adquirido ao longo do estudo levado a cabo nos capítulos anteriores e salientar as principais conclusões alcançadas. São também identificados tópicos cujo estudo não pode ser coberto por esta dissertação, e que, portanto, podem constituir temas para futuras investigações.

## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

### 2.1 Enquadramento do tema

O efeito *beam growth* (ou *beam elongation*, ou alongamento das vigas) tem sido pouco abordado por parte dos investigadores. É um fenómeno pouco estudado, provavelmente, por este efeito normalmente só ter efeitos relevantes em estruturas estaticamente indeterminadas, estruturas estas raramente estudadas experimentalmente devido aos elevados custos associados (Fenwick e Megget, 1993).

Segundo Fenwick e Megget (1993), em elementos de betão armado, logo que ocorre fendilhação devida à flexão dá-se o alongamento da peça, a não ser que esta tenha mecanismos de restrição axial. A Figura 2.1 representa uma viga, onde é restringida a rotação em ambas as extremidades mas não o alongamento longitudinal, sujeita a carregamento transversal. Na região a meio vão, onde o momento fletor é positivo, o eixo neutro encontra-se na metade superior do elemento, enquanto que junto às extremidades, onde o momento fletor é negativo, o eixo neutro se encontra na metade inferior. Como se pode observar pela figura, o plano de meia altura da viga encontra-se em zona de tração em quase todo o comprimento da peça, pelo que se pode concluir que existe alongamento do elemento. Na maior parte dos casos práticos, este alongamento é restringido pela estrutura envolvente, provocando o acréscimo de esforço axial.

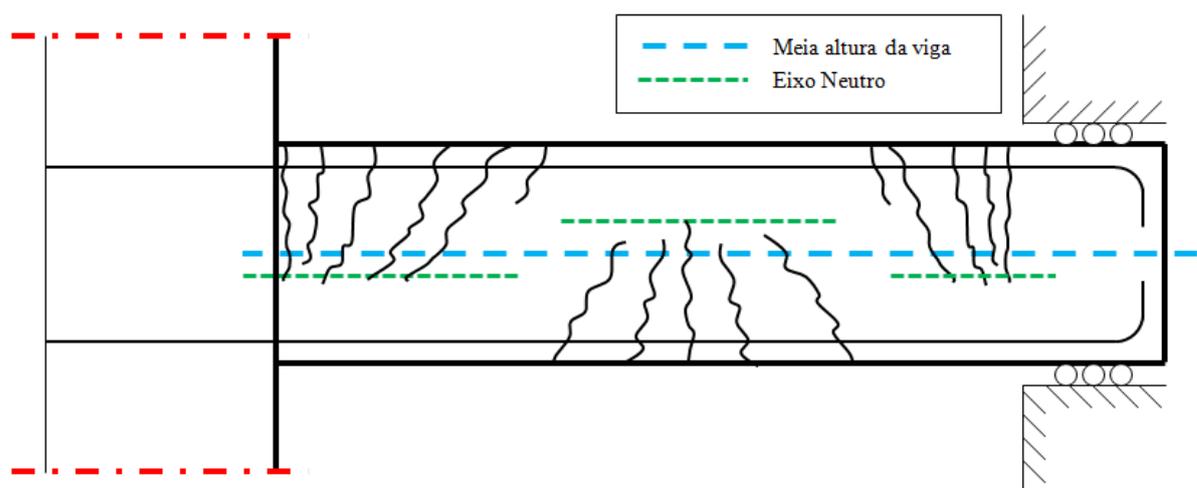


Figura 2.1 – Padrão de fendilhação responsável pelo alongamento dum viga de betão armado sujeita a flexão (Fenwick e Megget, 1993).

Com a formação de rótulas plásticas, que é espectável que ocorra em estruturas dúcteis sujeitas a ações sísmicas elevadas, o alongamento da peça aumenta devido à elevada deformação axial nas armaduras longitudinais tracionadas.

Zerbe e Durrani (1989), estudaram um conjunto de pórticos sujeitos a ações sísmicas e concluíram que o alongamento verificado nas vigas influencia substancialmente o comportamento do pórtico.

Segundo Fenwick e Megget (1993), podem-se desenvolver dois tipos de deformações por rótulas plásticas em estruturas sujeitas a ações laterais: “rótula plástica reversível” e “rótula plástica unidirecional”.

Em estruturas adequadamente dimensionadas para resistir a ações sísmicas, as rótulas plásticas formam-se essencialmente nas vigas. Por este motivo, na parte remanescente deste trabalho serão tratadas essencialmente vigas. Em vigas sujeitas apenas a peso-próprio, para além da ação sísmica, as rótulas plásticas podem estar sujeitas a deformações não-elásticas envolvendo deformações positivas e negativas. Este tipo de rótula plástica é conhecido como “rótula plástica reversível” sendo esquematizada pela Figura 2.2.

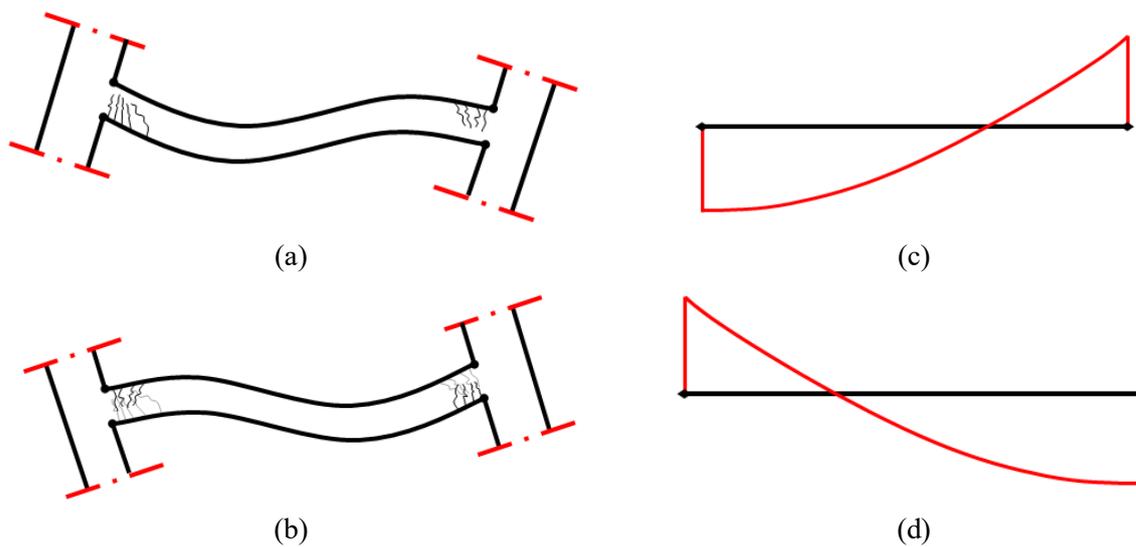


Figura 2.2 - Formação de rótulas plásticas reversíveis numa viga: (a) oscilação à direita, (b) oscilação à esquerda, (c) momento fletor para oscilação à direita, (d) momento fletor para oscilação à esquerda (Fenwick e Megget, 1993).

Em pórticos em que as vigas estão sujeitas a mais tipos de carga, os momentos positivos e negativos, com grandeza suficiente para formar uma rótula plástica, ocorrem em diferentes zonas dos elementos estruturais. Nestes casos, os momentos máximos negativos (em valor

absoluto) ocorrem na zona de vizinhança das superfícies exteriores dos pilares, enquanto que os momentos máximos positivos ocorrem na zona central das vigas. As rótulas plásticas que se formam por efeito destas distribuições de esforços são conhecidas por “rótulas plásticas unidireccionais”, sendo a sua representação feita na Figura 2.3.

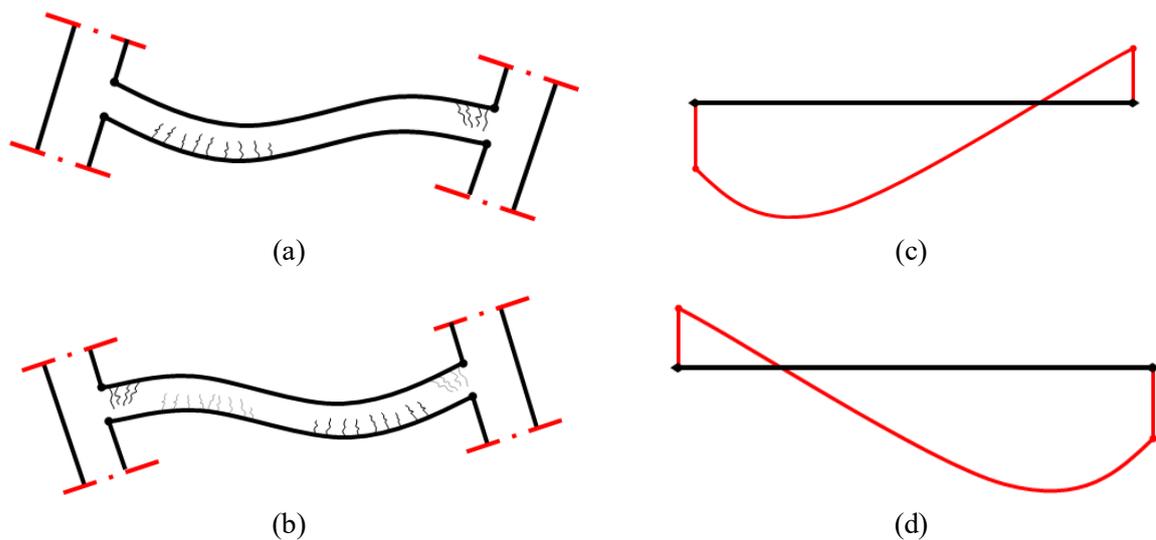


Figura 2.3 - Formação de Rótulas plásticas unidireccionais numa viga: (a) oscilação à direita, (b) oscilação à esquerda, (c) momento fletor para oscilação à direita, (d) momento fletor para oscilação à esquerda (Fenwick e Megget, 1993).

Estes tipos de rótulas plásticas reversíveis e rótulas plásticas unidireccionais formam-se, habitualmente, por efeito de ações sísmicas elevadas e ocorrem numa zona ainda significativa do comprimento da viga. A abertura de fendas provocada por estas rótulas plásticas leva ao alongamento das vigas de betão armado, e, conseqüentemente, no caso de vigas limitadas por pilares, ao afastamento dos pilares – ou seja, ao fenómeno de *beam growth*.

Uma das investigações mais aprofundadas sobre os resultados do efeito *beam growth* deve-se a Kim et al. (2004). Segundo estes autores, em regiões de maior predominância da ação sísmica nos Estados Unidos da América, os pórticos de betão armado são a solução mais frequentemente adotada para resistir a ações laterais em edifícios. O método de análise adotado nestes pórticos é quase sempre o mesmo: consideram-se modelos onde cada viga é representada por um elemento 1D representado pelo respetivo eixo. Os esforços axiais nestas vigas são, geralmente, baixos, enquanto que a rigidez axial é elevada, pelo que as variações de comprimento são habitualmente consideradas desprezáveis. Contudo, estes autores afirmam que, na realidade, as vigas começam a fendilhar assim que os pórticos sofrem deslocamentos laterais, provocando o aumento da distância entre os eixos dos pilares como é ilustrado na Figura 2.4. Assim, deve modelar-se o efeito *beam growth* podendo admitir-se que se trata

dum fenómeno concentrado nas extremidades das vigas, acumulando, nesse caso, a abertura das fendas integralmente nestas secções (Fenwick e Fong, 1979; Fenwick e Davidson, 1995 citados por Kim et al., 2004).

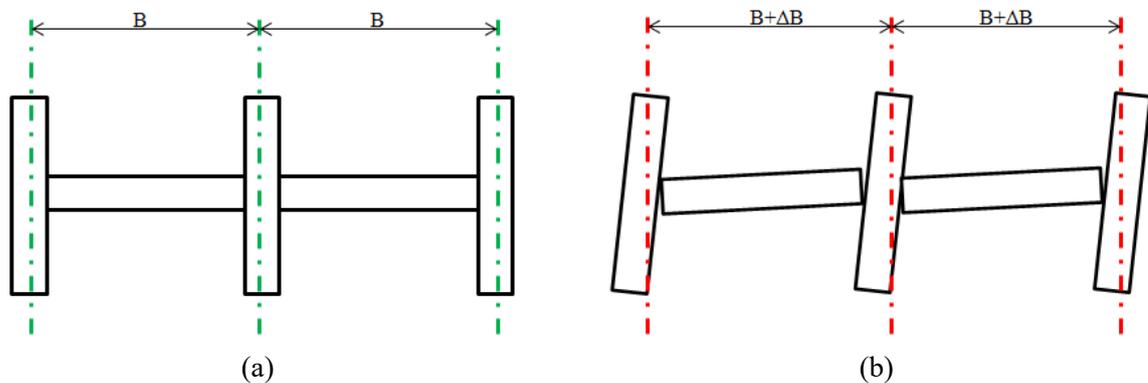


Figura 2.4 - Efeito *beam growth*: (a) geometria inicial e (b) geometria deformada (Kim et al., 2004).

Kim et al. (2004) fizeram o estudo paramétrico de um conjunto de pórticos, exibindo variações ao nível da geometria (número de vãos e altura da secção transversal das vigas), para avaliar a relevância deste efeito em função da variação destas características. Através de análises estática *pushover* e dinâmica chegaram a resultados que demonstram um agravamento do efeito *beam growth* para pórticos com mais vãos e com maiores alturas das secções transversais. Os resultados permitiram concluir, que este efeito se agrava com o aumento do *story drift ratio* (deslocamento relativo entre pisos), dado pela relação entre o deslocamento horizontal entre pisos e a sua altura – neste documento, o parâmetro *story drift ratio* será habitualmente referido apenas pelo termo *drift*. Num pórtico sujeito a deslocamentos laterais elevados, os pilares exteriores sofrem deslocamentos para fora da estrutura, devido ao efeito do *beam growth*, aumentando a curvatura num dos lados do pórtico e diminuindo no outro, como é indicado na Figura 2.5.

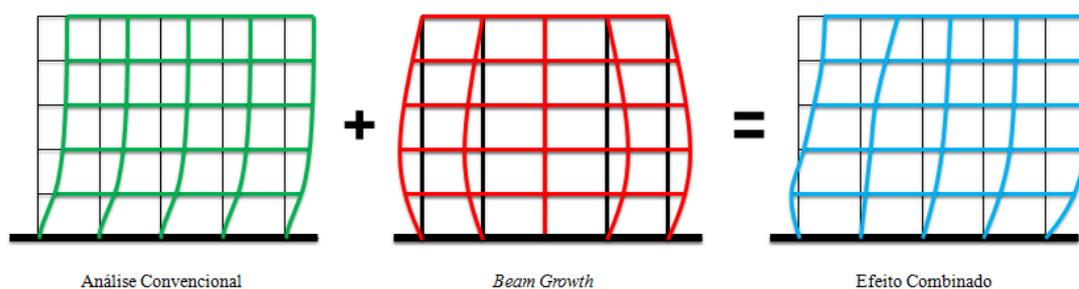


Figura 2.5 - Efeito *beam growth* (Kim et al., 2004).

## 2.2 Estudo experimental conduzido por Zerbe e Durrani

Geralmente, os estudos experimentais de subestruturas que incorporem ligações viga-pilar, são desenvolvidos em modelos sem restrição axial das vigas, pelo que estas não desenvolvem esforços de compressão decorrentes do *beam growth*, o que não se verifica na realidade. Zerbe e Durrani (1989), apresentaram resultados do comportamento de ligações viga-pilar sujeitas a ações cíclicas, obtidos a partir de subestruturas com ligações isoladas e subestruturas com múltiplas ligações, onde o alongamento é parcialmente restringido.

O modelo de múltiplas ligações utilizado por estes autores incorpora duas ligações exteriores e uma interior, ver Figura 2.6. Este modelo foi idealizado como fazendo parte de um pórtico de dois vãos delimitado pelos pontos de inflexão dos pilares que se assumiram localizar-se entre a meia altura do piso inferior à viga e a meia altura do piso superior à viga. Os modelos de ligações isoladas, isto é, com vigas sem restrição axial, foram criados com as mesmas condições geométricas e de armadura que os de múltiplas ligações.

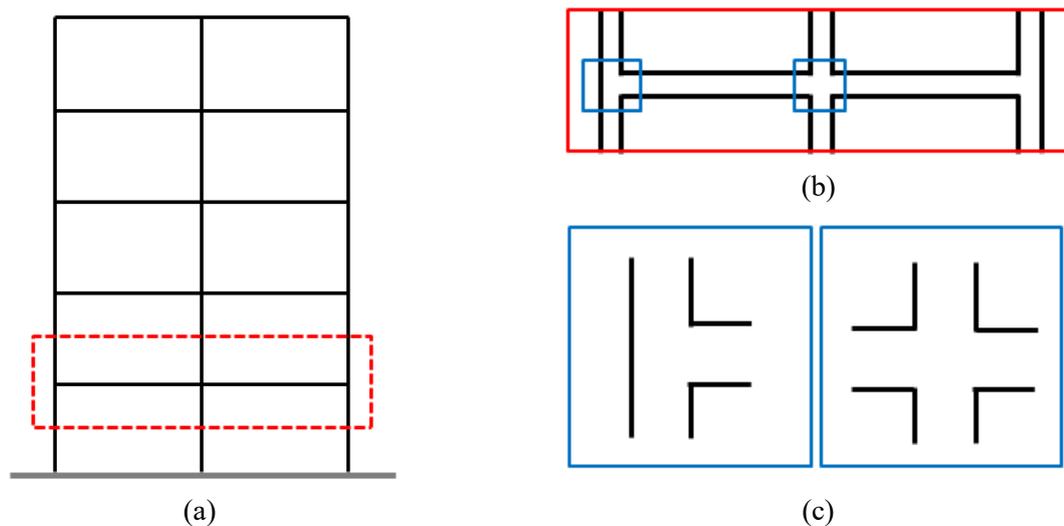


Figura 2.6 – Configuração da análise: (a) pórtico estudado, (b) modelo de múltiplas ligações e (c) ligações individuais: exterior e interior (Zerbe e Durrani, 1989).

Zerbe e Durrani (1989) dimensionaram os espécimes de acordo com as disposições do ACI 318-83 Building Code (ACI Committee 318, 1983). Foi usado um betão com uma resistência à compressão de 34,5 MPa. O aço constituinte das armaduras apresentava uma tensão de cedência de 414 MPa e as armaduras eram nervuradas.

As propriedades geométricas do modelo estudado podem ser observadas na Figura 2.7. O dimensionamento dos vários elementos, incluindo a armadura, contemplou um conjunto de ações e esforços considerados pelos autores, decorrentes da análise da estrutura completa.

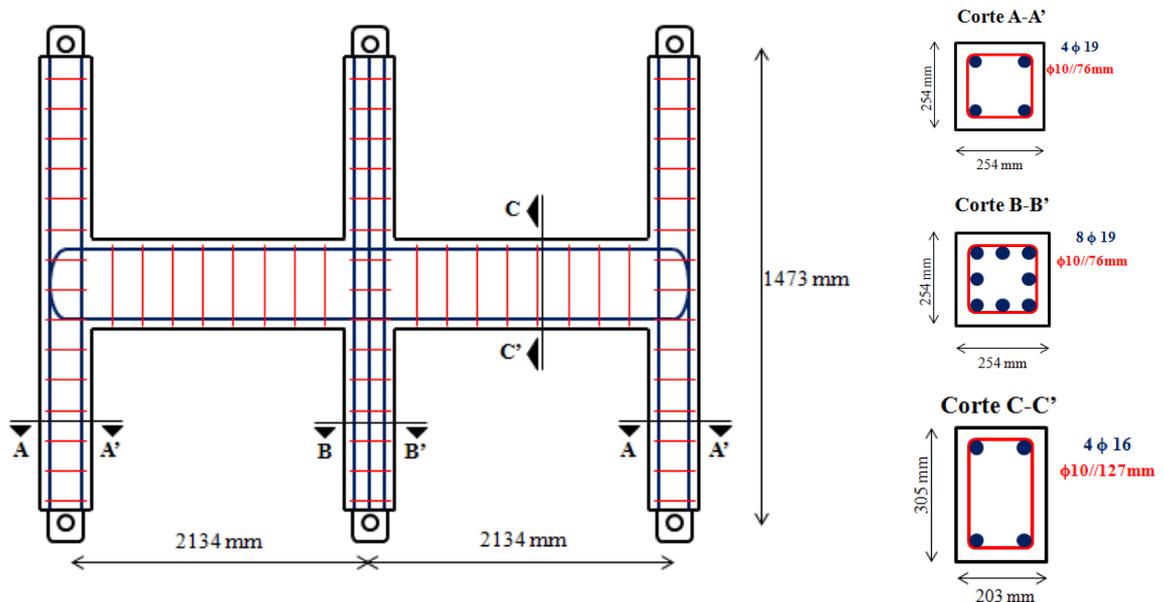


Figura 2.7 – Propriedades geométricas e pormenorização da armadura.

O procedimento experimental consistiu em aplicar às extremidades superiores dos pilares um deslocamento horizontal enquanto as extremidades inferiores estavam impedidas de se deslocar. Tanto as extremidades superiores como as extremidades inferiores tinham liberdade de rotação. O ensaio experimental ficou registado pela fotografia apresentada na Figura 2.8. Foram aplicadas cargas axiais de 178 e 111 kN na extremidade inferior dos pilares interior e exteriores, respetivamente. Estes carregamentos simulam a ação gravítica e são equivalentes a 23% e 15% da carga de colapso axial do pilar interior e dos pilares exteriores, respetivamente, sob compressão pura. As extremidades superiores dos pilares estão ligadas a uma barra rígida.

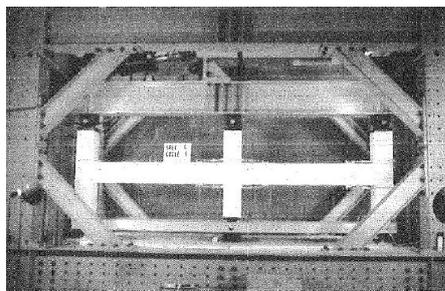


Figura 2.8 – Instalação laboratorial para o ensaio da viga (Zerbe e Durrani, 1989).

Zerbe e Durrani (1989) fizeram um estudo cíclico de 12 ciclos com uma amplitude de variação do *drift* entre 0,25% e 5%, apesar de reconhecerem que um *drift* superior a 2 ou 3% é indesejado em casos reais. Todavia, submeter a estrutura a *drifts* da ordem de grandeza dos 5%, permite avaliar o seu comportamento para níveis de deformação excepcionalmente elevados, como os que podem ocorrer, por exemplo, em casos de acidente. A Figura 2.9(a) representa a história dos deslocamentos impostos.

O estudo levado a cabo por Zerbe e Durrani (1989), permitiu constatar que o comportamento das ligações é afetado pelo alongamento dos elementos sujeitos a flexão, como veio a ser confirmado por Fenwick e Megget (1993). Como no modelo de múltiplas ligações o alongamento das vigas é parcialmente restringido, geram-se esforços de compressão que também afetam o comportamento das ligações. O alongamento da viga quando sujeita a ações cíclicas, registado por Zerbe e Durrani (1989), está ilustrado na Figura 2.9(b).

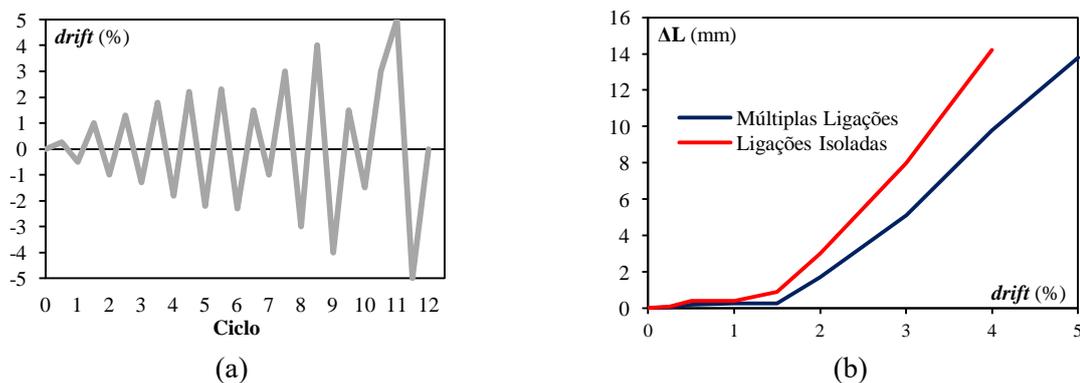


Figura 2.9 – (a) Rotina de deslocamentos dinâmica imposta à estrutura (b) Alongamento da viga observado (Zerbe e Durrani, 1989).

O efeito do alongamento das vigas também foi possível ser observado pelo padrão da abertura de fendas que se formava nos pilares exteriores. As fendas começaram a ser evidentes para um *drift* de 2%.

O movimento da barra rígida ligada às extremidades superiores dos pilares, permitiu que o carregamento lateral aplicado fosse (quase) igualmente distribuído pelos três pilares até um *drift* de quase 1%, como se observa na Figura 2.10. Para *drifts* mais elevados, desenvolvem-se esforços de compressão nas vigas provocando diferenças na distribuição das forças de corte transmitidas aos pilares.

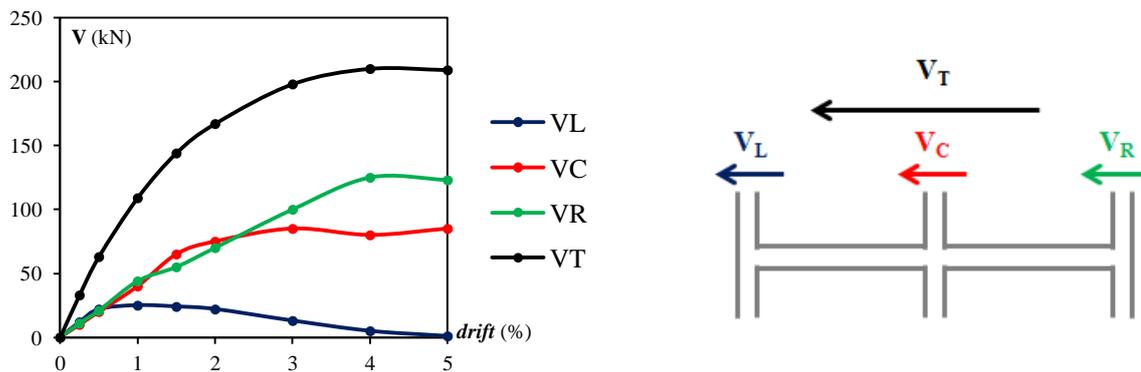


Figura 2.10 - Distribuição do carregamento lateral para cada Pilar

Zerbe e Durrani (1989) não conseguiram medir experimentalmente o valor do esforço axial,  $N$ , nas vigas. Contudo, estes autores adotaram um parâmetro determinado a partir do esforço transversal na extremidade superior dos pilares exteriores que traduz o esforço axial nas vigas: a diferença entre o esforço transversal na extremidade superior dos pilares da direita e da esquerda ( $V_R$  e  $V_L$ , respetivamente), que designaram de  $N$ . Esta analogia resulta do equilíbrio estático dos pilares, esquematizado na Figura 2.11.

