



FCTUC DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL
FACULDADE DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
UNIVERSIDADE DE COIMBRA

Análise e dimensionamento de vigas indentadas de betão armado utilizando modelos de escoras e tirantes

Dissertação apresentada para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia Civil na Especialidade de Estruturas

Autor

Duarte Nuno Soares Gonçalves

Orientador

Paulo Manuel Mendes Pinheiro da Providência e Costa

Anísio Alberto Martinho Andrade

Esta dissertação é da exclusiva responsabilidade do seu autor, não tendo sofrido correções após a defesa em provas públicas. O Departamento de Engenharia Civil da FCTUC declina qualquer responsabilidade pelo uso da informação apresentada

Coimbra, julho, 2014

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar quero deixar uma palavra de apreço e agradecimento aos meus orientadores Professor Doutor Paulo Providência e Professor Anísio Andrade pela imensurável contribuição na elaboração deste trabalho.

Agradecimento especial para a minha família, nomeadamente, meus pais e irmãos por todo o apoio e incentivo.

Finalmente agradecer aos companheiros de longa data.

RESUMO

A análise e o dimensionamento de estruturas de betão armado baseados em modelos de campos de tensões, ou em modelos de escoras e tirantes, que são um caso particular daqueles, constituem uma aplicação do princípio estático da análise limite. Esta metodologia é particularmente vantajosa para elementos estruturais de betão armado com geometria irregular. O presente estudo trata vigas de betão armado com envolvente externa irregular, cingindo-se ao caso das vigas indentadas, i.e. apresentando um ou dois apoios do tipo junta em dente, constando das seguintes etapas:

- 1- Avaliação da necessidade de utilizar juntas em dente no apoio de vigas e suas vantagens. Classificação dos tipos de indentação mais frequentes, considerando particularmente as suas dimensões relativas. Identificação das situações mais críticas, ou seja, em que a solução da viga indentada mais difere da solução da viga prismática similar, ou seja, com igual secção interior, especialmente no que respeita à quantidade e disposição da armadura.
- 2- Análise do efeito da indentação por comparação com a viga prismática similar, em função da esbelteza do dente, da esbelteza da viga. Análise detalhada da geometria do modelo de escoras e tirantes.
- 3- Estudo paramétrico de três tipologias típicas.
- 4- Procedimento com regras práticas para a concepção, dimensionamento e pormenorização deste tipo de elementos.
- 5- Estudo de exemplo de aplicação.

ABSTRACT

The analysis and design of concrete structures based on models of stress fields or strut and tie models, which are a special case of the former, constitute an application of the static principle of limit analysis. This method is particularly advantageous for structural elements with an irregular geometry. The present study deals with beams with an irregular exterior envelope or, more precisely, with half joints. It consists of the following steps:

- 1- Evaluation of the need for half joints and its advantages. Classification of most common types of half joints, particularly considering their relative dimensions. Identification of the critical situations, namely when their solution differs the most of that for the similar fully prismatic beam, especially with regard to the quantity and arrangement of the reinforcing bars;
- 2- Analysis of the effect of the half joints by comparison with similar prismatic beams, including the joint slenderness, the beam slenderness. Detailed analysis of the strut and tie model geometry used;
- 3- Parametric study of three typical types;
- 4- Procedure with practical guidelines for the design and detailing elements of beams with half joints;
- 5- Application to case study.

ÍNDICE

AGRADECIMENTOS	i
RESUMO	ii
ABSTRACT	iii
ÍNDICE.....	iv
ÍNDICE DE FIGURAS	vi
ÍNDICE DE QUADROS	viii
SIMBOLOGIA	x
ABREVIATURAS	xiii
1 INTRODUÇÃO.....	1
2 REVISÃO BIBLIOGRAFICA	3
2.1 Características gerais das vigas indentadas	3
2.2 Vantagens e contexto de utilizações estruturais.....	3
2.3 Classificação das indentações	4
2.4 Comportamento estrutural da viga indentada	6
2.5 Caracterização da ligação viga-pilar	7
2.6 Zonas de Bernoulli e de Descontinuidade	8
2.7 Origem e desenvolvimento dos MET	10
3 MODELO DE ESCORAS E TIRANTES	11
3.1 Modelo de treliças e de escoras e tirantes	11
3.2 Considerações do método das escoras e tirantes.....	12
3.3 Caracterização das topologias do modelo da viga indentada	13
3.4 Optimização da geometria de modelos de escoras e tirantes	17
4 PROGRAMAÇÃO	19
4.1 Procedimento	19
4.2 Gradiente Reduzido Generalizado	20
4.3 Variáveis de dimensionamento	20
4.4 Limites de variáveis	21

4.5	Restrições de dimensionamento.....	21
4.6	Função objectivo.....	21
5	DIMENSIONAMENTO E DISPOSIÇÕES REGULAMENTARES	22
5.1	Procedimento de dimensionamento	22
5.2	Dimensionamento de Escoras	22
5.2.1	Parâmetros de resistência de Escoras	23
5.3	Dimensionamento de Tirantes	24
5.3.1	Parâmetros de resistência de Tirantes.....	24
5.4	Dimensionamento de Regiões Nodais	25
5.4.1	Parâmetros de resistência das regiões nodais	27
5.4.1.1	Regiões nodais CCC.....	28
5.4.1.2	Regiões nodais CCT.....	28
5.4.1.3	Regiões nodais CTT	30
5.5	Pormenorização de armaduras	33
5.5.1	Armaduras construtivas	34
5.5.2	Comprimento de amarração.....	37
5.5.2.1	Amarração das armaduras calculadas através dos MET	40
5.5.2.2	Amarração de reforços	41
6	ESTUDO PARAMÉTRICO.....	43
6.1	Modelos com tirante ortogonal	46
6.2	Modelo com tirante inclinado	47
6.3	Comparação de resultados	48
7	EXEMPLO DE APLICAÇÃO	50
8	CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS	69
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	72
	ANEXO A	8-1

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2.1 – Viaduto executado com recurso a vigas em caixão indentadas (Viegas e Saraiva, 2010).....	4
Figura 2.2 – Estrutura pórticada executada com recurso a vigas indentadas (Pujol, 2013).	4
Figura 2.3 – Vigas de secção rectangular indentadas (SCIB, 2013).	5
Figura 2.4 – Dimensões mínimas relativas do apoio em dente de uma viga; a altura X depende da dimensão do apoio e o recobrimento das condições de exposição (unidades em mm) (adaptado de Elliott, 1996).....	5
Figura 2.5 – Propagação de fendas em função da geometria do elemento (Wang et al. 2005). 6	
Figura 2.6 – Potenciais modos de rotura de vigas indentadas (adaptado de Huang e Nanni, 2006);.....	7
Figura 2.7 – Ligação viga-pilar concebida com recurso a vigas com extremidade indentada (adaptado de Sai e Kjæbye, 1999);.....	8
Figura 2.8 – Zonas B e D: a) descontinuidade geométrica; b) descontinuidade estática; c) descontinuidade geométrica e estática (CEB/FIB, 1999b).....	9
Figura 2.9 – Exemplo de uma viga indentada em consola; (a) viga; (b) isostáticas (trajectória das tensões principais); (c) distribuição da extensão normal no corte 1 e d) distribuição da extensão normal no corte 2 (adaptado de Chen e El-Metwally, 2011).	10
Figura 3.1 – a) Comportamento elasto-plástico idealizado; b) comportamento elasto-plástico real (CEB/FIB, 1999a).....	12
Figura 3.2 – Topologia do modelo de escoras e tirantes junto ao apoio em dente com tirantes a), b) e c) e tirante inclinado d) (adaptado de Wight e MacGregor, 2012).....	14
Figura 3.3 – Topologia de tirante inclinado sujeito a análise. (Herzinger e El-Badry, 2002). 15	
Figura 3.4 – Combinação de duas das topologias estudadas. (Herzinger e El-Badry, 2002)..	16
Figura 3.5 – Treliças constituídas (cada metade) por um (a), dois (b) e quatro painéis (c). ...	18
Figura 4.1 – Exemplo de mínimos e máximos relativos e absolutos da função objectivo.	19
Figura 5.1 – Tipos de escoras e correspondentes configurações de campos de tensão de compressão (Brown et al. 2006).	23
Figura 5.2 – Modelo de escoras e tirantes com diferentes tipos de regiões e singulares (I) nodais nós contínuos (II) (CEB/FIB, 1999a).....	26

Figura 5.3 – Nós hidrostáticos (à direita) e não-hidrostáticos (à esquerda);incluindo representação do estado de tensão através do círculo de Mohr; (Brown et al. 2006).	27
Figura 5.4 – Geometria dos nós: à esquerda nó hidrostático e à direita nó não-hidrostático (adaptado de Brown et al. 2006).	27
Figura 5.5 – Nó comprimido sem tirantes amarrados, nó do tipo CCC (CEB/FIB, 1999a)...	28
Figura 5.6 – Região nodal CCT tipicamente localizada na extremidade de uma viga: idealização para uma (a) e duas (b) camadas de armadura (CEB/FIB, 1999a). ...	29
Figura 5.7 – Região nodal CTT (Bergmeister et al. 1993).	31
Figura 5.8 – Nó singular CTT com varões encurvados. Esquema de forças, na região nodal típica e sua correspondente secção transversal (CEB/FIB, 1999a).	31
Figura 5.9 – Nó contínuo CTT (CEB/FIB, 1999a).	32
Figura 5.10 – Definição de l_1 e l_0 (adaptado de Wang et al. 2005).	34
Figura 5.11 – Potenciais modos de rotura e a pormenorização armaduras requerida (PCI-Committee, 2004).	35
Figura 5.12 – Representação das condições de aderência (EC2, 2004).	38
Figura 5.13 – Tipos de amarração para além da de prolongamento recto (EC2, 2004).	39
Figura 5.14 – Valores de c_d para vigas e lajes (EC2, 2004).	40
Figura 7.1 – Esquema de carregamento da viga.	50
Figura 7.2 – Representação do arranjo de armaduras arbitrado para estimar Y_1	52
Figura 7.3 – Pormenorização do posicionamento do tirante diagonal.	53
Figura 7.4 – Representação esquemática das coordenadas das regiões nodais. As escoras e tirantes são denotadas pelas letras E e T seguidas de um número.	54
Figura 7.5 – Modelo de escoras e tirantes otimizado a partir das estimativas iniciais.	54
Figura 7.6 – Diagrama de esforço transverso	60
Figura 7.7 – Geometria do nó B (CCT).	61
Figura 7.8 – Pormenor da amarração dos tirantes 1 e 2.	63
Figura 7.9 – Esquema de armaduras provenientes apenas do cálculo do MET.	67
Figura 7.10 - Esquema de armaduras construtivas provenientes do PCI-Committee, (2004)..	68

ÍNDICE DE QUADROS

Quadro 2.1 – Classificação da ligação (Pompeu dos Santos, 1985).	8
Quadro 5.1 – Valores de $l_{b,rqd}$ (Marchão e Appleton, 2008).....	38
Quadro 5.2 – Valores dos coeficientes $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, \gamma_4, \gamma_5$ (EC2, 2004).	40
Quadro 7.1 – Coordenadas geométricas do MET.	54
Quadro 7.2 – Caracterização do MET.	55
Quadro 7.3 – Caracterização das escoras.	56
Quadro 7.4 – Caracterização dos tirantes.	57
Quadro 7.5 – Quantificação das armaduras longitudinais.	57
Quadro 7.6 – Coordenadas geométricas do MET refinado.	59
Quadro 7.7 – Quantificação das armaduras longitudinais do MET refinado.	59
Quadro 7.8 – Quantificação das armaduras transversais do MET refinado.	60
Quadro 7.9 – Caracterização das escoras do MET refinado.....	60
Quadro A.1 – Comparação de resultados do MO1 com variação da altura da viga com $h/l = 2.0$	8-1
Quadro A.2 – Comparação de resultados do MO1 com variação da altura da viga e $h/l = 1.0$. 8-2	8-2
Quadro A.3 – Comparação de resultados do MO1 com variação da altura da viga e $h/l = 0.67$	8-3
Quadro A.4 – Comparação de resultados do MO2 com variação da altura da viga e $h/l = 2.00$	8-4
Quadro A.5 – Comparação de resultados do MO2 com variação da altura da viga com $h/l = 1.00$	8-5
Quadro A.6 – Comparação de resultados do MO2 com variação da altura da viga com $h/l = 0.67$	8-7
Quadro A.7 – Comparação de resultados do MI com variação da altura da viga com $h/l = 2.00$	8-8
Quadro A.80 – Comparação de resultados da viga prismática com variação da altura da viga. 8-11	8-11
Quadro A.13 – Comparação de resultados do MI com variação do comprimento efectivo da viga.	8-14

Quadro A.14 – Comparação de resultados da viga prismática com variação do comprimento efectivo da viga.....	8-15
Quadro A.15 – Comparação de resultados do MO1 com variação do comprimento efectivo da viga.	8-16
Quadro A.16 – Comparação de resultados do MO2 com variação do comprimento efectivo da viga.	8-17
Quadro A.17 – Comparação de resultados do MI com variação do comprimento efectivo da viga.	8-18
Quadro A.18 – Comparação de resultados do MI com variação do comprimento efectivo da viga.	8-19

SIMBOLOGIA

Letras maiúsculas latinas

A_s – Área da secção transversal de uma armadura

A_s^+ – Armadura longitudinal superior

A_s^- – Armadura longitudinal inferior

A_i – Reforços de armadura segundo PCI em que i representa a função da mesma armadura

B – Número de barras

D – Diferença da altura total da viga e o centro geométrico das armaduras longitudinais da bordadura inferior

F_t – Esforço normal no tirante

F_i – Esforço normal na escora ou tirante i

F_{ij} – Esforço normal no elemento que liga os nós i e j

F_{ci} – Esforço na faceta i da região nodal

H – Altura total da secção transversal da viga

K – Coeficiente de multiplicação de $l_{b,rqd}$

L_i – Comprimento de uma escora ou tirante i

M – Momento flector

N – Número de nós ou regiões nodais

N_{sd} – Valor de cálculo do esforço normal

N_u – Reacção de apoio horizontal

Q_i – Carga exterior aplicada na região nodal i

R – Número de reacções

T – Número total de tirantes no modelo de escoras e tirantes

V_u – Reacção de apoio vertical

X_i – Coordenada do nó i referente ao eixo das abcissas (longitudinal ao comprimento da peça)

Y_i – Coordenada do nó i referente ao eixo das ordenadas

Y'_i – Coordenada do nó i referente ao eixo das ordenadas relativamente à bordadura inferior da indentação

Letras minúsculas latinas

-
- a – Distância entre a linha de acção da reacção de apoio e o centro de gravidade do reforço
 a_i – Largura da faceta i da região nodal
 b – Largura da viga
 c – Recobrimento
 c_d – Propriedade geométrica relativa ao posicionamento dos varões na secção transversal
 c^* – Distância da face exterior da viga ao centro de gravidade da primeira camada de armadura longitudinal
 d – Diferença da altura da indentação e o centro geométrico das armaduras longitudinais da bordadura inferior do dente
 d_m – Diâmetro do mandril
 f_{cd} – Valor de cálculo da tensão de rotura do betão a compressão
 f_{yd} – Cálculo da tensão de cedência à tracção do aço das armaduras de betão armado
 f_{ck} – Valor característico da tensão de rotura do betão à compressão aos 28 dias
 f_{yk} – Valor de cálculo da tensão de cedência à tracção do aço das armaduras
 h_{ij} – Altura da escora que liga os nós i e j
 $h_{As,est.,Y_i}$ – Altura estimada das armaduras da coordenada i
 h – Altura do dente
 k_i – Coeficiente de minoração do valor de cálculo da resistência máxima admitida para a escora em que i depende do tipo de nó
 l_0 – Comprimento de distribuição dos estribos nas topologias ortogonais MO1 e MO2
 l_1 – Distância do primeiro estribo à face do topo da viga
 l_i – Distância
 $l_{b,eq}$ – Comprimento de amarração equivalente
 $l_{b,rqd}$ – Comprimento de amarração de referência
 $l_{b,min}$ – Comprimento de amarração mínimo
 l_{bd} – Comprimento de amarração de cálculo
 l_d – Comprimento de amarração mínimo da armadura A'_{sh}
 l_{eff} – Vão efectivo de vigas
 n – Número de camadas de armadura
 s – Distância entre os centros de gravidade de duas camadas consecutivas de armadura longitudinal
 u – Altura efectiva da região nodal
 z – Braço mecânico da secção completa da viga
-

Letras gregas

Γ – Grau de indeterminação estático global

Γ_1 – Coeficiente que tem em conta a forma dos varões

Γ_2 – Coeficiente que tem em conta o recobrimento mínimo do betão

Γ_3 – Coeficiente que tem em conta a cintagem das armaduras transversais

Γ_4 – Coeficiente que tem em conta varões transversais soldados ao longo do comprimento de amarração de cálculo

Γ_5 – Coeficiente que tem em conta a pressão ortogonal no plano ao longo do comprimento de amarração de cálculo

Γ_{ct} – Coeficiente que tem em conta os efeitos de longo prazo na resistência à tracção e os efeitos desfavoráveis resultantes do modo como a carga é aplicada

χ_c – Coeficiente parcial de segurança relativo ao betão

χ_s – Coeficiente parcial de segurança relativo ao aço

V_{mi} – Extensão média do elemento i

y_1 – Coeficientes relativo às condições de boa aderência

y_2 – Coeficientes relativo às dimensões dos varões de aço

α – Ângulo ou rotação

α_{ij} – Ângulo barra entre os nós i e j

β – Coeficiente que tem em conta o tipo de betão (normal ou leve) que constitui o elemento

μ – Coeficiente de atrito interface da ligação viga-pilar

μ_e – Coeficiente efectivo de atrito na interface da ligação viga-pilar

ν – Coeficiente de redução da resistência do betão fendilhado por esforço transversal

$\dagger_{Rd,max}$ – Valor de cálculo da resistência máxima admitida para a escora

\dagger_{ci} – Tensão anormal na faceta i da região nodal

\dagger_{sd} – Valor de cálculo da tensão na secção do varão a partir da qual é medido o comprimento de amarração

w – Diâmetro do varão

w_c – Constante de dimensionamento dos reforços segundo o PCI

$w_{est.}$ – Diâmetro do estribo

ABREVIATURAS

$A(f_{yk})$ – Classe de resistência do aço à tracção,

ACI – American Concrete Institute, Instituto Americano de Betão Armado

AVB – Acção variável base

B – Bernoulli

$C(f_{ck} / f_{ck,cube})$ – Classe de resistência do betão à compressão, resistência característica mínima em cilindros e cubos

CCC – Nós comprimidos sem tirantes amarrados

CCT – Nós sujeitos a compressão e tracção com armaduras numa direcção

CTT – Nós sujeitos a compressão e tracção com armaduras em duas direcções

D – Descontinuidade

EC2 – Eurocódigo 2 Projecto de estruturas de betão, Parte 1-1 regras gerais e regras para edifícios.

ELU – Estado de limite último

FIB – Fédération internationale du béton, Federação Internacional de Betão

GRG2 – Gradiente reduzido generalizado

MET – Modelo de escoras e tirantes

MI – Modelo de escoaras e tirantes com topologia de tirantes inclinados

MO1 – Modelo de escoaras e tirantes com topologia de tirantes ortogonais 1

MO2 – Modelo de escoaras e tirantes com topologia de tirantes ortogonais 2

PCI – Precast/Prestressed Concrete Institute, Instituto de Betão Pré-esforçado e Pré-fabricado

PP – Peso Próprio

1 INTRODUÇÃO

As estruturas de betão armado apresentam frequentemente algumas partes sujeitas a esforço transversal mais significativo. As premissas correntes de dimensionamento de peças lineares, especialmente aquelas que consideram que as secções inicialmente planas e perpendiculares ao eixo continuam planas e perpendiculares ao eixo durante a deformação, não se aplicam nestas zonas. O método de análise e dimensionamento baseado em modelos de escoras e tirantes dá-nos a possibilidade de um dimensionamento aos estados limites últimos mais flexível e intuitivo para estruturas de betão armado. Este método, baseado no princípio estático da análise plástica limite, representa a trajectória das tensões principais no elemento por uma estrutura simples de treliça, cuja concepção e dimensionamento podem ser efectuados utilizando de princípios mecânicos básicos.

Este trabalho tem como primordial objetivo, a análise e o dimensionamento de vigas indentadas através de várias topologias de modelos de escoras e tirantes (MET) entre simples e combinados, apresentando de forma clara todas as especificidades inerentes à concepção deste elemento. Para uma boa compreensão da problemática é necessário um estudo pormenorizando tanto a nível do comportamento estrutural do elemento, como dos modelos de escoras e tirantes utilizados para a sua concepção. O dimensionamento deste tipo de elementos é feito maioritariamente segundo as indicações e procedimentos da normativa europeia, Eurocódigo 2 parte 1-1 (EC2). No entanto, para além das premissas do EC2, são apresentadas outras que as complementam.

Este estudo debruça-se sobre as vigas de betão armado de secção transversal rectangular indentadas, ou seja, com apoio por meio de juntas em dente. Neste contexto, o estudo apresentado no presente documento foi desenvolvido com a seguinte ordem:

No capítulo 2, após uma referência à construção pré-fabricada e seus pressupostos em termos da concepção estrutural, é feita a caracterização geral do elemento de viga indentada, suas vantagens, condicionantes de utilização e características geométricas. De seguida, é definido o comportamento estrutural do elemento, nomeadamente no que se refere à fendilhação face ao carregamento aplicado. Depois são esclarecidas as condições de apoio e respectiva ligação preconizada in situ e propriedades mecânicas. Seguidamente é revista a classificação das partes de uma peça linear quanto ao seu comportamento estrutural, nomeadamente, quanto à admissibilidade de se considerar uma distribuição linear, ou não, das deformações normais ao longo da altura do elemento: “Zonas B” de Bernoulli e “Zonas D” de descontinuidade.

Finalmente é apresentada uma breve explicação da origem e desenvolvimento dos métodos baseados em MET.

No capítulo 3, são descritos os elementos constituintes de um MET. Em seguida, procede-se à caracterização das topologias de MET analisadas e é explanado o critério adoptado para otimizar os MET.

No capítulo 4, é explicado o procedimento de cálculo utilizado na análise e dimensionamento com base nos MET, feita com recurso ao suplemento Solver do Microsoft Office Excel. É definido o algoritmo utilizado para proceder à optimização dos MET, bem como as variáveis de dimensionamento, respectivo intervalo de dados, restrições de dimensionamento e finalmente a função objectivo.

O capítulo 5, apresenta os critérios de dimensionamento e disposições regulamentares adoptadas. São classificados os elementos dos MET e referidos os seus parâmetros de resistência. De seguida, é abordada a pormenorização escolhida a aplicar no dimensionamento de elemento em estudo, essencial para garantir um bom comportamento nos estados limites último e de serviço; neste último é imperativo mencionar o efeito da fendilhação, que surge como altamente condicionante. Seguidamente, é caracterizada a amarração dos tirantes determinados através dos MET e também dos determinados para os reforços.

No capítulo 6, é exposto o tratamento dos dados obtidos pela programação. É feita a análise de cada uma das topologias simples e combinadas. Seguidamente, é apresentado o estudo paramétrico e são comparados os resultados para as topologias simples, topologias combinadas e solução prismática.

O capítulo 7 apresenta um exemplo de dimensionamento.

O último capítulo reúne as principais conclusões determinadas ao longo do documento, bem como algumas sugestões para futuros desenvolvimentos nesta área da engenharia.

2 REVISÃO BIBLIOGRAFICA

2.1 Características gerais das vigas indentadas

A viga indentada é um elemento estrutural, geralmente pré-fabricado, de betão armado ou pré-esforçado. A pré-fabricação de estruturas de betão armado consiste na execução das peças constituintes em ambiente controlado fora do local de aplicação. A estrutura é concebida como uma composição de elementos de betão armado de dimensões adequadas ao funcionamento, fabrico transporte e montagem, os quais são executados separadamente e posteriormente montados e ligados em obra (Elliott, 2002). Existem múltiplas possibilidades de subdividir uma dada estrutura em elementos que possam ser pré-fabricados, as quais dão origem a diferentes soluções estruturais e a uma grande variedade de elementos pré-fabricados. Por outro lado, o tipo de ligação entre os elementos pré-fabricados vai depender do tipo de solução estrutural adoptada, (Pompeu dos Santos, 1985; Sai e Kjæbye, 1999; Elliott, 2002).

A geometria de uma viga indentada é caracterizada por uma saliência que se projecta na parte superior ou inferior das extremidades da viga, correspondendo à redução brusca da sua altura nos apoios, onde o momento flector é aproximadamente nulo. A viga indentada pode apresentar diferentes perfis transversais, desde o rectangular, que aqui será considerado, mas também em T, em caixão, ou outros.

2.2 Vantagens e contexto de utilizações estruturais

Como vantagens das estruturas pré-fabricadas com recurso a vigas indentadas, destacam-se (i) a redução do pé-direito de estruturas porticadas, (ii) a correspondente diminuição do peso próprio da estrutura, que no caso de edifícios com grande número de pisos pode ser muito significativa, (iii) a redução do tempo de montagem da estrutura pré-fabricada, sendo que para este tipo de elemento é preconizada uma ligação simplesmente apoiada, e (iv) o aspecto visual, pois que embora a ligação entre os elementos seja visível se não for sujeita a uma acabamento, é possível torná-la quase imperceptível (Huang e Nanni, s.d.)

Recorre-se a este tipo de elemento para a execução de obras de arte (pontes ou viadutos) e de edifícios com variadíssimos usos, desde comerciais, habitacionais a industriais (Figura 2.1 e Figura 2.2). O estudo realizado limita-se à análise de vigas em estruturas porticadas.



Figura 2.1 – Viaduto executado com recurso a vigas em caixão indentadas (Viegas e Saraiva, 2010).



Figura 2.2 – Estrutura pórticada executada com recurso a vigas indentadas (Pujol, 2013).

2.3 Classificação das indentações

As vigas são, por definição, elementos com pequena secção transversal reduzida, mas com grande capacidade de resistir a esforços de flexão (300-800 kNm) e transverso (100-500 kN) (Elliott, 2002). Numa estrutura, as vigas têm de suportar o seu peso próprio, o da laje e as sobrecargas aplicadas na laje, podendo ainda contribuir para a resistência às acções laterais quando esta é proporcionada pelos pórticos, não sendo este o caso habitual para vigas indentadas (Sai e Kjæbye, 1999).

O presente estudo cinge-se ao comportamento de vigas interiores de secção transversal rectangular com função estrutural de uma viga principal, sujeitas a um carregamento uniformemente distribuído, simplificando assim a análise do elemento (ver Figura 2.3) (Elliott, 2002). É relevante mencionar que este caso de carga é menos gravoso para a resistência ao corte que o de uma carga concentrada com igual resultante aplicada a meio vão.

O fabrico de vigas de secção rectangular é simples e, conseqüentemente, esta solução é economicamente vantajosa (Elliott e Tovey, 1992). Note-se porém que os princípios utilizados na sua análise podem ser analogamente utilizados na análise de vigas com outras secções, em particular a secção em T. Existe uma grande espectro de dimensões possíveis de escolher, tendo-se que para o caso em estudo se consideraram valores para a altura (H) entre 300 e 900 mm e para a largura (b) entre 300 e 400 mm (Elliott e Tovey, 1992).

No que se refere à geometria do dente, vulgarmente esta depende das dimensões do apoio da viga. Na Figura 2.4 são apresentados os limites da geometria do dente habitualmente utilizados. Como a altura do dente da viga afecta significativamente a capacidade resistente ao esforço transversal, Mottaock et al. (1979) propuseram que a altura do dente seja pelo menos de 45% da altura total da viga – este limite inferior foi posteriormente confirmado por outros estudos sobre este assunto (Wang et al. 2005; Wight e MacGregor, 2012).



Figura 2.3 – Vigas de secção rectangular indentadas (SCIB, 2013).

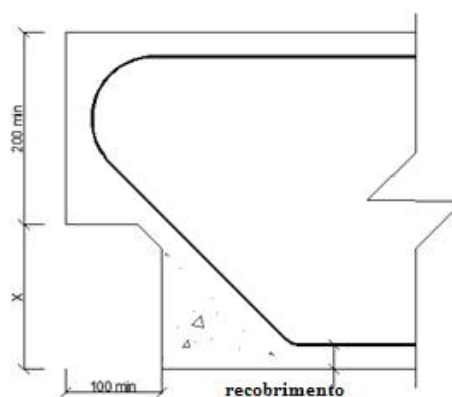


Figura 2.4 – Dimensões mínimas relativas do apoio em dente de uma viga; a altura X depende da dimensão do apoio e o recobrimento das condições de exposição (unidades em mm) (adaptado de Elliott, 1996).

2.4 Comportamento estrutural da viga indentada

Devido à concentração de tensões na zona do dente e ao conseqüente aparecimento de fendas junto a canto reentrante, o dimensionamento do elemento é complexo (FIB:Commission:6:Prefabrication, 2007). No caso de uma pormenorização incorreta, as fendas no betão no canto reentrante limitam a capacidade de transmissão de tensões e levam à conseqüente rotura do elemento na zona do apoio com pouco ou nenhum aviso (Huang e Nanni, s.d.; FIB:Commission:6:Prefabrication, 2007).

