



FCTUC DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL
FACULDADE DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
UNIVERSIDADE DE COIMBRA

Análise e dimensionamento de vigas de betão armado com aberturas

Dissertação apresentada para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia Civil na Especialidade de Estruturas

Autor

Sara Silva Rodrigues

Orientador

Prof. Doutor Paulo Manuel Mendes Pinheiro da Providência e Costa

Prof. Doutor Ricardo Joel Teixeira Costa

Esta dissertação é da exclusiva responsabilidade do seu autor, não tendo sofrido correções após a defesa em provas públicas. O Departamento de Engenharia Civil da FCTUC declina qualquer responsabilidade pelo uso da informação apresentada.

Coimbra, Julho, 2013

AGRADECIMENTOS

Gostaria de agradecer aos meus orientadores, Prof. Doutor Paulo Providência e Prof. Doutor Ricardo Costa, pelo apoio prestado e disponibilidade, não só ao longo da elaboração desta dissertação, mas também ao longo do curso.

Aos meus colegas e queridos amigos de curso, com os quais partilhei as alegrias e tristezas inerentes a qualquer percurso académico, agradeço com especial carinho.

Quero também agradecer à minha família, em especial aos meus pais e irmão, por acreditarem sempre em mim e me apoiarem em todos os momentos.

Ao Francisco, por estar sempre presente.

RESUMO

Num projecto é necessário prever as zonas de passagem de instalações técnicas, nomeadamente, redes de abastecimento e esgotos, condutas de ar-condicionado, rede eléctrica e rede de comunicações. Usualmente, os elementos constituintes destas redes são dispostos na zona inferior das vigas juntos aos respectivos apoios, geralmente pilares, sendo posteriormente ocultados por um tecto falso. A necessidade de projectar aberturas transversais nas viga surge quando, do ponto vista económico, o espaço inutilizado no pé-direito de um andar para acomodar as instalações é considerável em comparação com a altura total do edifício, e/ou em edifícios com muitos pisos.

Reis (2012) apresenta uma introdução à análise e dimensionamento de vigas com aberturas com base em modelos de escoras e tirantes. Nesse estudo foram analisadas vigas simplesmente apoiadas com aberturas em zonas pré-definidas da viga. Na presente dissertação este procedimento foi generalizado, determinando de forma explícita as zonas onde as aberturas podem ser realizadas e as suas dimensões máximas. Dado um modelo de escoras e tirantes para uma viga sem aberturas, é descrito o procedimento para a inserção de uma abertura com localização e dimensões arbitrárias, dentro de limites anteriormente definidos.

O trabalho consta das seguintes partes: (i) pequena revisão bibliográfica sobre o Método de Escoras e Tirantes, e sobre a sua aplicação à análise do efeito de aberturas em vigas, (ii) determinação das zonas de possível localização das aberturas e das suas dimensões máximas; (iii) apresentação de procedimentos para a concepção, dimensionamento e pormenorização de vigas com aberturas junto a um apoio; (iv) análise do efeito das aberturas por comparação com o comportamento de uma viga similar sem aberturas, com particular atenção à variação da quantidade de armadura em função do efeito da abertura e da esbelteza da viga, e por fim, (v) apresentação de um exemplo de aplicação.

ABSTRACT

In a project it is necessary to provide enough room for technical systems like the water supply and sewerage networks, air-conditioning ducts, power supply and communication networks. The elements of these networks are usually placed under the beams and near the supports, which are usually columns, and later concealed by a suspended ceiling. The need to design openings in beams arises when, from an economic point of view, the unused space in the suspended ceiling of a floor, necessary to accommodate the technical systems, is significant when compared to the total height of the building and in buildings with many floors.

Reis (2012) provides an introduction to the analysis and design of beams with openings based on strut and tie models. In this study, Reis (2012) analysed simply supported beams with openings in predefined regions of the beam. In the present dissertation this procedure was generalized by explicitly determining the regions where openings can be made as well as their maximum dimensions. Given a strut and tie model for a simply supported beam with no openings, the procedure for the subsequent introduction of an opening with arbitrary dimensions and position, but respecting certain limitations, is thoroughly described.

This document consists of the following parts: (i) short review of the Strut and Tie Method and analysis of the effects of openings (in beams) using this method, (ii) determination of possible locations and maximum dimensions for the openings, (iii) description of the procedures for the design and detailing of beams with openings near a support, (iv) analysis of the behaviour of beams with openings in comparison with the similar beams without openings, being given special attention to the effect of the openings in the variation of the amount of the reinforcement, and finally the (v) analysis of an example.

ÍNDICE

1. INTRODUÇÃO.....	1
1.1 Enquadramento Geral	1
1.2 Objetivos e Motivação	2
1.3 Organização do Documento.....	2
2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	4
2.1 Enquadramento histórico	4
2.2 Conceitos base do Método de Escoras e Tirantes.....	5
2.2.1 Zonas de descontinuidade.....	5
2.2.2 Trajectória das direcções principais de tensão	6
2.2.3 Outros métodos.....	8
2.2.4 Regiões Nodais	9
2.3 Disposições regulamentares.....	10
2.3.1 Escoras.....	10
2.3.2 Tirantes	11
2.3.3 Nós.....	12
2.3.4 Comprimento de amarração.....	13
2.4 Aberturas em vigas	14
2.4.1 Inserir abertura numa viga já existente.....	17
2.4.2 Viga com múltiplas aberturas	18
3. DEFINIÇÃO DE MODELOS PADRÃO	20
3.1 Modelo Desenvolvido.....	25
4. ANÁLISE NUMÉRICA.....	30
4.1 Viga 1.....	32
4.2 Viga 2.....	36
4.3 Viga 3.....	38
4.4 Conclusões	39

5. EXEMPLO DE APLICAÇÃO	43
6. CONSIDERAÇÕES FINAIS	47
6.1 Conclusões Finais	47
6.2 Trabalhos Futuros	47
7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	49
A. ANEXOS	7-1

SIMBOLOGIA

Letras latinas

a	Distância mínima entre o apoio e a face da abertura
A_{final}	Área da armadura adotada
A_{req}	Área da armadura de dimensionamento
A_s	Área da armadura de tração
d	Altura útil da viga
E_d	Valor da carga
f_{bd}	Valor de cálculo da resistência do betão à tração
f_{cd}	Valor de cálculo da tensão de rotura do betão à compressão
f_{ck}	Valor característico da tensão de rotura do betão à compressão aos 28 dias
f_{ctd}	Valor de cálculo da tensão de rotura do betão à tração
f_{syd}	Valor de cálculo da tensão de cedência do aço
$G_{k,j}$	Valor característico da ação permanente j
h	Altura da viga
hc	Distância do eixo da escora horizontal ao bordo superior da viga
hs	Distância do eixo do tirante horizontal ao bordo inferior da viga
k_1	Coefficiente de redução
k_2	Coefficiente de redução
k_3	Coefficiente de redução
l_{bd}	Comprimento de amarração de cálculo
$l_{b,min}$	Comprimento de amarração mínimo
$l_{b,rqd}$	Comprimento de amarração de referência
L	Vão da viga
N_{Rd}	Valor do esforço axial
P	Valor da carga uniformemente distribuída
P_{max}	Valor da carga de rotura por flexão
$Q_{k,i}$	Valor característico da ação variável acompanhante i
$Q_{k,1}$	Valor característico da ação variável de base da combinação 1
z	Comprimento do braço mecânico

Letras gregas

α	Ângulo entre a escora diagonal do painel secundário e a horizontal
α_i	Coefficientes de redução do comprimento de amarração
α_1	Ângulo entre a escora diagonal do painel de transição superior e a horizontal
α_2	Ângulo entre a escora diagonal do painel de transição superior e a horizontal
β	Ângulo entre a escora diagonal do painel principal e a horizontal
β_2	Ângulo entre a escora diagonal do painel de transição inferior e a horizontal
ϕ	Diâmetro do varão de armadura
$\gamma_{G,j}$	Coefficiente parcial relativo à ação permanente
$\gamma_{Q,1}$	Coefficiente parcial relativo à ação variável de base da combinação 1
$\gamma_{Q,i}$	Coefficiente parcial relativo à ação variável i
η_1	Coefficiente relacionado com as condições de aderência aço-betão
η_2	Coefficiente relacionado com o diâmetro do varão
$\psi_{0,i}$	Coefficiente parcial relativo à ação permanente
$\sigma_{Rd,max}$	Tensão máxima no elemento
σ_{sd}	Valor de cálculo da tensão na secção
v'	Coefficiente de redução relativo à fendilhação do betão
ϑ	Ângulo entre a escora diagonal e a horizontal (painéis de extremidade)

ABREVIATURAS

ACI-318 – *American Concrete Institute*

EC0 – Eurocódigo: Bases para o projecto de estruturas

EC2 – Eurocódigo 2 Parte 1-1 : Projecto de estruturas de betão

MET – Modelo de Escoras e Tirantes

1. INTRODUÇÃO

1.1 Enquadramento Geral

A utilização de aberturas transversais em vigas de betão armado tem como objetivo principal facilitar a acomodação de redes de serviços tais como: abastecimento e saneamento de água, ar-condicionado, eletricidade e comunicações. Usualmente, as condutas inerentes a estas redes são colocadas junto à zona inferior da viga, e por razões estéticas são ocultadas por tectos falsos, dando origem a espaços inutilizados. A criação de aberturas transversais em vigas, por forma a permitir a passagem das condutas de redes a uma cota superior à da base das vigas, conduz a uma economia de espaço e, conseqüentemente, a ganhos em termos de altura total do edifício.

O método mais usual de dimensionamento de elementos estruturais lineares baseia-se na Hipótese de Bernoulli. Esta hipótese considera que a distribuição de deformações ao longo da secção transversal da viga é linear ao longo de todos os estágios de carregamento, ou seja, admite-se que as secções planas, antes da aplicação da carga, permanecem planas após aplicação da carga. No entanto, a hipótese de Bernoulli não deve ser aplicada em zonas como nós de pórticos, dentes ou aberturas, na medida em que o campo de deformações nestas zonas afasta-se muito da distribuição linear. Para estas zonas, é necessário recorrer a métodos de análise e dimensionamento alternativos, como o Modelo de Escoras e Tirantes (MET). Este procedimento, que constitui a aplicação mais conhecida do modelo de treliça proposto por Ritter e Mörsch, possibilita uma análise simples de regiões de descontinuidade, tais como aberturas transversais em vigas.

A introdução de aberturas em vigas torna mais complexo o processo de análise do comportamento estrutural da viga, em especial, devido à mudança abrupta na forma da secção e conseqüente variação da trajetória das tensões internas na viga. Em especial, os cantos das aberturas estão sujeitos a uma elevada concentração de tensões que pode levar a uma fadiga excessiva, indesejável quer por motivos estéticos, quer por forma a garantir uma durabilidade adequada da estrutura.

O MET é um procedimento com significado físico intuitivo, de fácil compreensão e bastante simples, pois permite dimensionar uma viga com recurso a pequenas noções de estática e trigonometria, evitando o uso de programas computacionais.

1.2 Objetivos e Motivação

O objetivo principal deste trabalho é o estudo de vigas de betão armado com aberturas transversais por intermédio do método de escoras e tirantes, com vista a estabelecer recomendações práticas genéricas para o seu dimensionamento. No decorrer deste trabalho foram tidas em consideração as especificações técnicas em vigor e a bibliografia da especialidade.

No caso específico considerado neste estudo, foca-se a análise e dimensionamento de uma viga de betão armado simplesmente apoiada com uma abertura inserida na zona o mais próximo possível de um apoio. O facto de esta ser uma zona crítica, por estar sujeita a valores de esforço transversal elevados, torna a sua análise mais complexa e consequentemente mais interessante.

Este documento tem ainda como finalidade a divulgação do MET e a sua aplicação a vigas de betão armado com aberturas. No futuro, esta dissertação poderá ser utilizada como documento de consulta, quer para estudiosos na matéria quer para projetistas, que na sua atividade profissional, sejam confrontados com uma situação em que seja necessário inserir uma abertura numa viga.

1.3 Organização do Documento

Esta dissertação é constituída por seis capítulos, organizados em secções e subsecções, com vista a uma melhor compreensão por parte do leitor.

Neste capítulo é feita uma breve introdução, apresentando um breve enquadramento geral do tema, bem como os principais objetivos do trabalho e suas principais motivações.

No Capítulo 2 é apresentada uma revisão bibliográfica sobre o tema. Este capítulo inclui um pequeno enquadramento histórico ao MET e uma exposição dos conceitos básicos que lhe estão subjacentes. Essa exposição inclui algumas considerações sobre zonas de descontinuidade estrutural, a trajetória das direções principais de tensão nestas zonas, regiões nodais. São ainda apresentados alguns dos métodos alternativos ao MET, disposições regulamentares e uma breve revisão bibliográfica sobre o tema específico de aberturas em vigas.