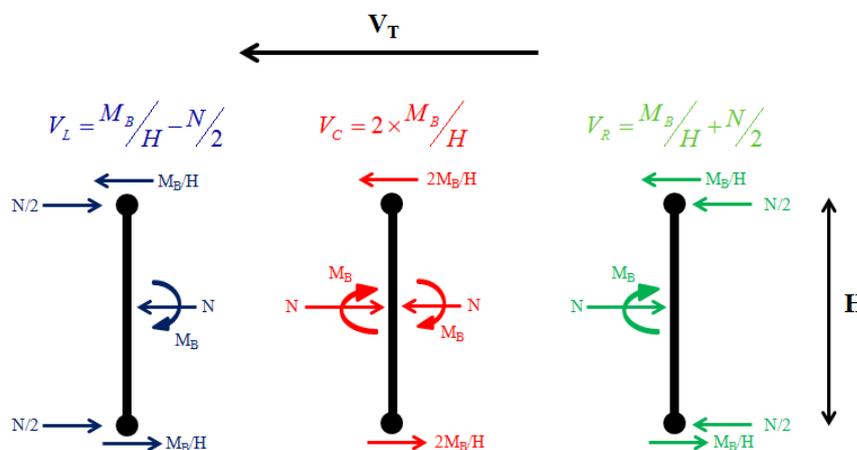


Figura 2.11 - Mecanismo de distribuição de carga.

Assim, o valor de  $N$  é dado por:

$$N = V_R - V_L \quad (2.1)$$

A evolução do esforço axial  $N$  dado pela expressão (2.1) e apresentado na Figura 2.12 permitiu concluir que, com o aumento do *drift*, a compressão axial nas vigas aumenta.

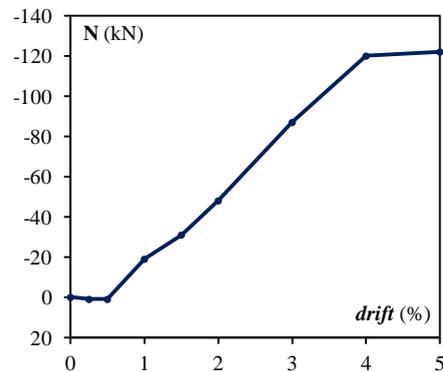


Figura 2.12 - Esforço axial das vigas.

## 2.3 Estratégias para modelação do *beam growth*

### 2.3.1 Kim, Stanton e MacRae

Kim et al. (2004), modelaram o ensaio realizado por Zerbe e Durrani (1989) e compararam os resultados com os obtidos experimentalmente, para testar a eficácia do modelo e dos pressupostos assumidos na análise do efeito *beam growth*. O modelo estrutural considerado é ilustrado na Figura 2.13(a).

Kim et al. (2004) recorreram ao programa informático DRAIN-2DX de Prakash et al. (1993). Este programa permite efetuar análises estáticas ou dinâmicas não lineares em estruturas planas.

Kim et al. (2004) consideraram dois tipos de problemas, por forma a avaliar a influência do efeito *beam growth* no comportamento da estrutura:

- RFIBG (*Reinforced concrete frame including beam growth*) - capaz de captar a deformação axial das vigas, cuja modelação das zonas de ligação viga-pilar é representada na Figura 2.13(b);
- RFEBG (*Reinforced concrete frame excluding beam growth*) - modelo que despreza este fenómeno, cuja modelação das zonas de ligação viga-pilar é ilustrada na Figura 2.13(c).

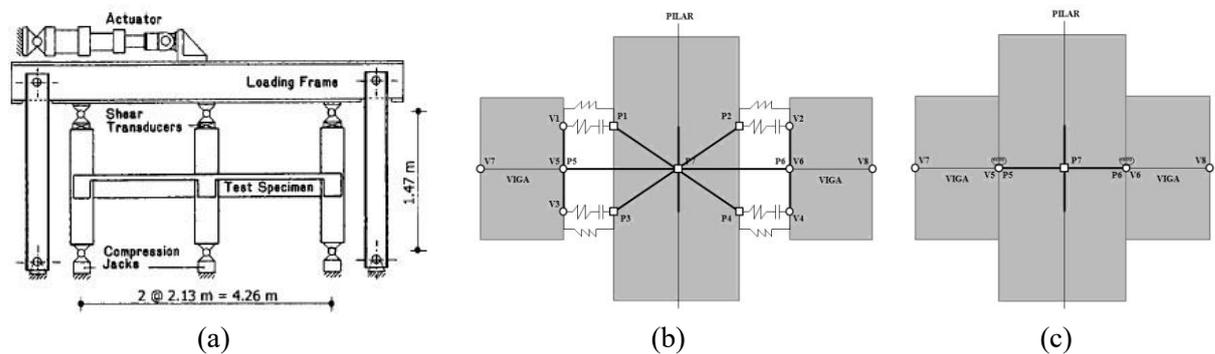


Figura 2.13 – Modelo de Zerbe e Durrani (1989) adaptado por Kim et al. (2004): (a) Modelo estrutural, (b) Modelo RFIBG e (c) Modelo RFEBC (Kim et al., 2004).

Kim et al. (2004) chegaram aos resultados apresentados na Figura 2.14, que apresenta um elevado grau de afinidade com os resultados experimentais. *Base shear* é a força de corte na base e representa o somatório das forças de corte na base dos pilares. Neste documento a força de corte na base será representado por  $F_B$ .

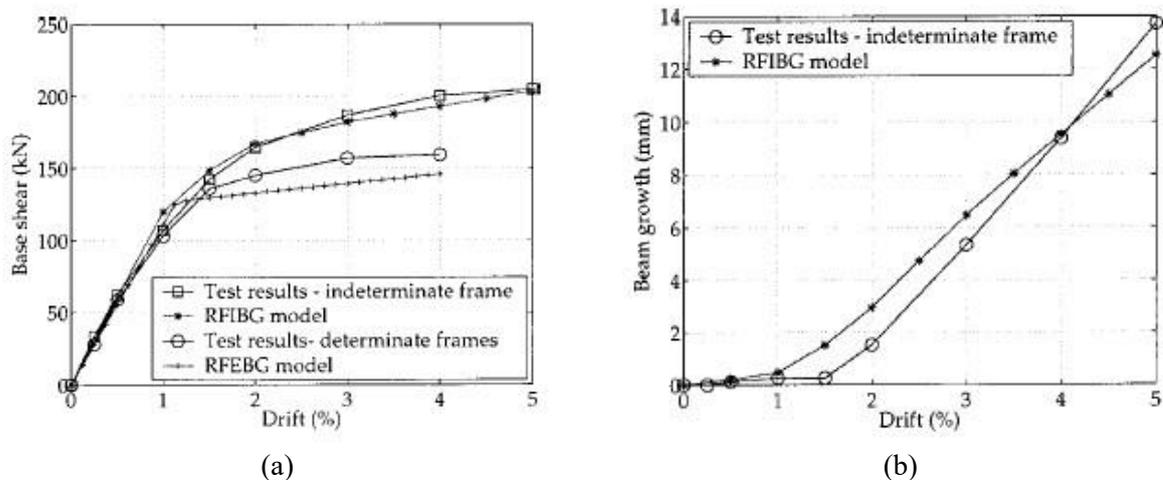


Figura 2.14 – Comparação de resultados de Kim et al. (2004) aos de Zerbe e Durrani (1989) [Test results – indeterminate frames]: (a) força de corte na base e (b) alongamento da viga (*beam growth*).

### 2.3.2 Costa

Por sua vez, Costa (2013) avaliou a capacidade do programa informático *Evals* (Ferreira, 2011) simular o efeito *beam growth* através da análise do comportamento duma viga com uma carga vertical concentrada a meio-vão. A viga estudada está esquematizada na Figura 2.15.

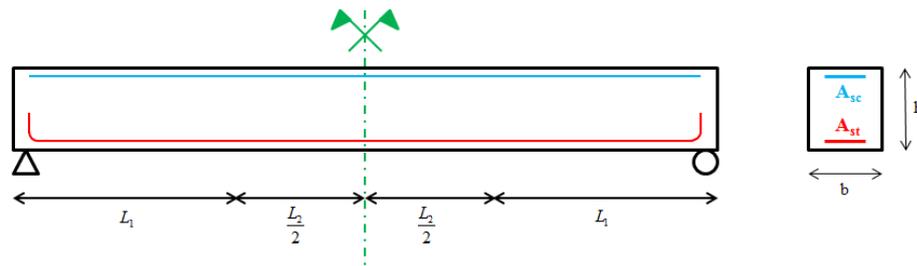


Figura 2.15 - Geometria da viga modelada e condições de apoio (Costa, 2013).

Os valores dos parâmetros adotados neste estudo foram:  $L_1=783$  mm,  $L_2=784$  mm,  $b=120$  mm e  $h=250$  mm. Costa (2013) considerou duas condições de apoio distintas – deslocamento axial livre (AL) e deslocamento das secções extremas impedido na direção longitudinal ao nível do eixo da peça (AR). Na modelação teve-se em consideração o confinamento do betão no interior dos estribos, tendo sido adotado o modelo proposto por Park et al. (1982). Este modelo assume que os estribos conferem o mesmo grau de confinamento que as cintas, se a taxa de armadura for semelhante. Devido à simetria do problema em estudo, optou por modelar apenas metade da viga. A Figura 2.16 representa um esquema dos modelos considerados.

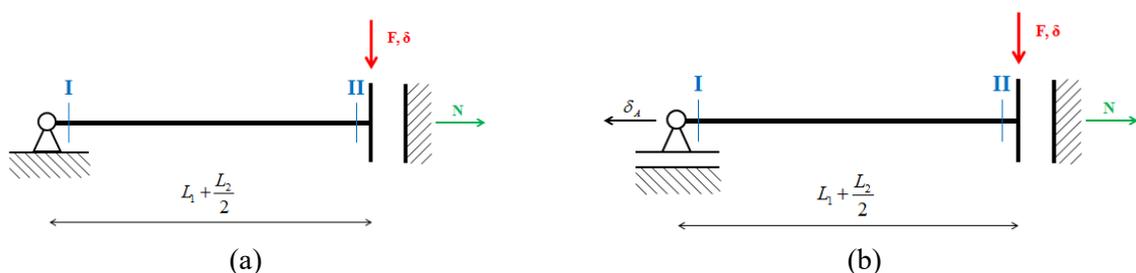


Figura 2.16 - Modelação da Viga - Modelo 1D original: (a) AR, (b) AL (Costa, 2013).

Tendo em vista a determinação do comportamento pós-pico da estrutura, Costa (2013) considerou um elemento biarticulado vertical com a extremidade inferior ligada à secção II, a meio-vão da viga, como representado na Figura 2.17, em substituição da força concentrada. Seguidamente procedeu ao incremento progressivo do comprimento deste elemento, substituindo o problema original de controlo de carga por um de controlo de deslocamento. De outra forma, poderia não seria possível determinar o comportamento na fase pós-pico - ou por colapso da estrutura, ou por divergência do programa, em virtude da ocorrência do ponto limite. Este elemento biarticulado esteve sujeito a uma ação de temperatura uniforme ( $\Delta T_u$ ) ao longo de toda a peça. Foi atribuído um valor a  $\Delta T_u$  que representa um alongamento da peça

conhecido, alongamento esse que representa o deslocamento vertical da secção da viga na secção II ( $\delta$ ). O valor da força vertical exercida,  $F$ , por este elemento é dado pela sua reação na sua extremidade superior.

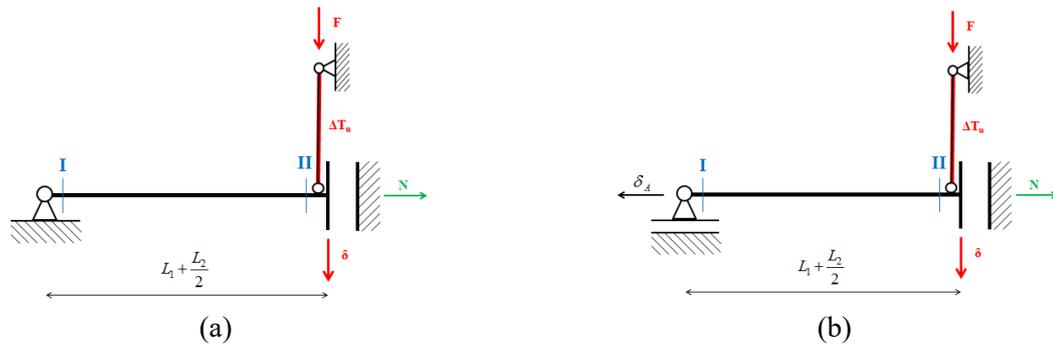


Figura 2.17 - Modelação da Viga - Modelo 1D com controlo de deslocamento: (a) AR, (b) AL (Costa, 2013).

Costa (2013) constatou que no modelo axialmente restringido ocorrem esforços axiais de compressão elevados, por efeito do *beam growth*, como era previsível. Para validar os resultados obtidos no programa *EvalS*, foi modelado um problema semelhante no programa informático ATENA 3D (Cervenka Consulting, 2009).

Os gráficos apresentados na Figura 2.18 representam os resultados obtidos para a força  $F$ , esforço axial na viga  $N$  e o deslocamento horizontal da extremidade esquerda  $\delta_A$ , em função do deslocamento vertical da secção de meio-vão  $\delta$ .

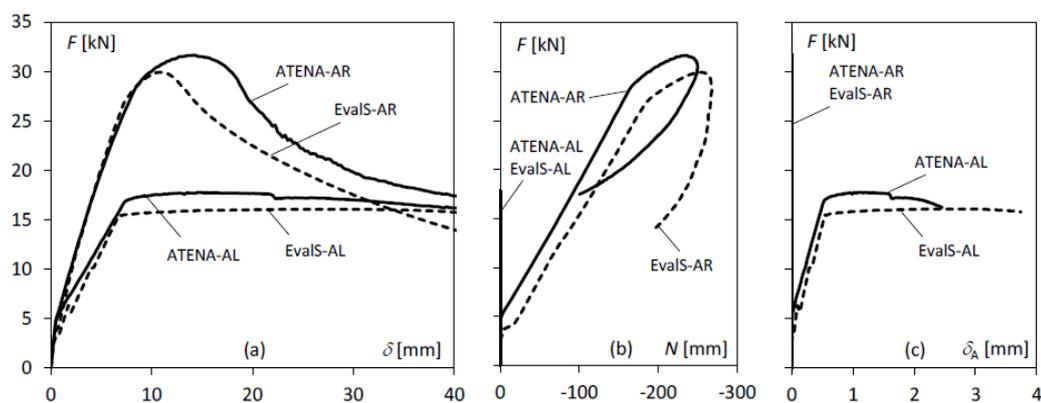


Figura 2.18 - Efeito da restrição axial na Viga modelada - Variação de  $F$  com (i) flecha máxima, (ii) esforço axial e (iii) alongamento (Costa, 2013).

## 2.4 Resultados e conclusões de Kim, Stanton e MacRae

Kim et al. (2004) estudaram um conjunto de 15 pórticos de 5 pisos, para avaliar o efeito do *beam growth*. Consideraram pórticos com 2, 4, 6, 8 e 10 vãos, cujas vigas apresentavam secções transversais retangulares com alturas 914, 1219 ou 1524 mm (36, 48 e 60 in.), por forma a determinar a influência destes parâmetros na grandeza do efeito *beam growth*. A designação dos pórticos é sintetizada no Quadro 2.1.

Quadro 2.1 - Denominação dos Pórticos de Betão Armado considerados (Kim et al., 2004).

Número de vãos	2	4	6	8	10
$h_b = 914$ mm (36 in.)	RF0502-36	RF0504-36	RF0506-36	RF0508-36	RF0510-36
$h_b = 1219$ mm (48 in.)	RF0502-48	RF0504-48	RF0506-48	RF0508-48	RF0510-48
$h_b = 1524$ mm (60 in.)	RF0502-60	RF0504-60	RF0506-60	RF0508-60	RF0510-60

Admitiu-se que as lajes foram projetadas de modo a que o seu efeito sob o comportamento do pórtico fosse desprezável. A denominação de cada pórtico indica o número de pisos, o número de vãos e a altura da secção transversal da viga. Por exemplo, o pórtico de 5 pisos, 4 vãos e vigas com secção transversal com altura 48 in. (1219 mm) é designado RF0504-48 e é representado na Figura 2.19. O Pórtico RF0504-48 foi considerado o pórtico de referência. A largura da secção transversal das vigas, a altura dos pisos e o número de pisos foram assumidos constantes para os 15 exemplos.

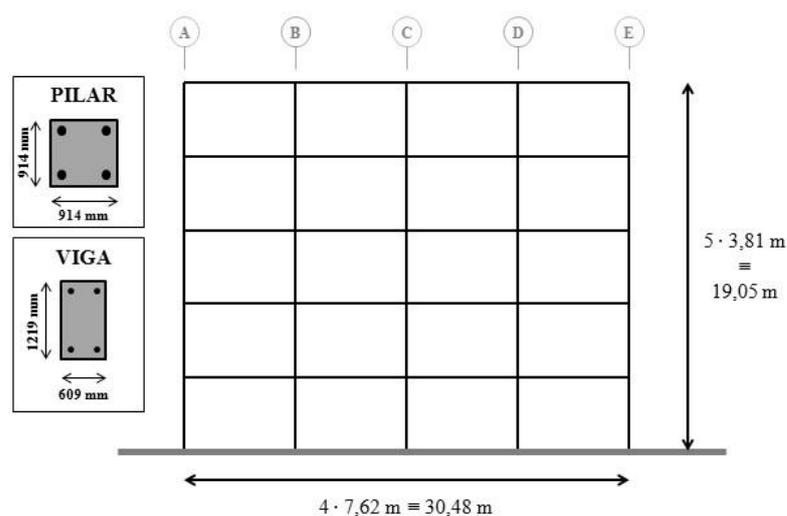


Figura 2.19 - Pórtico de 5 andares, 4 vãos e 48 in. (1219 mm) de largura de vigas - RF0504-48 (Kim et al., 2004).

Todos os pórticos foram dimensionados para ações sísmicas de elevada intensidade – Zona Sísmica 4 de acordo com o Sistema norte americano UBC (*Uniform Building Code, ICBO, 1997*), que em 2000 foi substituído pelo atual IBC (*International Building Code, ICC, 2000*) – assumindo uma ocupação normal, perfis de solo do tipo D e sem efeitos de falhas nas proximidades. A Zona Sísmica 4 é a máxima considerável pelo UBC.

A Figura 2.20 representa o sistema de forças equivalentes adotado, onde  $F_i = m_i \times a_i(t)$  e  $F_B = \sum_{i=1}^5 m_i \cdot a_i$  (Wallace, 2004), onde  $m_i$  é a massa do piso  $i$  e  $a_i(t)$  a aceleração em função do tempo  $t$ . A soma das forças de corte sofridas nas bases dos pilares,  $F_B$ , é a força de corte na base.

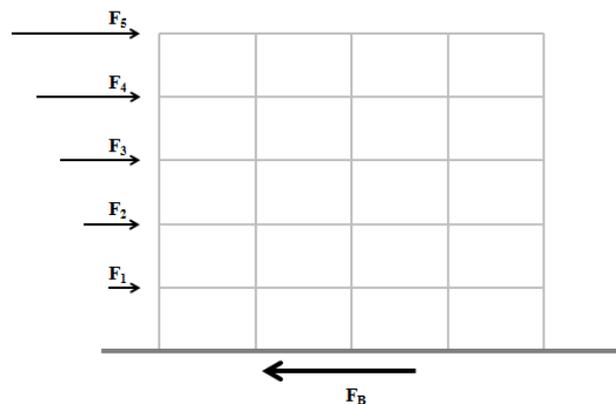


Figura 2.20 – Sistema de forças equivalentes segundo o UBC (Prof. J.W. Wallace, 2004).

Para o pórtico RF0504-48, assumiu-se uma massa de 910 ton por piso. Para os pórticos com um número de vãos diferente do de referência, foi assumido que a massa é proporcional ao número de vãos: em cada piso, 227,5 ton por vão.

Para efetuar uma análise estática *pushover*, Kim et al. (2004) aplicaram uma série de forças pontuais em cada pilar, nos nós de interseção com as vigas, por forma a simular uma distribuição de carga triangular invertida de acordo com as especificações do IBC. A carga aplicada foi aumentada até que o deslocamento total da cobertura dividido pela altura total do edifício (*roof drift ratio* ou *roof drift*) atingisse o valor de 2%.

A Figura 2.21(a) ilustra a evolução da força de corte na base em dois modelos de análise (considerando e desprezando o efeito *beam growth*) para o pórtico RF0504-48. Através da diferença de resultados das forças de corte na base dos pilares, Kim et al. (2004) constataram

que os pilares restringem o efeito *beam growth*, aumentando o esforço axial de compressão nas vigas, e, conseqüentemente, a resistência das vigas à flexão. Observa-se que os pilares começam a ceder para um *roof drift* de 0,5%. Quando o *roof drift* atinge os 2%, as forças de corte na base dos pilares são 3% superiores no modelo em que se tem em consideração o efeito *beam growth*.

A Figura 2.21(b) resume os valores dos deslocamentos horizontais observados nos pilares ao nível de cada piso do pórtico de referência, para um *roof drift* de 2%. Os resultados do modelo de análise que despreza o efeito *beam growth* (RFEBG) são idênticos em todos os pilares e muito semelhantes aos deslocamentos observados no pilar central do modelo RFIBG. Já os pilares à direita, na análise RFIBG, sofrem deslocamentos horizontais superiores e à esquerda inferiores, aos correspondentes na análise RFEBG.

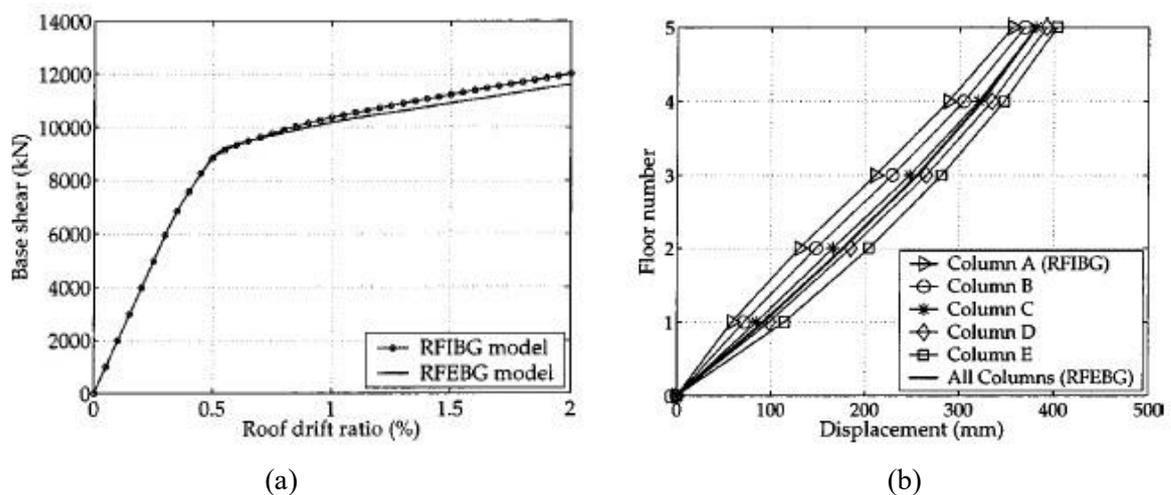


Figura 2.21 – Resultados do Pórtico RF0504-48: (a) Evolução das forças de corte em função do *roof drift*, (b) Deslocamentos observados para um *roof drift* de 2% (Kim et al., 2004).

Os diagramas apresentados na Figura 2.22 dizem respeito aos esforços axiais e de flexão nas vigas do pórtico RF0504-48 segundo as análises RFIBG e RFEBG, respetivamente. Observa-se, mais uma vez, que a consideração dos efeitos do alongamento das vigas agrava os esforços de compressão, principalmente nas vigas dos pisos inferiores. A diferença de resultados dos esforços de flexão pode atingir a valores significativos: para o mesmo valor do *roof drift*, há uma secção onde o momento fletor é 24% maior na análise RFIBG que na RFEBG.

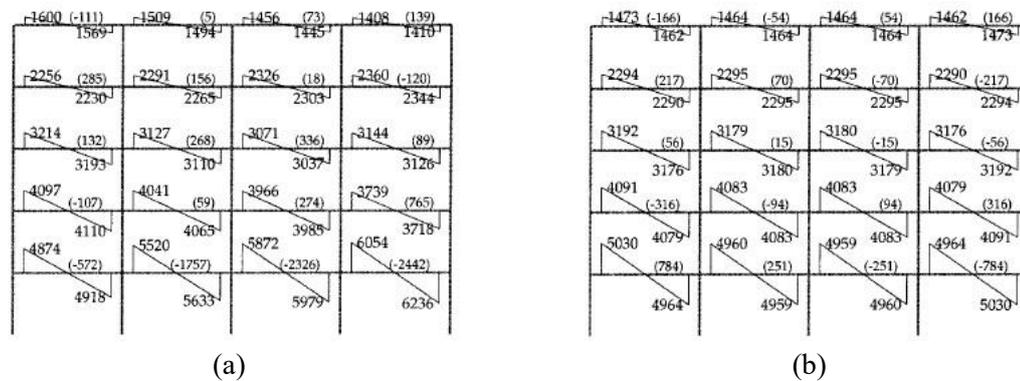


Figura 2.22 - Momentos Fletores e Esforços axiais (entre parenteses) para o p3rtico RF0504-48 para um *roof drift* de 2%: (a) RFIBG, (b) RFEBG. Unidades: kN, m. (Kim et al., 2004).

Na Figura 2.23 s3o comparados os esfor3os de flex3o e o esfor3o transverso nos pilares. A diferen3a de valores nos pilares 3 mais acentuada nos dois primeiros pisos, o que se deve ao facto de o alongamento das vigas ser superior nestes pisos. No primeiro andar, o esfor3o transverso m3ximo ocorre no pilar central – quando se ignora o efeito do *beam growth* – e no pilar 3 direita – quando se considera o efeito *beam growth*. Os diagramas permitem-nos perceber ainda que o efeito *beam growth* provoca um aumento do esfor3o transverso verificado nos pilares mais exteriores, na dire3o de atua3o das for3as laterais. O momento fletor m3ximo verificado no Pilar E (pilar mais 3 direita) 3 104% superior no modelo RFIBG, relativamente ao verificado no modelo RFEBG. Este aumento significativo pode provocar fendilha3o e/ou colapso precoce em caso de a3o3es s3smicas elevadas, caso o *beam growth* n3o seja tido em considera3o.