A primeira fenda a surgir no canto reentrante faz um ângulo entre 40° e 60° relativamente ao eixo longitudinal (Wang et al. 2005). As restantes fendas são condicionadas pela geometria do dente (não considerando o efeito da armadura), ou seja, quanto menor for a relação entre H/h (altura do dente e a altura total da viga), menor será a inclinação da direcção de propagação das fendas (Leonhardt e Mönnig, 1977), como ilustram os provetes representados na Figura 2.5, ensaiados através da aplicação de duas cargas concentradas simétricas relativamente ao meio vão do elemento com incrementos de 10kN até a rotura, para os quais H/h apresenta os seguintes valores para a relação: B3.42 (0.32), B2.22 (0.5) e B3.71 (0.5), B3.51 (0.51).

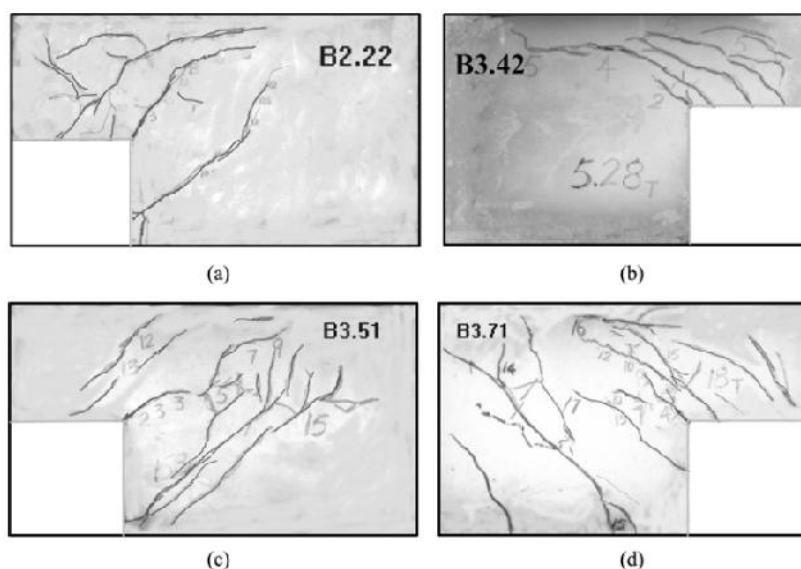


Figura 2.5 – Propagação de fendas em função da geometria do elemento (Wang et al. 2005).

De modo a retardar o aparecimento da primeira fenda e diminuir o efeito do corte na viga, deve-se biselar o canto reentrante (Leonhardt e Mönnig, 1977). As fendas diagonais propagam-se em direcção à carga aplicada e, como o ilustra a Figura 2.5, provocam a diminuição da altura

disponível para o bloco de compressão e, portanto, da capacidade resistente, até que ocorre a rotura quando a fenda atinge o ponto de aplicação da carga (Huang e Nanni, 2006). A relação H/h poderá dar uma ideia da capacidade resistente proporcionada pelo betão face ao esforço transversal, ou seja, quanto maior esta relação, maior a capacidade resistente. É então possível identificar quais os modos de rotura possíveis de ocorrer neste tipo de elemento, ver Figura 2.6.

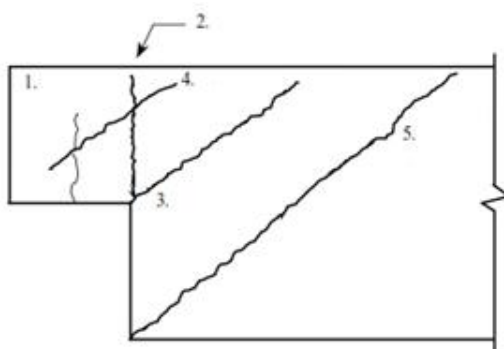


Figura 2.6 – Potenciais modos de rotura de vigas indentadas (adaptado de Huang e Nanni, 2006);

1. Fenda no dente devida a flexão e tracção aplicada ao dente;
2. Fenda devido ao esforço transversal na junção entre o dente e o corpo principal da viga;
3. Fenda devida à tracção diagonal originada no canto reentrante;
4. Fenda diagonal no dente devida à tracção diagonal no dente;
5. Fenda diagonal no corpo principal da viga devida à tracção longitudinal e vertical.

2.5 Caracterização da ligação viga-pilar

Existem diversas possibilidades de ligação com o recurso a vigas indentadas (Elliott e Tovey, 1992; Elliott, 2002; FIB:Commission:6:Prefabrication, 2007). Tendo em conta que estamos no campo da pré-fabricação, a solução a estudar no trabalho refere-se à situação em que os elementos verticais são contínuos (em termos estruturais e construtivos), enquanto que os elementos horizontais são interrompidos e executados por meio de ligações visíveis, através de consolas curtas ou por outro tipo de apoio com a mesma função (Sai e Kjæbye, 1999).

Este tipo de ligação viga-pilar é classificado, quanto ao comportamento mecânico à flexão, de articulado por Pompeu dos Santos (1984, 1985). As ligações articuladas de edifícios são simplesmente apoiadas quando transmitem apenas esforço transversal (Pompeu dos Santos, 1985). A ligação viga-pilar envolvendo vigas indentadas pode-se classificar da forma apresentada no Quadro 2.1. As premissas de uma ligação articulada são utilizadas no estudo efectuado neste documento.

Quadro 2.1 – Classificação da ligação (Pompeu dos Santos, 1985).

<i>Ligação</i>	<i>Classificação</i>
Tipo de elementos ligados	Viga-pilar
Esforços transmitidos	Transverso e normal
Processo de execução	Atrito ou gravidade
Comportamento mecânico (à flexão)	Articulada

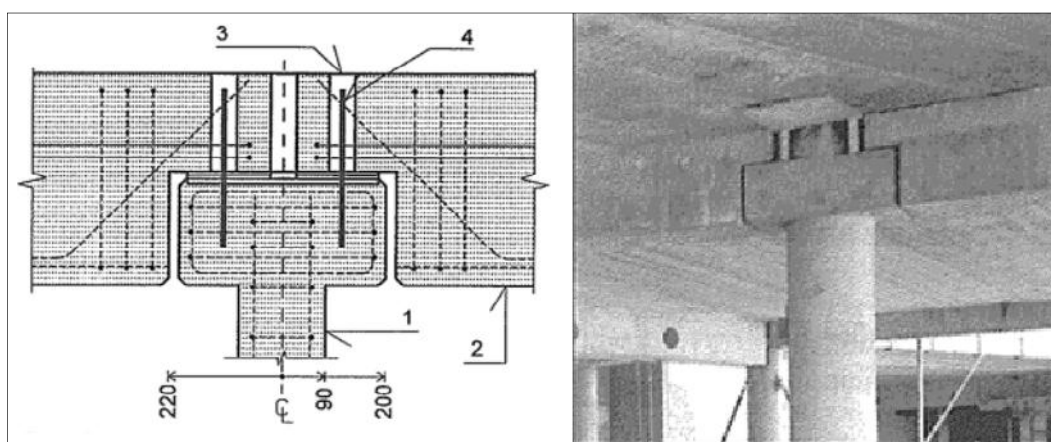


Figura 2.7 – Ligação viga-pilar concebida com recurso a vigas com extremidade indentada (adaptado de Sai e Kjæbye, 1999);

Classificando a numeração da Figura 2.7:

1. Pilar com duas consolas curtas com dois ferrolhos ou cavilhas embutidas;
2. Viga com extremidade indentada;
3. Furo para a cavilha preenchido com calda de cimento;
4. Cavilha.

2.6 Zonas de Bernoulli e de Descontinuidade

Na aplicação do método de escoras e tirantes Schlaich et al. (1987, 1991) subdividiram as partes de uma estrutura em zonas de comportamento estrutural distinto, denominadas de “Zona B” e “Zona D”. As “Zona B” são aquelas em que a hipótese de Euler-Bernoulli é válida, ou seja, “numa peça linear [...] as secções rectas mantêm-se planas e perpendiculares ao eixo durante a deformação” (Dias da Silva, 2004). Desta forma, poderemos assumir que a distribuição de deformações normais é linear em toda a altura do elemento, sendo a determinação das tensões no aço e no betão imediata se for conhecida a relação constitutiva dos materiais (Dias da Silva, 2004). Podemos definir categorias de “Zona D” de acordo com a perturbação à anterior

hipótese: ela pode ser de origem estática (devido a forças exteriores aplicadas), geométrica (variação brusca de geometria do elemento) ou geométrica e estática, ver Figura 2.8.

No caso em estudo, a zona do dente da viga apresenta uma irregularidade geométrica que impede a linearidade das deformações ao longo da secção transversal do elemento. A Figura 2.9 ilustra o supradito, através do resultado de uma análise elástica linear de uma viga indentada, verificando-se que a distribuição de deformações junto à saliência, não é linear (Chen e El-Metwally, 2011). A fronteira entre estas regiões é definida de uma forma prática pelo ACI, que indica que a região D tem uma extensão igual à altura do elemento, medida a partir da secção de aplicação da força concentrada ou de descontinuidade geométrica (Chen e El-Metwally, 2011; CEB/FIB, 1999b; Liang, 2005). Num elemento de betão fendilhado a rigidez varia consoante a direcção (Chen e El-Metwally, 2011), de modo que a fronteira da zona D pode também variar. Apesar disso, o procedimento enunciado anteriormente para delimitação das zonas B e D pode ser aplicado, pois é baseado no comportamento elástico do material (Chen e El-Metwally, 2011).

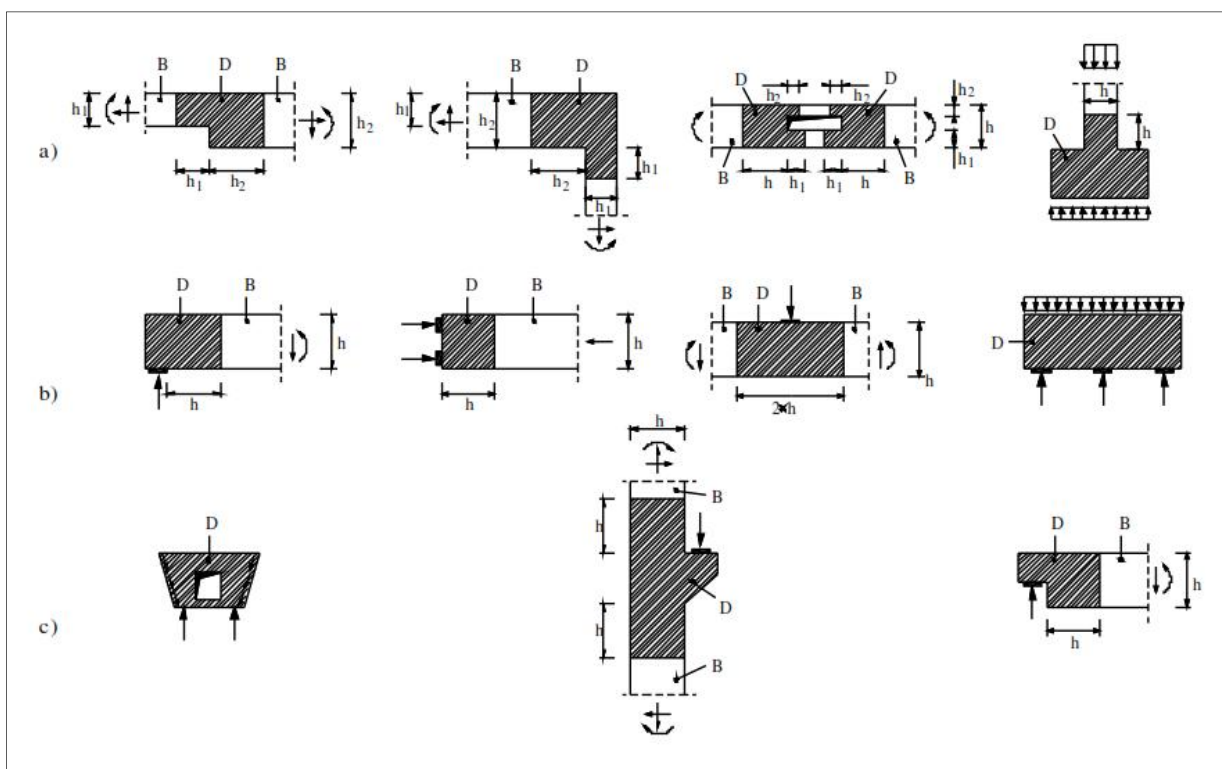


Figura 2.8 – Zonas B e D: a) descontinuidade geométrica; b) descontinuidade estática; c) descontinuidade geométrica e estática (CEB/FIB, 1999b).

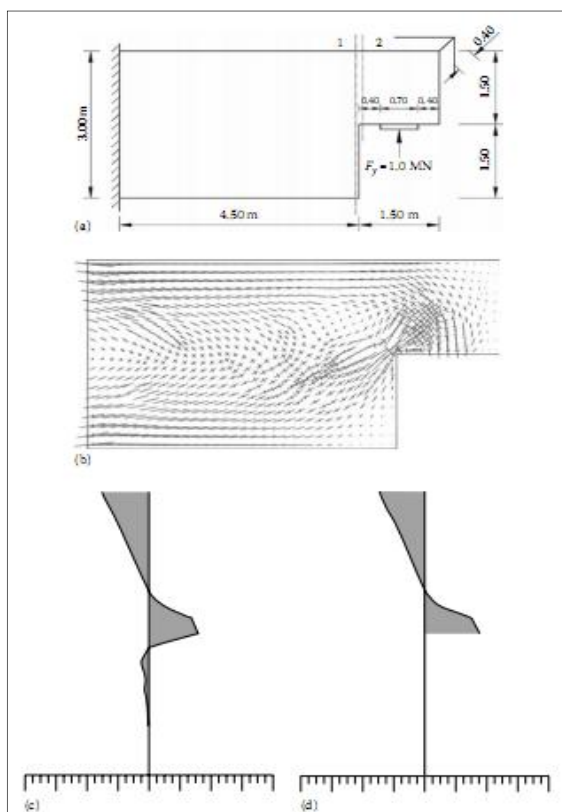


Figura 2.9 – Exemplo de uma viga indentada em consola; (a) viga; (b) isostáticas (trajectória das tensões principais); (c) distribuição da extensão normal no corte 1 e d) distribuição da extensão normal no corte 2 (adaptado de Chen e El-Metwally, 2011).

2.7 Origem e desenvolvimento dos MET

A análise e o dimensionamento das vigas indentadas efectuados no presente estudo baseiam-se em modelos de escoras e tirantes que resultam da adaptação do modelo de treliça originalmente desenvolvido por Ritter (1899) para modelar o mecanismo de resistência ao esforço transversal de vigas prismáticas de betão armado. A analogia da treliça foi refinada na década de 1960 por investigadores como Kupfer (1964), Rüschi (1964) e Leonhardt (1965), e, mais recentemente, por Thürlimann (1979), Chen (1982), Nielsen (1984) e Marti (1985a, 1985b), que melhoraram os modelos de dimensionamento e contribuíram para a criação de uma base científica sólida e fundamentada na teoria da plasticidade. A forma mais generalizada e sistematizada da analogia de treliça é conhecida como método das escoras e tirantes, e foi fortemente fundamentada através do trabalho desenvolvido por Schlaich et al. (1987, 1991) que, pela primeira vez, deram uma atenção especial às regiões nodais e aos estados múltiplos de tensão nas escoras (Liang, 2005).

3 MODELO DE ESCORAS E TIRANTES

3.1 Modelo de treliças e de escoras e tirantes

As treliças são constituídas por peças lineares resistentes (barras), ligadas entre si por articulações (nós), consideradas perfeitas (a rotação da barra em relação ao nó é livre). As forças exteriores são aplicadas somente nos nós, não havendo portanto momento fletor nas barras, as quais apenas transmitem o esforço normal. Os esforços nas barras da treliça são calculados pelo método dos nós ou pelo método de Ritter (Naaman, 2004). As treliças podem ser estaticamente determinadas ou indeterminadas (hiperestáticas) e o modelo idealizado cinematicamente estável ou não (Naaman, 2004).

O modelo de escoras e tirantes baseia-se nos pressupostos da analogia da treliça, em que as barras são denominadas de escoras e tirantes dependendo de transferirem esforços de compressão ou de tracção, respectivamente. Mais notoriamente, difere daquela analogia, na possibilidade de conceber modelos que não sejam estáveis do ponto de vista cinemático, ou seja, mecanismos (Naaman, 2004), sendo a geometria neste caso dependente do carregamento. Contudo, não quer dizer que a estrutura seja instável, pois ao mínimo movimento, surgem compressões transversais no betão que a estabilizam. Porém, pode sempre adicionar-se a um modelo instável, o número suficiente de barras para o tornar estável. Estas barras não terão esforços significativos e não irão afectar as trajectórias das forças, tornando ainda o modelo cinematicamente adequado.

Para além disto, o método é baseado na teoria de plasticidade, que estabelece uma solução de limite inferior, ou seja, o valor de carregamento de ruptura determinado por este método será menor ou igual à carga de rotura teórica (FIB:Commission:6:Prefabrication, 2007), de modo que há uma infinidade de soluções que cumprem os critérios inerentes ao dimensionamento (CEB/FIB, 1999a). Acontece desta forma porque não é considerada a compatibilidade de deslocamentos, mas apenas o equilíbrio de forças nos nós e a resistência dos elementos, não sendo possível obter uma única solução (Marti, 1985a; Marti, 1985b; CEB/FIB, 1999a; E.Naaman, 2004; Chen e El-Metwally, 2011). Embora não seja possível aplicar esta versão do método para determinar uma solução óptima no que se refere às condições de serviço (CEB/FIB, 1999a), está actualmente em desenvolvimento uma sua versão com esta especificidade, dita adaptativa. Um problema associado ao método, é que este admite um comportamento último plástico-perfeito, como ilustra a Figura 3.1a) para a flexão (para a

compressão o comportamento é similar), quando na realidade a relação constitutiva do betão é muito diferente, Figura 3.1b) e a do aço também é um pouco diferente (CEB/FIB, 1999a).

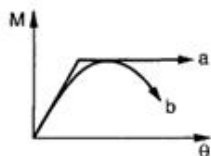


Figura 3.1 – a) Comportamento elasto-plástico idealizado; b) comportamento elasto-plástico real (CEB/FIB, 1999a).

3.2 Considerações do método das escoras e tirantes

A geometria do modelo de escoras e tirantes adoptado é baseada no percurso das cargas no interior do elemento de betão armado, as quais são “transferidas” através de um campo de tensão de compressão (escoras) que se distribui e interliga através da tensão de tracção, (tirantes), sendo que os pontos de intercepção desses elementos são designados de regiões nodais ou simplesmente nós (CEB/FIB, 1999a; Liang, 2005). A distribuição elástica linear das tensões pode ser utilizada para o desenvolvimento de modelos de escoras e tirantes em estruturas de betão, orientando as escoras e tirantes segundo as direcções principal de tensões (linhas isostáticas), como sugerido por Schlaich et al. (1987). De qualquer forma, devido à hipótese assumida nesse caso, de que o elemento de betão não está fendilhado, o modelo pode diferir do caminho efectivo de cargas no ELU, como explicado por Schlaich e Schäfer (1991) (CEB/FIB, 1999b, FIB:Commission:6:Prefabrication, 2007). Não convém, no entanto, que o modelo se desvie excessivamente do campo de tensões elásticas determinado pela análise linear, porque a deformação plástica no betão armado é limitada e, conseqüentemente, a capacidade de deformação das ligações também o é, devendo pois evitar-se soluções que requeiram uma grande redistribuição plástica (CEB/FIB, 1999b; Liang, 2005; FIB:Commission:6:Prefabrication, 2007). Posteriormente, é possível ajustar o modelo de escoras e tirantes obtido pela análise elástica, de forma a caracterizar o comportamento real do elemento de betão armado fendilhado (CEB/FIB, 1999b). Os pressupostos subjacentes ao dimensionamento com recurso ao método de escoras e tirantes são (E.Naaman, 2004; ACI-Committee-318, 2011):

- Os campos de tensões nas escoras e tirantes são uniaxiais.
- A contribuição da tensão resistente do betão nos tirantes é ignorada. No entanto, a presença do betão faz com que haja um aumento da rigidez, diminuindo a deformação: esta informação é útil na análise dos estados limite de serviço.

- Os tirantes devem entrar em cedência antes do esmagamento do betão nas escoras, assegurando a ductilidade do elemento.
- As forças externas são aplicadas exclusivamente nos nós. No caso de um carregamento uniforme terá que ser dividido em várias cargas concentradas aplicadas nos nós.
- Os esforços nas barras do modelo de escoras e tirantes devem estar em equilíbrio com as cargas aplicadas.
- A resistência das escoras, tirantes e regiões nodais deve ser igual ou superior aos esforços nestes constituintes do modelo de escoras e tirantes.
- As escoras não podem cruzar-se nem sobrepor-se.
- Os tirantes podem cruzar-se e cruzar escoras.

3.3 Caracterização das topologias do modelo da viga indentada

O arranjo geométrico das armaduras é definido pelo modelo de escoras e tirantes. Assim, existem muitas formas de estabelecer a topologia do modelo; não obstante, efectuou-se a análise com três tipos de configurações, sendo possível estabelecer dois tipos distintos quanto à forma de ultrapassar a reentrância do dente da viga: um primeiro será através da colocação de dois tirantes ortogonais (Figura 3.2 a), b) e c)), e o segundo através do posicionamento de um tirante inclinado (Figura 3.2 d)).

As topologias ortogonais a) b) e c) da Figura 3.2 têm um tirante vertical B-C junto ao canto reentrante e uma escora inclinada A-B acima do apoio. Estes três modelos diferem entre si, na maneira como é ancorado o tirante horizontal em D. A altura do dente da viga (h) deverá ser suficientemente grande para que o ângulo entre a escora A-B e a horizontal respeite os limites estabelecidos para uma região nodal do tipo CCT. Um ângulo pequeno entre a escora e o tirante provocará tensões muito elevadas no tirante A-D e na própria região nodal que não poderá ser tratada de forma simplista (Wight e MacGregor, 2012). Deverá ser prestada muita atenção à ancoragem das armaduras junto a reentrância, tema tratado apenas na secção 5.5.2.

A componente horizontal do esforço de compressão em A-B é equilibrada pela tracção em A-D, que é tanto maior quanto maior for a reacção vertical de apoio. As ancoragens no nó A feitas com recurso a amarrações rectas não conseguem desenvolver a força requerida devido ao espaço limitado, podendo pois recorrer-se à ancoragem da armadura soldando chapas, varões ou perfis metálicos, ou então, usando laços. Esta dificuldade de amarração surge novamente nos tirantes C-F e C-E da topologia ortogonal a), b) e c) (ver Figura 3.2); no entanto devemos notar que a segunda tem vantagem pois o esforço no tirante C-E é menor e, logo, mais fácil de amarrar que o do tirante C-F. O esforço de tracção no tirante B-C é da ordem de grandeza da

reação de apoio, como se pode verificar por simples equilíbrio nos casos a) e b) (Wight e MacGregor, 2012). A armadura transversal deve ser colocada o mais perto possível do canto reentrante distribuída sobre uma curta extensão. Isto irá reduzir a área dos nós B e C.

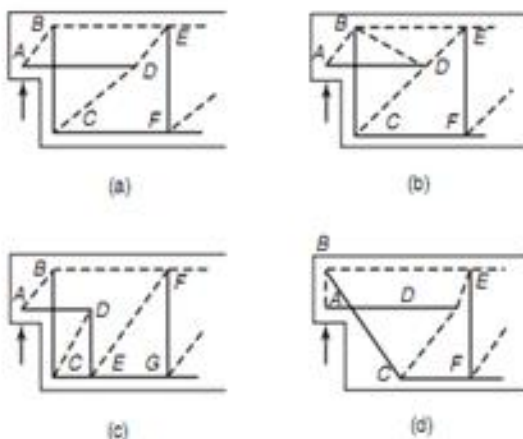


Figura 3.2 – Topologia do modelo de escoras e tirantes junto ao apoio em dente com tirantes a), b) e c) e tirante inclinado d) (adaptado de Wight e MacGregor, 2012).

No que se refere especificamente ao modelo b) (MO1), o tirante A-D é ancorado pela escora B-D, sendo que as fendas geradas na reentrância da viga se desenvolvem perpendicularmente a esta escora, de acordo com o esquema de fendas da Figura 2.5. Isto sugere que esta topologia não é exequível. No entanto, se a força na escora B-D for igual a zero então já não existirá incompatibilidade, obtendo-se o modelo a) da Figura 3.2, em que a ancoragem de A-D já é feita pela escora C-D, que também participa no mecanismo de resistência ao esforço transversal.

No que se refere especificamente ao modelo c) (MO2), o esforço de tracção no tirante D-E tem que equilibrar a componente vertical do esforço em B-C, o que requer uma armadura transversal com espaçamento reduzido e distribuída pela extensão l_2 (ver Figura 3.2 a)). A extremidade direita do tirante A-D (D) é ancorada pela escora C-D. O esforço de tracção no tirante D-E garante o equilíbrio de forças (Herzinger e El-Badry, 2002).

No que se refere à topologia com tirante inclinado d) (MI), é um caso particular do modelo a analisar (ver Figura 3.2 d)). Como a viga é submetida apenas a cargas verticais, não será necessária a colocação do tirante A-D, pela inexistência de esforços horizontais, ou seja, o esforço no tirante A-D é nulo, logo a topologia será a apresentada na Figura 3.3.

Segundo Silva (1998), este é o modelo mais económico, uma vez que resulta numa menor quantidade de armadura, sendo que o caminho das forças estabelecido no modelo é o que mais se aproxima da sua distribuição natural (Chen e El-Metwally, 2011). Este modelo é caracterizado pela utilização de um tirante inclinado, B-C, que é ancorado logo acima do suporte (A). A armadura inclinada reduz significativamente a largura de fendas no canto reentrante. É de senso comum, mas também é demonstrado por resultados experimentais, que a resistência da viga aumenta quando a distância do suporte ao canto reentrante da viga decresce. A amarração do tirante B-C poderá revelar-se um problema se este tirante for executado com varões de grande diâmetro, podendo revelar-se necessária a ancoragem com placas soldadas. Deve ser dada especial atenção à ancoragem do tirante B-C na sua extremidade superior (Herzinger e El-Badry, 2002).

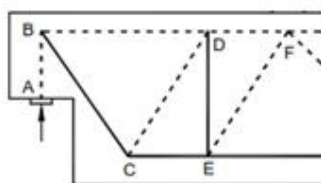


Figura 3.3 – Topologia de tirante inclinado sujeito a análise. (Herzinger e El-Badry, 2002).

Depois de definir dois ou mais modelos de escoras e tirantes básicos é possível a combiná-los de modo a otimizar a solução para um dado problema (Schlaich e Schäfer, 1991) (ver Figura 3.2), associando a cada uma percentagem do carregamento aplicado, designada de grau de participação. Este procedimento é usual quando as soluções básicas não são satisfatórias. A associação de dois modelos simples resulta numa solução mais eficiente, garantindo um comportamento estrutural mais próximo da solução elástica pois representa melhor as linhas isostáticas (trajectórias das direcções principais de tensão) reais. O grau de participação de cada um dos modelos básicos não deverá ser superior a 70% nem inferior a 30% (Cook e Mitchell, 1988). A combinação dos modelos pode facilitar a questão da amarração eficaz dos tirantes pois que permite reduzir o esforço de tração nos mesmos (Chen e El-Metwally, 2011).

Notar que as topologias de tirantes ortogonais resistem tanto a esforços verticais como horizontais, enquanto que a topologia com o tirante inclinado resiste exclusivamente a esforços verticais: assim, a combinação das duas permite a resistência a esforços com ambas as direcções. O exemplo da combinação de topologias, formando um único modelo de escoras e

tirantes é patente na Figura 3.4 (Schlaich e Schäfer, 1991; Herzinger e El-Badry, 2002; Wight e MacGregor, 2012).

As treliças que constituem cada um dos modelos podem ser classificadas, quanto ao grau de indeterminação estática (estaticidade), como hipostáticas, isostáticas e hiperestáticas, conforme o número de equações de equilíbrio independentes é, respectivamente, superior, igual ou inferior ao correspondente número de variáveis estáticas independentes. A análise da estaticidade de uma treliça deve distinguir dois tipos:

- A estaticidade interna, que compara o número de barras, ou seja, de variáveis estáticas, com o número de nós, para cada um dos quais há duas equações de equilíbrio, não sendo todas forçosamente independentes
- A estaticidade externa, que compara o número de ligações ao exterior com o número de equações de equilíbrio globais e parciais independentes que as relacionam;

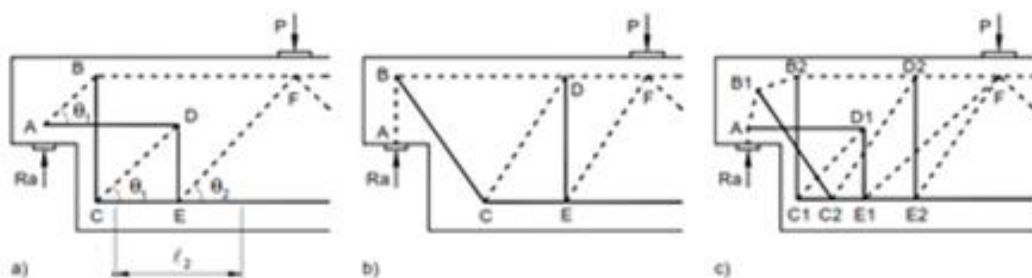


Figura 3.4 – Combinação de duas das topologias estudadas. (Herzinger e El-Badry, 2002).

