



**FCTUC DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL**  
FACULDADE DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA  
UNIVERSIDADE DE COIMBRA

# **Estabilidade, Comportamento não Linear e Dimensionamento de Pórticos Metálicos de Travessas Inclinadas com 2 e 3 Vãos**

Dissertação apresentada para a obtenção do grau de Mestre em Construção  
Metálica e Mista

Autor

**Nuno Miguel Canhão Esteves**

Orientador

**Dinar Reis Zamith Camotim**

Co-Orientador

**Rui António Duarte Simões**

Esta dissertação é da exclusiva responsabilidade do seu autor, não tendo sofrido correcções após a defesa em provas públicas. O Departamento de Engenharia Civil da FCTUC declina qualquer responsabilidade pelo uso da informação apresentada

**Coimbra, Julho, 2014**



## RESUMO

O objetivo desta dissertação consiste em efetuar uma investigação sobre (i) a estabilidade, em regime elástico, (ii) o comportamento geometricamente não linear e (iii) o dimensionamento (e verificação de segurança), de acordo com o Eurocódigo 3 (EC3), de pórticos metálicos (de aço) com travessas inclinadas. Consideram-se pórticos com diferentes geometrias, correntemente utilizadas em aplicações práticas, e diversas condições de apoio (bases das colunas) e de contraventamento lateral, o qual pode ser parcial ou total. Devido à sua elevada eficiência estrutural, este tipo de pórticos *são* amplamente utilizados na indústria da construção, nomeadamente em armazéns, edifícios industriais, instalações fabris ou complexos ginnodesportivos. Inicialmente, investiga-se a estabilidade dos pórticos, com e sem contraventamentos laterais, identificando os modos de instabilidade relevantes, determinando as correspondentes cargas de bifurcação e estabelecendo uma relação entre a geometria de um pórtico, o seu contraventamento e a natureza do respectivo modo crítico de instabilidade. Para além disso, avaliam-se o domínio de validade e a precisão da expressão proposta pelo EC3 para calcular (aproximadamente) cargas críticas de pórticos de travessas inclinadas. Em seguida, estuda-se a necessidade e o modo de considerar os efeitos de 2ª ordem, do tipo  $P-\Delta$ , em pórticos não totalmente contraventados e analisados em regime elástico. Em particular, avalia-se o desempenho dos critério e expressões propostos no EC3 para efectuar estas tarefas e, caso tal se revele necessário, propor-se-ão metodologia alternativas mais rigorosas e/ou eficientes. Finalmente, aborda-se a aplicação dos diversos métodos de dimensionamento e verificação da segurança preconizados pelo EC3 ao tipo de pórticos analisados nesta dissertação. Consideram-se dimensionamentos elásticos baseados em métodos “tradicional” e “avançados”, procurando-se clarificar todos os conceitos envolvidos na sua aplicação e também efetuar estudos comparativos que permitam evidenciar as vantagens, desvantagens e limitações de cada uma das metodologias referidas.

### Palavras-Chave

Estruturas Metálicas | Pórticos de Travessas Inclinadas | Estabilidade Linear | Efeitos de 2ª Ordem

**ABSTRACT**

The objective of this work consists of presenting the results of an investigation concerned with (i) the elastic in-plane stability, (ii) the geometrically non-linear behavior and (iii) the design check of pitched-roof steel frames according to EC3. Portal frames with different geometrical characteristics and several loading and support conditions are considered. Due to their high structural efficiency, these types of portal frames are widely used in the construction industry, particularly in warehouses, industrial buildings, manufacturing facilities or sport facilities.

The frame's linear stability behaviour is first investigated, where the relevant buckling modes are identified, the corresponding bifurcation loads are determined and a relationship is established between the frame geometry and the nature of the critical mode. In addition, the range of validity and precision of EC3 expressions to calculate the buckling loads of pitched-roof frames will be evaluated.

The work is concluded with a study concerning the need and way of considering 2<sup>nd</sup> order effects in unbraced frames. Particularly, the EC3 expressions will be evaluated, and if needed, new moment amplification method will be proposed.

Finally, it addresses the application of various methods of designing and safety checks recommended by EC3. "Traditional" and "advanced" methods will be considered, seeking to clarify all the concepts involved in its implementation and also carry out comparative studies which emphasize the advantages, disadvantages and limitations of each of these methodologies.

**Keywords**

Steel Structures | Multi-Bay Pitched-Roof Frames | Linear Stability | Second-Order Effects

## Agradecimentos

O desenvolvimento da presente dissertação não teria sido possível sem o apoio do meu orientador, o Prof. Dinar Camotim, a quem agradeço muito pela orientação, grande disponibilidade e esforço dispendido nas correções.

Aos meus pais, Carlos e Céu, por todo o amor, dedicação, sacrifícios e educação que me permitiram chegar a esta fase essencial da minha vida profissional.

Ao meu irmão, Carlos, pelo apoio e companheirismo constante. Gostaria de frisar que é uma pessoa bastante importante na minha vida.

A todos os meus amigos pelo apoio, motivação, convivência e companheirismo constante.

## ÍNDICE

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO .....</b>	<b>1</b>
1.1	CONSIDERAÇÕES GERAIS .....	1
1.2	MOTIVAÇÃO, OBJETIVO E ÂMBITO .....	3
1.3	ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO.....	5
<b>2</b>	<b>CONCEITOS FUNDAMENTAIS.....</b>	<b>7</b>
2.1	INTRODUÇÃO.....	7
2.2	ANÁLISE DE ESTABILIDADE .....	8
2.2.1	<i>Descrição.....</i>	8
2.2.2	<i>Cálculo de Cargas de Bifurcação e Determinação de Modos de Instabilidade .....</i>	9
2.2.2.1	Definição dos graus de liberdade e determinação da matriz de rigidez .....	11
2.2.2.2	Determinação das cargas de bifurcação .....	11
2.2.2.3	Determinação dos modos de instabilidade relevantes .....	12
2.2.3	<i>Determinação automática das cargas de bifurcação.....</i>	12
2.3	EFEITOS DE 2ª ORDEM .....	13
2.3.1	<i>Definição, Caracterização e Determinação dos Efeitos de 2ª Ordem .....</i>	13
2.3.2	<i>Tratamento dos Esforços de 2ª Ordem no EC3-1-1 .....</i>	14
2.3.2.1	Exemplo Ilustrativo.....	16
2.3.3	<i>Determinação Numérica dos Efeitos de 2ª Ordem (“Exactos”) .....</i>	18
2.4	DETERMINAÇÃO DOS ESFORÇOS DE CÁLCULO E VERIFICAÇÃO DE SEGURANÇA DAS BARRAS SUJEITAS A FLEXÃO COMPOSTA .....	19
2.4.1	<i>Coefficientes de momento uniforme equivalente .....</i>	20
<b>3</b>	<b>REVISÃO DA LITERATURA .....</b>	<b>21</b>
3.1	INTRODUÇÃO.....	21
3.2	PÓRTICOS DE TRAVESSAS INCLINADAS COM UM VÃO .....	22
3.2.1	<i>Análise de Estabilidade.....</i>	22
3.2.2	<i>Efeitos de 2ª Ordem.....</i>	24
3.3	PÓRTICOS DE TRAVESSAS INCLINADAS COM VÁRIOS VÃOS .....	25
3.3.1	<i>Análise de Estabilidade.....</i>	25
3.3.2	<i>Efeitos de 2ª Ordem.....</i>	27
3.4	MÉTODO SIMPLES PARA CONTABILIZAR OS EFEITOS DE 2ª ORDEM EM PÓRTICOS .....	27
3.4.1	<i>Estimativa de <math>\varphi_{cr}</math>.....</i>	29
3.5	VERIFICAÇÃO DE ELEMENTOS SUJEITOS A FLEXÃO COMPOSTA .....	31
3.5.1	<i>Viga Encastrada.....</i>	31
<b>4</b>	<b>PÓRTICO DE TRAVESSAS INCLINADAS COM 2 VÃOS .....</b>	<b>33</b>
4.1	INTRODUÇÃO.....	33
4.2	ANÁLISE DE ESTABILIDADE .....	35
4.2.1	<i>Caracterização da Geometria, Carregamento e Condições de Apoio .....</i>	35

4.2.2	<i>Pórticos Rotulados Carregados nos Dois Vãos (PR2)</i> .....	36
4.2.2.1	Configuração dos Modos de Instabilidade Relevantes.....	36
4.2.2.2	Variação das Cargas de Bifurcação com os Parâmetros $R_I$ , $R_L$ e o ângulo $\alpha$ .....	37
4.2.2.3	Cargas de bifurcação – valores exactos e estimativas das fórmulas aproximadas.....	39
4.2.3	<i>Pórticos Rotulados Carregados num Vão (PR1)</i> .....	40
4.2.4	<i>Pórticos Encastrados Carregados nos Dois Vãos (PE2) e num Vão (PE1)</i> .....	42
4.3	EFEITOS DE 2ª ORDEM.....	47
4.3.1	<i>Discretização do pórtico</i> .....	48
4.3.2	<i>Exemplo Ilustrativo</i> .....	48
4.3.3	<i>Pórticos Rotulados Carregados nos Dois Vãos (PR2)</i> .....	50
4.3.3.1	Necessidade de consideração dos efeitos de 2ª Ordem.....	50
4.3.3.2	Aplicabilidade do MAM proposto no EC3 para contabilizar os efeitos P- $\alpha$ .....	51
4.3.3.3	Configuração Deformada e Diagrama de Momentos.....	52
4.3.3.3.1	Configuração Deformada.....	52
4.3.3.3.2	Diagrama de Momentos.....	54
4.3.3.3.3	Comentário.....	55
4.3.3.4	Proposta de um Método de Amplificação.....	56
4.3.3.5	Estudo Paramétrico.....	57
4.3.4	<i>Pórticos Rotulados Carregados num Vão (PR1)</i> .....	58
4.3.5	<i>Pórticos Encastrados Carregados nos Dois Vãos (PE2) e num Vão (PE1)</i> .....	65
4.4	OBSERVAÇÕES.....	75
<b>5</b>	<b>PÓRTICO DE TRAVESSAS INCLINADAS COM 3 VÃOS</b> .....	<b>76</b>
5.1	INTRODUÇÃO.....	76
5.2	ANÁLISE DE ESTABILIDADE.....	78
5.2.1	<i>Caracterização da Geometria, Carregamento e Condições de Apoio</i> .....	78
5.2.2	<i>Pórticos Rotulados Carregados nos Três Vãos (PR3)</i> .....	79
5.2.2.1	Configuração dos Modos de Instabilidade Relevantes.....	79
5.2.2.2	Variação das Cargas de Bifurcação com os Parâmetros $R_I$ , $R_L$ e o ângulo $\alpha$ .....	80
5.2.2.3	Cargas de bifurcação – valores exactos e estimativas das fórmulas aproximadas.....	82
5.2.3	<i>Pórticos Rotulados Carregados nos 2 Vãos de Extremidade (PR2)</i> .....	83
5.2.4	<i>Pórticos Rotulados Carregados Apenas num dos Vãos de Extremidade (PR1)</i> .....	86
5.2.5	<i>Pórticos Encastrados Carregados nos Três Vãos (PE3), nos Dois Vãos de Extremidade (PE2) e Apenas num dos Vãos de Extremidade (PE1)</i> .....	88
5.3	EFEITOS DE 2ª ORDEM.....	94
5.3.1	<i>Discretização do pórtico</i> .....	94
5.3.2	<i>Exemplo Ilustrativo</i> .....	95
5.3.3	<i>Pórticos Rotulados Carregados nos Três Vãos (PR3)</i> .....	96
5.3.3.1	Necessidade de consideração dos efeitos de 2ª Ordem.....	96
5.3.3.2	Aplicabilidade do MAM proposto no EC3 para contabilizar os efeitos P- $\alpha$ .....	98
5.3.3.3	Configuração Deformada e Diagrama de Momentos.....	99
5.3.3.3.1	Configuração Deformada.....	99
5.3.3.3.2	Diagrama de Momentos.....	100

## ÍNDICE

---

5.3.3.3.3	Comentário .....	101
5.3.3.4	Proposta de um Método de Amplificação .....	102
5.3.3.5	Estudo Paramétrico .....	103
5.3.4	<i>Pórticos Rotulados Carregados nos Dois Vãos de Extremidade (PR2) e Apenas num dos Vãos de Extremidade (PR1) .....</i>	<i>104</i>
5.3.5	<i>Pórticos Encastrados Carregados nos Três Vãos (PE3), nos Dois Vãos de Extremidade (PE2) e Apenas num dos Vãos de Extremidade (PE1).....</i>	<i>113</i>
5.4	OBSERVAÇÕES.....	124
<b>6</b>	<b>CONCLUSÃO.....</b>	<b>125</b>
6.1	CONSIDERAÇÕES FINAIS .....	125
6.2	DESENVOLVIMENTOS FUTUROS .....	129
<b>7</b>	<b>REFERÊNCIAS .....</b>	<b>131</b>
	<b>ANEXOS .....</b>	<b>133</b>



## ÍNDICE DE FIGURAS

FIGURA 1.1 – EXEMPLOS DE SISTEMAS ESTRUTURAIS DE UM EDIFÍCIO INDUSTRIAL CONTRAVENTADO LONGITUDINALMENTE .....	2
FIGURA 1.2 – CONFIGURAÇÃO DE EDIFÍCIOS INDUSTRIAIS .....	3
FIGURA 2.1 - CONFIGURAÇÃO GEOMÉTRICA E CARREGAMENTO DO PÓRTICO ORTOGONAL ANALISADO .....	8
FIGURA 2.2 – GRAUS DE LIBERDADE DE UMA BARRA BI-ENCASTRADA .....	9
FIGURA 2.3 – ANDAMENTO DA FUNÇÃO $DET \square \square \square \square$ E LOCALIZAÇÃO DAS DUAS PRIMEIRAS RAÍZES .....	10
FIGURA 2.4 – CONFIGURAÇÕES DEFORMADAS CORRESPONDENTES À IMPOSIÇÃO DE UM GRAU DE LIBERDADE UNITÁRIO, ESTANDO TODOS OS RESTANTES TOTALMENTE RESTRINGIDOS .....	11
FIGURA 2.5 – CONFIGURAÇÃO DO PRIMEIRO MODO DE INSTABILIDADE .....	12
FIGURA 2.6 – EFEITOS DE 2ª ORDEM EM PÓRTICOS. ....	14
FIGURA 2.7 - DECOMPOSIÇÃO DA CONFIGURAÇÃO DEFORMADA E DO DIGRAMA DE MOMENTOS FLECTORES (DE 1ª ORDEM) DE UM PÓRTICO NAS SUAS PARCELAS (I) “NÃO SWAY” (NS) E (II) “SWAY” (S).....	15
FIGURA 2.8 - LOCALIZAÇÃO DOS NÓS DO PÓRTICO .....	16
FIGURA 2.9 - CARREGAMENTOS DO PÓRTICO CONSIDERADO.....	16
FIGURA 3.1 – PÓRTICO DE TRAVESSAS INCLINADAS (A) GEOMETRIA E CARREGAMENTO, (B) MODO ANTI-SIMÉTRICO E (C) MODO SIMÉTRICO .....	22
FIGURA 3.2 – DEFORMADA DE 1ª ORDEM E DIAGRAMA DE MOMENTOS DE UM PÓRTICO DE TRAVESSAS INCLINADAS DIVIDIDO NAS SUAS COMPONENTES: (A) DESLOCAMENTOS IMPEDIDOS (NS), (B) MODO SIMÉTRICO (SS) E (C) MODO ANTISSIMÉTRICO (AS).....	25
FIGURA 3.3 – PÓRTICOS DE TRAVESSAS INCLINADAS COM (A) 2 VÃOS, (B) 3 VÃOS E (C) 4 VÃOS .....	25
FIGURA 3.4 – MODOS DE ENCURVADURA DE PÓRTICOS DE TRAVESSAS INCLINADAS COM VÁRIOS VÃOS. ....	26
FIGURA 3.5 - MODELOS ESTRUTURAIS PARA PÓRTICOS EXTERIORES E INTERIORES (AS E SS) .....	27
FIGURA 3.6 – EXEMPLOS DE PÓRTICOS DE CATEGORIA A .....	28
FIGURA 3.7 – PARÂMETROS NECESSÁRIOS PARA ESTIMAR O VALOR DE $\alpha cr$ .....	29
FIGURA 3.8 – VIGA ENCASTRADA SUJEITA A UMA CARGA CONCENTRADA A MEIO VÃO .....	31
FIGURA 3.9 – VALORES DE $C_{M,S}$ PARA UMA VIGA ENCASTRADA .....	31
FIGURA 3.10 – VERIFICAÇÃO DE SEGURANÇA DE UMA VIGA ENCASTRADA .....	32
FIGURA 4.1 – CONFIGURAÇÃO GEOMÉTRICA DOS PÓRTICOS DE 2 VÃOS ANALISADOS (PÓRTICOS PR1 E PR2) .....	35
FIGURA 4.2 - MODO DE INSTABILIDADE ANTI-SIMÉTRICO – <b>AS</b> .....	36
FIGURA 4.3 - MODO DE INSTABILIDADE “ANTI-SIMÉTRICO POR VÃO” – <b>ABS</b> .....	36
FIGURA 4.4 - MODO DE INSTABILIDADE SIMÉTRICO – <b>SS</b> .....	37
FIGURA 4.5 - VARIAÇÃO DAS CARGAS DE BIFURCAÇÃO COM $R_L$ ( $\alpha=10^\circ$ , $R_I=1$ ) .....	38
FIGURA 4.6 - VARIAÇÃO DAS CARGAS DE BIFURCAÇÃO COM $R_I$ ( $\alpha=10^\circ$ , $R_L=6$ ) .....	38
FIGURA 4.7 - VARIAÇÃO DAS CARGAS DE BIFURCAÇÃO COM O ÂNGULO $\alpha$ ( $R_I=1$ , $R_L=6$ ) .....	38
FIGURA 4.8 – MODELOS ESTRUTURAIS PARA PÓRTICOS EXTERIORES E INTERIORES (AS E SS).....	39
FIGURA 4.9 - VARIAÇÃO DAS CARGAS DE BIFURCAÇÃO COM $R_L$ ( $\alpha=10^\circ$ , $R_I=1$ ) .....	41
FIGURA 4.10 - VARIAÇÃO DAS CARGAS DE BIFURCAÇÃO COM $R_I$ ( $\alpha=10^\circ$ , $R_L=6$ ) .....	41
FIGURA 4.11 - VARIAÇÃO DAS CARGAS DE BIFURCAÇÃO COM O ÂNGULO $\alpha$ ( $R_I=1$ , $R_L=6$ ) .....	41
FIGURA 4.12 - MODO DE INSTABILIDADE ANTI-SIMÉTRICO – <b>AS</b> .....	43
FIGURA 4.13 - MODO DE INSTABILIDADE SIMÉTRICO – <b>SS</b> .....	43
FIGURA 4.14 - MODO DE INSTABILIDADE “ANTI-SIMÉTRICO POR VÃO” – <b>ABS</b> .....	43
FIGURA 4.15 - VARIAÇÃO DAS CARGAS DE BIFURCAÇÃO COM $R_L$ ( $\alpha=10^\circ$ , $R_I=1$ ) .....	44
FIGURA 4.16 - VARIAÇÃO DAS CARGAS DE BIFURCAÇÃO COM $R_I$ ( $\alpha=10^\circ$ , $R_L=4$ ) .....	44

## ÍNDICE DE FIGURAS

---

FIGURA 4.17 - VARIAÇÃO DAS CARGAS DE BIFURCAÇÃO COM O ÂNGULO $\alpha$ ( $R_I=1, R_L=4$ ).....	44
FIGURA 4.18 - MODELOS ESTRUTURAIS PARA PÓRTICOS EXTERIORES E INTERIORES (AS E SS) .....	45
FIGURA 4.19 - DISCRETIZAÇÃO DE UM PÓRTICO EM ELEMENTOS FINITOS DE BARRA.....	48
FIGURA 4.20 – CARREGAMENTOS DO PÓRTICO CONSIDERADOS .....	48
FIGURA 4.21 – EXEMPLO ILUSTRATIVO – PÓRTICO <b>PE1</b> .....	49
FIGURA 4.22 - CONFIGURAÇÃO DEFORMADA DEVIDO AS CARGAS HORIZONTAIS – H (PÓRTICO PR2) .....	53
FIGURA 4.23 - CONFIGURAÇÃO DEFORMADA DEVIDO AO CARREGAMENTO VERTICAL – W (PÓRTICO PR2).....	53
FIGURA 4.24 – CONFIGURAÇÃO DEFORMADA COM OS DESLOCAMENTOS HORIZONTAIS IMPEDIDOS (PÓRTICO PR2) .....	53
FIGURA 4.25 - CONFIGURAÇÃO DEFORMADA ASSOCIADA AOS DESLOCAMENTOS HORIZONTAIS (PÓRTICO PR2) ...	54
FIGURA 4.26 - DIAGRAMA DE MOMENTOS DEVIDO AO CARREGAMENTO VERTICAL COM DESLOCAMENTOS HORIZONTAIS IMPEDIDOS – <i>MDI, I</i> (PÓRTICO PR2) .....	54
FIGURA 4.27 - DIAGRAMA DE MOMENTOS DEVIDO ÀS CARGAS HORIZONTAIS – <i>MDP, IAS</i> (PÓRTICO PR2) .....	54
FIGURA 4.28 – DIAGRAMA DE MOMENTOS DEVIDO À ACÇÃO DOS DESLOCAMENTO HORIZONTAIS DEVIDOS AO CARREGAMENTO VERTICAL - <i>MDP, ISS</i> (PÓRTICO PR2) .....	55
FIGURA 4.29 – PROPOSTA DE UM MÉTODO DE AMPLIFICAÇÃO PARA TER EM CONSIDERAÇÃO OS EFEITOS DE 2ª ORDEM - PÓRTICO PR2 .....	57
FIGURA 4.30 - CONFIGURAÇÃO DEFORMADA DEVIDO AO CARREGAMENTO VERTICAL – W (PÓRTICO PR1).....	61
FIGURA 4.31 – CONFIGURAÇÃO DEFORMADA COM OS DESLOCAMENTOS HORIZONTAIS IMPEDIDOS (PÓRTICO PR1) .....	61
FIGURA 4.32 - CONFIGURAÇÃO DEFORMADA ASSOCIADA AOS DESLOCAMENTOS HORIZONTAIS (PÓRTICO PR1) ...	61
FIGURA 4.33 - DIAGRAMA DE MOMENTOS DEVIDO AO CARREGAMENTO VERTICAL COM DESLOCAMENTOS HORIZONTAIS IMPEDIDOS – <i>MDI, I</i> (PÓRTICO PR1) .....	62
FIGURA 4.34 – DIAGRAMA DE MOMENTOS DEVIDO À ACÇÃO DOS DESLOCAMENTO HORIZONTAIS DEVIDOS AO CARREGAMENTO VERTICAL - <i>MDP, IABS</i> (PÓRTICO PR1) .....	62
FIGURA 4.35 - PROPOSTA DE UM MÉTODO DE AMPLIFICAÇÃO PARA TER EM CONSIDERAÇÃO OS EFEITOS DE 2ª ORDEM - PÓRTICO PR1 .....	64
FIGURA 4.36 - CONFIGURAÇÃO DEFORMADA DEVIDO AS CARGAS HORIZONTAIS – H (PÓRTICOS PE2 E PE1) .....	68
FIGURA 4.37 - CONFIGURAÇÃO DEFORMADA DEVIDO AO CARREGAMENTO VERTICAL – W (PÓRTICO PE2).....	68
FIGURA 4.38 - CONFIGURAÇÃO DEFORMADA COM OS DESLOCAMENTOS HORIZONTAIS IMPEDIDOS (PÓRTICO PE2).....	68
FIGURA 4.39 - CONFIGURAÇÃO DEFORMADA ASSOCIADA AOS DESLOCAMENTOS HORIZONTAIS (PÓRTICO PE2)....	68
FIGURA 4.40 - CONFIGURAÇÃO DEFORMADA DEVIDO AO CARREGAMENTO VERTICAL – W (PÓRTICO PE1).....	69
FIGURA 4.41 - CONFIGURAÇÃO DEFORMADA COM OS DESLOCAMENTOS HORIZONTAIS IMPEDIDOS (PÓRTICO PE1).....	69
FIGURA 4.42 - CONFIGURAÇÃO DEFORMADA ASSOCIADA AOS DESLOCAMENTOS HORIZONTAIS (PÓRTICO PE1)....	69
FIGURA 4.43 - DIAGRAMA DE MOMENTOS DEVIDO ÀS CARGAS HORIZONTAIS – <i>MDP, IAS</i> (PÓRTICOS PE2 E PE1).....	69
FIGURA 4.44 - DIAGRAMA DE MOMENTOS DEVIDO AO CARREGAMENTO VERTICAL COM DESLOCAMENTOS HORIZONTAIS IMPEDIDOS – <i>MDI, I</i> (PÓRTICO PE2) .....	70
FIGURA 4.45 - DIAGRAMA DE MOMENTOS DEVIDO À ACÇÃO DOS DESLOCAMENTO HORIZONTAIS DEVIDOS AO CARREGAMENTO VERTICAL - <i>MDP, ISS</i> (PÓRTICO PE2).....	70
FIGURA 4.46 - DIAGRAMA DE MOMENTOS DEVIDO AO CARREGAMENTO VERTICAL COM DESLOCAMENTOS HORIZONTAIS IMPEDIDOS – <i>MDI, I</i> (PÓRTICO PE1) .....	70
FIGURA 4.47 - DIAGRAMA DE MOMENTOS DEVIDO À ACÇÃO DOS DESLOCAMENTO HORIZONTAIS DEVIDOS AO CARREGAMENTO VERTICAL - <i>MDP, IABS</i> (PÓRTICO PE1).....	70
FIGURA 4.48 - PROPOSTA DE UM MÉTODO DE AMPLIFICAÇÃO PARA TER EM CONSIDERAÇÃO OS EFEITOS DE 2ª ORDEM - PÓRTICOS PE2 E PE1.....	73

FIGURA 5.1 – CONFIGURAÇÃO GEOMÉTRICA DOS PÓRTICOS DE 3 VÃOS ANALISADOS (PÓRTICOS PR1,PR2 E PR3)	78
FIGURA 5.2 – MODO DE INSTABILIDADE ANTI-SIMÉTRICO - <b>AS</b> .....	79
FIGURA 5.3 – MODO DE INSTABILIDADE SIMÉTRICO - <b>SS</b> .....	80
FIGURA 5.4 – MODO DE INSTABILIDADE SIMÉTRICO 1 – <b>SS1</b> .....	80
FIGURA 5.5 – MODO DE INSTABILIDADE “ANTI-SIMÉTRICO” – <b>ABS</b> .....	80
FIGURA 5.6 – VARIAÇÃO DAS CARGAS DE BIFURCAÇÃO COM $R_L$ ( $\alpha=10^\circ$ , $R_L=1$ ) .....	81
FIGURA 5.7 - VARIAÇÃO DAS CARGAS DE BIFURCAÇÃO COM $R_L$ ( $\alpha=10^\circ$ , $R_L=6$ ) .....	81
FIGURA 5.8 - VARIAÇÃO DAS CARGAS DE BIFURCAÇÃO COM O ÂNGULO $\alpha$ ( $R_L=1$ , $R_L=6$ ) .....	82
FIGURA 5.9 – MODELOS ESTRUTURAIS PARA PÓRTICOS EXTERIORES E INTERIORES (AS E SS1) .....	82
FIGURA 5.10 - VARIAÇÃO DAS CARGAS DE BIFURCAÇÃO COM $R_L$ ( $\alpha=10^\circ$ , $R_L=1$ ) .....	84
FIGURA 5.11 - VARIAÇÃO DAS CARGAS DE BIFURCAÇÃO COM $R_L$ ( $\alpha=10^\circ$ , $R_L=6$ ) .....	84
FIGURA 5.12 - VARIAÇÃO DAS CARGAS DE BIFURCAÇÃO COM O ÂNGULO $\alpha$ ( $R_L=1$ , $R_L=6$ ) .....	85
FIGURA 5.13 - MODO DE INSTABILIDADE <b>ABS1</b> .....	86
FIGURA 5.14 - VARIAÇÃO DAS CARGAS DE BIFURCAÇÃO COM $R_L$ ( $\alpha=10^\circ$ , $R_L=1$ ) .....	87
FIGURA 5.15 - VARIAÇÃO DAS CARGAS DE BIFURCAÇÃO COM $R_L$ ( $\alpha=10^\circ$ , $R_L=6$ ) .....	87
FIGURA 5.16 - VARIAÇÃO DAS CARGAS DE BIFURCAÇÃO COM O ÂNGULO $\alpha$ ( $R_L=1$ , $R_L=6$ ) .....	87
FIGURA 5.17 - MODO DE INSTABILIDADE ANTI-SIMÉTRICO - <b>AS</b> .....	88
FIGURA 5.18 - MODO DE INSTABILIDADE SIMÉTRICO - <b>SS</b> .....	89
FIGURA 5.19 - MODO DE INSTABILIDADE SIMÉTRICO 1 – <b>SS1</b> .....	89
FIGURA 5.20 - MODO DE INSTABILIDADE “ANTI-SIMÉTRICO” – <b>ABS</b> .....	89
FIGURA 5.21 – MODO DE INSTABILIDADE <b>ABS1</b> .....	89
FIGURA 5.22 - VARIAÇÃO DAS CARGAS DE BIFURCAÇÃO COM $R_L$ ( $\alpha=10^\circ$ , $R_L=1$ ) .....	90
FIGURA 5.23 - VARIAÇÃO DAS CARGAS DE BIFURCAÇÃO COM $R_L$ ( $\alpha=10^\circ$ , $R_L=4$ ) .....	91
FIGURA 5.24 - VARIAÇÃO DAS CARGAS DE BIFURCAÇÃO COM O ÂNGULO $\alpha$ ( $R_L=1$ , $R_L=4$ ) .....	91
FIGURA 5.25 - MODELOS ESTRUTURAIS PARA PÓRTICOS EXTERIORES E INTERIORES (AS E SS1) .....	92
FIGURA 5.26 - DISCRETIZAÇÃO DE UM PÓRTICO EM ELEMENTOS FINITOS DE BARRA .....	94
FIGURA 5.27 - CARREGAMENTOS DO PÓRTICO CONSIDERADOS .....	94
FIGURA 5.28 – EXEMPLO ILUSTRATIVO – PÓRTICO <b>PE1</b> .....	95
FIGURA 5.29 – CONFIGURAÇÃO DEFORMADA DEVIDO AS CARGAS HORIZONTAIS – H (PÓRTICO PR3) .....	99
FIGURA 5.30 – CONFIGURAÇÃO DEFORMADA DEVIDO AO CARREGAMENTO VERTICAL – W (PÓRTICO PR3) .....	99
FIGURA 5.31 - CONFIGURAÇÃO DEFORMADA COM OS DESLOCAMENTOS HORIZONTAIS IMPEDIDOS (PÓRTICO PR3) .....	100
FIGURA 5.32 - CONFIGURAÇÃO DEFORMADA ASSOCIADA AOS DESLOCAMENTOS HORIZONTAIS (PÓRTICO PR3) .	100
FIGURA 5.33 – DIAGRAMA DE MOMENTOS DEVIDO AO CARREGAMENTO VERTICAL COM DESLOCAMENTOS HORIZONTAIS IMPEDIDOS – <i>MDI, I</i> (PÓRTICO PR3) .....	100
FIGURA 5.34 – DIAGRAMA DE MOMENTOS DEVIDO ÀS CARGAS HORIZONTAIS – <i>MDP, IAS</i> (PÓRTICO PR3).....	101
FIGURA 5.35 – DIAGRAMA DE MOMENTOS DEVIDO À ACÇÃO DOS DESLOCAMENTO HORIZONTAIS DEVIDOS AO CARREGAMENTO VERTICAL - <i>MDP, ISS1</i> (PÓRTICO PR3) .....	101
FIGURA 5.36 - PROPOSTA DE UM MÉTODO DE AMPLIFICAÇÃO PARA TER EM CONSIDERAÇÃO OS EFEITOS DE 2ª ORDEM - PÓRTICO PR3 .....	103
FIGURA 5.37 - CONFIGURAÇÃO DEFORMADA DEVIDO AO CARREGAMENTO VERTICAL – W (PÓRTICO PR2).....	107
FIGURA 5.38 - CONFIGURAÇÃO DEFORMADA COM OS DESLOCAMENTOS HORIZONTAIS IMPEDIDOS (PÓRTICO PR2) .....	107
FIGURA 5.39 - CONFIGURAÇÃO DEFORMADA ASSOCIADA AOS DESLOCAMENTOS HORIZONTAIS (PÓRTICO PR2) .	107

## ÍNDICE DE FIGURAS

---

FIGURA 5.40 - CONFIGURAÇÃO DEFORMADA DEVIDO AO CARREGAMENTO VERTICAL – W (PÓRTICO PR1).....	107
FIGURA 5.41 - CONFIGURAÇÃO DEFORMADA COM OS DESLOCAMENTOS HORIZONTAIS IMPEDIDOS (PÓRTICO PR1) .....	107
FIGURA 5.42 - CONFIGURAÇÃO DEFORMADA ASSOCIADA AOS DESLOCAMENTOS HORIZONTAIS (PÓRTICO PR1) .	108
FIGURA 5.43 - DIAGRAMA DE MOMENTOS DEVIDO À ACÇÃO DOS DESLOCAMENTO HORIZONTAIS DEVIDOS AO CARREGAMENTO VERTICAL - <i>MDP, ISS</i> (PÓRTICO PR2) .....	108
FIGURA 5.44 - DIAGRAMA DE MOMENTOS DEVIDO AO CARREGAMENTO VERTICAL COM DESLOCAMENTOS HORIZONTAIS IMPEDIDOS – <i>MDI, I</i> (PÓRTICO PR2) .....	108
FIGURA 5.45 - DIAGRAMA DE MOMENTOS DEVIDO À ACÇÃO DOS DESLOCAMENTO HORIZONTAIS DEVIDOS AO CARREGAMENTO VERTICAL - <i>MDP, IABS1</i> (PÓRTICO PR1) .....	108
FIGURA 5.46 - DIAGRAMA DE MOMENTOS DEVIDO AO CARREGAMENTO VERTICAL COM DESLOCAMENTOS HORIZONTAIS IMPEDIDOS – <i>MDI, I</i> (PÓRTICO PR1) .....	109
FIGURA 5.47 - PROPOSTA DE UM MÉTODO DE AMPLIFICAÇÃO PARA TER EM CONSIDERAÇÃO OS EFEITOS DE 2ª ORDEM - PÓRTICOS PR2 E PR1 .....	111
FIGURA 5.48 - CONFIGURAÇÃO DEFORMADA DEVIDO AS CARGAS HORIZONTAIS – H (PÓRTICOS PE3, PE2 E PE1) .....	115
FIGURA 5.49 - CONFIGURAÇÃO DEFORMADA DEVIDO AO CARREGAMENTO VERTICAL – W (PÓRTICO PE3).....	115
FIGURA 5.50 - CONFIGURAÇÃO DEFORMADA COM OS DESLOCAMENTOS HORIZONTAIS IMPEDIDOS (PÓRTICO PE3) .....	115
FIGURA 5.51 - CONFIGURAÇÃO DEFORMADA ASSOCIADA AOS DESLOCAMENTOS HORIZONTAIS (PÓRTICO PE3)..	116
FIGURA 5.52 - CONFIGURAÇÃO DEFORMADA DEVIDO AO CARREGAMENTO VERTICAL – W (PÓRTICO PE2).....	116
FIGURA 5.53 - CONFIGURAÇÃO DEFORMADA COM OS DESLOCAMENTOS HORIZONTAIS IMPEDIDOS (PÓRTICO PE2) .....	116
FIGURA 5.54 - CONFIGURAÇÃO DEFORMADA ASSOCIADA AOS DESLOCAMENTOS HORIZONTAIS (PÓRTICO PE2)..	116
FIGURA 5.55 - CONFIGURAÇÃO DEFORMADA DEVIDO AO CARREGAMENTO VERTICAL – W (PÓRTICO PE1).....	116
FIGURA 5.56 - CONFIGURAÇÃO DEFORMADA COM OS DESLOCAMENTOS HORIZONTAIS IMPEDIDOS (PÓRTICO PE1) .....	117
FIGURA 5.57 - CONFIGURAÇÃO DEFORMADA ASSOCIADA AOS DESLOCAMENTOS HORIZONTAIS (PÓRTICO PE1)..	117
FIGURA 5.58 - DIAGRAMA DE MOMENTOS DEVIDO ÀS CARGAS HORIZONTAIS – <i>MDP, IAS</i> (PÓRTICOS PE3, PE2 E PE1) .....	117
FIGURA 5.59 - DIAGRAMA DE MOMENTOS DEVIDO AO CARREGAMENTO VERTICAL COM DESLOCAMENTOS HORIZONTAIS IMPEDIDOS – <i>MDI, I</i> (PÓRTICO PE3) .....	117
FIGURA 5.60 - DIAGRAMA DE MOMENTOS DEVIDO À ACÇÃO DOS DESLOCAMENTO HORIZONTAIS DEVIDOS AO CARREGAMENTO VERTICAL - <i>MDP, ISS1</i> (PÓRTICO PE3) .....	117
FIGURA 5.61 - DIAGRAMA DE MOMENTOS DEVIDO AO CARREGAMENTO VERTICAL COM DESLOCAMENTOS HORIZONTAIS IMPEDIDOS – <i>MDI, I</i> (PÓRTICO PE2) .....	118
FIGURA 5.62 - DIAGRAMA DE MOMENTOS DEVIDO À ACÇÃO DOS DESLOCAMENTO HORIZONTAIS DEVIDOS AO CARREGAMENTO VERTICAL - <i>MDP, ISS</i> (PÓRTICO PE2).....	118
FIGURA 5.63 - DIAGRAMA DE MOMENTOS DEVIDO AO CARREGAMENTO VERTICAL COM DESLOCAMENTOS HORIZONTAIS IMPEDIDOS – <i>MDI, I</i> (PÓRTICO PE1) .....	118
FIGURA 5.64 - DIAGRAMA DE MOMENTOS DEVIDO À ACÇÃO DOS DESLOCAMENTO HORIZONTAIS DEVIDOS AO CARREGAMENTO VERTICAL - <i>MDP, IABS1</i> (PÓRTICO PE1) .....	118
FIGURA 5.65 - PROPOSTA DE UM MÉTODO DE AMPLIFICAÇÃO PARA TER EM CONSIDERAÇÃO OS EFEITOS DE 2ª ORDEM - PÓRTICOS PE3, PE2 E PE1 .....	121

## ÍNDICE DE TABELAS

TABELA 2.1 – CARGA CRÍTICA OBTIDA ATRAVÉS DO PROGRAMA SAP2000 .....	13
TABELA 2.2 - VALORES DE MOMENTOS FLECTORES PARA $\alpha cr=12$ .....	17
TABELA 2.3 - VALORES DE MOMENTOS FLECTORES PARA $\alpha cr=4$ .....	18
TABELA 2.4 - COEFICIENTES DE MOMENTO UNIFORME EQUIVALENTE (MÉTODO 1) .....	20
TABELA 2.5 - COEFICIENTES DE MOMENTO UNIFORME EQUIVALENTE (MÉTODO 2) .....	20
TABELA 3.1 – FÓRMULAS PARA AVALIAR OS PARÂMETROS $\rho c, 0$ E $\rho r, 0$ .....	23
TABELA 4.1 - FAMÍLIAS DE PÓRTICOS COM 2 VÃOS ANALISADAS.....	34
TABELA 4.2 – COMPARAÇÃO ENTRE AS CARGAS DE BIFURCAÇÃO EXACTAS E APROXIMADAS – PR2 .....	40
TABELA 4.3 - COMPARAÇÃO ENTRE AS CARGAS DE BIFURCAÇÃO EXACTAS E APROXIMADAS – PR1.....	42
TABELA 4.4 - COMPARAÇÃO ENTRE AS CARGAS DE BIFURCAÇÃO EXACTAS E APROXIMADAS – PE2 .....	46
TABELA 4.5 - COMPARAÇÃO ENTRE AS CARGAS DE BIFURCAÇÃO EXACTAS E APROXIMADAS – PE1 .....	46
TABELA 4.6 – $M_I, M_{II}$ E $M_{II,AP,EC3}$ (PÓRTICO PE1) .....	49
TABELA 4.7 – RELAÇÃO ENTRE OS VALORES DE $M_I$ E $M_{II}$ (PÓRTICO PR2) .....	51
TABELA 4.8 – RELAÇÃO ENTRE OS VALORES DE $M_{II,EX}$ E $M_{II,EC3}$ (PÓRTICO PR2) .....	52
TABELA 4.9 – ANÁLISE DE 2ª ORDEM (PÓRTICO PR2) .....	58
TABELA 4.10 - RELAÇÃO ENTRE OS VALORES DE $M_I$ E $M_{II}$ (PÓRTICO PR1) .....	59
TABELA 4.11 - VALORES DOS MOMENTOS FLECTORES (PÓRTICO PR1) .....	60
TABELA 4.12 - ANÁLISE DE 2ª ORDEM (CASO 1B) .....	65
TABELA 4.13 - VALORES DE $M_I$ E $M_{II}$ (PÓRTICOS PE2 E PE1).....	66
TABELA 4.14 - VALORES DOS MOMENTOS FLECTORES (PÓRTICOS PE2 E PE1) .....	67
TABELA 4.15 - ANÁLISE DE 2ª ORDEM (PÓRTICO PE2) .....	74
TABELA 4.16 - ANÁLISE DE 2ª ORDEM (PÓRTICO PE1) .....	74
TABELA 5.1 - FAMÍLIAS DE PÓRTICOS COM 3 VÃOS ANALISADAS.....	77
TABELA 5.2 - COMPARAÇÃO ENTRE AS CARGAS DE BIFURCAÇÃO EXACTAS E APROXIMADAS – PR3 .....	83
TABELA 5.3 - COMPARAÇÃO ENTRE AS CARGAS DE BIFURCAÇÃO EXACTAS E APROXIMADAS – PR2.....	85
TABELA 5.4 - COMPARAÇÃO ENTRE AS CARGAS DE BIFURCAÇÃO EXACTAS E APROXIMADAS – PR1.....	88
TABELA 5.5 - COMPARAÇÃO ENTRE AS CARGAS DE BIFURCAÇÃO EXACTAS E APROXIMADAS – PE3 .....	92
TABELA 5.6 - COMPARAÇÃO ENTRE AS CARGAS DE BIFURCAÇÃO EXACTAS E APROXIMADAS – PE2 .....	93
TABELA 5.7 - COMPARAÇÃO ENTRE AS CARGAS DE BIFURCAÇÃO EXACTAS E APROXIMADAS – PE1 .....	93
TABELA 5.8 - $M_I, M_{II}$ E $M_{II,AP,EC3}$ (PÓRTICO PE1).....	95

## ÍNDICE DE TABELAS

---

TABELA 5.9 - VALORES DE $M_I$ E $M_{II}$ (PÓRTICO PR3) .....	97
TABELA 5.10 - VALORES DOS MOMENTOS FLECTORES (PÓRTICO PR3) .....	98
TABELA 5.11 - ANÁLISE DE 2ª ORDEM (PÓRTICO PR3) .....	104
TABELA 5.12 - VALORES DE $M_I$ E $M_{II}$ (PÓRTICOS PR2 E PR1) .....	105
TABELA 5.13 - VALORES DOS MOMENTOS FLECTORES (PÓRTICOS PR2 E PR1) .....	106
TABELA 5.14 - ANÁLISE DE 2ª ORDEM (PÓRTICO <b>PR2</b> ) .....	112
TABELA 5.15 - ANÁLISE DE 2ª ORDEM (PÓRTICO <b>PR1</b> ) .....	112
TABELA 5.16 - VALORES DE $M_I$ E $M_{II}$ (PÓRTICOS PE3, PE2 E PE1) .....	113
TABELA 5.17 - VALORES DOS MOMENTOS FLECTORES (PÓRTICOS PE3, PE2 E PE1) .....	114
TABELA 5.18 - ANÁLISE DE 2ª ORDEM (PÓRTICO PE3) .....	122
TABELA 5.19 - ANÁLISE DE 2ª ORDEM (PÓRTICO PE2) .....	122
TABELA 5.20 - ANÁLISE DE 2ª ORDEM (PÓRTICO PE1) .....	123

**SIMBOLOGIA**

$( )_I$	Relativo à análise de 1ª ordem
$( )_{II}$	Relativo à análise de 2ª ordem
$P$	Carga Axial de referência
$P_E$	Carga de Euler
$P - \delta$	Efeito de 2ª ordem local
$P - \Delta$	Efeito de 2ª ordem global
$V_{cr}$	Carga crítica associada ao modo de instabilidade com deslocamentos laterais
$V_{sd}$	Carga Vertical total actuante no pórtico
$\varepsilon$	Erro
$\lambda_i$	Carga de bifurcação associada ao modo i
$\lambda_{cr}$	Carga Crítica

**ABREVIATURAS**

**DI,I** – Deslocamentos impedidos de 1ª ordem

**DP,I** – Deslocamentos permitidos de 1ª ordem

**AS** – “*Antisymmetrical Sway*”

**ABS** – “*Antisymmetrical Bay Sway*”

**ABS1** – “*Antisymmetrical Bay Sway 1*”

**SBS** – “*Symetrial Bay Sway*”

**SBS1** – “*Symetrial Bay Sway 1*”



# Dissertação I

## Capítulo 1

### 1 INTRODUÇÃO

#### 1.1 Considerações Gerais

Tem-se assistido ao longo dos últimos anos, em Portugal e no resto do mundo, uma crescente utilização de estruturas metálicas (de aço) na construção de edifícios – de entre estes, os pavilhões industriais merecem um destaque especial, na medida em que constituem a grande maioria dos edifícios com estrutura metálica.

A tendência da escolha do aço como material estrutural, em detrimento de materiais alternativos como o betão (tradicionalmente o material estrutural de utilização dominante), pode ser explicada pelas inúmeras vantagens que este apresenta. De entre estas vantagens salientam-se a maior rapidez na construção, os menores custos de projeto, o facto de ser esteticamente mais atrativo, a flexibilidade no dimensionamento, a melhor adaptabilidade a futuras utilizações e/ou expansões, a possibilidade de construir fundações mais económicas, o melhor comportamento em relação às ações sísmicas, a elevada resistência e, finalmente, a elevada sustentabilidade e eficiência (estrutural e energética) (AISC, 2014).

A avaliação do desempenho de um sistema estrutural pode ser feita em função de diversos parâmetros, sendo a taxa de consumo de aço o parâmetro mais utilizado para avaliar o desempenho económico de um sistema estrutural. O consumo de aço de num edifício industrial depende de vários factores, entre eles salientam-se o tipo de utilização do edifício, o vão livre entre pilares e a altura total do edifício. Isto significa que o peso dos elementos estruturais irá variar com o tipo de edifício. Por exemplo um edifício industrial cujo sistema estrutural seja constituído por pórticos com 1 vão de travessas inclinadas pode chegar aos  $40\text{Kg/m}^2$  (SteelConstruction.info, 2014).

A configuração dos pórticos que constituem o sistema estrutural principal dum edifício industrial requer a consideração dos seguintes aspectos, (i) cobertura horizontal ou inclinada, (ii) cobertura constituída por travessas ou por uma estrutura reticulada, (iii) colunas e/ou travessas prismáticas ou de secção variável e (iv) contraventamento longitudinal e/ou contraventamento lateral.

Em geral, os edifícios industriais são constituídos por diversos pórticos dispostos em paralelo, os quais constituem um sistema estrutural designado por “estrutura principal” e se encontram devidamente contraventados lateralmente – ver Figura 1.1. Os pórticos de águas inclinadas, os quais constituem o tópico desta dissertação, podem exibir uma grande variedade de configurações geométricas, envolvendo diferentes combinações (i) do número de vãos, (ii) das dimensões (comprimento e secção transversal) das colunas e das travessas, no (iii) da inclinação das travessas, relativamente à horizontal, (iv) da natureza das ligações entre as colunas e travessas e (v) da natureza das condições de apoio na base das colunas.

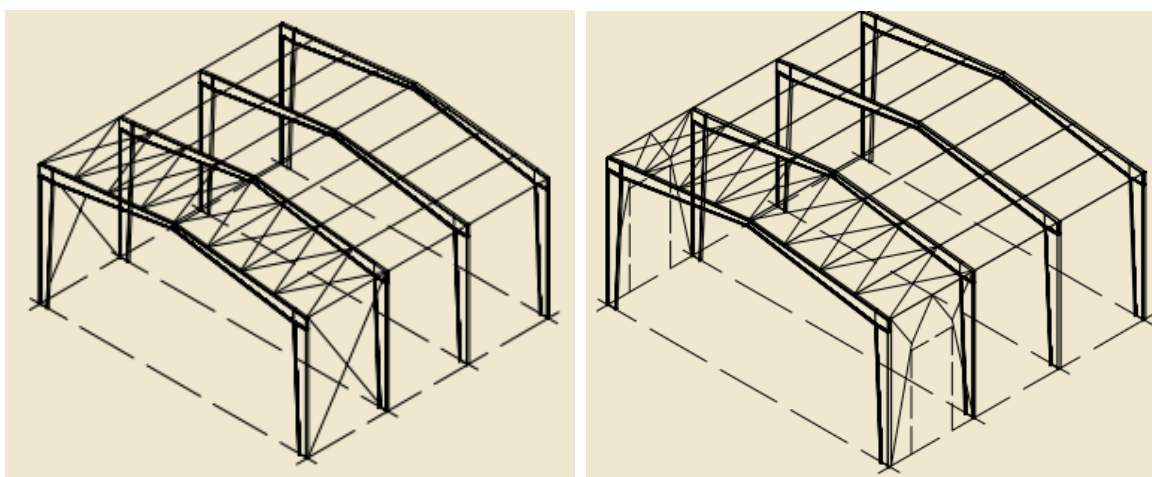


Figura 1.1 – Exemplos de sistemas estruturais de um edifício industrial contraventado longitudinalmente

No âmbito desta dissertação, consideram-se unicamente pórticos travessas inclinadas (não contraventados lateralmente) com (i) dois ou três vãos, (ii) configurações simétricas, (iii) ligações coluna-travessa e travessa-travessa rígidas, e (v) colunas com bases encastradas ou rotuladas. Complementarmente, foi ainda realizado um estudo relativo a pórticos com 1 vão e apenas uma travessa inclinada. Na Figura 1.2 representa-se, a configuração de dois edifícios industriais, os quais apresentam, respectivamente, dois e três vãos.

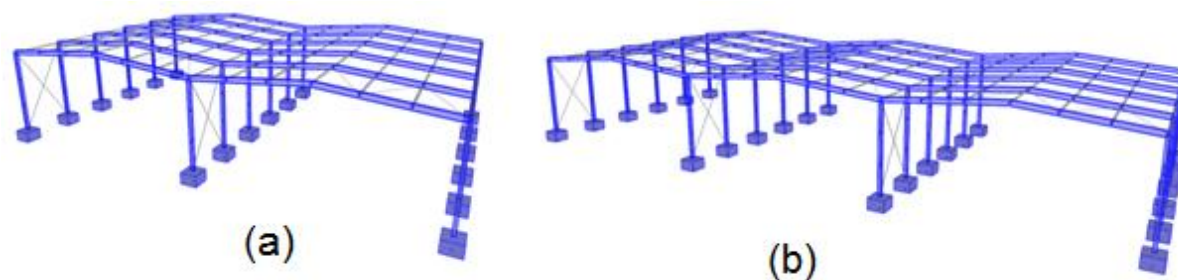


Figura 1.2 – Configuração de Edifícios Industriais

(a) Edifício com 2 vãos (b) Edifício com 3 vãos

Finalmente, uma última palavra para referir que o estudo apresentado nesta dissertação tem como objectivo contribuir, de uma forma necessariamente singela, para um dimensionamento mais eficaz (seguro, económico e de fácil utilização) de pórticos metálicos com travessas inclinadas, uma condição indispensável para aumentar a competitividade deste tipo de configuração estrutural.

## 1.2 Motivação, Objetivo e Âmbito

A motivação deste trabalho consiste em alargar o domínio de aplicação, a pórticos de travessas inclinadas com dois e três vãos, de um estudo realizado anteriormente por Silvestre (1998) e Silvestre e Camotim (1999, 2000, 2007) no contexto de pórticos de travessas inclinadas com um vão não contraventados. Esse estudo abordou os comportamentos de (i) instabilidade (determinação de cargas de bifurcação e modos de instabilidade) e (ii) pós-encurvadura, em regime elástico, dos referidos pórticos – em particular, foi proposto um método aproximado, baseado no conceito de amplificação de efeitos, para determinar os deslocamentos e esforços (sobretudo momentos flectores) de 2ª ordem. É importante referir que o método de amplificação de efeitos proposto na versão actual da Parte 1-1 do Eurocódigo 3 (NPEN1993-1-1, 2010) não é aplicável à grande maioria dos pórticos com travessas inclinadas, independentemente do número de vãos, devido ao facto de, nesses pórticos, as travessas estarem frequentemente submetidas a compressões elevadas (de nível semelhante ao das colunas).

Deste modo, o objectivo desta tese consiste em efetuar uma investigação que permita contribuir para uma melhor compreensão sobre a estabilidade e o comportamento geometricamente não linear de pórticos de aço com travessas inclinadas e dois e três vãos. Pretende-se, por um lado apresentar os resultados obtidos através da referida investigação e, ao mesmo tempo, desenvolver e/ou propor procedimentos, simultaneamente eficientes e de fácil utilização, para tornar mais simples o dimensionamentos e/ou a verificação de segurança deste tipo de pórticos.

## CAPÍTULO 1

---

Os pórticos considerados/analizados no âmbito desta dissertação têm as seguintes características:

- i. Pórticos de travessas inclinadas com dois ou três vãos e configuração simétrica.
- ii. Ligações coluna-travessa e travessa-travessa rígidas.
- iii. As ligações na base das colunas encastradas ou rotuladas.
- iv. Carregamentos constituídos (i) uma carga uniformemente distribuída, em todos ou parte dos vãos que constituem o pórtico, e (ii) uma carga pontual horizontal.
- v. Colunas e travessas com secção constante.
- vi. Comportamento linear elástico do aço, caracterizado pelo módulo de elasticidade  $E$  e pelo coeficiente de Poisson  $\nu$ .

No que respeita às hipóteses simplificativas admitidas durante as análises efetuadas, devem referir-se as seguintes:

- i. Considera-se apenas o comportamento do pórtico no seu próprio plano (o qual é também o plano do carregamento). Deste modo, o estudo de estabilidade efetuado não tomou em consideração a possibilidade de as colunas e/ou travessas poderem (a) encurvar por flexão no plano perpendicular ao do pórtico ou (b) instabilizarem lateralmente.
- ii. Despreza-se a deformabilidade das barras por esforço axial e por esforço transversal.
- iii. Na análise de estabilidade, admitiu-se que todas as barras estavam submetidas a esforços axiais de compressão (como se sabe, a existência de esforços axiais de tração aumenta a rigidez de flexão das barras).

Para além dos pórticos de travessas inclinadas com dois e três vãos, abordaram-se ainda nesta dissertação, embora de uma forma sucinta, os dois tópicos seguintes:

- i. Estabilidade e efeitos de 2ª ordem em pórticos com travessas inclinadas com um vão e apenas uma água.
- ii. Aplicação das fórmulas de interação preconizadas pelo EC3-1-1, para o dimensionamento de vigas-coluna, à verificação da segurança das travessas dos pórticos.

### 1.3 Organização do Trabalho

A dissertação está organizada em seis capítulos, o primeiro dos quais é a presente introdução, e inclui ainda dois anexos. Em seguida, apresenta-se a descrição sucinta do conteúdo de cada um deles.

No Capítulo 2 apresentam-se alguns conceitos fundamentais relativamente ao comportamento de estabilidade linear e geometricamente não linear (de 2ª ordem) de pórticos de travessas inclinadas com um vão. Recorre-se a um pórtico ortogonal, onde se constrói a matriz de rigidez exacta do pórtico, e se identificam os modos de instabilidade relevantes assim com os valores dos parâmetros de carga que lhe estão associados. Define-se e caracteriza-se os vários efeitos de 2ª ordem e ilustra-se a aplicação das disposições do EC3 relacionadas com a verificação de segurança de pórticos não contraventados, em relação a estados últimos que envolvem fenómenos de instabilidade no seu plano.

No Capítulo 3 é realizada uma revisão da literatura onde se aborda um conjunto de expressões analíticas que permitem determinar, aproximadamente, os valores das duas primeiras cargas de bifurcação de quatro famílias de pórticos de travessas inclinadas com 1 vão, correspondendo a (i) colunas com bases encastradas ou rotuladas e (ii) deslocamentos laterais do piso permitidos ou impedidos. Descreve-se e ilustra-se um método indirecto de amplificação de deslocamentos e esforços de modo a contabilizar os efeitos de 2ª ordem em pórticos de travessas inclinadas com 1 vão. Finalmente, descreve-se um estudo realizado à aplicação das fórmulas de interacção preconizadas pelo EC3 a elementos bi-encastrados sujeitos a flexão composta.

O Capítulo 4 diz respeito a pórticos de travessas inclinadas com 2 vãos com os deslocamentos laterais permitidos (não contraventados). Inicialmente, estuda-se o comportamento de estabilidade de várias famílias de pórticos, as quais deferem entre si (i) nas condições de apoio na base das colunas e (ii) no carregamento: identificam-se os modos de encurvadura relevantes e efectua-se um estudo paramétrico que visa analisar a variação das cargas de bifurcação com vários parâmetros geométricos. Em seguida aborda-se a necessidade e o modo de considerar os efeitos de 2ª ordem neste tipo de pórticos. Mostra-se que as disposições do EC3 relativas à verificação de segurança de pórticos planos (determinação dos valores de cálculo dos esforços) podem não ser adequadas para os pórticos de travessas inclinadas com dois vãos considerados nesta dissertação, facto que motivou a formulação de um novo método de amplificação de momentos, aplicável a este tipo de pórticos. Finalmente, realiza-se um novo estudo paramétrico, tendo em vista a avaliar a precisão do método proposto para estimar os momentos de 2ª ordem.

## CAPÍTULO 1

---

A estrutura do Capítulo 5 é idêntica à do Capítulo 4, sendo a única diferença o facto de se abordarem agora famílias de pórticos de travessas inclinadas com 3 vãos (em vez de 2).

Por último, apresentam-se no Capítulo 6 (i) as principais conclusões retiradas do trabalho realizado ao longo da elaboração desta dissertação e (ii) algumas sugestões para possíveis desenvolvimentos desse trabalho a realizar futuramente, os quais permitirão completar a informação obtida até agora.

Deve ainda referir-se que, em anexo, se apresentam os principais resultados de 2 estudos adicionais realizados no âmbito desta dissertação. O Anexo A1 inclui resultados relativos aos comportamentos de estabilidade e de 2ª ordem de pórticos travessas inclinadas com um vão e uma única água. Quanto ao Anexo A2, ele integra resultados obtidos relativamente ao dimensionamento de travessas utilizando as fórmulas de interação preconizadas pelo EC3.

# Capítulo 2

## 2 CONCEITOS FUNDAMENTAIS

### 2.1 Introdução

Apresentam-se neste capítulo, de forma necessariamente sucinta, conceitos fundamentais relativos a dois tópicos que serão abordados em detalhe ao longo desta dissertação: aos comportamentos de estabilidade e de 2ª ordem (geometricamente não linear) de pórticos planos.

No que respeita à organização do capítulo, começa-se por descrever e fundamentar os vários passos envolvidos na análise de estabilidade de pórticos planos, ilustrados por meio da sua aplicação a um pórtico de travessa horizontal (“pórtico ortogonal”). Em seguida, a abordagem dos efeitos de 2ª ordem inicia-se com a respectiva definição e caracterização, após o que se dão indicações sobre o modo de determinar esses efeitos, ilustrando-se ainda a abordagem preconizada pelo EC3-1-1 para verificar a segurança de pórticos não contraventados em relação a estados limites últimos que envolvem fenómenos de instabilidade no seu plano.

Por último, apresenta-se uma breve descrição do procedimento preconizado pelo EC3-1-1 para efectuar a verificação de segurança de barras isoladas sujeitas a flexão composta (isto é, esforços axiais de compressão e momentos flectores). Os conceitos envolvidos serão importantes para a interpretação dos resultados apresentados no Anexo A2 desta dissertação.

## 2.2 Análise de Estabilidade

### 2.2.1 Descrição

Nesta secção descrevem-se os procedimentos envolvidos na análise de estabilidade de pórticos (planos) no seu próprio plano. A descrição é ilustrada pela aplicação a um pórtico ortogonal (travessas horizontais) de um vão e submetido a esforços axiais actuantes nas colunas e travessas. É conveniente recordar que se admitem as seguintes hipóteses simplificativas:

- i. Indeformabilidade axial de todas as barras que constituem o pórtico.
- ii. Inexistência de barras tracionadas.
- iii. Barras com secção constante e submetidas a compressão uniforme.

Para efectuar uma análise de estabilidade é necessário começar por definir das características do pórtico, conforme se ilustra na Figura 2.1, o que envolve essencialmente três aspectos:

- i. A configuração geométrica.
- ii. O carregamento.
- iii. As ligações ao exterior.

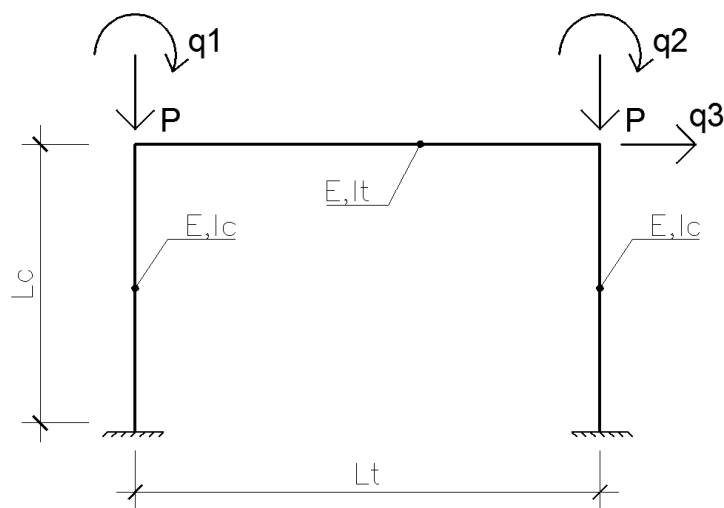


Figura 2.1 - Configuração geométrica e carregamento do pórtico ortogonal analisado



### 2.2.2 Cálculo de Cargas de Bifurcação e Determinação de Modos de Instabilidade

O método dos elementos finitos (MEF) é, seguramente, o método numérico mais utilizado na resolução de problemas de engenharia (Reis *et al.*, 2000). A sua aplicação à análise de estabilidade de pórticos planos envolve o estabelecimento da matriz de rigidez total exacta, escrita em termos dos seus deslocamentos nodais generalizados independentes (graus de liberdade). Esta matriz de rigidez tem necessariamente de incorporar a influência da presença de um esforço de compressão, o que pode ser conseguido, por exemplo, através das funções de estabilidade introduzidas por Livesley e Chandler em 1956 (Livesley *et al.*, 1956).

As cargas de bifurcação e os modos de instabilidade não são mais do que a solução do problema não linear de valores e vectores próprios que pode ser formulado com base na matriz de rigidez global do pórtico (Silvestre, 1996).

A Figura 2.2 mostra estão os graus de liberdade relativos a uma barra bi-encastada e a correspondente matriz de rigidez “exacta”, expressa em termos das funções de estabilidade  $\phi_i$  são definidas por:

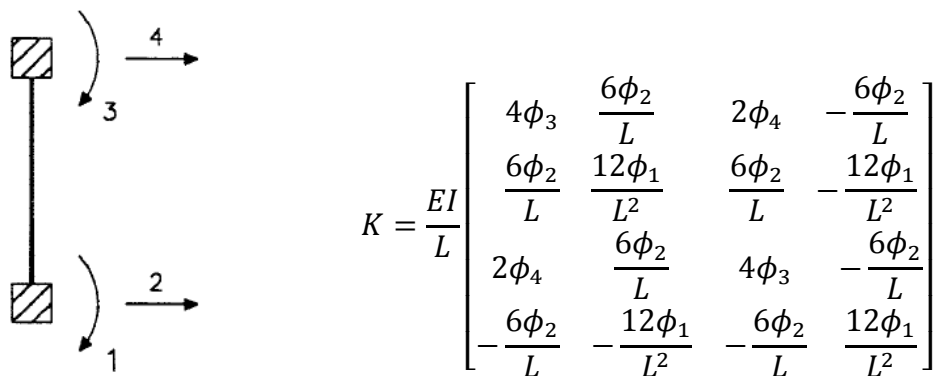


Figura 2.2 – Graus de Liberdade de uma Barra bi-encastada

As funções de estabilidade  $\phi_i$  são definidas por:

$$\phi_1 = \beta \phi_2 \cotg\beta \quad (2.1)$$

$$\phi_2 = \frac{\beta^2}{3(1-\beta \cotg\beta)} \quad (2.2)$$

$$\phi_3 = \frac{3}{4} \phi_2 + \frac{1}{4} \beta \cotg\beta \quad (2.3)$$

$$\phi_4 = \frac{3}{2} \phi_2 - \frac{1}{2} \beta \cotg\beta \quad (2.4)$$

Com,

$$\beta = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{N}{N_e}} \quad (2.5)$$

e

$N_e = \frac{\pi^2 EI}{L^2}$  é a carga de Euler da barra.

Depois de definida a matriz de rigidez global da estrutura, utilizando as técnicas tradicionais da análise de estruturas, é necessário resolver o problema de valores e vectores próprios definidos pela equação:

$$[K_{ij}(\lambda)] q_j = 0 \quad (2.6)$$

A correspondente equação característica,  $|K(\lambda)| = 0$ , é altamente não linear em  $\lambda$ , tal como está ilustrado na Figura 2.3, e, por consequência, a determinação da sua menor raiz tem de ser efectuada através de procedimentos pouco sistemáticos. As componentes do vector próprio,  $\{q\}^{cr}$ , representam os deslocamentos nodais associados ao modo de instabilidade crítico da estrutura reticulada (Reis *et al.*, 2000).

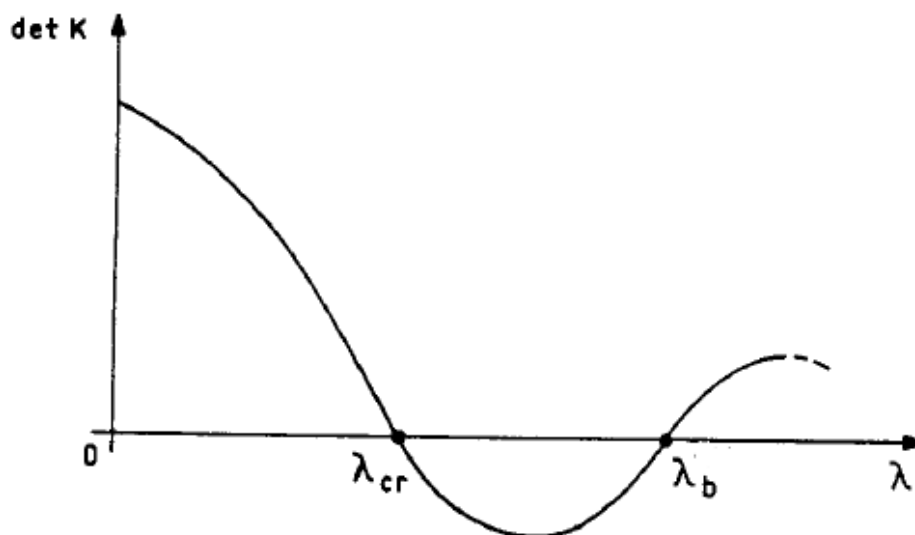


Figura 2.3 – Andamento da função  $\det K(\lambda)$  e localização das duas primeiras raízes

Nas 3 secções seguintes ilustra-se a aplicação da metodologia descrita ao pórtico representado na Figura 2.1, o qual se admite possuir as seguintes características: (i)  $I_c = I_t \equiv I$ , (ii)  $L_c = L$  e (iii)  $L_t = 1,5 L$ .

**2.2.2.1 Definição dos graus de liberdade e determinação da matriz de rigidez**

Utilizando a matriz de rigidez da barra bi-encastada (ver a Figura 2.2) e a relação entre os deslocamentos e os graus de liberdade definida na Figura 2.4, pode definir-se a matriz de rigidez global do pórtico:

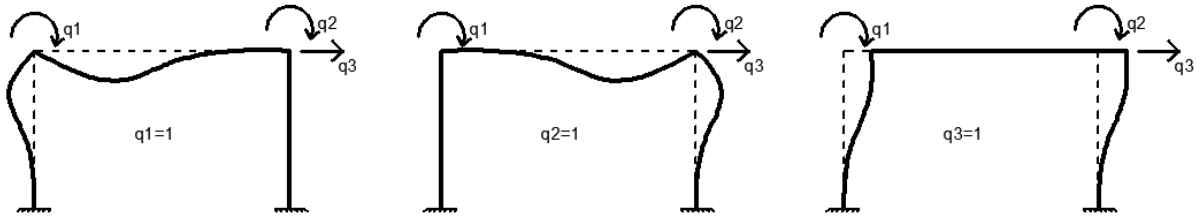


Figura 2.4 – Configurações deformadas correspondentes à imposição de um grau de liberdade unitário, estando todos os restantes totalmente restringidos

$$[K_{ij}^{ex}] = \frac{4EI}{L} \begin{bmatrix} \phi_3 + \frac{2}{3} & \frac{1}{3} & -\frac{3}{2L}\phi_2 \\ \frac{1}{3} & \phi_3 + \frac{2}{3} & -\frac{3}{2L}\phi_2 \\ -\frac{3}{2L}\phi_2 & -\frac{3}{2L}\phi_2 & \frac{3}{L^2}\phi_2 + \frac{3}{L^2}\phi_2 \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

**2.2.2.2 Determinação das cargas de bifurcação**

A resolução da Equação (2.6) conduz aos valores das cargas de bifurcação, correspondendo a menor delas à carga de bifurcação crítica,  $\lambda_{cr}$  (note-se que se admite  $\lambda \equiv P$ )

$$|K_{ij}^{ex}| = 0 \Leftrightarrow 4\phi_1(1 + \phi_3) - 3\phi_2^2 = 0 \Leftrightarrow F(\phi_i) = 0 \quad (2.8)$$

$$\begin{cases} \frac{P}{N_E} = 0,6 \Rightarrow F(\phi_i) = 0,7846 \\ \frac{P}{N_E} = 0,7 \Rightarrow F(\phi_i) = -0,3254 \end{cases} \quad (2.9)$$

$$\Rightarrow F(\phi_i) = 0 \Rightarrow \frac{P}{N_E} \approx 0,67 \quad (2.10)$$

Com,

$$N_e = \frac{\pi^2 EI}{L^2} \quad (2.11)$$

Então, tem-se que

$$P_{cr} \approx 0,67 N_E \approx 0,669 \frac{\pi^2 EI}{L^2} \approx 6,605 \frac{EI}{L^2} \quad (2.12)$$

2.2.2.3 Determinação dos modos de instabilidade relevantes

Determinando o vector próprio associado à carga de bifurcação crítica, obtém-se o correspondente modo de encurvadura (crítico) do pórtico:

$$\begin{cases} 1,424 q_1 + 0,333 q_2 - 1,326 \frac{q_3}{L} = 0 \\ 0,333 q_1 + 1,424 q_2 - 1,326 \frac{q_3}{L} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} q_1 = q_2 = q \\ \frac{q_3}{L} = 1,325 q \end{cases} \quad (2.13)$$

o qual corresponde aos valores dos deslocamentos generalizados

$$\theta_1 = \theta_2 = \theta \quad \text{e} \quad \Delta = 1,325 \theta L \quad (2.14)$$

e tem a configuração representada na Figura 2.5, caracterizada pela existência de deslocamentos laterais e rotações idênticas (modo anti-simétrico – MAS).

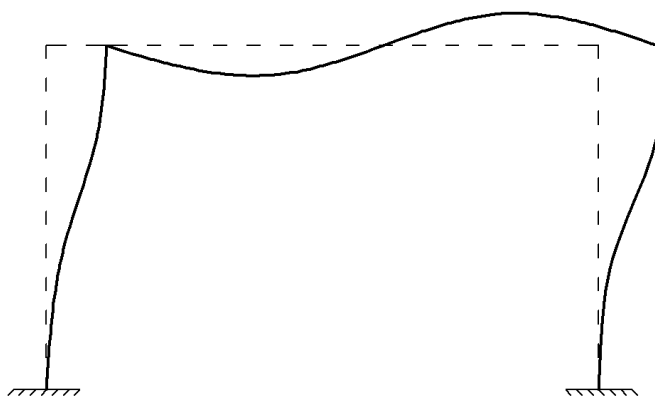


Figura 2.5 – Configuração do primeiro modo de instabilidade

2.2.3 Determinação automática das cargas de bifurcação

A determinação numérica (por meio do método dos elementos finitos – elementos finitos de barra) das cargas de bifurcação foi efectuada no programa SAP2000 (Computers and Structures, Inc., 2012), o qual efectua a análise de estabilidade através da resolução do problema de valores próprios:

$$[K_{ij} - \lambda G_{ij}] q_j = 0 \quad (2.14)$$

Onde (i)  $K_{ij}$  e  $G_{ij}$  são as matrizes de rigidez e geométrica aproximadas (baseadas em funções de forma cúbicas), (ii)  $\lambda$  são as cargas de bifurcação (valores próprios) e  $q_j$  definem os modos de instabilidade (vectores próprios). A equação característica é um polinómio de grau igual ao

número de graus de liberdade do pórtico e  $\lambda_{cr}$  (menor raiz da equação característica  $|K - \lambda G| = 0$ ) fornece um majorante da carga de bifurcação crítica do pórtico.

Quando se utiliza a matriz de rigidez aproximada, é necessário considerar mais do que um elemento finito (EF) por barra comprimida. Pode mostrar-se que a divisão de cada barra comprimida em três EFs permite garantir resultados bastante precisos (Reis e Camotim, 2000).

A Tabela 2.1, relativa ao pórtico da Figura 2.1, mostra a variação do majorante da carga de bifurcação crítica com o aumento da discretização das barras comprimidas. Observa-se que a diferença entre os valores obtidos com 3 e 5 EFs por barra comprimida é extremamente pequena (ambos os valores são praticamente exactos).

Tabela 2.1 – Carga critica obtida através do programa SAP2000

Número de elemento	Carga crítica elástica		
	Teórico	Sap2000	% Erro
1		6,665	+0,91%
3	6,605	6,609	+0,06%
5		6,606	+0,02%

## 2.3 Efeitos de 2ª Ordem

### 2.3.1 Definição, Caracterização e Determinação dos Efeitos de 2ª Ordem

Designa-se por análise de 2ª ordem de uma estrutura uma análise baseada em equações de equilíbrio estabelecidas na configuração deformada dessa estrutura e/ou adoptando relações cinemáticas (deformações-deslocamentos) não lineares.

