



**FCTUC DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL**  
FACULDADE DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA  
UNIVERSIDADE DE COIMBRA

# **Análise Numérica de Ensaios a 1G em Modelos Reduzidos de Fundações Diretas**

Dissertação apresentada para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia Civil na Especialidade de Geotecnia

**Autor**

**Joana Rita Carvalho Henriques Silva**

**Orientadores**

**José Carlos Duarte Grazina**

**Paulo Miguel Cunha Matos Lopes Pinto**

Esta dissertação é da exclusiva responsabilidade do seu autor, não tendo sofrido correções após a defesa em provas públicas. O Departamento de Engenharia Civil da FCTUC declina qualquer responsabilidade pelo uso da informação apresentada

**Coimbra, janeiro, 2015**

## AGRADECIMENTOS

Ao Professor Doutor José Grazina, pela sua orientação e auxílio, demonstrando grande disponibilidade e interesse em ajudar. Agradeço também todos os seus conselhos, explicações e esclarecimento de dúvidas, sempre com boa disposição.

Ao Professor Doutor Paulo Pinto, também pela sua orientação e partilha de conhecimento. Em particular pelos ensinamentos transmitidos, ajuda na compreensão de dúvidas que foram surgindo ao longo desta dissertação e disponibilização de bibliografia.

Aos meus colegas de perfil que, neste período de tempo, comigo partilharam os seus conhecimentos e a mesma sala de trabalho, sempre com uma palavra amiga e de incentivo nos momentos de desânimo.

Aos meus colegas de faculdade, pelos “segredos desta cidade”, que levo comigo p’ra vida!

Ao Carlos, pela paciência, carinho e companheirismo. Agradeço todo o seu apoio, por estar presente mesmo nos momentos mais difíceis, escutando os meus desabafos e sempre com pensamentos positivos.

À minha família, que acompanhou o meu crescimento e vida académica, por toda a força e preocupação demonstrados.

À minha Avó, pela sua meiguice, carinho e dedicação. Pelas suas palavras nos momentos menos bons, palavras essas que “aqueciam o coração”.

Por fim, não poderia deixar de agradecer ao meu Pai e à minha Mãe, a quem dedico esta dissertação. Agradeço todos os princípios transmitidos, o apoio incondicional, a certeza do certo nas horas mais incertas. Que este trabalho seja um motivo de orgulho, que consiga retribuir todo o esforço e dedicação que tiveram para comigo. Obrigado!

## RESUMO

As fundações superficiais distribuem cargas estruturais sobre grandes áreas de solo ou rocha perto da superfície, diminuindo a intensidade das cargas aplicadas para níveis admissíveis para solos de fundação. O projeto de uma fundação superficial deve compreender normas básicas de segurança e utilidade funcional. No que diz respeito ao seu dimensionamento, as tensões de contacto não devem exceder a capacidade de carga do solo e é essencial manter o controlo sobre os assentamentos. Para simular o comportamento de uma fundação superficial pode recorrer-se ao ensaio de carga em placa, que tem como objetivo submeter o terreno a solicitações da mesma natureza como forma de previsão.

A presente dissertação consiste na análise numérica de ensaios de carga em placa realizados no Laboratório de Geotecnia do DEC-FCTUC recorrendo ao programa de elementos finitos *Plaxis*. Os modelos numéricos foram concebidos para representar um tanque de altura de 1,5m e área da base de 1,0x1,5m, preenchido com solo arenoso submetido a um carregamento de uma placa circular com 300mm de diâmetro. Com vista a melhorar o comportamento da fundação superficial, estes modelos físicos têm a particularidade de terem sido reforçados através de uma saia estrutural fixada nos bordos da placa. Estudos indicam que, incorporando este novo tipo de reforço na fundação, há redução de assentamentos no solo e aumento da capacidade de carga da mesma.

Realizou-se uma análise paramétrica de modo a avaliar a influência do comprimento da saia e da compacidade da areia no comportamento da fundação. Foi também estudada a influência do modelo elástico perfeitamente plástico, *Mohr-Coulomb*, de um modelo mais complexo nomeadamente o *Hardening Soil*, e da interface solo/fundação na relação carga/assentamento deste tipo de fundações.

Palavras-Chave: modelação numérica, fundações superficiais, saia estrutural, modelo *Mohr-Coulomb*, modelo *Hardening Soil*

## ABSTRACT

Shallow foundations distribute structural load over large areas of near-surface soil or rock, decreasing the intensity of the applied loads to permissible levels for the foundation soils. The project of a shallow foundation must comprise basic safety functional utility standards. Regarding their design, the stresses can't exceed the bearing capacity of the soil and, which is essential settlement control. To simulate the behavior of a shallow foundation a plate load test can be used, which has the goal of submitting the terrain to solicitations of the same nature as forecasting measure.

The present thesis consists on the numerical modeling of experimental plate load test performed in the Geotechnical Laboratory of DEC-FCTUC, using the finite element program *Plaxis*. The numerical models were designed to simulate a tank with 1,5 m of height and a floor area of a 1,0x1,5m, filled with sand and submitted to a load of a circular plate with 300mm of diameter. To improve the behavior of a shallow foundation, these models have been reinforced with a structural skirt fixed to the edges. Several studies reported that using this type of reinforcement reduces the soil settlements and increases the bearing capacity of foundation.

These simulations allowed the analysis of the influence of the skirt depth and the soil relative density, as well as different soil/foundation interface strength reduction factors using the elastic perfectly plastic model, as named as *Mohr-Coulomb* model, and a more complex model, the *Hardening Soil* model.

Keywords: numerical modeling, shallow foundation, structural skirt, *Mohr-Coulomb* model, *Hardening Soil* model.

## ÍNDICE

AGRADECIMENTOS.....	i
RESUMO .....	ii
ABSTRACT .....	iii
ÍNDICE .....	iv
ÍNDICE DE FIGURAS .....	vi
ÍNDICE DE QUADROS.....	x
SIMBOLOGIA .....	xi
1 INTRODUÇÃO .....	1
1.1 Considerações iniciais.....	1
1.2 Definição e justificação dos objetivos .....	2
1.3 Estrutura da dissertação .....	2
2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA .....	4
2.1 Considerações iniciais.....	4
2.2 Capacidade de carga pela Teoria da Plasticidade .....	4
2.3 Método dos elementos finitos (MEF) .....	6
2.4 Modelos reológicos utilizados.....	7
2.4.1 Modelo <i>Mohr-Coulomb</i> .....	7
2.4.2 Modelo <i>Hardening Soil</i> .....	10
2.5 Estudos e modelação numérica de ensaios de carga em placa .....	13
3 MODELAÇÃO NUMÉRICA DE ENSAIOS DE CARGA EM PLACA NO TANQUE.....	21
3.1 Considerações iniciais.....	21
3.2 Descrição dos ensaios de carga em placa com saia efetuados no DEC-FCTUC .....	21
3.3 Descrição dos modelos numéricos.....	25
3.3.1 Características gerais da modelação .....	25
3.3.2 Modelos e condições de fronteira .....	27
3.3.3 Propriedades dos materiais .....	28
3.4 Resultados das análises numéricas .....	30
3.4.1 Resultados para a areia solta .....	30
3.4.2 Resultados para a areia densa .....	37
3.4.3 Comparação areia solta/densa .....	42
3.5 Análises numéricas adicionais.....	46
3.5.1 Resultados da modelação da fundação como um bloco rígido .....	47

---

3.5.2	Ajuste das curvas carga-assentamento do modelo <i>Hardening Soil</i> a curvas de ensaio de carga em placa reais .....	49
4	MODELAÇÃO NUMÉRICA DE ENSAIOS DE CARGA EM PLACA <i>IN SITU</i> .....	53
4.1	Descrição da geometria, malha, tipo de elementos e materiais .....	53
4.2	Resultados para a areia solta .....	54
4.3	Resultados para a areia densa .....	59
4.4	Comparação areia solta/densa .....	64
5	CONCLUSÕES E DESENVOLVIMENTOS FUTUROS.....	68
5.1	Conclusões .....	68
5.2	Desenvolvimentos futuros.....	69
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	70

## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2.1 – Superfícies de rotura de uma fundação superficial: I – Estado limite ativo de Rankine; II – Corte radial; III – Estado passivo de Rankine.....	5
Figura 2.2 – Malha de elementos finitos. ....	6
Figura 2.3 - Representação do modelo MC elástico perfeitamente plástico (PLAXIS Manual, 2011). ....	8
Figura 2.4 - a)Resultados de ensaios triaxiais drenados convencionais; b)Aproximação pelo modelo MC (PLAXIS Manual, 2008). ....	8
Figura 2.5 – Envolvente de rotura <i>Mohr-Coulomb</i> (adaptado de Matos Fernandes, 2006).....	9
Figura 2.6 – Definição dos vários módulos de deformabilidade (PLAXIS Manual, 2011).....	9
Figura 2.7 – Envolvente de rotura: a)por compressão, b)por corte (adaptado, PLAXIS 2001). 10	
Figura 2.8 – Relação hiperbólica tensão-deformação num ensaio triaxial (PLAXIS Manual, 2002). ....	12
Figura 2.9 - Comparação dos modelos com a resposta real do solo (PLAXIS Manual, 2008). 13	
Figura 2.10 - Geometria dos modelos adotados para a modelação (adaptado Pusadkar e Bhatkar, 2013). ....	14
Figura 2.11 – Assentamentos (a) e carga admissível (b) vs profundidade da saia para a solução com saia estrutural dos dois lados para diferentes comprimentos de fundação (Pusadkar e Bhatkar, 2013). ....	14
Figura 2.12 - Assentamentos (a) e carga admissível (b) vs profundidade da saia para a solução com saia estrutural em apenas num dos lados para diferentes comprimentos de fundação (Pusadkar e Bhatkar, 2013).....	15
Figura 2.13 – Esquematização e medidas do modelo (adaptado Al-Aghbari, 2007). ....	16
Figura 2.14 – Relação tensão-deslocamento em ensaios com saia estrutural (adaptado Alghbari, 2007).....	16
Figura 2.15 – Geometria estudada (adaptado de Azzam e Farouk, 2010). ....	17
Figura 2.16 – Resultados da modelação: a)tensões efetivas e b)pontos plásticos (Azzam e Farouk, 2010). ....	17

---

Figura 2.17 – Resultados das simulações para a sapata de diâmetro 1,13m (Khanal, 2013)...	20
Figura 3.1 – Características do tanque: a) reforçado lateralmente e b) com marcações para controlo da altura (Alves, 2014). .....	22
Figura 3.2 – Modelos físicos das saias estruturais e da sapata: a) saia vista do seu interior e b) saia curta e saia longa vista em perfil (Alves, 2014). .....	22
Figura 3.3 – Curva carga-assentamento para os ensaios em areia solta (Alves, 2014). .....	23
Figura 3.4 – Curva carga-assentamento para os ensaios em areia densa (Alves, 2014). .....	24
Figura 3.5 – Exemplo de um problema axissimétrico (PLAXIS Manual, 2008). .....	26
Figura 3.6 – Distribuição de nós (•) e pontos de Gauss (x) num elemento triangular de 15 nós (PLAXIS Manual, 2002). .....	27
Figura 3.7 – Modelos adotados: a) modelação do tanque sem saia estrutural; b) modelação do tanque com saia estrutural de 15cm, c) modelação do tanque com saia estrutural de 30cm e d) exemplo da malha de elementos finitos (muito fina). .....	28
Figura 3.8 – Superfícies de cedência do modelo HS no plano $p'$ - $q$ .....	30
Figura 3.9 - Resultados da modelação de ensaios de carga em placa no tanque para a areia solta e: a) $R_{inter}=1$ e b) $R_{inter}=0,5$ .....	31
Figura 3.10 – Tensões normais na parede do tanque e respetivos acréscimos de carga para $q_0=55kPa$ e: a) $R_{inter}=1$ e b) $R_{inter}=0,5$ . .....	33
Figura 3.11 - Pontos plásticos para uma tensão aplicada de 55kPa, $R_{inter}=1$ e modelo <i>Mohr-Coulomb</i> na análise: a) sem saia estrutural; b) com saia estrutural de 15cm e c) com saia estrutural de 30cm. ....	34
Figura 3.12: Pontos plásticos para uma tensão aplicada de 55kPa, $R_{inter}=0,5$ e modelo <i>Mohr-Coulomb</i> na análise: a) sem saia estrutural; b) com saia estrutural de 15cm e c) com saia estrutural de 30cm. ....	35
Figura 3.13 - Pontos em rotura para uma tensão aplicada de 55kPa, $R_{inter}=1$ e modelo <i>Hardening Soil</i> na análise: a) sem saia estrutural; b) com saia estrutural de 15cm e c) com saia estrutural de 30cm. ....	36
Figura 3.14 - Pontos em rotura para uma tensão aplicada de 55kPa, $R_{inter}=0,5$ e modelo <i>Hardening Soil</i> na análise: a) sem saia estrutural; b) com saia estrutural de 15cm e c) com saia estrutural de 30cm. ....	36
Figura 3.15 - Resultados da modelação de ensaios de carga em placa no tanque para a areia densa para: a) $R_{inter}=1$ e b) $R_{inter}=0,5$ . .....	37
Figura 3.16 - Tensões normais na parede do tanque e respetivos acréscimos de tensão para $q_0=130kPa$ e: a) $R_{inter}=1$ e b) $R_{inter}=0,5$ . .....	39

---



---

Figura 3.17 - Pontos plásticos para uma tensão aplicada de 130kPa, $R_{inter}=1$ e modelo <i>Mohr-Coulomb</i> na análise: a)sem saia estrutural; b)com saia estrutural de 15cm e c)com saia estrutural de 30cm. ....	40
Figura 3.18 - Pontos plásticos para uma tensão aplicada de 130kPa, $R_{inter}=0,5$ e modelo <i>Mohr-Coulomb</i> na análise: a)sem saia estrutural; b)com saia estrutural de 15cm e c)com saia estrutural de 30cm. ....	41
Figura 3.19 - Pontos em rotura para uma tensão aplicada de 130kPa, $R_{inter}=1$ e modelo <i>Hardening Soil</i> na análise: a)sem saia estrutural; b)com saia estrutural de 15cm e c)com saia estrutural de 30cm. ....	41
Figura 3.20 - Pontos em rotura para uma tensão aplicada de 130kPa, $R_{inter}=0,5$ e modelo <i>Hardening Soil</i> na análise: a)sem saia estrutural; b)com saia estrutural de 15cm e c)com saia estrutural de 30cm. ....	42
Figura 3.21 – Comparação dos resultados da areia solta e areia densa com o modelo MC e: a) $R_{inter}=1$ e b) $R_{inter}=0,5$ . ....	43
Figura 3.22 - Comparação dos resultados da areia solta e areia densa com o modelo HS e: a) $R_{inter}=1$ e b) $R_{inter}=0,5$ . ....	44
Figura 3.23 – Comparação de resultados entre a areia solta e areia densa com o modelo MC e: a) $R_{inter}=1$ e b) $R_{inter}=0,5$ . ....	45
Figura 3.24 - Comparação de resultados entre a areia solta e areia densa com o modelo HS e: a) $R_{inter}=1$ e b) $R_{inter}=0,5$ . ....	46
Figura 3.25 – Modelos adotados para análise da fundação como bloco rígido: a)modelo sem saia estrutural; b)modelo com saia estrutural de 15cm e c)modelo com saia estrutural de 30cm.....	47
Figura 3.26 – Resultados das análises do tanque para os modelos reológicos MC e HS, $R_{inter}=0,5$ e: a)areia solta e b)areia densa.....	48
Figura 3.27 – Evolução do estado de tensão e superfícies de cedência do modelo HS para um ensaio triaxial: 1)estado de tensão inicial e 2)estado de tensão a meio do carregamento (adaptado Ferreira, 2014). ....	50
Figura 3.28 – Resultados do ajuste das curvas da modelação sem saia a curvas de ensaios de carga em placa no tanque de Alves (2014). ....	51
Figura 3.29 - Resultados com os parâmetros do ajuste para a fundação sem reforço para: a)areia solta e b)areia densa ....	52
Figura 4.1 - Modelo de elementos finitos: a)geometria do modelo sem reforço; b)geometria do modelo com reforço de 1m e c)geometria do modelo com reforço de 2m. ....	53
Figura 4.2 - Resultados da modelação de ensaios de carga em placa <i>in situ</i> para a areia solta e: a) $R_{inter}=1$ e b) $R_{inter}=0,5$ .....	54

---

---

Figura 4.3 - Pontos plásticos no modelo <i>Mohr-Coulomb</i> para uma tensão aplicada de 500kPa e $R_{inter}=1$ no modelo: a)sem saia; b)com saia curta e c)com saia comprida. ....	56
Figura 4.4 - Pontos plásticos no modelo <i>Mohr-Coulomb</i> para uma tensão aplicada de 500kPa e $R_{inter}=0,5$ no modelo: a)sem saia; b)com saia curta e c)com saia comprida. ..	56
Figura 4.5 - Pontos em rotura no modelo <i>Hardening Soil</i> para uma tensão aplicada de 500kPa e $R_{inter}=1$ no modelo: a)sem saia; b)com saia curta e c)com saia comprida. ....	57
Figura 4.6 - Pontos em rotura no modelo <i>Hardening Soil</i> para uma tensão aplicada de 500kPa e $R_{inter}=0,5$ no modelo: a)sem saia; b)com saia curta e c)com saia comprida. ..	57
Figura 4.7 - Esforço axial na saia e tensão normais na placa para $q_0=500kPa$ na saia: a)curta e b)comprida. ....	58
Figura 4.8 - Resultados da modelação de ensaios de carga em placa <i>in situ</i> para a areia densa e: a) $R_{inter}=1$ e b) $R_{inter}=0,5$ . ....	59
Figura 4.9 - Pontos plásticos com o modelo <i>Mohr-Coulomb</i> para uma tensão aplicada de 900kPa e $R_{inter}=1$ no modelo: a)sem saia; b)com saia curta e c)com saia comprida.....	61
Figura 4.10 - Pontos plásticos com o modelo <i>Mohr-Coulomb</i> para uma tensão aplicada de 900kPa e $R_{inter}=0,5$ no modelo: a)sem saia; b)com saia curta e c)com saia comprida.....	61
Figura 4.11 - Pontos em rotura com o modelo <i>Hardening Soil</i> para uma tensão aplicada de 900kPa e $R_{inter}=1$ no modelo: a)sem saia; b)com saia curta e c)com saia comprida.....	62
Figura 4.12 - Pontos em rotura com o modelo <i>Hardening Soil</i> para uma tensão aplicada de 900kPa e $R_{inter}=0,5$ no modelo: a) sem saia; b) com saia curta e c) com saia comprida.....	62
Figura 4.13 - Esforço axial na saia e tensões normais na placa para $q_0=900kPa$ na saia: a)curta e b)comprida. ....	63
Figura 4.14 - Comparação dos resultados da areia solta e areia densa com o modelo MC e: a) $R_{inter}=1$ e b) $R_{inter}=0,5$ . ....	64
Figura 4.15 - Comparação dos resultados da areia solta e areia densa com o modelo HS e: a) $R_{inter}=1$ e b) $R_{inter}=0,5$ . ....	65
Figura 4.16 - Comparação de resultados entre a areia solta e areia densa para a saia: a)curta e b)saia comprida.....	67

---

## ÍNDICE DE QUADROS

Quadro 2.1 – Parâmetros usados pelo modelo HS.....	11
Quadro 2.2 - Parâmetros do modelo HS utilizados na modelação. ....	13
Quadro 2.4 – Parâmetros da areia utilizados na análise numérica (Azzam e Farouk, 2010)...	17
Quadro 2.9 - Parâmetros do modelo HS utilizados na modelação para as diversas camadas de solo (Khanal, 2013).....	19
Quadro 3.1 – Cálculo do BCR* para a areia solta (Alves, 2014).....	24
Quadro 3.2 – Cálculo do BCR* para a areia densa (Alves, 2014). ....	25
Quadro 3.3 - Fator de redução da interface para areias com diversos materiais (Ferreira, 2014). ....	27
Quadro 3.4 – Parâmetros do modelo MC para a areia solta e areia densa (Ferreira, 2014).....	29
Quadro 3.5 – Parâmetros do modelo HS para a areia solta e areia densa (Ferreira, 2014).....	29
Quadro 3.6 – Características da placa. ....	30
Quadro 3.7 - Percentagem de redução dos deslocamentos face às análises sem saia na areia solta para uma tensão de 55kPa. ....	32
Quadro 3.8 - Percentagem de redução dos deslocamentos face às análises sem saia na areia densa para uma tensão de 130kPa. ....	38
Quadro 3.9 – Comparação de resultados entre a areia solta e areia densa relativamente à redução de assentamentos para uma tensão aplicada de 55kPa e modelo MC. ....	43
Quadro 3.10 - Comparação de resultados entre a areia solta e areia densa relativamente à redução de assentamentos para uma tensão aplicada de 55kPa e modelo HS. ....	45
Quadro 3.11 - Percentagem de redução dos deslocamentos face às análises sem saia na areia solta e areia densa para uma tensão de 55 e 130kPa, respetivamente. ....	48
Quadro 3.12 – Parâmetros finais do ajuste para a areia solta e areia densa. ....	51
Quadro 4.1 - Percentagem de redução dos deslocamentos face às análises sem saia na areia solta para uma tensão de 500kPa. ....	55
Quadro 4.2 - Percentagem de redução dos deslocamentos face às análises sem saia na areia densa para uma tensão de 900kPa. ....	60

## SIMBOLOGIA

### Tensões, deformações e resistência ao corte

$\gamma$  - Peso volúmico

$\varphi'$  - Ângulo de resistência ao corte

$\psi$  - Ângulo de dilatação

$c'$  - Coesão em termos de tensões efetivas

$\nu$  - Coeficiente de Poisson

$E_{50}$  - Módulo de deformabilidade secante correspondente a 50% da tensão de rotura

$E_{ur}$  - Módulo de deformabilidade em descarga/recarga

$E_{oed}$  - Módulo de deformabilidade edométrico em primeira carga

$K_0$  - Coeficiente de impulso em repouso

$p$  - Tensão normal média

$q$  - Tensão desviatória

$q_f$  - Tensão desviatória máxima

$p^{ref}$  - Tensão de referência

$R_f$  - Coeficiente de rotura

$m$  - Potência da relação de dependência entre os diversos módulos de deformabilidade e o nível de tensão verificado

$\tau$  - Tensão tangencial

$\varepsilon_a$  - Extensão axial

$R_{inter}$  - Fator de redução de resistência

### Outros símbolos

$B$  - Largura da fundação

$N_c, N_q, N_\gamma$  - Fatores de capacidade de carga

$s_c, s_q, s_\gamma$  - Fatores de forma

$i_c, i_q, i_\gamma$  - Fatores de inclinação

$d_q, d_q, d_\gamma$  - Fatores de profundidade

$f_q, f_q, f_\gamma$  - Fatores devido à existência de um extrato rígido

$q_{ult}$  - Capacidade de carga última

$I_D$  - Índice de compacidade

$D_s$  - Profundidade da saia

# 1 INTRODUÇÃO

## 1.1 Considerações iniciais

Fundações são elementos estruturais que têm como objetivo transmitir as solicitações de qualquer estrutura ao solo. Para suportar as tensões causadas pelos esforços solicitantes devem ter resistência adequada sendo também fundamental uma boa caracterização do comportamento do solo. Os principais tipos de fundação podem ser reunidos em dois grandes grupos: fundações superficiais e fundações profundas. Nas fundações superficiais (ou diretas), a carga é transmitida ao terreno predominantemente pela pressão distribuída sob a base da fundação. São menos dispendiosas e de simples execução devido à facilidade de construção dos elementos de fundação que dispensam equipamentos sofisticados. Por sua vez, as fundações profundas (ou indirectas) são utilizadas quando os solos superficiais apresentam fraca qualidade ou estão sujeitos a processos erosivos, sendo necessário o aproveitamento da resistência das camadas mais profundas.

O comportamento de uma fundação superficial pode ser simulado, a uma escala reduzida, pelo ensaio de carga em placa. “Este ensaio consiste no carregamento, por escalões, de uma placa circular de aço, colocada sobre a superfície do terreno a ensaiar, medindo o assentamento resultante.” (Matos Fernandes, 2011). A carga é aplicada usando um macaco hidráulico e os assentamentos são medidos através de defletómetros. O ensaio de carga em placa é utilizado para avaliar a relação carga-assentamento no maciço da fundação.

Com vista a melhorar o comportamento das fundações diretas, novos métodos têm sido estudados, entre eles o uso de uma saia estrutural fixada nos bordos da fundação. Este método pode ser considerado como uma alternativa de reforço com vantagens económicas relativamente às técnicas usuais de estabilização e melhoria de maciços. Resultados de alguns testes experimentais indicam que este tipo de reforço melhora a capacidade de carga e diminui os assentamentos da fundação. As análises numéricas associadas e calibradas para os ensaios possibilitam à análise subjacente o estudo dos mecanismos de deformação e rotura deste tipo de fundações reforçadas.

## 1.2 Definição e justificação dos objetivos

No Laboratório de Geotecnia do DEC-FCTUC está em fase de desenvolvimento um equipamento de ensaio de fundações em modelo reduzido a 1G. Este equipamento foi recentemente testado para reproduzir ensaios de carga em placa sobre a areia de Coimbra em condições controladas. Um plano de ensaios foi conduzido por Alves (2014) utilizando placas circulares com e sem saia estrutural pretendendo reproduzir modelos reduzidos de fundações com e sem reforço respetivamente. A parametrização da areia já tinha sido efetuada para estudos anteriores, em que foram realizados ensaios para a caracterização física e ainda ensaios triaxiais para obtenção dos parâmetros de resistência ao corte, estes executados por Ferreira (2014).

Com este trabalho pretende-se efetuar a análise numérica de modelos reduzidos de fundações diretas, através da modelação de ensaios de carga em placa com recurso ao Método dos Elementos Finitos. As análises são conduzidas de acordo com as condições de execução de ensaios, assumindo duas densidades distintas para a areia e fazendo variar alguns parâmetros relativos às condições de fronteira, com recurso a diferentes modelos reológicos do solo: *Mohr-Coulomb* (MC) e *Hardening Soil* (HS).

Nestas modelações são considerados os ensaios com e sem saia estrutural, são avaliados os benefícios de aplicação deste tipo de reforço e analisados os mecanismos de deformação e de rotura para as duas densidades e modelos reológicos.

A ferramenta computacional utilizada será o *Plaxis*, desenvolvido na Universidade Técnica de Delft (Holanda).

## 1.3 Estrutura da dissertação

Após esta introdução do tema em estudo, o Capítulo 2 é dedicado a uma breve pesquisa de conteúdos relevantes para o desenvolvimento e compreensão deste trabalho, incluindo estudos numéricos realizados no âmbito do tema.

Segue-se o Capítulo 3, reservado à modelação de ensaios de carga em placa no tanque. Inicialmente será feita uma pequena exposição do trabalho desenvolvido por Alves (2014), que serviu de base para as análises numéricas efetuadas. Seguidamente serão apresentadas as características da modelação, os modelos concebidos para as análises com e sem reforço estrutural e os respetivos resultados. Fez-se a distinção entre as duas densidades estudadas, havendo um subcapítulo para a areia solta e outro para a areia densa, onde em cada uma delas

se fizeram variar alguns aspetos. Atribui-se ainda uma secção para cálculos adicionais, com uma análise com o objectivo de verificar alguns resultados obtidos e uma análise paramétrica, com vista à calibração de ensaios de carga em placa através do modelo HS.

Posteriormente, o Capítulo 4 consistirá na modelação de ensaios de carga em placa *in situ*, onde se procedeu à modelação de uma fundação à escala real, igualmente com a apresentação das características das análises e exposição dos resultados. Novamente, pela organização de resultados, distinguiram-se as densidades da areia analisadas, estudando o efeito de alguns parâmetros em cada uma delas.

Por fim, no Capítulo 5 serão relatadas as conclusões aferidas através das análises numéricas efetuadas. Serão também expostos alguns desenvolvimentos futuros, com vista a complementar o trabalho efetuado.

## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

### 2.1 Considerações iniciais

Neste capítulo são apresentados, de forma sucinta, alguns dos fundamentos necessários para a compreensão e realização deste trabalho. Alguns dos assuntos abordados são a previsão da capacidade de carga, estudos realizados no âmbito da modelação numérica de ensaios de carga em placa, abordagem ao método dos elementos finitos e modelos reológicos do solo utilizados na modelação numérica.

### 2.2 Capacidade de carga pela Teoria da Plasticidade

O solo tem que ser capaz de suportar as cargas de qualquer estrutura de engenharia colocada sobre ele sem rotura por corte e com os assentamentos resultantes admissíveis para essa estrutura (Bowles, 1996). Existem várias teorias para o cálculo da capacidade de carga dos solos, todas elas aproximadas, conduzindo a resultados satisfatórios no geral. Essas teorias têm por base a Teoria da Plasticidade e estipulam nos seguintes princípios (Matos Fernandes, 2011):

- A sapata tem desenvolvimento infinito;
- O solo obedece ao critério de rotura *Mohr-Coulomb*;
- O atrito e a adesão entre a sapata e o solo de fundação são nulos;
- O solo atua sobre a superfície ao nível da base da sapata como uma sobrecarga uniformemente distribuída.