No caso de treliças planas com ligações bem distribuídas, o grau de indeterminação estático global é dado pela equação seguinte:

$$r = B + R - 2 \cdot N \quad (1)$$

onde B é o número de barras (escoras e tirantes), R é o número de reacções de apoio (ligações simples ao exterior) e N é o número de nós. De acordo com o valor de, r a treliça é classificada do seguinte modo:

- Estrutura hiperstática: $r > 0$
- Estrutura isostática: $r = 0$
- Estrutura hipostática: $r < 0$

Relativamente aos dois primeiros casos, recorde-se que se admitiu que as ligações existentes estão bem distribuídas. Note-se ainda que a classificação acima utiliza o termo hipoestática para designar uma estrutura naturalmente instável, o que é frequente na literatura. Para uma melhor compreensão dos modelos estudados deve-se determinar o grau de indeterminação estática dos modelos completos de duas topologias de tirantes ortogonais b) (MO1) e c) (MO2) da Figura 3.2 e da topologia com tirante inclinado (MI) na mesma figura.

$$\text{MO1} \rightarrow \begin{cases} b = 23 \\ r = 3 \Rightarrow r = 0 \Rightarrow \text{Estrutura isostática (Figura 3.2 b)} \\ n = 13 \end{cases}$$

$$\text{MO2} \rightarrow \begin{cases} b = 19 \\ r = 3 \Rightarrow r = -1 \Rightarrow \text{Estrutura hipoestática (Figura 3.2c)} \\ n = 17 \end{cases}$$

$$\text{MI} \rightarrow \begin{cases} B = 19 \\ R = 3 \Rightarrow r = 0 \Rightarrow \text{Estrutura isostática (Figura 3.2 d)} \\ N = 13 \end{cases}$$

No caso dos modelos hipoestáticos é necessário definir a sua geometria de acordo com o valor das forças aplicadas, de modo a garantir a existência de solução estática. Note-se que qualquer das duas últimas pode ser tornadas estável e isostática adicionando uma barra ligando os nós B e D (Providência, 2014).

3.4 Optimização da geometria de modelos de escoras e tirantes

A optimização da topologia de modelos de escoras e tirantes, embora possível, apresenta algumas dificuldades inerentes à modelação do comportamento materialmente não linear do betão armado (Liang, 2005). Deste modo, e baseados no princípio da energia de deformação mínima para o comportamento linear elástico das escoras e tirantes depois da formação da primeira fenda no elemento de betão, Schlaich et al. (1987) propuseram a equação (2) para assistir na escolha da melhor geometria possível de estabelecer, segundo a topologia do modelo de escoras e tirante escolhida (CEB/FIB, 1999b; Liang, 2005).

$$\sum_{i=1}^T F_i \times L_i \times \varepsilon_{mi} = \text{mínimo} \quad (2)$$

sendo F_i representa a força na escora ou tirante i , L_i o comprimento do elemento i , ε_{mi} extensão média do elemento i e T é o número total de barras no sistema de escoras e tirantes.

Schlaich et al. (1987) indicaram que no cálculo da energia de deformação de um modelo de escoras e tirantes, a energia de deformação está concentrada nos tirantes, sugerindo também que a energia relativa às escoras é desprezável. Também segundo Nilson et al. (2004) o modelo ideal é aquele que conduz a uma menor energia de deformação distribuída pelas zonas D, onde as forças devem seguir o “caminho” de maior rigidez. Como as escoras são elementos geralmente mais rígidos que os tirantes, o modelo com um volume mínimo de tirantes será preferencial (Naaman, 2004). No entanto, baseado nos resultados apresentados por Brown et al. (2006) esta suposição não é verdadeira. A maioria dos resultados apresentados por Brown et al. (2006) exibiram a menor energia de deformação com a topologia de apenas um painel e apenas 2% com dois painéis (ver Figura 3.5 b). Dos 494 ensaios realizados, 39% têm mais de metade da energia de deformação total contida nas escoras, em soluções de um painel (ver Figura 3.5 a). Para as soluções com dois painéis, em 5% a contribuição das escoras é mais de metade da energia de deformação total. Deste modo, quanto mais complexo o modelo de escoras e tirantes é, menor irá ser a contribuição das escoras relativamente aos tirantes, tendo em conta a contribuição destes elementos na energia de deformação total, não sendo admissível para modelos simples desprezar a contribuição das escoras (Brown et al. 2006).

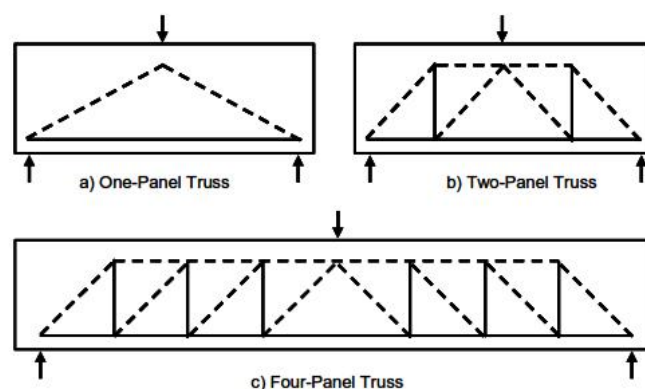


Figura 3.5 – Treliças constituídas (cada metade) por um (a), dois (b) e quatro painéis (c).

Neste contexto, as topologias dos MET adoptados são categorizadas como complexas, logo, não será considerada a contribuição das escoras no cálculo da energia de deformação.

4 PROGRAMAÇÃO

4.1 Procedimento

Com o objectivo de determinar quais as soluções de dimensionamento de vigas em dente que podem ser competitivas ao nível da quantidade de armadura requerida face à quantidade determinada para a solução da viga prismática similar, bem como a garantia de que a comparação é feita com uma solução topológica otimizada obedecendo às premissas enunciadas ao longo dos próximos capítulos. Devido à problemática apresentada foi elaborado um programa em Excel para cada uma das topologias caracterizadas na secção 3.3, para determinar os respectivos MET otimizados.

A solução de um problema não linear é significativamente mais complexa que a solução de um problema linear. Na optimização de um modelo linear, as soluções encontram-se sempre na superfície do domínio convexo definido pelas restrições aplicadas à função objectivo. Isto não será necessariamente verdadeiro no que se refere a modelos não lineares (Postolache, 2007); pois que, não sendo o espaço das soluções admissíveis convexo, será necessário avaliar se um dado resultado é um mínimo local ou um mínimo absoluto, ver Postolache, (2007).

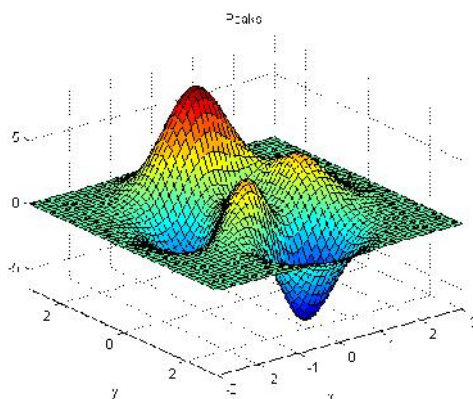


Figura 4.1 – Exemplo de mínimos e máximos relativos e absolutos da função objetivo.

Face ao objectivo proposto, foi optimizada a geometria do MET apresentado na secção 3.4, através da funcionalidade do Microsoft Office Excel Solver, que utiliza para uma programação não-linear o algoritmo do gradiente reduzido generalizado (GRG2). Trata-se de um problema

de optimização não linear não restringida, sendo necessário introduzir uma estimativa das variáveis a otimizar (Santos Silva, 2013).

Conjuntamente com a folha de Excel, foi programada em Visual Basic for Applications uma macro para a análise de geometrias do elemento e determinação de várias características inerentes aos MET e especificidades de cada uma das topologias adoptadas.

4.2 Gradiente Reduzido Generalizado

“O algoritmo do gradiente reduzido generalizado proposto por Lasdon et al. (1978) trata da solução de problemas de optimização não lineares nos quais a função objectivo pode ter não linearidades de qualquer tipo, contando que essa função seja diferenciável” (Dantas et al. 2007). O algoritmo trata de problemas gerais de optimização restrita da forma:

$$\begin{aligned} &\text{Minimizar } Z(X) \text{ sujeito a:} \\ &0 \leq g_i(X) \leq ub(i), i = 1, m, \\ &lb(i) < X_i < ub(i), i = m + 1, m + n, \end{aligned}$$

onde X é um vector de n variáveis. Assume-se que as funções Z e g_i são diferenciáveis. De acordo com Lasdon, et al. (1978), “o problema é resolvido minimizando uma sequência de problemas reduzidos, nos quais a função objectivo reduzida $F(x)$ possui um vector x (um subconjunto de X) de variáveis não básicas. O sistema itera através de uma pesquisa unidimensional por meio de uma variação do método de Newton (Dantas et al. 2007).”

Há que referir que o algoritmo utilizado na optimização dos MET não é o mais eficiente dos já disponíveis, como é explicado por Dantas et al. (2007) e Yeniay, (2004). No entanto, a aplicação feita por via do Excel é bastante mais simples.

4.3 Variáveis de dimensionamento

As variáveis de dimensionamento são as coordenadas dos nós do MET; nesse sentido é possível analisar os padrões de geometria da topologia que mais servem o propósito explanado na secção 4.1, visto que, dependendo da geometria do MET adoptado, os esforços nos vários elementos que o constituem alteram-se, obtendo-se uma solução optimizada, (ver secção 3.4). As coordenadas dos nós são definidas geograficamente no corpo da viga ao longo do eixo longitudinal (X_i) e em termos de altura (Y_i).

4.4 Limites de variáveis

Os limites de variação das variáveis são fortemente dependentes da geometria da viga (com limites definidos na secção 2.3, propriedades mecânicas dos materiais betão e aço, carregamento aplicado, nomeadamente no que se refere às tensões nas escoras e tirantes longitudinais a meio vão (pois a tensão nestes é máxima) e consequente largura do elemento, mas também pelo braço mecânico (z) limitado ao intervalo entre $0.6H$ e $0.8H$.

4.5 Restrições de dimensionamento

As restrições de dimensionamento são as enunciadas no capítulo 5. Contudo, existem outras não apresentadas no corpo de texto do documento que, embora importantes, não são categorizadas como essenciais no cômputo geral da problemática da análise e dimensionamento de vigas através dos MET – consequentemente, serão apresentadas apenas em anexo. Especificamente, é o caso da definição do valor do recobrimento, do vão efectivo das vigas, da distribuição dos varões na secção, do diâmetro admissível dos mandris para varões dobrados, amarração por meio de varões soldados, etc.

4.6 Função objectivo

A função objectivo tem como base a expressão (2), em que se pretende minimizar o somatório do produto do comprimento dos tirantes pelo quadrado do esforço de tracção nos mesmos.

5 DIMENSIONAMENTO E DISPOSIÇÕES REGULAMENTARES

5.1 Procedimento de dimensionamento

Para o dimensionamento de elementos de betão armado segundo o método de escoras e tirantes, é necessário definir e caracterizar as suas componentes, nomeadamente as escoras de betão à compressão e sua resistência, regiões nodais e seus parâmetros de resistência, parâmetros de resistência dos tirantes, a ancoragem de armaduras e, também, definir a armadura específica para controle de fendilhação.

O procedimento recomendado para o dimensionamento de elementos a partir de um modelo de escoras e tirantes deverá então passar pelas seguintes fases segundo (Fu, 2001):

1. Definição do sistema estrutural;
2. Determinação das acções e reacções;
3. Estimativa das dimensões da estrutura e dos elementos;
4. Delimitação das zonas B e D da estrutura;
5. Dimensionamento das zonas B através de outros métodos;
6. Desenvolvimento dos modelos de escoras e tirantes para as zonas D;
7. Determinação das dimensões do elemento;
8. Determinação das forças e tensões nos nós;
9. Determinação dos esforços e tensões nas escoras;
10. Pormenorização dos tirantes e verificação das condições de ancoragem.

5.2 Dimensionamento de Escoras

De acordo com Schlaich e Schäfer (1987,1991), existem três configurações de escoras possíveis, dependendo do campo de compressão idealizado (ver Figura 5.1). As escoras constituem campos de tensões de compressão com uma largura considerável e, por isso, deve ser deixada uma distância apropriada do seu eixo à envolvente exterior do elemento (CEB/FIB, 1999b).

A Figura 5.1 a) representa um campo de tensões prismático (prism), que se distribui uniformemente, não produzindo tensões transversais de tracção. Este tipo de escora é um caso particular da escora do tipo leque, sendo normalmente utilizado em zonas B.

A Figura 5.1 b) representa um campo de tensões em forma de garrafa (bottle), o qual apresenta curvatura localizada que gera tracções transversais consideráveis. Tipicamente utilizado em zonas D, é um exemplo característico de uma escora que direcciona as cargas para os apoios.

A Figura 5.1 c) representa um campo de tensões em forma de leque (fan): não apresenta curvatura de modo que as tensões de tracção transversais são desprezáveis. São utilizadas maioritariamente em zonas D, onde existem cargas concentradas a actuar na estrutura que se transmitem de forma suave.

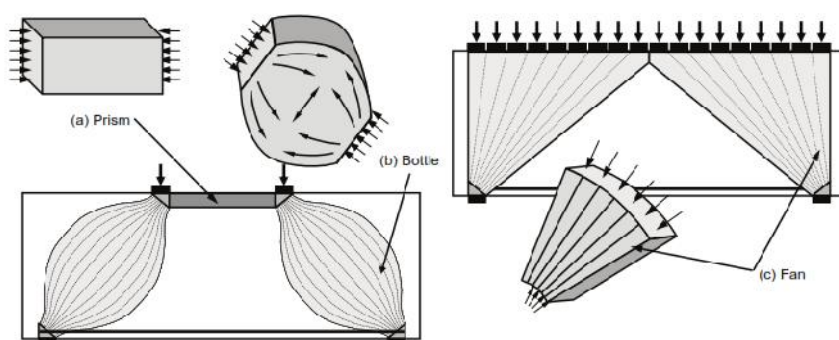


Figura 5.1 – Tipos de escoras e correspondentes configurações de campos de tensão de compressão (Brown et al. 2006).

5.2.1 Parâmetros de resistência de Escoras

O EC2 na secção 6.5.2 apresenta as seguintes recomendações para a determinação da resistência das escoras de betão:

- Nas zonas em que a escora não apresenta tracções na direcção transversal, que é o caso das escoras longitudinais da viga, o valor de cálculo da resistência da escora é dado por

$$\dagger_{Rd,max} = f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\chi_c} \quad (3)$$

onde, $\dagger_{Rd,max}$ representa o valor de cálculo da resistência da escora; f_{cd} representa o valor de cálculo da tensão de rotura do betão à compressão; f_{ck} representa o valor característico da tensão de rotura do betão à compressão aos 28 dias, χ_c representa o coeficiente parcial de segurança relativo ao betão, que para ELU vale 1,5.

- Em zonas comprimidas e fendilhadas, sujeitas a tracção transversal, como as escoras inclinadas situadas na alma do elemento, o valor de cálculo da resistência das escoras de betão deve ser reduzido,

$$\dagger_{Rd,max} = 0,6 \cdot v \cdot f_{cd} \quad (4)$$

onde v representa o coeficiente de redução da resistência do betão fendilhado por esforço transversal.

O valor recomendado para v é dado pela expressão seguinte:

$$v = 1 - \frac{f_{ck}}{250} \quad (5)$$

com f_{ck} em MPa.

5.3 Dimensionamento de Tirantes

As forças de tracção são resistidas por varões de aço, visto que a resistência à tracção do betão poderá ser considerada muito pequena ou nula, para simplificação de cálculo. A área de aço A_s necessária para resistir à força de tracção aplicada no tirante é dada por:

$$A_s = \frac{N_{sd}}{f_{yd}} \quad (6)$$

onde N_{sd} é o esforço normal e f_{yd} o valor de cálculo da tensão de cedência à tracção do aço.

5.3.1 Parâmetros de resistência de Tirantes

O valor de cálculo da tensão de cedência é dado pela expressão seguinte:

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\chi_s} \quad (7)$$

onde χ_s , representa o coeficiente parcial de segurança relativo ao aço para ELU (1,15) e f_{yk} é o valor característico da tensão de cedência do aço.

5.4 Dimensionamento de Regiões Nodais

Um nó ou região nodal é um volume de betão no qual as forças actuantes em diferentes direcções concorrem num ponto: em termos práticos, a sua função é a de desviar ou reorientar os campos de tensões (CEB/FIB, 1999a). Estas forças actuantes são de compressão no caso das escoras, de amarração no caso das armaduras e também forças externas como reacções de apoio ou carregamentos pontuais Schlaich et al. (1987,1991), (CEB/FIB, 1999a). De acordo com Schlaich et al. (1987,1991), os nós do modelo de escoras e tirantes, podem ser classificados de duas formas em zonas D (ver Figura 5.2) (CEB/FIB, 1999a):

- Nós contínuos: o desvio das forças é feito em comprimentos razoáveis. Estes nós normalmente não são críticos desde que seja proporcionada uma ancoragem adequada para a armadura. Os modelos de escoras e tirantes são maioritariamente constituídos por este tipo de nós;
- Nós singulares ou concentrados: surgem em zonas de concentração de tensões devidas a descontinuidades geométricas ou alteração da secção transversal do elemento ou pelo desvio dos campos de tensão devidos às dobras na armadura longitudinal. Estes nós são críticos devido à concentração de forças ser feita em pequenas regiões, ou seja, existe o congestionamento de tensões, logo o valor das tensões deve ser controlado, de maneira a garantir que não são produzidas deformações excessivas capazes de provocar fendas.

Os nós contínuos não apresentam problemas de resistência, desde que a amarração das armaduras esteja devidamente disposta. De facto, a transferência de forças nos nós contínuos é feita numa região relativamente grande e de forma gradual, não provocando grandes concentrações de tensões, de modo que a verificação da resistência é dispensável. Nos nós singulares é necessária uma análise mais cuidadosa quer da resistência da região nodal, quer da pormenorização das armaduras concorrentes ao nó. No dimensionamento dos nós singulares, deve-se determinar a geometria, o estado de tensão, a resistência do betão e as condições de ancoragem das armaduras.

A geometria dos nós poderá ser definida pela pormenorização da estrutura. No caso de cargas concentradas aplicadas na estrutura, irá haver um comprimento finito de apoio. As dimensões desse apoio definem geometricamente o nó adjacente. Os nós que não se encontrem na periferia delimitada pela geometria do elemento não são influenciados pelos mesmos e são geometricamente mais difíceis de definir (Brown et al. 2006).

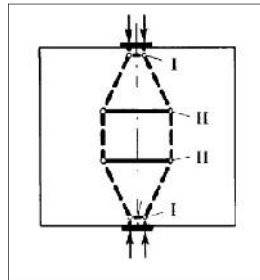


Figura 5.2 – Modelo de escoras e tirantes com diferentes tipos de regiões e singulares (I) nodais nós contínuos (II) (CEB/FIB, 1999a).

Na análise, pelo teorema estático, pode-se considerar que os nós são hidrostáticos (ver Figura 5.3). Neste caso as tensões associadas às barras concorrentes na região nodal são aplicadas perpendicularmente a cada uma das suas faces, sendo essa tensão de igual grandeza. Conclui-se que não existe tensão tangencial nas faces do nó e dentro do próprio nó, pois a tensão é aplicada perpendicularmente as faces. Porém, também se pode considerar que os nós são não-hidrostáticos (ver Figura 5.3), devido à resistência ao corte do betão. Neste caso, o rácio entre os valores absolutos da tensão máxima e da tensão mínima no nó não deve ser superior a 2 (Schlaich et al. 1987).

O uso de nós hidrostáticos nem sempre é possível. Em alguns casos a altura dos nós hidrostáticos pode ser excessivamente grande, o que impossibilita a sua utilização no dimensionamento. Nos casos em não é exequível a concepção de uma região nodal hidrostática, recomenda-se a definição de um nó não-hidrostático. Na Figura 5.4, observam-se as diferenças geométricas inerentes à concepção destes dois tipos de nós. No que se refere aos nós hidrostáticos (ver Figura 5.4), e a título exemplificativo analisando um nó CCT, o comprimento do nó a é definido pelo próprio comprimento do apoio; conseqüentemente há que determinar a altura u , a qual deve ser limitada ao dobro da distância entre o centro geométrico das armaduras e o bordo inferior da viga, determinadas através do esforço normal no tirante concorrente ao nó, ou seja, $u = 2 \cdot c^* + s$ (no caso de uma só fiada de armadura) (Brown et al. 2006).

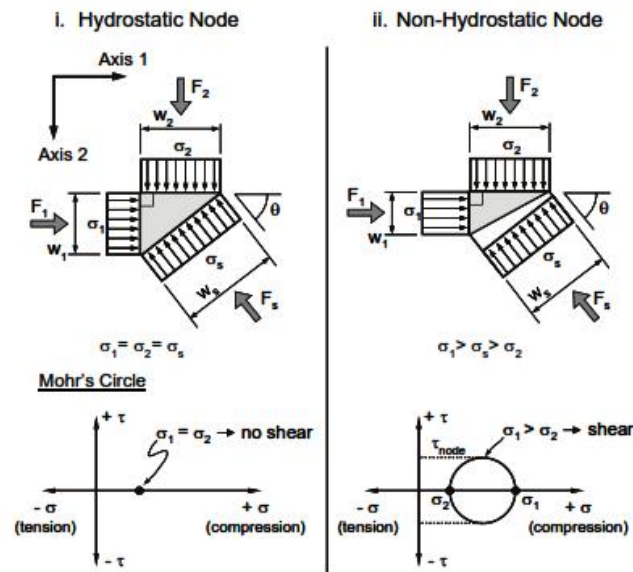


Figura 5.3 – Nós hidrostáticos (à direita) e não-hidrostáticos (à esquerda); incluindo representação do estado de tensão através do círculo de Mohr; (Brown et al. 2006).

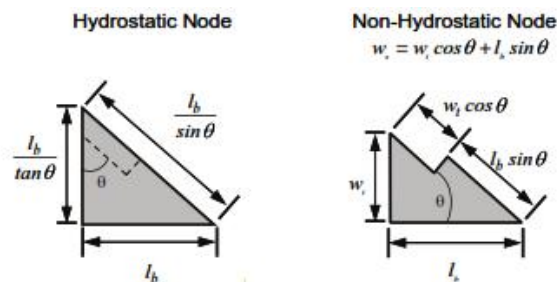


Figura 5.4 – Geometria dos nós: à esquerda nó hidrostático e à direita nó não-hidrostático (adaptado de Brown et al. 2006).

5.4.1 Parâmetros de resistência das regiões nodais

A resistência do betão depende em grande parte do estado de tensão e dos distúrbios devidos à fendilhação e às armaduras (CEB/FIB, 1999a). O EC2 apresenta um conjunto de procedimentos para o tratamento dos nós mais típicos do MET. Para o caso em estudo serão apenas apresentadas as regiões nodais presentes nos modelos posteriormente analisados, as quais serão pormenorizadas de acordo com as especificações da FIB. As recomendações para o dimensionamento e quantificação da resistência das regiões nodais dependem dos valores das

forças de compressão, das tensões provocadas pelas armaduras e das forças externas. A identificação da região nodal é feita a partir do tipo e número de elementos (escoras/tirantes) concorrentes ao nó.

5.4.1.1 Regiões nodais CCC

Em nós comprimidos, sem tirantes amarrados (EC2 6.5.4 (4) a)), Figura 5.5, (nó CCC), a tensão máxima $\dagger_{Rd,max}$ em qualquer das faces do nó não pode ser superior a

$$\dagger_{Rd,max} = k_1 \cdot v \cdot f_{cd} \quad (8)$$

sendo k_1 uma constante para a qual o valor recomendado pelo anexo português é 1,0.

Para um nó CCC sob um estado de tensão hidrostático as forças nas escoras são perpendiculares aos lados do nó e proporcionais à sua largura. Por outro lado, para nós não-hidrostáticos, seguindo o enunciado por (Schlaich e Schäfer, 1989), o estado de tensão é tolerável se a razão de tensão entre facetas não é superior a 2. Na Figura 5.5 está representado um nó não-hidrostático, sendo possível estabelecer as seguintes relações (Bergmeister et al. 1993):

$$a_0 = \frac{a_1 \cdot \tan(90^\circ - \alpha_2) \cdot \tan(90^\circ - \alpha_3)}{\tan(90^\circ - \alpha_2) + \tan(90^\circ - \alpha_3)} \quad (9)$$

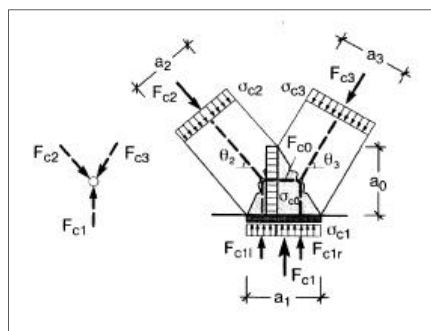


Figura 5.5 – Nó comprimido sem tirantes amarrados, nó do tipo CCC (CEB/FIB, 1999a).

5.4.1.2 Regiões nodais CCT

Em nós sujeitos a compressão com armaduras amarradas numa direcção (EC2 6.5.4 (4) b)), Figura 5.6 (nó CCT), a tensão máxima $\dagger_{Rd,max}$ em qualquer das faces do nó é dada por:

$$\dagger_{Rd,max} = k_2 \cdot v \cdot f_{cd} \quad (10)$$

sendo k_2 uma constante para a qual o valor indicado no anexo nacional é 0,85;

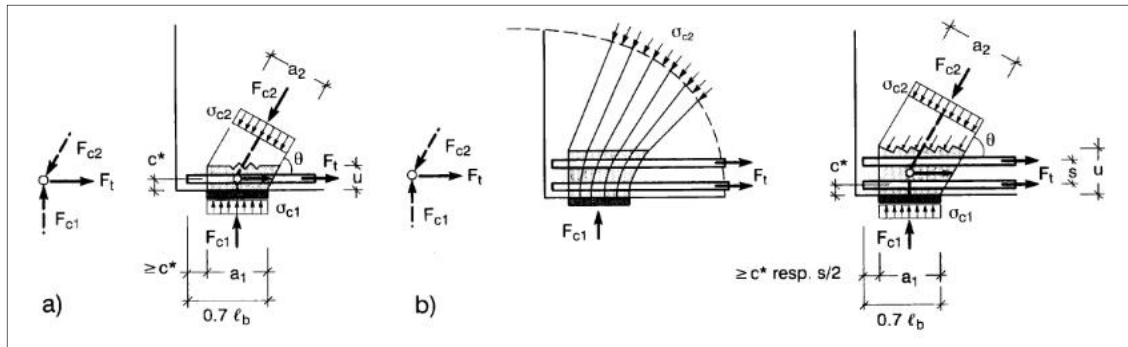


Figura 5.6 – Região nodal CCT tipicamente localizada na extremidade de uma viga: idealização para uma (a) e duas (b) camadas de armadura (CEB/FIB, 1999a).

Este tipo de nó existe vulgarmente na extremidade de vigas, devendo a armadura ser distribuída em toda a largura disponível do elemento e por uma altura efectiva u , de acordo com o campo de tensões idealizado na Figura 5.6 b). Como sugerido por Baumann (1988), a altura efectiva da região nodal u , é dada pelas seguintes expressões (CEB/FIB, 1999b):

- Para uma camada de armadura com um comprimento mínimo c^* a mais do campo de compressão (Figura 5.6 a));

$$u = 2 \cdot c^* \quad (11)$$

$$c^* \geq s/2 \quad (12)$$

- Para n fiadas de armadura com uma distância s entre fiadas e um excesso de comprimento de pelo menos c^* ou $s/2$ (ver Figura 5.6 b));

$$u = 2 \cdot c^* + (n-1) \cdot s \quad (13)$$

sendo a geometria do nó definida pela largura a_1 , o ângulo entre a escora e o tirante θ , a altura efectiva u e em que a altura da escora é dada por:

$$a_2 = a_1 \cdot \sin \alpha + u \cdot \cos \alpha \quad (14)$$

As verificações necessárias a efectuar no nó são:

- Tensão de compressão no nó devido a F_{c1} ;

$$\tau_{c1} = \frac{F_{c1}}{(a_1 \cdot b)} \leq f_{cd} \quad (15)$$

- Tensão de compressão no nó devido a F_{c2} ;

$$\tau_{c2} = \frac{F_{c2}}{(a_2 \cdot b)} \leq f_{cd} \quad (16)$$

É uma regra de boa prática a distribuição da armadura longitudinal em várias camadas possibilitando assim um aumento da altura efectiva do nó u e, conseqüentemente, o aumento de a_1 . Desta forma é possível reduzir a tensão máxima no nó. Se se optar por um nó hidrostático τ_{c1} e τ_{c2} são iguais. A equação seguinte poderá ser usada para o caso não-hidrostático (Bergmeister et al. 1993):

$$\frac{\tau_{c2}}{\tau_{c1}} = \sin^2 \alpha + \frac{u}{2a_1} \cdot (\sin 2\alpha) \leq 2 \quad (17)$$

Sendo que a força F_{c2} aumenta com a diminuição do ângulo α . Ângulos menores que 45° entre escoras e tirantes neste tipo de nó devem ser evitados.

