



FCTUC DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL
FACULDADE DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
UNIVERSIDADE DE COIMBRA

Validação de critérios de classificação de ligações viga-pilar de estruturas de betão armado

Dissertação apresentada para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia Civil na Especialidade de Estruturas

Autor

Daniel Henriques Lopes

Orientadores

Ricardo Joel Teixeira Costa

Paulo Manuel Mendes Pinheiro da Providência e Costa

Esta dissertação é da exclusiva responsabilidade do seu autor, não tendo sofrido correcções após a defesa em provas públicas. O Departamento de Engenharia Civil da FCTUC declina qualquer responsabilidade pelo uso da informação apresentada

Coimbra, Julho, 2015

AGRADECIMENTOS

Ao Professor Doutor Ricardo Costa e ao Professor Doutor Paulo Providência, meus orientadores, um agradecimento por todas as sugestões e toda a ajuda prestada ao longo deste trabalho e pela contante disponibilidade e prontidão na resposta às minhas questões.

A todos os professores do departamento de Engenharia Civil agradeço o contributo para o conhecimento adquirido ao longo destes anos de curso.

Um agradecimento a toda a minha família pelo carinho ao longo do meu percurso de vida e em especial aos meus pais por me possibilitarem a entrada na universidade, pela paciência e por todos os sacrifícios.

A todos os meus amigos e colegas um muito obrigado não só pelos anos de amizade e camaradagem, como também, por toda a ajuda que me foram prestando neste percurso.

A todos os que não referi mas que de alguma forma contribuíram para o meu crescimento académico e pessoal, o meu muito obrigado.

RESUMO

A flexibilidade das ligações viga-pilar em estruturas porticadas de betão armado pode conduzir a um agravamento significativo da flexibilidade global de estruturas não contraventadas. Ainda assim, os modelos mais comuns para modelar ligações viga-pilar deste tipo de estruturas, ou assumem que estas são completamente rígidas (modelo rígido) ou consideram a sua deformabilidade por intermédio do prolongamento das vigas e dos pilares para o interior da ligação (modelo de eixos). Apesar de estarem disponíveis modelos mais rigorosos, designados por modelos explícitos, estes são mais complexos e não estão suficientemente consolidados.

Para identificar os casos em que os modelos simplificados anteriores podem ser usados sem erros significativos, foram recentemente desenvolvidos um conjunto de critérios simplificados de classificação de ligações viga-pilar por rigidez que visam identificar se as ligações viga-pilar de uma determinada estrutura podem ser modeladas de forma não explícita, ou se uma modelação mais rigorosa é necessária. No presente trabalho, foi levado a cabo um estudo paramétrico tendo em vista avaliar a correspondência entre os resultados da aplicação dos critérios simplificados e o comportamento efetivo das estruturas porticadas, tendo-se mostrado que os critérios simplificados recentemente desenvolvidos, em algumas situações, podem ser excessivamente conservadores.

No seguimento da conclusão anterior, os critérios simplificados foram calibrados a fim de se adaptarem melhor ao conjunto de estruturas analisadas no estudo paramétrico. Com os critérios simplificados devidamente calibrados obtiveram-se menores discrepâncias entre o resultado da análise de estruturas e a aplicação dos critérios simplificados de classificação

Palavras-chave: estrutura | pórtico | ligação viga - pilar | critérios simplificados | modelação

ABSTRACT

The flexibility of reinforced concrete beam-column joints sometimes leads to a large increase of the lateral deformations of sway frames. Even so, the most common models for reinforced concrete beam-column joint are the fully rigid model and the centerline joint model. Although more rigorous models are available, these are more complex and are not enough consolidated.

In order to identify the cases where the above simplified models (fully rigid and centerline) can be used without significant errors, recently a set of simplified classification criteria for beam-column joints according to their stiffness have been developed. The classification criteria aim to identify whether a joint can be modeled using simplified models or if a more rigorous modeling is required. In the present work a parametric study was carried out in order to assess the correspondence between the results of applying the simplified criteria and the actual behavior of the frame structures. The parametric analysis shown that the simplified classification criteria recently developed in some situations are overly conservative.

Following the above conclusion, the simplified criteria were calibrated in order to better adapt to the results of the set of structures analyzed in the parametric analysis. Applying the calibrated simplified classification criteria smaller discrepancies between their results and the actual results of frame analysis were achieved.

Keywords: structure | frame | beam-column joint | simplified criteria | modeled

ÍNDICE

AGRADECIMENTOS	i
RESUMO	ii
ABSTRACT	iii
ÍNDICE	iv
ÍNDICE DE FIGURAS	vi
1. INTRODUÇÃO	1
2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	3
2.1. Conceitos básicos.....	3
2.1.1. Nomenclatura	3
2.1.2. Classificação das ligações	4
2.1.3. Modelação das ligações viga-pilar	5
2.2. A estrutura arquétipo	8
2.3. Influência da deformação das ligações viga-pilar na análise de estruturas porticadas de betão armado.....	9
2.4. Análise dos critérios de classificação das ligações viga-pilar por rigidez da NP EN 1993.1.8.....	10
2.4.1. Enquadramento.....	10
2.4.2. Critérios de classificação por rigidez de acordo com a NP EN 1993-8-8	11
2.4.3. Aplicabilidade dos critérios usados na NP EN 1993-1-8 em estruturas de betão	12
2.5. Modelo rígido vs modelo explícito para ligação viga-pilar	14
2.5.1. Classificação das ligações viga-pilar.....	17
2.6. Modelo explícito vs. modelo de eixos para ligação viga-pilar	19
2.6.1. Classificação das ligações viga-pilar.....	21
3. AVALIAÇÃO DOS CRITÉRIOS SIMPLIFICADOS DE LIGAÇÃO VIGA-PILAR 24	
3.1. Definição das estruturas	24
3.2. Modelação no EvalS	26
3.3. Correção dos critérios simplificados de classificação	29
3.4. Análise dos critérios simplificados de classificação.....	29
3.4.1. Análise paramétrica inicial.....	29
3.4.2. Afiinação da rigidez das ligações viga-pilar	30
3.4.3. Variação do nível de esforço axial reduzido nos pilares	33
3.4.4. Variação da esbelteza dos pilares.....	36

3.4.5.	Variação da esbelteza das vigas	38
3.4.6.	Variação do número de pisos	40
3.4.7.	Conclusões	42
4.	CALIBRAÇÃO DOS CRITÉRIOS SIMPLIFICADOS	44
4.1.	Proposta de novos critérios	44
4.1.1.	Critério Simplificado 1	44
4.1.2.	Critério Simplificado 2	45
4.1.3.	Critério simplificado 3	47
4.1.4.	Análise dos novos critérios simplificados de classificação	48
5.	CONCLUSÃO.....	54
6.	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	56
Anexo A	A-1

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2.1: Geometria da ligação viga pilar e identificação de secções relevantes dos elementos lineares.	3
Figura 2.2: Classificação das ligações viga-pilar de acordo com o número de elementos lineares adjacentes [4].	4
Figura 2.3: a) modelação da componente núcleo da ligação [1]; b) o efeito da deformação por corte no interior da ligação [10].	7
Figura 2.4: Modelo completo da ligação, com as respetivas componentes.	8
Figura 2.5: Esquema da estrutura arquétipo [1].	8
Figura 2.6: classificação das ligações segundo a sua rigidez pelo EC3 [5]	12
Figura 2.7: Subjetividade da relação $M_b - \gamma$ [10].	13
Figura 2.8: Estrutura arquétipo modelada com as ligações [1].	15
Figura 2.9: Subestrutura para o modelo de eixos [1].	20
Figura 3.1: Geometria do pórtico base usado na avaliação dos critérios simplificados.	25
Figura 3.2: Quadros de <i>input</i> das ligações viga-pilar do programa EvalS	26
Figura 3.3: Formulário de <i>input</i> para as propriedades mecânicas das secções transversais dos elementos lineares do programa EvalS.	27
Figura 3.4: Modelo do pórtico base com modelação explícita das ligações viga-pilar.	27
Figura 3.5: a) modelação da ligação de forma explícita; b) modelação da ligação pelo modelo de eixos.	28
Figura 3.6: a) variação do membro da direita da expressão (2.53) com a variação de λ_c ; b) variação da tolerância ε_M^e pelo critério simplificado 3 com a variação de λ_c .	38
Figura 4.1: Valores de $k_{ji,\min}$ na análise pelo a) modelo de eixos e b) modelo rígido.	45

1. INTRODUÇÃO

Este trabalho visa validar os procedimentos simplificados desenvolvidos para classificação de ligações viga-pilar de estruturas porticadas de betão armado em função da sua flexibilidade/rigidez, doravante designados por *critérios simplificados de classificação*. Estes critérios visam auxiliar a decisão quanto ao modelo de análise mais adequado para a modelação das ligações viga-pilar de uma determinada estrutura porticada não contra ventada de betão armado. Os *critérios simplificados de classificação* foram desenvolvidos em [1] tendo como base estruturas arquétipo. Neste estudo avaliar-se-á a sua eficiência, isto é, se eles fornecem resultados conservadores ou não, quando aplicados a estruturas planas completas.

As ligações viga-pilar são elementos fundamentais para o bom funcionamento de uma estrutura. São elas que transmitem os esforços entre elementos estruturais adjacentes e, por isso, conhecer e compreender o seu comportamento, quer a nível da distribuição de tensões quer a nível de deformações, é essencial para o projeto de estruturas. Este aspeto é cada vez mais premente na medida em que as disposições técnicas mais recentes baseiam-se na modelação realista do comportamento das estruturas, tendo em vista um dimensionamento de acordo com níveis de performance pré-definidos que não se limitam a garantir a capacidade resistente para verificar os Estados Limites Últimos das estruturas (*performance-based design*).

Atualmente, o conhecimento ao nível do cálculo de esforços e tensões no interior das ligações, bem como o conhecimento das propriedades mecânicas dos materiais permite garantir que nestes elementos a verificação da resistência não é crítica. Já a avaliação da deformabilidade das ligações viga-pilar apresenta algumas limitações. Para efeito de modelação de estruturas porticadas, é comum considerar-se um modelo que prolonga ficticiamente as vigas e pilares até onde os seus eixos se intersectam ou, alternativamente, assumir-se que estas ligações viga-pilar são rígidas e apresentam uma resistência superior às vigas e pilares adjacentes (ligações de resistência total). O primeiro modelo, em oposição ao segundo, tem em consideração a deformabilidade da ligação, ainda que de forma implícita, uma vez que esta é representada pela deformação dos troços das vigas e dos pilares “contidos” no interior da ligação. Contudo, os modos de deformação de um elemento linear são diferentes dos de uma ligação viga-pilar e por isso este modelo não representa corretamente o efeito da deformação das ligações viga-pilar sobre a restante estrutura [2]. No entanto,

assumir que a ligação tem um comportamento rígido também poderá não ser adequado, principalmente a nível de comportamento cíclico e capacidade última da estrutura, na medida em que a deformação das ligações tem um grande contributo para a deformação global da estrutura a que pertence, traduzindo-se em efeitos de 2ª ordem acrescidos que não são tidos em conta se não for usado um modelo de ligação viga-pilar adequado.

Atualmente é requerido em algumas especificações técnicas que as ligações viga-pilar possuam uma capacidade resistente superior à dos elementos adjacentes. Isto evita a ocorrência de mecanismos de colapso não expectáveis provocados pela ligação, e consequentemente que a capacidade de carga da estrutura seja aqui. No entanto a maior resistência das ligações não é garantia que a sua rigidez (ou falta dela) não influencie o comportamento e a capacidade resistente da estrutura podendo mesmo compromete-la.

É portanto essencial desenvolver procedimentos simplificados que permitam identificar as situações em que se pode admitir ligações rígidas (e a utilização de um modelo de ligação rígido), ou por outro lado em que se deve adotar um modelo mais complexo e realista que tenha explicitamente em consideração a deformabilidade/rigidez das ligações de pórticos em betão armado. Estes procedimentos devem ser desenvolvidos de maneira a que essa distinção seja feita numa fase inicial do projeto permitindo-nos desde o início aplicar o modelo de ligação viga-pilar mais adequado para a análise da estrutura.

O presente trabalho procurará validar os critérios simplificados de classificação das ligações quanto à sua rigidez desenvolvidos em [1]. Para isso foram definidas um conjunto de estruturas que permitiram um estudo paramétrico alargado. A análise estrutural foi efetuada recorrendo ao *software* EvalS [3]. Esta ferramenta permite fazer a análise quase-estática não linear de estruturas reticuladas planas modelando as ligações viga-pilar de forma explícita. O comportamento das estruturas porticadas em que as ligações viga-pilar foram modeladas recorrendo a modelos rígidos e a modelos de eixos, foi comparado com o comportamento das mesmas estruturas em que as ligações foram modeladas recorrendo ao modelo explícito desenvolvido em [1]. Com base na análise e comparação do comportamento de ambos os conjuntos de modelos estruturais, foram extraídas conclusões relativas à fiabilidade dos *critérios simplificados de classificação* desenvolvidos em [1] e foram propostas alterações a esses mesmos critérios com vista a aproximar o seu resultado dos resultados da análise das estruturas completas.

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1. Conceitos básicos

2.1.1. Nomenclatura

Segundo a ACI-ASCE 352 [4], uma ligação viga-pilar numa estrutura porticada de betão armado é o troço de pilar compreendido entre a face superior e a face inferior da viga com secção transversal de maior altura adjacente à ligação.

O comportamento das ligações viga-pilar depende não só das suas características mecânicas e geométricas, mas também da combinação de esforços que lhe são transmitidos pelos elementos lineares que lhe estão adjacentes.

Na Figura 2.1 apresenta-se uma representação em alçado de uma ligação viga-pilar bem como algumas secções transversais dos elementos adjacentes que serão referenciados no decorrer deste trabalho.

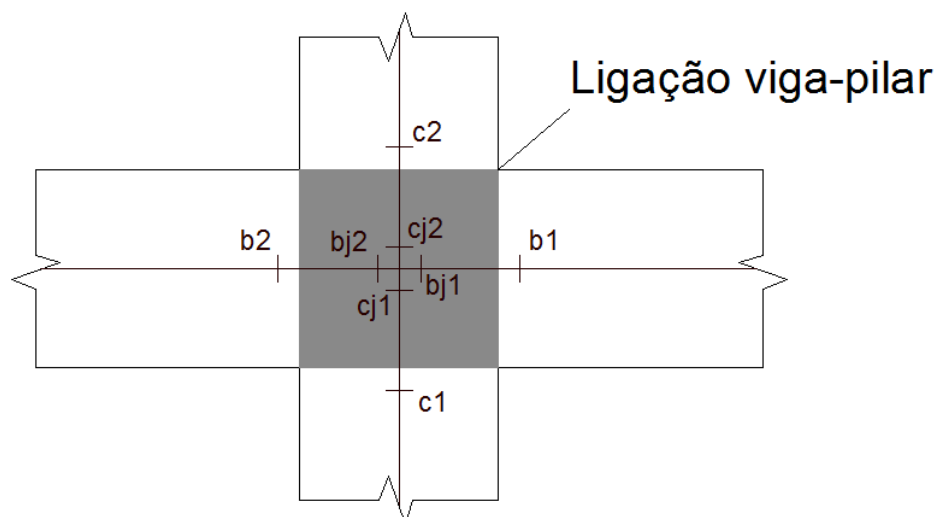


Figura 2.1: Geometria da ligação viga pilar e identificação de secções relevantes dos elementos lineares.

As secções representadas por c indicam as secções nos pilares (columns) e os números 1 e 2 que lhes estão associados identificam a sua posição em relação à ligação (abaixo ou acima, respetivamente). Por sua vez, b representa secções nas vigas (beams) adjacentes à ligação, e

os números 1 e 2 que lhe estão associados identificam a posição da secção em relação à ligação, ou seja, se estão localizadas à direita ou à esquerda, respetivamente. Os índices j indicam as secções das vigas/pilares junto à intersecção dos eixos e a sua ausência identifica a secção à face do pilar/viga.

2.1.2. Classificação das ligações

As ligações podem classificar-se de acordo com (i) o tipo de solicitação que é expectável que venham a estar submetidas, (ii) o número de elementos lineares adjacentes ou (iii) de acordo com a sua pormenorização. Neste estudo, o tipo de classificação mais importante é a distinção das ligações de acordo com o número de elementos que lhe estão adjacentes. A classificação das ligações de acordo com o número de elementos lineares adjacentes proposta na ACI-ASCE 352 [4] encontra-se representada na Figura 2.2.

Nomenclatura	3D	2D
ligação interior		
ligação de extremidade		
ligação de canto		
ligação de cobertura interior		
ligação de cobertura de extremidade		
ligação de cobertura de canto		

Figura 2.2: Classificação das ligações viga-pilar de acordo com o número de elementos lineares adjacentes [4].

2.1.3. Modelação das ligações viga-pilar

A modelação das ligações viga-pilar em estruturas de betão armado tem sido recentemente alvo de atenção. Os trabalhos nesta temática têm focado o desenvolvimento de modelos de comportamento e resistência vocacionados para ações cíclicas de elevada amplitude (ações sísmicas).

Existem diversos modelos disponíveis para ligações viga-pilar de estruturas porticadas de betão armado, que em seguida se distinguirão apenas entre modelos de ligação viga-pilar explícitos e implícitos de forma a simplificar o estudo. Os primeiros são modelos que incorporam elementos não rígidos com relações constitutivas próprias, com o objetivo de simular o comportamento da ligação. Por outro lado, os modelos de ligação implícitos simulam a deformabilidade das ligações recorrendo à alteração das propriedades geométricas e mecânicas nos elementos lineares adjacentes à ligação [1].

Atualmente, os modelos implícitos são os mais utilizados na análise e dimensionamento de estruturas porticadas. Contudo, estes modelos não têm em consideração o comportamento efetivo das ligações, nomeadamente os seus modos de deformação e estados de tensão dominantes. Além disso, também não permitem (i) incorporar na análise a variação da rigidez da ligação com a variação da solicitação aplicada que esta está submetida, (ii) identificar o colapso da ligação e, no caso de modelos que não têm em consideração explícita as dimensões efetivas da ligação e (iii) não têm em conta os esforços reais aplicado nos elementos estruturais. Por estes motivos a modelação das ligações viga-pilar de estruturas porticadas de betão armado recorrendo a modelos explícitos é desejável caso se pretenda uma modelação rigorosa do comportamento da estrutura.

Para se desenvolverem modelos explícitos para ligações viga-pilar foi desenvolvido o método das componentes. Este método foi elaborado originalmente para estruturas metálicas tendo em vista a consideração rigorosa do seu comportamento e evitando o sobrecusto requerido para fabricar ligações viga-pilar que efetivamente se comportassem como rígidas.

O método das componentes consiste na combinação de elementos deformáveis 0D (molas) e elementos rígidos, dispostos de forma a simular com rigor o comportamento da ligação. Cada mola representa uma componente e tem um comportamento associado. Uma componente é uma parcela na ligação que contribui para a resistência, rigidez ou ductilidade da ligação [5], e tem associado um esforço (tração, corte, e compressão) e o correspondente modo de deformação. Portanto, o desenvolvimento de um modelo recorrendo ao método das componentes consiste em (i) identificar as componentes relevantes da ligação, (ii) caracterizar essas mesmas componentes e (iii) dispor e conectar molas representativas das componentes. O

equilíbrio de esforços nas componentes e a compatibilidade das suas deformações vai definir o comportamento global da ligação[6].

A filosofia do método das componentes é aplicável a qualquer ligação viga-pilar independentemente do material que a constitui. Por esse motivo, mesmo tendo sido originalmente desenvolvido para estruturas de aço, é aplicável a estruturas de betão armado. Contudo, é necessário ter em conta as especificidades da cada material, pois há simplificações aceitáveis nuns casos e noutros não.

Neste estudo foi adotado o modelo de ligação viga-pilar para estruturas de betão armado desenvolvido por [1] no âmbito da filosofia do método das componentes. Este modelo foi desenvolvido tendo em consideração os seguintes objetivos:

- compatibilidade com os modelos lineares tradicionais garantindo a existência de três graus de liberdade por nó (note-se que aqui se usarão modelos bidimensionais);
- versatilidade, para garantir a aplicabilidade do modelo aos diferentes tipos de ligações definidos anteriormente (casos 2D da Figura 2.2);
- verosimilhança com o comportamento real da ligação de maneira a que o modelo consiga simular com eficácia o seu comportamento;
- objetividade, para permitir caracterizar o comportamento da ligação independentemente da estrutura que lhe está associada;
- eficiência computacional, para evitar excessivo volume de cálculo;
- robustez numérica, para a convergência do modelo numérico não ficar comprometida;

Para o desenvolvimento do modelo seguindo o procedimento preconizado pelo método das componentes, o primeiro passo é definir quais as componentes relevantes da ligação. Em [7] e [8] foram identificadas a amarração das armaduras longitudinais dos elementos adjacentes e o núcleo ao corte como as componentes mais relevantes na ligação viga-pilar de betão armado.

A componente da amarração corresponde não apenas aos próprios varões de aço que penetram no interior da ligação, mas também o betão envolvente, pois é através deste que a transferência de esforços de compressão e de tração para as vigas e pilares acontece. Esta componente foi definida para garantir o equilíbrio entre as resultantes das tensões normais nas extremidades dos elementos adjacentes à ligação e os esforços no interior da ligação.

O núcleo da ligação está sujeita a tensões muito complexas pois nela ligam-se dois ou mais elementos lineares a transmitirem os respetivos esforços, aos quais estão associadas

deformações muito elevadas, geralmente de distorção, daí ser importante a sua consideração no modelo.

As amarrações são simuladas com recurso a molas lineares alinhadas com o eixo dos elementos 1D correspondentes, e dispostas ao longo das linhas de ação das resultantes de tração/compressão. O núcleo da ligação ao corte é modelado recorrendo a um modelo do tipo Krawinkler [9] como se mostra na Figura 2.3 a), onde h_c é a altura da secção transversal do pilar e z_b a distância entre a resultante de tração e a resultante de compressão transmitida pelas vigas à ligação. Existem modelos diferentes que permitem representar a componente núcleo da ligação ao corte alterando somente as suas dimensões da esquadria central, mas o modelo escolhido é o único em que a deformação depende unicamente do esforço de corte a meia altura da ligação, como é o objetivo. A Figura 2.3 b) mostra que, devido à reduzida deformabilidade do betão em compressão, não é expectável que a deformação por corte da ligação seja elevada caso esta decorra somente da compressão da escora diagonal, mas também mostra que a deformação por corte da ligação poderá ser elevada caso esta se expanda simultaneamente.