No Capítulo 3 são apresentadas algumas propostas, de diversos autores, para a análise de vigas com aberturas localizadas junto a um apoio, bem como disposições preconizadas no

Eurocódigo 2 Parte 1-1 (2010) (EC2) e na norma para betão estrutural norte-americana (ACI-318 (2011)). Com base nestes documentos, são estabelecidas orientações para a localização e dimensões das aberturas, disposição e dimensionamento dos elementos (escoras e tirantes) na zona da abertura, e, por fim, para a pormenorização da armadura junto da zona da abertura. É exposto o desenvolvimento de um modelo de uma viga simplesmente apoiada sujeita a um carregamento uniformemente distribuído através do MET e são evidenciadas as alterações necessárias no modelo consequentes da introdução de uma abertura.

No Capítulo 4 é analisado o efeito da introdução de uma abertura transversal numa viga de betão armado junto a um dos seus apoios, por comparação com uma viga similar sem aberturas. Dá-se particular atenção à quantidade de armadura necessária e à sua variação em função da esbelteza da viga. Para tal são analisadas vigas com 6 m de comprimento e três valores distintos de altura da secção transversal (0,5 m, 0,6 m e 0,7 m) submetidas a uma carga uniformemente distribuída.

No Capítulo 5 é apresentado um exemplo prático de dimensionamento de uma viga com aberturas, tendo em conta o estudo elaborado no Capítulo 4. São apresentadas as armaduras adotadas, a sua disposição e os comprimentos de amarração necessários, é ainda exposto, com recurso a um pequeno exemplo, a verificação da tensão numa escora. Por fim é apresentada uma proposta de pormenorização da armadura em todo o elemento.

No Capítulo 6 são apresentadas as principais conclusões da presente dissertação e algumas propostas para trabalhos futuros.

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 Enquadramento histórico

Na transição entre os séculos XIX e XX, Ritter e Morsch, a partir de observações experimentais, estabelecem o MET como um modelo para o dimensionamento da armadura transversal de vigas de betão armado (Souza, 2004). Os resultados experimentais permitiram verificar que, depois da fendilhação do betão, uma viga de betão armado apresenta um comportamento estrutural semelhante ao de uma treliça de banzos paralelos (Kurrer, 2008). Este método, também conhecido como “Analogia da Treliça”, tem sido utilizado com sucesso no dimensionamento de vigas sujeitas a esforço transversal e momento fletor, apesar de, como qualquer modelo, apresentar algumas divergências relativamente ao comportamento real, resultantes de simplificações.

Ao longo do século XX, investigadores como Kupfer (1964), Rüschi (1964), Leonhardt (1965), Thürlimann (1979), Chen (1982), Nielsen (1984) e Marti (1985a,1985b) contribuíram para a criação de uma base científica sólida para o MET, fundamentando-se no Teorema do Limite Inferior da Teoria da Plasticidade, o que conduziu a melhorias significativas nos modelos de dimensionamento à rotura do betão.

No final da década de 1980, Schlaich e Schafer (1987), investigadores no Instituto de Estruturas de Betão em Estugarda, desempenharam um papel importante para o desenvolvimento do método baseado em modelos de escoras e tirantes, ao aplicá-lo à análise e dimensionamento de elementos estruturais tais como vigas-parede, consolas, sapatas, blocos de fundação, e a singularidades geométricas na estrutura tais como ligações viga-pilar, aberturas transversais em vigas e vigas indentadas. A incorporação da sua publicação conjunta no CEB-FIP (2010) foi uma etapa importante na divulgação deste método. Atualmente, o MET está presente em várias especificações técnicas de betão armado, nomeadamente no EC2 e o ACI-318.

2.2 Conceitos base do Método de Escoras e Tirantes

Para a análise e dimensionamento de elementos lineares de betão armado estão disponíveis diversos modelos que podem diferir significativamente entre si, nos pressupostos de base, na complexidade e no rigor, sendo o MET um desses modelos. Este modelo em particular tem sido, recentemente, alvo de uma elevada procura por parte dos profissionais ligados a estruturas de betão. No entanto, o desenvolvimento de MET pode não ser trivial, devido à vasta diversidade geométrica que as estruturas podem apresentar. Geralmente, estes modelos são definidos através dos parâmetros geométricos da estrutura e, por esse motivo, têm uma aplicabilidade limitada. Contudo, os modelos existentes facilitam o dimensionamento de alguns elementos estruturais de natureza complexa.

O MET é um método de análise e dimensionamento de elementos estruturais com especial interesse quando aplicado a zonas de descontinuidade. Tal como referido anteriormente, o método tem por base o Teorema do Limite Inferior da Teoria da Plasticidade. Este método estabelece que um sistema de cargas e reações não provoca rotura do elemento enquanto o sistema de forças interno estiver em equilíbrio e não causar tensões nos materiais que excedem a sua capacidade resistente, tendo em conta que as deformações na estrutura não podem exceder o limite plástico dos materiais constituintes do elemento, ou seja, que os elementos disponham de ductilidade suficiente.

2.2.1 Zonas de descontinuidade

De modo a distinguir qualitativamente os seus modos de deformação, Schlaich e Schafer (1987) propuseram que as diversas partes de uma estrutura reticulada de betão armado sejam classificadas em dois grupos: as regiões que satisfazem a hipótese de Euler-Bernoulli, denominadas regiões contínuas ou regiões B, e as que não a satisfazem, denominadas regiões descontínuas ou regiões D, ou ainda zonas de descontinuidade. A hipótese de Euler-Bernoulli admite que “secções planas inicialmente perpendiculares ao eixo de uma barra permanecem planas e perpendiculares ao eixo após a flexão dessa barra”. (Silva, 2000). Ao assumir esta hipótese como válida admite-se que o campo de extensões normais é linear ao longo da altura da secção transversal, o que simplifica a determinação das tensões e deformações no aço e no betão. As descontinuidades ou irregularidades dos modos de deformação podem ter duas origens, estática ou geométrica. As descontinuidades estáticas encontram-se em zonas onde existam cargas concentradas, por sua vez, as descontinuidades geométricas resultam da presença de singularidades geométricas no elemento estrutural, como aberturas, dentes ou nós de pórticos, ver Figura 2.1.

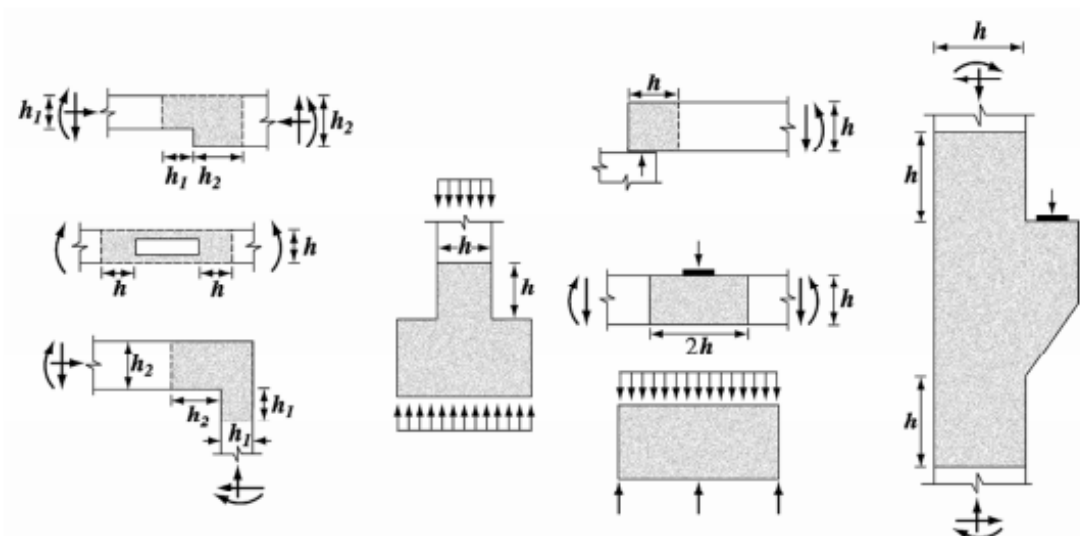


Figura 2.1 – Descontinuidades estáticas e geométricas, adaptado de ACI- 318 (2011).

Nos pontos de aplicação de forças concentradas (cargas, reações de apoio, ancoragens) os campos de tensões apresentam gradientes significativos. Segundo o Princípio de Saint-Venant, estes gradientes atenuam-se rapidamente e, a partir de uma certa distância do ponto de aplicação da força, a distribuição das tensões já é aproximadamente linear. Normalmente, o comprimento considerado para a zona de descontinuidade relaciona-se com dimensão transversal da peça em causa. A utilização do MET permite a compatibilização das regiões contínuas e descontínuas, através de um modelo de treliça.

Com base em ensaios experimentais, é possível afirmar que a hipótese de Bernoulli é aplicável de forma satisfatória a vigas esbeltas, independentemente do material que as constitui. Contudo, é essencial que o vão da viga seja muito maior que a altura da secção transversal, não sendo aquela hipótese aplicável a vigas parede (Silva, 2000).

2.2.2 Trajectória das direcções principais de tensão

O MET representa de uma forma simplificada os campos de tensão nos elementos, frequentemente assumidos como planos. Para o desenvolvimento dos MET, numa abordagem inicial, e dando como exemplo uma viga, o primeiro passo consiste em representar as linhas isostáticas elásticas, ou seja, as direcções principais de tensão, admitindo-se que o material é homogéneo e linear. Estas linhas constituem uma boa aproximação do percurso que as cargas “percorrem” do seu ponto de aplicação até aos apoios, mesmo quando o comportamento do

material não é linear. As curvaturas existentes neste percurso representam as zonas de concentrações de tensões, ver Figura 2.2.



Figura 2.2 – Linhas isostáticas de um material elástico linear homogéneo, adaptado de Camacho (2003).

Com base na trajetória das linhas isostáticas, ou na forma do percurso das cargas, é estabelecido um modelo de treliça com escoras nas direções comprimidas e tirantes nas direções tracionadas. Estes últimos deverão apresentar as disposições apropriadas, de modo a proporcionar uma gaiola rígida de fácil execução e que possibilite uma betonagem e vibração adequadas. As escoras e os tirantes convergem em nós ou regiões nodais, onde as suas linhas médias se intersectam num ponto. Uma vez estabelecido o modelo, é possível, se este for isostático, calcular os esforços nos seus elementos através da estática, utilizando, por exemplo, o Método do Nós, o Método de Ritter ou com o auxílio de um programa simples de análise de estruturas. Com base nos valores dos esforços assim determinados, verificam-se os valores da tensão de compressão nas escoras e nos nós, e determina-se a área da secção das armaduras requerida. De modo a garantir um comportamento dúctil, condição a satisfazer para que a aplicação dos teoremas da análise plástica limite seja válida, o colapso deve surgir por rotura dos tirantes.

Do ponto de vista estático, a definição de modelos hipostáticos ou hiperestáticos também é possível. A definição de uma treliça hipostática prende-se, na maioria dos casos, com a geometria da peça, incluindo a posição dos pontos de inserção de cargas e de apoio, e possíveis questões de simetria. No entanto, o procedimento comum, nestes casos, consiste em adicionar barras de forma a tornar a treliça isostática, as quais apresentarão obviamente esforços nulos, tornando possível a utilização de um programa normal de análise de estruturas reticuladas. A utilização de modelos hiperestáticos implica um cálculo de esforços mais complexo e requer outras considerações além das considerações estáticas. Nestes casos, o

cálculo de esforços pode ser efetuado recorrendo ao Método das Forças, ao Método dos Deslocamentos. Note-se, porém, que neste caso a rigidez do elemento passa a ser relevante na distribuição de esforços.

No desenvolvimento de MET é habitual admitir algumas hipóteses simplificativas, considerando-se frequentemente que as peças estão submetidas a um estado plano de tensão, bem como o princípio de Saint-Venant. Também é frequente a substituição das cargas uniformemente distribuídas por forças concentradas estaticamente equivalentes.

A definição geométrica do MET base é o resultado da análise de vários fatores: o tipo de ações atuantes, os ângulos entre escoras e tirantes, a área de aplicação de forças exteriores e reações, o número de camadas de armadura e o seu recobrimento. É extremamente importante analisar o tipo de tensões expectáveis numa determinada zona do elemento estrutural, pois é a partir destas que se define se o elemento é do tipo escora ou tirante. Porém, a disposição eficaz dos elementos, por forma a representar eficazmente os mecanismos resistentes da estrutura, é um dos maiores problemas na elaboração do modelo. A obtenção de modelos otimizados é uma tarefa difícil que exige bastante experiência.

2.2.3 Outros métodos

Como referido anteriormente, uma forma de esboçar um modelo adequado é com base nas isostáticas elásticas que podem ser determinadas através de uma análise elástica utilizando o Método dos Elementos Finitos. A principal vantagem de basear o MET na solução elástica é conseguir satisfazer de forma mais eficaz os estados limites de serviço. A definição do modelo a partir da solução elástica é bastante intuitiva e apenas exige uma interpretação cuidada desta solução no caso de elementos com geometria irregular.

Ensaio experimentais ou programas computacionais, que aproximem de forma suficientemente rigorosa o comportamento não linear do betão armado, permitem a visualização do modo de fendilhação da viga. É possível, através destes métodos, conceber modelos de escoras e tirantes, disponibilizando armaduras nas direções ortogonais às direções de fendilhação.