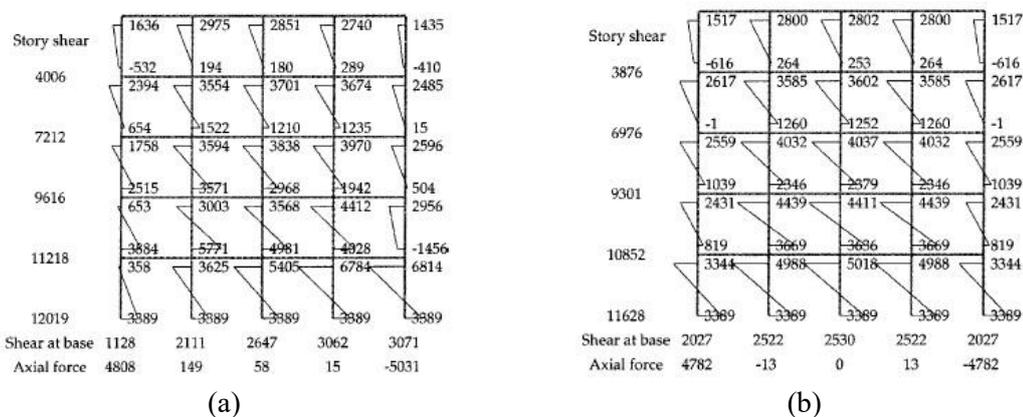


Figura 2.23 - Momentos Fletores e deslocamentos nos pilares para um *roof drift* de 2%: (a) considerando o efeito *beam growth*, (b) desprezando o *beam growth*. Unidades: kN,m (Kim et al., 2004).

Os modelos RFIBG e RFEBG revelam esforços diferentes: geralmente, os esforços mais elevados ocorrem nos pilares centrais, quando é desprezado o efeito *beam growth*, e nos pilares exteriores quando este fenómeno é considerado.

Kim et al. (2004) ainda estudaram o efeito *beam growth* através duma análise dinâmica do pórtico de referência RF0504-48 com base numa série de nove sismos, com diferentes magnitudes, acelerações e probabilidades de serem excedidas. Consideraram as massas das lajes como concentradas a meio vão de cada viga. Foi usado o amortecimento de Rayleigh com 5% de amortecimento crítico.

Kim et al. (2004), através dos resultados da análise dinâmica, concluíram que o *drift* atinge valores significativamente superiores em sismos de elevada intensidade – chegando a ser maior que 2% nos pisos inferiores – e que a consideração do efeito *beam growth* leva a um aumento do esforço transversal nos pilares.

Finalmente, estes autores concluíram que o efeito *beam growth* se torna significativo para valores de *drift* superiores a 0,5% - *drift* representativo da cedência dos pilares – e depois disso tem um aumento quase linear com o aumento do *roof drift*.

Fenwick e Davidson (1995, citado por Kim et al., 2004) sugeriram que o efeito *beam growth* é proporcional à altura das vigas  $h_b$  e ao número de vãos  $n_b$ . Estes autores propõem a definição de um coeficiente de *beam growth*,  $\beta$ , com o objetivo de normalizar o efeito *beam growth*, como constante de proporcionalidade entre os valores de  $n_b$  e  $h_b$ , definido como:

$$\beta = \frac{\Delta}{n_b \times h_b \times (\theta - \theta_0)} \quad (2.2)$$

onde  $\Delta$  representa o efeito *beam growth*,  $\theta$  o *drift* e  $\theta_0$  o *drift* a partir do qual se torna significativo o *beam growth* (0,5%).  $\theta$  e  $\theta_0$  correspondem ao parâmetro *drift* definido pelos deslocamentos do pilar central.

Kim et al. (2004) estudaram a hipótese de Fenwick e Davidson (1995) relativamente à influência da altura das vigas e do número de vãos no efeito *beam growth* e à proporcionalidade destes parâmetros na grandeza do efeito.

A Figura 2.24(a) ilustra a evolução do parâmetro  $\beta$ , dado pela equação (2.2), em função do número de vãos  $n_b$  para um *drift* de 2% no primeiro piso. Com o aumento do número de vãos, as forças de compressão nas vigas são superiores, pelo que o alongamento das vigas por unidade de comprimento do vão é menor. Consequentemente, o valor de  $\beta$  diminui com o

aumento de  $n_b$ . O gráfico da Figura 2.24(b), por sua vez, traduz a evolução de  $\beta$  em função da altura das vigas  $h_b$ . Este gráfico permitiu concluir que o efeito *beam growth* agrava com o aumento da altura das vigas. Os investigadores justificam este aumento pela diminuição da área de compressão da secção transversal das vigas em contacto com os pilares. Assim sendo, Kim et al. (2004) concluíram que o efeito *beam growth* não era diretamente proporcional a  $n_b$  e  $h_b$ , uma vez que os resultados não estão todos sobre a mesma linha horizontal.

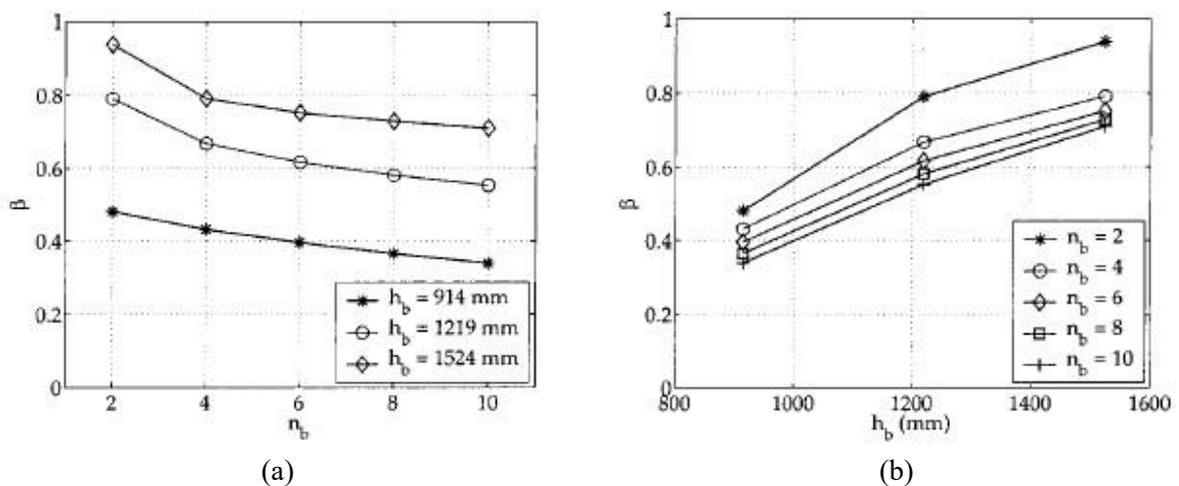


Figura 2.24 - *beam growth* normalizado no primeiro piso, para um *drift* de 2%, determinado recorrendo a uma análise estática influenciado por (a) número de vãos e (b) altura da viga (Kim et al., 2004).

Segundo Kim et al. (2004), para além dos efeitos já mencionados e explorados, o *beam growth* pode ter outro tipo de consequências: o esforço axial adicional na viga que resulta do efeito *beam growth*, aumenta os esforços na ligação viga-pilar, o que pode provocar a fendilhação e rotura precoce da estrutura. Mais uma vez, esta consequência agrava-se nos pisos inferiores. Para o pórtico de referência RF0504-48, investigou-se o 4º pilar – Pilar D – sob condições estáticas. Na Figura 2.25 verifica-se que a ligação viga-pilar em destaque apresenta um esforço transversal de 6672 kN, quando o efeito *beam growth* é desprezado. Contudo, este esforço aumenta para 8580 kN quando se considera o efeito *beam growth*, o que corresponde a um agravamento de 29%. Este agravamento é importante pois condiciona substancialmente a geometria e dimensionamento dos elementos estruturais adjacentes.

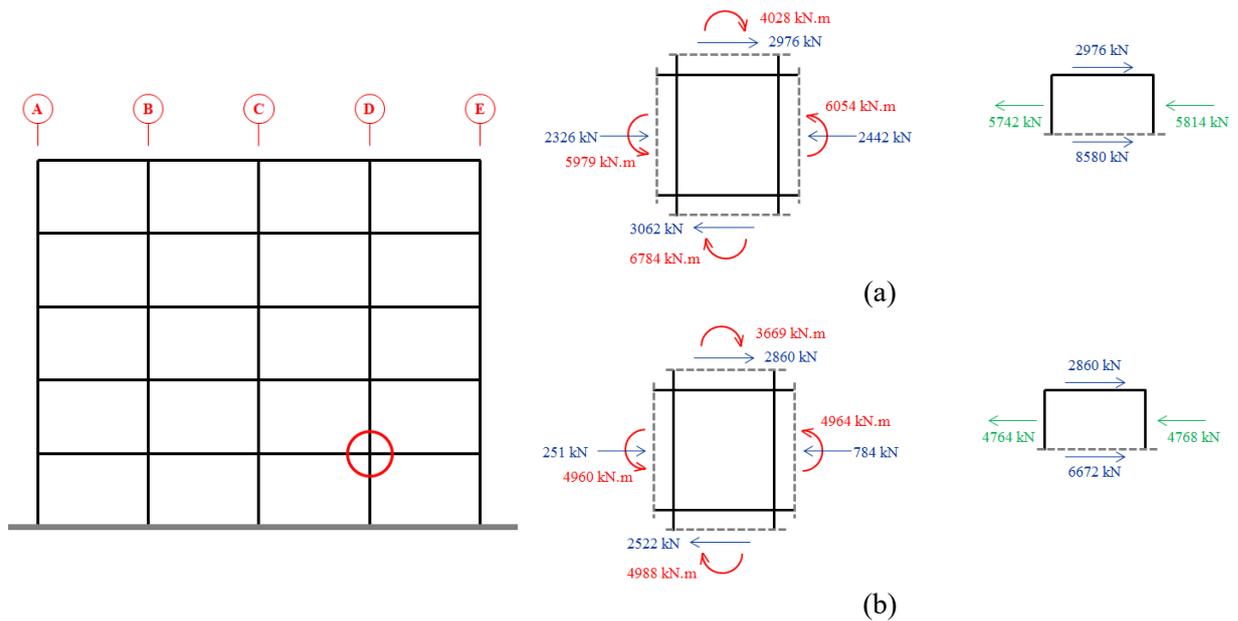


Figura 2.25 - Esforços na ligação viga-pilar do pilar D destacada no pórtico RF0504-48 para um *roof drift* de 2% (a) RFIBG e (b) RFEBG (Kim et al., 2004).

Assim sendo, Kim et al. (2004), tiraram as seguintes conclusões:

1. O efeito *beam growth* é maior para vigas com maior altura da secção transversal, pórticos com um maior número de vãos e *drifts* maiores.
2. O efeito *beam growth* é maior em vigas dos pisos inferiores, onde os *drifts* são superiores.
3. O efeito *beam growth* torna-se mais significativo a partir dum determinado *drift* – 0,5% para os pórticos estudados.
4. A consideração do efeito *beam growth* na análise dum estrutura altera significativamente a distribuição de esforços. O momento fletor e o esforço transversal variam mais nas extremidades laterais da estrutura. No pórtico de referência, verifica-se um agravamento de 52 e 29% nos esforços do pilar e da ligação viga-pilar, respetivamente. No pórtico de 10 vãos o agravamento dos esforços é de 86%.
5. Se o efeito *beam growth* é ignorado no dimensionamento de estruturas, os esforços podem ser subestimados e colocar a estrutura em risco de colapso precoce.

### 3 ANÁLISE PRELIMINAR

#### 3.1 O programa informático EvalS

O presente capítulo tem por objetivo estudar a viabilidade da utilização do programa informático *EvalS* (Ferreira e Costa, 2011) na quantificação do efeito *beam growth* em estruturas porticadas de betão armado.

O *EvalS* é um programa informático de análise de estruturas reticuladas planas pelo método dos elementos finitos (MEF). O procedimento implementado no *EvalS* para análise não linear é o Método das Forças Fictícias (MFF, Gala, Providência et al., 2008, citado por Costa, 2013). O MFF pode ser considerado como uma aplicação do Método das Forças Iniciais (Argyris e Sharpf, 1972) a Modelos 1D. No MFF, a matriz de rigidez é constante para cada elemento, a não linearidade material é modelada por um carregamento fictício e a não linearidade geométrica por meio de um carregamento equivalente (Costa, 2013).

O programa informático *EvalS* permite realizar análises materialmente não lineares modelando o comportamento das secções transversais com recurso a modelos de fibras que se baseiam na hipótese de Euler-Bernoulli (princípio da conservação das secções planas e normais ao eixo). Este modelo consiste na decomposição da secção transversal em subdomínios a cada um dos quais é atribuído uma relação constitutiva tensão-extensão. Cada subdomínio é caracterizado pelas coordenadas do seu centro geométrico, pela sua área e pela relação constitutiva do material que o compõe. Os esforços na secção são determinados a partir das resultantes das tensões normais nas fibras. O esforço axial na secção transversal é igual à soma destas resultantes. O momento fletor na secção transversal é igual à soma do produto destas resultantes pela distância ao eixo da viga.

O modelo de fibras é adequado ao estudo, já que este considera convenientemente as interações do esforço axial com o momento fletor e da extensão axial com a curvatura. Logo, este modelo representa aspetos relevantes do comportamento de elementos lineares de betão armado em flexão, como a extensão axial devida ao afastamento do eixo neutro do centro geométrico da secção (Kim et al., 2004 e Sasani et al., 2011, citados por Costa, 2013).

O *EvalS* apresenta grande flexibilidade relativamente à definição das relações constitutivas dos materiais. Esta definição pode partir de relações tensão-extensão pré-definidas, fazendo uso de modelos populares na bibliografia, mas também pode ser levada a cabo de forma mais arbitrária a partir da imposição dos pontos que definem essas relações constitutivas tensão-

extensão. A Figura 3.1 apresenta a janela relativa à caracterização dos materiais constituintes. Esta opção é obtida através do menu *Define*, na secção *Materials* do programa.

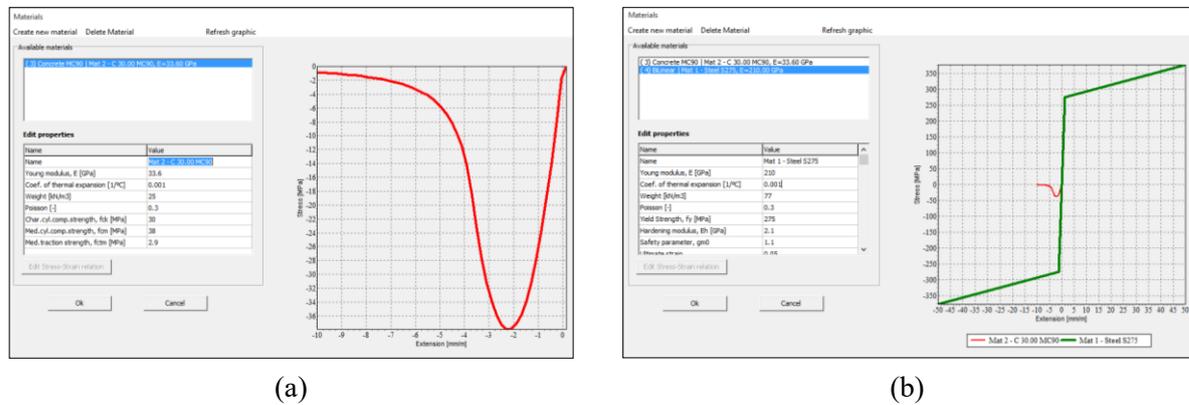
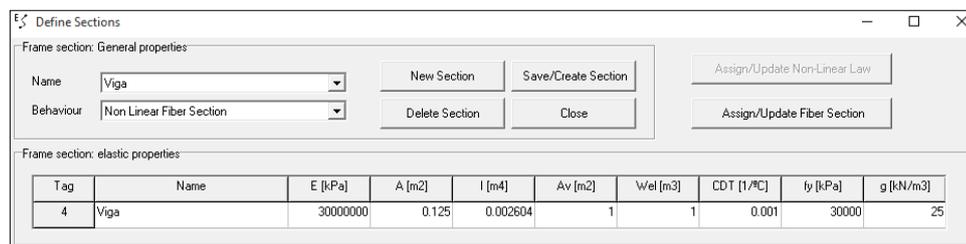
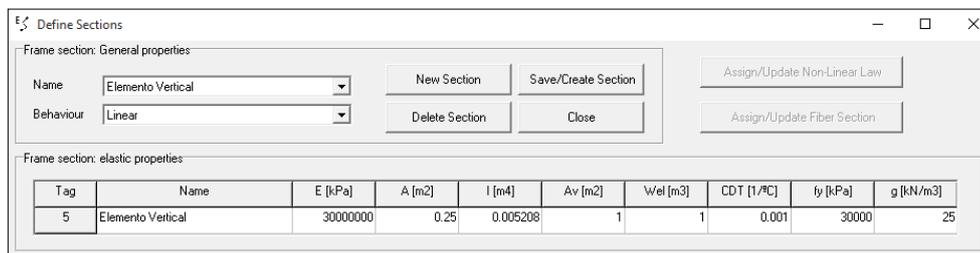


Figura 3.1 – Janela de caracterização do material: (a) betão C30, MC90 e (b) Aço S275.

Depois de estabelecidas as relações constitutivas dos materiais, devem ser definidas as secções transversais dos elementos do modelo. A Figura 3.2 apresenta dois exemplos da janela que serve para definição das propriedades da secção transversal. Esta janela é obtida através do menu *Define*, na secção *Beam Sections*.



(a)



(b)

Figura 3.2 – Janela de definição das secções: (a) análise não linear pelo Modelo de Fibras e (b) análise linear.

Para levar a cabo uma análise não linear fazendo uso do modelo de fibras, deve ser seleccionada a opção *Non Linear Fiber Section* no campo *Behaviour* e seleccionar *Assign/Update Fiber Section*, como se mostra na janela da Figura 3.2(a). É aberta uma outra janela, apresentada na Figura 3.3, que permite definir os vários parâmetros necessários para definir o modelo de fibras: a geometria da secção; o material da secção; a orientação do momento fletor a considerar; a quantidade de armadura; o material da armadura; as coordenadas do centro geométrico de cada armadura; o número de fibras a considerar. De acordo com os parâmetros indicados, surge nesta janela a representação da relação momento-curvatura da secção dentro dos limites indicados. Essa representação da relação é importante para avaliar se a secção estipulada é adequada para a fase seguinte do estudo.

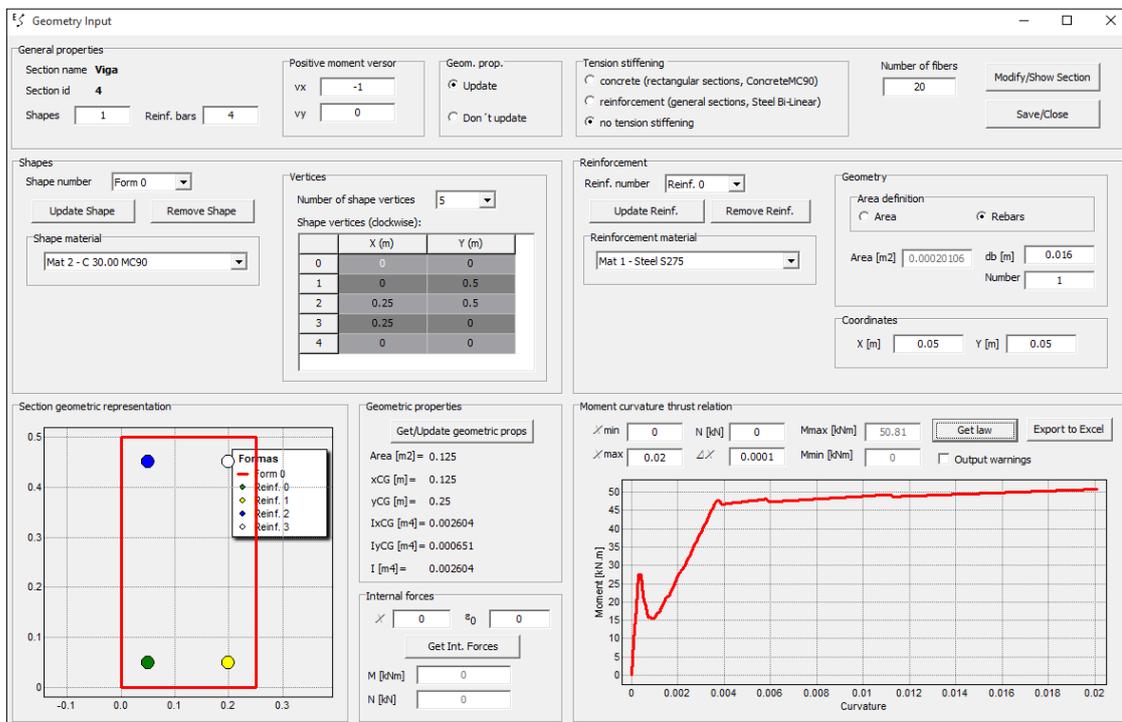


Figura 3.3 – Janela de definição do modelo de fibras.

## 3.2 Modelação de uma viga simplesmente apoiada

### 3.2.1 Modelação

Considera-se a viga, semelhante à adotada por Costa (2013), representada pela Figura 3.4, de comprimento  $L$  e com uma carga vertical  $2F$  aplicada a meio vão. Consideraram-se duas condições de apoio diferentes: deslocamento axial livre (AL) e deslocamento axial restringido ao nível do centro geométrico das secções transversais de extremidade (AR).

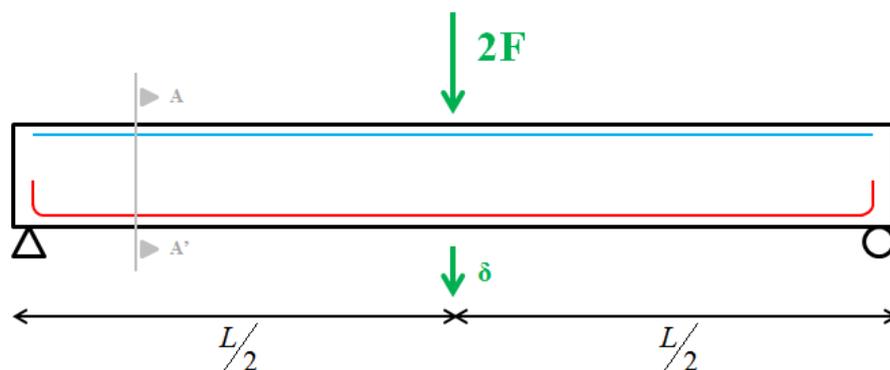


Figura 3.4 – Geometria, carregamento e condições de apoio da viga modelada (adaptado de Costa, 2013).

A viga é simétrica em relação ao plano vertical que intersecta o meio-vão do elemento, pelo que, por simplificação, apenas se considera metade da viga como sugere a Figura 3.5:

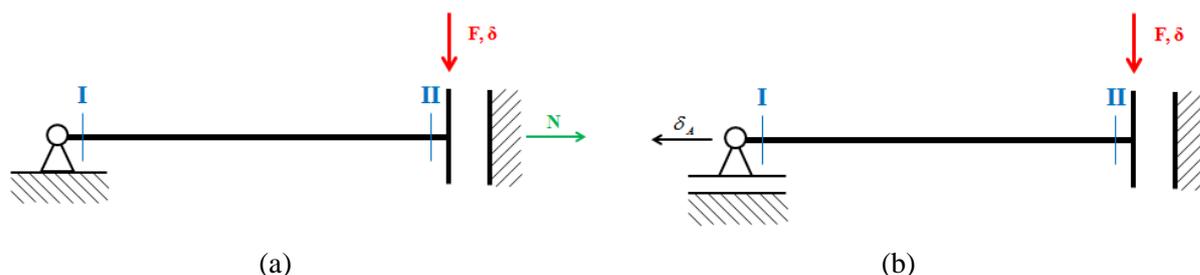


Figura 3.5 – Modelo estrutural de metade do vão da viga: (a) Axialmente Restringido – AR, (b) Axialmente Livre – AL (adaptado de Costa, 2013).

Considerando este modelo, foi conduzida uma análise preliminar no programa EvalS, por forma a ganhar alguma sensibilidade ao fenómeno *beam growth*. No Quadro 3.1 são identificados os modelos materiais adotados e os parâmetros necessários para definir esses modelos: para o betão foi adotado o modelo de comportamento proposto no MC90, com uma resistência média à compressão  $f_{cm}$  de 38 MPa e para o aço foi adotado uma relação constitutiva bilinear com uma tensão de cedência característica  $f_{yk}$  de 275 MPa e comportamento de endurecimento na fase pós-cedência definido por um módulo de endurecimento,  $E_{s,e}$ , de 2.1 GPa com uma extensão última  $\epsilon_{uk}$  de 50 mm/m. Considere-se ainda:  $E_c$  e  $E_s$ , que são os módulos de elasticidade do betão e do aço, respetivamente, e  $f_{ctm}$ , que é o valor médio da tensão de rotura do betão à tração simples.

Quadro 3.1 – Propriedades mecânicas do Betão C30 e Aço S275 (Bilinear).

<b>Betão</b>	<b>E<sub>c</sub> (GPa)</b>	<b>f<sub>cm</sub> (MPa)</b>	<b>f<sub>ctm</sub> (MPa)</b>	
Betão C30 MC90	33.6	38	2.9	
<b>Aço</b>	<b>E<sub>s</sub> (GPa)</b>	<b>f<sub>yk</sub> (MPa)</b>	<b>E<sub>s,e</sub> (GPa)</b>	<b>ε<sub>uk</sub> (mm/m)</b>
Aço S275	210	275	2.1	50

Relativamente às propriedades geométricas da viga, estas podem ser consultadas no Quadro 3.2 e no Quadro 3.3. Adotou-se um vão de 5 metros para a viga. Na definição das dimensões da secção transversal foram usadas expressões simplificadas habitualmente usadas no processo de pré-dimensionamento:  $h_{viga} = \frac{L}{10}$  e  $b_{viga} = 0,5 \cdot h_{viga}$  (Appleton, 2013), onde  $h_{viga}$  e  $b_{viga}$  representam a altura e a largura, respetivamente, da secção transversal duma viga de comprimento de vão  $L$ .

O modelo seccional de fibras arbitrado é caracterizado por uma divisão em altura da secção em 20 fibras. Considerou-se que a armadura era suficiente para o estudo, já que a relação Momento-Curvatura, indicada pelo *programa* na janela de descrição da secção, apresenta uma curva típica de uma secção de betão armado com comportamento dúctil: uma fase elástica linear inicial até ao momento de fendilhação do betão, seguida de um troço com uma redução ligeira de rigidez se até atingir a cedência das armaduras, a que se segue um troço de rigidez muito próxima de zero, correspondente à fase de plastificação das armaduras. A curva obtida é apresentada na Figura 3.6.

Quadro 3.2 – Propriedades geométricas da viga.

	<b>L(m)</b>	<b>b (mm)</b>	<b>h (mm)</b>	<b>d (mm)</b>	<b>A<sub>secção</sub> (cm<sup>2</sup>)</b>	<b>I<sub>y</sub> (cm<sup>4</sup>)</b>
Viga	5	250	500	550	1250	260417

Quadro 3.3 – Armadura adotada na viga.

	<b>Varões</b>	<b>A<sub>st</sub> Área (cm<sup>2</sup>)</b>	<b>Varões</b>	<b>A<sub>sc</sub> Área (cm<sup>2</sup>)</b>
Viga	2 φ 16	4.021	2 φ 12	2.262

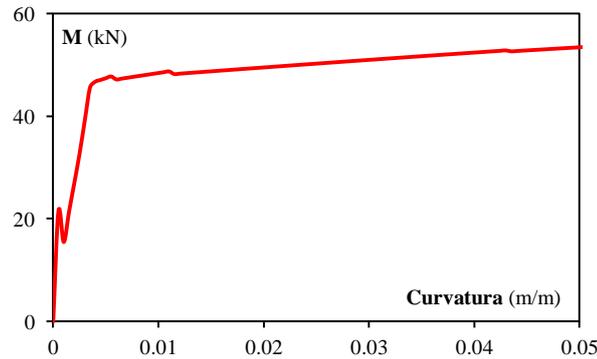


Figura 3.6 – Relação Momento-Curvatura obtida pelo *Evals* para a secção transversal da viga.