Em estruturas reticuladas, nomeadamente em pórticos, os efeitos de 2ª ordem são essencialmente devidos à presença de esforços de compressão instalados nas barras que as constituem – esses efeitos são muitas vezes designados por “efeitos P-delta”. Estes efeitos geram deslocamentos adicionais no pórtico, os quais provocam variações nos diagramas de esforços (Silvestre, 1996).

Na literatura, é habitual distinguir entre dois tipos de efeitos P-delta, (i) efeitos P- $\delta$  e (ii) efeitos P- $\Delta$ . Estes dois tipos de efeitos de 2ª ordem estão ilustrados na Figura 2.6 e podem ser caracterizados como (Reis e Camotim, 2000):

- i. Os efeitos P- $\Delta$  estão relacionados com os deslocamentos relativos das extremidades das barras (rotações das cordas) e também designados “efeitos de 2ª ordem globais”. Correspondem a tomar para configuração deformada do pórtico a linha poligonal definida pelas cordas das várias barras (ver Figura 2.6 (b)). Estes efeitos de 2ª ordem são provocados pelas cargas verticais aplicadas, só existem em pórticos não contraventados e originam diagramas de momento flectores adicionais lineares.

- ii. Os efeitos P- $\delta$  estão relacionados com os deslocamentos das configurações deformadas de cada barra comprimida do pórtico em relação à posição da corda respectiva e também designados “efeitos de 2ª ordem locais” (ver Figura 2.6 (c)). Estes efeitos são provocados pelos esforços de compressão, existem tanto em pórticos contraventados como não contraventados e originam diagramas de momentos flectores adicionais não lineares.

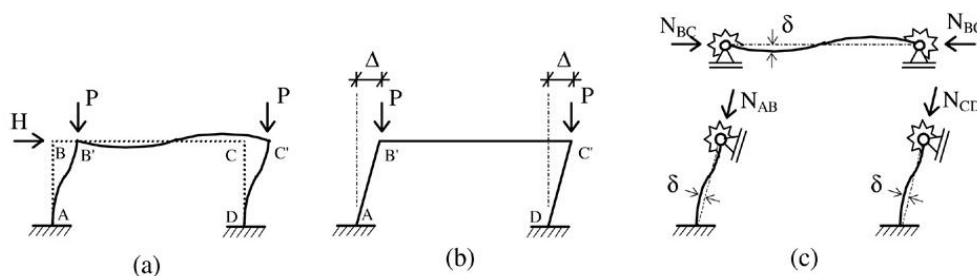


Figura 2.6 – Efeitos de 2ª ordem em pórticos.

(a) Configuração deformada (b) Efeitos P- $\Delta$  (c) Efeitos P- $\delta$

### 2.3.2 Tratamento dos Esforços de 2ª Ordem no EC3-1-1

Relativamente à contabilização dos efeitos de 2ª ordem no dimensionamento de pórticos, o EC3 estipula que os valores de cálculo dos esforços apenas devem incorporar os efeitos de 2ª ordem de tipo P- $\Delta$  – os efeitos P- $\delta$  são tomados em consideração nas equações de interacção a utilizar na verificação da segurança das barras comprimidas. Quanto à necessidade de incluir os efeitos P- $\Delta$  (apenas em pórticos não contraventados), o EC3 estipula que:

- i. Não é necessário considerar os efeitos P- $\Delta$  se  $\alpha_{cr} = F_{cr}/F_{Ed} \geq 10$ , onde  $F_{Ed}$  é o valor de cálculo do carregamento da estrutura e  $F_{cr}$  é o valor crítico do carregamento associado à instabilidade elástica num modo global com deslocamentos laterais.
- ii. É necessário considerar os efeitos P- $\Delta$  se  $\alpha_{cr} = F_{cr}/F_{Ed} \leq 10$ , *i.e.*, em pórticos “susceptíveis aos efeitos de 2ª ordem P- $\Delta$ ”).
- iii. Em pórticos de travessas inclinadas com declives pouco acentuados e em pórticos planos com vigas e colunas ortogonais, e desde que as travessas/vigas não estejam submetidas a compressões significativas, o valor de  $\alpha_{cr}$  pode ser calculado através da expressão aproximada (NP EN1993-1-1, 2010):

$$\alpha_{cr} = \left( \frac{H_{Ed}}{V_{Ed}} \right) \cdot \left( \frac{h}{\delta_{H,Ed}} \right) \quad (2.15)$$

onde  $H_{Ed}$  é o valor de cálculo da carga horizontal total,  $V_{Ed}$  é o valor de cálculo da carga vertical total transmitida pelo piso,  $\delta_{H,Ed}$  é o deslocamento horizontal no topo do piso, medido em relação à sua base, e  $h$  é a altura do piso.

Relativamente aos procedimentos para o cálculo dos esforços de 2ª ordem, o EC3 menciona que a determinação dos valores de cálculo dos esforços pode:

- i. Ser feito por meio de uma análise de 2ª ordem a qual incorpora diretamente os efeitos P-Δ.
- ii. Desde que se tenha  $\alpha_{cr} \geq 3$ , ser feito por meio de uma análise de 1ª ordem, sendo os efeitos P-Δ incorporados indirectamente através da amplificação dos efeitos de 1ª ordem associados aos deslocamentos laterais do pórtico (aqui designados por “efeitos sway”), por meio do factor de amplificação:

$$\frac{1}{1 - \frac{1}{\alpha_{cr}}} \quad (2.16)$$

A Figura 2.7 ilustra a decomposição da deformada e do diagrama de momentos flectores (de 1ª ordem) de um pórtico nas suas parcelas (i) “não sway” (não associados a deslocamentos laterais do pórtico) e (ii) “sway” (não associados aos deslocamentos laterais do pórtico).

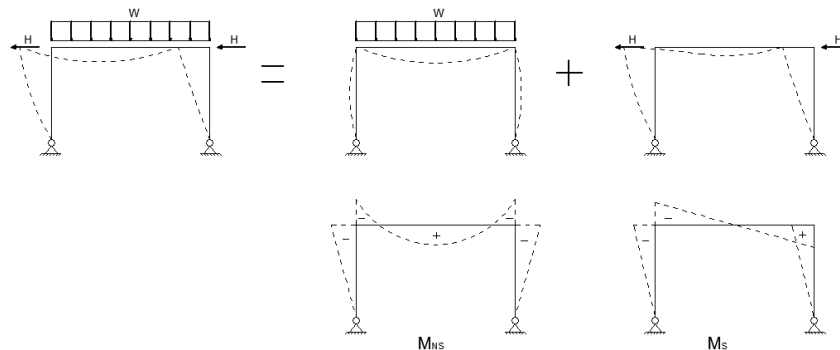


Figura 2.7 - Decomposição da configuração deformada e do digrama de momentos flectores (de 1ª ordem) de um pórtico nas sua parcelas (i) “não sway” (NS) e (ii) “sway” (S)

Os momentos de 2ª Ordem podem ser obtidos recorrendo à expressão:

$$M_{II} = M_{NS} + C_{AS} \cdot M_S \quad (2.17)$$

Onde

$$C_{AS} = \frac{1}{1 - \frac{1}{\alpha_{cr}}} \quad (2.18)$$

2.3.2.1 Exemplo Ilustrativo

Considera-se o pórtico plano rotulado na base representado na Figura 2.9, o qual possui uma geometria definida por  $L_c=5\text{m}$  e  $L_t=10\text{m}$ . Os perfis adoptados para as colunas e travessa foram IPE330 e IPE360, respectivamente – as suas inércias são  $I_c=11770\text{cm}^4$  e  $I_t=16270\text{cm}^4$ . O pórtico está submetido ao carregamento também ilustrado na Figura 2.9, com:

- i.  $w=26,1\text{ kN/m}$  e  $H=6,5\text{ kN}$  (para  $\alpha_{cr}=12$ )
- ii.  $w=78,4\text{ kN/m}$  e  $H=19,6\text{ kN}$  (para  $\alpha_{cr}=4$ )

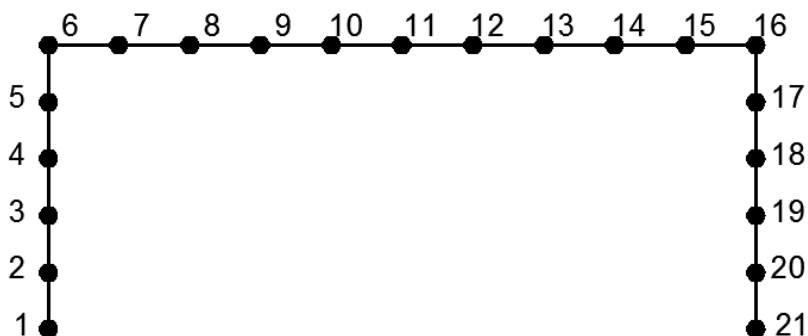


Figura 2.8 - Localização dos nós do pórtico

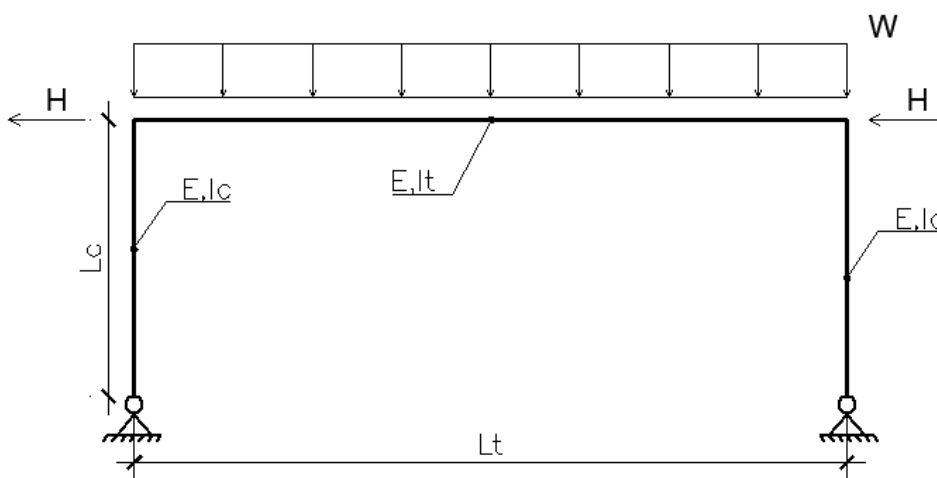


Figura 2.9 - Carregamentos do pórtico considerado

As

Tabela 2.2 e Tabela 2.3 mostram os valores dos momentos flectores nos nós, obtidos directa ou indirectamente (*i.e.*, a partir de análises de 2ª e 1ª ordem), para  $\alpha_{cr}=12$  e  $\alpha_{cr}=4$ , respectivamente – a Figura 2.8 mostra a localização dos nós correspondentes à discretização adoptada para o pórtico. Indicam-se os valores dos momentos de 1ª ordem ( $M^I$ ), das suas



parcelas “não sway” ( $M_{NS}$ ) e “sway” ( $M_S$ ) e ainda dos momentos de 2ª ordem exactos ( $M_{ex}^{II}$ ) e aproximados ( $M_{ap}^{II}$ ).

Tabela 2.2 - Valores de momentos flectores para  $\alpha_{cr}=12$

Nó	Esforços 1º ordem			Esforços 2º ordem		$M^I/M^{II}$	$M_{ap}^{II}/M_{ex}^{II}$
	$M^W$	$M^H$	$M^I$	$M_{ap}^{II}$	$M_{ex}^{II}$	Erro (%)	Erro (%)
<b>1</b>	<b>0,0</b>	<b>0,0</b>	<b>0,0</b>	<b>0,0</b>	<b>0,0</b>	<b>0,0%</b>	<b>0,0%</b>
2	29,7	6,5	36,2	36,8	37,6	-3,8%	-2,2%
3	59,3	13,1	72,4	73,6	75,0	-3,5%	-1,9%
4	89,0	19,6	108,6	110,3	112,0	-3,0%	-1,4%
5	118,6	26,1	144,7	147,1	148,3	-2,4%	-0,8%
<b>6</b>	<b>-148,3</b>	<b>-32,7</b>	<b>-180,9</b>	<b>-183,9</b>	<b>-183,8</b>	<b>-1,6%</b>	<b>0,0%</b>
7	-30,7	-26,1	-56,8	-59,2	-58,8	-3,4%	0,6%
8	60,8	-19,6	41,2	39,4	40,1	2,7%	-1,7%
9	126,1	-13,1	113,0	111,8	112,8	0,2%	-0,9%
10	165,3	-6,5	158,7	158,1	159,3	-0,4%	-0,7%
11	178,3	0,0	178,3	178,3	179,6	-0,7%	-0,7%
12	165,3	6,5	171,8	172,4	173,5	-1,0%	-0,7%
13	126,1	13,1	139,1	140,3	141,2	-1,5%	-0,6%
14	60,8	19,6	80,4	82,1	82,6	-2,8%	-0,6%
15	-30,7	26,1	-4,6	-2,2	-2,1	113,9%	2,6%
<b>16</b>	<b>-148,3</b>	<b>32,7</b>	<b>-115,6</b>	<b>-112,6</b>	<b>-113,0</b>	<b>2,3%</b>	<b>-0,3%</b>
17	-118,6	26,1	-92,5	-90,1	-91,1	1,5%	-1,1%
18	-89,0	19,6	-69,4	-67,6	-68,7	0,9%	-1,7%
19	-59,3	13,1	-46,2	-45,1	-46,0	0,5%	-2,1%
20	-29,7	6,5	-23,1	-22,5	-23,1	0,2%	-2,3%
<b>21</b>	<b>0,0</b>	<b>0,0</b>	<b>0,0</b>	<b>0,0</b>	<b>0,0</b>	<b>0,0%</b>	<b>0,0%</b>

Observa-se através da

Tabela 2.2 que a diferença entre os momentos flectores de 1ª e 2ª ordem não excede os 2,3%, diferença observada nos topos das colunas. Por outro lado, a aplicação do método de amplificação conduz a estimativas dos momentos flectores de 2ª ordem muito próximas dos valores exactos – o erro não excede 0,3% no topo das colunas.

Confirma-se assim que, para  $\alpha_{cr} = F_{cr}/F_{Ed} = 12 \geq 10$ , não é necessário considerar os efeitos P- $\Delta$ , pois as diferenças entre os momentos flectores de 1ª e 2ª ordem são reduzidas.

Tabela 2.3 - Valores de momentos flectores para  $\alpha_{cr}=4$ 

Nó	Esforços 1º ordem			Esforços 2º ordem		$M^I/M^{II}$	$M^{II}_{ap}/M^{II}_{ex}$
	$M^W$	$M^H$	$M^I$	$M^{II}_{ap}$	$M^{II}_{ex}$	Erro (%)	Erro (%)
<b>1</b>	<b>0,0</b>	<b>0,0</b>	<b>0,0</b>	<b>0,0</b>	<b>0,0</b>	<b>0,0%</b>	<b>0,0%</b>
2	89,0	19,6	108,6	115,1	123,0	-11,8%	-6,5%
3	177,9	39,2	217,1	230,2	244,0	-11,0%	-5,7%
4	266,9	58,8	325,7	345,3	360,9	-9,7%	-4,3%
5	355,9	78,4	434,2	460,4	471,6	-7,9%	-2,4%
<b>6</b>	<b>-444,8</b>	<b>-98,0</b>	<b>-542,8</b>	<b>-575,5</b>	<b>-574,4</b>	<b>-5,5%</b>	<b>0,2%</b>
7	-92,1	-78,4	-170,5	-196,6	-193,1	-11,7%	1,8%
8	182,3	-58,8	123,5	103,9	110,4	11,9%	-5,9%
9	378,2	-39,2	339,0	326,0	335,1	1,2%	-2,7%
10	495,8	-19,6	476,2	469,7	480,6	-0,9%	-2,3%
11	535,0	0,0	535,0	535,0	546,4	-2,1%	-2,1%
12	495,8	19,6	515,4	521,9	532,4	-3,2%	-2,0%
13	378,2	39,2	417,4	430,5	438,6	-4,8%	-1,8%
14	182,3	58,8	241,1	260,7	265,3	-9,1%	-1,7%
15	-92,1	78,4	-13,7	12,4	12,9	-206,4%	-3,4%
<b>16</b>	<b>-444,8</b>	<b>98,0</b>	<b>-346,8</b>	<b>-314,2</b>	<b>-318,0</b>	<b>9,1%</b>	<b>-1,2%</b>
17	-355,8	78,4	-277,5	-251,3	-260,2	6,6%	-3,4%
18	-266,9	58,8	-208,1	-188,5	-198,6	4,8%	-5,1%
19	-177,9	39,2	-138,7	-125,7	-134,1	3,5%	-6,3%
20	-89,0	19,6	-69,4	-62,8	-67,5	2,7%	-7,0%
<b>21</b>	<b>0,0</b>	<b>0,0</b>	<b>0,0</b>	<b>0,0</b>	<b>0,0</b>	<b>0,0%</b>	<b>0,0%</b>

Observa-se através da Tabela 2.3 que o erro entre os momentos flectores de 1ª e 2ª ordem pode atingir, em módulo, 9,1% nos topos das colunas. Por outro lado, a aplicação do método de amplificação conduz novamente a estimativas dos momentos flectores de 2ª ordem muito próximas dos valores exactos – o erro não excede 1,2% no topo das colunas.

Confirma-se assim que, para  $\alpha_{cr} = F_{cr}/F_{Ed} = 4,0 \leq 10$ , é necessário considerar os efeitos P- $\Delta$ , pois as diferenças entre os momentos flectores de 1ª e 2ª ordem são já significativas e não podem ser desprezadas.

### 2.3.3 Determinação Numérica dos Efeitos de 2ª Ordem (“Exactos”)

A determinação numérica dos efeitos de 2ª ordem é também efectuada através do método dos elementos finitos (de barra), recorrendo ao programa SAP2000 (Computers and Structures, Inc., 2012).

O SAP2000 contabiliza a não linearidade geométrica (efeitos P-delta) por meio de uma análise estática incremental (Computers and Structures, Inc., 2011) – como se admite que o esforço axial não varia significativamente, o que faz com que a matriz geométrica permaneça constante, não é necessário um procedimento iterativo (Teixeira, 2008).

## 2.4 Determinação dos Esforços de Cálculo e Verificação de Segurança das Barras sujeitas a Flexão Composta

O EC3 preconiza 3 métodos para efectuar a determinação dos valores de cálculo dos esforços no pórtico (análise) e verificação de segurança das suas barras sujeitas a flexão composta (esforços axiais e momentos flectores):

- i. **Método 1:** Análise global do pórtico com **todas as imperfeições** (geométricas e materiais) e contabilizando todos os **efeitos de 2ª ordem** (P-δ e P-Δ). Neste caso, a verificação de segurança das barras comprimidas e/ou flectidas envolve apenas a resistência da secção transversal.
- ii. **Método 2:** Análise global com **imperfeições globais** e contabilizando apenas os **efeitos de 2ª ordem globais** (P-Δ). Neste caso, a verificação de segurança das barras comprimidas e/ou flectidas envolve também os fenómenos de instabilidade, incluindo as imperfeições da barra e os efeitos de segunda ordem P-δ – utilizam-se comprimentos de encurvadura (no plano do pórtico) associados a modos de instabilidade sem deslocamentos laterais (“não sway”).
- iii. **Método 3:** Análise global de 1ª ordem e verificação da segurança das barras comprimidas e/ou flectidas envolvendo os fenómenos de instabilidade (incluindo as imperfeições da barra e os efeitos de segunda ordem P-δ) – utilizam-se **comprimentos de encurvadura apropriados**, baseados no conceito de coluna equivalente. Note-se que este método não é permitido no Anexo Nacional Português.

A cláusula 6.3.3.4 do EC3 estabelece as condições que as barras submetidas a flexão composta devem satisfazer para que a sua segurança seja verificada. As duas condições dependem de factores de interacção ( $k_{yy}$ ,  $k_{yz}$ ,  $k_{zy}$  e  $k_{zz}$ ), os quais podem ser obtidos através de dois métodos alternativos, o (Método 1 e Método 2) (Boissonnade *et al.*, 2006). No caso particular de barras (i) sujeitos apenas a flexão no seu próprio plano e (ii) de classe 1 ou 2, as expressões para a flexão composta preconizadas pelo Método 1 e Método 2 são:

$$\text{Método 1: } \frac{N_{sd}}{\chi_A \cdot f_y / \gamma_{M1}} + \frac{C_{m,1} \cdot M_{sd}}{\left( (1 - \chi \cdot N_{sd} / N_{cr}) \cdot k_1 \cdot W_{pl} \cdot f_y / \gamma_{M1} \right)} \leq 1 \quad (2.19)$$

$$\text{Método 2: } \frac{N_{sd}}{\chi_A \cdot f_y / \gamma_{M1}} + k_2 \cdot \frac{C_{m,2} \cdot M_{sd}}{W_{pl} \cdot f_y / \gamma_{M1}} \leq 1 \quad (2.20)$$

onde os coeficientes  $k_1$  e  $k_2$  são obtidos através das expressões

$$k_1 = 1 + (w - 1) \cdot \left( 2 - \frac{1.6}{w} \cdot C_{m,2}^2 \cdot (\bar{\lambda} + \bar{\lambda}^2) \right) \frac{N_{sd}}{\chi_A \cdot f_y / \gamma_{M1}} \geq \frac{w_{el}}{w_{pl}} ; w = \frac{w_{el}}{w_{pl}} \leq 1.5 \quad (2.21)$$

$$k_2 = 1 + \frac{N_{sd}}{\chi_{A, \bar{f}_y} / \gamma_{M1}} \min(\bar{\lambda} - 0.2 ; 0.8) \quad (2.22)$$

$$k_2 = 1 + \frac{N_{sd}}{\chi_{A, \bar{f}_y} / \gamma_{M1}} \min(2\bar{\lambda}_z - 0.6 ; 1.4) \quad (2.23)$$

Ambos os métodos foram desenvolvidos, calibrados e validados (experimentalmente e/ou numericamente) quase exclusivamente no contexto de barras isoladas simplesmente apoiadas e sujeitas a diversos tipos de carregamentos. Para além disso, existem relativamente poucos estudos relativos à aplicação dos métodos a outras situações, nomeadamente (i) barras isoladas com outras condições de apoio (não simplesmente apoiadas) ou (ii) barras integradas em estruturas, ainda são ainda bastante escassos (*e.g.*, Gonçalves e Camotim, 2004, 2005)

### 2.4.1 Coeficientes de momento uniforme equivalente

O comportamento e a resistência última das barras submetidas a flexão composta deverão ser bastante influenciados pela amplificação dos momentos flectores, devida à presença da compressão axial, a qual é traduzida pelos coeficientes de momento uniforme equivalente ( $C_{m,1}$  e  $C_{m,2}$ ) adoptados. As Tabelas 2.4 e 2.5 mostram as fórmulas utilizadas para calcular os coeficientes  $C_{m,1}$  e  $C_{m,2}$ , respectivamente.

Tabela 2.4 - Coeficientes de momento uniforme equivalente (Método 1)

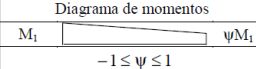
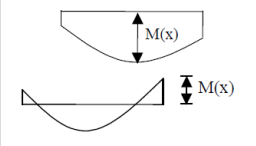
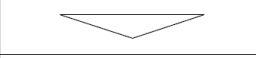


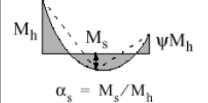
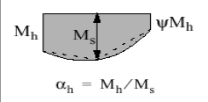
Diagrama de momentos	$C_{m,0}$
	$C_{m,0} = 0,79 + 0,21\psi_i + 0,36(\psi_i - 0,33) \frac{N_{Ed}}{N_{cr,i}}$
	$C_{m,0} = 1 + \left( \frac{\pi^2 EI_i  \delta_x }{L^2  M_{1,Ed}(x) } - 1 \right) \frac{N_{Ed}}{N_{cr,i}}$ <p><math>M_{1,Ed}(x)</math> valor máximo do momento <math>M_{y,Ed}</math> ou <math>M_{z,Ed}</math> correspondente a uma análise de primeira ordem</p> <p><math> \delta_x </math> flecha máxima ao longo do elemento</p>
	$C_{m,0} = 1 - 0,18 \frac{N_{Ed}}{N_{cr,i}}$
	$C_{m,0} = 1 + 0,03 \frac{N_{Ed}}{N_{cr,i}}$

Tabela 2.5 - Coeficientes de momento uniforme equivalente (Método 2)

Diagrama de momentos	Domínio de aplicação	$C_{m,y}$ e $C_{m,z}$ e $C_{m,\tau}$		
		Carga uniforme	Carga concentrada	
	-1 ≤ ψ ≤ 1	0,6 + 0,4ψ ≥ 0,4		
 <p><math>\alpha_s = M_s / M_h</math></p>	0 ≤ α <sub>s</sub> ≤ 1	-1 ≤ ψ ≤ 1	0,2 + 0,8α <sub>s</sub> ≥ 0,4	0,2 + 0,8α <sub>s</sub> ≥ 0,4
	-1 ≤ α <sub>s</sub> < 0	0 ≤ ψ ≤ 1	0,1 - 0,8α <sub>s</sub> ≥ 0,4	-0,8α <sub>s</sub> ≥ 0,4
		-1 ≤ ψ < 0	0,1(1-ψ) - 0,8α <sub>s</sub> ≥ 0,4	0,2(-ψ) - 0,8α <sub>s</sub> ≥ 0,4
 <p><math>\alpha_h = M_h / M_s</math></p>	0 ≤ α <sub>h</sub> ≤ 1	-1 ≤ ψ ≤ 1	0,95 + 0,05α <sub>h</sub>	0,90 + 0,10α <sub>h</sub>
		0 ≤ ψ ≤ 1	0,95 + 0,05α <sub>h</sub>	0,90 + 0,10α <sub>h</sub>
	-1 ≤ α <sub>h</sub> < 0	-1 ≤ ψ < 0	0,95 + 0,05α <sub>h</sub> (1+2ψ)	0,90 + 0,10α <sub>h</sub> (1+2ψ)

# Capítulo 3

## 3 REVISÃO DA LITERATURA

### 3.1 Introdução

Apresentam-se neste capítulo, de forma necessariamente sucinta, uma revisão bibliográfica relativa a dois tópicos que serão abordados em detalhe ao longo desta dissertação: ao comportamento de estabilidade e de 2ª ordem (geometricamente não linear) de pórticos de travessas inclinadas com 1 ou mais vãos.

No que respeita à organização do capítulo, começa-se se descrever o estudo realizado por Silvestre (1998) e Silvestre e Camotim (1999, 2000, 2007) a pórticos de travessas inclinadas com 1 vão. Este tipo de pórtico já foi bastante estudado, e como tal servirá de base para o estudo realizado ao longo desta tese para pórticos com 2 e 3 vãos. Serão descritos os modos de encurvadura relevantes neste tipo de pórticos assim como serão ilustradas expressões analíticas que permitem determinar aproximadamente os 2 primeiros modos de encurvadura, o modo anti-simétrico (**ASM**) e o modo simétrico (**SM**). Será ainda descrito e ilustrado um método indirecto de amplificação de deslocamentos e esforços de modo a contabilizar os efeitos de 2ª ordem.

Será ainda descrito o estudo realizado por Silvestre e Camotim (2000) a pórticos de travessas inclinadas com 2, 3 e 4 vãos. Serão descritos os modos de encurvadura relevantes neste tipo de pórticos e será estudada a validade das expressões analíticas desenvolvidas no contexto de pórticos de travessas inclinadas com 1 vão em pórticos de travessas inclinadas com vários vãos.

Por último será descrito o estudo realizado à aplicação das fórmulas de interacção preconizadas pelo EC3 a elementos sujeitos a flexão composta, para diferentes tipos de carregamentos e diferentes condições de apoio.

### 3.2 Pórticos de travessas inclinadas com um vão

Os pórticos de travessas inclinadas com um vão não contraventados foram sujeitos a um estudo realizado anteriormente por Silvestre (1998) e Silvestre e Camotim (1999, 2000, 2007), no qual foram abordados os comportamentos de (i) instabilidade (determinação de cargas de bifurcação e modos de instabilidade) e (ii) pós-encurvadura, em regime elástico, dos referidos pórticos – em particular, foi proposto um método aproximado, baseado no conceito de amplificação de efeitos, para determinar os deslocamentos e esforços (sobretudo momentos flectores) de 2ª ordem.

Nos 2 subcapítulos seguintes serão ilustradas fórmulas para a determinação aproximada das cargas de bifurcação associadas aos modos anti-simétrico (**ASM**) e simétrico (**SM**) para pórticos rotulados e encastrados na base, e ainda, um método de amplificação indirecto dos efeitos de 2ª ordem. As formulações obtidas por Silvestre (1998) e Silvestre e Camotim (1999, 2000, 2007) serão de elevada importância para alargar o domínio de aplicação, a pórticos de travessas inclinadas com dois e três vãos, que serão estudados exhaustivamente ao longo dos capítulos 4 e 5.

#### 3.2.1 Análise de Estabilidade

Os pórticos simétricos de travessas inclinadas não contraventados sujeitos a carregamentos axiais de compressão nas colunas ( $N_c$ ) e nas travessas ( $N_r$ ) são governados por 2 modos de encurvadura, o modo anti-simétrico (**ASM**) e o modo simétrico (**SM**). Observa-se na Figura 3.1 os modos de encurvadura associados aos modos **ASM** e **SM**:

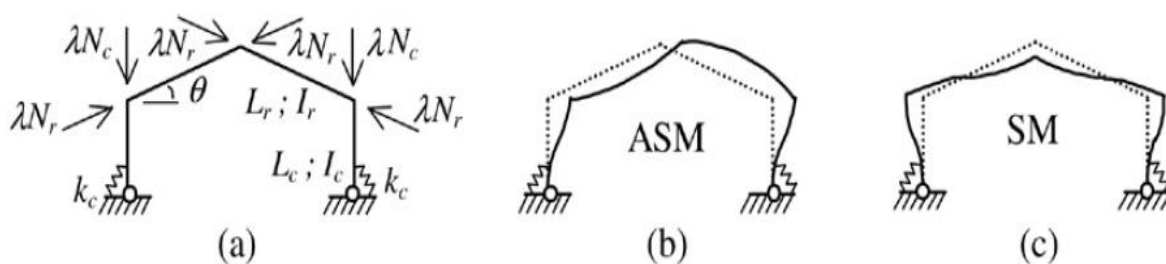


Figura 3.1 – Pórtico de travessas inclinadas (a) Geometria e carregamento, (b) modo anti-simétrico e (c) modo simétrico

Observa-se através da Figura 3.1 (b) e (c) que:

- i. O modo antissimétrico (**ASM**) é caracterizado pela existência de deslocamentos laterais com o mesmo sentido no topo das colunas.
- ii. O modo simétrico (**SM**) é caracterizado pela existência de deslocamentos laterais com sinais opostos no topo das colunas.
- iii. Ambos os modos de encurvadura apresentam deslocamentos laterais no topo das colunas.

De modo a evitar análises de estabilidade lineares para estimar o valor de  $\lambda_{AS}$  e  $\lambda_S$ , expressões analíticas foram desenvolvidas para pórticos de travessas inclinadas com ligações semi-rígidas na base. As cargas de bifurcação podem ser obtidas pelas seguintes expressões (Silvestre e Camotim, 2000):

$$\lambda = \left[ \left( \frac{N_c}{\rho_{c,0} N_{Ec}} \right)^C + \left( \frac{N_r}{\rho_{r,0} N_{Er}} \right)^C \right]^{-1/C} \quad (3.1)$$

$$C = \frac{1.2+1.6K}{1+K} \quad (3.2)$$

Onde  $\rho_{c,0}$  e  $\rho_{r,0}$  são fornecidos na Tabela 3.1.

Tabela 3.1 – Fórmulas para avaliar os parâmetros  $\rho_{c,0}$  e  $\rho_{r,0}$

	<b>Modo Antissimétrico - ASM</b>	<b>Modo Simétrico - SM</b>
$\rho_{c,0}$	$\frac{K \cdot (R + 3) + 3}{10R + 12 + K \cdot (4R + 3)}$	$\frac{4.8 + 12R \cdot (1 + R_H) + K \cdot (1 + 4.8R + 4.2RR_H)}{2.4 + 12R \cdot (1 + R_H) + 7R^2R_H^2 + K \cdot (2.4R + 2R^2R_H^2)}$
$\rho_{r,0}$	$\frac{4 + K \cdot (2R + 4)}{4 + K \cdot (R + 4)}$	$\frac{12R + 8.4RR_H + K \cdot (4R + 4.2RR_H + R^2R_H^2)}{12R + 4 + K \cdot (4R + 2)}$

Em que:

- i.  $N_{Ec}$  e  $N_{Er}$  são as cargas de Euler da coluna e da travessa, respectivamente.
- ii.  $N_c$  e  $N_r$  são os esforços de referência da coluna e da travessa, respectivamente.
- iii.  $R = L_r I_c / L_c I_r$ ,  $R_H = L_r \sin \theta / L_c$  e  $K = k_c L_c / EI_c$

### 3.2.2 Efeitos de 2ª Ordem

Foi desenvolvido por Silvestre (1998) e Silvestre e Camotim (1999, 2000,2007) um método indirecto de amplificação dos efeitos de 2ª ordem em pórticos de travessas inclinadas com 1 vão. O método de amplificação tem como objectivo estimar os deslocamentos laterais de 2ª ordem, os esforços internos elásticos e os momentos de 2ª ordem do pórtico. Este método envolve os seguintes passos:

- i. Determinação dos esforços axiais de 1ª ordem devidos apenas ao carregamento vertical.
- ii. Avaliação das cargas de bifurcação através das expressões:

$$F_{AS} = \lambda_{AS} \cdot F_{Ed} \quad \text{e} \quad F_{SS} = \lambda_{SS} \cdot F_{Ed}.$$

- iii. Identificação das componentes da configuração deformada de 1ª ordem, diagrama de momentos flectores, esforço transversal e esforço axial de 1ª ordem associadas a (iii1) aplicação da carga vertical ao pórtico com deslocamentos impedidos, (iii2) modo com deslocamentos laterais devido a aplicação das cargas verticais e (iii3) modo com deslocamentos laterais devido a aplicação das cargas horizontais. A Figura 3.2 ilustra a deformada de 1ª ordem e o diagrama de momentos de um pórtico de travessas inclinadas dividido nas suas componentes.
- iv. Determinação dos efeitos de 2ª ordem através das seguintes expressões:

$$d_{II} = d_{NS} + C_{SS} \cdot d_{SS} + C_{AS} \cdot d_{AS} \quad (3.3)$$

$$M_{II} = M_{NS} + C_{SS} \cdot M_{SS} + C_{AS} \cdot M_{AS} \quad (3.4)$$

$$V_{II} = V_{NS} + C_{SS} \cdot V_{SS} + C_{AS} \cdot V_{AS} \quad (3.5)$$

$$N_{II} = N_{NS} + N_{SS} + C_{AS} \cdot N_{AS} \quad (3.6)$$

Onde,

$$C_{SS} = \frac{1}{1 - V_{Ed}/V_b^{SS}}, \quad C_{AS} = \frac{1}{1 - V_{Ed}/V_b^{AS}}$$



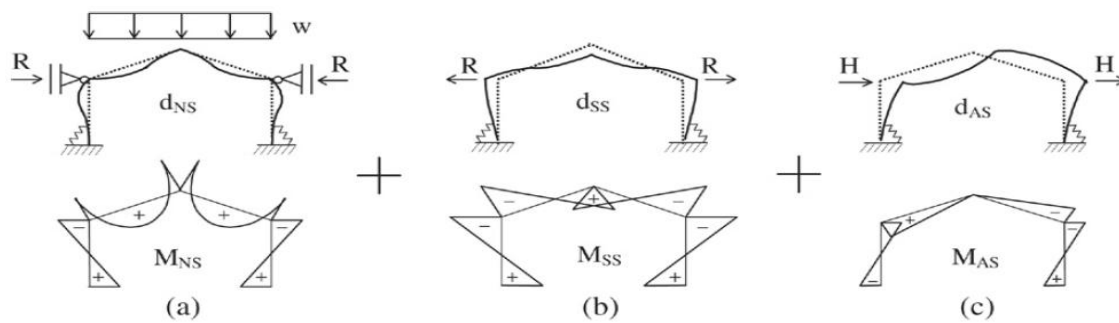


Figura 3.2 – Deformada de 1ª ordem e diagrama de momentos de um pórtico de travessas inclinadas dividido nas suas componentes: (a) Deslocamentos impedidos (NS), (b) Modo Simétrico (SS) e (c) modo antissimétrico (AS)

### 3.3 Pórticos de travessas inclinadas com vários vãos

A estabilidade e efeitos de 2ª ordem em pórticos de travessas inclinadas com mais de 1 vão foi estudada por Silvestre e Camotim (2000). No estudo realizado foram abordados (i) pórticos com 2,3 e 4 vãos (ver Figura 3.3) e com (ii) ligações rotuladas e encastradas na base.

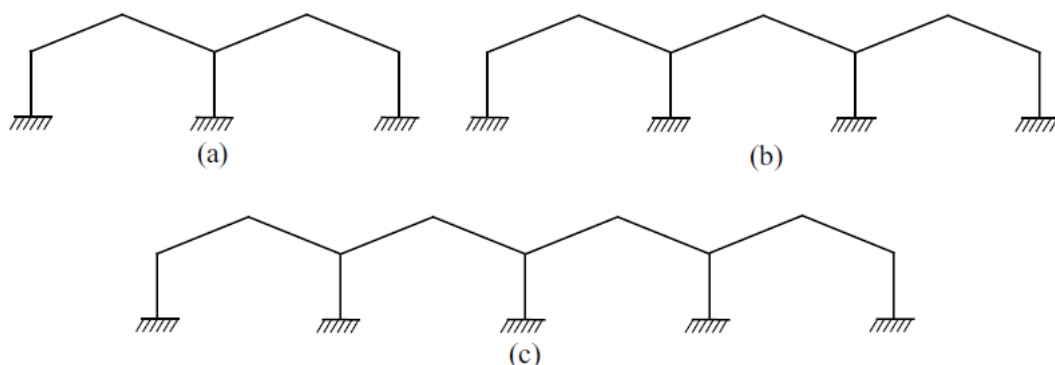


Figura 3.3 – Pórticos de travessas inclinadas com (a) 2 vãos, (b) 3 vãos e (c) 4 vãos

#### 3.3.1 Análise de Estabilidade

Do estudo realizado por Silvestre e Camotim (2000) relativamente às configurações dos modos de encurvadura relevantes foram obtidas as seguintes observações:

- i. A estabilidade de cada tipo de pórtico é condicionada por 2 possíveis modos críticos, (a) um modo anti-simétrico (ASM - Figura 3.4(a1) para 2 vãos) e outro (b1) simétrico, para um número ímpar de vãos (SM - Figura 3.4(b)) ou (b2) sem simetria, para um

número par de vãos, mas com uma configuração “quase simétrica” em cada vão considerado individualmente (“SM” - Figura 3.4(a2) e Figura 3.4(c)).

- ii. Em todas as configurações ASM, as colunas internas tem deslocamentos idênticos no topo das colunas, ligeiramente superiores aos das colunas exteriores.
- iii. Em pórticos com número ímpar de vãos (Figura 3.4(a2)-(c)), o modo “SM” é condicionado pela instabilidade da travessa do pórtico central. O deslocamento no topo das colunas diminui do centro para o exterior ( $\Delta_3 > \Delta_2 > \Delta_1$ ).
- iv. Em pórticos com número par de vãos (Figura 3.4(b)), o modo SM é condicionado pela instabilidade da travessa do pórtico central. O deslocamento no topo das colunas também diminui do centro para o exterior ( $\Delta_2 > \Delta_1$ ).

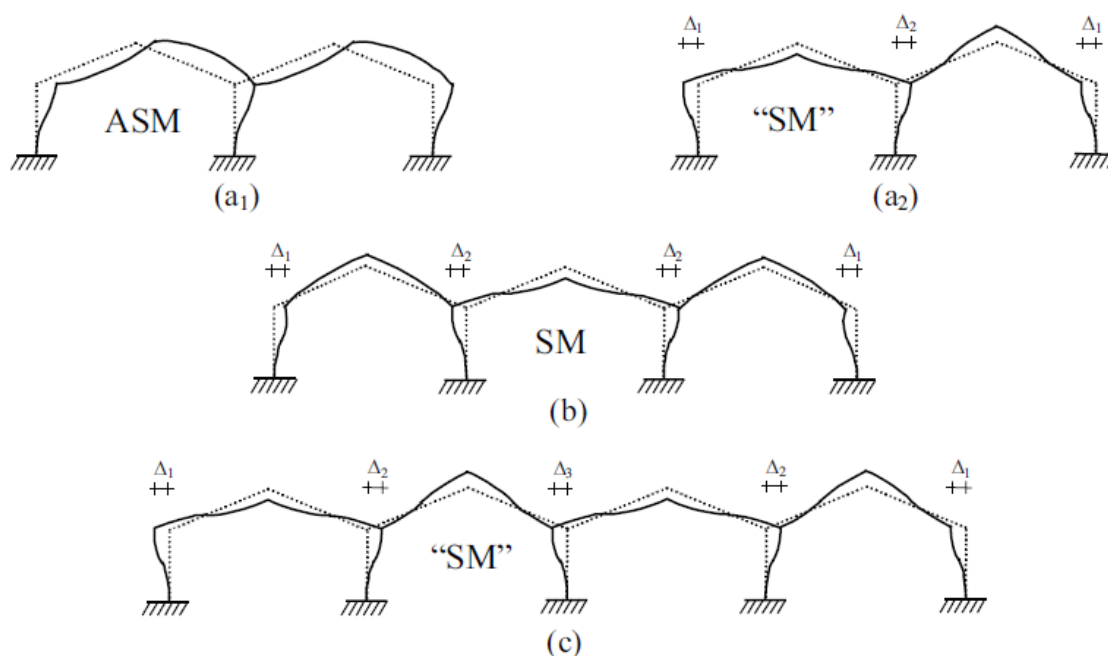


Figura 3.4 – Modos de Encurvadura de Pórticos de travessas inclinadas com vários vãos.  
 (a) 2 vãos: (a1) Modo ASM, (a2) Modo “SM”;  
 (b) 3 vãos: Modo SM; (c) 4 vãos: Modo “SM”

As expressões analíticas desenvolvidas por Silvestre (1998) e Silvestre e Camotim (1999, 2000,2007) no contexto de pórticos de travessas inclinadas com 1 vão, serão aplicadas, em ambos os casos, tanto aos modelos baseados nas colunas exteriores (ver Figura 3.5 (a<sub>1</sub>)-(b<sub>1</sub>)) como aos modelos baseados na coluna interior (ver Figura 3.5 (a<sub>2</sub>)-(b<sub>2</sub>)), adotando para estimativa o valor do parâmetro crítico mais baixo.

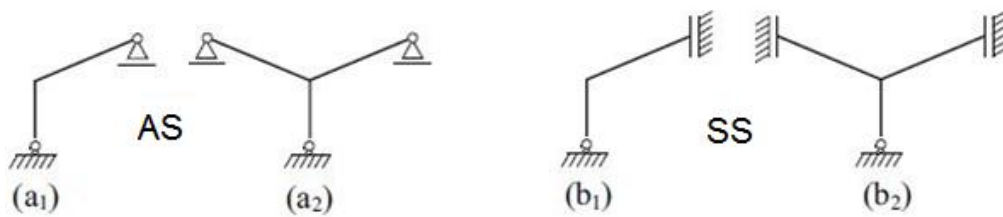


Figura 3.5 - Modelos estruturais para pórticos exteriores e interiores (AS e SS)

Do estudo paramétrico realizado por Silvestre e Camotim (2000) relativamente à aplicabilidade da formulação desenvolvida para pórticos com travessas inclinadas com 1 vão em pórticos de travessas inclinadas com vários vãos, foram obtidas as seguintes conclusões:

- i. As fórmulas analíticas apresentam uma precisão razoável e estimativas ligeiramente conservativas (não conservativas) para  $\lambda_{AS}$  ( $\lambda_S$ ).
- ii. O erro nunca excede os 12% e na grande maioria dos casos é inferior a 6%.

### 3.3.2 Efeitos de 2ª Ordem

Do estudo realizado por Silvestre e Camotim (2000) relativamente aos efeitos de 2ª ordem em pórticos com mais de 1 vão, observou-se que as componentes da configuração deformada de 1ª ordem eram bastante semelhantes às configurações dos modos de encurvadura dos pórticos com 3 vãos. Isto aplica-se a qualquer pórtico com número ímpar de vãos, uma vez que, (i) o modo SM e (ii) a deformada de 1ª ordem das componentes devido ao carregamento vertical apenas (ver Figura 3.2 (a)-(b)), serem simétricas. O mesmo já não se aplica a pórticos com um número par de vãos, uma vez que o modo “SM” não é simétrico.

Conclui-se assim que o método de amplificação desenvolvido por Silvestre (1998) no contexto de pórticos de travessas inclinadas com 1 vão apenas pode ser directamente aplicado a pórticos de travessas inclinadas com um número ímpar de vãos.

## 3.4 Método Simples para contabilizar os efeitos de 2ª ordem em Pórticos

Neste capítulo será ilustrado um método simples para contabilizar os efeitos de 2ª ordem em pórticos (NCCI, 2009). Este método caracteriza o pórtico em 2 categorias:

- Categoria A: Regular, simétrico e pórticos com uma água (ver Figura 3.6).
- Categoria B: Pórticos que não se incluam na Categoria A.

A Figura 3.6 ilustra alguns exemplos de pórticos inseridos na Categoria A:

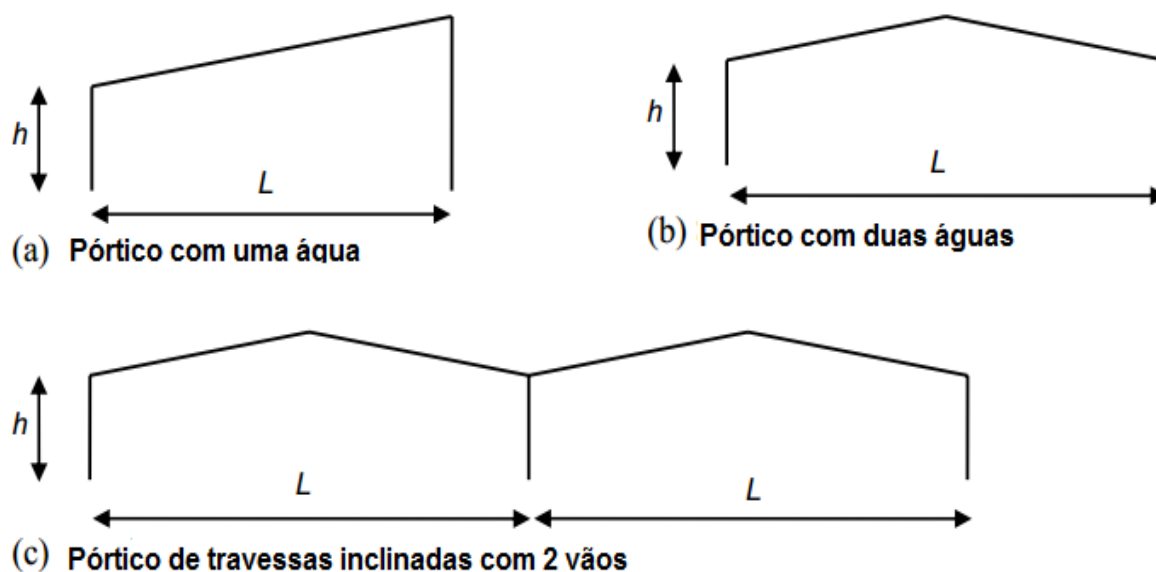


Figura 3.6 – Exemplos de pórticos de categoria A

Este método é válido se as duas condições seguintes forem satisfeitas:

- i. Pórticos em que  $\frac{L}{h} \leq 8$
- ii. Pórticos com  $\alpha_{cr} \geq 3$

Onde,

L é o vão do Pórtico (ver Figura 3.6).

H é a altura da menor coluna do pórtico (ver Figura 3.6).

$\alpha_{cr}$  é o parâmetro crítico de encurvadura.

O factor de amplificação a usar para contabilizar os efeitos de 2ª ordem depende da categoria em que o pórtico se insere:

- Categoria A:  $\left(\frac{1}{1-1/\alpha_{cr}}\right)$ .
- Categoria B:  $\left(\frac{1,1}{1-1/\alpha_{cr}}\right)$ .

**3.4.1 Estimativa de  $\alpha_{cr}$**

A estimativa do parâmetro crítico de encurvadura,  $\alpha_{cr}$ , depende da geometria do pórtico. Para pórticos de travessas inclinadas com uma água (ver Figura 3.6 a)) o parâmetro crítico de encurvadura pode ser estimado pela seguinte expressão:

$$\alpha_{cr,est} = \alpha_{cr,s,est} \tag{3.7}$$

Para pórticos de travessas inclinadas com uma água (ver Figura 3.6 b) e c)) o parâmetro crítico de encurvadura deverá ser estimado pela seguinte expressão:

$$\alpha_{cr,est} = \min(\alpha_{cr,s,est}; \alpha_{cr,r,est}) \tag{3.8}$$

Em que,

$\alpha_{cr,s,est}$  é a estimativa do  $\alpha_{cr}$  para o modo de encurvadura com deslocamentos laterais.

$\alpha_{cr,r,est}$  é a estimativa do  $\alpha_{cr}$  para o modo de encurvadura associado ao efeito de “snap-through”.

**Modo de encurvadura com deslocamentos laterais**

Os parâmetros necessários para o cálculo de  $\alpha_{cr,s,est}$  estão ilustrados na Figura 3.7.

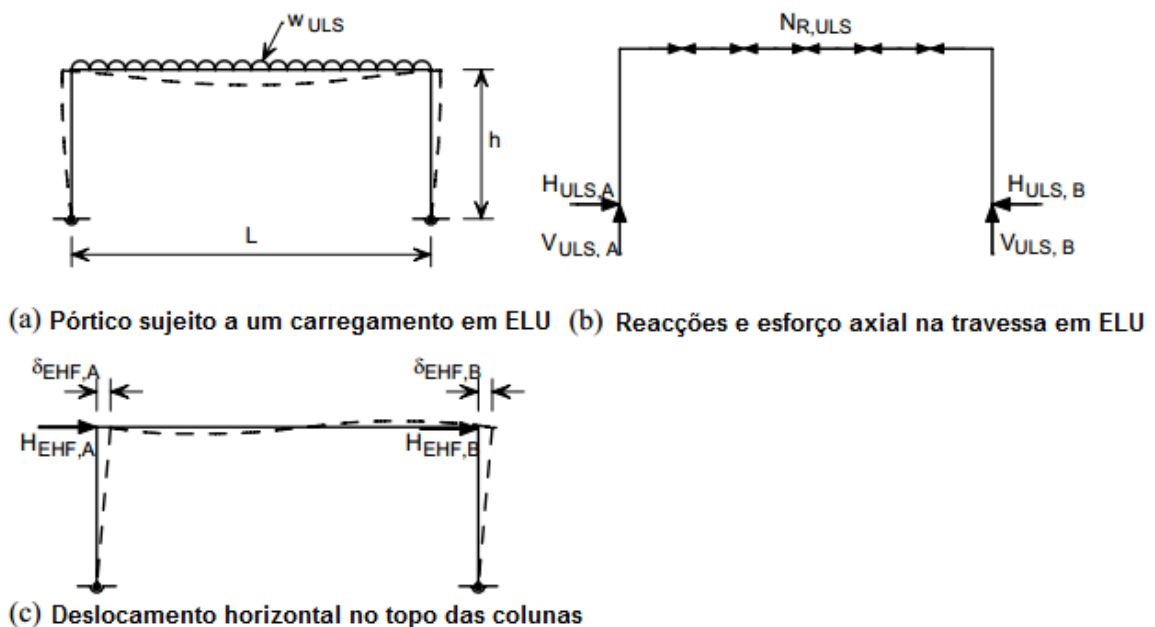


Figura 3.7 – Parâmetros necessários para estimar o valor de  $\alpha_{cr}$

A estimativa do  $\alpha_{cr}$  pode ser obtido através da seguinte expressão:

$$\alpha_{cr,s,est} = 0,8 \left\{ 1 - \left( \frac{N_{R,ULS}}{N_{R,cr}} \right)_{max} \right\} \left\{ \left( \frac{h_i}{V_{ULS,i}} \right) \left( \frac{H_{EHF,i}}{\delta_{EHF,i}} \right) \right\}_{min} \quad (3.9)$$

Onde,

$\left( \frac{N_{R,ULS}}{N_{R,cr}} \right)_{max}$  é o máximo rácio em qualquer travessa,

$N_{R,ULS}$  é a força axial na travessa

$N_{R,cr} = \frac{\pi^2 E I_r}{L^2}$  é a carga de EULER da travessa

$I_r$  é a Inércia da Travessa

$\delta_{EHF,i}$  é o deslocamento horizontal no topo da coluna

$\left\{ \left( \frac{h_i}{V_{ULS,i}} \right) \left( \frac{H_{EHF,i}}{\delta_{EHF,i}} \right) \right\}_{min}$  é o mínimo valor para as colunas 1 a n (em que n é o número de colunas)

### **Modo de encurvadura associado ao efeito de “snap-through”**

Para pórticos com inclinações inferiores a 1:2 (26°), a estimativa do  $\alpha_{cr}$  pode ser obtido através da seguinte expressão:

$$\alpha_{cr,r,est} = \left( \frac{D}{L} \right) \left( \frac{55,7 (4+L/h)}{\Omega-1} \right) \left( \frac{I_c + I_r}{I_r} \right) \left( \frac{275}{f_{yr}} \right) (\tan 2\theta_r) \quad (3.10)$$

Onde,

D é a altura da secção da travessa

L é o comprimento do vão

H é a altura média da coluna

$I_c$  é a Inércia da coluna

$I_r$  é a Inércia da travessa

$f_{yr}$  é a tensão de cedência da travessa

$\theta_r$  é o ângulo que a travessa faz com a horizontal

$\Omega$  é a relação entre  $W_r/W_0$

### 3.5 Verificação de elementos sujeitos a flexão composta

#### 3.5.1 Viga Encastrada

A Figura 3.8 mostra a viga analisada sujeita a esforços de flexão (carga concentrada  $Q$  a meio vão) e esforços axiais (carga concentrada  $N$ ). Esta viga foi analisada no âmbito de um estudo relativo à aplicação das fórmulas de interacção a elementos metálicos sujeitos a diversos carregamentos e para diferentes condições de apoio.

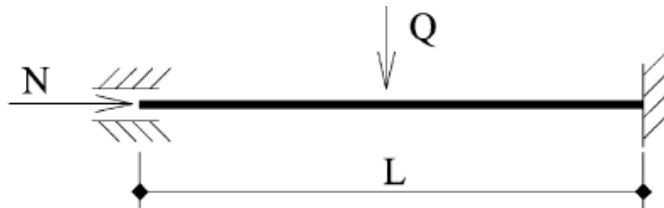


Figura 3.8 – Viga Encastrada sujeita a uma carga concentrada a meio vão

A Figura 3.9 ilustra os valores de  $C_{m,S}$  (i) prescritos pelas fórmulas do método 1 e método 2 e (ii) fornecidos por uma expressão proposta, que pode ser vista como “exacta”. Observa-se que os valores exactos são (i) claramente subestimados pelos valores obtidos pelo método 2 e (ii) levemente subestimados ou sobrestimados pelos valores obtidos pelo método 1, dependendo se a relação  $N_{sd}/N_{cr}$  é menor ou maior que 0,5. Subestimar os valores de  $C_m$  ir levar a uma estimativa da resistência da secção que não está do lado da segurança (Gonçalves e Camotim, 2004).

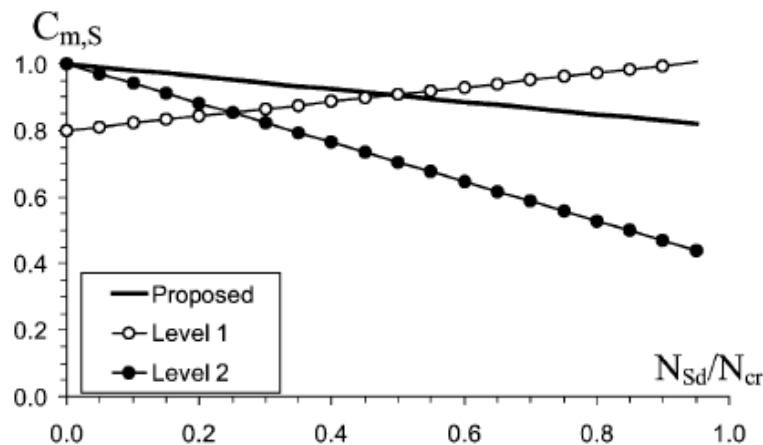


Figura 3.9 – Valores de  $C_{m,S}$  para uma viga Encastrada

A Figura 3.10 ilustra a comparação entre os resultados obtidos através de uma análise por elementos finitos e os resultados recorrendo à formulação dos métodos 1 e 2, utilizando os valores de  $C_{m,U}$  e  $C_{m,S}$  prescritos ou os valores propostos. Observa-se que utilizando a formulação proposta (i) elimina-se todas as estimativas que não estavam do lado da segurança, e (ii) aproxima as estimativas relativas ao método 1 e 2 (Gonçalves e Camotim, 2004).

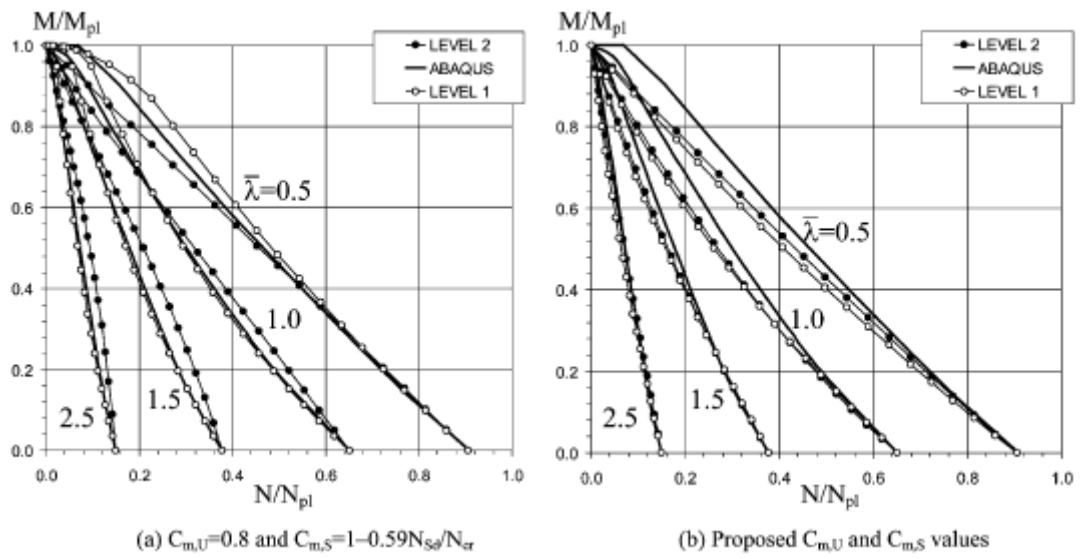


Figura 3.10 – Verificação de segurança de uma viga encastrada



# Dissertação II

## Capítulo 4

### 4 PÓRTICO DE TRAVESSAS INCLINADAS COM 2 VÃOS

#### 4.1 Introdução

Neste capítulo, começa-se por estudar a estabilidade linear, no seu próprio plano, de pórticos planos de travessas inclinadas com 2 vãos e sem contraventamentos laterais – nomeadamente, (i) identificam-se os modos de instabilidade relevantes e (ii) determinam-se os valores dos parâmetros de carga que lhe estão associados. Consideram-se pórticos com as quatro combinações de condições de apoio e de carregamentos verticais: pórticos (i) com as bases das colunas rotuladas ou encastradas e (ii) sujeitos a uma carga vertical uniformemente distribuída nos dois vão ou apenas num deles. Assim, os pórticos analisados podem ser agrupados nas 4 famílias indicadas na Tabela 4.1 e designadas por pórticos (i) **PR2** (bases rotuladas e carga nos dois vãos), (ii) **PR1** (bases rotuladas e carga num vão), (iii) **PE2** (bases encastradas e carga nos dois vãos) e (iv) **PE1** (bases encastradas e carga num vão).

Em seguida, abordam-se os efeitos de 2ª ordem (do tipo P- $\Delta$ ) nas famílias de pórticos referidas no parágrafo anterior, com o objectivo de investigar a aplicabilidade e/ou o domínio de validade das disposições do EC3 relativas à necessidade de consideração e/ou à contabilização destes efeitos.

É importante recordar que se adoptam as seguintes hipóteses simplificativas no âmbito deste estudo:

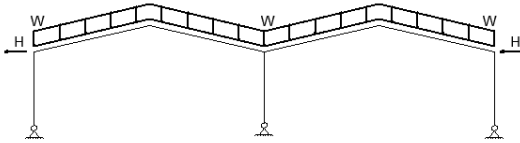
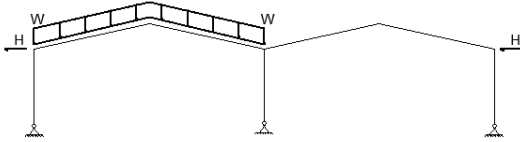
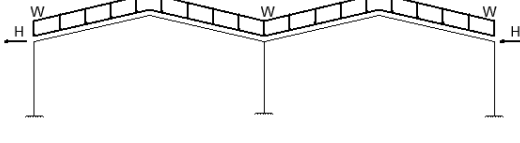
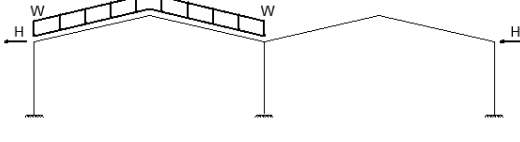
- i. Pórticos com configurações simétricas.
- ii. Indeformabilidade axial de todas as barras que constituem os pórticos.
- iii. Inexistência de barras traccionadas
- iv. Barras com secção constante.

No que respeita à organização do capítulo, começa-se por descrever detalhadamente e fundamentar os vários passos envolvidos na análise linear de estabilidade dos pórticos **PR2**. Em seguida, apresentam-se, de forma sucinta, os principais resultados relativos às restantes famílias de pórticos analisadas. Posteriormente, aborda-se o comportamento geometricamente não linear dos pórticos referidos.

Após apresentar um exemplo numérico onde se ilustra a possível relevância dos efeitos de 2ª ordem (para o caso de um pórtico **PE1**), estuda-se detalhadamente o comportamento não linear dos pórticos **PR2**, começando-se por abordar (i) a necessidade de consideração dos efeitos  $P-\Delta$  e (ii) a sua eventual contabilização através do método de amplificação (dos efeitos de 1ª ordem) proposto no EC3 e aqui designado por MAM. Em seguida, e em virtude de se constatar que este método de amplificação não fornece estimativas precisas dos momentos flectores de 2ª ordem, propõe-se um novo método de amplificação, desenvolvido com base na observação das características (i) da configuração deformada do pórtico (de 1ª ordem) e (ii) das configurações dos modos de instabilidade relevantes do pórtico (sob a acção do carregamento considerado). Finalmente, a eficácia do método de amplificação proposto é avaliada através da comparação das estimativas por eles fornecidas com resultados numéricos “exactos”, obtidos por meio de análises geometricamente não lineares (de 2ª ordem) rigorosas (elementos finitos de barra), efectuadas com o programa de cálculo SAP2000 (Computers and Structures, Inc., 2012).

Finalmente, a metodologia descrita no parágrafo anterior é também aplicada às três restantes famílias de pórticos, sendo os resultados apresentados de forma mais sucinta (mas seguindo a mesma sequência adoptada para a apresentação detalhada dos pórticos **PR2**).

Tabela 4.1 - Famílias de pórticos com 2 vãos analisadas

Designação	Família de Pórticos
Pórtico PR2	
Pórtico PR1	
Pórtico PE2	
Pórtico PE1	

## 4.2 Análise de Estabilidade

### 4.2.1 Caracterização da Geometria, Carregamento e Condições de Apoio

A caracterização de cada pórtico envolve os três aspectos seguintes:

- i. Configuração geométrica;
- ii. Carregamento actuante;
- iii. Apoios das bases das colunas.

Conforme se referiu atrás, neste capítulo estudam-se pórticos com 2 vãos, com a configuração geométrica representada na Figura 4.1. Esta configuração fica perfeitamente definida se forem conhecidos (i) os comprimentos e as inércias das colunas e travessas, cujos valores se designam por  $L_c$ ,  $L_t$ ,  $I_c$ ,  $I_t$ , respectivamente, e (ii) o ângulo que estas últimas fazem com a horizontal, designado por  $\alpha$ . Note-se que, devido ao facto de não se considerarem as deformações axiais das barras do pórtico, não é necessário fornecer qualquer indicação relativamente às suas áreas.

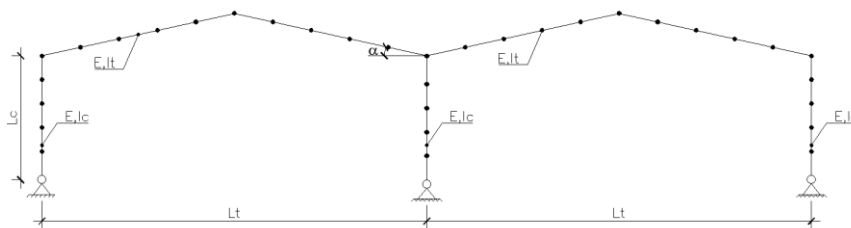


Figura 4.1 – Configuração geométrica dos pórticos de 2 vãos analisados (pórticos PR1 e PR2)

Efectuaram-se análises lineares de estabilidade dos pórticos, com o objectivo de (i) determinar as respectivas cargas de bifurcação relevantes (sempre associadas a modos de instabilidade que envolvem deslocamentos laterais ao nível do piso do pórtico) e (ii) caracterizar as configurações deformadas dos correspondentes modos de instabilidade.

É conveniente utilizar parâmetros adimensionais para definir a geometria e o carregamento dos pórticos, em função dos quais se apresentam posteriormente os resultados das análises de estabilidade efectuadas. Neste trabalho, adoptam-se os parâmetros

$$R_I = \frac{I_t}{I_c} \quad (4.1)$$

$$R_L = \frac{L_t}{L_c} \quad (4.2)$$

$$\gamma = \frac{N_t}{N_c} \quad (4.3)$$

cujos valores traduzem as relações que existem entre as inércias, os comprimentos e os esforços axiais das colunas e das travessas.

## 4.2.2 Pórticos Rotulados Carregados nos Dois Vãos (PR2)

### 4.2.2.1 Configuração dos Modos de Instabilidade Relevantes

As Figura 4.2 a Figura 4.4 mostram as configurações dos três modos de instabilidade/encurvadura que, simultaneamente, (i) envolvem deslocamentos laterais dos topos das colunas e (ii) são relevantes para a análise do comportamento não linear dos pórticos PR2. Estes modos têm as seguintes características e designações (adoptadas neste trabalho):

- i. O modo de instabilidade representado na Figura 4.2 tem uma configuração anti-simétrica e designa-se por “modo **AS**” (“*Anti-symmetric Sway*” em língua inglesa). Este modo está associado a deslocamentos laterais do topo das colunas todos com o mesmo valor e sentido.
- ii. O modo de instabilidade representado na Figura 4.3 tem uma configuração “anti-simétrica por vão” e designa-se por “modo **ABS**” (“*Anti-symmetric Bay Sway*” em língua inglesa). Este modo está associado a deslocamentos laterais no topo das colunas provocados pelo “afundamento” de um vão e a “elevação” do outro vão. Deste modo, as duas colunas exteriores deslocam-se “para dentro” e “para fora” do pórtico, respectivamente, sendo a deformação da coluna central compatível com as outras duas.
- iii. O modo de instabilidade representado na Figura 4.4 tem uma configuração simétrica e designa-se por “modo **SS**” (“*Symmetric Sway*” em língua inglesa). Este modo está associado a deslocamentos laterais no topo das colunas exteriores “para fora” (ou “para dentro, se o sinal for mudado), situação que corresponde a uma coluna central indeformada.

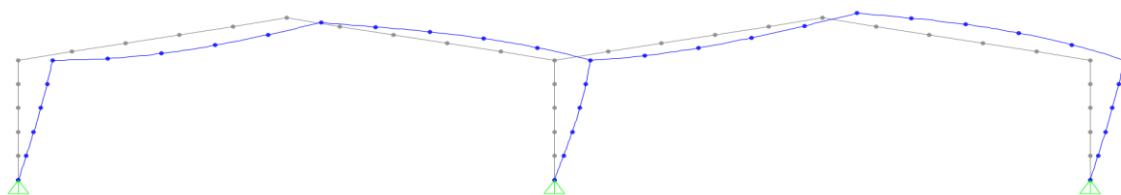


Figura 4.2 - Modo de instabilidade anti-simétrico – **AS**

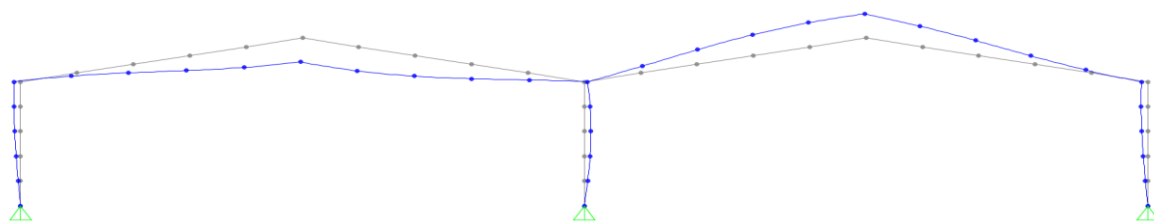


Figura 4.3 - Modo de instabilidade “anti-simétrico por vão” – **ABS**

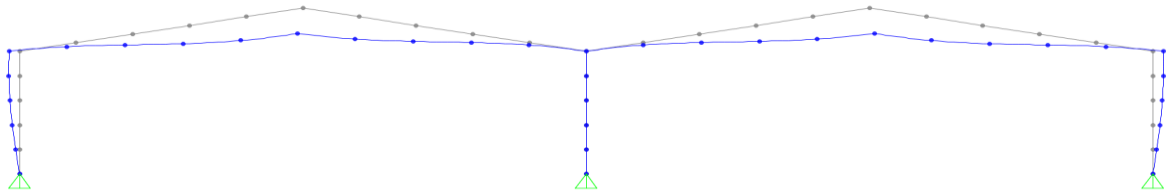


Figura 4.4 - Modo de instabilidade simétrico – SS

#### 4.2.2.2 Variação das Cargas de Bifurcação com os Parâmetros $R_I$ , $R_L$ e o ângulo $\alpha$

Apresenta-se de seguida um breve estudo paramétrico, cujo objectivo consiste em ilustrar a variação dos valores das cargas de bifurcação, associados aos três modos de instabilidade referidos, com os parâmetros geométricos do pórtico:  $R_I$ ,  $R_L$  e o ângulo  $\alpha$ .

É importante referir que, nos estudos paramétricos realizados, os pórticos analisados foram seleccionados de modo a garantir que o valor da carga de bifurcação crítica (a mais baixa, quase sempre associada ao modo **AS**) tivesse o valor 4.0. Por essa razão, as curvas dos gráficos relativas às correspondentes cargas de bifurcação críticas são sempre segmentos de recta horizontais.

As Figura 4.5 a Figura 4.7 mostram a variação das três cargas de bifurcação respectivamente com o parâmetro  $R_L$ , o parâmetro  $R_I$  e o ângulo  $\alpha$ . A observação destas figuras permite concluir que:

- i. Os valores das cargas de bifurcação associadas aos dois modos não críticos diminuem com  $R_L$  (pórticos com as colunas progressivamente mais rígidas que as travessas).
- ii. Quando  $R_L$  aumenta as diferenças entre os valores das cargas de bifurcação relativas a dois modos de instabilidade consecutivos diminui.
- iii. O valor da carga de bifurcação associada ao modo **SS** aumenta ligeiramente com  $R_I$  (pórticos com as colunas progressivamente menos rígidas que as travessas).
- iv. O valor da carga de bifurcação associada ao modo **ABS** (i) diminui ligeiramente com  $R_I$  e (ii) aumenta linearmente com o valor do ângulo  $\alpha$ .
- v. O valor da carga de bifurcação associada ao modo **SS** aumenta com o valor de  $\alpha$  até  $\alpha=12,5^\circ$ , valor após o qual essa carga de bifurcação passa a diminuir com  $\alpha$ .
- vi. Para  $\alpha>17,5^\circ$ , a carga de bifurcação associada ao modo **ABS** passa a ser inferior à sua congénere relativa ao modo **SS**.