5.4.1.3 Regiões nodais CTT

Em nós sujeitos a compressão e tracção, com amarração de armaduras em duas direcções (EC2 6.5.4 (4) c)) (nó CTT), o valor de cálculo da resistência da escora $\tau_{Rd,max}$ é dado por:

$$\tau_{Rd,max} = k_3 \cdot v \cdot f_{cd} \quad (18)$$

e a constante k_3 tem um valor recomendado de 0,75, inferior ao atribuído anteriormente (CCT), uma vez que este nó está sujeito a tracção segundo duas direcções.

Neste caso a amarração da armadura é o factor mais condicionante no dimensionamento da região nodal. No dimensionamento do nó, os dois tirantes devem entrar em cedência ao mesmo tempo, estando a largura da escora, cuja eficiência é proporcional ao seu valor (Bergmeister et al. 1993), dependente da largura dos tirantes a_2 e a_3 . Essa largura é dada pela expressão seguinte:

$$a_1 = a_2 \cdot \sin \theta + a_3 \cdot \cos \theta \quad (19)$$

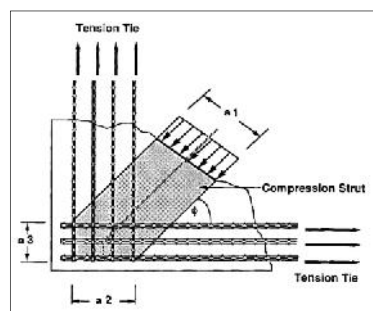


Figura 5.7 – Região nodal CTT (Bergmeister et al. 1993).

São várias as possíveis localizações deste tipo de nó: (i) logo após uma perturbação geométrica, (ii) junto ao dente em estudo no canto inferior da secção inteira da viga e (iii) ao longo da mesma. No primeiro destes casos, a força na escora é equilibrada principalmente pela pressão radial dos varões da armadura dobrados ver Figura 5.8.

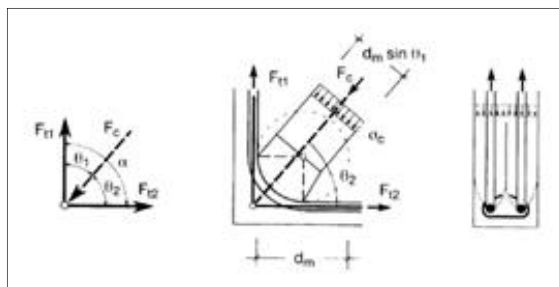


Figura 5.8 – Nó singular CTT com varões encurvados. Esquema de forças, na região nodal típica e sua correspondente secção transversal (CEB/FIB, 1999a).

Neste caso, a largura da escora, a , é dada por

$$a = d_m \cdot \sin \theta \quad (20)$$

sendo α será o ângulo menor entre α_1 ou α_2 (CEB/FIB, 1999a). Para tirantes ortogonais entre si ($r = 90^\circ$), a tensão no betão poderá ser verificada directamente pela expressão (CEB/FIB, 1999a):

$$\tau_c = \frac{\max F_t}{b \cdot d_m \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha} \leq f_{cd} \quad (21)$$

sendo $\max F_t$ o maior esforço de tracção num dos tirantes e α é qualquer um dos ângulos entre a escora e o tirante.

Para regiões nodais situadas na extremidade do elemento viga de secção cheia, o ângulo entre a escora e os tirantes deve ser no mínimo de 30° . O diâmetro do mandril de dobragem deverá ter em conta o preconizado no EC2. Os cantos em betão deveram ser armados adicionalmente com laços. No que se refere à armadura de esforço transverso, deve ser colocada imediatamente antes e depois da dobra dos varões da armadura longitudinal.

A outra configuração supramencionada é utilizada em secções interiores das vigas, sendo caracterizada por tirantes ortogonais e pela amarração da armadura principal ao longo da viga, ver Figura 5.9. No entanto este tipo de nó é contínuo logo não é necessário fazer uma verificação detalhada, tendo-se que a tensão de compressão diagonal é dada por

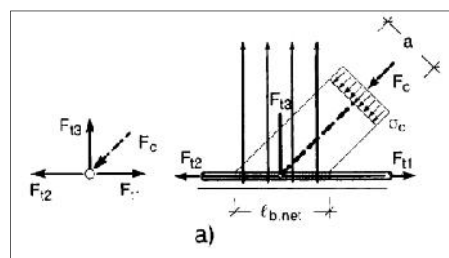


Figura 5.9 – Nó contínuo CTT (CEB/FIB, 1999a).

Tensão de compressão diagonal:

$$\tau_c = \frac{F_c}{a \cdot b} \leq f_{cd} \quad (22)$$

Para regiões nodais CTT em secções interiores de vigas, em que os tirantes sejam ortogonais entre si, o ângulo mínimo também deverá ser de 30°.

5.5 Pormenorização de armaduras

A armadura preconizada para resistir às forças de tracção deve ser distribuída ao longo da zona tracionada. Deve também prestar-se especial atenção às zonas de amarração situadas nas extremidades das regiões nodais, as quais podem ditar a capacidade resistente da viga (Herzinger e El-Badry, 2002). Uma ancoragem implica a existência de um volume de betão adequado envolvendo cada um dos varões que compõem a armadura ou, caso tal não seja possível, a ancoragem mecânica através de laços adicionais. Para além dos princípios já mencionados, a armadura deverá ser distribuída por uma área suficientemente grande para evitar o esmagamento das regiões nodais.

Os varões de aço devem ser espalhados ao longo de toda a zona efectivamente tracionada, de modo a limitar a largura máxima das fendas. Assim, o diâmetro dos varões deverá ser o menor possível em termos de exequibilidade, aumentando o seu número, de modo a possibilitar uma melhor transferência da tensão de aderência entre betão e aço, permitindo um melhor desempenho do elemento em serviço, nomeadamente no que se refere a distribuição e abertura de fendas. Quando a armadura correspondente a um tirante é constituída por vários varões, paralelos, deve-se garantir que o seu centro de gravidade coincide com o tirante considerado no modelo. A armadura longitudinal distribuída ao longo da altura do dente é concebida para o controlo da fendilhação na zona do dente; no entanto, esta armadura tem menor influência que as dimensões da secção transversal da viga (Wang et al. 2005). Ainda de acordo com o EC2, é necessário garantir uma armadura de alma mínima a dispor junto às faces laterais da viga, tendo a função de controlo da fendilhação do betão e de assegurar uma rotura dúctil (CEB/FIB, 1999b). Em geral, deve dar-se preferência a armaduras sem dobras, colocadas paralelamente ou ortogonalmente aos limites do elemento (CEB/FIB, 1999b). No entanto, no caso de serem executadas dobras deve-se minimizar o raio de curvatura. Nos ensaios realizados, as vigas armadas com estribos verticais fechados com uma dobra em gancho de 135°, comportaram-se melhor que estribos abertos, aumentando a capacidade resistente da viga face ao esforço transversal (Wang et al. 2005).

Deverá ser dada atenção ao posicionamento dos estribos verticais associados à reentrância da viga no caso de modelos que deles necessitem. Esta posição é importante visto que afecta a resistência relativamente a esforço de transversal. A distância do primeiro estribo à face exterior da viga é l_1 e a do último é l_0 (ver Figura 5.10) (Wang et al. 2005).

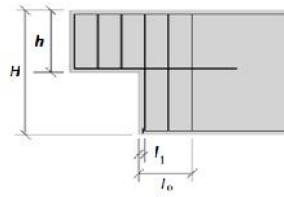


Figura 5.10 – Definição de l_1 e l_0 (adaptado de Wang et al. 2005).

De acordo com resultados experimentais apresentados por Wang et al. (2005), quanto menor a distância l_1 , melhor será a resistência a esforço transversal, devendo o seu valor estar entre 15 a 40 mm, consoante o valor do recobrimento adoptado. Por outro lado a distância l_0 é dada por (Wang et al. 1996):

$$l_0 = 0,5 \cdot h \quad (23)$$

5.5.1 Armaduras construtivas

O dimensionamento do MET adoptado só por si não garante um comportamento ELU satisfatório do elemento pois não são colocadas armaduras em regiões onde é factual a existência de modos de rotura, provocadas por uma extensiva fissuração, ver Figura 2.6. Assim, é imperativo a mitigação dos efeitos nefastos inerentes à geometria do elemento, a qual não é garantida somente através dos procedimentos descritos no capítulo 5. Neste sentido, é necessário um arranjo de armadura adicional, estabelecido com base no PCI-Committee, (2004), ver Figura 5.11. É de notar que estes procedimentos foram baseados nos trabalhos de Mattock (1979) e Mattock e Theryo (1986). Classificando a numeração apresentada na Figura 5.11, temos:

1. Flexão e tracção na indentação. A armadura requerida é igual a A_s , dividida em duas parcelas A_f e A_n , referindo-se a primeira à componente de flexão e a segunda à componente de tracção;
2. Esforço de corte na junção entre a indentação e o corpo principal do elemento. A armadura requerida é composta por A_{vf} e A_h , mais uma parcela relativa à componente de tracção A_n ;
3. Tensão diagonal emanada no canto reentrante. A armadura requerida é A_{sh} , que deve ser menor que A'_{sh} ;

4. Tracção diagonal originada no dente. A armadura requerida é dada por duas componentes A_h e A_v ;
5. Tracção diagonal promanada no corpo principal do elemento. A armadura A_s deverá ser colocada para além do posicionamento hipotético da fissura, determinado na Figura 5.11.

Os potenciais modos de rotura devem ser tratados separadamente. As armaduras calculadas não são cumulativas, ou seja, o valor a adoptar deverá ser o maior dos valores calculados. Procedese então à quantificação de cada uma das variáveis supramencionadas, pela ordem apresentada na Figura 5.11 segundo o preconizado no PCI-Committee, (2004). Nota que as formulas apresentadas seguidas são calculadas através das variáveis geométricas em mm, as tensões em N/mm^2 e os esforços em N.

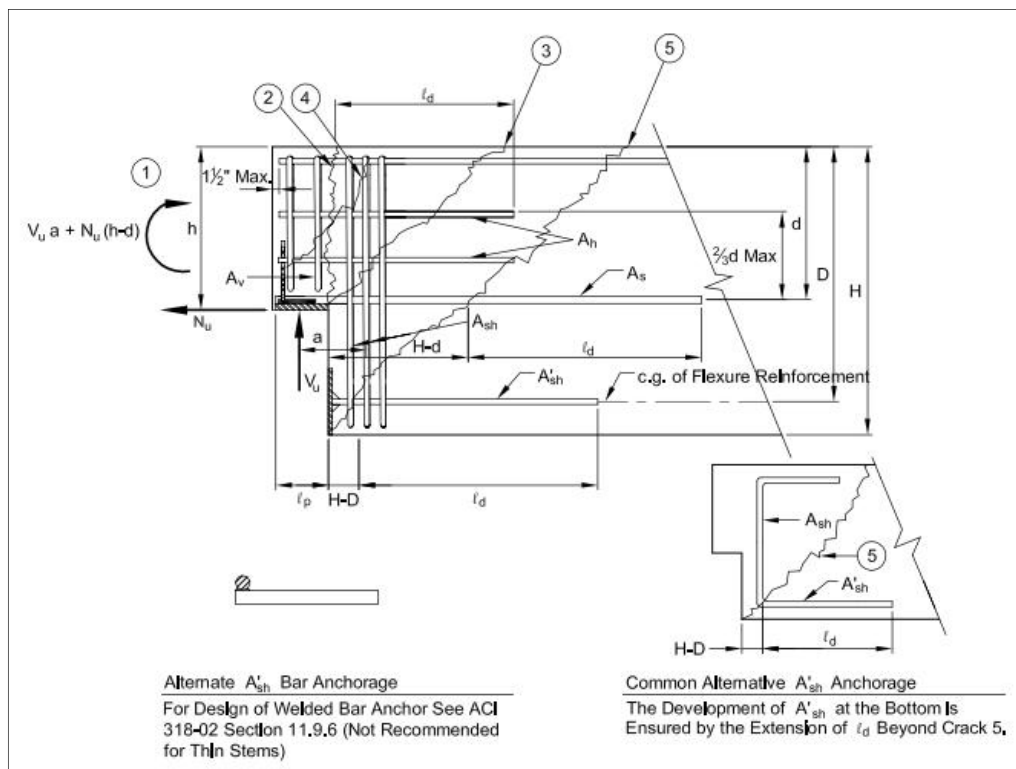


Figura 5.11 – Potenciais modos de rotura e a pormenorização armaduras requerida (PCI-Committee, 2004).

Para o cálculo de armaduras originadas pela flexão e tensão axial aplicadas na indentação, A_s temos:

$$A_s = A_f + A_n = 0.01 \cdot \frac{1}{w_c \cdot f_{yd}} \left[V_u \frac{a}{d} + N_u \frac{h}{d} \right] \quad (24)$$

onde w_c é uma constante de valor 0,75, a é a distância entre a linha de acção da reacção de apoio e o centro de gravidade do reforço A_{sh} , d é a distância do topo da viga ao centro de gravidade das armaduras A_s , V_u é o valor da reacção de apoio, h é a altura da indentação e N_u representa o esforço axial ou, se este for inexistente, 1/5 de V_u .

Para o cálculo das armaduras referentes ao esforço de corte na junção entre a indentação e o corpo principal do elemento, temos:

$$A_s = 0.01 \cdot \frac{2 \cdot V_u}{3 \cdot w_c \cdot f_{yd} \cdot \tilde{\nu}_e} + A_n \quad (25)$$

em que w_c é uma constante de dimensionamento de valor 0.75 e A_n é determinado através da expressão (26), relativa à componente de tracção é dada por:

$$A_n = 0.01 \cdot \frac{N_u}{w_c \cdot f_{yd}} \quad (26)$$

A variável A_n , que traduz a quantidade de armadura a colocar na alma da indentação, é calculada através da expressão seguinte:

$$A_h = 0,5 \cdot (A_s - A_n) \quad (27)$$

A variável $\tilde{\nu}_e$ representa o coeficiente de atrito na interface da ligação viga-pilar.

$$\tilde{\nu}_e = 6.89 \cdot \frac{\} \cdot b \cdot h \cdot \sim}{V_u} \leq 3,4 \quad (28)$$

em que $\}$ é considerado igual a 1, \sim tem o valor recomendado de 1,4· $\}$ e b representa a largura do elemento.

Para o cálculo das armaduras referentes à tensão diagonal emanada no canto reentrante, temos então:

$$A_{sh} = 0.01 \cdot \frac{V_u}{W_c \cdot f_{yd}} \quad (29)$$

não devendo esta armadura ser adicionada a outros requerimentos relativos aos esforços de corte.

Para o cálculo das armaduras referentes à tracção diagonal originada no dente, temos então:

$$wV_n = W_c (A_v \cdot f_{yd} + A_h \cdot f_{yd} + 2 \cdot \dots) \cdot b \cdot d \cdot \sqrt{f_{ck}} \quad (30)$$

devendo pelo menos metade desta armadura ser colocada na vertical,

$$\min A_v = 10,1 \cdot \frac{1}{2 \cdot f_{yd}} \cdot \left[\frac{V_u}{W_c} - 2 \cdot \dots \right] \cdot b \cdot d \cdot \sqrt{f_{ck}} \quad (31)$$

5.5.2 Comprimento de amarração

A amarração dos tirantes deve ser assegurada para evitar um deficiente funcionamento da estrutura. É de extrema importância assegurar uma eficaz amarração quando existem tirantes a concorrer no nó. O valor do comprimento de amarração contabiliza-se a partir da entrada na região nodal e deve prolongar-se ao longo da extensão da mesma, a armadura pode ser amarrada para lá do nó e, se necessário, mudar de direcção, sendo necessário nesse caso assegurar os comprimentos de amarração mínimos bem como os raios de dobragem mínimos.

O Quadro 5.1 apresenta os coeficientes K necessários para determinar os valores de $l_{b,rqd}$, correspondentes a uma “boa” e a uma “fraca” condição de aderência (ver Figura 5.12) para varões até $w = 32$ mm e betões de classe C20/25 a C45/50, considerando $\sigma_{sd} = f_{yd}$ (Marchão e Appleton, 2008).

No caso de varões dobrados, o comprimento de amarração de referência e o comprimento de cálculo (l_{bd}) devem ser medidos ao longo do eixo do varão (Figura 5.13 a) O comprimento de amarração de cálculo é dado por:

$$l_{bd} = r_1 \cdot r_2 \cdot r_3 \cdot r_4 \cdot r_5 \cdot l_{b,rqd} \geq l_{b,min} \wedge (r_2 \cdot r_3 \cdot r_5) \geq 0,7 \quad (32)$$

Os coeficientes $\Gamma_1, \Gamma_2, \Gamma_3, \Gamma_4$ e Γ_5 relacionam-se directamente com propriedades específicas, como a forma dos varões, o recobrimento mínimo do betão, a cintagem das armaduras transversais, varões transversais soldados ao longo do comprimento de amarração de cálculo, pressão ortogonal no plano ao longo do comprimento de amarração de cálculo, respectivamente. O valor destes coeficientes é apresentado no Quadro 5.2. Simplificadamente os valores de $\Gamma_3, \Gamma_4, \Gamma_5$ são considerados iguais a uma unidade, à excepção das situações em o cálculo dos mesmos factores é desnecessário para obtenção do seu valor, por exemplo em nós CCT.

Quadro 5.1 – Valores de $l_{b,rqd}$ (Marchão e Appleton, 2008)

$l_{b,rqd} = K \cdot w$	C20/25	C25/30	C30/45	C35/45	C40/50	C45/50	Condições de aderência
A400	40	30	30	25	25	25	$\eta_1 = 1$
	55	45	40	40	40	35	$\eta_1 = 0,7$
A500	50	40	35	35	35	30	$\eta_1 = 1$
	70	55	50	50	50	45	$\eta_1 = 0.7$

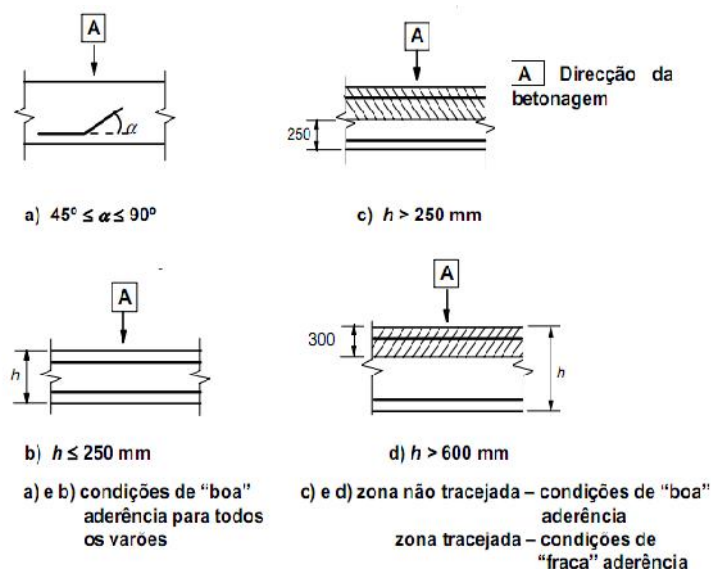


Figura 5.12 – Representação das condições de aderência (EC2, 2004).

O $l_{b,min}$ valor diferente consoante se tratam de varões tracionados ou comprimidos:

- Amarração de varões tracionados:

$$l_{b,min} > \max \{0,3 \cdot l_{b,rqd}; 10 \cdot w; 100mm\} \quad (33)$$

- Amarração para varões comprimidos:

$$l_{b,min} > \max \{0,6 \cdot l_{b,rqd}; 10 \cdot w; 100mm\} \quad (34)$$

O EC2 também refere uma simplificação relevante no que diz respeito amarrações do tipo b), d) (ver Figura 5.13). Ao invés de calcular l_{bd} calcula-se $l_{b,eq}$, sendo que os cotovelos e ganchos só contribuem no caso de varões à tracção e deste modo:

$$l_{b,eq} = \Gamma_1 \cdot l_{b,rqd} \quad (35)$$

As amarrações possíveis de executar segundo o EC2, são apresentadas na Figura 5.13. Para determinar os coeficientes Γ_1 e Γ_2 , para varões tracionados é necessário calcular c_d , a Figura 5.14 permite visualizar esquematicamente o valor da variável.

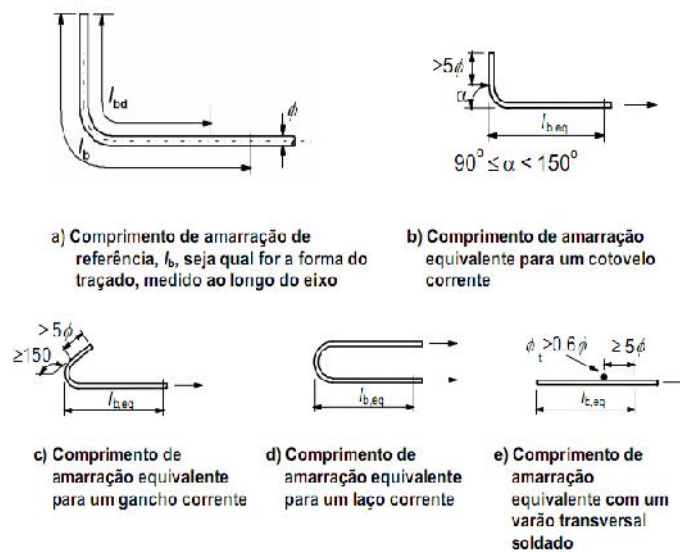
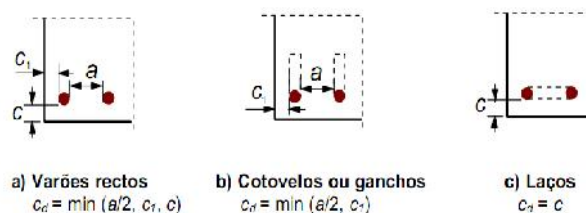


Figura 5.13 – Tipos de amarração para além da de prolongamento recto (EC2, 2004).

Figura 5.14 – Valores de c_d para vigas e lajes (EC2, 2004).Quadro 5.2 – Valores dos coeficientes r_1, r_2, r_3, r_4, r_5 (EC2, 2004).

Factor de influência	Tipo de amarração	Armadura para betão armado	
		Traccionada	Comprimida
Forma dos varões	Recta	$r_1 = 1,0$	$r_1 = 1,0$
	Outra	$r_1 = 0,7$ se $c_d > 3w$ caso contrário $c_d > 3w$	$r_1 = 1,0$
Recobrimento das armaduras	Recta	$r_2 = 1 - 0,15(c_d - w) / w$ $0,7 \leq r_2 \leq 1,0$	$r_1 = 1,0$
	Outra	$r_2 = 1 - 0,15(c_d - 3w) / w$ $0,7 \leq r_2 \leq 1,0$	$r_1 = 1,0$
Cintagem das armaduras transversais não soldadas à armadura principal	Todos os tipos	$r_2 = 1 - 0,15(c_d - 3w) / w$ $0,7 \leq r_3 \leq 1,0$	$r_1 = 1,0$
Cintagem das armaduras transversais soldadas	Todos os tipos,	$r_4 = 0,7$	$r_3 = 0,7$
Cintagem por compressão transversal	Todos os tipos	$r_5 = 1 - 0,04p$ $0,7 \leq r_5 \leq 1,0$	-

5.5.2.1 Amarração das armaduras calculadas através dos MET

A eficiência destes nós depende do seu comportamento face ao carregamento elevado, devendo exibir comportamento dúctil, que é garantido através da cedência inicial dos varões de aço e só depois o esmagamento do betão. Vai ser abordado de seguida o tipo de amarração a preconizar e respectivo comprimento de amarração disponível nestes mesmos nós. Para cada um dos MET

sujeitos a análise na secção^o3.3, existem nós singulares CCT e CTT (ver secção^o5.4), de seguida são apresentados os nós que necessariamente devem ser analisados de forma minuciosa.

No caso MI, podemos classificar os nós B e C na Figura 3.2 como singulares, tratando-se de regiões nodais CCT e CTT, respectivamente. No caso MO1, podemos classificar os nós A e C na Figura 3.2 como singulares, tratando-se de regiões nodais, CCT e CTT, respectivamente. No caso MO1, podemos classificar o nó B na Figura 3.2 como singular, tratando-se de um nó CCT.

A amarração das armaduras nos nós CCT começa à entrada do nó, na face inferior do apoio, o comprimento de amarração deve prolongar-se ao longo de toda extensão do nó, ver Figura 5.6. O comprimento de amarração não deve ser menor que l_{bd} , incluindo um factor de redução de $\gamma_s = 0,7$ beneficiando assim do efeito de cintagem por compressão transversal dado por F_{c1} e F_{c2} . (CEB/FIB, 1999a). Relativamente aos nós CTT o problema assemelha-se bastante ao anterior, com a diferença de haver mais um tirante, sendo que um deles está disposto na vertical e o outro longitudinalmente.

5.5.2.2 Amarração de reforços

Como é perceptível através da visualização da Figura 5.11 que as variáveis supramencionadas têm um comprimento de amarração associado. Neste sentido temos segundo PCI-Committee, (2004):

1. Relativamente às barras horizontais A_s , o comprimento de amarração deve ter um comprimento mínimo de l_d , de forma a ultrapassar a fissura 5, que se localiza a uma distância $H - d$ (em que H representa a altura total da viga), deste o limite exterior do corpo principal da viga, sendo que a sua amarração junto a extremidade da viga deverá ser feita com recurso a varões soldados, placas ou através de cotovelos ou ganchos;
2. Quanto às barras horizontais A_h , o comprimento de amarração deve ter um comprimento mínimo de l_d , de forma que a ultrapassar a fissura 2, sendo que a sua amarração junto a extremidade da viga deverá ser feita com recurso a laços;
3. Quanto a A_{sh} , é colocada equidistante na vertical e poderá ser dobrada e contínua até à armadura longitudinal inferior ou servir como separador entre duas ou mais camadas da mesma armadura;
4. Quanto à amarração de A'_{sh} , esta deve ter um comprimento mínimo de l_d , de forma a ultrapassar a fissura 5, que se localiza a uma distância $H - D$ (em que D representa a diferença entre a altura total, H, e a altura do centro geométrica das armaduras dos

tirantes longitudinais à bordadura inferior da viga), deste o limite exterior do corpo principal da viga, sendo que a sua amarração junto à extremidade da viga deverá ser feita com recurso a varões soldados, placas ou através de cotovelos ou ganchos;

5. O reforço vertical na indentação A_v , deve ser amarrado segundo as regras preconizadas no EC2.

6 ESTUDO PARAMÉTRICO

No estudo dos parâmetros relevantes para o problema em estudo, em particular a quantidade de armadura requerida, foi feita uma análise com recurso ao programa em Excel elaborado e anteriormente referido. No entanto, é possível identificar comportamentos imutáveis de algumas das variáveis em estudo, independentemente do tipo de modelo, simples ou combinado, em análise. Para além do efeito das propriedades mecânicas dos materiais, as variáveis em estudo são a altura total H , altura do dente h , comprimento da viga L e correspondente l_{eff} , comprimento do dente l e a largura da viga b , embora não seja dispensada uma análise a especificidades particulares de cada um dos modelos. Para além disto é analisado o tipo de amarrações a executar e os diâmetros de varões que geralmente são necessários na pormenorização de armaduras e por fim menção do tipo de disposição de armaduras longitudinais a adoptar. O estudo foi feito segundo as seguintes características:

Combinação de acções:

$$q = 1.35 \times PP + 1.5 \times AVB$$

Características geométricas:

$$H = [400;800] \text{ mm}$$

$$h = [0.7;0.5] \cdot H$$

$$l_{eff} = [4000;8000] \text{ mm}$$

$$l = h$$

$$b = [250;300] \text{ mm}$$

Características mecânicas dos materiais:

$$f_{ck} = 20 \text{ MPa}$$

$$f_{yk} = 400 \text{ Mpa}$$

Foram analisados um grande número de exemplos segundo o carregamento supramencionado, sendo que a partir destes foram estudados os seguintes parâmetros:

- Avaliação do critério de optimização e respectiva variação segundo novos parâmetros geométricos da viga e respectivos incrementos da mesma variável;
- Avaliação de posicionamento de alguns dos nós (da zona D) e comparação dos mesmos com fórmulas simplificadas;

- Avaliação de alguns ângulos específicos dos modelos e intervalo de valores respectivo;
- Avaliação da variação dos esforços normais nos tirantes e respectiva relação com o primeiro tirante do modelo, pois este está primordialmente associado a respectiva geometria da viga.