A Figura 3.7 apresenta o resultado de uma análise dos modelos AR e AL por controlo de carga  $F$ , isto é, em que a carga foi progressivamente incrementada até deixar de se conseguir convergência no processo iterativo, o que é indicativo da aproximação de um ponto limite.

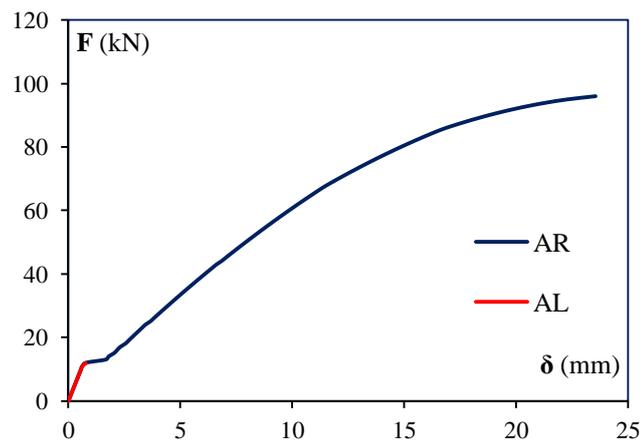


Figura 3.7 – Relação  $\delta$ - $F$  obtida por controlo de carga para os modelos AR e AL.

Os máximos representados na Figura 3.7 podem dever-se ao colapso da estrutura para esse nível de carga ou resultar da dificuldade de convergência do *Evals*.

Para obter o comportamento da estrutura após os pontos limites, adotou-se a estratégia também utilizada por Costa (2013): incorporar no modelo um elemento biarticulado vertical, com comportamento elástico linear, sujeito a uma variação de temperatura uniforme,  $\Delta T_u$ , cujos deslocamentos da extremidade superior são impedidos e a extremidade inferior é ligada à secção II. Com esta nova estratégia passou-se a controlar o deslocamento vertical da secção II e é medida a força  $F$ , que corresponde à reação de apoio vertical na extremidade superior

do elemento biarticulado. O esquema estrutural do novo problema está ilustrado na Figura 3.8.

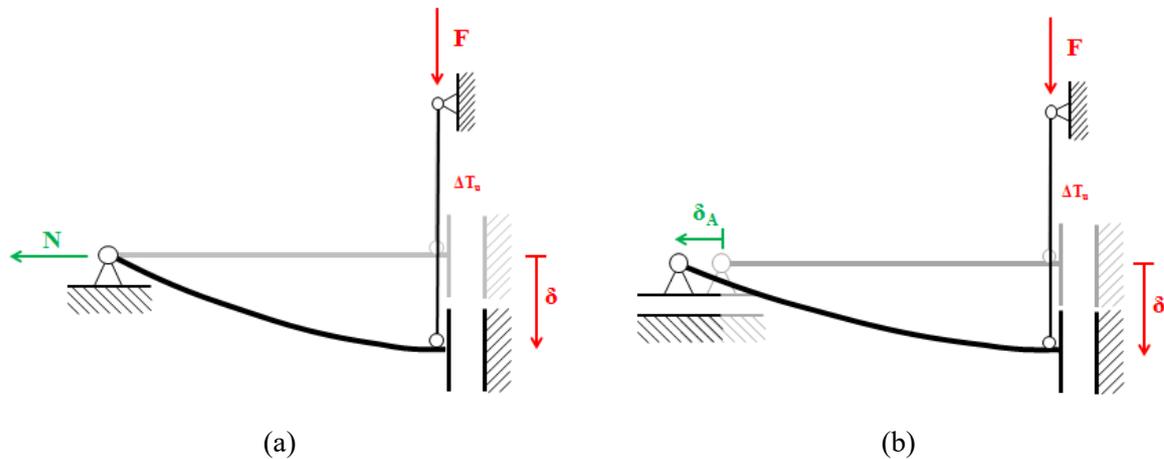


Figura 3.8 – Modelo estrutural com controlo de deslocamento por intermédio dum elemento biarticulado vertical: (a) Axialmente Restringido e (b) Axialmente Livre.

A alteração do esquema estrutural não levou a qualquer alteração das propriedades geométricas ou materiais da viga. Quanto ao elemento biarticulado acrescentado, este foi modelado com um comprimento  $L' = 1$  m, um módulo de elasticidade  $E_c$  de 33.6 GPa e uma secção transversal que fosse suficientemente rígida axialmente – quadrada de largura 500 mm – para que o encurtamento devido ao esforço axial fosse desprezável. A este elemento está atribuído um coeficiente de dilatação térmica  $\alpha$  de  $0.001/^\circ\text{C}$ , muito maior que o habitualmente considerado, contudo permite que se diminua o número de incrementos necessários para obter um mesmo deslocamento.

O novo exercício que se coloca é arbitrar uma determinada variação de temperatura uniforme no elemento biarticulado, de modo a causar o seu alongamento. Como os deslocamentos da extremidade superior do elemento biarticulado estão impedidos, o alongamento deste elemento causa o deslocamento da sua extremidade inferior, ou seja, o deslocamento vertical da secção II da viga. Como foi assumido um comportamento elástico linear para o elemento biarticulado e lhe foi atribuída uma elevada rigidez axial, o valor de  $\delta$  pode ser facilmente calculado por recurso à expressão:

$$\delta = \Delta L' = L' \cdot \alpha \cdot \Delta T_u \quad (3.1)$$

onde  $\Delta L'$  representa o alongamento da peça de comprimento  $L'$  e  $\alpha$  o coeficiente de dilatação térmica. Como  $L' = 1$  m e  $\alpha = 0,001/^\circ\text{C}$ , então o valor de  $\Delta L'$  é de  $1 \text{ mm}/^\circ\text{C} \cdot \Delta T_u$ .

### 3.2.2 Análise dos resultados

Para além de verificar a capacidade do *EvalS* em simular o efeito *beam growth* em estruturas porticadas de betão armado, este modelo também permite ilustrar o efeito do alongamento e o esforço axial em elementos lineares de betão armado fletidos.

Após a modelação do problema anteriormente exposto, com um aumento progressivo do valor de variação da temperatura,  $\Delta T_u$ , no elemento biarticulado vertical são registrados quatro tipos de valores: (i)  $\delta$  - correspondente ao deslocamento vertical descendente da secção II; (ii)  $F$  - correspondente à reação vertical descendente no apoio duplo da extremidade superior do elemento biarticulado; (iii)  $N$  - valor do esforço axial de compressão verificado na viga; (iv)  $\delta_A$  - deslocamento horizontal da secção I, equivalente a metade do alongamento da viga. O valor de  $\Delta T_u$  atribuído varia entre 0 e 40°C, em intervalos de 1°C. O processo é análogo para os modelos AR e AL.

A Figura 3.9 representa as curvas de relação  $F-\delta$ ,  $F-N$  e  $F-\delta_A$  para os modelos de alongamento livre (AL) e alongamento restringido (AR). Como era de esperar, o modelo de restrição axial está sujeito a esforços de compressão elevados. Este tipo de esforços é desenvolvido por ação do efeito *beam growth*.

Pela análise das curvas de comportamento obtidas podemos concluir que o *EvalS*, através do modelo 1D nele implementado, é capaz de captar o aumento de rigidez e resistência no modelo de restrição axial.

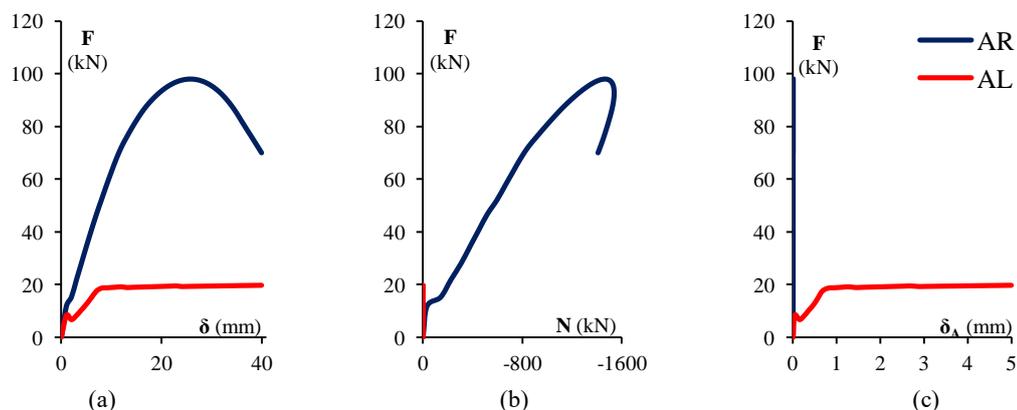


Figura 3.9 – Efeito da restrição axial na viga – Variação de F com (a) Flecha máxima na secção II (b) esforço axial de compressão da viga (c) alongamento da viga.

## 4 ANÁLISE DE UMA ESTRUTURA HIPERESTÁTICA

### 4.1 Modelação

Por forma a validar a análise de estruturas porticadas de betão armado, considere-se a subestrutura que Zerbe e Durrani (1989) estudaram para investigar a influência de ações laterais nos esforços dos elementos e ligações viga-pilar, a qual já foi apresentada na secção 2.2. Este capítulo tem por objetivo a modelação desta estrutura sem considerar a acumulação dos efeitos por cargas cíclicas e avaliar a influência de diferentes tipos de análise nos resultados da estrutura. A Figura 4.1(a) representa o pórtico e a sua deformada, como tradicionalmente é considerada, provocada por ações laterais, onde é destacada a parte do pórtico ensaiada pelos investigadores. A Figura 4.1(b) representa o esquema estrutural desta subestrutura, o qual é considerado neste capítulo.

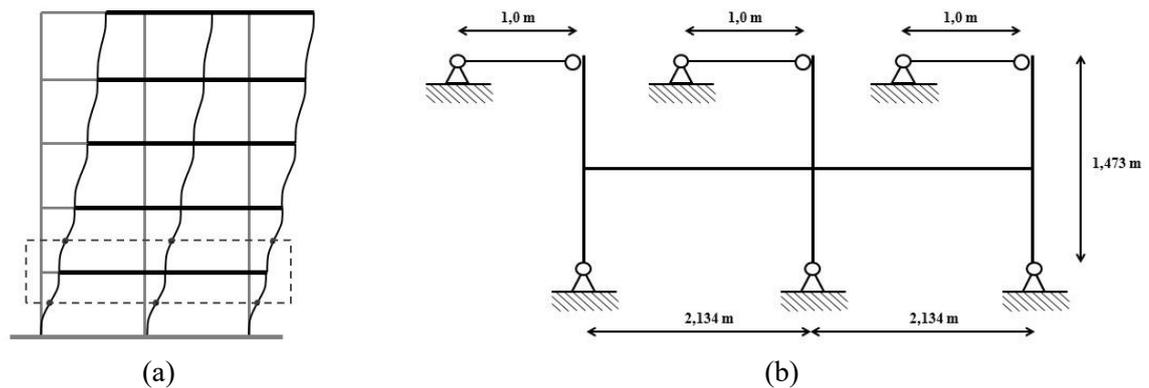


Figura 4.1 – Modelo estudado por Zerbe e Durrani (1989): (a) pórtico e sua configuração deformada, (b) subestrutura considerada.

Consideram-se três elementos biarticulados horizontais sujeitos a variações de temperatura uniformes  $\Delta T_u$ , ligados às extremidades superiores dos pilares, para modelar o deslocamento horizontal imposto, no decorrer do ensaio experimental, nas extremidades superiores dos pilares. O esforço axial nestes elementos corresponde às forças laterais aplicadas à subestrutura. O alongamento é igual nos três elementos, determinando o *drift* imposto à estrutura:

$$drift = \frac{\delta_{P,\text{sup}}}{h} \quad (4.1)$$

onde  $\delta_{p,sup}$  é o deslocamento horizontal das extremidades superiores dos pilares e  $h$  a altura da subestrutura, como se representa na Figura 4.2. Estes elementos devem ter uma secção transversal suficientemente rígida para garantir que não sofrem encurtamento ou diferentes níveis de alongamento entre si. Para a análise da estrutura, consideraram-se incrementos uniformes de  $\Delta T_u$  até se obter um *drift* de 5%, embora, como se explicou, *drifts* superiores a 2% devam ser evitados na prática (Zerbe e Durrani, 1989).

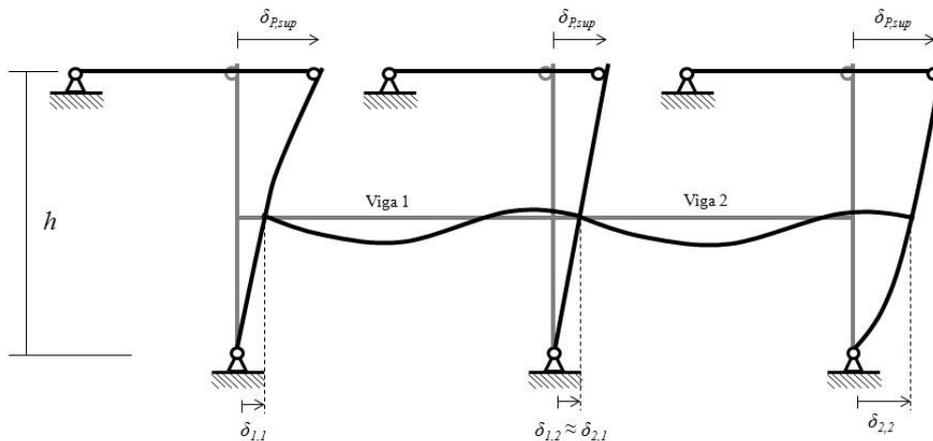


Figura 4.2 – Nomenclatura das vigas e dos deslocamentos horizontais.

O Quadro 4.1 apresenta as propriedades mecânicas do betão e aço considerados nas vigas e pilares da estrutura. Para o betão foi adotada a relação constitutiva proposta no MC90 e para o aço foi adotada uma relação constitutiva bilinear.

Quadro 4.1 – Propriedades mecânicas do betão e do aço.

	$E_c$ (GPa)	$f_{cm}$ (MPa)	$f_{ctm}$ (MPa)	
Betão	32	34.5	2.7	
	$E_s$ (GPa)	$f_{yk}$ (MPa)	$E_{s,e}$ (GPa)	$\epsilon_{uk}$ (mm/m)
Aço	210	414	0.95	100

A Figura 4.3 representa as secções transversais adotadas, idênticas às adotadas por Zerbe e Durrani (1989). Não são considerados os estribos dos vários elementos pois na modelação não foi considerada nem a resistência nem a deformabilidade por esforço transversal.

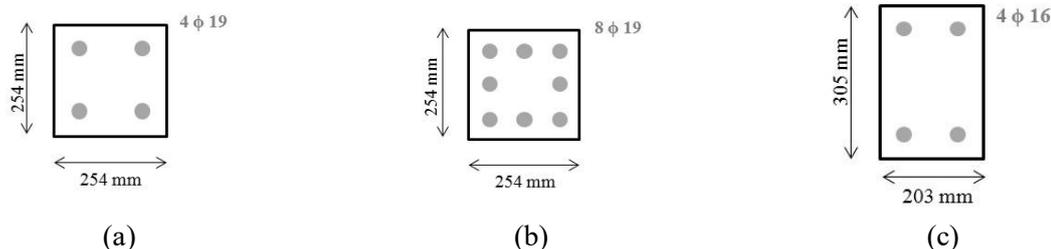


Figura 4.3 – Secções adotadas: (a) pilar exterior, (b) pilar interior e (c) viga.

Foram aplicadas cargas verticais de 178 e 111 kN na extremidade superior dos pilares interior e exteriores, respetivamente, segundo a direção do eixo dos mesmos. Estes carregamentos simulam a ação gravítica e são equivalentes a 23% e 15% da carga de colapso axial do pilar interior e dos pilares exteriores, respetivamente.

## 4.2 Pressupostos e análises

Com o objetivo de identificar a análise que conduz a resultados que mais se aproximam dos resultados experimentais obtidos por Zerbe e Durrani (1989) e dos resultados numéricos de Kim et al. (2004), propõe-se estudar o comportamento da estrutura adotando três abordagens:

- Análise 1 (NLB): momento-curvatura não linear (*Non Linear Bending*) – relação momento-curvatura não linear (input) e relação esforço axial-extensão axial linear e desacoplada da relação momento-curvatura;
- Análise 2 (MF): Modelo de Fibras – modelação do comportamento não linear das vigas e pilares recorrendo a um modelo de fibras;
- Análise 3 (MF+L): Modelo de Fibras + Ligações – para além da consideração dum modelo de fibras para modelar o comportamento dos elementos 1D, as ligações viga-pilar são devidamente modeladas por forma a simular o seu comportamento e considerar os seus efeitos nos resultados.

Sendo Zerbe e Durrani (1989) omissos relativamente à posição das armaduras, e sendo o braço entre as armaduras de tração e de compressão –  $z_c$  – determinante para o comportamento em flexão de elementos de betão armado, principalmente no comportamento das ligações viga-pilar, considera-se um conjunto de 3 secções com diferentes geometrias para pilares e vigas, aquando da aplicação da Análise 3 (MF+L). A Figura 4.4 apresenta as dimensões a arbitrar na geometria de cada secção, sem alterar as quantidades de armadura.

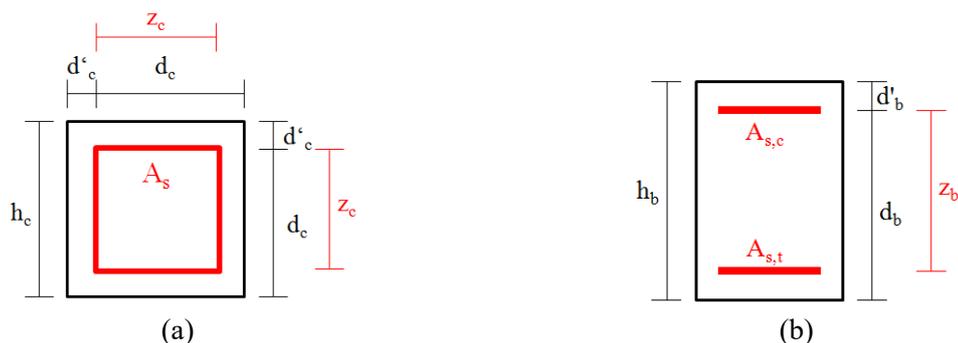


Figura 4.4 – Geometria das secções transversais: (a) pilar e (b) viga.

O Quadro 4.2 apresenta os valores adotados para a geometria das secções transversais e os valores de  $\alpha_i$  e  $\beta_i$  que representam as relações  $\frac{z_i}{d_i}$  e  $\frac{z_i}{h_i}$ , respetivamente.

Quadro 4.2 – Geometria das secções transversais.

Secção	$h_c$ (mm)	$d'_c$ (mm)	$d_c$ (mm)	$z_c$ (mm)	$\alpha_c$	$\beta_c$
P <sub>1</sub>	254	50	204	154	0.75	0.61
P <sub>2</sub>	254	40	214	174	0.81	0.69
P <sub>3</sub>	254	32	222	190	0.86	0.75
Secção	$h_b$ (mm)	$d'_b$ (mm)	$d_b$ (mm)	$z_b$ (mm)	$\alpha_b$	$\beta_b$
V <sub>1</sub>	305	40	265	225	0.85	0.74
V <sub>2</sub>	305	50	255	205	0.80	0.67
V <sub>3</sub>	305	22.5	282.5	260	0.92	0.85

### 4.3 Modelação das ligações viga-pilar

#### 4.3.1 Modelo de componentes de ligações viga-pilar de betão armado

Dada a deformabilidade das ligações viga-pilar de estruturas de betão armado, para conseguir obter estimativas realistas do comportamento de estruturas porticadas de betão armado submetidas a cargas horizontais, é necessário modelar explicitamente estas ligações (Costa, 2013).

A abordagem adotada neste estudo para modelar o comportamento das ligações viga-pilar foi desenvolvida por Costa (2013) e consiste numa extensão do método das componentes a estruturas de betão armado. Nesta abordagem, desenvolveu-se um macro-elemento que

incorpora as componentes identificadas como relevantes por outros autores. Os resultados dos ensaios experimentais publicados por Biddah e Ghobarah (1999) e Altoontash (2004) permitiram identificar como componentes relevantes: (i) a amarração das armaduras longitudinais dos elementos adjacentes e (ii) o núcleo da ligação ao corte (Costa, 2013).

A Figura 4.5 ilustra o modelo adotado para ligações viga-pilar de betão armado. As molas  $C_1$  a  $C_8$ , paralelas ao eixo do elemento linear adjacente, representam as componentes de amarração, onde cada par de componentes consecutivo apresenta uma distância entre si igual ao braço interno da secção transversal desse elemento -  $z_c$  ou  $z_b$ . A mola  $C_9$  representa a componente núcleo da ligação ao corte e simula a distorção da ligação.

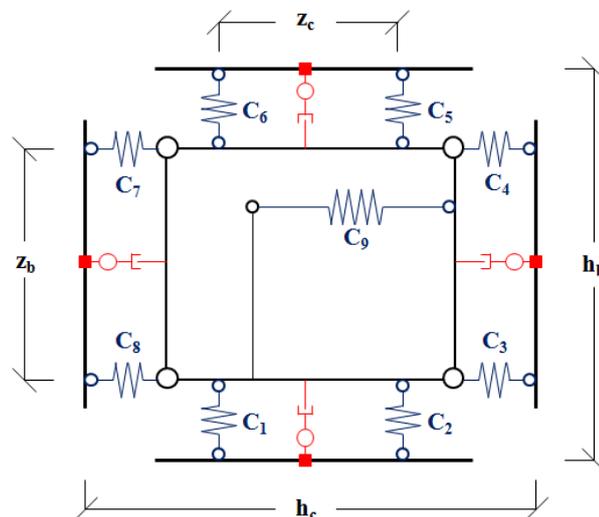


Figura 4.5 – Modelo de ligação viga-pilar (Costa, 2013)

### 4.3.2 Pormenorização das ligações viga-pilar

No contexto da modelação de estruturas de betão armado, define-se a ligação viga-pilar como o troço do pilar compreendido entre os planos horizontais que contêm as faces superiores e inferiores das vigas. A modelação das ligações viga-pilar da subestrutura ensaiada por Zerbe e Durrani (1989) exige apenas dois modelos distintos, devido à simetria do problema: ligação interior e ligações exteriores. De acordo com a pormenorização das secções já apresentada na Figura 4.3, apresenta-se a pormenorização das ligações viga-pilar exterior e interior na Figura 4.6(a) e Figura 4.6(b), respetivamente. A geometria da dobragem de varões adotada é a definida no PCI Design Handbook (2004), ilustrada na Figura 4.6(c), que define o diâmetro do arco de dobragem  $D$  e o comprimento do segmento de varão prolongado, em função do

diâmetro do varão  $\emptyset$ . No comportamento das ligações é desprezado o efeito dos varões centrais do pilar interior.

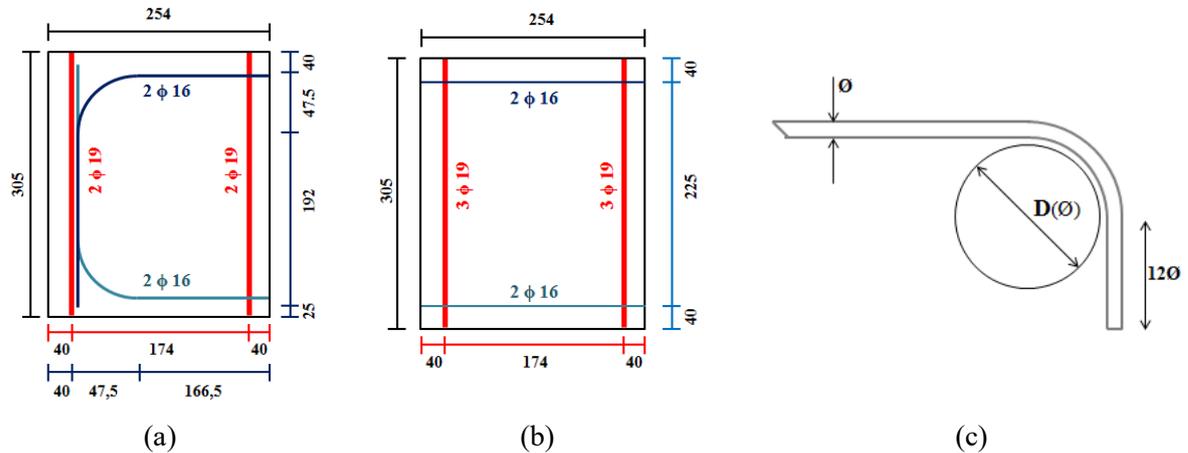


Figura 4.6 – Geometria das ligações viga-pilar (para as secções  $V_1$  e  $P_2$ ): (a) exterior, (b) interior e (c) cotovelo standard (PCI Design Handbook, 2004).

#### 4.3.3 Relações constitutivas adotadas para as componentes amarração

As componentes de amarração em tração simulam o comportamento da zona de transferência de tensões normais de tração da viga e do pilar para a ligação. A diferença de comportamento do betão à tração e à compressão permite desprezar a deformabilidade da amarração em compressão e apenas considerar a deformabilidade da amarração em tração. Assim sendo, considera-se que as componentes de amarração em compressão sejam de tal forma rígidas que a deformação provocada seja desprezável.

O comportamento das amarrações em tração foi modelado fazendo uso do modelo desenvolvido por Costa (2013). Neste modelo a amarração é decomposta em células dispostas em série, cada uma das quais constituída por três componentes cada: (i) a componente de amarração, para modelar o comportamento do varão na direção longitudinal, (ii) a componente aderência, para modelar a interação entre o varão e o betão envolvente, isto é, a transferência de tensões por aderência, e (iii) a componente compressão radial, para modelar o esmagamento do betão no intradorso das armaduras provocado pela tensão de compressão radial, no caso de amarrações curvas. A Figura 4.7(a) ilustra uma amarração retilínea genérica

de comprimento  $L_t$ , formada por  $n$  células de comprimento  $L_n$ , dado por  $L_n = \frac{L_t}{n}$ . Em função das propriedades mecânicas dos materiais aço e betão, do número de células  $n$  e da geometria da amarração no interior da ligação, o programa informático *Amarração* (Costa, 2013) define

as relações entre o escorregamento do varão  $s$ , em milímetros, e a força necessária para esse escorregamento  $F$ , em kN, para cada célula da amarração. Consideram-se células de comprimento entre um e dois milímetros, consoante a amarração avaliada. Considera-se ainda que as condições de aderência são uniformes nos segmentos retilíneos e/ou curvilíneos da amarração e a relação  $F - s$  considerada é a verificada na primeira célula de cada amarração, ou seja, na interface entre a ligação e a viga e na interface entre a ligação e o pilar.