Como se pode observar pela figura seguinte, a rotura por corte do solo implica a formação de três blocos ou cunhas plastificados:



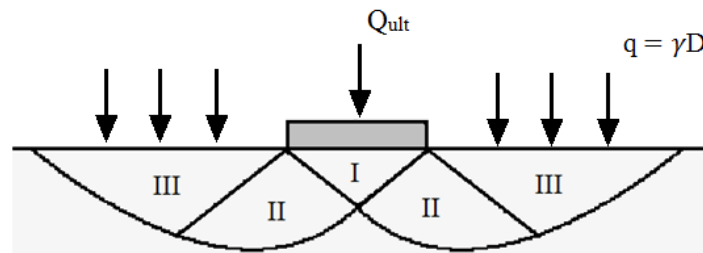


Figura 2.1 – Superfícies de ruptura de uma fundação superficial: I – Estado limite ativo de Rankine; II – Corte radial; III – Estado passivo de Rankine.

Terzaghi (1943) propôs uma equação para a capacidade de carga de fundações superficiais baseada na coesão que se desenvolve nas superfícies de ruptura, no peso ao nível da fundação e no peso volúmico do solo:

$$q_{ult} = cN_c s_c + qN_q + \frac{1}{2}\gamma B N_\gamma s_\gamma \quad (1)$$

Com o decorrer dos anos e com o avanço nas investigações foram propostos fatores corretivos tornando a expressão mais útil e abrangente a vários casos práticos. Assim, Meyerhof (1963) retomou os estudos de Terzaghi (1943) introduzindo novos fatores na expressão da capacidade de carga, fatores esses de inclinação e de profundidade, podendo-se ainda incluir os fatores devido à existência de um estrato rígido, dando origem à seguinte equação:

$$q_{ult} = c' N_c s_c i_c d_c f_c + q' N_q s_q i_q d_q f_q + \frac{1}{2} \gamma' B' N_\gamma s_\gamma i_\gamma d_\gamma f_\gamma \quad (2)$$

em que,

$$N_q = e^{\pi \cdot \tan \phi'} \cdot \tan(45^\circ + \phi'/2)^2 \quad (3)$$

$$N_c = (N_q - 1) \cot \phi' \quad (4)$$

$$N_\gamma = 2(N_q - 1) \tan \phi', \quad \text{com } \delta \geq \phi'/2 \quad (5)$$

onde:  $c'$  é a coesão;  $q'$  é a tensão efetiva na base da fundação;  $\gamma'$  é o peso volúmico sem água nos poros;  $N_c, N_q$  e  $N_\gamma$  são os fatores de capacidade de carga;  $s_c, s_q$  e  $s_\gamma$  são os fatores de forma;  $i_c, i_q$  e  $i_\gamma$  são os fatores de inclinação;  $d_c, d_q$  e  $d_\gamma$  são fatores de profundidade e  $f_c, f_q$  e  $f_\gamma$  são os fatores devido à existência de um estrato rígido.

As formulações existentes permitem determinar a capacidade de carga não de forma exata mas aproximada sendo considerada, contudo, uma previsão eficaz.

### 2.3 Método dos elementos finitos (MEF)

Diversos problemas no âmbito da Engenharia Civil podem ser descritos através de equações com derivadas parciais. O MEF é, atualmente, o método numérico mais utilizado para obter resultados rigorosos de problemas complexos em Geotecnia. Surgiu primeiramente na década de 50 do século XX através da engenharia aeronáutica na análise de problemas estruturais e, com os progressos computacionais, beneficiou de um desenvolvimento notável no âmbito da capacidade de cálculo tornando-o viável. Este método é uma análise matemática que consiste na discretização de um meio contínuo em pequenos elementos sem alteração das propriedades do meio original e, a partir destes, reconstituir o problema inicial. Devido a esta decomposição, a solução encontrada nunca será exata mas sim aproximada. As subdivisões são denominadas de elementos finitos e cada uma destas componentes está interligada com as vizinhas através de pontos nodais ou nós, encontrando-se estes nas fronteiras dos elementos de modo a formar a ligação. Certos elementos possuem também nós no seu interior com o objetivo de obter resultados mais rigorosos.

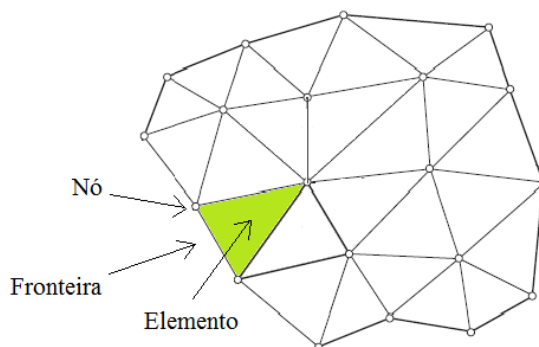


Figura 2.2 – Malha de elementos finitos.

Um programa que tenha por base o MEF, inicialmente procede à discretização do meio contínuo, aplicando uma malha consoante o grau de precisão que se pretende. Seguidamente inicia-se o processo iterativo, onde em problemas de equilíbrio, as incógnitas são definidas através de deslocamentos nodais, relacionando-se com as forças externas através da matriz de rigidez. Esta matriz é composta pelos coeficientes das equações de equilíbrio provenientes da geometria, propriedades ou leis constitutivas adotadas em cada elemento. Por fim, com a

relação de equilíbrio para cada elemento, calculam-se os deslocamentos nodais, em função da matriz de rigidez e do vetor de forças nodais equivalentes.

Em problemas geotécnicos é essencial utilizar modelos que representem de forma simples e eficaz os materiais que envolvem a obra geotécnica, com vista a obter previsões teóricas como forma de antecipar as medidas de campo.

## 2.4 Modelos reológicos utilizados

Com vista a descrever e interpretar o comportamento do solo recorre-se a modelos reológicos que são “combinações de mecanismos simples para os quais se podem traduzir por equações diferenciais as relações entre forças atuantes e deslocamentos resultantes” (Rocha, 1981).

Cada modelo apresenta formulação diferente e pode ser utilizado dependendo do tipo de modelação desejada e do tipo de solo que se pretende simular. Quanto maior o número de parâmetros característicos do modelo constitutivo, mais complexo será o modelo. Os modelos elastoplásticos são aqueles que conseguem ter uma melhor representação do comportamento do solo. Contudo, em determinadas situações, não é necessário recorrer a modelos tão complexos.

Neste trabalho foram utilizados dois modelos constitutivos elastoplásticos para representar o comportamento tensão-deformação dos solos: o modelo *Mohr-Coulomb* (MC) e o modelo *Hardening Soil* (HS). A sua descrição resumida é feita seguidamente.

### 2.4.1 Modelo *Mohr-Coulomb*

Para uma primeira análise do comportamento dos solos, geralmente recorre-se a este modelo pois permite um cálculo rápido e simples das condições do solo. MC é um modelo elástico perfeitamente plástico, ou seja, considera que o material se comporta como linear elástico até atingir a rotura apresentando, a partir deste ponto, um comportamento perfeitamente plástico. Através da Figura 2.3, que representa a tensão-extensão, pode-se observar o primeiro troço linear elástico que tem por base a Lei de Hooke (relação tensão-deformação proporcional) (Eq. 6) e um segundo troço associado à plasticidade perfeita, isto é, rigidez nula com geração de deformações plásticas. Verifica-se ainda que as deformações sofridas pelo solo podem ser deformações elásticas e deformações plásticas, sendo estas últimas as correspondentes à parcela não recuperável das deformações.

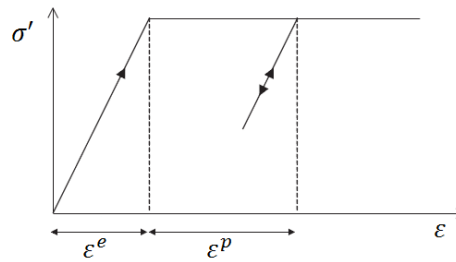


Figura 2.3 - Representação do modelo MC elástico perfeitamente plástico (PLAXIS Manual, 2011).

$$\sigma = E \times \varepsilon \quad (6)$$

A figura seguinte pretende representar a aproximação do modelo MC (Figura 2.4 b)) a resultados reais de ensaios triaxiais (Figura 2.4 a)).

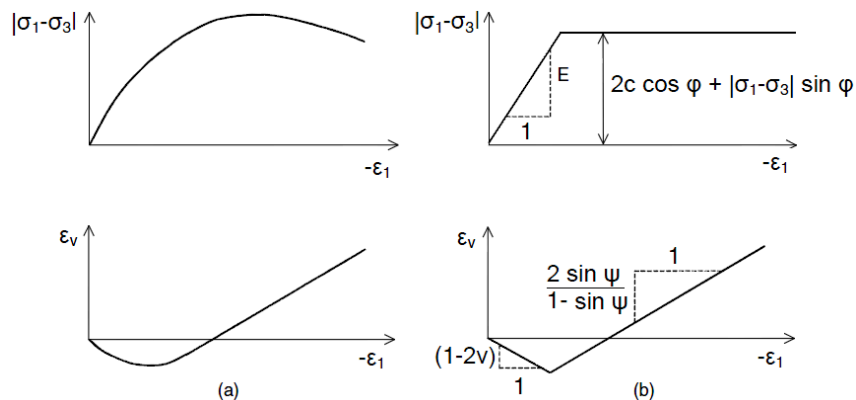


Figura 2.4 - a) Resultados de ensaios triaxiais drenados convencionais;  
b) Aproximação pelo modelo MC (PLAXIS Manual, 2008).

O critério de rotura *Mohr-Coulomb* postula que um solo “entra em rotura num ponto quando num par de facetas ou planos que passam nesse ponto é atingida uma dada relação entre a componente normal,  $\sigma'_f$ , e a componente tangencial,  $\tau_f$ , da tensão, expressa por:” (Matos Fernandes, 2006)

$$\tau_f = c' + \sigma'_f \tan \phi' \quad (7)$$

em que:  $\phi'$  é o ângulo de atrito ou ângulo de resistência ao corte e  $c'$  é a coesão.

Na figura seguinte é apresentada uma representação gráfica da envolvente de rotura com os círculos de Mohr a representar os vários estados de tensão correspondentes à rotura do solo. Assim, esta fronteira separa os estados de tensão admissíveis com a resistência do solo daqueles que o solo não consegue suportar.

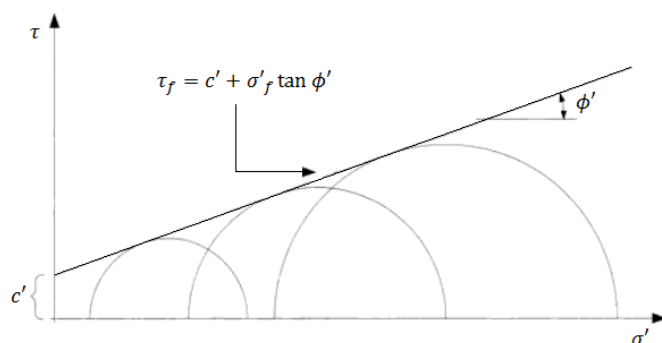


Figura 2.5 – Envolvente de rotura *Mohr-Coulomb* (adaptado de Matos Fernandes, 2006).

Este modelo é definido com base em 5 parâmetros: a coesão,  $c'$ , e o ângulo de atrito,  $\phi'$ , para definir a superfície de cedência, ângulo de dilatância,  $\psi$ , para definir a superfície de potencial plástico e por fim o módulo de deformabilidade,  $E$ , e o coeficiente de Poisson,  $\nu$ , para definir a deformação. Deve-se ter em atenção na escolha do módulo de deformabilidade devido ao comportamento não linear apresentado pelos solos e consoante o nível de deformação que se pretende simular para o solo.

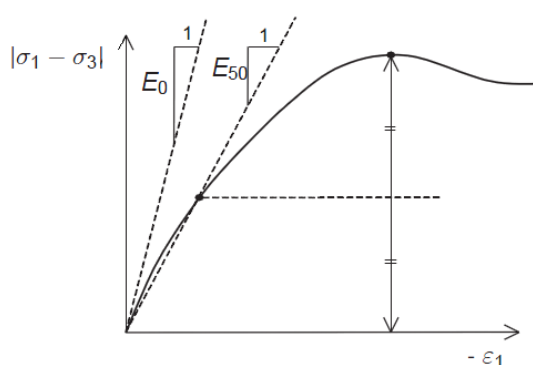


Figura 2.6 – Definição dos vários módulos de deformabilidade (PLAXIS Manual, 2011).

No caso de os solos estarem sujeitos a um nível de deformação muito baixo, poderá ser usado o módulo de deformabilidade  $E_0$ , enquanto que para níveis de deformação mais elevados

pode-se utilizar o valor de  $E_{50}$ . Normalmente os parâmetros utilizados neste modelo são avaliados através de ensaios triaxiais ou, na sua ausência, estimados através de correlações.

### 2.4.2 Modelo *Hardening Soil*

O modelo constitutivo HS é um modelo hiperbólico com endurecimento que difere de MC pela sua não-linearidade e pela sua abordagem à rigidez, podendo ser aplicado a qualquer tipo de solo, desde areias a solo coesivos fortemente sobreconsolidados. O endurecimento pode ocorrer por corte (aumento da tensão desviatória) ou por compressão (carregamento isotrópico).

Neste modelo, a superfície de plastificação no espaço das tensões principais não é fixa, podendo ser expandida devido à geração de deformações plásticas (Brinkgreve, 2002). A parcela elástica depende do incremento de tensão e pode ser calculada pela lei de Hooke, admitindo um coeficiente de Poisson constante e um módulo de deformabilidade,  $E_{ur}$ , definido em trajetórias de descarga-recarga. Num ensaio triaxial com aumento da tensão média, a superfície de cedência no espaço de tensões vai evoluindo até atingir a envolvente de rotura definida pelo critério de *Mohr-Coulomb*. A posição da superfície de cedência é definida pela tensão de pré-consolidação,  $p'_c$ , ou do grau de sobreconsolidação, OCR.

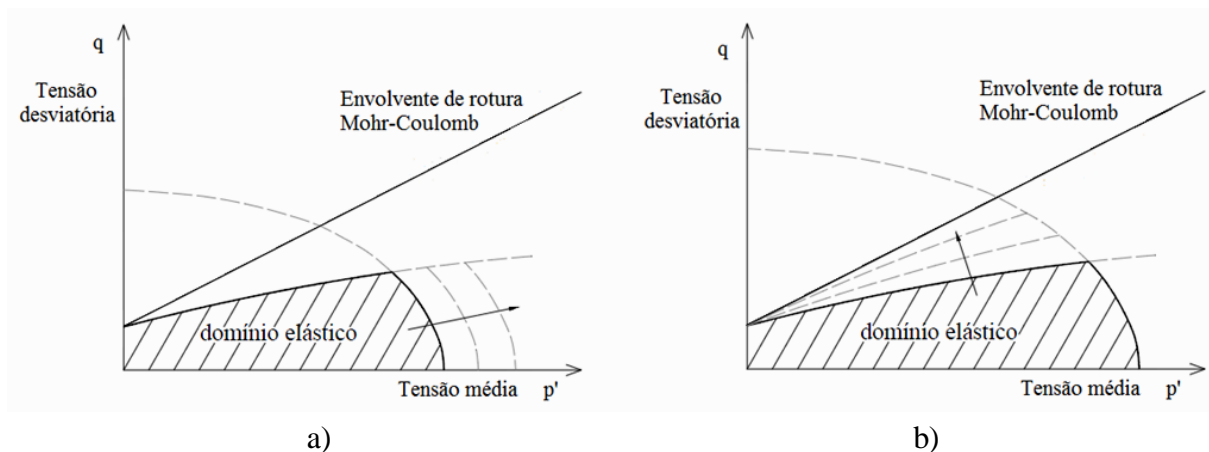


Figura 2.7 – Envolvente de rotura: a) por compressão, b) por corte (adaptado, PLAXIS 2001).

Para este modelo é necessário a definição de três módulos de deformabilidade para o solo: o módulo de deformabilidade secante correspondente a 50% da carga de rotura,  $E_{50}$ , o módulo de deformabilidade na descarga-recarga,  $E_{ur}$ , e o módulo de deformabilidade edométrico,

$E_{oed}$ . Além disso, utiliza os parâmetros resistentes da envolvente de rotura de acordo com o critério MC.

Quadro 2.1 – Parâmetros usados pelo modelo HS.

Parâmetros de resistência	$\phi'$ (°)	Ângulo de resistência ao corte
	$c'$ (kPa)	Coesão
	$\psi$ (°)	Ângulo de dilatância
Parâmetros de rigidez	$E_{50}^{ref}$ (kPa)	Módulo de deformabilidade secante de referência
	$E_{ur}^{ref}$ (kPa)	Módulo de deformabilidade de referência na descarga/recarga
	$E_{oed}^{ref}$ (kPa)	Módulo de deformabilidade edométrico de referência
	m (-)	Parâmetro que traduz a dependência da rigidez com a tensão
Parâmetros avançados	$\nu_{ur}$ (-)	Coefficiente de Poisson em descarga e recarga
	$K_0$ (-)	Coefficiente de impulso em repouso
	$p^{ref}$ (kPa)	Tensão de referência para a rigidez (100 kPa)
	$R_f$ (-)	Coefficiente de rotura

Cada um dos módulos de deformabilidade depende da tensão de confinamento ( $\sigma'_3$ ) a que o solo está sujeito e da tensão de referência ( $p^{ref}$ ) considerada, o que significa que todos os módulos aumentam com a tensão vertical efetiva, sendo essa dependência controlada pelo parâmetro m.

$$E_{50} = E_{50}^{ref} \cdot \left( \frac{c' \cdot \cos \phi' - \sigma'_3 \cdot \sin \phi'}{c' \cdot \cos \phi' + p^{ref} \cdot \sin \phi'} \right)^m \quad (8)$$

$$E_{ur} = E_{ur}^{ref} \cdot \left( \frac{c' \cdot \cos \phi' - \sigma'_3 \cdot \sin \phi'}{c' \cdot \cos \phi' + p^{ref} \cdot \sin \phi'} \right)^m \quad (9)$$

$$E_{oed} = E_{oed}^{ref} \cdot \left( \frac{c' \cdot \cos \phi' - \sigma'_1 \cdot \sin \phi'}{c' \cdot \cos \phi' + p^{ref} \cdot \sin \phi'} \right)^m \quad (10)$$

Para ensaios triaxiais convencionais, a relação entre a extensão axial ( $\varepsilon_a$ ) e a tensão de desvio ( $q$ ) pode ser traduzida por uma curva aproximada a uma hipérbole, apresentada na figura seguinte e descrita pela equação:

$$-\varepsilon_a = \frac{1}{2E_{50}} \times \frac{q}{1 - \frac{q}{q_a}}, \text{ para } q < q_f \quad (11)$$

onde  $E_{50}$  é o módulo de deformabilidade secante correspondente a 50% da carga de rotura,  $q_f$  é o valor máximo da tensão de desvio e  $q_a$  representa a assíntota da hipérbole.

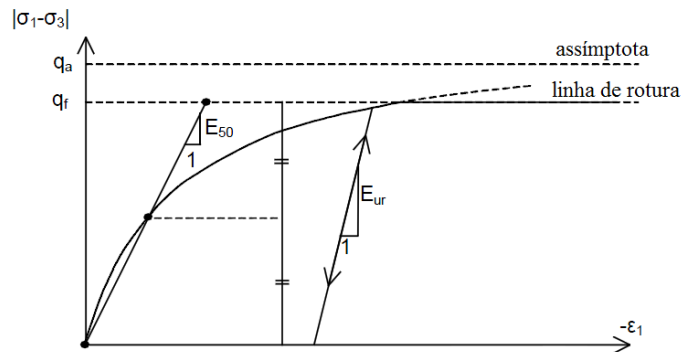


Figura 2.8 – Relação hiperbólica tensão-deformação num ensaio triaxial (PLAXIS Manual, 2002).

Através dos parâmetros de resistência do critério de rotura MC é possível determinar a tensão máxima de desvio dada pela seguinte expressão:

$$q_f = (c' \cdot \cot \varphi' - \sigma'_3) \frac{2 \cdot \sin \varphi'}{1 - \sin \varphi'} \quad (12)$$

e a assíntota da hipérbole é determinada em função do coeficiente de rotura,  $R_f$  por:

$$q_a = \frac{q_f}{R_f}, \quad \text{com } R_f \leq 1, \quad (13)$$

Pela figura seguinte pode-se verificar que o modelo HS aproxima melhor o comportamento real do solo do que o modelo MC, apesar de não reproduzir o amolecimento pós pico.



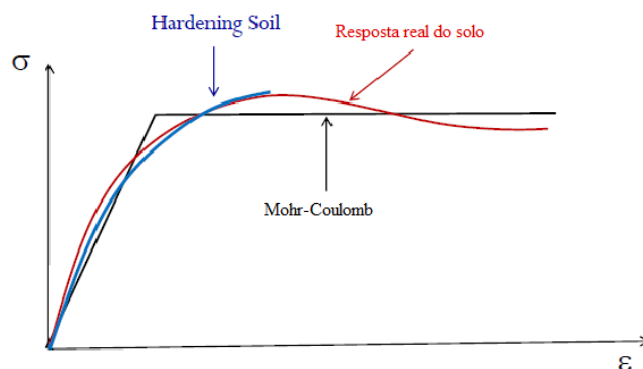


Figura 2.9 - Comparação dos modelos com a resposta real do solo (PLAXIS Manual, 2008).

## 2.5 Estudos e modelação numérica de ensaios de carga em placa

Pusadkar e Bhatkar (2013) desenvolveram um trabalho numérico com vista a estudar a influência do reforço lateral nas fundações superficiais. Para isso recorreram ao programa PLAXIS 2D e efetuaram análises numéricas utilizando o modelo reológico HS. As características do material em estudo são apresentadas no Quadro 2.2:

Quadro 2.2 - Parâmetros do modelo HS utilizados na modelação (adaptado Pusadkar e Bhatkar, 2013).

Parâmetros HS	
Modelo	Hardening Soil
$E_{50}^{ref}$ (kPa)	40000
$\gamma'$ (kN/m <sup>3</sup> )	17
m	0,5
$c'$	0,1
$\varphi'$ (°)	32°
$\psi$ (°)	2°
$R_{inter}$	0,67
EA (kN/m) (rigidez axial para as placas de aço)	31500

No artigo não há referência aos parâmetros  $E_{ur}^{ref}$  e  $E_{oed}^{ref}$ , supondo-se que estes foram obtidos através de correlações existentes em bibliografia a partir de  $E_{50}^{ref}$ . O mesmo acontece com os parâmetros  $R_f$  e  $p^{ref}$ , pressupondo que sejam 0,9 e 100kPa respetivamente.

Foi adotada uma geometria sem reforço lateral, outra com saia estrutural nos dois lados da sapata e por fim um modelo com saia estrutural em apenas num dos lados. Ainda em cada modelação foi variada a largura da sapata ( $B=10\text{m}$ ,  $15\text{m}$ ,  $20\text{m}$ ,  $30\text{m}$ ,) e a profundidade da saia desde  $0,25B$  até  $3B$ .

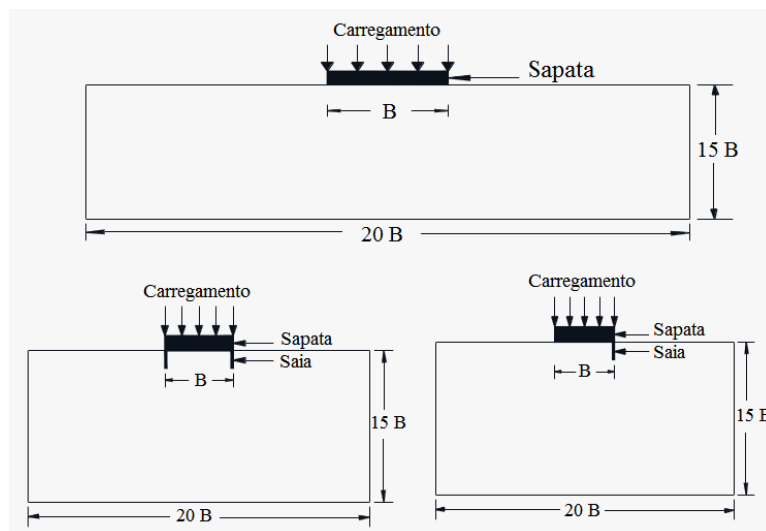


Figura 2.10 - Geometria dos modelos adotados para a modelação (adaptado Pusadkar e Bhatkar, 2013).

Efetuada as análises numéricas, os resultados são apresentados de seguida.

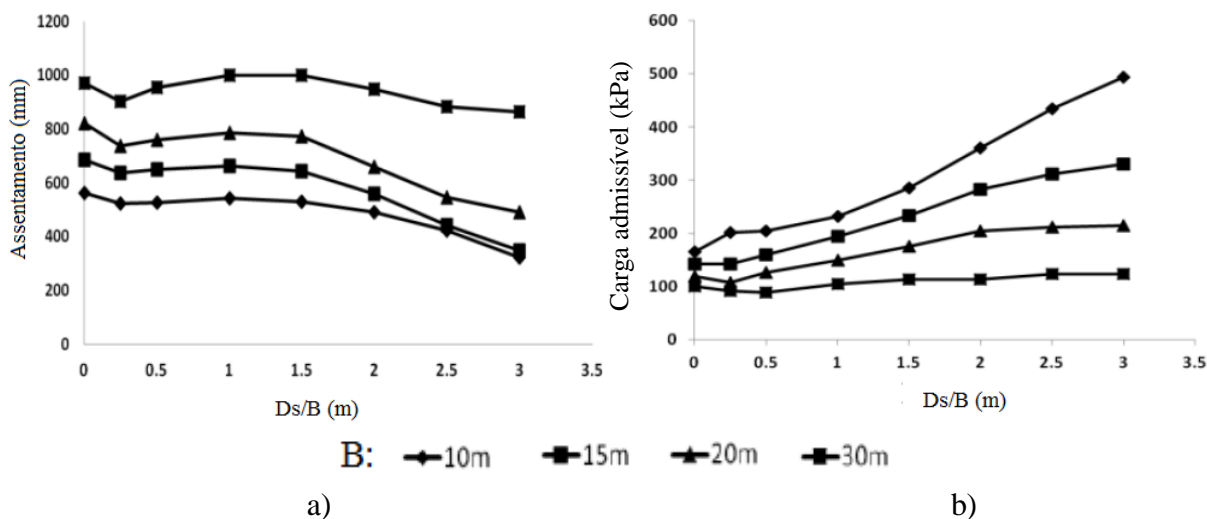


Figura 2.11 – Assentamentos (a)) e carga admissível (b)) vs profundidade da saia para a solução com saia estrutural dos dois lados para diferentes comprimentos de fundação (Pusadkar e Bhatkar, 2013).

Relativamente à fundação com saia estrutural nos dois lados (Figura 2.11), os autores concluíram que existe uma diminuição dos assentamentos com o aumento da profundidade da saia. Verificaram ainda que este aumento está também associado a capacidades de cargas admissíveis mais elevadas, devido ao confinamento do solo subjacente, conseguindo-se assim uma maior resistência do solo. Quanto à fundação com reforço apenas num lado, é notório um aumento no valor dos assentamentos talvez devido ao deslizamento do solo quando carregado e empurrado pela saia. Os resultados podem ser observados pelos gráficos seguintes.

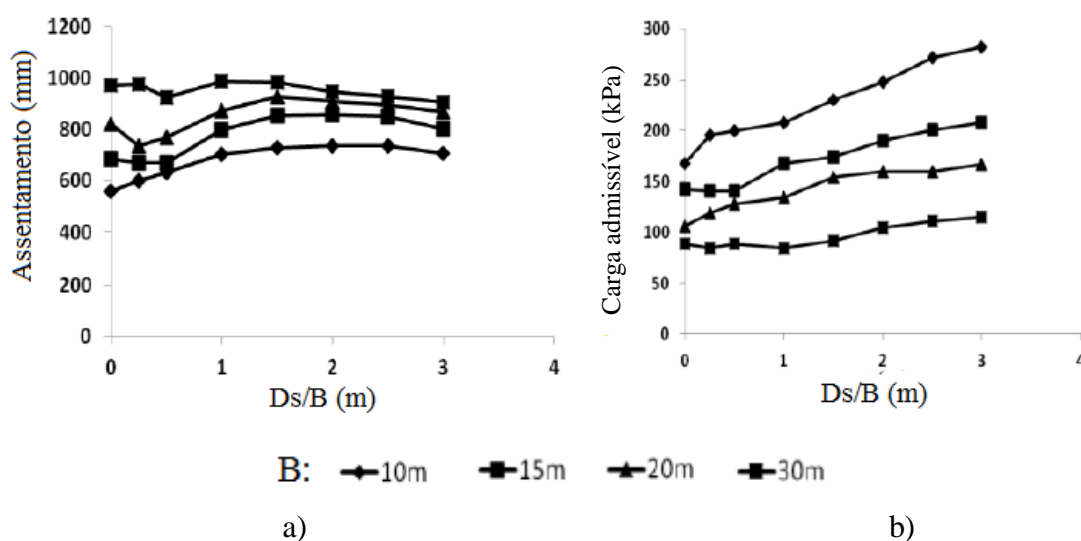


Figura 2.12 - Assentamentos (a) e carga admissível (b)) vs profundidade da saia para a solução com saia estrutural em apenas num dos lados para diferentes comprimentos de fundação (Pusadkar e Bhatkar, 2013).