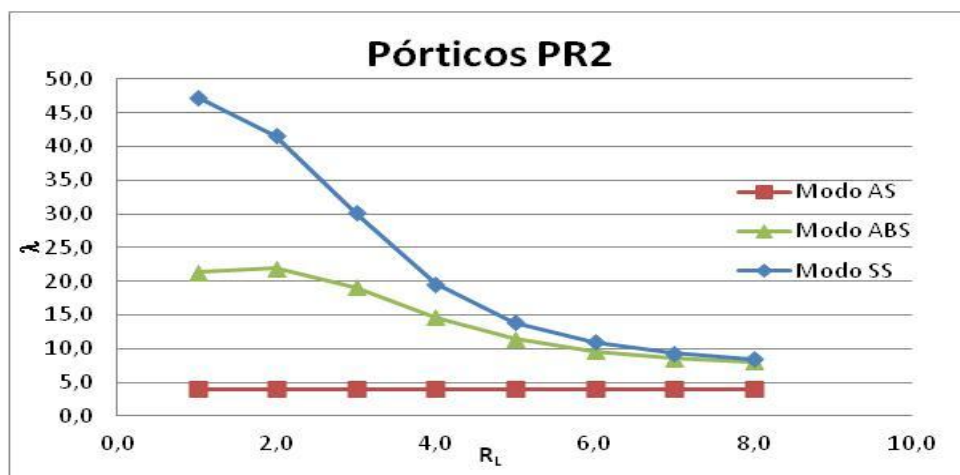


Figura 4.5 - Variação das cargas de bifurcação com  $R_L$  ( $\alpha=10^\circ$ ,  $R_I=1$ )

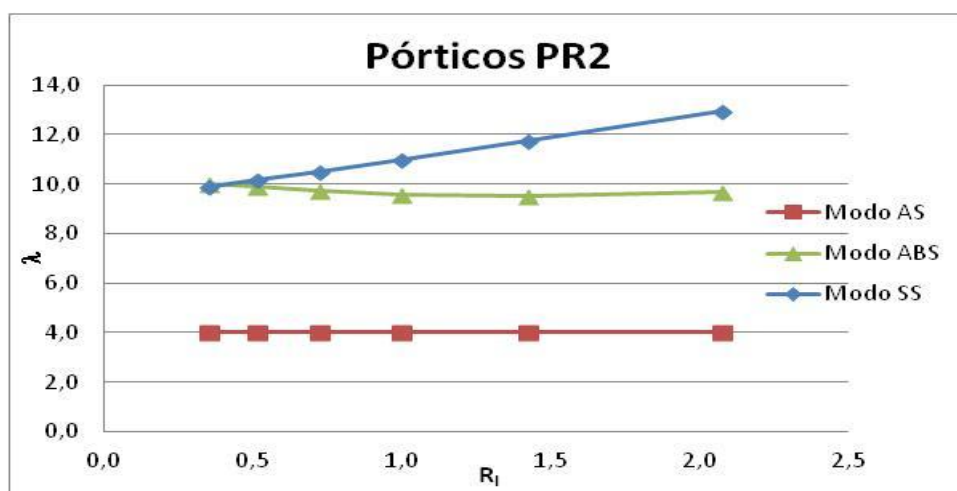


Figura 4.6 - Variação das cargas de bifurcação com  $R_I$  ( $\alpha=10^\circ$ ,  $R_L=6$ )

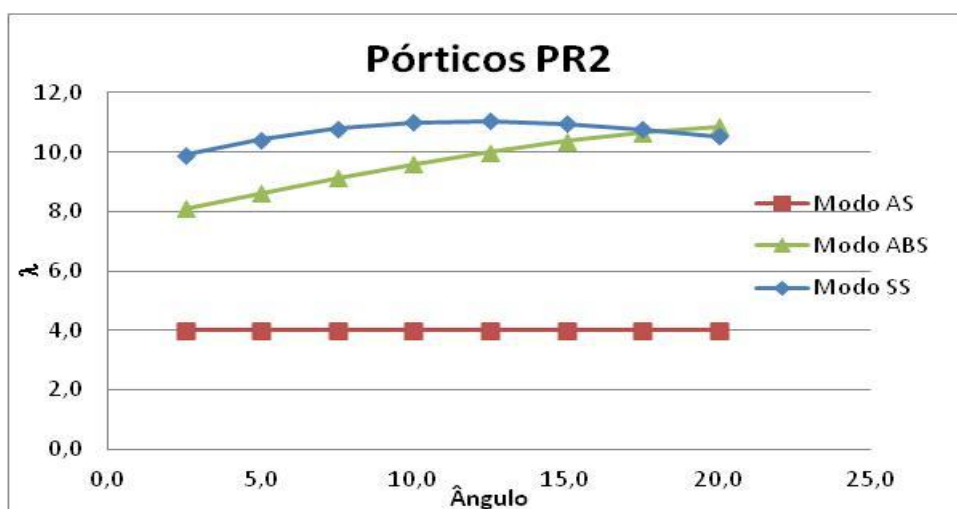


Figura 4.7 - Variação das cargas de bifurcação com o ângulo  $\alpha$  ( $R_I=1$ ,  $R_L=6$ )

#### 4.2.2.3 Cargas de bifurcação – valores exactos e estimativas das fórmulas aproximadas

Pretende-se agora avaliar a qualidade das estimativas das cargas de bifurcação associadas aos modos **AS** e **SS** (ver Figura 4.2 e Figura 4.4) fornecidas pelas fórmulas apresentadas na secção 3.2.1, as quais foram desenvolvidas por Silvestre e Camotim (2006) no contexto de pórticos de travessas inclinadas com um único vão. Note-se que os modos de instabilidade destes últimos pórticos (ver Figura 3.1 (b)-(c)), apresentam características semelhante às dos modos **AS** e **SS**, o que cria alguma expectativa relativamente à sua aplicação aos pórticos com dois vãos.

As expressões propostas na secção 3.2.1 são aplicadas, em ambos os casos, tanto aos modelos baseados nas colunas exteriores (ver Figura 4.8 (a<sub>1</sub>)-(b<sub>1</sub>)) como aos modelos baseados na coluna interior (ver Figura 4.8 (a<sub>2</sub>)-(b<sub>2</sub>)), adoptando para estimativa o valor do parâmetro crítico mais baixo. É ainda importante referir que as expressões desenvolvidas por Silvestre e Camotim (2006) se dizem respeito a pórticos em que as travessas estão submetidas a compressão uniforme, o que não é o caso dos pórticos sob a acção de cargas uniformemente distribuídas (as travessa têm esforços de compressão com valores linearmente variáveis). Deste modo, a utilização das referidas fórmulas é intrinsecamente aproximada, pois baseia-se nos valores médios dos esforços axiais que actuam ao longo das travessas (tal como foi feito nos pórticos de um vão).

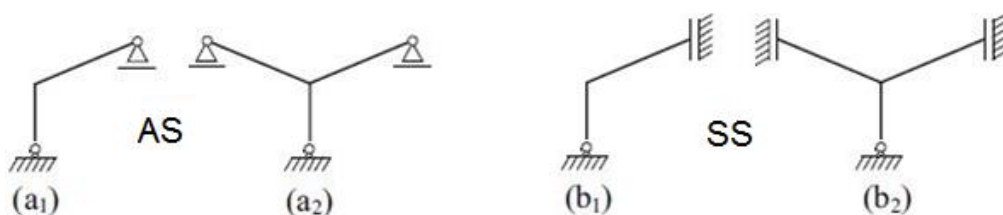


Figura 4.8 – Modelos estruturais para pórticos exteriores e interiores (AS e SS)

O estudo paramétrico envolveu 9 pórticos de aço ( $E=210$  GPa), com diferentes geometrias. As suas características são:

- i. Ângulo entre que as travessas fazem com a horizontal:  $\theta=10^\circ$ .
- ii. Comprimento das colunas:  $L_c=5$ m.
- iii. Perfil das colunas: IPE360.
- iv. Três comprimento do vão: 20, 30 e 40 m).
- v. Perfis das travessas: IPE300, IPE360 e IPE450).

## CAPÍTULO 4

A Tabela 4.2 permite comparar os valores exactos dos parâmetros críticos de bifurcação com os correspondentes valores aproximados fornecidos pelas expressões propostas na secção 3.2.1 para os 9 pórticos analisados. A observação destes resultados mostra que:

- i.  $\lambda_{AS}$  corresponde sempre à menor carga de bifurcação (valor crítico).
- ii.  $\lambda_{ABS}$  corresponde quase sempre à segunda carga de bifurcação.
- iii. As fórmulas aproximadas fornecem boas estimativas de  $\lambda_{AS}$  e  $\lambda_{SS}$  – com uma única excepção (pórtico com vãos de 20m e travessas IPE450), os erros não excedem 10%.

Tabela 4.2 – Comparação entre as cargas de bifurcação exactas e aproximadas – PR2

$L_c$ m	$L_{r,total}$ m	Coluna	Travessa	$\lambda_{AS}$	$\lambda_{SBS}$	$\lambda_{ABS}$	$\lambda_{ap,AS}$	$\lambda_{ap,SBS}$	$\lambda_{ap,AS}/\lambda_{ex,AS}$	$\lambda_{ap,SBS}/\lambda_{ex,SBS}$
5,0	20,0	IPE360	IPE300	4,0	16,8	14,8	4,1	16,1	1,03	0,96
5,0	20,0	IPE360	IPE360	4,0	19,6	14,7	4,4	17,6	1,09	0,90
5,0	20,0	IPE360	IPE450	4,0	24,3	15,5	4,9	20,9	1,23	0,86
5,0	30,0	IPE360	IPE300	4,0	10,2	9,9	3,9	10,4	0,98	1,03
5,0	30,0	IPE360	IPE360	4,0	11,0	9,6	4,0	10,9	0,99	0,99
5,0	30,0	IPE360	IPE450	4,0	13,0	9,7	4,3	12,3	1,06	0,95
5,0	40,0	IPE360	IPE300	4,0	8,2	8,4	3,9	8,7	0,97	1,07
5,0	40,0	IPE360	IPE360	4,0	8,4	8,0	3,8	8,7	0,96	1,03
5,0	40,0	IPE360	IPE450	4,0	9,1	7,5	3,9	9,0	0,97	0,98

### 4.2.3 Pórticos Rotulados Carregados num Vão (PR1)

#### Configuração dos Modos de Instabilidade Relevantes

Os **pórticos PR1** dizem respeito a pórticos rotulado na base e com um carregamento vertical assimétrico, ou seja, apenas 1 dos vãos está sujeito ao carregamento vertical. Neste tipo de pórticos existem apenas 2 modos de encurvadura relevantes, o modo **AS** (ver Figura 4.2) e o modo **ABS** (ver Figura 4.3).

#### Variação das Cargas de Bifurcação com os Parâmetros $R_I$ , $R_L$ e o ângulo $\alpha$

As Figura 4.9 a Figura 4.11 mostram a variação das duas cargas de bifurcação respectivamente com o parâmetro  $R_L$ , o parâmetro  $R_I$  e o ângulo  $\alpha$ . A observação destas figuras permite concluir que:

- i. O valor da carga de bifurcação associada ao modo **ABS** diminui com  $R_L$  (pórticos com as colunas progressivamente mais rígidas que as travessas).
- ii. O valor da carga de bifurcação associada ao modo **ABS** pouco depende da relação entre as Inércias da travessa e dos pilares.
- iii. O valor da carga de bifurcação associada ao modo **ABS** aumenta com o aumento do ângulo  $\alpha$ .



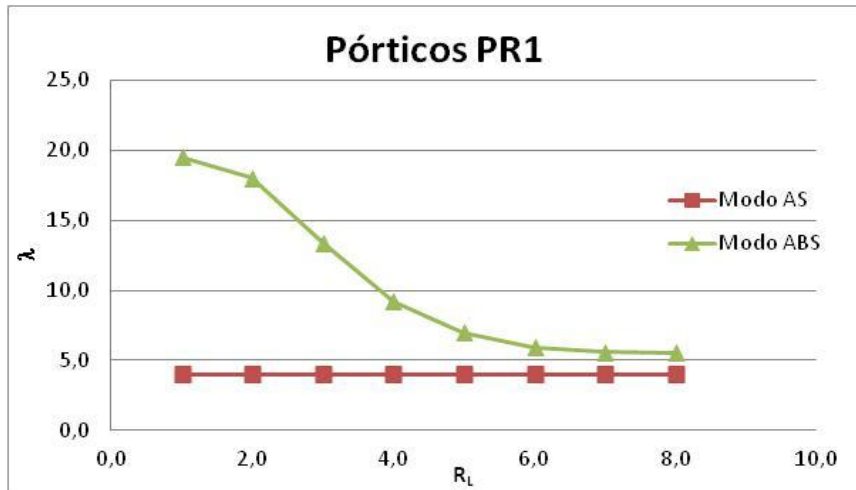


Figura 4.9 - Variação das cargas de bifurcação com  $R_L$  ( $\alpha=10^\circ$ ,  $R_I=1$ )

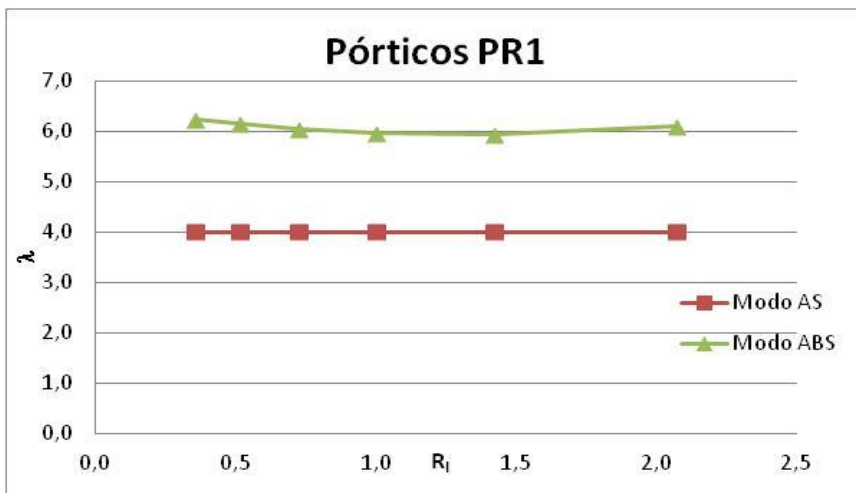


Figura 4.10 - Variação das cargas de bifurcação com  $R_I$  ( $\alpha=10^\circ$ ,  $R_L=6$ )

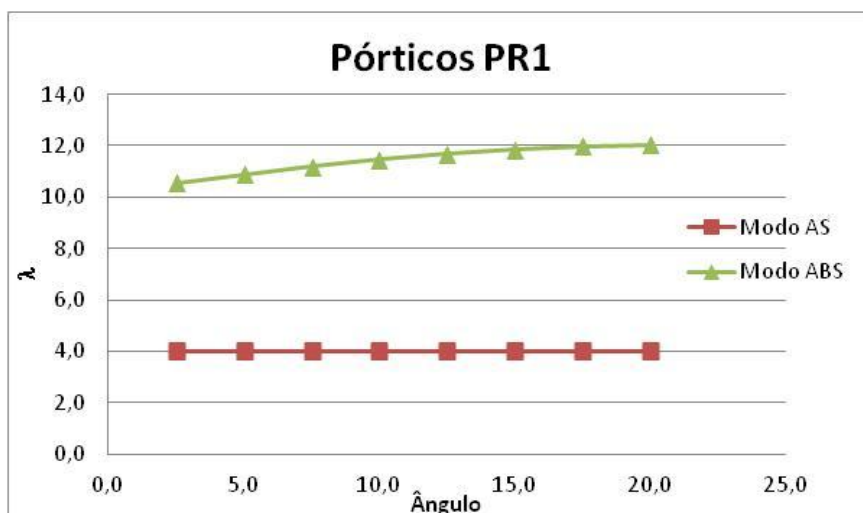


Figura 4.11 - Variação das cargas de bifurcação com o ângulo  $\alpha$  ( $R_I=1$ ,  $R_L=6$ )

Cargas de bifurcação – valores exactos e estimativas das fórmulas aproximadas

Pretende-se agora avaliar a qualidade das estimativas das cargas de bifurcação associadas ao modo **AS** (ver Figura 4.2) fornecidas pelas fórmulas apresentadas na secção 3.2.1. É importante referir que uma vez que o segundo modo de encurvadura (modo **ABS**) apresenta uma configuração deformada diferente do modo **SS** (ver Figura 3.1 (c)) em pórticos de travessas inclinadas com 1 vão, apenas se irá averiguar relativamente à aplicabilidade das expressões propostas na secção 3.2.1 para o modo **AS**. A expressão proposta é aplicada tanto aos modelos baseados nas colunas exteriores (ver Figura 4.8 (a<sub>1</sub>)-(b<sub>1</sub>)) como aos modelos baseados na coluna interior (ver Figura 4.8 (a<sub>2</sub>)-(b<sub>2</sub>)), adoptando para estimativa o valor do parâmetro crítico mais baixo.

A Tabela 4.3 permite comparar os valores exactos dos parâmetros críticos de bifurcação com os correspondentes valores aproximados fornecidos pelas expressões propostas na secção 3.2.1 para os 9 pórticos analisados. A observação destes resultados mostra que:

- i.  $\lambda_{AS}$  corresponde sempre à menor carga de bifurcação (valor crítico).
- ii.  $\lambda_{ABS}$  corresponde sempre à segunda carga de bifurcação.
- iii. A formulação aproximada para a estimar  $\lambda_{AS}$  não fornece boas estimativas, apresentando um erro máximo de 47%.

Tabela 4.3 - Comparação entre as cargas de bifurcação exactas e aproximadas – PR1

$V_{cr}/V_{sd}$	$L_c$	$L_r$	Coluna	Travessa	$\lambda_{AS}$	$\lambda_{ABS}$	$\lambda_{ap,AS}$	$\lambda_{ap,AS}/\lambda_{ex,AS}$
-	m	m	-	-	-	-	-	-
4	5,0	10,2	IPE360	IPE300	4,0	8,7	2,1	0,53
	5,0	10,2	IPE360	IPE360	4,0	9,2	2,2	0,55
	5,0	10,2	IPE360	IPE450	4,0	10,6	2,4	0,60
4	5,0	15,2	IPE360	IPE300	4,0	6,2	2,2	0,55
	5,0	15,2	IPE360	IPE360	4,0	6,0	2,2	0,54
	5,0	15,2	IPE360	IPE450	4,0	6,1	2,2	0,54
4	5,0	20,3	IPE360	IPE300	4,0	5,9	2,4	0,61
	5,0	20,3	IPE360	IPE360	4,0	5,5	2,3	0,58
	5,0	20,3	IPE360	IPE450	4,0	5,0	2,2	0,55

**4.2.4 Pórticos Encastrados Carregados nos Dois Vãos (PE2) e num Vão (PE1)**

Configuração dos Modos de Instabilidade Relevantes

As Figura 4.12 a Figura 4.14 mostram as configurações dos três modos de instabilidade/encurvadura que, simultaneamente, (i) envolvem deslocamentos laterais dos topos das colunas e (ii) são relevantes para a análise do comportamento não linear dos

**pórticos PE2 e PE1.** Observa-se que as configurações deformadas dos 3 modos relevantes são bastante idênticas às descritas para os **pórticos PR2** no capítulo 4.2.2. Verifica-se que a única diferença está no facto de como as ligações de base nestes 2 casos serem encastradas, a deformada do pilar junto da base não apresenta rotação.

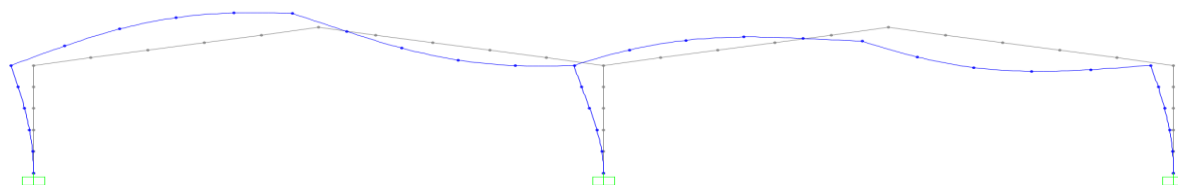


Figura 4.12 - Modo de instabilidade anti-simétrico – **AS**

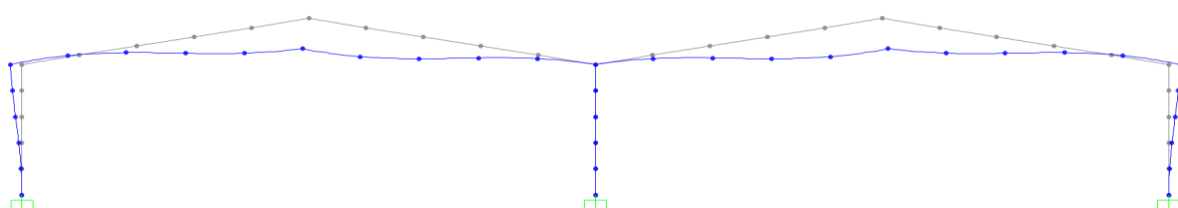


Figura 4.13 - Modo de instabilidade simétrico – **SS**

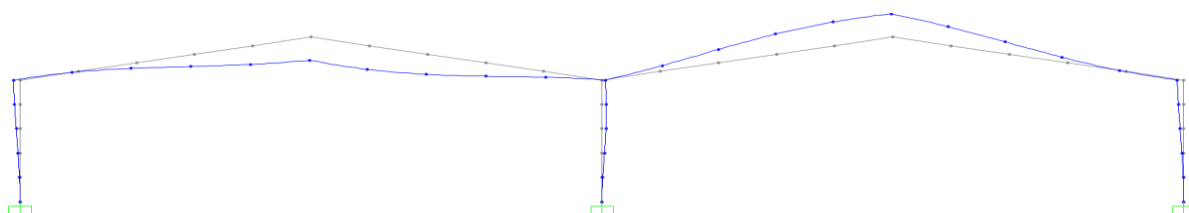


Figura 4.14 - Modo de instabilidade “anti-simétrico por vão” – **ABS**

#### Variação das Cargas de Bifurcação com os Parâmetros $R_L$ , $R_I$ e o ângulo $\alpha$

As Figura 4.15 a Figura 4.17 mostram a variação das duas cargas de bifurcação respectivamente com o parâmetro  $R_L$ , o parâmetro  $R_I$  e o ângulo  $\alpha$ . A observação destas figuras permite concluir que:

- i. Nos **Pórticos PE2**, a carga de bifurcação diminui com o aumento de  $R_L$ . Verifica-se ainda que a partir de  $R_L=6$  as curvas correspondentes aos modos **SS** e **ABS** são quase coincidentes e bastantes próximas do modo **AS**.
- ii. Nos **Pórticos PE1**, para valores de  $R_L$  compreendidos entre 3 e 5, o modo **AS** deixa de ser o modo condicionante e passa a ser o modo **ABS**. Observa-se ainda que a carga de bifurcação associada ao modo **ABS** diminui até  $R_L=3$  e a partir desse valor começa a subir.

- iii. Nos **Pórticos PE2**, as cargas de bifurcação associadas aos diferentes modos aumentam com o aumento de  $R_L$ .
- iv. Nos **Pórticos PE1**, verifica-se que a carga de bifurcação associada ao modo **AS** aumenta inicialmente até  $R_L=0,5$  e quando  $1,4 < R_L < 2,1$ , e diminui quando  $0,5 < R_L < 1,4$ .
- v. Nos **Pórticos PE2**, as cargas de bifurcação associadas aos diferentes modos aumentam com o aumento do ângulo  $\alpha$ .
- vi. Nos **Pórticos PE1**, as curvas associadas aos modo **AS** e **ABS** cruzam-se quando  $\alpha=13^\circ$ , ou seja, a partir desse valor o modo **AS** passar a ser o modo condicionante.

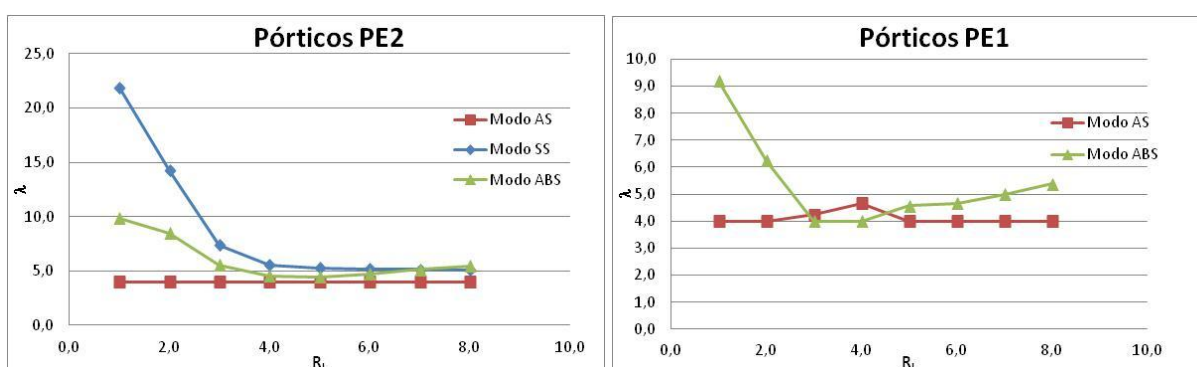


Figura 4.15 - Variação das cargas de bifurcação com  $R_L$  ( $\alpha=10^\circ$ ,  $R_L=1$ )

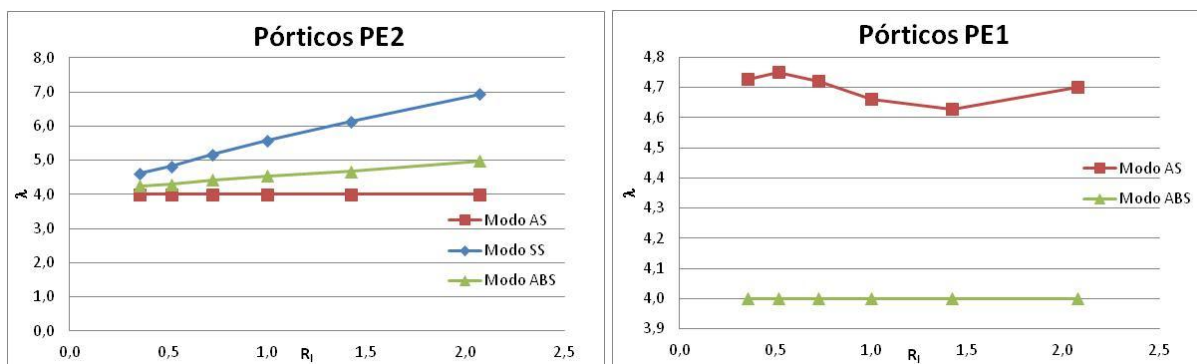


Figura 4.16 - Variação das cargas de bifurcação com  $R_I$  ( $\alpha=10^\circ$ ,  $R_L=4$ )

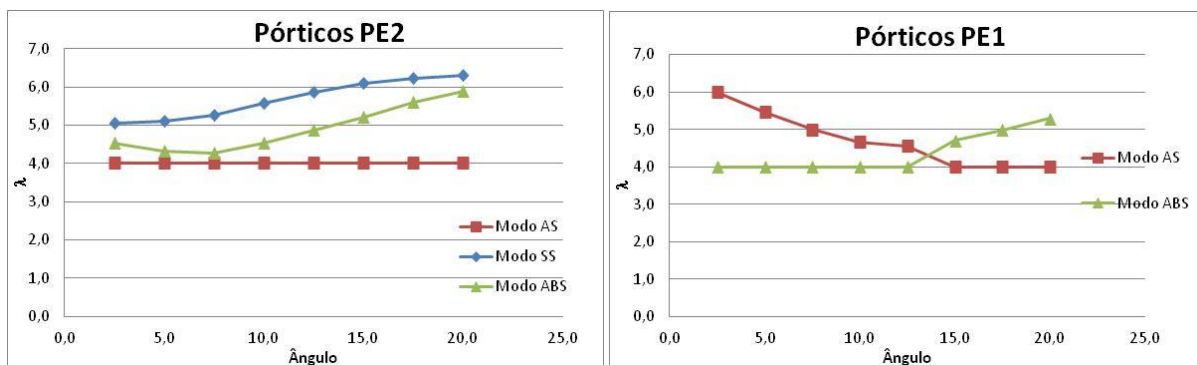


Figura 4.17 - Variação das cargas de bifurcação com o ângulo  $\alpha$  ( $R_L=1$ ,  $R_L=4$ )

Cargas de bifurcação – valores exactos e estimativas das fórmulas aproximadas

Pretende-se agora avaliar a qualidade das estimativas das cargas de bifurcação associadas aos modos **AS** e **SS** (ver Figura 4.12 e Figura 4.4) fornecidas pelas fórmulas apresentadas na secção 3.2.1, as quais foram desenvolvidas por Silvestre e Camotim (2006) no contexto de pórticos de travessas inclinadas com um único vão. Note-se que os modos de instabilidade destes últimos pórticos (ver Figura 3.1(b)-(c)), apresentam características semelhante às dos modos **AS** e **SS**, o que cria alguma expectativa relativamente à sua aplicação aos pórticos com dois vãos.

As expressões propostas na secção 3.2.1 são aplicadas, em ambos os casos, tanto aos modelos baseados nas colunas exteriores (ver Figura 4.18 (a<sub>1</sub>)-(b<sub>1</sub>)) como aos modelos baseados na coluna interior (ver Figura 4.18 (a<sub>2</sub>)-(b<sub>2</sub>)), adoptando para estimativa o valor do parâmetro crítico mais baixo. É ainda importante ainda referir que as expressões desenvolvidas por Silvestre e Camotim (2006) se dizem respeito a pórticos em que as travessas estão submetidas a compressão uniforme, o que não é o caso dos pórticos sob a acção de cargas uniformemente distribuídas (as travessa têm esforços de compressão com valores linearmente variáveis). Deste modo, a utilização das referidas fórmulas é intrinsecamente aproximada, pois baseia-se nos valores médios dos esforços axiais que actuam ao longo das travessas (tal como foi feito nos pórticos de um vão).

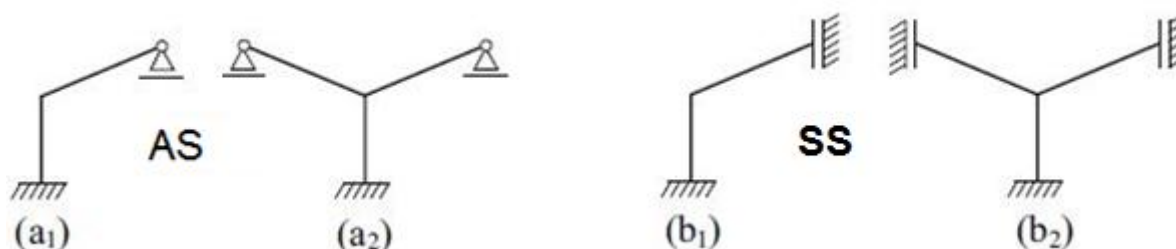


Figura 4.18 - Modelos estruturais para pórticos exteriores e interiores (AS e SS)

As Tabela 4.4 e Tabela 4.5 permitem comparar os valores exactos dos parâmetros críticos de bifurcação com os correspondentes valores aproximados fornecidos pelas expressões propostas na secção 3.2.1 para os 9 pórticos analisados. A observação destes resultados mostra que:

- i. Nos **Pórticos PE2**,  $\lambda_{AS}$  corresponde sempre à menor carga de bifurcação (valor crítico).
- ii. Nos **Pórticos PE2**,  $\lambda_{ABS}$  corresponde quase sempre à segunda carga de bifurcação.
- iii. Nos **Pórticos PE2**, as fórmulas aproximadas fornecem boas estimativas de  $\lambda_{AS}$  – com uma única excepção (pórtico com vãos de 20m e travessas IPE450), os erros não excedem 11%.

- iv. Nos **Pórticos PE2**, a formulação aproximada para a estimar  $\lambda_{SS}$  não fornece boas estimativas, apresentando um erro máximo de 90%.
- v. Nos **Pórticos PE1**, O modo de encurvadura associado ao menor valor de parâmetro crítico depende das características geométricas do pórtico, sendo que quando se aumenta o vão o modo de encurvadura critico tende a ser o modo **AS**.
- vi. Nos **Pórticos PE1**, a formulação aproximada para a estimar  $\lambda_{AS}$  não fornece boas estimativas, apresentando um erro máximo de 36%.

Tabela 4.4 - Comparação entre as cargas de bifurcação exactas e aproximadas – PE2

$L_c$ m	$L_r$ m	Coluna	Travessa	$\lambda_{AS}$	$\lambda_{SBS}$	$\lambda_{ABS}$	$\lambda_{ap,AS}$	$\lambda_{ap,SBS}$	$\lambda_{ap,AS}/\lambda_{ex,AS}$	$\lambda_{ap,SBS}/\lambda_{ex,SBS}$
5,0	10,2	IPE360	IPE300	4,0	4,8	4,3	4,4	7,0	1,10	1,45
5,0	10,2	IPE360	IPE360	4,0	5,6	4,5	4,4	6,4	1,11	1,15
5,0	10,2	IPE360	IPE450	4,0	6,9	5,0	4,6	6,6	1,16	0,96
5,0	15,2	IPE360	IPE300	4,0	4,8	4,7	4,3	7,8	1,08	1,61
5,0	15,2	IPE360	IPE360	4,0	5,2	4,7	4,4	6,5	1,10	1,26
5,0	15,2	IPE360	IPE450	4,0	5,6	4,4	4,3	5,7	1,09	1,00
5,0	20,3	IPE360	IPE300	4,0	4,7	5,4	4,2	9,0	1,06	1,90
5,0	20,3	IPE360	IPE360	4,0	5,1	5,4	4,4	7,3	1,09	1,44
5,0	20,3	IPE360	IPE450	4,0	5,5	5,2	4,4	6,3	1,09	1,14

Tabela 4.5 - Comparação entre as cargas de bifurcação exactas e aproximadas – PE1

$L_c$ m	$L_r$ m	Coluna	Travessa	$\lambda_{AS}$	$\lambda_{ABS}$	$\lambda_{ap,AS}$	$\lambda_{ap,AS}/\lambda_{ex,AS}$
5,0	10,2	IPE360	IPE300	4,8	4,0	3,8	0,80
5,0	10,2	IPE360	IPE360	4,7	4,0	3,4	0,73
5,0	10,2	IPE360	IPE450	4,7	4,0	3,0	0,64
5,0	15,2	IPE360	IPE300	4,0	4,7	3,8	0,94
5,0	15,2	IPE360	IPE360	4,0	4,7	3,6	0,91
5,0	15,2	IPE360	IPE450	4,4	4,0	3,4	0,77
5,0	20,3	IPE360	IPE300	4,0	5,7	3,8	0,95
5,0	20,3	IPE360	IPE360	4,0	5,4	3,7	0,93
5,0	20,3	IPE360	IPE450	4,0	5,1	3,6	0,89

### 4.3 Efeitos de 2ª Ordem

Abordam-se agora (i) a necessidade de consideração dos efeitos de 2º ordem e (ii) a sua eventual contabilização aproximada (através de um método de amplificação) nos pórticos de travessas inclinadas considerados neste capítulo. Assim, o estudo efectuado envolve os seguintes aspectos:

- i. Necessidade de considerar efeitos de 2º ordem, no sentido em que estes alteram de forma significativa os valores dos esforços instalados no pórtico, nomeadamente os momentos flectores. Adopta-se como critério para avaliar esta necessidade aquele que está implícito no texto do EC3-1-1: é aceitável uma diferença de 10% entre os esforços de 2ª e 1ª ordens.
- ii. Contabilização aproximada dos efeitos de 2ª ordem do tipo P- $\Delta$  (designados, abreviadamente, por “efeitos P- $\Delta$ ” através de uma metodologia indirecta/aproximada baseada no conceito de amplificação dos efeitos de 1ª ordem por meio de factores que dependem das cargas de bifurcação do pórtico. Uma metodologia semelhante é preconizada actualmente no EC3-1-1 para “pórticos ortogonais regulares” (colunas e vigas perpendiculares, e o mesmo número de pisos em todos os vãos). Muito embora essa metodologia seja também preconizada para pórticos com travessas inclinadas, Silvestre e Camotim (1996), mostraram que essa extensão tem severas limitações em pórticos com um vão – o objectivo deste trabalho é investigar o que sucede no caso de pórticos de dois vãos (neste capítulo) e três vãos (no próximo capítulo).
- iii. Como é óbvio, para poder avaliar a qualidade das estimativas dos esforços de 2ª ordem fornecidas pelo método aproximado referido no ponto anterior, é necessário efectuar análises geometricamente não lineares rigorosas dos pórticos, tarefa que foi executada por meio do programa SAP2000 (Computers and Structures, Inc., 2012), e permitiu obter os valores “exactos” dos esforços de 2ª ordem.

Inicialmente, aborda-se a discretização adoptada para os pórticos (subdivisão das colunas e vigas em elementos finitos de barra) ao efectuar as análises de 2ª ordem rigorosas, cujos resultados permitem avaliar a qualidade dos valores fornecidos pelas metodologias aproximadas propostas. Em seguida, apresenta-se um exemplo ilustrativo, relativo a um pórtico **PE1**, cujo objectivo consiste em mostrar a relevância que podem ter os efeitos de 2ª ordem em pórticos de travessas inclinadas com dois vãos.

### 4.3.1 Discretização do pórtico

A Figura 4.19 mostra a discretização adoptada para os pórticos analisados: as colunas e travessas do pórtico foram subdivididas em 5 elementos finitos de igual comprimento. Estudos numéricos preliminares mostraram que esta discretização assegura a obtenção de resultados “exactos”.

Por outro lado, a Figura 4.20 ilustra o tipo de carregamentos considerados: (i) uma carga vertical uniformemente distribuída ao longo dos comprimentos das travessas de um ou ambos os vãos e (ii) duas cargas horizontais aplicadas, com o mesmo sentido, nos topos das colunas exteriores.

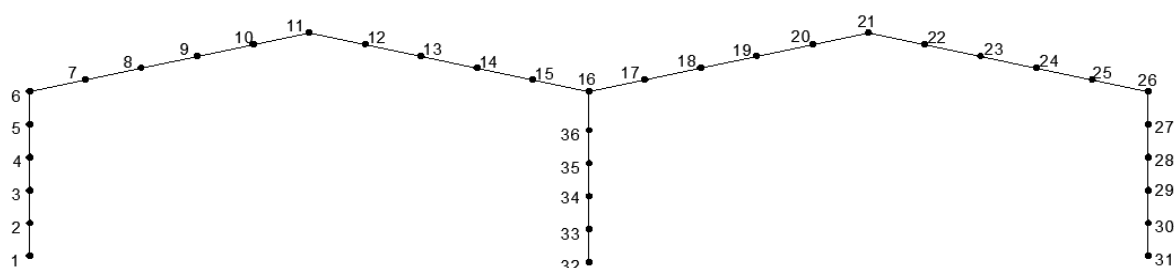


Figura 4.19 - Discretização de um pórtico em elementos finitos de barra

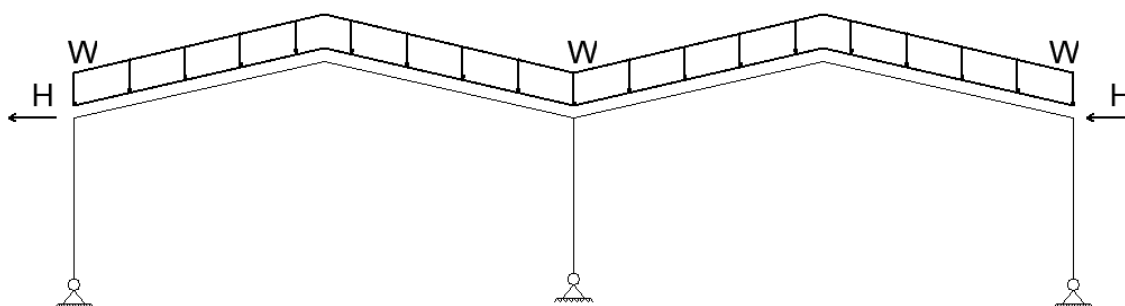


Figura 4.20 – Carregamentos do pórtico considerados

### 4.3.2 Exemplo Ilustrativo

Pretende-se com este exemplo ilustrativo mostrar (i) a relevância dos efeitos de 2ª ordem (efeitos P- $\Delta$ ) e (ii) avaliar a eficácia do MAM preconizado pelo EC3-1-1 na contabilização dos efeitos P- $\Delta$  em pórticos de travessas inclinadas com 2 vãos.

Considere-se o pórtico **PE1** representado na Figura 4.21, (i) com a geometria definida por  $\alpha=10^\circ$ ,  $L_c=5\text{m}$ ,  $L_t=20\text{m}$ , colunas IPE360 e travessas IPE360, e (ii) submetido a uma carga vertical uniformemente distribuída de valor  $w=96,7\text{ kN/m}$  (correspondente a  $F_{cr}/F_{Ed}=4$ ) e a duas forças concentradas horizontais aplicada nos topos das colunas extremas – o valor de cada força é  $H=96,7\text{ kN}$ , o que corresponde a uma relação  $H/F_{Ed}=0,1$ .



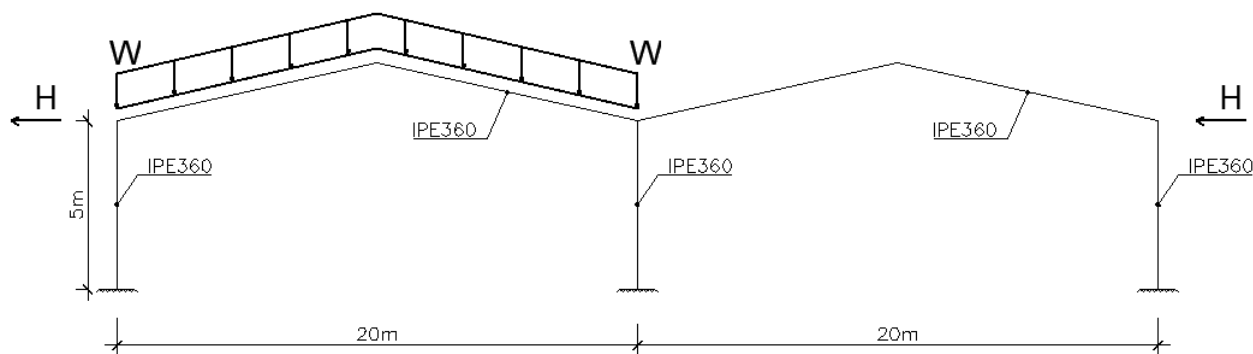


Figura 4.21 – Exemplo ilustrativo – pórtico PE1

A Tabela 4.6 fornece (i) os valores “exactos” dos momentos de 1ª ordem ( $M_I$ ) e 2ª ordem nos nós 1, 6, 16, 21, 26 e 31 do pórtico (ver Figura 4.19) ( $M_{II}$ ) e (ii) os valores aproximados destes últimos obtidos através do MAM preconizado pelo EC3-1-1 ( $M_{II\text{ ap,EC3}}$ ). É importante referir que, em virtude de os valores de  $M_{II\text{ ap,EC3}}$  incluírem unicamente os efeitos P- $\Delta$ , apenas faz sentido, em rigor, compará-los com os correspondentes valores exactos ( $M_{II\text{ ex}}$ ) nos nós do pórtico, *i.e.*, nas extremidades das colunas e travessas.

A observação dos resultados apresentados na Tabela 4.6 permite concluir que:

Tabela 4.6 –  $M_I$ ,  $M_{II}$  e  $M_{II\text{ ap,EC3}}$  (pórtico PE1)

Nó	$M_I$	$M_{II\text{ ex}}$	$M_I/M_{II}$	$M_{II\text{ ap,EC3}}$	$M_{II\text{ ap,EC3}}/M_{II\text{ ex}}$
	kNm	kNm	Erro (%)	kNm	Erro (%)
1	-1779	-2560	-30,5%	-1718	-32,9%
6	-2304	-3108	-25,9%	-2275	-26,8%
11	944	1528	-38,3%	937	-38,7%
<b>16 - Travessa Esq.</b>	<b>-2405</b>	<b>-3144</b>	<b>-23,5%</b>	<b>-2419</b>	<b>-23,1%</b>
16 - Travessa Dir.	-34	-12	176,6%	-20	64,2%
16 - Coluna	-2371	-3132	-24,3%	-2399	-23,4%
21	-145	-220	-34,0%	-138	-37,2%
26	-106	-112	-5,4%	-135	21,0%
31	591	765	-22,7%	652	-14,7%

- i. Com excepção da do nó 16 correspondente à extremidade da travessa da direita (ver Figura 4.19), todos os valores dos momentos de 2ª ordem são superiores aos seus congéneres de 1ª ordem, tal como seria de esperar.
- ii. Com excepção dos topos das colunas central e direita (nós 16 e 26 – ver Figura 4.19), as estimativas dos momentos de 2ª ordem fornecidas pela utilização do método preconizado no EC3-1-1 são sempre inferiores aos correspondentes valores “exactos” – *i.e.*, são sempre estimativas não conservativas (contra a segurança).

- iii. Os maiores momentos flectores de 1ª e 2ª ordem ocorrem no nó 16 correspondente à travessa da esquerda. Nesse nó, (i) a diferença entre os dois valores referidos é de 23,5% e (ii) os valores de  $M_{II \text{ ap. EC3}}$  e  $M_I$  são praticamente coincidentes, o que significa que o MAM preconizado pelo EC3-1-1 se revela incapaz de capturar os efeitos de 2ª ordem de tipo P- $\Delta$ .
- iv. O facto relatado no ponto anterior mostra que é necessário desenvolver um método de amplificação dos efeitos de 1ª ordem que não se limite a amplificar os efeitos/esforços associados à parcela anti-simétrica (semelhante ao modo **AS**), tal como é preconizado pelo EC3-1-1. É indispensável amplificar também os efeitos/esforços de 1ª ordem associados às outras parcelas (semelhantes aos modos **ABS** e/ou **SS**).

Nas três secções seguintes estudam-se os comportamentos não lineares das quatro famílias de pórtico de dois vãos consideradas neste trabalho (**PR2**, **PR1**, **PE2** e **PE1**). Para cada uma delas, começa-se por efectuar um estudo paramétrico que permita avaliar (i) a necessidade de consideração dos efeitos P- $\Delta$  e (ii) a qualidade das estimativas fornecidas pelo MAM estipulado no EC3-1-1. Em seguida, e em face da pouca qualidade exibida pelas referidas estimativas, propõe-se e avalia-se a eficácia (e o domínio de validade) de um novo método de amplificação dos efeitos de 1ª ordem que não se limite a amplificar os efeitos/esforços associados à parcela anti simétrica. No final do capítulo, apresenta-se um sumário do seu conteúdo, no qual se realçam as principais conclusões dos estudos efectuados.

### 4.3.3 Pórticos Rotulados Carregados nos Dois Vãos (PR2)

#### 4.3.3.1 Necessidade de consideração dos efeitos de 2ª Ordem

Considere-se o pórtico **PR2**, o qual (i) possui uma geometria definida por  $\alpha=10^\circ$ ,  $L_c=5\text{m}$ , Pilares IPE360 e (ii) está submetido a uma carga uniformemente distribuída que garanta  $F_{cr}/F_{Ed}=4$ ,  $F_{cr}/F_{Ed}=8$  e  $F_{cr}/F_{Ed}=12$ . Para os diversos pórticos analisados variou-se o comprimento do vão (20, 30 e 40 m) e as Inércias das travessas (IPE300, IPE360 e IPE450). Os valores apresentados na tabela seguinte dizem respeito ao nó que apresenta o maior momento flector do pórtico.

Apresentam-se, na Tabela 4.7, a relação entre os valores dos momentos flectores de 1ª e 2ª ordem ( $M_I$  e  $M_{II}$ , respectivamente), tendo estes sido calculados através do programa SAP2000, com base na discretização patente na Figura 4.19 (cada coluna e travessa é dividida em 5 elementos de igual comprimento). A observação dos resultados apresentados na Tabela 4.7 permite concluir que:

Tabela 4.7 – Relação entre os valores de  $M_I$  e  $M_{II}$  (Pórtico PR2)

$V_{cr}/V_{sd}$	$L_c$	$L_{r,total}$	Coluna	Travessa	$M_I / M_{II,EX}$
-	m	m	-	-	-
4	5,0	20,0	IPE360	IPE300	0,94
	5,0	20,0	IPE360	IPE360	0,95
	5,0	20,0	IPE360	IPE450	0,96
8	5,0	20,0	IPE360	IPE300	0,97
	5,0	20,0	IPE360	IPE360	0,97
	5,0	20,0	IPE360	IPE450	0,98
12	5,0	20,0	IPE360	IPE300	0,98
	5,0	20,0	IPE360	IPE360	0,98
	5,0	20,0	IPE360	IPE450	0,99
4	5,0	30,0	IPE360	IPE300	0,93
	5,0	30,0	IPE360	IPE360	0,93
	5,0	30,0	IPE360	IPE450	0,94
8	5,0	30,0	IPE360	IPE300	0,96
	5,0	30,0	IPE360	IPE360	0,97
	5,0	30,0	IPE360	IPE450	0,97
12	5,0	30,0	IPE360	IPE300	0,98
	5,0	30,0	IPE360	IPE360	0,98
	5,0	30,0	IPE360	IPE450	0,98
4	5,0	40,0	IPE360	IPE300	0,92
	5,0	40,0	IPE360	IPE360	0,92
	5,0	40,0	IPE360	IPE450	0,92
8	5,0	40,0	IPE360	IPE300	0,96
	5,0	40,0	IPE360	IPE360	0,96
	5,0	40,0	IPE360	IPE450	0,96
12	5,0	40,0	IPE360	IPE300	0,97
	5,0	40,0	IPE360	IPE360	0,97
	5,0	40,0	IPE360	IPE450	0,98

- i. A relação entre os valores de  $M_I$  e os correspondentes valores de  $M_{II}$  é sempre inferior a 1, ou seja, os momentos de 2ª ordem são sempre superiores aos momentos de 1ª ordem.
- ii. A diferença máxima entre os momentos de 2ª ordem e os de 1ª ordem ocorre no pórtico com um vão total de 40m e sujeito a um carregamento que garante  $F_{cr}/F_{Ed} = 4$  e apresenta um erro de 8%.
- iii. A diferença entre os momentos de 2ª ordem e os de 1ª ordem diminui com o aumento da relação entre  $F_{cr}/F_{Ed}$ .

#### 4.3.3.2 Aplicabilidade do MAM proposto no EC3 para contabilizar os efeitos $P-\Delta$

De modo a avaliar a aplicabilidade do MAM proposto no EC3 para contabilizar os efeitos  $P-\Delta$ , utilizou-se a mesma geometria e carregamentos dos pórticos descritos em 4.3.3.1 e estudou-se a relação entre os momentos de 2ª ordem exactos (SAP) e aproximados (EC3).

Apresenta-se na Tabela 4.8, a relação entre os valores dos momentos de 2ª ordem exactos ( $M_{II,ex}$ ) e aproximados ( $M_{II,EC3}$ ). A observação dos resultados apresentados na Tabela 4.8 permite concluir que:

Tabela 4.8 – Relação entre os valores de  $M_{II,ex}$  e  $M_{II,EC3}$  (Pórtico PR2)

$V_{cr}/V_{sd}$	$L_c$	$L_{r,total}$	Coluna	Travessa	$M_I / M_{II,EX}$	$M_{II,EC3} / M_{II,EX}$
-	m	m	-	-	-	-
4	5,0	20,0	IPE360	IPE300	0,94	0,96
	5,0	20,0	IPE360	IPE360	0,95	0,97
	5,0	20,0	IPE360	IPE450	0,96	0,97
8	5,0	20,0	IPE360	IPE300	0,97	0,98
	5,0	20,0	IPE360	IPE360	0,97	0,98
	5,0	20,0	IPE360	IPE450	0,98	0,99
12	5,0	20,0	IPE360	IPE300	0,98	0,99
	5,0	20,0	IPE360	IPE360	0,98	0,99
	5,0	20,0	IPE360	IPE450	0,99	0,99
4	5,0	30,0	IPE360	IPE300	0,93	0,94
	5,0	30,0	IPE360	IPE360	0,93	0,94
	5,0	30,0	IPE360	IPE450	0,94	0,95
8	5,0	30,0	IPE360	IPE300	0,96	0,97
	5,0	30,0	IPE360	IPE360	0,97	0,97
	5,0	30,0	IPE360	IPE450	0,97	0,98
12	5,0	30,0	IPE360	IPE300	0,98	0,98
	5,0	30,0	IPE360	IPE360	0,98	0,98
	5,0	30,0	IPE360	IPE450	0,98	0,98
4	5,0	40,0	IPE360	IPE300	0,92	0,93
	5,0	40,0	IPE360	IPE360	0,92	0,93
	5,0	40,0	IPE360	IPE450	0,92	0,93
8	5,0	40,0	IPE360	IPE300	0,96	0,97
	5,0	40,0	IPE360	IPE360	0,96	0,97
	5,0	40,0	IPE360	IPE450	0,96	0,97
12	5,0	40,0	IPE360	IPE300	0,97	0,98
	5,0	40,0	IPE360	IPE360	0,97	0,98
	5,0	40,0	IPE360	IPE450	0,98	0,98

- i. A relação entre os valores de  $M_{II,EC3}$  e os valores de  $M_{II,ex}$  são sempre inferiores a 1, ou seja, o EC3 apresenta sempre estimativas não conservativas dos momentos de 2ª ordem.
- ii. O erro maior ocorre no pórtico com um vão total de 40m e sujeito a um carregamento que garante  $F_{cr}/F_{Ed} = 4$  e é de 7%.
- iii. O erro cometido diminui com o aumento da relação entre  $F_{cr}/F_{Ed}$ .

#### 4.3.3.3 Configuração Deformada e Diagrama de Momentos

##### 4.3.3.3.1 Configuração Deformada

De seguida ilustram-se as configurações deformadas devidas às cargas horizontais e devido ao carregamento vertical a que o pórtico foi submetido, e que foram obtidas através de uma análise de 1ª ordem (ver Figura 4.22 e Figura 4.23).

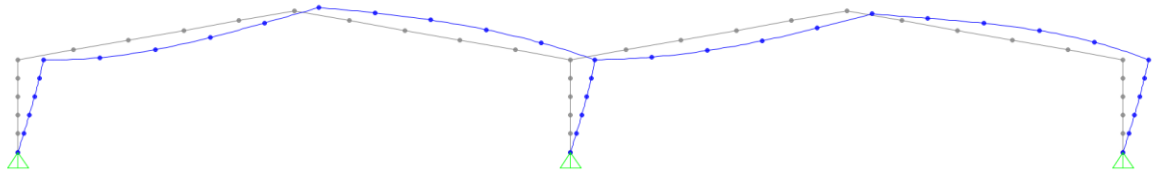


Figura 4.22 - Configuração deformada devido as cargas horizontais – H (Pórtico PR2)

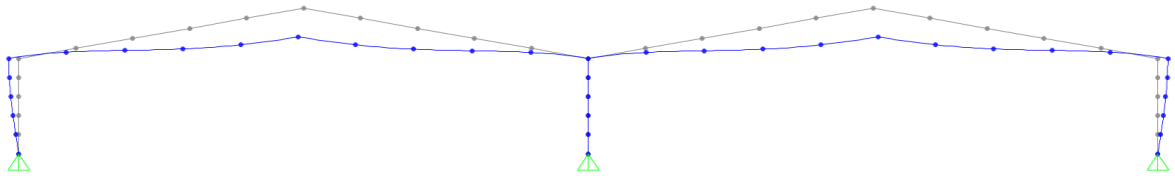


Figura 4.23 - Configuração deformada devido ao carregamento vertical – W (Pórtico PR2)

Da observação das configurações deformadas do pórticos, conclui-se que:

- i. As cargas horizontais provocam deslocamentos horizontais idênticos e com o mesmo sinal no topo das colunas e no vértice dos pórticos, ou seja, deslocamentos anti-simétricos.
- ii. O carregamento vertical no vão do pórtico provoca deslocamentos horizontais idênticos e com sinais opostos no topo das colunas de extremidade, ou seja, deslocamentos simétricos. Este deslocamento deve-se ao facto de haver uma translação vertical do vértice do pórtico e da inclinação das travessas, que “obriga” as colunas a afastarem-se.

A configuração deformada provocada pela carga vertical (ver Figura 4.23) pode ser dividida em 2 parcelas de modo a isolar a parcela associada aos deslocamentos horizontais no topo das colunas. Com esse objetivo, analisa-se o pórtico submetido apenas à carga vertical e com os deslocamentos horizontais impedidos no topo das colunas de extremidade (ver Figura 4.24). A segunda parcela consiste em aplicar no topo das colunas de extremidade forças iguais e de sinal oposto às reações instaladas nos apoios introduzidos para impedir os deslocamentos horizontais dos topos das colunas (ver Figura 4.25).

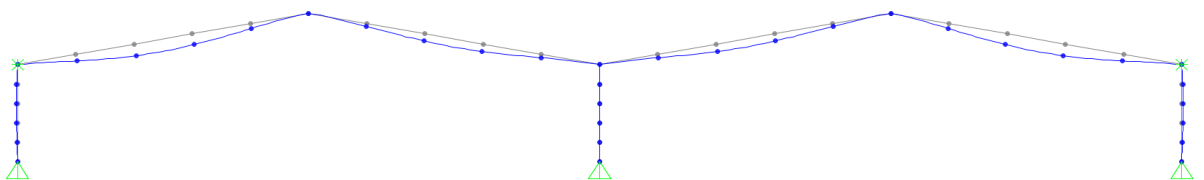


Figura 4.24 – Configuração deformada com os deslocamentos horizontais impedidos (Pórtico PR2)

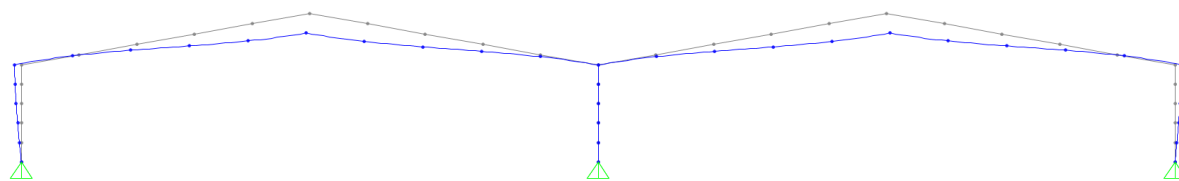


Figura 4.25 - Configuração deformada associada aos deslocamentos horizontais (Pórtico PR2)

A configuração deformada de 1ª ordem de um pórtico sujeito a acção de um carregamento vertical e cargas horizontais, pode ser decomposta nas seguintes três parcelas:

- i. Parcela anti-simétrica, devidas as cargas horizontais é designada por  $v_{DP,I}^{AS}$  - Figura 4.22.
- ii. Parcela simétrica devido ao carregamento e sem influência dos deslocamentos horizontais dos topos das colunas de extremidade, designada por  $v_{DI,I}$  - Figura 4.24.
- iii. Parcela simétrica devido ao carregamento e com influência dos deslocamentos horizontais dos topos das colunas de extremidade, designada por  $v_{DP,I}^{SS}$  - Figura 4.25.

#### 4.3.3.3.2 Diagrama de Momentos

De seguida ilustram-se os diagramas de momentos flectores associados às parcelas da configuração deformada identificadas no capítulo anterior.

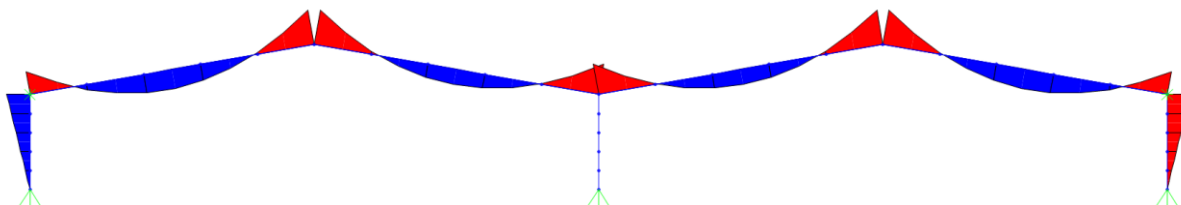


Figura 4.26 - Diagrama de momentos devido ao carregamento vertical com deslocamentos horizontais impedidos –  $M_{DI,I}$  (Pórtico PR2)

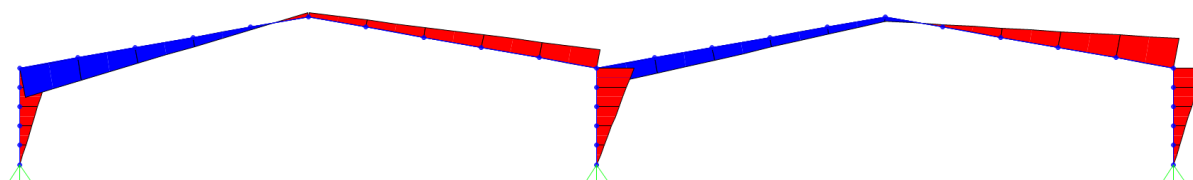


Figura 4.27 - Diagrama de momentos devido às cargas horizontais –  $M_{DP,I}^{AS}$  (Pórtico PR2)

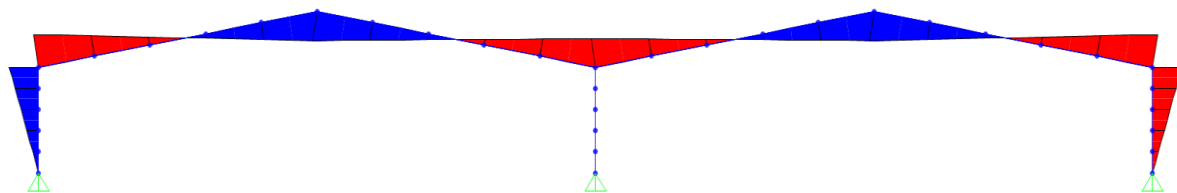


Figura 4.28 – Diagrama de momentos devido à acção dos deslocamento horizontais devidos ao carregamento vertical -  $M_{DP,I}^{SS}$  (Pórtico PR2)

#### 4.3.3.3 Comentário

Comparando as configurações deformadas descritas anteriormente com as configurações dos três primeiros modos de encurvadura (ver Figura 4.2 a Figura 4.4) observa-se que:

- i. A primeira parcela da configuração deformada ( $v_{DP,I}^{AS}$  - Figura 4.22) apresenta um andamento muito semelhante ao primeiro modo de instabilidade, o modo **AS** ( Figura 4.2).
- ii. A terceira parcela da configuração deformada ( $v_{DP,I}^{SS}$  - Figura 4.25) apresenta um andamento muito semelhante ao terceiro modo de instabilidade, o modo **SS** ( Figura 4.4).

Tendo em consideração a formulação de um método indirecto de amplificação dos efeitos de 2ª ordem em pórticos de travessas inclinadas com 2 vãos, importa mencionar que, no que respeita a relação entre a configuração deformada de 1ª ordem e o respectivo diagrama de momentos flectores, se tem:

- i. A parcela anti-simétrica devida às cargas horizontais está associada ao diagrama de momentos  $M_{DP,I}^{AS}$  (ver Figura 4.27).
- ii. A parcela simétrica devido ao carregamento e sem influência dos deslocamentos horizontais dos topos das colunas de extremidade está associada ao diagrama de momentos  $M_{DI,I}$  (ver Figura 4.26).
- iii. A parcela simétrica devido ao carregamento e com influência dos deslocamentos horizontais dos topos das colunas de extremidade está associada ao diagrama de momentos  $M_{DP,I}^{SS}$  (ver Figura 4.28).

4.3.3.4 Proposta de um Método de Amplificação

Tendo por base o que foi mencionado no capítulo anterior, pretende-se agora propor uma metodologia para calcular indirectamente os efeitos de 2ª ordem em Pórticos tipo **PR2**. Esta metodologia envolve os seguintes passos:

- i. Cálculo dos valores de esforço axial existente nas colunas e travessas devido ao carregamento vertical.
- ii. Determinação dos valores de  $F_{cr}^{AS}$  e  $F_{cr}^{SS}$ , valores das cargas críticas de bifurcação associadas ao modo **AS** e ao modo **SS**.
- iii. Identificação das parcelas da configuração deformada e dos diagramas de momentos flectores correspondentes (a) à acção das cargas horizontais ( $v_{DP,I}^{AS}$  e  $M_{DP,I}^{AS}$ ), (b) à acção do carregamento vertical com os deslocamentos horizontais no topo das colunas impedidos ( $v_{DI,I}$  e  $M_{DI,I}$ ) e (c) à acção dos deslocamentos horizontais devidos ao carregamento vertical ( $v_{DP,I}^{SS}$  e  $M_{DP,I}^{SS}$ ).
- iv. Determinação aproximada dos deslocamentos e momentos flectores de 2ª ordem através das expressões:

$$v_{II} = v_{DI,I} + C_{AS} \cdot v_{DP,I}^{AS} + C_{SS} \cdot v_{DP,I}^{SS} \quad (4.4)$$

$$M_{II} = M_{DI,I} + C_{AS} \cdot M_{DP,I}^{AS} + C_{SS} \cdot M_{DP,I}^{SS} \quad (4.5)$$

Onde,

$$C_{AS} = \frac{1}{1 - F_{Ed} / F_{cr}^{AS}} \quad , \quad C_{SS} = \frac{1}{1 - F_{Ed} / F_{cr}^{SS}}$$

Relativamente ao método proposto é de salientar que a diferença entre este e o MAM proposto pelo EC3 consiste no facto de se amplificarem duas parcelas do diagrama de momentos flectores de 1ª ordem (em vez de apenas uma). Os resultados obtidos pelos dois métodos serão tanto mais diferentes quanto menor for a relação entre as cargas críticas do modo simétrico e anti-simétrico ( $\lambda_{b}^{SS/AS}$ ) e quanto maior for a importância relativa da parcela  $M_{DP,I}^{SS}$  do diagrama de momentos flectores.

A Figura 4.29 ilustra o método de amplificação proposto anteriormente para este tipo de pórticos.



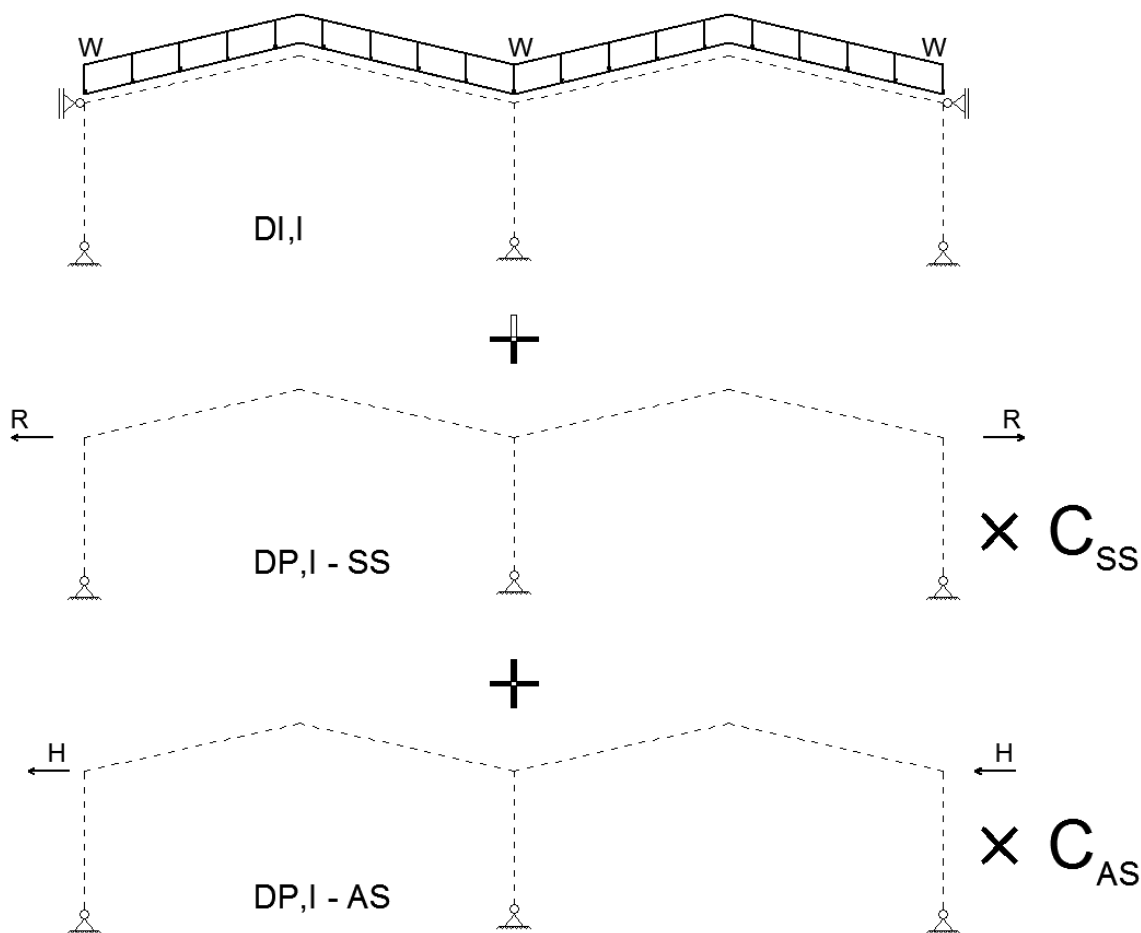


Figura 4.29 – Proposta de um método de amplificação para ter em consideração os efeitos de 2ª ordem - Pórtico PR2

#### 4.3.3.5 Estudo Paramétrico

Vai agora procurar avaliar-se a precisão e o domínio de validade do método de amplificação proposto no capítulo anterior. Com esse objetivo, efectua-se um estudo paramétrico que envolve 27 tipos de pórticos com  $E=210$  GPa e diversas geometrias e carregamentos. Os diversos pórticos estudados apresentam as seguintes características:

- i. Ângulo entre a horizontal e a travessa,  $\theta=10^\circ$ .
- ii. Comprimento das colunas,  $L_c=5$ m.
- iii. Perfil considerado para as colunas é um IPE360.
- iv. Relação entre a carga horizontal no topo das colunas e o esforço axial nas colunas,  $H_{Ed}/F_{Ed} = 0,10$ .

Para os diversos pórticos analisados variou-se o comprimento do vão (20, 30 e 40 m), as Inércias das travessas (IPE300, IPE360 e IPE450) e a relação entre o esforço axial nas colunas e a carga crítica associada ao modo crítico ( $F_{cr}/F_{Ed} = 4$ ,  $F_{cr}/F_{Ed} = 8$  e  $F_{cr}/F_{Ed} = 12$ )

## CAPÍTULO 4

Na Tabela 4.9 ilustra-se a relação entre os momentos e deslocamentos de 2ª ordem obtidos usando o método preconizado pelo EC3 e o método de amplificação proposto no capítulo anterior comparativamente ao valor exacto obtido através do programa de elementos finitos SAP2000. Os valores apresentados dizem respeito ao nó de momento flector máximo e/ou deslocamento horizontal máximo. A observação dos resultados apresentados na Tabela 4.9 permite concluir que:

Tabela 4.9 – Análise de 2ª ordem (Pórtico PR2)

$V_{cr}/V_{sd}$	$L_c$	$L_{r,total}$	Coluna	Travessa	$M_i/M_{i,EX}$	$M_{ii,EC3}/M_{EX}$	$M_{ii,PROP}/M_{EX}$	$d_{ii,EC3}/d_{EX}$	$d_{ii,PROP}/d_{EX}$
-	m	m	-	-	-	-	-	-	-
4	5,0	20,0	IPE360	IPE300	0,94	0,96	<b>1,00</b>	0,96	<b>1,00</b>
	5,0	20,0	IPE360	IPE360	0,95	0,97	<b>1,00</b>	0,97	<b>1,00</b>
	5,0	20,0	IPE360	IPE450	0,96	0,97	<b>1,00</b>	0,98	<b>1,00</b>
8	5,0	20,0	IPE360	IPE300	0,97	0,98	<b>1,00</b>	0,98	<b>1,00</b>
	5,0	20,0	IPE360	IPE360	0,97	0,98	<b>1,00</b>	0,98	<b>1,00</b>
	5,0	20,0	IPE360	IPE450	0,98	0,99	<b>1,00</b>	0,99	<b>1,00</b>
12	5,0	20,0	IPE360	IPE300	0,98	0,99	<b>1,00</b>	0,99	<b>1,00</b>
	5,0	20,0	IPE360	IPE360	0,98	0,99	<b>1,00</b>	0,99	<b>1,00</b>
	5,0	20,0	IPE360	IPE450	0,99	0,99	<b>1,00</b>	0,99	<b>1,00</b>
4	5,0	30,0	IPE360	IPE300	0,93	0,94	<b>1,01</b>	0,93	<b>1,01</b>
	5,0	30,0	IPE360	IPE360	0,93	0,94	<b>1,00</b>	0,94	<b>1,00</b>
	5,0	30,0	IPE360	IPE450	0,94	0,95	<b>1,00</b>	0,95	<b>1,00</b>
8	5,0	30,0	IPE360	IPE300	0,96	0,97	<b>1,00</b>	0,97	<b>1,00</b>
	5,0	30,0	IPE360	IPE360	0,97	0,97	<b>1,00</b>	0,97	<b>1,00</b>
	5,0	30,0	IPE360	IPE450	0,97	0,98	<b>1,00</b>	0,97	<b>1,00</b>
12	5,0	30,0	IPE360	IPE300	0,98	0,98	<b>1,00</b>	0,98	<b>1,00</b>
	5,0	30,0	IPE360	IPE360	0,98	0,98	<b>1,00</b>	0,98	<b>1,00</b>
	5,0	30,0	IPE360	IPE450	0,98	0,98	<b>1,00</b>	0,98	<b>1,00</b>
4	5,0	40,0	IPE360	IPE300	0,92	0,93	<b>1,01</b>	0,91	<b>1,02</b>
	5,0	40,0	IPE360	IPE360	0,92	0,93	<b>1,01</b>	0,91	<b>1,01</b>
	5,0	40,0	IPE360	IPE450	0,92	0,93	<b>1,01</b>	0,92	<b>1,01</b>
8	5,0	40,0	IPE360	IPE300	0,96	0,97	<b>1,00</b>	0,96	<b>1,01</b>
	5,0	40,0	IPE360	IPE360	0,96	0,97	<b>1,00</b>	0,96	<b>1,01</b>
	5,0	40,0	IPE360	IPE450	0,96	0,97	<b>1,00</b>	0,96	<b>1,00</b>
12	5,0	40,0	IPE360	IPE300	0,97	0,98	<b>1,00</b>	0,97	<b>1,01</b>
	5,0	40,0	IPE360	IPE360	0,97	0,98	<b>1,00</b>	0,97	<b>1,00</b>
	5,0	40,0	IPE360	IPE450	0,98	0,98	<b>1,00</b>	0,97	<b>1,00</b>

- i. A abordagem preconizada pelo EC3 apresenta um erro que pode chegar aos 7% e apresenta sempre resultados não conservativos.
- ii. O método indirecto de amplificação de esforços e deslocamentos proposto apresenta um erro máximo de 2% e apresenta sempre resultados conservativos.