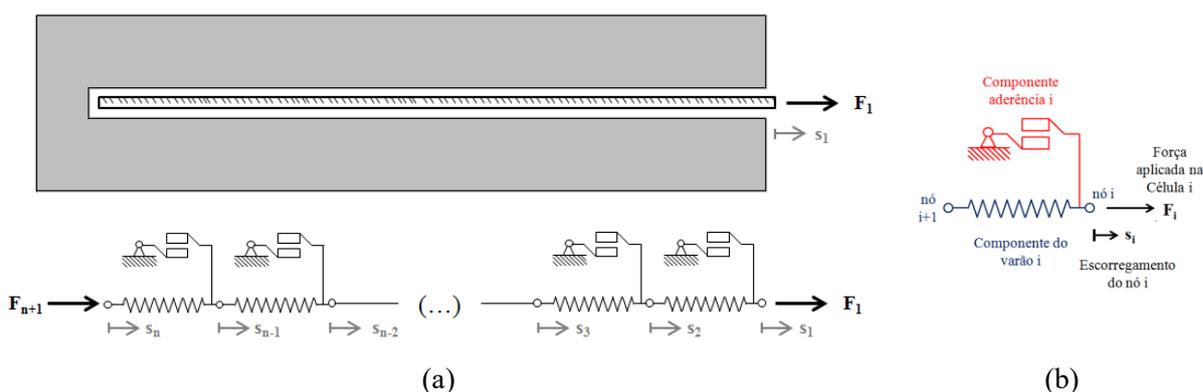


Figura 4.7 – Modelação de Amarrações: (a) conjunto de células e (b) célula genérica  $i$  (Costa, 2013).

O programa informático *Amarração* permite obter a relação  $F - s$  definida apenas por um varão, pelo que, para definir a relação de componentes que incorporem mais que um varão é necessário somar os valores da força  $F$  para cada varão para o mesmo escorregamento  $s$ . Por exemplo: para obter a relação  $F - s$  relativa às componentes  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_5$  e  $C_6$  da ligação interior, dada por  $3\phi 19$ , é necessário multiplicar por 3 a série de resultados  $F(s)$ , como se pode observar pela Figura 4.8.

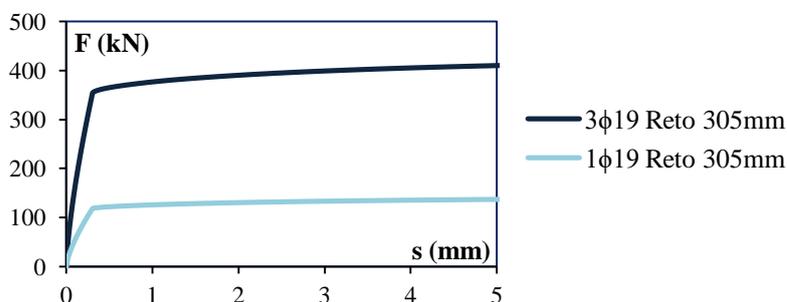


Figura 4.8 – Relação  $F - s$  da componente de amarração retilínea em tração  $3\phi 19$  de 305 mm.

#### 4.3.4 Relações constitutivas para as componentes núcleo da ligação ao corte

A componente núcleo da ligação ao corte em ligações viga-pilar pretende incorporar na análise o efeito da distorção do núcleo da ligação, provocado pelas elevadas forças de corte na ligação quando uma estrutura é submetida a cargas laterais (como por exemplo um sismo). A sua relação constitutiva pode ser estabelecida em termos de uma relação  $\tau - \gamma$ , onde  $\tau$  representa a tensão de corte horizontal a meia altura da ligação viga-pilar e  $\gamma$  o ângulo de distorção do núcleo. Estas grandezas são ilustradas nas Figura 4.9(a) e Figura 4.9(b), respetivamente.

Kim e LaFave (Kim, 2007; Kim, LaFave et al., 2009 & LaFave e Kim, 2011 citados por Costa, 2013) estudaram um conjunto de 341 modelos experimentais de ligações viga-pilar de betão armado com a finalidade de propor um modelo de definição da relação  $\tau - \gamma$ . Os 341 modelos foram sujeitos a cargas laterais cíclicas e apresentaram rotura por corte (ou corte e cedência das armaduras simultâneos).

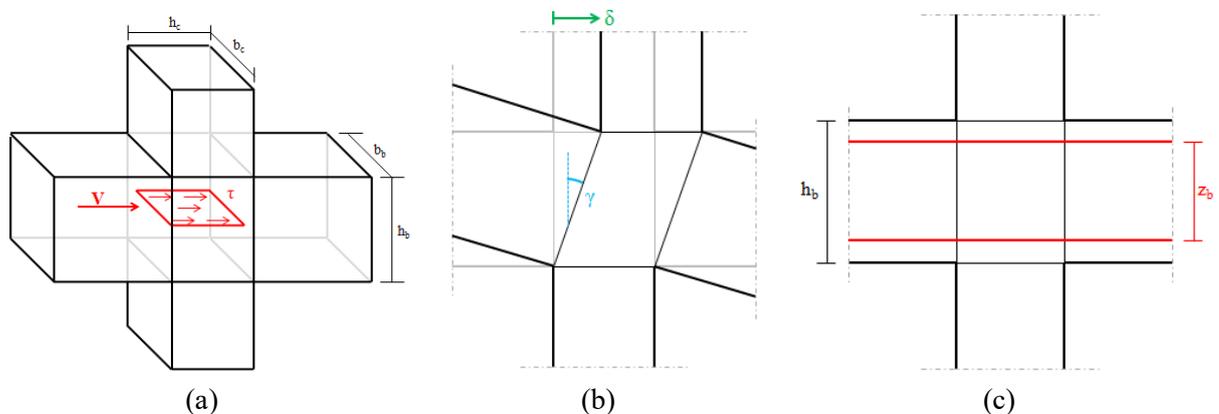


Figura 4.9 – Componente de distorção em ligações viga-pilar: (a) tensão tangencial, (b) geometria da deformação e (c) geometria inicial.

A relação  $\tau - \gamma$  do modelo proposto por Kim, LaFave et al. (2009) é definida por quatro pontos que marcam a redução da rigidez do núcleo da ligação: ponto A – fendilhação do núcleo da ligação; ponto B – cedência da armadura transversal da ligação ou da armadura longitudinal das vigas; ponto C – resistência última; ponto D – “amaciamento” (Kim, LaFave et al., 2009, citado por Costa, 2013). A Figura 4.10(a) ilustra a evolução teórica desta componente. O modelo considera um comportamento igual para ambas as direções do movimento de distorção, o que justifica a simetria do gráfico da relação em relação à origem (ponto O).

O modelo adotado considera como parâmetros cruciais a resistência do betão à compressão, a configuração da ligação no plano do pórtico, a configuração da ligação na direção normal ao plano do pórtico, a excentricidade entre os eixos da viga e do pilar, a taxa de armadura longitudinal da viga e a taxa de armadura transversal da ligação. A quantidade de fatores que influenciam o comportamento do núcleo da ligação viga-pilar implica que esta componente seja diferente para cada ligação considerada.

Tal como as componentes de amarração, a relação constitutiva que define o comportamento da componente núcleo da ligação ao corte foi introduzida no *EvalS* através duma relação  $F-\delta$ , implicando a adaptação da relação  $\tau-\gamma$ , obtida pela marcha de análise de Kim, LaFave et al. (2009). Para isso considera-se:

$$F \equiv V = \tau \cdot b_c \cdot h_c \quad (4.2)$$

onde  $V$  representa a força de corte resultante atuante a meia altura do núcleo da ligação viga-pilar,  $\tau$  a tensão dada pelas expressões de Kim, LaFave et al. (2009),  $b_c$  o comprimento da secção do pilar (na direção do plano do pórtico) e  $h_c$  a largura do pilar (na direção perpendicular ao plano do pórtico). Esta relação é ilustrada pela Figura 4.9(a). Relativamente ao deslocamento sofrido na distorção,  $\delta$ , este valor pode ser dado em função de  $\gamma$  por:

$$\delta = \gamma \cdot z_b \quad (4.3)$$

tal que  $z_b$  seja o braço definido pelas armaduras longitudinais das vigas, ilustrado pelas Figura 4.9 (b) e Figura 4.9(c). Como exemplo, a Figura 4.10(b) apresenta a relação  $F-\delta$  da componente de distorção da ligação exterior.

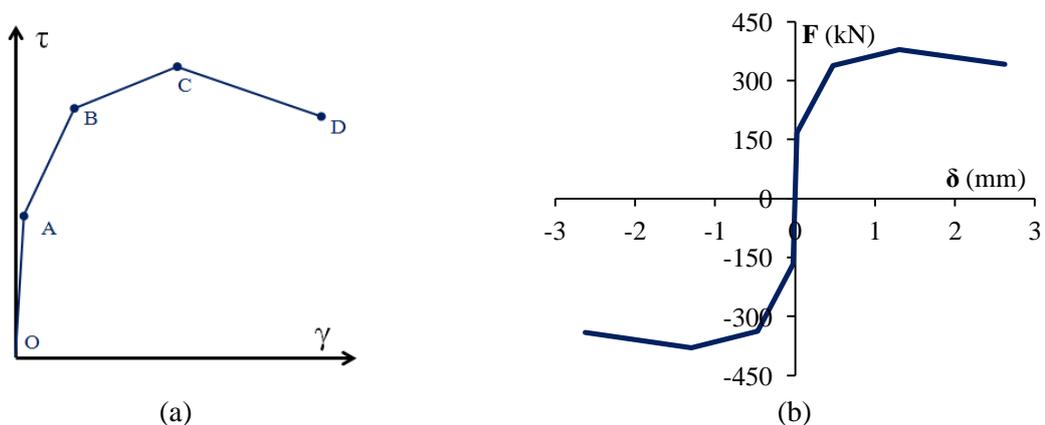


Figura 4.10 – Relação constitutiva da componente núcleo da ligação ao corte da ligação viga-pilar de Kim, LaFave et al. (2009): (a) relação  $\tau-\gamma$  e (b) relação  $F-\delta$  da componente de distorção do núcleo da ligação exterior.

## 4.4 Análise dos resultados

### 4.4.1 Análise de sensibilidade dos resultados do modelo

Como não está disponível informação relativa à posição das armaduras nas secções transversais das vigas e dos pilares do ensaio realizado por Zerbe e Durrani (1989), foi levada a cabo uma análise para avaliar o efeito da variação da posição das armaduras na secção transversal. Neste estudo, a posição das armaduras foi definida pelos parâmetros  $\alpha$  e  $\beta$ . As hipóteses consideradas estão indicadas no Quadro 4.3. Neste estudo foi adotada a Análise 3 (MF+L).

Quadro 4.3 – Hipóteses consideradas

Hipótese	Pilar	Viga	$\alpha_c$	$\beta_c$	$\alpha_b$	$\beta_b$
1	P <sub>1</sub>	V <sub>1</sub>	0.75	0.61	0.85	0.74
2	P <sub>1</sub>	V <sub>2</sub>	0.75	0.61	0.80	0.67
3	P <sub>1</sub>	V <sub>3</sub>	0.75	0.61	0.92	0.85
4	P <sub>2</sub>	V <sub>1</sub>	0.81	0.69	0.85	0.74
5	P <sub>3</sub>	V <sub>1</sub>	0.86	0.75	0.85	0.74
6	P <sub>3</sub>	V <sub>3</sub>	0.86	0.75	0.92	0.85
7	P <sub>2</sub>	V <sub>2</sub>	0.81	0.69	0.80	0.67
8	P <sub>3</sub>	V <sub>2</sub>	0.86	0.75	0.80	0.67

De acordo com os objetivos primordiais da dissertação, pretende-se identificar a hipótese que represente o alongamento mais próximo dos resultados originais.

O valor do alongamento é definido por:

$$\Delta L = \delta_{2,2} - \delta_{1,1} \quad (4.4)$$

onde  $\delta_{2,2}$  representa o deslocamento horizontal da extremidade à direita da viga 2 e  $\delta_{1,1}$  representa o deslocamento horizontal da extremidade à esquerda da viga 1, de acordo com a nomenclatura apresentada na Figura 4.2.

O gráfico apresentado na Figura 4.11 apresenta a evolução do alongamento em função do *drift*. Seria espetável que o alongamento fosse semelhante ao determinado por Zerbe e Durrani (1989) para *drifts* mais baixos e inferior para *drifts* mais elevados, devido à acumulação de deformações plásticas nas armaduras das vigas e pilares ao longo do carregamento cíclico que foi aplicado ao modelo experimental. No entanto, como mostra a

Figura 4.11, não foi esse o resultado obtido. Após uma análise aprofundada dos resultados experimentais disponíveis, identificou-se o que poderá estar na origem das diferenças de resultados: no modelo numérico, ao impor o mesmo deslocamento para os três pilares, obtiveram-se esforços transversos diferentes nas extremidades superiores de todos os pilares, enquanto que no modelo experimental, apesar do layout indicar que foi usado um procedimento de carga idêntico, foram obtidos esforços transversos idênticos nas extremidades dos pilares para *drifts* mais baixos. No decorrer do restante trabalho não foi possível identificar o que esteve na origem destas diferenças de comportamento. Ainda assim, identificaram-se as hipóteses que para *drifts* elevados melhor aproximam a deformação axial das vigas registadas experimentalmente.

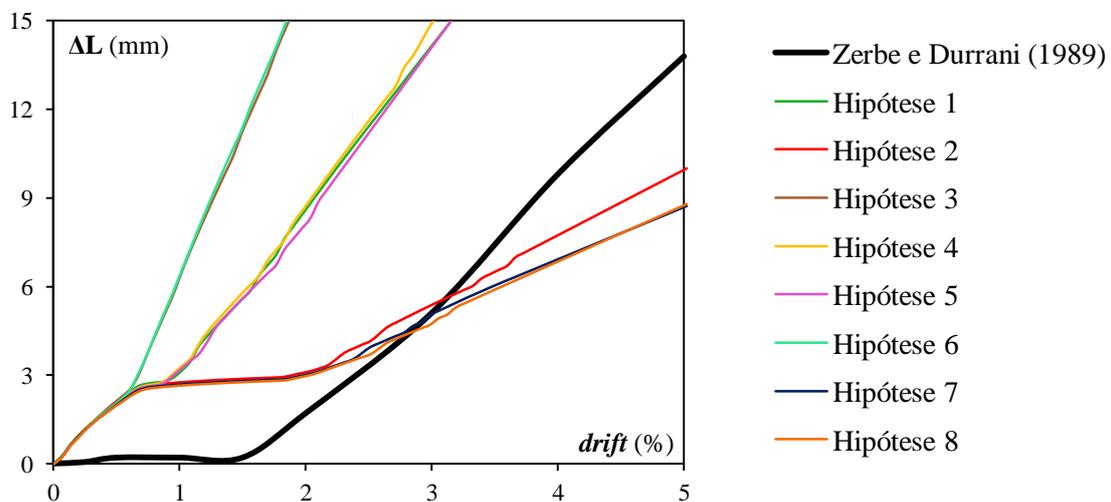


Figura 4.11 – Comparação da evolução do alongamento da viga com os resultados de Zerbe e Durrani (1989) e Kim et al. (2004)

Podemos observar que as Hipóteses 7 e 8, que têm uma evolução de  $\Delta L$  quase coincidente entre si, são as que melhor se adequam aos resultados de Zerbe e Durrani (1989). Para determinar qual destas se adequa melhor ao modelo original, a Figura 4.12 apresenta a evolução do esforço axial para o aumento do *drift*, a partir da qual se pode concluir que, apesar dos resultados das duas hipóteses serem muito semelhantes, a Hipótese 7 é a que melhor se ajusta aos resultados experimentais.

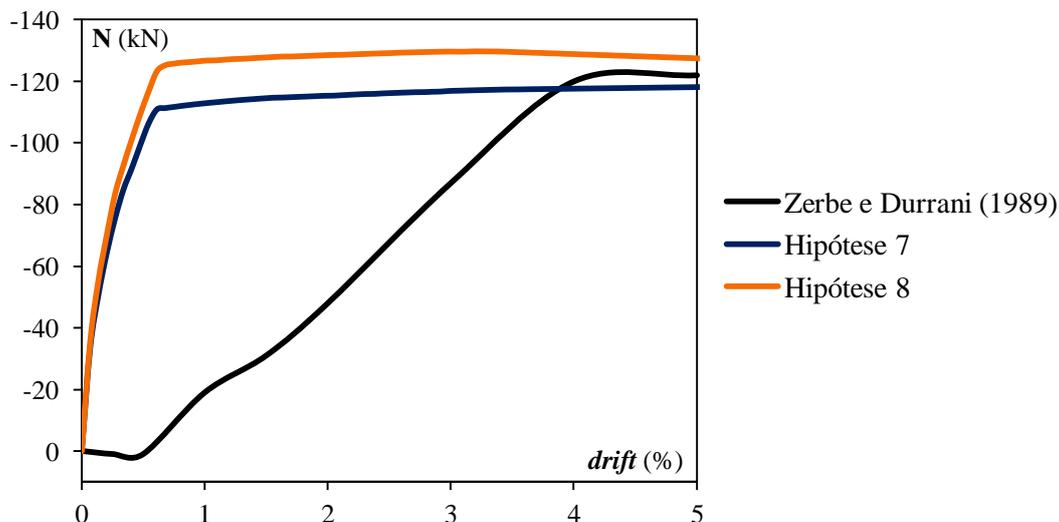


Figura 4.12 – Comparação da evolução do esforço axial da viga com os resultados de Zerbe e Durrani (1989)

A Figura 4.13 ilustra a evolução da força de corte na base,  $F_B$ , com o  $drift$ , determinada numericamente, bem como a determinada experimentalmente por Zerbe e Durrani (1989) e numericamente por Kim et al. (2004).

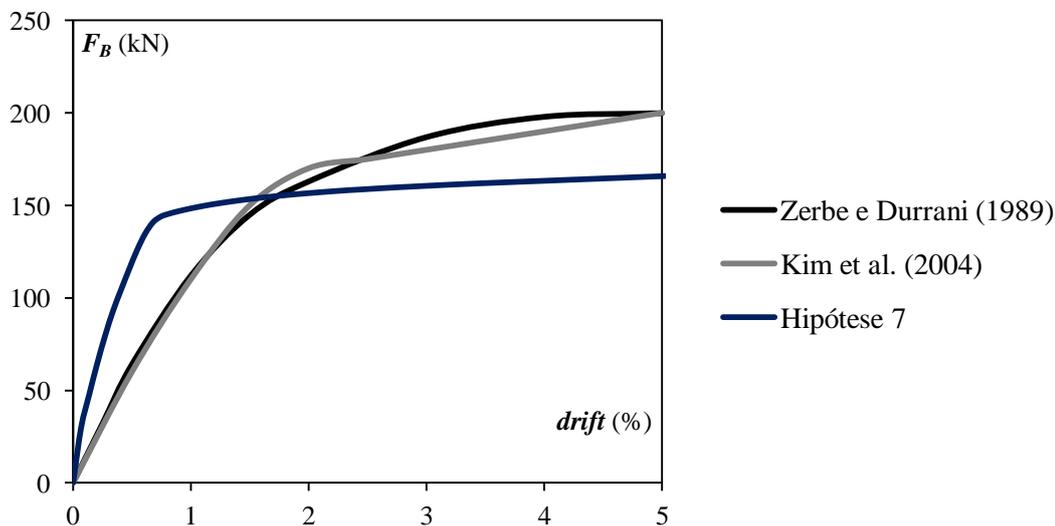


Figura 4.13 – Comparação da evolução da força de corte na base com os resultados de Zerbe e Durrani (1989) e Kim et al. (2004).

#### 4.4.2 Estudo do efeito *beam growth*

A Figura 4.14(a) e a Figura 4.14(b) apresentam a evolução do *beam growth* e do esforço axial na viga, respetivamente, com o *drift* da estrutura para os três tipos de análise descritos anteriormente (NLB, MF e MF+L).

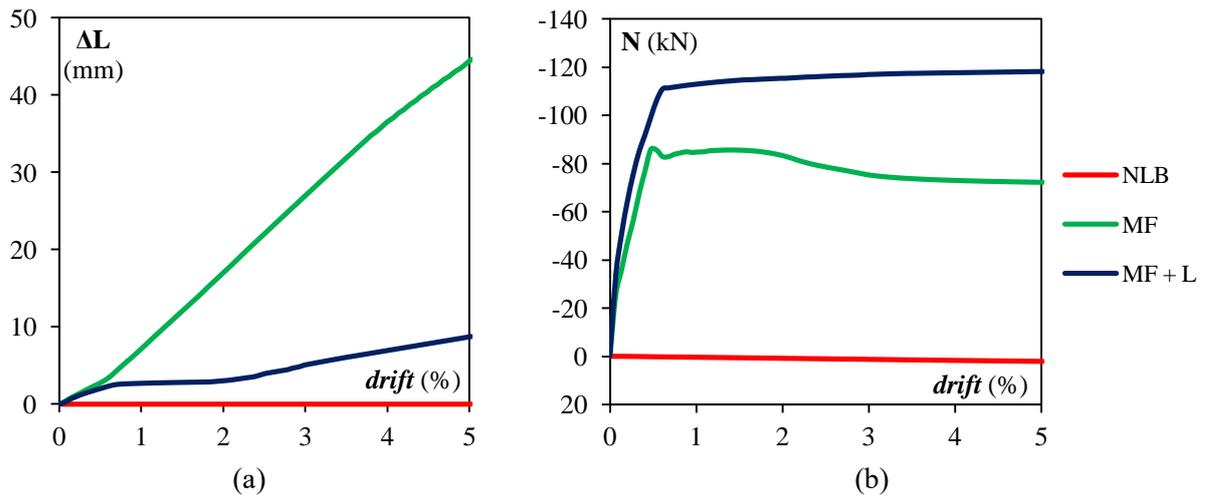


Figura 4.14 – Comparação dos três tipos de análise: (a) evolução do *beam growth* e (b) evolução do esforço axial da viga.

A análise NLB considera a relação momento-curvatura não linear, contudo a relação  $N-\varepsilon$  é linear, logo o alongamento da viga é nulo na medida em que o desacoplamento das relações constitutivas implica que a deformação por flexão não induz deformações axiais ao nível do centro geométrico das armaduras. Note-se ainda que a relação momento-curvatura considerada para efeitos da análise NLB, diz respeito a um esforço axial nulo no elemento estrutural, contudo, o esforço axial no elemento influencia a resistência à flexão, o que não é tido em consideração neste tipo de análise. Em contrapartida, as análises MF e MF+L contabilizam as relações  $N-\varepsilon$  como não lineares e a relação momento-curvatura é a correspondente ao esforço axial no elemento estrutural, logo é considerada a resistência à flexão real dos elementos estruturais. O processo não linear destas análises permite captar devidamente os fenómenos de alongamento de acordo com as propriedades da estrutura, como se observa pelos resultados obtidos para o *beam growth*, e o esforço axial nas vigas que é não nulo, ao contrário do determinado na análise NLB.

A consideração do efeito *beam growth*, na análise do comportamento da estrutura por modelo de fibras (análises 2 e 3), permite concluir que o alongamento nas vigas não é nulo, como indicam os resultados da análise NLB, e que não são desprezáveis os esforços de compressão nestes elementos estruturais. Na análise MF, o alongamento da viga atinge valores

significativos, contudo, ao comparar os resultados das análises MF e MF+L, conclui-se que o comportamento das ligações influencia substancialmente o alongamento da viga e, conseqüentemente, o seu esforço axial. A consideração das ligações leva a maiores esforços de compressão nas vigas, pelo que o seu alongamento é menor que o obtido no decorrer na análise MF.

O momento fletor nas vigas e nos pilares da subestrutura é apresentado na Figura 4.15(a) e Figura 4.15(b), respetivamente, para um *drift* de 2%, segundo os três tipos de análise. Pela análise dos diagramas de momentos das vigas, conclui-se que a consideração do efeito *beam growth* (na análise MF+L) leva a um aumento destes esforços até 29%, relativamente aos valores obtidos na análise NLB. O comportamento das ligações também influencia os esforços nas vigas, embora em menor escala, o momento fletor máximo determinado na análise MF+L é 4% superior ao da análise MF. Ao avaliar os resultados obtidos para os momentos flectores nos pilares, é evidente que as diferenças são significativamente superiores nos pilares exteriores. O momento fletor nos pilares quase atinge o triplo quando o efeito *beam growth* é considerado, relativamente aos resultados da análise NLB.

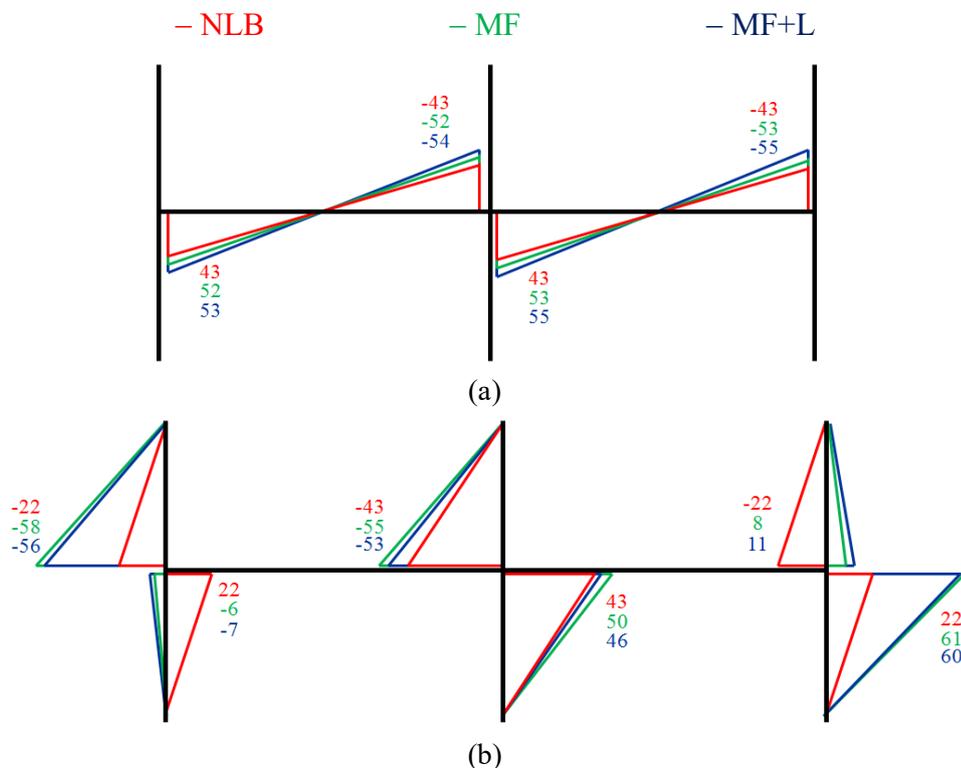


Figura 4.15 – Momento fletor para um *drift* de 2% (a) nas vigas e (b) nos pilares.

## 5 MODELAÇÃO DO *BEAM GROWTH* COM UMA AÇÃO TÉRMICA

### 5.1 Considerações iniciais

O efeito *beam growth*, como já foi referido, é o fenómeno de alongamento de elementos lineares associado à flexão dos mesmos. Este fenómeno é normalmente mais significativo para situação de projeto sísmica, na medida em que, habitualmente, é a que conduz a maiores deformações por flexão. A ação de variação uniforme da temperatura num elemento de betão armado tem um efeito semelhante, pois provoca a variação do comprimento da peça.