Com vista a estudar um método para reduzir os assentamentos de uma fundação superficial circular, Al-Aghbari (2007) efetuou ensaios com saias estruturais. Assim, foi necessário um tanque onde se colocou areia, sendo esta carregada por intermédio de uma placa e o respetivo mecanismo de carregamento. O tanque era constituído por madeira e de dimensões de 1000x1000mm<sup>2</sup> em planta e 800mm de altura. A sapata circular correspondia a uma placa de metal de 120mm de diâmetro e 30mm de espessura. As saias eram compostas por aço com módulo de elasticidade de 210GPa e 6mm de espessura. Os deslocamentos foram medidos através de LVDT colocados no topo da sapata. A figura seguinte mostra um esquema do modelo físico adotado.

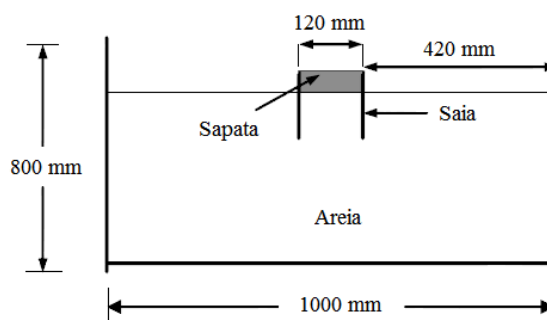


Figura 2.13 – Esquemática e medidas do modelo (adaptado Al-Aghbari, 2007).

Quanto ao solo de fundação, foi utilizada uma areia mal graduada com  $\phi' = 42^\circ$ .

Comprovando o estudo anterior, Al-Aghbari (2007) concluiu que a utilização de reforço na fundação diminui os assentamentos, modificando a curva carga-deslocamento. Os resultados são apresentados de seguida (Figura 2.14) onde se verifica que, para um determinado valor de deslocamento, a capacidade de suporte do solo é maior com o aumento da profundidade da saia.

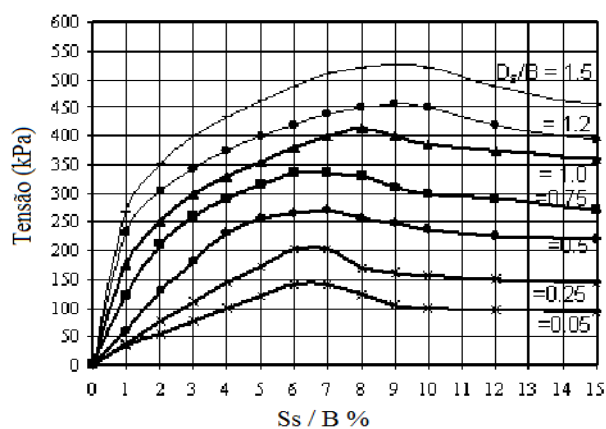


Figura 2.14 – Relação tensão-deslocamento em ensaios com saia estrutural (adaptado Alghbari, 2007)

Foi também desenvolvido um trabalho experimental com o objectivo de avaliar o comportamento de uma sapata com saia estrutural nas imediações de taludes de areia por Azzam e Farouk (2010). Entre outros, fizeram um estudo numérico onde avaliaram o uso da saia e possíveis efeitos nas deformações e rotura de um talude adjacente.

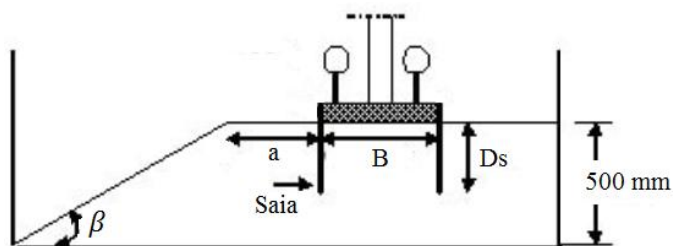


Figura 2.15 – Geometria estudada (adaptado de Azzam e Farouk, 2010).

O esquema na figura anterior foi utilizado para fazer a modelação no programa PLAXIS 2D. O tipo de solo utilizado foi uma areia com ângulo de atrito de  $41^\circ$  e o modelo reológico para descrever o seu comportamento foi o MC, com os seguintes parâmetros:

Quadro 2.3 – Parâmetros da areia utilizados na análise numérica (Azzam e Farouk, 2010).

E (MPa)	50
$\nu$	0,30
$\Phi'$ ( $^\circ$ )	41
$\Psi$ ( $^\circ$ )	11
$c'$	0

Foi também introduzido um coeficiente  $R_{inter}$  de 0,67 para modelar a interação entre o solo e a estrutura. Nas fronteiras verticais (esquerda e direita) foi impedido o deslocamento horizontal e no fundo do tanque impedido em todas as direções. Procedeu-se à análise de elementos finitos aplicando deslocamento vertical nos nós da base da sapata. Alguns resultados são apresentados de seguida.

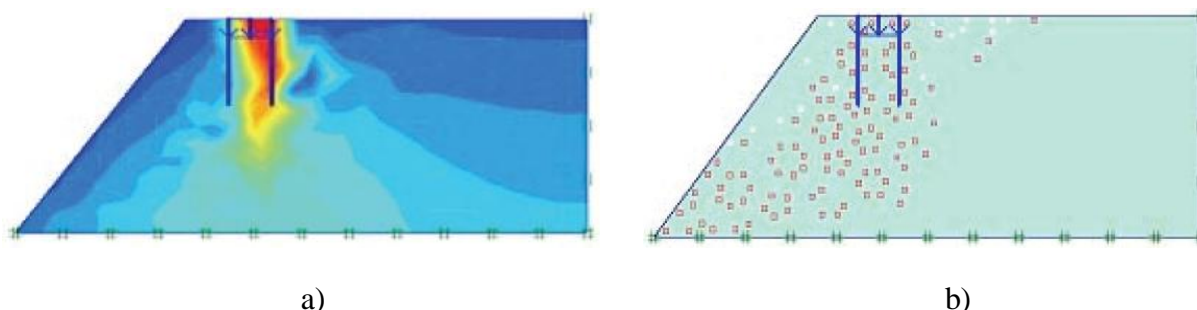


Figura 2.16 – Resultados da modelação: a) tensões efetivas e b) pontos plásticos (Azzam e Farouk, 2010).

À semelhança de resultados anteriores, os autores observaram que a existência da saia estrutural diminui a deformação do solo subjacente e do talude, em comparação com os resultados da modelação sem reforço atenuando a deformação da encosta. Foi também verificado que o uso da saia diminui as tensões transmitidas ao talude de areia salvaguardando o mesmo, comprovado pela Figura 2.16 a), onde as maiores tensões estão localizadas na zona entre o reforço. Em relação aos pontos plásticos, Figura 2.16 b), aparecem principalmente na zona abaixo do solo confinado, o que quer dizer que o solo entre as saias estruturais se comporta como uma base embutida na sapata, evitando o colapso do talude.

Khanal (2013) apresenta três casos de estudo em que se comparam os ensaios de carga em placa não reforçadas com modelações através do programa *Plaxis 2D*. Foram utilizadas malhas axissimétricas, elementos de 15 nós para maior precisão de resultados e uma malha fina. Em todos os casos, o modelo reológico utilizado foi o HS cujos parâmetros foram definidos através de ensaios *in situ* e/ou ensaios laboratoriais. Por fim, os resultados numéricos foram comparados com os respetivos ensaios, com o objetivo de calibrar as análises aos mesmos, por alteração de alguns parâmetros.

### **Caso 1**

O primeiro caso de estudo tinha como base um solo argiloso na Suécia, Tornhill. Os ensaios laboratoriais possibilitaram a parametrização do solo para poder ser utilizado na modelação numérica, em que o grau de sobreconsolidação (OCR) variava entre 2,38 e 23. Analisaram-se três sapatas circulares diferentes com 0,56m, 1,12m e 2,26m de diâmetro. Ainda para cada diâmetro efetuaram-se simulações variando o parâmetro  $c'$  entre 11,45 e 13,45. Feitas as análises e comparando com as curvas dos ensaios de carga em placa concluiu-se que os resultados são razoáveis, havendo uma certa proximidade entre as curvas, mais precisamente  $c'=11,45$  que se adequa aos três diâmetros.

### **Caso 2**

Em relação ao segundo caso, o solo em estudo foi um solo saprolítico em Portugal, mais precisamente no Porto. Os parâmetros do modelo HS utilizados na análise numérica e provenientes de ensaios laboratoriais apontaram para  $\phi'=30^\circ$ ,  $c'$  a variar entre 6,6 e 29 e OCR entre 3 e 23. Os diâmetros arbitrados para as placas foram de 0,3m, 0,6m e 1,2m e ainda para cada sapata fizeram-se simulações variando a coesão entre 8 e 11 e ângulo de atrito entre  $37^\circ$  e  $38^\circ$ . Neste caso, as análises com as sapatas de 0,6 e 1,2m de diâmetro têm uma aproximação muito boa aos ensaios reais. Contudo, a sapata de 0,3m afasta-se um pouco do pretendido.

### Caso 3

O solo do último caso de estudo proveio do Texas e foi classificado como uma argila ligeiramente sobreconsolidada. Analogamente, para caracterizar o solo procedeu-se a ensaios laboratoriais originando os seguintes parâmetros:

Quadro 2.4 - Parâmetros do modelo HS utilizados na modelação para as diversas camadas de solo (Khanal, 2013).

$E_{50}^{ref}$	$E_{oed}^{ref}$	$E_{ur}^{ref}$	m	$c'$	$\Phi'$	$\Psi$	$K_0$	$\gamma$	OCR
MPa	MPa	MPa		kPa	(°)	(°)		(kN/m <sup>3</sup> )	
18	18	54	0,5	0	36	6	1,5	16	8,95
20	20	60	0,5	0	36	6	0,57	16	1,75
22	22	66	0,5	0	36	6	0,44	16	1,16
28	28	84	0,5	0	36	6	0,44	1,54	0,54

Analisaram-se quatro sapatas circulares de diâmetros 1,13, 1,69, 2,80 e 3,40m. Inicialmente foram usados os parâmetros dos ensaios triaxiais originando resultados um pouco variáveis em que a argila em campo apresentava comportamento mais rígido, estando longe do pretendido. Assim, os cálculos foram refeitos tendo em conta a rigidez que distanciava as curvas. Idêntico aos casos de estudo anteriores, efetuaram-se análises para cada diâmetro fazendo variar os parâmetros  $\phi'$  e módulos de deformabilidade que, em relação a estes últimos, foram aumentados para conferir rigidez ao solo. Entre outros resultados, verificou-se que os parâmetros da simulação 3 são os que mais se adequam à análise com o diâmetro 1,13m, considerando nas várias camadas de solo  $\phi'$  entre 37° e 38,  $E_{50}^{ref}$  e  $E_{oed}^{ref}$  entre 55MPa e 150MPa e  $E_{ur}^{ref}$  entre 165MPa e 450MPa. De seguida são apresentados os resultados das simulações para a sapata de diâmetro 1,13m.

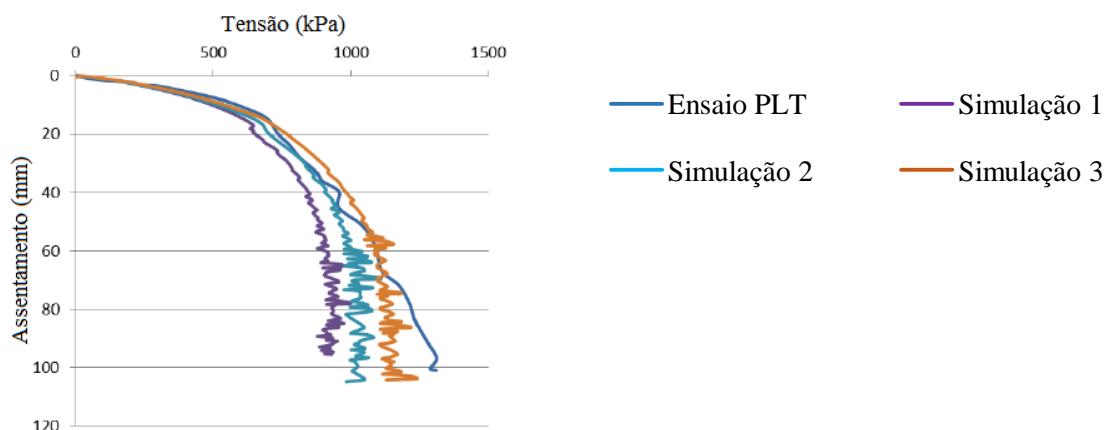


Figura 2.17 – Resultados das simulações para a sapata de diâmetro 1,13m (Khanal, 2013).

Por fim, Alves (2014) avaliou o comportamento mecânico de uma fundação reforçada com saia estrutural através das curvas carga-deslocamento. Para isso, realizou ensaios de carga em placa com reforço na placa em forma de saia utilizando um tanque disponível no laboratório de Geotecnia do Departamento de Engenharia Civil da Universidade de Coimbra. O solo ensaiado foi uma areia proveniente de depósitos de Coimbra localizada em terrenos adjacentes ao rio Mondego em Tentúgal. Este estudo será relatado com mais pormenor no Capítulo 3, pois serviu de base para as análises numéricas efetuadas nesta dissertação.



## **3 MODELAÇÃO NUMÉRICA DE ENSAIOS DE CARGA EM PLACA NO TANQUE**

### **3.1 Considerações iniciais**

Neste capítulo é inicialmente apresentada uma breve descrição do trabalho experimental desenvolvido por Alves (2014) que serviu de base para as análises numéricas efetuadas. Neste trabalho foram executados ensaios de carga em placa para uma areia com densidades distintas – solta e densa – utilizando modelos de fundação circular com e sem saia de reforço. Nos modelos com fundação reforçada foram utilizados dois comprimentos para a saia, 136 e 273mm. Seguidamente são descritos os modelos numéricos desenvolvidos com base no trabalho anteriormente descrito. As análises foram feitas para dois modelos representativos do solo, *Mohr-Coulomb* (MC) e *Hardening Soil* (HS), assim como diferentes valores de fator de redução de resistência ( $R_{inter}$ ). Para além disso foram efetuadas análises complementares em que se considerou o solo no interior da saia como um bloco rígido e noutra caso se fez o ajustamento das curvas aos resultados dos ensaios reais fazendo variar o valor do grau de sobreconsolidação (OCR) no solo com o modelo HS.

### **3.2 Descrição dos ensaios de carga em placa com saia efetuados no DEC-FCTUC**

No Laboratório de Geotecnia do DEC-FCTUC foram executados, por Alves (2014), ensaios de carga em placa com saia. Estes ensaios têm por objectivo reproduzir em modelo reduzido o comportamento de fundações diretas reforçadas com saia estrutural procurando-se, desta forma, avaliar os benefícios da utilização deste tipo de reforço nas curvas carga-assentamento. Para o efeito, foi utilizado um tanque em estrutura de aço de dimensões 1500x2000mm<sup>2</sup> em planta e 150mm de altura e, de forma a se poderem realizar dois ensaios em paralelo, este foi dividido em duas partes iguais através de uma placa de aglomerado de 30mm de espessura.



Figura 3.1 – Características do tanque: a)reforçado lateralmente e b)com marcações para controlo da altura (Alves, 2014).

O modelo físico utilizado para simular a fundação desprovida de reforço consiste numa placa de aço galvanizado (rígida) de 300mm de diâmetro e 40mm de espessura. Para simular as saias reforçadas foram utilizados dois perfis tubulares ocos de aço liso com diâmetro exterior de 273mm correspondendo, respetivamente, a metade e ao valor do diâmetro da placa circular. O esquema de imagens do modelo apresenta-se na figura seguinte.



Figura 3.2 – Modelos físicos das saias estruturais e da sapata: a)saia vista do seu interior e b)saia curta e saia longa vista em perfil (Alves, 2014).

O solo de fundação utilizado é uma areia proveniente de depósitos de Coimbra em terrenos adjacentes ao rio Mondego em Tentúgal. A colocação do solo no tanque foi feita manualmente, por camadas, consoante o índice de compactação pretendido,  $I_D=35\%$  e  $I_D=80\%$ , (areia solta e areia densa, respetivamente). A altura total das camadas fez

aproximadamente 1000mm, porém, nos ensaios com a saia longa foi aumentado para 1100mm para tentar minimizar o efeito do fundo do tanque no caso das fundações dotadas de saias poderem transmitir cargas a maiores profundidades.

Quanto aos procedimentos de ensaios, após a cravação da saia sob pressão aplicada na placa, consistiram na aplicação de uma carga faseada, com as leituras das forças a serem medidas numa célula de carga e os deslocamentos medidos em defletómetros. As cargas foram aplicadas através de um macaco e de uma bomba hidráulica e as deformações medidas através de 6 defletómetros, em que 3 se colocaram sobre a placa e outros 3 no solo. O faseamento de aplicação das cargas implementado consistiu num carregamento inicial até 4kN com incrementos de 1kN, seguido de um ciclo de descarga-recarga, onde a descarga se efetuou com reduções de 2kN e a recarga com incrementos de 1kN, até atingir a rotura. Para a areia densa foram considerados incrementos de carga de 2kN, pois nesta a rotura ocorria para cargas muito elevadas, fazendo com que a duração dos ensaios fosse muito prolongada para incrementos de 1kN. Os ensaios sem saia estrutural não foram, obviamente, precedidos da fase de cravação. A duração de cada patamar de carga foi de 5 minutos. No total realizaram-se 6 pares de ensaios, 3 para cada densidade da areia, cada par para uma configuração de modelo de fundação, sem saia, com saia curta e com saia longa. No entanto, relativamente aos resultados é importante mencionar que os diâmetros dos modelos são diferentes (300mm sem saia e 273mm com saia) originando a que as comparações feitas entre eles não sejam totalmente corretas. Ainda assim, para a areia solta o autor concluiu que o comportamento da curva carga-assentamento melhora com o aumento do comprimento do reforço (Figura 3.3), em que o solo para um determinado deslocamento consegue suportar mais carga.

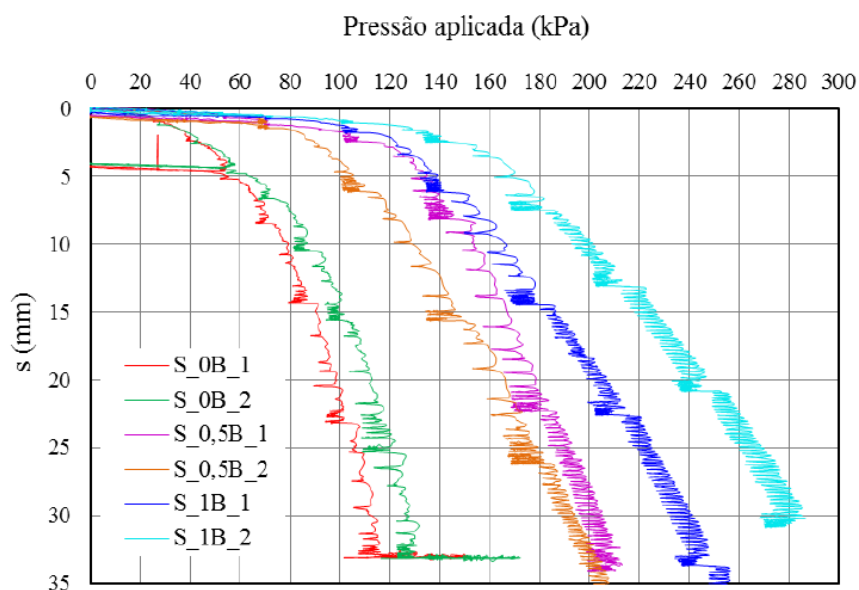


Figura 3.3 – Curva carga-assentamento para os ensaios em areia solta (Alves, 2014).

No quadro seguinte são apresentados os rácios da capacidade de carga (BCR\*) que indicam a melhoria da capacidade de carga no uso das saia estruturais, calculados negligenciando a pequena diferença de diâmetros. Utilizando a saia com o comprimento idêntico ao do diâmetro da placa, verifica-se que a carga última de rotura é sensivelmente o dobro em relação à fundação sem reforço.

Quadro 3.1 – Cálculo do BCR\* para a areia solta (Alves, 2014).

Ensaio	Fundação	q <sub>ult.média</sub> (kPa)	BCR*
S_0B	$\phi=300\text{mm}$ sem saia	119,95	1,6
S_0,5B	$\phi=273\text{mm}$ com saia de $D_s=136\text{mm}$	190,60	
S_0B	$\phi=300\text{mm}$ sem saia	119,95	2,1
S_1B	$\phi=273\text{mm}$ com saia de $D_s=273\text{mm}$	251,85	

Em relação à areia densa, Alves (2014) chega às mesmas ilações atrás expostas para a areia solta com a resistência a aumentar com o aumento do comprimento do reforço. Seguidamente é apresentada a curva carga-assentamento (Figura 3.4) assim como o parâmetro BCR\* (Quadro 3.2):

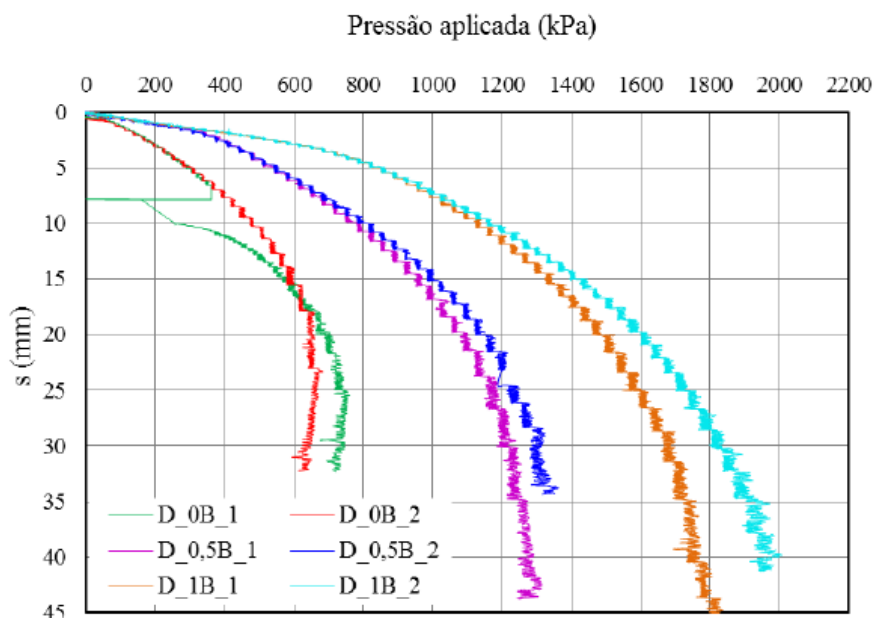


Figura 3.4 – Curva carga-assentamento para os ensaios em areia densa (Alves, 2014).

Quadro 3.2 – Cálculo do BCR\* para a areia densa (Alves, 2014).

Ensaio	Fundação	$q_{ult.média}$ (kPa)	BCR*
D_0B	$\phi=300$ mm sem saia	721,6	1,7
D_0,5B	$\phi=273$ mm com saia de $D_s=136$ mm	1237,5	
D_0B	$\phi=300$ mm sem saia	721,6	2,4
D_1B	$\phi=273$ mm com saia de $D_s=273$ mm	1718	

Através dos resultados da areia densa verifica-se que se atingem níveis de carga bastante superiores comparativamente à areia solta. Pela análise dos parâmetros de melhoramento da capacidade de carga conclui-se que esta melhoria é mais evidente para solo mais compacto e maiores profundidades da saia, em que com a saia de 273mm de profundidade a carga última é mais que o dobro da carga última atingida pela fundação sem saia.

### 3.3 Descrição dos modelos numéricos

Nesta secção, inicialmente serão apresentadas as características da modelação e justificação da consideração de alguns parâmetros. Seguidamente, apresentar-se-ão os modelos adotados para as análises numéricas assim como apresentação e interpretação de resultados. É reservada ainda uma subsecção para cálculos adicionais, correspondente a análises efetuadas para verificação de alguns aspetos menos claros que foram surgindo ao longo das análises para a areia e areia densa.

#### 3.3.1 Características gerais da modelação

Nesta subsecção serão apresentadas algumas considerações adotadas para a modelação, nomeadamente o estado axissimétrico. No programa utilizado para efetuar as análises numéricas, *Plaxis*, poderá ser considerada, para além da condição axissimétrica, o estado plano de deformação. Uma das condições existentes neste último modelo é a sua dimensão segundo uma determinada direção ser muito superior às restantes, considerando nulas as deformações segunda essa direção. Visto não haver discrepância nas dimensões do tanque e as análises serem relativas a sapatas circulares, foi adotada a condição axissimétrica, descrita de seguida.

#### Condição axissimétrica

Os modelos axissimétricos podem ser representados por uma secção transversal que contém um eixo de revolução e carga distribuída igualmente simétrica em relação a esse eixo. Assim,

podem ser gerados através da secção transversal rodando-a 360° segundo o eixo de revolução. Este modelo considera as deformações e as tensões idênticas em qualquer direção radial. Na Figura 3.5 apresenta-se o modelo axissimétrico sendo a direção x representada pelo raio e a direção y pelo eixo de simetria axial.

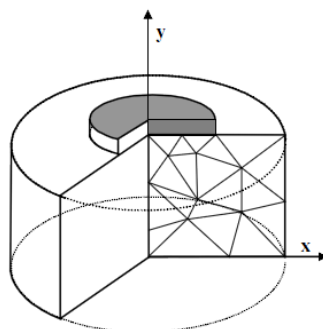


Figura 3.5 – Exemplo de um problema axissimétrico (PLAXIS Manual, 2008).

### Interface

Os elementos de interface são utilizados para simular o contacto entre diferentes materiais, em situações em que é possibilitado o deslocamento relativo entre os mesmos. O fator de redução da resistência de interface ( $R_{inter}$ ) relaciona a resistência da interface (atrito na parede,  $\delta$ , e adesão,  $c_a$ ) com a resistência do solo (ângulo de resistência ao corte,  $\phi'$ , e coesão,  $c'$ ) (Brinkgreve, 2002).

$$c_a = R_{inter} c' \quad (14)$$

$$\tan \phi'_i = R_{inter} \tan \phi' \quad (15)$$

Neste trabalho foram considerados estes elementos para o contacto entre o solo e as fronteiras rígidas dos modelos, assim como no contacto com as saias de reforço. Os valores do factor de redução da interface utilizados foram:  $R_{inter}=1$  que pretende simular uma interface rígida,  $R_{inter}=0,5$  e por fim uma interface praticamente lisa,  $R_{inter}=0,01$ . Em relação a este último valor, não foram considerados válidos os resultados pois o programa *Plaxis* considera a rigidez dos elementos de interface proporcional ao valor de  $R_{inter}$ , o que resulta no atravessamento das interfaces devido à rigidez normal ser praticamente nula neste caso. Como tal, estes resultados não serão apresentados. Seguidamente são apresentados os valores para o coeficiente  $R_{inter}$  relativos a diferentes materiais presentes no tanque que serviram para definir os valores de cálculo deste parâmetro:

Quadro 3.3 - Fator de redução da interface para areias com diversos materiais (Ferreira, 2014).

<i>Material</i>	<i>R<sub>inter</sub></i>
Vidro	0.3
Aço	0,4/0,5/0,6
Madeira	0.7

### Elementos finitos e malha

No que diz respeito à malha de elementos finitos, os modelos são constituídos por elementos triangulares de 15 nós, tendo sido feita a geração da malha automática, para o modo muito fino. Em relação aos elementos de 6 nós, também disponíveis no *Plaxis*, os elementos de 15 nós garantem uma maior precisão de resultados.

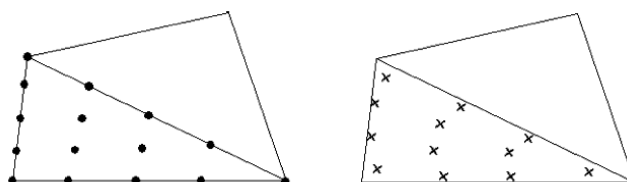


Figura 3.6 – Distribuição de nós (•) e pontos de Gauss (x) num elemento triangular de 15 nós (PLAXIS Manual, 2002).

### 3.3.2 Modelos e condições de fronteira

Os modelos foram concebidos para representar o tanque de dimensões 1000x1000x1500mm (altura x largura x comprimento) sujeito a um carregamento de uma placa circular de 300mm, com recurso a um modelo axissimétrico de dimensão 1000x500mm (altura x largura).

Quanto à fundação foram elaborados modelos com e sem saia estrutural. Em todos eles se variou o valor do coeficiente  $R_{inter}$  e, no caso do reforço lateral, adotaram-se os comprimentos de 15 e 30cm. Estas análises foram feitas tanto para a areia solta como para a areia densa, utilizando ambos os modelos MC e HS. Apresentam-se de seguida os modelos utilizados para as respectivas análises.