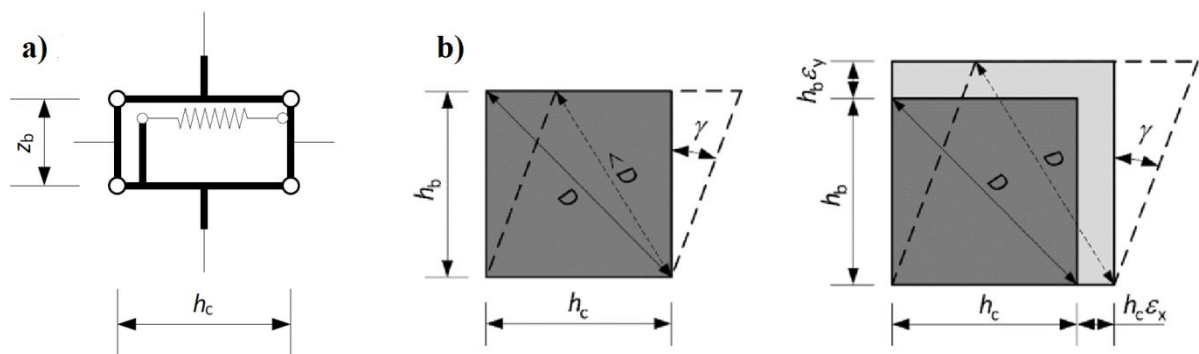


Figura 2.3: a) modelação da componente núcleo da ligação [1]; b) o efeito da deformação por corte no interior da ligação [10].

O modelo completo da ligação desenvolvida por [1] é apresentado na Figura 2.4 onde as componentes 1 a 8 representam a ancoragem das armaduras das vigas e pilares, e a componente 9 representa o comportamento ao corte do núcleo da ligação

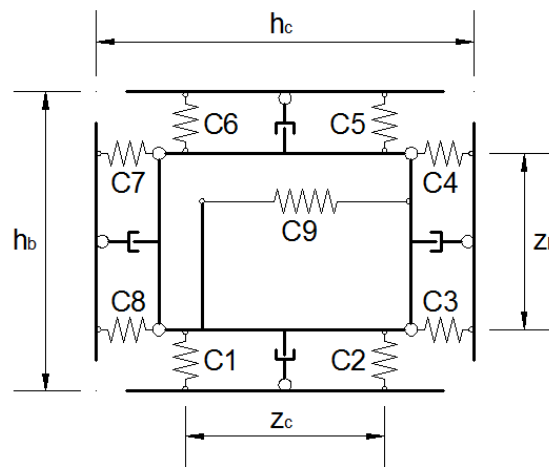


Figura 2.4: Modelo completo da ligação, com as respetivas componentes.

2.2. A estrutura arquétipo

A análise de estruturas porticadas completas poderá ser um desafio devido à complexidade destas estruturas devido à não linearidade geométrica dos elementos, ao seu elevado grau de indeterminação estática e ao comportamento não linear do betão armado e das armaduras. Por este motivo, muitas vezes torna-se necessário fundamentar os estudos em subestruturas (ou estruturas arquétipo) por forma a isolar os fenómenos em análise [11]. Posteriormente os resultados obtidos com recurso a estas estruturas arquétipo têm que ser validados em estruturas completas. A subestrutura aqui adotada procura aproximar-se ao comportamento de um pórtico sujeito simultaneamente a cargas horizontais e verticais, e é delimitada pela parte do pórtico onde se admitem estar localizados os pontos de momento nulo (meio vão dos elementos).

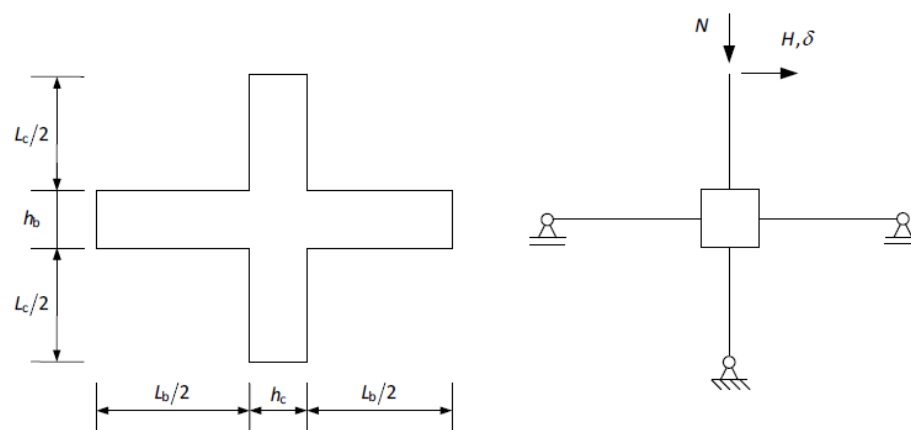


Figura 2.5: Esquema da estrutura arquétipo [1].

Foi mostrado em [1], que mesmo em estruturas regulares, esta estrutura arquétipo conduz a erros não desprezáveis na estimativa dos esforços das secções mais solicitadas, não podendo por este motivo ser avaliado o efeito da deformabilidade das ligações das subestruturas com base nestas grandezas. Contudo, foi observado também que as estruturas arquétipo também fornecem uma boa aproximação para o *drift* de estruturas completas (com número de pisos acima do piso em estudo maior que 5), sendo o *drift* o valor do deslocamento entre pisos numa estrutura. Assim, é possível obter boas avaliações para os esforços de 2ª ordem em estruturas completas recorrendo a estruturas arquétipo do tipo representado na Figura 2.5.

2.3. Influência da deformação das ligações viga-pilar na análise de estruturas porticadas de betão armado

Comparando os resultados à análise de uma determinada estrutura modelando as ligações viga-pilar simplificada e modelando-as explicitamente recorrendo ao modelo representado na Figura 2.4, é possível perceber de que forma a deformação da ligação afeta o comportamento global da estrutura, e avaliar se de facto o comportamento da estrutura é condicionado pela deformação das ligações viga-pilar. Isto permite-nos perceber que ignorar este efeito poderá ser não conservador.

A análise anterior foi levada a cabo em [12] com o auxílio do programa EvalS. Neste trabalho inicialmente foi estudado o comportamento da estrutura arquétipo representada na Figura 2.5. Foram definidos três modelos distintos que diferem apenas na esbelteza dos elementos lineares adjacentes à ligação, em que duas das subestruturas (subestrutura 2 e 3) apresentam elementos lineares com um comprimento 50% e 100% maiores que uma outra subestrutura adotada como referência (subestrutura 1), e foi variada a percentagem de armadura transversal da ligação. Concluiu-se que a capacidade de carregamento dos pórticos de betão armado pode ser fortemente limitado pela falta de resistência das ligações mesmo para uma elevada percentagem de armadura transversal na ligação. Verifica-se também que a resistência da ligação é mais restritiva para subestruturas mais esbeltas, pois para pilares com maior comprimento, e para um mesmo determinado momento nas extremidades das vigas, o corte no interior da ligação tende a aumentar.

Posteriormente foi estudada a influência da ligação no comportamento de pórticos completos. Verificou-se que a capacidade de carga das estruturas poderá, em alguns casos, ser reduzida em mais de 5%, valor este que segundo [13] e [14]. é o limite para que as ligações não possam ser consideradas como rígidas. Verificou-se ainda que a deformação da ligação é responsável por pelo menos 20% dos esforços de 2ª ordem.

Este trabalho conclui por fim, que a influência da deformação não pode ser desprezada, pois de facto, tendo em conta os critérios assumidos no EC3 [5] e em [13], as ligações estudadas deveriam ser classificadas como sendo semi-rígidas. O estudo foi levado a cabo para carregamentos quase estáticos, sendo espectável que em condições cíclicas, devido à degradação da rigidez das ligações viga-pilar, o efeito nas suas ligações se revele ainda mais gravoso.

O estudo anterior permitiu demonstrar que é fundamental para o dimensionamento de estruturas porticadas de betão armado ter critérios simplificados que permitam identificar os casos em que é importante ter em consideração a deformabilidade das ligações.

2.4. Análise dos critérios de classificação das ligações viga-pilar por rigidez da NP EN 1993.1.8

2.4.1. Enquadramento

O comportamento das ligações viga-pilar e conseqüentemente o seu efeito no comportamento global da estrutura não é normalmente tido em consideração durante a fase de projeto de uma estrutura de betão armado. No entanto, estudos recentes e reconhecimentos pós-sísmicos revelam que a integridade estrutural destas estruturas é muitas vezes comprometida precisamente porque estes elementos não são devidamente considerados na análise. Isto é mais evidente em solicitações sísmicas, que podem conduzir a deformações nos pórticos elevadas e conseqüentemente a efeitos de 2ª ordem acrescidos que não foram inicialmente contabilizados. Estes efeitos são tão válidos em ligações de resistência total (cuja resistência é maior que a das vigas e pilares adjacentes) como em ligações de resistência parcial (cuja resistência é menor que a das vigas e pilares adjacentes).

É prática comum assumir as ligações viga-pilar em estruturas porticadas de betão armado como totalmente rígidas, não só porque não existem modelos apropriados para que seja feito de outra forma, mas também porque muitas vezes os projetistas tão pouco têm a consciência da necessidade de modelar corretamente estes elementos estruturais [10]. Contudo nem todas as situações exigem uma modelação complexa que acrescenta volume de cálculo e esforço na modelação, e uma modelação com ligações rígidas em alguns casos é certamente mais do que suficiente. Surge então a necessidade de conseguir diferenciar os dois casos e criar critérios simples que permitam clarificar essa diferença.

Em estruturas metálicas já foram desenvolvidos critérios simplificados para identificar em que casos a modelação explícita das ligações viga-pilar é necessária. Estes critérios foram adaptados ao modelo preconizado pela NP EN 1993-1-8 para as ligações viga-pilar que

consiste em molas rotacionais aplicadas nos extremos das vigas. Este modelo é apropriado para as estruturas metálicas pois a sua principal fonte de deformação está localizada na interface entre o topo das vigas e o núcleo da ligação e porque esta se deve sobretudo aos momentos aplicados nos extremos das vigas [10].

2.4.2. Critérios de classificação por rigidez de acordo com a NP EN 1993-8-8

Em [5] são apresentados 3 modelos básicos para ligações em estruturas metálicas:

- modelos simples – não transmitem momento, são usados quando a ligação pode ser considerada perfeitamente articulada;
- modelos contínuos – assumem que a deformação na ligação não afeta a análise global, sendo por isso considerada uma ligação rígida;
- modelos semi-contínuos – o comportamento da ligação não pode ser desprezado, ou seja, em termos de rigidez não pode ser considerada nem como rígida nem como perfeitamente articulada.

Para fácil classificação das ligações quanto à sua rigidez, a NP EN 1993-1-8 apresenta critérios simplificados de classificação aplicáveis em fase de projeto.

Denominando o momento na viga, no extremo adjacente ao eixo do pilar, por M_j e a variação do ângulo entre os eixos da viga e do pilar por ϕ , é possível definir um parâmetro $S_{j,ini}$, denominado rigidez rotacional inicial da ligação que representa a inclinação inicial da relação entre M_j e ϕ . Tendo uma viga de comprimento L_b , de momento de inércia I_b e módulo de elasticidade E_s , é possível definir uma rigidez inicial de referência por:

$$K_{b,ini} = \frac{E_s I_b}{L_b} \quad (2.1)$$

A NP EN 1993-1-8 classifica a ligação como nominalmente rígida se:

$$S_{j,ini} \geq 25K_{b,ini}, \quad (2.2)$$

para o caso de pórticos não contraventados ou

$$S_{j,ini} \geq 8K_{b,ini} \quad (2.3)$$

para o caso de pórticos contraventados.

Graficamente estes limites são representados na Figura 2.6. Note-se que o índice c se refere aos pilares e b é referente às vigas.

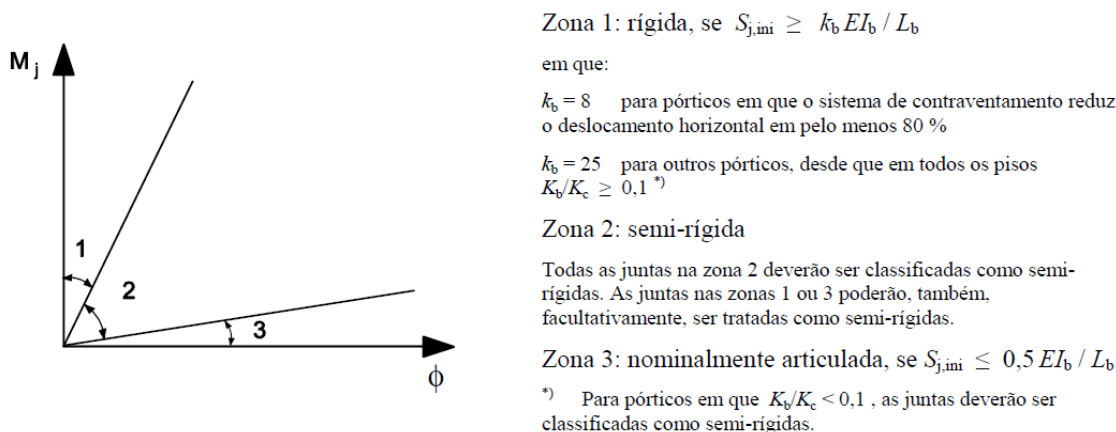


Figura 2.6: classificação das ligações segundo a sua rigidez pelo EC3 [5]

2.4.3. Aplicabilidade dos critérios usados na NP EN 1993-1-8 em estruturas de betão

À semelhança do que ocorre para ligações metálicas, também é reconhecido há muito que as ligações têm um efeito muito importante no comportamento das estruturas de betão pré-fabricado. Os estudos feitos sobre a temática das estruturas pré-fabricadas de betão conduziram a modelos e critérios de classificações para essas ligações muito semelhantes aos desenvolvidos para as estruturas metálicas.

Posto isto, é necessário avaliar se o mesmo pode ser feito para estruturas porticadas de betão armado betonadas *in situ*, ou seja, se é possível usar, ou pelo menos adaptar, os critérios de classificação usados para estruturas metálicas. Apesar de parecer pouco provável que os mesmos critérios possam ser aplicados a estruturas de materiais tão distintos, poder usufruir de critérios uniformes, independentemente do material, seria uma mais-valia para a uniformização dos princípios presentes nas normas europeias atualmente em vigor.

Tal como já referido anteriormente, as principais fontes de deformação das ligações viga-pilar são a deformação por corte do núcleo da ligação e a deformação na ancoragem. O comportamento ao corte do núcleo da ligação pode ser caracterizado pela relação do momento na viga à face do pilar com a deformação (variação do ângulo em relação à posição indeformada- Figura 2.3 b)) por corte, ou seja $M_b - \gamma$. No entanto esta relação depende da geometria, condições de apoio, relações constitutivas e carregamentos da estrutura não constituindo por isso uma forma objetiva de caracterizar a ligação. A Figura 2.7 é ilustrativa de como esta relação não é muito objetiva pois para o mesmo momento na ligação há dois modos de deformação completamente diferentes.

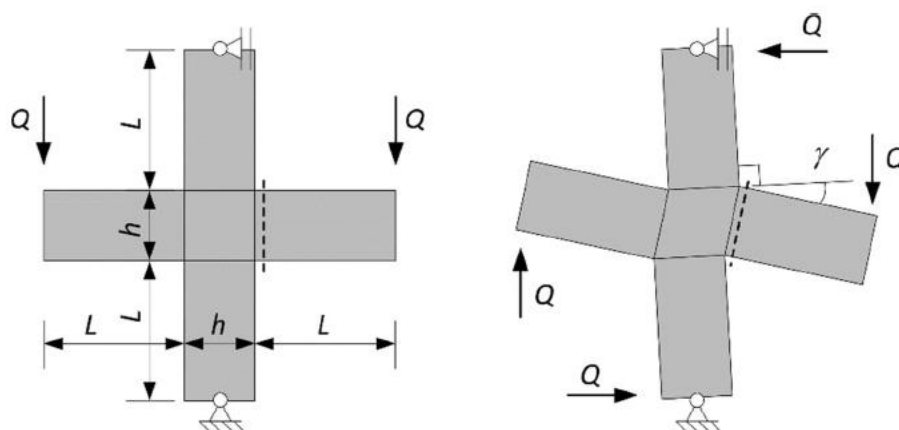


Figura 2.7: Subjetividade da relação $M_b - \gamma$ [10].

A importância do modo de deformação no núcleo da ligação e a subjetividade da relação $M_b - \gamma$ fazem com que o modelo e os critérios de ligação aplicados nas estruturas metálicas não sirvam para estruturas de betão. Em [1] são enumerados outros motivos para a impossibilidade de usar estes critérios:

- (i) nas estruturas metálicas a rigidez das vigas e dos pilares é caracterizada por um parâmetro de flexão em regime linear; nas estruturas de betão a fendilhação em tração e o comportamento não linear do material em compressão inviabilizam esta opção;
- (ii) nas estruturas metálicas a rigidez da ligação é determinada pela rigidez tangente inicial mas nas ligações viga-pilar em estruturas de betão armado as suas componentes têm um comportamento marcadamente não linear desde uma fase muito inicial do carregamento;
- (iii) a dimensão relativa das ligações em estruturas de betão não pode ser desprezada, ao contrário do que acontece com as estruturas metálicas em que é razoável uma modelação utilizando apenas os eixos dos elementos lineares;
- (iv) mesmo que apenas se considere o modo de deformação por corte do núcleo da ligação, diferentes comprimentos ou rigidezes à flexão das vigas adjacentes à ligação poderão levar à classificação da ligação como rígida ou não rígida dependendo de onde se colocar a mola angular equivalente;
- (v) é assumido que o quociente entre a rigidez à flexão das vigas e dos pilares é zero o que é um pressuposto excessivamente gravoso em estruturas de betão armado

Pelos motivos listados conclui-se que a utilização direta dos critérios simplificados utilizados em [5] não é adequado para estruturas de betão armado. Foram por isso determinados novos limites de rigidez que têm como princípio algumas destas limitações com base em critérios já

existentes. No mesmo trabalho mostrou-se que os critérios propostos na NP EN 1993-1-8 podiam ser aplicados a estruturas de betão armado em alguns casos muito específicos e que em algumas das situações as ligações em pórticos de betão armado deveriam ser classificadas como sendo semi-rígidas. Contudo critérios mais genéricos devem ser desenvolvidos.

2.5. Modelo rígido vs modelo explícito para ligação viga-pilar

Incorporando o modelo de ligação viga-pilar representado na Figura 2.4 na estrutura arquétipo representada na Figura 2.5, Costa [1] desenvolveu um conjunto de critérios simplificados destinados a avaliar os casos em que o modelo de ligação viga-pilar rígido conduz a uma boa estimativa do comportamento da estrutura. No entanto, por forma a obter expressões aplicáveis de forma expedita para os critérios simplificados, foi necessário proceder antes a algumas simplificações.

Foi então estabelecida uma nova estrutura mais simples onde se consideraram molas angulares nas extremidades das vigas e pilares, cuja rigidez é representada por S_{jb1} , S_{jb2} , S_{jc1} e S_{jc2} (Figura 2.8 à esquerda). Simplificadamente admitiu-se que a rigidez à flexão dos dois pilares é igual, assim como a rigidez das componentes de amarração e desprezou-se a flexibilidade das componentes de amarração em compressão tanto nos pilares como nas vigas (a fim de facilitar a substituição das duas molas lineares na extremidade de cada elemento 1D adjacente à ligação por uma mola angular). Quando tanto a rigidez das duas vigas adjacentes à ligação (EI_b) como a sua rigidez de amarração (S_b) são assumidas iguais (os momentos fletores, apesar de terem sinais contrários na extremidade das vigas, é expectável que tenham magnitudes idênticas, levando a percentagens de armadura, e logo rigidezes à flexão, também idênticas), a estrutura arquétipo definida (hiperestática) pode ser simplificadamente substituída pela representada na Figura 2.8 à direita. No entanto, nesta segunda estrutura, as rigidezes à flexão da viga e da correspondente amarração transformam-se em rigidezes equivalentes dadas por:

$$EI_{bEq} = (1 + \eta_b)EI_{b2} \quad (2.4)$$

$$S_{jbEq} = (1 + \eta_{Jb})S_{Jb2} \quad (2.5)$$

Neste caso $\eta_b = \eta_{Jb} = 1$. Contudo, a rigidez nas vigas não tem necessariamente de ser igual, e por isso η_b e η_{Jb} podem tomar os valores do quociente entre as respetivas rigidezes das vigas.

Neste capítulo apresentam-se as expressões que permitem determinar se o uso de um modelo rígido é suficiente para a análise de uma determinada estrutura porticada, ou se um modelo explícito, e logo mais complexo, é necessário.

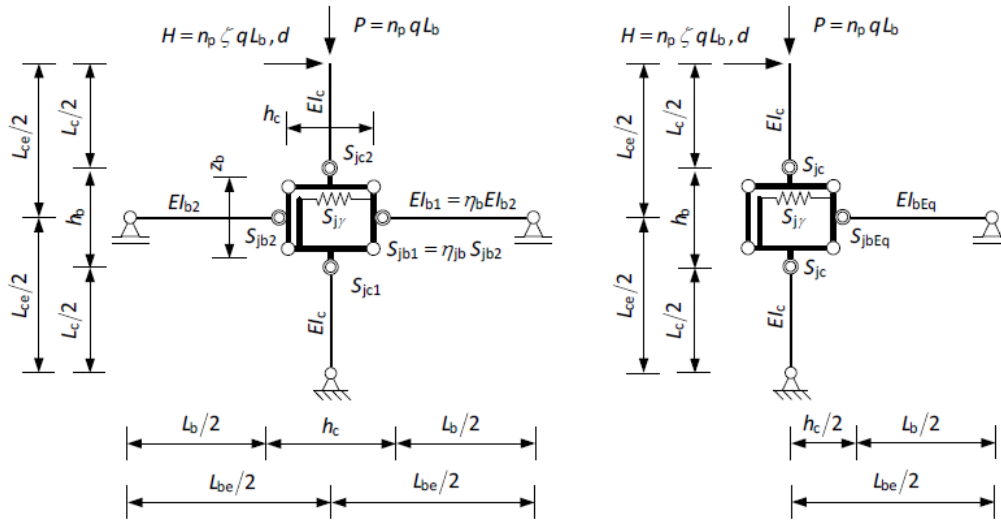


Figura 2.8: Estrutura arquétipo modelada com as ligações [1].