### 4.3.4 Pórticos Rotulados Carregados num Vão (PR1)

#### Necessidade de consideração dos efeitos de 2ª Ordem

Considere-se o pórtico **PR1**, o qual (i) possui uma geometria definida por  $\alpha=10^\circ$ ,  $L_c=5m$ , Pilares IPE360 e (ii) está submetido a uma carga uniformemente distribuída que garanta  $F_{cr}/F_{Ed}=4$ ,  $F_{cr}/F_{Ed}=8$  e  $F_{cr}/F_{Ed}=12$ . Para os diversos pórticos analisados variou-se o

comprimento do vão (20, 30 e 40 m) e as Inércias das travessas (IPE300, IPE360 e IPE450). Os valores apresentados na Tabela seguem dizem respeito ao nó que apresenta o maior momento flector do pórtico. Apresentam-se, na Tabela 4.10, a relação entre os valores dos momentos flectores de 1ª e 2ª ordem ( $M_I$  e  $M_{II}$ , respectivamente), tendo estes sido calculados através do programa SAP2000. A observação dos resultados apresentados na Tabela 4.10 permite concluir que:

Tabela 4.10 - Relação entre os valores de  $M_I$  e  $M_{II}$  (Pórtico PR1)

$V_{cr}/V_{sd}$	$L_c$	$L_{r,total}$	Coluna	Travessa	$M_I / M_{II,EX}$
-	m	m	-	-	-
4	5,0	20,0	IPE360	IPE300	0,90
	5,0	20,0	IPE360	IPE360	0,90
	5,0	20,0	IPE360	IPE450	0,91
8	5,0	20,0	IPE360	IPE300	0,95
	5,0	20,0	IPE360	IPE360	0,95
	5,0	20,0	IPE360	IPE450	0,96
12	5,0	20,0	IPE360	IPE300	0,97
	5,0	20,0	IPE360	IPE360	0,97
	5,0	20,0	IPE360	IPE450	0,97
4	5,0	30,0	IPE360	IPE300	0,88
	5,0	30,0	IPE360	IPE360	0,86
	5,0	30,0	IPE360	IPE450	0,85
8	5,0	30,0	IPE360	IPE300	0,94
	5,0	30,0	IPE360	IPE360	0,94
	5,0	30,0	IPE360	IPE450	0,93
12	5,0	30,0	IPE360	IPE300	0,96
	5,0	30,0	IPE360	IPE360	0,96
	5,0	30,0	IPE360	IPE450	0,95
4	5,0	40,0	IPE360	IPE300	0,89
	5,0	40,0	IPE360	IPE360	0,86
	5,0	40,0	IPE360	IPE450	0,83
8	5,0	40,0	IPE360	IPE300	0,95
	5,0	40,0	IPE360	IPE360	0,94
	5,0	40,0	IPE360	IPE450	0,92
12	5,0	40,0	IPE360	IPE300	0,97
	5,0	40,0	IPE360	IPE360	0,96
	5,0	40,0	IPE360	IPE450	0,95

- i. A relação entre os valores de  $M_I$  e os correspondentes valores de  $M_{II}$  é sempre inferior a 1, ou seja, os momentos de 2ª ordem são sempre superiores aos momentos de 1ª ordem.
- ii. A diferença máxima entre os momentos de 2ª ordem e os de 1ª ordem ocorre no pórtico com um vão total de 40m e sujeito a um carregamento que garante  $F_{cr}/F_{Ed} = 4$  e apresenta um erro de 17%.
- iii. A diferença entre os momentos de 2ª ordem e os momentos de 1ª ordem diminui com o aumento da relação entre  $F_{cr}/F_{Ed}$ .

Aplicabilidade do MAM proposto no EC3 para contabilizar os efeitos P-Δ

De modo a avaliar a aplicabilidade do MAM proposto no EC3 para contabilizar os efeitos P-Δ, utilizou-se a mesma geometria e carregamentos dos pórticos descritos anteriormente e estudou-se a relação entre os momentos de 2ª ordem exactos (SAP) e aproximados (EC3).

Apresenta-se na Tabela 4.11, a relação entre os valores dos momentos de 2ª ordem exactos ( $M_{II,ex}$ ) e aproximados ( $M_{II,EC3}$ ). A observação dos resultados apresentados na Tabela 4.11 permite concluir que:

Tabela 4.11 - Valores dos momentos flectores (Pórtico PR1)

$V_{cr}/V_{sd}$	$L_c$	$L_{r,total}$	Coluna	Travessa	$M_I / M_{II,EX}$	$M_{II,EC3} / M_{EX}$
-	m	m	-	-	-	-
4	5,0	20,0	IPE360	IPE300	0,90	0,92
	5,0	20,0	IPE360	IPE360	0,90	0,92
	5,0	20,0	IPE360	IPE450	0,91	0,93
8	5,0	20,0	IPE360	IPE300	0,95	0,96
	5,0	20,0	IPE360	IPE360	0,95	0,96
	5,0	20,0	IPE360	IPE450	0,96	0,96
12	5,0	20,0	IPE360	IPE300	0,97	0,98
	5,0	20,0	IPE360	IPE360	0,97	0,97
	5,0	20,0	IPE360	IPE450	0,97	0,98
4	5,0	30,0	IPE360	IPE300	0,88	0,90
	5,0	30,0	IPE360	IPE360	0,86	0,88
	5,0	30,0	IPE360	IPE450	0,85	0,86
8	5,0	30,0	IPE360	IPE300	0,94	0,95
	5,0	30,0	IPE360	IPE360	0,94	0,94
	5,0	30,0	IPE360	IPE450	0,93	0,94
12	5,0	30,0	IPE360	IPE300	0,96	0,97
	5,0	30,0	IPE360	IPE360	0,96	0,96
	5,0	30,0	IPE360	IPE450	0,95	0,96
4	5,0	40,0	IPE360	IPE300	0,89	0,90
	5,0	40,0	IPE360	IPE360	0,86	0,88
	5,0	40,0	IPE360	IPE450	0,83	0,84
8	5,0	40,0	IPE360	IPE300	0,95	0,95
	5,0	40,0	IPE360	IPE360	0,94	0,94
	5,0	40,0	IPE360	IPE450	0,92	0,93
12	5,0	40,0	IPE360	IPE300	0,97	0,97
	5,0	40,0	IPE360	IPE360	0,96	0,96
	5,0	40,0	IPE360	IPE450	0,95	0,95

- i. A relação entre os valores de  $M_{II,EC3}$  e os valores de  $M_{II,ex}$  são sempre inferiores a 1, ou seja, o EC3 apresenta sempre estimativas não conservativas dos momentos de 2ª ordem.
- ii. O erro maior ocorre no pórtico com um vão total de 40m e sujeito a um carregamento que garante  $F_{cr}/F_{Ed} = 4$  e é de 16%.
- iii. O erro cometido diminui com o aumento da relação entre  $F_{cr}/F_{Ed}$ .

Configuração Deformada

A configuração deformada devido às cargas horizontais é igual à do pórtico **PR2** (ver Figura 4.22). Por outro lado, as configurações deformadas devido ao carregamento vertical são bastante diferentes da obtida para o pórtico **PR2** e podem ser observadas nas figuras seguintes:

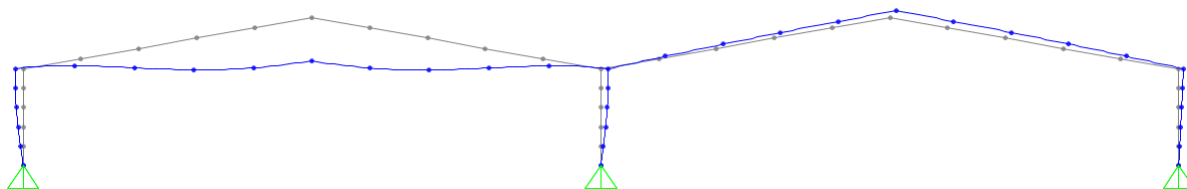


Figura 4.30 - Configuração deformada devido ao carregamento vertical – W (Pórtico PR1)

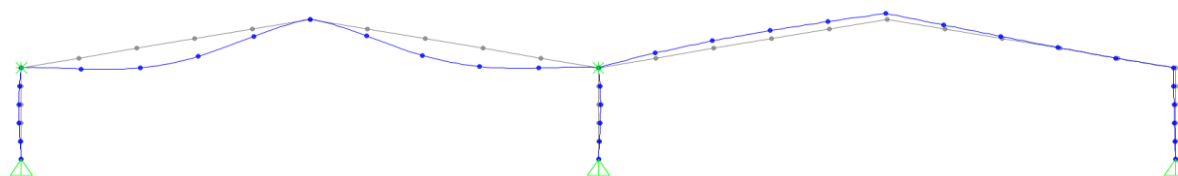


Figura 4.31 – Configuração deformada com os deslocamentos horizontais impedidos (Pórtico PR1)

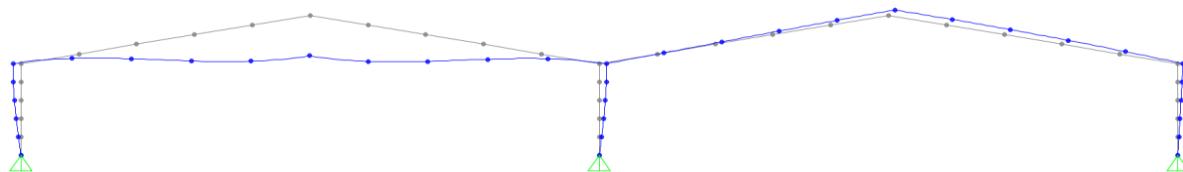


Figura 4.32 - Configuração deformada associada aos deslocamentos horizontais (Pórtico PR1)

A configuração deformada de 1ª ordem de um pórtico sujeito à acção de um carregamento vertical e cargas horizontais, pode ser decomposta nas seguintes três parcelas:

- i. Parcela anti-simétrica, devidas as cargas horizontais e designada por  $v_{DP,I}^{AS}$  - Figura 4.22.
- ii. Parcela devida ao carregamento e sem influência dos deslocamentos horizontais dos topos das colunas de extremidade, designada por  $v_{DLI}$  - Figura 4.31.
- iii. Parcela “Anti-simétrica” devido ao carregamento e com influência dos deslocamentos horizontais dos topos das colunas do pórtico sujeito ao carregamento vertical, designada por  $v_{DP,I}^{ABS}$  - Figura 4.32.

### Diagrama de Momentos

O diagrama de momentos devido às cargas horizontais –  $M_{DP,I}^{AS}$  é semelhante à do Pórtico **PR1** (ver Figura 4.27). Os diagramas de momentos flectores associados às duas restantes parcelas da configuração deformada identificadas anteriormente estão ilustrados nas 2 figuras seguintes:

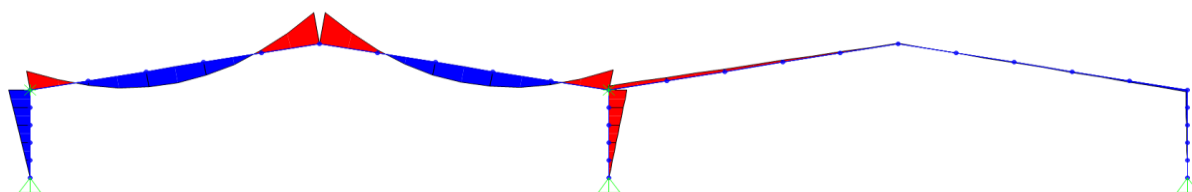


Figura 4.33 - Diagrama de momentos devido ao carregamento vertical com deslocamentos horizontais impedidos –  $M_{DI,I}$  (Pórtico PR1)

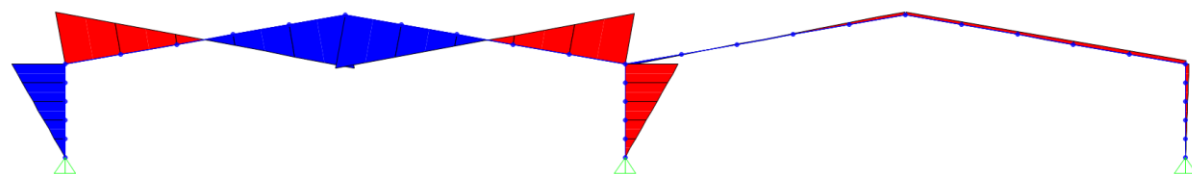


Figura 4.34 – Diagrama de momentos devido à acção dos deslocamento horizontais devidos ao carregamento vertical -  $M_{DP,I}^{ABS}$  (Pórtico PR1)

### Comentário

Comparando as configurações deformadas descritas anteriormente com as configurações dos dois primeiros modos de encurvadura (ver Figura 4.2 e Figura 4.3) observa-se que:

- i. A primeira parcela da configuração deformada ( $v_{DP,I}^{AS}$  - Figura 4.22) apresenta um andamento muito semelhante ao primeiro modo de instabilidade, o modo **AS** ( Figura 4.2).
- ii. A terceira parcela da configuração deformada ( $v_{DP,I}^{ABS}$  - Figura 4.32) apresenta um andamento muito semelhante ao segundo modo de instabilidade, o modo **ABS** ( Figura 4.4).

Tendo em consideração a formulação de um método indirecto de amplificação dos efeitos de 2ª ordem em pórticos de travessas inclinadas com 2 vãos, importa mencionar que, no que respeita a relação entre a configuração deformada de 1ª ordem e o respectivo diagrama de momentos flectores, se tem:

- i. A parcela anti-simétrica devida às cargas horizontais está associada ao diagrama de momentos  $M_{DP,I}^{AS}$  (ver Figura 4.27).
- ii. A parcela “anti-simétrica” devido ao carregamento e sem influência dos deslocamentos horizontais dos topos das colunas de extremidade está associada ao diagrama de momentos  $M_{DI,I}$  (ver Figura 4.33).
- iii. A parcela “anti-simétrica” devido ao carregamento e com influência dos deslocamentos horizontais dos topos das colunas do pórtico sujeito ao carregamento vertical está associada ao diagrama de momentos  $M_{DP,I}^{ABS}$  (ver Figura 4.34)

#### Proposta de um Método de Amplificação

Tendo por base o que foi mencionado anteriormente, pretende-se agora propor uma metodologia para calcular indirectamente os efeitos de 2ª ordem em pórticos de travessas inclinadas com 2 vãos. Esta metodologia envolve os seguintes passos:

- i. Cálculo dos valores de esforço axial existente nas colunas e travessas devido ao carregamento vertical.
- ii. Determinação dos valores de  $F_{cr}^{AS}$  e  $F_{cr}^{ABS}$ , valores das cargas críticas de bifurcação associadas ao modo **AS** e ao modo **ABS**.
- iii. Identificação das parcelas da configuração deformada e dos diagramas de momentos flectores correspondentes (a) à acção das cargas horizontais ( $v_{DP,I}^{AS}$  e  $M_{DP,I}^{AS}$ ), (b) à acção do carregamento vertical com os deslocamentos horizontais no topo das colunas impedidos ( $v_{DI,I}$  e  $M_{DI,I}$ ) e (c) à acção dos deslocamentos horizontais devidos ao carregamento vertical ( $v_{DP,I}^{ABS}$  e  $M_{DP,I}^{ABS}$ ).
- iv. Determinação aproximada dos deslocamentos e momentos flectores de 2ª ordem através das expressões:

$$v_{II} = v_{DI,I} + C_{AS} \cdot v_{DP,I}^{AS} + C_{ABS} \cdot v_{DP,I}^{ABS} \quad (4.6)$$

$$M_{II} = M_{DI,I} + C_{AS} \cdot M_{DP,I}^{AS} + C_{ABS} \cdot M_{DP,I}^{ABS} \quad (4.7)$$

Onde

$$C_{AS} = \frac{1}{1 - F_{Ed}/F_{cr}^{AS}} \quad , \quad C_{ABS} = \frac{1}{1 - F_{Ed}/F_{cr}^{ABS}}$$

A Figura 4.35 ilustra o método de amplificação proposto anteriormente para este tipo de pórticos.

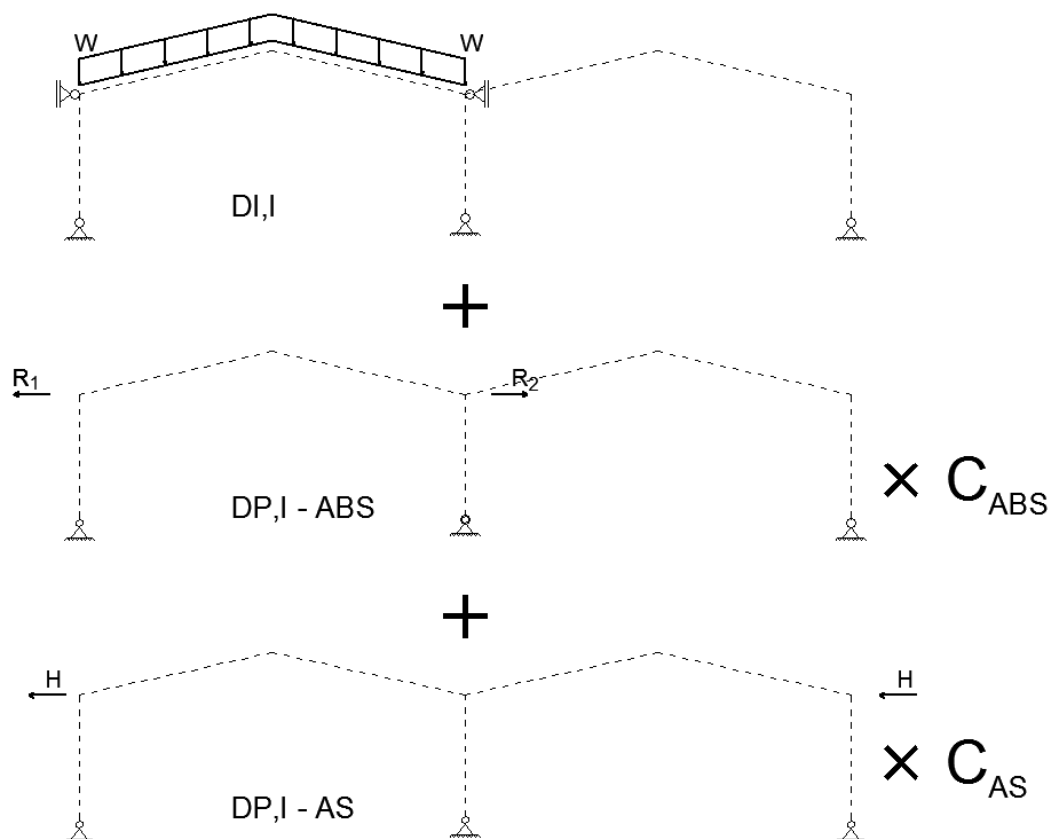


Figura 4.35 - Proposta de um método de amplificação para ter em consideração os efeitos de 2ª ordem - Pórtico PR1

Estudo Paramétrico

Para avaliar a precisão e o domínio do método de amplificação proposto, efectuou-se o mesmo estudo paramétrico realizado para o Caso 1A (Capítulo 4.3.3.5).

Na Tabela 4.12 ilustra-se o erro entre os momentos e deslocamentos de 2ª ordem obtidos usando o método preconizado pelo EC3 e o método de amplificação proposto no capítulo anterior comparativamente ao valor exacto obtido através do programa de elementos finitos SAP2000. A observação dos resultados apresentados na Tabela 4.12 permite concluir que:

- i. A abordagem preconizada pelo EC3 apresenta um erro entre os momentos de 2ª ordem aproximados e os exactos que pode chegar aos 17% e apresenta sempre resultados não conservativos.
- ii. A abordagem preconizada pelo EC3 apresenta um erro entre os deslocamentos de 2ª ordem aproximados e os exactos que pode chegar aos 13% e apresenta sempre resultados não.
- iii. O método indirecto de amplificação de momentos proposto apresenta um erro máximo de 2% e apresenta resultados conservativos à excepção de dois casos.



- iv. O método indirecto de amplificação de deslocamentos proposto apresenta um erro máximo de 14% e apresenta resultados conservativos à excepção de três casos.

Tabela 4.12 - Análise de 2ª ordem (Caso 1B)

$V_{cr}/V_{sd}$	$L_c$	$L_{r,total}$	Coluna	Travessa	$M_I / M_{II,EX}$	$M_{II,EC3} / M_{EX}$	$M_{II,PROP} / M_{EX}$	$d_{II,EC3} / d_{EX}$	$d_{II,PROP} / d_{EX}$
-	m	m	-	-	-	-	-	-	-
4	5,0	20,0	IPE360	IPE300	0,90	0,92	<b>1,01</b>	0,96	<b>1,01</b>
	5,0	20,0	IPE360	IPE360	0,90	0,92	<b>1,00</b>	0,91	<b>0,97</b>
	5,0	20,0	IPE360	IPE450	0,91	0,93	<b>1,00</b>	0,89	<b>0,93</b>
8	5,0	20,0	IPE360	IPE300	0,95	0,96	<b>1,00</b>	0,98	<b>1,01</b>
	5,0	20,0	IPE360	IPE360	0,95	0,96	<b>1,00</b>	0,96	<b>0,99</b>
	5,0	20,0	IPE360	IPE450	0,96	0,96	<b>1,00</b>	0,95	<b>0,97</b>
12	5,0	20,0	IPE360	IPE300	0,97	0,98	<b>1,00</b>	0,99	<b>1,00</b>
	5,0	20,0	IPE360	IPE360	0,97	0,97	<b>1,00</b>	0,97	<b>0,99</b>
	5,0	20,0	IPE360	IPE450	0,97	0,98	<b>1,00</b>	0,96	<b>0,98</b>
4	5,0	30,0	IPE360	IPE300	0,88	0,90	<b>1,01</b>	0,99	<b>1,09</b>
	5,0	30,0	IPE360	IPE360	0,86	0,88	<b>1,00</b>	0,93	<b>1,03</b>
	5,0	30,0	IPE360	IPE450	0,85	0,86	<b>0,99</b>	0,87	<b>0,97</b>
8	5,0	30,0	IPE360	IPE300	0,94	0,95	<b>1,01</b>	0,99	<b>1,04</b>
	5,0	30,0	IPE360	IPE360	0,94	0,94	<b>1,00</b>	0,97	<b>1,02</b>
	5,0	30,0	IPE360	IPE450	0,93	0,94	<b>1,00</b>	0,94	<b>0,99</b>
12	5,0	30,0	IPE360	IPE300	0,96	0,97	<b>1,01</b>	0,99	<b>1,03</b>
	5,0	30,0	IPE360	IPE360	0,96	0,96	<b>1,00</b>	0,98	<b>1,01</b>
	5,0	30,0	IPE360	IPE450	0,95	0,96	<b>1,00</b>	0,96	<b>0,99</b>
4	5,0	40,0	IPE360	IPE300	0,89	0,90	<b>1,02</b>	1,01	<b>1,14</b>
	5,0	40,0	IPE360	IPE360	0,86	0,88	<b>1,01</b>	0,96	<b>1,09</b>
	5,0	40,0	IPE360	IPE450	0,83	0,84	<b>0,99</b>	0,87	<b>1,02</b>
8	5,0	40,0	IPE360	IPE300	0,95	0,95	<b>1,01</b>	1,00	<b>1,06</b>
	5,0	40,0	IPE360	IPE360	0,94	0,94	<b>1,01</b>	0,98	<b>1,04</b>
	5,0	40,0	IPE360	IPE450	0,92	0,93	<b>1,00</b>	0,94	<b>1,02</b>
12	5,0	40,0	IPE360	IPE300	0,97	0,97	<b>1,01</b>	1,00	<b>1,04</b>
	5,0	40,0	IPE360	IPE360	0,96	0,96	<b>1,01</b>	0,99	<b>1,03</b>
	5,0	40,0	IPE360	IPE450	0,95	0,95	<b>1,00</b>	0,96	<b>1,01</b>

#### 4.3.5 Pórticos Encastrados Carregados nos Dois Vãos (PE2) e num Vão (PE1)

##### Necessidade de consideração dos efeitos de 2ª Ordem

Considere-se os pórticos **PE2** e **PE1**, os quais (i) possuem uma geometria definida por  $\alpha=10^\circ$ ,  $L_c=5m$ , Pilares IPE360 e (ii) estão submetidos a uma carga uniformemente distribuída que garanta  $F_{cr}/F_{Ed} =4$ ,  $F_{cr}/F_{Ed} =8$  e  $F_{cr}/F_{Ed} =12$ . Para os diversos pórticos analisados variou-se o comprimento do vão (20, 30 e 40 m) e as Inércias das travessas (IPE300, IPE360 e IPE450). Os valores apresentados na tabela seguinte dizem respeito ao nó que apresenta o maior momento flector do pórtico.

Apresentam-se, na Tabela 4.13, a relação entre os valores dos momentos flectores de 1ª e 2ª ordem ( $M_I$  e  $M_{II}$ , respectivamente). A observação dos resultados apresentados na Tabela 4.13 permite concluir que:

Tabela 4.13 - Valores de  $M_I$  e  $M_{II}$  (Pórticos PE2 e PE1)

$V_{cr}/V_{sd}$	$L_c$	$L_r$	$L_{r,total}$	Coluna	Travessa	Pórtico PE2	Pórtico PE1
						$M_I / M_{II,EX}$	$M_I / M_{II,EX}$
-	m	m	m	-	-	-	-
4	5,0	10,2	20,0	IPE360	IPE300	0,86	0,79
	5,0	10,2	20,0	IPE360	IPE360	0,87	0,76
	5,0	10,2	20,0	IPE360	IPE450	0,89	0,74
8	5,0	10,2	20,0	IPE360	IPE300	0,94	0,91
	5,0	10,2	20,0	IPE360	IPE360	0,94	0,90
	5,0	10,2	20,0	IPE360	IPE450	0,95	0,89
12	5,0	10,2	20,0	IPE360	IPE300	0,96	0,94
	5,0	10,2	20,0	IPE360	IPE360	0,96	0,94
	5,0	10,2	20,0	IPE360	IPE450	0,97	0,93
4	5,0	15,2	30,0	IPE360	IPE300	0,89	0,85
	5,0	15,2	30,0	IPE360	IPE360	0,89	0,82
	5,0	15,2	30,0	IPE360	IPE450	0,89	0,77
8	5,0	15,2	30,0	IPE360	IPE300	0,95	0,94
	5,0	15,2	30,0	IPE360	IPE360	0,95	0,93
	5,0	15,2	30,0	IPE360	IPE450	0,95	0,91
12	5,0	15,2	30,0	IPE360	IPE300	0,97	0,96
	5,0	15,2	30,0	IPE360	IPE360	0,97	0,95
	5,0	15,2	30,0	IPE360	IPE450	0,97	0,94
4	5,0	20,3	40,0	IPE360	IPE300	0,92	0,91
	5,0	20,3	40,0	IPE360	IPE360	0,91	0,88
	5,0	20,3	40,0	IPE360	IPE450	0,91	0,84
8	5,0	20,3	40,0	IPE360	IPE300	0,96	0,96
	5,0	20,3	40,0	IPE360	IPE360	0,96	0,95
	5,0	20,3	40,0	IPE360	IPE450	0,96	0,93
12	5,0	20,3	40,0	IPE360	IPE300	0,98	0,97
	5,0	20,3	40,0	IPE360	IPE360	0,97	0,97
	5,0	20,3	40,0	IPE360	IPE450	0,97	0,96

- i. Em ambos os pórticos **PE2** e **PE1**, a relação entre os valores de  $M_I$  e os correspondentes valores de  $M_{II}$  é sempre inferior a 1, ou seja, os momentos de 2ª ordem são sempre superiores aos momentos de 1ª ordem.
- ii. No pórtico **PE2**, a diferença máxima entre os momentos de 2ª ordem e os de 1ª ordem ocorre no pórtico com um vão total de 20m e sujeito a um carregamento que garante  $F_{cr}/F_{Ed}=4$  e apresenta um erro de 14%.
- iii. No pórtico **PE1**, a diferença máxima entre os momentos de 2ª ordem e os de 1ª ordem ocorre no pórtico com um vão total de 20m e sujeito a um carregamento que garante  $F_{cr}/F_{Ed}=4$  e apresenta um erro de 26%.
- iv. Em ambos os pórticos **PE2** e **PE1**, a diferença entre os momentos de 2ª ordem e os de 1ª ordem diminui com o aumento da relação entre  $F_{cr}/F_{Ed}$ .

#### Aplicabilidade do MAM proposto no EC3 para contabilizar os efeitos P-Δ

De modo a avaliar a aplicabilidade do MAM proposto no EC3 para contabilizar os efeitos P-Δ, utilizou-se a mesma geometria e carregamentos dos pórticos descritos anteriormente e estudou-se a relação entre os momentos de 2ª ordem exactos (SAP) e aproximados (EC3).

Apresenta-se na Tabela 4.14, a relação entre os valores dos momentos de 2ª ordem exactos ( $M_{II,ex}$ ) e aproximados ( $M_{II,EC3}$ ). A observação dos resultados apresentados na Tabela 4.14 permite concluir que:

Tabela 4.14 - Valores dos momentos flectores (Pórticos PE2 e PE1)

$V_{cr}/V_{sd}$	$L_c$ m	$L_r$ m	$L_{r,total}$ m	Coluna	Travessa	Pórtico PE2		Pórtico PE1	
						$M_I / M_{II,EX}$	$M_{II,EC3} / M_{EX}$	$M_I / M_{II,EX}$	$M_{II,EC3} / M_{EX}$
4	5,0	10,2	20,0	IPE360	IPE300	0,86	0,86	0,79	0,79
	5,0	10,2	20,0	IPE360	IPE360	0,87	0,88	0,76	0,77
	5,0	10,2	20,0	IPE360	IPE450	0,89	0,90	0,74	0,74
8	5,0	10,2	20,0	IPE360	IPE300	0,94	0,94	0,91	0,92
	5,0	10,2	20,0	IPE360	IPE360	0,94	0,94	0,90	0,91
	5,0	10,2	20,0	IPE360	IPE450	0,95	0,95	0,89	0,90
12	5,0	10,2	20,0	IPE360	IPE300	0,96	0,96	0,94	0,95
	5,0	10,2	20,0	IPE360	IPE360	0,96	0,96	0,94	0,94
	5,0	10,2	20,0	IPE360	IPE450	0,97	0,97	0,93	0,93
4	5,0	15,2	30,0	IPE360	IPE300	0,89	0,89	0,85	0,85
	5,0	15,2	30,0	IPE360	IPE360	0,89	0,89	0,82	0,83
	5,0	15,2	30,0	IPE360	IPE450	0,89	0,89	0,77	0,78
8	5,0	15,2	30,0	IPE360	IPE300	0,95	0,95	0,94	0,94
	5,0	15,2	30,0	IPE360	IPE360	0,95	0,95	0,93	0,93
	5,0	15,2	30,0	IPE360	IPE450	0,95	0,95	0,91	0,91
12	5,0	15,2	30,0	IPE360	IPE300	0,97	0,97	0,96	0,96
	5,0	15,2	30,0	IPE360	IPE360	0,97	0,97	0,95	0,95
	5,0	15,2	30,0	IPE360	IPE450	0,97	0,97	0,94	0,94
4	5,0	20,3	40,0	IPE360	IPE300	0,92	0,92	0,91	0,91
	5,0	20,3	40,0	IPE360	IPE360	0,91	0,92	0,88	0,88
	5,0	20,3	40,0	IPE360	IPE450	0,91	0,91	0,84	0,85
8	5,0	20,3	40,0	IPE360	IPE300	0,96	0,96	0,96	0,96
	5,0	20,3	40,0	IPE360	IPE360	0,96	0,96	0,95	0,95
	5,0	20,3	40,0	IPE360	IPE450	0,96	0,96	0,93	0,93
12	5,0	20,3	40,0	IPE360	IPE300	0,98	0,98	0,97	0,97
	5,0	20,3	40,0	IPE360	IPE360	0,97	0,97	0,97	0,97
	5,0	20,3	40,0	IPE360	IPE450	0,97	0,97	0,96	0,96

- i. Em ambos os pórticos **PE2** e **PE1**, a relação entre os valores de  $M_{II,EC3}$  e os valores de  $M_{II,ex}$  são sempre inferiores a 1, ou seja, o EC3 apresenta sempre estimativas não conservativas dos momentos de 2ª ordem.
- ii. No pórtico **PE2**, o erro maior ocorre no pórtico com um vão total de 20m e sujeito a um carregamento que garante  $F_{cr}/F_{Ed} = 4$  e é de 14%.
- iii. No pórtico **PE1**, o erro maior ocorre no pórtico com um vão total de 20m e sujeito a um carregamento que garante  $F_{cr}/F_{Ed} = 4$  e é de 26%.
- iv. Em ambos os pórticos **PE2** e **PE1**, o erro cometido diminui com o aumento da relação entre  $F_{cr}/F_{Ed}$ .

Configuração Deformada

A configuração deformada dos pórticos **PE2** e **PE1** devido a uma carga horizontal é igual e está ilustrada na Figura 4.36.

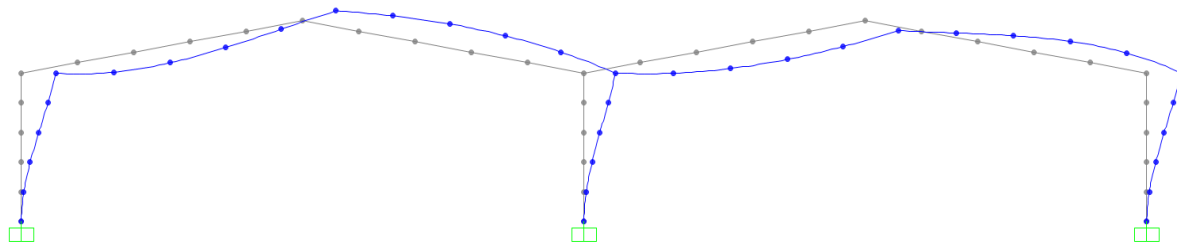


Figura 4.36 - Configuração deformada devido as cargas horizontais – H (Pórticos PE2 e PE1)

As configurações deformadas devido ao carregamento vertical para o pórtico **PE2** estão ilustradas nas 3 figuras seguintes:

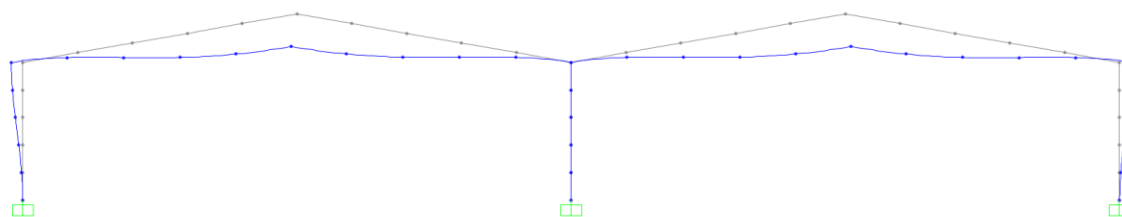


Figura 4.37 - Configuração deformada devido ao carregamento vertical – W (Pórtico PE2)

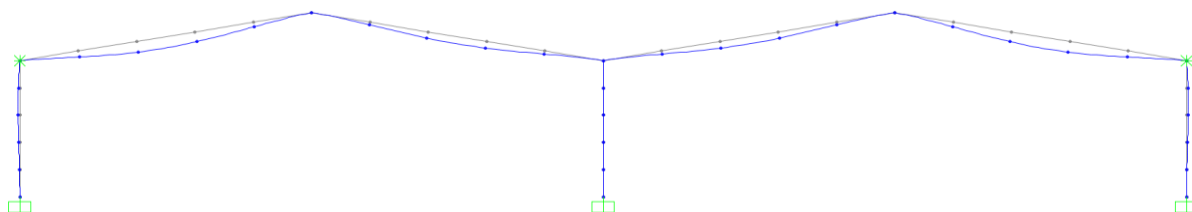


Figura 4.38 - Configuração deformada com os deslocamentos horizontais impedidos (Pórtico PE2)

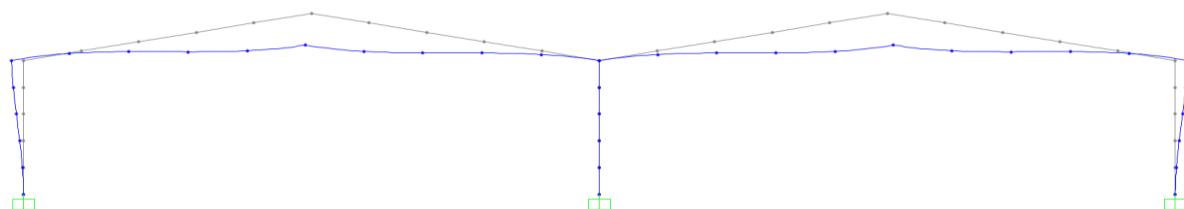


Figura 4.39 - Configuração deformada associada aos deslocamentos horizontais (Pórtico PE2)

As configurações deformadas devido ao carregamento vertical para o pórtico **PE1** estão ilustradas nas 3 figuras seguintes:

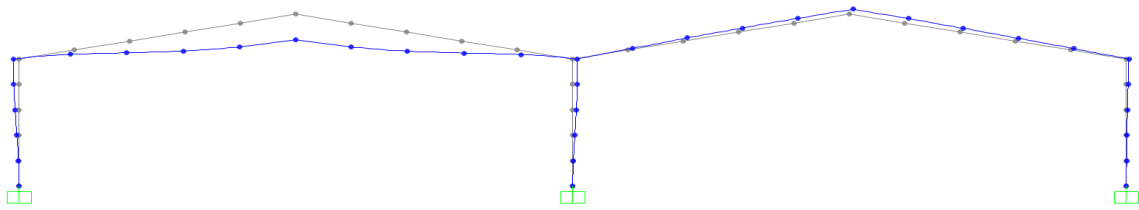


Figura 4.40 - Configuração deformada devido ao carregamento vertical – W (Pórtico PE1)

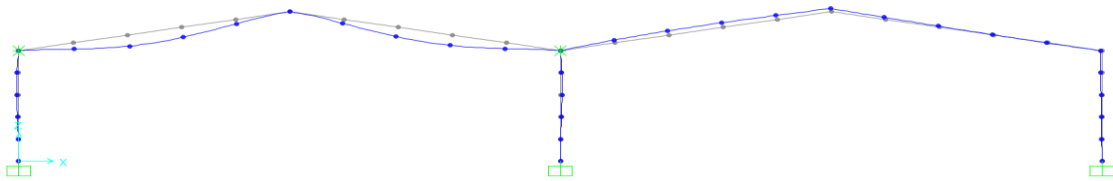


Figura 4.41 - Configuração deformada com os deslocamentos horizontais impedidos (Pórtico PE1)

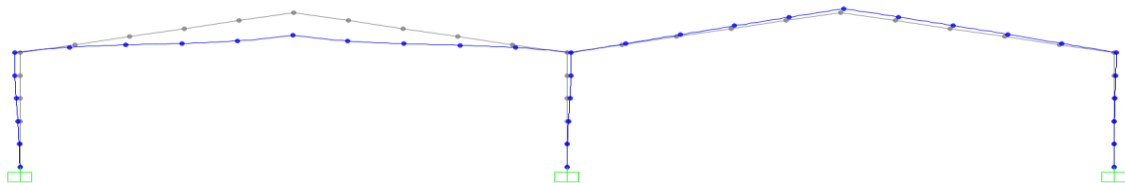


Figura 4.42 - Configuração deformada associada aos deslocamentos horizontais (Pórtico PE1)

### Diagrama de Momentos

O diagrama de momentos devido às cargas horizontais dos pórticos **PE2** e **PE1** é igual e está ilustrada na Figura 4.43.

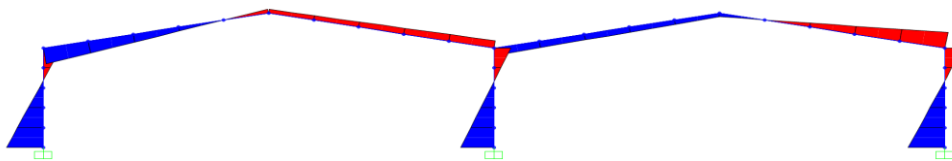


Figura 4.43 - Diagrama de momentos devido às cargas horizontais –  $M_{DP,I}^{AS}$  (Pórticos PE2 e PE1)

Os diagramas de momentos devido ao carregamento vertical com deslocamentos horizontais impedidos e devido à acção dos deslocamentos horizontais devidos ao carregamento vertical, para o pórtico **PE2** estão ilustrados nas 2 figuras seguintes:

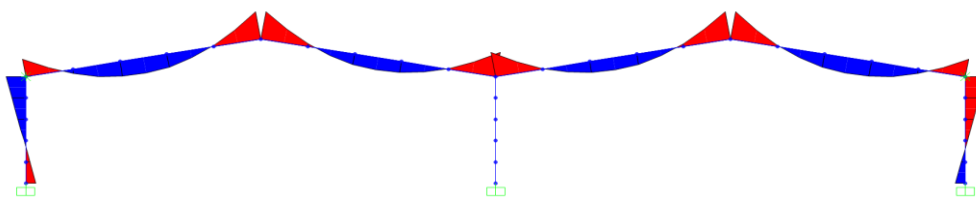


Figura 4.44 - Diagrama de momentos devido ao carregamento vertical com deslocamentos horizontais impedidos –  $M_{DI,I}$  (Pórtico PE2)

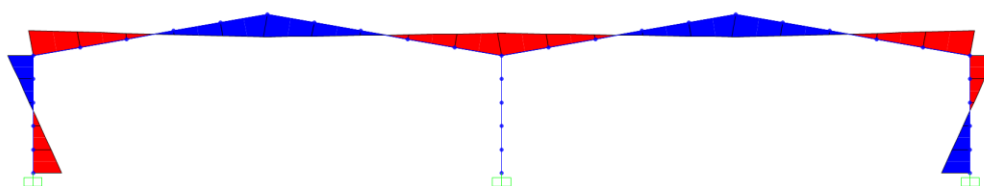


Figura 4.45 - Diagrama de momentos devido à ação dos deslocamentos horizontais devidos ao carregamento vertical -  $M_{DP,I}^{SS}$  (Pórtico PE2)

Os diagramas de momentos devido ao carregamento vertical com deslocamentos horizontais impedidos e devido à ação dos deslocamentos horizontais devidos ao carregamento vertical, para o Pórtico **PE1** estão ilustrados nas 2 figuras seguintes:

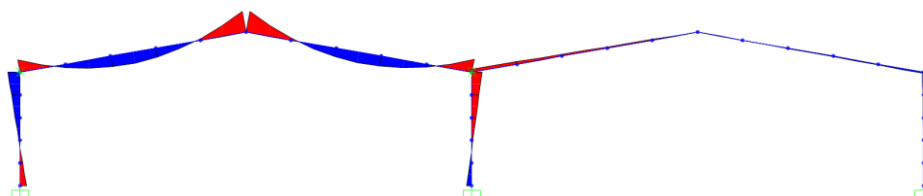


Figura 4.46 - Diagrama de momentos devido ao carregamento vertical com deslocamentos horizontais impedidos –  $M_{DI,I}$  (Pórtico PE1)

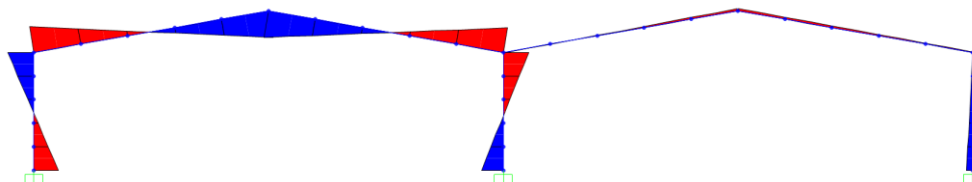


Figura 4.47 - Diagrama de momentos devido à ação dos deslocamentos horizontais devidos ao carregamento vertical -  $M_{DP,I}^{ABS}$  (Pórtico PE1)

Comentários

Comparando as configurações deformadas descritas anteriormente com as configurações dos modos de encurvadura (ver Figura 4.12 a Figura 4.14) observa-se que:

- i. A primeira parcela da configuração deformada ( $v_{DP,I}^{AS}$  - Figura 4.36) apresenta um andamento muito semelhante ao modo **AS** (Figura 4.12).
- ii. No Pórtico **PE2**, a terceira parcela da configuração deformada ( $v_{DP,I}^{SS}$  - Figura 4.39) apresenta um andamento muito semelhante ao modo **SS** (Figura 4.13).
- iii. No Pórtico **PE1**, a terceira parcela da configuração deformada ( $v_{DP,I}^{ABS}$  - Figura 4.42) apresenta um andamento muito semelhante ao modo **ABS** (Figura 4.13).

Tendo em consideração a formulação de um método indirecto de amplificação dos efeitos de 2ª ordem em pórticos de travessas inclinadas com 2 vãos, importa mencionar que, no que respeita a relação entre a configuração deformada de 1ª ordem e o respectivo diagrama de momentos flectores, se tem:

- i. A parcela anti-simétrica devida às cargas horizontais está associada ao diagrama de momentos  $M_{DP,I}^{AS}$  (ver Figura 4.43).
- ii. No Pórtico **PE2**, a parcela simétrica devido ao carregamento e sem influência dos deslocamentos horizontais dos topos das colunas de extremidade está associada ao diagrama de momentos  $M_{DI,I}$  (ver Figura 4.44).
- iii. No Pórtico **PE2**, a parcela simétrica devido ao carregamento e com influência dos deslocamentos horizontais dos topos das colunas do pórtico sujeito ao carregamento vertical está associada ao diagrama de momentos  $M_{DP,I}^{SS}$  (ver Figura 4.45).
- iv. No Pórtico **PE1**, a parcela “anti-simétrica” devido ao carregamento e sem influência dos deslocamentos horizontais dos topos das colunas de extremidade está associada ao diagrama de momentos  $M_{DI,I}$  (ver Figura 4.46).
- v. No Pórtico **PE1**, a parcela “anti-simétrica” devido ao carregamento e com influência dos deslocamentos horizontais dos topos das colunas do pórtico sujeito ao carregamento vertical está associada ao diagrama de momentos  $M_{DP,I}^{ABS}$  (ver Figura 4.47).

Estudo Paramétrico

Tendo por base o que foi mencionado anteriormente, pretende-se agora propor uma metodologia para calcular indirectamente os efeitos de 2ª ordem em pórticos de travessas inclinadas com 2 vãos. Esta metodologia envolve os seguintes passos:

- i. Cálculo dos valores de esforço axial existente nas colunas e travessas devido ao carregamento vertical.
- ii. Determinação dos valores de  $F_{cr}^{AS}$ ,  $F_{cr}^{SS}$  (Pórtico **PE2**) e  $F_{cr}^{ABS}$  (Pórtico **PE1**), valores das cargas críticas de bifurcação associadas aos modos **AS**, **SS** e **ABS**, respectivamente.
- iii. Identificação das parcelas da configuração deformada e dos diagramas de momentos flectores correspondentes (a) à acção das cargas horizontais ( $v_{DP,I}^{AS}$  e  $M_{DP,I}^{AS}$ ), (b) à acção do carregamento vertical com os deslocamentos horizontais no topo das colunas impedidos ( $v_{DI,I}$  e  $M_{DI,I}$ ) e (c) à acção dos deslocamentos horizontais devidos ao carregamento vertical ( $v_{DP,I}^{SS}$  e  $M_{DP,I}^{SS}$  para o Pórtico **PE2**, ou  $v_{DP,I}^{ABS}$  e  $M_{DP,I}^{ABS}$  para o Pórtico **PE1**).
- iv. Determinação aproximada dos deslocamentos e momentos flectores de 2ª ordem através das expressões:

$$\text{Pórtico PE2: } v_{II} = v_{DI,I} + C_{AS} \cdot v_{DP,I}^{AS} + C_{SS} \cdot v_{DP,I}^{SS} \quad (4.8)$$

$$\text{Pórtico PE1: } v_{II} = v_{DI,I} + C_{AS} \cdot v_{DP,I}^{AS} + C_{ABS} \cdot v_{DP,I}^{ABS} \quad (4.9)$$

$$\text{Pórtico PE2: } M_{II} = M_{DI,I} + C_{AS} \cdot M_{DP,I}^{AS} + C_{SS} \cdot M_{DP,I}^{SS} \quad (4.10)$$

$$\text{Pórtico PE1: } M_{II} = M_{DI,I} + C_{AS} \cdot M_{DP,I}^{AS} + C_{ABS} \cdot M_{DP,I}^{ABS} \quad (4.11)$$

Onde

$$C_{AS} = \frac{1}{1 - F_{Ed}/F_{cr}^{AS}} \quad , \quad C_{SS} = \frac{1}{1 - F_{Ed}/F_{cr}^{SS}} \quad \text{e} \quad C_{ABS} = \frac{1}{1 - F_{Ed}/F_{cr}^{ABS}}$$

A Figura 4.48 ilustra o método de amplificação proposto anteriormente para este tipo de pórticos para os Pórticos **PE2** e **PE1**.



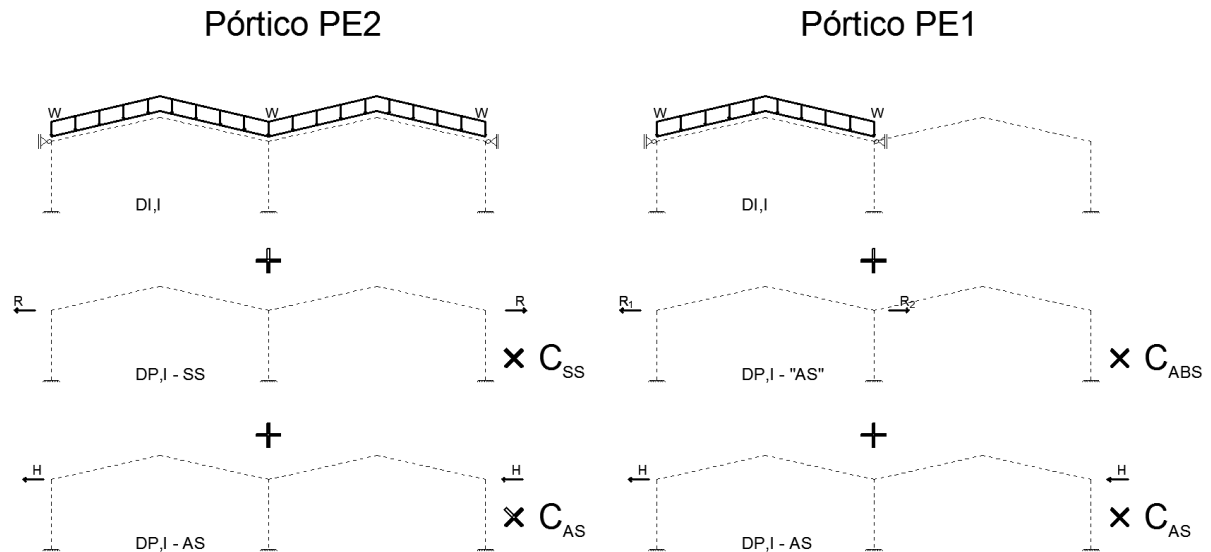


Figura 4.48 - Proposta de um método de amplificação para ter em consideração os efeitos de 2ª ordem - Pórticos PE2 e PE1

### Estudo Paramétrico

Para avaliar a precisão e o domínio do método de amplificação proposto, efectuou-se o mesmo estudo paramétrico realizado para o **Pórtico PR2** (Capítulo 4.3.3.5).

Nas 2 tabelas seguintes ilustram-se os erros entre os momentos e deslocamentos de 2ª ordem obtidos para os Pórticos **PE2** e **PE1**, usando o método preconizado pelo EC3 e o método de amplificação proposto neste capítulo comparativamente ao valor exacto obtido através do programa de elementos finitos SAP2000. A observação dos resultados apresentados nas Tabela 4.15 e Tabela 4.16 permite concluir que:

- i. No Pórtico **PE2**, a abordagem preconizada pelo EC3 apresenta um erro que pode chegar aos 14% e apresenta sempre resultados não conservativos.
- ii. No Pórtico **PE2**, o método indirecto de amplificação de esforços e deslocamentos proposto apresenta um erro máximo de 2% para os momentos e de 12% para os deslocamentos, sendo que apresenta sempre resultados conservativos.
- iii. No Pórtico **PE1**, a abordagem preconizada pelo EC3 apresenta um erro que pode chegar aos 26% e apresenta sempre resultados não conservativos.
- iv. No Pórtico **PE1**, o método indirecto de amplificação de esforços e deslocamentos proposto apresenta um erro máximo de 6% para os momentos e de 10% para os deslocamentos, sendo que nem sempre apresenta resultados conservativos.

Tabela 4.15 - Análise de 2ª ordem (Pórtico PE2)

$V_{cr}/V_{sd}$	$L_c$	$L_{r,total}$	Coluna	Travessa	$M_I / M_{II,EX}$	$M_{II,EC3} / M_{EX}$	$M_{II,PROP} / M_{EX}$	$d_{II,EC3} / d_{EX}$	$d_{II,PROP} / d_{EX}$
-	m	m	-	-	-	-	-	-	-
4	5,0	20,0	IPE360	IPE300	0,86	0,86	<b>1,00</b>	0,81	<b>1,00</b>
	5,0	20,0	IPE360	IPE360	0,87	0,88	<b>1,00</b>	0,84	<b>1,00</b>
	5,0	20,0	IPE360	IPE450	0,89	0,90	<b>1,01</b>	0,88	<b>1,00</b>
8	5,0	20,0	IPE360	IPE300	0,94	0,94	<b>1,01</b>	0,91	<b>1,01</b>
	5,0	20,0	IPE360	IPE360	0,94	0,94	<b>1,01</b>	0,93	<b>1,00</b>
	5,0	20,0	IPE360	IPE450	0,95	0,95	<b>1,01</b>	0,94	<b>1,00</b>
12	5,0	20,0	IPE360	IPE300	0,96	0,96	<b>1,00</b>	0,94	<b>1,01</b>
	5,0	20,0	IPE360	IPE360	0,96	0,96	<b>1,00</b>	0,95	<b>1,00</b>
	5,0	20,0	IPE360	IPE450	0,97	0,97	<b>1,00</b>	0,96	<b>1,00</b>
4	5,0	30,0	IPE360	IPE300	0,89	0,89	<b>1,01</b>	0,85	<b>1,05</b>
	5,0	30,0	IPE360	IPE360	0,89	0,89	<b>1,01</b>	0,85	<b>1,03</b>
	5,0	30,0	IPE360	IPE450	0,89	0,89	<b>1,01</b>	0,85	<b>1,01</b>
8	5,0	30,0	IPE360	IPE300	0,95	0,95	<b>1,01</b>	0,93	<b>1,03</b>
	5,0	30,0	IPE360	IPE360	0,95	0,95	<b>1,01</b>	0,93	<b>1,02</b>
	5,0	30,0	IPE360	IPE450	0,95	0,95	<b>1,01</b>	0,93	<b>1,01</b>
12	5,0	30,0	IPE360	IPE300	0,97	0,97	<b>1,01</b>	0,95	<b>1,02</b>
	5,0	30,0	IPE360	IPE360	0,97	0,97	<b>1,01</b>	0,95	<b>1,01</b>
	5,0	30,0	IPE360	IPE450	0,97	0,97	<b>1,01</b>	0,95	<b>1,01</b>
4	5,0	40,0	IPE360	IPE300	0,92	0,92	<b>1,02</b>	0,89	<b>1,12</b>
	5,0	40,0	IPE360	IPE360	0,91	0,92	<b>1,02</b>	0,88	<b>1,08</b>
	5,0	40,0	IPE360	IPE450	0,91	0,91	<b>1,02</b>	0,87	<b>1,05</b>
8	5,0	40,0	IPE360	IPE300	0,96	0,96	<b>1,01</b>	0,95	<b>1,06</b>
	5,0	40,0	IPE360	IPE360	0,96	0,96	<b>1,01</b>	0,94	<b>1,04</b>
	5,0	40,0	IPE360	IPE450	0,96	0,96	<b>1,01</b>	0,94	<b>1,03</b>
12	5,0	40,0	IPE360	IPE300	0,98	0,98	<b>1,00</b>	0,97	<b>1,04</b>
	5,0	40,0	IPE360	IPE360	0,97	0,97	<b>1,01</b>	0,96	<b>1,03</b>
	5,0	40,0	IPE360	IPE450	0,97	0,97	<b>1,01</b>	0,96	<b>1,02</b>

Tabela 4.16 - Análise de 2ª ordem (Pórtico PE1)

$V_{cr}/V_{sd}$	$L_c$	$L_{r,total}$	Coluna	Travessa	$M_I / M_{II,EX}$	$M_{II,EC3} / M_{EX}$	$M_{II,PROP} / M_{EX}$	$d_{II,EC3} / d_{EX}$	$d_{II,PROP} / d_{EX}$
-	m	m	-	-	-	-	-	-	-
4	5,0	20,0	IPE360	IPE300	0,79	0,79	<b>0,98</b>	0,84	<b>1,04</b>
	5,0	20,0	IPE360	IPE360	0,76	0,77	<b>0,96</b>	0,82	<b>1,02</b>
	5,0	20,0	IPE360	IPE450	0,74	0,74	<b>0,94</b>	0,77	<b>0,95</b>
8	5,0	20,0	IPE360	IPE300	0,91	0,92	<b>1,01</b>	0,94	<b>1,04</b>
	5,0	20,0	IPE360	IPE360	0,90	0,91	<b>1,00</b>	0,93	<b>1,03</b>
	5,0	20,0	IPE360	IPE450	0,89	0,90	<b>0,99</b>	0,91	<b>1,00</b>
12	5,0	20,0	IPE360	IPE300	0,94	0,95	<b>1,01</b>	0,96	<b>1,03</b>
	5,0	20,0	IPE360	IPE360	0,94	0,94	<b>1,00</b>	0,96	<b>1,02</b>
	5,0	20,0	IPE360	IPE450	0,93	0,93	<b>1,00</b>	0,94	<b>1,00</b>
4	5,0	30,0	IPE360	IPE300	0,85	0,85	<b>1,00</b>	0,88	<b>1,07</b>
	5,0	30,0	IPE360	IPE360	0,82	0,83	<b>0,98</b>	0,87	<b>1,06</b>
	5,0	30,0	IPE360	IPE450	0,77	0,78	<b>0,96</b>	0,81	<b>1,03</b>
8	5,0	30,0	IPE360	IPE300	0,94	0,94	<b>1,01</b>	0,95	<b>1,04</b>
	5,0	30,0	IPE360	IPE360	0,93	0,93	<b>1,00</b>	0,95	<b>1,04</b>
	5,0	30,0	IPE360	IPE450	0,91	0,91	<b>1,00</b>	0,93	<b>1,04</b>
12	5,0	30,0	IPE360	IPE300	0,96	0,96	<b>1,01</b>	0,97	<b>1,03</b>
	5,0	30,0	IPE360	IPE360	0,95	0,95	<b>1,00</b>	0,97	<b>1,03</b>
	5,0	30,0	IPE360	IPE450	0,94	0,94	<b>1,00</b>	0,95	<b>1,03</b>
4	5,0	40,0	IPE360	IPE300	0,91	0,91	<b>1,02</b>	0,94	<b>1,10</b>
	5,0	40,0	IPE360	IPE360	0,88	0,88	<b>1,01</b>	0,92	<b>1,10</b>
	5,0	40,0	IPE360	IPE450	0,84	0,85	<b>0,99</b>	0,89	<b>1,07</b>
8	5,0	40,0	IPE360	IPE300	0,96	0,96	<b>1,01</b>	0,97	<b>1,05</b>
	5,0	40,0	IPE360	IPE360	0,95	0,95	<b>1,01</b>	0,97	<b>1,05</b>
	5,0	40,0	IPE360	IPE450	0,93	0,93	<b>1,00</b>	0,95	<b>1,04</b>
12	5,0	40,0	IPE360	IPE300	0,97	0,97	<b>1,01</b>	0,98	<b>1,03</b>
	5,0	40,0	IPE360	IPE360	0,97	0,97	<b>1,01</b>	0,98	<b>1,03</b>
	5,0	40,0	IPE360	IPE450	0,96	0,96	<b>1,00</b>	0,97	<b>1,03</b>

#### 4.4 Observações

Relativamente à análise de estabilidade e análise de 2ª ordem realizadas neste capítulo a 4 diferentes famílias de pórticos de travessas inclinadas com 2 vãos, extraíram-se as seguintes observações:

- i. Nos Pórticos **PR2**, **PR1** e **PE2**, o modo crítico de encurvadura é sempre o modo **AS**, enquanto para o Pórtico **PE1** o modo crítico de encurvadura passa a ser o modo **ABS**.
- ii. Para os Pórticos **PR2** e **PE2** os modos de encurvadura relevantes são os modos **AS** e **SS**, enquanto para os Pórticos **PR1** e **PE1** os modos de encurvadura relevantes são os modos **AS** e **ABS**.
- iii. À excepção do Pórtico **PR2**, todos os outros casos apresenta um erro entre os momentos de 1ª ordem exactos e os momentos de 2ª ordem exactos superiores a 10%. Em todas as família de Pórticos abordadas, a diferença entre os momentos de 1ª ordem e os momentos aproximados obtidos através da formulação proposta pelo EC3 varia entre 1% e 3%, o que significa que é necessário desenvolver um método de amplificação dos efeitos de 1ª ordem que não se limite a amplificar os efeitos/esforços associados à parcela anti-simétrica (semelhante ao modo **AS**), tal como é preconizado pelo EC3-1-1. É indispensável amplificar também os efeitos/esforços de 1ª ordem associados às outras parcelas (semelhantes aos modos **ABS** e/ou **SS**).
- iv. Em todos os casos de estudo abordados, a formulação proposta de amplificação dos efeitos de 2ª ordem apresenta quase sempre resultados conservativos com um erro máximo de 6%, o qual ocorre apenas no Pórtico **PE1**, sendo que na maioria dos casos apresenta sempre erros inferiores e resultados conservativos.

# Capítulo 5

## 5 PÓRTICO DE TRAVESSAS INCLINADAS COM 3 VÃOS

### 5.1 Introdução

Neste capítulo, começa-se por estudar a estabilidade linear, no seu próprio plano, de pórticos planos de travessas inclinadas com 3 vãos e sem contraventamentos laterais – nomeadamente, (i) identificam-se os modos de instabilidade relevantes e (ii) determinam-se os valores dos parâmetros de carga que lhe estão associados. Consideram-se pórticos com as seis combinações de condições de apoio e de carregamentos verticais: pórticos (i) com as bases das colunas rotuladas ou encastradas e (ii) sujeitos a uma carga vertical uniformemente distribuída nos três vãos, apenas nos dois vãos de extremidade ou apenas num dos vãos de extremidade. Assim, os pórticos analisados podem ser agrupados nas 6 famílias indicadas na Tabela 5.1 e designadas por pórticos (i) **PR3** (bases rotuladas e carga nos três vãos), (ii) **PR2** (bases rotuladas e carga nos dois vãos de extremidade), (iii) **PR1** (bases bases rotuladas e carga apenas num dos vãos de extremidade), (iv) **PE3** (bases encastradas e carga nos três vãos), (v) **PE2** (bases encastradas e carga nos dois vãos de extremidade) e (vi) **PE1** (bases encastradas e carga apenas num dos vãos de extremidade).

Em seguida, abordam-se os efeitos de 2ª ordem (do tipo P- $\Delta$ ) nas famílias de pórticos referidas no parágrafo anterior, com o objectivo de investigar a aplicabilidade e/ou o domínio de validade das disposições do EC3 relativas à necessidade de consideração e/ou à contabilização destes efeitos.

É importante recordar que se adoptaram as mesmas hipóteses simplificativas do estudo efectuado no Capítulo 4 para pórticos de travessas inclinadas com 2 vãos.

No que respeita à organização do capítulo, começa-se por descrever detalhadamente e fundamentar os vários passos envolvidos na análise linear de estabilidade dos pórticos **PR3**. Em seguida, apresentam-se, de forma sucinta, os principais resultados relativos às restantes famílias de pórticos analisadas. Posteriormente, aborda-se o comportamento geometricamente não linear dos pórticos referidos.

Após apresentar um exemplo numérico onde se ilustra a possível relevância dos efeitos de 2ª ordem (para o caso de um pórtico **PE1**), estuda-se detalhadamente o comportamento não linear dos pórticos **PR3**, começando-se por abordar (i) a necessidade de consideração dos efeitos  $P-\Delta$  e (ii) a sua eventual contabilização através do método de amplificação (dos efeitos de 1ª ordem) proposto no EC3 e aqui designado por MAM. Em seguida, e em virtude de se constatar que este método de amplificação não fornece estimativas precisas dos momentos flectores de 2ª ordem, propõe-se um novo método de amplificação, desenvolvido com base na observação das características (i) da configuração deformada do pórtico (de 1ª ordem) e (ii) das configurações dos modos de instabilidade relevantes do pórtico (sob a acção do carregamento considerado). Finalmente, a eficácia do método de amplificação proposto é avaliada através da comparação das estimativas por eles fornecidas com resultados numéricos “exactos”, obtidos por meio de análises geometricamente não lineares (de 2ª ordem) rigorosas (elementos finitos de barra), efectuadas com o programa de cálculo SAP2000 (Computers and Structures, Inc., 2012).

Finalmente, a metodologia descrita no parágrafo anterior é também aplicada às cinco restantes famílias de pórticos, sendo os resultados apresentados de forma mais sucinta (mas seguindo a mesma sequência adoptada para a apresentação detalhada dos pórticos **PR3**).

Tabela 5.1 - Famílias de pórticos com 3 vãos analisadas

Designação	Família de Pórticos
Pórtico PR3	
Pórtico PR2	
Pórtico PR1	
Pórtico PE3	
Pórtico PE2	
Pórtico PE1	

## 5.2 Análise de Estabilidade

### 5.2.1 Caracterização da Geometria, Carregamento e Condições de Apoio

A caracterização de cada pórtico envolve os três aspectos seguintes:

- i. Configuração geométrica;
- ii. Carregamento actuante;
- iii. Apoios das bases das colunas.

Conforme se referiu atrás, neste capítulo estudam-se pórticos com 2 vãos, com a configuração geométrica representada na Figura 5.1. Esta configuração fica perfeitamente definida se forem conhecidos (i) os comprimentos e as inércias das colunas e travessas, cujos valores se designam por  $L_c$ ,  $L_t$ ,  $I_c$ ,  $I_t$ , respectivamente, e (ii) o ângulo que estas últimas fazem com a horizontal, designado por  $\alpha$ . Note-se que, devido ao facto de não se considerarem as deformações axiais das barras do pórtico, não é necessário fornecer qualquer indicação relativamente às suas áreas.

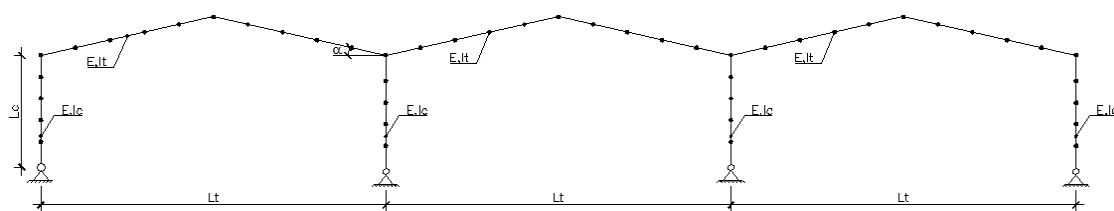


Figura 5.1 – Configuração geométrica dos pórticos de 3 vãos analisados (pórticos PR1, PR2 e PR3)

Efectuaram-se análises lineares de estabilidade dos pórticos, com o objectivo de (i) determinar as respectivas cargas de bifurcação relevantes (sempre associadas a modos de instabilidade que envolvem deslocamentos laterais ao nível do piso do pórtico) e (ii) caracterizar as configurações deformadas dos correspondentes modos de instabilidade.

É conveniente utilizar parâmetros adimensionais para definir a geometria e o carregamento dos pórticos, em função dos quais se apresentam posteriormente os resultados das análises de estabilidade efectuadas. Neste trabalho, adoptam-se os parâmetros

$$R_I = \frac{I_t}{I_c} \quad (5.1)$$

$$R_L = \frac{L_t}{L_c} \quad (5.2)$$

$$\gamma = \frac{N_t}{N_c} \quad (5.3)$$

cujos valores traduzem as relações que existem entre as inércias, os comprimentos e os esforços axiais das colunas e das travessas.

## 5.2.2 Pórticos Rotulados Carregados nos Três Vãos (PR3)

### 5.2.2.1 Configuração dos Modos de Instabilidade Relevantes

As Figura 5.2 a Figura 5.5 mostram as configurações dos três modos de instabilidade/encurvadura que, simultaneamente, (i) envolvem deslocamentos laterais dos topos das colunas e (ii) são relevantes para a análise do comportamento não linear dos pórticos PR2. Estes modos têm as seguintes características e designações (adoptadas neste trabalho):

- i. O modo de instabilidade representado na Figura 5.2 tem uma configuração anti-simétrica e designa-se por “modo **AS**” (“*Anti-symmetric Sway*” em língua inglesa). Este modo está associado a deslocamentos laterais do topo das colunas todos com o mesmo valor e sentido.
- ii. O modo de instabilidade representado na Figura 5.3 tem uma configuração simétrica e designa-se por “modo **SS**” (“*Symmetric Sway*” em língua inglesa). Este modo está associado a deslocamentos laterais no topo das colunas exteriores “para fora” (ou “para dentro, se o sinal for mudado). A configuração deste modo apresenta deslocamentos verticais nas travessas dos pórticos de extremidade de sinal oposto ao deslocamento vertical da travessa do pórtico central.
- iii. O modo de instabilidade representado na Figura 5.4 tem uma configuração simétrica e designa-se por “modo **SS1**” (“*Symmetric Sway I*” em língua inglesa). Este modo está associado a deslocamentos laterais no topo das colunas exteriores “para fora” (ou “para dentro, se o sinal for mudado). A configuração deste modo apresenta deslocamentos verticais com o mesmo sentido em todos os vãos dos pórticos.
- iv. O modo de instabilidade representado na Figura 5.5 tem uma configuração “anti-simétrica por vão” e designa-se por “modo **ABS**” (“*Anti-symmetric Bay Sway*” em língua inglesa). Este modo está associado a deslocamentos laterais no topo das colunas provocados pelo “afundamento” de um vão e a “elevação” do outro vão. Deste modo, as duas colunas exteriores deslocam-se “para dentro” e “para fora” do pórtico, respectivamente, sendo a deformação das colunas centrais compatíveis com as outras duas.

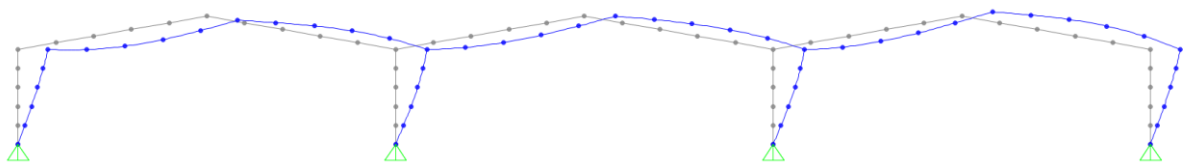


Figura 5.2 – Modo de instabilidade anti-simétrico - **AS**

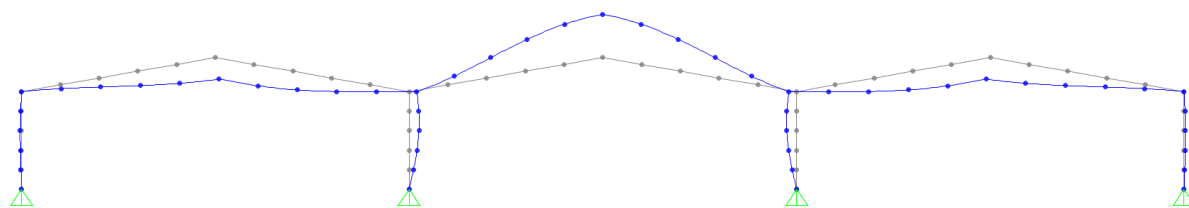


Figura 5.3 – Modo de instabilidade simétrico - **SS**

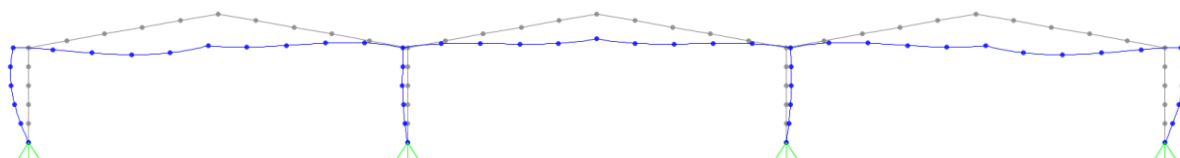


Figura 5.4 – Modo de instabilidade simétrico 1 – **SS1**

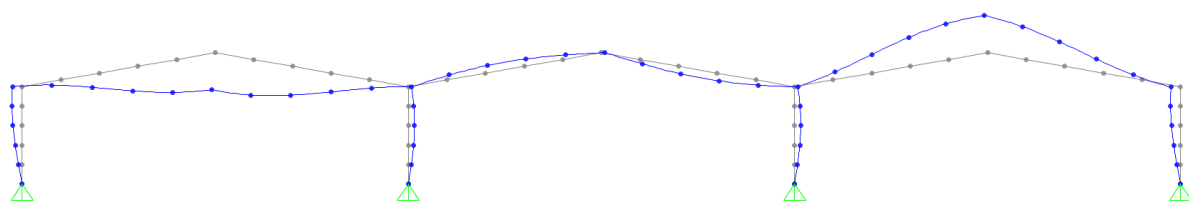


Figura 5.5 – Modo de instabilidade “anti-simétrico” – **ABS**

#### 5.2.2.2 Variação das Cargas de Bifurcação com os Parâmetros $R_I$ , $R_L$ e o ângulo $\alpha$

Apresenta-se de seguida um breve estudo paramétrico, cujo objectivo consiste em ilustrar a variação dos valores das cargas de bifurcação, associados aos quatro modos de instabilidade referidos, com os parâmetros geométricos do pórtico:  $R_I$ ,  $R_L$  e o ângulo  $\alpha$ .

É importante referir que, nos estudos paramétricos realizados, os pórticos analisados foram seleccionados de modo a garantir que o valor da carga de bifurcação crítica (a mais baixa, quase sempre associada ao modo **AS**) tivesse o valor 4.0. Por essa razão, as curvas dos gráficos relativas às correspondentes cargas de bifurcação críticas são sempre segmentos de recta horizontais.

As Figura 5.6 a Figura 5.8 mostram a variação das quatro cargas de bifurcação respectivamente com o parâmetro  $R_L$ , o parâmetro  $R_I$  e o ângulo  $\alpha$ . A observação destas figuras permite concluir que:

- i. Os valores das cargas de bifurcação associadas aos três modos não críticos diminuem com  $R_L$  (pórticos com as colunas progressivamente mais rígidas que as travessas).



- ii. Quando  $R_L$  aumenta as diferenças entre os valores das cargas de bifurcação relativas a dois modos de instabilidade consecutivos diminui.
- iii. Para  $R_L=6,0$  observa-se que o modo **SS1** inverte de posição com o modo **ABS**.
- iv. Os valores das cargas de bifurcação associadas aos três modos não críticos aumentam ligeiramente com  $R_I$  (pórticos com as colunas progressivamente mais rígidas que as travessas).
- v. Para  $R_I=1,0$  observa-se que o modo **ABS** inverte de posição com o modo **SS1**.
- vi. Os valores das cargas de bifurcação associadas aos modos **SS1** e **SS** diminuem ligeiramente quando o valor do ângulo  $\alpha$  aumenta. Por outro lado, o valor da carga de bifurcação associada ao modo **ABS** aumenta ligeiramente quando o valor do ângulo  $\alpha$  aumenta.
- vii. Para  $\alpha = 13^\circ$  observa-se que o modo **SS1** inverte de posição com o modo **ABS**.