No presente capítulo é avaliada a possibilidade de simular o efeito *beam growth* através duma ação de variação de temperatura uniforme  $\Delta T_u$ . Esta variação de temperatura é aplicada ao longo do elemento e o objetivo é que induza o mesmo alongamento e/ou esforço axial.

Será apresentado o problema estrutural da viga simplesmente apoiada analisado no Capítulo 3, através dos modelos axialmente livre (AL) e axialmente restringido (AR), por forma a captar a diferença da variação de temperatura em modelos extremos em termos de restrição ao alongamento. De seguida considera-se a estrutura testada experimentalmente por Zerbe e Durrani (1989) e analisada no Capítulo 4.

O processo adotado consistiu em comparar os resultados obtidos através da análise MF+L (ou MF, no caso do problema da viga simplesmente apoiada) com os mesmos resultados dum problema de geometria e propriedades iguais, mas estudado através duma análise NLB e sujeito a uma variação da temperatura uniforme  $\Delta T_u$  nas vigas, como representado na Figura 5.1. Foi criado um conjunto de problemas de análise NLB +  $\Delta T$ , com variação de  $5^\circ\text{C}$  entre cada dois modelos consecutivos.

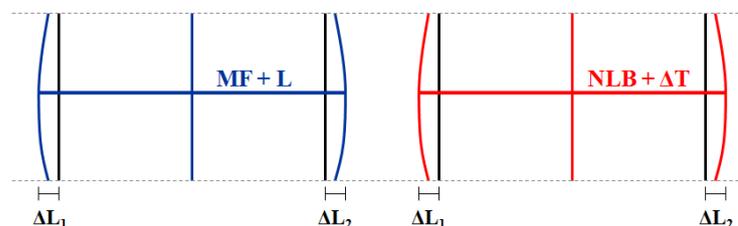


Figura 5.1 – Modelação do efeito *beam growth* por ação da temperatura.

## 5.2 Modelação do efeito *beam growth* por ação da temperatura no modelo da viga simplesmente apoiada

Inicialmente, foi estudado o modelo axialmente restringido da viga simplesmente apoiada desenvolvido no Capítulo 3, cujos resultados com o modelo de fibras foram apresentados na Figura 3.9.

Considere-se agora um conjunto de modelos com geometria e propriedades iguais ao modelo desenvolvido no Capítulo 3, mas em que a estrutura está sujeita a uma análise NLB, cuja relação momento-curvatura é relativa ao comportamento das secções para um esforço axial nulo. A Figura 5.2 ilustra: (i) o nível de esforço axial de compressão obtido em cada uma das análises NLB em que foi simultaneamente considerada uma variação de temperatura uniforme ao longo da viga e (ii) o nível de esforço axial obtido na análise MF em função do deslocamento vertical da secção II (ver Figura 3.8(a)) e, conseqüentemente, do *drift* dado por:

$$drift = \frac{\delta}{L/2} \quad (5.1)$$

sendo  $L$  o comprimento da viga.

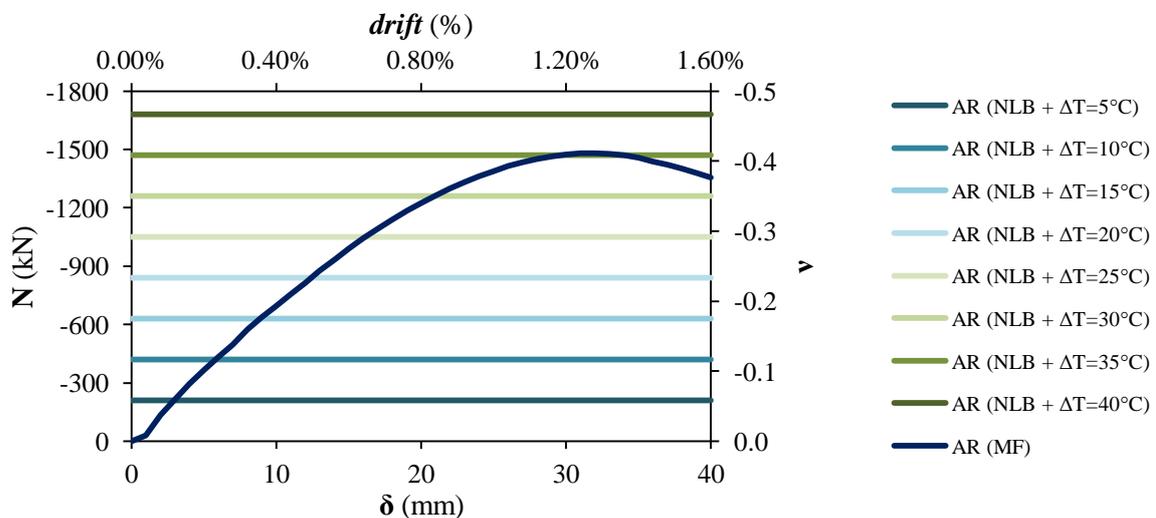


Figura 5.2 – Comparação do esforço axial na viga simplesmente apoiada e axialmente restringida (AR) sujeita a uma análise MF com o mesmo modelo sujeito a uma análise NLB e a uma variação de temperatura uniforme  $\Delta T$ .

Analogamente, para o caso de deslocamento axial livre, foi modelado um conjunto de estruturas de geometria e propriedades iguais ao modelo AR estudado no Capítulo 3. Contudo, o objetivo passa a ser determinar o valor da variação de temperatura que provoca

um alongamento idêntico ao modelo do Capítulo 3. A Figura 5.3 apresenta a evolução do alongamento da peça (ou extensão axial) em função do deslocamento  $\delta$  (ou do *drift*) para o modelo estudado no Capítulo 3, juntamente com o alongamento obtido nas análises NLB+ $\Delta T$ .

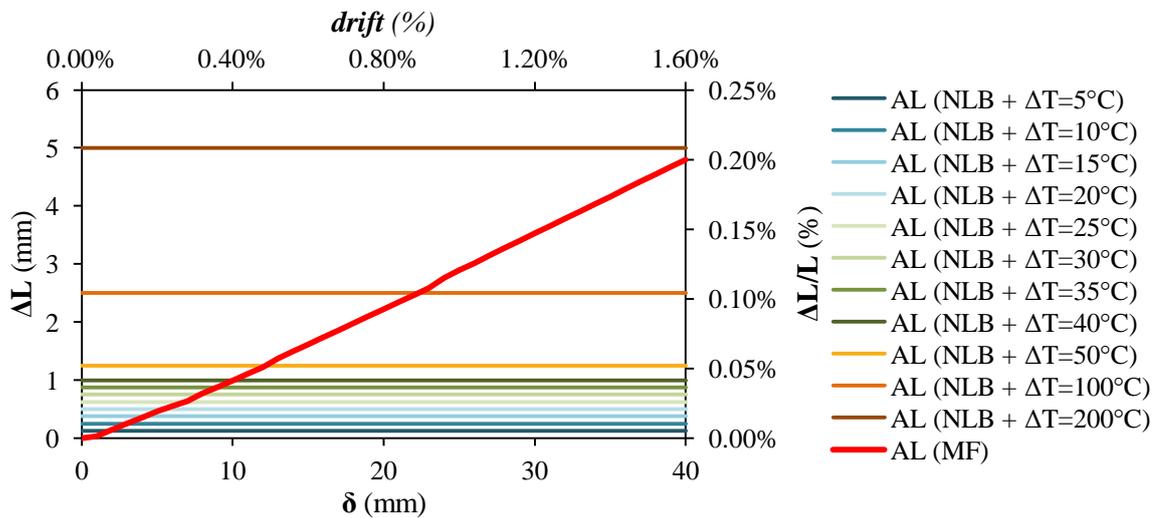


Figura 5.3 - Comparação do alongamento da viga simplesmente apoiada e axialmente livre (AL) sujeita a uma análise MF com o mesmo modelo sujeito a uma análise NLB e a uma variação de temperatura uniforme  $\Delta T$

O gráfico da esquerda da Figura 5.4 apresenta a variação de temperatura uniforme necessária para modelar o efeito *beam growth* em função do *drift* para os modelos AR e AL. Sabendo que, na prática, as situações estão sempre compreendidas entre os dois casos, a mancha de valores entre as duas curvas assinalada à esquerda na mesma figura representa o intervalo de valores de variação de temperatura aplicável à modelação do efeito *beam growth*.

Do primeiro gráfico ainda se conclui que os modelos de características mais próximas do modelo axialmente livre requerem temperaturas mais elevadas para simular o efeito *beam growth*.

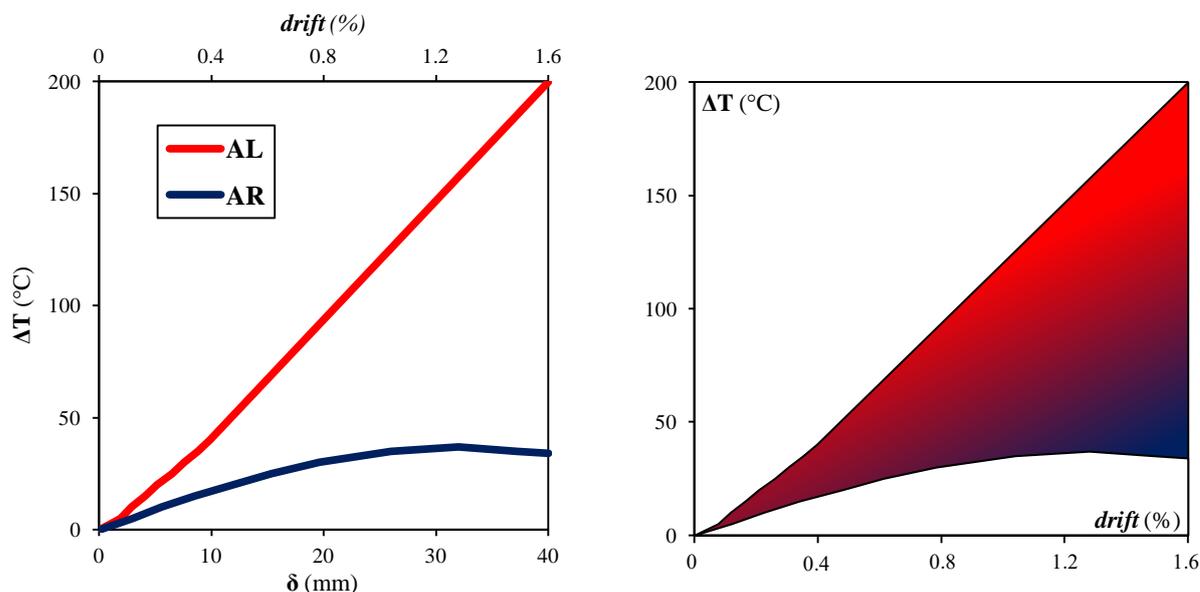


Figura 5.4 – Variação de temperatura uniforme  $\Delta T_u$  necessária para produzir num modelo NLB os mesmos resultados que um MF.

### 5.3 Modelação do efeito *beam growth* por ação da temperatura numa subestrutura estaticamente indeterminada

Da mesma forma que foram estudados os modelos AR e AL da viga simplesmente apoiada, pretende-se agora estudar a hipótese da modelação do efeito *beam growth* na estrutura de Zerbe e Durrani (1989), com recurso a variações de temperatura uniformes nas vigas.

O objetivo da presente secção é identificar a variação de temperatura uniforme a induzir nas vigas para modelar o efeito *beam growth*, ou seja, por forma a obter o mesmo alongamento da viga (tal como no modelo AL) e o mesmo valor de esforço axial (como no modelo AR).

Neste estudo só se estudam os resultados até um *drift* máximo de 2%, para que estejamos dentro do intervalo de resultados plausíveis.

A Figura 5.5 representa a evolução do esforço axial dos vários modelos NLB+ $\Delta T$  juntamente com os resultados obtidos no capítulo anterior (ver Figura 4.14) referentes à análise MF+L.

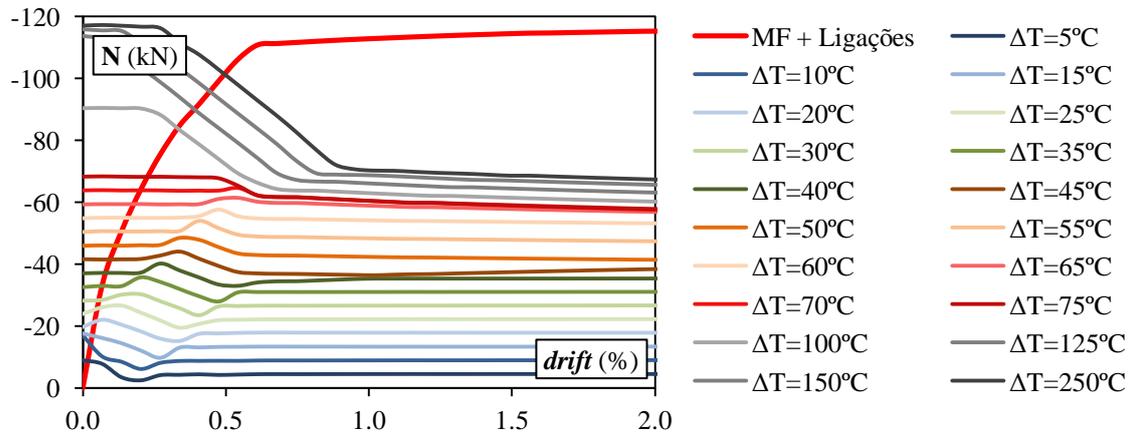


Figura 5.5 - Comparação dos resultados do esforço axial pela análise MF+L com os do mesmo modelo sujeito a uma análise NLB e a uma variação de temperatura uniforme  $\Delta T$

Para incrementos superiores da variação de temperatura os resultados do conjunto de análises NLB+ $\Delta T$  e MF+L deixam de se intersectar, mesmo para *drifts* superiores. Esta divergência de resultados está relacionada com o facto de não ser considerado o aumento da resistência à flexão provocado pela compressão no elemento estrutural, quando aplicada uma análise NLB+ $\Delta T$ .

Relativamente à modelação do efeito *beam growth* por variação da temperatura com base nos resultados obtidos para o alongamento da viga, obteve-se o gráfico apresentado na Figura 5.6 (ver Figura 4.14)

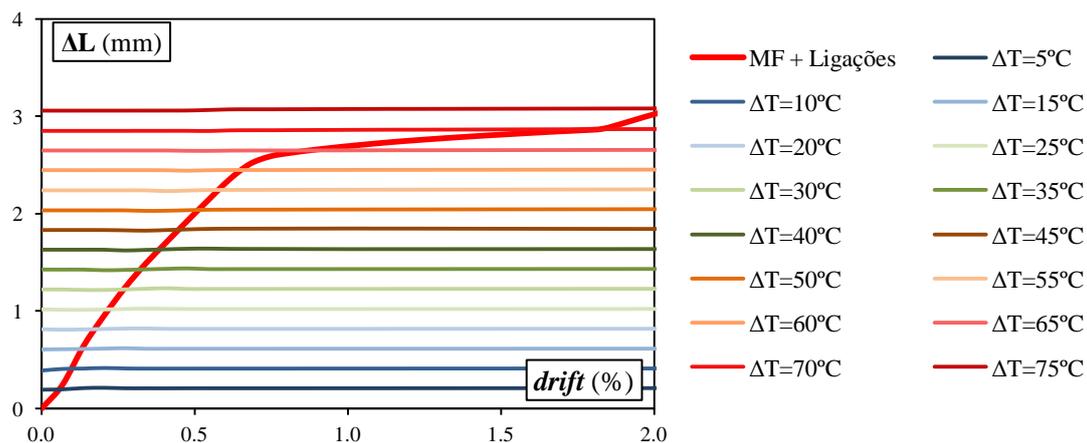


Figura 5.6 - Comparação dos resultados do alongamento da viga pela análise MF+L com os do mesmo modelo sujeito a uma análise NLB e a uma variação de temperatura uniforme  $\Delta T$

A Figura 5.7 apresenta a evolução da ação térmica  $\Delta T_u$  necessária para simular os resultados obtidos no Capítulo 4 em função do *drift*. Esta figura permite concluir que, geralmente, para obter o mesmo esforço axial são necessárias variações de temperatura superiores que para obter o mesmo alongamento.

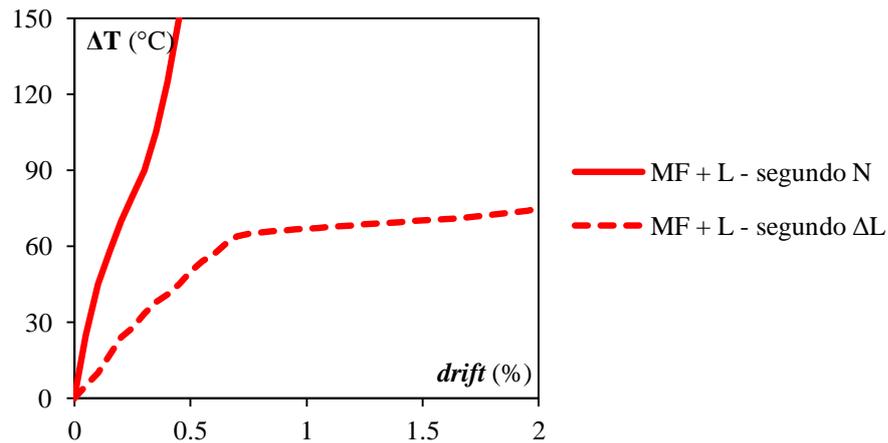


Figura 5.7 - Variação de temperatura uniforme  $\Delta T_u$  necessária para submeter um modelo NLB aos mesmos resultados que um MF+L

A análise levada a cabo demonstra que a consideração do efeito *beam growth* fazendo uso de variações de temperatura uniformes pode não ser facilmente exequível, na medida em que a variação de temperatura a aplicar depende: (i) do nível de deformações a que o elemento está submetido e (ii) do nível de restrição à deformação axial que o elemento apresenta.

## 6 ANÁLISE DE PÓRTICOS COMPLETOS

### 6.1 Definição do problema

O capítulo atual visa (i) avaliar o efeito do *beam growth* sobre o comportamento de uma estrutura porticada completa e (ii) avaliar se a abordagem proposta para modelar o *beam growth* neste trabalho consegue captar as tendências observadas por Kim et al. (2004).

Tal como Kim et al. (2004) analisaram um conjunto de modelos analíticos já resumidamente apresentados no Capítulo 2 (recordar Quadro 2.1), este capítulo irá descrever a modelação e análise de resultados de um conjunto de pórticos derivados a partir de um determinado pórtico de referência.

O pórtico de referência adotado é o pórtico interno da estrutura estudada por Arêde (1997), dimensionada por Negro et al. (1994), com 2 vãos em cada direção e 4 pisos, tal como se representa na Figura 6.1.

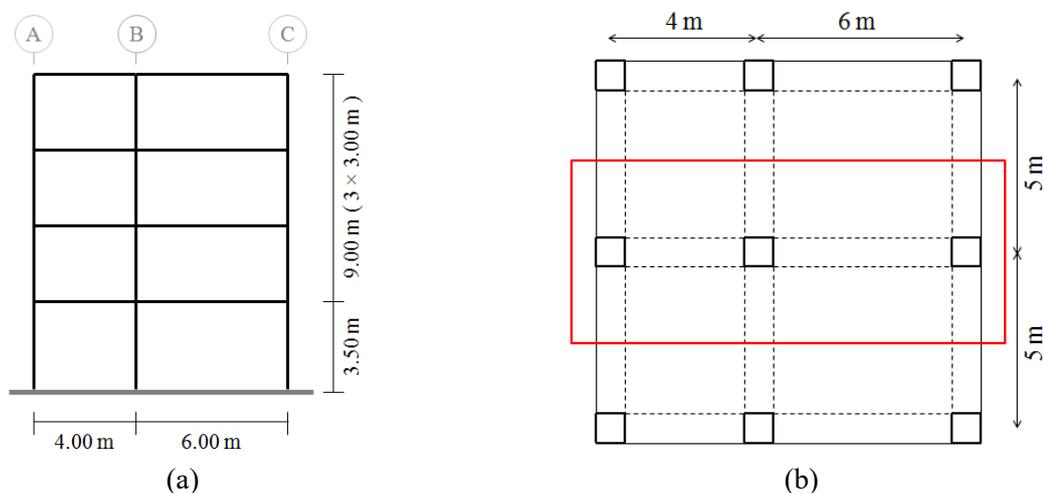


Figura 6.1 – Geometria da estrutura: (a) pórtico interno e (b) planta estrutural (Arêde, 1997 & Negro et al., 1994).

A estrutura foi dimensionada de acordo com os Eurocódigos 2 e 8. O Quadro 6.1 apresenta a massa considerada ao nível de cada piso no pórtico analisado, necessária para definir um carregamento lateral equivalente à ação sísmica.

Quadro 6.1 – Valores de massa associados a cada piso (Arêde, 1997).

Piso	Carga Permanente	Carga Adicional	Carga Total	Carga distribuída
1	65.1 ton	24.3 ton	89.4 ton	8.94 ton/m
2	64.2 ton	24.3 ton	88.5 ton	8.85 ton/m
3	64.2 ton	24.3 ton	88.5 ton	8.85 ton/m
4	58.5 ton	26.1 ton	84.6 ton	8.46 ton/m

Apresenta-se na Figura 6.2 a pormenorização das secções transversais adotadas, a partir das indicadas por Arêde (1997). Seguindo as recomendações de Arêde (1997), no estudo efetuado foi contabilizado o efeito da laje integrando-a na secção transversal da viga. Para isso, e também de acordo com as recomendações de Arêde (1997), foi considerada uma largura efetiva de laje dada por  $4 \cdot h_s$ , onde  $h_s$  representa a espessura da laje. A laje tem uma espessura de 15 cm, pelo que:

$$b_{eff} = b_b + 2 \times 4h_s = 1.50m \quad (6.1)$$

onde  $b_{eff}$  é a largura efetiva da laje que contribui para a resistência à flexão da viga e  $b_b$  a largura da viga que toma o valor de 30 cm. O valor da largura da viga foi considerado constante em todos os pórticos analisados.

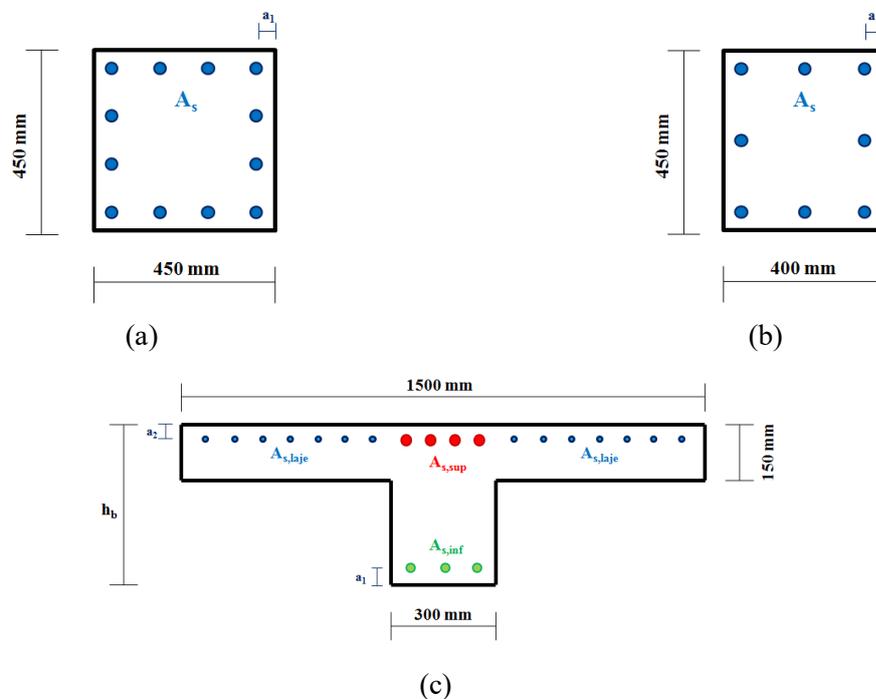


Figura 6.2 – Geometria das secções transversais: (a) pilar interior, (b) pilar exterior e (c) viga em T.

O Quadro 6.2 apresenta as propriedades mecânicas do betão e do aço consideradas nos modelos avaliados. Arêde (1997), de acordo com as especificações de Negro et al. (1994), considerou que as propriedades do betão eram diferentes entre as vigas e os pilares, tal como entre pisos. Por simplificação, o betão atribuído a todos os elementos estruturais foi o mesmo, idêntico ao adotado por Arêde (1997) para o betão das vigas do terceiro piso. Por sua vez, as propriedades do aço só diferiam entre o das vigas e o dos pilares, pelo que se manteve a distinção adotada por Arêde (1997). Para o betão foi adotada a relação constitutiva proposta no MC90 e para o aço foi adotada uma relação constitutiva bilinear.

Quadro 6.2 – Propriedades mecânicas do betão e do aço (Arêde, 1997).

	$E_{cm}$ (GPa)	$f_{cm}$ (MPa)	$f_{ctm}$ (MPa)
Betão C42.2 MC90	33.1	42.2	3.5

	$E_s$ (GPa)	$f_{yk}$ (MPa)	$E_{s,e}$ (GPa)	$\epsilon_{uk}$ (mm/m)
Aço nas vigas	200	586	0.95	100
Aço nos pilares	200	577	0.95	100

O Quadro 6.3 e o Quadro 6.4 apresentam as armaduras longitudinais e recobrimentos adotados para os diferentes troços de pilares e vigas, respetivamente, tal como indicado por Arêde (1997).

Quadro 6.3 – Distância ao eixo e armaduras longitudinais dos pilares.

Secção	$a_1$ (cm)	Armadura Superior
PE <sub>1</sub>	4.0	8Ø20
PE <sub>2</sub>	3.8	8Ø16
PI <sub>1</sub>	4.0	12Ø20
PI <sub>2</sub>	3.8	12Ø16
PI <sub>3</sub>	3.8	4Ø16 + 8Ø14

Quadro 6.4 – Distância ao eixo e armaduras longitudinais das vigas.

Viga	a <sub>1</sub> (cm)	a <sub>2</sub> (cm)	Armadura Superior	Armadura Inferior	Armadura da Laje por aba
V <sub>1.1</sub>	5.2	5.2	5Ø14 + 2Ø12	5Ø14	8Ø6
V <sub>1.2</sub>	3.5	3.5	5Ø14 + 1Ø12	4Ø14	4Ø8
V <sub>1.3</sub>	3.5	3.5	5Ø14 + 1Ø12	4Ø14	8Ø6
V <sub>1.4</sub>	3.5	3.5	5Ø14 + 2Ø12	4Ø14	8Ø6
V <sub>1.5</sub>	3.5	3.5	5Ø14 + 2Ø12	4Ø14	4Ø8
V <sub>2.1</sub>	3.5	3.5	5Ø14	4Ø14	8Ø6
V <sub>2.2</sub>	3.5	3.5	5Ø14	4Ø14	4Ø8
V <sub>2.3</sub>	3.5	5.2	5Ø14 + 2Ø12	4Ø14	8Ø6
V <sub>2.4</sub>	3.5	5.2	5Ø14 + 2Ø12	4Ø14	4Ø8
V <sub>3.1</sub>	3.5	3.5	3Ø14 + 1Ø12	2Ø14 + 1Ø12	8Ø6
V <sub>3.2</sub>	3.5	3.5	3Ø14 + 1Ø12	2Ø14 + 1Ø12	4Ø8
V <sub>3.3</sub>	3.5	5.2	3Ø14 + 3Ø12	2Ø14 + 1Ø12	8Ø6
V <sub>3.4</sub>	3.5	5.2	3Ø14 + 3Ø12	3Ø14 + 1Ø12	4Ø8
V <sub>4.1</sub>	3.5	3.5	2Ø14 + 1Ø12	2Ø14 + 1Ø12	8Ø6
V <sub>4.2</sub>	3.5	3.5	2Ø14 + 1Ø12	2Ø14 + 1Ø12	4Ø8
V <sub>4.3</sub>	3.5	5.2	2Ø14 + 3Ø12	2Ø14 + 1Ø12	8Ø6
V <sub>4.4</sub>	5.2	3.5	2Ø14 + 1Ø12	2Ø14 + 3Ø12	4Ø8

A distribuição das secções transversais é representada na Figura 6.3.