Na dedução dos critérios simplificados, começou-se por determinar o valor do deslocamento horizontal de primeira ordem na extremidade superior do pilar da subestrutura indicada na Figura 2.8 à direita. O valor total deste deslocamento é subdividido pela parcela relativa à deformabilidade das vigas d_b^{1st} , dos pilares d_c^{1st} e da ligação viga pilar d_j^{1st} que por sua vez pode ser dividida em parcelas resultantes das deformações por distorção da ligação $d_{j\gamma}^{1st}$, da amarração das vigas d_{jb}^{1st} e da amarração dos pilares d_{jc}^{1st} . As expressões para cada uma das parcelas é dada, desprezando as deformações associadas ao esforço transversal e axial, por:

$$d_b^{1st} = \frac{HL_b^3}{6EI_{bEq}} \frac{L_{ce}^2}{L_{be}^2}, \quad (2.6)$$

$$d_c^{1st} = \frac{HL_c^3}{6EI_c}, \quad (2.7)$$

$$d_{jb}^{1st} = \frac{H}{S_{jbEq}} \left(\frac{L_b L_{ce}}{L_{be}} \right)^2, \quad (2.8)$$

$$d_{jc}^{1st} = 2 \frac{H}{S_{jc}} \left(\frac{L_c}{2} \right)^2 = \frac{HL_c^2}{2S_{jc}} \text{ e} \quad (2.9)$$

$$d_{j\gamma}^{1st} = \frac{H}{S_{j\gamma}} \left(1 - \frac{L_b L_{ce}}{z_b L_{be}} \right)^2. \quad (2.10)$$

As rigidezes intervenientes são representadas pelos seus valores efetivos. A rigidez efetiva, ou equivalente, de um elemento é o valor para o qual um determinado nível de carga apresenta os

mesmos deslocamentos nodais que o elemento apresentaria se tivesse a distribuição de rigidez real. O valor de z_b é dado por $z_b = \beta_b h_b$, com $\beta_b \approx 0.765$.

Para as componentes das ligações importa também determinar as suas rigidezes normalizadas, definidas por:

$$k_{j\gamma} = \frac{S_{j\gamma}}{EI_{bEq} / (z_b^2 L_b)}, \quad (2.11)$$

$$k_{jb} = \frac{S_{jbEq}}{EI_{bEq} / L_b} e \quad (2.12)$$

$$k_{jc} = \frac{S_{jc}}{EI_{bEq} / L_b}. \quad (2.13)$$

A diferença relativa entre os deslocamentos laterais de primeira ordem numa determinada estrutura modelada com ligações rígidas e modelada de forma explícita, designa-se de erro relativo dos deslocamentos laterais e é definido por:

$$\varepsilon_d^{1st} = \varepsilon_{d,j\gamma}^{1st} + \varepsilon_{d,jb}^{1st} + \varepsilon_{d,jc}^{1st}, \quad (2.14)$$

onde

$$\varepsilon_{d,j\gamma}^{1st} = \frac{12(1 - \lambda_{j,b}^{-1} - \lambda_{j,c}^{-1} \beta_b)^2}{k_{j\gamma} [2(1 - \lambda_{j,b}^{-1})^2 + \rho(1 - \lambda_{j,c}^{-1})^2]}, \quad (2.15)$$

$$\varepsilon_{d,jb}^{1st} = \frac{12(1 - \lambda_{j,b}^{-1})^2}{k_{jb} [2(1 - \lambda_{j,b}^{-1})^2 + \rho(1 - \lambda_{j,c}^{-1})^2]}, \quad (2.16)$$

$$\varepsilon_{d,jc}^{1st} = \frac{6(1 - \lambda_{j,c}^{-1})^2}{k_{jc} [2(1 - \lambda_{j,b}^{-1})^2 + \rho(1 - \lambda_{j,c}^{-1})^2]} \quad (2.17)$$

Tomem-se os valores das esbeltezas simplificadas das vigas, pilares e ligações λ_b , λ_c e λ_j dadas pelas expressões

$$\lambda_b = \frac{L_{be}}{h_b}, \quad \lambda_c = \frac{L_{ce}}{h_{bc}} \quad \text{e} \quad \lambda_j = \frac{h_b}{h_c}. \quad (2.18)$$

As esbeltezas simplificadas $\lambda_{j,b}$ e $\lambda_{j,c}$ das expressões são dadas por:

$$\lambda_{j,b} = \lambda_j \lambda_b = \frac{L_{be}}{h_c} \quad \text{e} \quad \lambda_{j,c} = \frac{\lambda_c}{\lambda_j} = \frac{L_{ce}}{h_b} \quad (2.19)$$

e o quociente entre rigidez das vigas e dos pilares por

$$\rho = \frac{EI_{bEq} / L_b}{EI_c / L_c} \quad (2.20)$$

Seja α_{cr} o fator multiplicador da carga crítica de encurvadura correspondente ao primeiro modo de encurvadura da estrutura arquetipo. Caso este fator seja menor que 10 os efeitos de segunda ordem não podem ser desprezados. De acordo com algumas normas técnicas como [5], [15], [16] e [17] o valor de α_{cr} pode ser estimado simplifcadamente pela expressão:

$$\alpha_{cr} \approx \frac{HL}{Pd} \quad (2.21)$$

onde P é a carga vertical total transmitida pelos pisos acima do piso em análise, H a força de corte horizontal total nos pilares no piso em análise, L a altura entre pisos e d o deslocamento relativo de primeira ordem entre pisos (definido nas expressões (2.6) a (2.10)).

2.5.1. Classificação das ligações viga-pilar

São apresentados em [1] três critérios que permitem avaliar de forma simplificada o efeito da deformabilidade da ligação viga-pilar, estimando o erro que se introduz ao se admitir que essa ligação é rígida. O grau de exatidão de cada critério vai aumentando quando também for aumentando o seu nível de complexidade.

2.5.1.1. Critério simplificado 1

Um primeiro critério, mais conservador e simples, foi definido procurando a rigidez mínima da ligação que permite garantir um erro nos esforços inferior a um determinado limite definido por $\varepsilon_{M,tol}$. Este limite depende (i) da relação entre a carga vertical atuante e a carga vertical crítica em ligações rígidas, α_{cr}^{Rig} e (ii) do erro relativo dos deslocamentos laterais de primeira ordem, ε_d^{1st} .

Defina-se $k_{ji,min}$ como o valor da rigidez normalizada da componente i , correspondente a um determinado incremento de momento ε_M , quando as outras componentes são rígidas. A forma mais simples e conservadora de ter em conta o efeito da parcela ε_d^{1st} passa por determinar os valores de rigidez $k_{ji,min}$ mais gravosos e posteriormente combiná-los.

Para diferentes intervalos das esbeltezas λ os valores de $k_{j\gamma,min}$, $k_{jb,min}$ e $k_{jc,min}$ foram calculados em [1] e são apresentados na Tabela 2.1.

O incremento de momento anteriormente referido, ε_M é dado pela expressão:

$$\varepsilon_M \approx \frac{\varepsilon_d^{1st}}{\alpha_{cr}^{Rig} - \varepsilon_d^{1st} - 1} \quad (2.22)$$

A condição para que a ligação possa ser considerada rígida pode ser posta na forma:

$$\frac{k_{jb,\min}}{k_{jb}} + \frac{k_{jc,\min}}{k_{jc}} + \frac{k_{jy,\min}}{k_{jy}} \leq 1 \quad (2.23)$$

Para isso, assumiu-se um erro $\varepsilon_{M,\text{tol}}$ igual a 13,6% (valor implícito em [5]), para a definição das rigidezes mínimas, $\alpha_{cr}^{\text{Rig}} = 3$ e $\rho = 0$, de onde resultou:

$$\frac{25}{k_{jb}} + \frac{31}{k_{jc}} + \frac{23}{k_{jy}} \leq 1 \quad (2.24)$$

Tabela 2.1: Valores da esbelteza simplificada e correspondentes rigidezes normalizadas mínimas [1]

	combinação de λ	λ_c	λ_b	λ_j	$\varepsilon_{M,\text{tol}}^e$ [%]				
					5	10	13.6	15	20
$k_{jy,\min}$	1	10	15	0.5	57.6	30.2	22.9	21.0	16.4
$k_{jb,\min}$	2	5	15	2	63.0	33.0	25.1	23.0	18.0
$k_{jc,\min}$	3	10	5	0.5	79.0	41.4	31.4	28.8	22.6

2.5.1.2. Critério simplificado 2

O valor de α_{cr}^{Rig} , fixado em [18] para pórticos metálicos, quando aplicado a ligações viga-pilar de estruturas porticadas de betão armado, é muito conservador uma vez que estas estruturas são geralmente menos esbeltas que as estruturas metálicas. Para que α_{cr}^{Rig} possa ser considerado explicitamente, à expressão (2.14) pode ser dada a seguinte forma:

$$\varepsilon_{d,jy}^{1st} + \varepsilon_{d,jb}^{1st} + \varepsilon_{d,jc}^{1st} \leq \frac{\varepsilon_{M,\text{tol}} (\alpha_{cr}^{\text{Rig}} - 1)}{1 + \varepsilon_{M,\text{tol}}} \quad (2.25)$$

Substituindo os diversos $\varepsilon_{d,ji}^{1st}$ pelas expressões (2.15) a (2.17), considerando mais uma vez $\rho = 0$ e as combinações mais desfavoráveis de esbeltezas, obtém-se:

$$\frac{6.0}{k_{jb}} + \frac{7.5}{k_{jc}} + \frac{5.5}{k_{jy}} \leq \frac{\varepsilon_{M,\text{tol}} (\alpha_{cr}^{\text{Rig}} - 1)}{1 + \varepsilon_{M,\text{tol}}} \quad (2.26)$$

Para um valor de $\varepsilon_{M,\text{tol}} = 0,1$ (correspondente a uma tolerância de 10%), a expressão toma a forma:

$$\frac{66}{k_{jb}} + \frac{83}{k_{jc}} + \frac{60}{k_{jy}} \leq \alpha_{cr}^{\text{Rig}} - 1 \quad (2.27)$$

onde

$$\alpha_{cr}^{\text{Rig}} = \frac{HL_{ce}}{Pd} \quad (2.28)$$

Assumindo os valores mais gravosos das esbeltezas simplificadas, é possível determinar uma estimativa conservadora para os valores de $\varepsilon_{d,ji}^{1st}$ sem a necessidade de assumir que $\rho = 0$. Em [1] foram definidos estes valores: para $\varepsilon_{d,j\gamma}^{1st}$, $\varepsilon_{d,jb}^{1st}$ e $\varepsilon_{d,jc}^{1st}$ serem máximos o par $\{\lambda_{j,c}, \lambda_{j,b}\}$ deverá tomar respetivamente o valor $\{20,30\}$, $\{2.5,30\}$ e $\{20,2.5\}$. Substituindo-se nas expressões (2.15) a (2.17) obtém-se:

$$\varepsilon_{d,j\gamma,\max}^{1st} = \frac{10.3}{k_{j\gamma}(1.87 + 0.90\rho)} \quad (2.29)$$

$$\varepsilon_{d,jb,\max}^{1st} = \frac{11.2}{k_{jb}(1.87 + 0.36\rho)} \quad (2.30)$$

$$\varepsilon_{d,jc,\max}^{1st} = \frac{5.4}{k_{jc}(0.72 + 0.90\rho)} \quad (2.31)$$

Substituindo estas expressões em (2.25), para $\varepsilon_{M,tol} = 7.5\%$ obtém-se a expressão:

$$\frac{148}{k_{j\gamma}(1.87 + 0.90\rho)} + \frac{161}{k_{jb}(1.87 + 0.36\rho)} + \frac{78}{k_{jc}(0.72 + 0.90\rho)} \leq \alpha_{cr}^{Rig} - 1. \quad (2.32)$$

2.5.1.3. Critério simplificado 3

Aplicando diretamente a expressão (2.25) em ordem a ε_d^{1st} , admitindo que o erro máximo tem tolerância $\varepsilon_{M,tol} = 5\%$, e que, contrariamente aos critérios anteriores, $\rho \neq 0$ obtém-se o seguinte critério

$$\varepsilon_{d,j\gamma}^{1st} + \varepsilon_{d,jb}^{1st} + \varepsilon_{d,jc}^{1st} \leq \frac{\alpha_{cr} - 1}{21}. \quad (2.33)$$

Este é obviamente um critério mais rigoroso já que reduz o número de simplificações.

2.6. Modelo explícito vs. modelo de eixos para ligação viga-pilar

Anteriormente foram definidos critérios que determinam o efeito da deformabilidade das ligações viga-pilar comparando os modelos de ligação rígido com o explícito. É contudo, como já aqui referido, comum que essas ligações sejam modeladas implicitamente, através do uso de um modelo de eixos. Contrariamente ao que sucede com os outros casos, o modelo de eixos não tem em consideração a dimensão da ligação, pois a sua deformabilidade é considerada na deformabilidade dos troços lineares que se situam no interior da própria ligação Figura 2.9.

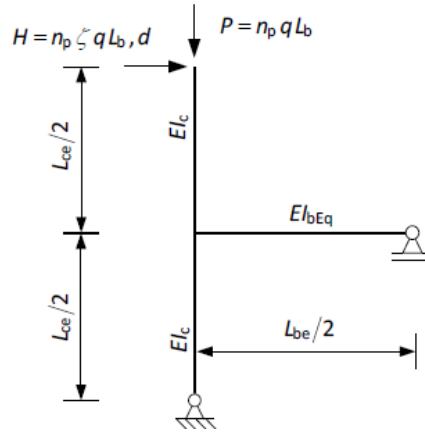


Figura 2.9: Subestrutura para o modelo de eixos [1].

Nesta estrutura arquétipo o deslocamento lateral na extremidade superior do pilar é dado pela soma de uma parcela referente às vigas, $d_b^{1st,e}$, com uma parcela referente aos pilares, $d_c^{1st,e}$. Por sua vez cada uma delas é dada pela soma de uma parcela referente aos pilares das estruturas arquétipo definidas anteriormente, d_b^{1st} e d_c^{1st} e outra parcela referente à deformação dos troços no interior da ligação, d_{hb}^{1st} e d_{hc}^{1st} segundo as expressões:

$$d_b^{1st,e} = \frac{HL_{be}L_{ce}^2}{6EI_{bEq}} = d_b^{1st} + d_{hc}^{1st} \quad (2.34)$$

$$d_c^{1st,e} = \frac{HL_{ce}^3}{12EI_c} = d_c^{1st} + d_{hb}^{1st} \quad (2.35)$$

As referidas deformações dos troços são dadas por:

$$d_{hc}^{1st,e} = \frac{H(L_{be}^3 - L_b^3)}{6EI_{bEq}} \frac{L_{ce}^2}{L_{be}^2} \quad (2.36)$$

$$d_{hb}^{1st,e} = \frac{H(L_{ce}^3 - L_c^3)}{12EI_c} \quad (2.37)$$

O erro relativo dos deslocamentos laterais (por comparação da modelação recorrendo ao modelo explícito e, definido na secção anterior) é dado desta vez por:

$$\varepsilon_d^{1st,e} = \varepsilon_{d,j\gamma}^{1st,e} + \varepsilon_{d,jb}^{1st,e} + \varepsilon_{d,jc}^{1st,e} - \varepsilon_{d,hc}^{1st,e} - \varepsilon_{d,hb}^{1st,e} \quad (2.38)$$

onde

$$\varepsilon_{d,j\gamma}^{1st,e} = \frac{12(1 - \lambda_{j,b}^{-1} - \lambda_{j,b}^{-1}\beta_b)^2}{k_{j\gamma} \left[2(1 - \lambda_{j,b}^{-1})^{-1} + \rho(1 - \lambda_{j,c}^{-1})^{-1} \right]}, \quad (2.39)$$

$$\varepsilon_{d,jb}^{1st,e} = \frac{12(1-\lambda_{j,b}^{-1})^2}{k_{jb} \left[2(1-\lambda_{j,b}^{-1})^{-1} + \rho(1-\lambda_{j,c}^{-1})^{-1} \right]}, \quad (2.40)$$

$$\varepsilon_{d,jc}^{1st,e} = \frac{6(1-\lambda_{j,c}^{-1})^2}{k_{jc} \left[2(1-\lambda_{j,b}^{-1})^{-1} + \rho(1-\lambda_{j,c}^{-1})^{-1} \right]}, \quad (2.41)$$

$$\varepsilon_{d,hb}^{1st,e} = \rho \frac{(1-\lambda_{j,c}^{-1})^{-1} - (1-\lambda_{j,c}^{-1})^2}{2(1-\lambda_{j,b}^{-1})^{-1} + \rho(1-\lambda_{j,c}^{-1})^{-1}} e \quad (2.42)$$

$$\varepsilon_{d,hc}^{1st,e} = \rho \frac{(1-\lambda_{j,b}^{-1})^{-1} - (1-\lambda_{j,b}^{-1})^2}{2(1-\lambda_{j,b}^{-1})^{-1} + \rho(1-\lambda_{j,c}^{-1})^{-1}} \quad (2.43)$$

2.6.1. Classificação das ligações viga-pilar

Em concordância com o que foi feito quando se comparou o modelo explícito com o modelo rígido, quando a comparação é feita com o modelo de eixos, também foram desenvolvidos três critérios simplificados e que vão igualmente sendo sucessivamente mais complexos mas menos conservadores.

2.6.1.1. Critério simplificado 1

Em [1], e paralelamente ao que foi feito anteriormente, foram determinadas as rigidezes normalizadas mínimas, aqui relativas ao modelo de eixos. Os resultados apresentam-se na Tabela 2.2.

Tabela 2.2: Esbelteza simplificada considerada e correspondentes mínimos de rigidez normalizada [1]

	combinação de λ	$\lambda_{j,c}$	$\lambda_{j,b}$	$\varepsilon_{M,tol}^e$ [%]				
				5	10	13.6	15	20
$k_{j\gamma,min}^e$	1	20	30	26.0	17.9	14.9	14.0	11.6
$k_{jb,min}^e$	2	20	30	28.2	19.5	16.1	15.2	12.6
$k_{jc,min}^e$	3	20	30	13.6	9.4	7.8	7.3	6.1

Considerando mais uma vez $\alpha_{cr}^{Rig} = 3$ e $\varepsilon_{M,tol}^e = 13,6\%$ o modelo de eixos poderá ser usado se for verificada a expressão:

$$\frac{16}{k_{jb}} + \frac{8}{k_{jc}} + \frac{15}{k_{j\gamma}} \leq 1 \quad (2.44)$$

2.6.1.2. Critério simplificado 2

À semelhança com o que foi feito para o segundo critério da secção anterior, partindo da expressão

$$\varepsilon_{d,j\gamma}^{1st,e} + \varepsilon_{d,jb}^{1st,e} + \varepsilon_{d,jc}^{1st,e} - \varepsilon_{d,hc}^{1st,e} - \varepsilon_{d,hb}^{1st,e} \leq \frac{\varepsilon_{M,tol}^e (\alpha_{cr}^e - 1)}{1 + \varepsilon_{M,tol}^e} \quad (2.45)$$

e assumindo um valor de $\rho = 0$, $\lambda_{j,c} = 20$ e $\lambda_{j,b} = 30$ nas expressões (2.39) a (2.43) obtemos:

$$\frac{5.4}{k_{jb}} + \frac{2.6}{k_{jc}} + \frac{5.0}{k_{j\gamma}} - 0.097 \leq \frac{\varepsilon_{M,tol}^e (\alpha_{cr}^{Rig} - 1)}{1 + \varepsilon_{M,tol}^e}, \quad (2.46)$$

que para um valor $\varepsilon_{M,tol}^e = 10\%$ conduz a:

$$\frac{59}{k_{jb}} + \frac{29}{k_{jc}} + \frac{55}{k_{j\gamma}} \leq \alpha_{cr}^e + 1. \quad (2.47)$$

Para o par de valores $\{\lambda_{j,c}, \lambda_{j,b}\} = \{20, 30\}$ (situação mais gravosa), as parcelas $\varepsilon_{d,ji}^{1st}$ dadas nas expressões (2.39) a (2.43), independentemente do valor de ρ , tomam os seguintes valores

$$\varepsilon_{d,j\gamma,max}^{1st,e} = \frac{10.34}{k_{j\gamma} (2.07 + 1.05\rho)}, \quad (2.48)$$

$$\varepsilon_{d,jb,max}^{1st,e} = \frac{11.21}{k_{jb} (2.07 + 1.05\rho)}, \quad (2.49)$$

$$\varepsilon_{d,jc,max}^{1st,e} = \frac{5.42}{k_{jc} (2.07 + 1.05\rho)}, \quad (2.50)$$

$$\varepsilon_{d,hc,min}^{1st,e} = \frac{0.15\rho}{2.07 + 1.05\rho} \text{ e} \quad (2.51)$$

$$\varepsilon_{d,hb,min}^{1st,e} = \frac{0.07}{2.07 + 1.05\rho} \quad (2.52)$$

Para $\varepsilon_{M,tol}^e = 7.5\%$ a expressão (2.45) ficará:

$$\frac{148}{k_{j\gamma}} + \frac{161}{k_{jb}} + \frac{78}{k_{jc}} \leq \alpha_{cr}^e (2 + \rho) + 2.2\rho - 1 \quad (2.53)$$

2.6.1.3. Critério simplificado 3

Mais uma vez em paralelismo com o realizado na secção anterior, o modelo de eixos poderá ser usado se a expressão seguinte, que assume $\varepsilon_{M,tol}^e = 5\%$, for verificada:

$$\varepsilon_{d,j\gamma}^{1st,e} + \varepsilon_{d,jb}^{1st,e} + \varepsilon_{d,jc}^{1st,e} - \varepsilon_{d,hc}^{1st,e} - \varepsilon_{d,hb}^{1st,e} \leq \frac{\alpha_{cr}^e - 1}{21} \quad (2.54)$$

Estes são os critérios propostos para a definição do tipo de modelação das ligações. Foi referido anteriormente que o objetivo destes critérios é serem aplicados previamente a uma análise estrutural. Contudo nesta fase ainda não são conhecidas as propriedades geométricas e mecânicas dos diversos elementos da estrutura em estudo. Inicialmente o que se faz é uma estimativa para os parâmetros da rigidez efetiva dos elementos lineares (vigas e pilares) e das componentes da ligação, estimativa essa, que depois é validada ou não após o dimensionamento da estrutura.

Outra solução passa por utilizar os critérios após o dimensionamento da estrutura. Passa assim a ser conhecida *à priori* a geometria e rigidez dos elementos e as componentes da ligação, mas traz-se o risco de se ter escolhido o tipo de modelo errado e de todo o dimensionamento ter de ser repetido.

3. AVALIAÇÃO DOS CRITÉRIOS SIMPLIFICADOS DE LIGAÇÃO VIGA-PILAR

3.1. Definição das estruturas

Para a validação dos critérios expostos anteriormente foram estudadas um conjunto de diferentes estruturas. Com elas procurou-se perceber a aplicabilidade desses critérios para uma variada gama de propriedades geométricas e mecânicas, analisando o incremento de esforços que se obtém ao usar um modelo explícito para as ligações em vez do modelo de eixos ou do modelo rígido. Este incremento não deverá ser inferior a 5% para que possa ser considerado relevante para a análise.