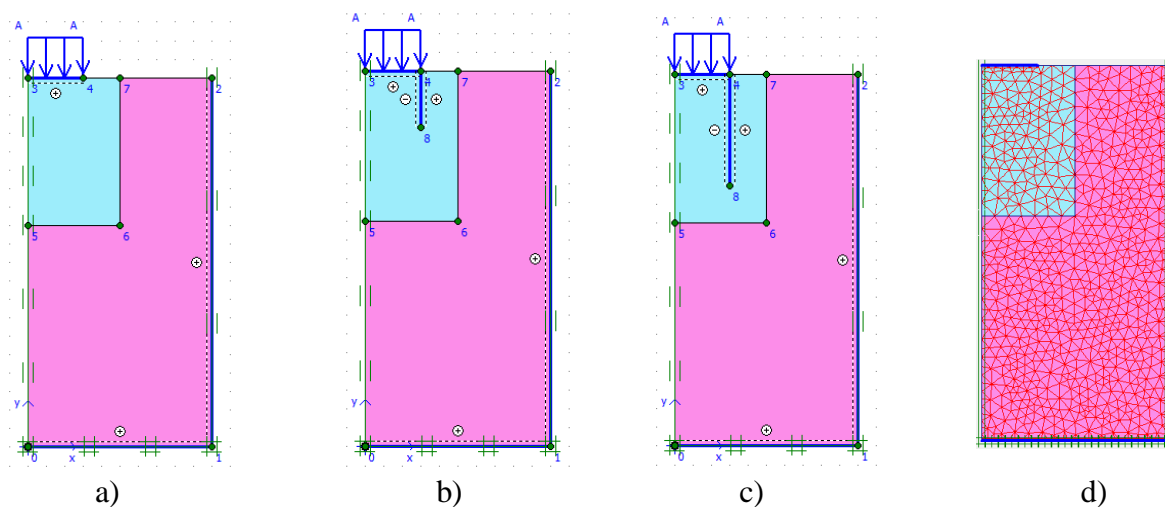


Figura 3.7 – Modelos adotados: a) modelação do tanque sem saia estrutural; b) modelação do tanque com saia estrutural de 15cm, c) modelação do tanque com saia estrutural de 30cm e d) exemplo da malha de elementos finitos (muito fina).

Nas fronteiras laterais foi impedido o deslocamento horizontal, sendo que na fronteira esquerda este deslocamento está naturalmente impedido por coincidir com o eixo de simetria do modelo; na base do tanque o deslocamento foi impedido em todas as direções. As condições de apoio foram concebidas para que o tanque tivesse características rígidas. Como referido em 3.3.1, introduziram-se também elementos de interface para simular a interação entre elementos do solo e elementos da estrutura. No cimo da placa aplicou-se um carregamento que foi incrementado até o solo atingir a rotura ou o cálculo deixar de convergir. Nos cálculos complementares com o OCR, pretendendo-se prolongar o cálculo para maiores patamares de deformação, a solicitação imposta foi a aplicação de deslocamentos na placa. É de realçar o *cluster* existente nas proximidades da placa e da saia, tendo sido criado para um possível refinamento da malha nessa zona.

### 3.3.3 Propriedades dos materiais

A areia utilizada na modelação é proveniente de terrenos próximos ao rio Mondego mais precisamente em Tentúgal, pertencente ao concelho de Montemor-o-Velho e distrito de Coimbra. Os ensaios triaxiais conduzidos sobre esta areia, por Ferreira (2014), permitiram uma parametrização dos modelos, sendo esses parâmetros utilizados na modelação, e que se seguem nos Quadros 3.4 e 3.5 para os modelos MC e HS, respetivamente. Importa ainda referir que os ensaios triaxiais que deram origem a estes parâmetros podem ter sido efetuados para valores de  $I_D$  diferentes dos utilizados por Alves (2014).



Quadro 3.4 – Parâmetros do modelo MC para a areia solta e areia densa (Ferreira, 2014).

<i>MC</i>	<i>Areia solta</i>	<i>Areia densa</i>
$\gamma$ (kN/m <sup>3</sup> )	16	17
$c'$ (kN/m <sup>2</sup> )	1	1
$\varphi'$ (°)	38	46,1
$\psi$ (°)	4,3	15,7
$E_{ref}$ (kN/m <sup>2</sup> )	15000	25000
$\nu$ (–)	0,3	0,2
$I_D$ (%)	31,2	67,3

Quadro 3.5 – Parâmetros do modelo HS para a areia solta e areia densa (Ferreira, 2014).

<i>HS</i>	<i>Areia solta</i>	<i>Areia densa</i>
$\gamma$ (kN/m <sup>3</sup> )	16	17
$c'$ (kN/m <sup>2</sup> )	1	1
$\varphi'$ (°)	38	46,1
$\psi$ (°)	4,3	15,7
$E_{50}^{ref}$ (kN/m <sup>2</sup> )	27000	36000
$E_{oed}^{ref}$ (kN/m <sup>2</sup> )	36346	40000
$E_{ur}^{ref}$ (kN/m <sup>2</sup> )	81000	108000
$\nu_{ur}$ (–)	0,2	0,2
$K_0^{nc}$ (–)	0,406	0,33
$m$ (–)	0,7	0,5
$R_f$ (–)	0,9	0,85
$p^{ref}$ (kN/m <sup>2</sup> )	100	100
$I_D$ (%)	31,2	67,3

Para as análises com OCR foram ainda considerados outros conjuntos de propriedades para ambas as densidades, não baseados em resultados triaxiais efetuados sobre estas areias mas definidos apenas com base na calibração de ensaios e carga em placa através do modelo HS. Estes parâmetros e resultados das modelações encontram-se na subsecção 3.5.2.

Em relação à placa de carregamento pretende-se que tenham características rígidas, atribuindo os seguintes valores de rigidez à flexão EI [kN.m<sup>2</sup>/m] e axial EA [kN/m]:

Quadro 3.6 – Características da placa.

EI [kN.m <sup>2</sup> /m]	1x10 <sup>6</sup>
EA [kN/m]	1x10 <sup>7</sup>

### 3.4 Resultados das análises numéricas

Na presente secção serão apresentados os resultados relativos à areia solta e areia densa, onde será avaliado o efeito da saia na curva carga-assentamento, nas tensões normais na parede do tanque e pontos em rotura do solo. No que diz respeito à curva carga-assentamento, os gráficos apresentam-se numa escala reduzida de forma a melhor perceber a fase inicial das curvas. Em relação ao nível de tensão considerado para o estudo das tensões normais e pontos em rotura do solo, na areia solta e densa consideraram-se as tensões de 55kPa e 130kPa respetivamente, limitados aos valores conseguidos atingir por todas as modelações utilizando cada densidade. Importa ainda referir que a legenda para os pontos plásticos foi retirada do programa e encontra-se em inglês, pelo que é feita a correspondência através da figura seguinte:

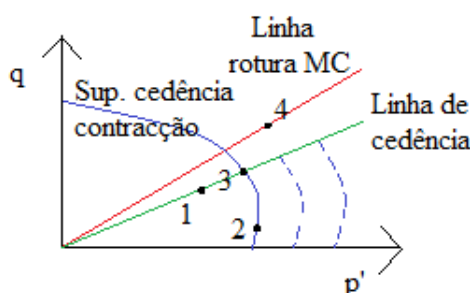


Figura 3.8 – Superfícies de cedência do modelo HS no plano p'-q.

O ponto 1 corresponde a pontos no solo que atingiram a cedência (Hardening point), o ponto 2 a pontos que atingiram a superfície de cedência de contração (Cap point), o 3 quando atingem as duas superfícies (Cap & Hardening point) e por fim o ponto 4 quando estão em rotura (Mohr-Coulomb point).

#### 3.4.1 Resultados para a areia solta

##### Curva carga-assentamento

Na Figura 3.9 são apresentados dois gráficos com resultados referentes aos valores de  $R_{inter}$  estudados para a areia solta. Ambos os gráficos contemplam os dois modelos representativos do comportamento do solo atrás expostos para cada modelo concebido, com e sem reforço.

Numa primeira análise verifica-se que o modelo MC é mais rígido do que o modelo HS, tanto para  $R_{inter}=1$  como para  $R_{inter}=0,5$ . Isto deve-se ao facto de, no modelo HS, o módulo de deformabilidade aumentar com a tensão de confinamento, logo, para níveis de tensão baixos o módulo de deformabilidade é menor, originando assim maiores assentamentos. Ainda em ambas as figuras verifica-se que em algumas análises o cálculo conclui cedo, originando deslocamentos de ordem de grandeza pequena. Supõe-se que seja devido a problemas de convergência, o que seria vantajoso que o cálculo progredisse mais para melhor perceção e interpretação de resultados.

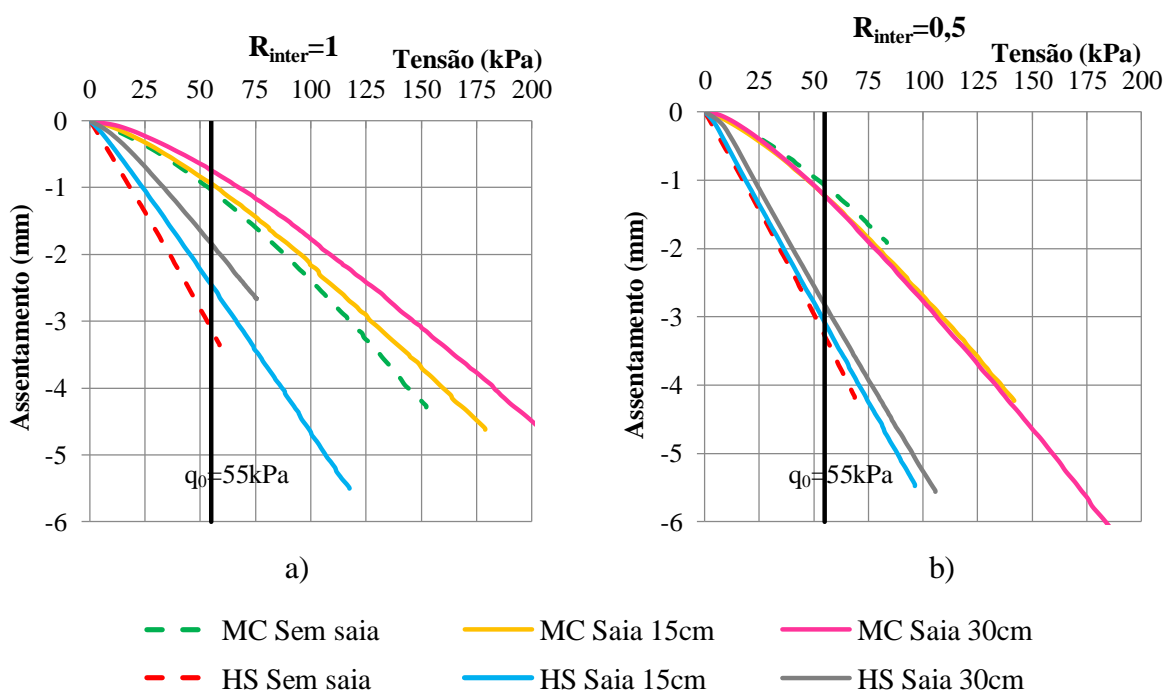


Figura 3.9 - Resultados da modelação de ensaios de carga em placa no tanque para a areia solta e: a)  $R_{inter}=1$  e b)  $R_{inter}=0,5$ .

Através do gráfico relativo  $R_{inter}=1$  verifica-se que os resultados são os esperados no que diz respeito ao bom funcionamento da saia estrutural. Para o mesmo nível de tensão, as análises efetuadas para os modelos com reforço têm menores assentamentos do que os modelos de placa sem saia, tanto no modelo MC como no modelo HS. A diminuição do valor dos deslocamentos deve-se ao facto de a saia e a placa, quando carregadas, confinarem o solo subjacente dando-lhe mais resistência aumentando a capacidade de carga. Assim, o aumento do comprimento do reforço corresponde a uma maior zona confinada melhorando os resultados.

Quando o valor de  $R_{inter}$  é alterado para 0,5, os resultados com e sem saia são muito próximos para ambos os modelos (MC e HS) mas no modelo MC os assentamentos passam a

ser ligeiramente menores sem saia, contrariamente ao expectável. Uma possível justificação será o facto de, ao diminuir o valor de  $R_{inter}$ , a resistência ao corte na interface ser menor do que a resistência ao corte do solo adjacente, provocando deslizamento do solo ao longo da saia e originando maiores assentamentos. Observa-se ainda que quanto maior o comprimento do reforço estrutural maiores os assentamentos, devido ao facto de haver uma maior superfície de contacto da saia com o solo, havendo mais deslocamento de solo nessa zona. Contrariamente, pelo modelo HS isso já não se verifica tirando-se as mesmas conclusões de quando  $R_{inter}=1$  no que diz respeito à diminuição dos assentamentos, o que se poderá dever ao incremento da rigidez com a tensão de confinamento do solo no interior da saia, conduzindo a um aumento da resistência. Porém, essa redução não é tão evidente relativamente a  $R_{inter}=1$ .

No Quadro 3.7 são apresentadas as percentagens de redução de deslocamentos relativamente às análises sem reforço, para cada modelo reológico e respetivo comprimento de saia.

Quadro 3.7 - Percentagem de redução dos deslocamentos face às análises sem saia na areia solta para uma tensão de 55kPa.

	$R_{inter} = 1$		$R_{inter} = 0,5$	
	Saia 15cm	Saia 30cm	Saia 15cm	Saia 30cm
<i>Mohr-Coulomb</i>	9,5%	28,7%	-12,9%	-12,7%
<i>Hardening Soil</i>	21,9%	41,6%	6,2%	14,1%

Para  $R_{inter}=1$ , este efeito é mais evidente no modelo HS em que as percentagens em ambas as saias são notavelmente superiores comparativamente ao modelo MC. Quanto a  $R_{inter}=0,5$ , a função da saia já não é tão notória no modelo HS, evidenciando percentagens baixas, facto previsível pelos resultados atrás apresentados relativos ao deslocamento do solo durante o carregamento. Os resultados obtidos para o modelo MC não permitem fazer esta avaliação, referindo-se a percentagem negativa ao aumento dos assentamentos pelas análises com reforço.

De forma a verificar os resultados de  $R_{inter}=0,5$  procedeu-se à análise de um novo conjunto de valores do fator de redução da interface em que na zona da saia e da placa se considerou 1 e nas fronteiras manteve-se 0,5. Os novos resultados são muito semelhantes ao gráfico da Figura 3.9 a), evidenciando o desempenho da saia, concluindo assim que  $R_{inter}=0,5$  nas paredes do tanque não tem influência nos mesmos.

### Tensões normais na parede do tanque

São apresentados os valores totais das pressões e os acréscimos em relação ao valor de repouso para as diversas análises efetuadas sobre a areia solta.

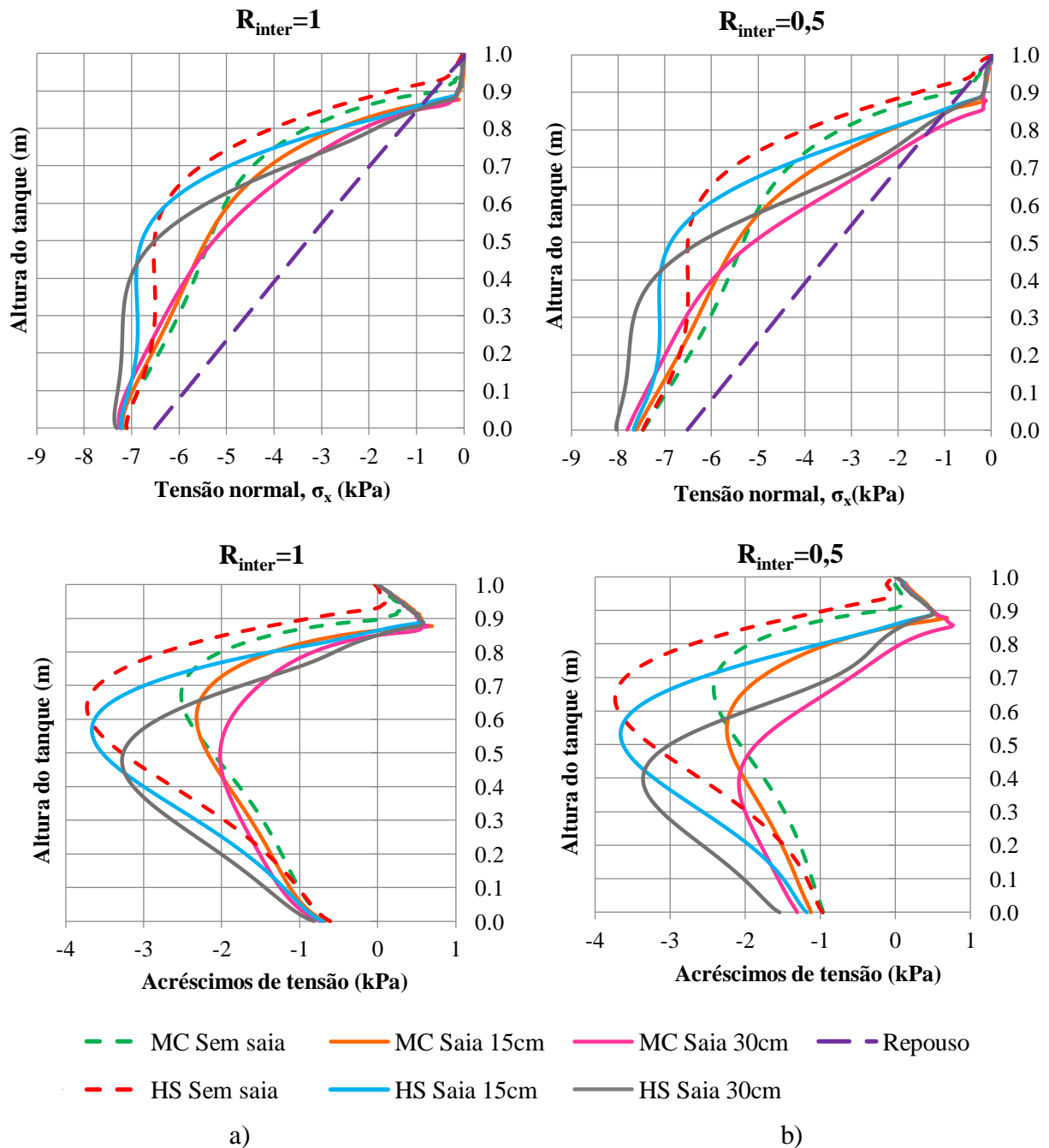


Figura 3.10 – Tensões normais na parede do tanque e respetivos acréscimos de carga para  $q_0=55\text{kPa}$  e: a)  $R_{inter}=1$  e b)  $R_{inter}=0,5$ .

Pelos gráficos da tensão normal verifica-se que no modelo HS as tensões são maiores em relação a MC, possivelmente pelo facto de os módulos de deformabilidade no modelo HS aumentarem com a tensão de confinamento, permitindo o desenvolvimento de maiores tensões. A partir da altura 0,8m até quase à base nota-se um aumento significativo das tensões comparativamente às de repouso, sendo este acréscimo mais notório a meio do tanque para o modelo HS onde aumentam para o dobro. Estas conclusões são válidas tanto para  $R_{inter}=1$  como para  $R_{inter}=0,5$ , concluindo ainda que este parâmetro não é determinante no valor máximo das mesmas e tem pouca influência na sua variação em profundidade.

Relativamente aos acréscimos de carga observa-se que o pico é atingido a uma profundidade maior nas análises com reforço comparativamente aos modelos sem saia pelo facto de, ao utilizar a saia, esta faz com que a base da fundação esteja aplicada ao nível do reforço, devido ao confinamento do solo, originando a que as tensões surjam a profundidades maiores. Importa também salientar que no início, a partir da superfície do tanque, os acréscimos de carga surgem com sinal contrário pelo facto de nesta fase as tensões normais no tanque serem baixas, que se deve à descompressão inicial do solo devido aos assentamentos verticais na zona da placa. Estas conclusões são válidas para ambos os valores de  $R_{inter}$ .

### Pontos plásticos

Inicialmente são apresentados os resultados referentes ao modelo MC para  $R_{inter}=1$  e  $R_{inter}=0,5$ , designados pela Figura 3.11 e 3.12, respetivamente.

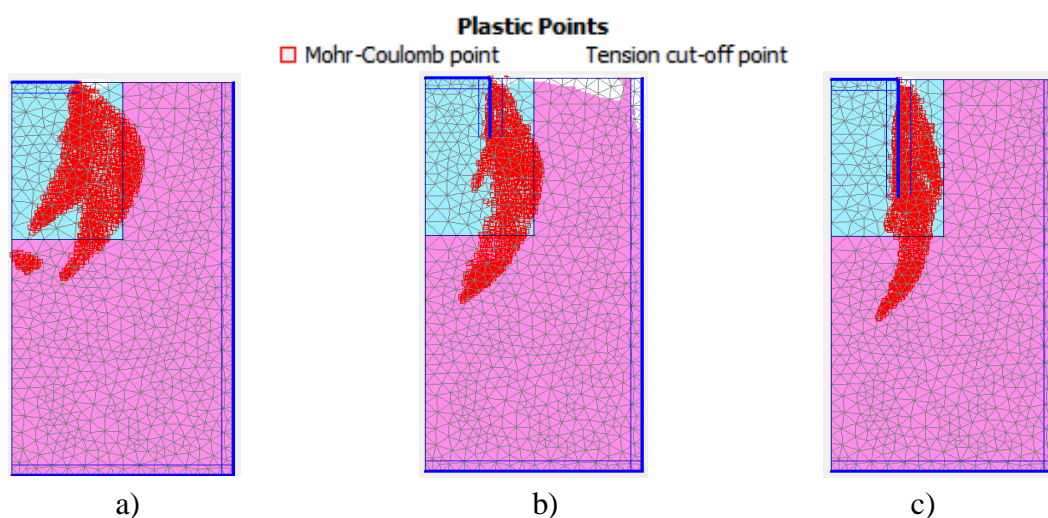


Figura 3.11 - Pontos plásticos para uma tensão aplicada de 55kPa,  $R_{inter}=1$  e modelo *Mohr-Coulomb* na análise: a) sem saia estrutural; b) com saia estrutural de 15cm e c) com saia estrutural de 30cm.

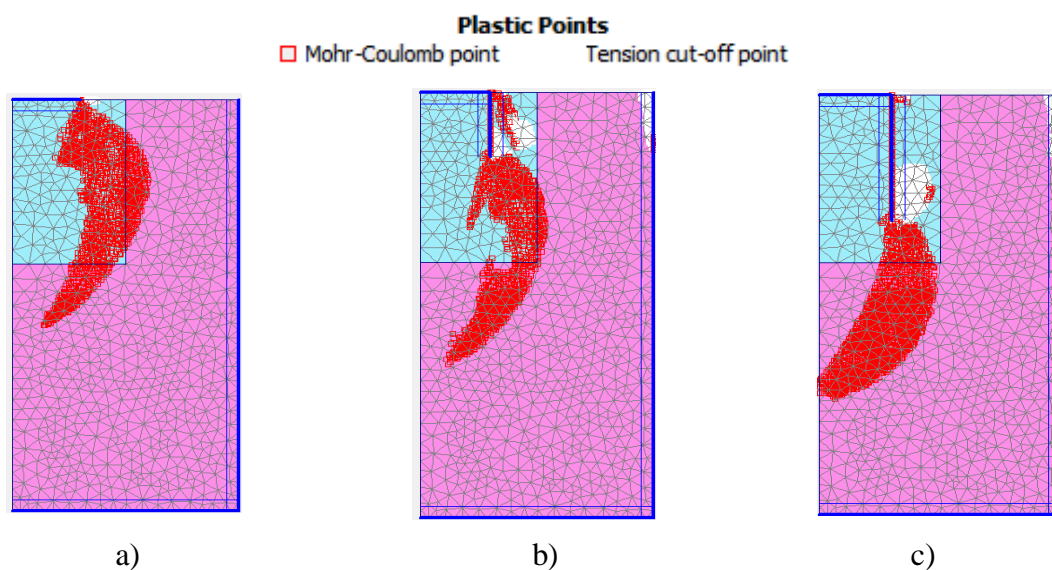


Figura 3.12: Pontos plásticos para uma tensão aplicada de 55kPa,  $R_{inter}=0,5$  e modelo *Mohr-Coulomb* na análise: a) sem saia estrutural; b) com saia estrutural de 15cm e c) com saia estrutural de 30cm.

Relativamente a  $R_{inter}=1$  constata-se que na modelação sem reforço a plastificação do solo ocorre em pontos na extremidade da fundação e paralelamente ao núcleo de solo mais carregado. Identicamente, nos modelos com reforço, os pontos que atingem a rotura surgem ao longo da interface exterior da saia estrutural, adjacente ao núcleo confinado. Nos modelos com reforço a mancha plastificada é menor, possivelmente devido à melhoria da capacidade de carga, em que o solo consegue suportar mais carga atingindo mais tardiamente a rotura.

Quando  $R_{inter}=0,5$ , o modelo sem reforço continua a apresentar a plastificação contígua à massa de solo mais carregada. Nas restantes análises, contrariamente a  $R_{inter}=1$ , na zona da saia verifica-se que o número de pontos plásticos é distintamente menor. Esta constatação é contrária ao que seria previsto, pois com  $R_{inter}=0,5$  as propriedades resistentes dos elementos de interface serão reduzidas e os pontos plásticos atingem a rotura mais cedo, originando uma massa maior de plastificação, pelo que não foi encontrada uma justificação verosímil para este facto.

Seguidamente são apresentados os resultados para o modelo HS.

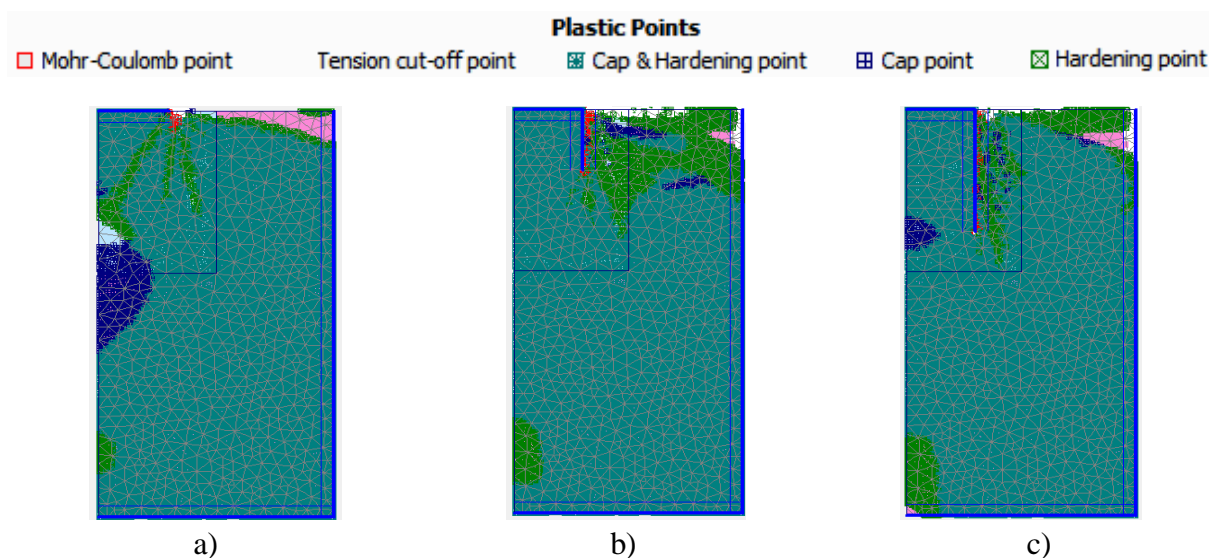


Figura 3.13 - Pontos em rotura para uma tensão aplicada de 55kPa,  $R_{inter}=1$  e modelo *Hardening Soil* na análise: a) sem saia estrutural; b) com saia estrutural de 15cm e c) com saia estrutural de 30cm.

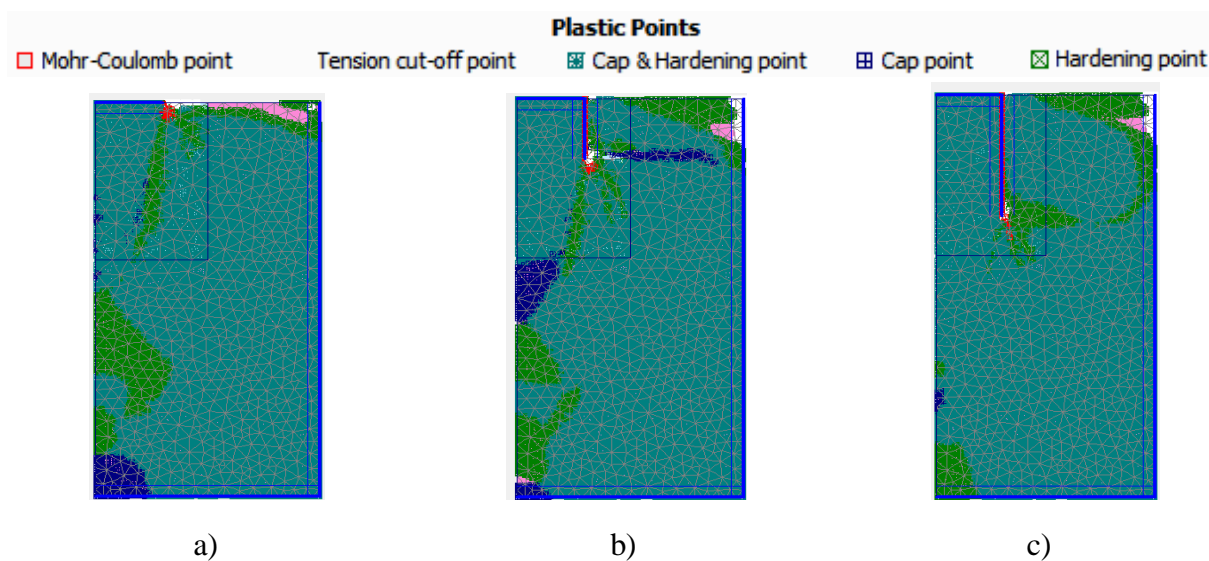


Figura 3.14 - Pontos em rotura para uma tensão aplicada de 55kPa,  $R_{inter}=0,5$  e modelo *Hardening Soil* na análise: a) sem saia estrutural; b) com saia estrutural de 15cm e c) com saia estrutural de 30cm.