Lourenço e Almeida (2013) propõem um Modelo de Escoras e Tirantes Adaptativo para a análise não-linear de zonas descontínuas, permitindo verificar os Estados Limites de Serviço com base num modelo derivado do MET. O estudo confirma que, de uma forma generalizada, o mesmo modelo adotado para os estados limites últimos é válido para a verificação das condições de serviço, mesmo com os pequenos desvios considerados numa análise de base

elástica. Para casos em que existem cargas junto a apoios é imposto um limite de 25% para a redistribuição de esforços, para que esta não tenha uma influência excessiva no comportamento de serviço da viga. Em relação à capacidade de deformação, é dito que para modelos como os MET deve ser prevista uma armadura mínima bem distribuída que, para além do seu funcionamento previsto para os estados limites últimos, também previna roturas prematuras quando a estrutura é sujeita a um carregamento próximo do carregamento que provoca fendilhação no elemento.

2.2.4 Regiões Nodais

As regiões nodais requerem especial atenção uma vez que são as zonas onde ocorre a concentração de tensões no betão. Uma região nodal é definida como um pequeno volume de betão onde são aplicadas forças com diferentes direções, tais como forças de compressão, resultantes das escoras de betão, forças de tração resultantes das armaduras, ou ações exteriores, como reações de apoio ou cargas concentradas. Nos MET, os nós são pontos de intersecção entre escoras e tirantes, e conseqüentemente são zonas onde ocorre uma mudança brusca na direção das forças. No caso plano, para garantir o equilíbrio estático são normalmente necessárias ter pelo menos três forças confluentes no nó.

O CEB-FIP (2010) classifica os nós como contínuos ou nós singulares/concentrados, ver Figura 2.3. Nos nós contínuos, o desvio das forças é feito ao longo de comprimentos razoáveis e não existem problemas na amarração das armaduras. Em nós singulares, ou concentrados, existem ações ou reações aplicadas e o desvio das forças atuantes nos nós é realizado numa zona muito localizada. Estes últimos nós, mais corretamente designados por regiões nodais, são considerados críticos. O CEB-FIP (2010) indica que sejam verificadas as tensões de compressão, para que não ocorra uma deformação excessiva do nó capaz de provocar fendas.

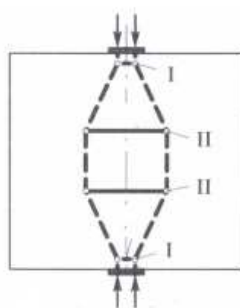


Figura 2.3 – Representação de nós concentrados (I) e nós contínuos (II), adaptado do CEP-FIP (2010).

O ACI-318 (2011) define quatro tipos de nós planos que podem ser obtidos na junção de três barras. Sendo que C representa compressão e T representa tração, uma região nodal formada apenas por escoras designa-se por CCC, uma região nodal formada por duas escoras e um tirante, CCT, uma região nodal com uma escora e dois tirantes, CTT, e TTT designa uma região nodal formada apenas por tirantes. Esquemas ilustrativos são disponibilizados na Figura 2.4.

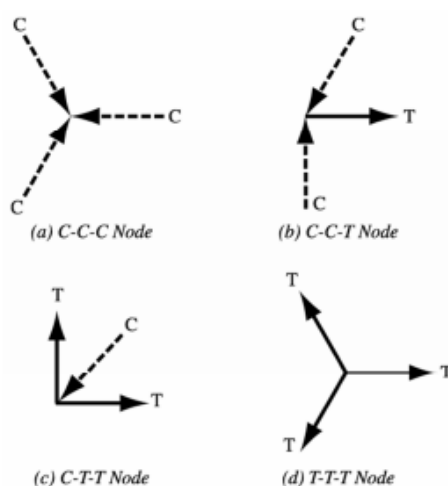


Figura 2.4 – Tipos de nós, ACI-318 (2011).

2.3 Disposições regulamentares

Num projeto estrutural é necessário ter em atenção as disposições regulamentares inerentes aos elementos a dimensionar. Especificações técnicas, tais como o EC2 e o ACI-318, têm como principal função assegurar um bom desempenho da estrutura em termos de estabilidade, durabilidade e serviço. Neste capítulo apresentam-se as disposições regulamentares relativas ao MET presentes no EC2.

2.3.1 Escoras

No ponto 6.5.2 do EC2, são apresentadas duas situações para o cálculo da verificação da resistência de escoras de betão. A primeira, relativa a uma escora de betão situada numa região com tensões de compressão transversal ou sem tensões transversais, a segunda, refere-se a uma escora de betão sujeita a tensões transversais, ver Figura 2.5.

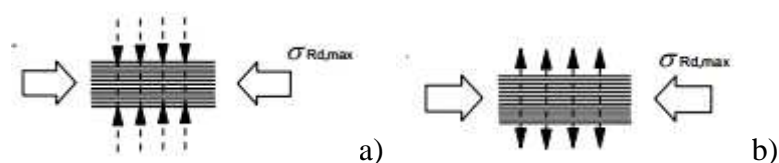


Figura 2.5 – (a) Escora com tensões de compressão transversais e (b) escora sujeita a tensões de tração transversais, adaptado de EC2.

Para a primeira situação, a tensão máxima no elemento, $\sigma_{Rd,max}$, não deve ser exceder o valor de cálculo da tensão de rotura do betão à compressão uniaxial, f_{cd} .

$$\sigma_{Rd,max} = f_{cd} \quad (2.1)$$

Para a segunda situação, a tensão máxima no betão, $\sigma_{Rd,max}$, não deve exceder o valor de cálculo da tensão de rotura do betão à compressão uniaxial, f_{cd} , afetado de um fator 0,6 e de um coeficiente v' , de modo a ter em conta a redução da resistência do betão provocada pela extensão transversal de tração,

$$\sigma_{Rd,max} = f_{cd} * 0,6v' \quad (2.2)$$

com,

$$v' = 1 - \frac{f_{ck}}{250} \quad (2.3)$$

sendo f_{ck} , o valor característico da tensão de rotura do betão à compressão aos 28 dias.

O ponto 6.5.2 do EC2 permite que se considere um valor de cálculo da resistência mais elevado para regiões com compressão multi-axial.

2.3.2 Tirantes

No ponto 6.5.3 do EC2 é abordado o cálculo da resistência dos tirantes longitudinais e transversais. Para dimensionar os tirantes, ou seja, as barras que representam varões ou grupos de varões de aço sujeitos a esforço de tração, é apenas necessário determinar a área transversal desses varões necessária para resistir a esse esforço,

$$A_s = \frac{N_{Rd}}{f_{yd}} \quad (2.4)$$

em que, A_s é a área de armadura, N_{Rd} o valor do esforço axial no tirante e f_{yd} o valor de cálculo da tensão de cedência à tração do aço. De modo a garantir uma aderência eficaz, é recomendável que a armadura seja distribuída de modo a garantir que: i) o centro geométrico dos varões coincida com o eixo do tirante e ii) a armadura seja devidamente amarrada nos nós.

2.3.3 Nós

No ponto 6.5.4 do EC2 são apresentadas algumas linhas de orientação sobre o cálculo do valor máximo de tensão de compressão nos nós. A norma apresenta três tipos de nós distintos: nós comprimidos sem tirantes, nós sujeitos a compressão e tração numa só direção e nós sujeitos a compressão e tração em duas direções.

Para nós comprimidos sem tirantes amarrados, é definido o seguinte valor para a tensão máxima, $\sigma_{Rd,max}$, admissível no nó,

$$\sigma_{Rd,max} = k_1 v' f_{cd} \quad (2.5)$$

sendo k_1 definido pelo Anexo Nacional com valor igual à unidade, o coeficiente v' definido na expressão (2.3) e f_{cd} o valor de cálculo da resistência à compressão uniaxial do betão.

No nó sujeito a compressão e tração numa só direção, a tensão máxima, $\sigma_{Rd,max}$, é definida de forma similar ao nó anterior,

$$\sigma_{Rd,max} = k_2 v' f_{cd} \quad (2.6)$$

distinguindo-se apenas o valor do coeficiente k_2 , que para este caso assume o valor de 0,85.

No nó sujeito a compressão e tração em duas direções, a tensão máxima, $\sigma_{Rd,max}$, é definida de forma similar,

$$\sigma_{Rd,max} = k_3 v' f_{cd} \quad (2.7)$$

distinguindo-se apenas o valor do coeficiente k_3 , que para este caso assume o valor de 0,75.

2.3.4 Comprimento de amarração

O ponto 8.4 do EC2 define o comprimento de amarração necessário para que os varões das armaduras longitudinais assegurem a transferência para o betão dos esforços por aderência, de modo a evitar fenómenos como a fendilhação longitudinal ou o destacamento do betão. Segundo a norma, no cálculo do comprimento de amarração de referência, $l_{b,rqd}$, deve considerar-se o tipo de aço utilizado e as propriedades de aderência dos varões. Este valor deve ser obtido através da expressão,

$$l_{b,rqd} = \left(\frac{\phi}{4}\right) * \left(\frac{\sigma_{sd}}{f_{bd}}\right) \quad (2.8)$$

em que ϕ é o diâmetro do varão, σ_{sd} , o valor de cálculo da tensão na secção a partir da qual o comprimento de amarração é medido e f_{bd} é o valor de cálculo da tensão de rotura de aderência, obtido através da expressão,

$$f_{bd} = 2,25 \eta_1 \eta_2 f_{ctd} \quad (2.9)$$

Sendo η_1 um coeficiente relacionado com as condições de aderência entre varões e betão, η_2 um coeficiente relacionado com o diâmetro do varão e f_{ctd} o valor de cálculo da resistência à tração do betão.

Por fim, determina-se o comprimento de amarração de cálculo, l_{bd} , de acordo com o a expressão,

$$l_{bd} = \alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 \alpha_4 \alpha_5 l_{b,rqd} \geq l_{b,min} \quad (2.10)$$

em que os coeficientes α_1 e α_2 têm em conta o efeito do recobrimento, α_3 o efeito da cintagem, α_4 a influência de varões transversais soldados ao longo do comprimento de amarração de cálculo, caso existam, e α_5 tem em consideração o efeito da pressão ortogonal ao plano de fendilhação ao longo do comprimento de amarração de cálculo. Os valores destes coeficientes são apresentados no Quadro 8.2 do EC2. O comprimento de amarração mínimo, $l_{b,min}$, é dado por:

$$l_{b,min} > \begin{cases} \max(0,3l_{b,rqd}; 10\phi; 100 \text{ mm}) & \text{varões traccionados} \\ \max(0,6l_{b,rqd}; 10\phi; 100 \text{ mm}) & \text{varões comprimidos} \end{cases} \quad (2.11)$$

2.4 Aberturas em vigas

Em projeto, é necessário definir a zona de passagem de instalações técnicas, nomeadamente, redes de abastecimento e esgotos, condutas de ar-condicionado, rede elétrica e rede de comunicações. O procedimento usual e mais simples, do ponto de vista estrutural, é a colocação destas redes junto à face inferior da viga e perto dos respectivos apoios, geralmente pilares, e a colocação posterior de um teto falso. A necessidade de projetar aberturas transversais numa viga surge quando, do ponto vista económico, o espaço inutilizado no pé-direito de um andar é considerável em comparação com a altura total do edifício, ou em edifícios com muitos pisos. Nestes casos, ao prever aberturas para a passagem de instalações técnicas a economia na construção pode ser significativa, ver Figura 2.6 e Figura 2.7. Outras aplicações possíveis, porém não muito frequentes, decorrem da possibilidade de ocorrerem alterações a um projeto que inicialmente não previa zonas para passagem de redes, ou a necessidade de aumentar as dimensões de uma abertura existente.

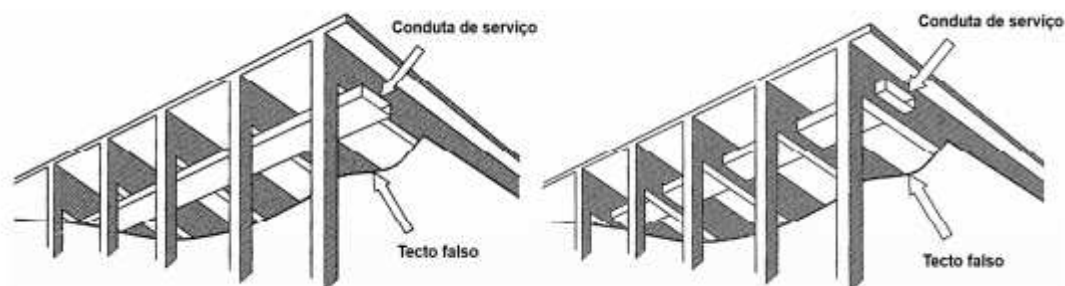


Figura 2.6 – Zonas de passagem de instalações técnicas possíveis, adaptado de Mansur et al. (1999).



Figura 2.7 – Viga de betão com abertura circular, Amiri et al. (2011).

Leonhardt e Mönnig (1977) afirmam que os ensaios realizados por Nasser em 1966 em vigas rectangulares, mostraram que, numa viga com aberturas, é possível atingir a mesma carga de

rotura por flexão que numa viga idêntica sem aberturas, desde que seja convenientemente armada e pormenorizada. No entanto, as aberturas diminuem a rigidez da viga, sobretudo a rigidez ao corte, conduzindo a um desempenho deficiente em termos de estados limites de serviço, nomeadamente em termos de limitação de tensões e controlo de fendilhação e deformação. Mansur et al. (1999) referem que numa viga contínua, a inserção de uma abertura reduz a rigidez da viga, podendo ocorrer uma deformação excessiva durante a aplicação da carga que pode resultar numa forte redistribuição de esforços.