A estrutura que servirá como base para o estudo é um pórtico interior de uma estrutura regular, não contraventada, de 5 pisos e 5 vãos em betão C30/35 com módulo de elasticidade $E=30\text{GPa}$. O comprimento das vigas é de 6m e dos pilares de 3,5m. As esbeltezas simplificadas iniciais assumidas são $\lambda_c = 8$, $\lambda_b = 12$ e $\lambda_j = 1.25$. Sobre a estrutura atuarão cargas uniformes q nas vigas (transmitidas da laje) e cargas pontuais nos nós da grelha formada pelas vigas e pilares, provenientes das vigas ortogonais ao plano do pórtico. Atuará ainda uma carga horizontal que poderá representar as forças de inércia decorrentes de um sismo. Esta carga surge do deslocamento diferencial que a estrutura sofre em caso da atuação de um sismo, e corresponde à aplicação de um carregamento sobre as vigas proporcional à massa da própria estrutura. Numa primeira fase assumiu-se que o quociente entre as forças horizontais e verticais (ζ) aplicadas à estrutura é de 10%. As cargas uniformes atuarão apenas no vão livre das vigas, ou seja, entre as faces dos pilares. O peso próprio dos elementos lineares será desprezado. A secção das vigas e dos pilares é determinada a partir das respetivas esbeltezas simplificadas tendo sido fixada a largura da secção transversal das vigas em 30cm e a largura da secção transversal dos pilares em 25cm. A base dos pilares inferiores foi considerada encastrada ao exterior. A Figura 3.1 mostra a geometria da estrutura base que se usará na análise que se seguirá.

Numa primeira fase foi ainda admitido que o coeficiente de rigidez normalizado das componentes das ligações viga-pilar é $k_{jb} = k_{jc} = k_{j\gamma} = 10$, que se traduz, por aplicação das expressões (2.11) a (2.13) num conjunto de rigidezes angulares.

Estas rigidezes angulares podem ser relacionadas com as rigidezes das componentes amarração em tração das vigas e dos pilares. Atendendo a que, como já se disse, se desprezou a flexibilidade da componente amarração à compressão, teremos

$$S_{jb1} = \eta_{jb} S_{jb2}, \quad (3.1)$$

$$S_{jb2} \approx S_{jb2T} z_b^2 \text{ e} \quad (3.2)$$

$$S_{jc1} = S_{jc2} \approx S_{jc1T} z_c^2 = S_{jc2T} z_c^2. \quad (3.3)$$

Procedendo deste modo, obtém-se a rigidez para as componentes apresentada na Tabela 3.1. Recorde-se que as condições no pórtico, para as ligações interiores e para as ligações exteriores, são diferentes pois também é diferente o número de elementos viga que se liga a cada uma das ligações.

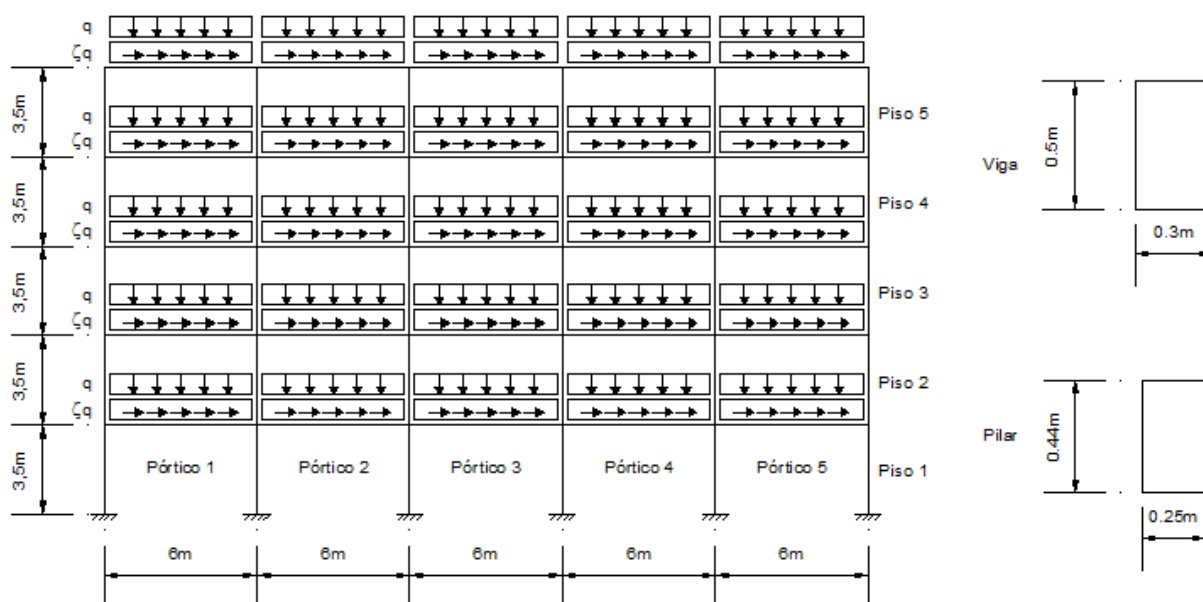


Figura 3.1: Geometria do pórtico base usado na avaliação dos critérios simplificados.

Tabela 3.1: Rigidez das componentes da ligação viga pilar para a rigidez normalizada inicial

	<i>Ligações Interiores</i>	<i>Ligações de Extremidade</i>
S_{jbC}	∞	∞
S_{jbT}	2303925	1151963
S_{jcC}	∞	∞
S_{jcT}	3865161	1932580
S_{jy}	2303925	1151963

Para a definição do carregamento inicial procedeu-se a uma quantificação de ações seguindo as indicações do EC1 [19], atribuindo aos edifícios em estudo uma utilização de escritórios (categoria B). Nestas condições os edifícios estarão sujeitos a uma sobrecarga de 3 kN/m² e a

uma carga permanente de 8.2kN/m^2 proveniente do peso próprio da laje, que foi admitida de espessura de 20cm, das paredes divisórias e de um revestimento de 10cm. Tratando-se de uma laje vigada quadrangular de $6 \times 6 \text{ m}^2$, para os estados limites últimos a carga proveniente da laje em cada uma das vigas que a suportam será de 23.36 kN/m (assumindo um coeficiente de repartição de 50% em cada direção).

3.2. Modelação no EvalS

A modelação e análise das diferentes estruturas, é feita recorrendo ao programa EvalS [3]. O trabalho desenvolvido em [1] possibilitou que nele fosse possível introduzir a ligação viga-pilar como um elemento finito e autónomo. Assim, passou a ser possível estudar o efeito real da deformação das ligações nos esforços globais, nos esforços de 2ª ordem e mesmo na própria deformação da estrutura.

Para cada estrutura definida são feitas três análises distintas que diferenciam as várias formas de modelar a ligação: explícita, rígida e de eixos.

Definida a geometria da estrutura, bem como a rigidez das componentes da ligação, é possível introduzir no programa as características geométricas e mecânicas das ligações existentes no pórtico como mostra a Figura 3.2. Desta forma é possível introduzir nas coordenadas dos nós do pórtico as ligações, exteriores e interiores, bem como os elementos lineares (materializam as vigas e pilares e finalmente os respetivos aparelhos de apoio).

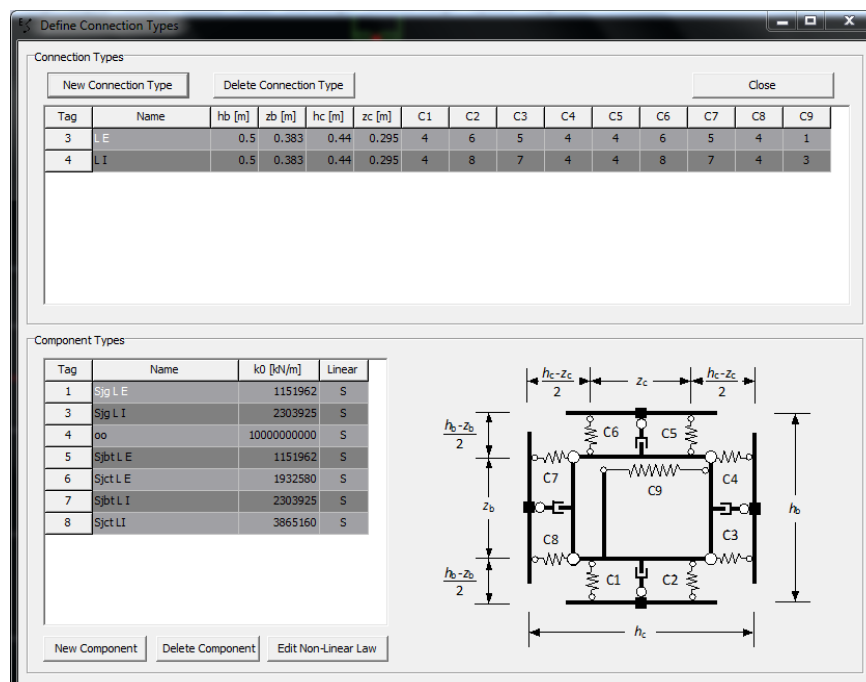


Figura 3.2: Quadros de *input* das ligações viga-pilar do programa EvalS

A cada elemento linear corresponderá uma secção transversal, cujas propriedades são introduzidas no EvalS fazendo uso do formulário de *input* representado na Figura 3.3.

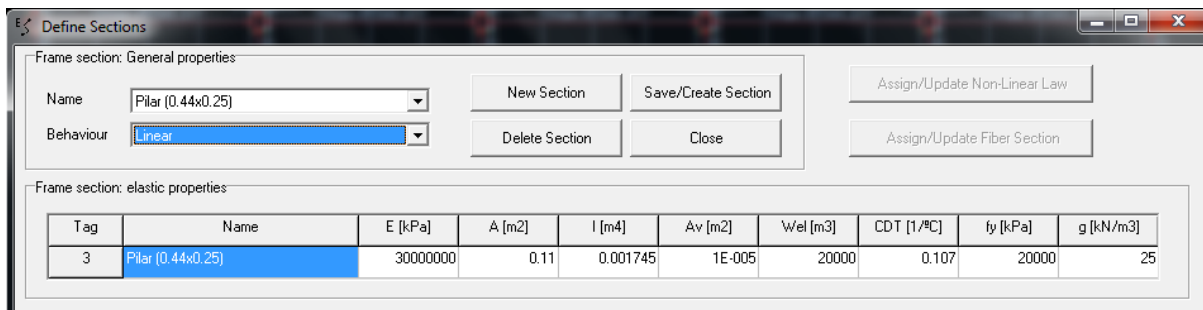


Figura 3.3: Formulário de *input* para as propriedades mecânicas das secções transversais dos elementos lineares do programa EvalS.

A configuração genérica da estrutura base está representada na Figura 3.4.

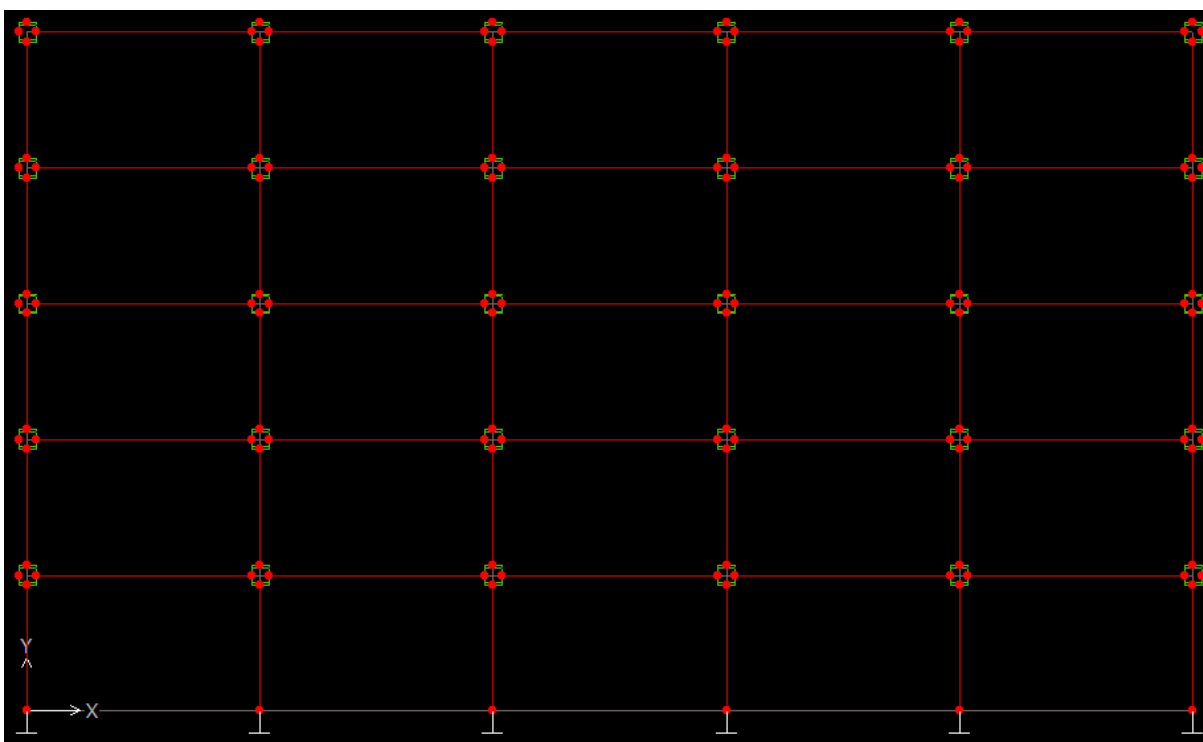


Figura 3.4: Modelo do pórtico base com modelação explícita das ligações viga-pilar.

A análise das estruturas é levada a cabo contabilizando os efeitos de segunda ordem com recurso ao método P- Δ . É assim possível perceber de que forma a deformação das ligações viga-pilar influencia a ampliação de esforços na estrutura, comparando os esforços obtidos ao se modelar as ligações rigidamente (ou por eixos) com a modelação explícita. Esta

comparação é feita calculando o incremento dos esforços de segunda ordem dado pela diferença entre a variação de momentos em cada piso no modelo explícito e no modelo rígido (ou no modelo de eixos).

Seja j o número de pilares em cada piso i , o primeiro passo na avaliação da amplificação de esforços é calcular a soma dos momentos nas extremidades dos pilares de cada piso dada por

$$\sum \Delta M_i = \sum_{k=1}^j (M_{k,i}^t - M_{k,i}^b), \quad (3.4)$$

onde $M_{k,i}^t$ e $M_{k,i}^b$ são respetivamente os momentos no topo e na base do pilar k . O incremento de esforços para o piso i , provocado pela deformação da ligação, em relação ao modelo rígido é dado por

$$\mathcal{E}_{MG,i}^{Rig} = \frac{\sum \Delta M_i^{NRig} - \sum \Delta M_i^{Rig}}{\sum \Delta M_i^{Rig}}, \quad (3.5)$$

e em relação ao modelo de eixos é dado por

$$\mathcal{E}_{MG,i}^e = \frac{\sum \Delta M_i^{NRig} - \sum \Delta M_i^e}{\sum \Delta M_i^e}. \quad (3.6)$$

Os índices *NRig*, *Rig* e *e* referem-se respetivamente à modelação explícita, rígida e de eixos.

Para simulação das ligações rígidas atribui-se uma rigidez suficientemente elevada às componentes da ligação para que esta rigidez possa ser considerada infinita. Por sua vez a modelação da estrutura pelo modelo de eixos a ligação viga-pilar é substituída por elementos lineares que se prolongam até ao centro da ligação como se mostra na Figura 3.5. Desta forma a ligação não existe como um elemento independente, é antes simulada pela continuidade dos elementos que lhe estão adjacentes. Desta forma é também possível manter igual o carregamento aplicado, com exceção do topo dos pórticos, onde o nó superior da ligação desaparece e a carga pontual passa a ser aplicada no nó central.

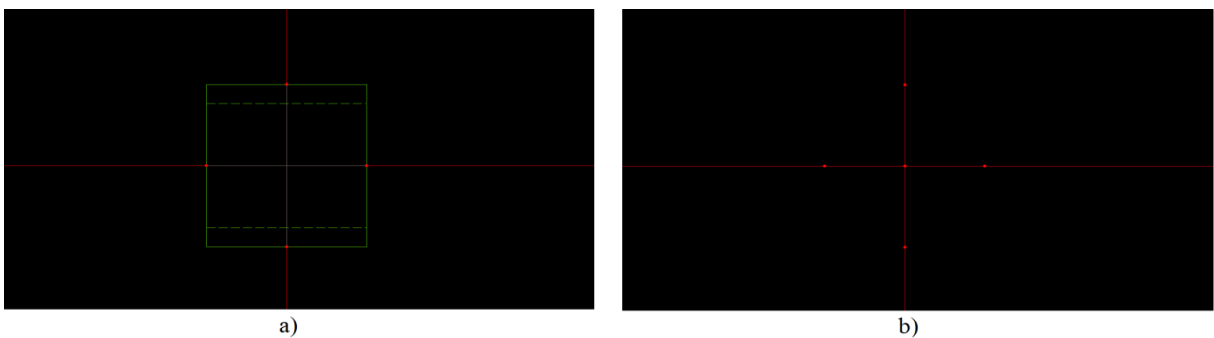


Figura 3.5: a) modelação da ligação de forma explícita; b) modelação da ligação pelo modelo de eixos.

3.3. Correção dos critérios simplificados de classificação

Aquando da aplicação dos critérios foram notados pequenos erros nos critérios de classificação que deverão ser corrigidos. Na comparação dos modelos explícitos e de eixos uma das expressões usadas para o critério simplificado 2 é a expressão (2.47). Para um incremento de 10% a expressão a usar será na realidade

$$\frac{59}{k_{jb}} + \frac{29}{k_{jc}} + \frac{55}{k_{jy}} \leq \alpha_{cr}^e. \quad (3.7)$$

Também a expressão (2.52) deverá ser alterada para a seguinte expressão:

$$\varepsilon_{d,hb,min}^{1st,e} = \frac{0.20}{2.07 + 1.05\rho}, \quad (3.8)$$

resultando na alteração da segunda expressão do critérios simplificado 2, dada pela expressão (2.53) para:

$$\frac{148}{k_{jy}} + \frac{161}{k_{jb}} + \frac{78}{k_{jc}} \leq \alpha_{cr}^e (2 + \rho) + 1.1\rho - 1 \quad (3.9)$$

3.4. Análise dos critérios simplificados de classificação

3.4.1. Análise paramétrica inicial

A análise dos critérios é levada a cabo fazendo um estudo paramétrico a partir da estrutura base definida anteriormente em que os parâmetros variados são:

- (i) o esforço axial reduzido;
- (ii) a esbelteza dos pilares;
- (iii) a esbelteza das vigas;
- (iv) o n° de pisos;
- (v) o número de vãos.

Numa primeira fase, para cada parâmetro, foram definidas três estruturas que permitam ter uma abrangência tal que se esperaria permitir avaliar se os critérios simplificados permitem identificar quando passa a ser necessário uma modelação explícita das ligações. Cada uma dessas estruturas corresponderá a um valor, de entre uma gama de valores mais alargada que se pensou poderem conduzir a conclusões aceitáveis dentro de cada critério. Assim para o esforço axial reduzido consideraram-se valores de 0.25, 0.50 e 0.75. Para a esbelteza dos pilares foram admitidas inicialmente valores de 6, 8 e 10, e para a esbelteza das vigas os valores assumidos inicialmente foram de 10, 12 e 14. Em relação ao n° de pisos foram assumidos inicialmente 5, 10 e 15 pisos e finalmente para o n° de vãos consideraram-se 1, 5 e 10. Os resultados da análise destas estruturas apresentam-se no anexo

Anexo A.

Os três critérios simplificados foram determinados para subestruturas correspondentes ao 1º piso pois é aqui que os pilares apresentam maiores valores de esforço axial e são, por este motivo, mais desfavoráveis aos efeitos das deformações. A estimativa dos deslocamentos transversais da subestrutura foi feita considerando simplificada que as cargas aplicadas ao nível do piso 1 estão contabilizadas no pilar superior [1].

Para os critérios simplificados (CS) definidos anteriormente e para cada uma das estruturas é identificado se é necessário recorrer a um modelo explícito (E) ou se basta considerar um modelo rígido (R) ou de eixos (S), conforme o critério em análise. Para cada expressão é ainda apresentado o respetivo membro da esquerda (ME) e o membro da direita (MD), calculado para a ligação interior e para a ligação exterior de cada estrutura.

A análise das estruturas da primeira fase mostrou que, para as características definidas, não é possível obter na maioria dos casos incrementos de esforços, quando se modela explicitamente a ligação, sequer perto dos 5%. Assim não foi também possível retirar conclusões que permitam perceber a influência de se considerar ou não, de forma implícita, a deformação das ligações numa estrutura porticada de betão armado. A análise dos resultados permitiu também perceber que a variação do nº de vãos não altera os valores dos membros da direita e da esquerda dos critérios. Não se verificando alterações nos valores dos critérios, mesmo alterando as configurações às estruturas, não podem ser retiradas conclusões relativamente a estes mesmos critérios. Por este motivo a análise da variação do nº de vãos foi dispensada.

Para procurar ter resultados mais satisfatórios que permitam ter incrementos dos momentos mais próximos dos desejados, afinou-se a gama de valores para os parâmetros estudados e alterou-se a estrutura base, alterando o valor da rigidez das componentes das ligações viga-pilar.

3.4.2. Afinação da rigidez das ligações viga-pilar

Para este estudo foram testadas rigidezes normalizadas de 3, 5 e 10 ($k_{jb} = k_{jc} = k_{jy}$) dando origem à rigidez das ligações que se apresentam na Tabela 3.2 sendo o processo de análise dos critérios e das estruturas feito como desenvolvido anteriormente.

Os resultados apresentados nas Tabela 3.3 a Tabela 3.6 são dispostos da mesma forma que os resultados anteriores. A expressão (2.25), no caso da comparação entre os modelos rígido e explícito, e a expressão (2.45), quando são comparados os modelos de eixos e explícito, permitem obter um valor teórico para o incremento de esforços se as inequações forem

escritas em ordem a $\varepsilon_{M,tol}$ e a $\varepsilon_{M,tol}^e$ respetivamente. A Tabela 3.7 indica o incremento real de esforços obtido pelas expressões (3.5) e (3.6) para os momentos retirados do programa EvalS.

Tabela 3.2: Rigidez das componentes da ligação viga-pilar

	$k=3$		$k=5$		$k=10$	
	<i>Ligações Interiores</i>	<i>Ligações de Extremidade</i>	<i>Ligações Interiores</i>	<i>Ligações de Extremidade</i>	<i>Ligações Interiores</i>	<i>Ligações de Extremidade</i>
S_{jbC}	∞	∞	∞	∞	∞	∞
S_{jbT}	691178	345589	1151963	575981	2303925	1151963
S_{jcC}	∞	∞	∞	∞	∞	∞
S_{jcT}	1159548	579774	1932580	966290	3865161	1932580
$S_{j\gamma}$	691178	345589	1151963	575981	2303925	1151963

Tabela 3.3: Resultado da classificação das ligações viga-pilar interiores - Exp. vs Rig.