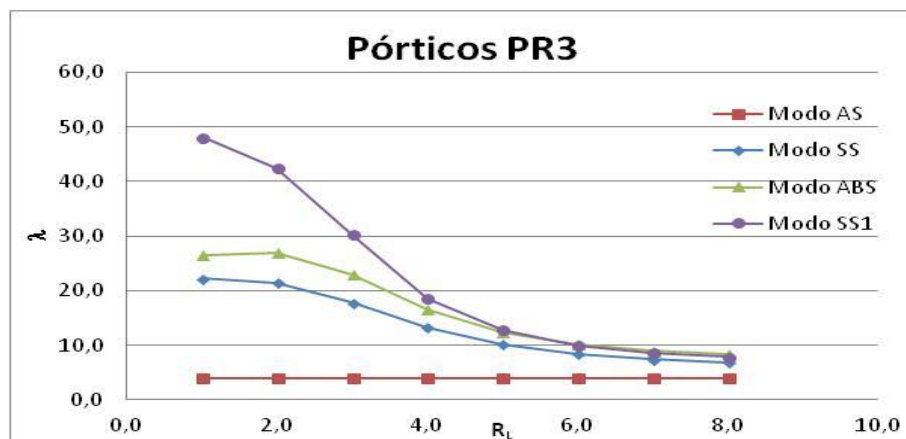


Figura 5.6 – Variação das cargas de bifurcação com  $R_L$  ( $\alpha=10^\circ$ ,  $R_I=1$ )

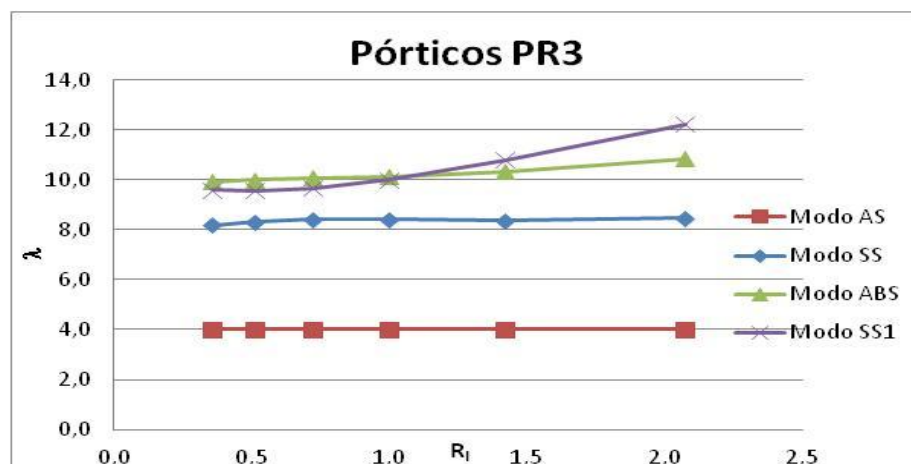


Figura 5.7 - Variação das cargas de bifurcação com  $R_I$  ( $\alpha=10^\circ$ ,  $R_L=6$ )

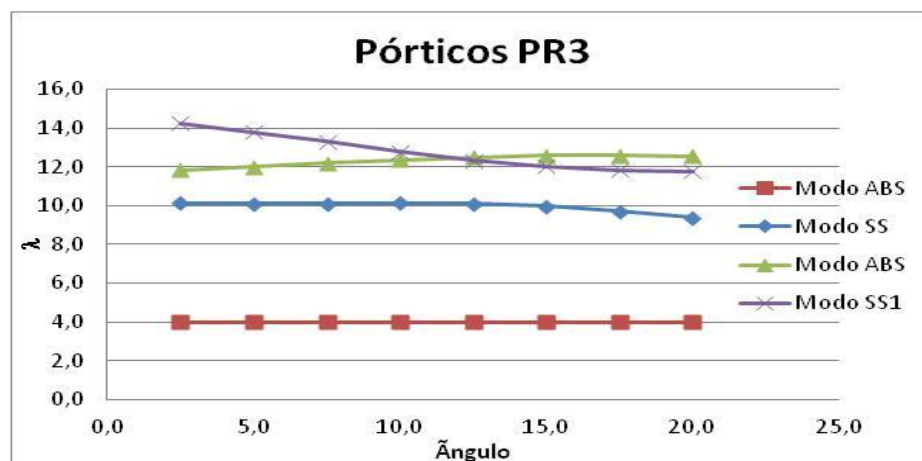


Figura 5.8 - Variação das cargas de bifurcação com o ângulo  $\alpha$  ( $R_I=1$ ,  $R_L=6$ )

### 5.2.2.3 Cargas de bifurcação – valores exactos e estimativas das fórmulas aproximadas

Pretende-se agora avaliar a qualidade das estimativas das cargas de bifurcação associadas aos modos **AS** e **SS1** (ver Figura 5.2 e Figura 5.4) fornecidas pelas fórmulas apresentadas na secção 3.2.1, as quais foram desenvolvidas por Silvestre e Camotim (2006) no contexto de pórticos de travessas inclinadas com um único vão. Note-se que os modos de instabilidade destes últimos pórticos (ver Figura 3.1(b)-(c)), apresentam características semelhante às dos modos **AS** e **SS**, o que cria alguma expectativa relativamente à sua aplicação aos pórticos com três vãos.

As expressões propostas na secção 3.2.1 são aplicadas, em ambos os casos, tanto aos modelos baseados nas colunas exteriores (ver Figura 5.9 (a<sub>1</sub>)-(b<sub>1</sub>)) como aos modelos baseados nas colunas interiores (ver Figura 5.9 (a<sub>2</sub>)-(b<sub>2</sub>)), adoptando para estimativa o valor do parâmetro crítico mais baixo. É ainda importante referir que as expressões desenvolvidas por Silvestre e Camotim (2006) se dizem respeito a pórticos em que as travessas estão submetidas a compressão uniforme, o que não é o caso dos pórticos sob a acção de cargas uniformemente distribuídas (as travessa têm esforços de compressão com valores linearmente variáveis). Deste modo, a utilização das referidas fórmulas é intrinsecamente aproximada, pois baseia-se nos valores médios dos esforços axiais que actuam ao longo das travessas (tal como foi feito nos pórticos de um vão).

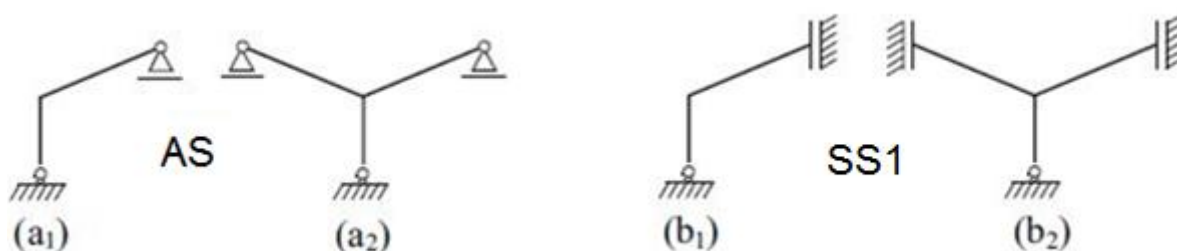


Figura 5.9 – Modelos estruturais para pórticos exteriores e interiores (AS e SS1)

O estudo paramétrico envolveu 9 pórticos de aço ( $E=210$  GPa), com diferentes geometrias. As suas características são:

- i. Ângulo entre que as travessas fazem com a horizontal:  $\theta=10^\circ$ .
- ii. Comprimento das colunas:  $L_c=5$ m.
- iii. Perfil das colunas: IPE360.
- iv. Três comprimento do vão: 20, 30 e 40 m).
- v. Perfis das travessas: IPE300, IPE360 e IPE450).

A Tabela 5.2 permite comparar os valores exactos dos parâmetros críticos de bifurcação com os correspondentes valores aproximados fornecidos pelas expressões propostas na secção 3.2.1 para os 9 pórticos analisados. A observação destes resultados mostra que:

- i.  $\lambda_{AS}$  corresponde sempre à menor carga de bifurcação (valor crítico).
- ii.  $\lambda_{SS}$  corresponde quase sempre à segunda carga de bifurcação.
- iii. As fórmulas aproximadas fornecem boas estimativas de  $\lambda_{AS}$  – com uma única excepção (pórtico com vãos de 20m e travessas IPE450), os erros não excedem 10%.

Tabela 5.2 - Comparação entre as cargas de bifurcação exactas e aproximadas – PR3

$L_c$ m	$L_{r,total}$ m	Coluna	Travessa	$\lambda_{AS}$	$\lambda_{SBS}$	$\lambda_{SBS1}$	$\lambda_{ABS}$	$\lambda_{ap,AS}$	$\lambda_{ap,SBS1}$	$\lambda_{ap,AS}/\lambda_{ex,AS}$	$\lambda_{ap,SBS1}/\lambda_{ex,SBS1}$
5,0	20,0	IPE360	IPE300	4,00	13,12	15,39	15,55	4,13	15,82	1,03	1,03
5,0	20,0	IPE360	IPE360	4,00	13,22	18,56	16,54	4,43	17,50	1,11	0,94
5,0	20,0	IPE360	IPE450	4,00	14,13	24,53	18,97	5,06	21,00	1,26	0,86
5,0	30,0	IPE360	IPE300	4,00	9,56	8,31	10,00	3,93	10,25	0,98	1,23
5,0	30,0	IPE360	IPE360	4,00	8,40	10,00	10,14	3,99	10,66	1,00	1,07
5,0	30,0	IPE360	IPE450	4,00	8,47	12,23	10,83	4,30	12,10	1,07	0,99
5,0	40,0	IPE360	IPE300	4,00	8,16	6,83	8,45	3,95	8,72	0,99	1,28
5,0	40,0	IPE360	IPE360	4,00	7,87	6,89	8,36	3,90	8,66	0,97	1,26
5,0	40,0	IPE360	IPE450	4,00	6,55	8,30	8,11	3,91	8,86	0,98	1,07

### 5.2.3 Pórticos Rotulados Carregados nos 2 Vãos de Extremidade (PR2)

#### Configuração dos Modos de Instabilidade Relevantes

Os **pórticos PR2** dizem respeito a pórticos rotulado na base e com um carregamento vertical em ambos os vãos de extremidade. Neste tipo de pórticos existem apenas 3 modos de encurvadura relevantes, o modo **AS** (ver Figura 5.2), o modo **SS** (ver Figura 5.3) e o modo **ABS** (ver Figura 5.5).

Variação das Cargas de Bifurcação com os Parâmetros  $R_I$ ,  $R_L$  e o ângulo  $\alpha$

As Figura 5.10 a Figura 5.12 mostram a variação das três cargas de bifurcação respectivamente com o parâmetro  $R_L$ , o parâmetro  $R_I$  e o ângulo  $\alpha$ . A observação destas figuras permite concluir que:

- i. Os valores das cargas de bifurcação associadas aos dois modos não críticos diminuem com  $R_L$  (pórticos com as colunas progressivamente mais rígidas que as travessas).
- ii. Os valores das cargas de bifurcação associadas aos dois modos não críticos aumentam com  $R_I$  (pórticos com as colunas progressivamente menos rígidas que as travessas).
- iii. O valor da carga de bifurcação associada ao modo **SS** aumenta com o valor de  $\alpha$  até  $\alpha=12,5^\circ$ , valor após o qual essa carga de bifurcação passa a diminuir com  $\alpha$ .
- iv. O valor da carga de bifurcação associada ao modo **ABS** aumenta com o valor de  $\alpha$ .

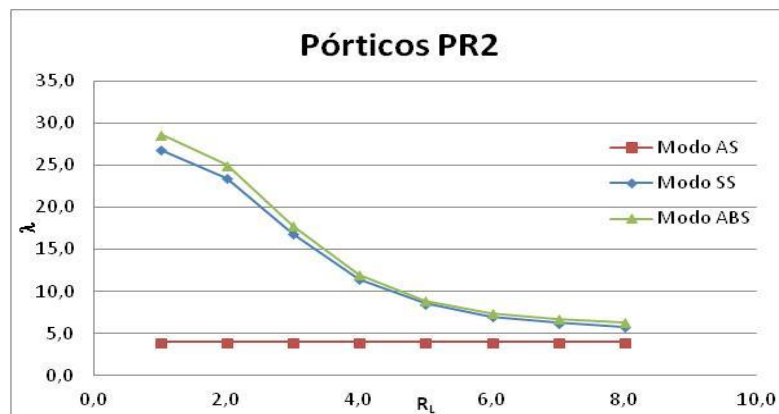


Figura 5.10 - Variação das cargas de bifurcação com  $R_L$  ( $\alpha=10^\circ$ ,  $R_I=1$ )

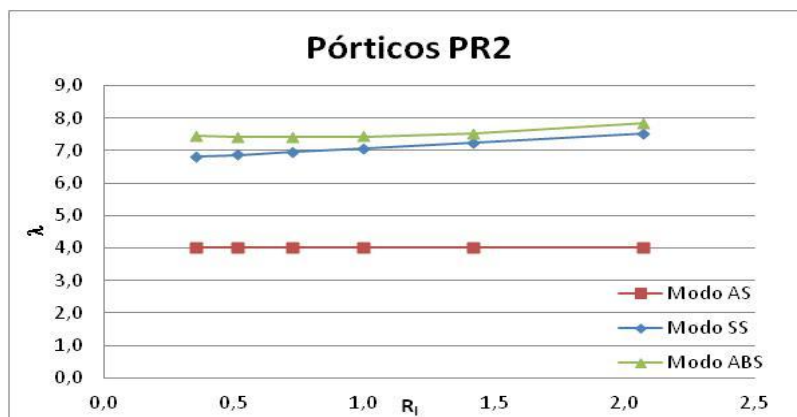


Figura 5.11 - Variação das cargas de bifurcação com  $R_I$  ( $\alpha=10^\circ$ ,  $R_L=6$ )

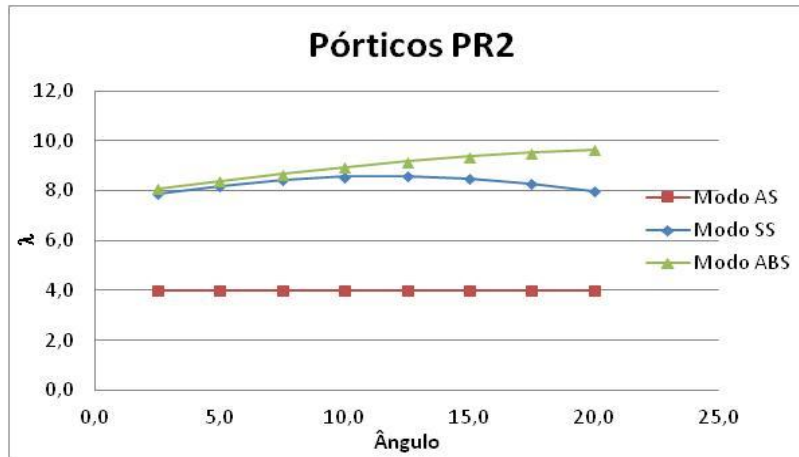


Figura 5.12 - Variação das cargas de bifurcação com o ângulo  $\alpha$  ( $R_I=1$ ,  $R_L=6$ )

Cargas de bifurcação – valores exactos e estimativas das fórmulas aproximadas

Pretende-se agora avaliar a qualidade das estimativas das cargas de bifurcação associadas ao modo AS (ver Figura 5.2) fornecidas pelas fórmulas apresentadas na secção 3.2.1.

A Tabela 5.3 permite comparar os valores exactos dos parâmetros críticos de bifurcação com os correspondentes valores aproximados fornecidos pelas expressões propostas na secção 3.2.1 para os 9 pórticos analisados. A observação destes resultados mostra que:

- i.  $\lambda_{AS}$  corresponde sempre à menor carga de bifurcação (valor crítico).
- ii.  $\lambda_{SS}$  corresponde sempre à segunda carga de bifurcação.
- iii. A formulação aproximada para a estimar  $\lambda_{AS}$  não fornece boas estimativas, apresentando um erro máximo de 31%.

Tabela 5.3 - Comparação entre as cargas de bifurcação exactas e aproximadas – PR2

$L_c$ m	$L_{r,total}$ m	Coluna	Travessa	$\lambda_{AS}$	$\lambda_{SBS}$	$\lambda_{ap,AS}$	$\lambda_{ap,AS}/\lambda_{ex,AS}$
5,0	20,0	IPE360	IPE300	4,00	10,59	2,79	0,70
5,0	20,0	IPE360	IPE360	4,00	11,46	2,91	0,73
5,0	20,0	IPE360	IPE450	4,00	12,94	3,18	0,79
5,0	30,0	IPE360	IPE300	4,00	6,87	2,78	0,69
5,0	30,0	IPE360	IPE360	4,00	7,05	2,76	0,69
5,0	30,0	IPE360	IPE450	4,00	7,51	2,85	0,71
5,0	40,0	IPE360	IPE300	4,00	5,82	2,89	0,72
5,0	40,0	IPE360	IPE360	4,00	5,82	2,82	0,71
5,0	40,0	IPE360	IPE450	4,00	5,82	2,76	0,69

## 5.2.4 Pórticos Rotulados Carregados Apenas num dos Vãos de Extremidade (PR1)

### Configuração dos Modos de Instabilidade Relevantes

Os **pórticos PR1** dizem respeito a pórticos rotulado na base e com um carregamento vertical em apenas num dos vãos de extremidade. Neste tipo de pórticos existem apenas 2 modos de encurvadura relevantes, o modo **AS** (ver Figura 5.2) e o modo **ABS1** (ver Figura 5.13).

O modo de instabilidade representado na Figura 5.13 tem uma configuração “anti-simétrica por vão” e designa-se por “modo **ABS1**” (“*Anti-symmetric Bay Sway I*” em língua inglesa). Este modo está associado a deslocamentos laterais no topo das colunas provocados pelo “afundamento” do vão de extremidade. Deste modo, as restantes colunas deslocam-se “para dentro” ou “para fora” do pórtico, respectivamente, sendo a deformação das colunas do pórtico de extremidade compatíveis com as restantes.

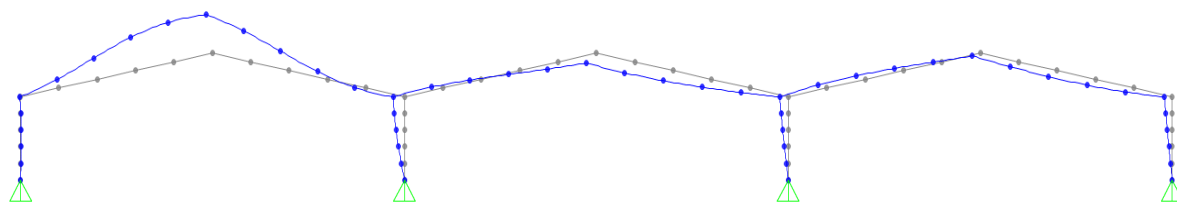


Figura 5.13 - Modo de instabilidade **ABS1**

### Variação das Cargas de Bifurcação com os Parâmetros $R_L$ , $R_I$ e o ângulo $\alpha$

As Figura 5.14 a Figura 5.16 mostram a variação das duas cargas de bifurcação respectivamente com o parâmetro  $R_L$ , o parâmetro  $R_I$  e o ângulo  $\alpha$ . A observação destas figuras permite concluir que:

- i. O valor da carga de bifurcação associada ao modo não crítico diminui com  $R_L$  (pórticos com as colunas progressivamente mais rígidas que as travessas).
- ii. O valor da carga de bifurcação associada ao modo não crítico diminui com  $R_I$  (pórticos com as colunas progressivamente menos rígidas que as travessas).
- iii. O valor da carga de bifurcação associada ao modo não crítico aumenta com o valor de  $\alpha$ .

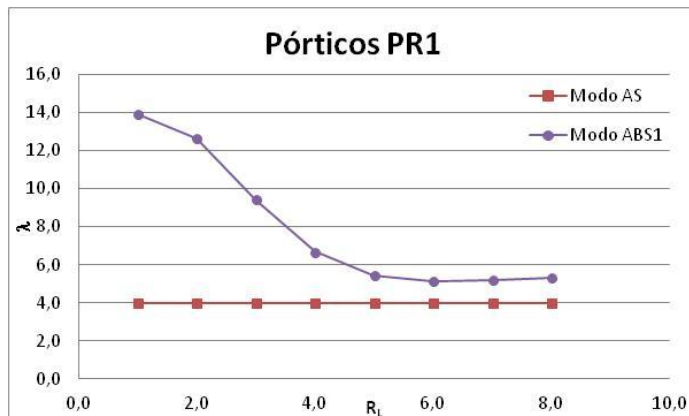


Figura 5.14 - Variação das cargas de bifurcação com  $R_L$  ( $\alpha=10^\circ$ ,  $R_I=1$ )

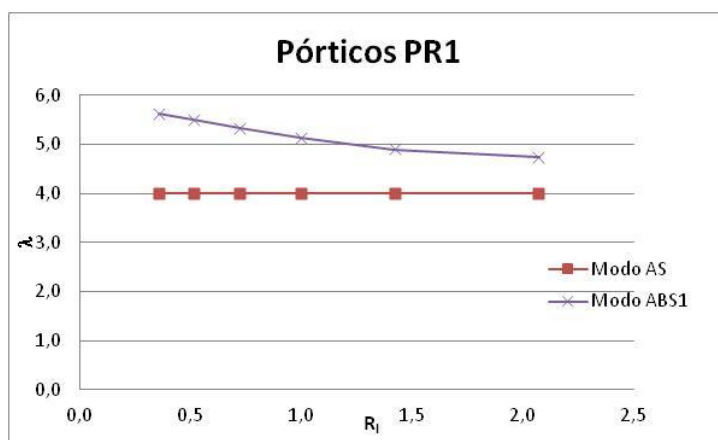


Figura 5.15 - Variação das cargas de bifurcação com  $R_I$  ( $\alpha=10^\circ$ ,  $R_L=6$ )

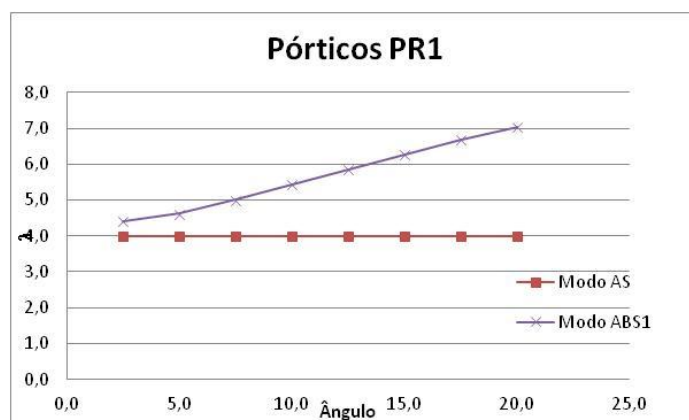


Figura 5.16 - Variação das cargas de bifurcação com o ângulo  $\alpha$  ( $R_I=1$ ,  $R_L=6$ )

Cargas de bifurcação – valores exactos e estimativas das fórmulas aproximadas

Pretende-se agora avaliar a qualidade das estimativas das cargas de bifurcação associadas ao modo AS (ver Figura 5.2) fornecidas pelas fórmulas apresentadas na secção 3.2.1.

A Tabela 5.4 permite comparar os valores exactos dos parâmetros críticos de bifurcação com os correspondentes valores aproximados fornecidos pelas expressões propostas na secção 3.2.1 para os 9 pórticos analisados. A observação destes resultados mostra que:

- i.  $\lambda_{AS}$  corresponde sempre à menor carga de bifurcação (valor crítico).
- ii.  $\lambda_{ABS1}$  corresponde sempre à segunda carga de bifurcação.
- iii. A formulação aproximada para a estimar  $\lambda_{AS}$  não fornece boas estimativas, apresentando um erro máximo de 60%.

Tabela 5.4 - Comparação entre as cargas de bifurcação exactas e aproximadas – PR1

$L_c$ m	$L_{r,total}$ m	Coluna	Travessa	$\lambda_{AS}$ -	$\lambda_{ABS1}$ -	$\lambda_{ap,AS}$ -	$\lambda_{ap,AS}/\lambda_{ex,AS}$ -
5,0	20,0	IPE360	IPE300	4,00	6,50	1,57	0,39
5,0	20,0	IPE360	IPE360	4,00	6,69	1,60	0,40
5,0	20,0	IPE360	IPE450	4,00	7,52	1,74	0,44
5,0	30,0	IPE360	IPE300	4,00	5,50	1,86	0,47
5,0	30,0	IPE360	IPE360	4,00	5,13	1,77	0,44
5,0	30,0	IPE360	IPE450	4,00	4,73	1,68	0,42
5,0	40,0	IPE360	IPE300	4,00	5,63	2,20	0,55
5,0	40,0	IPE360	IPE360	4,00	5,34	2,11	0,53
5,0	40,0	IPE360	IPE450	4,00	4,77	1,95	0,49

### 5.2.5 Pórticos Encastrados Carregados nos Três Vãos (PE3), nos Dois Vãos de Extremidade (PE2) e Apenas num dos Vãos de Extremidade (PE1)

#### Configuração dos Modos de Instabilidade Relevantes

As Figura 5.17 a Figura 5.21 mostram as configurações dos três modos de instabilidade/encurvadura que, simultaneamente, (i) envolvem deslocamentos laterais dos topos das colunas e (ii) são relevantes para a análise do comportamento não linear dos pórticos **PE3**, **PE2** e **PE1**. Observa-se que as configurações deformadas dos modos relevantes são bastante idênticas às descritas para os **pórticos PR3** no capítulo 5.2.2. Verifica-se que a única diferença está no facto de como as ligações de base nestes 2 casos serem encastradas, a deformada do pilar junto da base não apresenta rotação.

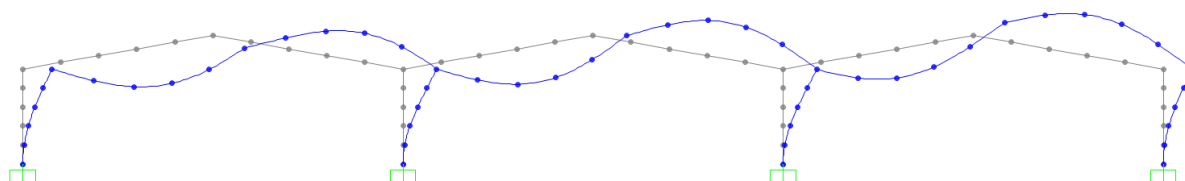


Figura 5.17 - Modo de instabilidade anti-simétrico - AS



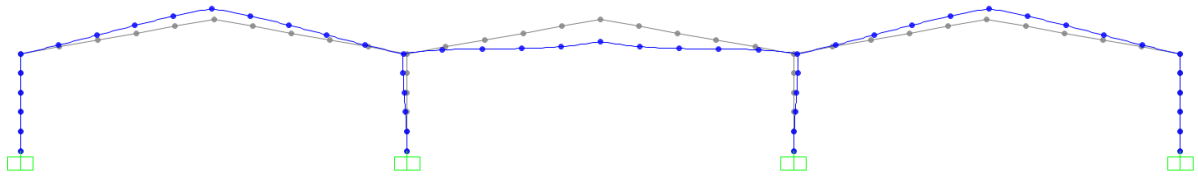


Figura 5.18 - Modo de instabilidade simétrico - **SS**

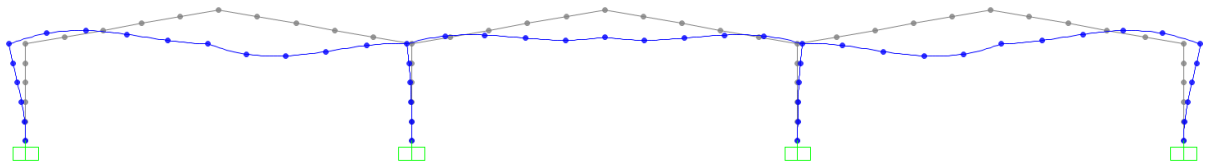


Figura 5.19 - Modo de instabilidade simétrico 1 - **SS1**

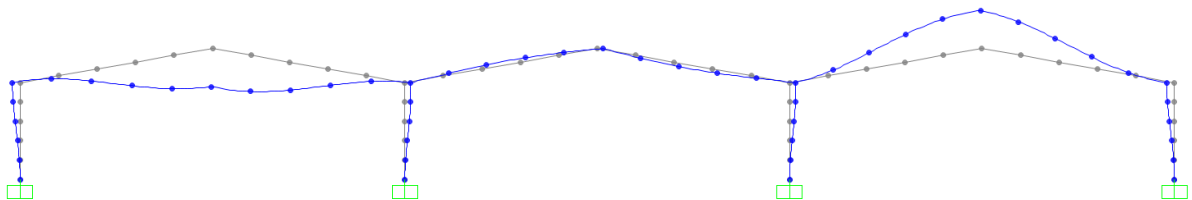


Figura 5.20 - Modo de instabilidade "Anti-simétrico" - **ABS**

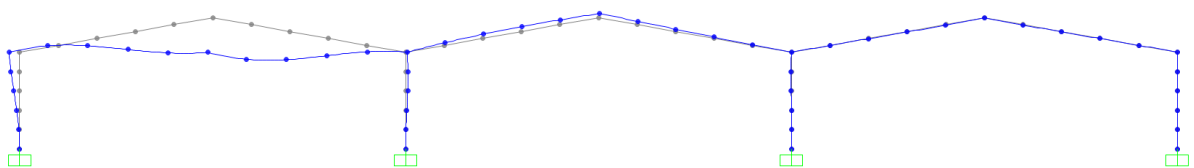


Figura 5.21 - Modo de instabilidade **ABS1**

Variação das Cargas de Bifurcação com os Parâmetros  $R_L$ ,  $R_I$  e o ângulo  $\alpha$

As Figura 5.22 a Figura 5.24 mostram a variação das cargas de bifurcação respectivamente com o parâmetro  $R_L$ , o parâmetro  $R_I$  e o ângulo  $\alpha$ . A observação destas figuras permite concluir que:

- i. Nos **Pórticos PE3**, o valor da carga de bifurcação associada aos três modos não críticos diminui com o valor de  $R_L$  até  $R_L = 5$  valor após o qual essas cargas de bifurcação passam a aumentar com  $R_L$ .
- ii. Nos **Pórticos PE2**, o valor da carga de bifurcação associada aos dois modos não críticos diminui com o valor de  $R_L$  até  $R_L = 4$  valor após o qual essas cargas de bifurcação passam a aumentar com  $R_L$ . Observa-se ainda que as curvas das cargas de bifurcação associadas aos modos **SS** e **ABS** são praticamente coincidentes.

- iii. Nos **Pórticos PE1**, verifica-se que o modo de encurvadura associado à menor carga crítica muda em  $R_L = 2,5$  e  $R_L = 5,5$ , ou seja, para  $R_L < 2,5$  o modo crítico é o modo **AS**, para  $2,5 < R_L < 5,5$  o modo crítico é o modo **ABS1** e finalmente para  $R_L > 5,5$  o modo crítico volta a ser o modo **AS**.
- iv. Nos **Pórticos PE3**, os valores das cargas de bifurcação associadas aos três modos não críticos aumentam com  $R_I$  (pórticos com as colunas progressivamente menos rígidas que as travessas).
- v. Nos **Pórticos PE2**, a carga de bifurcação crítica muda em  $R_I = 1$ , ou seja, para  $R_I < 1$  o modo crítico é o modo **SS** e para  $R_I > 1$  o modo crítico passa a ser o modo **AS**. Observa-se ainda que as cargas de bifurcação associadas aos modos **SS** e **ABS** aumentam com o aumento de  $R_I$ , ao contrário da carga crítica associada ao modo **AS**, que diminui com o aumento de  $R_I$ .
- vi. Nos **Pórticos PE1**, os valores das cargas de bifurcação associadas ao modo não críticos aumentam ligeiramente com  $R_I$  (pórticos com as colunas progressivamente menos rígidas que as travessas).
- vii. Nos **Pórticos PE3**, as cargas de bifurcação associadas aos modos **SS**, **SS1** e **ABS** aumentam com o valor de  $\alpha$ , ao contrário do modo **AS** em que o valor da carga de bifurcação diminui. Observa-se ainda que para  $\alpha < 7,5^\circ$  o modo de encurvadura crítico é o modo **SS** e para  $\alpha > 7,5^\circ$  o modo de encurvadura crítico passa a ser o modo **AS**.
- viii. Nos **Pórticos PE2**, as cargas de bifurcação associadas aos modos **SS** e **ABS** aumentam com o valor de  $\alpha$ , ao contrário da carga crítica associada ao modo **AS** que diminui com o aumento do valor de  $\alpha$ . Observa-se ainda que para  $\alpha < 12,5^\circ$  o modo de encurvadura crítico é o modo **SS** e para  $\alpha > 12,5^\circ$  o modo de encurvadura crítico passa a ser o modo **AS**.
- ix. Nos **Pórticos PE1**, para  $\alpha > 12,5^\circ$ , a carga de bifurcação associada ao modo **AS** passa a ser inferior à sua congénere relativa ao modo **ABS1**.

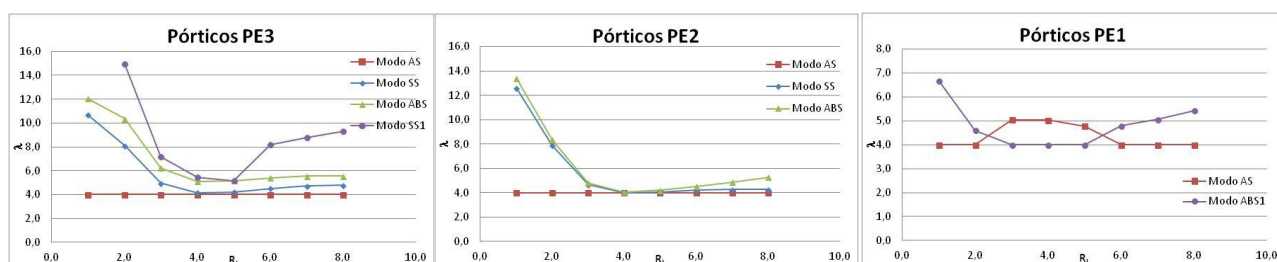


Figura 5.22 - Variação das cargas de bifurcação com  $R_L$  ( $\alpha=10^\circ$ ,  $R_I=1$ )

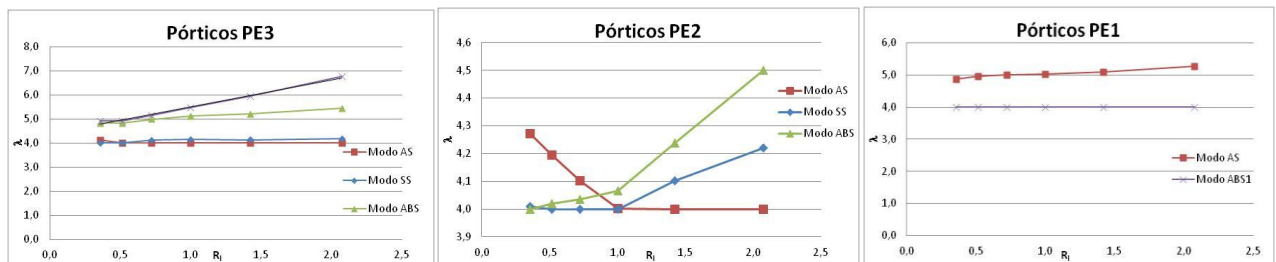


Figura 5.23 - Variação das cargas de bifurcação com  $R_I$  ( $\alpha=10^\circ$ ,  $R_L=4$ )

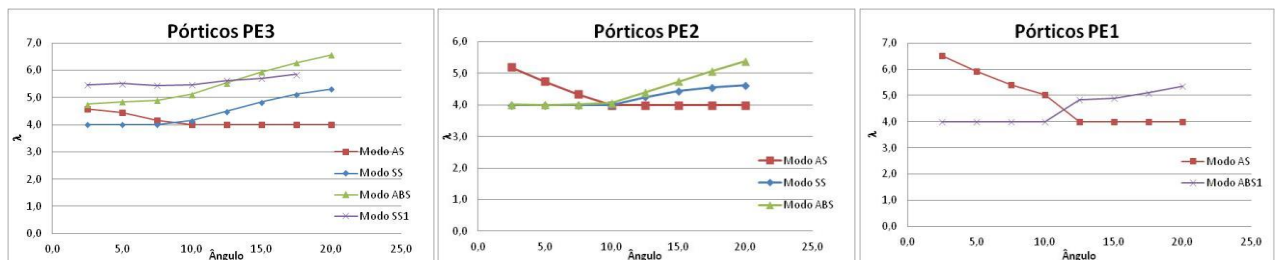


Figura 5.24 - Variação das cargas de bifurcação com o ângulo  $\alpha$  ( $R_I=1$ ,  $R_L=4$ )

Cargas de bifurcação – valores exactos e estimativas das fórmulas aproximadas

Pretende-se agora avaliar a qualidade das estimativas das cargas de bifurcação associadas aos modos **AS** e **SS1** (ver Figura 5.17 e Figura 5.19) fornecidas pelas fórmulas apresentadas na secção 3.2.1, as quais foram desenvolvidas por Silvestre e Camotim (2006) no contexto de pórticos de travessas inclinadas com um único vão. Note-se que os modos de instabilidade destes últimos pórticos (ver Figura 3.1 (b)-(c)), apresentam características semelhante às dos modos **AS** e **SS1**, o que cria alguma expectativa relativamente à sua aplicação aos pórticos com três vãos.

As expressões propostas na secção 3.2.1 são aplicadas, em ambos os casos, tanto aos modelos baseados nas colunas exteriores (ver Figura 5.25 (a<sub>1</sub>)-(b<sub>1</sub>)) como aos modelos baseados na coluna interior (ver Figura 5.25 (a<sub>2</sub>)-(b<sub>2</sub>)), adoptando para estimativa o valor do parâmetro crítico mais baixo. É ainda importante referir que as expressões desenvolvidas por Silvestre e Camotim (2006) se dizem respeito a pórticos em que as travessas estão submetidas a compressão uniforme, o que não é o caso dos pórticos sob a acção de cargas uniformemente distribuídas (as travessa têm esforços de compressão com valores linearmente variáveis). Deste modo, a utilização das referidas fórmulas é intrinsecamente aproximada, pois baseia-se nos valores médios dos esforços axiais que actuam ao longo das travessas (tal como foi feito nos pórticos de um vão).

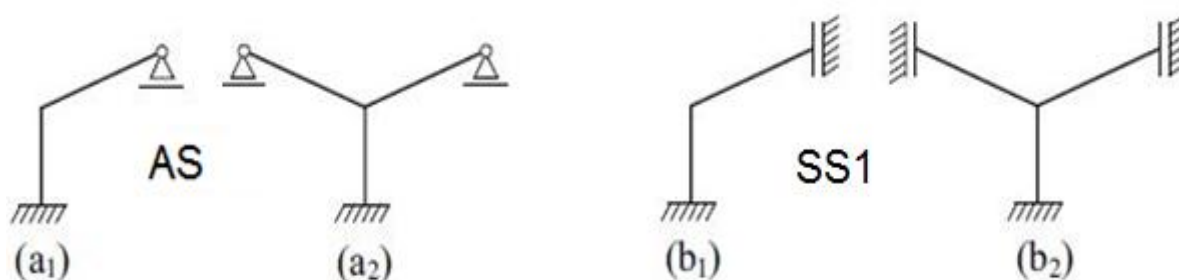


Figura 5.25 - Modelos estruturais para pórticos exteriores e interiores (AS e SS1)

As

Tabela 5.5 a Tabela 5.7 permitem comparar os valores exactos dos parâmetros críticos de bifurcação com os correspondentes valores aproximados fornecidos pelas expressões propostas na secção 3.2.1 para os 9 pórticos analisados. A observação destes resultados mostra que:

- i. Nos **Pórticos PE3**,  $\lambda_{AS}$  corresponde sempre à menor carga de bifurcação (valor crítico).
- ii. Nos **Pórticos PE3**, as fórmulas aproximadas fornecem estimativas razoáveis e sempre conservativas de  $\lambda_{AS}$  – com os erros que variam entre 14% e 18%.
- iii. Nos **Pórticos PE2**,  $\lambda_{AS}$  corresponde quase sempre à menor carga de bifurcação (valor crítico), à excepção de um caso.
- iv. Nos **Pórticos PE2**, as fórmulas aproximadas fornecem boas estimativas de  $\lambda_{AS}$  – com uma única excepção (pórtico com vãos de 20m e travessas IPE450), os erros não excedem 12%.
- v. Nos **Pórticos PE1**, a formulação aproximada para a estimar  $\lambda_{AS}$  não fornece boas estimativas, apresentando um erro máximo de 42%.

Tabela 5.5 - Comparação entre as cargas de bifurcação exactas e aproximadas – PE3

$L_c$ m	$L_{r,total}$ m	Coluna	Travessa	$\lambda_{AS}$	$\lambda_{SBS}$	$\lambda_{SBS1}$	$\lambda_{ABS}$	$\lambda_{ap,AS}$	$\lambda_{ap,SBS1}$	$\lambda_{ap,AS}/\lambda_{ex,AS}$	$\lambda_{ap,SBS1}/\lambda_{ex,SBS1}$
5,0	20,0	IPE360	IPE300	4,00	4,01	4,92	4,82	4,73	7,39	1,18	1,50
5,0	20,0	IPE360	IPE360	4,00	4,15	5,47	5,11	4,63	6,56	1,16	1,20
5,0	20,0	IPE360	IPE450	4,00	4,19	6,75	5,45	4,61	6,40	1,15	0,95
5,0	30,0	IPE360	IPE300	4,00	5,04	8,20	5,19	4,70	8,44	1,18	1,03
5,0	30,0	IPE360	IPE360	4,00	4,50	8,18	5,40	4,72	6,97	1,18	0,85
5,0	30,0	IPE360	IPE450	4,00	4,15	7,78	5,23	4,56	5,90	1,14	0,76
5,0	40,0	IPE360	IPE300	4,00	4,62	9,17	5,13	4,59	9,71	1,15	1,06
5,0	40,0	IPE360	IPE360	4,00	4,79	9,33	5,56	4,69	7,86	1,17	0,84
5,0	40,0	IPE360	IPE450	4,00	4,92	9,06	5,93	4,65	6,64	1,16	0,73

Tabela 5.6 - Comparação entre as cargas de bifurcação exactas e aproximadas – PE2

$L_c$ m	$L_{r,total}$ m	Coluna	Travessa	$\lambda_{AS}$	$\lambda_{SBS}$	$\lambda_{ap,AS}$	$\lambda_{ap,AS}/\lambda_{ex,AS}$
5,0	20,0	IPE360	IPE300	4,19	4,00	3,85	0,92
5,0	20,0	IPE360	IPE360	4,00	4,00	3,50	0,88
5,0	20,0	IPE360	IPE450	4,00	4,22	3,37	0,84
5,0	30,0	IPE360	IPE300	4,00	5,30	3,86	0,97
5,0	30,0	IPE360	IPE360	4,00	4,19	3,79	0,95
5,0	30,0	IPE360	IPE450	4,00	4,13	3,59	0,90
5,0	40,0	IPE360	IPE300	4,00	6,14	3,88	0,97
5,0	40,0	IPE360	IPE360	4,00	6,03	3,86	0,96
5,0	40,0	IPE360	IPE450	4,00	5,95	3,75	0,94

Tabela 5.7 - Comparação entre as cargas de bifurcação exactas e aproximadas – PE1

$L_c$ m	$L_{r,total}$ m	Coluna	Travessa	$\lambda_{AS}$	$\lambda_{ABS1}$	$\lambda_{ap,AS}$	$\lambda_{ap,AS}/\lambda_{ex,AS}$
5,0	20,0	IPE360	IPE300	4,96	4,00	3,81	0,77
5,0	20,0	IPE360	IPE360	5,03	4,00	3,42	0,68
5,0	20,0	IPE360	IPE450	5,27	4,00	3,04	0,58
5,0	30,0	IPE360	IPE300	4,00	4,81	3,75	0,94
5,0	30,0	IPE360	IPE360	4,00	4,79	3,63	0,91
5,0	30,0	IPE360	IPE450	4,66	4,00	3,42	0,73
5,0	40,0	IPE360	IPE300	4,00	5,72	3,78	0,95
5,0	40,0	IPE360	IPE360	4,00	5,43	3,70	0,92
5,0	40,0	IPE360	IPE450	4,00	5,15	3,52	0,88

### 5.3 Efeitos de 2ª Ordem

Abordam-se agora (i) a necessidade de consideração dos efeitos de 2º ordem e (ii) a sua eventual contabilização aproximada (através de um método de amplificação) nos pórticos de travessas inclinadas considerados neste capítulo. O estudo realizado é bastante semelhante ao estudo efectuado em 4.3 para pórticos de travessas inclinadas com 2 vãos, mas neste capítulo serão abordadas as famílias de pórticos descritas em 5.1.

Inicialmente, aborda-se a discretização adoptada para os pórticos (subdivisão das colunas e vigas em elementos finitos de barra) ao efectuar as análises de 2ª ordem rigorosas, cujos resultados permitem avaliar a qualidade dos valores fornecidos pelas metodologias aproximadas propostas. Em seguida, apresenta-se um exemplo ilustrativo, relativo a um pórtico **PE1**, cujo objectivo consiste em mostrar a relevância que podem ter os efeitos de 2ª ordem em pórticos de travessas inclinadas com três vãos.

#### 5.3.1 Discretização do pórtico

A Figura 5.26 mostra a discretização adoptada para os pórticos analisados: as colunas e travessas do pórtico foram subdivididas em 5 elementos finitos de igual comprimento. Estudos numéricos preliminares mostraram que esta discretização assegura a obtenção de resultados “exactos”.

Por outro lado, a Figura 5.27 ilustra o tipo de carregamentos considerados: (i) uma carga vertical uniformemente distribuída ao longo dos comprimentos das travessas de um ou ambos os vãos e (ii) duas cargas horizontais aplicadas, com o mesmo sentido, nos topos das colunas exteriores.

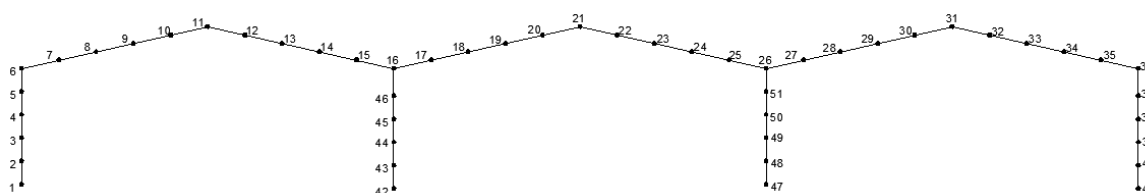


Figura 5.26 - Discretização de um pórtico em elementos finitos de barra

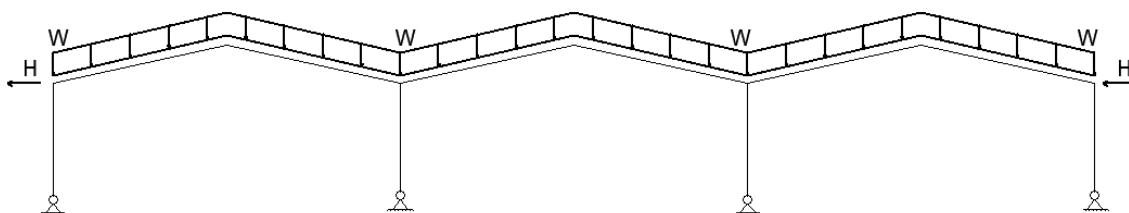


Figura 5.27 - Carregamentos do pórtico considerados

### 5.3.2 Exemplo Ilustrativo

Pretende-se com este exemplo ilustrativo mostrar (i) a relevância dos efeitos de 2ª ordem (efeitos P-Δ) e (ii) avaliar a eficácia do MAM preconizado pelo EC3-1-1 na contabilização dos efeitos P-Δ em pórticos de travessas inclinadas com 3 vãos.

Considere-se o pórtico **PE1** representado na Figura 5.28, (i) com a geometria definida por  $\alpha=10^\circ$ ,  $L_c=5\text{m}$ ,  $L_t=20\text{m}$ , colunas IPE360 e travessas IPE360, e (ii) submetido a uma carga vertical uniformemente distribuída de valor  $w=96,7\text{ kN/m}$  (correspondente a  $F_{cr}/F_{Ed}=4$ ) e a duas forças concentradas horizontais aplicada nos topos das colunas extremas – o valor de cada força é  $H=96,7\text{ kN}$ , o que corresponde a uma relação  $H/F_{Ed}=0,1$ .

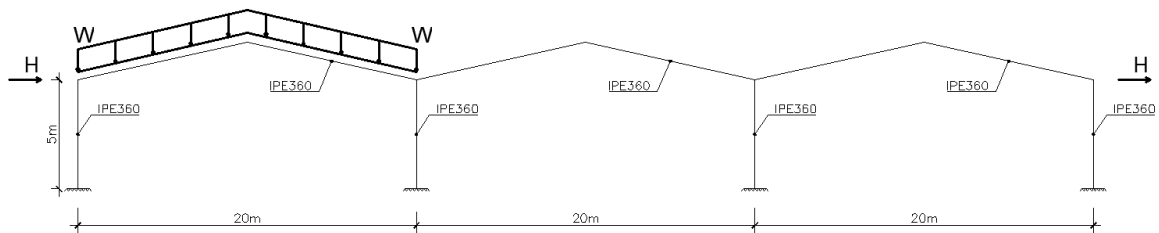


Figura 5.28 – Exemplo ilustrativo – pórtico **PE1**

A Tabela 5.8 fornece (i) os valores “exactos” dos momentos de 1ª ordem ( $M_I$ ) e 2ª ordem nos nós 1, 6, 16, 21, 26, 31, 36, 41, 42 e 47 do pórtico (ver Figura 5.26) ( $M_{II}$ ) e (ii) os valores aproximados destes últimos obtidos através do MAM preconizado pelo EC3-1-1 ( $M_{II\text{ ap,EC3}}$ ). É importante referir que, em virtude de os valores de  $M_{II\text{ ap,EC3}}$  incluírem unicamente os efeitos P-Δ, apenas faz sentido, em rigor, compará-los com os correspondentes valores exactos ( $M_{II\text{ ex}}$ ) nos nós do pórtico, *i.e.*, nas extremidades das colunas e travessas.

A observação dos resultados apresentados na Tabela 5.8 permite concluir que:

Tabela 5.8 -  $M_I$ ,  $M_{II}$  e  $M_{II\text{ ap,EC3}}$  (pórtico **PE1**)

Nó	$M_I$	$M_{II\text{ ex}}$	$M_I/M_{II}$	$M_{II\text{ ap,EC3}}$	$M_{II\text{ ap,EC3}}/M_{II\text{ ex}}$
	kNm	kNm	Erro (%)	kNm	Erro (%)
1	-2218	-2969	-25,3%	-2261	-23,9%
<b>6</b>	<b>-2474</b>	<b>-3178</b>	<b>-22,2%</b>	<b>-2497</b>	<b>-21,4%</b>
11	959	1473	-34,9%	968	-34,3%
16 - Travessa Esq.	-2215	-2867	-22,7%	-2210	-22,9%
16 - Travessa Dir.	-142	-160	-11,2%	-155	-3,3%
16 - Coluna	-2073	-2706	-23,4%	-2056	-24,1%
21	-213	-283	-24,9%	-213	-24,9%
26 - Travessa Esq.	197	255	-22,8%	209	-17,8%
26 - Travessa Dir.	192	246	-22,0%	188	-23,8%
26 - Coluna	5	9	-44,4%	22	148,9%
31	-89	-104	-13,9%	-98	-5,5%
36	12	-5	-342,8%	35	-797,5%
41	84	145	-42,2%	41	-71,9%
42	1466	1963	-25,3%	1432	-27,0%
47	142	201	-29,1%	108	-46,1%

- i. Em todos os nós, os valores dos momentos de 2ª ordem são superiores aos seus congéneres de 1ª ordem, tal como seria de esperar.
- ii. Com excepção do topo da 2ª coluna central (nó 26 – ver Figura 5.26), as estimativas dos momentos de 2ª ordem fornecidas pela utilização do método preconizado no EC3-1-1 são sempre inferiores aos correspondentes valores “exactos” – i.e., são sempre estimativas não conservativas (contra a segurança).
- iii. Os maiores momentos flectores de 1ª e 2ª ordem ocorrem no nó 6 correspondente à ligação entre o pilar de extremidade e a travessa da esquerda. Nesse nó, (i) a diferença entre os dois valores referidos é de 22,2% e (ii) os valores de  $M_{II\text{ ap,EC3}}$  e  $M_I$  são praticamente coincidentes, o que significa que o MAM preconizado pelo EC3-1-1 se revela incapaz de capturar os efeitos de 2ª ordem de tipo P- $\Delta$ .
- iv. O facto relatado no ponto anterior mostra que é necessário desenvolver um método de amplificação dos efeitos de 1ª ordem que não se limite a amplificar os efeitos/esforços associados à parcela anti-simétrica (semelhante ao modo **AS**), tal como é preconizado pelo EC3-1-1. É indispensável amplificar também os efeitos/esforços de 1ª ordem associados a outras parcelas (semelhantes aos modos **ABS/ABS1** e/ou **SS/SS1**)

Nas três secções seguintes estudam-se os comportamentos não lineares das seis famílias de pórtico de três vãos consideradas neste trabalho (**PR3, PR2, PR1, PE3, PE2 e PE1**). Para cada uma delas, começa-se por efectuar um estudo paramétrico que permita avaliar (i) a necessidade de consideração dos efeitos P- $\Delta$  e (ii) a qualidade das estimativas fornecidas pelo MAM estipulado no EC3-1-1. Em seguida, e em face da pouca qualidade exibida pelas referidas estimativas, propõe-se e avalia-se a eficácia (e o domínio de validade) de um novo método de amplificação dos efeitos de 1ª ordem que não se limite a amplificar os efeitos/esforços associados à parcela anti simétrica. No final do capítulo, apresenta-se um sumário do seu conteúdo, no qual se realçam as principais conclusões dos estudos efectuados.

### 5.3.3 Pórticos Rotulados Carregados nos Três Vãos (PR3)

#### 5.3.3.1 Necessidade de consideração dos efeitos de 2ª Ordem

Considere-se o pórtico **PR3**, o qual (i) possui uma geometria definida por  $\alpha=10^\circ$ ,  $L_c=5\text{m}$ , Pilares IPE360 e (ii) está submetido a uma carga uniformemente distribuída que garanta  $F_{cr}/F_{Ed}=4$ ,  $F_{cr}/F_{Ed}=8$  e  $F_{cr}/F_{Ed}=12$ . Para os diversos pórticos analisados variou-se o comprimento do vão (20, 30 e 40 m) e as Inércias das travessas (IPE300, IPE360 e IPE450). Os valores apresentados na tabela seguinte dizem respeito ao nó que apresenta o maior momento flector do pórtico.



Apresentam-se, na Tabela 5.9, a relação entre os valores dos momentos flectores de 1ª e 2ª ordem ( $M_I$  e  $M_{II}$ , respectivamente), tendo estes sido calculados através do programa SAP2000, com base na discretização patente na Figura 5.26 (cada coluna e travessa é dividida em 5 elementos de igual comprimento). A observação dos resultados apresentados na Tabela 5.9 permite concluir que:

Tabela 5.9 - Valores de  $M_I$  e  $M_{II}$  (Pórtico PR3)

$V_{cr}/V_{sd}$	$L_c$	$L_{r,total}$	Coluna	Travessa	$M_I/M_{II,EX}$
-	m	m	-	-	-
4	5,0	20,0	IPE360	IPE300	0,95
	5,0	20,0	IPE360	IPE360	0,95
	5,0	20,0	IPE360	IPE450	0,96
8	5,0	20,0	IPE360	IPE300	0,97
	5,0	20,0	IPE360	IPE360	0,98
	5,0	20,0	IPE360	IPE450	0,98
12	5,0	20,0	IPE360	IPE300	0,98
	5,0	20,0	IPE360	IPE360	0,98
	5,0	20,0	IPE360	IPE450	0,99
4	5,0	30,0	IPE360	IPE300	0,93
	5,0	30,0	IPE360	IPE360	0,93
	5,0	30,0	IPE360	IPE450	0,93
8	5,0	30,0	IPE360	IPE300	0,97
	5,0	30,0	IPE360	IPE360	0,97
	5,0	30,0	IPE360	IPE450	0,97
12	5,0	30,0	IPE360	IPE300	0,98
	5,0	30,0	IPE360	IPE360	0,98
	5,0	30,0	IPE360	IPE450	0,98
4	5,0	40,0	IPE360	IPE300	0,93
	5,0	40,0	IPE360	IPE360	0,93
	5,0	40,0	IPE360	IPE450	0,92
8	5,0	40,0	IPE360	IPE300	0,97
	5,0	40,0	IPE360	IPE360	0,96
	5,0	40,0	IPE360	IPE450	0,96
12	5,0	40,0	IPE360	IPE300	0,98
	5,0	40,0	IPE360	IPE360	0,98
	5,0	40,0	IPE360	IPE450	0,97

- i. A relação entre os valores de  $M_I$  e os correspondentes valores de  $M_{II}$  é sempre inferior a 1, ou seja, os momentos de 2ª ordem são sempre superiores aos momentos de 1ª ordem.
- ii. A diferença máxima entre os momentos de 2ª ordem e os de 1ª ordem ocorre no pórtico com um vão total de 40m e sujeito a um carregamento que garante  $F_{cr}/F_{Ed} = 4$  e apresenta um erro de 8%.
- iii. A diferença entre os momentos de 2ª ordem e os de 1ª ordem diminui com o aumento da relação entre  $F_{cr}/F_{Ed}$ .

**5.3.3.2 Aplicabilidade do MAM proposto no EC3 para contabilizar os efeitos P-Δ**

De modo a avaliar a aplicabilidade do MAM proposto no EC3 para contabilizar os efeitos P-Δ, utilizou-se a mesma geometria e carregamentos dos pórticos descritos em 5.3.3.1 e estudou-se a relação entre os momentos de 2ª ordem exactos (SAP) e aproximados (EC3).

Apresenta-se na Tabela 5.10, a relação entre os valores dos momentos de 2ª ordem exactos ( $M_{II,ex}$ ) e aproximados ( $M_{II,EC3}$ ). A observação dos resultados apresentados na Tabela 5.10 permite concluir que:

Tabela 5.10 - Valores dos momentos flectores (Pórtico PR3)

$V_{cr}/V_{sd}$	$L_c$	$L_{r,total}$	Coluna	Travessa	$M_I / M_{II,EX}$	$M_{II,EC3} / M_{EX}$
-	m	m	-	-	-	-
4	5,0	20,0	IPE360	IPE300	0,95	0,97
	5,0	20,0	IPE360	IPE360	0,95	0,97
	5,0	20,0	IPE360	IPE450	0,96	0,98
8	5,0	20,0	IPE360	IPE300	0,97	0,98
	5,0	20,0	IPE360	IPE360	0,98	0,99
	5,0	20,0	IPE360	IPE450	0,98	0,99
12	5,0	20,0	IPE360	IPE300	0,98	0,99
	5,0	20,0	IPE360	IPE360	0,98	0,99
	5,0	20,0	IPE360	IPE450	0,99	0,99
4	5,0	30,0	IPE360	IPE300	0,93	0,95
	5,0	30,0	IPE360	IPE360	0,93	0,95
	5,0	30,0	IPE360	IPE450	0,93	0,95
8	5,0	30,0	IPE360	IPE300	0,97	0,97
	5,0	30,0	IPE360	IPE360	0,97	0,97
	5,0	30,0	IPE360	IPE450	0,97	0,98
12	5,0	30,0	IPE360	IPE300	0,98	0,98
	5,0	30,0	IPE360	IPE360	0,98	0,98
	5,0	30,0	IPE360	IPE450	0,98	0,98
4	5,0	40,0	IPE360	IPE300	0,93	0,95
	5,0	40,0	IPE360	IPE360	0,93	0,94
	5,0	40,0	IPE360	IPE450	0,92	0,93
8	5,0	40,0	IPE360	IPE300	0,97	0,97
	5,0	40,0	IPE360	IPE360	0,96	0,97
	5,0	40,0	IPE360	IPE450	0,96	0,97
12	5,0	40,0	IPE360	IPE300	0,98	0,98
	5,0	40,0	IPE360	IPE360	0,98	0,98
	5,0	40,0	IPE360	IPE450	0,97	0,98

- i. A relação entre os valores de  $M_{II,EC3}$  e os valores de  $M_{II,ex}$  são sempre inferiores a 1, ou seja, o EC3 apresenta sempre estimativas não conservativas dos momentos de 2ª ordem.
- ii. O erro maior ocorre no pórtico com um vão total de 40m e sujeito a um carregamento que garante  $F_{cr}/F_{Ed} = 4$  e é de 7%.
- iii. O erro cometido diminui com o aumento da relação entre  $F_{cr}/F_{Ed}$ .

### 5.3.3.3 Configuração Deformada e Diagrama de Momentos

#### 5.3.3.3.1 Configuração Deformada

De seguida ilustram-se as configurações deformadas devidas às cargas horizontais e devido ao carregamento vertical a que o pórtico foi submetido, e que foram obtidas através de uma análise de 1ª ordem (ver Figura 5.29 e Figura 5.30).

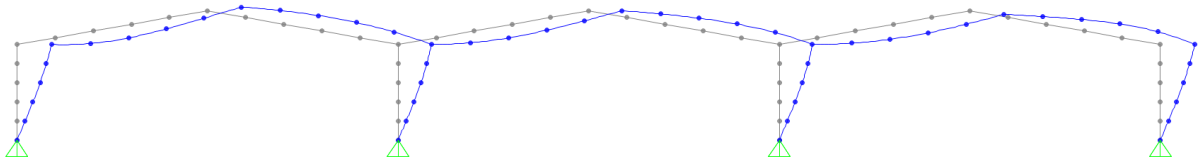


Figura 5.29 – Configuração deformada devido as cargas horizontais – H (Pórtico PR3)

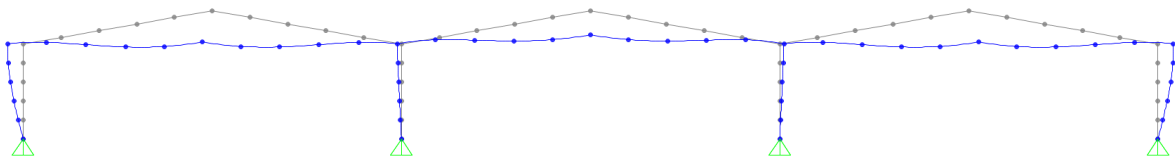


Figura 5.30 – Configuração deformada devido ao carregamento vertical – W (Pórtico PR3)

Da observação das configurações deformadas do pórtico, conclui-se que:

- i. As cargas horizontais provocam deslocamentos horizontais idênticos e com o mesmo sinal no topo das colunas e no vértice dos pórticos, ou seja, deslocamentos anti-simétricos.
- ii. O carregamento vertical no vão do pórtico provoca deslocamentos horizontais idênticos e com sinais opostos no topo das colunas, ou seja, deslocamentos simétricos. Este deslocamento deve-se ao facto de haver uma translação vertical dos vértices do pórtico e da inclinação das travessas, que “obriga” as colunas a afastarem-se.

A configuração deformada provocada pela carga vertical (ver Figura 5.30) pode ser dividida em 2 parcelas de modo a isolar a parcela associada aos deslocamentos horizontais no topo das colunas. Com esse objetivo, analisa-se o pórtico submetido apenas à carga vertical e com os deslocamentos horizontais impedidos no topo das colunas de extremidade (ver Figura 5.31). A segunda parcela consiste em aplicar no topo das colunas de extremidade forças iguais e de sinal oposto às reações instaladas nos apoios introduzidos para impedir os deslocamentos horizontais dos topos das colunas (ver Figura 5.32).

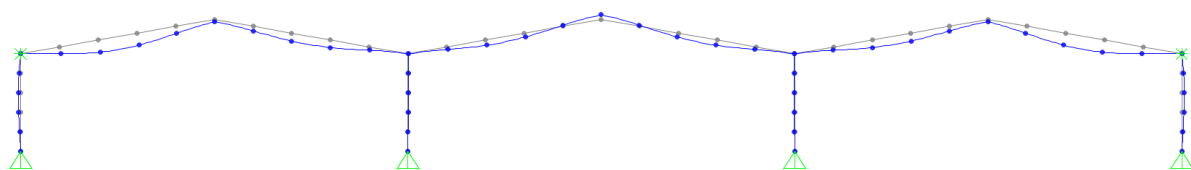


Figura 5.31 - Configuração deformada com os deslocamentos horizontais impedidos (Pórtico PR3)

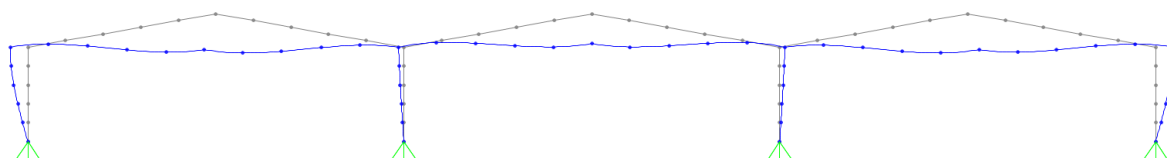


Figura 5.32 - Configuração deformada associada aos deslocamentos horizontais (Pórtico PR3)

A configuração deformada de 1ª ordem de um pórtico sujeito à acção de um carregamento vertical e cargas horizontais, pode ser decomposta nas seguintes três parcelas:

- i. Parcela anti-simétrica, devida às cargas horizontais, designada por  $v_{DP,I}^{AS}$  - Figura 5.29.
- ii. Parcela simétrica devido ao carregamento e sem influência dos deslocamentos horizontais dos topos das colunas de extremidade, designada por  $v_{DI,I}$  - Figura 5.31.
- iii. Parcela simétrica devido ao carregamento e com influência dos deslocamentos horizontais dos topos das colunas de extremidade, designada por  $v_{DP,I}^{SS1}$  - Figura 5.32.

### 5.3.3.3.2 Diagrama de Momentos

De seguida ilustram-se os diagramas de momentos flectores associados às parcelas da configuração deformada identificadas no capítulo anterior.

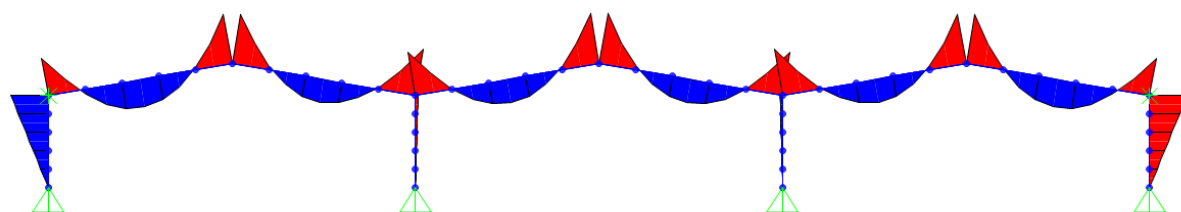


Figura 5.33 – Diagrama de momentos devido ao carregamento vertical com deslocamentos horizontais impedidos –  $M_{DI,I}$  (Pórtico PR3)

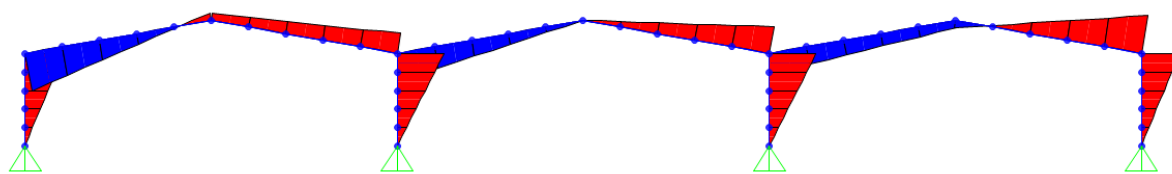


Figura 5.34 – Diagrama de momentos devido às cargas horizontais –  $M_{DP,I}^{AS}$  (Pórtico PR3)

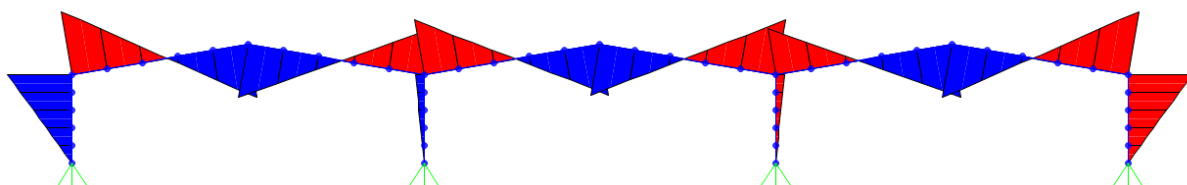


Figura 5.35 – Diagrama de momentos devido à ação dos deslocamento horizontais devidos ao carregamento vertical -  $M_{DP,I}^{SS1}$  (Pórtico PR3)

### 5.3.3.3 Comentário

Comparando as configurações deformadas descritas anteriormente com as configurações dos quatro primeiros modos de encurvadura (ver Figura 5.2 a Figura 5.5) observa-se que:

- i. A primeira parcela da configuração deformada ( $v_{DP,I}^{AS}$  - Figura 5.29) apresenta um andamento muito semelhante ao primeiro modo de instabilidade, o modo **AS** (Figura 5.2).
- ii. A terceira parcela da configuração deformada ( $v_{DP,I}^{SS1}$  - Figura 5.32) apresenta um andamento muito semelhante ao terceiro modo de instabilidade, o modo **SS1** (Figura 5.4).

Tendo em consideração a formulação de um método indirecto de amplificação dos efeitos de 2ª ordem em pórticos de travessas inclinadas com 3 vãos, importa mencionar que, no que respeita a relação entre a configuração deformada de 1ª ordem e o respectivo diagrama de momentos flectores, se tem:

- i. A parcela anti-simétrica devida às cargas horizontais está associada ao diagrama de momentos  $M_{DP,I}^{AS}$  (ver Figura 5.34).
- ii. A parcela simétrica devido ao carregamento e sem influência dos deslocamentos horizontais dos topos das colunas de extremidade está associada ao diagrama de momentos  $M_{DI,I}$  (ver Figura 5.33).
- iii. A parcela simétrica devido ao carregamento e com influência dos deslocamentos horizontais dos topos das colunas de extremidade está associada ao diagrama de momentos  $M_{DP,I}^{SS1}$  (ver Figura 5.35)

**5.3.3.4 Proposta de um Método de Amplificação**

Tendo por base o que foi mencionado no capítulo anterior, pretende-se agora propor uma metodologia para calcular indirectamente os efeitos de 2ª ordem em pórticos de travessas inclinadas com 3 vãos. Esta metodologia envolve os seguintes passos:

- i. Cálculo dos valores de esforço axial existentes nas colunas e travessas devido ao carregamento vertical.
- ii. Determinação dos valores de  $F_{cr}^{AS}$  e  $F_{cr}^{SS1}$ , valores das cargas críticas de bifurcação associadas aos modos **AS** e ao **SS1**.
- iii. Identificação das parcelas da configuração deformada e dos diagramas de momentos flectores correspondentes (a) á acção das cargas horizontais ( $v_{DP,I}^{AS}$  e  $M_{DP,I}^{AS}$ ), (b) á acção do carregamento vertical com os deslocamentos horizontais no topo das colunas impedidos ( $v_{DI,I}$  e  $M_{DI,I}$ ) e (c) á acção dos deslocamentos horizontais devidos á força vertical ( $v_{DP,I}^{SS1}$  e  $M_{DP,I}^{SS1}$ ).
- iv. Determinação aproximada dos deslocamentos e momentos flectores de 2ª ordem através das expressões:

$$v_{II} = v_{DI,I} + C_{AS} \cdot v_{DP,I}^{AS} + C_{SS1} \cdot v_{DP,I}^{SS1} \quad (5.4)$$

$$M_{II} = M_{DI,I} + C_{AS} \cdot M_{DP,I}^{AS} + C_{SS1} \cdot M_{DP,I}^{SS1} \quad (5.5)$$

Onde

$$C_{AS} = \frac{1}{1 - F_{Ed} / F_{cr}^{AS}} \quad , \quad C_{SB1} = \frac{1}{1 - F_{Ed} / F_{cr}^{SS1}}$$

Relativamente ao método proposto e de salientar que a diferença entre este e o MAM proposto pelo EC3 consiste no facto de se amplificarem duas parcelas do diagrama de momentos flectores de 1ª ordem (em vez de apenas umas). Os resultados obtidos pelos dois métodos serão tanto mais diferentes quanto menor for a relação entre as cargas críticas do modo **SS1** e **AS** ( $\lambda_{b}^{SS1/AS}$ ) e quanto maior for a importância relativa da parcela  $M_{DP,I}^{SS1}$  do diagrama de momentos flectores.

A Figura 5.36 ilustra o método de amplificação proposto anteriormente para este tipo de pórticos.

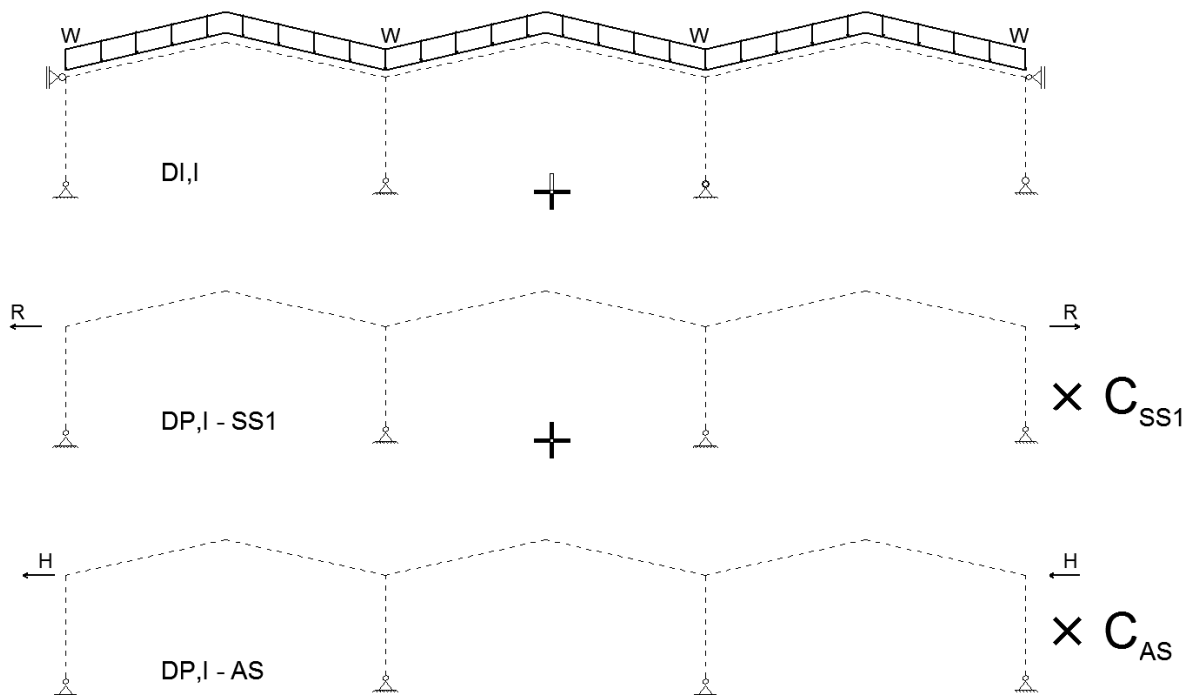


Figura 5.36 - Proposta de um método de amplificação para ter em consideração os efeitos de 2ª ordem - Pórtico PR3

### 5.3.3.5 Estudo Paramétrico

Vai agora procurar avaliar-se a precisão e o domínio de validade do método de amplificação proposto no capítulo anterior. Com esse objetivo, efectua-se um estudo paramétrico que envolve 27 tipos de pórticos com  $E=210$  GPa e diversas geometrias e carregamentos. Os diversos pórticos estudados apresentam as seguintes características:

- Ângulo entre a horizontal e a travessa,  $\theta=10^\circ$ .
- Comprimento das colunas,  $L_c=5$ m.
- Perfil considerado para as colunas é um IPE360.
- Relação entre a carga horizontal no topo das colunas e o esforço axial nas colunas,  $H_{Ed}/F_{Ed} = 0,10$ .