No que diz respeito ao critério de otimização este aumenta em conformidade com o aumento do vão bem como pela diminuição da altura da viga.

No que se refere às propriedades mecânicas dos materiais constituintes da viga, têm bastante relevância e impacto nos resultados. O aumento da classe do betão irá essencialmente permitir que o braço mecânico (z) possa ser maximizado, pois existe uma diminuição da altura requerida para formar a escora mais esforçada a meio vão, também permite o aumento da tensão admissível no que se refere a verificação dos nós. Este aumento facilita a amarração das armaduras pois o comprimento necessário para o fazer diminui. Em suma, o aumento da classe do betão permite obter melhores resultados ao nível da quantidade de armadura requerida.

O aumento da classe do aço não provoca alteração à geometria do MET otimizado; contudo, terá influência no dimensionamento e pormenorização das armaduras, muito importantes na fase de verificação das tensões dos nós. O aumento da resistência da armadura permite obviamente reduzir a sua quantidade.

O aumento da largura da viga é uma boa forma para permitir a maximização de z , em alternativa ao aumento da classe do betão bastante mais dispendiosa em termos económicos. Pois permite o aumento da resistência dos nós. Sendo assim o seu aumento geralmente permite obter melhores resultados.

Relativamente ao comprimento do dente, quanto maior pior será a solução, isto por que no caso dos modelos ortogonais MO1 e MO2, o ângulo α_{AB} irá diminuir devido ao posicionamento da coordenada X_B , isto traduzir-se-á na diminuição da componente vertical transferida para o tirante B-C (ver Figura 3.2), conseqüentemente a componente horizontal da força é maior, logo existe um aumento do esforço normal nos tirantes longitudinais da bordadura inferior da viga. O mesmo se sucede para MI, pois o ângulo α_{BC} obrigatoriamente irá diminuir, provocando um aumento da componente horizontal da força no nó C, logo o aumento do esforço normal nos tirantes longitudinais da bordadura inferior da viga aumentaram.

No que se refere a altura do dente, quanto maior menor será a armadura requerida para executar o elemento. Acontece desta forma, no caso dos modelos ortogonais MO1 e MO2, o aumento

da altura irá traduzir um aumento de θ_{AB} , conseqüentemente a componente vertical da esforço normal na escora A-B provocando o aumento do esforço normal no tirante B-C (ver Figura 3.2). O desvio de forças irá traduzir-se na diminuição do esforço normal nos tirantes longitudinais na bordadura inferior da viga. No caso de MI o mesmo se sucede, o aumento do ângulo θ_{BC} provocará um maior desvio de forças para os tirantes verticais diminuindo então a quantidade de esforço transferido para os tirantes longitudinais da bordadura inferior.

A influência das variáveis comprimento e altura da indentação, no resultado da armadura requerida para executar o elemento, não é grande, as variações verificadas são muito pequenas, ou seja, estas variáveis são importantes para a obtenção de uma solução exequível, uma solução convergente. Acontece desta forma porque uma altura de viga pequena combinada com um comprimento de viga grande, leva a um aumento do esforço no tirante mais esforçado a meio vão, mas também na escora a meio vão; deste modo, a altura de desenvolvimento da escora pode não ser suficiente, e se o for, o braço mecânico da viga será menor que aquele produzido com restrições geométricas diferentes, contrárias às premissas enunciadas. Neste sentido, o comprimento e a altura da viga são as variáveis que mais influenciam o resultado dos modelos em análise.

A disposição de armaduras longitudinais numa viga indentada é feita com o intuito de estabelecer a maior altura efectiva (u) possível ao nó, de modo a poder satisfazer a condição de tensão máxima. No dimensionamento das armaduras para cada um dos modelos, o número de varões do primeiro tirante estabelece o número de varões da primeira fiada do tirante mais esforçado.

No que se refere às amarrações, a do tirante associado ao comprimento longitudinal do dente deve ser em cotovelo, e a do tirante amarrado após o canto reentrante na bordadura inferior da viga por vezes poderá também ser feita em cotovelo; no entanto, para os modelos ortogonais esta amarração deve ser feita geralmente como apresentada na Figura 5.11 no que se refere a A_{sh} / A'_{sh} .

Relativamente às armaduras construtivas os modelos ortogonais apenas requerem a pormenorização de armaduras de A_v e A_h , comparativamente com o MI, que necessita o cálculo de A_v , A_h , A_{sh} e A_s , estas armaduras que proveem da pormenorização são facilmente dimensionadas com recurso a varões de diâmetro 10, e por vezes de 8, no entanto os últimos poderá ser difícil assegurar as condições de espaçamento mínimo entre varões.

6.1 Modelos com tirante ortogonal

Os dois modelos ortogonais têm com um comportamento paramétrico semelhante, nomeadamente na questão do critério de optimização quanto maior a viga e menor a altura da viga, maior será este valor. Através do aumento da altura e comprimento do dente ocorre a diminuição do parâmetro relativo ao critério de optimização. A quantidade de armadura requerida para o dimensionamento acompanha o comportamento do critério de optimização face a variação dos parâmetros geométricos da viga. Relativamente a coordenada X_A , os resultados demonstram que deve ser colocada o mais próximo possível do canto reentrante, $0.75 \times l_1$ (limite máximo adoptado), maximizando assim o ângulo θ_{AB} , tipicamente entre 55° e os 65° e permitindo um maior desvio de forças para o tirante B-C em detrimento do tirante A-D (ver Figura 3.2), de ambos os modelos. Relativamente ao posicionamento da coordenada X_B é unicamente influenciada pelo comprimento da viga e dente; no entanto, pode haver uma ligeira variação destes valores, não obstante a coordenada X_B é constante para uma altura da viga independentemente do comprimento de viga em questão. A coordenada X_B deve estar à menor distância da face lateral do dente. Em relação à coordenada X_A , o comportamento é semelhante a X_B . Relativamente às relações entre esforços normais nos tirantes, verifica-se que diminuem quando diminui a altura do dente da viga.

Especificamente no que se refere à optimização de MO1 é garantido que o esforço normal na escora B-D é igual a zero, pelas razões apresentadas na secção 3.3. No que se refere ao ângulo θ_{CD} , geralmente toma valor de 30° ou ligeiramente superior, dependendo da altura do dente. No tirante A-D (ver Figura 3.2), que se associa longitudinalmente ao comprimento do dente, o esforço normal diminui ligeiramente com a diminuição da altura e com o aumento do comprimento da viga. No que se refere ao tirante B-C (ver Figura 3.2), a diminuição da altura da viga provoca um aumento ligeiro do esforço normal. No entanto, o aumento do comprimento da viga para o dobro, irá traduzir-se num aumento do mesmo esforço para mais do dobro. No caso do tirante a meio vão ocorre um aumento do esforço normal, tanto para a diminuição da altura como para o aumento do comprimento da viga.

Especificamente para o MO2, o comportamento da coordenada X_C é dado pela equação 36, que pressupõe a igualdade de esforços horizontais no nó D e trata o valor de X_C como uma função linear, dependente da definição geométricas do dente, sendo que $Y_A = Y_D$ e $X_B = X_C$. Está equação permite determinar o valor optimizado de X_C . O comportamento de X_C é análogo ao das coordenadas X_A e X_B . O tirante A-D aumenta em pequenos incrementos e

aumenta mais do dobro com o aumento do dobro do comprimento da viga. O comportamento do tirante B-C (ver Figura 3.2) assume-se constante com a diminuição da altura da viga e aumenta ligeiramente para um aumento do comprimento. O esforço normal no tirante D-E é igual ao aplicado no tirante B-C (ver Figura 3.2). No que refere ao tirante C-E, o valor do esforço normal é ligeiramente superior ao do tirante B-C/D-E e igual ao no tirante A-D (ver Figura 3.2). Neste sentido, a armadura requerida para o tirante A-D poderá ser usada também nos tirantes B-C, C-E e D-E (ver Figura 3.2). Relativamente ao tirante mais esforçado, a meio vão da viga, o comportamento é análogo ao tirante mais esforçado no MO1,

$$\left[\frac{V_u}{\tan \mu_{AB}} \right] = \left[\frac{V_u - Q_{BC}}{\tan \mu_{CD}} \right] \Leftrightarrow X_C = X_B - \frac{(Y_C - Y_D)V_u}{(Y_A - Y_B)(Q_B - V_u)}(X_B - X_A) \quad (36)$$

6.2 Modelo com tirante inclinado

Pela avaliação do critério de optimização, conclui-se que este é tanto menor quanto menor for o comprimento e quanto maior for a altura da viga, sendo que a diminuição da altura do dente e respectivo comprimento permitem uma redução deste parâmetro. Os incrementos entre soluções com o mesmo comprimento e com variação da altura tendem a ser maiores para alturas de viga maiores e consequentemente para alturas de dente maiores. Obviamente que a quantidade de armadura requerida para os MET é igual à determinada pelo critério de optimização. Relativamente à posição do primeiro nó do modelo este geralmente irá posicionar-se no intervalo de valores entre 0,45 e 0,50 do comprimento do dente, considerando amarrações em cotovelo. A posição mínima de X_B foi estabelecida pela equação 37. Apresenta aplicabilidade, pois comparando os mesmos com as da solução optimizada estes variam num intervalo de 1 a 1,3, o ângulo do tirante inclinado varia entre 35° e 65°.

$$\min X_B = (Y_3 - Y_1) \cdot \tan \mu_{BC} + X_A = (Y_3 - Y_1) \frac{l + c - X_A}{Y_3 - \left(H - h + c + \frac{h_{As,est.Y_2}}{2} + W_{est.} \right)} + X_A \quad (37)$$

No que diz respeito ao esforço normal nos tirantes, a variação do mesmo no tirante B-C aumenta ligeiramente com a diminuição da altura da viga, em contraste com o aumento do vão da viga que irá provocar um aumento deste esforço em mais do dobro relativamente a um aumento do dobro da viga. O tirante C-E (ver Figura 3.2) apresenta o mesmo comportamento, inclusive para a variação das forças face ao aumento do comprimento da viga. Relativamente ao tirante D-E (ver Figura 3.2) a diminuição da altura da viga e aumento do vão irá provocar a diminuição do esforço normal. No que se refere ao tirante mais esforçado, a meio vão tem o mesmo

comportamento do tirante B-C (ver Figura 3.2) e o aumento do dobro do comprimento da viga origina um aumento de mais do triplo da força aplicada no mesmo tirante. As relações entre esforços normais nos tirantes diminuem quando a altura do dente da viga decresce.

6.3 Comparação de resultados

Comparando os resultados obtidos pela análise dos modelos simples, conclui-se que o modelo mais eficiente ao nível da quantidade de armadura requerida é o MI, de seguida o MO1 e finalmente o MO2. Neste sentido a combinação dos modelos MO1 e MI, é aquela que produz a melhor solução de dimensionamento. Neste sentido, a combinação dos modelos MO1 e MI, é aquela que produz a melhor solução de dimensionamento. No Quadro *** são apresentados estes resultados e comparados os mesmos com a solução para a viga prismática.

O efeito da esbelteza do dente é diminuto, considerando uma análise com l_{eff} constante e variando apenas a altura total e, conseqüentemente, a altura do dente, e posteriormente analisando três casos distintos $h = 2.0l$; $h = 1.0l$ e $h = 0.67l$. Os resultados demonstram que as soluções com alturas iguais divergem muito pouco em termos de esforço normal, face à alteração do comprimento do dente, sendo igual tanto o diâmetro e número de varões necessários para dimensionar o tirante a meio vão. Comparando o esforço normal no tirante a meio vão com os resultados obtidos pela viga prismática estes são sempre melhores à excepção do resultado de esbelteza igual a quinze ($l_{eff} / H = 15$).

Comparando os resultados obtidos pela variação do l_{eff} , aplicando uma AVB de 15 kN/m, verifica-se que para valores de esbelteza superiores a dez os resultados de MO2 e MI são iguais, os restantes são piores, comparando o número de varões requeridos para armar o tirante a meio vão ($l_{eff} / H > 10$), nesta comparação MO1 apresenta os piores resultados. Para uma AVB de 28 kN/m, os resultados demonstram que para uma esbelteza de 11,67 os resultados obtidos são iguais aos da viga prismática, verificando-se que para uma esbelteza de 13,33 a viga prismática requer mais um varão no tirante mais esforçado, face a qualquer um dos MET, que apresentam resultados iguais. Comprova-se também que os melhores resultados proveem das vigas com menor comprimento do dente

Fazendo variar tanto a altura do dente bem como o respectivo comprimento, tendo l_{eff} de quatro metros e uma AVB de 28 kN/m, os resultados podem ser considerados iguais. Sendo iguais ao resultado obtido na viga prismática com esbelteza igual a dez. Considerando agora o mesmo

mas com l_{eff} de oito metros, os resultados demonstram que para uma esbelteza igual ou maior que dez os resultados são similares.

Comparando os resultados de vigas com variáveis geométricas constantes ($l_{eff} / H = 5$), face a AVB de 28, 35, 45 e 55 kN/m os resultados demonstram diferenças significativas na armadura necessária para formar o tirante a meio vão. Verifica-se que para a relações de esbelteza baixas, ou seja (l_{eff} / H) < 10, quanto maior for o carregamento aplicados melhores são os resultados das vigas prismáticas face à correspondente viga em dente.

Para vigas esbeltas os resultados consideram-se muito semelhantes no entanto a viga prismática continua a ter melhor desempenho (ver dois últimos quadros).

7 EXEMPLO DE APLICAÇÃO

Exemplo de dimensionamento de uma viga em dente com recurso ao MET através da topologia MI apresentada na Figura 3.3, dispensando a subdivisão da estrutura em zonas B e D e considerando o MET em todo o corpo da viga. Temos os seguintes dados referentes ao elemento a dimensionar:

Carregamento aplicado:

$$q = 60 \text{ kN/m}$$

Características geométricas:

$$H = 600 \text{ mm}$$

$$h = 0.6H = 360 \text{ mm}$$

$$l_{eff} = 7000 \text{ mm}$$

$$L = 2X_A + l_{eff}$$

$$l = h = 360 \text{ mm}$$

$$b = 300 \text{ mm}$$

Características mecânicas dos materiais:

$$f_{ck} = 20 \text{ MPa}$$

$$f_{yk} = 400 \text{ MPa}$$

O vão efectivo, l_{eff} , foi determinado de acordo com a secção 5.3.2.2 do EC2, incluindo metade do comprimento dos apoios, que incluem aparelhos, ver EC2 Figura 5.3 d). Desta forma o elemento é analisado tem o aspecto ilustrado na Figura 7.1.

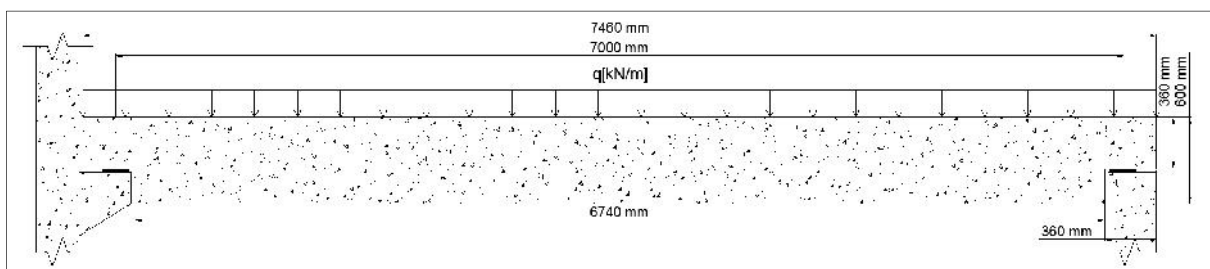


Figura 7.1 – Esquema de carregamento da viga.

A reacção de apoio do elemento é dado por:

$$V_u = \frac{7,46 \times 60}{2} = 223.8 \text{ kN}$$

A filosofia de cálculo inicial, atendendo a que se trata de uma viga esbelta, deve ter como objectivo a maximização do braço mecânico (z) na zona da indentação e corpo principal da viga, ou seja, quanto maior este valor, menor a quantidade de armadura requerida. Desta forma, é necessário estimar a quantidade de armadura para o dente e para o corpo principal da viga. Restringindo o valor de z ao intervalo de $0.6H$ a $0.8H$, tem-se como primeira estimativa:

$$0.6 \cdot H \leq z \leq 0.8 \cdot H \Rightarrow 360 \leq z \leq 480 \Rightarrow z = (360 + 480)/2 = 420 \text{ mm}$$

Devido à dificuldade em amarrar convenientemente os varões constituintes do tirante 1 no nó B, é conveniente, se possível, optar por não posicionar o nó A a meio do comprimento do dente ($l/2$). Assim, definindo o comprimento do apoio (“bearing pad”) como 50% do comprimento da indentação, é possível deslocar o nó A, facilitando a amarração dos varões do tirante 1. Temos:

$$a_{\text{apoio}} = 180 \text{ mm}$$

$$l/2 \leq X_A \leq l/2 + a_{\text{apoio}} \Rightarrow 360/2 \leq X_A \leq 360/2 + a_{\text{apoio}}/2 \Rightarrow 180 \leq X_A \leq 270 \text{ mm}$$

Considerar-se-á inicialmente $X_A = 185 \text{ mm}$, logo $l_{\text{eff}} = 7000 + 185 \times 2 = 7370 \text{ mm}$. É necessário proceder à de algumas das armaduras para poder definir a posição das regiões nodais, nomeadamente as ordenadas das mesmas (Y_1, Y_2 e Y_3). Procedendo-se à estimativa de Y_1 , arbitrando a armadura longitudinal inferior a meio vão, pois é nesta posição que se encontra o tirante mais esforçado. A ordenada dos tirantes deve coincidir com a do centro geométrico da armadura. Foi arbitrado um arranjo de armadura correspondente a duas fiadas de w16 ($h_{As,est.Y_1}$) e para os estribos w8 ($w_{est.}$). O valor do recobrimento é 30 mm (c), (ver Figura 7.2). Temos então que:

$$Y_1 = c + h_{As,est.Y_1} + w_{est.} = 30 + (6 \times 16/2 + 6 \times (16 + 20 + 16/2))/12 + 8 = 64 \text{ mm}$$

$$Y_3 = Y_1 + z = 64 + 420 = 484 \text{ mm}$$

em que Y_i é a ordenada da região nodal i , e $h_{As,est.Y_i}$ a altura da armadura estimada i , que se refere às regiões nodais preconizadas no MET.

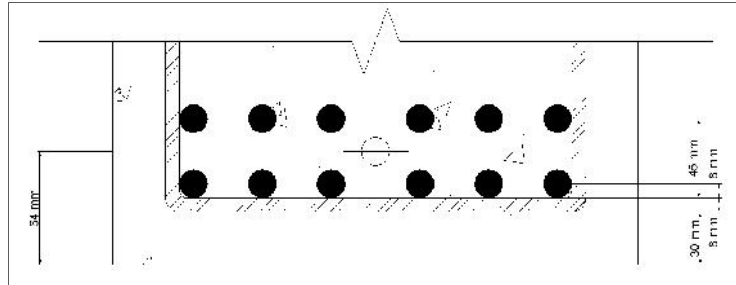


Figura 7.2 – Representação do arranjo de armaduras arbitrado para estimar Y_1 .

Na secção 6.1 apresenta-se a expressão definida no PCI-Committee (2004) para a armadura longitudinal construtiva no dente, cuja aplicação dá:

$$Y_2 = (H - h) + c + h_{As,est.Y_2} + W_{est.} = 600 - 360 + 30 + 16 / 2 + 8 = 286 \text{ mm}$$

$$Y_2' = c + h_{As,est.Y_2} + W_{est.} = 30 + 16 / 2 + 8 = 46 \text{ mm}$$

$$A_s = A_f + A_n = 0.01 \cdot \frac{1}{W_c \cdot f_{yd}} \left[V_u \left(\frac{a}{d} \right) + N_u \left(\frac{h}{d} \right) \right] =$$

$$\Rightarrow A_s = \frac{0.01}{0.75 \times \frac{400}{1.15}} \times \left[223.8 \times 10^3 \times \frac{(H - D) + (l - X_A)}{h - Y_2'} + \frac{2}{10} \times 223.8 \times 10^3 \times \frac{h}{h - Y_2'} \right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow A_s = \frac{0.01 \times 223.8 \times 10^3}{0.75 \times \frac{400}{1.15}} \times \left[\frac{600 - (600 - 64) + (360 - 185)}{360 - 46} + \frac{2}{10} \times \frac{360}{360 - 46} \right] = 8.49 \text{ cm}^2$$

$$\Rightarrow A_s = 8.49 \text{ cm}^2 \rightarrow 5W16 \rightarrow 10.05 \text{ cm}^2$$

ou seja, uma fiada de w16 ($h_{As,est.Y_2}$). Através do cálculo da armadura A_s , podemos considerar a estimativa plausível. Para estimativa de posicionamento de X_B , o ângulo do tirante inclinado com o eixo longitudinal da viga (x) deverá variar entre os 30° e 60°, sendo frequentemente adoptados valores muito próximos de 45°, isto porque quanto maior este ângulo com a horizontal, menor vai ser a componente horizontal da força, diminuindo assim a tensão aplicada nos tirantes longitudinais. No entanto, não é possível adoptar estes valores, pois o canto

reentrante dificulta o posicionamento do tirante. De notar que para obter condições de boa aderência na amarração dos varões do tirante diagonal na região nodal B é necessário que o ângulo do tirante com a vertical esteja entre 45° e 90°. Neste sentido é aconselhável adoptar-se um ângulo de 45°. O posicionamento mais adequado para o nó B deve permitir minimizar a distância entre o tirante diagonal e o topo recolhido da viga. Nesse sentido, podemos definir as expressões seguintes, em que a primeira se refere ao cálculo do valor mínimo do ângulo do tirante diagonal com a vertical e a segunda determina o valor mínimo da abcissa do nó B para que seja possível passar o tirante diagonal pela zona reentrante, ver **Error! Reference source not found.**

$$\min X_B = (Y_3 - Y_1) \cdot \tan \theta_{BC} + X_A = (Y_3 - Y_1) \times \frac{(l + c - X_A)}{Y_3 - \left((H - h) + c + \left(\frac{h_{As,est.Y_2}}{2} + W_{est.} \right) \right)} + X_A$$

$$\Rightarrow \min X_B = (484 - 64) \frac{360 + 30 - 185}{484 - 286} + 185 = 619.9 \text{ mm}$$

em que Y_1 é a ordenada das regiões nodais C e E e Y_3 de B e D, ver Figura 3.3.

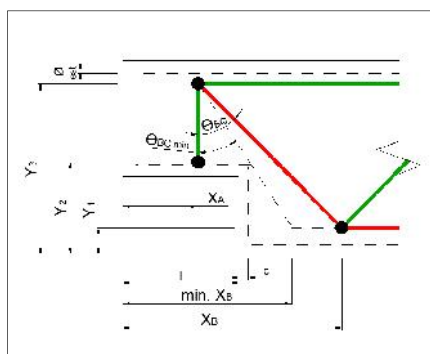


Figura 7.3 – Pormenorização do posicionamento do tirante diagonal.

Considera-se para o cálculo apenas metade da viga, visto que o problema é simétrico relativamente à secção de meio vão. A Figura 7.6 esquematiza cada um dos nós e seu posicionamento. Em termos exemplificativos, a posição do nó A é caracterizada por (X_A, Y_2) e a do nó D por (X_C, Y_3) .

Introduzindo as estimativas acima descritas é possível obter uma solução convergente. Desta forma, determina-se a posição das regiões nodais e os esforços para o modelo otimizado, ver Quadro 7.1. Restringido o número de tirantes verticais a três, obtém-se a geometria otimizada

apresentada na Figura 7.5. É possível verificar que após a otimização o valor de z aumentou por excesso até 505 mm.

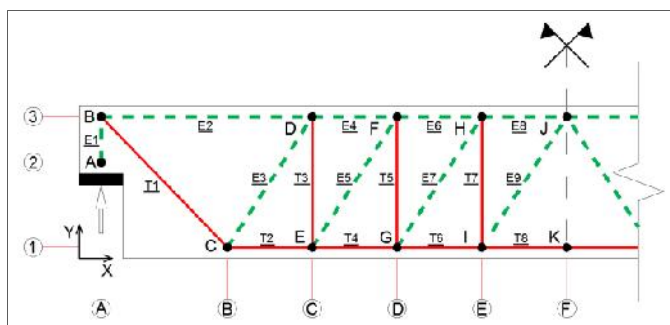


Figura 7.4 – Representação esquemática das coordenadas das regiões nodais. As escoras e tirantes são denotadas pelas letras E e T seguidas de um número.

Quadro 7.1 – Coordenadas geométricas do MET.

Geometria do modelo de escoras e tirantes [mm]					
Eixo\Posição			Y		
			1	2	3
			64	286	505
X	A	185	-	A	B
	B	743	C	-	-
	C	1293	E	-	D
	D	1918	G	-	F
	E	2535	I	-	H
	F	3685	K	-	J

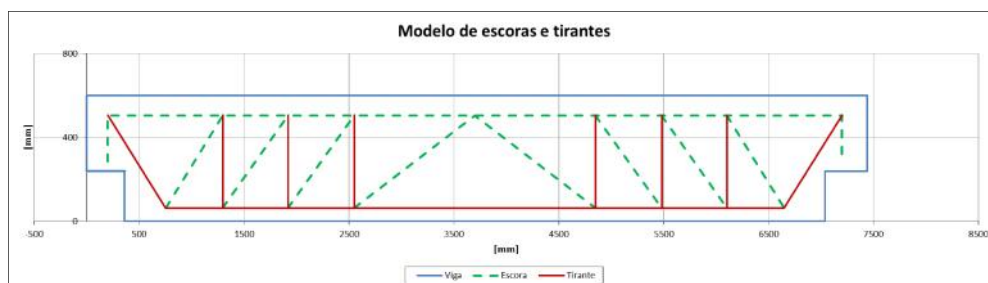


Figura 7.5 – Modelo de escoras e tirantes otimizado a partir das estimativas iniciais.

No Quadro 7.2 é feita a caracterização da geometria do MET. O esforço de compressão é considerado negativo. O valor dos ângulos é calculado sempre em módulo, devendo ser garantidos os mínimos apresentados na secção 5.4. Numa primeira fase é necessário afinar o MET, dispensando-se a verificação da resistência dos nós.

Quadro 7.2 – Caracterização do MET.

Caracterização do modelo de escoras e tirantes									
Geometria do modelo							Quantificação de esforços \ identificação do tipo de elemento		
Nó	X [mm]	Y [mm]	Nó	X [mm]	Y [mm]	°	Esforço normal [kN]	Elemento	Carregamento Exterior [kN]
A	200	286	B	200	505,26	90,00	-222,00	Escora 1	-
B	200	505	C	752	64	38,63	293,31	Tirante 1	38,870
			D	1296	505	0,00	-229120,61	Escora 2	
C	752	64	E	1296	64	0,00	454,72	Tirante 2	-
			D	1296	505	39,07	-290,57	Escora 3	
D	1296	505	E	1296	64	90,00	125,57	Tirante 3	57,559
			F	1919	505	0,00	-454,72	Escora 4	
E	1296	64	F	1919	505	35,31	-217,24	Escora 5	-
			G	1919	64	0,00	631,99	Tirante 4	
F	1919	505	G	1919	64	90,00	879,27	Tirante 5	37,644
			H	2550	505	0,00	-631,99	Escora 6	
G	1919	64	H	2550	505	34,93	-153,57	Escora 7	-
			I	2550	64	0,00	757,90	Tirante 6	
H	2550	505	I	2550	64	90,00	34,49	Tirante 7	53,441
			J	3700	505	0,00	-757,90	Escora 8	
I	2550	64	J	3700	505	21,00	-96,230	Escora 9	34,486
			K	3700	64	0,00	847,74	Tirante 8	

Os esforços apresentados no Quadro 7.2 são determinados com recurso às seguintes expressões:

$$F_{AB} = (q \times L) / 2 = q \times (l_{eff} + X_A \times 2) / 2$$

$$F_{BC} = (Q_B - F_{AB}) / \sin \alpha_{BC}$$

$$F_{BD} = (Q_B - F_{AB}) / \tan \alpha_{BC}$$

$$F_{CD} = (Q_B - F_{AB}) / \sin \alpha_{CD}$$

$$\begin{aligned}
 F_{CE} &= F_{BC} \cdot \cos \alpha_{BC} - F_{CD} \cdot \cos \alpha_{CD} \\
 F_{DE} &= -Q_D - F_{CD} \cdot \sin \alpha_{CD} \\
 F_{DF} &= F_{BD} + F_{CD} \cdot \cos \alpha_{CD} \\
 F_{EF} &= F_{DE} / \sin \alpha_{EF} \\
 F_{EG} &= F_{CE} - F_{EF} \cdot \cos \alpha_{EF} \\
 F_{FG} &= Q_F - F_{EF} \cdot \sin \alpha_{EF} \\
 F_{FH} &= F_{DF} + F_{EF} \cdot \cos \alpha_{EF} \\
 F_{GH} &= -F_{FG} / \sin \alpha_{GH} \\
 F_{GI} &= F_{EG} - F_{GH} \cdot \cos \alpha_{GH} \\
 F_{HI} &= -Q_H - F_{GH} \cdot \sin \alpha_{GH} \\
 F_{HJ} &= F_{GH} \cdot \cos \alpha_{GH} + F_{FH} \\
 F_{IJ} &= -F_{HI} / \sin \alpha_{IJ} \\
 F_{IK} &= F_{GI} - F_{IJ} \cdot \cos \alpha_{IJ}
 \end{aligned}$$

em que F_{ij} representa o esforço normal no elemento que liga os nós i e j , ao qual se refere o ângulo α_{ij} e Q_i é a carga exterior aplicada na região nodal i .