<i>Caso</i>	<i>CS 1 (2.24)</i>			<i>CS 2 (2.27)</i>			<i>CS 2 (2.32)</i>			<i>CS 3 (2.33)</i>			
	<i>M.E</i>	<i>M.D</i>	<i>Tipo</i>	<i>M.E</i>	<i>M.D</i>	<i>Tipo</i>	<i>M.E</i>	<i>M.D</i>	<i>Tipo</i>	<i>M.E</i>	<i>M.D</i>	<i>e_M [%]</i>	<i>Tipo</i>
$k_{ij}=3$	26.33	1.00	E	69.67	28.87	E	45.49	28.87	E	2.43	1.37	9.20	E
$k_{ij}=5$	15.80	1.00	E	41.80	28.87	E	27.29	28.87	R	1.46	1.37	5.33	E
$k_{ij}=10$	7.90	1.00	E	20.90	28.87	R	13.65	28.87	R	0.73	1.37	2.59	R

Tabela 3.4: Resultado da classificação das ligações viga-pilar exteriores - Exp. vs Rig.

<i>Caso</i>	<i>CS 1 (2.24)</i>			<i>CS 2 (2.27)</i>			<i>CS 2 (2.32)</i>			<i>CS 3 (2.33)</i>			
	<i>M.E</i>	<i>M.D</i>	<i>Tipo</i>	<i>M.E</i>	<i>M.D</i>	<i>Tipo</i>	<i>M.E</i>	<i>M.D</i>	<i>Tipo</i>	<i>M.E</i>	<i>M.D</i>	<i>e_M [%]</i>	<i>Tipo</i>
$k_{ij}=3$	26.33	1.00	E	69.67	37.50	E	58.87	37.50	E	3.14	1.79	9.13	E
$k_{ij}=5$	15.80	1.00	E	41.80	37.50	E	35.32	37.50	R	1.88	1.79	5.28	E
$k_{ij}=10$	7.90	1.00	E	20.90	37.50	R	17.66	37.50	R	0.94	1.79	2.57	R

Tabela 3.5: Resultado da classificação das ligações viga-pilar interiores - Exp. vs Eix.

<i>Caso</i>	<i>CS 1 (2.44)</i>			<i>CS 2 (2.47)</i>			<i>CS 2 (2.53)</i>			<i>CS 3 (2.54)</i>			
	<i>M.E</i>	<i>M.D</i>	<i>Tipo</i>	<i>M.E</i>	<i>M.D</i>	<i>Tipo</i>	<i>M.E</i>	<i>M.D</i>	<i>Tipo</i>	<i>M.E</i>	<i>M.D</i>	<i>e_M [%]</i>	<i>Tipo</i>
$k_{ij}=3$	13.00	1.00	E	47.67	21.26	E	129.00	84.00	E	1.44	0.96	7.67	E
$k_{ij}=5$	7.80	1.00	E	28.60	21.26	E	77.40	84.00	S	0.75	0.96	3.85	S
$k_{ij}=10$	3.90	1.00	E	14.30	21.26	S	38.70	84.00	S	0.23	0.96	1.15	S

Tabela 3.6: Resultado da classificação das ligações viga-pilar exteriores – Exp. Vs Eix.

Caso	CS 1 (2.44)			CS 2 (2.47)			CS 2 (2.53)			CS 3 (2.54)			
	M.E	M.D	Tipo	M.E	M.D	Tipo	M.E	M.D	Tipo	M.E	M.D	e_M [%]	Tipo
$k_{ij}=3$	13.00	1.00	E	47.67	28.47	E	129.00	84.03	E	2.06	1.31	8.10	E
$k_{ij}=5$	7.80	1.00	E	28.60	28.47	E	77.40	84.03	S	1.13	1.31	4.29	S
$k_{ij}=10$	3.90	1.00	E	14.30	28.47	S	38.70	84.03	S	0.44	1.31	1.61	S

Tabela 3.7: Incremento relativo dos esforços por piso em % variando a rigidez das ligações

Piso	k_{ij}					
	Explícito vs. Rígido			Explícito vs. Eixos		
	3	5	10	3	5	10
1	1.69	1.13	0.63	1.14	0.59	0.09
2	4.01	2.46	1.26	2.91	1.37	0.18
3	3.46	2.08	1.04	2.58	1.21	0.18
4	2.34	1.39	0.69	1.76	0.81	0.12
5	1.25	0.73	0.36	0.96	0.44	0.06

Note-se, desta última tabela, que o maior valor de incremento de momentos se encontra no piso 2 e não no piso 1, como se esperaria. Isto acontece pois os pórticos considerados são encastrados na base o que faz com que o deslocamento relativo entre os pilares nas imediações dos apoios seja bastante mais baixo. Ou seja, o efeito dos apoios conduz a uma redução do efeito das deformações no primeiro piso. Para que seja possível retirar conclusões dos dados obtidos devem ser comparados os incrementos no piso 2 com os incrementos obtidos nos quadros anteriores.

Por observação de todos os resultados, podem-se tecer as seguintes conclusões:

- i) uma rigidez mais baixa da ligação viga-pilar traduz-se em valores do incremento dos esforços maiores pois também as deformações, e consequentes esforços de 2ª ordem, são maiores;
- ii) a ligação interior é condicionante quando se comparam os modelos explícito e rígido mas quando a comparação é feita entre os modelos explícito e de eixos é a ligação exterior que condiciona a classificação da ligação;
- iii) com o aumento da rigidez o modelo de eixos vai apresentando valores de incremento sucessivamente mais baixos à medida que se sobe na estrutura, até que no limite eles passam a ser negativos (verificado p.e. para $k_{ij}=15$). Ou seja, o modelo de eixos introduz na análise deformações que na realidade não existirão;
- iv) o modelo de eixos apresenta uma melhor aproximação ao modelo explícito e portanto ao comportamento real da estrutura, que o modelo rígido, como se referiu anteriormente;

- v) o critério simplificado 1 aparenta ser excessivamente conservador pois conduz sempre ao mesmo resultado (E);
- vi) a modelação explícita deve ser feita em detrimento da modelação rígida para valores de rigidez de 5 ou menos, segundo os critérios simplificados; comparada com o modelo de eixos a modelação explícita deve ser aplicada apenas quando a rigidez dos elementos é 3 ou menor;
- vii) a análise estrutural mostra que nenhum dos valores de rigidez considerados implica uma modelação explícita, uma vez que os incrementos são menores que 5%; além disso,
- viii) os critérios simplificados aparentam ser excessivamente conservativos pois apresentam estimativas para o valor do incremento que são bastante superiores aos incrementos reais.

Os resultados anteriores mostram ainda que será conveniente adotar diferentes estruturas consoante a análise vise avaliar os critérios simplificados relativos ao modelo rígido ou ao modelo de eixos. Assim será usada na comparação dos modelos rígidos vs. explícitos uma rigidez normalizada de 5 e nos modelos de eixos vs. explícitos uma rigidez normalizada de 3. Note-se que não são apresentadas todas as estruturas estudadas. Aqui serão mostrados apenas os resultados relativos às estruturas de interesse para cada situação, nomeadamente as estruturas que nos permitem verificar para que casos se deixa de necessitar de uma análise explícita e passa a ser suficientemente rigoroso uma análise mais grosseira e simplificada.

3.4.3. Variação do nível de esforço axial reduzido nos pilares

O nível de esforço axial reduzido num pilar é dado pela expressão

$$\mu = \frac{P}{f_{cd} h_c b_c} . \quad (3.10)$$

Na análise que se segue serão considerados valores de esforço axial reduzido nos pilares entre 0.2 e os 0.8. O valor de P, como visto na Figura 2.8, permite determinar o valor de q a aplicar à estrutura em análise. Assim, para a secção do pilar da estrutura base, teremos para os valores de μ indicados um dado carregamento, de valor igual ao indicado na Tabela 3.8.

Tabela 3.8: Valores de carregamento para vários valores de esforço axial reduzido.

μ	0.25	0.30	0.35	0.40	0.45	0.50	0.55	0.60	0.65	0.70	0.75	0.80
q [kN/m]	12.13	14.55	16.98	19.40	21.83	24.25	26.68	29.10	31.53	33.95	36.38	38.80

Os resultados obtidos para os diferentes casos de estudo, adotando a estrutura base, são apresentados da Tabela 3.9 à Tabela 3.13. Os valores de μ apresentados são diferentes nos diversos tipos de análise pois também são diferentes os parâmetros de interesse em cada um desses casos. Assim, por exemplo, no caso modelo explícito vs modelo rígido foram apresentados os resultados obtidos para μ de 0.3 até 0.5 pois é neste intervalo de parâmetros

que, para os vários critérios, ocorre a mudança na modelação a aplicar à ligação viga-pilar. Como os resultados para as ligações interiores e exteriores são diferentes, também esta mudança ocorrerá em parâmetros diferentes nas duas ligações. Contudo, como tem interesse verificar o caso em que deixa de ser necessária a modelação não explícita para valores mais pequenos dos parâmetros (que corresponde à situação mais desfavorável), o intervalo dos parâmetros estudado é o que corresponde à primeira mudança no tipo de modelação. Para os restantes casos em estudo procede-se da mesma maneira, bem como para os parâmetros estudados posteriormente.

Tabela 3.9: Resultado da classificação das ligações viga-pilar interiores - Exp. vs Rig.

Caso	CS 1 (2.24)			CS 2 (2.27)			CS 2 (2.32)			CS 3 (2.33)			
	M.E	M.D	Tipo	M.E	M.D	Tipo	M.E	M.D	Tipo	M.E	M.D	e_M [%]	Tipo
$\mu=0.30$	15.80	1.00	E	41.80	44.90	R	27.29	44.90	R	1.46	2.14	3.36	R
$\mu=0.35$	15.80	1.00	E	41.80	38.33	E	27.29	38.33	R	1.46	1.83	3.96	R
$\mu=0.40$	15.80	1.00	E	41.80	33.43	E	27.29	33.43	R	1.46	1.59	4.57	R
$\mu=0.45$	15.80	1.00	E	41.80	29.60	E	27.29	29.60	R	1.46	1.41	5.19	E
$\mu=0.50$	15.80	1.00	E	41.80	26.54	E	27.29	26.54	E	1.46	1.26	5.82	E

Tabela 3.10: Resultado da classificação das ligações viga-pilar exteriores - Exp. vs Rig.

Caso	CS 1 (2.24)			CS 2 (2.27)			CS 2 (2.32)			CS 3 (2.33)			
	M.E	M.D	Tipo	M.E	M.D	Tipo	M.E	M.D	Tipo	M.E	M.D	e_M [%]	Tipo
$\mu=0.30$	15.80	1.00	E	41.80	58.17	R	35.32	58.17	R	1.88	2.77	3.34	R
$\mu=0.35$	15.80	1.00	E	41.80	49.70	R	35.32	49.70	R	1.88	2.37	3.94	R
$\mu=0.40$	15.80	1.00	E	41.80	43.38	R	35.32	43.38	R	1.88	2.07	4.54	R
$\mu=0.45$	15.80	1.00	E	41.80	38.44	E	35.32	38.44	R	1.88	1.83	5.15	E
$\mu=0.50$	15.80	1.00	E	41.80	34.50	E	35.32	34.50	E	1.88	1.64	5.77	E

Tabela 3.11: Resultado da classificação das ligações viga-pilar interiores - Exp. vs Eix.

Caso	CS 1 (2.44)			CS 2 (2.47)			CS 2 (2.53)			CS 3 (2.54)			
	M.E	M.D	Tipo	M.E	M.D	Tipo	M.E	M.D	Tipo	M.E	M.D	e_M [%]	Tipo
$\mu=0.20$	13.00	1.00	E	47.67	49.00	S	129.00	192.20	S	1.44	2.29	3.10	S
$\mu=0.25$	13.00	1.00	E	47.67	39.18	E	129.00	153.92	S	1.44	1.82	3.93	S
$\mu=0.65$	13.00	1.00	E	47.67	16.33	E	129.00	64.79	E	1.44	0.73	10.39	E

Tabela 3.12: Resultado da classificação das ligações viga-pilar exteriores – Exp. Vs Eix.

Caso	CS 1 (2.44)			CS 2 (2.47)			CS 2 (2.53)			CS 3 (2.54)			
	M.E	M.D	Tipo	M.E	M.D	Tipo	M.E	M.D	Tipo	M.E	M.D	e_M [%]	Tipo
$\mu=0.20$	13.00	1.00	E	47.67	52.48	S	129.00	154.87	S	2.06	2.45	4.17	S
$\mu=0.25$	13.00	1.00	E	47.67	26.25	E	129.00	77.49	E	2.06	1.20	8.88	E
$\mu=0.65$	13.00	1.00	E	47.67	17.50	E	129.00	51.67	E	2.06	0.79	14.26	E

Tabela 3.13: Incremento relativo dos esforços por piso (%) na estrutura para vários níveis de esforço axial reduzido.

Piso	Esforço axial reduzido μ					
	Explícito vs. Rígido			Explícito vs. Eixos		
	0.5	0.75	0.80	0.5	0.6	0.65
1	1.34	2.26	2.43	1.46	1.95	2.12
2	2.94	4.94	5.30	3.71	4.92	5.37
3	2.53	4.23	4.54	3.36	4.46	4.86
4	1.72	2.86	3.06	2.34	3.09	3.36
5	0.92	1.52	1.63	1.31	1.73	1.87

Estes dados permitem concluir o mesmo que já foi referido anteriormente nomeadamente no que diz respeito à ligação condicionante para cada análise e ao conservadorismo do critério 1. Verifica-se também que na modelação explícita vs. modelação rígida os valores máximos dos parâmetros para os quais a ligação viga-pilar deve ser modelada de forma não explícita é de 0.3, 0.45 e 0.4 (segundo a ordem com que as respetivas expressões foram apresentados). Assim, o critério simplificado mais desfavorável é o determinado pela expressão (2.27) para a ligação interior se não for tido em conta o critério simplificado 1 que já se verificou ser sempre o mais condicionante. De acordo com os resultados obtidos da análise das estruturas o valor de μ que delimita a modelação rígida e explícita é 0.75 o que representa uma diferença de 150%, 66% e 88% para os valores obtidos para os critérios.

Por sua vez o valor do parâmetro máximo para que a modelação possa ser feita com um modelo de eixos é de 0.2 para todos os critérios (valor retirado da ligação exterior). Segundo as estruturas analisadas esse valor deveria ser de 0.6, o que representa uma diferença de 20%.

A análise das estruturas mostra-nos que, como seria de esperar, ao aumento do esforço axial reduzido está associado um aumento dos incrementos de esforços de 2ª ordem provocado pelas deformações das ligações.

3.4.4. Variação da esbelteza dos pilares

Considere-se uma medida simplificada de esbelteza dos pilares dada pelo quociente entre a sua altura e a altura da sua secção transversal (dimensão a secção transversal no plano do pórtico). De acordo com este parâmetro variando a altura da secção transversal e mantendo fixos o comprimento do pilar e a largura da sua secção transversal, a esbelteza do pilar irá variar proporcionalmente. Considerando uma esbelteza nos pilares na gama 1 a 18, a altura da secção transversal do pilar correspondente é dada pelos valores da Tabela 3.14. De referir também que as dimensões associadas às esbeltezas 1 e 2 são de paredes e não de pilares. Para o tipo de estudo aqui feito, este facto não é relevante.

Tabela 3.14: Valor da altura dos pilares para as diferentes esbeltezas λ_c .

λ_c	1	2	3	7	8	10	12	14	18
$h_c [m]$	3.5	1.75	1.17	0.50	0.44	0.35	0.29	0.25	0.19

Note-se que a rigidez da componente relativa à tração do pilar, S_{jCT} , depende da altura da secção do pilar (devido à alteração do parâmetro z_c usado na expressão (3.3)). Contudo para ser possível comparar resultados, a rigidez usada será a correspondente à da estrutura base ou seja quando se tem $h_c=0.44$ (com as rigidezes normalizadas $k_{ij}=5$ e $k_{ij}=3$). O carregamento considerado foi o correspondente ao da estrutura base. Os resultados para as diferentes estruturas em análise são apresentados da Tabela 3.15 até à Tabela 3.19.

Tabela 3.15: Resultado da classificação das ligações viga-pilar interiores - Exp. vs Rig.

Caso	CS 1 (2.24)			CS 2 (2.27)			CS 2 (2.32)			CS 3 (2.33)			
	M.E	M.D	Tipo	M.E	M.D	Tipo	M.E	M.D	Tipo	M.E	M.D	$e_M [%]$	Tipo
$\lambda_c=5$	15.80	1.00	E	41.80	49.91	R	41.89	49.91	R	2.18	2.38	4.56	R
$\lambda_c=6$	15.80	1.00	E	41.80	40.50	E	36.52	40.50	R	1.93	1.93	5.00	R
$\lambda_c=8$	15.80	1.00	E	41.80	27.59	E	27.29	27.59	R	1.46	1.31	5.59	E
$\lambda_c=9$	15.80	1.00	E	41.80	22.41	E	23.15	22.41	E	1.24	1.07	5.84	E

Tabela 3.16: Resultado da classificação das ligações viga-pilar exteriores - Exp. vs Rig.

Caso	CS 1 (2.24)			CS 2 (2.27)			CS 2 (2.32)			CS 3 (2.33)			
	M.E	M.D	Tipo	M.E	M.D	Tipo	M.E	M.D	Tipo	M.E	M.D	$e_M [%]$	Tipo
$\lambda_c=5$	15.80	1.00	E	41.80	55.23	R	47.13	55.23	R	2.41	2.63	4.56	R
$\lambda_c=6$	15.80	1.00	E	41.80	47.17	R	43.20	47.17	R	2.24	2.25	4.98	R
$\lambda_c=8$	15.80	1.00	E	41.80	35.85	E	35.32	35.85	R	1.88	1.71	5.54	E
$\lambda_c=9$	15.80	1.00	E	41.80	30.89	E	31.30	30.89	E	1.68	1.47	5.76	E

Tabela 3.17: Resultado da classificação das ligações viga-pilar interiores - Exp. vs Eix.

Caso	CS 1 (2.44)			CS 2 (2.47)			CS 2 (2.53)			CS 3 (2.54)			
	M.E	M.D	Tipo	M.E	M.D	Tipo	M.E	M.D	Tipo	M.E	M.D	e_M [%]	Tipo
$\lambda_c=1$	13.00	1.00	E	47.67	91.55	S	129.00	182.87	S	-0.40	4.31	-0.44	S
$\lambda_c=2$	13.00	1.00	E	47.67	53.09	S	129.00	107.33	E	1.07	2.48	2.10	S
$\lambda_c=3$	13.00	1.00	E	47.67	45.02	E	129.00	94.41	E	1.82	2.10	4.30	S
$\lambda_c=4$	13.00	1.00	E	47.67	39.69	E	129.00	88.91	E	2.12	1.84	5.79	E

Tabela 3.18: Resultado da classificação das ligações viga-pilar exteriores – Exp. Vs Eix.

Caso	CS 1 (2.44)			CS 2 (2.47)			CS 2 (2.53)			CS 3 (2.54)			
	M.E	M.D	Tipo	M.E	M.D	Tipo	M.E	M.D	Tipo	M.E	M.D	e_M [%]	Tipo
$\lambda_c=1$	13.00	1.00	E	47.67	91.64	S	129.00	182.67	S	-0.40	4.32	-0.44	S
$\lambda_c=2$	13.00	1.00	E	47.67	53.52	S	129.00	107.13	E	1.08	2.50	2.11	S
$\lambda_c=3$	13.00	1.00	E	47.67	46.22	E	129.00	94.19	E	1.87	2.15	4.32	S
$\lambda_c=4$	13.00	1.00	E	47.67	42.09	E	129.00	88.75	E	2.27	1.96	5.84	E

Tabela 3.19: Incremento relativo dos esforços por piso (%) variando a esbelteza dos pilares.

Piso	λ_c					
	Explícito vs. Rígido			Explícito vs. Eixos		
	8	10	12	8	14	16
1	1.40	1.99	3.08	1.14	2.12	2.80
2	3.06	3.90	5.25	2.91	4.05	5.50
3	2.63	3.14	3.90	2.58	3.01	4.06
4	1.79	2.06	2.47	1.76	1.81	2.45
5	0.96	1.03	1.16	0.96	0.78	1.06

Observa-se pelos resultados que quanto maior a esbelteza dos pilares maior é o incremento de esforços provocados pela flexibilidade das ligações viga-pilar.

Neste caso é observável ainda, que o critério 2 determinado pela expressão (2.27) e pela expressão (2.53), é o critério mais condicionante (se não for tido em conta o critério simplificado 1). Para que a ligação possa ser modelada rigidamente, os critérios indicam que a esbelteza dos pilares deve ser no máximo de 5, 8 e 6 para os critérios apresentados, e para se usar o modelo de eixos a esbelteza dos pilares não deverá ultrapassar 2, 1 e 3 para os mesmos critérios sendo, caso contrário, necessário modelar a ligação de forma explícita. Assim, para a comparação do modelo explícito com o modelo rígido, a ligação condicionante é a ligação interior. Quando a comparação é feita com a modelação por eixos os resultados obtidos são iguais para as duas ligações.

Pelos resultados obtidos das estruturas completas, a modelação da ligação poderá ser feita rigidamente ou por eixos caso a esbelteza seja menor a 12 e 16 respetivamente. O primeiro valor representa uma diferença de 100%, 25% e 66% relativamente aos valores fornecidos pelos critérios. O segundo valor representa uma diferença de 600%, 1300% e 360% para os resultados obtidos pelos critérios.

Ao contrário do que se tem observado o membro da direita da expressão (2.53) não apresenta uma evolução sempre no mesmo sentido. Ele depende de um parâmetro ρ , que cresce com o aumento da esbelteza, e de um parâmetro α_{cr}^e decrescente. O mesmo acontece para o parâmetro ε_M^e . Este facto poderá fazer com que, para uma dada estrutura uma determinada rigidez impeça o critério simplificado de apresentar um resultado confiável, podendo alternar mais do que uma vez para um determinado intervalo de parâmetros o resultado da modelação. A evolução destes dois valores em função da esbelteza, é apresentada graficamente na Figura 3.6.

Verifica-se que para as estruturas estudadas para esbeltezas até cerca de 10/12 o membro da direita da expressão (2.53) alcança o seu valor mínimo, crescendo a partir daí. Por outro lado a tolerância ε_M^e alcançará o seu pico para valores de 8/10, decrescendo a partir daqui até valores negativos.