Para os diversos pórticos analisados variou-se o comprimento do vão (20, 30 e 40 m), as Inércias das travessas (IPE300, IPE360 e IPE450) e a relação entre o esforço axial nas colunas e a carga crítica associada ao modo crítico ( $F_{cr}/F_{Ed} = 4$ ,  $F_{cr}/F_{Ed} = 8$  e  $F_{cr}/F_{Ed} = 12$ )

Na tabela seguinte ilustra-se a relação entre os momentos e deslocamentos de 2ª ordem obtidos usando o método preconizado pelo EC3 e o método de amplificação proposto no capítulo anterior comparativamente ao valor exacto obtido através do programa de elementos

finitos SAP2000. Os valores apresentados dizem respeito ao nó de momento flector máximo e/ou descolamento horizontal máximo. A observação dos resultados apresentados na Tabela 5.11 permite concluir que:

Tabela 5.11 - Análise de 2ª ordem (Pórtico PR3)

$V_{cr}/V_{sd}$	$L_c$	$L_{r,total}$	Coluna	Travessa	$M_1 / M_{II,EX}$	$M_{II,EC3} / M_{EX}$	$M_{II,PROP} / M_{EX}$	$d_{II,EC3} / d_{EX}$	$I_{II,PROP} / d_E$
-	m	m	-	-	-	-	-	-	-
4	5,0	20,0	IPE360	IPE300	0,95	0,97	<b>1,02</b>	0,95	<b>1,00</b>
	5,0	20,0	IPE360	IPE360	0,95	0,97	<b>1,01</b>	0,96	<b>1,00</b>
	5,0	20,0	IPE360	IPE450	0,96	0,98	<b>1,01</b>	0,98	<b>1,00</b>
8	5,0	20,0	IPE360	IPE300	0,97	0,98	<b>1,01</b>	0,98	<b>1,00</b>
	5,0	20,0	IPE360	IPE360	0,98	0,99	<b>1,01</b>	0,98	<b>1,00</b>
	5,0	20,0	IPE360	IPE450	0,98	0,99	<b>1,01</b>	0,99	<b>1,00</b>
12	5,0	20,0	IPE360	IPE300	0,98	0,99	<b>1,01</b>	0,98	<b>1,00</b>
	5,0	20,0	IPE360	IPE360	0,98	0,99	<b>1,00</b>	0,99	<b>1,00</b>
	5,0	20,0	IPE360	IPE450	0,99	0,99	<b>1,00</b>	0,99	<b>1,00</b>
4	5,0	30,0	IPE360	IPE300	0,93	0,95	<b>1,04</b>	0,92	<b>1,02</b>
	5,0	30,0	IPE360	IPE360	0,93	0,95	<b>1,02</b>	0,92	<b>1,01</b>
	5,0	30,0	IPE360	IPE450	0,93	0,95	<b>1,01</b>	0,94	<b>1,01</b>
8	5,0	30,0	IPE360	IPE300	0,97	0,97	<b>1,02</b>	0,96	<b>1,01</b>
	5,0	30,0	IPE360	IPE360	0,97	0,97	<b>1,01</b>	0,96	<b>1,00</b>
	5,0	30,0	IPE360	IPE450	0,97	0,98	<b>1,01</b>	0,97	<b>1,00</b>
12	5,0	30,0	IPE360	IPE300	0,98	0,98	<b>1,01</b>	0,97	<b>1,01</b>
	5,0	30,0	IPE360	IPE360	0,98	0,98	<b>1,01</b>	0,97	<b>1,00</b>
	5,0	30,0	IPE360	IPE450	0,98	0,98	<b>1,00</b>	0,98	<b>1,00</b>
4	5,0	40,0	IPE360	IPE300	0,93	0,95	<b>1,06</b>	0,90	<b>1,03</b>
	5,0	40,0	IPE360	IPE360	0,93	0,94	<b>1,05</b>	0,90	<b>1,03</b>
	5,0	40,0	IPE360	IPE450	0,92	0,93	<b>1,03</b>	0,90	<b>1,01</b>
8	5,0	40,0	IPE360	IPE300	0,97	0,97	<b>1,03</b>	0,95	<b>1,02</b>
	5,0	40,0	IPE360	IPE360	0,96	0,97	<b>1,03</b>	0,95	<b>1,02</b>
	5,0	40,0	IPE360	IPE450	0,96	0,97	<b>1,01</b>	0,95	<b>1,01</b>
12	5,0	40,0	IPE360	IPE300	0,98	0,98	<b>1,02</b>	0,97	<b>1,01</b>
	5,0	40,0	IPE360	IPE360	0,98	0,98	<b>1,02</b>	0,97	<b>1,01</b>
	5,0	40,0	IPE360	IPE450	0,97	0,98	<b>1,01</b>	0,97	<b>1,00</b>

- i. A abordagem preconizada pelo EC3 apresenta um erro que pode chegar aos 7% e apresenta sempre resultados não conservativos.
- ii. O método indirecto de amplificação de esforços e deslocamentos proposto apresenta sempre um erro inferior a 3%, à excepção de 2 casos, onde apresenta um erro máximo de 6%. Em todos os pórticos, o método indirecto de amplificação apresenta sempre resultados conservativos.

### 5.3.4 Pórticos Rotulados Carregados nos Dois Vãos de Extremidade (PR2) e Apenas num dos Vãos de Extremidade (PR1)

#### Necessidade de consideração dos efeitos de 2ª Ordem

Considere-se os pórticos **PR2** e **PR1**, os quais (i) possuem uma geometria definida por  $\alpha=10^\circ$ ,  $L_c=5m$ , Pilares IPE360 e (ii) estão submetidos a uma carga uniformemente distribuída que garanta  $F_{cr}/F_{Ed}=4$ ,  $F_{cr}/F_{Ed}=8$  e  $F_{cr}/F_{Ed}=12$ . Para os diversos pórticos analisados variou-se o comprimento do vão (20, 30 e 40 m) e as Inércias das travessas (IPE300, IPE360 e IPE450).



Apresentam-se, na Tabela 5.12, a relação entre os valores dos momentos flectores de 1ª e 2ª ordem ( $M_I$  e  $M_{II}$ , respectivamente), tendo estes sido calculados através do programa SAP2000, com base na discretização patente na Figura 5.26 (cada coluna e travessa é dividida em 5 elementos de igual comprimento). A observação dos resultados apresentados na Tabela 5.12 permite concluir que:

Tabela 5.12 - Valores de  $M_I$  e  $M_{II}$  (Pórticos PR2 e PR1)

$V_{cr}/V_{sd}$	$L_c$ m	$L_{r,total}$ m	Coluna	Travessa	Pórtico PR2	Pórtico PR1
					$M_I / M_{II,EX}$	$M_I / M_{II,EX}$
-	-	-	-	-	-	-
4	5,0	20,0	IPE360	IPE300	0,93	0,87
	5,0	20,0	IPE360	IPE360	0,93	0,87
	5,0	20,0	IPE360	IPE450	0,94	0,89
8	5,0	20,0	IPE360	IPE300	0,96	0,94
	5,0	20,0	IPE360	IPE360	0,96	0,94
	5,0	20,0	IPE360	IPE450	0,97	0,95
12	5,0	20,0	IPE360	IPE300	0,98	0,96
	5,0	20,0	IPE360	IPE360	0,98	0,96
	5,0	20,0	IPE360	IPE450	0,98	0,97
4	5,0	30,0	IPE360	IPE300	0,90	0,85
	5,0	30,0	IPE360	IPE360	0,90	0,83
	5,0	30,0	IPE360	IPE450	0,89	0,81
8	5,0	30,0	IPE360	IPE300	0,95	0,93
	5,0	30,0	IPE360	IPE360	0,95	0,92
	5,0	30,0	IPE360	IPE450	0,95	0,91
12	5,0	30,0	IPE360	IPE300	0,97	0,96
	5,0	30,0	IPE360	IPE360	0,97	0,95
	5,0	30,0	IPE360	IPE450	0,97	0,94
4	5,0	40,0	IPE360	IPE300	0,90	0,87
	5,0	40,0	IPE360	IPE360	0,89	0,84
	5,0	40,0	IPE360	IPE450	0,87	0,80
8	5,0	40,0	IPE360	IPE300	0,95	0,94
	5,0	40,0	IPE360	IPE360	0,95	0,93
	5,0	40,0	IPE360	IPE450	0,94	0,91
12	5,0	40,0	IPE360	IPE300	0,97	0,96
	5,0	40,0	IPE360	IPE360	0,96	0,95
	5,0	40,0	IPE360	IPE450	0,96	0,94

- i. Em ambos os Pórticos **PR2** e **PR1**, a relação entre os valores de  $M_I$  e os correspondentes valores de  $M_{II}$  é sempre inferior a 1, ou seja, os momentos de 2ª ordem são sempre superiores aos momentos de 1ª ordem.
- ii. No Pórtico **PR2**, a diferença máxima entre os momentos de 2ª ordem e os de 1ª ordem ocorre no pórtico com um vão total de 40m e sujeito a um carregamento que garante  $F_{cr}/F_{Ed} = 4$  e apresenta um erro de 13%.
- iii. No Pórtico **PR1**, a diferença máxima entre os momentos de 2ª ordem e os de 1ª ordem ocorre no pórtico com um vão total de 40m e sujeito a um carregamento que garante  $F_{cr}/F_{Ed} = 4$  e apresenta um erro de 20%.
- iv. Em ambos os Pórticos **PR2** e **PR1**, a diferença entre os momentos de 2ª ordem e os de 1ª ordem diminui com o aumento da relação entre  $F_{cr}/F_{Ed}$ .

Aplicabilidade do MAM proposto no EC3 para contabilizar os efeitos P-Δ

De modo a avaliar a aplicabilidade do MAM proposto no EC3 para contabilizar os efeitos P-Δ, utilizou-se a mesma geometria e carregamentos dos pórticos descritos anteriormente e estudou-se a relação entre os momentos de 2ª ordem exactos (SAP) e aproximados (EC3).

Apresenta-se na Tabela 5.13, a relação entre os valores dos momentos de 2ª ordem exactos ( $M_{II,ex}$ ) e aproximados ( $M_{II,EC3}$ ). A observação dos resultados apresentados na Tabela 5.13 permite concluir que:

Tabela 5.13 - Valores dos momentos flectores (Pórticos PR2 e PR1)

$V_{cr}/V_{sd}$	$L_c$ m	$L_{r,total}$ m	Coluna	Travessa	Pórtico PR2		Pórtico PR1	
					$M_I / M_{II,EX}$	$M_{II,EC3} / M_{EX}$	$M_I / M_{II,EX}$	$M_{II,EC3} / M_{EX}$
-	-	-	-	-	-	-	-	-
4	5,0	20,0	IPE360	IPE300	0,93	0,95	0,87	0,88
	5,0	20,0	IPE360	IPE360	0,93	0,95	0,87	0,88
	5,0	20,0	IPE360	IPE450	0,94	0,96	0,89	0,90
8	5,0	20,0	IPE360	IPE300	0,96	0,97	0,94	0,95
	5,0	20,0	IPE360	IPE360	0,96	0,97	0,94	0,94
	5,0	20,0	IPE360	IPE450	0,97	0,98	0,95	0,95
12	5,0	20,0	IPE360	IPE300	0,98	0,98	0,96	0,96
	5,0	20,0	IPE360	IPE360	0,98	0,98	0,96	0,96
	5,0	20,0	IPE360	IPE450	0,98	0,99	0,97	0,97
4	5,0	30,0	IPE360	IPE300	0,90	0,92	0,85	0,86
	5,0	30,0	IPE360	IPE360	0,90	0,91	0,83	0,84
	5,0	30,0	IPE360	IPE450	0,89	0,91	0,81	0,81
8	5,0	30,0	IPE360	IPE300	0,95	0,96	0,93	0,94
	5,0	30,0	IPE360	IPE360	0,95	0,96	0,92	0,93
	5,0	30,0	IPE360	IPE450	0,95	0,96	0,91	0,92
12	5,0	30,0	IPE360	IPE300	0,97	0,97	0,96	0,96
	5,0	30,0	IPE360	IPE360	0,97	0,97	0,95	0,95
	5,0	30,0	IPE360	IPE450	0,97	0,97	0,94	0,95
4	5,0	40,0	IPE360	IPE300	0,90	0,92	0,87	0,87
	5,0	40,0	IPE360	IPE360	0,89	0,90	0,84	0,85
	5,0	40,0	IPE360	IPE450	0,87	0,88	0,80	0,81
8	5,0	40,0	IPE360	IPE300	0,95	0,96	0,94	0,94
	5,0	40,0	IPE360	IPE360	0,95	0,95	0,93	0,93
	5,0	40,0	IPE360	IPE450	0,94	0,94	0,91	0,91
12	5,0	40,0	IPE360	IPE300	0,97	0,97	0,96	0,96
	5,0	40,0	IPE360	IPE360	0,96	0,97	0,95	0,96
	5,0	40,0	IPE360	IPE450	0,96	0,96	0,94	0,94

- i. Em ambos os Pórticos **PR2** e **PR1**, a relação entre os valores de  $M_{II,EC3}$  e os valores de  $M_{II,ex}$  são sempre inferiores a 1, ou seja, o EC3 apresenta sempre estimativas não conservativas dos momentos de 2ª ordem.
- ii. No Pórtico **PR2**, o erro máximo ocorre no pórtico com um vão total de 40m e sujeito a um carregamento que garante  $F_{cr}/F_{Ed} = 4$  e é de 12%.
- iii. No Pórtico **PR1**, o erro máximo ocorre no pórtico com um vão total de 40m e sujeito a um carregamento que garante  $F_{cr}/F_{Ed} = 4$  e é de 19%.
- iv. Em ambos os Pórticos **PR2** e **PR1**, o erro cometido diminui com o aumento da relação entre  $F_{cr}/F_{Ed}$ .

Configuração Deformada

A configuração deformada dos Pórticos **PR2** e **PR1** devido a uma carga horizontal é igual à deformada do Pórticos **PR3** ilustrada na Figura 5.29.

As configurações deformadas devido ao carregamento vertical para o Pórtico **PR2** estão ilustradas nas 3 figuras seguintes:

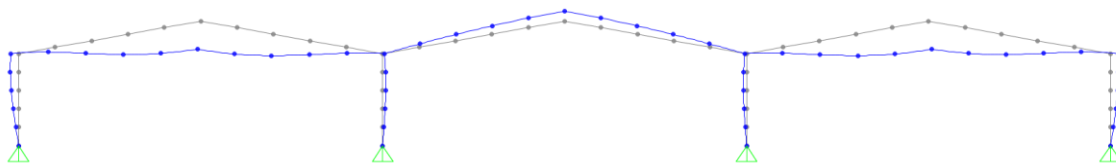


Figura 5.37 - Configuração deformada devido ao carregamento vertical – W (Pórtico PR2)

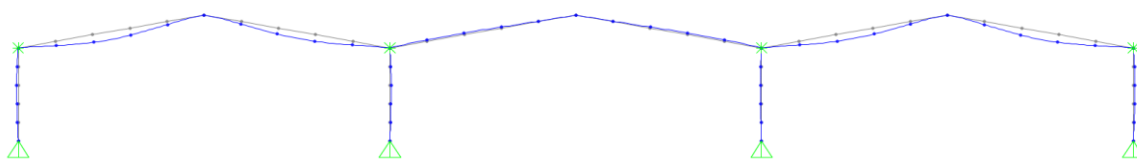


Figura 5.38 - Configuração deformada com os deslocamentos horizontais impedidos (Pórtico PR2)

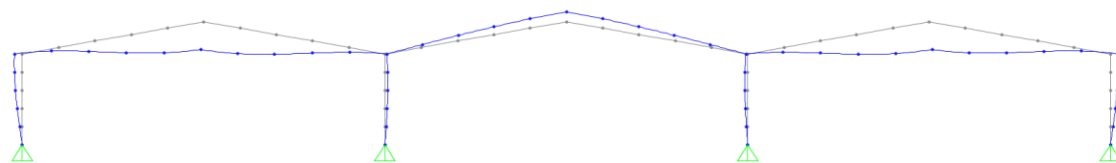


Figura 5.39 - Configuração deformada associada aos deslocamentos horizontais (Pórtico PR2)

As configurações deformadas devido ao carregamento vertical para o Pórtico **PR1** estão ilustradas nas 3 figuras seguintes:

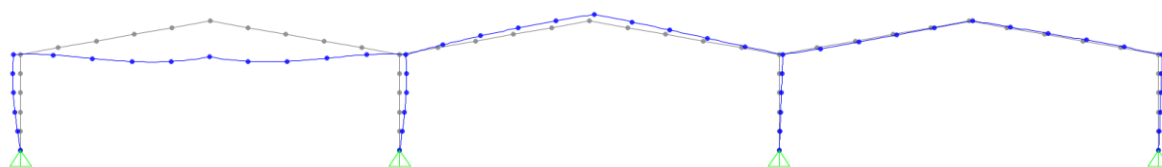


Figura 5.40 - Configuração deformada devido ao carregamento vertical – W (Pórtico PR1)

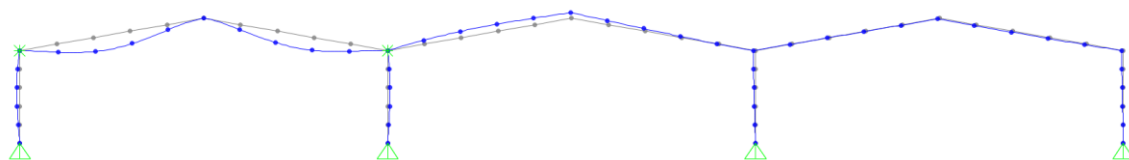


Figura 5.41 - Configuração deformada com os deslocamentos horizontais impedidos (Pórtico PR1)

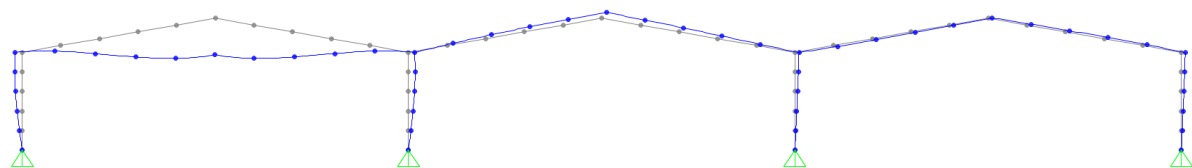


Figura 5.42 - Configuração deformada associada aos deslocamentos horizontais (Pórtico PR1)

Diagrama de Momentos

O diagrama de momentos dos Pórticos **PR2** e **PR1** devido às cargas horizontais –  $M_{DP,I}^{AS}$  é semelhante ao pórtico **PR3** (ver Figura 5.34).

Os diagramas de momentos devidos ao carregamento vertical com deslocamentos horizontais impedidos e devido à acção dos deslocamentos horizontais devidos ao carregamento vertical, para o Pórtico **PR2** estão ilustrados nas 2 figuras seguintes:

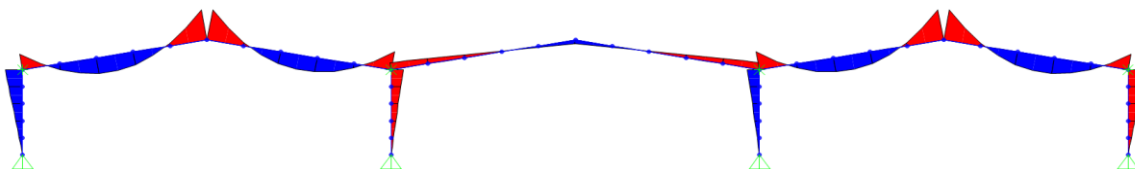


Figura 5.43 - Diagrama de momentos devido à acção dos deslocamento horizontais devidos ao carregamento vertical -  $M_{DP,I}^{SS}$  (Pórtico PR2)

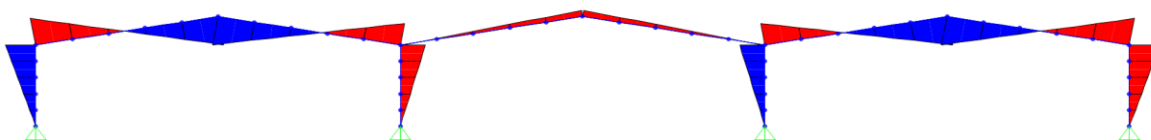


Figura 5.44 - Diagrama de momentos devido ao carregamento vertical com deslocamentos horizontais impedidos –  $M_{DI,I}$  (Pórtico PR2)

Os diagramas de momentos devidos ao carregamento vertical com deslocamentos horizontais impedidos e devido à acção dos deslocamentos horizontais devidos ao carregamento vertical, para o Pórtico **PR1** estão ilustrados nas 2 figuras seguintes:

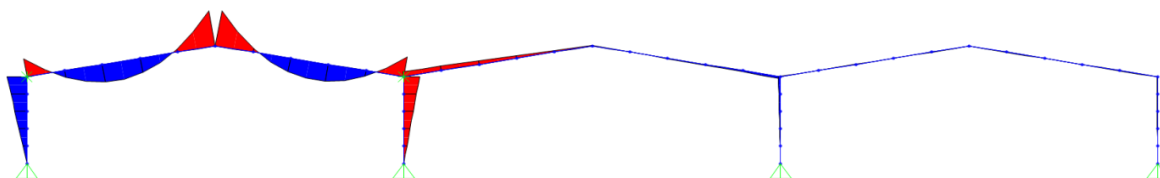


Figura 5.45 - Diagrama de momentos devido à acção dos deslocamento horizontais devidos ao carregamento vertical -  $M_{DP,I}^{ABS1}$  (Pórtico PR1)

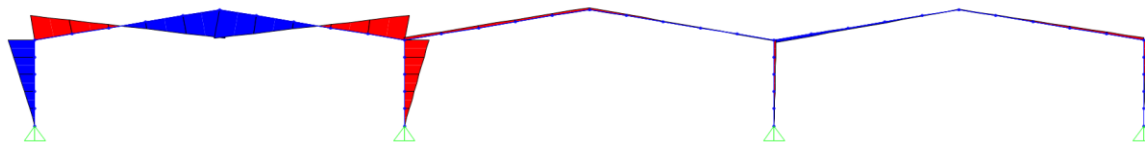


Figura 5.46 - Diagrama de momentos devido ao carregamento vertical com deslocamentos horizontais impedidos –  $M_{DI,I}$  (Pórtico PR1)

### Comentário

Comparando as configurações deformadas descritas anteriormente com as configurações dos modos de encurvadura (ver Figura 5.2 a Figura 5.5 e Figura 5.13) observa-se que:

- i. A primeira parcela da configuração deformada ( $v_{DP,I}^{AS}$  - Figura 5.29) apresenta um andamento muito semelhante ao modo **AS** (Figura 5.2).
- ii. No Pórtico **PR2**, a terceira parcela da configuração deformada ( $v_{DI,I}^{SS}$  - Figura 5.39) apresenta um andamento muito semelhante ao modo **SS** (Figura 5.3).
- iii. No Pórtico **PR1**, a terceira parcela da configuração deformada ( $v_{DPI}^{ABS1}$  - Figura 5.42) apresenta um andamento muito semelhante ao modo **ABS1** (Figura 5.13).

Tendo em consideração a formulação de um método indirecto de amplificação dos efeitos de 2ª ordem em pórticos de travessas inclinadas com 3 vãos, importa mencionar que, no que respeita a relação entre a configuração deformada de 1ª ordem e o respectivo diagrama de momentos flectores, se tem:

- i. A parcela anti-simétrica devida às cargas horizontais está associada ao diagrama de momentos  $M_{DP,I}^{AS}$  (ver Figura 5.34).
- ii. No Pórtico **PR2**, a parcela devida ao carregamento e sem influência dos deslocamentos horizontais dos topos das colunas de extremidade está associada ao diagrama de momentos  $M_{DI,I}$  (ver Figura 5.43).
- iii. No Pórtico **PR2**, a parcela devida ao carregamento e com influência dos deslocamentos horizontais dos topos das colunas do pórtico sujeito ao carregamento vertical está associada ao diagrama de momentos  $M_{DP,I}^{SS}$  (ver Figura 5.44).
- iv. No Pórtico **PR1**, a parcela devida ao carregamento e sem influência dos deslocamentos horizontais dos topos das colunas de extremidade está associada ao diagrama de momentos  $M_{DI,I}$  (ver Figura 5.45).
- v. No Pórtico **PR1**, a parcela devida ao carregamento e com influência dos deslocamentos horizontais dos topos das colunas do pórtico sujeito ao carregamento vertical está associada ao diagrama de momentos  $M_{DP,I}^{ABS1}$  (ver Figura 5.46).

Estudo Paramétrico

Tendo por base o que foi mencionado neste capítulo, pretende-se agora propor uma metodologia para calcular indirectamente os efeitos de 2ª ordem em pórticos de travessas inclinadas com 3 vãos encastrados na base. Esta metodologia envolve os seguintes passos:

- i. Cálculo dos valores de esforço axial existente nas colunas e travessas devido ao carregamento vertical.
- ii. Determinação dos valores de  $F_{cr}^{AS}$ ,  $F_{cr}^{SS}$  (Pórtico **PR2**) e  $F_{cr}^{ABS1}$  (Pórtico **PR1**), valores das cargas críticas de bifurcação associadas aos modos **AS**, **SS** e ao modo **ABS1**.
- iii. Identificação das parcelas da configuração deformada e dos diagramas de momentos flectores correspondentes (a) à acção das cargas horizontais ( $v_{DP,I}^{AS}$  e  $M_{DP,I}^{AS}$ ), (b) à acção do carregamento vertical com os deslocamentos horizontais no topo das colunas impedidos ( $v_{DI,I}$  e  $M_{DI,I}$ ) e (c) à acção dos deslocamentos horizontais devidos à força vertical ( $v_{DP,I}^{SS}$  e  $M_{DP,I}^{SS}$  para o Pórtico **PR2** e  $v_{DP,I}^{ABS1}$  e  $M_{DP,I}^{ABS1}$  para o Pórtico **PR1**).
- iv. Determinação aproximada dos deslocamentos e momentos flectores de 2ª ordem através das expressões:

$$\text{Pórtico PR2: } v_{II} = v_{DI,I} + C_{AS} \cdot v_{DP,I}^{AS} + C_{SS} \cdot v_{DP,I}^{SS} \quad (5.6)$$

$$\text{Pórtico PR1: } v_{II} = v_{DI,I} + C_{AS} \cdot v_{DP,I}^{AS} + C_{ABS1} \cdot v_{DP,I}^{ABS1} \quad (5.7)$$

$$\text{Pórtico PR2: } M_{II} = M_{DI,I} + C_{AS} \cdot M_{DP,I}^{AS} + C_{SS} \cdot M_{DP,I}^{SS} \quad (5.8)$$

$$\text{Pórtico PR1: } M_{II} = M_{DI,I} + C_{AS} \cdot M_{DP,I}^{AS} + C_{ABS1} \cdot M_{DP,I}^{ABS1} \quad (5.9)$$

Onde

$$C_{AS} = \frac{1}{1 - F_{Ed}/F_{cr}^{AS}} \quad , \quad C_{SS} = \frac{1}{1 - F_{Ed}/F_{cr}^{SS}} \quad \text{e} \quad C_{ABS1} = \frac{1}{1 - F_{Ed}/F_{cr}^{ABS1}}$$

A Figura 5.47 ilustra o método de amplificação proposto anteriormente para os Pórticos **PR2** e **PR1**.

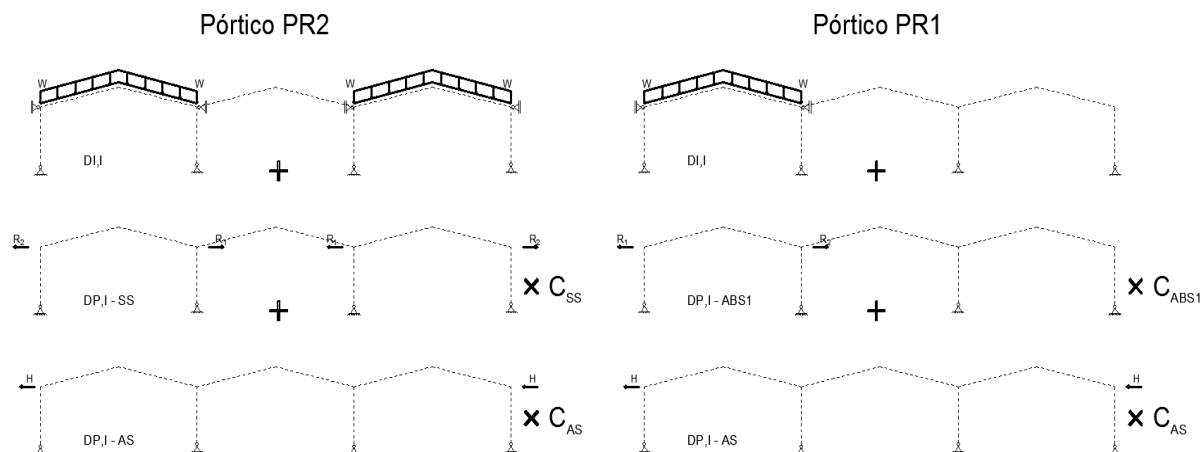


Figura 5.47 - Proposta de um método de amplificação para ter em consideração os efeitos de 2ª ordem - Pórticos PR2 e PR1

Para avaliar a precisão e o domínio do método de amplificação proposto, efectuou-se o mesmo estudo paramétrico realizado para o Pórtico **PR3** no Capítulo 5.3.3.5.

Nas 2 tabelas seguintes ilustram-se os erros entre os momentos e deslocamentos de 2ª ordem obtidos para os Pórticos **PR2** e **PR1**, usando o método preconizado pelo EC3 e o método de amplificação proposto neste capítulo comparativamente ao valor exacto obtido através do programa de elementos finitos SAP2000. A observação dos resultados apresentados nas Tabela 5.14 e Tabela 5.15 permite concluir que:

- i. No Pórtico **PR2** a abordagem preconizada pelo EC3 apresenta um erro que pode chegar aos 12% e apresenta sempre resultados não conservativos.
- ii. No Pórtico **PR2** o método indirecto de amplificação de esforços e deslocamentos proposto apresenta um erro máximo de 5% para os momentos e de 1% para os deslocamentos, sendo que apresenta sempre resultados conservativos.
- iii. No Pórtico **PR1** a abordagem preconizada pelo EC3 apresenta um erro que pode chegar aos 19% e apresenta sempre resultados não conservativos.
- iv. No Pórtico **PR1** o método indirecto de amplificação de esforços e deslocamentos proposto apresenta um erro máximo de 4% para os momentos e de 15% para os deslocamentos, sendo que nem sempre apresenta resultados conservativos.

Tabela 5.14 - Análise de 2ª ordem (Pórtico PR2)

$V_{cr}/V_{sd}$	$L_c$	$L_{r,total}$	Coluna	Travessa	$M_I / M_{II,EX}$	$M_{II,EC3} / M_{EX}$	$M_{II,PROP} / M_{EX}$	$d_{II,EC3} / d_{EX}$	$d_{II,PROP} / d_{EX}$
-	m	m	-	-	-	-	-	-	-
4	5,0	20,0	IPE360	IPE300	0,93	0,95	<b>1,02</b>	0,93	<b>1,00</b>
	5,0	20,0	IPE360	IPE360	0,93	0,95	<b>1,02</b>	0,94	<b>1,00</b>
	5,0	20,0	IPE360	IPE450	0,94	0,96	<b>1,02</b>	0,95	<b>1,00</b>
8	5,0	20,0	IPE360	IPE300	0,96	0,97	<b>1,01</b>	0,97	<b>1,00</b>
	5,0	20,0	IPE360	IPE360	0,96	0,97	<b>1,01</b>	0,97	<b>1,00</b>
	5,0	20,0	IPE360	IPE450	0,97	0,98	<b>1,01</b>	0,98	<b>1,00</b>
12	5,0	20,0	IPE360	IPE300	0,98	0,98	<b>1,01</b>	0,98	<b>1,00</b>
	5,0	20,0	IPE360	IPE360	0,98	0,98	<b>1,01</b>	0,98	<b>1,00</b>
	5,0	20,0	IPE360	IPE450	0,98	0,99	<b>1,01</b>	0,98	<b>1,00</b>
4	5,0	30,0	IPE360	IPE300	0,90	0,92	<b>1,03</b>	0,88	<b>1,00</b>
	5,0	30,0	IPE360	IPE360	0,90	0,91	<b>1,02</b>	0,88	<b>1,00</b>
	5,0	30,0	IPE360	IPE450	0,89	0,91	<b>1,02</b>	0,89	<b>1,00</b>
8	5,0	30,0	IPE360	IPE300	0,95	0,96	<b>1,02</b>	0,94	<b>1,00</b>
	5,0	30,0	IPE360	IPE360	0,95	0,96	<b>1,01</b>	0,94	<b>1,00</b>
	5,0	30,0	IPE360	IPE450	0,95	0,96	<b>1,01</b>	0,95	<b>1,00</b>
12	5,0	30,0	IPE360	IPE300	0,97	0,97	<b>1,01</b>	0,96	<b>1,00</b>
	5,0	30,0	IPE360	IPE360	0,97	0,97	<b>1,01</b>	0,96	<b>1,00</b>
	5,0	30,0	IPE360	IPE450	0,97	0,97	<b>1,01</b>	0,96	<b>1,00</b>
4	5,0	40,0	IPE360	IPE300	0,90	0,92	<b>1,05</b>	0,86	<b>1,01</b>
	5,0	40,0	IPE360	IPE360	0,89	0,90	<b>1,04</b>	0,85	<b>1,00</b>
	5,0	40,0	IPE360	IPE450	0,87	0,88	<b>1,02</b>	0,84	<b>0,99</b>
8	5,0	40,0	IPE360	IPE300	0,95	0,96	<b>1,02</b>	0,93	<b>1,01</b>
	5,0	40,0	IPE360	IPE360	0,95	0,95	<b>1,02</b>	0,93	<b>1,00</b>
	5,0	40,0	IPE360	IPE450	0,94	0,94	<b>1,01</b>	0,92	<b>1,00</b>
12	5,0	40,0	IPE360	IPE300	0,97	0,97	<b>1,01</b>	0,95	<b>1,00</b>
	5,0	40,0	IPE360	IPE360	0,96	0,97	<b>1,01</b>	0,95	<b>1,00</b>
	5,0	40,0	IPE360	IPE450	0,96	0,96	<b>1,01</b>	0,95	<b>1,00</b>

Tabela 5.15 - Análise de 2ª ordem (Pórtico PR1)

$V_{cr}/V_{sd}$	$L_c$	$L_{r,total}$	Coluna	Travessa	$M_I / M_{II,EX}$	$M_{II,EC3} / M_{EX}$	$M_{II,PROP} / M_{EX}$	$d_{II,EC3} / d_{EX}$	$d_{II,PROP} / d_{EX}$
-	m	m	-	-	-	-	-	-	-
4	5,0	20,0	IPE360	IPE300	0,87	0,88	<b>1,00</b>	0,97	<b>1,06</b>
	5,0	20,0	IPE360	IPE360	0,87	0,88	<b>1,00</b>	0,91	<b>1,00</b>
	5,0	20,0	IPE360	IPE450	0,89	0,90	<b>1,01</b>	0,89	<b>0,96</b>
8	5,0	20,0	IPE360	IPE300	0,94	0,95	<b>1,00</b>	0,98	<b>1,03</b>
	5,0	20,0	IPE360	IPE360	0,94	0,94	<b>1,00</b>	0,96	<b>1,00</b>
	5,0	20,0	IPE360	IPE450	0,95	0,95	<b>1,01</b>	0,94	<b>0,98</b>
12	5,0	20,0	IPE360	IPE300	0,96	0,96	<b>1,00</b>	0,99	<b>1,02</b>
	5,0	20,0	IPE360	IPE360	0,96	0,96	<b>1,00</b>	0,97	<b>1,00</b>
	5,0	20,0	IPE360	IPE450	0,97	0,97	<b>1,00</b>	0,96	<b>0,99</b>
4	5,0	30,0	IPE360	IPE300	0,85	0,86	<b>0,99</b>	0,99	<b>1,13</b>
	5,0	30,0	IPE360	IPE360	0,83	0,84	<b>0,98</b>	0,92	<b>1,06</b>
	5,0	30,0	IPE360	IPE450	0,81	0,81	<b>0,98</b>	0,83	<b>0,99</b>
8	5,0	30,0	IPE360	IPE300	0,93	0,94	<b>1,00</b>	0,99	<b>1,06</b>
	5,0	30,0	IPE360	IPE360	0,92	0,93	<b>1,00</b>	0,96	<b>1,03</b>
	5,0	30,0	IPE360	IPE450	0,91	0,92	<b>1,00</b>	0,92	<b>1,00</b>
12	5,0	30,0	IPE360	IPE300	0,96	0,96	<b>1,00</b>	0,99	<b>1,04</b>
	5,0	30,0	IPE360	IPE360	0,95	0,95	<b>1,00</b>	0,97	<b>1,02</b>
	5,0	30,0	IPE360	IPE450	0,94	0,95	<b>1,00</b>	0,95	<b>1,00</b>
4	5,0	40,0	IPE360	IPE300	0,87	0,87	<b>1,00</b>	1,00	<b>1,15</b>
	5,0	40,0	IPE360	IPE360	0,84	0,85	<b>0,98</b>	0,94	<b>1,10</b>
	5,0	40,0	IPE360	IPE450	0,80	0,81	<b>0,96</b>	0,85	<b>1,02</b>
8	5,0	40,0	IPE360	IPE300	0,94	0,94	<b>1,00</b>	0,99	<b>1,06</b>
	5,0	40,0	IPE360	IPE360	0,93	0,93	<b>1,00</b>	0,97	<b>1,04</b>
	5,0	40,0	IPE360	IPE450	0,91	0,91	<b>0,99</b>	0,93	<b>1,02</b>
12	5,0	40,0	IPE360	IPE300	0,96	0,96	<b>1,00</b>	0,99	<b>1,04</b>
	5,0	40,0	IPE360	IPE360	0,95	0,96	<b>1,00</b>	0,98	<b>1,03</b>
	5,0	40,0	IPE360	IPE450	0,94	0,94	<b>1,00</b>	0,95	<b>1,01</b>



**5.3.5 Pórticos Encastrados Carregados nos Três Vãos (PE3), nos Dois Vãos de Extremidade (PE2) e Apenas num dos Vãos de Extremidade (PE1)**

Necessidade de consideração dos efeitos de 2ª Ordem

Considere-se os Pórticos **PE3**, **PE2** e **PE1**, os quais (i) possuem uma geometria definida por  $\alpha=10^\circ$ ,  $L_c=5m$ , Pilares IPE360 e (ii) estão submetidos a uma carga uniformemente distribuída que garanta  $F_{cr}/F_{Ed}=4$ ,  $F_{cr}/F_{Ed}=8$  e  $F_{cr}/F_{Ed}=12$ . Para os diversos pórticos analisados variou-se o comprimento do vão (20, 30 e 40 m) e as Inércias das travessas (IPE300, IPE360 e IPE450).

Apresentam-se, na Tabela 5.16, a relação entre os valores dos momentos flectores de 1ª e 2ª ordem ( $M_I$  e  $M_{II}$ , respectivamente), tendo estes sido calculados através do programa SAP2000, com base na discretização patente na Figura 5.26 (cada coluna e travessa é dividida em 5 elementos de igual comprimento). A observação dos resultados apresentados na Tabela 5.16 permite concluir que:

Tabela 5.16 - Valores de  $M_I$  e  $M_{II}$  (Pórticos PE3, PE2 e PE1)

$V_{cr}/V_{sd}$	$L_c$	$L_{r,total}$	Pilar	Travessa	Pórtico PE3	Pórtico PE2	Pórtico PE1
					$M_I / M_{II,EX}$	$M_I / M_{II,EX}$	$M_I / M_{II,EX}$
-	m	m	-	-	-	-	-
4	5,0	20,0	IPE360	IPE300	0,84	0,77	0,79
	5,0	20,0	IPE360	IPE360	0,85	0,76	0,76
	5,0	20,0	IPE360	IPE450	0,86	0,76	0,74
8	5,0	20,0	IPE360	IPE300	0,93	0,90	0,91
	5,0	20,0	IPE360	IPE360	0,93	0,89	0,90
	5,0	20,0	IPE360	IPE450	0,93	0,89	0,89
12	5,0	20,0	IPE360	IPE300	0,95	0,93	0,94
	5,0	20,0	IPE360	IPE360	0,95	0,93	0,94
	5,0	20,0	IPE360	IPE450	0,96	0,93	0,93
4	5,0	30,0	IPE360	IPE300	0,88	0,81	0,85
	5,0	30,0	IPE360	IPE360	0,88	0,80	0,82
	5,0	30,0	IPE360	IPE450	0,87	0,77	0,77
8	5,0	30,0	IPE360	IPE300	0,94	0,92	0,94
	5,0	30,0	IPE360	IPE360	0,94	0,91	0,92
	5,0	30,0	IPE360	IPE450	0,94	0,90	0,91
12	5,0	30,0	IPE360	IPE300	0,96	0,95	0,96
	5,0	30,0	IPE360	IPE360	0,96	0,94	0,95
	5,0	30,0	IPE360	IPE450	0,96	0,94	0,94
4	5,0	40,0	IPE360	IPE300	0,92	0,87	0,91
	5,0	40,0	IPE360	IPE360	0,91	0,85	0,88
	5,0	40,0	IPE360	IPE450	0,90	0,83	0,84
8	5,0	40,0	IPE360	IPE300	0,96	0,94	0,96
	5,0	40,0	IPE360	IPE360	0,96	0,93	0,95
	5,0	40,0	IPE360	IPE450	0,95	0,92	0,93
12	5,0	40,0	IPE360	IPE300	0,97	0,96	0,97
	5,0	40,0	IPE360	IPE360	0,97	0,96	0,97
	5,0	40,0	IPE360	IPE450	0,97	0,95	0,95

- i. Em ambos os Pórticos **PE3**, **PE2** e **PE1**, a relação entre os valores de  $M_I$  e os correspondentes valores de  $M_{II}$  é sempre inferior a 1, ou seja, os momentos de 2ª ordem são sempre superiores aos momentos de 1ª ordem.
- ii. No Pórtico **PE3**, a diferença máxima entre os momentos de 2ª ordem e os de 1ª ordem ocorre no pórtico com um vão total de 20m e sujeito a um carregamento que garante  $V_{cr}/V_{sd}=4$  e apresenta um erro de 16%.

- iii. No Pórtico **PE2**, a diferença máxima entre os momentos de 2ª ordem e os de 1ª ordem ocorre no pórtico com um vão total de 20m e sujeito a um carregamento que garante  $V_{cr}/V_{sd} = 4$  e apresenta um erro de 24%.
- iv. No Pórtico **PE1**, a diferença máxima entre os momentos de 2ª ordem e os de 1ª ordem ocorre no pórtico com um vão total de 20m e sujeito a um carregamento que garante  $V_{cr}/V_{sd} = 4$  e apresenta um erro de 26%.
- v. Em ambos os Pórticos **PE3**, **PE2** e **PE1**, a diferença entre os momentos de 2ª ordem e os de 1ª ordem diminui com o aumento da relação entre  $V_{cr}/V_{sd}$ .

Aplicabilidade do MAM proposto no EC3 para contabilizar os efeitos P-Δ

De modo a avaliar a aplicabilidade do MAM proposto no EC3 para contabilizar os efeitos P-Δ, utilizou-se a mesma geometria e carregamentos dos pórticos descritos anteriormente e estudou-se a relação entre os momentos de 2ª ordem exactos (SAP) e aproximados (EC3).

Apresenta-se na Tabela 5.17, a relação entre os valores dos momentos de 2ª ordem exactos ( $M_{II,ex}$ ) e aproximados ( $M_{II,EC3}$ ). A observação dos resultados apresentados na Tabela 5.17 permite concluir que:

Tabela 5.17 - Valores dos momentos flectores (Pórticos PE3, PE2 e PE1)

$V_{cr}/V_{sd}$	$L_c$	$L_{r,total}$	Pilar	Travessa	Pórtico PE3		Pórtico PE2		Pórtico PE1
					$M_I / M_{II,EX}$	$M_{II,EC3} / M_{EX}$	$M_I / M_{II,EX}$	$M_{II,EC3} / M_{EX}$	$M_I / M_{II,EX}$
-	m	m	-	-	-	-	-	-	-
4	5,0	20,0	IPE360	IPE300	0,84	0,85	0,77	0,78	0,79
	5,0	20,0	IPE360	IPE360	0,85	0,87	0,76	0,78	0,76
	5,0	20,0	IPE360	IPE450	0,86	0,88	0,76	0,78	0,74
8	5,0	20,0	IPE360	IPE300	0,93	0,93	0,90	0,91	0,91
	5,0	20,0	IPE360	IPE360	0,93	0,94	0,89	0,90	0,90
	5,0	20,0	IPE360	IPE450	0,93	0,94	0,89	0,90	0,89
12	5,0	20,0	IPE360	IPE300	0,95	0,96	0,93	0,94	0,94
	5,0	20,0	IPE360	IPE360	0,95	0,96	0,93	0,94	0,94
	5,0	20,0	IPE360	IPE450	0,96	0,96	0,93	0,94	0,93
4	5,0	30,0	IPE360	IPE300	0,88	0,89	0,81	0,83	0,85
	5,0	30,0	IPE360	IPE360	0,88	0,89	0,80	0,82	0,82
	5,0	30,0	IPE360	IPE450	0,87	0,88	0,77	0,78	0,77
8	5,0	30,0	IPE360	IPE300	0,94	0,95	0,92	0,92	0,94
	5,0	30,0	IPE360	IPE360	0,94	0,95	0,91	0,92	0,92
	5,0	30,0	IPE360	IPE450	0,94	0,94	0,90	0,91	0,91
12	5,0	30,0	IPE360	IPE300	0,96	0,97	0,95	0,95	0,96
	5,0	30,0	IPE360	IPE360	0,96	0,97	0,94	0,95	0,95
	5,0	30,0	IPE360	IPE450	0,96	0,96	0,94	0,94	0,94
4	5,0	40,0	IPE360	IPE300	0,92	0,93	0,87	0,88	0,91
	5,0	40,0	IPE360	IPE360	0,91	0,92	0,85	0,86	0,88
	5,0	40,0	IPE360	IPE450	0,90	0,91	0,83	0,84	0,84
8	5,0	40,0	IPE360	IPE300	0,96	0,97	0,94	0,94	0,96
	5,0	40,0	IPE360	IPE360	0,96	0,96	0,93	0,94	0,95
	5,0	40,0	IPE360	IPE450	0,95	0,96	0,92	0,93	0,93
12	5,0	40,0	IPE360	IPE300	0,97	0,98	0,96	0,96	0,97
	5,0	40,0	IPE360	IPE360	0,97	0,97	0,96	0,96	0,97
	5,0	40,0	IPE360	IPE450	0,97	0,97	0,95	0,95	0,95

- i. Em ambos os Pórticos **PE3**, **PE2** e **PE1**, a relação entre os valores de  $M_{II,EC3}$  e os valores de  $M_{II,ex}$  são sempre inferiores a 1, ou seja, o EC3 apresenta sempre estimativas não conservativas dos momentos de 2ª ordem.
- ii. No Pórtico **PE3**, o erro maior ocorre no pórtico com um vão total de 20m e sujeito a um carregamento que garante  $F_{cr}/F_{Ed} = 4$  e é de 15%.
- iii. No Pórtico **PE2**, o erro maior ocorre no pórtico com um vão total de 20m e sujeito a um carregamento que garante  $F_{cr}/F_{Ed} = 4$  e é de 22%.
- iv. No Pórtico **PE1**, o erro maior ocorre no pórtico com um vão total de 20m e sujeito a um carregamento que garante  $F_{cr}/F_{Ed} = 4$  e é de 26%.
- v. Em ambos os Pórticos **PE3**, **PE2** e **PE1**, o erro cometido diminui com o aumento da relação entre  $F_{cr}/F_{Ed}$ .

### Configuração Deformada

A configuração deformada dos Pórticos **PE3**, **PE2** e **PE1** devido a uma carga horizontal é igual e está ilustrada na Figura 5.48.

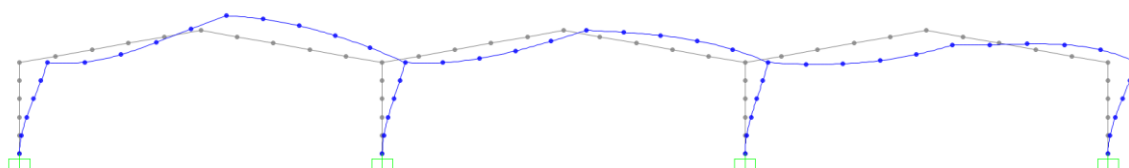


Figura 5.48 - Configuração deformada devido as cargas horizontais – H (Pórticos PE3, PE2 e PE1)

As configurações deformadas devido ao carregamento vertical para o Pórtico **PE3** estão ilustradas nas 3 figuras seguintes:

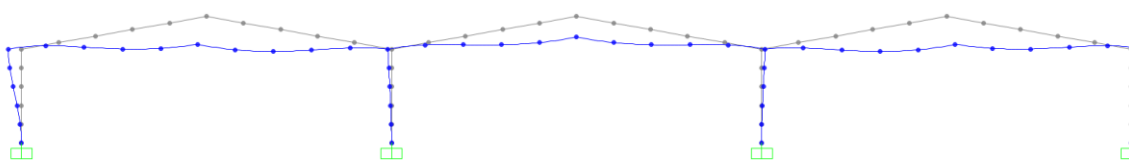


Figura 5.49 - Configuração deformada devido ao carregamento vertical – W (Pórtico PE3)

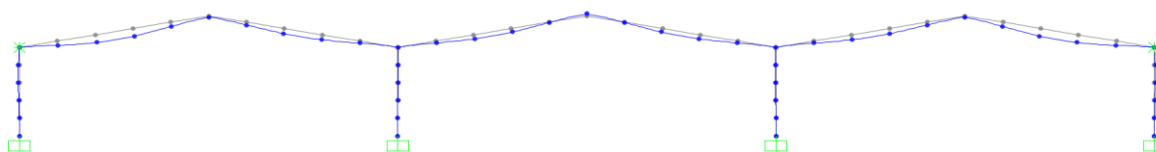


Figura 5.50 - Configuração deformada com os deslocamentos horizontais impedidos (Pórtico PE3)

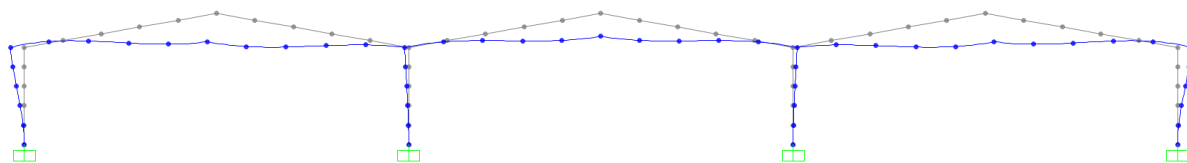


Figura 5.51 - Configuração deformada associada aos deslocamentos horizontais (Pórtico PE3)

As configurações deformadas devido ao carregamento vertical para o Pórtico **PE2** estão ilustradas nas 3 figuras seguintes:

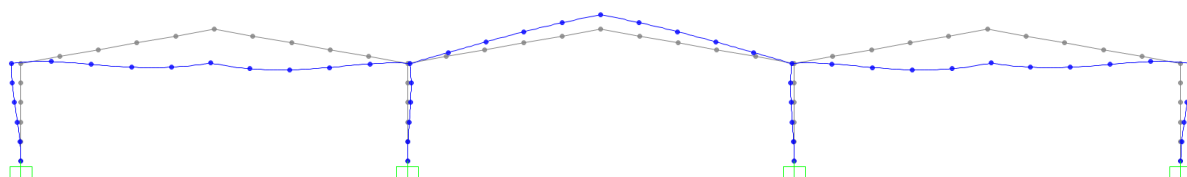


Figura 5.52 - Configuração deformada devido ao carregamento vertical – W (Pórtico PE2)

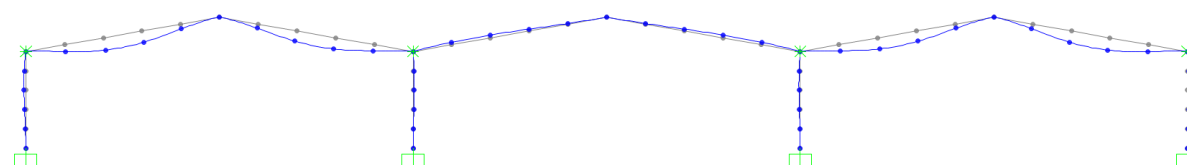


Figura 5.53 - Configuração deformada com os deslocamentos horizontais impedidos (Pórtico PE2)

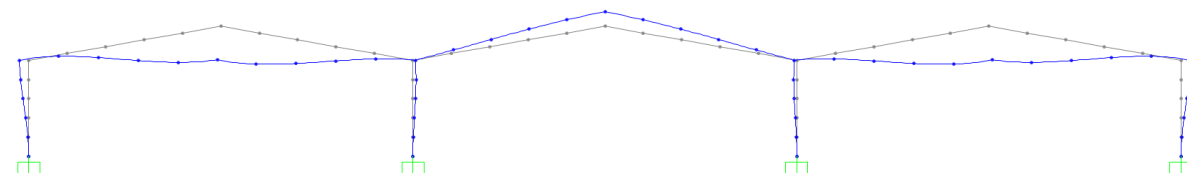


Figura 5.54 - Configuração deformada associada aos deslocamentos horizontais (Pórtico PE2)

As configurações deformadas devido ao carregamento vertical para o Pórtico **PE1** estão ilustradas nas 3 figuras seguintes:

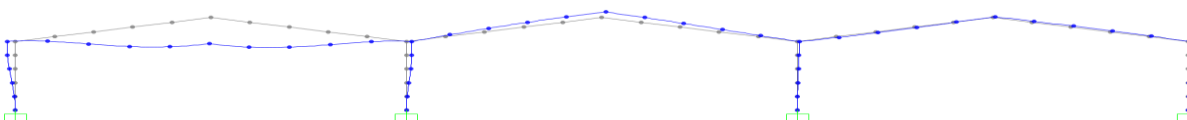


Figura 5.55 - Configuração deformada devido ao carregamento vertical – W (Pórtico PE1)

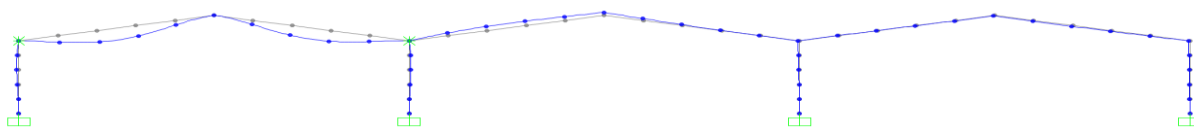


Figura 5.56 - Configuração deformada com os deslocamentos horizontais impedidos (Pórtico PE1)

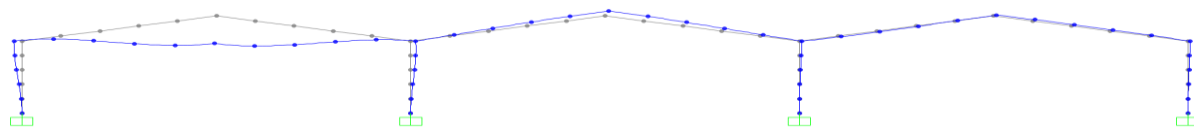


Figura 5.57 - Configuração deformada associada aos deslocamentos horizontais (Pórtico PE1)

### Diagrama de Momentos

O diagrama de momentos devido às cargas horizontais dos Pórticos **PE3**, **PE2** e **PE1** é igual e está ilustrada na Figura 5.58.

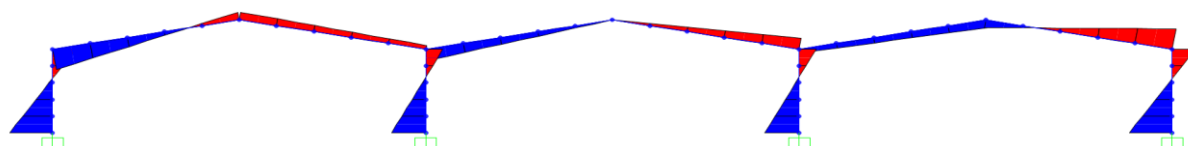


Figura 5.58 - Diagrama de momentos devido às cargas horizontais –  $M_{DP,I}^{AS}$  (Pórticos PE3, PE2 e PE1)

Os diagramas de momentos devidos ao carregamento vertical com deslocamentos horizontais impedidos e devido à acção dos deslocamentos horizontais devidos ao carregamento vertical, para o Pórtico **PE3** estão ilustrados nas 2 figuras seguintes:

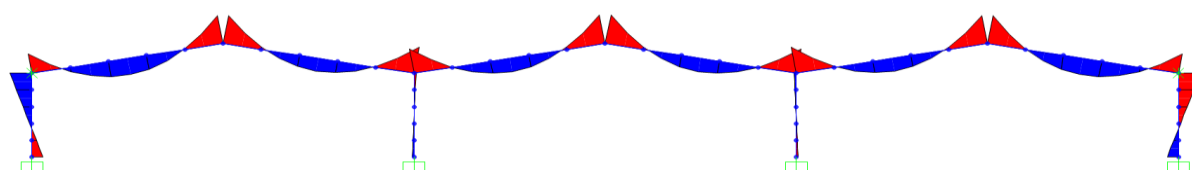


Figura 5.59 - Diagrama de momentos devido ao carregamento vertical com deslocamentos horizontais impedidos –  $M_{DI,I}$  (Pórtico PE3)

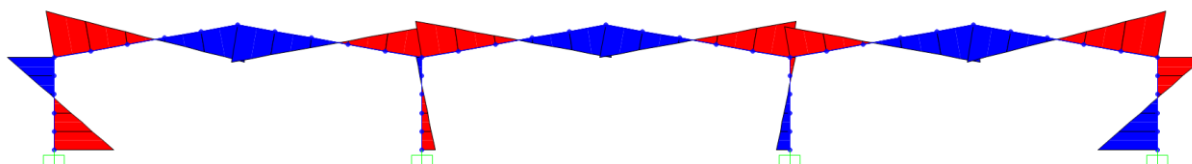


Figura 5.60 - Diagrama de momentos devido à acção dos deslocamento horizontais devidos ao carregamento vertical -  $M_{DP,I}^{SS1}$  (Pórtico PE3)

Os diagramas de momentos devidos ao carregamento vertical com deslocamentos horizontais impedidos e devido à acção dos deslocamentos horizontais devidos ao carregamento vertical, para o Pórtico **PE2** estão ilustrados nas 2 figuras seguintes:

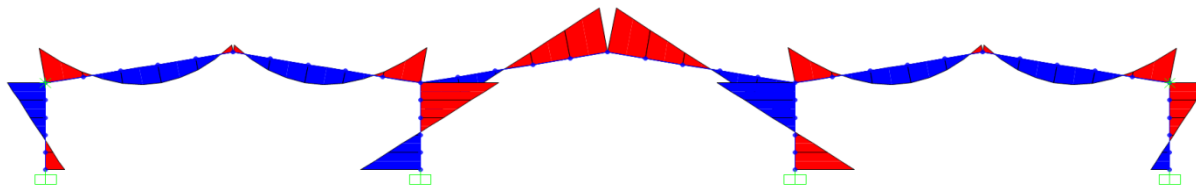


Figura 5.61 - Diagrama de momentos devido ao carregamento vertical com deslocamentos horizontais impedidos -  $M_{DI,I}$  (Pórtico PE2)

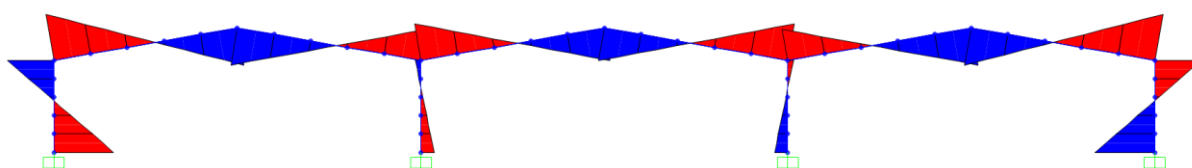


Figura 5.62 - Diagrama de momentos devido à acção dos deslocamento horizontais devidos ao carregamento vertical -  $M_{DP,I}^{SS}$  (Pórtico PE2)

Os diagramas de momentos devidos ao carregamento vertical com deslocamentos horizontais impedidos e devido à acção dos deslocamentos horizontais devidos ao carregamento vertical, para o Pórtico **PE1** estão ilustrados nas 2 figuras seguintes:

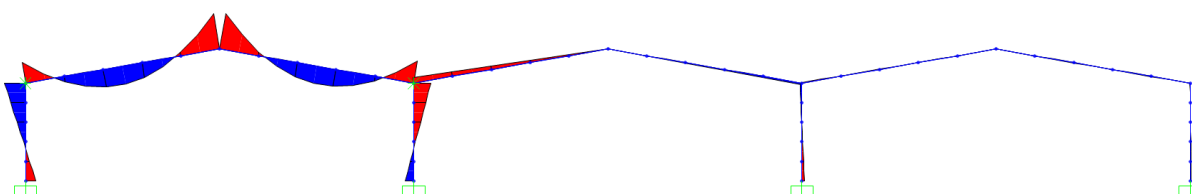


Figura 5.63 - Diagrama de momentos devido ao carregamento vertical com deslocamentos horizontais impedidos -  $M_{DI,I}$  (Pórtico PE1)

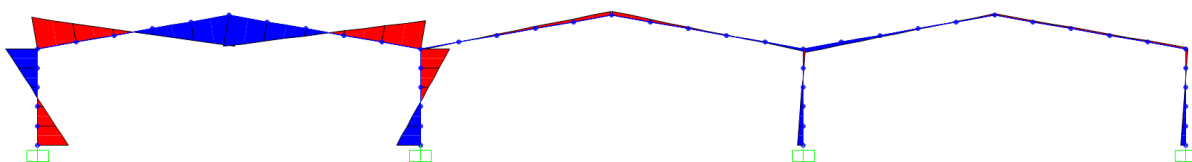


Figura 5.64 - Diagrama de momentos devido à acção dos deslocamento horizontais devidos ao carregamento vertical -  $M_{DP,I}^{ABS1}$  (Pórtico PE1)

Comentário

Comparando as configurações deformadas descritas anteriormente com as configurações dos modos de encurvadura (ver Figura 5.17 a Figura 5.21) observa-se que:

- i. A primeira parcela da configuração deformada ( $v_{DP,I}^{AS}$  - Figura 5.48) apresenta um andamento muito semelhante ao modo **AS** (Figura 5.17).
- ii. No Pórtico **PE3**, a terceira parcela da configuração deformada ( $v_{DP,I}^{SS1}$  - Figura 5.51) apresenta um andamento muito semelhante ao modo **SS1** (Figura 5.19).
- iii. No Pórtico **PE2**, a terceira parcela da configuração deformada ( $v_{DP,I}^{SS}$  - Figura 5.54) apresenta um andamento muito semelhante ao modo **SS** (Figura 5.18).
- iv. No Pórtico **PE1**, a terceira parcela da configuração deformada ( $v_{DP,I}^{ABS1}$  - Figura 5.57) apresenta um andamento muito semelhante ao modo **ABS1** (Figura 5.21).

Tendo em consideração a formulação de um método indirecto de amplificação dos efeitos de 2ª ordem em pórticos de travessas inclinadas com 3 vãos, importa mencionar que, no que respeita a relação entre a configuração deformada de 1ª ordem e o respectivo diagrama de momentos flectores, se tem:

- i. A parcela anti-simétrica devida às cargas horizontais está associada ao diagrama de momentos  $M_{DP,I}^{AS}$  (ver Figura 5.58).
- ii. No Pórtico **PE3**, a parcela devida ao carregamento vertical e sem influência dos deslocamentos horizontais dos topos das colunas de extremidade está associada ao diagrama de momentos  $M_{DI,I}$  (ver Figura 5.59).
- iii. No Pórtico **PE3**, a parcela devida ao carregamento e com influência dos deslocamentos horizontais dos topos das colunas do pórtico sujeito ao carregamento vertical está associada ao diagrama de momentos  $M_{DP,I}^{SS1}$  (ver Figura 5.60).
- iv. No Pórtico **PE2**, a parcela devida ao carregamento e sem influência dos deslocamentos horizontais dos topos das colunas de extremidade está associada ao diagrama de momentos  $M_{DI,I}$  (ver Figura 5.61).
- v. No Pórtico **PE2**, a parcela devida ao carregamento e com influência dos deslocamentos horizontais dos topos das colunas do pórtico sujeito ao carregamento vertical está associada ao diagrama de momentos  $M_{DP,I}^{SS}$  (ver Figura 5.62).

- vi. No Pórtico **PE1**, a parcela devida ao carregamento e sem influência dos deslocamentos horizontais dos topos das colunas de extremidade está associada ao diagrama de momentos  $M_{DI,I}$  (ver Figura 5.63).
- vii. No Pórtico **PE1**, a parcela devida ao carregamento e com influência dos deslocamentos horizontais dos topos das colunas do pórtico sujeito ao carregamento vertical está associada ao diagrama de momentos  $M_{DP,I}^{ABS1}$  (ver Figura 5.64).

Estudo Paramétrico

Tendo por base o que foi mencionado neste capítulo, pretende-se agora propor uma metodologia para calcular indirectamente os efeitos de 2ª ordem em pórticos de travessas inclinadas com 3 vãos e encastrados na base. Esta metodologia envolve os seguintes passos:

- i. Cálculo dos valores de esforço axial existente nas colunas e travessas devido ao carregamento vertical.
- ii. Determinação dos valores de  $F_{cr}^{AS}$ ,  $F_{cr}^{SS1}$  (Pórtico **PE3**),  $F_{cr}^{SS}$  (Pórtico **PE2**) e  $F_{cr}^{ABS1}$  (Pórtico **PE1**), valores das cargas críticas de bifurcação associadas ao modo **AS**, **SS1**, **SS** e **ABS1**.
- iii. Identificação das parcelas da configuração deformada e dos diagramas de momentos flectores correspondentes (a) à acção das cargas horizontais ( $v_{DP,I}^{AS}$  e  $M_{DP,I}^{AS}$ ), (b) à acção do carregamento vertical com os deslocamentos horizontais no topo das colunas impedidos ( $v_{DI,I}$  e  $M_{DI,I}$ ) e (c) à acção dos deslocamentos horizontais devidos à força vertical ( $v_{DP,I}^{SS1}$  e  $M_{DP,I}^{SS1}$  para o Pórtico **PE3**,  $v_{DP,I}^{SS}$  e  $M_{DP,I}^{SS}$  para o Pórtico **PE2** e  $v_{DP,I}^{ABS1}$  e  $M_{DP,I}^{ABS1}$  para o Pórtico **PE1**).
- iv. Determinação aproximada dos deslocamentos e momentos flectores de 2ª ordem através das expressões:

$$\text{Pórtico PE3: } v_{II} = v_{DI,I} + C_{AS} \cdot v_{DP,I}^{AS} + C_{SS1} \cdot v_{DP,I}^{SS1} \quad (5.10)$$

$$\text{Pórtico PE2: } v_{II} = v_{DI,I} + C_{AS} \cdot v_{DP,I}^{AS} + C_{SS} \cdot v_{DP,I}^{SS} \quad (5.11)$$

$$\text{Pórtico PE1: } v_{II} = v_{DI,I} + C_{AS} \cdot v_{DP,I}^{AS} + C_{ABS1} \cdot v_{DP,I}^{ABS1} \quad (5.12)$$

$$\text{Pórtico PE3: } M_{II} = M_{DI,I} + C_{AS} \cdot M_{DP,I}^{AS} + C_{SS1} \cdot M_{DP,I}^{SS1} \quad (5.13)$$

$$\text{Pórtico PE2: } M_{II} = M_{DI,I} + C_{AS} \cdot M_{DP,I}^{AS} + C_{SS} \cdot M_{DP,I}^{SS} \quad (5.14)$$

$$\text{Pórtico PE1: } M_{II} = M_{DI,I} + C_{AS} \cdot M_{DP,I}^{AS} + C_{ABS1} \cdot M_{DP,I}^{ABS1} \quad (5.15)$$



Onde,

$$C_{AS} = \frac{1}{1 - F_{Ed}/F_{CR}^{AS}}, \quad C_{SS} = \frac{1}{1 - F_{Ed}/F_{CR}^{SS}}, \quad C_{SS1} = \frac{1}{1 - F_{Ed}/F_{CR}^{SS1}} \quad \text{e} \quad C_{ABS1} = \frac{1}{1 - F_{Ed}/F_{CR}^{ABS1}}$$

A Figura 5.65 ilustra o método de amplificação proposto anteriormente para este tipo de pórticos para o Pórticos **PE3**, **PE2** e **PE1**.

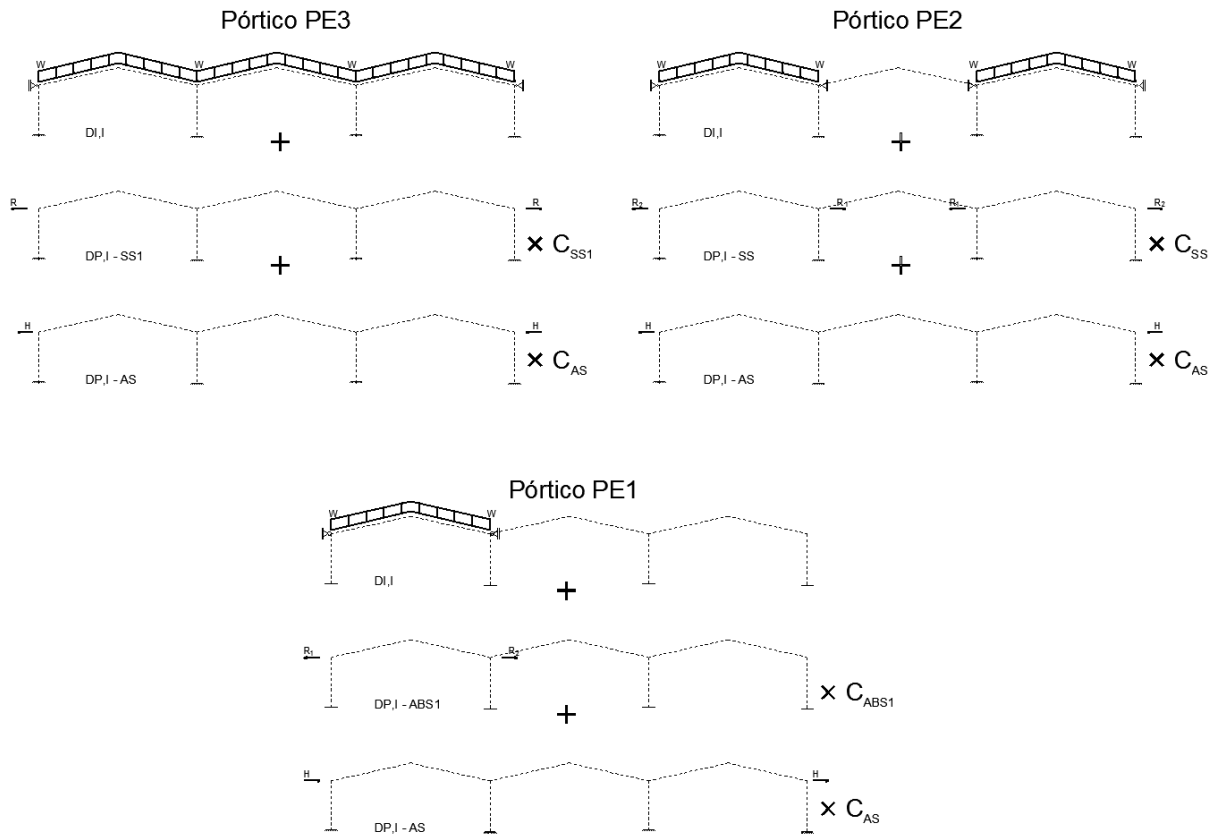


Figura 5.65 - Proposta de um método de amplificação para ter em consideração os efeitos de 2ª ordem - Pórticos PE3, PE2 e PE1

Para avaliar a precisão e o domínio do método de amplificação proposto, efectuou-se o mesmo estudo paramétrico realizado para o Pórtico **PR3** (Capítulo 5.3.3.5).

Nas tabelas Tabela 5.18 a Tabela 5.20 ilustram-se os erros entre os momentos e deslocamentos de 2ª ordem obtidos para os Pórticos **PE3**, **PE2** e **PE1**, usando o método preconizado pelo EC3 e o método de amplificação proposto neste capítulo comparativamente ao valor exacto obtido através do programa de elementos finitos SAP2000.