No modelo HS com  $R_{inter}=1$ , os pontos em rotura ocorrem de forma pontual no caso da análise sem reforço, surgindo na extremidade da placa enquanto que nas simulações da fundação com reforço surgem ao longo da saia. É de realçar que na saia de 30cm os pontos



são escassos. Quando  $R_{inter}=0,5$  e idêntico à análise anterior, na modelação sem reforço é notória uma pequena mancha plastificada em rotura no limite da placa, enquanto que nas restantes análises os pontos em rotura surgem ao longo da saia.

### 3.4.2 Resultados para a areia densa

#### Curva carga-assentamento

As curvas carga-assentamento referentes à areia densa são apresentadas na Figura 3.15 para cada coeficiente  $R_{inter}$ . Numa primeira análise observa-se que o modelo HS atinge valores de deslocamento mais elevados do que o modelo MC, tendo já sido constatado nos resultados anteriores relativos à areia solta. É de salientar as curvas com saia do modelo HS em que o cálculo “cai” muito cedo comparativamente às restantes, limitando assim a análise a níveis de tensão baixos, independentemente de os cálculos excedentes progredirem consideravelmente.

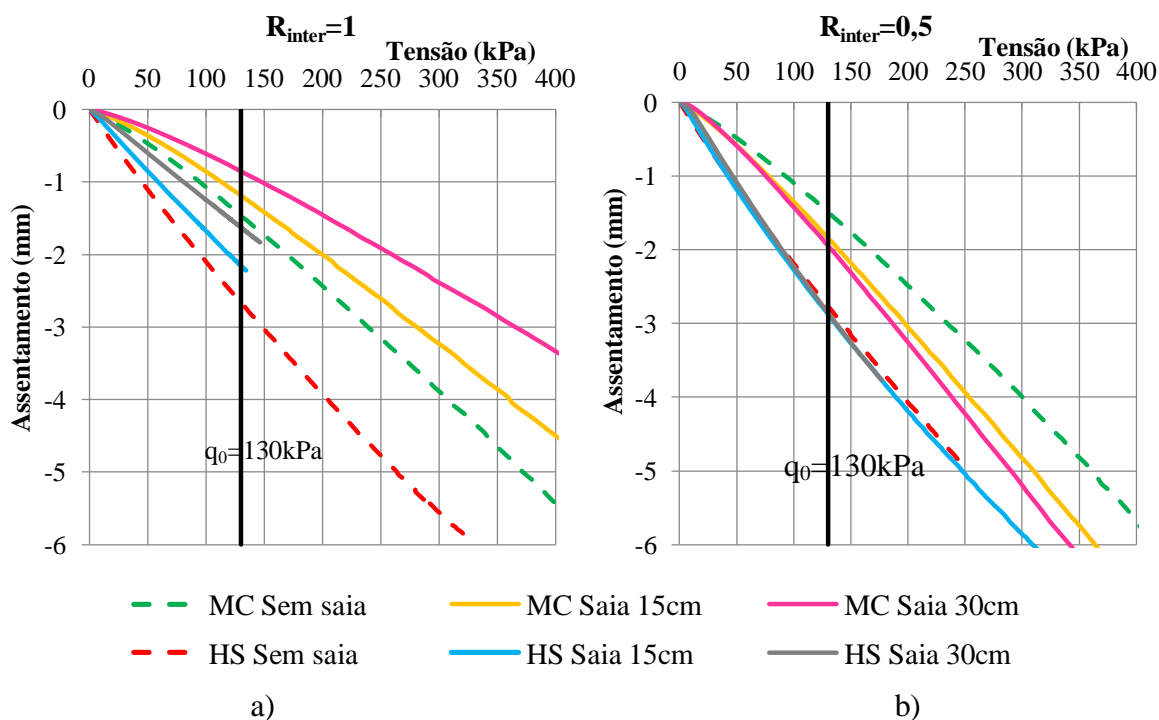


Figura 3.15 - Resultados da modelação de ensaios de carga em placa no tanque para a areia densa para: a)  $R_{inter}=1$  e b)  $R_{inter}=0,5$ .

Tal como verificado para a areia solta, com  $R_{inter}=1$  constata-se que a utilização de reforço melhora o comportamento da fundação, em que o solo consegue suportar mais carga para um determinado deslocamento em ambos os modelos.

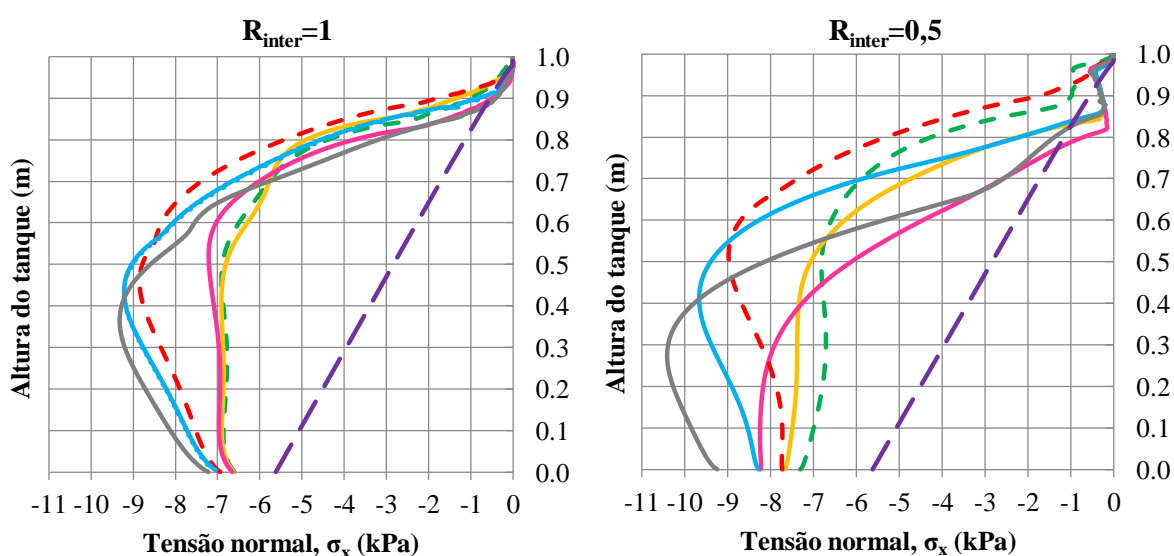
Em relação a  $R_{inter}=0,5$ , mais uma vez se verifica “incoerência” de resultados, não correspondendo ao esperado. Nas análises com reforço atingem-se maiores assentamentos do que os modelos de fundação sem saia, devido ao elemento de interface permitir o escorregamento do solo e originar deslocamentos acentuados. Enquanto que na areia solta o modelo HS apresentava uma melhoria, apesar de pouco notória, no comportamento da fundação com saia, na areia densa as curvas das análises efetuadas são quase sobrepostas concluindo, neste caso, que o modelo não é capaz de reproduzir a melhoria da capacidade de carga quando utilizado o reforço. No Quadro 3.8 encontra-se a percentagem da redução dos assentamentos para cada reforço e respetivo modelo, concluindo que com  $R_{inter}=1$  obtêm-se bons resultados, contrariamente a  $R_{inter}=0,5$ , mais precisamente modelo MC.

Quadro 3.8 - Percentagem de redução dos deslocamentos face às análises sem saia na areia densa para uma tensão de 130kPa.

	$R_{inter} = 1$		$R_{inter} = 0,5$	
	Saia 15cm	Saia 30cm	Saia 15cm	Saia 30cm
<i>Mohr-Coulomb</i>	19%	41,7%	-23,9	-31%
<i>Hardening Soil</i>	18,8%	38,8%	-4,1%	-3,3%

### Tensões normais na parede do tanque

Na Figura 3.16 são apresentados os resultados relativos às tensões normais na parede do tanque e respetivos acréscimos de carga para os modelos MC e HS, e valores de  $R_{inter}$  de 1 e 0,5.



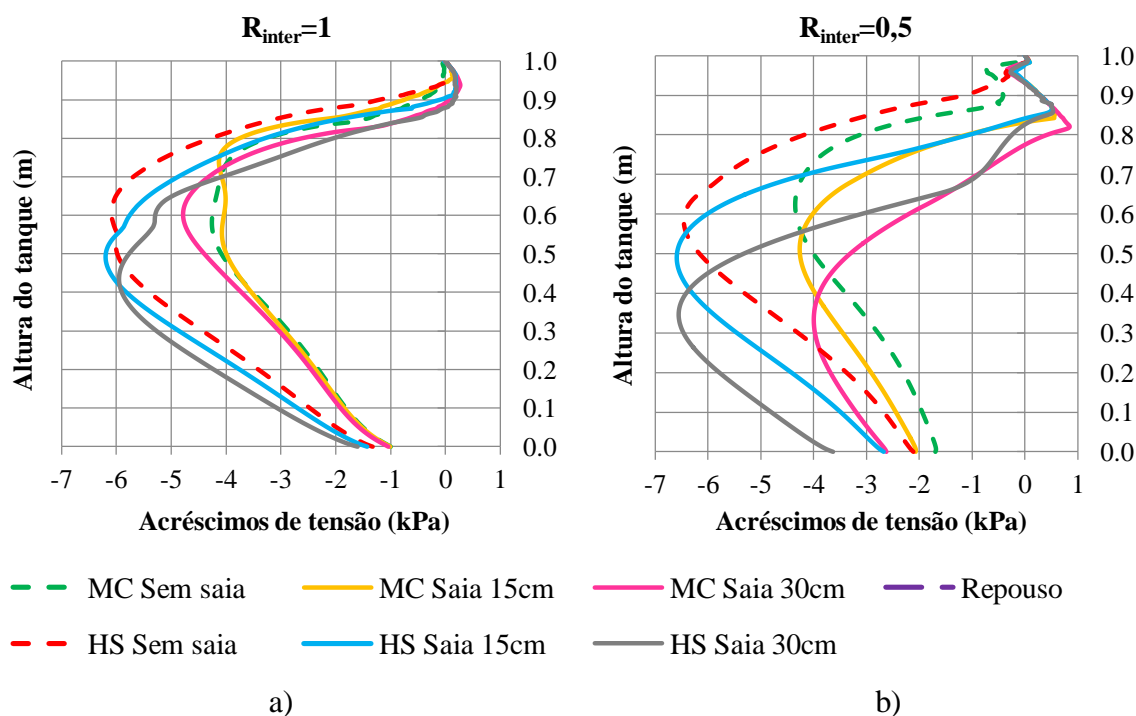


Figura 3.16 - Tensões normais na parede do tanque e respetivos acréscimos de tensão para  $q_0=130\text{kPa}$  e: a)  $R_{inter}=1$  e b)  $R_{inter}=0,5$ .

Analisando as figuras representativas das tensões normais na parede do tanque continuam-se a verificar níveis de tensão superiores no modelo HS devido ao módulo de deformabilidade aumentar com a tensão de confinamento. Outra constatação é relativa às tensões aplicadas serem menores do que as tensões de repouso à superfície do tanque, verificado também para a areia solta e pelo motivo atrás exposto.

Particularizando, para  $R_{inter}=1$  observa-se que no modelo MC as curvas traçadas são muito próximas apresentando valores quase idênticos, concluindo que a existência de reforço não é um elemento relevante no caso de o pico ser atingido a níveis de profundidade maiores. Relacionando os dois modelos, estes seguem valores de profundidade e tensão próximas desde o cimo do tanque até à profundidade de 0,7m. A partir deste ponto é visível um aumento significativo das tensões normais pelo modelo HS, onde a meio do tanque aumentam para o triplo, mantendo-se superiores a MC até à base. Em relação a  $R_{inter}=0,5$ , é mais evidente a presença da saia, em que as curvas são mais dispersas e atingem picos a profundidades distintas. É também notório que neste caso os picos são atingidos à mesma profundidade em ambos os modelos, apesar de valores consideravelmente maiores no modelo HS.

### Pontos plásticos

Através da figura seguinte referente ao modelo MC e  $R_{inter}=1$  observa-se o já ocorrido na areia solta, ou seja, a plastificação do solo nos modelos sem saia ocorre adjacente ao núcleo debaixo da placa. Nas análises com reforço, os pontos que atingem a rotura surgem ao longo do reforço, prolongando-se ao longo das paredes exteriores da saia e ao solo adjacente.

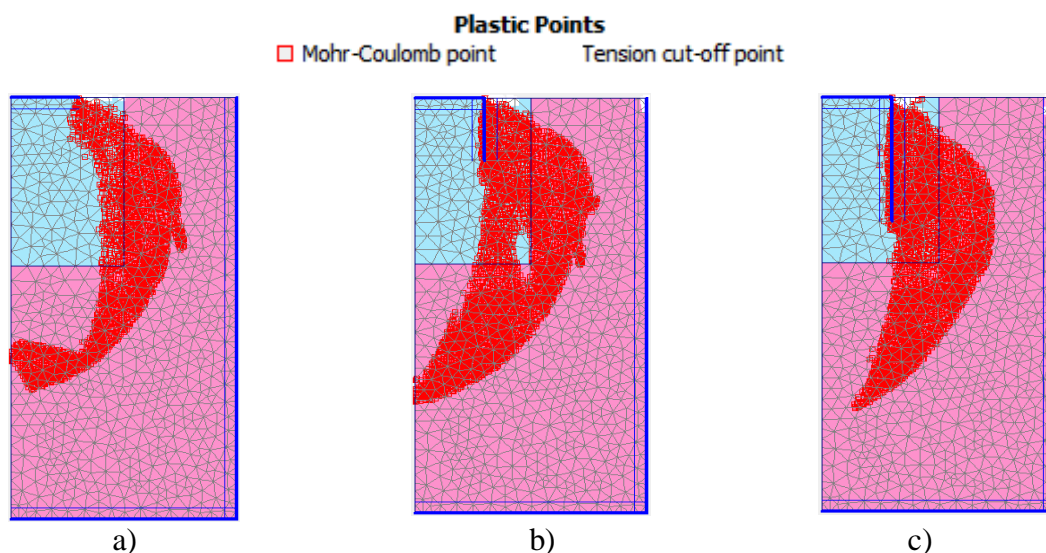


Figura 3.17 - Pontos plásticos para uma tensão aplicada de 130kPa,  $R_{inter}=1$  e modelo *Mohr-Coulomb* na análise: a)sem saia estrutural; b)com saia estrutural de 15cm e c)com saia estrutural de 30cm.

Em relação a  $R_{inter}=0,5$ , a zona exterior da saia contém novamente menor plastificação comparativamente a  $R_{inter}=1$ , sendo este facto já verificado para a areia solta. Ainda assim, não foi encontrada uma explicação plausível, pois a previsão seria precisamente o contrário, isto é, maior quantidade de pontos plásticos para menor resistência na interface. Verifica-se ainda que neste caso a mancha plastificada atinge maior profundidade com o aumento do reforço. Quanto à fundação sem reforço, esta segue o mesmo modo de plastificação atrás apontado.

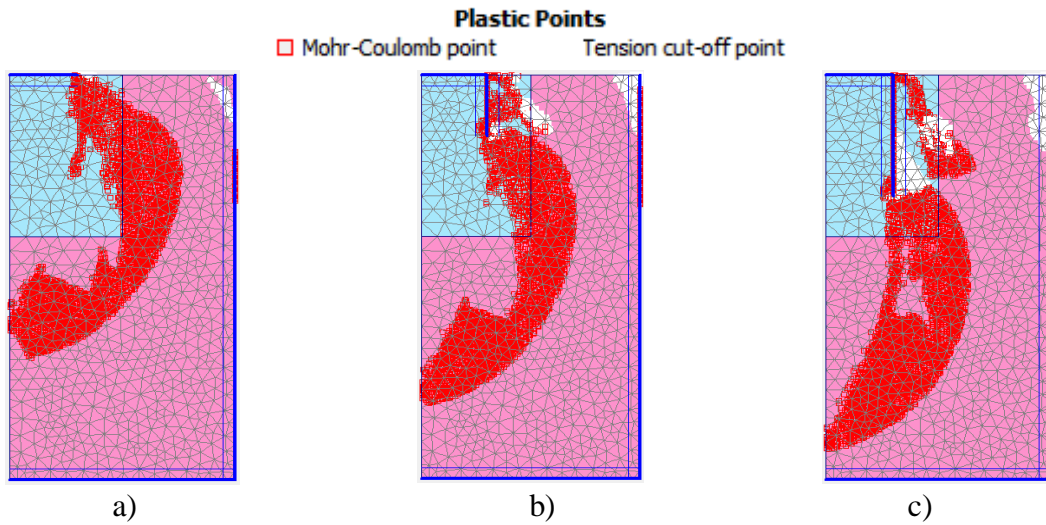


Figura 3.18 - Pontos plásticos para uma tensão aplicada de 130kPa,  $R_{inter}=0,5$  e modelo *Mohr-Coulomb* na análise: a)sem saia estrutural; b)com saia estrutural de 15cm e c)com saia estrutural de 30cm.

Seguidamente são apresentados os resultados relativos ao modelo HS para cada valor de  $R_{inter}$  e interpretação dos mesmos.

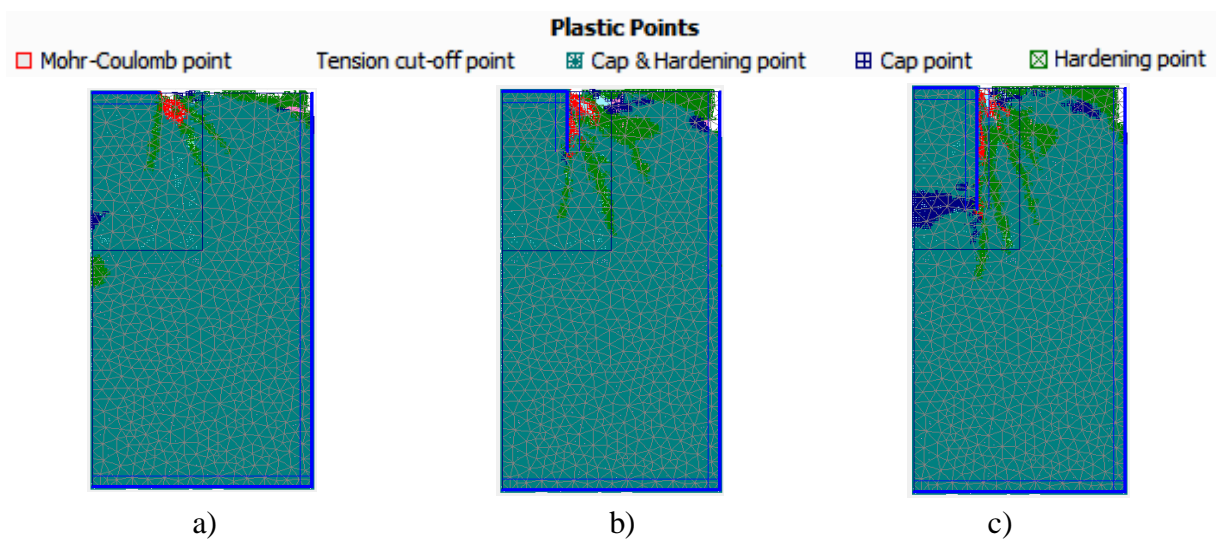


Figura 3.19 - Pontos em rotura para uma tensão aplicada de 130kPa,  $R_{inter}=1$  e modelo *Hardening Soil* na análise: a)sem saia estrutural; b)com saia estrutural de 15cm e c)com saia estrutural de 30cm.

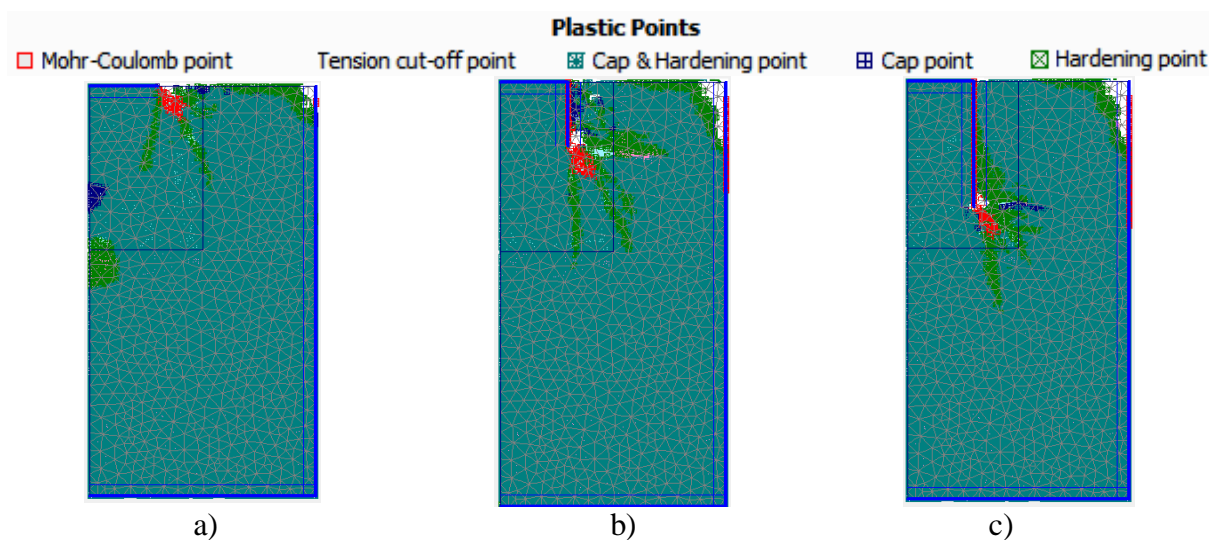


Figura 3.20 - Pontos em rotura para uma tensão aplicada de 130kPa,  $R_{inter}=0,5$  e modelo *Hardening Soil* na análise: a)sem saia estrutural; b)com saia estrutural de 15cm e c)com saia estrutural de 30cm.

Em ambos os valores de  $R_{inter}$ , a zona onde os pontos atingem a rotura é idêntica à areia solta, em que no caso do modelo sem saia os pontos plásticos surgem no limite da placa e nas análises com saia verifica-se o seu aparecimento no lado exterior da interface, junto ao reforço. Salienta-se o facto do aparecimento de uma mancha plastificada em rotura no limite da saia para  $R_{inter}=0,5$ .

### 3.4.3 Comparação areia solta/densa

Neste ponto proceder-se-á à comparação de alguns aspetos entre a areia solta e a areia densa. Como nas subsecções 3.4.1 e 3.4.2, para a obtenção da percentagem de redução de assentamentos, dos pontos em rotura no solo e das tensões normais na parede do tanque foram considerados níveis de tensão diferentes, neste caso efetuaram-se as mesmas verificações para uma tensão de 55kPa, como termo de comparação. Apresentam-se de seguida as respetivas análises.

#### Curva carga-assentamento

Para esta análise foi feita uma reorganização dos resultados para melhor análise e interpretação dos mesmos. Assim, os gráficos seguintes confrontam os resultados das diferentes densidades do solo estudadas, relativos ao modelo MC, para  $R_{inter}=1$  e  $R_{inter}=0,5$ .

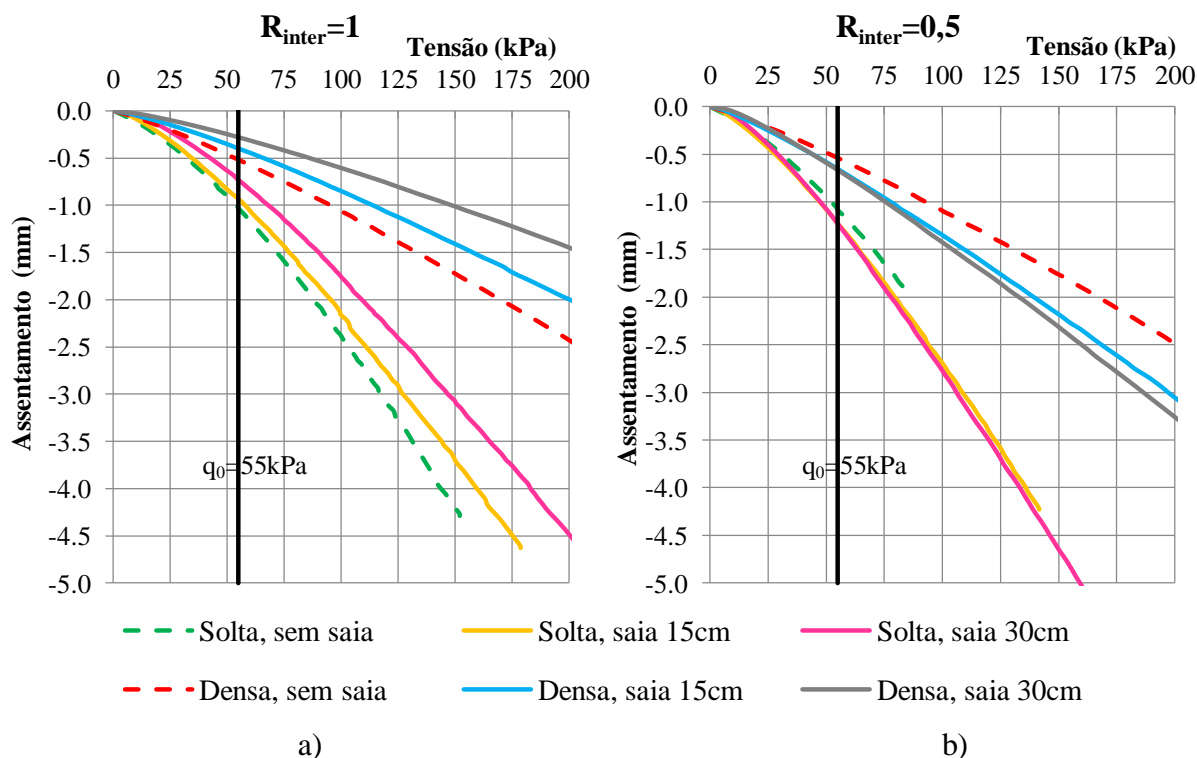


Figura 3.21 – Comparação dos resultados da areia solta e areia densa com o modelo MC e: a)  $R_{inter}=1$  e b)  $R_{inter}=0,5$ .

Pela análise geral dos dois gráficos verifica-se que a areia densa atinge menores deslocamentos para cada nível de tensão, pois a rigidez é maior, originando menores assentamentos. Em relação à redução do valor dos assentamentos através da saia estrutural, o Quadro 3.9 evidencia que o seu desempenho é mais evidente na areia densa, conclusão igualmente verificada por Alves (2014), e para  $R_{inter}=1$ ,

Quadro 3.9 – Comparação de resultados entre a areia solta e areia densa relativamente à redução de assentamentos para uma tensão aplicada de 55kPa e modelo MC.

	$R_{inter} = 1$		$R_{inter} = 0,5$	
	Saia 15cm	Saia 30cm	Saia 15cm	Saia 30cm
<i>Areia solta</i>	9,5%	28,7%	-12,9%	-12,7%
<i>Areia densa</i>	22,8%	45,7%	-21,4%	-23,6%

Quando  $R_{inter}=0,5$ , em ambas as areias observa-se que a saia já não produz o efeito verificado anteriormente, onde a fundação com reforço origina maiores assentamentos que a fundação original.

Da mesma forma de apresentação de resultados para o modelo MC, segue-se o modelo HS.

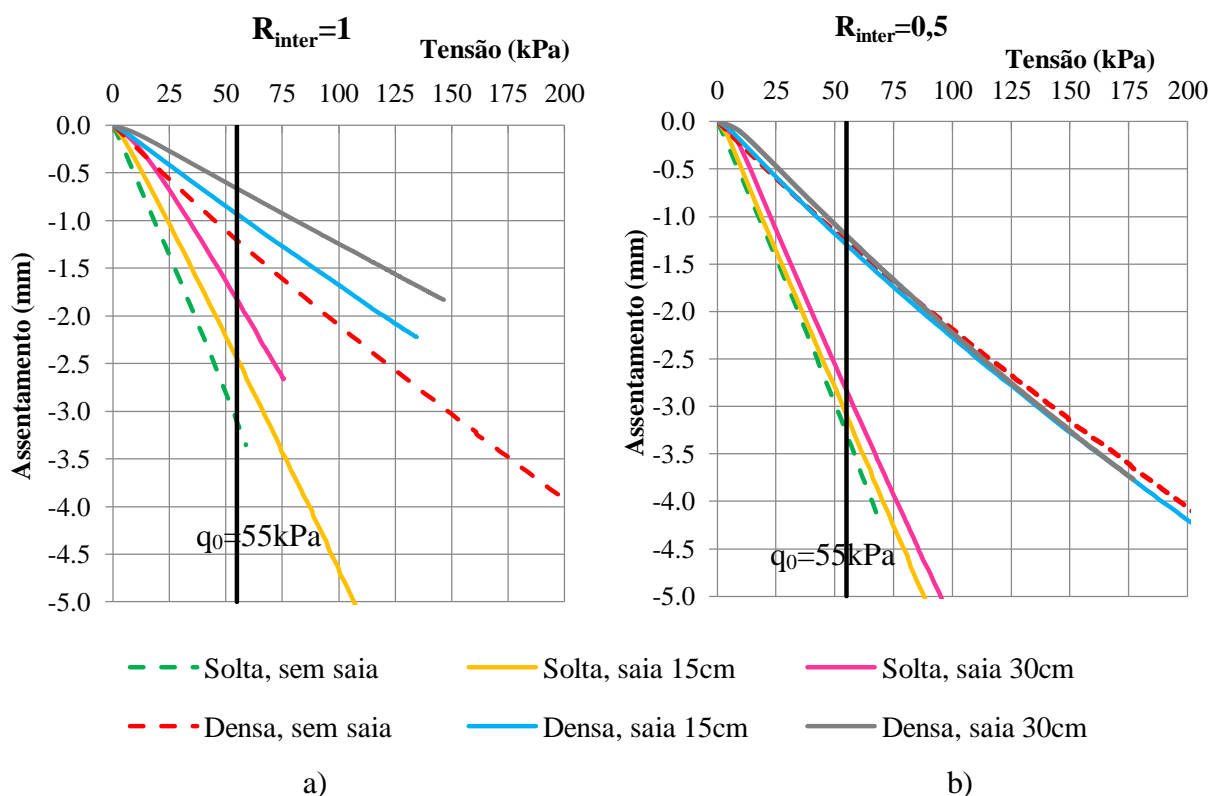


Figura 3.22 - Comparação dos resultados da areia solta e areia densa com o modelo HS e:  
a)  $R_{inter}=1$  e b)  $R_{inter}=0,5$ .