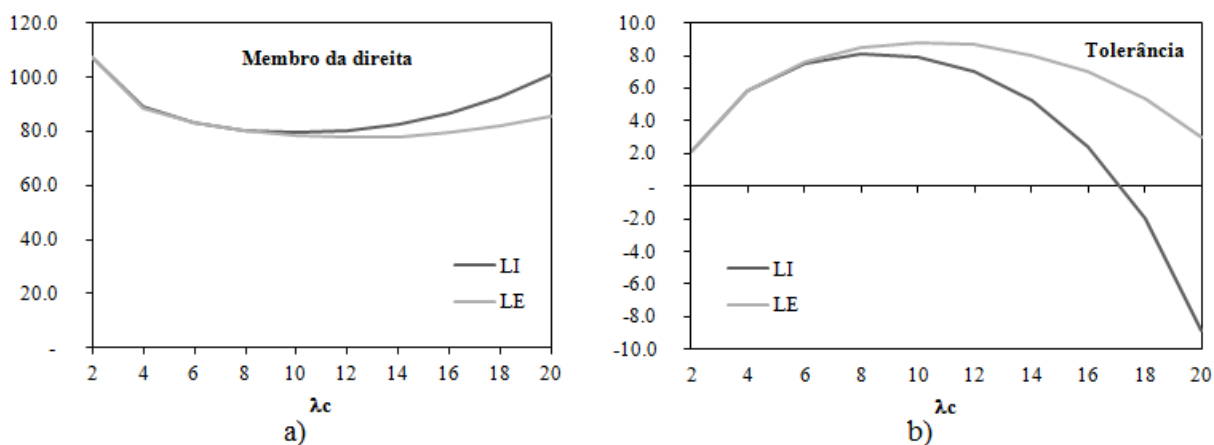


Figura 3.6: a) variação do membro da direita da expressão (2.53) com a variação de λ_c ; b) variação da tolerância ε_M^e pelo critério simplificado 3 com a variação de λ_c .

3.4.5. Variação da esbelteza das vigas

A análise efetuada para estudar o efeito da variação da esbelteza das vigas foi em tudo semelhante à levada a cabo para o estudo do efeito da esbelteza dos pilares. Mantendo o comprimento das vigas e a largura da sua secção transversal constantes, a variação da sua

esbelteza simplificada levará a uma variação da altura da sua secção transversal. O intervalo de esbeltezas simplificadas considerado foi 5 a 20, o que corresponde aos valores da altura da secção transversal das vigas apresentados na Tabela 3.20.

Tabela 3.20: Valores da altura dos pilares para as diferentes esbeltezas λ_b .

λ_b	5	9	10	11	12	13	14	16	18	20
h_b	1.2	0.67	0.60	0.55	0.50	0.46	0.43	0.38	0.33	0.3

A rigidez rotacional de cada uma das componentes dependerá do valor da altura da viga. Por este motivo para permitir a comparação de resultados será mais uma vez usada a rigidez das componentes correspondente à altura da viga da estrutura de base (0.50 m) para as rigidezes $k_{ij}=5$ e $k_{ij}=3$. Os respetivos resultados são apresentados na Tabela 3.21 até à Tabela 3.25.

Tabela 3.21: Resultado da classificação das ligações viga-pilar interiores - Exp. vs Rig.

Caso	CS 1 (2.24)			CS 2 (2.27)			CS 2 (2.32)			CS 3 (2.33)			
	M.E	M.D	Tipo	M.E	M.D	Tipo	M.E	M.D	Tipo	M.E	M.D	e_M [%]	Tipo
$\lambda_b=9$	15.80	1.00	E	41.80	46.21	R	17.94	46.21	R	0.95	2.20	2.10	R
$\lambda_b=10$	15.80	1.00	E	41.80	38.48	E	21.31	38.48	R	1.13	1.83	3.03	R
$\lambda_b=11$	15.80	1.00	E	41.80	33.01	E	24.12	33.01	R	1.28	1.57	4.05	R
$\lambda_b=12$	15.80	1.00	E	41.80	27.59	E	27.29	27.59	R	1.46	1.31	5.59	E
$\lambda_b=13$	15.80	1.00	E	41.80	23.33	E	30.09	23.33	E	1.62	1.11	7.44	E

Tabela 3.22: Resultado da classificação das ligações viga-pilar exteriores - Exp. vs Rig.

Caso	CS 1 (2.24)			CS 2 (2.27)			CS 2 (2.32)			CS 3 (2.33)			
	M.E	M.D	Tipo	M.E	M.D	Tipo	M.E	M.D	Tipo	M.E	M.D	e_M [%]	Tipo
$\lambda_b=9$	15.80	1.00	E	41.80	67.49	R	25.80	67.49	R	1.38	3.21	2.08	R
$\lambda_b=10$	15.80	1.00	E	41.80	53.80	R	29.42	53.80	R	1.57	2.56	3.00	R
$\lambda_b=11$	15.80	1.00	E	41.80	44.56	R	32.28	44.56	R	1.72	2.12	4.02	R
$\lambda_b=12$	15.80	1.00	E	41.80	35.85	E	35.32	35.85	R	1.88	1.71	5.54	E
$\lambda_b=13$	15.80	1.00	E	41.80	29.36	E	37.86	29.36	E	2.02	1.40	7.37	E

Tabela 3.23: Resultado da classificação das ligações viga-pilar interiores - Exp. vs Eix.

Caso	CS 1 (2.44)			CS 2 (2.47)			CS 2 (2.53)			CS 3 (2.54)			
	M.E	M.D	Tipo	M.E	M.D	Tipo	M.E	M.D	Tipo	M.E	M.D	e_M [%]	Tipo
$\lambda_b=5$	13.00	1.00	E	47.67	37.51	E	129.00	851.67	S	-0.50	1.74	-1.34	S
$\lambda_b=10$	13.00	1.00	E	47.67	25.68	E	129.00	135.39	S	0.88	1.18	3.68	S
$\lambda_b=11$	13.00	1.00	E	47.67	23.19	E	129.00	105.80	E	1.14	1.06	5.42	E

Tabela 3.24: Resultado da classificação das ligações viga-pilar exteriores – Exp. Vs Eix.

Caso	CS 1 (2.44)			CS 2 (2.47)			CS 2 (2.53)			CS 3 (2.54)			
	M.E	M.D	Tipo	M.E	M.D	Tipo	M.E	M.D	Tipo	M.E	M.D	e_M [%]	Tipo
$\lambda_b=5$	13.00	1.00	E	47.67	70.39	S	129.00	870.80	S	-0.31	3.30	-0.44	S
$\lambda_b=10$	13.00	1.00	E	47.67	37.76	E	129.00	137.94	S	1.49	1.75	4.23	S
$\lambda_b=11$	13.00	1.00	E	47.67	32.61	E	129.00	107.50	E	1.77	1.51	5.92	E

Tabela 3.25: Incremento relativo dos esforços por piso (%) variando a esbelteza das vigas.

Piso	λ_b					
	Explícito vs. Rígido			Explícito vs. Eixos		
	12	14	16	12	14	16
1	1.40	1.72	2.14	1.14	1.50	2.17
2	3.06	3.99	5.08	2.91	4.03	5.79
3	2.63	3.59	4.69	2.58	3.75	5.49
4	1.79	2.52	3.35	1.76	2.65	3.96
5	0.96	1.43	1.98	0.96	1.54	2.38

O critério simplificado 2 é o critério condicionante para a variação da esbelteza das vigas nas duas modelações em estudo (não considerando o critério simplificado 1).

Os resultados obtidos por análise das estruturas indicam-nos que a ligação poderá ser modelada de forma rígida ou com um modelo de eixos se, em ambos os casos, a esbelteza for menor do que 16. Os critérios simplificados 2 e 3 indicam (para a ligação interior), que no caso modelo explícito vs. modelo rígido a ligação pode ser modelada rigidamente se tiver respetivamente uma esbelteza de 9, 12 e 11, o que representa uma diferença de 55%, 16% e 27% para os valores obtidos das estruturas. No caso da modelação explícita vs. modelação por eixos, para a ligação interior o critério simplificado 2 (expressão (2.47)) indica sempre a necessidade de fazer uma modelação explícita o que indica que este critério é, para este caso, insensível à mudança de esbelteza das vigas. Para os outros critérios a modelação pode ser feita recorrendo a um modelo de eixos se a esbelteza for menor ou igual a 10, o que representa uma diferença para as estruturas completas de 40%.

Também aqui se verifica que o aumento da esbelteza das vigas provoca o aumento do incremento dos esforços.

3.4.6. Variação do número de pisos

A variação do número de pisos é bastante direta não exigindo alterações na geometria e rigidezes das ligações. O carregamento é o correspondente à estrutura base. Foram estudadas

estruturas com número de pisos a variar entre 3 e 10 e cujos resultados se apresentam de seguida da Tabela 3.26 até à Tabela 3.30.

Tabela 3.26: Resultado da classificação das ligações viga-pilar interiores - Exp. vs Rig.

Caso	CS 1 (2.24)			CS 2 (2.27)			CS 2 (2.32)			CS 3 (2.33)			
	M.E	M.D	Tipo	M.E	M.D	Tipo	M.E	M.D	Tipo	M.E	M.D	e_M [%]	Tipo
3 pisos	15.80	1.00	E	41.80	46.65	R	27.29	46.65	R	1.46	2.22	3.23	R
4 pisos	15.80	1.00	E	41.80	34.74	E	27.29	34.74	R	1.46	1.65	4.39	R
5 pisos	15.80	1.00	E	41.80	27.59	E	27.29	27.59	R	1.46	1.31	5.59	E
6 pisos	15.80	1.00	E	41.80	22.83	E	27.29	22.83	E	1.46	1.09	6.83	E

Tabela 3.27: Resultado da classificação das ligações viga-pilar exteriores - Exp. vs Rig.

Caso	CS 1 (2.24)			CS 2 (2.27)			CS 2 (2.32)			CS 3 (2.33)			
	M.E	M.D	Tipo	M.E	M.D	Tipo	M.E	M.D	Tipo	M.E	M.D	e_M [%]	Tipo
3 pisos	15.80	1.00	E	41.80	60.42	R	35.32	60.42	R	1.88	2.88	3.21	R
4 pisos	15.80	1.00	E	41.80	45.07	R	35.32	45.07	R	1.88	2.15	4.36	R
5 pisos	15.80	1.00	E	41.80	35.85	E	35.32	35.85	R	1.88	1.71	5.54	E
6 pisos	15.80	1.00	E	41.80	29.71	E	35.32	29.71	E	1.88	1.41	6.76	E

Tabela 3.28: Resultado da classificação das ligações viga-pilar interiores - Exp. vs Eix.

Caso	CS 1 (2.44)			CS 2 (2.47)			CS 2 (2.53)			CS 3 (2.54)			
	M.E	M.D	Tipo	M.E	M.D	Tipo	M.E	M.D	Tipo	M.E	M.D	e_M [%]	Tipo
2 pisos	13.00	1.00	E	47.67	50.87	S	129.00	199.48	S	1.44	2.37	2.98	S
3 pisos	13.00	1.00	E	47.67	33.91	E	129.00	133.35	S	1.44	1.57	4.59	S
4 pisos	13.00	1.00	E	47.67	25.43	E	129.00	100.29	E	1.44	1.16	6.28	E

Tabela 3.29: Resultado da classificação das ligações viga-pilar exteriores – Exp. Vs Eix.

Caso	CS 1 (2.44)			CS 2 (2.47)			CS 2 (2.53)			CS 3 (2.54)			
	M.E	M.D	Tipo	M.E	M.D	Tipo	M.E	M.D	Tipo	M.E	M.D	e_M [%]	Tipo
2 pisos	13.00	1.00	E	47.67	68.13	S	129.00	201.03	S	2.06	3.20	3.16	S
3 pisos	13.00	1.00	E	47.67	45.42	E	129.00	134.03	S	2.06	2.12	4.86	S
4 pisos	13.00	1.00	E	47.67	34.06	E	129.00	100.54	E	2.06	1.57	6.64	E

Tabela 3.30: Incremento relativo dos esforços por piso (%) variando o nº de pisos.

Piso	Nº de pisos					
	Explícito vs. Rígido			Explícito vs. Eixos		
	3	5	10	3	5	10
1	0.59	1.13	2.85	0.56	1.14	2.89
2	1.13	2.46	6.72	1.29	2.91	7.74
3	0.69	2.08	6.70	0.87	2.58	8.07
4	-	1.39	5.91	-	1.76	7.18

5	-	0.73	4.99	-	0.96	6.05
6	-	-	4.09	-	-	4.92
7	-	-	3.20	-	-	3.82
8	-	-	2.35	-	-	2.78
9	-	-	1.55	-	-	1.81
10	-	-	0.81	-	-	0.97

Por comparação dos resultados verifica-se que o critério simplificado 2, determinado pelas expressões (2.27) e (2.47), fornece os resultados mais desfavoráveis (se mais uma vez não for tido em conta o critério simplificado 1). Para o caso da modelação explícita vs. modelação rígida a ligação mais desfavorável é a interior, obtendo-se resultados semelhantes para as duas ligações viga-pilar no caso modelação explícita vs. modelação por eixos.

Verifica-se, pela análise das estruturas, que só para um número de pisos próximo de 10 se obtêm diferenças significativas entre os modelos explícito e não explícito. No caso rígido a disparidade para os critérios simplificados 2 e 3 (cuja mudança no tipo de modelação ocorre acima de 3,5 e 4 pisos) é de cerca de 230%, 100% e 150% respetivamente para cada critério na ordem em que foi apresentado. No outro caso, a diferença sobe para 400% e 230% uma vez que para o critério simplificado 2 a modelação por eixos pode ser feita para pórticos com mais de 2 e 3 pisos e para o critério simplificado 3 também para pórticos com mais de 3 pisos.

Para pórticos de 10 pisos a Tabela 3.30 mostra que o incremento de esforços é máximo no piso 3, quando se comparam os modelos explícito e de eixos (contudo num pórtico de 15 pisos também é possível verificar o mesmo quando se comparam os modelos explícito e rígido), contrapondo o que até aqui se vinha verificando, e mostrando que o efeito dos apoios da estrutura tem efeito nas suas deformações além do piso 2.

3.4.7. Conclusões

Os resultados obtidos para as diversas estruturas estudadas, tendo em vista a avaliação da aplicabilidade dos critérios simplificados de classificação das ligações viga-pilar definidos anteriormente, permitem-nos concluir que:

- i) o critério simplificado 1 é demasiado conservador;
- ii) os critérios 2 e 3 captam melhor o comportamento das diversas estruturas, contudo as duas formulações para o critério 2 são aquelas que, fornecendo resultados semelhantes aos do critério 3, melhor se adequam à aplicação prática devido à sua simplicidade de cálculo;
- iii) apesar dos critérios de classificação aplicados a ligações interiores e exteriores fornecerem em geral resultados semelhantes, no caso do modelo explícito vs. modelo

- rígido as ligações condicionantes são as interiores, e no caso do modelo explícito vs. modelo de eixos as ligações condicionantes são as exteriores;
- iv) na análise da variação da esbelteza das vigas e dos pilares era espectável que, com o aumento dos parâmetros o valor do incremento de esforços fosse diminuindo uma vez que o efeito da deformação das ligações perde importância; esta diferença nos resultados obtidos poderá explicar-se pelo facto de se ter usado uma rigidez das componentes que é comum a todas as estruturas, o que resulta num valor de rigidez normalizada distinta para cada estrutura;
- v) a comparação dos resultados dos critérios simplificados e dos resultados obtidos da análise das estruturas no EvalS mostra uma diferença elevada nos valores dos incrementos determinados das duas maneiras.

Com estes resultados pode-se concluir que os critérios simplificados definidos anteriormente não são adequados para que, numa análise estrutural, se consiga identificar o tipo de modelação a aplicar às ligações de um pórtico de betão armado. Os critérios em causa, permitem captar as alterações à geometria da estrutura, dos elementos ou das ligações, assim como ter em conta a deformabilidade das ligações, as diferentes componentes da ligação etc. Contudo os resultados obtidos através dos diferentes critérios, e em específico o tipo de modelação necessário aplicar às ligações de uma determinada estrutura, não coincidem com resultados obtidos na análise de estruturas. Será necessária a calibração dos critérios simplificados que são calculados para uma estrutura arquetipo, para que o seu comportamento se aproxime do que se espera da estrutura completa.

4. CALIBRAÇÃO DOS CRITÉRIOS SIMPLIFICADOS

4.1. Proposta de novos critérios

Após verificado que os critérios simplificados definidos em [1] são demasiado conservadores, surge a necessidade de os modificar de forma a aproximar os seus resultados dos resultados da análise de estruturas porticadas completas. Como estes critérios conduzem a uma modelação explícita das ligações viga-pilar em casos onde não seria necessário fazê-lo, eles têm de ser relaxados. Isto será feito alterando o erro, $\varepsilon_{M,tol}$ e $\varepsilon_{M,tol}^e$, associado a cada um dos critérios, e que foi definido aquando da apresentação dos critérios, nas secções 2.5 e 2.6 deste texto.

Para testar a alteração aos critérios, serão usadas as estruturas estudadas anteriormente. Assim, serão determinados para cada um dos casos de estudo feitos anteriormente, qual o erro que conduz a resultados mais favoráveis em cada um dos critérios. Conhecendo os limites que cada caso necessita de apresentar, definido pela análise das estruturas completas, o erro a aplicar a um determinado critério será aquele que, de uma forma iterativa, se aproximar mais desse limite.

4.1.1. Critério Simplificado 1

Como foi referido anteriormente, o critério simplificado 1 é o mais simples e conservador dos três critérios apresentados. Como tal, será de todos, aquele que pior capta as alterações às características geométricas e mecânicas de um pórtico de betão armado genérico (já para não referir o nível de esforço axial). De facto, das expressões (2.24) e (2.44) verifica-se que ele depende apenas da rigidez normalizada k_{ji} . Para se estudar o efeito que a variação do erro tem no critério, e conseqüentemente nos resultados dele retirados, será aplicado o caso em que se variaram as rigidezes normalizadas à estrutura base.

Foi visto anteriormente que o critério simplificado 1 depende dos parâmetros $k_{ji,min}$ retirados da Tabela 2.1 e da Tabela 2.2. Para que o critério possa ser alargado, o membro esquerdo das suas expressões deve diminuir (uma vez que o membro direito é contante). Para isso os valores $k_{ji,min}$ devem ser diminuídos, o que corresponde ao aumento dos erros (ou tolerâncias) $\varepsilon_{M,tol}$ e $\varepsilon_{M,tol}^e$. Para valores de erro maiores, as rigidezes normalizadas mínimas tendem a diminuir pouco, o que dificulta a convergência dos critérios simplificados para os resultados desejados - o facto de se ter assumido um nível de esforço axial constante, o que é muito

conservador, e uma relação entre rigidez de vigas e pilares muito conservadora limita o efeito do erro nos esforços. De facto, como se observa pela Figura 4.1, a sua curva de evolução tende assintoticamente para um determinado valor. No caso de $k_{jb,min}$ o seu limite é de 2 no caso da comparação com o modelo de eixos e 3 no caso da comparação com o modelo rígido. Por sua vez $k_{jc,min}$ tende, nos referidos casos para 1 e 4, respetivamente, quando o incremento tende para valores muito elevados. Por fim $k_{j\gamma,min}$ diminui até valores próximos de 3 nos dois casos.

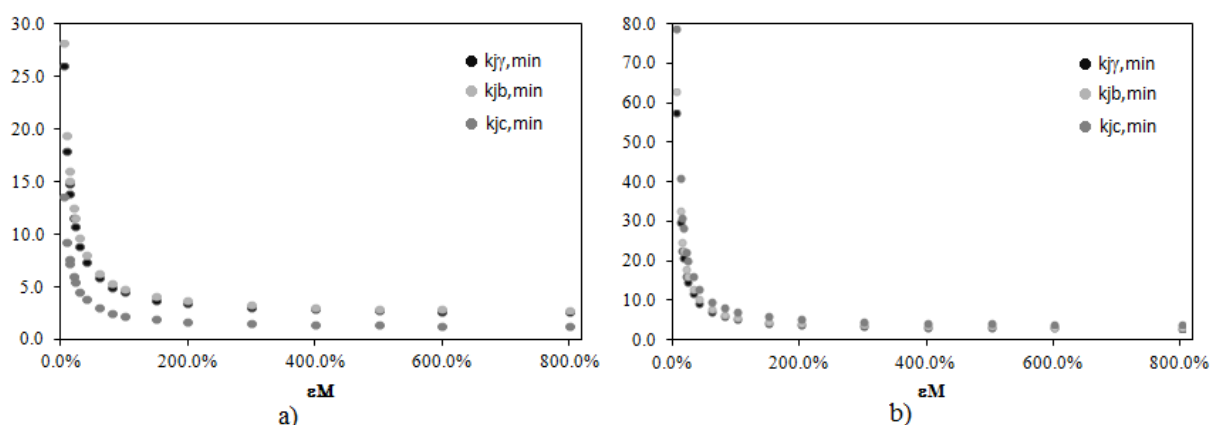


Figura 4.1: Valores de $k_{ji,min}$ na análise pelo a) modelo de eixos e b) modelo rígido.

Como os valores limite são aqueles que melhor se aproximam da solução pretendida, o critério simplificado 1 proposto, no caso modelo explícito vs. modelo de eixos é

$$\frac{2}{k_{jb}} + \frac{1}{k_{jc}} + \frac{3}{k_{j\gamma}} \leq 1, \quad (4.1)$$

e no caso modelo explícito vs. modelo rígido

$$\frac{3}{k_{jb}} + \frac{4}{k_{jc}} + \frac{3}{k_{j\gamma}} \leq 1. \quad (4.2)$$

4.1.2. Critério Simplificado 2

A determinação de novos critérios simplificados do tipo 2 e do tipo 3 foi efetuada de forma semelhante, usando como base os casos de estudo definidos anteriormente (variação da esbelteza das vigas, variação da esbelteza dos pilares, variação do esforço axial reduzido e variação do número de pisos) o erro foi sucessivamente alterado, e com ele também os critérios, até se obterem resultados próximos dos alcançados pela análise das estruturas completas. Este estudo foi realizado individualmente para cada parâmetro. O valor dos erros máximos admitidos a considerar em cada um dos novos critérios correspondeu à situação mais desfavorável (menor erro) dos casos estudados.

Na Tabela 4.1 são apresentados os erros máximos admissíveis dos esforços a considerar nos critérios simplificados, para cada um dos parâmetros estudados, para que os resultados dos critérios simplificados correspondam aos resultados da análise da estrutura completa.

Tabela 4.1: Erro máximo aceitável para caso de estudo- critério simplificado 2.1.