Prentzas (1968), nos seus estudos experimentais, confirmou que é possível utilizar aberturas transversais em vigas com variadas formas e dimensões tais como aberturas circulares, retangulares, triangulares, trapezoidais e com formas irregulares. No entanto, aberturas circulares e rectangulares são as mais utilizadas. Leonhardt e Mönnig (1977) e Mansur et al. (1999) consideram as aberturas circulares mais favoráveis, pois proporcionam um melhor comportamento da viga face à fendilhação do que as aberturas rectangulares. Estes autores defendem que os cantos das aberturas retangulares devem ser arredondados, de forma a reduzir uma possível concentração de tensões junto destes.

No seu livro, Mansur et al. (1999) afirmam ainda que a base da classificação das aberturas está na sua possível interferência com o comportamento estrutural da viga. Se a abertura não interferir de forma relevante com o comportamento estrutural é considerada pequena, ou seja, é possível dimensionar a viga ignorando a existência da abertura, utilizando apenas armadura construtiva de modo a reforçar a viga na zona da abertura. Por outro lado, grandes aberturas serão aquelas que afetam de forma relevante o comportamento estrutural da viga, necessitando uma abordagem diferente para o seu dimensionamento.

Muitos autores caracterizam a abertura consoante o seu tamanho, distinguindo entre grandes e pequenas, porém sem estabelecerem um limite claro entre os dois tipos de abertura. Mansur et al. (1999) apresentam um critério para que uma abertura, circular ou retangular, seja classificada como pequena: o seu diâmetro ou altura não deve ultrapassar 40% da altura da viga. De acordo com Somes e Corley (1974) se o diâmetro de uma abertura exceder 25% da altura da viga, a abertura é classificada como grande abertura. Leonhardt e Mönnig (1977), defendem que aberturas com um comprimento superior a 60% da altura útil da viga devem ser consideradas no dimensionamento, ou seja, devem ser consideradas grandes.

A distribuição de tensões em redor da abertura pode ser estudada usando a teoria da elasticidade, a qual assume que a viga é constituída por um material homogéneo e isotrópico, e que o seu comportamento segue a lei de Hooke. Este princípio não é válido após a ocorrência da fendilhação, mas ajuda a identificar a localização e direção inicial de possíveis

fendas e estabelecer um esquema para a disposição de armaduras em redor da abertura, com o objetivo de controlar o aparecimento de fendas.

A nível regulamentar, a informação relativa ao dimensionamento de aberturas em vigas é muito escassa. O EC2 não menciona aberturas.

No caso de pequenas aberturas, como anteriormente referido, a análise e dimensionamento da viga será similar ao de uma viga sem aberturas. No entanto, a introdução de uma abertura interfere com as trajetórias de tensões, criando uma zona de concentração de tensões em torno da zona da abertura, a qual pode causar uma fendilhação prematura excessiva ou mesmo à rotura prematura da viga. Por este motivo, deve ser disposta armadura adicional em volta da abertura. A Figura 2.8 apresenta uma solução para a pormenorização de armadura em forma de losango, adotada por Mansur et al. (1999) como armadura adicional para aberturas circulares.

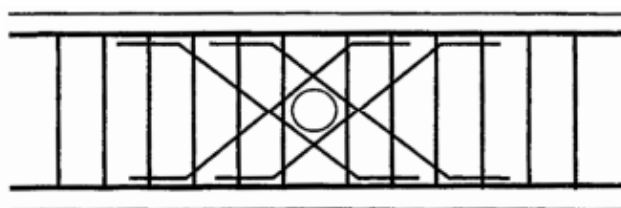


Figura 2.8 – Armadura adicional em zonas com aberturas pequenas, segundo Mansur et al. (1999).

Quando uma pequena abertura é introduzida numa zona onde o esforço transversal é predominante, como é o caso de zonas junto a apoios ou cargas pontuais aplicadas, estudos realizados por Hanson (1969), Somes e Corley (1974), Salam (1977) e Weng (1998) indicam que a viga pode entrar em rotura através de dois mecanismos distintos: no primeiro, a abertura é atravessada por um plano de rotura único; no segundo, formam-se dois planos de rotura distintos, ver Figura 2.9.

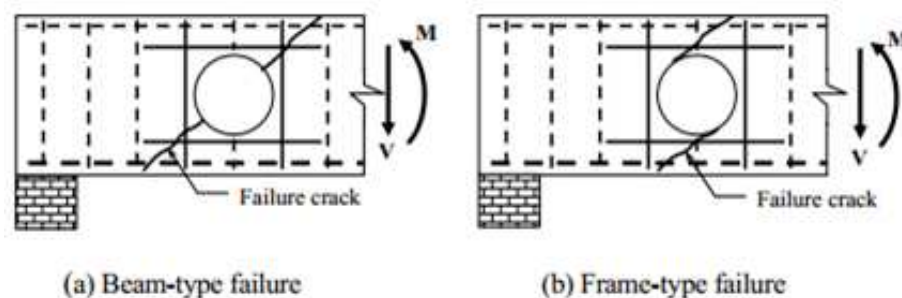


Figura 2.9 – Modos de rotura por esforço transversal em vigas com pequenas aberturas, adaptado de Mansur (2006).

No primeiro caso, o plano de rotura é idêntico ao habitualmente observado em vigas sem aberturas, exceto pela presença de uma abertura que é intersectada pelo plano no seu centro. No segundo caso, formam-se duas fendas paralelas na zona maciça da viga.

No caso de grandes aberturas, a inserção de uma abertura interfere de forma relevante com o comportamento estrutural da viga, passando a ser necessário considerar uma zona de descontinuidade, onde não é válida a hipótese de Bernoulli. Ao aplicar o MET, a treliça inicialmente admitida para a viga sem aberturas terá que ser alterada. No capítulo seguinte deste trabalho é apresentada uma síntese de como é realizado o dimensionamento de vigas com aberturas deste tipo recorrendo ao MET.

2.4.1 Inserir abertura numa viga existente

Mansur et al. (1999) apresentam duas situações comuns nas quais é necessário executar uma abertura numa viga existente. O primeiro exemplo é relativo a uma situação na fase de acabamentos de um edifício novo. Nesta fase em que a parte estrutural já está concluída, por vezes é requerido ao projetista a inserção de uma abertura na viga para facilitar a colocação de tubagens, cuja localização ou dimensão não fora devidamente prevista na fase de projecto. O segundo exemplo prende-se com edifícios antigos, onde são realizadas aberturas com o objetivo final de recolher amostras de betão (carotes) para ensaios ou tendo em vista a sua requalificação.

Mansur (2006) testou 4 vigas de betão armado com secção em T, com o objetivo de estudar a influência que a inserção de uma abertura pode ter numa viga já existente, ver Figura 2.10. As vigas ensaiadas pretendem simular as condições existentes numa viga contínua. O resultado deste estudo indica que uma abertura, quando criada numa zona junto a um apoio, onde o esforço transversal é predominante, pode afectar seriamente o comportamento da viga. A

opção de preencher, com argamassa, as aberturas deixadas ao recolher amostras de betão, mostrou não ser adequada para restaurar as características originais de resistência e rigidez. Como forma de prevenir riscos é adequado limitar as dimensões da abertura à distância entre estribos. Por fim os autores recomendam que nenhuma abertura seja criada numa viga já existente a não ser que um factor de segurança adicional tenha sido incorporado no dimensionamento original da peça, ou tenham sido tomadas medidas adicionais, tais como a colocação externa de chapas de plástico reforçado com fibras de vidro, vulgarmente denominadas por *FRP plates*.

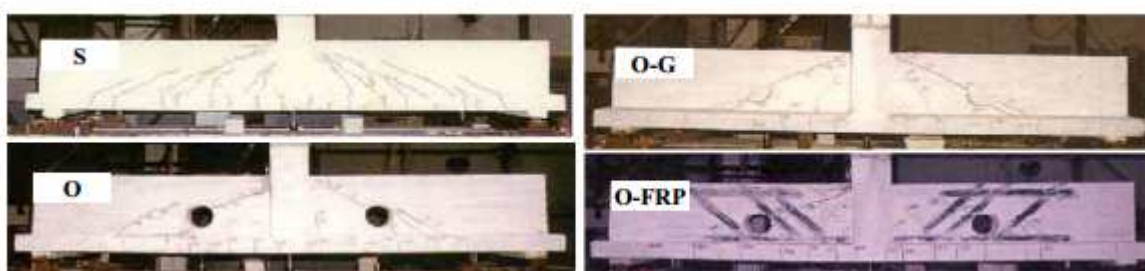


Figura 2.10 – Fendilhação apresentada pelas vigas no estudo experimental de Mansur (2006).

2.4.2 Viga com múltiplas aberturas

Mansur et al. (1999) referem que Salam (1977) elaborou um estudo onde testou vigas de secção retangular, com pequenas aberturas circulares, sujeitas a duas cargas concentradas e dispostas simetricamente relativamente à secção de meio-vão. O objetivo deste estudo prendia-se com a elaboração do esquema de armação mais adequado para que a viga em estudo possuísse a mesma resistência que uma viga sem aberturas com as mesmas dimensões. O autor concluiu que é necessária armadura longitudinal e vertical na envolvente da abertura mas que também são necessários pequenos estribos na zona superior e inferior da abertura, ver Figura 2.11. Contudo, não são apresentadas percentagens de armadura nesta referência.

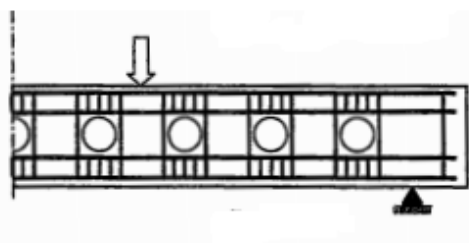


Figura 2.11 Esquema de armação proposto por Salam (1977), para vigas com múltiplas aberturas, adaptado de Mansur et al. (1999).

Mansur et al. (1999) afirmam que a distância entre aberturas não pode ser menor que metade da altura da viga nem 100 mm, de modo a assegurar que o comportamento de cada abertura não seja afectado pelo comportamento das restantes.

3. DEFINIÇÃO DE MODELOS PADRÃO

O principal objetivo do presente estudo é o desenvolvimento de METs aplicáveis à análise e dimensionamento de vigas, com uma ou mais aberturas, sujeitas a flexão simples (momento fletor e esforço transverso). A definição de modelos padrão de elementos estruturais de natureza complexa facilita o dimensionamento e apresenta a pormenorização geral da armadura, minimizando a possibilidade de ocorrência de erros.

De uma forma mais precisa, pretende-se determinar de que modo é afectado o modelo de uma viga, relativamente à quantidade e pormenorização de armadura requerida, quando lhe é introduzida uma abertura. Deste modo, os resultados deste estudo devem permitir determinar que alterações ao modelo devem ser efectuadas, em virtude da introdução de uma abertura. A geometria da viga, os materiais e as acções aplicadas são escolhidos de modo a que a localização e as dimensões da abertura não comprometam a sua capacidade última original, ou seja, que a viga com aberturas tenha uma capacidade de carga idêntica a uma viga semelhante sem abertura.

Neste documento são apresentadas algumas linhas de orientação sugeridas por diversos autores, na bibliografia da especialidade, para aberturas localizadas junto a um apoio, assim como modelos apresentados por especificações técnicas como o EC2 e o ACI-318. Deste modo, pretende-se estabelecer um padrão para a localização e dimensões das aberturas, disposição e dimensionamento dos elementos (escoras e tirantes) na zona da abertura, e, por fim, a pormenorização da armadura junto da zona de abertura. Analisa-se a zona junto ao apoio uma vez ser, se não interferir com os banzos inferior e superior da viga, a zona mais crítica para a localização de aberturas. Esta localização compromete o mecanismo habitual de resistência, devido ao esforço transverso máximo habitualmente verificado nesta zona. A zona junto ao apoio é frequentemente requerida para a passagem de tubagens inerentes a instalações técnicas.

Muttoni et al. (1997) referem que numa viga com aberturas é fundamental assegurar a transmissão de esforço transverso. De facto, a análise do modelo de treliça permite concluir que as aberturas afectam principalmente a resistência ao esforço transverso, porque impedem a formação das habituais escoras diagonais, ligando os banzos superior e inferior da viga. O autor apresenta dois exemplos:

1. A abertura limita-se a desviar a trajetória da escora inclinada, podendo alterar a distância entre montantes sucessivos, ver Figura 3.1.