De seguida são apresentados os Quadros 7.3 e 7.4 referentes à caracterização de escoras e tirantes respectivamente.

Quadro 7.3 – Caracterização das escoras.

	Escor a	Esforço normal [kN]	Comprimento da escora [mm]	Largura da escora [mm]
Escoras	1	-221,10	219,43	55,27
	2	-230,26	1108,15	57,57
	3	-291,45	705,70	132,00
	4	-457,65	624,53	114,41
	5	-216,18	441,43	97,91
	6	-634,18	617,37	158,55
	7	-150,47	758,95	68,15
	8	-756,58	1149,96	189,15
	9	-96,27	1231,77	43,60

Quadro 7.4 – Caracterização dos tirantes.

	Tirante	Esforço normal [kN]	Armadura	As [cm ²]
Tirantes	1	293,69	Longitudinal	8,44
	2	457,65	Longitudinal	13,16
	3	124,78	Suspensão	3,59
	4	634,18	Longitudinal	18,23
	5	87,52	Suspensão	2,52
	6	756,58	Longitudinal	21,75
	7	34,50	Suspensão	0,99
	8	846,46	Longitudinal	24,34

Com os dados apresentados deve-se maximizar o braço mecânico (z), permitindo um melhor aproveitamento do material. Neste sentido, bastará determinar a altura da escora a meio vão e verificar se não extravasa a face superior da viga, ou seja:

$$h_{HJ} = F_{HJ} / (b \cdot f_{cd})$$

$$h_{HJ} = 189,15 \text{ mm}$$

$$Y_3 + (h_{HJ} / 2) \leq H \rightarrow Y_3 = 505 + 94,6 \approx 600 \leq 600 \text{ mm}$$

Neste caso, não será possível aumentar mais z , tratando-se pois do valor óptimo. Poderia também ser necessário verificar a escora 1 se l fosse manifestamente pequeno (100mm).

De seguida, procede-se ao dimensionamento da armadura longitudinal referente às estimativas definidas inicialmente, nomeadamente, o tirante 8 da armadura longitudinal, ver Quadro 7.5.

Quadro 7.5 – Quantificação das armaduras longitudinais.

Armadura Longitudinal				
Tirante	As req. [cm ²]	w [mm]	Nº de varões	As prov. [cm ²]
1	8,44	16	5	10,05
2	13,16	16	7	14,07
4	18,23	16	10	20,11
6	21,75	16	12	24,13
8	24,34	16	13	26,14

Verificamos então que as estimativas feitas inicialmente são deficitárias relativamente à quantidade de armadura necessária para o tirante 8. Proceda-se à correção do mesmo a fim de afinar o modelo. Será necessário então determinar a nova ordenada do ponto médio da armadura. Para tal é necessário definir a disposição da armadura na secção transversal da viga. De seguida apresenta-se o cálculo que permite avaliar se é satisfeito o espaçamento mínimo entre varões,

$$s_{\min} = \max \{16; 20\} = 20 \text{ mm}$$

$$s = (300 - 2 \times 30 - 2 \times 8 - 5 \times 16) / 4 = 36 \text{ mm} \geq s_{\min}$$

Para o tirante 8 temos que a armadura requerida é 13w16, em que não são considerados agrupamentos de varões. Desta forma, podemos colocar dez dos treze varões na primeira e segunda fiada. Na terceira fiada é possível colocar os restantes três varões, ver Figura 7.9.

$$Y_1 = c + h_{As,est.Y_1} + W_{est.} =$$

$$= 30 + (5 \times 16 + 5 \times (16 + 20 + 16/2)) + 3 \times (2 \times 16 + 2 \times 20 + 16/2) / 13 + 8 = 76.5 \text{ mm}$$

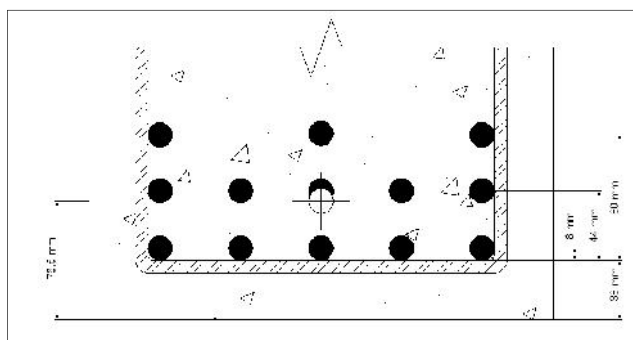


Figura 7.7 – Arranjo de armaduras para o tirante 8.

Segue-se uma nova iteração do problema com a alteração de Y_i , fazendo variar as restantes variáveis geométricas e diminuir z , porque Y_1 aumentou. Já no que se refere à estimativa de Y_2 não haverá grande diferença visto que a quantidade desta armadura depende maioritariamente em variáveis que caracterizam geometricamente o elemento e do carregamento aplicado.

$$Y_2 = (h - h_1) + c + h_{As,est.2} + W_{est.} = 600 - 360 + 30 + 16/2 + 8 = 286 \text{ mm}$$

$$Y'_2 = c + h_{As,est.2} + W_{est.} = 30 + 16 / 2 + 8 = 46 \text{ mm}$$

Para o cálculo de Y_3 , tendo como referência o cálculo anterior da mesma variável, nomeadamente na altura da escora a meio vão que se considera de igual valor, vem

$$Y_3 = 600 - 94.6 = 505 \leq 600 \text{ mm}$$

$$Y_3 = z + c + h_{As,est.1} + W_{est.} = 534 \text{ mm} \Rightarrow z + Y_1 = 534 \text{ mm} \Rightarrow z = 428.9 \text{ mm}$$

Novamente através da folha de Excel é possível determinar qual a geometria óptima do MI. Os resultados geométricos do modelo otimizado são dados no Quadro 7.6. Ocorreu um ligeiro acerto das coordenadas geométricas à escala das dezenas de mm, desta forma o valor dos esforços vai variar muito pouco, de modo que as armaduras preconizadas anteriormente são imutáveis após o refinamento do modelo (ver Quadro 7.7 e Quadro 7.8)

Quadro 7.6 – Coordenadas geométricas do MET refinado.

Geometria do modelo de escoras e tirantes [mm]					
Eixo\Posição			Y		
			1	2	3
			76,5	286	501
X	A	187	-	A	B
	B	733	C	-	-
	C	1283	E	-	D
	D	1925	G	-	F
	E	2582	I	-	H
	F	3687	K	-	J

Quadro 7.7 – Quantificação das armaduras longitudinais do MET refinado.

Armadura Longitudinal				
Tirante	As req. [cm2]	w [mm]	Nº de varões	As prov. [cm2]
1	8,56	16	5	10,05
2	13,58	16	7	14,07
4	19,01	16	10	20,11
6	22,84	16	12	24,13
8	25,33	16	13	26,14

Quadro 7.8 – Quantificação das armaduras transversais do MET refinado.

Armadura Transversal						
Tirante	Esforço Normal [kN]	Asw/s [cm ² /m]	W [mm]	nº de ramos	As prov. [cm ²]	s [cm]
3	124,99	8,47	8	2	1,01	11,87
5	86,02	5,83	8	2	1,01	17,24
7	33,15	2,25	8	2	1,01	44,74

Com o auxílio do Quadro 7.8 definem-se as armaduras dos tirantes 3, 5 e 7 como $E2R\ w8//10$, $E2R\ w8//15$ e $E2R\ w8//35$, respectivamente. Tendo em conta que o espaçamento longitudinal máximo entre estribos é $s_{t,max} = 0.75D = 0.75(600 - 76.5) = 392.6\text{ mm}$. O dimensionamento das armaduras transversais foi feito para o diagrama de esforço transverso apresentado na Figura 7.68.

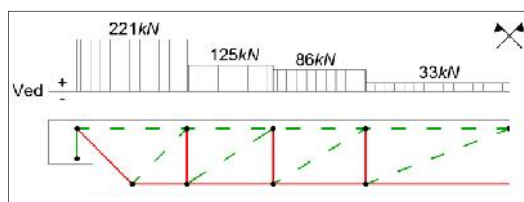


Figura 7.6 – Diagrama de esforço transverso

As escoras do MET refinado são definidas no Quadro 7.9.

Quadro 7.9 – Caracterização das escoras do MET refinado

	Elemento	Esforço [kN]	Comprimento da escora [mm]	Largura da escora [mm]
Escoras	1	-221,24	214,68	55,31
	2	-235,02	1096,06	58,76
	3	-299,40	694,98	135,60
	4	-472,18	641,58	118,05
	5	-226,63	424,18	102,64
	6	-661,23	657,32	165,31
	7	-158,65	782,30	71,85
	8	-794,53	1105,04	198,63
	9	-92,51	1183,66	41,90

Estando o MET completamente definido, é agora necessário verificar a resistência dos nós singulares. Para o nó B (CCT), de acordo com o preconizado na secção 5.4.1.2., procedendo-se ao cálculo da tensão máxima que pode ser aplicada a qualquer das suas faces (ver Figura 7.7 – Geometria do nó B (CCT). Figura 7.7).

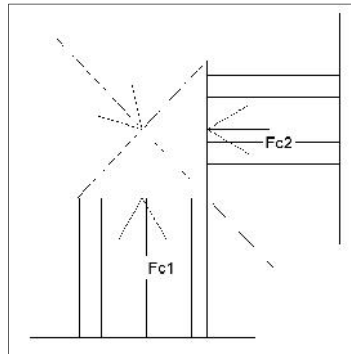


Figura 7.7 – Geometria do nó B (CCT).

$$\tau_{Rd,max} = k_2 \cdot v \cdot f_{cd} = 0.85 \cdot \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right) \cdot f_{cd} = 0.85 \cdot \left(1 - \frac{20}{250}\right) \cdot \frac{20}{1.5} = 10.43 \text{ N/mm}^2$$

No nó CCT em verificação o tirante não está disposto na horizontal, ao contrário do que é habitual. Sendo assim, será apenas verificado se existe altura suficiente para que o nó se possa constituir, procedendo-se à determinação da altura da faceta correspondente ao esforço máximo. Na secção actuam os esforços $F_{c1} = 221.24 \text{ kN}$ e $F_{c2} = 235.02 \text{ kN}$. Irá ser verificado se o estado de tensão é admissível para o esforço máximo.

$$F_{c1} = 235.02 \text{ kN}$$

$$\tau_{c2} = F_{c2} / (a_2 \cdot b) \leq \tau_{Rd,max} \Rightarrow 10.43 \geq \frac{235.02 \cdot 10^3}{a_2 \cdot 300}$$

$$\Rightarrow a_2 = 75.11 \text{ mm} \rightarrow Y_3 + a_2 / 2 \leq 600 \Rightarrow 539 \leq 600 \text{ mm} \rightarrow \text{OK!}$$

Agora deverão ser determinados os comprimentos de amarração da armadura referente ao tirante 1, (ver secção 5.5.2.1). As condições de aderência são más. Segundo o Quadro 5.1 para o cálculo do comprimento de amarração de referência, temos:

$$C20 / 25; A400 \rightarrow r = 0.7 \rightarrow K = 55$$

$$l_{b,rqd} = 55 \cdot w = 55 \times 16 = 880 \text{ mm}$$

$$C20 / 25; A400 \rightarrow r = 1.0 \rightarrow K = 40$$

$$l_{b,rqd} = 40 \cdot w = 55 \times 16 = 640 \text{ mm}$$

Comprimento de amarração de cálculo para amarração em cotovelo ou gancho, para o tirante 1 e 2:

$$\text{Forma dos varões} \rightarrow c_d = \min \{36/2, (30+8), (30+8) = 38\} = 17.5 < 3 \cdot w = 48 \text{ mm} \rightarrow r_1 = 1.0$$

$$\text{Recobrimento das armaduras} \rightarrow r_2 = 1 - 0.15 \times (17.5 - 3 \times 16) / 16 = 1.28 > 1.0 \rightarrow r_2 = 1.0$$

$$\text{Cintagem das armaduras transversais não soldados à armadura principal} \rightarrow r_3 = 1.0$$

$$\text{Cintagem das armaduras transversais soldados} \rightarrow r_4 = 1.0$$

$$\text{Cintagem por compressão transversal} \rightarrow r_5 = 0.7$$

$$l_{bd} = 1.0 \times 1.0 \times 1.0 \times 1.0 \times 0.7 \times 880 = 616 \text{ mm}$$

$$(1.0 \times 1.0 \times 0.70) = 0.7$$

$$l_{b,\min} > \max \{0.3 \times 880 = 264; 10 \cdot w = 160; 100\} = 264 \text{ mm}$$

Comprimento de amarração de cálculo para amarração recta dos tirantes 4 e 8:

$$\text{Forma dos varões} \rightarrow r_1 = 1.0$$

$$c_d = \min \{36/2, (30+8), (30+8) = 38\} = 17.5 \text{ mm}$$

$$\text{Recobrimento das armaduras} \rightarrow r_2 = 1 - 0.15 \times (17.5 - 16) / 16 = 1.0$$

$$\text{Cintagem das armaduras transversais não soldados à armadura principal} \rightarrow r_3 = 1.0$$

$$\text{Cintagem das armaduras transversais soldados} \rightarrow r_4 = 1.0$$

$$\text{Cintagem por compressão transversal} \rightarrow r_5 = 1.0$$

$$l_{bd} = 1.0 \times 1.0 \times 1.0 \times 1.0 \times 1.0 \times 640 = 640 \text{ mm}$$

$$(1.0 \times 1.0 \times 1.0) = 1.0$$

$$l_{b,\min} > \max \{0.3 \times 640 = 192; 10 \cdot w = 160; 100\} = 192 \text{ mm}$$

Procede-se então à verificação da capacidade de albergar os comprimentos de amarração determinados, tendo em atenção que deverá ser respeitado o limite mínimo de $l_{bd,min}$. A distância disponível para amarrar o tirante 1 que permite efectuar uma amarração do tipo gancho ou cotovelo é dada por:

$$l_{bd,disponível,A-Horizontal} = X_A - c = 185 - 30 - 16/2 = 147 \text{ mm} < l_{bd,min}$$

Terá que ser feito um cotovelo com 117 mm.

$$l_{bd,disponível,A-Vertical} = h/2 - c = 360/2 - 30 = 150 > 117 \text{ mm}$$

Verificação da distância disponível do nó C que permite a amarração em cotovelo dos varões longitudinais do tirante 2,

$$l_{bd,disponível,B} = X_B - l_1 - c = 733 - 360 - 30 = 343 \text{ mm} > l_{bd,min}$$

A Figura 7.810 mostra que a altura disponível para albergar a parte transversal do cotovelo é mais do que suficiente.

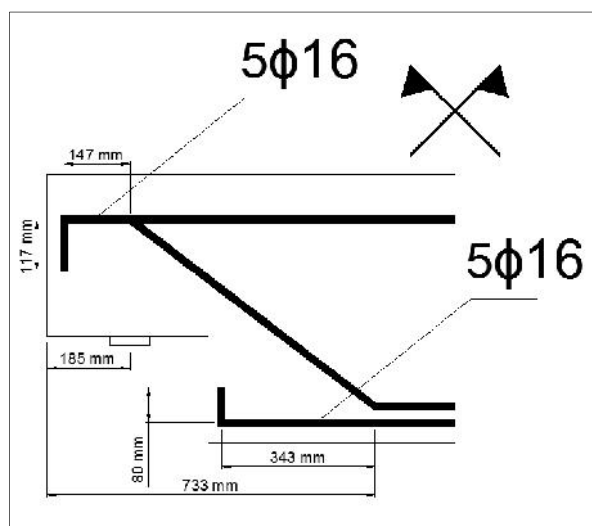


Figura 7.8 – Pormenor da amarração dos tirantes 1 e 2.

Agora procede-se ao cálculo dos reforços segundo o PCI, ver secção 5.5.1. As armaduras necessárias para resistir à flexão e tracção no dente, A_s , são dadas por

$$A_s = A_f + A_n = 0.01 \cdot \frac{1}{w_c \cdot f_{yd}} \left[V_u \frac{a}{d} + N_u \frac{h}{d} \right] =$$

$$\Rightarrow A_s = \frac{0.01 \times 223.8 \times 10^3}{0.75 \times \frac{400}{1.15}} \times \left[\frac{600 - (600 - 76.5) + (360 - 187)}{(360 - 46)} + \frac{2}{10} \times \frac{360}{360 - 46} \right] = 8.78 \text{ cm}^2$$

Cálculo do coeficiente de atrito na interface da ligação viga-pilar:

$$\tilde{e} = 6.89 \cdot \frac{\lambda \cdot b \cdot h \cdot \tilde{e}}{V_u} \leq 3,4 \Rightarrow \tilde{e} = 6.89 \times \frac{1.0 \times 300 \times 360 \times 1.4}{210 \times 10^3} = 4.96 > 3.4 \Rightarrow \tilde{e} = 3.4$$

Cálculo das armaduras referentes ao esforço de corte é dado por:

$$A_n = \frac{N_u}{w_c \cdot f_{yd}} = 0.01 \times \frac{0.2 \times 223.8 \times 10^3}{0.75 \times \frac{400}{1.15}} = 1.72 \text{ cm}^2$$

Cálculo das armaduras referentes ao esforço de corte na junção entre a indentação e o corpo principal do elemento:

$$A_s = 0.01 \cdot \frac{2 \cdot V_u}{3 \cdot w_c \cdot f_{yd} \cdot \tilde{e}} + A_n = 0.01 \times \frac{2 \times 223.8 \times 10^3}{3 \times 0.75 \times \frac{400}{1.15} \times 3.4} + 1.72 = 1.68 + 1.72 = 3.40 < 8.78 \text{ cm}^2$$

$$A_s = 8.78 \text{ cm}^2 \rightarrow 5W16 = 10.05 \text{ cm}^2$$

Cálculo da quantidade de armadura a colocar na alma da indentação:

$$A_h = 0,5 \cdot (A_s - A_n) = 0.5 \times (8.78 - 1.72) = 3.53 \text{ cm}^2$$

Cálculo relativo ao esforço transversal:

$$w \cdot V_n = 6.89 \cdot w_c \cdot (\lambda)^2 \cdot b \cdot d = 6.89 \times 0.75 \times (1.0^2 \times 300 \times (360 - 46))$$

$$w \cdot V_n = 487 \times 10^3 > 223.8 \times 10^3 \text{ N} \rightarrow \text{OK!}$$

$$A_h = 3.53 \text{ cm}^2 \rightarrow 5W10 = 3.93 \text{ cm}^2$$

Cálculo das armaduras referentes à tracção diagonal emanada do canto reentrante:

$$A_{sh} = 0.01 \left(\frac{V_u}{w_c \cdot f_{yd}} \right) = 0.01 \left(\frac{223.8 \times 10^3}{0.75 \times \frac{400}{1.15}} \right) = 8.58 \text{ cm}^2 = A'_{sh}$$

$$A_{sh} = 8.58 \text{ cm}^2 \rightarrow 12W10 \rightarrow 6W10/\text{face} = 4.71 \text{ cm}^2$$

$$A'_{sh} = 8.58 \text{ cm}^2 \rightarrow 5W16 = 10.05 \text{ cm}^2$$

Cálculo da tracção diagonal originada no dente:

$$(8.45 \times 10^{-5}) \cdot 2 \cdot \} \cdot b \cdot d \cdot \sqrt{f_{ck}} = (8.45 \times 10^{-5}) \cdot 2 \times 1 \times 300 \times (360 - 46) \times \sqrt{30} = 87.21 \text{ kN}$$

Cálculo da armadura transversal na zona do dente:

$$A_v = 10.1 \cdot \frac{1}{2 \cdot f_{yd}} \cdot \left[\frac{V_u}{w_c} - 2 \cdot \} \cdot b \cdot d \cdot \sqrt{f_{ck}} \right] = 10.1 \times \frac{1}{2 \times \frac{400}{1.15}} \times \left[\frac{223.8}{0.75} - 87.21 \right] = 3.07 \text{ cm}^2$$

$$A_v = 3.07 \text{ cm}^2 \rightarrow 4W10 = 3.14 \text{ cm}^2$$

Cálculo das armaduras referentes à tracção diagonal originada no dente:

$$\begin{aligned} wV_n &= w_c \left(A_v \cdot f_{yd} + A_h \cdot f_{yd} + 2 \cdot \} \cdot b \cdot d \cdot \sqrt{f_{ck}} \right) = \\ &= 0.75 \times \left(3.14 \times 10^2 \times \frac{400}{1.15} + 3.53 \times 10^2 \times \frac{400}{1.15} + 87.21 \times 10^3 \right) = 239.4 \text{ kN} > 223.8 \text{ kN} \rightarrow \text{OK!} \end{aligned}$$

Verificar o comprimento de amarração para os reforços acima dimensionados.

Determinar o comprimento de amarração recta de A_s , sabendo que a secção transversal onde se inserem os 5W16 é referente a secção indentada.

$$C20 / 25; A400 \rightarrow r = 0.7 \rightarrow K = 55$$

$$l_{b,rqd} = 55 \cdot w = 40 \times 16 = 880 \text{ mm}$$

$$\text{Forma dos varões} \rightarrow r_1 = 1.0$$

$$c_d = \min \{24.8/2, (30+8); (30+8) = 38\} = 12.4 \text{ mm}$$

$$\text{Recobrimento das armaduras} \rightarrow r_2 = 1 - 0.15 \times (12.4 - 16) / 16 = 1.03 > 1.0 \rightarrow 1.0$$

$$\text{Cintagem das armaduras transversais não soldados à armadura principal} \rightarrow r_3 = 1.0$$

$$\text{Cintagem das armaduras transversais soldados} \rightarrow r_4 = 1.0$$

$$\text{Cintagem por compressão transversal} \rightarrow r_5 = 1.0$$

$$l_{bd} = 1.0 \times 1.0 \times 1.0 \times 1.0 \times 1.0 \times 880 = 880 \text{ mm}$$

$$(1.0 \times 1.0 \times 1.0) = 1.0$$

$$l_{b,\min} > \max \{0.3 \times 880 = 264; 10 \cdot w = 160; 100\} = 264 \text{ mm}$$

$$l_{\text{varão}, A_s} = H - d + l_{bd} = 600 - (360 - 46) + 880 = 1166 \approx 1170 \text{ mm}$$

Determinar o comprimento de amarração do tipo laço para A_h , com armadura 5W10 distribuída ao longo de $2/3 \cdot d \approx 210 \text{ mm}$ tendo como referência o centro geométrico das armaduras A_s :

$$C20 / 25; A400 \rightarrow r = 0.7 \rightarrow K = 55$$

$$l_{b,rqd} = 55 \cdot w = 55 \times 16 = 880 \text{ mm}$$

Simplificadamente, temos:

$$c_d = \min \{224/2 = 112, (30+8) = 38\} = 38 \text{ mm}$$

$$\text{Forma dos varões} \rightarrow c_d = 38 > 3 \cdot w = 30 \rightarrow r_1 = 0.7$$

$$l_{b,eq} = 0.7 \cdot l_{b,rqd} = 616 \text{ mm}$$

$$l_{b,\min} > \max \{0.3 \times 880 = 264; 10 \cdot w = 160; 100\} = 264 \text{ mm}$$

$$l_{\text{varão}, A_{sh}} = l_{b,eq} + l_1 = 616 + 360 = 976 \approx 980 \text{ mm}$$

Determinar o comprimento de amarração recta de A'_{sh} , constituído por 5W16. Este valor já foi calculado anteriormente, logo temos:

$$l_{bd} = 1.0 \times 1.0 \times 1.0 \times 1.0 \times 1.0 \times 880 = 880 \text{ mm}$$

$$(1.0 \times 1.0 \times 1.0) = 1.0$$

$$l_{b,\min} > \max \{0.3 \times 480 = 264; 10 \cdot w = 160; 100\} = 264 \text{ mm}$$

$$l_{\text{varão}, A'_{sh}} = H - D + l_{bd} = 600 - (600 - 76.5) + 264 = 340.5 \text{ mm}$$

As armaduras A_{sh} devem ser distribuídas ao longo do comprimento a_0 , ou seja:

$$l_0 = 0,5 \cdot h = 0,5 \times 360 = 180 \text{ mm}$$

A figura seguinte apresenta o arranjo de reforços. É de notar que a armadura A'_{sh} constituída por 5W16 será assegurada através da não interrupção dos varões preconizados para o tirante 1.

A secção transversal será duplamente armada, tendo-se definido para a armadura construtiva no banzo comprimido 15% da armadura longitudinal inferior máxima (tirante 8),

$$A_s^+ = 0.15 \cdot A_s^- = 0.15 \times 25.33 = 3.80 \text{ cm}^2 \rightarrow 2W16 = 4.02 \text{ cm}^2$$

O esquema de armaduras provenientes apenas do cálculo do MET ver Figura 7.9, faltando a representação das armaduras construtivas, apresentadas na Figura 7.10.

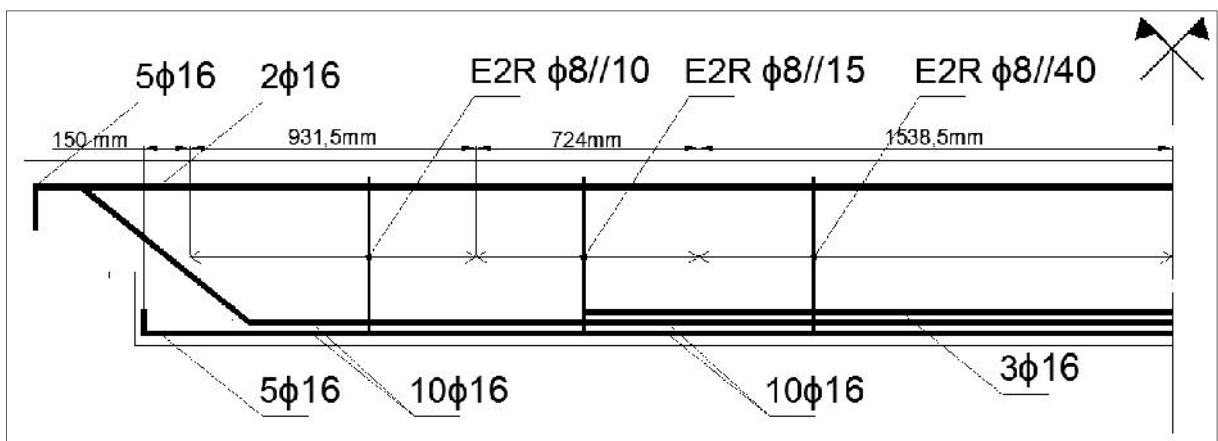


Figura 7.9 – Esquema de armaduras provenientes apenas do cálculo do MET.

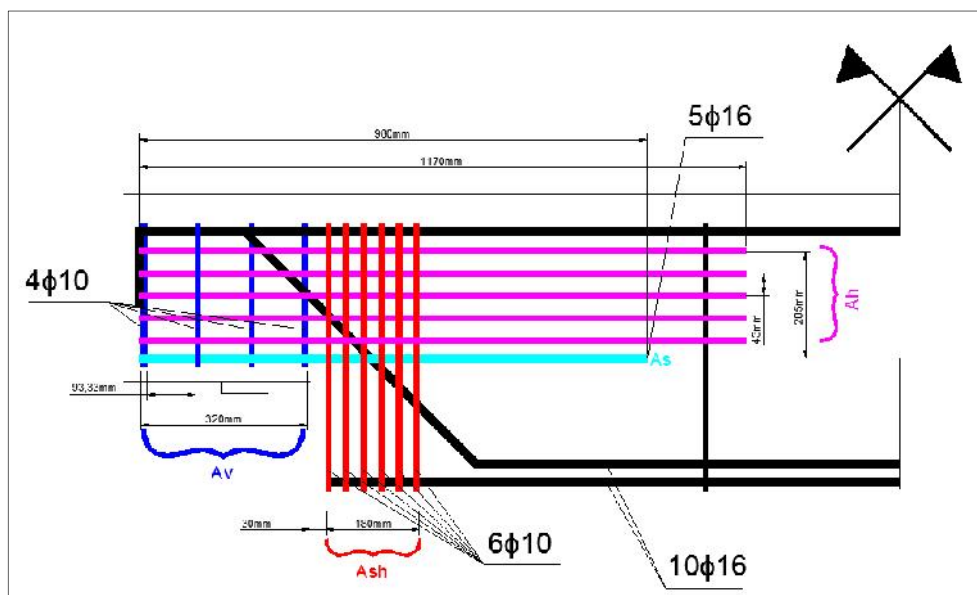


Figura 7.10 - Esquema de armaduras construtivas provenientes do PCI-Committee, (2004).