	μ	<i>Esbelteza pilares</i>	<i>Esbelteza vigas</i>	<i>Nº de pisos</i>	<i>Mais desfavorável</i>
<i>Exp. Vs. Eix.</i>	40.0%	510.0%	42.0%	77.0%	40.0%
<i>Exp. Vs. Ríg.</i>	28.0%	30.0%	23.0%	35.0%	23.0%

Tabela 4.2: Erro máximo aceitável para cada caso de estudo - critério simplificado 2.2

	μ	<i>Esbelteza pilares</i>	<i>Esbelteza vigas</i>	<i>Nº de pisos</i>	<i>Mais desfavorável</i>
<i>Exp. Vs. Eix.</i>	17.0%	13.8%	23.0%	27.0%	13.8%
<i>Exp. Vs. Ríg.</i>	12.5%	8.5%	15.0%	15.0%	8.5%

Os novos critérios simplificados do tipo 2.1 correspondem às expressões (2.27) e (2.47), e os novos critérios simplificados do tipo 2.2 correspondem às expressões (2.32) e (2.53).

Os erros indicados na última coluna servirão para definir os novos critérios. Assim, teremos para o critério simplificado 2.1 no caso do modelo explícito vs. modelo de eixos o valor de $\varepsilon_{M,tol}^e = 40\%$, o que resulta na seguinte expressão:

$$\frac{19}{k_{jb}} + \frac{9}{k_{jc}} + \frac{17}{k_{j\gamma}} \leq \alpha_{cr}^e - 1 \quad (4.3)$$

Ainda para o mesmo critério mas no caso modelo explícito vs. modelo rígido, $\varepsilon_{M,tol} = 23\%$ resulta na expressão:

$$\frac{32}{k_{jb}} + \frac{40}{k_{jc}} + \frac{29}{k_{j\gamma}} \leq \alpha_{cr}^e - 1 \quad (4.4)$$

Para o critério simplificado 2.2 o caso do modelo explícito vs. modelo de eixos resulta, para um incremento $\varepsilon_{M,tol}^e = 13.8\%$, na seguinte expressão:

$$\frac{86}{k_{j\gamma}} + \frac{93}{k_{jb}} + \frac{45}{k_{jc}} \leq \alpha_{cr}^e (2 + \rho) + 0.2\rho \quad (4.5)$$

No caso do modelo explícito vs. modelo rígido, para um incremento $\varepsilon_{M,tol}$ de 8.5% o correspondente critério será:

$$\frac{140}{k_{j\gamma}(1.87+0.90\rho)} + \frac{151}{k_{jb}(1.87+0.36\rho)} + \frac{73}{k_{jc}(0.72+0.90\rho)} \leq \alpha_{cr}^e - 1 \quad (4.6)$$

4.1.3. Critério simplificado 3

Para o critério simplificado 3, o valor do erro máximo dos esforços a considerar em cada um dos casos de estudo são os apresentados na Tabela 4.3. O símbolo * indica que não foi encontrado um valor de incremento que satisfizesse os resultados obtidos pela análise das estruturas completas.

Tabela 4.3: Erro máximo aceitável para cada caso de estudo - critério simplificado 3

	μ	Esbelteza pilares	Esbelteza vigas	Nº de pisos	Mais desfavorável
<i>Exp. Vs. Eix.</i>	11.0%	*	16.0%	19.0%	11.0%
<i>Exp. Vs. Ríg.</i>	10.0%	6.1%	10.0%	11.0%	6.1%

Para o caso do modelo explícito vs. modelo de eixos o erro associado $\varepsilon_{M,tol}^e$ é de 11%, o que corresponderá à expressão:

$$\varepsilon_{d,j\gamma}^{1st,e} + \varepsilon_{d,jb}^{1st,e} + \varepsilon_{d,jc}^{1st,e} - \varepsilon_{d,hc}^{1st,e} - \varepsilon_{d,hb}^{1st,e} \leq \frac{\alpha_{cr}^e - 1}{17} . \quad (4.7)$$

Por fim, para $\varepsilon_{M,tol} = 6.1\%$, correspondente ao caso modelo explícito vs. modelo rígido, o critério simplificado 3 ficará:

$$\varepsilon_{d,j\gamma}^{1st,e} + \varepsilon_{d,jb}^{1st,e} + \varepsilon_{d,jc}^{1st,e} \leq \frac{\alpha_{cr}^e - 1}{10} . \quad (4.8)$$

As estruturas definidas e usadas no capítulo anterior e agora também neste, devem agora ser novamente analisadas aplicando os novos critérios e verificar a melhoria dos resultados comparativamente com os obtidos anteriormente. Para que se perceba melhor o efeito das alterações de critérios para cada caso de estudo, os critérios serão estudados separadamente para cada uma das estruturas, contrariamente ao que foi feito anteriormente onde se estudaram os critérios conjuntamente para cada estrutura. Isto permitirá ter uma ideia de como eles se adaptam às estruturas, e qual a melhoria em relação aos critérios anteriores. Assim o objetivo não passa por estudar a adaptabilidade das estruturas aos critérios, mas antes o oposto, permitindo de forma mais direta perceber como é que os critérios deverão ser apurados, caso necessário.

4.1.4. Análise dos novos critérios simplificados de classificação

4.1.4.1. Critério Simplificado 1

Para o critério simplificado 1 bastará analisar as estruturas em que se estudou a variabilidade da rigidez simplificada, pois para as restantes estruturas os resultados são iguais. Para valores de k_{ji} a variar de 5 a 10, a classificação das respetivas estruturas pelos novos critérios é a apresentada na Tabela 4.4. Os resultados são iguais quer se trate de uma ligação interior quer se trate de uma ligação exterior, e por isso os valores apresentados são aplicáveis a ambas as condições.

Tabela 4.4: Resultado da classificação (CS1) das ligações viga-pilar.

<i>Caso</i>	<i>Exp. Vs Ríg.</i>			<i>Exp. Vs Eix.</i>		
	<i>M.E</i>	<i>M.D</i>	<i>Tipo</i>	<i>M.E</i>	<i>M.D</i>	<i>Tipo</i>
$k_{ji}=5$	1.20	1	E	2.00	1	E
$k_{ji}=6$	1.00	1	R	1.67	1	E
$k_{ji}=9$	0.67	1	R	1.11	1	E
$k_{ji}=10$	0.60	1	R	1.00	1	S

Relembre-se que, de acordo com a análise das estruturas, a rigidez normalizada necessária para poder ser feita uma análise não explícita é de no mínimo 3 para o caso rígido, e 2 para o caso da modelação por eixos. Segundo o critério, esses valores mínimos sobem para 6 e 10 respetivamente, o que representa um aumento de 100% e 400%. Isto resulta numa melhoria significativa dos resultados do critério simplificado 1 modificado uma vez que o usado anteriormente originava diferenças muito maiores (cerca de 2000%).

4.1.4.2. Critério Simplificado 2.1

Este critério e os seguintes serão analisados para as restantes estruturas. Os resultados da aplicação estão apresentados da Tabela 4.5 até à Tabela 4.16. Importa lembrar que as estruturas no caso rígido e no caso da modelação por eixos foi feita com rigidezes normalizadas diferentes e por isso os valores do membro da esquerda para os critérios ser diferente nos vários casos. Os valores apresentados são apenas os das ligações interiores uma vez que se verificou serem estas que condicionam a análise em todos os casos, não havendo a necessidade de introduzir os resultados relativos às ligações viga-pilar de extremidade.

O valor máximo de esforço axial reduzido para o critérios simplificado 2.1 é de 0.60 (Tabela 4.5) tanto no caso rígido como no caso do modelo de eixos. Isto representa, respetivamente, uma diferença de 25% e de 0% para as estruturas completa. A melhoria que estes critérios trouxeram para este caso de estudo é considerável, também porque um dos casos foi a base para um dos novos critérios.

Tabela 4.5: Resultado da classificação (CS 2.1) das ligações viga-pilar para diferentes valores de esforço axial reduzido.

<i>Caso</i>	<i>Exp. Vs Eix.</i>			<i>Exp. Vs Ríg.</i>		
	<i>M.E</i>	<i>M.D</i>	<i>Tipo</i>	<i>M.E</i>	<i>M.D</i>	<i>Tipo</i>
$\mu=0.60$	15.00	15.33	S	20.20	21.95	R
$\mu=0.65$	15.00	14.07	E	20.20	20.18	E

Tabela 4.6: Resultado da classificação (C.S 2.1) das ligações viga-pilar para diferentes valores de λ_c

<i>Caso</i>	<i>Exp. Vs Eix.</i>			<i>Exp. Vs Ríg.</i>		
	<i>M.E</i>	<i>M.D</i>	<i>Tipo</i>	<i>M.E</i>	<i>M.D</i>	<i>Tipo</i>
$\lambda_c=9$	15.00	15.52	S	20.20	22.41	R
$\lambda_c=10$	15.00	12.35	E	20.20	18.14	E

Neste caso, a diferença de esbelteza dos pilares para a qual é necessário considerar modelos explícitos de acordo com os novos critérios (Tabela 4.6), por comparação com os resultados da estrutura completa, relativamente à modelação da ligação como rígida é de apenas 11%. No caso da modelação por eixos esta diferença já é superior (55%). Estes resultados apresentam novamente uma clara melhoria em relação aos critérios definidos inicialmente.

Tabela 4.7: Resultado da classificação (CS 2.1) das ligações viga-pilar para diferentes valores de λ_b .

<i>Caso</i>	<i>Exp. Vs Eix.</i>			<i>Exp. Vs Ríg.</i>		
	<i>M.E</i>	<i>M.D</i>	<i>Tipo</i>	<i>M.E</i>	<i>M.D</i>	<i>Tipo</i>
$\lambda_b=13$	15.00	16.84	S	20.20	23.33	R
$\lambda_b=14$	15.00	14.87	E	20.20	20.21	R
$\lambda_b=15$	15.00	12.84	E	20.20	17.19	E

A diferença de esbelteza das vigas para a qual é necessário considerar modelos explícitos de acordo com os novos critérios, por comparação com os resultados da estrutura completa, relativamente à modelação da ligação como rígida (Tabela 4.7) é 0% para o caso da comparação com o modelo rígido, uma vez que foi com base nesta estrutura que se determinou o critério. Quando a comparação é feita com o modelo de eixos, a diferença para os resultados pretendidos é de 7.7%. Este critério apresenta uma boa aproximação para este tipo de estruturas.

Tabela 4.8: Resultado da classificação (CS 2.1) das ligações viga-pilar para diferentes números de pisos

<i>Caso</i>	<i>Exp. Vs Eix.</i>			<i>Exp. Vs Ríg.</i>		
	<i>M.E</i>	<i>M.D</i>	<i>Tipo</i>	<i>M.E</i>	<i>M.D</i>	<i>Tipo</i>
6 pisos	15.00	15.96	S	20.20	22.83	R
7 pisos	15.00	13.53	E	20.20	19.42	E

Como em ambos os casos o número de pisos máximo para que a modelação possa ser considerada não explicitamente é 6 (Tabela 4.8), o erro relativamente às estruturas completas é de cerca de 66%.

Da análise anterior comprova-se que o critério simplificado 2.1 traz alguma melhoria relativamente às expressões determinadas anteriormente e que a Tabela 4.1 oferece uma maneira de prever quando o erro entre critérios e estruturas completas é maior ou menor na medida em que quanto mais afastado o incremento estiver daquele que foi usado para criar o critério, maior irá ser o valor do erro.

4.1.4.3. Critério simplificado 2.2

Apresenta-se nas seguintes tabelas os resultados da aplicação do novo critério de classificação 2.2 às estruturas estudadas bem como uma análise crítica dos resultados.

Tabela 4.9: Resultado da classificação (CS 2.2) das ligações viga-pilar para diferentes valores de esforço axial reduzido

<i>Caso</i>	<i>Exp. Vs Eix.</i>			<i>Exp. Vs Ríg.</i>		
	<i>M.E</i>	<i>M.D</i>	<i>Tipo</i>	<i>M.E</i>	<i>M.D</i>	<i>Tipo</i>
$\mu=0.50$	74.67	76.82	S	25.65	26.54	R
$\mu=0.55$	74.67	69.86	E	25.65	24.03	E

Como para ambos os casos em estudo (modelo rígido vs. explícito e modelo de eixos vs. explícito), de acordo com os novos critérios simplificados, o esforço axial reduzido é máximo para que as ligações não tenham que ser modeladas explicitamente é de 0.5 (Tabela 4.9), a diferença deste limite de esforço axial para os resultados da análise da estrutura completa é de 50% e de 20% na modelação por eixos e rígida, respetivamente.

Dado que foi a variação da esbelteza simplificada dos pilares que deu origem à tolerância do erro nos esforços mais exigentes para o critério simplificado 2.2, é expectável que os erros associados à aplicação deste critério na variação deste parâmetro sejam pequenos. Nesta situação, para o caso da modelação por eixos, o limite da esbelteza para o qual a estruturas

terá que ser modelada recorrendo a modelos explícitos para a ligação viga-pilar (tomando como referência a estrutura completa) é de 7.7% enquanto que para o modelo rígido é de 11% (Tabela 4.10).

Tabela 4.10: Resultado da classificação (CS 2.2) das ligações viga-pilar para diferentes valores de λ_c .

<i>Caso</i>	<i>Exp. Vs Eix.</i>			<i>Exp. Vs Ríg.</i>		
	<i>M.E</i>	<i>M.D</i>	<i>Tipo</i>	<i>M.E</i>	<i>M.D</i>	<i>Tipo</i>
$\lambda_c=9$	74.67	78.24	S	21.75	22.41	R
$\lambda_c=10$	74.67	77.03	S	18.38	18.14	E
$\lambda_c=13$	74.67	74.95	S	11.31	9.90	E
$\lambda_c=14$	74.67	74.62	E	9.59	8.05	E

Tabela 4.11: Resultado da classificação (CS 2.2) das ligações viga-pilar para diferentes valores de λ_b .

<i>Caso</i>	<i>Exp. Vs Eix.</i>			<i>Exp. Vs Ríg.</i>		
	<i>M.E</i>	<i>M.D</i>	<i>Tipo</i>	<i>M.E</i>	<i>M.D</i>	<i>Tipo</i>
$\lambda_b=12$	74.67	79.74	S	25.65	27.59	R
$\lambda_b=13$	74.67	62.75	E	28.28	23.33	E

O valor máximo da caso da esbelteza simplificada das vigas para a modelação não tenha que ser explícita é 12 segundo os critérios simplificados (Tabela 4.11). Em relação às estruturas completas isto representa uma diferença de aproximadamente 17% em termos de esbelteza para os dois tipos de modelação estudados (rígido e eixos).

Tabela 4.12: Resultado da classificação (CS 2.2) das ligações viga-pilar para diferentes valores de λ_b .

<i>Caso</i>	<i>Exp. Vs Eix.</i>			<i>Exp. Vs Ríg.</i>		
	<i>M.E</i>	<i>M.D</i>	<i>Tipo</i>	<i>M.E</i>	<i>M.D</i>	<i>Tipo</i>
5 pisos	74.67	79.74	S	25.65	27.59	R
6 pisos	74.67	66.51	E	25.65	22.83	E

Finalmente, de acordo com a Tabela 4.12 o erro no valor máximo do número de pisos em que, de acordo com o critério simplificado 2.2, é aceitável modelar as ligações simplificada é de 100%.

Mais uma vez verifica-se uma melhoria das duas expressões do critério simplificado 2.2 comparativamente às expressões do critério antigo. De facto os valores máximos necessários

ter para a modelação ser considerada como não explícita aproximam-se bastante dos valores obtidos pela análise das estruturas.

4.1.4.4. Critério simplificado 3

Apresenta-se nas seguintes tabelas os resultados da aplicação dos novos critérios simplificados 3 aos casos estudados, bem como a análise crítica dos resultados.

Tabela 4.13: Resultado da classificação (CS 3) das ligações viga-pilar para diferentes valores de esforço axial reduzido.

<i>Caso</i>	<i>Exp. Vs Eix.</i>			<i>Exp. Vs Ríg.</i>		
	<i>M.E</i>	<i>M.D</i>	<i>Tipo</i>	<i>M.E</i>	<i>M.D</i>	<i>Tipo</i>
$\mu=0.50$	1.44	1.86	S	1.460	1.56	R
$\mu=0.55$	1.44	1.68	S	1.460	1.41	E
$\mu=0.60$	1.44	1.53	S	1.460	1.29	E
$\mu=0.65$	1.44	1.30	E	1.460	1.19	E

A análise dos resultados da Tabela 4.13 mostra que o erro máximo no nível do esforço axial reduzido para o qual as ligações ainda possam ser modeladas como rígidas é, neste caso, de 25% enquanto no caso da modelação por eixos o erro já é de 0% pois foi ele que gerou o critério simplificado.

Tabela 4.14: Resultado da classificação (CS 3) das ligações viga-pilar para diferentes valores de λ_c .

<i>Caso</i>	<i>Exp. Vs Eix.</i>			<i>Exp. Vs Ríg.</i>		
	<i>M.E</i>	<i>M.D</i>	<i>Tipo</i>	<i>M.E</i>	<i>M.D</i>	<i>Tipo</i>
$\lambda_c=10$	0.903	1.23	S	1.038	1.07	R
$\lambda_c=11$	0.703	1.00	S	0.882	0.88	E

A análise do efeito da variação da esbelteza simplificada dos pilares mostrou que qualquer que seja o valor da esbelteza dos pilares aplicado na comparação modelo explícito vs. modelo de eixos, da aplicação do critério simplificado resulta que a modelação pode ser feita sempre através de um modelo de eixos. No outro caso do critérios de classificação para a situação do modelo rígido vs. eixos (Tabela 4.14) não existe diferença para a esbelteza dos pilares a partir da qual é necessário considerar a modelação explícita em relação à análise de estruturas completas na medida em que foi este o caso adotado na definição deste critério.

Tabela 4.15: Resultado da classificação (CS3) das ligações viga-pilar para diferentes valores de λ_b

<i>Caso</i>	<i>Exp. Vs Eix.</i>			<i>Exp. Vs Ríg.</i>		
	<i>M.E</i>	<i>M.D</i>	<i>Tipo</i>	<i>M.E</i>	<i>M.D</i>	<i>Tipo</i>
$\lambda_b=12$	1.443	1.93	S	1.460	1.62	R
$\lambda_b=13$	1.709	1.68	E	1.616	1.37	E

Os resultados apresentados na Tabela 4.15 são iguais aos obtidos do critério simplificado 2.2 pelo que a análise será a mesma.

Tabela 4.16: Resultado da classificação das ligações viga-pilar para diferentes números de pisos.

<i>Caso</i>	<i>Exp. Vs Eix.</i>			<i>Exp. Vs Ríg.</i>		
	<i>M.E</i>	<i>M.D</i>	<i>Tipo</i>	<i>M.E</i>	<i>M.D</i>	<i>Tipo</i>
5 pisos	1.443	1.93	S	1.460	1.62	R
6 pisos	1.443	1.60	S	1.460	1.34	E
7 pisos	1.443	1.35	E	1.460	1.14	E

Finalmente, de acordo com a Tabela 4.16, o erro no valor máximo do número de pisos em que, de acordo com os critérios simplificados 3, é aceitável modelar as ligações simplificada é de 66% para o caso modelação explícita vs. modelação por eixos e de 100% para o caso modelação rígida vs. modelação por eixos.

A análise anterior mostrou que os critérios simplificados de classificação alterados apresentam uma clara melhoria relativamente aos critérios originais. Contudo eles foram afinados, e posteriormente aplicados, relativamente a um conjunto limitado de estruturas. Para que a sua aplicabilidade seja verificada a qualquer estrutura é necessário criar mais casos de estudo, aplicar-lhes os critérios e verificar a necessidade de alargar ou apertar estes mesmos critérios. Caso se verifique esta necessidade de os alterar o processo é semelhante ao que foi feito neste capítulo.

5. CONCLUSÃO

Neste trabalho foi feita uma revisão bibliográfica da informação existente relacionada com a influência da flexibilidade das ligações viga-pilar no comportamento global de estruturas porticadas e não contraventadas de betão armado. Verificou-se que esta influência, em alguns casos, é suficientemente significativa para que não possa ser desprezada da análise da estrutura. Para que a importância da flexibilidade das ligações possa ser devidamente contabilizada na análise de uma estrutura, é necessário desenvolver ferramentas que permitam identificar as situações em que é necessário ou não incorporá-las rigorosamente na análise estrutural. Estas ferramentas vêm na forma de critérios simplificados de classificação, que permitem prever quando é que o comportamento da ligação pode ser modelada através de um modelo rígido ou de eixos, ou, pelo contrário, essa modelação tem de ser mais rigorosa (modelação explícita).

Neste trabalho foi levado a cabo um estudo paramétrico tendo em vista a avaliação dos critérios simplificados de classificação por rigidez de ligações viga-pilar de estruturas porticadas de betão armado desenvolvidos em [1]. Para isso foi criado num programa de elementos finitos (EvalS) um conjunto de estruturas, variando, para cada uma, um determinado parâmetro. Para cada uma das ligações viga-pilar dessas estruturas foram aplicados os critérios simplificados ao mesmo tempo que as estruturas completas foram estudadas no programa de análise. Para cada parâmetro identificou-se para que gama de valores deixa de ser necessária uma modelação explícita das ligações viga-pilar e é suficientemente rigorosos considerar uma modelação simplificada (recorrendo ao modelo rígido e/ou ao modelo de eixos) Desta análise paramétrica concluiu-se que os critérios simplificados proposto por [1] são demasiados conservadores.

Tendo em vista uma melhoria dos resultados dos critérios simplificados, estes foram calibrados recorrendo aos resultados da análise das estruturas usadas no estudo paramétrico. Posteriormente os critérios simplificados de classificação calibrados foram novamente aplicados às estruturas usadas no estudo paramétrico tendo-se confirmado que estes apresentam uma melhoria em termos de resultados comparativamente com os critérios inicialmente definidos.

Sugere-se que em trabalhos futuros seja feito um estudo mais alargado destes critérios simplificados calibrados. O alargamento deste estudo deverá ser feito aplicando uma análise a novos casos como sejam considerar:

- i) diferentes condições apoios;
- ii) uma rigidez infinita para a componente ao corte da ligação sendo as restantes componentes flexíveis;
- iii) uma rigidez infinita para as componentes relativas às amarrações das vigas e pilares e a componente relativa ao núcleo da ligação flexível;
- iv) estruturas com geometria irregular (p.e. diferentes secções transversais nos pilares de um pórtico);
- v) estruturas com propriedades mecânicas variadas, etc.

Caso se verifique novamente que os critérios adaptados não detetam quando existe a necessidade de modelar as ligações de forma explícita, os critérios devem ser novamente alterados como se procedeu neste trabalho.