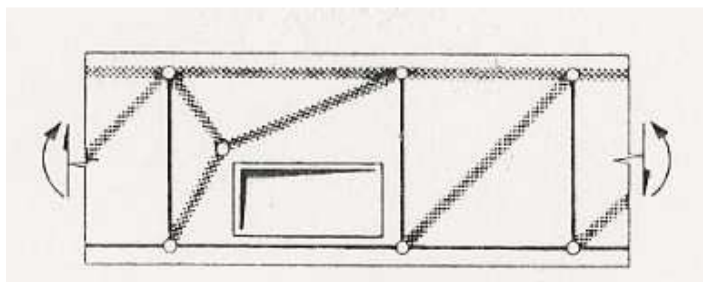


Figura 3.1 Representação do MET para o caso em que a abertura afecta somente a escora diagonal, adaptado de Muttoni et al. (1997)

2. A inserção da abertura leva a uma alteração profunda da geometria da treliça, ver Figura 3.2.

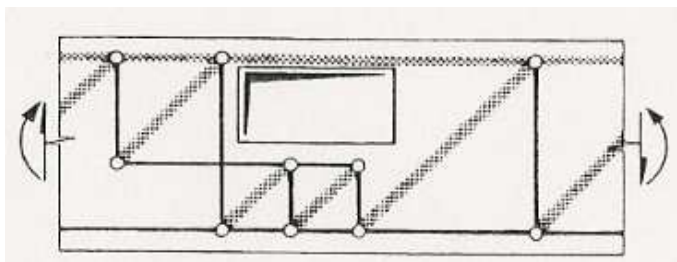


Figura 3.2 Representação do MET para o caso em que a abertura altera totalmente o esquema inicial da treliça, adaptado de Muttoni et al. (1997)

Segundo Leonhardt e Mönnig (1977), é possível a execução de aberturas em zonas com elevado valor de esforço transversal se a zona relativa à escora de compressão não for afectada ou, no caso de aberturas junto a um apoio ou carga pontual, for respeitada uma distância mínima. Esta distância mínima, denominada por a , é medida desde a abertura até ao eixo deste apoio ou carga, devendo ser igual ou superior à altura útil da viga, ver Figura 3.3.

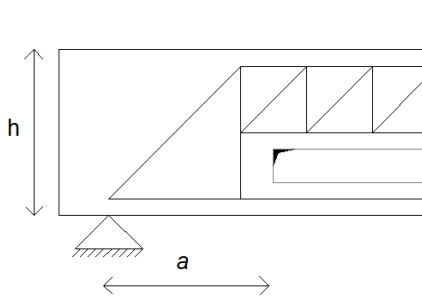


Figura 3.3 – Representação da distância mínima, denominada por a .

Leonhart e Mönnig (1977) não definem com exatidão quais os extremos da distância que deve satisfazer o referido valor mínimo, a . Contudo na Figura 3.4, apresentada na sua bibliografia, é possível visualizar que, provavelmente se trata de uma distância entre o eixo do apoio, ou carga, e o eixo do montante mais próximo da abertura, cuja largura será posteriormente estabelecida. Leonhart e Mönnig (1977) referem ainda a execução de aberturas compridas, caso o valor de esforço transversal não seja significativo. No entanto, estes autores apenas apresentam dimensões máximas para o comprimento da abertura, que não deverá exceder o dobro da altura útil da viga. Esta dimensão inclui duas vezes metade do valor da largura do tirante anteriormente definido, ou seja, a dimensão inclui a largura do montante e o comprimento da abertura.

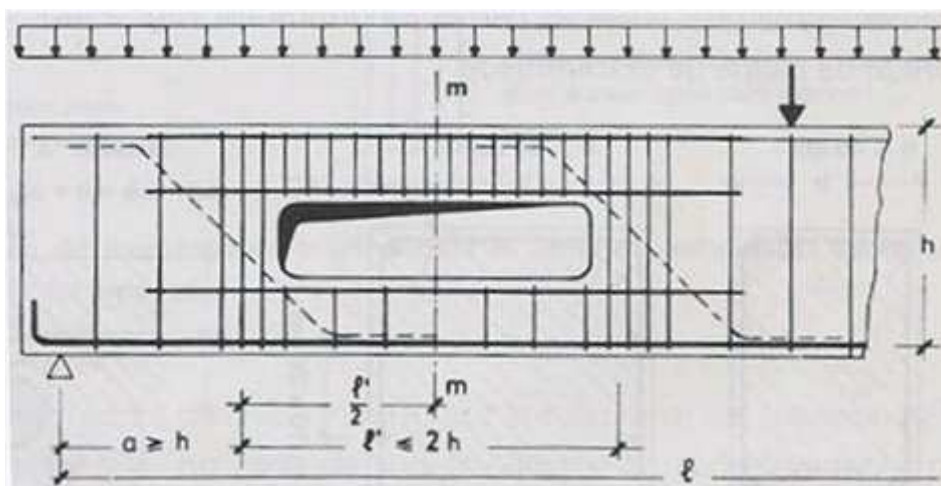


Figura 3.4 - Esquema de armadura proposto por Leonhart e Mönnig, adaptado de Leonhart e Mönnig (1977).

Segundo estes autores, o banzo comprimido deve absorver 80 a 90% do esforço transversal, o que indica que é aconselhável afastar a abertura do banzo comprimido, de modo a otimizar a utilização do betão para resistir ao esforço transversal. Deste modo, ao inserir a abertura é necessário dimensionar e colocar, junto da abertura, no lado mais afastado do apoio, uma armadura de suspensão capaz de resistir ao valor referido de esforço transversal. Note-se que, para o modelo desenvolvido neste trabalho, o lintel horizontal com maior altura, junto à abertura, é dimensionado para resistir à totalidade do esforço transversal nessa zona da viga. O montante ao lado do bordo da abertura mais próximo do apoio deverá apresentar um a três estribos por razões meramente construtivas. Se a viga tiver uma altura considerável, é aconselhada a utilização de barras inclinadas nos vértices dos cantos reentrantes, ilustrados a tracejado na Figura 3.4.

Mansur et al. (1999) apresentam um modelo ligeiramente diferente. A abertura deve ser posicionada de forma a: (i) garantir o recobrimento mínimo da armadura, (ii) garantir que as escoras horizontais apresentem secção transversal com área suficiente para que se possa desenvolver o bloco de tensões de compressão correspondente à rotura por flexão e (iii) garantir altura suficiente para o funcionamento efetivo da armadura de esforço transverso. Por outro lado, e ainda de acordo com Mansur et al. (1999), a distância da face do apoio à face da abertura não deve ser inferior a metade da altura da viga, de modo a evitar tensões excessivas. A mesma distância deve ser respeitada relativamente à zona de aplicação de uma carga concentrada.

Mansur (2006) propõe, mais tarde, o seguinte esquema de armadura para grandes aberturas: pequenos estribos nas zonas superior e inferior da abertura e a consideração de armadura adicional em forma de X, junto ao cantos da abertura, ver Figura 3.5. Nesta figura, note-se que a solução para os lintéis acima e abaixo da abertura são iguais, em virtude de se tratar de um elemento sujeito à inversão da direção da carga (devido, por exemplo, a ações horizontais).

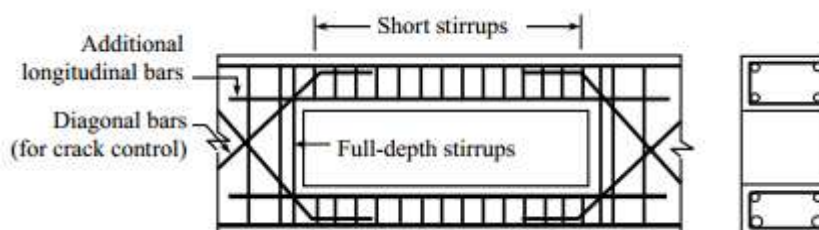


Figura 3.5 - Esquema de armação proposto por Mansur (2006) para zonas com abertura.

Quanto às dimensões máximas da abertura, este autor define uma altura máxima de abertura igual a metade da altura total da viga e o comprimento máximo como sendo determinado pela verificação da escora de compressão horizontal (ver secção 2.3.1) ou pela deflexão máxima da viga. Acrescenta ainda que é preferível a utilização de várias aberturas com dimensões menores do que apenas uma maior, o que é compreensível uma vez que a primeira hipótese permite o desenvolvimento do habitual mecanismo resistente do esforço transverso, necessitando de uma menor quantidade de armadura nos estribos.

O ângulo que as escoras inclinadas formam com o eixo longitudinal da viga pode ser arbitrado livremente num intervalo cujos limites máximos e mínimos tenham sido estabelecidos através de estudos experimentais. Estes valores diferem nos vários documentos consultados. A justificação teórica para estes limites prende-se com a perda de eficiência das escoras quando

são atravessadas por tirantes que fazem com o seu eixo um ângulo muito reduzido, impedindo o desenvolvimento dos habituais padrões resistentes do betão fendilhado e correspondendo a modos de deformação cinematicamente complexos ou, muito provavelmente, impossíveis. No caso do modelo de treliça para vigas, quando este ângulo se aproxima do seu valor máximo, a taxa de armadura transversal necessária aumenta, em virtude de um maior número de escoras por unidade de comprimento, mas a tensão nas escoras diminui. Quando este ângulo se aproxima do valor mínimo, a tendência é logicamente oposta. Escoras com inclinação reduzida resultam num agravamento muito elevado para a tensão na armadura transversal entre as fases de fendilhação e rotura, bem como num comprimento de ancoragem maior para a armadura longitudinal. Neste caso, o controlo da fendilhação pode ser condicionante.

O EC2 limita o ângulo das escoras associadas ao mecanismo resistente ao esforço transversal em vigas ao intervalo $[22^\circ; 45^\circ]$. No entanto, apresenta outros valores quando refere os modelos de escoras e tirantes: (i) no caso de nós do tipo CCT, onde o ângulo entre qualquer uma das escoras e tirantes pode ser superior a 55° (secção 6.5.4 (5) do EC2), (ii) e no caso das consolas curtas, a inclinação da primeira escora é limitada ao intervalo $[45^\circ; 68^\circ]$ (Anexo J.3(1) do EC2).

O CEB-FIP (2010) recomenda, sempre que possível, a consideração de valores superiores a 45° para o ângulo entre as escoras e os tirantes. No entanto, cria uma exceção para os casos em que a escora inclinada interseja dois tirantes perpendiculares entre si, onde o ângulo referido pode chegar aos 30° , como é indicado na Figura 3.6. Ao contrário do EC2, que permite ângulos a partir dos 22° , o CEB-FIP (2010) desaconselha valores para o ângulo inferiores a 30° porque os campos de extensões no betão e armadura seriam incompatíveis entre si.

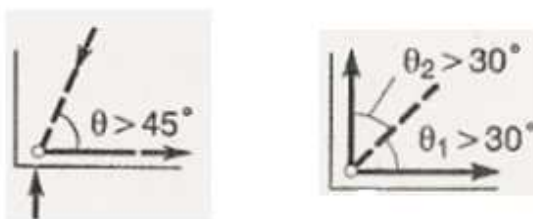


Figura 3.6 – Ângulos entre escoras e tirantes propostos pelo CEB-FIP (2010), adaptado CEB-FIP (2010).

No caso de forças concentradas, tais como cargas pontuais, reações de apoio ou forças de ancoragem, o CEB-FIP (2010) indica que o ângulo de desvio, ou seja, o ângulo que a linha de ação da força faz com a escora, derivado da teoria da elasticidade, é de $32,5^\circ$, ver Figura 3.7.

Este valor corresponde, no caso de uma força vertical, a um ângulo entre a escora e a horizontal de $57,5^\circ$. Este valor pode fornecer ao projetista uma orientação sobre a direção ideal da escora inclinada junto à força concentrada.

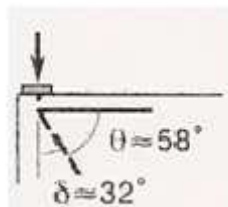


Figura 3.7 – Orientação ideal de uma escora junto a uma força concentrada, adaptado de CEB-FIP (2010).

Nos modelos de treliça em vigas, Muttoni et al. (1997) utilizam, para o ângulo da primeira escora, ou seja, escoras inclinadas situadas nos painéis das extremidades, um valor que é quase duplo do valor do ângulo das restantes escoras do modelo de treliça, satisfazendo os limites acima indicados.

3.1 Modelo Desenvolvido

O modelo apresentado neste trabalho foi desenvolvido a partir das regras e recomendações apresentadas na secção anterior. Este modelo representa uma viga de betão armado simplesmente apoiada de altura h e vão efetivo L . O carregamento considerado é uma carga uniformemente distribuída P , situação de carregamento muito comum. A Figura 3.8 ilustra o esquema estrutural do modelo e a Figura 3.9, os diagramas de esforços correspondentes.

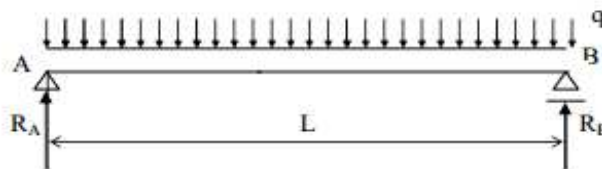


Figura 3.8 – Esquema estrutural de uma viga simplesmente apoiada com um carregamento uniformemente distribuído, adaptado de Neves (2002).

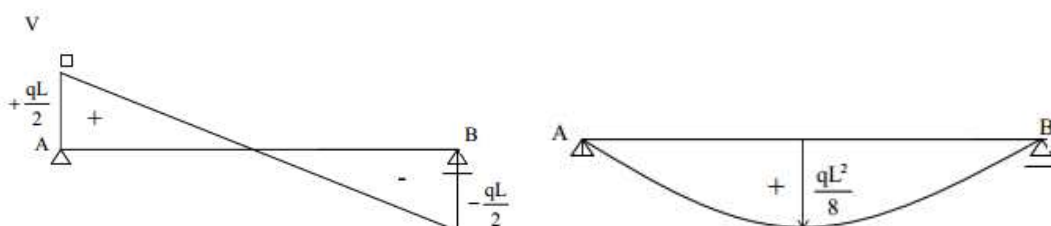


Figura 3.9 – Diagramas de esforço transverso (à esquerda) e momento fletor (à direita), adaptado de Neves (2002).