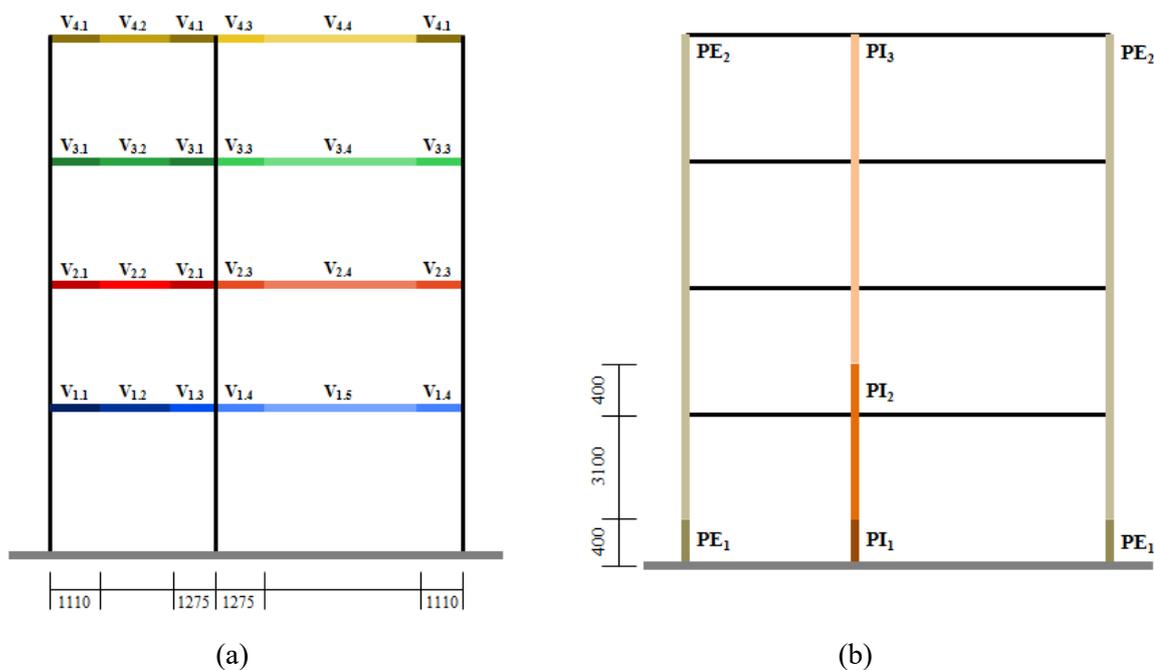


Figura 6.3 – Distribuição das secções transversais: (a) vigas e (b) pilares [unidades em mm].

Os pórticos analisados neste capítulo diferem do pórtico de referência no número de vãos,  $n_b$ , número de pisos,  $n_f$ , ou altura da viga,  $h_b$ . A nomenclatura dos pórticos adotada é semelhante à usada por Kim et al. (2004): a denominação de um determinado pórtico é definida pelos valores de  $n_b$ ,  $n_f$  e  $h_b$ , respetivamente. Por exemplo: como o pórtico de referência tem 2 vãos, 4 pisos e as suas vigas secção transversal com 45 cm de altura é designado como P0204-45. O Quadro 6.5 enumera o conjunto de pórticos estudados neste capítulo e as respetivas propriedades geométricas.  $L_v$  representa o comprimento total das vigas do pórtico e  $H$  a altura total do pórtico.

Quadro 6.5 – Conjunto de pórticos analisados.

Grupo	Nome	$n_b$	$n_s$	$h_b$ (cm)	$L_v$ (m)	$H$ (m)
Pórtico de Referência	P 02 04 - 45	2	4	45	10	12.5
P $n_b$ 04-45	P 04 04 - 45	4	4	45	22	12.5
	P 06 04 - 45	6	4	45	34	12.5
	P 08 04 - 45	8	4	45	46	12.5
	P 02 02 - 45	2	2	45	10	6.5
P02 $n_f$ -45	P 02 03 - 45	2	3	45	10	9.5
	P 02 05 - 45	2	5	45	10	15.5
	P 02 06 - 45	2	6	45	10	18.5
	P 02 04 - 40	2	4	40	10	12.5
P0204- $h_b$	P 02 04 - 50	2	4	50	10	12.5

## 6.2 Breves considerações

O grupo de pórticos  $Pn_b04-45$  apresenta um número de vãos variável, tendo sido estabelecido por forma a avaliar de que forma este parâmetro influencia o efeito *beam growth*. Os vãos acrescentados são idênticos ao vão de 6 m do pórtico de referência, de tal forma que os pilares interiores apresentam todos secção igual,  $PI_i$ , e os pilares exteriores têm secção  $PE_i$ .

$P02n_f-45$  é o conjunto de pórticos de dois vãos e com diferente número de pisos. Os pórticos  $P0202-45$  e  $P0203-45$  derivam do pórtico de referência pela subtração do(s) piso(s) superior(es) que deixam de interessar. Os pórticos  $P0205-45$  e  $P0206-45$  baseiam-se no pórtico de referência com a repetição dos elementos do segundo piso uma vez e duas vezes, respetivamente. Esta repetição é feita no(s) piso(s) imediatamente superior(es) ao segundo piso.

O grupo de pórticos  $P0204-h_b$  permite estudar a influência da altura das vigas no efeito do *beam growth*. Consideraram-se secções de vigas com uma de altura de mais e menos 50 mm que a secção transversal original de 450 mm.

Cada pórtico é submetido a dois tipos de análises diferentes, abordadas na secção 4.2: NLB e MF+L. A análise NLB permite-nos não considerar o efeito *beam growth*. A análise MF+L capta o alongamento das vigas de betão armado, provocado pela flexão das vigas, e considera também o efeito da modelação explícita das armaduras.

Para levar a cabo a análise considerou-se um sistema de cargas laterais equivalentes à ação sísmica. A massa dos pisos nos pórticos do grupo  $Pn_b04-45$  foi considerada proporcional ao pórtico de referência, de acordo com os valores das massas distribuídas apresentadas no Quadro 6.1.

Relativamente à modelação dos pórticos no *EvalS*, é importante referir que foi adotado o mesmo procedimento do Capítulo 4. Os pressupostos e procedimentos adotados para modelar as ligações viga-pilar foram os da secção 4.3, para as ligações viga-pilar do modelo de Zerbe e Durrani (1989).

### 6.3 Análise do Pórtico de Referência – P0204-45

#### 6.3.1 Carregamento

De acordo com a NP EN 1998-1 (2010), o período de vibração fundamental do pórtico,  $T_1$ , foi estimado a partir da altura  $H$  da estrutura com recurso à expressão:

$$T_1 = 0.075 \cdot H^{3/4} \quad (6.2)$$

Assumiu-se que o edifício se encontra no concelho de Lisboa, um terreno de fundação do tipo de Terreno B e uma taxa de amortecimento,  $\xi$ , de 5%. Determinado o valor de  $S_d(T_1)$ , associado ao espectro de resposta elástico, os valores das forças de inércia associadas a cada piso são dadas pela seguinte expressão:

$$F_i^H \approx S_d(T) \cdot h_i \cdot G_i \cdot \frac{\sum_{i=1}^m G_i}{\sum_{i=1}^m h_i \cdot G_i} \quad (6.3)$$

onde  $G_i$  expressa a massa do piso  $i$ ,  $h_i$  a altura do piso  $i$  e  $m$  o número de pisos. Esta expressão estabelece um sistema de forças pontuais laterais equivalente a um carregamento distribuído triangular invertido, como se pode observar pela Figura 6.4(a). Por forma a tornar o problema mais próximo da realidade, considera-se uma segunda hipótese de distribuição das ações laterais, ver Figura 6.4(b), onde as forças  $F_i$  estão uniformemente e axialmente distribuídas ao longo do comprimento  $L_i$  das vigas do piso  $i$ . O valor do carregamento axial uniformemente distribuído,  $f_i$ , é dado por:

$$f_i = \frac{F_i}{L_i} \quad (6.4)$$

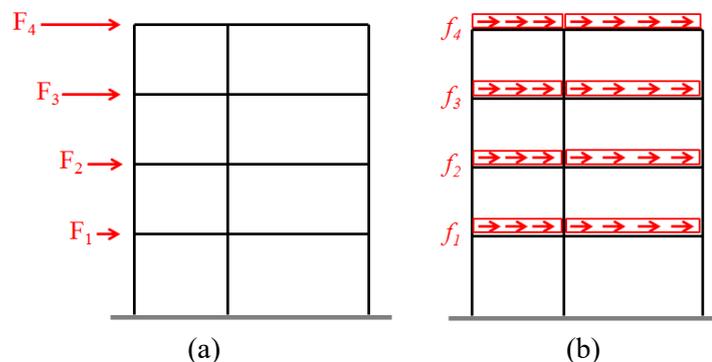


Figura 6.4 – Hipóteses de distribuição das ações laterais: (a) Hipótese A: forças pontuais e (b) hipótese B: forças uniformemente e axialmente distribuídas pelas vigas.

### 6.3.2 Análise dos resultados do pórtico de referência

O primeiro objetivo é determinar qual das hipóteses de modelação ilustradas na Figura 6.4 é mais adequada. A Figura 6.5 apresenta a comparação de resultados entre as duas hipóteses aplicadas ao Pórtico P0204-45. A Figura 6.5(a) apresenta a evolução do alongamento da viga do piso  $i$  segundo ambas as hipóteses, em função do *drift* do piso  $i$ . A Figura 6.5(b) representa a força de corte na base em função do *roof drift* da estrutura. Os resultados levam-nos a concluir que as diferenças, para este caso, não são significativas, mas irá ser adotada a hipótese de distribuição B para as análises posteriores, por ser aquela que melhor simula as condições reais.

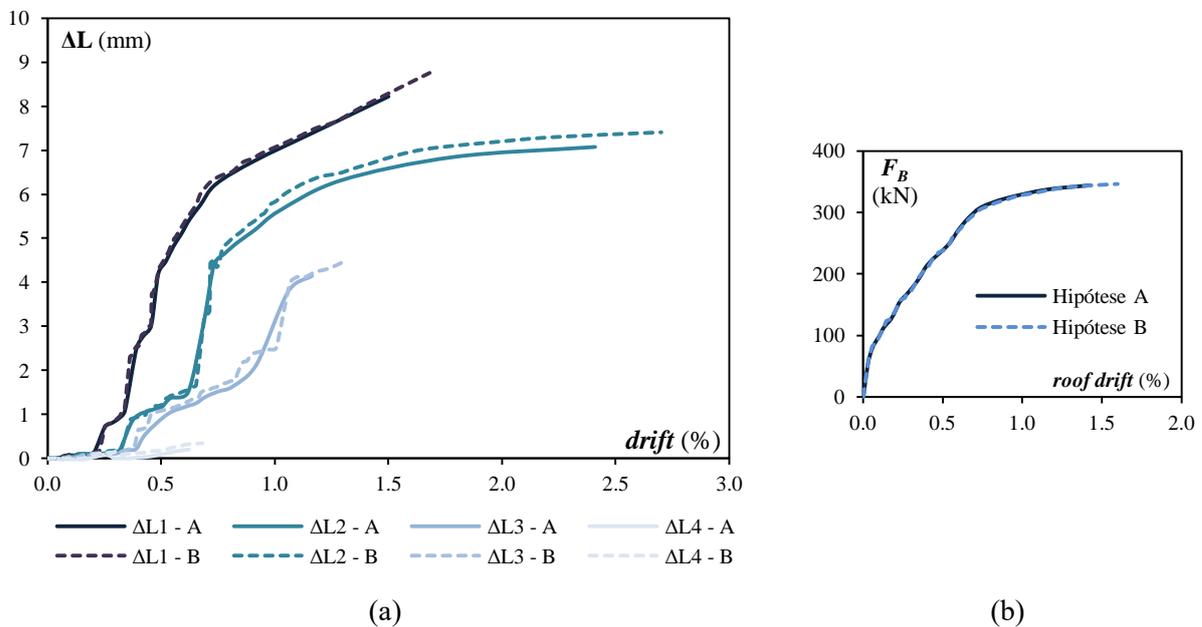


Figura 6.5 – Comparação de resultados da análise MF + L do Pórtico P0204-45 para a distribuição de forças sísmicas A e B: (a) alongamento da viga por piso e (b) força de corte na base.

Conhecido o tipo de distribuição das forças horizontais, os resultados do efeito *beam growth* em cada piso do pórtico P0204-45 em função do *drift* do respetivo piso está representado Figura 6.6(a). Desta figura se percebe que o efeito *beam growth* é menor nos pisos superiores, dado que, seja qual for o *drift*,  $\Delta L_1 > \Delta L_2 > \Delta L_3 > \Delta L_4$ . Apesar de o primeiro piso sofrer um alongamento superior, o segundo piso é submetido a *drifts* mais elevados. O *drift* reduzido no primeiro piso deve-se à influência dos encastramentos na base dos pilares e à maior rigidez dos pilares no piso 1.

A Figura 6.6(b) apresenta a evolução da força de corte na base no Pórtico P0204-45 segundo as análises MF+L e NLB. A análise desta figura mostra que a não consideração do comportamento das ligações e dos fenómenos de alongamento das vigas leva à subestimação das forças horizontais a que a estrutura está sujeita para um dado nível de *roof drift*.

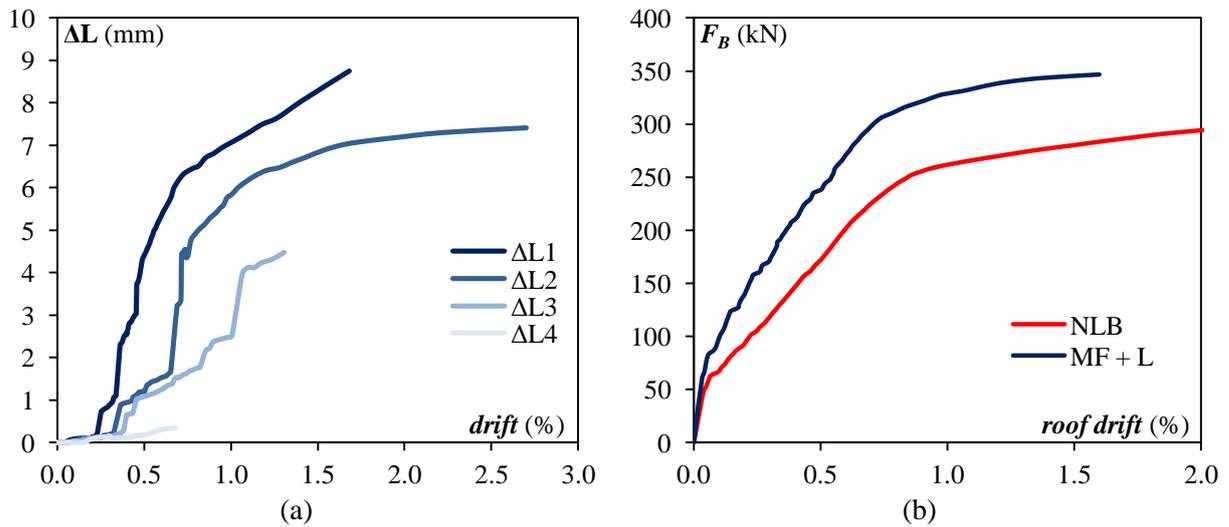


Figura 6.6 – Resultados do Pórtico P0204-45: (a) *beam growth* total de cada piso em função do *drift* do respetivo piso e (b) força de corte na base segundo análises MF+L e NLB.

A Figura 6.7 ilustra as diferenças na distribuição do esforço transversal na base dos três pilares,  $V_P$ , nas duas análises levadas a cabo. No pilar à esquerda, as forças de corte são inferiores segundo a análise MF+L, enquanto que nos outros pilares as forças de corte já são subestimadas pela análise NLB.

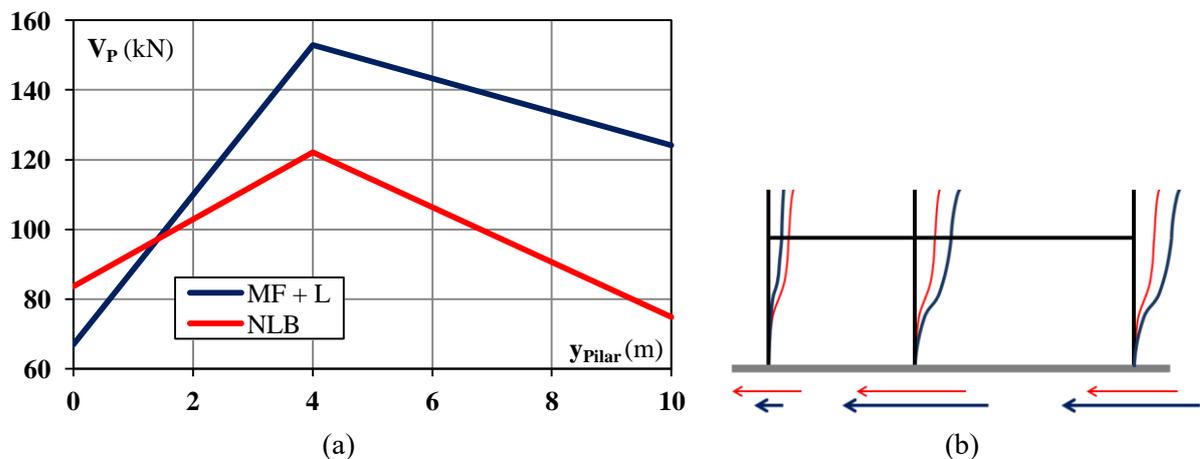


Figura 6.7 – Distribuição das forças de corte no Pórtico P0204-45 para um *roof drift* de 2%: (a) gráfico de valores e (b) ilustração da distribuição do esforço transversal nos pilares.

A Figura 6.8 compara o deslocamento horizontal dos três pilares (cuja nomenclatura é representada na Figura 6.1) obtidos com recurso à análise MF+L com os mesmos deslocamentos obtidos com recurso a uma análise NLB. Na análise NLB, como não são captados os fenómenos de deformabilidade axial das vigas, o deslocamento dos três pilares é igual. Seria espectável que o deslocamento horizontal dos pilares obtidos com recurso à análise NLB fosse superior ao deslocamento do pilar A e inferior ao deslocamento do pilar C obtidos pela análise MF+L. Tal não se verificou, o que se pode justificar novamente pelo facto da análise NLB não considerar o efeito do esforço axial nas vigas e pilares para efeito da determinação da rigidez dos elementos lineares (as relações momento-curvatura foram determinadas para esforço axial nulo), contrariamente ao que acontece com a análise MF+L.

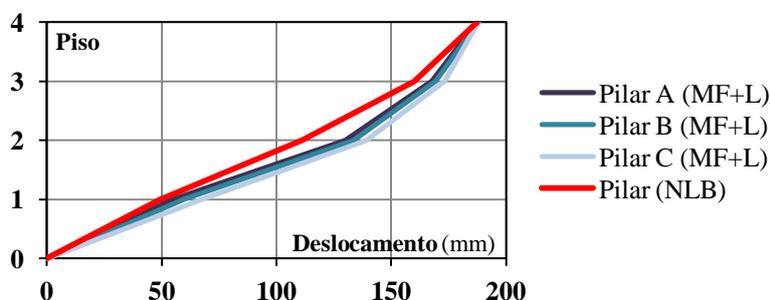


Figura 6.8 – Comparação dos deslocamentos dos pilares por piso do pórtico P0204-45 para um *roof drift* de 1,50%.

Se forem analisados os diagramas de esforço axial nas vigas e de flexão nas vigas e pilares da estrutura porticada, ilustrados pela Figura 6.9, pode-se observar que, pela análise MF+L, as vigas estão sujeitas a esforços superiores. A flexão nas vigas e pilares, principalmente do lado direito da estrutura, também toma valores significativamente superiores aquando da consideração do efeito *beam growth* e do comportamento das ligações.

O momento fletor nas vigas chega a ser subestimado em 74%, se analisarmos a extremidade direita da viga do primeiro piso. A divergência nos valores dos esforços de flexão das vigas vai-se dissipando da direita para a esquerda e para vigas superiores. Já a flexão no pilar da direita é 120% superior na secção inferior da ligação viga-pilar do primeiro piso. As diferenças são maiores nos pilares exteriores e nos pisos inferiores.

O aumento da flexão nos pilares, pode conduzir a mecanismos de rotação nos pilares através da oscilação do pórtico. À medida que a resistência dos pilares exteriores de vai esgotando, os pilares centrais tendem a sofrer esforços cada vez mais elevados, conduzindo a um comportamento indesejado da estrutura. A subestimação dos esforços de flexão nos elementos estruturais pode conduzir à fendilhação excessiva e ao colapso precoce da estrutura.

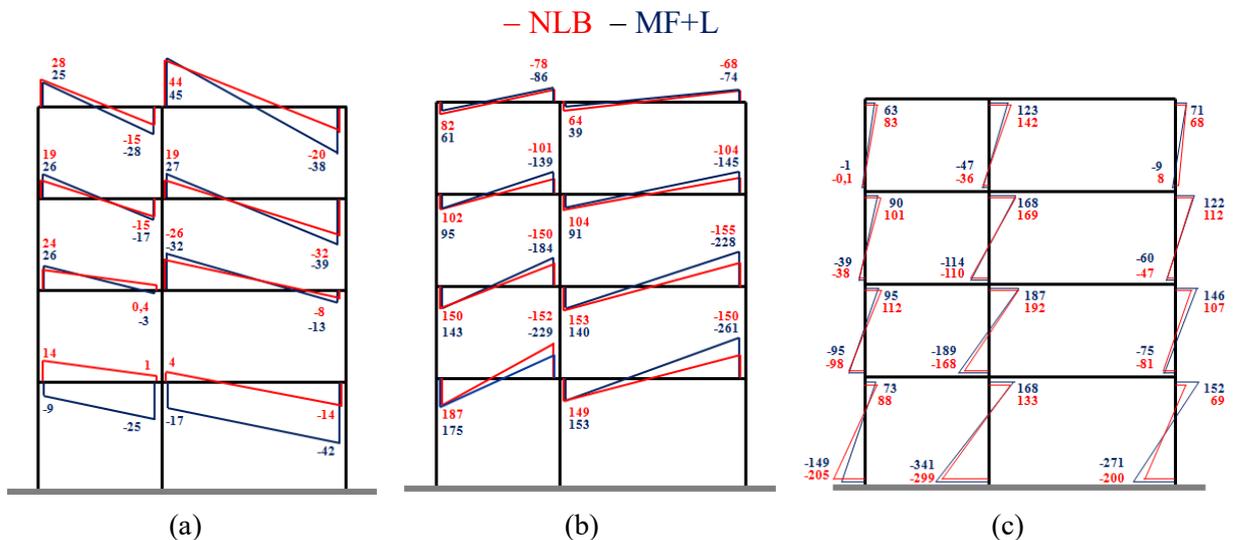


Figura 6.9 – Esforços no pórtico P0204-45 para um *roof drift* de 1,5% segundo análises NLB e MF+L: (a) esforço axial nas vigas, (b) momento fletor nas vigas e (c) momento fletor nos pilares [unidades em kN e kN.m].

#### 6.4 Influência do número de vãos no efeito do *beam growth*

A presente secção analisa a influência do número de vãos,  $n_b$ , no efeito *beam growth*. Para isso são comparados os resultados da análise do grupo de pórticos P  $n_b$ 02-45.

Os resultados de Kim et al. (2004), bem como a expressão de Fenwick e Davidson (1995) (Eq. (2.2)), sugerem que o efeito *beam growth* é tanto maior, quanto maior o número de vãos da estrutura porticada. A Figura 6.10 ilustra o alongamento das vigas do primeiro piso e do segundo piso – respetivamente Figura 6.10(a) e Figura 6.10(b) – com a evolução do *drift* do respetivo piso para estruturas com vários vãos. Esta figura permite confirmar a hipótese de Kim et al. (2004) relativamente à influência do número de vãos no efeito *beam growth*: quanto maior o número de vãos, mais significativo se torna o alongamento da viga. Só se apresentam os resultados relativamente aos primeiros dois pisos, porque nos outros dois pisos os alongamentos verificados não são suficientemente elevados para serem conclusivos.

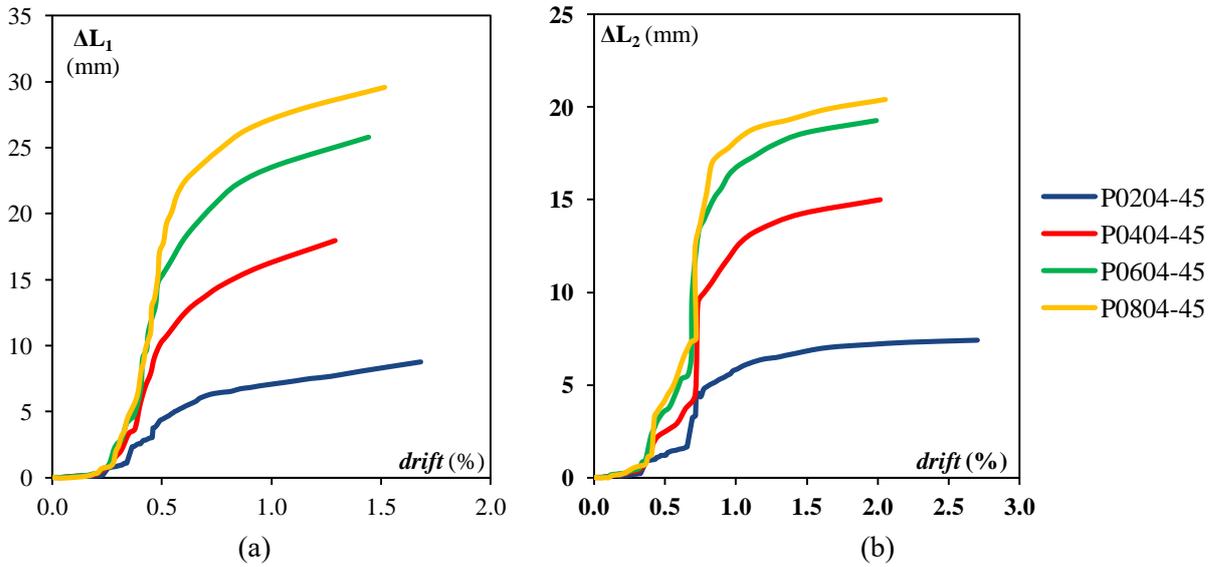


Figura 6.10 – *Beam growth* total do piso  $i$  em função do *drift* do respetivo piso para cada pórtico  $Pn_b04-45$ : (a) piso 1; (b) piso 2.