6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. Costa, R., *Modelação de ligações viga-pilar na análise de estruturas porticadas planas de betão armado*, in *Departamento de Engenharia Civil*. 2013, Universidade de Coimbra.
2. Costa, P.P.e., R.J. Teixeira, and A. Dias, *Efeito da deformação das ligações viga-pilar na análise pushover de estruturas porticadas de betão armado*, in *Encontro Nacional BETÃO ESTRUTURAL - BE2012*. 2012, FEUP.
3. Ferreira, M., *EvalS*. 2011: Leiria.
4. Alcocer, S.M., *Overview of the Revised ACI-ASCE 352 Committee Recommendations for Design of Beam-Column Connections in Monolithic Reinforced Concrete Structures*, in *Structures Congress 2001*. 2001: Washington, D.C., United States.
5. CEN, *Eurocode 3: design of steel structures, Part 1-8: design of joints.*, E.C.f. Standardisation, Editor. 1993: Brussels.
6. [2003a], S., *Structural steelwork eurocodes: development of trans-national approach, couse: Eurocode 4: 420*. 2003.
7. Mitra, N. and L.N. Lowes, *Modeling of shear deformation and bond slip in reinforced concrete joints. Structural Engineering and Mechanics*, in *13th World Conference on Earthquake Engineering Vancouver, B.C., Canada*.
8. Altoontash, A., *Simulation and damage models for performance assessment of reinforced concrete beam-column joints* in *Department of civil and environmental engineering 2004*, Stanford university.
9. Krawinkler, H., *Shear in beam-column joints in seismic design of steel frames*. Engineering Journal AISC, 1978. 15(3): 82-90.
10. Costa, F.G.e., R.J. Teixeira, and P.P.e. Costa, *On the need for classification criteria for cast in situ RC beam-column joints according to their stiffness*. Materials and Structures, 2014.
11. Appleton, J., *Estruturas de Betão*. 2013, Amadora: Edições Orion.
12. Dias, A., R. Costa, and P.P.e. Costa, *Influence of beam-column joint deformation on the behaviour of reinforced concrete frames*, in *International Conference on Recent Advances in Nonlinear Models – Structural Concrete Applications*. 2011.
13. Briquet, C., et al., *Research activities under COST C1 at the Department MSM of the University of Liège*. Proc., COSTC1 : Semi-rigid behaviour of civil engineering structural connections : proceedings of the second state of the art workshop, European Commission, 1994.
14. Gomes, F.C.T., et al., *Recent developments on classification of joints*. Proc., COST-C1 Int. Conf. - Control of the semirigid behaviour of civil engineering structural connections, 1998.
15. CEN, *Eurocode 2: design of concrete structures - Part 1-1: general rules and rules for buildings* E.C.f. Standardisation, Editor. 1992: Brussels.

16. CEN, *Eurocode 8: Design of structures for earthquake resistance - Part 1: General rules, seismic actions and rules for buildings*, E.C.f. Standardisation, Editor. 1998.
17. CEN, *Eurocode 3: design of steel structures, Part 1-1: general rules and rules for buildings*, E.C.f. Standardisation, Editor. 1993: Brussels.
18. Gomes, F.C.T., *The EC3 classification of joints and alternative proposals in Conference on steel structures*. 2002.
19. CEN, *Eurocode 1: actions on structures - Part 1-1: General Actions*, E.C.f. Standardisation, Editor. 1991: Brussels.

Anexos

Anexo A

Tabela A 1: Resultado da classificação das ligações viga-pilar interiores para a variação do esforço axial reduzido - modelo explícito vs. modelo rígido.

Caso	CS 1 (2.24)			CS 2 (2.27)			CS 2 (2.32)			CS 3 (2.33)			
	M.E	M.D	Tipo	M.E	M.D	Tipo	M.E	M.D	Tipo	M.E	M.D	e_M [%]	Tipo
$\mu=0.25$	7.90	1.00	E	20.90	54.06	R	13.65	54.06	R	0.73	2.57	1.37	R
$\mu=0.50$	7.90	1.00	E	20.90	26.54	R	13.65	26.54	R	0.73	1.26	2.83	R
$\mu=0.75$	7.90	1.00	E	20.90	17.36	E	13.65	17.36	R	0.73	0.83	4.39	R

Tabela A 2: Resultado da classificação das ligações viga-pilar exteriores para a variação do esforço axial reduzido - modelo explícito vs. modelo rígido.

Caso	CS 1 (2.24)			CS 2 (2.27)			CS 2 (2.32)			CS 3 (2.33)			
	M.E	M.D	Tipo	M.E	M.D	Tipo	M.E	M.D	Tipo	M.E	M.D	e_M [%]	Tipo
$\mu=0.25$	7.90	1.00	E	20.90	69.97	R	17.66	69.97	R	0.94	3.33	1.36	R
$\mu=0.50$	7.90	1.00	E	20.90	34.50	R	17.66	34.50	R	0.94	1.64	2.80	R
$\mu=0.75$	7.90	1.00	E	20.90	22.66	R	17.66	22.66	R	0.94	1.08	4.33	R

Tabela A 3: Resultado da classificação das ligações viga-pilar interiores para a variação do esforço axial reduzido - modelo explícito vs. modelo eixos.

Caso	CS 1 (2.44)			CS 2 (2.47)			CS 2 (2.53)			CS 3 (2.54)			
	M.E	M.D	Tipo	M.E	M.D	Tipo	M.E	M.D	Tipo	M.E	M.D	e_M [%]	Tipo
$\mu=0.25$	3.90	1.00	E	14.30	39.18	S	38.70	153.92	S	0.23	1.82	0.61	S
$\mu=0.50$	3.90	1.00	E	14.30	19.60	S	38.70	77.53	S	0.23	0.89	1.26	S
$\mu=0.75$	3.90	1.00	E	14.30	13.06	E	38.70	52.05	S	0.23	0.57	1.95	S

Tabela A 4: Resultado da classificação das ligações viga-pilar exteriores para a variação do esforço axial reduzido- modelo explícito vs. modelo eixos.

Caso	CS 1 (2.44)			CS 2 (2.47)			CS 2 (2.53)			CS 3 (2.54)			
	M.E	M.D	Tipo	M.E	M.D	Tipo	M.E	M.D	Tipo	M.E	M.D	e_M [%]	Tipo
$\mu=0.25$	3.90	1.00	E	14.30	52.48	S	38.70	154.87	S	0.44	2.45	0.85	S
$\mu=0.50$	3.90	1.00	E	14.30	26.25	S	38.70	77.49	S	0.44	1.20	1.75	S
$\mu=0.75$	3.90	1.00	E	14.30	17.50	S	38.70	51.67	S	0.44	0.79	2.71	S

Tabela A 5: Incremento relativo dos esforços por piso (%) variando o esforço axial reduzido

Piso	μ					
	0.25		0.50		0.75	
	Exp. vs. Rig.	Exp. vs. Eix.	Exp. vs. Rig.	Exp. vs. Eix.	Exp. vs. Rig.	Exp. Vs. Eix.
1	0.39	0.12	0.75	0.23	1.25	0.38
2	0.80	0.25	1.51	0.47	2.51	0.79
3	0.67	0.23	1.26	0.43	2.10	0.72
4	0.45	0.16	0.85	0.30	1.40	0.49
5	0.24	0.09	0.44	0.16	0.73	0.27

Tabela A 6: Resultado da classificação das ligações viga-pilar interiores para a variação da esbelteza nos pilares - modelo explícito vs. modelo rígido.

Caso	CS 1 (2.24)			CS 2 (2.27)			CS 2 (2.32)			CS 3 (2.33)			
	M.E	M.D	Tipo	M.E	M.D	Tipo	M.E	M.D	Tipo	M.E	M.D	e_M [%]	Tipo
$\lambda_c=6$	7.90	1.00	E	20.90	42.36	R	18.26	42.36	R	0.96	2.02	2.33	R
$\lambda_c=8$	7.90	1.00	E	20.90	28.87	R	13.65	28.87	R	0.73	1.37	2.59	R
$\lambda_c=10$	7.90	1.00	E	20.90	19.00	E	9.78	19.00	R	0.52	0.90	2.81	R

Tabela A 7: Resultado da classificação das ligações viga-pilar exteriores para a variação da esbelteza nos pilares - modelo explícito vs. modelo rígido.

Caso	CS 1 (2.24)			CS 2 (2.27)			CS 2 (2.32)			CS 3 (2.33)			
	M.E	M.D	Tipo	M.E	M.D	Tipo	M.E	M.D	Tipo	M.E	M.D	e_M [%]	Tipo
$\lambda_c=6$	7.90	1.00	E	20.90	49.33	R	21.60	49.33	R	1.12	2.35	2.32	R
$\lambda_c=8$	7.90	1.00	E	20.90	37.50	R	17.66	37.50	R	0.94	1.79	2.57	R
$\lambda_c=10$	7.90	1.00	E	20.90	27.70	R	13.78	27.70	R	0.74	1.32	2.76	R

Tabela A 8: Resultado da classificação das ligações viga-pilar interiores para a variação da esbelteza nos pilares - modelo explícito vs. modelo eixos.

Caso	CS 1 (2.44)			CS 2 (2.47)			CS 2 (2.53)			CS 3 (2.54)			
	M.E	M.D	Tipo	M.E	M.D	Tipo	M.E	M.D	Tipo	M.E	M.D	e_M [%]	Tipo
$\lambda_c=6$	3.9	1	E	14.3	30.52	S	38.70	86.94	S	0.38	1.41	1.31	S
$\lambda_c=8$	3.9	1	E	14.3	21.26	S	38.70	84.00	S	0.23	0.96	1.15	S
$\lambda_c=10$	3.9	1	E	14.3	13.95	E	38.70	82.79	S	0.06	0.62	0.46	S

Tabela A 9: Resultado da classificação das ligações viga-pilar exteriores para a variação da esbelteza nos pilares - modelo explícito vs. modelo eixos.

Caso	CS 1 (2.44)			CS 2 (2.47)			CS 2 (2.53)			CS 3 (2.54)			
	M.E	M.D	Tipo	M.E	M.D	Tipo	M.E	M.D	Tipo	M.E	M.D	e_M [%]	Tipo
$\lambda_c=6$	3.9	1	E	14.3	36.11	S	38.70	87.05	S	0.52	1.67	1.50	S
$\lambda_c=8$	3.9	1	E	14.3	28.47	S	38.70	84.03	S	0.44	1.31	1.61	S
$\lambda_c=10$	3.9	1	E	14.3	20.99	S	38.70	82.01	S	0.28	0.95	1.40	S

Tabela A 10: Incremento relativo dos esforços por piso (%) variando a esbelteza nos pilares.

Piso	λ_c					
	6		8		10	
	Exp. vs. Rig.	Exp. vs. Eix.	Exp. vs. Rig.	Exp. vs. Eix.	Exp. vs. Rig.	Exp. vs. Eix.
1	0.40	0.09	0.63	0.09	0.88	-0.07
2	0.93	0.23	1.26	0.18	1.61	-0.13
3	0.85	0.24	1.04	0.18	1.25	-0.09
4	0.60	0.18	0.69	0.12	0.81	-0.08
5	0.34	0.12	0.36	0.06	0.39	-0.05

Tabela A 11: Resultado da classificação das ligações viga-pilar interiores para a variação da esbelteza nas vigas - modelo explícito vs. modelo rígido.

Caso	CS 1 (2.24)			CS 2 (2.27)			CS 2 (2.32)			CS 3 (2.33)			
	M.E	M.D	Tipo	M.E	M.D	Tipo	M.E	M.D	Tipo	M.E	M.D	e_M [%]	Tipo
$\lambda_b=10$	7.90	1.00	E	20.90	40.24	R	10.66	40.24	R	0.57	1.92	1.42	R
$\lambda_b=12$	7.90	1.00	E	20.90	28.87	R	13.65	28.87	R	0.73	1.37	2.59	R
$\lambda_b=14$	7.90	1.00	E	20.90	21.16	R	16.17	21.16	R	0.87	1.01	4.29	R

Tabela A 12: Resultado da classificação das ligações viga-pilar exteriores para a variação da esbelteza nas vigas - modelo explícito vs. modelo rígido.

Caso	CS 1 (2.24)			CS 2 (2.27)			CS 2 (2.32)			CS 3 (2.33)			
	M.E	M.D	Tipo	M.E	M.D	Tipo	M.E	M.D	Tipo	M.E	M.D	e_M [%]	Tipo
$\lambda_b=10$	7.90	1.00	E	20.90	56.25	R	14.71	56.25	R	0.78	2.68	1.41	R
$\lambda_b=12$	7.90	1.00	E	20.90	37.50	R	17.66	37.50	R	0.94	1.79	2.57	R
$\lambda_b=14$	7.90	1.00	E	20.90	25.97	R	19.90	25.97	R	1.06	1.24	4.25	R

Tabela A 13: Resultado da classificação das ligações viga-pilar interiores para a variação da esbelteza nas vigas - modelo explícito vs. modelo eixos.

Caso	CS 1 (2.44)			CS 2 (2.47)			CS 2 (2.53)			CS 3 (2.54)			
	M.E	M.D	Tipo	M.E	M.D	Tipo	M.E	M.D	Tipo	M.E	M.D	e_M [%]	Tipo
$\lambda_b=10$	3.90	1.00	E	14.30	26.83	S	38.70	141.33	S	0.02	1.23	0.07	S
$\lambda_b=12$	3.90	1.00	E	14.30	21.26	S	38.70	84.00	S	0.23	0.96	1.15	S
$\lambda_b=14$	3.90	1.00	E	14.30	16.58	S	38.70	54.02	S	0.40	0.74	2.63	S

Tabela A 14: Resultado da classificação das ligações viga-pilar exteriores para a variação da esbelteza nas vigas - modelo explícito vs. modelo eixos.

Caso	CS 1 (2.44)			CS 2 (2.47)			CS 2 (2.53)			CS 3 (2.54)			
	M.E	M.D	Tipo	M.E	M.D	Tipo	M.E	M.D	Tipo	M.E	M.D	e_M [%]	Tipo
$\lambda_b=10$	3.90	1.00	E	14.30	39.45	S	38.70	142.26	S	0.23	1.83	0.60	S
$\lambda_b=12$	3.90	1.00	E	14.30	28.47	S	38.70	84.03	S	0.44	1.31	1.61	S
$\lambda_b=14$	3.90	1.00	E	14.30	20.66	S	38.70	53.78	S	0.58	0.94	3.03	S

Tabela A 15: Incremento relativo dos esforços por piso (%) variando a esbelteza nas vigas.

Piso	λ_c					
	6		8		10	
	Exp. vs. Rig.	Exp. vs. Eix.	Exp. vs. Rig.	Exp. vs. Eix.	Exp. vs. Rig.	Exp. vs. Eix.
1	0.49	-0.08	0.63	0.09	0.77	0.22
2	0.90	-0.16	1.26	0.18	1.65	0.48
3	0.71	-0.12	1.04	0.18	1.43	0.46
4	0.46	-0.69	0.69	0.12	0.98	0.32
5	0.22	-0.06	0.36	0.06	0.53	0.20

Tabela A 16: Resultado da classificação das ligações viga-pilar interiores para a variação do nº de pisos - modelo explícito vs. modelo rígido.

Caso	CS 1 (2.24)			CS 2 (2.27)			CS 2 (2.32)			CS 3 (2.33)			
	M.E	M.D	Tipo	M.E	M.D	Tipo	M.E	M.D	Tipo	M.E	M.D	e_M [%]	Tipo
5 pisos	7.90	1.00	E	20.90	28.87	R	13.65	28.87	R	0.73	1.37	2.59	R
10 pisos	7.90	1.00	E	20.90	13.94	E	13.65	13.94	R	0.73	0.66	5.53	E
15 pisos	7.90	1.00	E	20.90	8.96	E	13.65	8.96	E	0.73	0.43	8.87	E

Tabela A 17: Resultado da classificação das ligações viga-pilar exteriores para a variação do número de pisos - modelo explícito vs. modelo rígido.

Caso	CS 1 (2.24)			CS 2 (2.27)			CS 2 (2.32)			CS 3 (2.33)			
	M.E	M.D	Tipo	M.E	M.D	Tipo	M.E	M.D	Tipo	M.E	M.D	e_M [%]	Tipo
5 pisos	7.90	1.00	E	20.90	37.50	R	17.66	37.50	R	0.94	1.79	2.57	R
10 pisos	7.90	1.00	E	20.90	18.25	E	17.66	18.25	R	0.94	0.87	5.44	E
15 pisos	7.90	1.00	E	20.90	11.83	E	17.66	11.83	E	0.94	0.56	8.64	E

Tabela A 18: Resultado da classificação das ligações viga-pilar interiores para a variação do número de pisos- modelo explícito vs. modelo eixos.

Caso	CS 1 (2.44)			CS 2 (2.47)			CS 2 (2.53)			CS 3 (2.54)			
	M.E	M.D	Tipo	M.E	M.D	Tipo	M.E	M.D	Tipo	M.E	M.D	e_M [%]	Tipo
5 pisos	3.90	1.00	E	14.30	21.26	S	38.70	84.00	S	0.23	0.96	1.15	S
10 pisos	3.90	1.00	E	14.30	10.63	E	38.70	42.54	S	0.23	0.46	2.46	S
15 pisos	3.90	1.00	E	14.30	7.09	E	38.70	28.73	E	0.23	0.29	3.95	S

Tabela 0.1: Resultado da classificação das ligações viga-pilar exteriores para a variação do número de pisos - modelo explícito vs. modelo eixos.

Caso	CS 1 (2.44)			CS 2 (2.47)			CS 2 (2.53)			CS 3 (2.54)			
	M.E	M.D	Tipo	M.E	M.D	Tipo	M.E	M.D	Tipo	M.E	M.D	e_M [%]	Tipo
5 pisos	3.90	1.00	E	14.30	28.47	S	38.70	84.03	S	0.44	1.31	1.61	S
10 pisos	3.90	1.00	E	14.30	14.23	S	38.70	42.04	S	0.44	0.63	3.40	S
15 pisos	3.90	1.00	E	14.30	9.49	E	38.70	28.04	E	0.44	0.40	5.40	E

Tabela A 19: Incremento relativo dos esforços por piso (%) variando o número de pisos.

Piso	Nº de pisos					
	5		10		15	
	Exp. vs. Rig.	Exp. vs. Eix.	Exp. vs. Rig.	Exp. vs. Eix.	Exp. vs. Rig.	Exp. vs. Eix.
1	0.63	0.09	1.45	0.29	2.40	1.90
2	1.26	0.18	3.11	0.53	5.20	2.99
3	1.04	0.18	3.03	0.60	5.30	3.30
4	0.69	0.12	2.66	0.53	4.92	3.23
5	0.36	0.06	2.25	0.44	4.47	3.04
6	-	-	1.85	0.35	4.02	2.92
7	-	-	1.46	0.25	3.58	2.58
8	-	-	1.07	0.17	3.15	2.24

9	-	-	0.70	0.09	2.72	1.94
10	-	-	0.35	0.02	2.31	1.60
11	-	-	-	-	1.90	1.26
12	-	-	-	-	1.51	0.89
13	-	-	-	-	1.12	0.57
14	-	-	-	-	0.75	0.32
15	-	-	-	-	0.39	-0.02

Tabela A 20: resultado da classificação das ligações viga-pilar interiores para a variação do número de vãos - modelo explícito vs. modelo rígido

Caso	CS 1 (2.24)			CS 2 (2.27)			CS 2 (2.32)			CS 3 (2.33)			
	M.E	M.D	Tipo	M.E	M.D	Tipo	M.E	M.D	Tipo	M.E	M.D	e_M [%]	Tipo
1 vão	7.90	1.00	E	20.90	28.87	R	13.65	28.87	R	0.73	1.37	2.59	R
5 vãos	7.90	1.00	E	20.90	28.87	R	13.65	28.87	R	0.73	1.37	2.59	R
10 vãos	7.90	1.00	E	20.90	28.87	R	13.65	28.87	R	0.73	1.37	2.59	R

Tabela A 21: Resultado da classificação das ligações viga-pilar exteriores para a variação do número de vãos - modelo explícito vs. modelo rígido.

Caso	CS 1 (2.24)			CS 2 (2.27)			CS 2 (2.32)			CS 3 (2.33)			
	M.E	M.D	Tipo	M.E	M.D	Tipo	M.E	M.D	Tipo	M.E	M.D	e_M [%]	Tipo
1 vão	7.90	1.00	E	20.90	37.50	R	17.66	37.50	R	0.94	1.79	2.57	R
5 vãos	7.90	1.00	E	20.90	37.50	R	17.66	37.50	R	0.94	1.79	2.57	R
10 vãos	7.90	1.00	E	20.90	37.50	R	17.66	37.50	R	0.94	1.79	2.57	R

Tabela A 22: Resultado da classificação das ligações viga-pilar interiores para a variação do número de vãos - modelo explícito vs. modelo eixos.

Caso	CS 1 (2.44)			CS 2 (2.47)			CS 2 (2.53)			CS 3 (2.54)			
	M.E	M.D	Tipo	M.E	M.D	Tipo	M.E	M.D	Tipo	M.E	M.D	e_M [%]	Tipo
1 vão	3.9	1	E	14.3	21.26	S	38.70	84.00	S	0.23	0.96	1.15	S
5 vãos	3.9	1	E	14.3	21.26	S	38.70	84.00	S	0.23	0.96	1.15	S
10 vãos	3.9	1	E	14.3	21.26	S	38.70	84.00	S	0.23	0.96	1.15	S

Tabela A 23: Resultado da classificação das ligações viga-pilar exteriores para a variação do número de vãos - modelo explícito vs. modelo eixos.

Caso	CS 1 (2.44)			CS 2 (2.47)			CS 2 (2.53)			CS 3 (2.54)			
	M.E	M.D	Tipo	M.E	M.D	Tipo	M.E	M.D	Tipo	M.E	M.D	e_M [%]	Tipo
1 pórtico	3.9	1	E	14.3	28.47	S	38.70	84.03	S	0.44	1.31	1.61	S
5 pórticos	3.9	1	E	14.3	28.47	S	38.70	84.03	S	0.44	1.31	1.61	S
10 pórticos	3.9	1	E	14.3	28.47	S	38.70	84.03	S	0.44	1.31	1.61	S

Tabela A 24: Incremento relativo dos esforços por piso (%) variando o número de vãos.

Piso	<i>Nº de vãos</i>					
	1		5		10	
	Exp. vs. Rig.	Exp. vs. Eix.	Exp. vs. Rig.	Exp. vs. Eix.	Exp. vs. Rig.	Exp. vs. Eix.
1	0.64	0.30	0.63	0.09	0.66	0.08
2	1.45	0.70	1.26	0.18	1.32	0.18
3	1.26	0.64	1.04	0.18	1.08	0.18
4	0.87	0.44	0.69	0.12	0.72	0.12
5	0.47	0.24	0.36	0.06	0.37	0.07