Na conceção do modelo de escoras e tirantes para a viga, o projetista começa por arbitrar o valor dos parâmetros que determinam a geometria da treliça, tais como o comprimento do braço mecânico (z), a distância do eixo dos elementos do modelo ao bordo da viga e o ângulo das escoras inclinadas.

A posição ótima da escora horizontal no banzo comprimido pode ser determinada por tentativa e erro, em função do valor do braço mecânico, z . Tendo por base o valor referido pelo EC2 para uma secção de betão armado em flexão simples, EC2 secção 6.2.3 (1), considera-se o valor de $0,9d$, sendo d a altura útil. Estabelece-se $d=0,9h$, prática corrente no pré-dimensionamento de secções de betão armado, e obtém-se o valor de, aproximadamente, $z = 0,8h$. Considera-se ainda que $hc = hs = 0,1h$, sendo hc a distância do eixo da escora de compressão horizontal ao bordo superior da viga e hs a distância do eixo do tirante horizontal ao bordo inferior da viga.

Admite-se que a treliça apresenta banzos paralelos, definindo para o primeiro painel uma escora inclinada com $\theta = 45^\circ$ e uma inclinação constante para as escoras dos restantes painéis. Esta inclinação pode ser determinada de acordo com dois critérios distintos: (i) maximização da resistência ou (ii) minimização da quantidade de armadura. O primeiro critério pressupõe a ponderação geométrica entre o restante comprimento efetivo da viga e a dimensão do braço mecânico. Deste modo, obtém-se ângulos para as escoras inclinadas próximos de 45° , inclinação que, de acordo com a secção 6.2.3 do EC2, corresponde a uma situação em que a resistência é mais elevada. O segundo critério também determina painéis iguais, de forma a obter-se um ângulo para a escora o mais próximo possível do valor mínimo de 30° , reduzindo desta forma ao mínimo o número de montantes introduzidos, com vista à minimização da quantidade de armadura. Neste trabalho, optou-se pelo primeiro critério e, com o objetivo de simplificar, os painéis serão referenciados pelo ângulo que a sua escora inclinada faz com a horizontal. Deste modo, um painel cuja escora faça um ângulo θ com a horizontal é designado por painel θ .

Tendo em conta o tipo de carregamento, a carga uniformemente distribuída aplicada em cada painel é convertida em duas cargas concentradas aplicadas nos dois tirantes verticais que o delimitam, tendo em conta o comprimento de influência de cada tirante. Este valor é dado pela soma de metade do comprimento de cada um dos painéis adjacentes. A Figura 3.10 representa um esquema ilustrativo do modelo de escoras e tirantes adotado para a viga maciça.

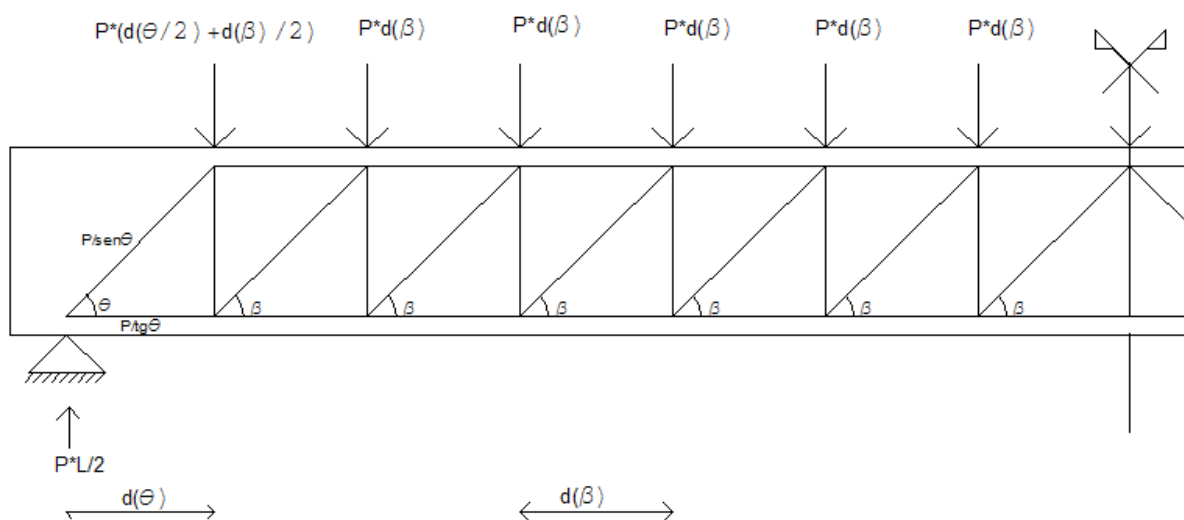


Figura 3.10 – Esquema do modelo de escoras e tirantes adotado para a viga maciça.

Uma vez que a treliça é isostática, é possível, depois do cálculo das reações de apoio e através de considerações estáticas simples, determinar o diagrama de esforços axiais na treliça, em função do valor P da carga uniformemente distribuída. A Figura 3.10 apresenta, a título de exemplo, os valores do esforço axial em função de P , na primeira escora inclinada e no primeiro tirante horizontal a partir do apoio. Os valores do esforço axial nos restantes elementos da treliça, ou seja, nas escoras e nos tirantes dos painéis interiores, são determinados de modo simples pelas equações de equilíbrio nodal, e dependem da inclinação das escoras oblíquas e do carregamento.

A introdução de uma abertura pode tornar necessária a alteração da geometria da treliça concebida para a viga sem aberturas. Tendo em consideração os pressupostos já apresentados para o modelo de viga adotado e de acordo com as recomendações apresentadas no capítulo 2, poderá ser necessário alterar a geometria dos 2º, 3º e 4º painéis, ver Figura 3.11. Como anteriormente referido, o valor máximo da altura da abertura que não deve exceder metade da altura total da viga, é limitado pela dimensão da escora horizontal, situada no banzo superior, e pelo recobrimento da armadura. O comprimento máximo da abertura não deve ultrapassar o

dobro da altura da viga. Considera-se que a distância ao apoio (a), referida anteriormente, é medida desde o ponto médio do apoio até ao eixo da armadura de bordo vertical junto à abertura.

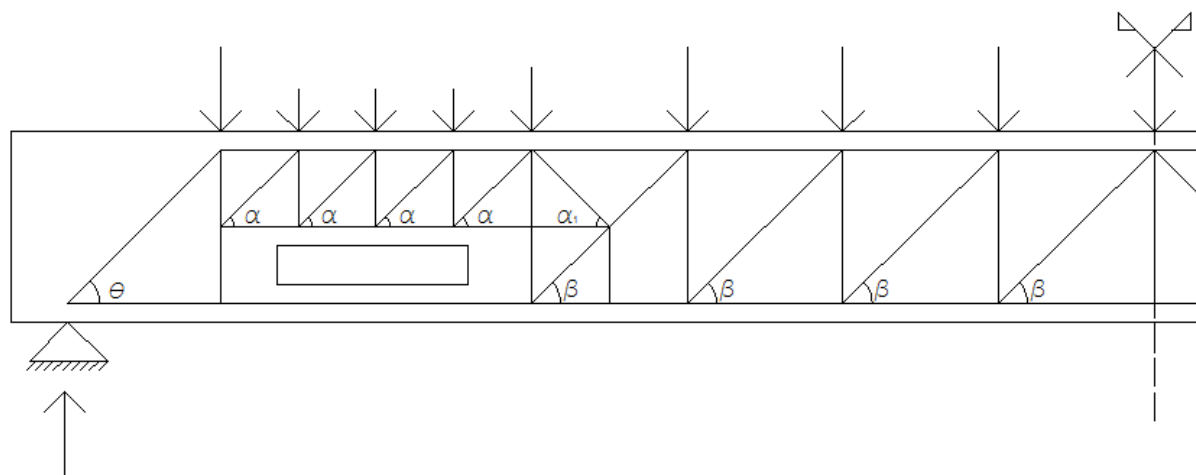


Figura 3.11 – Esquema do modelo de escoras e tirantes adotado para a viga com aberturas.

Para assegurar a transmissão de esforço transversal, na zona onde é inserida a abertura, é necessário garantir a continuidade da treliça, podendo, para tal, ocorrer uma diminuição da altura do painel. A inclinação α das escoras dos painéis pertencentes ao lintel localizado sobre a abertura é definida utilizando o método anteriormente referido para o ângulo β , das escoras diagonais da viga maciça, ou seja, considerando o comprimento e altura do lintel. Por sua vez, o comprimento disponibilizado para os painéis associados ao lintel (que passarão a ser designados de painéis secundários) é definido tendo em conta a dimensão da abertura, a sua localização em relação ao apoio, a disposição dos painéis estabelecidos para a viga maciça (que passarão a ser designados por painéis principais) e o recobrimento necessário para as armaduras verticais. De forma a garantir a amarração da armadura longitudinal dos painéis secundários, são acrescentados dois painéis adicionais, o primeiro no prolongamento do lintel, designado por painel de transição superior, e o segundo sob o primeiro, designado por painel de transição inferior. A inclinação α_1 da escora diagonal do painel de transição superior deve ser limitada ao intervalo $[30^\circ; 55^\circ]$, enquanto que para a inclinação da escora do painel de transição inferior admite-se o valor da inclinação das escoras diagonais dos painéis principais β . Se a altura do lintel for muito reduzida ou o seu comprimento muito elevado, a força de amarração da sua armadura longitudinal pode ser considerável. Neste caso, pode ser necessário adotar uma solução alternativa com dois painéis de transição superiores, apresentando, nesse caso, a escora diagonal do painel de transição inferior a inclinação β_2 , ver Figura 3.12. Este ângulo β_2 e o ângulo α_2 estão limitados ao mesmo intervalo que o ângulo α_1 .

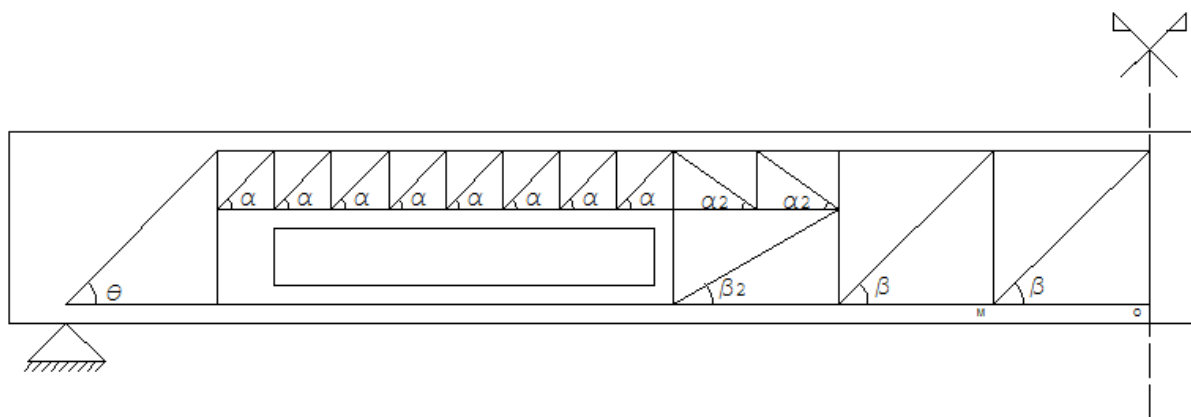


Figura 3.12 – Proposta alternativa para esquema do modelo de escoras e tirantes adotado para a viga com aberturas.

4. ANÁLISE NUMÉRICA

Neste capítulo pretende-se analisar o efeito, no que respeita ao dimensionamento, de uma abertura localizada junto de um apoio numa viga, por comparação com uma viga similar sem aberturas. O aspeto em análise é a quantidade de armadura necessária.

O modelo escolhido é relativo a uma viga de betão armado, simplesmente apoiada, com um vão de 6 m e espessura de 0,3 m. Com o objetivo de efetuar uma análise em função da esbelteza da viga, são considerados três valores distintos para a altura da sua secção transversal: 0,5 m, 0,6m, e 0,7 m. O carregamento considerado é uma carga uniformemente distribuída com intensidade P . Admite-se que o betão é de classe C30/37, de acordo com o Quadro 3.1 do EC2, e que o aço dos varões é A400NR, de acordo com o Quadro NA.I do mesmo documento. Os modelos de escoras e tirantes apresentados foram elaborados de acordo com o descrito no capítulo anterior.

Como anteriormente referido, numa viga com abertura é, normalmente, possível manter o valor da carga de rotura por flexão que esta viga apresentaria se não tivesse abertura, desde que a armadura seja devidamente concebida e dimensionada. No entanto, é necessário ter em conta eventuais problemas de limitação de tensões e de controlo de fendilhação e deformação, referidos no capítulo 7 do EC2. Considerando o esquema de treliça apresentado na Figura 4.1 aumenta-se o valor da carga P , para cada caso analisado, de forma a encontrar o valor que corresponde à carga de rotura por flexão P_{max} , a qual é condicionada pela escora horizontal de meio-vão, tal como descrito na secção 2.3.1.