8 CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS

O dimensionamento de vigas indentadas com recurso a MET é simples, mas retém alguma complexidade, nomeadamente na verificação das tensões em regiões nodais, verificação do comprimento de amarração de varões e a pormenorização de armaduras, todos estes interdependentes. Consequentemente, o processo de dimensionamento requer várias iterações. Não obstante, o próprio cálculo do esforço normal dos elementos constituintes do MET depende dos itens supramencionados.

No que se refere à simplicidade no cálculo dos MET, no caso de um dimensionamento sem recurso a ferramentas informáticas e em que o objectivo é necessariamente estimar os recursos inerentes ao dimensionamento. O MI é claramente o modelo mais simples, de seguida MO2 e finalmente MO1. É enumerado desta forma porque através das fórmulas simplificadas apresentadas no documento é possível obter um bom modelo de cálculo sem recorrer a um grande volume de cálculos para obter a optimização do próprio, à excepção de MO1.

Relativamente à comparação dos resultados entre os MET, o MI é aquele que apresenta os melhores resultados segundo o critério de optimização e consequentemente menor quantidade de armadura, comparativamente com MO2 e MO1.

A análise da variação das dimensões do dente permite concluir, que estas variáveis são importantes na obtenção de uma solução convergente, porque relativamente a variação da armadura o efeito da sua variação é extremamente diminuta. Não obstante, um comprimento de dente pequeno e altura de dente grande produzem sempre soluções melhores.

Comparando então as soluções de viga prismática com a correspondente viga em dente, conclui-se que para soluções em que a esbelteza é pequena, ou seja, no domínio das vigas curtas, a viga prismática apresenta resultados consideravelmente melhores. No que respeita a vigas esbeltas, as soluções provenientes da viga prismática são ligeiramente melhores que as da viga em dente. Contudo estas podem ser competitivas quando a componente do PP toma valores elevados, permitindo uma considerável redução do carregamento aplicado para peças de grande dimensão e esbeltas, devido à redução da secção bruta da viga, consequentemente melhores soluções ao nível da armadura. Nesta perspectiva em sistemas estruturais com um número elevado de pisos, a diminuição da componente PP é extremamente benéfica permitindo a redução do carregamento aplicado nos pilares face a soluções de viga prismática.

É de notar que os modelos ortogonais apenas requerem a pormenorização de armaduras de A_v e A_h , comparativamente com o MI, que necessita o cálculo de A_v , A_h , A_{sh} e A_s . Este facto é relevante na escolha do modelo pois, obviamente, o cálculo das armaduras provenientes da pormenorização especificada no PCI são cumulativas às calculadas através do MET. Muito embora no documento este facto não tenha sido tido em conta, no cálculo da armadura requerida, é possível de uma forma qualitativa, dizer *a priori* que os modelos ortogonais são obviamente melhores pelas razões expostas acima. No entanto, a combinação de dois modelos produz uma solução que requer apenas o cálculo de A_v e A_h , sendo que desta forma os modelos combinados são mais vantajosos do ponto de vista da armadura relativamente aos simples.

Embora não seja feita menção no documento, o custo inerente à execução deste tipo de elemento é de extrema importância. Tendo como base que o custo de mão-de-obra está directamente relacionado com o número de varões e que o custo do material aço corresponde à quantidade de armadura, podemos concluir que as soluções baseadas no modelo simples MI apresentam custo de fabrico não atrativo por comparação com a solução para a viga prismática. Pois a viga em dente requer a execução de maior quantidade de varões, inerente à própria execução do dente e pormenorização de armaduras correspondente.

A realização das folhas de Excel permitiu, em larga escala, a análise pormenorizada e optimizada das melhores soluções possíveis para uma determinada geometria do elemento, bem como a percepção do comportamento destes modelos em função da alteração das variáveis geométricas. No que respeita à abordagem de resolução dos MET, consideraram-se as coordenadas dos nós do modelo como variáveis do problema e gerou-se assim um programa matemático complexo cuja resolução implicou o recurso à programação não linear. Conclui-se que muito embora o Excel seja uma ferramenta de fácil manuseamento e compreensão, a escala do problema nele formulada extravasa um pouco as suas possibilidades, devido ao massivo volume de cálculos requerido, nomeadamente na capacidade deste desenvolver cálculos com base em modelos não lineares, existindo alternativas mais competentes neste aspecto, nomeadamente as linguagens de programação científica como o Fortran, C ou mesmo linguagens algébricas como o Mathematica ou o SciLab. No entanto face aos objectivos propostos, o Excel foi satisfatório.

No que se refere aos desenvolvimentos futuros, é imperativo nos dias de hoje, tal como no passado, que a concepção de soluções seja acompanhada pela determinação do seu custo. Neste sentido o desenvolvimento de um modelo que englobe toda a componente monetária inerente à execução do elemento é extremamente importante. Também é de ressaltar que os MET são desenvolvidos exclusivamente para a verificação de ELU, muito embora a regulamentação vigente exija uma verificação dos ELS. Portanto, o desenvolvimento de modelos que tenham

em conta questões como o controle de deformações e tensões instaladas, seriam relevantes. Para finalizar e tendo em conta o dito anteriormente, realizar um algoritmo genético que tenha em conta todos os aspectos referenciados, e neste contexto produzir de forma fidedigna, não obstante ser baseado em modelos de comportamento teóricos, a melhor forma de conceber e dimensionar estes elementos.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ACI-Committee-318, 2011. Building Code Requirements for Structural Concrete and Commentary (ACI 318-11) and Commentary. Em: s.l.:American Concrete Institute.
- Bergmeister, K., Breen, J. E., Jirsa, J. O. e Kreger, M. E., 1993. *Detailing for Structural Concrete*, Austin, Texas: Texas Department of Transportation.
- Brown, M. D. et al. 2006. *Design for Shear in Reinforced Concrete Using Strut-and-Tie Models*, Austin Texas USA: Texas Department of Transportation Research and Technology Implementation Office.
- CEB/FIB, 1999a. Structural Concrete. Em: *Textbook on Behaviour, Design and Performance, Volume 2*. Lausanne, Suíça: International Federation for Structural Concrete (fib).
- CEB/FIB, 1999b. Structural Concrete . Em: *Textbook on Behaviour, Design and Performance, Volume 3*. Lausanne, Suíça: International Federation for Structural Concrete (fib).
- Chen, W.-F. e El-Metwally, S. E.-D. E., 2011. Understanding Structural Engineering. Em: *From Theory to Practice*. s.l.:CRC Press, pp. 165-198.
- Cook, W. D. e Mitchell, D., 1988. Studies of Disturbed Regions near Discontinuities in Reinforced Concrete Members. *ACI Structural Journal*, Vol. 85, No. 2, pp. 206-216.
- Dantas, O. D. et al. 2007. *Comparação dos Métodos GRG2 (Solver do Excel) e Downhill Simplex Para a parametrização da Função Beta*, Fortaleza, Brasil: XXXIX SBPO - A Pesquisa Operacional e o Desenvolvimento Sustentável.
- Dias da Silva, V., 2004. Mecânica e Resistência dos Materiais, 3ª Edição. Em: s.l.:Coimbra Editora, p. 124.
- EC2, 2004. *Eurocódigo 2, Projecto de estruturas de betão - Parte 1-1: Regras gerais para edifícios*. s.l.:Comité Europeu de Normalização.
- Elliott, K. S., 1996. *Multi-Storey precast concrete framed structures*. Oxford, Inglaterra: Blackwell Science.
- Elliott, K. S., 2002. *Precast Concrete Structures*. Em: Woburn, USA: Butterworth-Heinemann, pp. 109-113 287-334.

-
- Elliott, K. S. e Tovey, A., 1992. *Precast Concrete Frame Buildings*. Berkshire, Inglaterra: British Cement Association.
- FIB:Commission:6:Prefabrication, 2007. *Structural connections for precast concrete buildings*, Lausanne, Suíça: FIB.
- Fu, C. C., 2001. The Strut-and-Tie Model of Concrete Structures. Em: s.l.:The Maryland State Highway Administration.
- Herzinger, R. e El-Badry, M. M., 2002. *Use of Stud Shear Reinforcement in Concrete Beams with Dapped Ends*. Montreal, Canadá, s.n.
- Huang, P.-C. e Nanni, A., 2006. *Dapped-end Strengthening of precast prestressed concrete double tee beams with frp composites*, Missouri: Center for Infrastructure Engineering Studies.
- Ismail, M. A., 2007. *Design Optimization of Structural Concrete Beams Using Genetic Algorithms*, Gaza, Palestina: The Islamic University Of Gaza Deanery of Higher Studies Faculty of Engineering Department Civil Engineering.
- Lasdon, L. S., Waren, A. D., Jain, A. & Ratner, M., 1978. Design and testing of a generalized reduced gradient code for nonlinear programming. *ACM Transactions on Mathematical Software*, 4(1), pp. 34-50.
- Leonhardt, F. e Mönnig, E., 1977. Estructuras de Hormigon Armado. Em: *Tomo III, Bases para el armado de estructuras de hormigon armado*. Argentina: Libreria "El Ateneo" Editorial, pp. 148-150.
- Liang, Q. Q., 2005. Performance-Based Optimization of Structures. Em: *Theory and Applications*. Nova York, USA: Spon Press, pp. 135-205.
- Marchão, C. e Appleton, J., 2008. *Estruturas de Betão I; Módulo 2*, Lisboa: Instituto Superior Técnico.
- Marti, P., 1985a. Basic Tools of Reinforced Concrete Beam Design. *ACI Journal*, 82(1), pp. 45-56.
- Marti, P., 1985b. Truss Models in Detailing. Em: s.l.:ACI Concrete International, 7(12), pp. 66-73.
- Mattock, A., 1979. Flexural Strength of Prestressed Concrete Sections By Programmable Calculator. *PCI Journal*, Vol. 24, No. 1, pp. 32-55.
- Mattock, A. H., 1979. *Design and Behavior of Dapped-End Beams*. s.l.:J Prestr Concrete I.
-

-
- Mattock, A. H. e Theryo, T. S., 1986. *Strength of Precast Prestressed Concrete Members with Dapped Ends..* s.l.:J Prest Concrete I.
- Naaman, A., 2004. *Prestressed Concrete Analysis and Design Fudamentals* 2nd Edition. Em: Michigan, USA: Techno Press 3000, pp. 994-1013.
- Nilson, A. H., Darwin, D. & Dolan, C. W., 2004. *Design of Concrete Structures*, 13º Edição. Em: s.l.:The MacGraw-Hill Companies, pp. 321-346.
- PCI-Commitee, 2004. *PCI Design Handbook*. Em: *Precast and Prestreesed Concrete 6º Edição*. Chicago, USA: Precast/Prestreesed Concrete Institute, pp. 4.79-4.83.
- Pompeu dos Santos, S., 1984. *Comportamento de ligações de estruturas prefabricados de betão*. s.l.:Laboratório Nacional de Engenharia Civil.
- Pompeu dos Santos, S., 1985. *Ligações de estruturas prefabricadas de betão*. Lisboa: Laboratório Nacional de Engenharia Civil.
- Postolache, R., 2007. *Linear and Nonlinear Optimiztion Programming*. s.l.:National Science Foundation.
- Providência, P., s.d. *Apontamentos de Estruturas de Betão*. 2014 ed. s.l.:Departamento de Engenharia Civil, FCTUC.
- Pujol, 2013. <http://eng.prefabricatspujol.com>. [Online]
Disponível em: <http://eng.prefabricatspujol.com/products/modular-and-industrialised-construction/schools/floor-girders.html>
- [Acedido em 11 4 2014].
- Sai, L. H. e Kjæbye, P., 1999. *Structural Precast Concrete Handbook*, 2º Edição. Singapura: Technology Development Division of Building and Construction Authority.
- Santos Silva, C. A., 2013. <https://fenix.tecnico.ulisboa.pt>. [Online]
Disponível em:
https://fenix.tecnico.ulisboa.pt/downloadFile/3779579613284/OES_NLP_2013.pdf
- [Acedido em 17 Abril 2014].
- Schlaich, J. e Schäfer, K., 1989. *Design of Concrete Structures*. Em: Berlin, Alemanha: s.n.
- Schlaich, J. e Schäfer, K., 1991. Design and detailing of structural concrete using strut-and-tie models. *The Structural Engineer*, Volume 69, No. 6, pp. 113-125.
- Schlaich, J., Schäfer, K. e Jennewein, M., 1987. Toward a Consistent Design of Structural Concrete. *PCI Journal*, Volume 32, No 3, pp. 77-150.
-

SCIB, 2013. <http://www.scib.com.my>. [Online]

Disponível em: http://www.scib.com.my/precast_beam.html

[Acedido em 11 4 2013].

Silva, A. M. S., 1998. *Ligações entre Elementos Pré-Fabricados de Betão*, Lisboa:

Dissertação para obtenção de grau Mestre em Engenharia de Estruturas- UTL-IST.

University, L., 2014. *IEI: Linköping University*. [Online]

Disponível em: <http://www.iei.liu.se/machine/courses/TMKT48?l=sv>

[Acedido em 19 4 2014].

Viegas, J. B. e Saraiva, F., 2010. *Estruturas Pré-fabricadas em Portugal - Uma visão de pré-fabricação em betão em Portugal. Seminário Internacional - Estruturas Pré-fabricadas em Betão*. Lisboa, Pré-fabricação no Mundo.

Wang, Q., 1996. Study on Detailing at the Ends of Notched Concrete Beams. Em: Qingdao, China: Proc. on Studies and Applications of Joint Connections of Concrete Structures and of Structural Earthquake Resistant Detailing, pp. 115-121.

Wang, Q., Guo, Z. e Hoogenboom, P. C. J., 2005. Experimental investigation on the shear capacity of RC dapped end beams and design recommendations. *Structural Engineering and Mechanics, Vol. 21, No. 2*, pp. 221-235.

Wight, J. K. e MacGregor, J. G., 2012. Reinforced Concrete Mechanics e Design 6^o Edição. Em: s.l.:Pearson, pp. 967-992.

Yeniay, O., 2004. A Comparattve study on optimization Methods For The Constrained Nonlinear Programming. *Mathematical Problems in Engeneering*, Issue 2, pp. 165-173.

ANEXO A

No Quadro A.1 é feita a comparação de resultados de MO1, com carregamento, comprimento efectivo, largura de viga e relações h/H , h/l constantes, com variação da altura total da viga, com relação $h/H = 2.0$. É possível verificar que o menor esforço normal aplicado é obtido no caso $h = 700$ mm .

Quadro A.1 – Comparação de resultados do MO1 com variação da altura da viga com $h/l = 2.0$.

MO1				
b [mm]	300,00			
l_{eff} [mm]	6000			
L [mm]	6133	6225	6270	6315
l_{eff}/H	15	12	10	8,57
H [mm]	400	500	600	700
h [mm]	240	300	360	420
h/H	0,6			
l [mm]	120	150	180	210
h/l	2,00			
PP [kN]	2,98	3,71	4,45	5,18
q [kN]	26,52	27,51	28,51	29,49
N_{sd} Tirante A-D	-	28,90	28,33	27,44
Armadura [cm ²]	-	0,83	0,81	0,79
Diâmetro	-	10	10	10
Nº de varões	-	2	2	2
Nº de fiadas	-	1	1	1
Varões 1ª fiada	-	2,00	2,00	2,00
N_{sd} Tirante C-B	-	72,25	72,74	75,52
Armadura [cm ²]	-	2,08	2,09	2,17
Diâmetro	-	10	10	10
Nº de varões	-	3,00	3,00	3,00
N_{sd} máximo	-	310,21	266,29	237,86
Armadura [cm ²]	-	8,92	7,66	6,84
Diâmetro	-	10	10	10

Nº de varões	-	12	10	9
Nº de fiadas	-	4	4	3
Varões 1ª fiada	-	3	3	3
Armadura total [cm ³]	-	2282,52	2048,44	1907,15
Critério de optimização	-	953,55	712,99	579,31
Nó A- σ_{c1} [N/mm ²]	-	4,28	3,59	2,82
Nó A- σ_{c2} [N/mm ²]	-	2,19	1,84	1,64
Nó A- $\sigma_{Rd,max}$ [N/mm ²]	-	14,96	14,96	14,96
Nó b- σ_{c1} [N/mm ²]	-	3,85	3,40	2,51
Nó C- $\sigma_{Rd,max}$ [N/mm ²]	-	13,2	13,2	13,2

No Quadro A.2 é feita a comparação de resultados de MO1, com carregamento, comprimento efectivo, largura de viga e relações h/H , h/l constantes, com variação da altura total da viga, com relação $h/l = 1.0$. É possível verificar que o menor esforço normal aplicado é obtido no caso $h = 700$ mm.

Quadro A.2 – Comparação de resultados do MO1 com variação da altura da viga e $h/l = 1.0$.

MO1				
b [mm]	300,00			
l_{eff} [mm]	6000			
L [mm]	6360	6450	6540	6630
l_{eff}/H	15	12	10	8,57
H [mm]	400	500	600	700
h [mm]	240	300	360	420
h/H	0,6			
l [mm]	240	300	360	420
h/l	1,00			
PP [kN]	2,95	3,68	4,40	5,12
q [kN]	26,49	27,47	28,44	29,41
N_{sd} Tirante A-D	-	46,51	46,50	47,00
Armadura [cm ²]	-	1,34	1,34	1,35
Diâmetro	-	10	10	10
Nº de varões	-	2	2	2
Nº de fiadas	-	1	1	1
Varões 1ª fiada	-	2,00	2,00	2,00
N_{sd} Tirante C-B	-	71,79	72,89	74,62
Armadura [cm ²]	-	2,06	2,10	2,15

Diâmetro	-	10	10	10
Nº de varões	-	3,00	3,00	3,00
N_{sd} máximo	-	311,02	268,98	239,03
Armadura [cm ²]	-	8,94	7,73	6,87
Diâmetro	-	10	10	10
Nº de varões	-	12	10	9
Nº de fiadas	-	4	4	3
Varões 1º fiada	-	3	3	3
Armadura total [cm ³]	-	2301,95	2082,03	1935,31
Critério de optimização	-	960,30	728,33	586,80
Nó A- σ_{c1} [N/mm ²]	-	2,13	1,73	1,41
Nó A- σ_{c2} [N/mm ²]	-	1,17	0,99	0,86
Nó A- $\sigma_{Rd,max}$ [N/mm ²]	-	14,96	14,96	14,96
Nó b- σ_{c1} [N/mm ²]	-	3,85	2,85	2,51
Nó C- $\sigma_{Rd,max}$ [N/mm ²]	-	13,2	13,2	13,2

No Quadro A.3 é feita a comparação de resultados de MO1, com carregamento, comprimento efectivo, largura de viga e relações h/H , h/l constantes, com variação da altura total da viga, com relação $h/l = 0.67$. É possível verificar que só existe convergência na solução $h = 700$ mm.

Quadro A.3 – Comparação de resultados do MO1 com variação da altura da viga e

$$h/l = 0.67 .$$

MO1				
b [mm]	300,00			
l_{eff} [mm]	6000			
L [mm]	6540	6675,00	6810	6945
l_{eff}/H	15	12	10	8,57
H [mm]	400	500	600	700
h [mm]	240	300,00	360	420
h/H	0,6			
l [mm]	360	450,00	540	630
h/l	0,67			
PP [kN]	2,93	3,65	4,36	5,06
q [kN]	26,46	27,43	28,38	29,33
N_{sd} Tirante A-D	-	-	-	68,20

Armadura [cm ²]	-	-	-	1,96
Diâmetro	-	-	-	10
Nº de varões	-	-	-	3
Nº de fiadas	-	-	-	1
Varões 1º fiada	-	-	-	3,00
N_{sd} Tirante C-B	-	-	-	72,36
Armadura [cm ²]	-	-	-	2,08
Diâmetro	-	-	-	10
Nº de varões	-	-	-	3,00
N_{sd} máximo	-	-	-	241,25
Armadura [cm ²]	-	-	-	6,94
Diâmetro	-	-	-	10
Nº de varões	-	-	-	9
Nº de fiadas	-	-	-	3
Varões 1º fiada	-	-	-	3
Armadura total [cm ³]	-	-	-	1989,26
Critério de optimização	-	-	-	604,42
Nó A- σ_{c1} [N/mm ²]	-	-	-	1,01
Nó A- σ_{c2} [N/mm ²]	-	-	-	0,61
Nó A- $\sigma_{Rd,max}$ [N/mm ²]	-	-	-	14,96
Nó b- σ_{c1} [N/mm ²]	-	-	-	2,57
Nó C- $\sigma_{Rd,max}$ [N/mm ²]	-	-	-	13,2

No Quadro A.4 é feita a comparação de resultados de MO2, com carregamento, comprimento efectivo, largura de viga e relações h/H , h/l constantes, com variação da altura total da viga, com relação $h/l = 2.00$. É possível verificar que o menor esforço normal aplicado é obtido no caso $h = 700$ mm.

Quadro A.4 – Comparação de resultados do MO2 com variação da altura da viga e $h/l = 2.00$.

MO2				
b [mm]	300,00			
l_{eff} [mm]	6000			
L [mm]	6132	6092	6157	6210
l_{eff}/H	15	12	10	8,57
H [mm]	400	500	600	700

h [mm]	240	300,00	360	420
h/H	0,6			
l [mm]	240	300	360	420
h/l	2,00			
PP [kN]	2,38	2,97	3,56	4,14
q [kN]	25,71	26,51	27,30	28,09
N_{sd} Tirante A-D	-	77,56	66,27	60,15
Armadura [cm ²]	-	2,23	1,91	1,73
Diâmetro	-	10	10	10
Nº de varões	-	3	3	3
Nº de fiadas	-	1	1	1
Varões 1º fiada	-	3,00	3,00	3,00
N_{sd} Tirante C-B	-	63,13	65,39	66,49
Armadura [cm ²]	-	1,81	1,88	1,91
Diâmetro	-	10	10	10
Nº de varões	-	3,00	3,00	3,00
N_{sd} máximo	-	300,04	257,83	227,70
Armadura [cm ²]	-	8,63	7,41	6,55
Diâmetro	-	10	10	10
Nº de varões	-	11	10	9
Nº de fiadas	-	4	4	3
Varões 1º fiada	-	3	3	3
Armadura total [cm ³]	-	2208,51	1978,95	1830,12
Critério de optimização	-	874,35	655,73	522,38
Nó A- σ_{c1} [N/mm ²]	-	3,32	2,64	2,24
Nó A- σ_{c2} [N/mm ²]	-	2,94	1,97	1,48
Nó A- $\sigma_{Rd,max}$ [N/mm ²]	-	10,43	10,43	10,43
Nó b- σ_{c1} [N/mm ²]	-	5,41	4,24	3,58
Nó C- $\sigma_{Rd,max}$ [N/mm ²]	-	9,2	9,2	9,2

No Quadro A.5 é feita a comparação de resultados de MO2, com carregamento, comprimento efectivo, largura de viga e relações h/H , h/l constantes, com variação da altura total da viga, com relação $h/l=1.00$. É possível verificar que o menor esforço normal aplicado é obtido no caso $h = 700$ mm .

Quadro A.5 – Comparação de resultados do MO2 com variação da altura da viga com $h/l=1.00$.

MO2				
b [mm]	300,00			
l_{eff} [mm]	6000			
L [mm]	6336	6450	6540	6630
l_{eff}/H	15	12	10	8,57
H [mm]	400	500	600	700
h [mm]	400	500	600	700
h/H	0,6			
l [mm]	240	300	360	420
h/l	1,00			
PP [kN]	2,36	2,94	3,52	4,09
q [kN]	25,69	26,47	27,25	28,03
N_{sd} Tirante A-D	81,39	69,54	66,06	64,01
Armadura [cm ²]	2,34	2,00	1,90	1,84
Diâmetro	10	10	10	10
Nº de varões	3	3	3	3
Nº de fiadas	1	1	1	1
Varões 1º fiada	3,00	3,00	3,00	3,00
N_{sd} Tirante C-B	63,20	64,32	65,60	66,38
Armadura [cm ²]	1,82	1,85	1,89	1,91
Diâmetro	10	10	10	10
Nº de varões	3,00	3,00	3,00	3,00
N_{sd} máximo	364,56	301,14	259,12	229,18
Armadura [cm ²]	10,48	8,66	7,45	6,59
Diâmetro	10	10	10	10
Nº de varões	14	12	10	9
Nº de fiadas	5	4	4	3
Varões 1º fiada	3	3	3	3
Armadura total [cm ³]	2580,94	2213,72	1990,69	1847,82
Critério de optimização	1284,33	883,12	664,24	530,65
Nó A- σ_{c1} [N/mm ²]	2,13	1,63	1,37	1,19
Nó A- σ_{c2} [N/mm ²]	2,02	1,28	0,99	0,80
Nó A- $\sigma_{Rd,max}$ [N/mm ²]	10,43	10,43	10,43	10,43
Nó b- σ_{c1} [N/mm ²]	6,43	4,89	4,23	3,09
Nó C- $\sigma_{Rd,max}$ [N/mm ²]	9,2	9,2	9,2	9,2

No Quadro A.6 é feita a comparação de resultados de MO2, com carregamento, comprimento efectivo, largura de viga e relações h/H , h/l constantes, com variação da altura total da viga,

com relação $h/l = 0.67$. É possível verificar que o menor esforço normal aplicado é obtido no caso $h = 700$ mm.

Quadro A.6 – Comparação de resultados do MO2 com variação da altura da viga com $h/l = 0.67$.

MO2				
b [mm]	300,00			
l_{eff} [mm]	6000			
L [mm]	6336	6450	6810	6945
l_{eff}/H	15	12	10	8,57
H [mm]	400	500	600	700
h [mm]	400	500	600	700
h/H	0,6			
l [mm]	240	300	360	420
h/l	0,67			
PP [kN]	2,36	2,94	3,49	4,05
q [kN]	25,69	26,47	27,21	27,96
N_{sd} Tirante A-D	-	-	86,04	85,11
Armadura [cm ²]	-	-	2,47	2,45
Diâmetro	-	-	10	10
Nº de varões	-	-	4	4
Nº de fiadas	-	-	1	1
Varões 1º fiada	-	-	4,00	4,00
N_{sd} Tirante C-B	-	-	63,66	64,08
Armadura [cm ²]	-	-	1,83	1,84
Diâmetro	-	-	10	10
Nº de varões	-	-	3,00	3,00
N_{sd} máximo	-	-	261,58	232,01
Armadura [cm ²]	-	-	7,52	6,67
Diâmetro	-	-	10	10
Nº de varões	-	-	10	9
Nº de fiadas	-	-	4	3
Varões 1º fiada	-	-	3	3
Armadura total [cm ³]	-	-	2039,58	1904,26
Critério de optimização	-	-	680,82	549,53
Nó A- σ_{cl} [N/mm ²]	-	-	1,04	0,91

Nó A- σ_{c2} [N/mm ²]	-	-	0,94	0,78
Nó A- $\sigma_{Rd,max}$ [N/mm ²]	-	-	10,43	10,43
Nó b- σ_{c1} [N/mm ²]	-	-	4,52	4,07
Nó C- $\sigma_{Rd,max}$ [N/mm ²]	-	-	9,2	9,2

No Quadro A.7 é feita a comparação de resultados de MI, com carregamento, comprimento efectivo, largura de viga e relações h/H , h/l constantes, com variação da altura total da viga, com relação $h/l = 2.00$. É possível verificar que o menor esforço normal aplicado é obtido no caso $h = 700$ mm.

Quadro A.7 – Comparação de resultados do MI com variação da altura da viga com $h/l = 2.00$.

MI				
b [mm]	300			
l_{eff} [mm]	6000			
L [mm]	6120	6150	6221,11	6210
l_{eff}/H	15	12	10	8,57
H [mm]	400	500	600	700
h [mm]	240	300,00	360	420
h/H	0,6			
l [mm]	120	150,00	180	210
h/l	2,00			
PP [kN]	2,38	2,97	3,56	4,14
q [kN]	25,71	26,51	27,30	28,09
N_{sd} Tirante B-C	-	-	-	100,37
Armadura [cm ²]	-	-	-	2,89
Diâmetro	-	-	-	10,00
Nº de varões	-	-	-	4
Nº de fiadas	-	-	-	1
Varões 1º fiada	-	-	-	4
N_{sd} máximo	-	-	-	269,99
Armadura [cm ²]	-	-	-	7,76
Diâmetro	-	-	-	10,00
Nº de varões	-	-	-	10
Nº de fiadas	-	-	-	3
Varões 1º fiada	-	-	-	4

Armadura total [cm ³]	-	-	-	1971,96
Critério de optimização	-	-	-	716,20
Nó A- σ_{c1} (N/mm ²)	-	-	-	3,83
Nó A- $\sigma_{Rd,max}$ (N/mm ²)	-	-	-	10,43

No Quadro A.8 é feita a comparação de resultados de MI, com carregamento, comprimento efectivo, largura de viga e relações h/H , h/l constantes, com variação da altura total da viga, com relação $h/l=1.00$. É possível verificar que o menor esforço normal aplicado é obtido no caso $h = 700$ mm .