Em relação a  $R_{inter}=1$ , é imediatamente perceptível que grande parte dos cálculos deixa de convergir cedo, sendo vantajoso que progredissem mais para análise de níveis de carga superiores. Todavia, estes resultados confirmam as conclusões anteriores do ponto de vista do desempenho da saia. Quanto a  $R_{inter}=0,5$ , as análises com a areia densa são idênticas, concluindo que neste caso é desvalorizada a existência de reforço na fundação enquanto que na areia solta é notório o efeito da saia na redução de assentamentos, porém, pouco evidente.

De seguida é apresentado o Quadro 3.10 onde é claro o efeito da saia com  $R_{inter}=1$  em ambas as areias, contrariando, porém os resultados para  $R_{inter}=0,5$  com areia densa.



Quadro 3.10 - Comparação de resultados entre a areia solta e areia densa relativamente à redução de assentamentos para uma tensão aplicada de 55kPa e modelo HS.

	$R_{inter} = 1$		$R_{inter} = 0,5$	
	Saia 15cm	Saia 30cm	Saia 15cm	Saia 30cm
<i>Areia solta</i>	21,9%	41,6%	6,2%	14,1%
<i>Areia densa</i>	18,8%	38,8%	-4,1%	-3,3%

Realça-se ainda o facto de as curvas obtidas a partir deste modelo apresentarem uma curvatura pouco realista, contrária à observada nos ensaios reais executados por Alves (2014). Como a gama de tensões apresentada nos gráficos carga-assentamento é baixa, o solo exibe mais deformabilidade originando maiores deslocamentos. Para contornar estes resultados apresentar-se-á um estudo com base no OCR na subsecção 3.5.2.

### Tensões normais na parede do tanque

Na Figura 3.23 e 3.24 são apresentados os acréscimos de tensão para cada tipo de areia e modelos MC e HS.

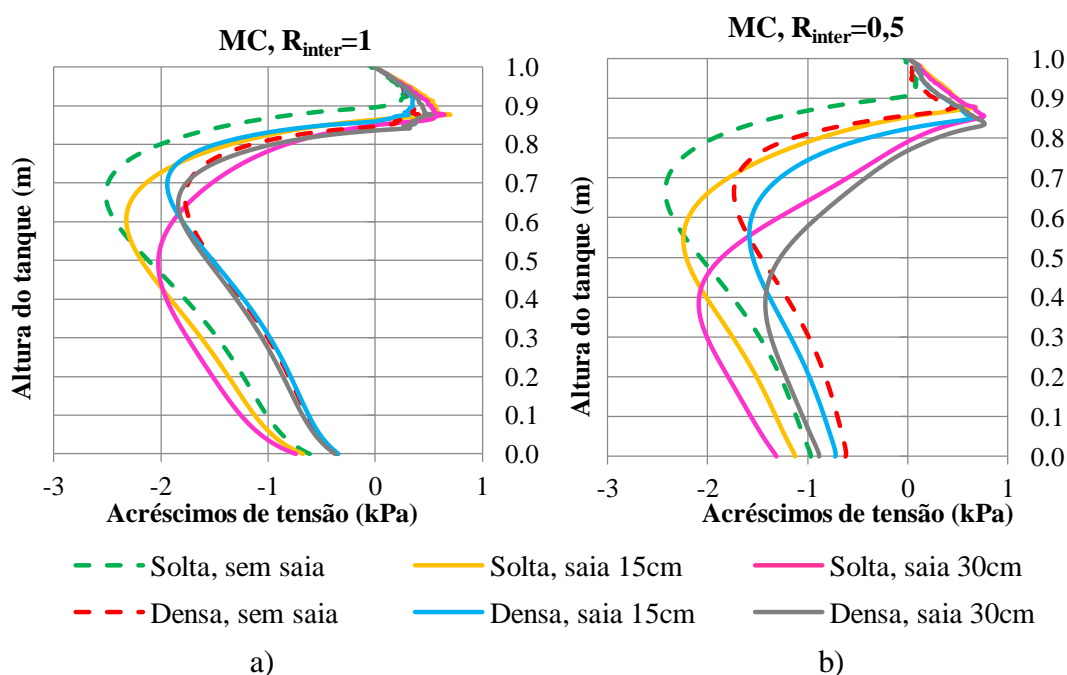


Figura 3.23 – Comparação de resultados entre a areia solta e areia densa com o modelo MC e: a)  $R_{inter}=1$  e b)  $R_{inter}=0,5$ .

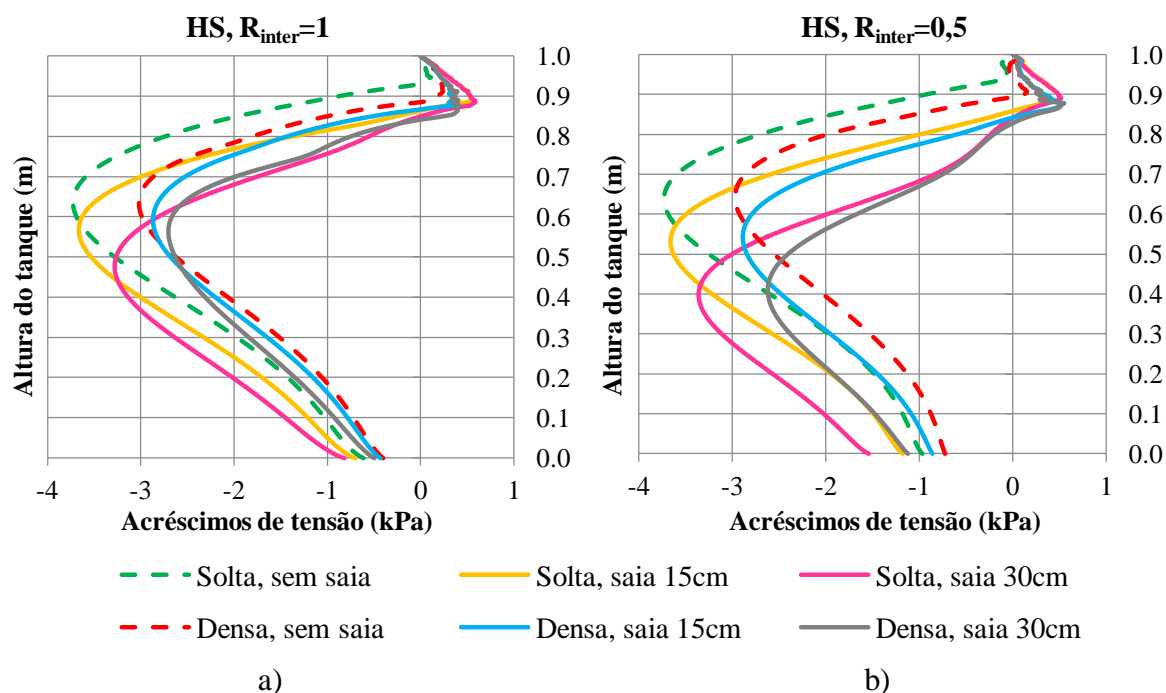


Figura 3.24 - Comparação de resultados entre a areia solta e areia densa com o modelo HS e: a)  $R_{inter}=1$  e b)  $R_{inter}=0,5$ .

Interpretando os resultados atrás expostos observa-se que com  $R_{inter}=1$  o pico é atingido a uma profundidade maior para a solta, em ambos os modelos, e que com  $R_{inter}=0,5$ , os picos alcançam profundidades iguais. Salienta-se ainda o facto de os acréscimos serem também maiores para esta, contrariamente ao previsto.

### 3.5 Análises numéricas adicionais

Esta secção é reservada à apresentação de cálculos efetuados para além dos atrás expostos com vista a clarificar alguns aspetos nas análises anteriores. Um desses aspetos é a compreensão dos resultados com  $R_{inter}=0,5$  usando, principalmente, o modelo MC. Assim, considerou-se a fundação como um bloco rígido, densificando o solo entre a placa e a saia. Outra análise foi ainda levada a cabo com vista a contornar o problema da curvatura nas curvas carga-assentamento com o modelo HS. Para isso, nos parâmetros atrás indicados para a areia solta e para a areia densa incluiu-se o OCR, com o objectivo de ajustar as curvas da modelação a ensaios de carga em placa reais. Ambas as análises são apresentadas de seguida.

### 3.5.1 Resultados da modelação da fundação como um bloco rígido

A consideração da fundação como um bloco rígido consistiu na atribuição de um elevado módulo de deformabilidade ao solo entre a placa e saia. Assim, foi criado um *cluster* adicional limitando a placa e a saia e alterou-se o módulo de deformabilidade do solo para 100MPa, mantendo os restantes parâmetros. Nas análises apenas foi testado  $R_{inter}=0,5$  em ambas as areias, pois foi com este valor que se obteve resultados pouco satisfatórios. Os modelos são apresentados de seguida.

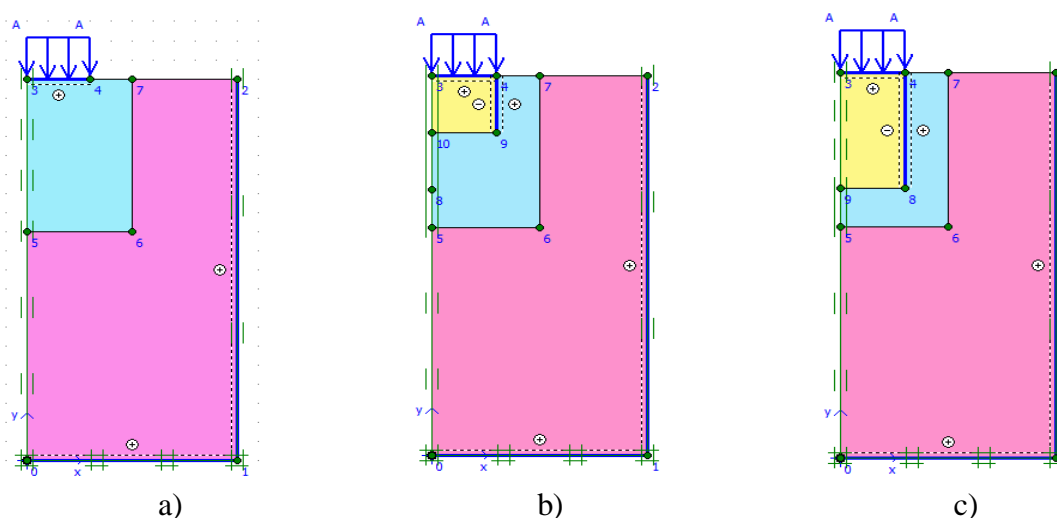


Figura 3.25 – Modelos adotados para análise da fundação como bloco rígido: a) modelo sem saia estrutural; b) modelo com saia estrutural de 15cm e c) modelo com saia estrutural de 30cm.

Posteriormente procedeu-se ao cálculo com os respetivos modelos, apresentando os resultados de seguida.

#### Curva carga-assentamento

Pela análise dos gráficos seguintes verifica-se que o modelo MC continua a verificar níveis de tensão superiores ao modelo HS para o mesmo assentamento. Observa-se ainda que as análises da fundação como bloco rígido têm melhor comportamento comparativamente às fundações em que se utiliza saia, pois para uma determinada tensão os assentamentos são menores, aumentando a capacidade de carga.

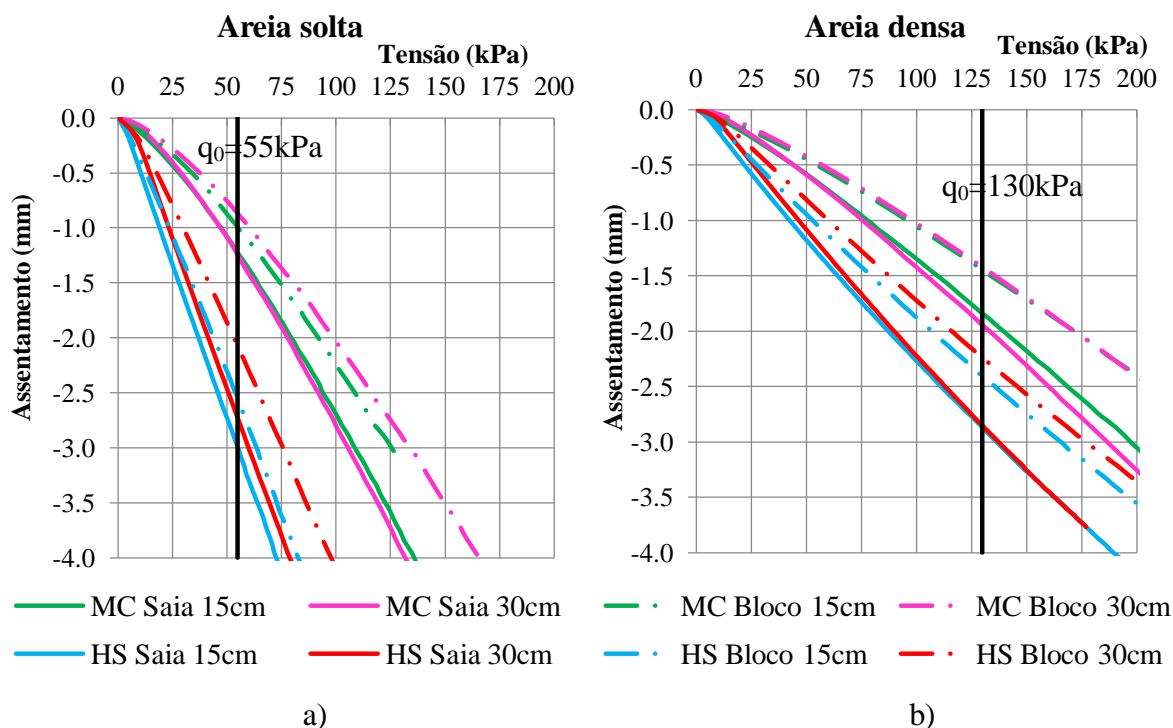


Figura 3.26 – Resultados das análises do tanque para os modelos reológicos MC e HS,  $R_{inter}=0,5$  e: a) areia solta e b) areia densa.

Seguidamente é apresentada no Quadro 3.11 a quantificação da redução dos assentamentos em ambas as areias nos modelos em que se considerou a fundação como um bloco rígido face às análises da fundação sem reforço. Os quadros contêm ainda os resultados das análises com saia para termo de comparação e apenas para  $R_{inter}=0,5$ .

Quadro 3.11 - Percentagem de redução dos deslocamentos face às análises sem saia na areia solta e areia densa para uma tensão de 55 e 130kPa, respetivamente.

	Saia 15cm	Bloco 15cm	Saia 30cm	Bloco 30cm
<i>Areia solta, MC <math>q_0=55kPa</math></i>	-12,9%	3,2%	-12,7%	15,7%
<i>Areia solta, HS <math>q_0=55kPa</math></i>	6,2%	18,5%	14,1%	33,7%
<i>Areia densa, MC <math>q_0=130kPa</math></i>	-23,9%	2%	-31%	4,3%
<i>Areia densa, HS <math>q_0=130kPa</math></i>	-4,1%	12,58	-3,3%	18,9%

Analisando o quadro anterior verifica-se que a diferença da redução dos deslocamentos entre as análises com saia e nas análises onde se considerou um “bloco rígido” é maior para a areia

densa, traduzindo-se isto em melhores resultados. Salientam-se ainda os valores para o modelo MC que com esta análise as percentagens surgem com valores positivos, indicando diminuição dos assentamentos.

Efetuiu-se também o estudo dos pontos plásticos, contudo, estes são muito semelhantes nas análises com saia e nas análises com o bloco rígido, optando assim por não apresentar.

### **3.5.2 Ajuste das curvas carga-assentamento do modelo *Hardening Soil* a curvas de ensaio de carga em placa reais**

As curvas carga-assentamento obtidas nas análises anteriores referentes ao modelo HS afastam-se das curvas dos ensaios reais, pois deveriam exibir um troço inicial linear de pequeno declive seguido de uma curvatura e um ramo final também aproximadamente linear. Quando sujeito a um carregamento inicial, o solo apresenta uma diminuição da rigidez, pois os módulos de deformabilidade dependem da tensão confinamento e no começo essa tensão é baixa, aumentando à medida que se carrega.

Considerando o endurecimento isotrópico, correspondente a um ensaio triaxial com aumento da tensão média, na Figura 3.27 o ponto 1 ilustra o estado de tensão de uma amostra normalmente consolidada onde  $\sigma'_1 = \sigma'_3$ . A superfície de cedência vai-se desenvolvendo à medida que o estado de tensão evolui, ponto 2. Se neste ponto se descarregasse a amostra, o estado de tensão regredia no gráfico mas a linha de cedência manter-se-ia, estando a amostra sobreconsolidada. Aumentando outra vez o estado de tensão a amostra apresentaria um comportamento elástico até atingir novamente a cedência.

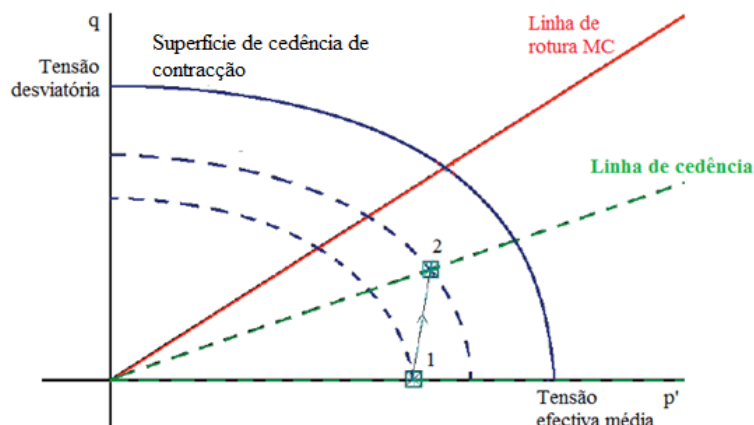


Figura 3.27 – Evolução do estado de tensão e superfícies de cedência do modelo HS para um ensaio triaxial: 1) estado de tensão inicial e 2) estado de tensão a meio do carregamento (adaptado Ferreira, 2014).

Assim, e com recurso ao trabalho desenvolvido por Khanal (2013) referido no Capítulo 2, introduziu-se o OCR nos parâmetros da areia solta e areia densa, de forma a que no início do carregamento o solo já tivesse sido submetido a tensões maiores do que as atuais. Com o auxílio de curvas de ensaios reais estudadas por Alves (2014), atribuíram-se vários valores de OCR nas análises sem reforço atrás efetuadas com vista a aproximar as duas curvas. Porém, os resultados não foram satisfatórios pois as curvas não apresentavam as características pretendidas acima expostas. Posteriormente, recorreu-se a alguns parâmetros da modelação do artigo de Khanal (2013) e procedeu-se às análises dos modelos sem saia estrutural. Desenharam-se as respectivas curvas e observou-se que algumas delas se aproximavam às curvas dos ensaios reais da areia solta e areia densa. Assim, tentou-se um ajuste dos parâmetros para aproximação das curvas como por exemplo alteração dos módulos de deformabilidade, da coesão, do OCR, obtendo os seguintes resultados:

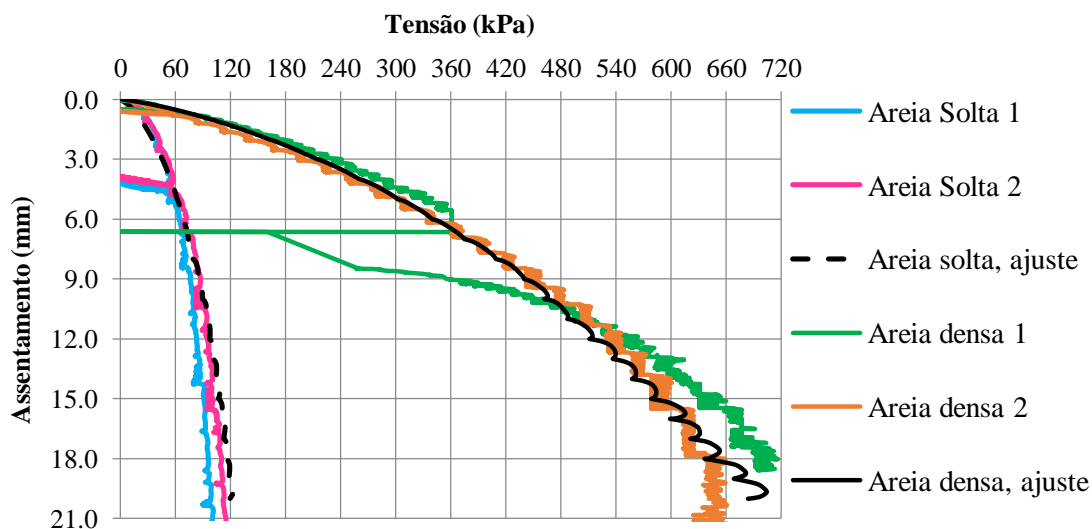


Figura 3.28 – Resultados do ajuste das curvas da modelação sem saia a curvas de ensaios de carga em placa no tanque de Alves (2014).

Quadro 3.12 – Parâmetros finais do ajuste para a areia solta e areia densa.

Parâmetros do modelo HS	Areia solta	Areia densa
$\gamma$ ( $kN/m^3$ )	16	17
$c_{ref}$ ( $kN/m^2$ )	6	16
$\varphi'$ ( $^\circ$ )	20	30
$\psi$ ( $^\circ$ )	0	0
$E_{50}^{ref}$ ( $kN/m^2$ )	8	26
$E_{oed}^{ref}$ ( $kN/m^2$ )	8	26
$E_{ur}^{ref}$ ( $kN/m^2$ )	24	78
$\nu_{ur}$ (-)	0,2	0,2
$k_0^{nc}$ (-)	0,658	0,5
$m$ (-)	0,5	0,5
$R_f$ (-)	0,9	0,9
OCR	5	10

Em relação à Figura 3.28 observa-se que a aproximação é bastante boa, tendo sido conseguido a curvatura inicial associada à rigidez do solo. Todavia, importa fazer referência aos parâmetros considerados no ajuste (Quadro 3.12). O solo em estudo nesta dissertação é uma areia, tendo por isso determinados parâmetros que a caracterizam nomeadamente o facto da

coesão ser aproximadamente zero, o que não se verifica nestes parâmetros finais, tendo sido necessário a consideração dos mesmos para se atingir o pretendido. Realçam-se também os valores associados aos módulos de deformabilidade, em que na areia densa são aproximadamente o triplo dos valores obtidos para a areia solta, conferindo-lhe rigidez e capacidade de suporte quando carregada. Posteriormente, procedeu-se ao cálculo dos modelos com reforço com os parâmetros do ajuste atrás indicados. Contudo, os mesmos parâmetros não se adequam aos novos modelos reforçados, ficando aquém do pretendido. Os resultados finais para as análises com saia são apresentados de seguida.

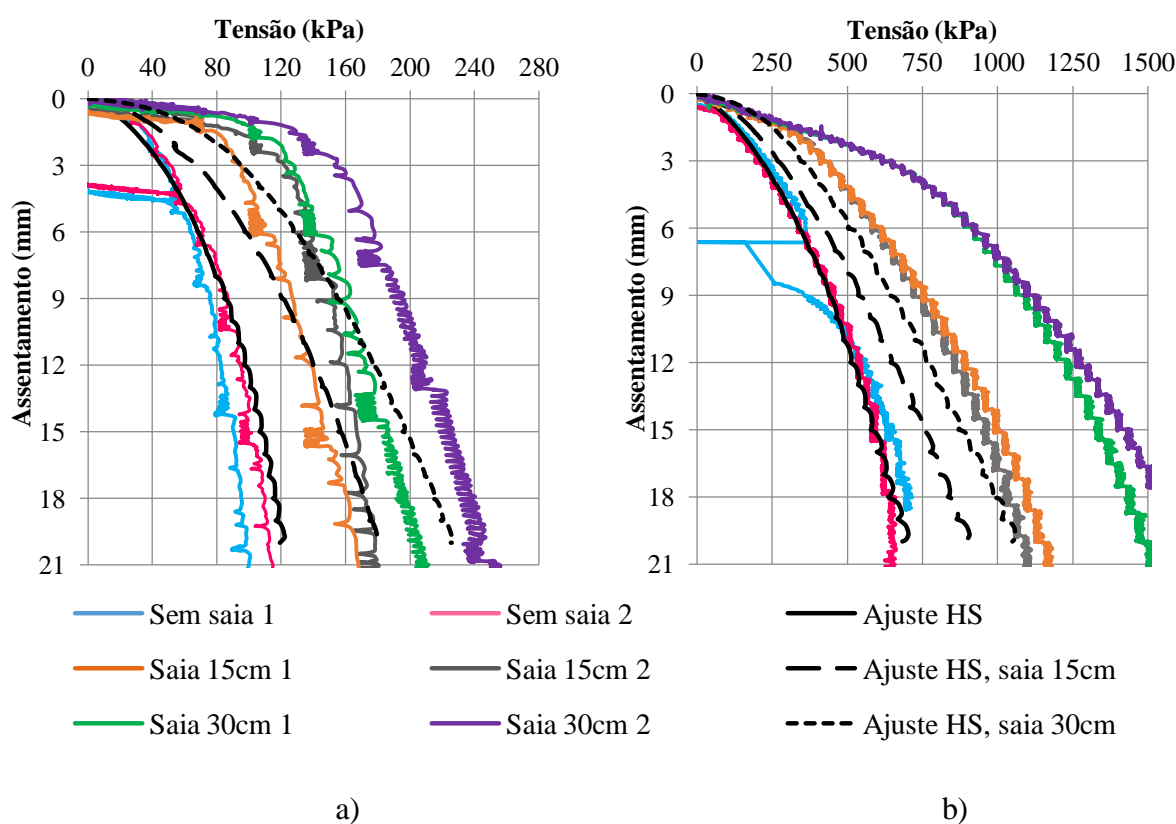


Figura 3.29 - Resultados com os parâmetros do ajuste para a fundação sem reforço para:  
a) areia solta e b) areia densa

Quanto aos resultados da areia solta, com o aumento do carregamento as curvas vão-se aproximando, porém, a rigidez inicial não é conseguida. Na areia densa, as curvas são inteiramente discrepantes, em que a análise feita com os parâmetros do ajuste para o modelo com a saia de 15cm, aproxima-se da curva correspondente aos ensaios reais com a saia de 30cm.



## 4 MODELAÇÃO NUMÉRICA DE ENSAIOS DE CARGA EM PLACA *IN SITU*

Neste capítulo procedeu-se à modelação de ensaios de carga em placa para uma medida de fundação com dimensões reais. Semelhante às análises numéricas no tanque, reserva-se uma secção para cada densidade de areia e uma terceira com o objectivo de comparação de resultados. Será feita uma análise da curva carga-assentamento, dos pontos plásticos, do esforço axial na saia e tensões normais na placa. Estes resultados foram retirados para níveis de tensão diferentes na areia solta e areia densa, sendo estes valores de 500 e 900kPa respetivamente. Na secção 4.4 onde se procede à comparação entre ambas, foi considerada a tensão de 500kPa.

### 4.1 Descrição da geometria, malha, tipo de elementos e materiais

Foi modelada uma sapata circular com 1m de raio e um terreno arenoso de 20x10m. Visto ser adotada novamente a condição de axissimetria considerou-se um modelo 10x10m e introduziu-se uma placa de 1m com características rígidas para aplicação da carga. Quanto à profundidade do reforço considerou-se um com o comprimento do raio e outro com o dobro do mesmo, tendo assim a saia 1 e 2m, respetivamente. Relativamente às condições de fronteira colocaram-se iguais ao capítulo anterior. Os modelos seguintes ilustram o mencionado anteriormente:

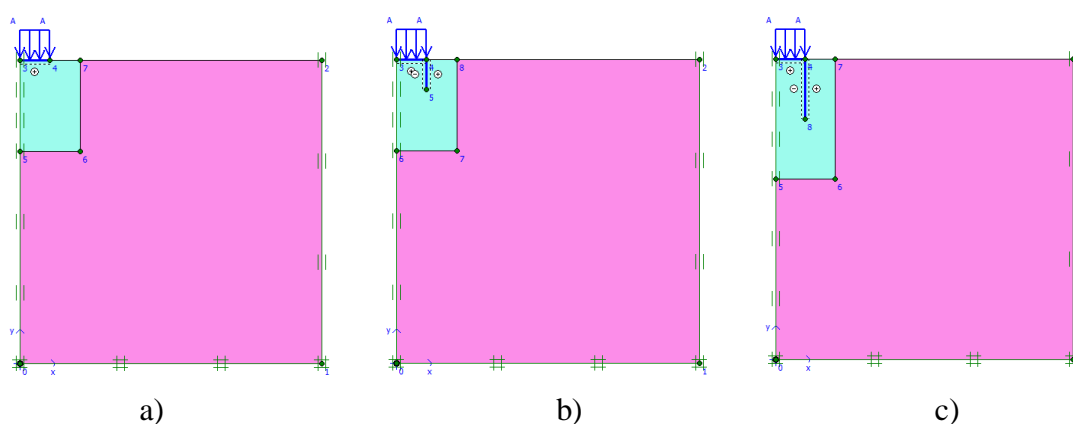


Figura 4.1 - Modelo de elementos finitos: a) geometria do modelo sem reforço; b) geometria do modelo com reforço de 1m e c) geometria do modelo com reforço de 2m.