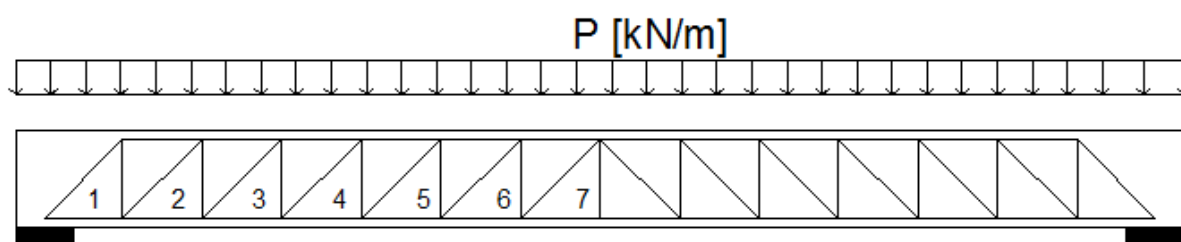


Figura 4.1 - Esquema da treliça com numeração dos painéis à esquerda.

Geralmente, a geometria das vigas é imposta por outros critérios para além da verificação dos estados limites últimos e dos estados limites de serviço. Por exemplo, critérios arquitectónicos

ou construtivos. Por esse motivo, e de modo a garantir uma maior generalidade da análise, considera-se um valor igual a dois terços de $P_{\text{máx}}$ para a carga de dimensionamento. Este valor é também considerado para o carregamento da viga com abertura, apesar da pequena variação do peso próprio. Note-se que a consideração do valor P_{max} para a carga de dimensionamento tornaria, naturalmente, mais complexa a análise, dimensionamento e pormenorização da viga com abertura.

O EC2 prevê que para efeitos de dimensionamento o valor das cargas, E_d , seja determinado com base na combinação de ações fundamentais para o estado limite último, definida no Eurocódigo (2009) (EC0),

$$E_d = \sum_{j \geq 1} \gamma_{G,j} G_{k,j} + \gamma_{Q,1} Q_{k,1} + \sum_{i > 1} \gamma_{Q,i} \psi_{0,i} Q_{k,i} \quad (4.1)$$

Sendo $\gamma_{G,j}$, o coeficiente parcial de segurança relativo à ação permanente j , $G_{k,j}$ o valor característico da ação permanente j , $\gamma_{Q,1}$ o coeficiente parcial de segurança relativo à ação variável de base da combinação 1 , $Q_{k,1}$ o valor característico da ação variável de base da combinação 1 , $\gamma_{Q,i}$ o coeficiente parcial relativo à ação variável i , ψ_0 o coeficiente para a determinação do valor de combinação de uma ação variável e $Q_{k,i}$ o valor característico da ação variável acompanhante. Os valores destes coeficientes constam do Anexo A1, do EC0.

Como anteriormente referido, na aplicação do modelo de escoras e tirantes, a carga deve ser aplicada nos nós. Deste modo, o carregamento uniformemente distribuído E_d deve ser substituído por um conjunto de cargas pontuais estaticamente equivalente, facilmente determinado de acordo com área de influência de cada nó. No caso de se admitir que o carregamento é aplicado na face superior da viga, então as forças pontuais equivalentes devem ser aplicadas nos nós superiores da treliça. Noutras situações de aplicação de carga, seria necessário reparti-las pelos nós superiores e inferiores ou aplicá-las unicamente nos nós inferiores, situação obviamente mais desfavorável.

O peso próprio da viga pode ser igualmente distribuído pelo nó da base e o nó do topo em cada montante. Esta distribuição será estaticamente equivalente à real se a distância dos referidos nós às faces da viga mais próximas for igual entre si. Porém, é habitual considerar-se, de um modo simplificado e seguro, que a totalidade do peso próprio é aplicada no nó inferior, o que conduz a um pequeno agravamento do esforço axial nos montantes da treliça.

Com o objetivo de estudar a influência da inserção da abertura na deformação da viga, ambos os modelos, com e sem abertura, foram analisados com recurso ao programa EvalS (Ferreira, 2012). O valor obtido para a flecha máxima, tendo em conta a combinação fundamental, foi

comparado com o valor limite indicado na secção 7.4 do EC2, ou seja, $L/500$, sendo L o vão da viga. O resultado obtido para a flecha máxima é de 11,4 mm. Note-se que o cálculo da deformação não é elaborado para as combinações quase-permanentes, como é preconizado pela norma, mas para a combinação fundamental de ações. Normalmente, o valor da carga para a combinação quase-permanente é substancialmente mais baixo que para a combinação fundamental, considerando-se por esse motivo que a análise efetuada é segura. No entanto, há três considerações que são necessárias fazer. Por um lado, não é considerada a fluência, o que agravaria consideravelmente o valor da flecha. Por outro lado, no sentido oposto, o limite referido no EC2 refere-se ao incremento da deformação após a construção, o que permite ignorar grande parte das deformações. Por último, a utilização de um modelo de escoras e tirantes concebido para a análise dos estados limite últimos, ou seja, com escoras que ocupam apenas uma pequena parte do volume de betão disponível e que subestima a rigidez efetiva do elemento. Para uma adequada verificação dos estados limite de serviço devem utilizar-se modelos de escoras e tirantes adaptativos, referidos na secção 2.2.3, contudo, o seu estudo está fora do âmbito desta dissertação.

4.1 Viga 1

A primeira viga analisada tem uma secção transversal com dimensões 0,3 m x 0,5 m. As Figura 4.2 e Figura 4.3 apresentam o MET utilizado e respetivo pormenor.

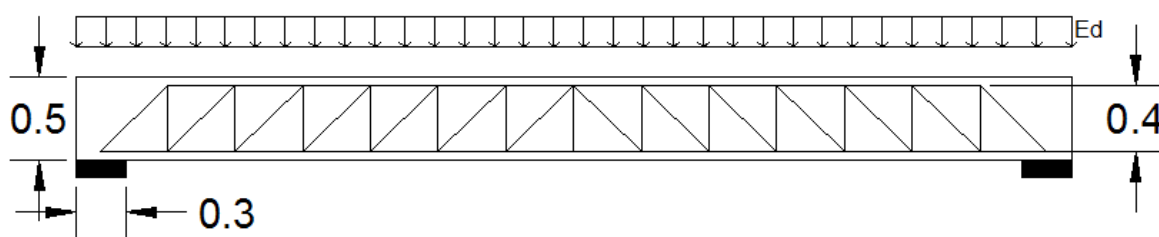


Figura 4.2 – Modelo de escoras e tirantes adotado para a *Viga 1*.

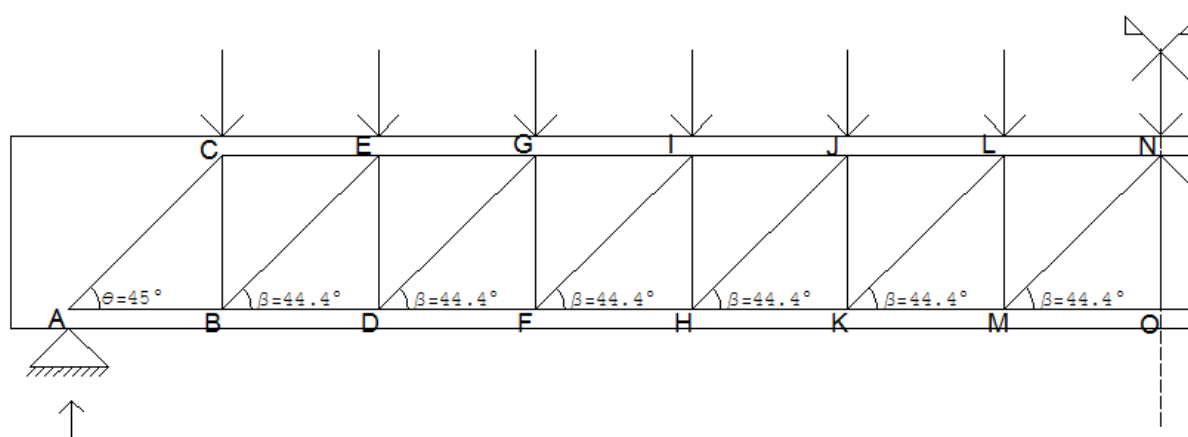


Figura 4.3 – Pormenor do modelo de escoras e tirantes adotado para a *Viga 1*.

A treliça apresentada é formada por dois painéis θ e doze painéis β , designando-se o painel pelo ângulo que a escora diagonal faz com o eixo longitudinal da viga. A carga de rotura por flexão calculada foi, aproximadamente, $P_{m\acute{a}x} = 59$ kN/m. Como anteriormente referido, a viga foi dimensionada para uma carga de $E_d = (2/3) P_{m\acute{a}x}$ a que corresponde um valor aproximado de $E_d = 40$ kN/m. O Quadro A.1, que consta em Anexo, apresenta os valores do esforço axial nos elementos da treliça. Nos elementos tracionados calculou-se a quantidade de armadura necessária, de acordo com o valor do esforço. Em relação a áreas de armadura longitudinal, e tendo em conta a simetria da viga, opta-se por apresentar apenas os resultados relativos às secções de extremidade (barra A-B), a um quarto de vão (barra F-H) e a meio vão (barra M-O). A área de armadura longitudinal obtida para a secção de extremidade foi de $3,28$ cm², para a secção a um quarto de vão, $9,75$ cm², e para a secção de meio-vão, $11,91$ cm².

Por sua vez, com o esforço axial em cada montante determina-se a área transversal dos estribos a distribuir no comprimento de influência desse montante. Seguindo o mesmo procedimento utilizado para a armadura longitudinal, são apenas apresentados os resultados relativos ao montante mais próximo do apoio (barra B-C), a aproximadamente um quarto de vão (barra H-I), e na zona do meio vão (barra L-M). A área de armadura transversal próxima ao apoio é de $2,58$ cm², para a zona a um quarto de vão, $1,17$ cm², e para a zona a meio-vão, $0,23$ cm².

Para estudar o efeito da abertura na viga foi considerada uma abertura com uma altura igual a 20% da altura total da viga e comprimento igual à altura total da viga. A introdução da abertura requer uma análise cautelosa da alteração do comportamento em relação à rotura. Como referido anteriormente, procurou-se preservar o valor da capacidade última de uma viga de iguais dimensões mas sem abertura. As dimensões máximas da abertura, referidas no

Capítulo 3, não são equacionadas para a viga em estudo, (i) não só porque um comprimento para a abertura igual a duas vezes a altura da viga seria excessivo, quando comparado com o comprimento total da viga, mas também, (ii) porque a utilização das dimensões máximas criaria problemas na limitação de tensões no betão, em particular na zona da escora horizontal sobre a abertura mais afastada do apoio. A Figura 4.4 esquematiza o MET utilizado para a viga com abertura.

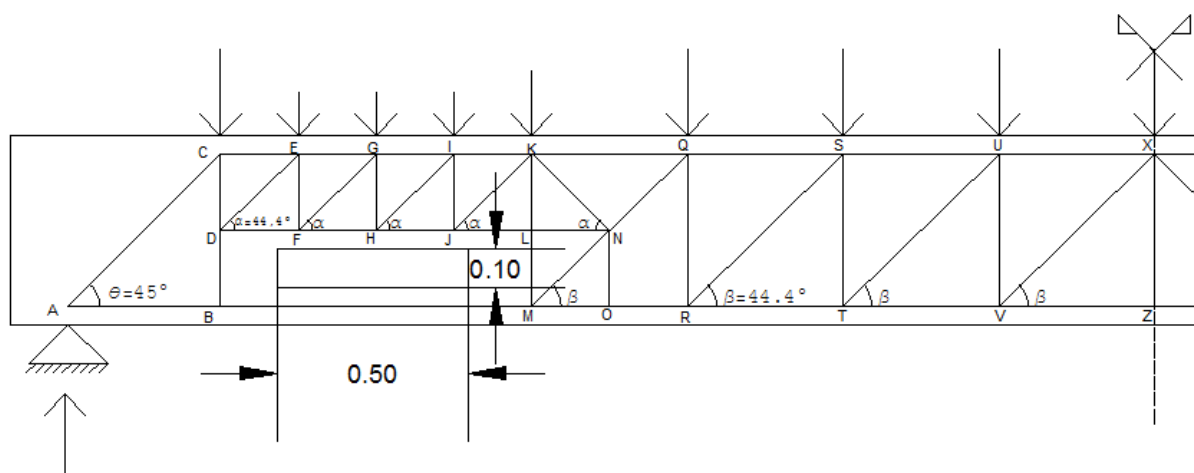


Figura 4.4 - Pormenor do modelo de escoras e tirantes com abertura adotado para a Viga I.

Como referido, a mesma carga $E_d = 40 \text{ kN/m}$ foi considerada para o caso com abertura. Tendo em conta que o MET utilizado é diferente do anterior, existe o cuidado de garantir que o novo sistema de cargas seja estaticamente equivalente ao anterior. Com recurso ao programa de cálculo computacional, *EvalS*, foram obtidos os valores do esforço axial nos elementos constituintes da treliça, os quais constam do Quadro A.1, apresentado em Anexo.