Se definirmos por  $\psi_i$  o alongamento da viga do piso  $i$  por metro de comprimento do pórtico da estrutura, a Figura 6.11 permite-nos confirmar que o efeito *beam growth* tem uma taxa de crescimento cada vez menor, apesar de aumentar com o número de vãos, isto é, o alongamento total das vigas é maior mas o alongamento por metro é menor. Estes resultados corroboram as conclusões de Kim et al. (2004).

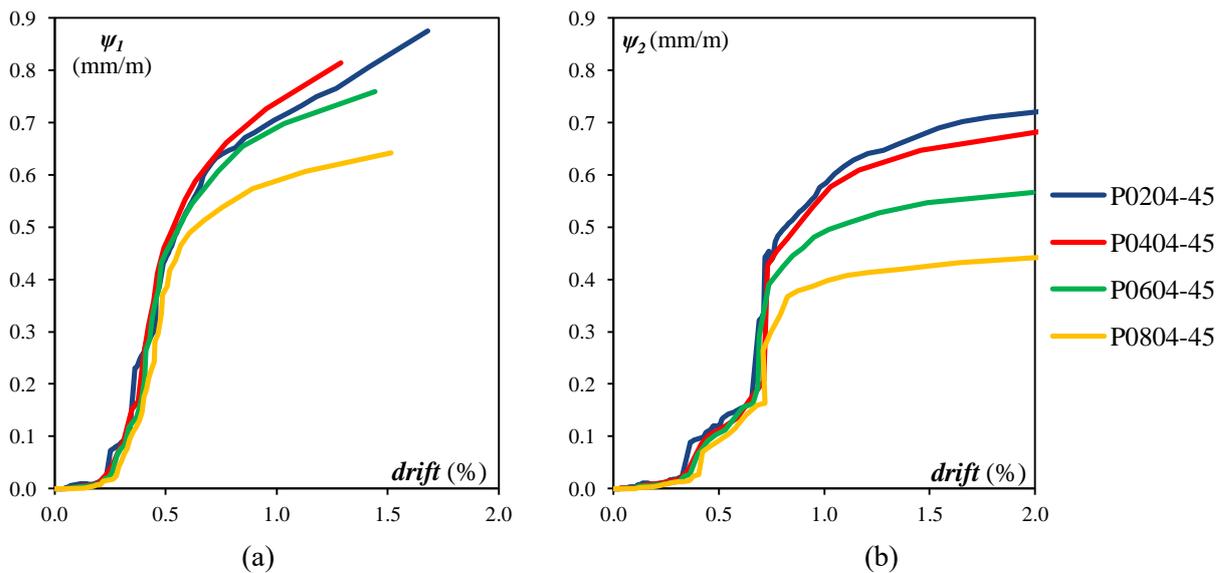


Figura 6.11 – Influência do número de vãos no parâmetro  $\psi_i$  (*beam growth* por metro de viga): (a) piso 1; (b) piso 2.

A Figura 6.12 retrata a distribuição do esforço transversal nos pilares das várias estruturas porticadas com diferente número de vãos. Pode-se observar que o mínimo ocorre no pilar mais à esquerda e é idêntico em quase todos os pórticos, e que o máximo ocorre nos pilares centrais, apesar de se verificarem maiores diferenças nos pilares à direita entre os resultados MF+L e os NLB.

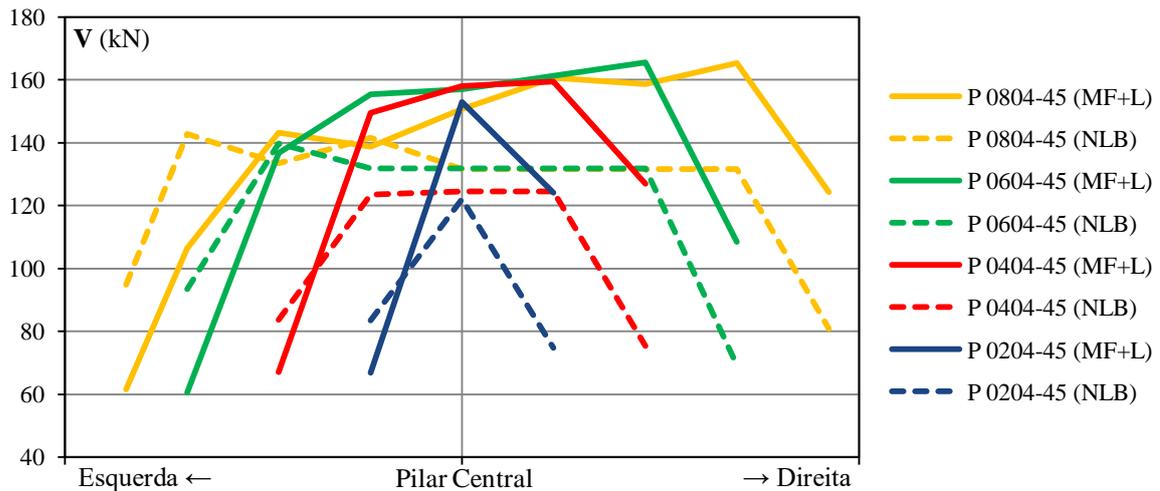


Figura 6.12 – Esforço transversal na base dos pilares (MF+L e NLB).

### 6.5 Influência do número de pisos no efeito do *beam growth*

Kim et al. (2004) na avaliação do efeito *beam growth* em pórticos de betão armado consideraram o mesmo número de pisos no conjunto de quinze estruturas analisadas, pelo que não tiraram qualquer conclusão sobre o efeito do número de pisos na grandeza do efeito *beam growth*.

Nesta secção analisam-se os resultados do conjunto de pórticos P02n<sub>f</sub>-45, por forma a determinar qual a influência do número de pisos no efeito *beam growth*. A Figura 6.13 ilustra o *beam growth* nos pisos 1, 2 e 3, respetivamente, de acordo com o *drift* do próprio piso. Segundo os resultados obtidos, conclui-se que o alongamento da viga num piso *i* não é influenciado pelo número de pisos, em pórticos com um número de pisos igual ou superior a *i*+2.

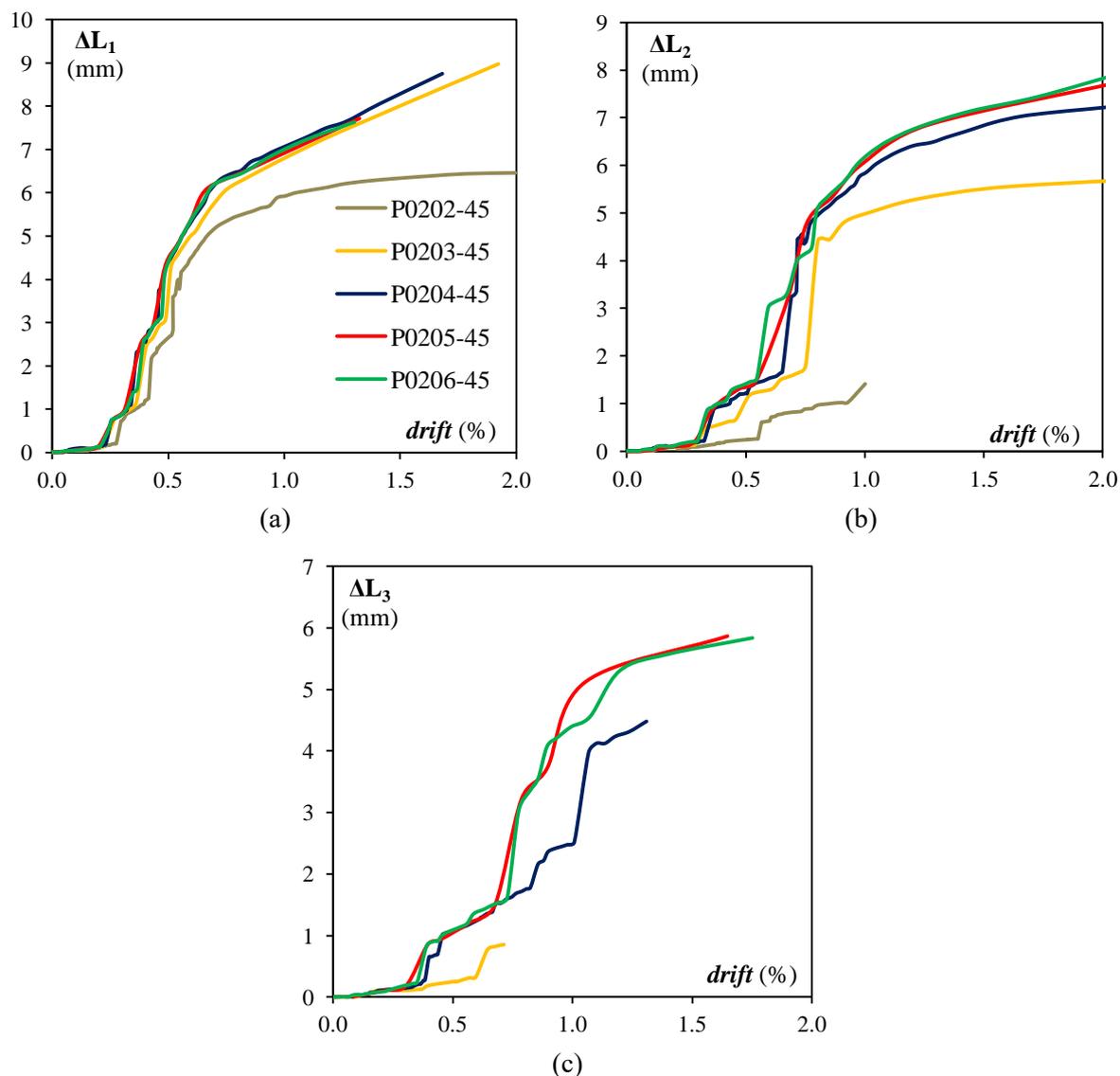


Figura 6.13 – *beam growth* total do piso  $i$  em função do *drift* do respetivo piso para cada pórtico P02n-45: (a) piso 1; (b) piso 2; (c) piso 3.

## 6.6 Influência da altura da secção transversal da viga no efeito *beam growth*

### 6.6.1 Conjunto de Pórticos P0204- $h_b$

O conjunto de pórticos P0204- $h_b$  permite estudar a influência da altura da secção transversal das vigas no efeito *beam growth*. Kim et al. (2004) concluíram que o efeito *beam growth* aumenta com o aumento da altura da secção transversal das vigas. Consideraram-se dois pórticos cujas alturas da secção transversal das vigas diferem de 50 mm em relação ao pórtico de referência, mas em que a área de armadura e os valores do recobrimento são os mesmos.

Consideraram-se pequenas diferenças de altura das vigas por forma a não alterar substancialmente a pormenorização das mesmas e afetar o dimensionamento da estrutura. A Figura 6.14(a) ilustra a evolução do *beam growth* no primeiro piso dos três pórticos. Apesar de os resultados serem ligeiramente diferentes, pode-se observar que, de facto, quanto maior a altura das vigas maiores serão os resultados do *beam growth*. A pequena diferença dos resultados deve-se à pequena diferença das alturas de viga consideradas, exigindo um estudo adicional, desenvolvido na subsecção seguinte. A Figura 6.14(b) apresenta a evolução da força de corte na base com o *roof drift*, revelando aumento deste valor com o aumento da altura da secção transversal das vigas. Note-se, no entanto, que o aumento da força de corte na base com o aumento da altura da secção transversal das vigas, para o mesmo *roof drift*, pode não estar associado ao maior *beam growth*, mas sim ao aumento da rigidez das vigas.

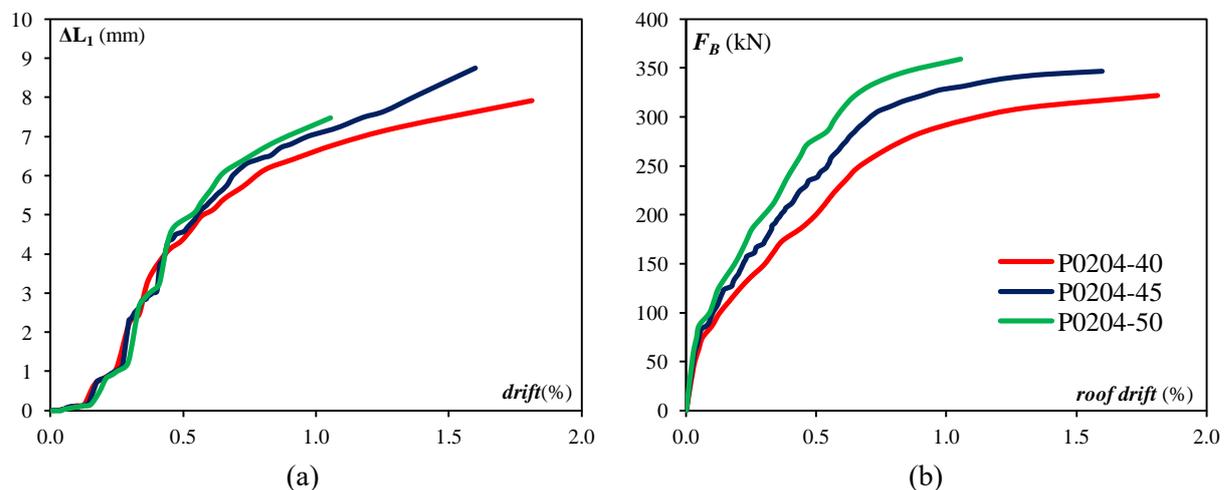


Figura 6.14 – Influência da altura da secção transversal da viga no efeito *beam growth*:  
(a) *beam growth* no piso 1 e (b) evolução da força de corte na base.

### 6.6.2 Modelo da Viga Simplesmente Apoiada – Estudo Auxiliar

Como os resultados da subsecção anterior, apesar de seguirem a tendência identificada por outros autores, não são suficientemente conclusivos, decidiu-se estender o estudo da variação da altura da secção transversal ao problema abordado no Capítulo 3. Assim, para os problemas axialmente livre e axialmente restringido da viga simplesmente apoiada, cuja geometria é apresentada no Quadro 3.2 e Quadro 3.3 (pág. 27), define-se um conjunto de secções de altura diferente da original (agora denominada por  $V_1$ ), com características geométricas enumeradas no Quadro 6.6 e mecânicas no Quadro 6.7. As secções  $V_2$  e  $V_3$  têm altura diferente da secção  $V_1$ , mas têm igual quantidade de armadura e valor do recobrimento. As secções  $V_4$  e  $V_5$  têm a mesma altura que as secções  $V_2$  e  $V_3$ , respetivamente, mas têm a

mesma taxa de armadura,  $\rho_{inf}$  e  $\rho_{sup}$ , que a secção V<sub>1</sub>. As secções V<sub>6</sub> e V<sub>7</sub> têm o mesmo momento reduzido resistente,  $\mu_{rb}$ , que a secção V<sub>1</sub>. As secções V<sub>6</sub> e V<sub>7</sub> apenas mantêm o momento reduzido resistente relativamente à original. Os valores de  $M_{rb}$  foram obtidos pelas relações momento-curvatura dadas para cada secção no *EvalS*, onde  $M_{rb}$  é o valor máximo no domínio dos valores de momento fletor que a peça pode sofrer.

Quadro 6.6 – Valores de pormenorização das secções transversais a estudar.

	h <sub>b</sub>	b <sub>b</sub>	d <sub>b</sub>	d' <sub>b</sub>	A <sub>sup</sub>			A <sub>inf</sub>		
					Varões	A <sub>s, sup</sub> (cm <sup>2</sup> )		Varões	A <sub>s, inf</sub> (cm <sup>2</sup> )	
V <sub>1</sub>	500	250	450	50	2	φ 12	2.262	2	φ 16	4.021
V <sub>2</sub>	650	250	600	50	2	φ 12	2.262	2	φ 16	4.021
V <sub>3</sub>	800	250	750	50	2	φ 12	2.262	2	φ 16	4.021
V <sub>4</sub>	650	250	600	50	2	φ 14	3.079	3	φ 15	5.301
V <sub>5</sub>	800	250	750	50	4	φ 11	3.801	5	φ 13	6.637
V <sub>6</sub>	650	250	570	80	4	φ 12	4.524	4	φ 14	6.158
V <sub>7</sub>	800	250	740	60	4	φ 12	4.524	4	φ 18	10.179

Quadro 6.7 – Taxa de armadura, momento resistente e momento resistente reduzido das secções transversais a estudar.

	$\rho_{sup}$	$\rho_{inf}$	M <sub>rb</sub> (kN.m)	$\mu_{rb}$
V <sub>1</sub>	$2.011 \cdot 10^{-03}$	$3.574 \cdot 10^{-03}$	68.04	0.045
V <sub>2</sub>	$1.508 \cdot 10^{-03}$	$2.681 \cdot 10^{-03}$	89.71	0.033
V <sub>3</sub>	$1.206 \cdot 10^{-03}$	$2.145 \cdot 10^{-03}$	111.36	0.026
V <sub>4</sub>	$2.053 \cdot 10^{-03}$	$3.534 \cdot 10^{-03}$	118.35	0.044
V <sub>5</sub>	$2.027 \cdot 10^{-03}$	$3.540 \cdot 10^{-03}$	183.9	0.044
V <sub>6</sub>	$3.175 \cdot 10^{-03}$	$4.321 \cdot 10^{-03}$	114.67	0.047
V <sub>7</sub>	$2.445 \cdot 10^{-03}$	$5.502 \cdot 10^{-03}$	181.36	0.044

A Figura 6.15(a) representa a evolução do alongamento da viga segundo cada tipo de secção no modelo axialmente livre (AL) e a Figura 6.15(b) o esforço axial observado para as sete secções supra enumeradas no modelo axialmente restringido (AR). As curvas assinaladas com a mesma cor representam as secções que dizem respeito a secções com a mesma altura.

Nos vários modelos analisados com alongamento livre (AL), quando se comparam os resultados das vigas com secções V<sub>1</sub>, V<sub>2</sub> e V<sub>3</sub>, pode-se observar que o alongamento da viga aumenta com a altura da secção transversal do elemento estrutural, sem alterar o recobrimento e a quantidade de armadura. Quanto aos resultados das vigas V<sub>4</sub> e V<sub>5</sub>, quando relacionados

com o modelo original  $V_1$ , estes vão de encontro aos anteriormente analisados: o alongamento da viga aumenta com a altura da secção transversal, mesmo que seja mantida a taxa de armadura. Os resultados dos modelos com as secções  $V_6$  e  $V_7$ , quando comparados aos resultados originais do modelo de secção  $V_1$ , permitem concluir que o alongamento é maior com o aumento da altura da secção, mesmo que o momento resistente reduzido seja constante. O aumento do esforço axial de compressão com o aumento da altura da secção nos modelos axialmente restringidos (AR) está relacionado com o aumento da rigidez do elemento estrutural. Pode-se observar que, neste caso, para o intervalo de deformações imposto à estrutura, os fenómenos de alongamento não são determinantemente influenciados pela taxa de armadura longitudinal adotada ou o momento resistente reduzido, pois o conjunto de resultados das secções  $V_2$ ,  $V_4$  e  $V_6$  (secções transversais com altura de 650 mm), tal como o das  $V_3$ ,  $V_5$  e  $V_7$  (secções transversais com altura de 800 mm), são muito semelhantes entre si.

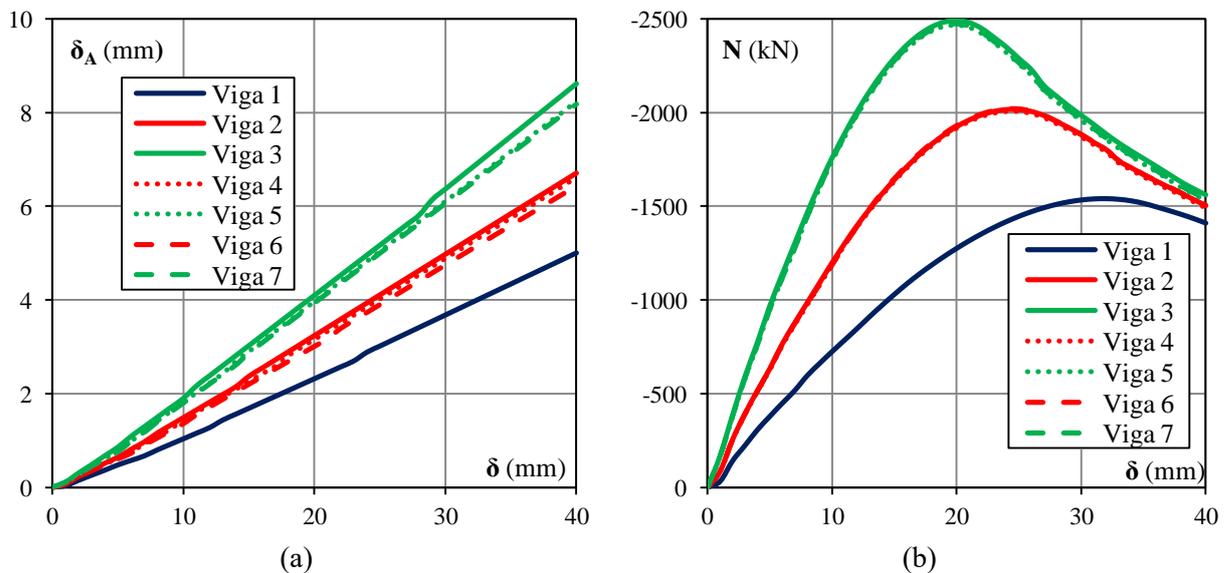


Figura 6.15 - Evolução dos resultados perante o aumento da altura da viga  $h_b$ : (a) evolução do alongamento da viga em modelos axialmente livres (AL) e (b) evolução do esforço axial de compressão da viga em modelos axialmente restringidos (AR).

## 7 CONCLUSÕES

Ao longo da dissertação foram apresentadas as conclusões que foram sendo obtidas. Neste último capítulo, destacam-se as conclusões consideradas mais relevantes:

- I. O EvalS, escolhido para efetuar este estudo, é capaz de simular o efeito *beam growth* em estruturas de betão armado.
- II. Ignorar o efeito *beam growth* leva à subestimação dos esforços de compressão e flexão nas vigas e flexão nos pilares em estruturas porticadas sujeitas a ações horizontais devido a ações sísmicas. A consideração de esforços inferiores aos atuantes na fase de dimensionamento pode levar à fendilhação excessiva e ao colapso precoce da estrutura.
- III. O comportamento das ligações viga-pilar influencia substancialmente as condições de restrição axial em vigas de betão armado, e, conseqüentemente, o alongamento das vigas sofrido.
- IV. O efeito *beam growth* pode ser modelado por uma ação de variação de temperatura uniforme  $\Delta T_u$ , contudo devem ser feitos mais estudos que possam generalizar esta modelação em função das características das ligações e dos elementos estruturais considerados. O valor da variação de temperatura a considerar é tanto maior quanto maior for a flexibilidade dos pilares e o *drift*.
- V. Validaram-se as conclusões obtidas por Kim et al. (2004) que definem o aumento do efeito *beam growth* em pórticos com um maior número de vãos, vigas com maiores alturas e *drifts* mais elevados.
- VI. Segundo os resultados obtidos, o efeito *beam growth* não é influenciado pelo número de pisos do pórtico num determinado piso  $i$ , em pórticos com um número de pisos igual ou superior a  $i+2$ .
- VII. O efeito *beam growth* só se torna significativo a partir dum determinado valor de *drift*.

O agravamento dos esforços e deslocamentos em elementos lineares de betão armado devido ao efeito do *beam growth* é, como demonstrado, significativo para o comportamento destes elementos quando sujeitos a ações laterais. Como tal, o efeito *beam growth*, deve continuar a ser investigado por forma a conceber modelos de contabilização deste efeito no dimensionamento de estruturas de betão armado e evitar conseqüências pejorativas. Assim, propõe-se: (i) avaliar o efeito *beam growth* segundo a rigidez dos elementos estruturais, (ii) perceber a influência do comprimento da viga, comparativamente ao número de vãos, no efeito *beam growth* e (iii) desenvolver modelos numéricos de contabilização do efeito *beam growth*.

---

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Costa, R. (Março, 2013). *Modelação de ligações Viga-Pilar na análise de estruturas porticadas planas de betão armado*. Tese de Doutoramento, Departamento de Engenharia Civil da Universidade de Coimbra, Coimbra.
- Kim, J., Stanton, J. e MacRae, G. (2004). *Effect of beam growth on reinforced concrete frames*. Journal of structural Engineering – ASCE, 130(9): 1333-1342
- Kim, J., Stanton, J. e MacRae, G. (Agosto, 2004). *Approximate methods of accounting for beam growth effects*. Proceedings of the 13<sup>th</sup> World Conference on Earthquake Engineering, Vancouver, B.C., Canadá, Paper No. 504
- Fenwick, R. C. e Megget, L. M. (1993). *Elongation and load deflection characteristics of reinforced concrete members containing plastic hinges*. Bulletin of the New Zealand National Society for Earthquake Engineering, Vol. 26, No. 1
- Zerbe, E. e Durrani, A. (1989). *Seismic Response of Connections in two-bay R/C Frame Subassemblies*. Journal of Structural Engineering – ASCE, 1989.115: 2829-2844.
- Arêde, A. (1997). *Seismic Assessment of Reinforced Concrete Frame Structures with a New Flexibility Based Element*. Tese de Doutoramento, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto. Páginas 243-254
- Negro, P., Verzeletti, G., Magonette, G. E. e Pinto, A.V. (1994). *Tests on a Four-Story R/C Frame Designed According to Eurocode 8 and 2: Preliminary Report – Report EUR No.15879 EN*. STI, CEC, JRC, Ispra (VA), Itália. Páginas 55-65
- Appleton, J. (2013). *Estruturas de Betão* (Volumes 1 e 2). Edições Orion.
- PPCI (2004). *PCI Design Handbook*. Precast and Prestressed Concrete Institute. Estados Unidos da América. 6<sup>a</sup> edição. Página 11-34.
- IPQ (2010). NP EN 1992-1-1, *Eurocódigo 2: Projeto de Estruturas de Betão. Parte 1-1: Regras Gerais e regras para edifícios*. Instituto Português da Qualidade, Caparica.

IPQ (2010). NP EN 1998-1, *Eurocódigo 8: Projeto de estruturas para a resistência aos sismos, Parte 1: Regras gerais, ações sísmicas e regras para edifícios*. Instituto Português da Qualidade, Caparica.

MC90 (1990). *CEB-FIP model code 1990 – design code*. Comité Euro-International du Béton – The International Federation for Structural Concrete. Thomas Telford Services Ltd, Londres.

NISEE – Pacific Earthquake Engineering Research (Peer) Center, (2011). <http://nisee.berkeley.edu/elibrary/software/DRAIN2DXZIP>. University of California, Berkeley. Data de consulta: Quinta-feira, 8 de Outubro de 2015.

Johnson, T. (2003). *EC&M - Electrical Construction & Maintenance*. <http://ecmweb.com/content/switchgear-shakeup-should-you-specify-seismic-rated>. Data de consulta: Terça-feira, 13 de Outubro de 2015.

Wallace, J. (2004). *Behavior & design of RC Elements*. Apontamentos das aulas, University of California, Los Angeles.