Tabela 5.18 - Análise de 2ª ordem (Pórtico PE3)

$V_{cr}/V_{sd}$	$L_c$	$L_{r,total}$	Pilar	Travessa	$M_I / M_{II,EX}$	$M_{II,EC3} / M_{EX}$	$M_{II,PROP} / M_{EX}$	$d_{II,EC3} / d_{EX}$	$d_{II,PROP} / d_{EX}$
-	m	m	-	-	-	-	-	-	-
4	5,0	20,0	IPE360	IPE300	0,84	0,85	<b>1,04</b>	0,82	<b>1,02</b>
	5,0	20,0	IPE360	IPE360	0,85	0,87	<b>1,03</b>	0,84	<b>1,01</b>
	5,0	20,0	IPE360	IPE450	0,86	0,88	<b>1,01</b>	0,87	<b>1,00</b>
8	5,0	20,0	IPE360	IPE300	0,93	0,93	<b>1,02</b>	0,92	<b>1,01</b>
	5,0	20,0	IPE360	IPE360	0,93	0,94	<b>1,02</b>	0,92	<b>1,01</b>
	5,0	20,0	IPE360	IPE450	0,93	0,94	<b>1,01</b>	0,94	<b>1,00</b>
12	5,0	20,0	IPE360	IPE300	0,95	0,96	<b>1,02</b>	0,95	<b>1,01</b>
	5,0	20,0	IPE360	IPE360	0,95	0,96	<b>1,01</b>	0,95	<b>1,01</b>
	5,0	20,0	IPE360	IPE450	0,96	0,96	<b>1,00</b>	0,96	<b>1,00</b>
4	5,0	30,0	IPE360	IPE300	0,88	0,89	<b>1,00</b>	0,87	<b>0,98</b>
	5,0	30,0	IPE360	IPE360	0,88	0,89	<b>0,99</b>	0,86	<b>0,97</b>
	5,0	30,0	IPE360	IPE450	0,87	0,88	<b>0,99</b>	0,86	<b>0,97</b>
8	5,0	30,0	IPE360	IPE300	0,94	0,95	<b>1,00</b>	0,94	<b>1,00</b>
	5,0	30,0	IPE360	IPE360	0,94	0,95	<b>1,00</b>	0,93	<b>0,99</b>
	5,0	30,0	IPE360	IPE450	0,94	0,94	<b>1,00</b>	0,93	<b>0,99</b>
12	5,0	30,0	IPE360	IPE300	0,96	0,97	<b>1,00</b>	0,96	<b>1,00</b>
	5,0	30,0	IPE360	IPE360	0,96	0,97	<b>1,00</b>	0,96	<b>1,00</b>
	5,0	30,0	IPE360	IPE450	0,96	0,96	<b>1,00</b>	0,95	<b>0,99</b>
4	5,0	40,0	IPE360	IPE300	0,92	0,93	<b>1,03</b>	0,91	<b>1,02</b>
	5,0	40,0	IPE360	IPE360	0,91	0,92	<b>1,01</b>	0,90	<b>1,00</b>
	5,0	40,0	IPE360	IPE450	0,90	0,91	<b>1,00</b>	0,89	<b>0,99</b>
8	5,0	40,0	IPE360	IPE300	0,96	0,97	<b>1,01</b>	0,96	<b>1,01</b>
	5,0	40,0	IPE360	IPE360	0,96	0,96	<b>1,01</b>	0,95	<b>1,00</b>
	5,0	40,0	IPE360	IPE450	0,95	0,96	<b>1,00</b>	0,95	<b>1,00</b>
12	5,0	40,0	IPE360	IPE300	0,97	0,98	<b>1,01</b>	0,97	<b>1,01</b>
	5,0	40,0	IPE360	IPE360	0,97	0,97	<b>1,01</b>	0,97	<b>1,00</b>
	5,0	40,0	IPE360	IPE450	0,97	0,97	<b>1,00</b>	0,96	<b>1,00</b>

Tabela 5.19 - Análise de 2ª ordem (Pórtico PE2)

$V_{cr}/V_{sd}$	$L_c$	$L_{r,total}$	Coluna	Travessa	$M_I / M_{II,EX}$	$M_{II,EC3} / M_{EX}$	$M_{II,PROP} / M_{EX}$	$d_{II,EC3} / d_{EX}$	$d_{II,PROP} / d_{EX}$
-	m	m	-	-	-	-	-	-	-
4	5,0	20,0	IPE360	IPE300	0,77	0,78	<b>0,99</b>	0,74	<b>0,97</b>
	5,0	20,0	IPE360	IPE360	0,76	0,78	<b>0,98</b>	0,74	<b>0,96</b>
	5,0	20,0	IPE360	IPE450	0,76	0,78	<b>0,97</b>	0,76	<b>0,96</b>
8	5,0	20,0	IPE360	IPE300	0,90	0,91	<b>1,01</b>	0,89	<b>1,00</b>
	5,0	20,0	IPE360	IPE360	0,89	0,90	<b>1,01</b>	0,89	<b>1,00</b>
	5,0	20,0	IPE360	IPE450	0,89	0,90	<b>1,00</b>	0,90	<b>1,00</b>
12	5,0	20,0	IPE360	IPE300	0,93	0,94	<b>1,01</b>	0,93	<b>1,00</b>
	5,0	20,0	IPE360	IPE360	0,93	0,94	<b>1,01</b>	0,93	<b>1,00</b>
	5,0	20,0	IPE360	IPE450	0,93	0,94	<b>1,00</b>	0,93	<b>1,00</b>
4	5,0	30,0	IPE360	IPE300	0,81	0,83	<b>0,99</b>	0,79	<b>0,96</b>
	5,0	30,0	IPE360	IPE360	0,80	0,82	<b>1,02</b>	0,78	<b>1,00</b>
	5,0	30,0	IPE360	IPE450	0,77	0,78	<b>0,99</b>	0,75	<b>0,97</b>
8	5,0	30,0	IPE360	IPE300	0,92	0,92	<b>1,00</b>	0,91	<b>1,00</b>
	5,0	30,0	IPE360	IPE360	0,91	0,92	<b>1,02</b>	0,90	<b>1,01</b>
	5,0	30,0	IPE360	IPE450	0,90	0,91	<b>1,01</b>	0,89	<b>1,00</b>
12	5,0	30,0	IPE360	IPE300	0,95	0,95	<b>1,00</b>	0,94	<b>1,00</b>
	5,0	30,0	IPE360	IPE360	0,94	0,95	<b>1,02</b>	0,94	<b>1,01</b>
	5,0	30,0	IPE360	IPE450	0,94	0,94	<b>1,01</b>	0,93	<b>1,00</b>
4	5,0	40,0	IPE360	IPE300	0,87	0,88	<b>1,02</b>	0,86	<b>1,01</b>
	5,0	40,0	IPE360	IPE360	0,85	0,86	<b>1,00</b>	0,83	<b>0,98</b>
	5,0	40,0	IPE360	IPE450	0,83	0,84	<b>0,98</b>	0,81	<b>0,96</b>
8	5,0	40,0	IPE360	IPE300	0,94	0,94	<b>1,02</b>	0,93	<b>1,01</b>
	5,0	40,0	IPE360	IPE360	0,93	0,94	<b>1,01</b>	0,92	<b>1,00</b>
	5,0	40,0	IPE360	IPE450	0,92	0,93	<b>1,00</b>	0,91	<b>0,99</b>
12	5,0	40,0	IPE360	IPE300	0,96	0,96	<b>1,01</b>	0,96	<b>1,01</b>
	5,0	40,0	IPE360	IPE360	0,96	0,96	<b>1,01</b>	0,95	<b>1,00</b>
	5,0	40,0	IPE360	IPE450	0,95	0,95	<b>1,00</b>	0,94	<b>0,99</b>

Tabela 5.20 - Análise de 2ª ordem (Pórtico PE1)

$V_{cr}/V_{sd}$	$L_c$	$L_{r,total}$	Coluna	Travessa	$M_I / M_{II,EX}$	$M_{II,EC3} / M_{EX}$	$M_{II,PROP} / M_{EX}$	$d_{II,EC3} / d_{EX}$	$d_{II,PROP} / d_{EX}$
-	m	m	-	-	-	-	-	-	-
4	5,0	20,0	IPE360	IPE300	0,79	0,79	<b>0,97</b>	0,80	<b>1,02</b>
	5,0	20,0	IPE360	IPE360	0,76	0,76	<b>0,95</b>	0,79	<b>1,00</b>
	5,0	20,0	IPE360	IPE450	0,74	0,74	<b>0,93</b>	0,75	<b>0,94</b>
8	5,0	20,0	IPE360	IPE300	0,91	0,91	<b>1,00</b>	0,92	<b>1,03</b>
	5,0	20,0	IPE360	IPE360	0,90	0,90	<b>1,00</b>	0,91	<b>1,02</b>
	5,0	20,0	IPE360	IPE450	0,89	0,89	<b>0,99</b>	0,90	<b>1,00</b>
12	5,0	20,0	IPE360	IPE300	0,94	0,94	<b>1,00</b>	0,95	<b>1,02</b>
	5,0	20,0	IPE360	IPE360	0,94	0,94	<b>1,00</b>	0,94	<b>1,01</b>
	5,0	20,0	IPE360	IPE450	0,93	0,93	<b>1,00</b>	0,93	<b>1,00</b>
4	5,0	30,0	IPE360	IPE300	0,85	0,85	<b>0,99</b>	0,82	<b>1,01</b>
	5,0	30,0	IPE360	IPE360	0,82	0,82	<b>0,96</b>	0,81	<b>1,01</b>
	5,0	30,0	IPE360	IPE450	0,77	0,77	<b>0,96</b>	0,77	<b>0,99</b>
8	5,0	30,0	IPE360	IPE300	0,94	0,94	<b>1,00</b>	0,92	<b>1,02</b>
	5,0	30,0	IPE360	IPE360	0,92	0,92	<b>1,00</b>	0,92	<b>1,02</b>
	5,0	30,0	IPE360	IPE450	0,91	0,91	<b>1,00</b>	0,90	<b>1,02</b>
12	5,0	30,0	IPE360	IPE300	0,96	0,96	<b>1,00</b>	0,95	<b>1,01</b>
	5,0	30,0	IPE360	IPE360	0,95	0,95	<b>1,00</b>	0,95	<b>1,01</b>
	5,0	30,0	IPE360	IPE450	0,94	0,94	<b>1,00</b>	0,94	<b>1,01</b>
4	5,0	40,0	IPE360	IPE300	0,91	0,91	<b>1,01</b>	0,87	<b>1,04</b>
	5,0	40,0	IPE360	IPE360	0,88	0,88	<b>1,00</b>	0,86	<b>1,04</b>
	5,0	40,0	IPE360	IPE450	0,84	0,84	<b>0,97</b>	0,83	<b>1,02</b>
8	5,0	40,0	IPE360	IPE300	0,96	0,96	<b>1,01</b>	0,94	<b>1,03</b>
	5,0	40,0	IPE360	IPE360	0,95	0,95	<b>1,00</b>	0,94	<b>1,02</b>
	5,0	40,0	IPE360	IPE450	0,93	0,93	<b>1,00</b>	0,92	<b>1,02</b>
12	5,0	40,0	IPE360	IPE300	0,97	0,97	<b>1,01</b>	0,96	<b>1,02</b>
	5,0	40,0	IPE360	IPE360	0,97	0,97	<b>1,00</b>	0,96	<b>1,02</b>
	5,0	40,0	IPE360	IPE450	0,95	0,95	<b>1,00</b>	0,95	<b>1,01</b>

Da observação da Tabela 5.18 a Tabela 5.20 pode concluir-se que:

- i. No Pórtico **PE3**, a abordagem preconizada pelo EC3 apresenta um erro que pode chegar aos 15% e apresenta sempre resultados não conservativos.
- ii. No Pórtico **PE3**, o método indirecto de amplificação de esforços e deslocamentos proposto apresenta um erro máximo de 4% para os momentos e de 2% para os deslocamentos, sendo que apresenta 5 resultados não conservativos.
- iii. No Pórtico **PE2**, a abordagem preconizada pelo EC3 apresenta um erro que pode chegar aos 22% e apresenta sempre resultados não conservativos.
- iv. No Pórtico **PE2**, o método indirecto de amplificação de esforços e deslocamentos proposto apresenta um erro máximo de 5% para os momentos e de 4% para os deslocamentos, sendo que nem sempre apresenta resultados conservativos.
- v. No Pórtico **PE1**, a abordagem preconizada pelo EC3 apresenta um erro que pode chegar aos 26% e apresenta sempre resultados não conservativos.
- vi. No Pórtico **PE1**, o método indirecto de amplificação de esforços e deslocamentos proposto apresenta um erro máximo de 7% para os momentos e de 6% para os deslocamentos, sendo que nem sempre apresenta resultados conservativos.

### 5.4 Observações

Relativamente à análise de estabilidade e análise de 2ª ordem realizadas neste capítulo a 6 diferentes tipos de pórticos de travessas inclinadas com 3 vãos, extraíram-se as seguintes observações:

- i. Nos Pórticos **PE3**, **PE2** e **PE1** o modo crítico de encurvadura é sempre o modo **AS**.
- ii. Para os Pórticos **PE3** e **PR3**, os modos de encurvadura relevantes são os modos **AS** e **SS1**, relativamente aos Pórticos **PE2** e **PR2**, os modos de encurvadura relevantes são os modos **AS** e **SS** e finalmente para os Pórticos **PE1** e **PR1**, os modos de encurvaduras relevantes são os modos **AS** e **ABS1**.
- iii. À excepção do Pórtico **PE3**, todos os outros pórticos apresentam um erro entre os momentos de 1ª ordem exactos e os momentos de 2ª ordem exactos superiores a 10%.
- iv. Em todas as famílias de pórticos abordadas, a diferença entre os momentos de 1ª ordem e os momentos aproximados obtidos através da formulação proposta pelo EC3 varia entre 1% e 3%, o que significa que é necessário desenvolver um método de amplificação dos efeitos de 1ª ordem que não se limite a amplificar os efeitos/esforços associados à parcela anti-simétrica (semelhante ao modo **AS**), tal como é preconizado pelo EC3-1-1. É indispensável amplificar também os efeitos/esforços de 1ª ordem associados às outras parcelas (semelhantes aos modos **ABS/ABS1** e/ou **SS/SS1**).
- v. Em todas as famílias de pórticos abordadas, a formulação proposta de amplificação dos efeitos de 2ª ordem apresenta quase sempre resultados conservativos com um erro máximo de 7%, sendo que na maioria dos casos apresenta sempre erros inferiores e resultados conservativos.

# Capítulo 6

## 6 CONCLUSÃO

Apresentou-se nesta tese um estudo sobre a estabilidade e o comportamento geometricamente não linear de pórticos metálicos de travessas inclinadas com dois e três vãos, sujeitos a diversos tipos de carregamentos. Em seguida descrevem-se e comentam-se, de forma sucinta, os vários aspectos abordados e as principais conclusões obtidas e sugerem-se alguns possíveis desenvolvimentos futuros para o trabalho efectuado.

### 6.1 Considerações Finais

1. Consideraram-se quatro famílias de pórticos (**Pórticos PR2, PR1, PE2 e PE1**) para pórticos de travessas inclinadas com 2 vãos e seis famílias de pórticos (**Pórticos PR3, PR2, PR1, PE3, PE2 e PE1**) para pórticos de travessas inclinadas com 3 vãos, as quais correspondem a diferentes condições de apoio (encastradas ou rotuladas) e diferentes tipos de carregamentos.
2. Abordou-se inicialmente, a estabilidade de pórticos de travessas inclinadas com 2 e 3 vãos sujeitos a diversos tipos de carregamentos. Recorreu-se a uma análise linear de estabilidade para identificar os modos de instabilidade relevantes para cada família de pórticos mencionada no ponto anterior.
3. No caso dos pórticos de travessas inclinadas com 2 vãos sujeitos a um carregamento vertical simétrico em ambos os vãos (**Pórticos PR2 e PE2**), os modos de instabilidade relevantes (no sentido de terem uma participação significativa na configuração deformada de 1ª ordem do pórtico) são (i) o modo anti-simétrico (**AS**) e (ii) o modo simétrico (**SS**) (ver a Figura 4.4), sendo que primeiro deles é sempre o modo crítico de instabilidade.
4. No caso dos pórticos de travessas inclinadas com 2 vãos sujeitos a um carregamento vertical em apenas um vão (**Pórticos PR1 e PE1**), os modos de instabilidade relevantes são (i) o modo anti-simétrico (**AS**) e (ii) o modo “anti-simétrico por vão” (**ABS**) (ver a Figura 4.3)– o primeiro deles é sempre o modo crítico de instabilidade apenas no **Pórtico PR1**.

5. No caso de pórticos de travessas inclinadas com 3 vãos sujeitos a um carregamento vertical simétrico em todos os vãos (**Pórticos PR3 e PE3**), os modos de instabilidade relevantes são (i) o modo anti-simétrico (**AS**) e (ii) o modo simétrico 1 (**SS1**) (ver a Figura 5.4), sendo que o primeiro deles é sempre o modo crítico de instabilidade.
6. No caso de pórticos de travessas inclinadas com 3 vãos sujeitos a um carregamento vertical simétrico apenas nos vãos exteriores (**Pórticos PR2 e PE2**), os modos de instabilidade relevantes são (i) o modo anti-simétrico (**AS**) e (ii) o modo simétrico (**SS**) (ver a Figura 5.18), sendo que o primeiro deles é sempre o modo crítico de instabilidade apenas no **Pórtico PR2**.
7. No caso de pórticos de travessas inclinadas com 3 vãos sujeitos a um carregamento vertical apenas num vão exterior (**Pórticos PR1 e PE1**), os modos de instabilidade relevantes são (i) o modo anti-simétrico (**AS**) e (ii) o modo “anti-simétrico por vão 1” (**ABS1**) (ver a Figura 5.13), sendo que o primeiro deles é sempre o modo crítico de instabilidade apenas no **Pórtico PR1**.
8. As naturezas dos modos de instabilidade relevantes em cada família de pórticos dependem da geometria dos pórticos, nomeadamente das relações entre os comprimentos e/ou as inércias das colunas e travessas – a combinação dos valores destas duas relações altera a relação entre os esforços axiais actuantes nas colunas e nas travessas.
9. As fórmulas apresentadas na secção 3.2.1, desenvolvidas para calcular estimativas (rigorosas) das cargas de bifurcação de pórticos de travessas inclinadas com 1 vão associadas ao modo **ASM** ( $\lambda_{ASM}$ ) apenas podem ser utilizadas para determinar estimativas das cargas de bifurcação associadas ao modo **AS** ( $\lambda_{AS}$ ) nos (i) **Pórticos PR2 e PE2** (2 vãos) e (ii) **Pórticos PR3 e PE3** (3 vãos), i.e., nos pórticos sujeitos a um carregamento vertical simétrico aplicado em todos os vãos do pórtico.
10. As fórmulas apresentadas na secção 3.2.1, desenvolvidas para calcular estimativas (rigorosas) das cargas de bifurcação de pórticos de travessas inclinadas com 1 vão associadas ao modo **SM** ( $\lambda_{SM}$ ) apenas podem ser utilizadas para determinar estimativas das cargas de bifurcação associadas ao modo **SS** ( $\lambda_{SS}$ ) nos **Pórticos PR2** (2 vãos).
11. Abordou-se também o problema da consideração dos efeitos de 2ª ordem em pórticos de travessas inclinadas com 2 e 3 vãos não contraventados (lateralmente).

12. Mostrou-se que, no caso geral, a abordagem preconizada pelo EC3-1-1 para verificar a segurança de pórticos não contraventados, em relação aos estados limites últimos que envolvem fenómenos de instabilidade no plano (do pórtico), não pode ser aplicada a pórticos de travessas inclinadas com 2 ou 3 vãos (o mesmo foi mostrado anteriormente para o caso de pórticos com um vão – Silvestre e Camotim, 2007).
13. Os efeitos de 2ª ordem são relevantes, no sentido de os deslocamentos e/ou esforços de 2ª ordem excederem os seus congéneres de 1ª ordem em mais de 10% ( $\varepsilon_{MI/MII} > 1,10$ ) na grande maioria dos pórticos analisados nesta dissertação. As excepções foram os **Pórticos PR2** (2 vãos) e os **Pórticos PR3** (3 vãos), nos quais os efeitos de 2ª ordem não excederam os seus congéneres de 1ª ordem em mais de 10% (nos pórticos analisados, naturalmente).
14. Como é óbvio, os efeitos de 2ª ordem vão-se tornando menos relevantes à medida que a relação  $F_{cr}/F_{Ed}$  aumenta. Observou-se que, para  $F_{cr}/F_{Ed}=12$ , as diferenças relativas entre os momentos de 1ª Ordem e 1ª ordem são sempre inferiores a 10%, o que está de acordo com as disposições do EC3-1-1, as quais estipulam que os efeitos de 2ª ordem podem ser desprezados se  $F_{cr}/F_{Ed} \geq 10$ .
15. Para  $F_{cr}/F_{Ed}=8$ , observou-se que os efeitos de 2ª ordem apenas são relevantes, no sentido de se ter  $\varepsilon_{MI/MII} > 1,10$ , nos **Pórticos PE1** (2 e 3 vãos). Em todos os restantes pórticos analisados, os momentos de 2ª ordem nunca excederam os seus congéneres de 1ª ordem. Estes últimos variam entre 0,89 e 0,98 dos primeiros, dependendo a diferença da relação entre as inércias e/ou os comprimentos das colunas e das travessas.
16. Para  $F_{cr}/F_{Ed}=4$ , observou-se que, com excepção dos **Pórticos PR2** (2 vãos) e **Pórticos PR3** (3 vãos), todos os pórticos analisados exibiram efeitos de 2ª ordem relevantes ( $\varepsilon_{MI/MII} > 1,10$ ). Nestes últimos pórticos, o rácio entre os momentos de 1ª ordem e os seus congéneres de 2ª ordem varia entre um mínimo de 0,74 (**Pórtico PE1** com 3 vãos, relação de inércias 2,1 e relação de comprimentos 4) e um máximo de 0,96 (**Pórtico PR2** com 2 vãos, relação de inércias 2,1 e relação de comprimentos 4) – para cada tipo de pórtico, o valor deste rácio pode variar mais ou menos significativamente com as relações entre as inércias e/ou os comprimentos das colunas e das travessas.
17. Propôs-se um método (indirecto) de amplificação que permite tomar em consideração os efeitos de 2ª ordem do tipo P- $\Delta$  (aqueles de que trata o EC3-1-1). Relativamente à amplificação dos deslocamentos horizontais e momentos flectores de 1ª ordem, o método baseia-se (i) na decomposição dos momentos de 1ª ordem em 3 parcelas, duas associadas a deslocamentos

laterais do pórtico e uma em que os referidos deslocamentos são nulos, e (ii) na amplificação das duas primeiras parcelas através de coeficientes cujo cálculo envolve os valores das respectivas cargas de bifurcação ( $\lambda_b$ ).

18. No caso dos pórticos de travessas inclinadas com 2 vãos analisados, as expressões que traduzem a aplicação do método descrito no ponto anterior são:

$$\text{Pórtico PR2: } M_{II} = M_{DI,I} + C_{AS} \cdot M_{DP,I}^{AS} + C_{SS} \cdot M_{DP,I}^{SS}$$

$$\text{Pórtico PR1: } M_{II} = M_{DI,I} + C_{AS} \cdot M_{DP,I}^{AS} + C_{ABS} \cdot M_{DP,I}^{ABS}$$

$$\text{Pórtico PE2: } M_{II} = M_{DI,I} + C_{AS} \cdot M_{DP,I}^{AS} + C_{SS} \cdot M_{DP,I}^{SS}$$

$$\text{Pórtico PE1: } M_{II} = M_{DI,I} + C_{AS} \cdot M_{DP,I}^{AS} + C_{ABS} \cdot M_{DP,I}^{ABS}$$

19. No caso dos pórticos de travessas inclinadas com 3 vãos analisados, as expressões que traduzem a aplicação do método descrito no ponto 17 são:

$$\text{Pórtico PR3: } M_{II} = M_{DI,I} + C_{AS} \cdot M_{DP,I}^{AS} + C_{SS1} \cdot M_{DP,I}^{SS1}$$

$$\text{Pórtico PR2: } M_{II} = M_{DI,I} + C_{AS} \cdot M_{DP,I}^{AS} + C_{SS} \cdot M_{DP,I}^{SS}$$

$$\text{Pórtico PR1: } M_{II} = M_{DI,I} + C_{AS} \cdot M_{DP,I}^{AS} + C_{ABS1} \cdot M_{DP,I}^{ABS1}$$

$$\text{Pórtico PE3: } M_{II} = M_{DI,I} + C_{AS} \cdot M_{DP,I}^{AS} + C_{SS1} \cdot M_{DP,I}^{SS1}$$

$$\text{Pórtico PE2: } M_{II} = M_{DI,I} + C_{AS} \cdot M_{DP,I}^{AS} + C_{SS} \cdot M_{DP,I}^{SS}$$

$$\text{Pórtico PE1: } M_{II} = M_{DI,I} + C_{AS} \cdot M_{DP,I}^{AS} + C_{ABS1} \cdot M_{DP,I}^{ABS1}$$

20. Os resultados obtidos através dos estudos paramétricos efectuados mostraram que a aplicação das expressões apresentados nos dois últimos pontos conduzem, praticamente sempre, a estimativas conservativas dos momentos flectores de 2ª ordem, os quais exibem uma precisão apreciável (erros inferiores a 5% na maioria dos casos considerados).

21. Apesar de os efeitos de 2ª ordem não serem relevantes nos **Pórticos PR2** (2 vãos) e **Pórticos PR3** (3 vãos), observou-se que o método de amplificação proposto conduz a estimativas dos momentos de 2ª ordem muito próximas dos valores exactos.
-



22. O método de amplificação preconizado pelo EC3-1-1 para estimar os deslocamentos e momentos de 2ª ordem conduz a erros significativos e bastante superiores nos pórticos com as bases das colunas encastradas do que naqueles em que essas bases são rotuladas.
23. Prevê-se que os métodos de amplificação dos efeitos de 2ª ordem propostos neste trabalho venham a ter grande utilidade prática no dimensionamento dos pórticos de travessas inclinadas em que seja necessário contabilizar os efeitos  $P-\Delta$  nos valores de cálculo dos esforços, particularmente nos momentos flectores.
24. Os resultados obtidos para pórticos de travessas inclinadas com 1 água, apresentados no Anexo A1, permitiram concluir que a metodologia adoptada para estimar os efeitos de 2ª ordem nos pórticos com 2 e 3 vãos não pode ser utilizada para este tipo de pórticos. Este facto deve-se à inexistência de uma correlação evidente entre a configuração deformada de 1ª ordem do pórtico e as configurações dos seus modos de instabilidade. Será necessário efectuar estudos mais aprofundados antes de ser possível, eventualmente, propor uma metodologia eficiente para estimar os efeitos de 2ª ordem em pórticos com estas características.

## **6.2 Desenvolvimentos Futuros**

1. Desenvolvimento de expressões analíticas, de fácil utilização, para o cálculo dos valores das cargas críticas associadas aos modos de instabilidade relevantes de pórticos de travessas inclinadas com 2 e 3 vãos sujeitos a diversos tipos de carregamentos.
2. Definição de um procedimento prático (relativamente simples) para classificar pórticos de travessas inclinadas com mais do que um vão, nomeadamente com 2 ou 3 vãos, quanto à necessidade de contabilizar os efeitos de 2ª ordem nos valores de cálculo dos esforços, nomeadamente nos momentos flectores – isto é, para classificar o pórtico como “susceptível” ou “não susceptível” aos efeitos de 2ª ordem.
3. Extensão e/ou generalização dos resultados obtidos nesta tese a pórticos de travessas inclinadas com 2 e 3 vãos com características mais gerais do que as consideradas neste trabalho. Nomeadamente, seria útil (i) pórticos em que os nós de ligação coluna-travessa e na base das colunas sejam ligações semi-rígidas e (ii) pórticos sem simetria na configuração geométrica e/ou nas condições de apoio.

4. Definição de uma abordagem baseada no conceito de amplificação dos efeitos de 1ª ordem que seja eficaz para estimar os efeitos de 2ª ordem em pórticos de travessas inclinadas com uma única água – conforme se mostrou no Anexo A.1, o problema consiste em encontrar uma forma adequada de amplificar parte da parcela “Non-Sway” (e de identificar rigorosamente qual é essa parte).

## 7 REFERÊNCIAS

- AISC. (s.d.). *AISC*. Obtido em Julho de 2014, de <http://www.aisc.org/content.aspx?id=3792>
- Boissonnade, N., Greiner, R., Jaspart, J., & Lindner, J. (2006). *Rules for Member Stability in EN 1993-1-1: Background Documentation and Design Guidelines*. (E. P. N°119, Ed.) ECCS Technical Committee 8 ' Stability.
- Computer and Structures Inc. (2011). *CSI Analysis Reference Manual for SAP2000, ETABS, SAFE and CSIBridge*. USA: Berkeley.
- Camotim, D. (2012). Estabilidade. *Apontamentos da disciplina de Projecto de Edifícios* . Instituto Superior Técnico.
- Camotim, D., & Silvestre, N. (1999). In-plane buckling behaviour of asymmetric pitched-roof steel frames. *European conference on steel structures; Eurosteel '99* .
- Computer and Structures, Inc. (2012). *SAP 2000 Advanced 15.0.0*. Berkeley.
- Davies, J. M. (1991). The Stability of Multi-Bay Portal Frames. *The Structural Engineer* , 69(12), 223-229.
- Gonçalves, R., & Camotim, D. (2005). *Design of plane steel fraes - towards a rational approach*. *Advanced Steel Construction - an Internation Journal*, vol. 1, nº1, pp. 105-127.
- Gonçalves, R., & Camotim, D. (2004). On the application of beam'column interaction formulae to steel members with arbitrary loading and support conditions. *Journal of Constructional Steel Research*, Vol.60, nº 3-5, pp. 433-450 .
- Livesley, R., & Chandler, D. (1956). *Stability Functions for Structural Frameworks*. Manchester University Press.
- NCCI. (2009). *Simple methods for second order effects in portal frames*. access steel.
- Nogueiro, P., Silva, L., Camotim, D., & Silvestre, N. (2000). Non-Linear Behaviour of Pitched-Roof Frames with bi-linear semi-rigid connections. *Structural Stability Research Council*.

## REFERÊNCIAS

---

NPEN1993-1-1. (2010). *Projectos de estruturas de aço. Regras gerais para edifícios*.

Reis, A., & Camotim, D. (2000). *estabilidade estrutural*. McGRAW-HILL.

Silva, V. D. (2007). Cálculo de cargas crítica globais e deslocamentos de segunda ordem em estruturas reticuladas.

Silvestre, N. (1996). *Estabilidade e efeitos de 2º ordem em pórticos metálicos de travessas inclinadas, (Tese de Mestrado)*.

Silvestre, N., & Camotim, D. (2006). Elastic buckling and second-order behaviour of pitched-roof steel frames. *Journal of Constructional Steel Research* .

Silvestre, N., & Camotim, D. (2000). In-Plane Stability and 2nd order effects in multi-bay pitched-roof steel frames. *Structural Stability Research Council*.

SteelConstruction.info. (s.d.). *SteelConstruction.info*. Obtido em Julho de 2014 de Cost of structural steelwork: [http://www.steelconstruction.info/Cost\\_of\\_structural\\_steelwork](http://www.steelconstruction.info/Cost_of_structural_steelwork)

Teixeira, A. (2008). *Análise dos Efeitos de segunda ordem de estruturas de edifícios de betão armado, (Tese de Mestrado)*.

## ANEXOS

**Anexo A 1:** Pórticos com 1 vão de travessa inclinada com uma água

**Anexo A 2:** Verificação dos elementos das travessas sujeitos a flexão composta



### Anexo A 1 - Pórticos com 1 vão de travessa inclinada com uma água

Neste anexo serão apresentados os resultados obtidos das análises de estabilidade e de 2ª ordem realizadas em pórticos com 1 vão com travessas inclinadas com uma água. Serão abordados os seguintes aspetos:

- i. Modos de instabilidade relevantes
- ii. Variação das cargas de bifurcação com os parâmetros  $R_I$ ,  $R_L$  e ângulo  $\alpha$ .
- iii. Necessidade de considerar efeitos de 2º ordem.
- iv. Contabilização dos efeitos P-delta através de uma análise de 2º ordem.
- v. Contabilização dos efeitos P- $\Delta$  através de um método indireto que envolve a amplificação de esforços de 1º ordem.

Neste anexo serão abordadas 2 famílias de pórticos, os quais diferem no tipo de apoios existente na base das colunas (rotulado ou encastrado). As duas famílias de pórticos estão indicadas na Figura A.1.1 e designam-se, respectivamente, por Pórtico **PR1** e Pórtico **PE1**.

A Figura A.1.1 ilustra os carregamentos considerados, (i) uma carga vertical uniformemente distribuída ao longo do comprimento da travessa e (ii) duas cargas horizontais aplicadas, com o mesmo sentido, nos topos das colunas.

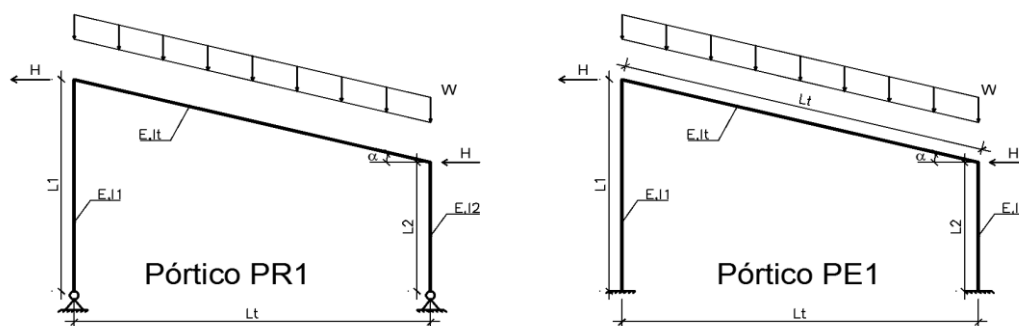


Figura A.1.1 – Configuração geométrica e carregamento do pórtico de travessas inclinadas – Pórticos PR1 e PE1

É conveniente utilizar parâmetros adimensionais para definir a geometria e o carregamento dos pórticos, em função dos quais se apresentam posteriormente os resultados das análises de estabilidade efectuadas. Neste trabalho, adoptam-se os parâmetros

$$R_I = \frac{I_t}{I_1}$$

$$R_L = \frac{L_t}{L_1}$$

cujos valores traduzem as relações que existem entre as inércias e os comprimentos das colunas e das travessas.

A Figura A.1.2 mostra a discretização adoptada para os pórticos analisados: as colunas e travessas do pórtico foram subdivididas em 5 elementos finitos de igual comprimento. Estudos numéricos preliminares mostraram que esta discretização assegura a obtenção de resultados “exactos”.

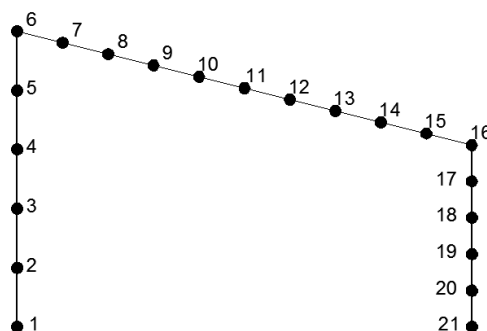


Figura A.1.2 – Discretização de um pórtico em elementos finitos de barra

### **Configuração dos Modos de Instabilidade Relevantes**

As Figuras A.1.3 e A.1.4 mostram as configurações dos dois modos de instabilidade/encurvadura que, simultaneamente, (i) envolvem deslocamentos laterais dos topos das colunas e (ii) são relevantes para a análise do comportamento não linear dos pórticos **PR1** e **PE1**. Estes modos têm as seguintes características:

- i. O 1º modo de encurvadura é caracterizado pela existência de deslocamentos laterais no topo das colunas, sendo que esses deslocamentos têm o mesmo sentido.
- ii. O 2º modo de encurvadura apresenta uma configuração deformada ligeiramente diferente do 1º modo, mas também é caracterizado pela existência de deslocamentos laterais no topo das colunas.

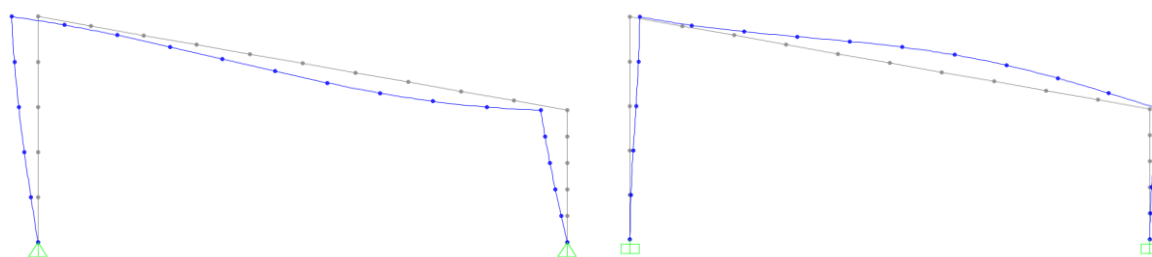


Figura A.1.3 – 1º Modo de encurvadura para os Pórticos PR1 e PE1



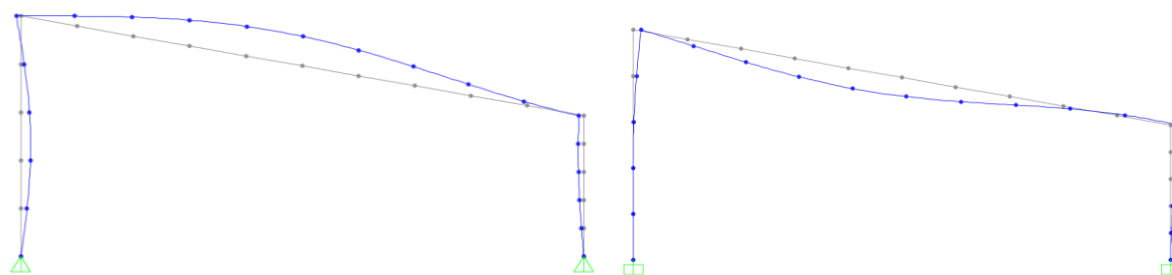


Figura A.1.4 – 2º Modo de encurvadura para os Pórticos PR1 e PE1

### **Variação das Cargas de Bifurcação com os Parâmetros $R_L$ , $R_I$ e o ângulo $\alpha$**

Apresenta-se de seguida um breve estudo paramétrico, cujo objectivo consiste em ilustrar a variação dos valores das cargas de bifurcação, associados aos três modos de instabilidade referidos, com os parâmetros geométricos do pórtico:  $R_L$ ,  $R_I$  e o ângulo  $\alpha$ .

É importante referir que, nos estudos paramétricos realizados, os pórticos analisados foram seleccionados de modo a garantir que o valor da carga de bifurcação crítica (a mais baixa) tivesse o valor 4.0. Por essa razão, as curvas dos gráficos relativas às correspondentes cargas de bifurcação críticas são sempre segmentos de recta horizontais.

As Figuras A.1.5, A.1.6 e A.1.7 mostram a variação das duas cargas de bifurcação respectivamente com o parâmetro  $R_L$ , o parâmetro  $R_I$  e o ângulo  $\alpha$ . A observação destas figuras permite concluir que:

- i. No Pórtico **PR1** os valores da carga de bifurcação associada ao modo não crítico (i) diminuem com  $R_L$  (pórticos com as colunas progressivamente mais rígidas que as travessas) e (ii) diminuem com  $R_I$  (pórticos com as colunas progressivamente mais rígidas que as travessas).
- ii. No Pórtico **PE1** o valor da carga de bifurcação associada ao modo não crítico diminui com o valor de  $R_L$  até  $R_L = 1,7$ , valor após o qual essa carga de bifurcação passa a aumentar com  $R_L$ .
- iii. No Pórtico **PE1** o valor da carga de bifurcação associada ao modo não crítico aumenta com  $R_I$ .
- iv. No Pórtico **PR1** o valor da carga de bifurcação associada ao modo não crítico aumenta com o valor de  $\alpha$  até  $\alpha = 10^\circ$ , valor após o qual essa carga de bifurcação passa diminuir com  $\alpha$ .
- v. No Pórtico **PE1** o valor da carga de bifurcação associada ao modo não crítico aumenta com o valor do ângulo  $\alpha$ .

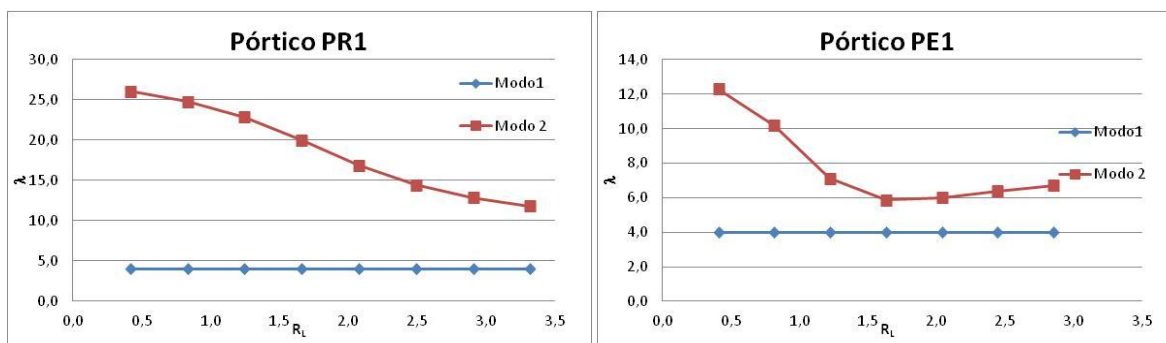


Figura A.1.5 – Variação das cargas de bifurcação com  $R_L$  ( $\alpha=10^\circ$ ,  $R_I=1$ )

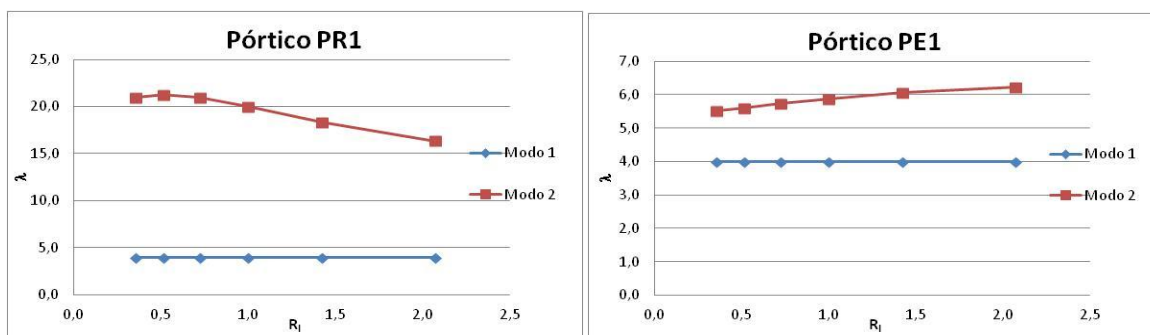


Figura A.1.6 – Variação das cargas de bifurcação com  $R_L$  ( $\alpha=10^\circ$ ,  $R_L=4$ )

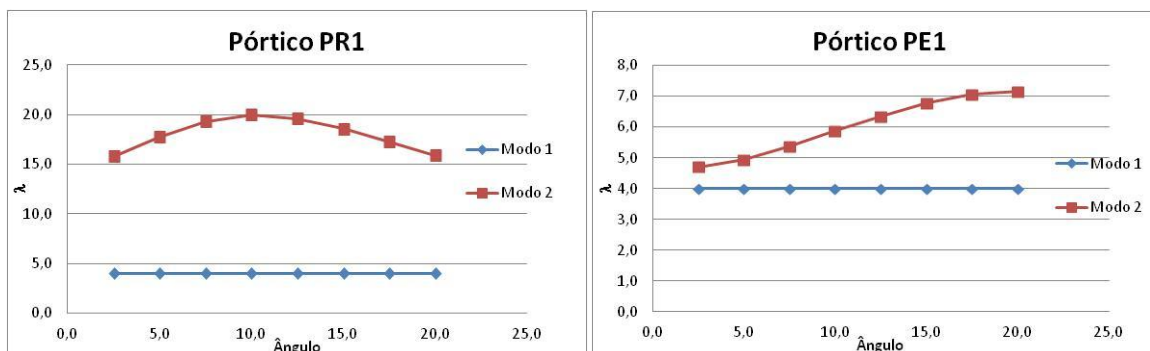


Figura A.1.7 – Variação das cargas de bifurcação com ângulo  $\alpha$  ( $R_I=1$ ,  $R_L=4$ )

**Cargas de bifurcação – valores exactos e estimativas das fórmulas aproximadas**

Pretende-se agora avaliar a qualidade das estimativas das cargas de bifurcação associadas aos 2 primeiros modos de encurvadura (ver Figuras A.1.3 e A.1.4) fornecidas pelas fórmulas apresentadas na secção 3.2.1, as quais foram desenvolvidas por Silvestre e Camotim (2006) no contexto de pórticos de travessas inclinadas com um único vão. Note-se que o primeiro modo de instabilidade destes últimos pórticos (ver Figura 3.1 (b)), apresenta características semelhante às do primeiro modo de encurvadura, o que cria alguma expectativa relativamente à sua aplicação aos pórticos com uma única travessa inclinada.

É importante referir que as expressões desenvolvidas por Silvestre e Camotim (2006) se dizem respeito a pórticos em que as travessas estão submetidas a compressão uniforme, o que não é o caso dos pórticos sob a acção de cargas uniformemente distribuídas (as travessa têm esforços de compressão com valores linearmente variáveis). Deste modo, a utilização das referidas fórmulas é intrinsecamente aproximada, pois baseia-se nos valores médios dos esforços axiais que actuam ao longo das travessas (tal como foi feito nos pórticos de um vão).

O estudo paramétrico envolveu 9 pórticos de aço ( $E=210$  GPa), com diferentes geometrias. As suas características são:

- i. Ângulo entre que as travessas fazem com a horizontal:  $\theta=10^\circ$ .
- ii. Comprimento das colunas:  $L_2=5$ m.
- iii. Perfil das colunas: IPE360.
- iv. Três comprimento do vão: 20, 30 e 40 m.
- v. Perfis das travessas: IPE300, IPE360 e IPE450.

As Tabelas A.1.1 e A.1.2 permitem compararem os valores exactos dos parâmetros críticos de bifurcação em pórticos **PR1** e **PE1** com os correspondentes valores aproximados fornecidos pelas expressões propostas na secção 3.2.1 para os 9 pórticos analisados. A observação destes resultados mostra que:

- i. Em ambos os Pórticos **PR1** e **PE1**, o parâmetro crítico de bifurcação associado ao modo de encurvadura ilustrado na Figura A.1.3 corresponde sempre à menor carga de bifurcação (valor crítico).
- ii. Em ambos os Pórticos **PR1** e **PE1**, o parâmetro crítico de bifurcação associado ao modo de encurvadura ilustrado na Figura A.1.4 corresponde sempre à segunda carga de bifurcação.
- iii. Em ambos os Pórticos **PR1** e **PE1**, as fórmulas aproximadas não fornecem boas estimativas de  $\lambda_{1\text{modo}}$  e  $\lambda_{2\text{modo}}$  – com erros que chegam aos 51%.

Tabela A.1.1 – Comparação entre as cargas de bifurcação exactas e aproximadas – PR1

$L_1$ m	$L_{r,\text{total}}$ m	Coluna	Travessa	$\lambda_{\text{modo 1}}$	$\lambda_{\text{modo 2}}$	$\lambda_{\text{ap,AS}}$	$\lambda_{\text{ap,SS}}$	$\lambda_{\text{ap,AS}}/\lambda_{\text{ex,1 modo}}$	$\lambda_{\text{ap,SS}}/\lambda_{\text{ex,2 modo}}$
8,5	20,0	IPE360	IPE300	4,0	21,6	2,7	17,7	0,67	0,82
8,5	20,0	IPE360	IPE360	4,0	20,0	2,5	15,4	0,62	0,77
8,5	20,0	IPE360	IPE450	4,0	17,9	2,3	13,6	0,57	0,76
10,3	30,0	IPE360	IPE300	4,0	14,1	2,6	13,3	0,64	0,94
10,3	30,0	IPE360	IPE360	4,0	14,5	2,3	12,0	0,58	0,83
10,3	30,0	IPE360	IPE450	4,0	14,4	2,0	10,7	0,51	0,74
12,1	40,0	IPE360	IPE300	4,0	11,4	2,6	11,2	0,64	0,98
12,1	40,0	IPE360	IPE360	4,0	11,8	2,3	10,3	0,58	0,87
12,1	40,0	IPE360	IPE450	4,0	12,3	1,9	9,2	0,49	0,74

Tabela A.1.2 – Comparação entre as cargas de bifurcação exactas e aproximadas – PE1

$L_1$ m	$L_{r,total}$ m	Coluna	Travessa	$\lambda_{1\text{ modo}}$	$\lambda_{2\text{ modo}}$	$\lambda_{ap,AS}$	$\lambda_{ap,SS}$	$\lambda_{ap,AS}/\lambda_{ex,1\text{ modo}}$	$\lambda_{ap,SS}/\lambda_{ex,2\text{ modo}}$
8,5	20,0	IPE360	IPE300	4,0	5,5	3,5	7,3	0,87	1,33
8,5	20,0	IPE360	IPE360	4,0	5,9	3,1	6,8	0,77	1,15
8,5	20,0	IPE360	IPE450	4,0	6,7	2,7	6,7	0,67	1,00
10,3	30,0	IPE360	IPE300	4,0	6,7	4,6	7,9	1,16	1,19
10,3	30,0	IPE360	IPE360	4,0	6,4	3,9	6,7	0,98	1,04
10,3	30,0	IPE360	IPE450	4,0	6,7	3,3	6,0	0,81	0,89
12,1	40,0	IPE360	IPE300	4,0	7,2	5,3	8,5	1,32	1,17
12,1	40,0	IPE360	IPE360	4,0	7,0	4,5	6,9	1,14	1,00
12,1	40,0	IPE360	IPE450	4,0	7,2	3,9	6,1	0,96	0,84

**Necessidade de consideração dos efeitos de 2ª Ordem**

Considere-se os pórticos **PR1** e **PE1**, os quais (i) possuem uma geometria definida por  $\alpha=10^\circ$ ,  $L_c=5\text{m}$ , Pilares IPE360 e (ii) estão submetidos a uma carga uniformemente distribuída que garanta  $V_{cr}/V_{sd}=4$ ,  $V_{cr}/V_{sd}=8$  e  $V_{cr}/V_{sd}=12$ . Para os diversos pórticos analisados variou-se o comprimento do vão (20, 30 e 40 m) e as Inércias das travessas (IPE300, IPE360 e IPE450). Os valores apresentados na tabela seguinte dizem respeito ao nó que apresenta o maior momento flector do pórtico.

Apresentam-se, na Tabela A.1.3, a relação entre os valores dos momentos flectores de 1ª e 2ª ordem ( $M_I$  e  $M_{II}$ , respectivamente). A observação dos resultados apresentados na Tabela A.1.3 permite concluir que:

Tabela A.1.3 – Valores de  $M_I$  e  $M_{II}$  (Pórticos PR1 e PE1)

$V_{cr}/V_{sd}$	$L_c$ m	$L_r$ m	$L_{r,total}$ m	Coluna	Travessa	Pórtico PR1	P+ortico PE1
						$M_I / M_{II,EX}$	$M_I / M_{II,EX}$
-	-	-	-	-	-	-	-
4	8,5	10,2	20,0	IPE360	IPE300	0,89	0,78
	8,5	10,2	20,0	IPE360	IPE360	0,89	0,80
	8,5	10,2	20,0	IPE360	IPE450	0,90	0,84
8	8,5	10,2	20,0	IPE360	IPE300	0,95	0,91
	8,5	10,2	20,0	IPE360	IPE360	0,95	0,91
	8,5	10,2	20,0	IPE360	IPE450	0,95	0,93
12	8,5	10,2	20,0	IPE360	IPE300	0,96	0,94
	8,5	10,2	20,0	IPE360	IPE360	0,97	0,95
	8,5	10,2	20,0	IPE360	IPE450	0,97	0,95
4	10,3	15,2	30,0	IPE360	IPE300	0,87	0,77
	10,3	15,2	30,0	IPE360	IPE360	0,87	0,76
	10,3	15,2	30,0	IPE360	IPE450	0,88	0,77
8	10,3	15,2	30,0	IPE360	IPE300	0,94	0,91
	10,3	15,2	30,0	IPE360	IPE360	0,94	0,90
	10,3	15,2	30,0	IPE360	IPE450	0,94	0,91
12	10,3	15,2	30,0	IPE360	IPE300	0,96	0,94
	10,3	15,2	30,0	IPE360	IPE360	0,96	0,94
	10,3	15,2	30,0	IPE360	IPE450	0,96	0,94
4	12,1	20,3	40,0	IPE360	IPE300	0,85	0,77
	12,1	20,3	40,0	IPE360	IPE360	0,85	0,75
	12,1	20,3	40,0	IPE360	IPE450	0,86	0,75
8	12,1	20,3	40,0	IPE360	IPE300	0,93	0,91
	12,1	20,3	40,0	IPE360	IPE360	0,93	0,90
	12,1	20,3	40,0	IPE360	IPE450	0,93	0,90
12	12,1	20,3	40,0	IPE360	IPE300	0,95	0,94
	12,1	20,3	40,0	IPE360	IPE360	0,95	0,94
	12,1	20,3	40,0	IPE360	IPE450	0,96	0,94

- i. Em ambos os pórticos **PR1** e **PE1**, a relação entre os valores de  $M_I$  e os correspondentes valores de  $M_{II}$  é sempre inferior a 1, ou seja, os momentos de 2ª ordem são sempre superiores aos momentos de 1ª ordem.
- ii. No pórtico **PR1**, a diferença máxima entre os momentos de 2ª ordem e os de 1ª ordem ocorre no pórtico com um vão total de 40m e sujeito a um carregamento que garante  $V_{cr}/V_{sd}=4$  e apresenta um erro de 15%.
- iii. No pórtico **PE1**, a diferença máxima entre os momentos de 2ª ordem e os de 1ª ordem ocorre no pórtico com um vão total de 40m e sujeito a um carregamento que garante  $V_{cr}/V_{sd}=4$  e apresenta um erro de 25%.
- iv. Em ambos os pórticos **PR1** e **PE1**, a diferença entre os momentos de 2ª ordem e os de 1ª ordem diminui com o aumento da relação entre  $V_{cr}/V_{sd}$ .

### Aplicabilidade do MAM proposto pelo EC3 para contabilizar os efeitos P-Δ

De modo a avaliar a aplicabilidade do MAM proposto no EC3 para contabilizar os efeitos P-Δ, utilizou-se a mesma geometria e carregamentos dos pórticos descritos anteriormente e estudou-se a relação entre os momentos de 2ª ordem exactos (SAP) e aproximados (EC3).

Apresenta-se na Tabela A.1.4, a relação entre os valores dos momentos de 2ª ordem exactos ( $M_{II,ex}$ ) e aproximados ( $M_{II,EC3}$ ). A observação dos resultados apresentados na Tabela A.1.4 permite concluir que:

Tabela A.1.4 - Valores dos momentos flectores (Pórticos PR1 e PE1)

$V_{cr}/V_{sd}$	$L_c$	$L_r$	$L_{r,total}$	Coluna	Travessa	Pórtico PR1		Pórtico PE1	
						$M_I / M_{II,EX}$	$M_{II,EC3} / M_{EX}$	$M_I / M_{II,EX}$	$M_{II,EC3} / M_{EX}$
-	m	m	m	-	-	-	-	-	-
4	8,5	10,2	20,0	IPE360	IPE300	0,89	0,92	0,78	0,79
	8,5	10,2	20,0	IPE360	IPE360	0,89	0,93	0,80	0,81
	8,5	10,2	20,0	IPE360	IPE450	0,90	0,94	0,84	0,86
8	8,5	10,2	20,0	IPE360	IPE300	0,95	0,96	0,91	0,91
	8,5	10,2	20,0	IPE360	IPE360	0,95	0,97	0,91	0,92
	8,5	10,2	20,0	IPE360	IPE450	0,95	0,97	0,93	0,94
12	8,5	10,2	20,0	IPE360	IPE300	0,96	0,98	0,94	0,95
	8,5	10,2	20,0	IPE360	IPE360	0,97	0,98	0,95	0,95
	8,5	10,2	20,0	IPE360	IPE450	0,97	0,98	0,95	0,96
4	10,3	15,2	30,0	IPE360	IPE300	0,87	0,89	0,77	0,77
	10,3	15,2	30,0	IPE360	IPE360	0,87	0,89	0,76	0,77
	10,3	15,2	30,0	IPE360	IPE450	0,88	0,91	0,77	0,78
8	10,3	15,2	30,0	IPE360	IPE300	0,94	0,95	0,91	0,91
	10,3	15,2	30,0	IPE360	IPE360	0,94	0,95	0,90	0,91
	10,3	15,2	30,0	IPE360	IPE450	0,94	0,96	0,91	0,91
12	10,3	15,2	30,0	IPE360	IPE300	0,96	0,97	0,94	0,94
	10,3	15,2	30,0	IPE360	IPE360	0,96	0,97	0,94	0,94
	10,3	15,2	30,0	IPE360	IPE450	0,96	0,97	0,94	0,94
4	12,1	20,3	40,0	IPE360	IPE300	0,85	0,87	0,77	0,77
	12,1	20,3	40,0	IPE360	IPE360	0,85	0,87	0,75	0,76
	12,1	20,3	40,0	IPE360	IPE450	0,86	0,88	0,75	0,76
8	12,1	20,3	40,0	IPE360	IPE300	0,93	0,94	0,91	0,91
	12,1	20,3	40,0	IPE360	IPE360	0,93	0,94	0,90	0,90
	12,1	20,3	40,0	IPE360	IPE450	0,93	0,94	0,90	0,90
12	12,1	20,3	40,0	IPE360	IPE300	0,95	0,96	0,94	0,94
	12,1	20,3	40,0	IPE360	IPE360	0,95	0,96	0,94	0,94
	12,1	20,3	40,0	IPE360	IPE450	0,96	0,96	0,94	0,94

- i. Em ambos os pórticos **PR1** e **PE1**, a relação entre os valores de  $M_{II,EC3}$  e os valores de  $M_{II,ex}$  são sempre inferiores a 1, ou seja, o EC3 apresenta sempre estimativas não conservativas dos momentos de 2ª ordem.
- ii. No pórtico **PR1**, o erro maior ocorre no pórtico com um vão total de 20m e sujeito a um carregamento que garante  $V_{cr}/V_{sd}=4$  e é de 13%.
- iii. No pórtico **PE1**, o erro maior ocorre no pórtico com um vão total de 20m e sujeito a um carregamento que garante  $V_{cr}/V_{sd}=4$  e é de 24%.
- iv. Em ambos os pórticos **PE2** e **PE1**, o erro cometido diminui com o aumento da relação entre  $V_{cr}/V_{sd}$ .

### **Configuração deformada**

As configurações deformadas devido ao carregamento vertical e horizontal para os Pórticos **PR1** e **PE1** estão ilustradas nas 4 figuras seguintes:

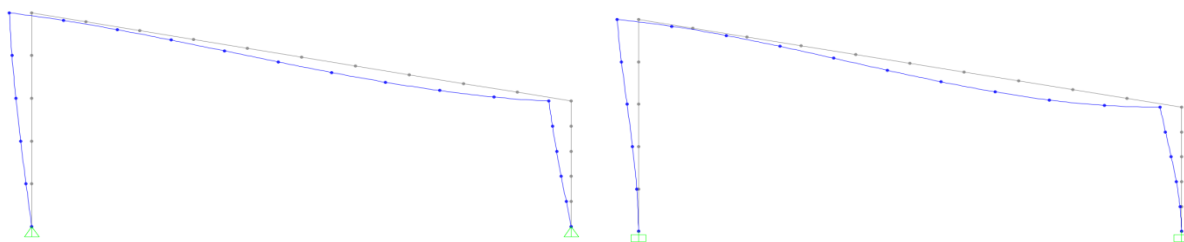


Figura A.1.8 - Configuração deformada devido as cargas horizontais – H (Pórticos PR1 e PE1)

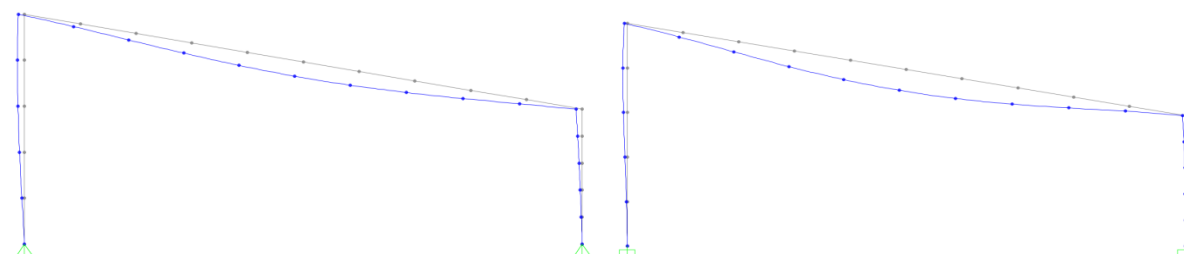


Figura A.1.9 - Configuração deformada devido ao carregamento vertical – W (Pórticos PR1 e PE1)

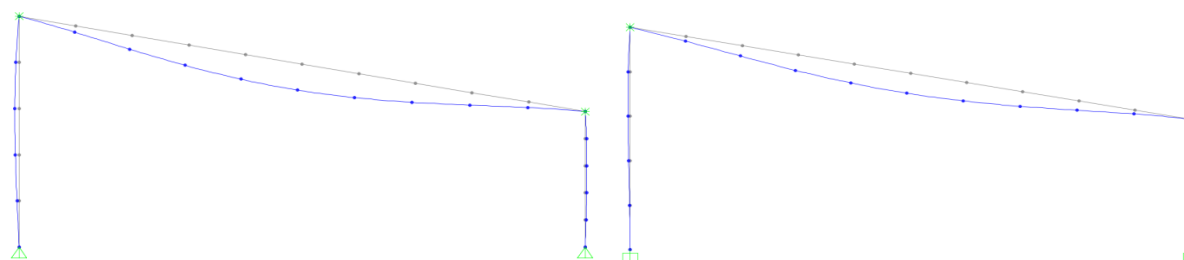


Figura A.1.10 - Configuração deformada com os deslocamentos horizontais impedidos (Pórticos PR1 e PE1)

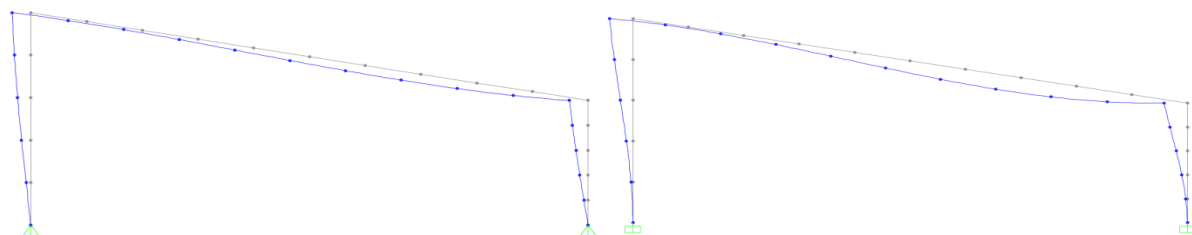


Figura A.1.11 - Configuração deformada associada aos deslocamentos horizontais (Pórticos PR1 e PE1)

### Diagrama de momentos

O diagrama de momentos devido às cargas horizontais dos Pórticos **PR1** e **PE1** estão ilustrados na Figura A.1.12 e Figura 5.58.

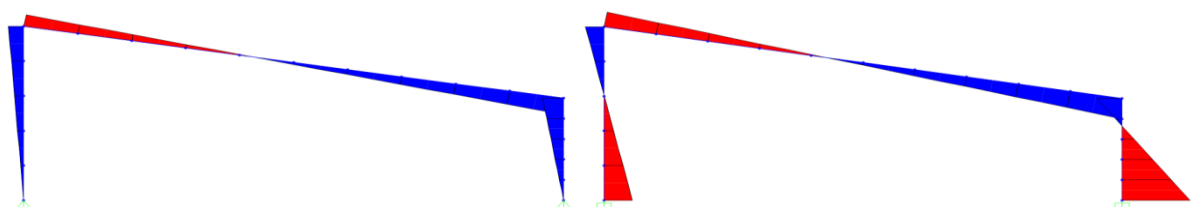


Figura A.1.12 - Diagrama de momentos devido as cargas horizontais –  $M_{DP,I}^H$  (Pórticos PR1 e PE1)

Os diagramas de momentos devidos ao carregamento vertical com deslocamentos horizontais impedidos e devido à acção dos deslocamentos horizontais devidos ao carregamento vertical, para os Pórticos **PR1** e **PE1** estão ilustrados nas Figuras A.1.13 e A.1.14.

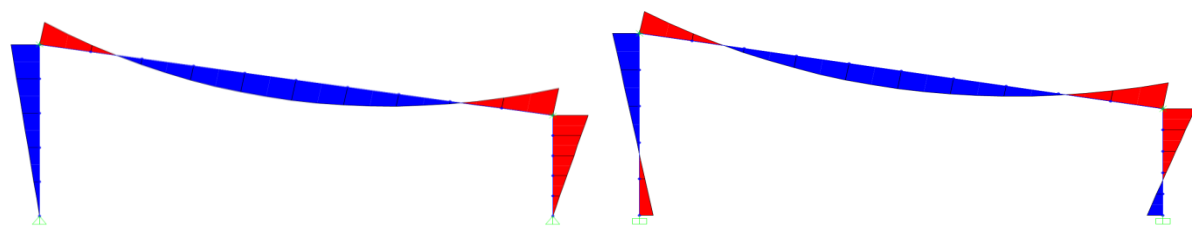


Figura A.1.13 - Diagrama de momentos devido ao carregamento vertical com deslocamentos horizontais impedidos –  $M_{DI,I}$  (Pórticos PR1 e PE1)

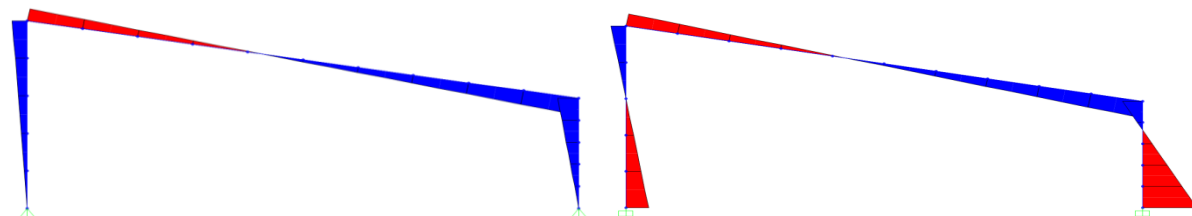


Figura A.1.14 - Diagrama de momentos devido à acção dos deslocamento horizontais devidos ao carregamento vertical -  $M_{DP,I}^R$  (Pórticos PR1 e PE1)

**Comentário**

Comparando as configurações deformadas descritas anteriormente com as configurações dos modos de encurvadura (ver Figura A.1.3 e A.1.4) observa-se que:

- i. A primeira parcela da configuração deformada ( $v_{DP,I}^H$  – Figura A.1.8) apresenta um andamento muito semelhante ao 1º modo de encurvadura (Figura A.1.3).
- ii. A terceira parcela da configuração deformada ( $v_{DI,I}^R$  - Figura A.1.11) apresenta também um andamento muito semelhante ao 1º modo de encurvadura (Figura A.1.3).

Tendo em consideração a formulação de um método indirecto de amplificação dos efeitos de 2ª ordem em pórticos de travessas inclinadas com uma água e com 1 vão, importa mencionar que, no que respeita a relação entre a configuração deformada de 1ª ordem e o respectivo diagrama de momentos flectores, se tem:

- i. A parcela devida às cargas horizontais está associada ao diagrama de momentos  $M_{DP,I}^H$  (ver Figura A.1.12).
- ii. A parcela devida ao carregamento e sem influência dos deslocamentos horizontais dos topos das colunas de extremidade está associada ao diagrama de momentos  $M_{DI,I}$  (ver Figura A.1.13).
- iii. A parcela devida ao carregamento e com influência dos deslocamentos horizontais dos topos das colunas do pórtico sujeito ao carregamento vertical está associada ao diagrama de momentos  $M_{DP,I}^R$  (ver Figura A.1.14).

**Proposta de um método de amplificação**

Tendo por base o que foi mencionado neste anexo, pretende-se agora propor uma metodologia para calcular indirectamente os efeitos de 2ª ordem em pórticos com 1 vão e com uma travessa inclinada. Esta metodologia envolve os seguintes passos:

- i. Calculo dos valores de esforço axial existente nas colunas e travessas devido ao carregamento vertical.
- ii. Determinação do valor da carga de bifurcação,  $V_b^{1 \text{ modo}}$ , associada ao 1º modo de encurvadura.
- iii. Identificação das parcelas da configuração deformada e dos diagramas de momentos flectores correspondentes (a) á acção das cargas horizontais ( $v_{DP,I}^H$  e  $M_{DP,I}^H$ ), (b) á acção do carregamento vertical com os deslocamentos horizontais no topo das colunas impedidos ( $v_{DI,I}$  e  $M_{DI,I}$ ) e (c) á acção dos deslocamentos horizontais devidos á força vertical ( $v_{DP,I}^R$  e  $M_{DP,I}^R$ ).



- iv. Determinação aproximada dos deslocamentos e momentos flectores de 2ª ordem através das expressões:

$$v_{II} = v_{DI,I} + C_{1modo} \cdot v_{DP,I}^H + C_{1modo} \cdot v_{DP,I}^R$$

$$M_{II} = M_{DI,I} + C_{1modo} \cdot M_{DP,I}^H + C_{1modo} \cdot M_{DP,I}^R$$

Onde

$$C_{1modo} = \frac{1}{1 - v_{sd} / v_b^{1modo}}$$

A Figura A.1.15 ilustra o método de amplificação proposto anteriormente para os Pórticos PR1 e PE1.

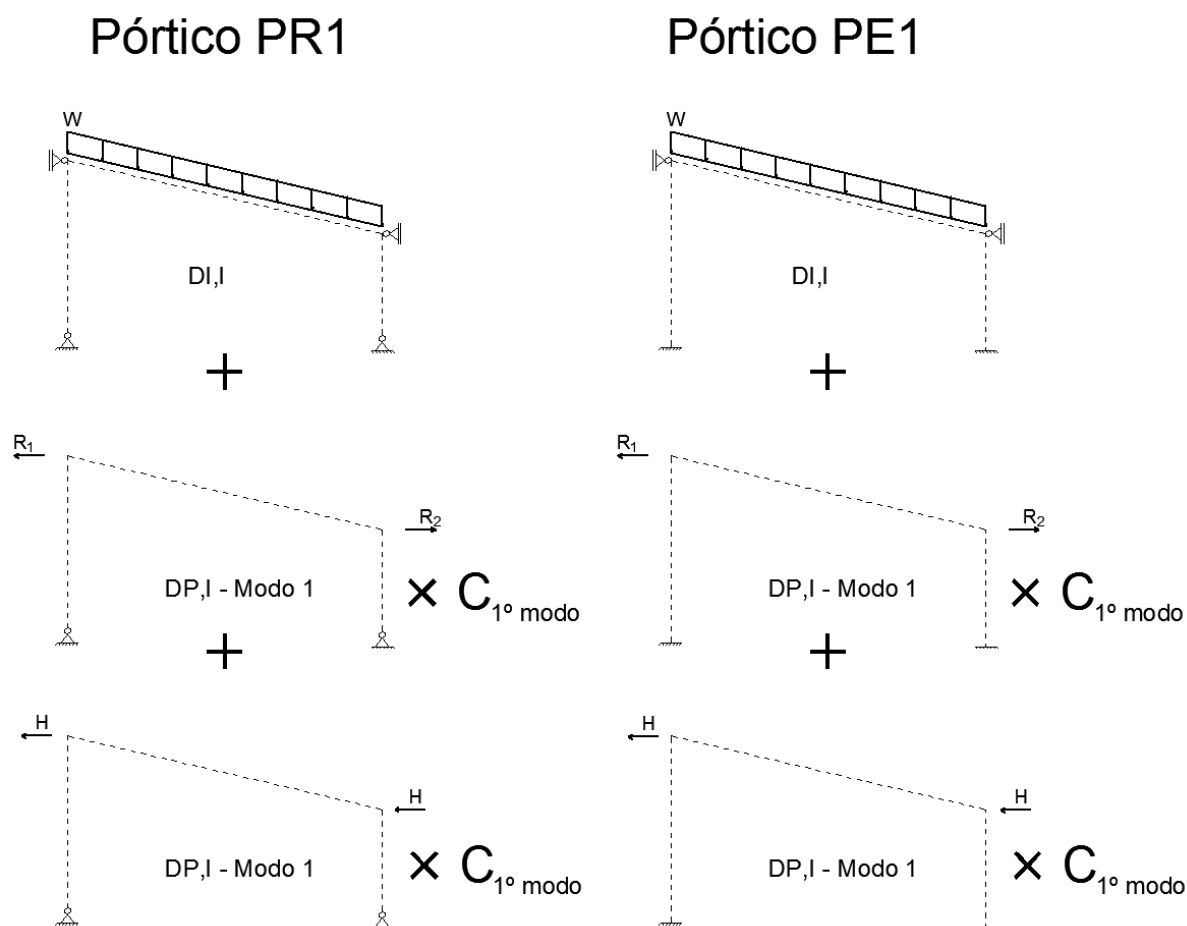


Figura A.1.15 - Proposta de um método de amplificação para ter em consideração os efeitos de 2ª ordem - Pórticos PR1 e PE1

**Estudo Paramétrico**

Vai agora procurar avaliar-se a precisão e o domínio de validade do método de amplificação proposto no capítulo anterior. Com esse objetivo, efetua-se um estudo paramétrico que envolve 27 tipos de pórticos com  $E=210$  GPa e diversas geometrias e carregamentos. Os diversos pórticos estudados apresentam as seguintes características:

- i. Ângulo entre a horizontal e a travessa,  $\alpha=10^\circ$ .
- ii. Comprimento das colunas,  $L_2=5$ m.
- iii. Perfil considerado para as colunas é um IPE360.
- iv. Relação entre o esforço axial nas colunas e a carga crítica associada ao modo crítica,  $F_{Ed}/F_{AS} = 0,25$ .
- v. Relação entre a carga horizontal no topo das colunas e o esforço axial nas colunas,  $H_{Ed}/F_{Ed} = 0,10$ .

Para os diversos pórticos analisados variou-se o comprimento do vão (20, 30 e 40 m) e as Inércias das travessas (IPE300, IPE360 e IPE450).

Nas Tabelas A.1.5 e A.1.6 ilustra-se a relação entre os momentos e deslocamentos de 2ª ordem obtidos usando o método preconizado pelo EC3 e o método de amplificação proposto no capítulo anterior comparativamente ao valor exacto obtido através do programa de elementos finitos SAP2000. Os valores apresentados dizem respeito ao nó de momento flector máximo e/ou deslocamento horizontal máximo. A observação dos resultados apresentados nas Tabelas A.1.5 e A.1.6 permite concluir que:

- i. No Pórtico **PR1** a abordagem preconizada pelo EC3 apresenta um erro que pode chegar aos 13% e apresenta sempre resultados não conservativos.
- ii. No Pórtico **PR1** o método indirecto de amplificação de esforços e deslocamentos proposto apresenta um erro máximo de 6% para os momentos e de 3% para os deslocamentos, sendo que apresenta sempre resultados não conservativos, à excepção de um caso.
- iii. No Pórtico **PE1** a abordagem preconizada pelo EC3 apresenta um erro que pode chegar aos 24% e apresenta sempre resultados não conservativos.
- iv. No Pórtico **PE1** o método indirecto de amplificação de esforços e deslocamentos proposto apresenta um erro máximo de 22% para os momentos e de 10% para os deslocamentos, sendo que apresenta sempre resultados não conservativos.