Foram utilizados os modelos MC e HS com os mesmos parâmetros atrás indicados aquando a modelação de ensaios de carga em placa no tanque, assim como as características da placa e reforço vertical. Relativamente à malha foi igualmente considerada a malha muito fina para precisão de resultados, com elementos triangulares de 15 nós e 12 pontos de Gauss.

## 4.2 Resultados para a areia solta

### Curva carga-assentamento

Na Figura 4.2 são apresentadas as curvas carga-assentamento para cada um dos modelos reológicos e fatores de redução da resistência da interface para cada comprimento da saia considerado.

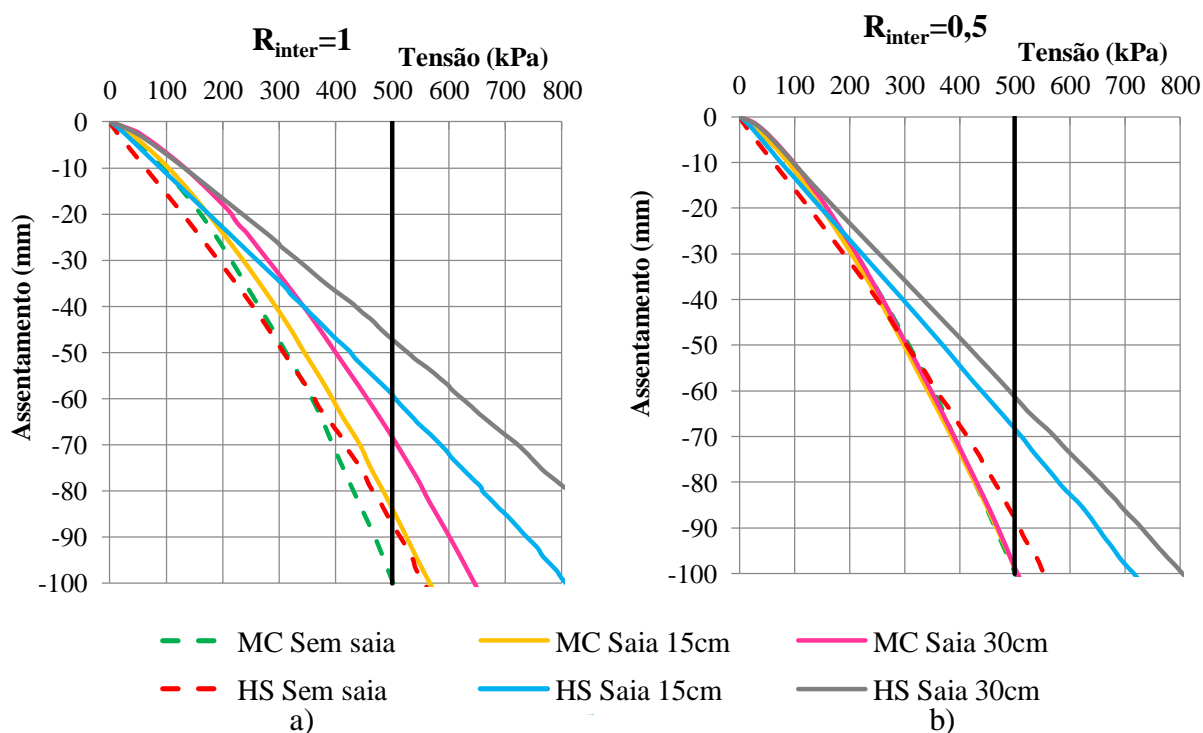


Figura 4.2 - Resultados da modelação de ensaios de carga em placa *in situ* para a areia solta e:  
a)  $R_{inter}=1$  e b)  $R_{inter}=0,5$ .

Analisando os gráficos e comparando com os resultados da modelação do tanque, verifica-se que com a análise *in situ* obtêm-se maiores deslocamentos para um determinado nível de carga, como seria de esperar. Pela figura anterior observa-se ainda que, a partir de um determinado valor de tensão, o modelo HS é mais rígido em relação ao modelo MC, pois os assentamentos são maiores para este último. Esta condição pode ser evidenciada na Figura 4.2

a), em que no início do carregamento o modelo HS atinge assentamentos maiores mas com o avanço do cálculo vai adquirindo rigidez. Verifica-se também que a utilização da saia tem efeitos benéficos na redução dos assentamentos e melhoria da capacidade de carga. Quanto a  $R_{inter}=0,5$ , no modelo MC as análises são idênticas, concluindo que para este caso a existência de reforço não é determinante no comportamento da fundação, enquanto que no modelo HS é evidente o efeito da saia. Seguidamente advém uma tabela com a percentagem de redução para cada modelo e comprimento da saia face aos modelos sem reforço lateral.

Quadro 4.1 - Percentagem de redução dos assentamentos face às análises sem saia na areia solta para uma tensão de 500kPa.

	$R_{inter} = 1$		$R_{inter} = 0,5$	
	Saia 15cm	Saia 30cm	Saia 15cm	Saia 30cm
<i>Mohr-Coulomb</i>	15,7%	31,2%	0%	0%
<i>Hardening Soil</i>	32,2%	45,9%	22,3	30,3%

Pela tabela atrás exposta e  $R_{inter}=1$ , conclui-se que a saia curta no modelo HS produz melhor efeito na fundação do que a saia comprida no modelo MC. É ainda de salientar o valor de 45,9% que corresponde a quase metade na minoração dos assentamentos. Quanto ao coeficiente  $R_{inter}$  de 0,5, no modelo MC as 3 curvas atingem o mesmo assentamento para 500kPa enquanto que no modelo HS o efeito da saia é evidente, porém, menos notório quando utilizado  $R_{inter}=1$ .

### Pontos plásticos

Seguidamente são apresentados os pontos plásticos respeitantes a cada modelo reológico para uma tensão aplicada de 500kPa.

As Figuras 4.3 e 4.4 são referentes ao modelo MC, em que a forma de plastificação é idêntica aos resultados obtidos na modelação do tanque. O aparecimento dos pontos plásticos é fora da zona de solo confinado, porém, há também plastificação de solo à superfície, aumentando esta região com o aumento do comprimento do reforço. Quanto a  $R_{inter}=1$ , a região plastificada é menor nas análises com saia, pois como averiguado anteriormente, a utilização de reforço na fundação aumenta a capacidade de carga conferindo mais resistência ao solo. As mesmas conclusões são retiradas para  $R_{inter}=0,5$ , contudo, a plastificação é maior à superfície.

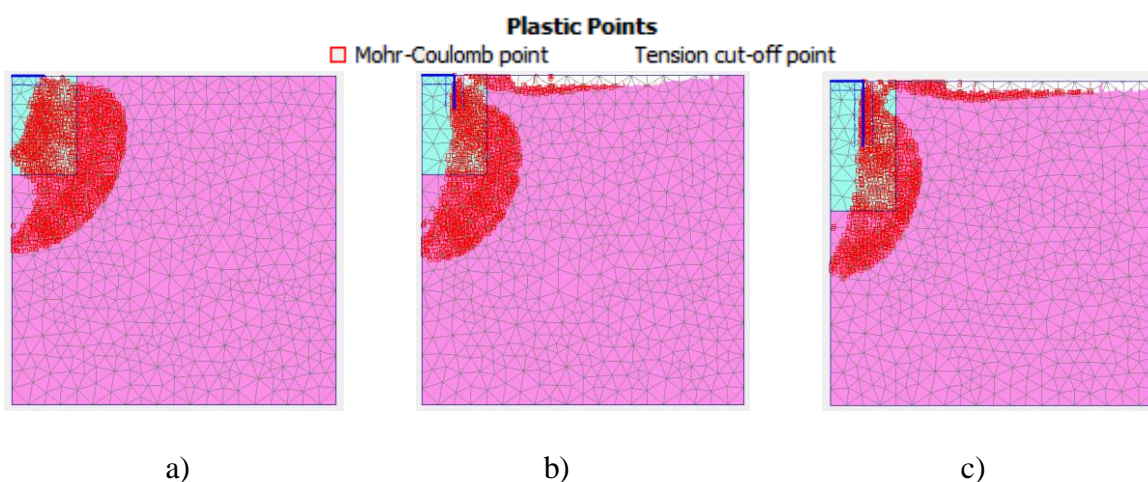


Figura 4.3 - Pontos plásticos no modelo *Mohr-Coulomb* para uma tensão aplicada de 500kPa e  $R_{inter}=1$  no modelo: a)sem saia; b)com saia curta e c)com saia comprida.

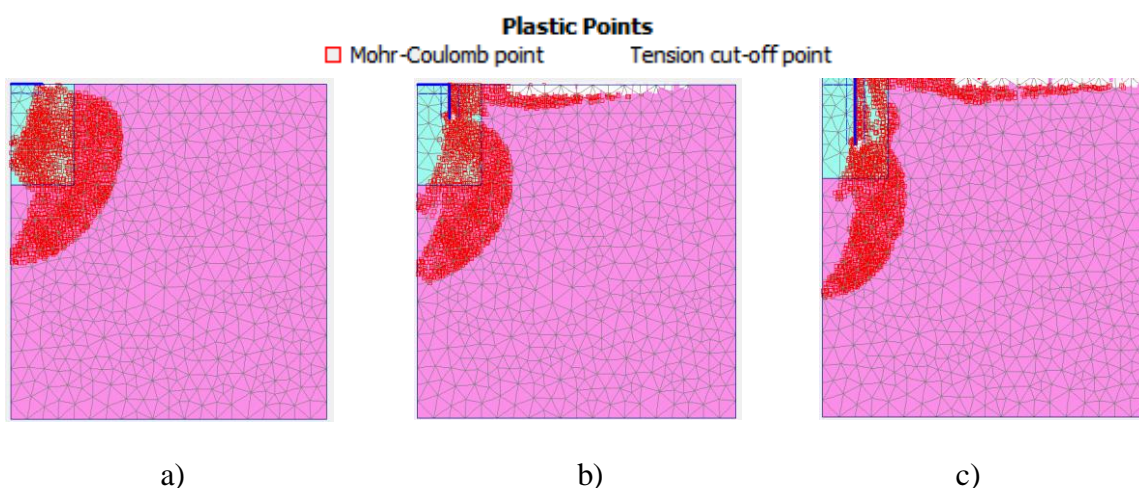


Figura 4.4 - Pontos plásticos no modelo *Mohr-Coulomb* para uma tensão aplicada de 500kPa e  $R_{inter}=0,5$  no modelo: a)sem saia; b)com saia curta e c)com saia comprida.

São apresentados, de seguida, os pontos em rotura para o modelo HS através das Figuras 4.5 e 4.6. Numa primeira análise de ambas as figuras observa-se que a forma das regiões plastificadas na rotura são também idênticas aos resultados obtidos pela modelação do tanque, em que na análise sem reforço os pontos surgem na extremidade da placa e nos modelos com saia a plastificação na rotura ocorre do lado exterior do núcleo confinado.

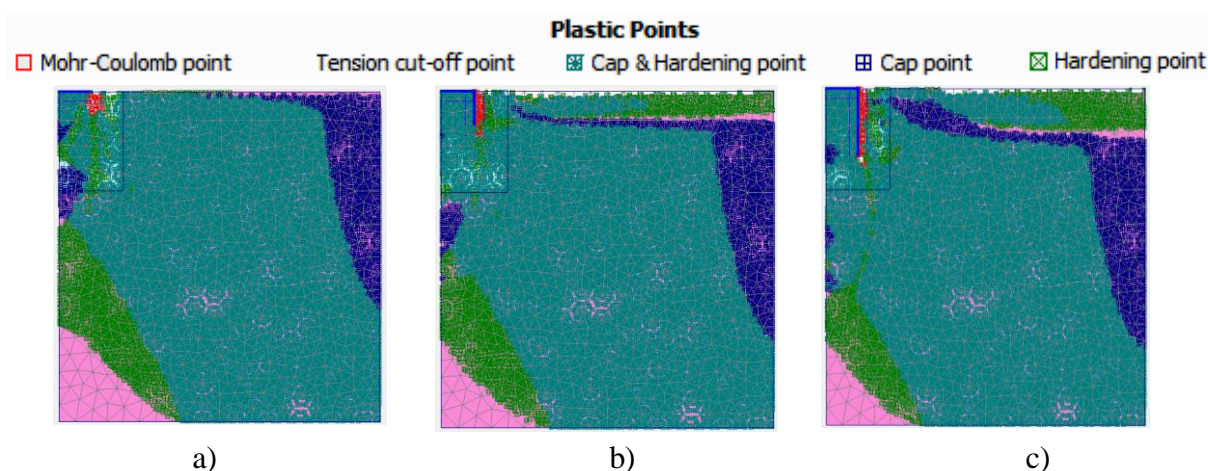


Figura 4.5 - Pontos em rotura no modelo *Hardening Soil* para uma tensão aplicada de 500kPa e  $R_{inter}=1$  no modelo: a)sem saia; b)com saia curta e c)com saia comprida.

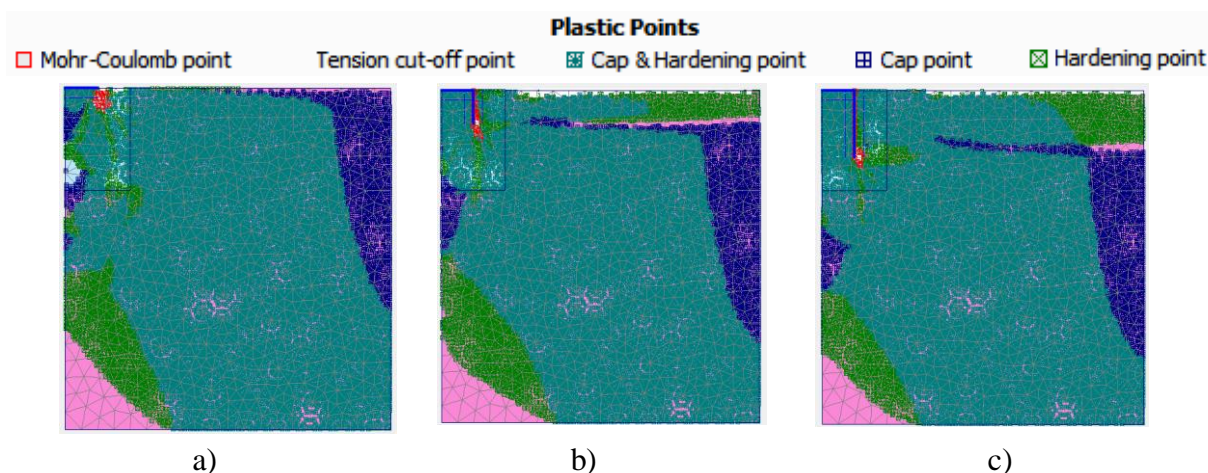


Figura 4.6 - Pontos em rotura no modelo *Hardening Soil* para uma tensão aplicada de 500kPa e  $R_{inter}=0,5$  no modelo: a)sem saia; b)com saia curta e c)com saia comprida.

Mais uma vez se verifica que para  $R_{inter}=0,5$  a mancha plastificada na rotura é menor, contrariando os fundamentos teóricos atrás expostos.

### **Esforço axial na saia e tensões na placa**

Seguidamente é apresentado o esforço axial em cada comprimento de saia, para cada valor de  $R_{inter}$  e respetivos modelos reológicos.

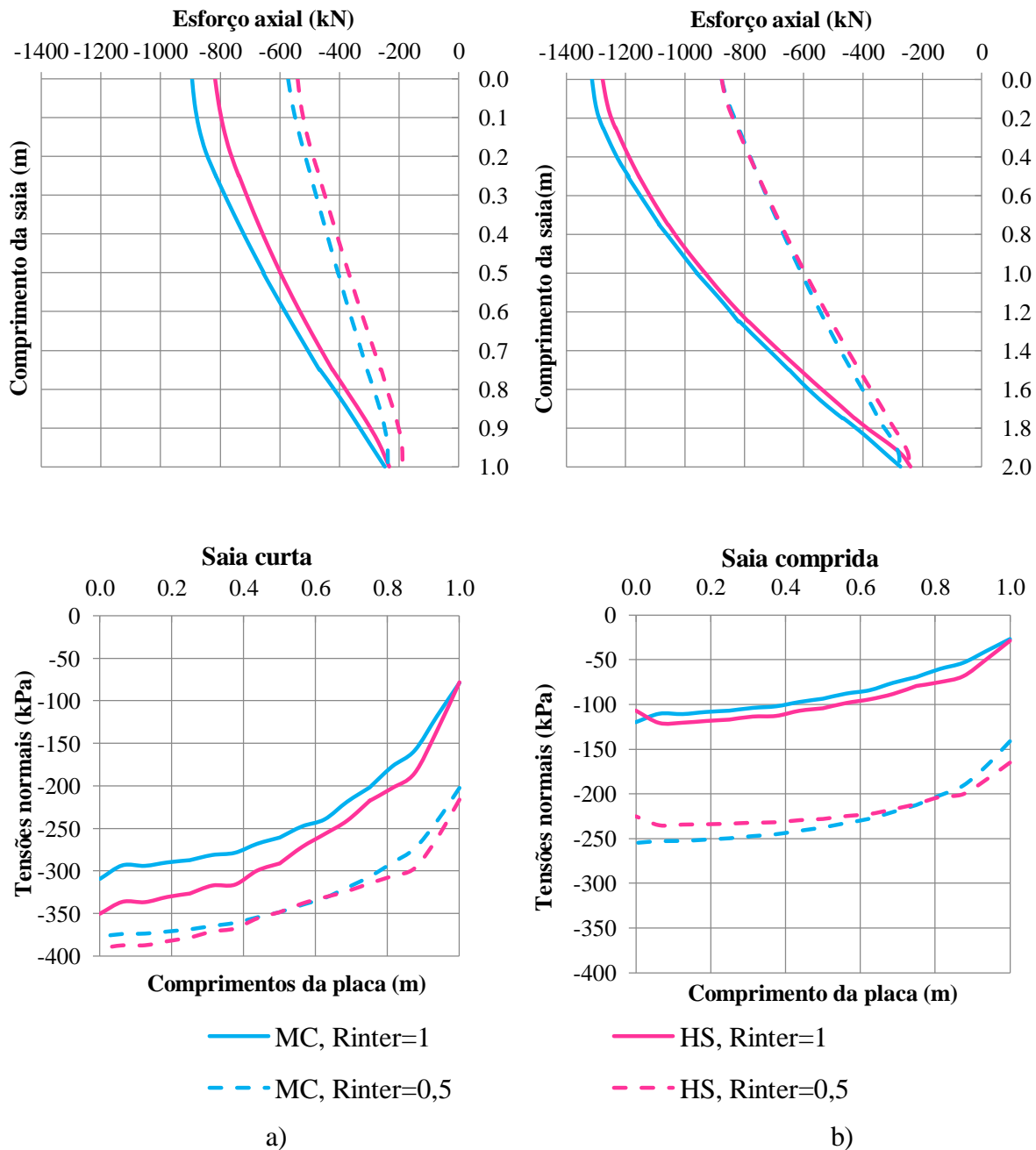


Figura 4.7 - Esforço axial na saia e tensão normais na placa para  $q_0=500\text{kPa}$  na saia: a)curta e b)comprida.

Numa primeira análise da Figura 4.7 observa-se que em ambos os comprimentos da saia os resultados do modelo MC e HS são muito próximos um do outro. Verifica-se ainda que os valores do esforço axial para  $R_{inter}=1$  são maiores do que os esforços para  $R_{inter}=0,5$ , tanto na saia de 1m como na saia de 2m. Contudo, independentemente do valor de  $R_{inter}$ , o valor

do esforço é idêntico na extremidade livre de cada saia. A diferença de valores no cimo da saia deve-se ao facto de, quando o valor de  $R_{inter}$  é alterado para metade, a tangente do ângulo de atrito na interface ser metade da tangente do ângulo de resistência ao corte do solo. Assim, as tensões tangenciais mobilizadas na interface serão menores, o que leva a que haja uma maior concentração de tensões junto ao eixo de aplicação de carga, como se houvesse uma redistribuição de cargas. Estas fundamentações podem ser presenciadas pelos gráficos das tensões normais da placa da Figura 4.7 em que para  $R_{inter}=0,5$  as tensões são maiores e semelhantes entre os modelos.

### 4.3 Resultados para a areia densa

#### Curva carga-assentamento

Posteriormente são expostos os resultados para a areia densa em termos de assentamento e tensão aplicada, correspondendo à Figura 4.8.

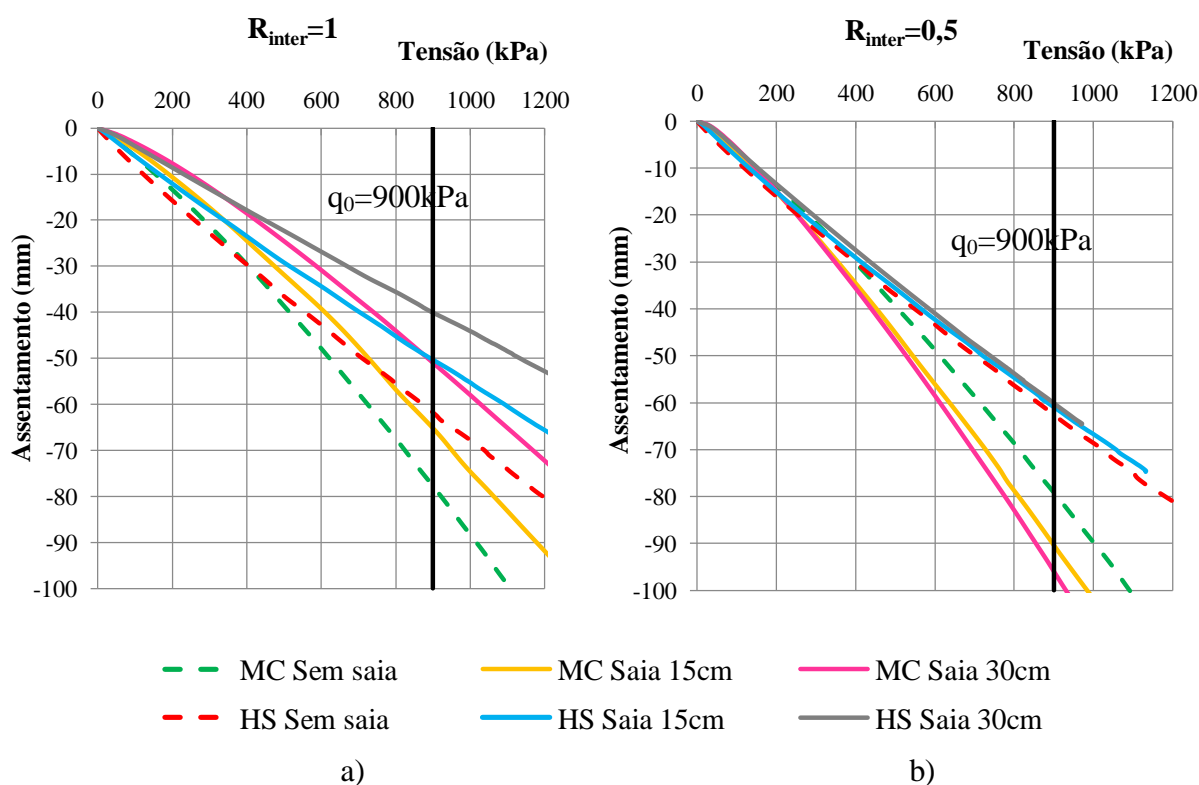


Figura 4.8 - Resultados da modelação de ensaios de carga em placa *in situ* para a areia densa e: a)  $R_{inter}=1$  e b)  $R_{inter}=0,5$ .

Mais uma vez é notória a rigidez do modelo HS comparativamente a MC. No gráfico relativo a  $R_{inter}=1$ , os resultados estão dentro do esperado quanto ao desempenho da saia. Em relação a  $R_{inter}=0,5$ , no modelo MC as análises da fundação com reforço originam maiores assentamentos, já verificado em resultados anteriores. Quanto ao modelo HS, as curvas são próximas umas das outras, sendo pouco evidente o efeito da saia. Segue o Quadro 4.2 com a redução de assentamentos para cada comprimento de reforço utilizado.

Quadro 4.2 - Percentagem de redução dos assentamentos face às análises sem saia na areia densa para uma tensão de 900kPa.

	$R_{inter} = 1$		$R_{inter} = 0,5$	
	Saia 15cm	Saia 30cm	Saia 15cm	Saia 30cm
<i>Mohr-Coulomb</i>	16,2%	34,4%	-14,2%	-21,2
<i>Hardening Soil</i>	18,6%	35,1%	2,6	3,9%

Para  $R_{inter}=1$  os resultados são semelhantes entre cada modelo, salientando o facto da saia de 30cm conseguir reduzir aproximadamente o dobro dos deslocamentos limitados pela saia de 15cm. Quanto a  $R_{inter}=0,5$ , e comprovando a análise da curva carga-assentamento, para o modelo HS há dificuldade na restrição dos deslocamentos pelo reforço originando valores baixos de redução dos mesmos. No modelo MC a percentagem negativa corresponde a maiores assentamentos pela fundação com saia.

### Pontos plásticos

As Figuras 4.9 e 4.10 representam os pontos plásticos do solo através do modelo MC para  $R_{inter}=1$  e 0,5, respetivamente. Em ambos os casos a plastificação do solo ocorre de forma similar à atrás comentada para a areia solta. Realça-se o facto de ocorrer plastificação de solo à superfície também nos modelos sem saia, caso não verificado pela areia solta. Com  $R_{inter}=0,5$ , a mancha plastificada à superfície é maior enquanto que do lado da saia é menor.



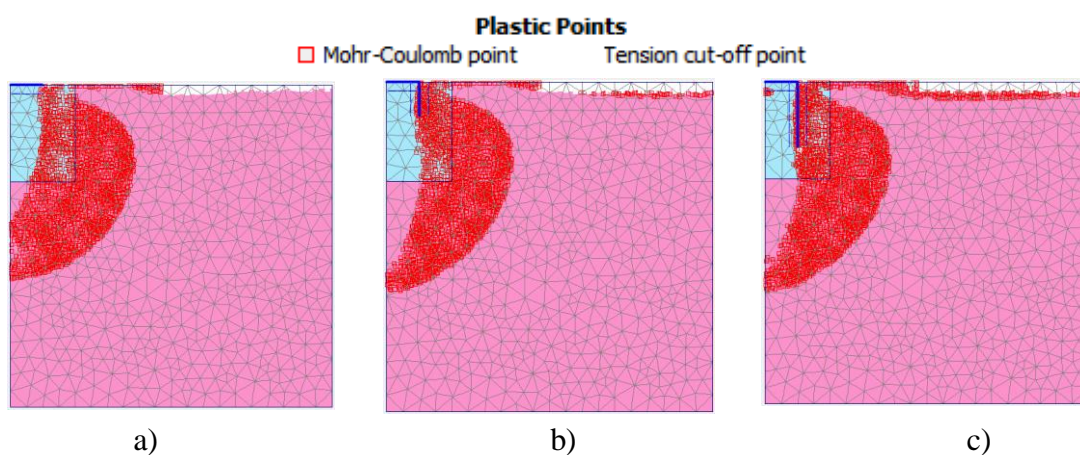


Figura 4.9 - Pontos plásticos com o modelo *Mohr-Coulomb* para uma tensão aplicada de 900kPa e  $R_{inter}=1$  no modelo: a)sem saia; b)com saia curta e c)com saia comprida.

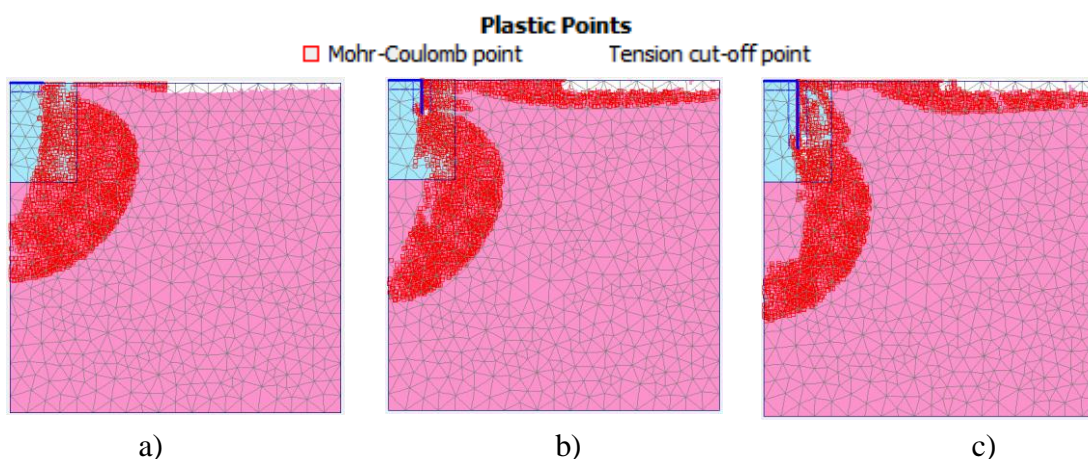


Figura 4.10 - Pontos plásticos com o modelo *Mohr-Coulomb* para uma tensão aplicada de 900kPa e  $R_{inter}=0,5$  no modelo: a)sem saia; b)com saia curta e c)com saia comprida.