Quadro A.8 – Comparação de resultados do MI com variação da altura da viga com $h/l=1.00$.

MI				
b [mm]	300			
l_{eff} [mm]	6000			
L [mm]	6240	6300	6360	6420
l_{eff}/H	15	12	10	8,57
H [mm]	400	500	600	700
h [mm]	240	300	360	420
h/H	0,6			
l [mm]	240	300	360	420
h/l	1			
PP [kN]	2,36	2,94	3,52	4,09
q [kN]	25,69	26,47	27,25	28,02
N_{sd} Tirante B-C	110,30	108,08	96,34	96,95
Armadura [cm ²]	3,17	3,11	2,77	2,79
Diâmetro	10	10	10	10
Nº de varões	5	4	4	4
Nº de fiadas	1	1	1	1
Varões 1º fiada	5	4	4	4
N_{sd} máximo	366,28	302,58	260,16	230,20
Armadura [cm ²]	10,53	8,70	7,48	6,62
Diâmetro	10	10	10	10
Nº de varões	14	12	10	9
Nº de fiadas	3	3	3	3
Varões 1º fiada	5	4	4	4
Armadura total [cm ³]	2507,97	2138,72	1913,64	1763,38
Critério de optimização	1289,00	887,74	669,11	535,46

Nó A- σ_{c1} (N/mm ²)	4,10	3,23	2,22	1,90
Nó A- $\sigma_{Rd,max}$ (N/mm ²)	10,43	10,43	10,43	10,43

No Quadro A.9 é feita a comparação de resultados de MI, com carregamento, comprimento efectivo, largura de viga e relações h/H , h/l constantes, com variação da altura total da viga, com relação $h/l = 2.00$. É possível verificar que o menor esforço normal aplicado é obtido no caso $h = 700$ mm.

Quadro A.9 – Comparação de resultados do MI com variação da altura da viga com $h/l = 0.67$.

MI				
b [mm]	300			
l_{eff} [mm]	6000			
L [mm]	6360	6450	6540	6921
l_{eff}/H	15	12	10	8,57
H [mm]	400	500	600	700
h [mm]	240	300	360	420
h/H	0,6			
l [mm]	360	450	540	630
h/l	0,67			
PP [kN]	2,35	2,92	3,48	4,05
q [kN]	25,67	26,44	27,20	27,96
N_{sd} Tirante B-C	130,78	111,55	110,38	88,78
Armadura [cm ²]	3,76	3,21	3,17	2,55
Diâmetro	10	10	10	10,00
Nº de varões	5	5	5	4
Nº de fiadas	1	1	1	1
Varões 1º fiada	5	5	5	4
N_{sd} máximo	368,85	304,98	264,18	233,28
Armadura [cm ²]	10,60	8,77	7,60	6,71
Diâmetro	10	10	10	10,00
Nº de varões	14	12	10	9
Nº de fiadas	3	3	2	3
Varões 1º fiada	5	5	5	4
Armadura total [cm ³]	2526,32	2155,68	1929,06	1825,37
Critério de optimização	1305,77	903,07	689,51	559,81

Nó A- σ_{c1} (N/mm ²)	3,76	2,38	1,98	1,03
Nó A- $\sigma_{Rd,max}$ (N/mm ²)	10,43	10,43	10,43	10,43

No Quadro A.10 é feita a comparação de resultados da viga prismática, com carregamento, comprimento efectivo constantes, com variação da altura total da viga. É possível verificar que o menor esforço normal aplicado é obtido no caso $h = 700$ mm. Comparando os resultados obtidos com os da viga em dente, verifica-se que apenas para a esbelteza de quinze o valor da armadura requerida no tirante a meio vão é maior, os restantes valores são menores nos mesmos termos.

Quadro A.80 – Comparação de resultados da viga prismática com variação da altura da viga.

Viga Prismática				
b [mm]	300	300	300	300
L [mm]	6250	6250	6250	6250
l_{eff} [mm]	6000	6000	6000	6000
l_{eff}/H	15	12	10	8,57
H [mm]	400	500	600	700
PP [kN]	2,4	3	3,6	4,2
q [kN]	25,74	26,55	27,36	28,17
M_{sd} máximo	248,11	255,92	263,73	271,54
Armadura [cm ²]	7,13	7,36	7,58	7,81
Diâmetro	10	10	10	10
Nº de varões	15	11	9	8
Nº de fiadas	2	2	2	1
Varões 1ª fiada	8	8	8	8
V_{sd} máximo	77,22	79,65	82,08	84,51
V_{rdc} (kN)	62,89	70,58	77,61	84,14
Armadura	2 Φ 8	2 Φ 8	2 Φ 8	2 Φ 8
$S_{l,max}$ (mm)	14,26	17,78	21,09	24,21

No Quadro A.11 é feita a comparação de resultados de MO1, com carregamento, altura, largura de viga e relações h/H , h/l constantes, com variação do comprimento efectivo, com relação $h/l=1.00$. É possível verificar que o menor esforço normal aplicado é obtido no caso $h = 5000$ mm.

Quadro A.11 – Comparação de resultados do MO1 com variação do comprimento efectivo da viga.

MO1				
b [mm]	300			
l_{eff} [mm]	5000	6000	7000	8000
L [mm]	5540	6540	7540	8540
l_{eff}/H	8,33	10	11,67	13,33
H [mm]	600	600	600	600
h [mm]	360	360	360	360
h/H	0,6	0,6	0,6	0,6
l [mm]	360	360	360	360
h/l	1	1	1	1
PP [kN]	4,38	4,40	4,41	4,42
q [kN]	28,42	28,44	28,46	28,47
N_{sd} Tirante A-D	39,36	46,50	53,65	60,79
Armadura [cm ²]	1,13	1,34	1,54	1,75
Diâmetro	10	10	10	10
Nº de varões	2	2	2	3
Nº de fiadas	1	1	1	1
Varões 1º fiada	2	2	2	3
N_{sd} Tirante C-B	59,60	72,66	86,48	100,70
Armadura [cm ²]	1,71	2,09	2,49	2,90
Diâmetro	10	10	10	10
Nº de varões	3	3	4	4
N_{sd} máximo	187,35	268,98	365,50	476,89
Armadura [cm ²]	5,39	7,73	10,51	13,71
Diâmetro	10	10	10	10
Nº de varões	7	10	14	18
Nº de fiadas	3	4	4	5
Varões 1º fiada	3	3	4	4
Armadura total [cm ³]	1278,47	2083,36	3173,28	4616,25
Critério de optimização	301,97	728,33	1548,35	3016,02
Nó A- σ_{c1} [N/mm ²]	1,33	1,75	2,14	2,49
Nó A- σ_{c2} [N/mm ²]	0,81	0,98	1,17	1,36
Nó A- $\sigma_{Rd,max}$ [N/mm ²]	14,96	14,96	14,96	14,96
Nó b- σ_{c1} [N/mm ²]	2,33	2,87	3,55	4,25
Nó C- $\sigma_{Rd,max}$ [N/mm ²]	13,2	13,2	13,2	13,2

No Quadro A.12 é feita a comparação de resultados de MO2, com carregamento, altura, largura de viga e relações h/H , h/l constantes, com variação do comprimento efectivo, com relação $h/l=1.00$. É possível verificar que o menor esforço normal aplicado é obtido no caso $h=5000$ mm.

Quadro A.12 – Comparação de resultados do MO2 com variação do comprimento efectivo da viga.

MO2				
b [mm]	300	300	300	300
l_{eff} [mm]	5000	6000	7000	8000
L [mm]	5540	6540	7540	8466
l_{eff}/H	8,33	10	11,67	13,33
H [mm]	600	600	600	600
h [mm]	600	600	600	600
h/H	0,6	0,6	0,6	0,6
l [mm]	360	360	360	360
h/l	1	1	1	1
PP [kN]	3,51	3,52	3,53	3,54
q [kN]	27,23	27,25	27,27	27,28
N_{sd} Tirante A-D	55,92	66,06	76,20	102,74
Armadura [cm ²]	1,61	1,90	2,19	2,95
Diâmetro	10	10	10	10
Nº de varões	3	3	3	4
Nº de fiadas	1	1	1	1
Varões 1º fiada	3	3	3	4
N_{sd} Tirante C-B	53,04	65,47	78,09	88,84
Armadura [cm ²]	1,53	1,88	2,25	2,55
Diâmetro	10	10	10	10
Nº de varões	2	3	3	4
N_{sd} máximo	180,93	259,12	351,57	458,76
Armadura [cm ²]	5,20	7,45	10,11	13,19
Diâmetro	10	10	10	10
Nº de varões	7	10	13	17
Nº de fiadas	4	4	5	5
Varões 1º fiada	2	3	3	4
Armadura total [cm ³]	1231,89	1992,40	3029,21	4404,93
Critério de optimização	277,22	664,20	1407,83	2716,07
Nó A- σ_{cd} [N/mm ²]	1,16	1,37	1,58	1,91

Nó A- σ_{c2} [N/mm ²]	0,84	0,99	1,14	1,64
Nó A- $\sigma_{Rd,max}$ [N/mm ²]	10,43	10,43	10,43	10,43
Nó b- σ_{c1} [N/mm ²]	3,60	4,23	4,45	5,88
Nó C- $\sigma_{Rd,max}$ [N/mm ²]	9,2	9,2	9,2	9,2

No Quadro A.13 é feita a comparação de resultados de MI, com carregamento, altura, largura de viga e relações h/H , h/l constantes, com variação do comprimento efectivo, com relação $h/l=1.00$. É possível verificar que o menor esforço normal aplicado é obtido no caso $h=5000$ mm.

Quadro A.93 – Comparação de resultados do MI com variação do comprimento efectivo da viga.

MI				
b [mm]	300	300	300	300
l_{eff} [mm]	5000	6000	7000	8000
L [mm]	5360	6360	7360	8360
l_{eff}/H	8,33	10	11,67	13,33
H [mm]	600	600	600	600
h [mm]	360	360	360	360
h/H	0,6	0,6	0,6	0,6
l [mm]	360	360	360	360
h/l	1	1	1	1
PP [kN]	3,50	3,52	3,53	3,54
q [kN]	27,23	27,25	27,26	27,28
N_{sd} Tirante B-C	78,62	95,85	122,59	151,69
Armadura [cm ²]	2,26	2,76	3,52	4,36
Diâmetro	10	10	10	10
Nº de varões	3	4	5	6
Nº de fiadas	1	1	1	1
Varões 1º fiada	3	4	5	6
N_{sd} máximo	181,53	259,99	353,22	460,91
Armadura [cm ²]	5,22	7,47	10,16	13,25
Diâmetro	10	10	10	10
Nº de varões	7	10	13	17
Nº de fiadas	3	3	3	3
Varões 1º fiada	3	4	5	6
Armadura total [cm ³]	1166,12	1915,67	2935,12	4273,07
Critério de optimização	278,58	669,14	1418,16	2731,88
Nó A- σ_{c1} (N/mm ²)	1,82	2,19	2,93	3,73
Nó A- $\sigma_{Rd,max}$ (N/mm ²)	10,43	10,43	10,43	10,43

No Quadro A.14 é feita a comparação de resultados da viga prismática, com carregamento, comprimento efectivo constantes, com variação da altura total da viga. É possível verificar que o menor esforço normal aplicado é obtido no caso $l = 5000$ mm. Comparando os resultados obtidos com os da viga em dente, verifica-se que apenas para a esbelteza de 8,33 o valor da armadura requerida no tirante a meio vão é menor, os restantes valores são iguais nos mesmos termos. Relativamente ao esforço normal registado no tirante a meio vão, MO2 e MI, apresentam resultados ligeiramente menores que a viga prismática.

Quadro A.104 – Comparação de resultados da viga prismática com variação do comprimento efectivo da viga.

Viga Prismática				
b [mm]	300	300	300	300
L [mm]	5250	6250	7250	8250
l_{eff} [mm]	5000	6000	7000	8000
l_{eff}/H	8,33	10	11,67	13,33
H [mm]	600	600	600	600
PP [kN]	3,6	3,6	3,6	3,6
q [kN]	27,36	27,36	27,36	27,36
M_{sd} máximo	186,22	263,71	355,33	461,03
Armadura [cm ²]	5,35	7,582	10,22	13,25
Diâmetro	10	10	10	10
Nº de varões	6	9	13	17
Nº de fiadas	1	2	2	3
Varões 1ª fiada	6	8	8	8
V_{sd} máximo	68,40	82,08	95,76	109,44
V_{rdc} (kN)	77,61	77,61	77,61	77,61
Armadura	2Φ8	2Φ8	2Φ8	2Φ8
$S_{l,max}$ (mm)	41,25	21,09	18,08	15,82

No Quadro A.15 é feita a comparação de resultados de MO1, com carregamento, altura, largura de viga e relações h/H , h/l constantes, com variação do comprimento efectivo, com relação $h/l = 1.00$. É possível verificar que o menor esforço normal aplicado é obtido no caso $h = 5000$ mm. No entanto o carregamento aplicado é superior ao Quadro A.12.

Quadro A.115 – Comparação de resultados do MO1 com variação do comprimento efectivo da viga.

MO1				
b [mm]	300	300	300	300
l_{eff} [mm]	5000	6000	7000	8000
L [mm]	5540	6540	7540	8540
l_{eff}/H	8,33	10,00	11,67	13,33
H [mm]	600	600	600	600
h [mm]	360	360	360	360
h/H	0,6	0,6	0,6	0,6
l [mm]	360	360	360	360
h/l	1	1	1	1
PP [kN]	4,38	4,40	4,41	4,42
q [kN]	47,92	47,94	47,96	47,97
N_{sd} Tirante A-D	66,37	78,38	90,40	102,42
Armadura [cm ²]	1,91	2,25	2,60	2,94
Diâmetro	10	10	10	10
Nº de varões	3	3	4	4
Nº de fiadas	1	1	1	1
Varões 1º fiada	3	3	4	4
N_{sd} Tirante C-B	100,50	122,16	145,74	169,67
Armadura [cm ²]	2,89	3,51	4,19	4,88
Diâmetro	10	10	12	16
Nº de varões	4	5	4	3
N_{sd} máximo	315,91	453,40	615,93	803,50
Armadura [cm ²]	9,08	13,04	17,71	23,10
Diâmetro	10	10	12	16
Nº de varões	12	17	16	12
Nº de fiadas	3	4	4	4
Varões 1º fiada	4	5	4	3
Armadura total [cm ³]	2155,65	3509,07	5347,61	7777,77
Critério de optimização	858,60	2068,56	4397,14	8561,83
Nó A- σ_{c1} [N/mm ²]	2,24	2,98	3,60	4,19
Nó A- σ_{c2} [N/mm ²]	1,36	1,66	1,97	2,30
Nó A- $\sigma_{Rd,max}$ [N/mm ²]	14,96	14,96	14,96	14,96
Nó b- σ_{c1} [N/mm ²]	3,23	4,48	5,11	5,67
Nó C- $\sigma_{Rd,max}$ [N/mm ²]	13,2	13,2	13,2	13,2

No Quadro A.16 é feita a comparação de resultados de MO2, com carregamento, altura, largura de viga e relações h/H , h/l constantes, com variação do comprimento efectivo, com relação

$h/l=1.00$. É possível verificar que o menor esforço normal aplicado é obtido no caso $h=5000$ mm. No entanto o carregamento aplicado é superior ao Quadro A.13.

Quadro A.126 – Comparação de resultados do MO2 com variação do comprimento efectivo da viga.

MO2				
b [mm]	300	300	300	300
l_{eff} [mm]	5000	6000	7000	8000
L [mm]	5540	6540	7540	8540
l_{eff}/H	8,33	10,00	11,67	13,33
H [mm]	600	600	600	600
h [mm]	600	600	600	600
h/H	0,6	0,6	0,6	0,6
l [mm]	360	360	360	360
h/l	1	1	1	1
PP [kN]	3,51	3,52	3,53	3,54
q [kN]	46,73	46,75	46,77	46,78
N_{sd} Tirante A-D	95,96	113,32	139,20	183,83
Armadura [cm ²]	2,76	3,26	4,00	5,29
Diâmetro	10	10	10	10
Nº de varões	4	5	6	7
Nº de fiadas	1	1	1	1
Varões 1º fiada	4	5	6	7
N_{sd} Tirante C-B	91,02	112,49	133,05	152,85
Armadura [cm ²]	2,62	3,23	3,83	4,39
Diâmetro	10	10	12	16
Nº de varões	4	5	4	3
N_{sd} máximo	310,47	444,53	603,50	802,40
Armadura [cm ²]	8,93	12,78	17,35	23,07
Diâmetro	10	10	12	16
Nº de varões	12	17	16	12
Nº de fiadas	3	4	4	4
Varões 1º fiada	4	5	4	3
Armadura total [cm ³]	2113,95	3416,39	5204,85	7690,14
Critério de optimização	816,34	1954,62	4145,79	8305,97
Nó A- σ_{c1} [N/mm ²]	1,99	2,35	2,77	3,35
Nó A- σ_{c2} [N/mm ²]	1,44	1,69	2,13	2,98
Nó A- $\sigma_{Rd,max}$ [N/mm ²]	10,43	10,43	10,43	10,43
Nó b- σ_{c1} [N/mm ²]	5,15	5,61	6,27	7,57
Nó C- $\sigma_{Rd,max}$ [N/mm ²]	9,2	9,2	9,2	9,2

No Quadro A.17 é feita a comparação de resultados de MI, com carregamento, altura, largura de viga e relações h/H , h/l constantes, com variação do comprimento efectivo, com relação $h/l=1.00$. É possível verificar que o menor esforço normal aplicado é obtido no caso $h=5000$ mm. No entanto o carregamento aplicado é superior ao Quadro A.14.

Quadro A.137 – Comparação de resultados do MI com variação do comprimento efectivo da viga.

MI				
b [mm]	300	300	300	300
l_{eff} [mm]	5000	6000	7000	8000
L [mm]	5360	6360	7360	8360
l_{eff}/H	8,93	10,60	12,27	13,93
H [mm]	600	600	600	600
h [mm]	360	360	360	360
h/H	0,6	0,6	0,6	0,6
l [mm]	360	360	360	360
h/l	1	1	1	1
PP [kN]	3,50	3,52	3,53	3,54
q [kN]	46,73	46,75	46,76	46,78
N_{sd} Tirante B-C	134,93	167,61	226,18	266,21
Armadura [cm ²]	3,88	4,82	6,50	7,65
Diâmetro	10	10	12	16
Nº de varões	5	7	6	4
Nº de fiadas	1	1	1	1
Varões 1º fiada	5	7	6	4
N_{sd} máximo	311,54	446,50	606,71	806,33
Armadura [cm ²]	8,96	12,84	17,44	23,18
Diâmetro	10	10	12	16
Nº de varões	12	17	16	12
Nº de fiadas	3	3	3	3
Varões 1º fiada	5	7	6	4
Armadura total [cm ³]	2001,21	3278,46	5027,83	7452,76
Critério de optimização	820,46	1970,13	4172,25	8352,18
Nó A- σ_{c1} (N/mm ²)	3,00	3,70	5,13	5,85
Nó A- $\sigma_{Rd,max}$ (N/mm ²)	10,43	10,43	10,43	10,43

No Quadro A.18 é feita a comparação de resultados da viga prismática, com carregamento, comprimento efectivo constantes, com variação da altura total da viga. É possível verificar que o menor esforço normal aplicado é obtido no caso $l = 5000$ mm. Comparando os resultados obtidos com os da viga em dente, verifica-se que para a esbelteza de 8,33 o valor da armadura requerida no tirante a meio vão é menor, os restantes valores são iguais nos mesmos termos, à excepção do valor de esbelteza 13,33, em que é necessário mais um varão para armar o tirante a meio vão.

Quadro A.148 – Comparação de resultados do MI com variação do comprimento efectivo da viga.

Viga Prismática				
b [mm]	300	300	300	300
L [mm]	5250	6250	7250	8250
l_{eff} [mm]	5000	6000	7000	8000
l_{eff}/H	8,33	10	11,67	13,33
H [mm]	600	600	600	600
PP [kN]	3,6	3,6	3,6	3,6
q [kN]	46,86	46,86	46,86	46,86
M_{sd} máximo	318,94	451,69	608,59	789,61
Armadura [cm ²]	9,17	12,99	17,50	22,70
Diâmetro	10	10	12	16
Nº de varões	11	16	16	13
Nº de fiadas	2	2	3	3
Varões 1ª fiada	8	8	7	5
V_{sd} máximo	117,15	140,58	164,01	187,44
V_{rdc} (kN)	77,61	77,61	77,61	77,61
Armadura	2Φ8	2Φ8	2Φ8	2Φ8
$S_{l,max}$ (mm)	14,77	12,31	10,55	9,23

No Quadro A.19 é feita a comparação de resultados de MI, com carregamento, altura, largura, comprimento efectivo da viga e com variação das relações h/l e h/H . Verifica-se que os resultados bastante semelhantes, no entanto o menor esforço normal no tirante a meio vão regista-se na relação $h/l = 1$ e $h/H = 0.7$.

Quadro A.19 – Comparação de resultados do MI Para varias geometrias de dente.

MI						
b [mm]	300	300	300	300	300	300
l_{eff} [mm]	4000	4000	4000	4000	4000	4000
L [mm]	4600	4371	4270	4840	4420	4280
l_{eff}/H	10,00	10	10,00	10	10	10
H [mm]	400	400	400	400	400	400
h [mm]	200	200	200	280	280	280
h/H	0,5	0,5	0,5	0,7	0,7	0,7
l [mm]	400	300	200	560	420	280
h/l	0,5	0,67	1	0,5	0,67	1
PP [kN]	2,30	2,32	2,34	2,32	2,33	2,35
q [kN]	45,10	45,13	45,16	45,13	45,15	45,18
N_{sd} Tirante B-C	112,84	115,88	112,07	107,55	123,88	107,30
Armadura [cm ²]	3,24	3,33	3,22	3,09	3,56	3,08
Diâmetro	10	10	10	10	10	10
Nº de varões	5	5	5	4	5	4
Nº de fiadas	1	1	1	1	1	1
Varões 1ª fiada	5	5	5	4	5	4
N_{sd} máximo	295,06	291,46	288,26	297,24	293,933	288,2526
Armadura [cm ²]	8,48	8,38	8,29	8,55	8,45	8,29
Diâmetro	10	10	10	10	10	10
Nº de varões	11	11	11	11	11	11
Nº de fiadas	3	3	3	3	3	3
Varões 1ª fiada	5	5,00	5	4	5	4
Armadura total [cm ³]	1452,17	1423,18	1412,85	1480,47	1432,445	1415,13
Critério de optimização	578,61	559,77	547,80	594,10	569,9621	548,66
Nó A- σ_{c1} (N/mm ²)	2,35	3,30	4,41	1,50	2,76	3,07
Nó A- $\sigma_{Rd,max}$ (N/mm ²)	10,43	10,43	10,43	10,43	10,43	10,43

No Quadro A.20 é feita a comparação de resultados de MI, com variáveis geométricas constantes, variando apenas o carregamento aplicado.

Quadro A.20 – Comparação de resultados do MI com variação da carga aplicada na viga.

MI				
b [mm]	300	300	300	300
l_{eff} [mm]	4000	4000	4000	4000
L [mm]	4840,00	4840	4840	4810,28

l_{eff}/H	5	5,00	5	5
H [mm]	800	800	800	800
h [mm]	560	560	560	560
h/H	0,7	0,7	0,7	0,7
l [mm]	560	560	560	560
h/l	1,00	1	1	1
PP [kN]	4,63	4,63	4,63	4,63
q [kN]	48,26	58,76	73,76	88,75
N_{sd} Tirante B-C	104,15	126,81	159,19	192,28
Armadura [cm ²]	2,99	3,65	4,58	5,53
Diâmetro	10	10	10	10
Nº de varões	4	5	6	8
Nº de fiadas	1	1	1	1
Varões 1º fiada	4,00	5	6	8
N_{sd} máximo	188,79	229,87	288,56	358,71
Armadura [cm ²]	5,43	6,61	8,30	10,31
Diâmetro	10	10	10	10
Nº de varões	7	9	11	14
Nº de fiadas	2	2	2	2
Varões 1º fiada	4,00	5	6	8
Armadura total [cm ³]	1143,61	1392,45	1747,94	2122,28
Critério de optimização	273,83	405,96	639,71	969,61
Nó A- σ_{c1} (N/mm ²)	1,37	1,66	2,07	2,51
Nó A- $\sigma_{Rd,max}$ (N/mm ²)	10,43	10,43	10,43	10,43

No Quadro A.21 é feita a comparação de resultados da viga prismática, com variáveis geométricas constantes, variando apenas o carregamento aplicado. Comparando estes resultados com os obtidos no Quadro A.23, verifica-se que a viga prismática requer menor quantidade de armadura para o dimensionamento do tirante a meio vão.

Quadro A.21 – Comparação de resultados da viga prismática com variação da carga aplicada na viga.

Viga Prismática				
b [mm]	300	300	300	300
L [mm]	4250	4250	4250	4250
l_{eff} [mm]	4000	4000	4000	4000
l_{eff}/H	5	5	5	5
H [mm]	800	800	800	800

PP [kN]	4,8	4,8	4,8	4,8
q [kN]	48,48	58,98	73,98	88,98
M_{sd} máximo	217,60	264,72	332,05	399,38
Armadura [cm ²]	3,80	4,6943	5,86	7,15
Diâmetro	10	10	10	10
Nº de varões	5	6	8	10
Nº de fiadas	1	1	1	2
Varões 1º fiada	8	8	8	8
V_{sd} máximo	96,96	117,96	147,96	177,96
V_{rdc} (kN)	90,28	90,28	90,28	90,28
Armadura	2Φ8	2Φ8	2Φ8	2Φ8
$S_{l,max}$ (mm)	24,34	20,01	15,95	13,26

No Quadro A.22 é feita a comparação de resultados de MI, com a variar a altura do dente e da viga face a carregamento constante.

Quadro A.22 – Comparação de resultados do MI com variação da altura da viga e dente.

MI				
b [mm]	300	300	300	300
l_{eff} [mm]	8000	8000	8000	8000
L [mm]	8560,00	8480	8490	8420
l_{eff}/H	10	10,00	11,43	11,43
H [mm]	800	800	700	700
h [mm]	560	480	490	420
h/H	0,7	0,6	0,7	0,6
l [mm]	560	480	490	420
h/l	1	1	1	1
PP [kN]	4,71	4,69	4,13	4,12
q [kN]	58,85	58,83	58,07	58,06
N_{sd} Tirante B-C	276,87	277,65	299,69	305,99
Armadura [cm ²]	7,9599	7,98	8,61	8,80
Diâmetro	12	12	16	16
Nº de varões	8	8	5	5
Nº de fiadas	2	2	1	1
Varões 1º fiada	6	6	5	5
N_{sd} máximo	751,01	749,24	845,16	843,10
Armadura [cm ²]	21,59	21,54	24,29	24,23
Diâmetro	12	12	16	16
Nº de varões	20	20	13	13

Nº de fiadas	4	4	3	3
Varões 1ª fiada	6	6	5	5
Armadura total [cm ³]	7372,34	7339,67	8049,61	8017,67
Critério de optimização	7449,97	7394,27	9293,58	9233,10
Nó A- σ_{c1} (N/mm ²)	3,83	4,43	4,82	5,61
Nó A- $\sigma_{Rd,max}$ (N/mm ²)	10,4267	10,43	10,42	10,43

No Quadro A.23 é feita a comparação de resultados da viga prismática, com variáveis geométricas constantes, variando apenas o carregamento aplicado. Comparando estes resultados com os obtidos no Quadro A.24, verifica-se que a viga prismática requer menor quantidade de armadura para o dimensionamento do tirante a meio vão, contudo não apresenta diferenças substanciais, nomeadamente às registadas para vigas com esbelteza baixa.

Quadro A.23 – Comparação de resultados da viga prismática com variação da altura da viga.

Viga Prismática		
b [mm]	300	300
L [mm]	8250	8250
l_{eff} [mm]	8000	8000
l_{eff}/H	10	11,43
H [mm]	800	700
PP [kN]	4,8	4,2
q [kN]	58,98	58,17
M_{sd} máximo	993,84	980,19
Armadura [cm ²]	20,58	24,78
Diâmetro	12	16
Nº de varões	19	13
Nº de fiadas	3	3
Varões 1ª fiada	7	5
V_{sd} máximo	235,92	232,68
V_{rdc} (kN)	90,28	84,13
Armadura	2 Φ 8	2 Φ 8
$S_{l,max}$ (mm)	10,00	8,79