Tabela A.1.5 - Análise de 2ª ordem (Pórtico PR1)

$V_{cr}/V_{sd}$	$L_1$	$L_{r,total}$	Coluna	Travessa	$M_I / M_{II,EX}$	$M_{II,EC3} / M_{EX}$	$M_{II,PROP} / M_{EX}$	$d_{II,EC3} / d_{EX}$	$d_{II,PROP} / d_{EX}$
-	m	m	-	-	-	-	-	-	-
4	8,5	20,0	IPE360	IPE300	0,89	0,92	0,98	0,84	0,99
	8,5	20,0	IPE360	IPE360	0,89	0,93	0,99	0,83	0,99
	8,5	20,0	IPE360	IPE450	0,90	0,94	1,01	0,84	0,99
8	8,5	20,0	IPE360	IPE300	0,95	0,96	0,99	0,92	0,99
	8,5	20,0	IPE360	IPE360	0,95	0,97	0,99	0,91	0,99
	8,5	20,0	IPE360	IPE450	0,95	0,97	1,00	0,92	0,99
12	8,5	20,0	IPE360	IPE300	0,96	0,98	0,99	0,94	0,99
	8,5	20,0	IPE360	IPE360	0,97	0,98	1,00	0,94	0,99
	8,5	20,0	IPE360	IPE450	0,97	0,98	1,00	0,94	0,99
4	10,3	30,0	IPE360	IPE300	0,87	0,89	0,96	0,80	0,98
	10,3	30,0	IPE360	IPE360	0,87	0,89	0,97	0,79	0,98
	10,3	30,0	IPE360	IPE450	0,88	0,91	0,99	0,79	0,98
8	10,3	30,0	IPE360	IPE300	0,94	0,95	0,98	0,90	0,99
	10,3	30,0	IPE360	IPE360	0,94	0,95	0,98	0,89	0,99
	10,3	30,0	IPE360	IPE450	0,94	0,96	0,99	0,89	0,99
12	10,3	30,0	IPE360	IPE300	0,96	0,97	0,99	0,93	0,99
	10,3	30,0	IPE360	IPE360	0,96	0,97	0,99	0,93	0,99
	10,3	30,0	IPE360	IPE450	0,96	0,97	0,99	0,93	0,99
4	12,1	40,0	IPE360	IPE300	0,85	0,87	0,94	0,77	0,97
	12,1	40,0	IPE360	IPE360	0,85	0,87	0,95	0,77	0,97
	12,1	40,0	IPE360	IPE450	0,86	0,88	0,97	0,77	0,97
8	12,1	40,0	IPE360	IPE300	0,93	0,94	0,97	0,88	0,98
	12,1	40,0	IPE360	IPE360	0,93	0,94	0,97	0,88	0,98
	12,1	40,0	IPE360	IPE450	0,93	0,94	0,98	0,88	0,98
12	12,1	40,0	IPE360	IPE300	0,95	0,96	0,98	0,92	0,99
	12,1	40,0	IPE360	IPE360	0,95	0,96	0,98	0,92	0,99
	12,1	40,0	IPE360	IPE450	0,96	0,96	0,99	0,92	0,99

Tabela A.1.6 - Análise de 2ª ordem (Pórtico PE1)

$V_{cr}/V_{sd}$	$L_c$	$L_{r,total}$	Coluna	Travessa	$M_I / M_{II,EX}$	$M_{II,EC3} / M_{EX}$	$M_{II,PROP} / M_{EX}$	$d_{II,EC3} / d_{EX}$	$d_{II,PROP} / d_{EX}$
-	m	m	-	-	-	-	-	-	-
4	8,5	20,0	IPE360	IPE300	0,78	0,79	0,81	0,75	0,91
	8,5	20,0	IPE360	IPE360	0,80	0,81	0,85	0,74	0,90
	8,5	20,0	IPE360	IPE450	0,84	0,86	0,90	0,75	0,91
8	8,5	20,0	IPE360	IPE300	0,91	0,91	0,92	0,89	0,97
	8,5	20,0	IPE360	IPE360	0,91	0,92	0,94	0,88	0,96
	8,5	20,0	IPE360	IPE450	0,93	0,94	0,96	0,88	0,96
12	8,5	20,0	IPE360	IPE300	0,94	0,95	0,95	0,93	0,98
	8,5	20,0	IPE360	IPE360	0,95	0,95	0,96	0,92	0,98
	8,5	20,0	IPE360	IPE450	0,95	0,96	0,97	0,92	0,97
4	10,3	30,0	IPE360	IPE300	0,77	0,77	0,79	0,76	0,95
	10,3	30,0	IPE360	IPE360	0,76	0,77	0,80	0,73	0,91
	10,3	30,0	IPE360	IPE450	0,77	0,78	0,83	0,72	0,90
8	10,3	30,0	IPE360	IPE300	0,91	0,91	0,92	0,90	1,00
	10,3	30,0	IPE360	IPE360	0,90	0,91	0,92	0,88	0,98
	10,3	30,0	IPE360	IPE450	0,91	0,91	0,93	0,87	0,97
12	10,3	30,0	IPE360	IPE300	0,94	0,94	0,95	0,94	1,00
	10,3	30,0	IPE360	IPE360	0,94	0,94	0,95	0,92	0,99
	10,3	30,0	IPE360	IPE450	0,94	0,94	0,96	0,92	0,98
4	12,1	40,0	IPE360	IPE300	0,77	0,77	0,79	0,77	0,98
	12,1	40,0	IPE360	IPE360	0,75	0,76	0,78	0,73	0,94
	12,1	40,0	IPE360	IPE450	0,75	0,76	0,80	0,71	0,91
8	12,1	40,0	IPE360	IPE300	0,91	0,91	0,92	0,90	1,01
	12,1	40,0	IPE360	IPE360	0,90	0,90	0,92	0,89	1,00
	12,1	40,0	IPE360	IPE450	0,90	0,90	0,92	0,88	0,98
12	12,1	40,0	IPE360	IPE300	0,94	0,94	0,95	0,94	1,01
	12,1	40,0	IPE360	IPE360	0,94	0,94	0,95	0,93	1,00
	12,1	40,0	IPE360	IPE450	0,94	0,94	0,95	0,92	0,99

### Observações

Relativamente à análise de estabilidade e análise de 2ª ordem realizadas neste capítulo a 4 diferentes famílias de pórticos de travessas inclinadas com 2 vãos, extraíram-se as seguintes observações:

- i. Nos Pórticos **PR1** e **PE1** o modo crítico de encurvadura é sempre o modo cuja configuração de instabilidade está ilustrada na Figura A.1.3.
- ii. Os Pórticos **PR1** e **PE1** apresentam um erro entre os momentos de 1ª ordem exactos e os momentos de 2ª ordem exactos superiores a 10%. Verifica-se ainda que o erro entre os momentos de 2ª ordem e os momentos aproximados obtidos através da formulação proposta pelo EC3 é superior a 10%, o que significa que é necessário desenvolver um método de amplificação dos efeitos de 1ª ordem que não se limite a amplificar os efeitos/esforços associados a deslocamentos laterais, tal como é preconizado pelo EC3-1-1. É indispensável amplificar também os efeitos/esforços de 1ª ordem associados às outras parcelas.
- iii. No Pórtico **PR1** a formulação proposta de amplificação dos efeitos de 2ª ordem apresenta quase sempre resultados não conservativos com um erro máximo de 6% entre os momentos de 2ª ordem exactos e os correspondentes valores aproximados.
- iv. No Pórtico **PE1** a formulação proposta de amplificação dos efeitos de 2ª ordem apresenta sempre resultados não conservativos com um erro máximo de 22% entre os momentos de 2ª ordem exactos e os correspondentes valores aproximados.

## Anexo A 2- Verificação dos elementos das travessas sujeitos a flexão composta

Este anexo diz respeito a um estudo complementar realizado no âmbito desta tese. As fórmulas de verificação de elementos sujeitos a flexão composta preconizadas pelo EC3 dependem de coeficientes de momento uniforme equivalente que foram calibrados para vigas simplesmente apoiadas. As travessas dos pórticos apresentam um comportamento entre uma viga simplesmente apoiada e uma viga bi-encastada, dependendo das relações entre os comprimentos/Inércias dos pilares e das travessas. Pretende-se com este estudo avaliar a validade das expressões propostas no EC3 no âmbito de Pórticos com travessas inclinadas.

Realizou-se um estudo paramétrico onde se analisaram 6 pórticos (ver Tabela A.2.1) que diferem (i) no comprimento da travessa e (ii) na Inércia dos pilares. Para cada um dos pórticos variou-se o carregamento vertical de modo a estudar a influência do valor do parâmetro crítico,  $\alpha_{cr}$ .

Tabela A.2.1 – Famílias de Pórticos

Pórtico	$L_c$	$L_t$	Perfil da Viga	Perfil da Coluna
	m	m		
1	3	5	IPE400	IPE400
2	3	10	IPE400	IPE400
3	3	15	IPE400	IPE400
4	3	10	IPE400	IPE400
5	3	10	IPE400	IPE300
6	3	10	IPE400	IPE200

Para cada pórtico estudado foi determinado o rácio entre os esforços actuantes e os resistentes considerando:

- i. Verificação da secção através de uma análise elástica sem entrar com as imperfeições dos elementos.
- ii. Verificação da secção através de uma análise elástica considerando as imperfeições dos elementos.
- iii. Verificação da secção através de uma análise plástica sem entrar com as imperfeições dos elementos.
- iv. Verificação da secção através de uma análise plástica considerando as imperfeições dos elementos.
- v. Verificação do elemento segundo as Equações 6.61 e 6.62 preconizadas pelo EC3 na clausula 6.3.3 (4).

A Figura seguinte ilustra a evolução do Coeficiente de momento uniforme equivalente  $C_m$  em função da relação entre os momentos na extremidade e no meio vão da viga:

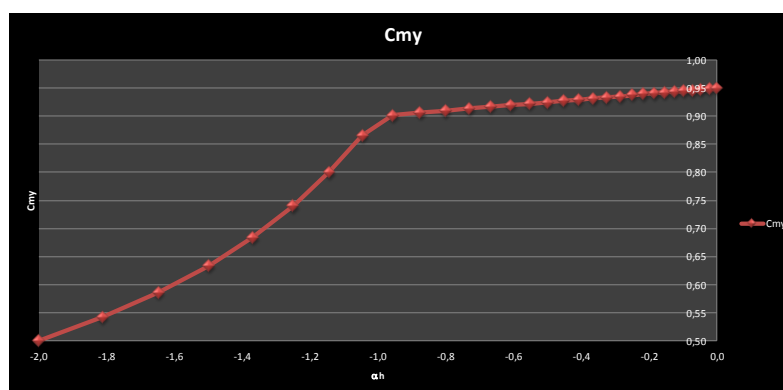


Figura A.2.1 – Evolução do coeficiente de momento uniforme equivalente

Da observação da Figura A.2.1 conclui-se que:

- i. A viga Encastada ( $\alpha_h=-2$ ) apresenta um coeficiente  $C_m=0,5$ .
- ii. A viga Apoiada ( $\alpha_h=0$ ) apresenta um coeficiente  $C_m=0,95$

A Figura seguinte ilustra a evolução do factor de interação  $k_{ij}$  quando se varia a relação entre o esforço axial actuante e o resistente. Apresenta-se os resultados para vários valores de  $\lambda$ .

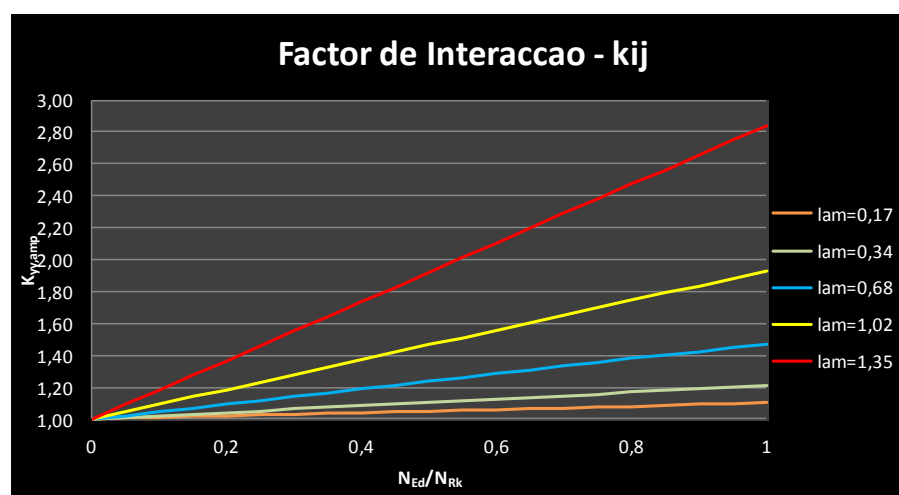


Figura A.2.2 – Evolução do factor de interação  $k_{ij}$

Da observação da Figura A.2.2 concluir-se que:

- i. O factor de interação aumenta com o aumento da relação entre o esforço axial actuante e o resistente.
- ii. O factor de interação aumenta com o aumento da esbelteza normalizada,  $\lambda$ .

**Pórtico 1**

Tabela A.2.2 – Verificação da travessa do pórtico 1 sujeito a flexão composta

Portico - Viga												
$\gamma$	W	N	$\alpha_{cr}$	Análise Elástica		Análise Plástica		Flexao Composta Eq. 6.61 - Elástica	Flexao Composta Eq. 6.61 - Plástica	Factor Interaccao $k_{yy,viga}$	Analise Elastica - Racio	Analise Plastica - Racio
				Sem Imp. Resist. Secção	Com Imp. Resist. Secção	Sem Imp. Resist. Secção	Com Imp. Resist. Secção					
0,19	771,2	-375,5	4,0	3,31	3,34	2,81	2,84	2,98	2,65	0,91	89%	93%
0,19	616,9	-300,4	5,0	2,64	2,66	2,24	2,27	2,38	2,12	0,91	90%	94%
0,19	514,1	-250,3	6,0	2,19	2,21	1,87	1,88	1,98	1,76	0,91	90%	94%
0,19	440,7	-214,5	7,0	1,88	1,89	1,60	1,61	1,70	1,51	0,91	90%	94%
0,19	385,6	-187,7	8,0	1,64	1,66	1,39	1,41	1,49	1,32	0,91	90%	94%
0,19	342,7	-166,9	9,0	1,46	1,47	1,24	1,25	1,32	1,17	0,91	90%	94%
0,19	308,5	-150,2	10,0	1,31	1,32	1,11	1,13	1,19	1,06	0,91	90%	94%
0,19	280,4	-136,5	11,0	1,19	1,20	1,01	1,02	1,08	0,96	0,91	90%	94%
0,19	257,1	-125,2	12,0	1,09	1,10	0,93	0,94	0,99	0,88	0,91	90%	94%
0,19	237,3	-115,5	13,0	1,01	1,02	0,86	0,86	0,91	0,81	0,91	90%	94%
0,19	220,3	-107,3	14,0	0,93	0,94	0,79	0,80	0,85	0,75	0,91	90%	94%

Tabela A.2.3 – Verificação de uma viga simplesmente apoiada sujeita a flexão composta

Viga Simplesmente Apoiada												
$\gamma$	W	N	$\alpha_{cr}$	Análise Elástica		Análise Plástica		Flexao Composta Eq. 6.61 - Elástica	Flexao Composta Eq. 6.61 - Plástica	Factor Interaccao $k_{yy,viga}$	Analise Elastica - Racio	Analise Plastica - Racio
				Sem Imp. Resist. Secção	Com Imp. Resist. Secção	Sem Imp. Resist. Secção	Com Imp. Resist. Secção					
0,19	771,2	-375,5	4,0	6,13	6,14	5,31	5,32	5,85	5,19	0,97	95%	98%
0,19	616,9	-300,4	5,0	4,88	4,89	4,23	4,24	4,66	4,13	0,97	95%	98%
0,19	514,1	-250,3	6,0	4,06	4,06	3,51	3,52	3,87	3,43	0,97	95%	98%
0,19	440,7	-214,5	7,0	3,47	3,48	3,00	3,01	3,31	2,94	0,96	95%	97%
0,19	385,6	-187,7	8,0	3,03	3,04	2,63	2,63	2,89	2,56	0,96	95%	97%
0,19	342,7	-166,9	9,0	2,69	2,70	2,33	2,34	2,57	2,28	0,96	95%	97%
0,19	308,5	-150,2	10,0	2,42	2,42	2,10	2,10	2,31	2,05	0,96	95%	97%
0,19	280,4	-136,5	11,0	2,20	2,20	1,90	1,91	2,10	1,86	0,96	95%	97%
0,19	257,1	-125,2	12,0	2,01	2,02	1,74	1,75	1,92	1,70	0,96	95%	97%
0,19	237,3	-115,5	13,0	1,86	1,86	1,61	1,61	1,77	1,57	0,96	95%	97%
0,19	220,3	-107,3	14,0	1,72	1,73	1,49	1,50	1,64	1,46	0,96	95%	97%

Tabela A.2.4 – Verificação de uma viga Bi-Encastrada sujeita a flexão composta

Viga Encastrada												
$\gamma$	W	N	$\alpha_{cr}$	Análise Elástica		Análise Plástica		Flexao Composta Eq. 6.61 - Elástica	Flexao Composta Eq. 6.61 - Plástica	Factor Interaccao $k_{yy,viga}$	Analise Elastica - Racio	Analise Plastica - Racio
				Sem Imp. Resist. Secção	Com Imp. Resist. Secção	Sem Imp. Resist. Secção	Com Imp. Resist. Secção					
0,19	771,2	-375,5	4,0	4,06	4,06	3,48	3,49	2,08	1,86	0,50	51%	53%
0,19	616,9	-300,4	5,0	3,24	3,25	2,78	2,79	1,67	1,48	0,50	51%	53%
0,19	514,1	-250,3	6,0	2,70	2,71	2,32	2,32	1,39	1,24	0,50	51%	53%
0,19	440,7	-214,5	7,0	2,31	2,32	1,98	1,99	1,19	1,06	0,50	51%	53%
0,19	385,6	-187,7	8,0	2,02	2,03	1,74	1,74	1,04	0,93	0,50	51%	53%
0,19	342,7	-166,9	9,0	1,80	1,80	1,54	1,55	0,93	0,82	0,50	51%	53%
0,19	308,5	-150,2	10,0	1,62	1,62	1,39	1,39	0,83	0,74	0,50	51%	53%
0,19	280,4	-136,5	11,0	1,47	1,47	1,26	1,26	0,76	0,68	0,50	51%	53%
0,19	257,1	-125,2	12,0	1,35	1,35	1,16	1,16	0,69	0,62	0,50	51%	53%
0,19	237,3	-115,5	13,0	1,24	1,25	1,07	1,07	0,64	0,57	0,50	51%	53%
0,19	220,3	-107,3	14,0	1,16	1,16	0,99	0,99	0,59	0,53	0,50	51%	53%

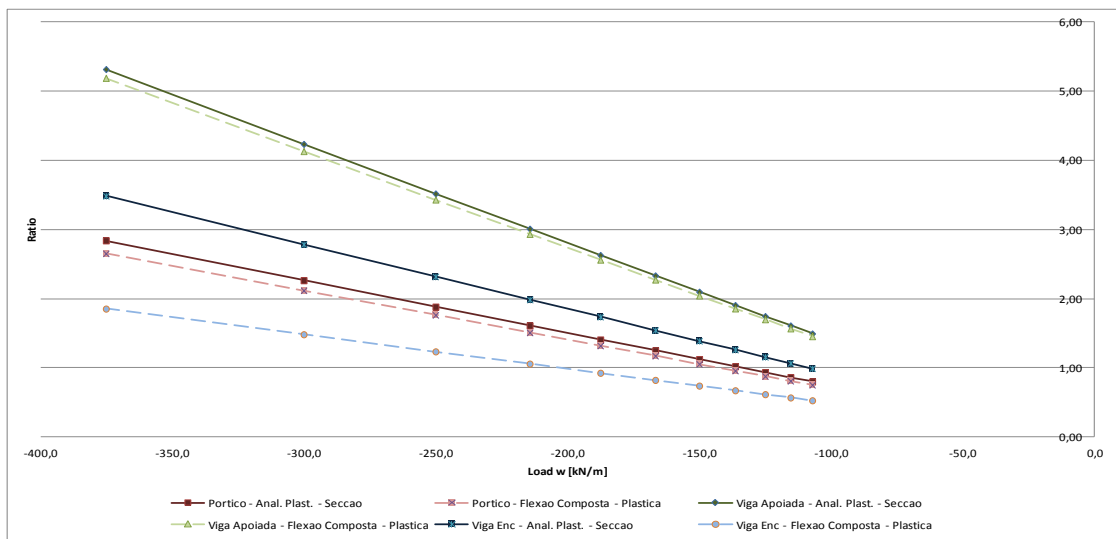


Figura A.2.3 – Relação entre o rácio do elemento sujeito à flexão composta para diferentes carregamentos verticais – Pórtico 1

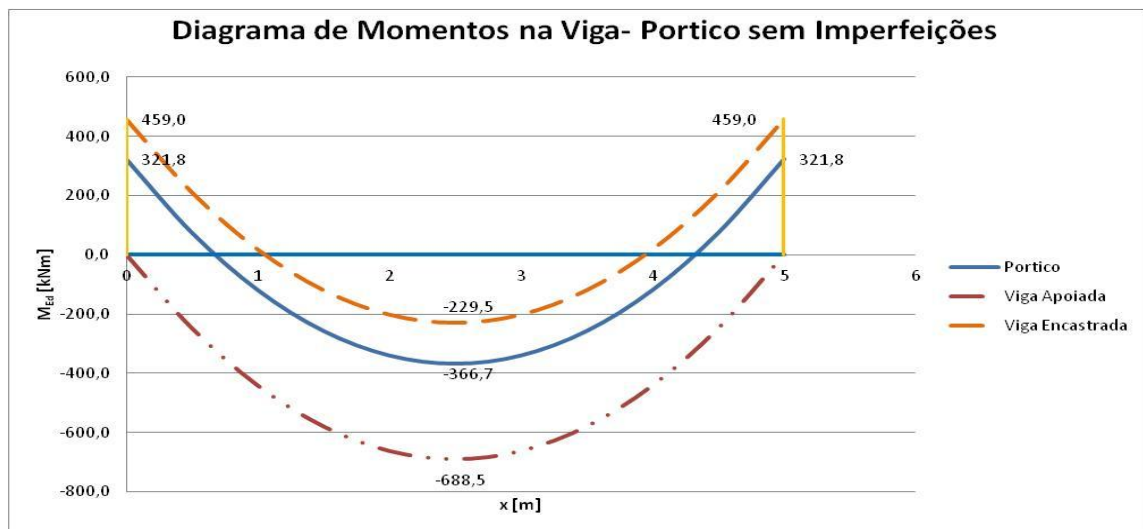


Figura A.2.4 – Diagrama de momentos



**Pórtico 2**

Tabela A.2.5 – Verificação da travessa do pórtico 2 sujeito a flexão composta

$\gamma$	W	N	$\alpha_{cr}$	Portico - Viga									
				Análise Elástica		Análise Plástica		Flexao Composta Eq. 6.61 - Elástica	Flexao Composta Eq. 6.61 - Plástica	Factor Interacao $k_{yy,viga}$	Analise Elastica - Racio	Analise Plastica - Racio	
				Sem Imp.	Com Imp.	Sem Imp.	Com Imp.						
-	kN/m	kN	-	Resist. Secção	Resist. Secção	Resist. Secção	Resist. Secção						
0,46	269,8	-617,0	4,0	4,92	4,93	4,16	4,18	3,84	3,42	0,80	78%	82%	
0,46	215,8	-493,6	5,0	3,90	3,91	3,30	3,31	3,04	2,71	0,79	78%	82%	
0,46	179,9	-411,3	6,0	3,23	3,24	2,73	2,74	2,52	2,24	0,79	78%	82%	
0,46	154,2	-352,5	7,0	2,76	2,77	2,33	2,34	2,15	1,91	0,78	78%	82%	
0,46	134,9	-308,5	8,0	2,41	2,41	2,04	2,04	1,87	1,67	0,78	78%	82%	
0,46	119,9	-274,2	9,0	2,13	2,14	1,81	1,81	1,66	1,48	0,78	77%	82%	
0,46	107,9	-246,8	10,0	1,92	1,92	1,62	1,63	1,49	1,33	0,78	77%	82%	
0,46	98,1	-224,3	11,0	1,74	1,74	1,47	1,48	1,35	1,20	0,77	77%	81%	
0,46	89,9	-205,7	12,0	1,59	1,60	1,35	1,35	1,24	1,10	0,77	77%	81%	
0,46	83,0	-189,8	13,0	1,47	1,47	1,24	1,25	1,14	1,02	0,77	77%	81%	
0,46	77,1	-176,3	14,0	1,36	1,37	1,15	1,16	1,06	0,94	0,77	77%	81%	

Tabela A.2.6 – Verificação de uma viga simplesmente apoiada sujeita a flexão composta

$\gamma$	W	N	$\alpha_{cr}$	Viga Simplesmente Apoiada									
				Análise Elástica		Análise Plástica		Flexao Composta Eq. 6.61 - Elástica	Flexao Composta Eq. 6.61 - Plástica	Factor Interacao $k_{yy,viga}$	Analise Elastica - Racio	Analise Plastica - Racio	
				Sem Imp.	Com Imp.	Sem Imp.	Com Imp.						
-	kN/m	kN	-	Resist. Secção	Resist. Secção	Resist. Secção	Resist. Secção						
0,46	269,8	-617,0	4,0	9,70	9,73	8,39	8,43	9,25	8,21	1,09	95%	97%	
0,46	215,8	-493,6	5,0	7,53	7,56	6,51	6,54	7,21	6,40	1,07	95%	98%	
0,46	179,9	-411,3	6,0	6,15	6,18	5,32	5,35	5,90	5,24	1,05	95%	98%	
0,46	154,2	-352,5	7,0	5,20	5,23	4,50	4,52	4,99	4,43	1,03	96%	98%	
0,46	134,9	-308,5	8,0	4,51	4,53	3,90	3,92	4,33	3,84	1,02	96%	98%	
0,46	119,9	-274,2	9,0	3,97	4,00	3,43	3,45	3,82	3,39	1,01	96%	98%	
0,46	107,9	-246,8	10,0	3,56	3,57	3,07	3,09	3,42	3,03	1,01	96%	98%	
0,46	98,1	-224,3	11,0	3,22	3,23	2,78	2,79	3,09	2,74	1,00	96%	98%	
0,46	89,9	-205,7	12,0	2,94	2,95	2,54	2,55	2,82	2,50	1,00	96%	98%	
0,46	83,0	-189,8	13,0	2,70	2,72	2,33	2,35	2,59	2,30	0,99	96%	98%	
0,46	77,1	-176,3	14,0	2,50	2,51	2,16	2,17	2,40	2,13	0,99	95%	98%	

Tabela A.2.7 – Verificação de uma viga Bi-Encastrada sujeita a flexão composta

$\gamma$	W	N	$\alpha_{cr}$	Viga Encastrada									
				Análise Elástica		Análise Plástica		Flexao Composta Eq. 6.61 - Elástica	Flexao Composta Eq. 6.61 - Plástica	Factor Interacao $k_{yy,viga}$	Analise Elastica - Racio	Analise Plastica - Racio	
				Sem Imp.	Com Imp.	Sem Imp.	Com Imp.						
-	kN/m	kN	-	Resist. Secção	Resist. Secção	Resist. Secção	Resist. Secção						
0,46	269,8	-617,0	4,0	5,82	5,84	4,96	4,99	3,07	2,74	0,52	53%	55%	
0,46	215,8	-493,6	5,0	4,63	4,65	3,95	3,97	2,44	2,18	0,52	52%	55%	
0,46	179,9	-411,3	6,0	3,85	3,86	3,28	3,30	2,02	1,80	0,51	52%	55%	
0,46	154,2	-352,5	7,0	3,29	3,31	2,81	2,82	1,73	1,54	0,51	52%	55%	
0,46	134,9	-308,5	8,0	2,87	2,89	2,45	2,46	1,51	1,34	0,51	52%	55%	
0,46	119,9	-274,2	9,0	2,55	2,56	2,18	2,19	1,34	1,19	0,51	52%	55%	
0,46	107,9	-246,8	10,0	2,29	2,30	1,96	1,97	1,20	1,07	0,51	52%	54%	
0,46	98,1	-224,3	11,0	2,08	2,09	1,78	1,79	1,09	0,97	0,51	52%	54%	
0,46	89,9	-205,7	12,0	1,91	1,92	1,63	1,64	1,00	0,89	0,51	52%	54%	
0,46	83,0	-189,8	13,0	1,76	1,77	1,50	1,51	0,92	0,82	0,51	52%	54%	
0,46	77,1	-176,3	14,0	1,63	1,64	1,39	1,40	0,85	0,76	0,51	52%	54%	

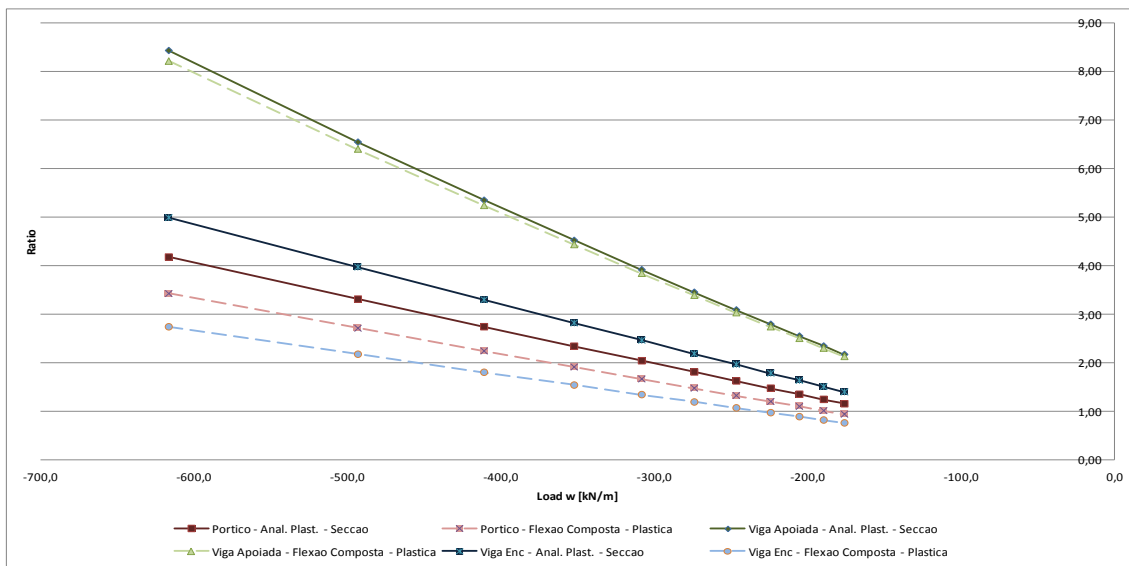


Figura A.2.5 – Relação entre o rácio do elemento sujeito à flexão composta para diferentes carregamentos verticais – Pórtico 2

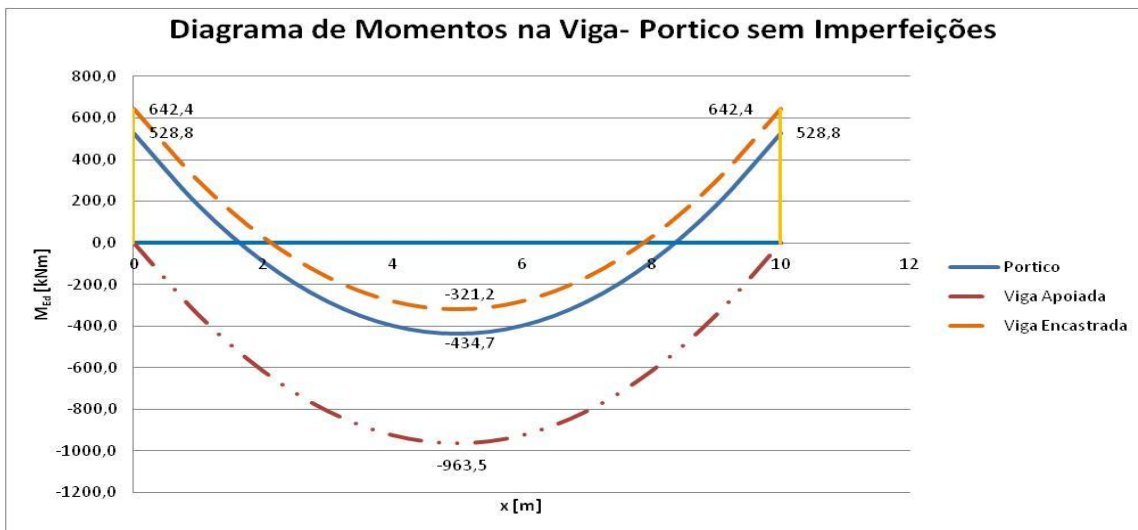


Figura A.2.6 – Diagrama de momentos

### Pórtico 3

Tabela A.2.8 – Verificação da travessa do pórtico 3 sujeito a flexão composta

$\gamma$	W	N	$\alpha_{cr}$	Pórtico - Viga								
				Análise Elástica		Análise Plástica		Flexão Composta Eq. 6.61 - Elástica	Flexão Composta Eq. 6.61 - Plástica	Factor Interacção $k_{yy,viga}$	Análise Elástica - Rácio	Análise Plástica - Rácio
				Sem Imp. Resist. Secção	Com Imp. Resist. Secção	Sem Imp. Resist. Secção	Com Imp. Resist. Secção					
0,73	123,1	-672,3	4,0	5,69	5,73	4,89	4,92	3,98	3,55	0,76	69%	72%
0,73	98,5	-537,8	5,0	4,45	4,47	3,76	3,78	3,12	2,78	0,74	70%	73%
0,73	82,0	-448,2	6,0	3,65	3,67	3,09	3,11	2,56	2,29	0,73	70%	74%
0,73	70,3	-384,2	7,0	3,10	3,12	2,62	2,64	2,17	1,94	0,72	70%	74%
0,73	61,5	-336,1	8,0	2,69	2,71	2,28	2,29	1,89	1,68	0,71	70%	74%
0,73	54,7	-298,8	9,0	2,38	2,39	2,01	2,02	1,67	1,49	0,71	70%	74%
0,73	49,2	-268,9	10,0	2,13	2,14	1,80	1,81	1,49	1,33	0,71	70%	74%
0,73	44,8	-244,5	11,0	1,93	1,94	1,63	1,64	1,35	1,21	0,70	70%	73%
0,73	41,0	-224,1	12,0	1,77	1,77	1,49	1,50	1,23	1,10	0,70	70%	73%
0,73	37,9	-206,9	13,0	1,63	1,63	1,37	1,38	1,14	1,01	0,70	70%	73%
0,73	35,2	-192,1	14,0	1,51	1,51	1,27	1,28	1,05	0,94	0,70	70%	73%

Tabela A.2.9 – Verificação de uma viga simplesmente apoiada sujeita a flexão composta

$\gamma$	W	N	$\alpha_{cr}$	Viga Simplesmente Apoiada								
				Análise Elástica		Análise Plástica		Flexão Composta Eq. 6.61 - Elástica	Flexão Composta Eq. 6.61 - Plástica	Factor Interacção $k_{yy,viga}$	Análise Elástica - Rácio	Análise Plástica - Rácio
				Sem Imp. Resist. Secção	Com Imp. Resist. Secção	Sem Imp. Resist. Secção	Com Imp. Resist. Secção					
0,73	123,1	-672,3	4,0	12,70	12,77	11,21	11,27	11,10	9,86	1,27	87%	88%
0,73	98,5	-537,8	5,0	9,29	9,35	8,06	8,11	8,45	7,51	1,20	90%	93%
0,73	82,0	-448,2	6,0	7,33	7,38	6,35	6,40	6,80	6,05	1,16	92%	95%
0,73	70,3	-384,2	7,0	6,05	6,09	5,24	5,28	5,69	5,06	1,13	93%	96%
0,73	61,5	-336,1	8,0	5,15	5,19	4,45	4,49	4,88	4,34	1,11	94%	97%
0,73	54,7	-298,8	9,0	4,48	4,52	3,88	3,91	4,27	3,80	1,09	95%	97%
0,73	49,2	-268,9	10,0	3,97	4,00	3,43	3,46	3,80	3,38	1,08	95%	98%
0,73	44,8	-244,5	11,0	3,56	3,59	3,08	3,10	3,42	3,04	1,07	95%	98%
0,73	41,0	-224,1	12,0	3,23	3,26	2,79	2,81	3,11	2,76	1,06	95%	98%
0,73	37,9	-206,9	13,0	2,95	2,98	2,55	2,57	2,85	2,53	1,05	96%	98%
0,73	35,2	-192,1	14,0	2,72	2,74	2,35	2,37	2,63	2,34	1,04	96%	99%

Tabela A.2.10 – Verificação de uma viga Bi-Encastrada sujeita a flexão composta

$\gamma$	W	N	$\alpha_{cr}$	Viga Encastrada								
				Análise Elástica		Análise Plástica		Flexão Composta Eq. 6.61 - Elástica	Flexão Composta Eq. 6.61 - Plástica	Factor Interacção $k_{yy,viga}$	Análise Elástica - Rácio	Análise Plástica - Rácio
				Sem Imp. Resist. Secção	Com Imp. Resist. Secção	Sem Imp. Resist. Secção	Com Imp. Resist. Secção					
0,73	123,1	-672,3	4,0	6,18	6,22	5,35	5,39	3,34	2,98	0,55	54%	55%
0,73	98,5	-537,8	5,0	4,89	4,92	4,16	4,20	2,63	2,35	0,54	53%	56%
0,73	82,0	-448,2	6,0	4,04	4,07	3,44	3,47	2,17	1,93	0,53	53%	56%
0,73	70,3	-384,2	7,0	3,45	3,47	2,93	2,96	1,84	1,64	0,53	53%	56%
0,73	61,5	-336,1	8,0	3,00	3,03	2,56	2,58	1,60	1,43	0,52	53%	55%
0,73	54,7	-298,8	9,0	2,66	2,68	2,27	2,28	1,42	1,27	0,52	53%	55%
0,73	49,2	-268,9	10,0	2,39	2,41	2,03	2,05	1,27	1,13	0,52	53%	55%
0,73	44,8	-244,5	11,0	2,17	2,18	1,85	1,86	1,15	1,03	0,52	53%	55%
0,73	41,0	-224,1	12,0	1,98	2,00	1,69	1,70	1,05	0,94	0,52	53%	55%
0,73	37,9	-206,9	13,0	1,83	1,84	1,56	1,57	0,97	0,87	0,52	53%	55%
0,73	35,2	-192,1	14,0	1,70	1,71	1,44	1,46	0,90	0,80	0,51	53%	55%

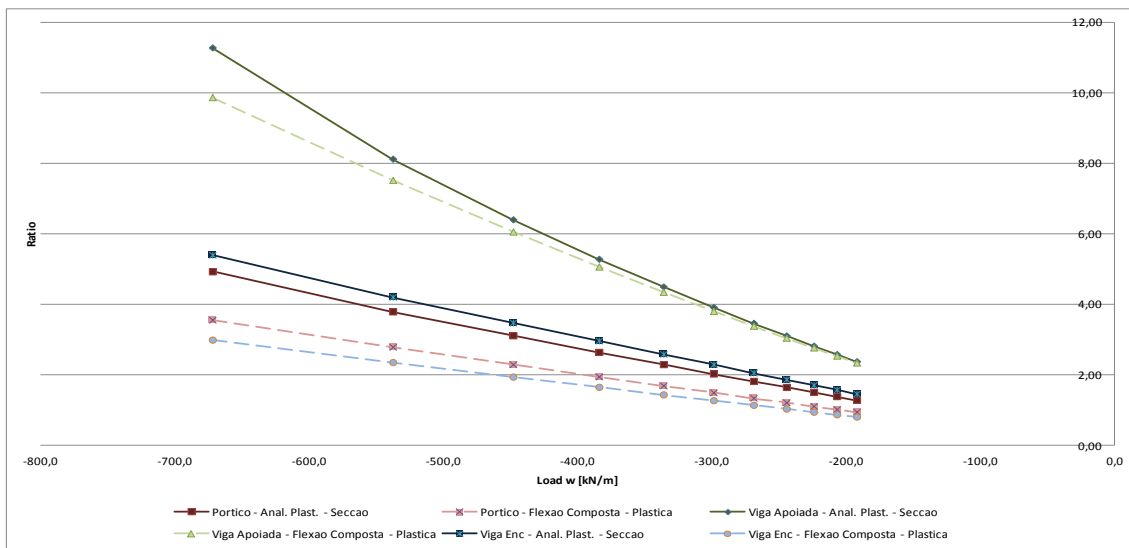


Figura A.2.7 – Relação entre o rácio do elemento sujeito à flexão composta para diferentes carregamentos verticais – Pórtico 3

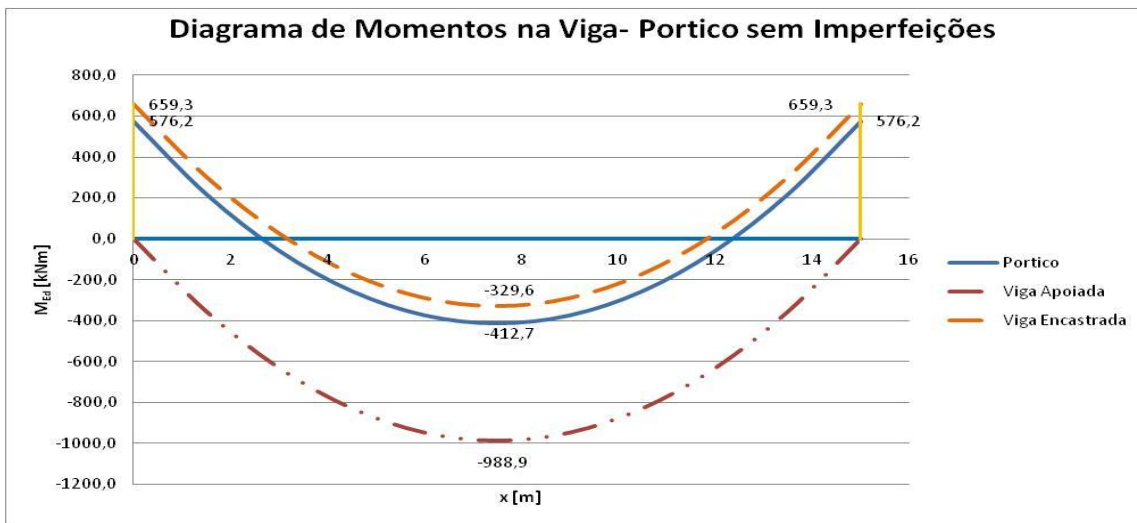


Figura A.2.8 – Diagrama de momentos

**Pórtico 4**

Tabela A.2.11 – Verificação da travessa do pórtico 4 sujeito a flexão composta

$\gamma$	W	N	$\alpha_{cr}$	Pórtico - Viga									
				Análise Elástica		Análise Plástica		Flexão Composta Eq. 6.61 - Elástica	Flexão Composta Eq. 6.61 - Plástica	Factor Interaçao $k_{yy,viga}$	Análise Elástica - Rácio	Análise Plástica - Rácio	
				Sem Imp.	Com Imp.	Sem Imp.	Com Imp.						
-	kN/m	kN	-	Resist. Secção	Resist. Secção	Resist. Secção	Resist. Secção						
0,46	269,8	-617,0	4,0	4,92	4,93	4,16	4,18	3,84	3,42	0,80	78%	82%	
0,46	215,8	-493,6	5,0	3,90	3,91	3,30	3,31	3,04	2,71	0,79	78%	82%	
0,46	179,9	-411,3	6,0	3,23	3,24	2,73	2,74	2,52	2,24	0,79	78%	82%	
0,46	154,2	-352,5	7,0	2,76	2,77	2,33	2,34	2,15	1,91	0,78	78%	82%	
0,46	134,9	-308,5	8,0	2,41	2,41	2,04	2,04	1,87	1,67	0,78	78%	82%	
0,46	119,9	-274,2	9,0	2,13	2,14	1,81	1,81	1,66	1,48	0,78	77%	82%	
0,46	107,9	-246,8	10,0	1,92	1,92	1,62	1,63	1,49	1,33	0,78	77%	82%	
0,46	98,1	-224,3	11,0	1,74	1,74	1,47	1,48	1,35	1,20	0,77	77%	81%	
0,46	89,9	-205,7	12,0	1,59	1,60	1,35	1,35	1,24	1,10	0,77	77%	81%	
0,46	83,0	-189,8	13,0	1,47	1,47	1,24	1,25	1,14	1,02	0,77	77%	81%	
0,46	77,1	-176,3	14,0	1,36	1,37	1,15	1,16	1,06	0,94	0,77	77%	81%	

Tabela A.2.12 – Verificação de uma viga simplesmente apoiada sujeita a flexão composta

$\gamma$	W	N	$\alpha_{cr}$	Viga Simplesmente Apoiada								
				Análise Elástica		Análise Plástica		Flexão Composta Eq. 6.61 - Elástica	Flexão Composta Eq. 6.61 - Plástica	Factor Interaçao $k_{yy,viga}$	Análise Elástica - Rácio	Análise Plástica - Rácio
				Sem Imp.	Com Imp.	Sem Imp.	Com Imp.					
-	kN/m	kN	-	Resist. Secção	Resist. Secção	Resist. Secção	Resist. Secção					
0,46	269,8	-617,0	4,0	9,70	9,73	8,39	8,43	9,25	8,21	1,09	95%	97%
0,46	215,8	-493,6	5,0	7,53	7,56	6,51	6,54	7,21	6,40	1,07	95%	98%
0,46	179,9	-411,3	6,0	6,15	6,18	5,32	5,35	5,90	5,24	1,05	95%	98%
0,46	154,2	-352,5	7,0	5,20	5,23	4,50	4,52	4,99	4,43	1,03	96%	98%
0,46	134,9	-308,5	8,0	4,51	4,53	3,90	3,92	4,33	3,84	1,02	96%	98%
0,46	119,9	-274,2	9,0	3,97	4,00	3,43	3,45	3,82	3,39	1,01	96%	98%
0,46	107,9	-246,8	10,0	3,56	3,57	3,07	3,09	3,42	3,03	1,01	96%	98%
0,46	98,1	-224,3	11,0	3,22	3,23	2,78	2,79	3,09	2,74	1,00	96%	98%
0,46	89,9	-205,7	12,0	2,94	2,95	2,54	2,55	2,82	2,50	1,00	96%	98%
0,46	83,0	-189,8	13,0	2,70	2,72	2,33	2,35	2,59	2,30	0,99	96%	98%
0,46	77,1	-176,3	14,0	2,50	2,51	2,16	2,17	2,40	2,13	0,99	95%	98%

Tabela A.2.13 – Verificação de uma viga Bi-Encastrada sujeita a flexão composta

$\gamma$	W	N	$\alpha_{cr}$	Viga Encastrada								
				Análise Elástica		Análise Plástica		Flexão Composta Eq. 6.61 - Elástica	Flexão Composta Eq. 6.61 - Plástica	Factor Interaçao $k_{yy,viga}$	Análise Elástica - Rácio	Análise Plástica - Rácio
				Sem Imp.	Com Imp.	Sem Imp.	Com Imp.					
-	kN/m	kN	-	Resist. Secção	Resist. Secção	Resist. Secção	Resist. Secção					
0,46	269,8	-617,0	4,0	5,82	5,84	4,96	4,99	3,07	2,74	0,52	53%	55%
0,46	215,8	-493,6	5,0	4,63	4,65	3,95	3,97	2,44	2,18	0,52	52%	55%
0,46	179,9	-411,3	6,0	3,85	3,86	3,28	3,30	2,02	1,80	0,51	52%	55%
0,46	154,2	-352,5	7,0	3,29	3,31	2,81	2,82	1,73	1,54	0,51	52%	55%
0,46	134,9	-308,5	8,0	2,87	2,89	2,45	2,46	1,51	1,34	0,51	52%	55%
0,46	119,9	-274,2	9,0	2,55	2,56	2,18	2,19	1,34	1,19	0,51	52%	55%
0,46	107,9	-246,8	10,0	2,29	2,30	1,96	1,97	1,20	1,07	0,51	52%	54%
0,46	98,1	-224,3	11,0	2,08	2,09	1,78	1,79	1,09	0,97	0,51	52%	54%
0,46	89,9	-205,7	12,0	1,91	1,92	1,63	1,64	1,00	0,89	0,51	52%	54%
0,46	83,0	-189,8	13,0	1,76	1,77	1,50	1,51	0,92	0,82	0,51	52%	54%
0,46	77,1	-176,3	14,0	1,63	1,64	1,39	1,40	0,85	0,76	0,51	52%	54%

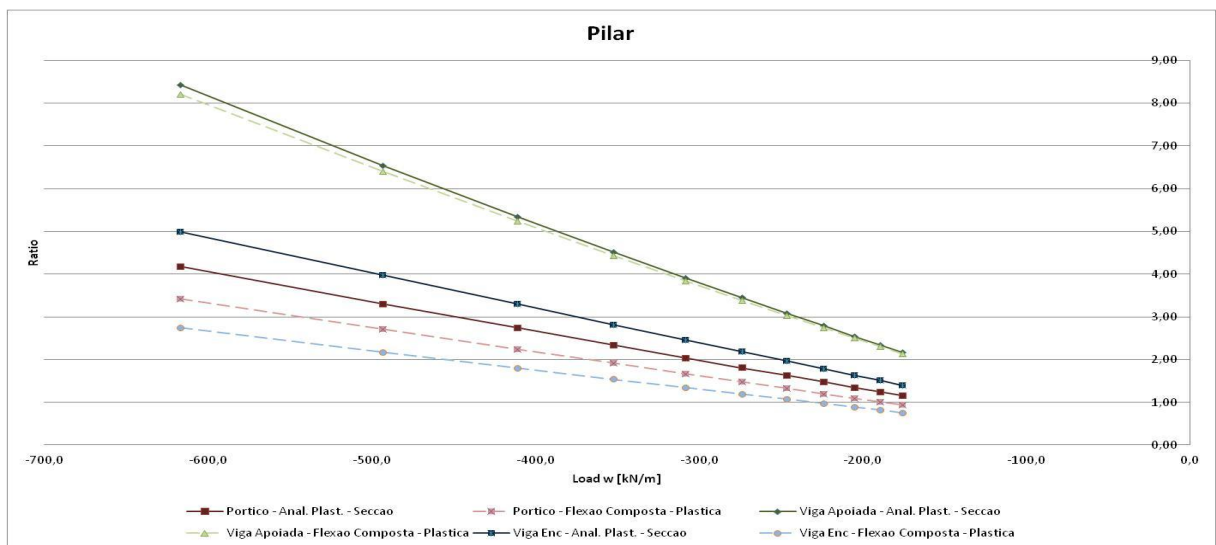


Figura A.2.9 – Relação entre o rácio do elemento sujeito à flexão composta para diferentes carregamentos verticais – Pórtico 4

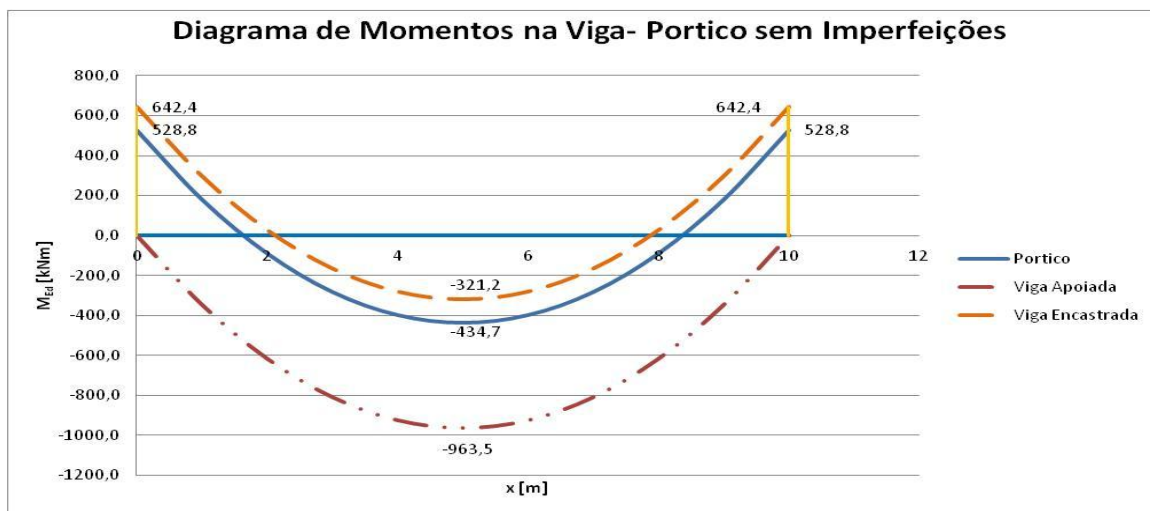


Figura A.2.10 – Diagrama de momentos

## Pórtico 5

Tabela A.2.14 – Verificação da travessa do pórtico 5 sujeito a flexão composta

$\gamma$	W	N	$\alpha_{cr}$	Portico - Viga								
				Análise Elástica		Análise Plástica		Flexao Composta Eq. 6.61 - Elástica	Flexao Composta Eq. 6.61 - Plástica	Factor Interacao $k_{yy,viga}$	Analise Elastica - Racio	Analise Plastica - Racio
				Sem Imp. Resist. Secção	Com Imp. Resist. Secção	Sem Imp. Resist. Secção	Com Imp. Resist. Secção					
0,35	161,6	-284,9	4,0	3,06	3,09	2,62	2,64	2,80	2,49	0,95	91%	94%
0,35	129,3	-227,9	5,0	2,43	2,45	2,08	2,10	2,22	1,97	0,94	91%	94%
0,35	107,7	-189,9	6,0	2,01	2,03	1,72	1,74	1,84	1,64	0,94	91%	94%
0,35	92,3	-162,8	7,0	1,72	1,73	1,47	1,48	1,57	1,40	0,93	91%	94%
0,35	80,8	-142,4	8,0	1,50	1,51	1,28	1,29	1,37	1,22	0,93	91%	94%
0,35	71,8	-126,6	9,0	1,33	1,34	1,14	1,15	1,22	1,08	0,93	91%	94%
0,35	64,6	-114,0	10,0	1,19	1,20	1,02	1,03	1,09	0,97	0,93	91%	94%
0,35	58,8	-103,6	11,0	1,08	1,09	0,93	0,94	0,99	0,88	0,93	91%	94%
0,35	53,9	-95,0	12,0	0,99	1,00	0,85	0,86	0,91	0,81	0,92	91%	94%
0,35	49,7	-87,7	13,0	0,91	0,92	0,78	0,79	0,84	0,75	0,92	91%	94%
0,35	46,2	-81,4	14,0	0,85	0,86	0,73	0,73	0,78	0,69	0,92	91%	94%

Tabela A.2.15 – Verificação de uma viga simplesmente apoiada sujeita a flexão composta

$\gamma$	W	N	$\alpha_{cr}$	Viga Simplesmente Apoiada								
				Análise Elástica		Análise Plástica		Flexao Composta Eq. 6.61 - Elástica	Flexao Composta Eq. 6.61 - Plástica	Factor Interacao $k_{yy,viga}$	Analise Elastica - Racio	Analise Plastica - Racio
				Sem Imp. Resist. Secção	Com Imp. Resist. Secção	Sem Imp. Resist. Secção	Com Imp. Resist. Secção					
0,35	161,6	-284,9	4,0	5,34	5,36	4,64	4,66	5,12	4,54	1,02	96%	98%
0,35	129,3	-227,9	5,0	4,22	4,24	3,66	3,68	4,05	3,59	1,00	96%	98%
0,35	107,7	-189,9	6,0	3,49	3,50	3,03	3,04	3,34	2,96	0,99	95%	98%
0,35	92,3	-162,8	7,0	2,97	2,98	2,58	2,59	2,85	2,53	0,99	95%	98%
0,35	80,8	-142,4	8,0	2,59	2,60	2,25	2,26	2,48	2,20	0,98	95%	98%
0,35	71,8	-126,6	9,0	2,29	2,30	1,99	2,00	2,20	1,95	0,98	95%	97%
0,35	64,6	-114,0	10,0	2,06	2,07	1,79	1,79	1,97	1,75	0,98	95%	97%
0,35	58,8	-103,6	11,0	1,87	1,87	1,62	1,63	1,79	1,59	0,97	95%	97%
0,35	53,9	-95,0	12,0	1,71	1,71	1,48	1,49	1,63	1,45	0,97	95%	97%
0,35	49,7	-87,7	13,0	1,57	1,58	1,37	1,37	1,51	1,34	0,97	95%	97%
0,35	46,2	-81,4	14,0	1,46	1,47	1,27	1,27	1,40	1,24	0,97	95%	97%

Tabela A.2.16 – Verificação de uma viga Bi-Encastrada sujeita a flexão composta

$\gamma$	W	N	$\alpha_{cr}$	Viga Encastrada								
				Análise Elástica		Análise Plástica		Flexao Composta Eq. 6.61 - Elástica	Flexao Composta Eq. 6.61 - Plástica	Factor Interacao $k_{yy,viga}$	Analise Elastica - Racio	Analise Plastica - Racio
				Sem Imp. Resist. Secção	Com Imp. Resist. Secção	Sem Imp. Resist. Secção	Com Imp. Resist. Secção					
0,35	161,6	-284,9	4,0	3,41	3,42	2,93	2,95	1,77	1,58	0,51	52%	54%
0,35	129,3	-227,9	5,0	2,72	2,73	2,34	2,35	1,41	1,26	0,51	52%	54%
0,35	107,7	-189,9	6,0	2,27	2,27	1,95	1,96	1,17	1,05	0,51	52%	53%
0,35	92,3	-162,8	7,0	1,94	1,95	1,67	1,68	1,00	0,90	0,51	52%	53%
0,35	80,8	-142,4	8,0	1,70	1,70	1,46	1,46	0,88	0,78	0,50	52%	53%
0,35	71,8	-126,6	9,0	1,51	1,51	1,30	1,30	0,78	0,69	0,50	52%	53%
0,35	64,6	-114,0	10,0	1,36	1,36	1,17	1,17	0,70	0,62	0,50	52%	53%
0,35	58,8	-103,6	11,0	1,23	1,24	1,06	1,06	0,64	0,57	0,50	52%	53%
0,35	53,9	-95,0	12,0	1,13	1,13	0,97	0,97	0,58	0,52	0,50	52%	53%
0,35	49,7	-87,7	13,0	1,04	1,05	0,90	0,90	0,54	0,48	0,50	51%	53%
0,35	46,2	-81,4	14,0	0,97	0,97	0,83	0,84	0,50	0,45	0,50	51%	53%

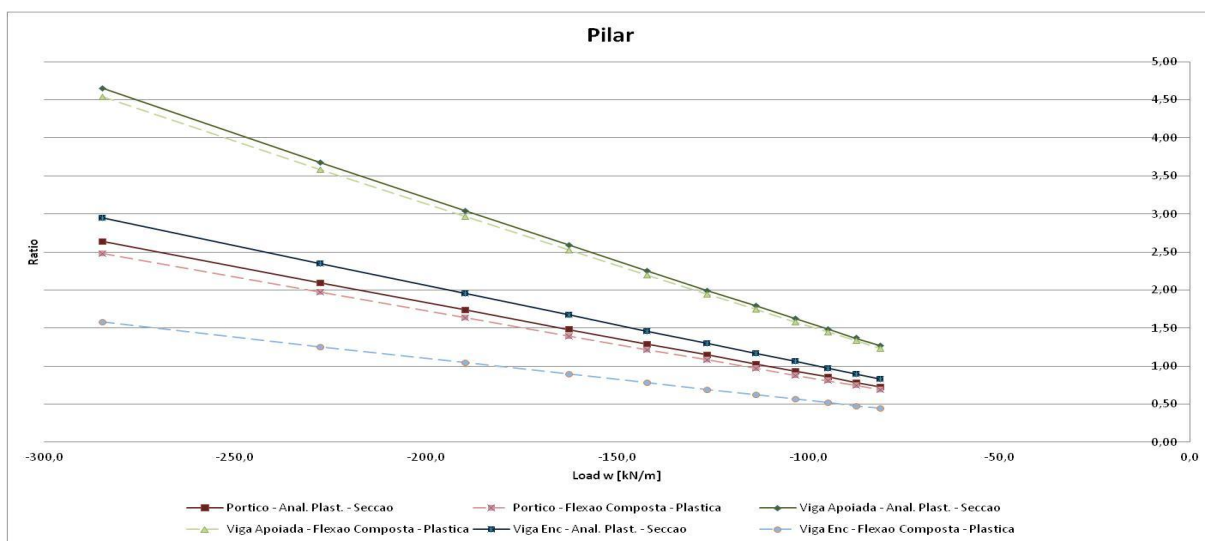


Figura A.2.11 – Relação entre o rácio do elemento sujeito à flexão composta para diferentes carregamentos verticais – Pórtico 5

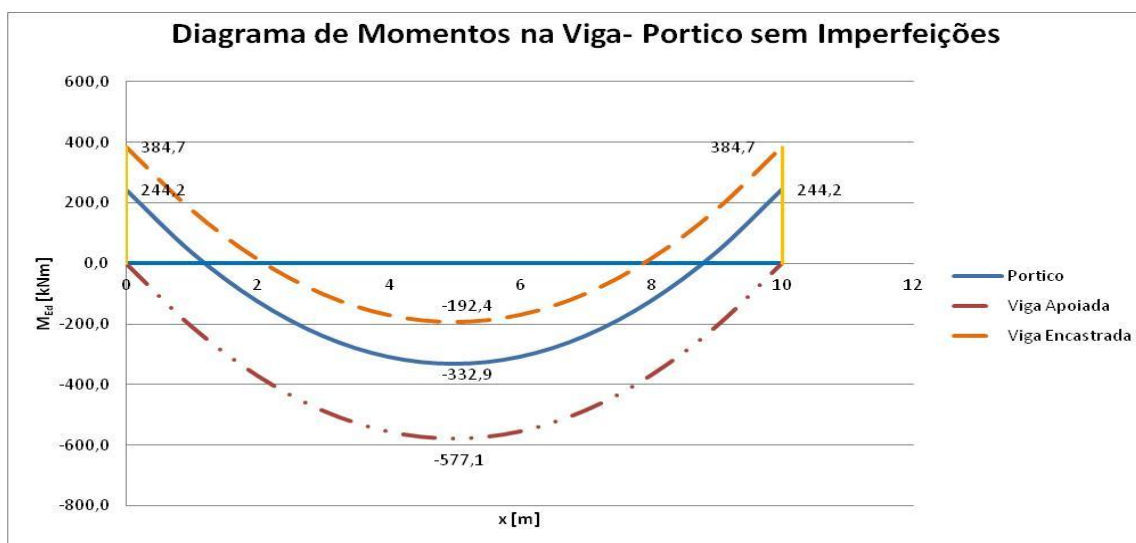


Figura A.2.12 – Diagrama de momentos



## Pórtico 6

Tabela A.2.17 – Verificação da travessa do pórtico 6 sujeito a flexão composta

$\gamma$	W	N	$\alpha_{cr}$	Portico - Viga							Analise Elastica - Racio	Analise Plastica - Racio
				Análise Elástica		Análise Plástica		Flexao Composta Eq. 6.61 - Elástica	Flexao Composta Eq. 6.61 - Plástica	Factor Interacao $k_{yy,viga}$		
				Sem Imp. Resist. Secção	Com Imp. Resist. Secção	Sem Imp. Resist. Secção	Com Imp. Resist. Secção					
0,16	50,4	-40,9	4,0	1,26	1,28	1,11	1,12	1,18	1,05	0,95	93%	94%
0,16	40,3	-32,7	5,0	1,01	1,02	0,88	0,89	0,95	0,84	0,94	93%	94%
0,16	33,6	-27,3	6,0	0,84	0,85	0,73	0,74	0,79	0,70	0,94	93%	94%
0,16	28,8	-23,4	7,0	0,72	0,73	0,63	0,64	0,67	0,60	0,94	93%	94%
0,16	25,2	-20,5	8,0	0,63	0,64	0,55	0,56	0,59	0,52	0,94	93%	94%
0,16	22,4	-18,2	9,0	0,56	0,56	0,49	0,49	0,52	0,46	0,94	93%	94%
0,16	20,1	-16,4	10,0	0,50	0,51	0,44	0,44	0,47	0,42	0,94	93%	94%
0,16	18,3	-14,9	11,0	0,46	0,46	0,40	0,40	0,43	0,38	0,94	93%	94%
0,16	16,8	-13,6	12,0	0,42	0,42	0,37	0,37	0,39	0,35	0,94	93%	94%
0,16	15,5	-12,6	13,0	0,39	0,39	0,34	0,34	0,36	0,32	0,94	93%	94%
0,16	14,4	-11,7	14,0	0,36	0,36	0,31	0,32	0,34	0,30	0,94	93%	94%

Tabela A.2.18 – Verificação de uma viga simplesmente apoiada sujeita a flexão composta

$\gamma$	W	N	$\alpha_{cr}$	Viga Simplesmente Apoiada							Analise Elastica - Racio	Analise Plastica - Racio
				Análise Elástica		Análise Plástica		Flexao Composta Eq. 6.61 - Elástica	Flexao Composta Eq. 6.61 - Plástica	Factor Interacao $k_{yy,viga}$		
				Sem Imp. Resist. Secção	Com Imp. Resist. Secção	Sem Imp. Resist. Secção	Com Imp. Resist. Secção					
0,16	50,4	-40,9	4,0	1,56	1,56	1,37	1,37	1,49	1,32	0,96	95%	96%
0,16	40,3	-32,7	5,0	1,25	1,25	1,09	1,10	1,19	1,05	0,96	95%	96%
0,16	33,6	-27,3	6,0	1,04	1,04	0,91	0,91	0,99	0,88	0,96	95%	96%
0,16	28,8	-23,4	7,0	0,89	0,89	0,78	0,78	0,85	0,75	0,96	95%	96%
0,16	25,2	-20,5	8,0	0,78	0,78	0,68	0,68	0,74	0,66	0,95	95%	96%
0,16	22,4	-18,2	9,0	0,69	0,69	0,61	0,61	0,66	0,58	0,95	95%	96%
0,16	20,1	-16,4	10,0	0,62	0,62	0,54	0,55	0,59	0,52	0,95	95%	96%
0,16	18,3	-14,9	11,0	0,56	0,57	0,49	0,50	0,54	0,48	0,95	95%	96%
0,16	16,8	-13,6	12,0	0,52	0,52	0,45	0,45	0,49	0,44	0,95	95%	96%
0,16	15,5	-12,6	13,0	0,48	0,48	0,42	0,42	0,45	0,40	0,95	95%	96%
0,16	14,4	-11,7	14,0	0,44	0,44	0,39	0,39	0,42	0,37	0,95	95%	96%

Tabela A.2.19 – Verificação de uma viga Bi-Encastrada sujeita a flexão composta

$\gamma$	W	N	$\alpha_{cr}$	Viga Encastrada							Analise Elastica - Racio	Analise Plastica - Racio
				Análise Elástica		Análise Plástica		Flexao Composta Eq. 6.61 - Elástica	Flexao Composta Eq. 6.61 - Plástica	Factor Interacao $k_{yy,viga}$		
				Sem Imp. Resist. Secção	Com Imp. Resist. Secção	Sem Imp. Resist. Secção	Com Imp. Resist. Secção					
0,16	50,4	-40,9	4,0	1,04	1,04	0,91	0,91	0,53	0,47	0,50	51%	52%
0,16	40,3	-32,7	5,0	0,83	0,83	0,72	0,73	0,42	0,37	0,50	51%	52%
0,16	33,6	-27,3	6,0	0,69	0,69	0,60	0,60	0,35	0,31	0,50	51%	52%
0,16	28,8	-23,4	7,0	0,59	0,59	0,52	0,52	0,30	0,27	0,50	51%	52%
0,16	25,2	-20,5	8,0	0,52	0,52	0,45	0,45	0,26	0,23	0,50	51%	52%
0,16	22,4	-18,2	9,0	0,46	0,46	0,40	0,40	0,23	0,21	0,50	51%	52%
0,16	20,1	-16,4	10,0	0,41	0,42	0,36	0,36	0,21	0,19	0,50	51%	52%
0,16	18,3	-14,9	11,0	0,38	0,38	0,33	0,33	0,19	0,17	0,50	51%	52%
0,16	16,8	-13,6	12,0	0,35	0,35	0,30	0,30	0,18	0,16	0,50	51%	52%
0,16	15,5	-12,6	13,0	0,32	0,32	0,28	0,28	0,16	0,14	0,50	51%	52%
0,16	14,4	-11,7	14,0	0,30	0,30	0,26	0,26	0,15	0,13	0,50	51%	52%

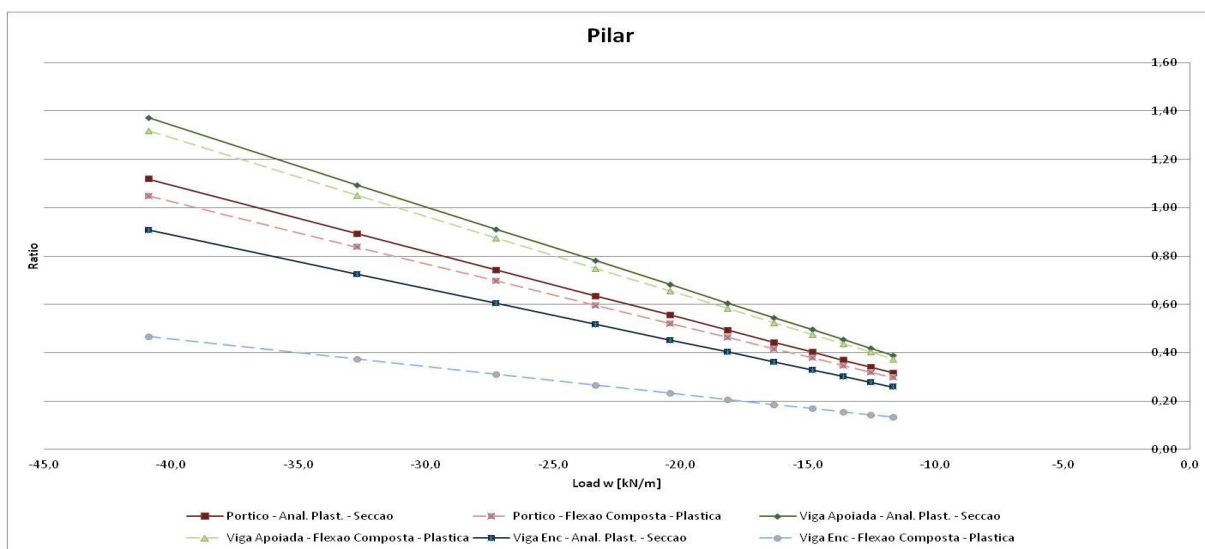


Figura A.2.13 – Relação entre o rácio do elemento sujeito à flexão composta para diferentes carregamentos verticais – Pórtico 6

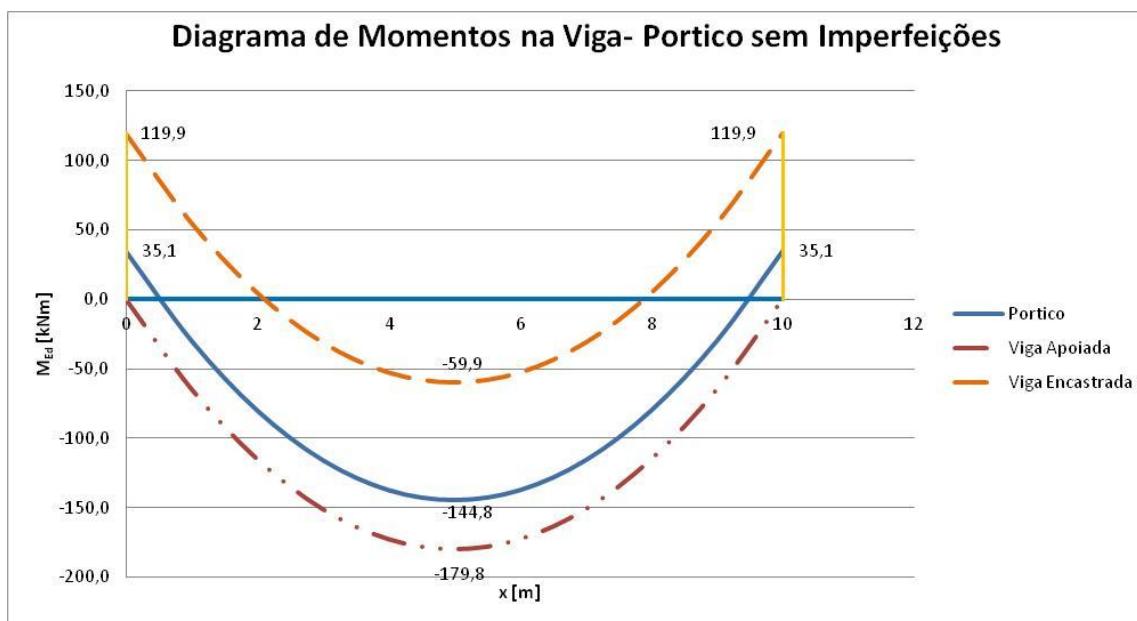


Figura A.2.14 – Diagrama de momentos

---

## Comentários

- i. Pelo gráfico da Figura A.2.1 observa-se que quando  $\alpha_h < -1$ , ou seja, quando o momento no apoio é superior ao momento a meio vão, o coeficiente de momento uniforme equivalente diminui de 0,9 até 0,5, enquanto que para relações de  $\alpha_h > -1$ , o valor varia entre 0,95 e 0,9.
- ii. Pelo gráfico da Figura A.2.2 observa-se que o factor de interação aumenta linearmente com a relação entre o Esforço axial actuante e o resistente. Por outro lado observa-se ainda que o factor de interação aumenta com o aumento da esbelteza normalizada  $\lambda$ .
- iii. Os gráficos das Figuras A.2.3, A.2.5 e A.2.7 ilustram que com o aumento de  $R_L$ , ou seja, com o aumento da relação entre o comprimento do pilar e da viga, o erro cometido com a utilização da fórmula da flexão composta do EC3 aumenta. O erro deve-se ao factor de que com o aumento de  $R_L$ , o diagrama de momento flectores da viga se aproximar ao de uma viga encastrada, como se ilustra nos gráficos das figuras A.2.4, A.2.6 e A.2.8.
- iv. Os gráficos das Figuras A.2.9, A.2.11 e A.2.13 ilustram que com o aumento de  $R_I$ , ou seja, com o aumento da relação entre as Inercias do pilar e da viga, o erro cometido com a utilização da fórmula da flexão composta do EC3 aumenta. O erro deve-se ao factor de que com o aumento de  $R_I$ , o diagrama de momento flectores da viga se aproximar ao de uma viga encastrada, como se ilustra nos gráficos das figuras A.2.10, A.2.12 e A.2.14.