Seguidamente são apresentados os resultados respeitantes ao modelo HS para ambos  $R_{inter}=1$  e  $R_{inter}=0,5$  designados pela Figura 4.11 e 4.12. Mais uma vez se observa que na modelação da fundação sem reforço, a quantidade de pontos em rotura é idêntica em ambos os valores de  $R_{inter}$ . Nos restantes modelos continua-se a verificar o aparecimento de pontos plásticos no lado exterior da interface, ao longo do reforço. No caso de  $R_{inter}=0,5$  há uma mancha plastificada na rotura na extremidade da saia.

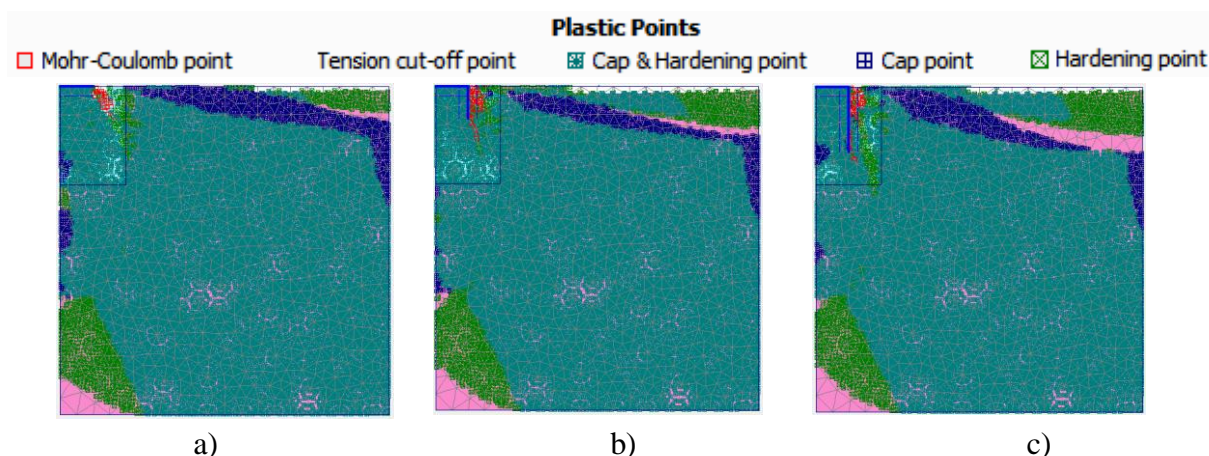


Figura 4.11 - Pontos em rotura com o modelo *Hardening Soil* para uma tensão aplicada de 900kPa e  $R_{inter}=1$  no modelo: a) sem saia; b) com saia curta e c) com saia comprida.

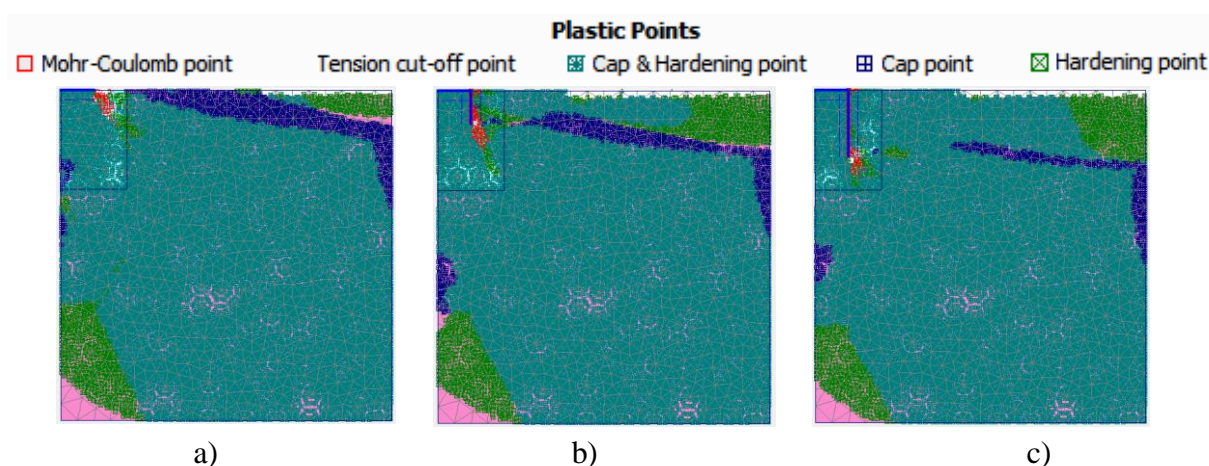


Figura 4.12 - Pontos em rotura com o modelo *Hardening Soil* para uma tensão aplicada de 900kPa e  $R_{inter}=0,5$  no modelo: a) sem saia; b) com saia curta e c) com saia comprida.

### **Esforço axial na saia e tensões normais na placa**

Os esforços e tensões na placa com saia curta e saia comprida na areia densa são dados pela Figura 4.13, seguindo as mesmas conclusões atrás enunciadas na subsecção da areia solta, em que no início da saia os valores são idênticos entre os modelos e mesmo valor de  $R_{inter}$ . Contudo, na extremidade livre da saia comprida são distintos os esforços para  $R_{inter}=1$  e  $R_{inter}=0,5$ , aspeto não verificado para a areia solta.

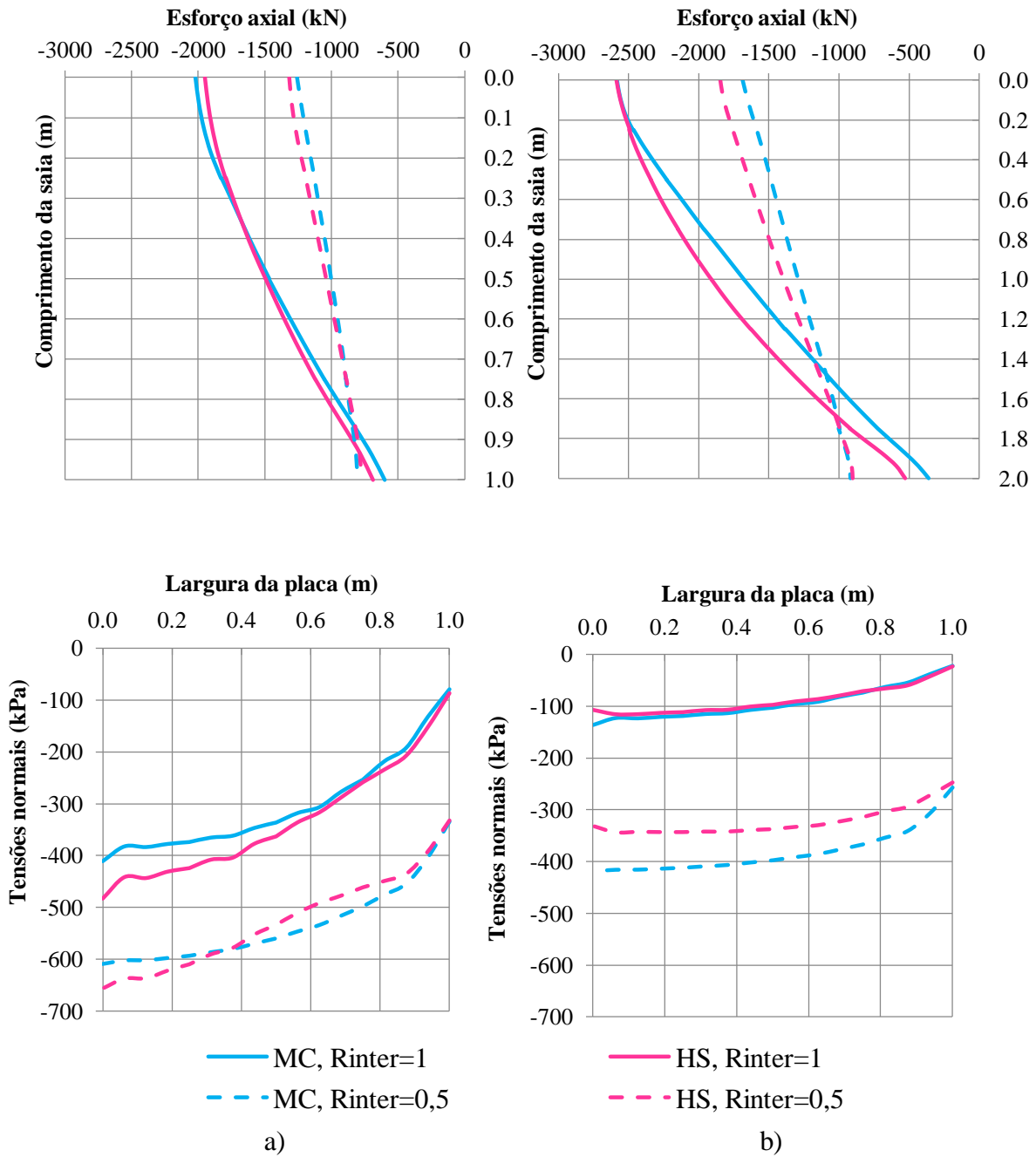


Figura 4.13 - Esforço axial na saia e tensões normais na placa para  $q_0=900\text{kPa}$  na saia: a) curta e b) comprida.

Quanto às tensões normais na placa, são maiores para  $R_{inter}=0,5$  e para a saia curta, idêntico ao atrás exposto para a areia solta.

#### 4.4 Comparação areia solta/densa

Nesta secção pretende-se efetuar uma comparação entre a areia solta e areia densa através da curva carga-assentamento, esforços na saia e tensões na placa. Foi feita a análise dos pontos plásticos para a tensão aplicada de 500kPa, porém, não serão apresentados os resultados pois são idênticos entre si, seguindo as conclusões atrás expostas.

##### Gráficos carga-assentamento

Semelhante à apresentação dos resultados da modelação do tanque, neste subcapítulo proceder-se-á da mesma forma, apresentando primeiro os resultados para o modelo MC para ambas as areias e valores de  $R_{inter}$ , de forma a ser mais clara a sua comparação. Deste modo, segue a Figura 4.14 com as respetivas análises.

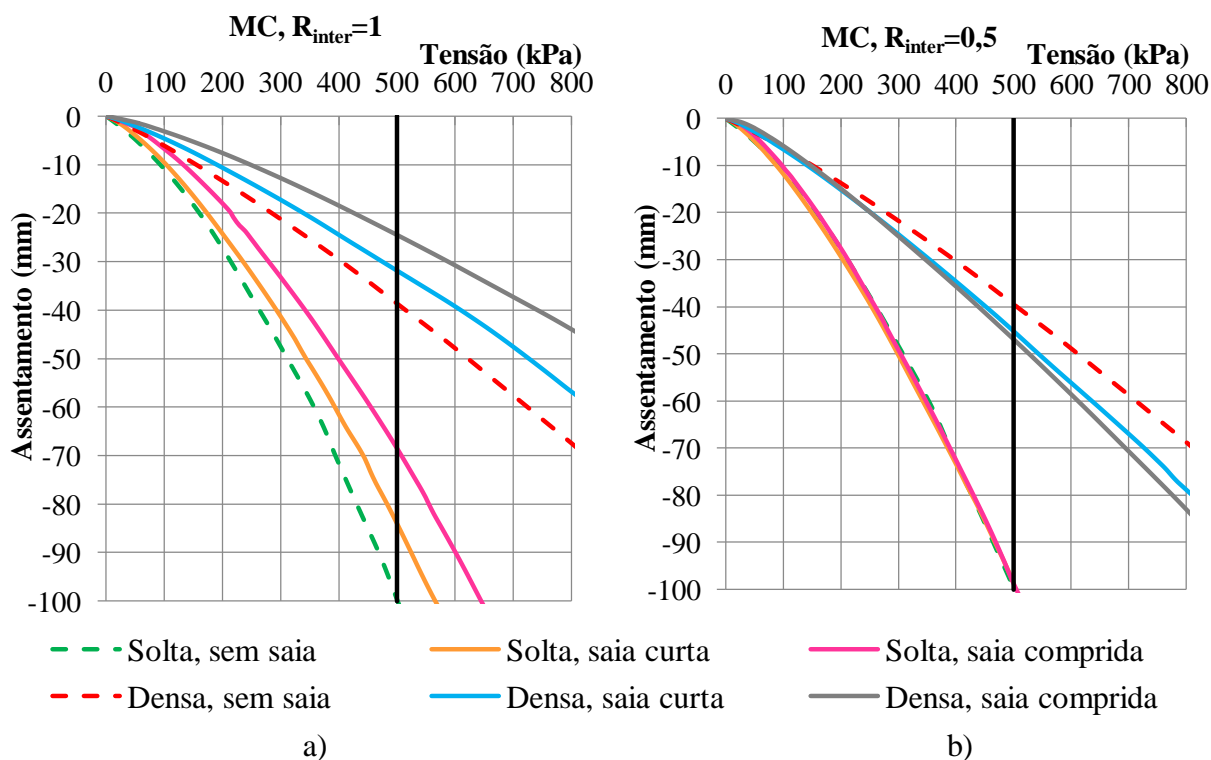


Figura 4.14 - Comparação dos resultados da areia solta e areia densa com o modelo MC e:  
a)  $R_{inter}=1$  e b)  $R_{inter}=0,5$ .

Identicamente às conclusões da modelação no tanque, com  $R_{inter}=1$  é notório o bom desempenho do reforço no solo de fundação, pois os modelos com reforço minimizam os assentamentos provocados pela fundação original. Para  $R_{inter}=0,5$  os resultados são contrários ao desejado, concluindo que o modelo MC não é uma boa escolha quando se

pretende simular baixos fatores de redução da interface, principalmente para a areia densa. No Quadro 4.3 é apresentada a quantificação do desempenho do reforço na fundação. Observa-se que com o modelo MC a utilização da saia é mais eficaz na areia densa para o valor de  $R_{inter}=1$ . Contudo, salientam-se os valores com  $R_{inter}=0,5$  na areia densa em que é claro o aumento dos assentamentos.

Quadro 4.3 - Comparação de resultados entre a areia solta e areia densa relativamente à redução de assentamentos para uma tensão aplicada de 500kPa e modelo MC.

	$R_{inter} = 1$		$R_{inter} = 0,5$	
	Saia 15cm	Saia 30cm	Saia 15cm	Saia 30cm
<i>Areia solta</i>	15,7%	31,2%	0,5%	1,1%
<i>Areia densa</i>	17,6%	36,4%	-14,5%	-18,81%

Análogo à apresentação de resultados para o modelo MC, seguem os gráficos relativos ao modelo HS.

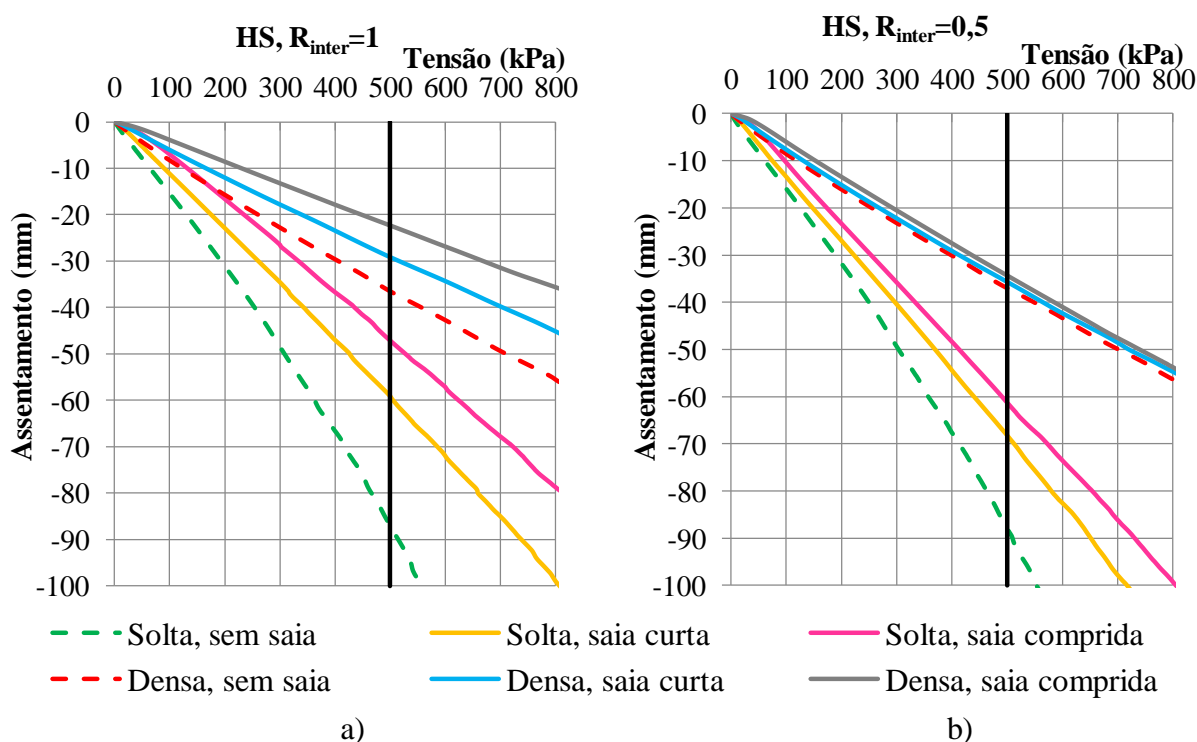


Figura 4.15 - Comparação dos resultados da areia solta e areia densa com o modelo HS e: a)  $R_{inter}=1$  e b)  $R_{inter}=0,5$ .

Pela avaliação dos gráficos anteriores verifica-se que em ambos os valores de  $R_{inter}$  a utilização do reforço nos bordos da fundação é uma mais valia para o comportamento da mesma, confinando o solo subjacente e gerando maior resistência. Contudo, no gráfico relativo a  $R_{inter}=0,5$ , os resultados da areia densa não são tão satisfatórios como os restantes. Contrariamente ao modelo MC, no modelo HS o desempenho da saia é mais notório na areia solta, como se pode observar pelo quadro seguinte. Salientam-se ainda os valores de 3,6% e 7,3% da areia densa, afastando-se muito dos restantes.

Quadro 4.4 - Comparação de resultados entre a areia solta e areia densa relativamente à redução de assentamentos para uma tensão aplicada de 500kPa e modelo HS.

	$R_{inter} = 1$		$R_{inter} = 0,5$	
	Saia 15cm	Saia 30cm	Saia 15cm	Saia 30cm
<i>Areia solta</i>	32,2%	45,9%	22,3%	30,3%
<i>Areia densa</i>	20,2%	38,9%	3,6%	7,3%

### **Esforço axial na saia e tensões na placa**

A Figura 4.16 expressa o esforço axial ao longo da saia curta e comprida com as densidades de areia distintas, assim como as tensões normais aplicadas na placa para cada comprimento de saia.

No que diz respeito à saia curta, o esforço axial é maior na análise com areia densa pois está mais compacta, o atrito entre a saia e a areia será maior, mobilizando mais tensões tangenciais e originando esforços maiores. Em relação à saia comprida, continua-se a verificar o acima concluído. Ao contrário do expectável, quanto às tensões normais na placa, estas são maiores para a areia solta, tanto na análise com a saia de 1m como na análise com a saia de 2m.

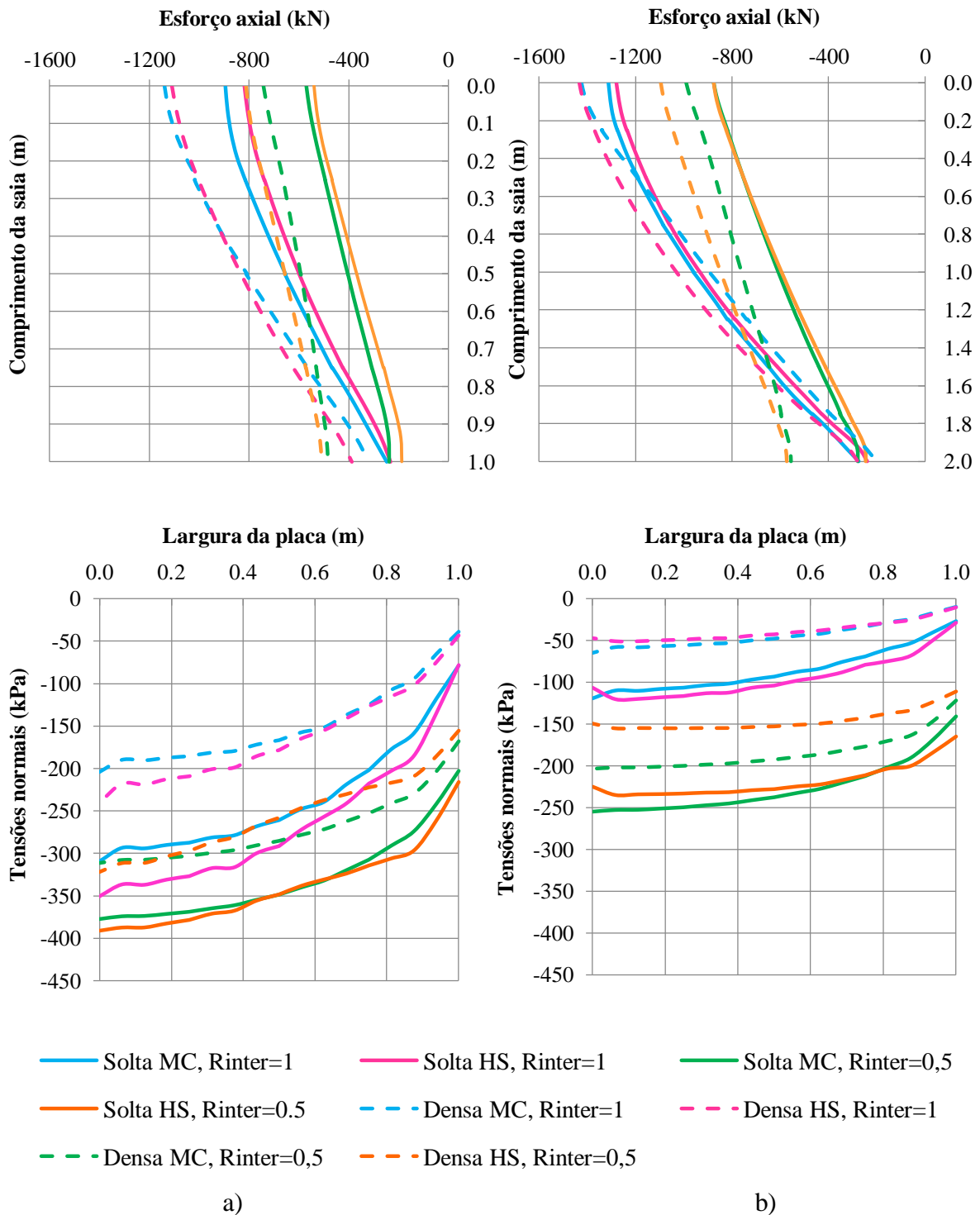


Figura 4.16 - Comparação de resultados entre a areia solta e areia densa para a saia: a) curta e b) saia comprida.

## 5 CONCLUSÕES E DESENVOLVIMENTOS FUTUROS

### 5.1 Conclusões

Finda a elaboração da dissertação algumas conclusões podem ser retiradas.

Várias análises foram levadas a cabo com vista a estudar o comportamento de uma fundação superficial, entre elas, foi estudado um tipo de fundação com uma saia estrutural fixada nos bordos. Dentro das simulações numéricas efetuadas foi testada a influência do reforço estrutural num tanque em diferentes condições do solo de fundação assim como o comprimento do mesmo usando dois modelos constitutivos diferentes, MC e HS. Além disto, recorreu-se ao elemento de interface para simular o contacto entre o material constituinte do tanque e o solo, estudando os casos  $R_{inter}=1$  e  $R_{inter}=0,5$ . O mesmo foi feito para condições *in situ*.

Em relação aos resultados no tanque, para o coeficiente  $R_{inter}=1$ , conclui-se que a fundação com saia diminui os assentamentos com o aumento do comprimento da mesma, melhorando o comportamento da fundação. Quanto aos modelos reológicos, usando o modelo MC, esta melhoria é mais evidente para um solo de fundação mais denso, enquanto que para HS os resultados apontaram para a areia solta.. Refere-se ainda o facto da curva carga-assentamento do modelo HS não possuir a curvatura típica de um ensaio de carga em placa convencional. Assim, efetuou-se também um estudo paramétrico com base no OCR com vista a ajustar as curvas obtidas por este modelo às curvas dos ensaios. Contudo, os resultados foram pouco satisfatórios ficando aquém do pretendido.

Relativamente a  $R_{inter}=0,5$ , o desempenho da saia já não se verificou pelo modelo MC em ambas as areias, ocorrendo assentamentos maiores do que a fundação original. Nas análises com HS obtiveram-se bons resultados na areia solta mas na areia densa os modelos com reforço já não conseguiram reproduzir o efeito da saia.

Também pela análise dos acréscimos de tensão observou-se que a utilização da saia origina a que os acréscimos surjam a maior profundidade, sendo benéfico para o comportamento da fundação.



As análises *in situ* permitiram conclusões semelhantes às ilações atrás referidas, em que no modelo HS é notório o efeito da saia em ambos os valores de  $R_{inter}$ , sendo mais evidente na areia solta. No modelo MC há maior redução de assentamentos na areia densa e  $R_{inter}=1$  porém, com  $R_{inter}=0,5$  os resultados são muito incoerentes.

## 5.2 Desenvolvimentos futuros

É importante realçar alguns aspetos resultantes ao longo deste trabalho e sugerir propostas a desenvolver futuramente.

A primeira proposta diz respeito ao tipo de análise efetuada. Na presente dissertação recorreu-se ao programa *PLAXIS*, em que foi usada a análise bidimensional. Assim, seria interessante recorrer a outro programa numérico onde pudessem ser efetuadas análises tridimensionais, pois representam a análise mais próxima da realidade. Posteriormente, comparar os dois tipos com base nos aspetos atrás estudados, entre outros.

Outro aspeto diz respeito ao modelo constitutivo utilizado para descrever o comportamento do solo. Poder-se-ia estudar modelos mais complexos e compará-los entre si.

Visto alguns resultados não serem o esperado com  $R_{inter}=0,5$ , também seria interessante fazer um estudo mais aprofundado para diversos fatores de redução de resistência e tentar perceber o porquê da discrepância de resultados nos modelos constitutivos.

Outra análise que não foi possível fazer com mais detalhe neste trabalho está relacionado com a malha utilizada na modelação que, neste caso só foi usada a malha “*very fine*”. Assim, outra proposta seria confrontar os resultados das diferentes malhas.

Poder-se-ia ainda efetuar um estudo do efeito da fundação próxima de taludes e aplicação de cargas excêntricas.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Al-Aghbari, M. Y. (2007). “Settlement of Shallow Circular Foundations with Structural Skirts Resting on Sand”. *The Journal of Engineering Research*. Vol. 4, No. 1, pp. 11-16.
- Alves, Diogo António Silva (2014). “Ensaios com Modelos Reduzidos de Sapatas com Reforço Lateral”. *Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia Civil da Universidade de Coimbra, Coimbra, 1 vol.*
- Azzam, W. R. and Farouk, A. (2010). “Experimental and Numerical Studies of Sand Slopes Loaded with Skirted Strip Footing”. *Lecture, Soil Mechanics and foundation Engineering, Faculty of Engineering, Tanta University, Egypt.*
- Bowles, Joseph E. (1996). “*Foundation Analysis and Design*”. 5th Edition.
- Coelho, Silvério (1996). “*Tecnologia de Fundações*”. Escola Profissional Gustave Eiffel. Portugal
- Desai, Chandrakant S. and Christian, John T. (1977). “*Numerical Methods in Geotechnical Engineering*”.
- Ferreira, Cárin Alexandra Afonso Cardoso (2014). “*Modelação Numérica de Ensaios de Carga em Placa em Modelos à Escala Reduzida*”. *Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia Civil da Universidade de Coimbra, Coimbra, 1 vol.*
- Khanal, Santosh (2013). “*Backcalculation of Plate Loading Tests using Plaxis 2D and the Hardening Soil Model*”. Norwegian University of Science and Technology. Department of Civil and Transport Engineering.
- Matos Fernandes, M. (2006). “*Mecânica dos Solos – Conceitos e Princípios Fundamentais*”, Volume I. Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Portugal.
- Matos Fernandes, M. (2011). “*Mecânica dos Solos – Conceitos e Princípios Fundamentais*”, Volume II. Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Portugal.

Plaxis 2D Material Models Manual (2002). PLAXIS B. V., Delft, Holanda.

Plaxis 2D Material Models Manual (2008). PLAXIS B. V., Delft, Holanda

Plaxis 2D Material Models Manual (2011). PLAXIS B. V., Delft, Holanda

Plaxis 2D User's Manual – Version 8 (2002). Finite element Package for analysis of Geotechnical Structures. Delft, Holanda.

Pusadkar, Dr. Sunil S. and Bhatkar, Ms. Tejas (2013). “Behaviour of Raft Foundation with Vertical Skirt Using Plaxis 2D”. International Journal of Engineering Research and Development. Vol. 7, No 6, pp. 20-24.

Reese, Lymon C., Isenhower, William M. and Wang, Shin-Tower (2006). “Analysis and Design of Shallow and Deep Foundations”.

Rocha, Manuel (1981). “Mecânica das Rochas”. Laboratório Nacional de Engenharia Civil, Lisboa, Portugal.