A introdução da abertura altera a geometria dos painéis 2, 3 e 4. Deste modo, no lintel acima da abertura é necessário criar uma treliça secundária, que possibilite a transferência de carga na presença da abertura. Ao analisar a área de armadura longitudinal junto à face inferior da viga, conclui-se que esta não sofre alterações quando comparada com a solução sem abertura, exceto no troço B-M, no qual se mantém constante com um valor de $3,28 \text{ cm}^2$, igual à barra horizontal anterior (A-B). Este valor é, contudo, compensado em excesso pela armadura longitudinal existente no lintel acima da abertura. Neste lintel a área de armadura longitudinal necessária (barra J-L), é de $9,58 \text{ cm}^2$, enquanto que a área de armadura transversal (barra C-D) é de $2,70 \text{ cm}^2$. Ao primeiro montante não interrompido pela abertura (barra K-M) corresponde uma área de $6,34 \text{ cm}^2$. Tal como a armadura longitudinal, a área da armadura transversal situada na zona não afetada pela abertura não sofre qualquer alteração.

Com recurso ao programa *EvalS* foram obtidos os valores máximos das flechas de ambas as vigas, ver Figura 4.5. Verifica-se que o ponto de maior flecha é comum às duas vigas, sendo este a meio-vão, no entanto a viga com aberturas apresenta uma flecha ligeiramente superior (8,97 mm) comparada com a mesma viga sem abertura (8,50 mm). As flechas obtidas cumprem o limite máximo anteriormente definido. A análise destas figuras, com a deformação largamente ampliada, evidencia a quebra de simetria provocada pela introdução da abertura. É possível observar-se uma tendência para o ponto de flecha máxima se deslocar para o lado da abertura, tal não ocorre porque os painéis são longos. É interessante constatar a substituição do modo de deformação de flexão pura da viga sem aberturas por, no caso da viga com abertura e junto da mesma, um modo de deformação que é tipicamente de corte.

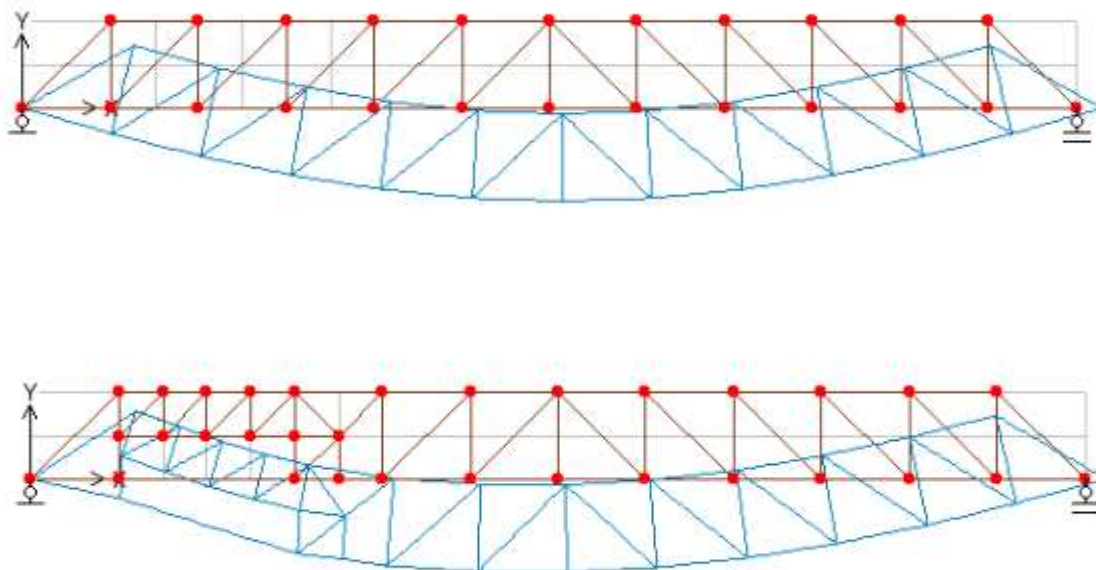


Figura 4.5 – Esquema com as deformadas das vigas com e sem abertura, obtidas através do programa *EvalS*.

4.2 Viga 2

A segunda viga analisada tem uma secção transversal com dimensões 0,3 m x 0,6 m. As Figura 4.6 e Figura 4.7 apresentam o MET utilizado e respetivo pormenor.

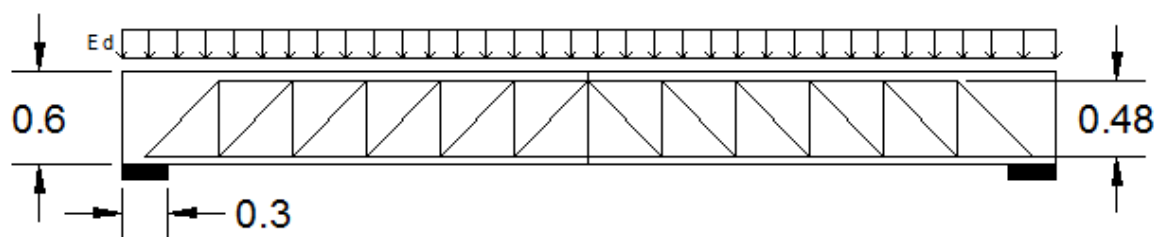


Figura 4.6 - Modelo de escoras e tirantes adotado para a Viga 2.

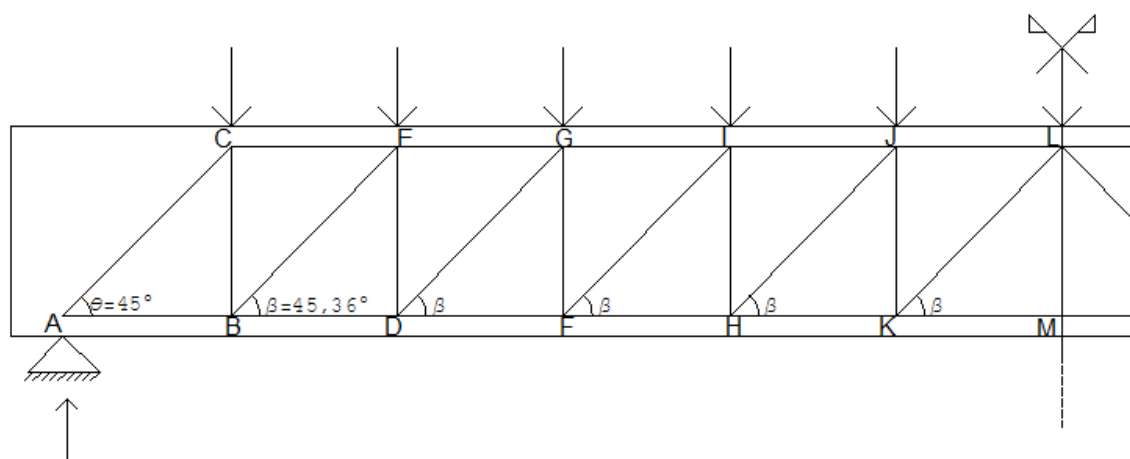


Figura 4.7 Pormenor do modelo de escoras e tirantes adotado para a Viga 2.

A treliça é formada por dois painéis θ e dez painéis β . A carga de rotura por flexão calculada foi, aproximadamente, $P_{m\acute{a}x} = 83$ kN/m, pelo que a viga foi dimensionada para uma carga de $E_d = (2/3) P_{m\acute{a}x}$ a que corresponde um valor aproximado de $E_d = 55$ kN/m. O Quadro A.2, que consta em Anexo, apresenta os valores do esforço axial nos elementos da treliça. Seguindo o mesmo procedimento exposto para a Viga 1 apresentam-se os valores obtidos para as áreas de armadura. A área de armadura longitudinal obtida para as secções de extremidade (barra A-B) é de $4,51$ cm², quarto de vão (barra F-H), $12,28$ cm² e meio-vão (barra K-M), $13,76$ cm². A área de armadura transversal próxima ao apoio (barra B-C) é de $3,37$ cm², para o quarto de vão (barra F-G), $1,87$ cm², e para as barras mais próximas do meio-vão (barra J-K), $0,37$ cm².

A inserção da abertura, de modo semelhante à *Viga 1*, altera a geometria do painel 2, 3 e 4, ver Figura 4.8. A mesma carga, $E_d = 55 \text{ kN/m}$ definida pelo modelo de viga sem abertura, foi aplicada e procede-se ao cálculo da área de armadura necessária. De forma análoga à *Viga 1*, a área de armadura longitudinal não sofre alterações exceto na zona sob a abertura (barra B-M), a qual mantém o valor da barra anterior (barra A-B), ou seja, $4,51 \text{ cm}^2$. No lintel acima da abertura a armadura longitudinal necessária (barra J-L) é de $11,84 \text{ cm}^2$. Quanto à área de armadura transversal, para o montante mais próximo do apoio (barra C-D) foi obtida uma área de $3,55 \text{ cm}^2$, enquanto que para o primeiro tirante transversal não interrompido pela armadura (barra K-M) obteve-se o valor de $7,87 \text{ cm}^2$. Mais uma vez se verifica que, para a zona não afetada pela abertura, a área de armadura transversal necessária não sofre qualquer alteração.

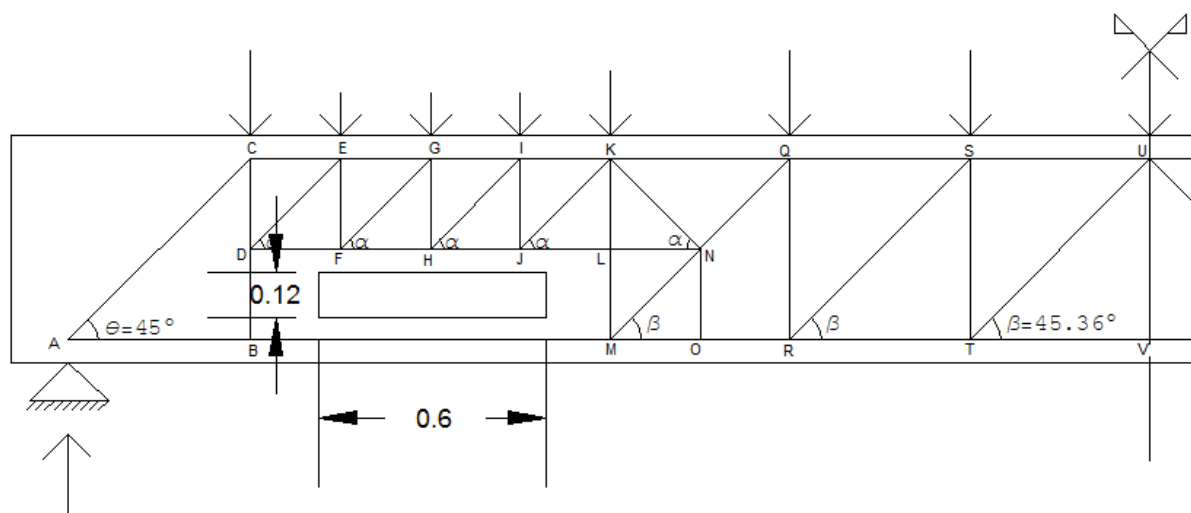


Figura 4.8 – Pormenor do modelo de escoras e tirantes com abertura adotado para a *Viga 2*.

Do mesmo modo que para a *Viga 1*, foi calculada a deformação máxima da viga para ambos os modelos, com e sem abertura. Mais uma vez, o valor máximo da flecha situa-se a meio-vão nas duas vigas. Para a viga sem aberturas obtém-se uma flecha de 7,10 mm, enquanto que com a inserção da abertura, a viga passa a apresentar uma flecha de 8,10 mm. Ambas as flechas cumprem o valor limite previamente estabelecido.

4.3 Viga 3

A terceira viga analisada tem uma secção transversal com dimensões 0,3 m x 0,7 m. As Figura 4.9 e Figura 4.10 apresentam o MET utilizado e respetivo pormenor.

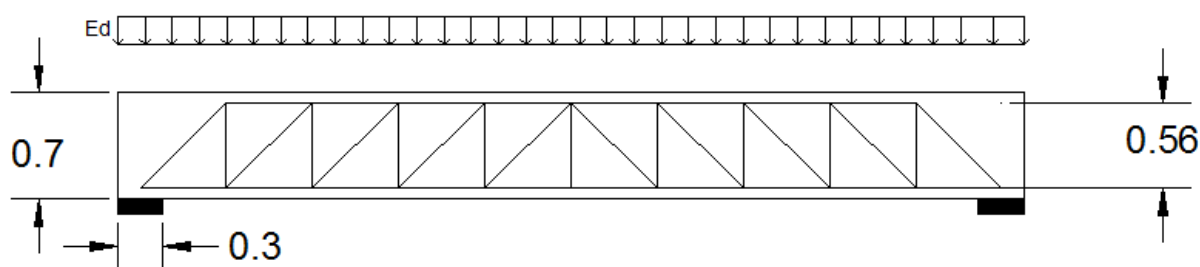


Figura 4.9 - Modelo de escoras e tirantes adotado para a *Viga 3*.

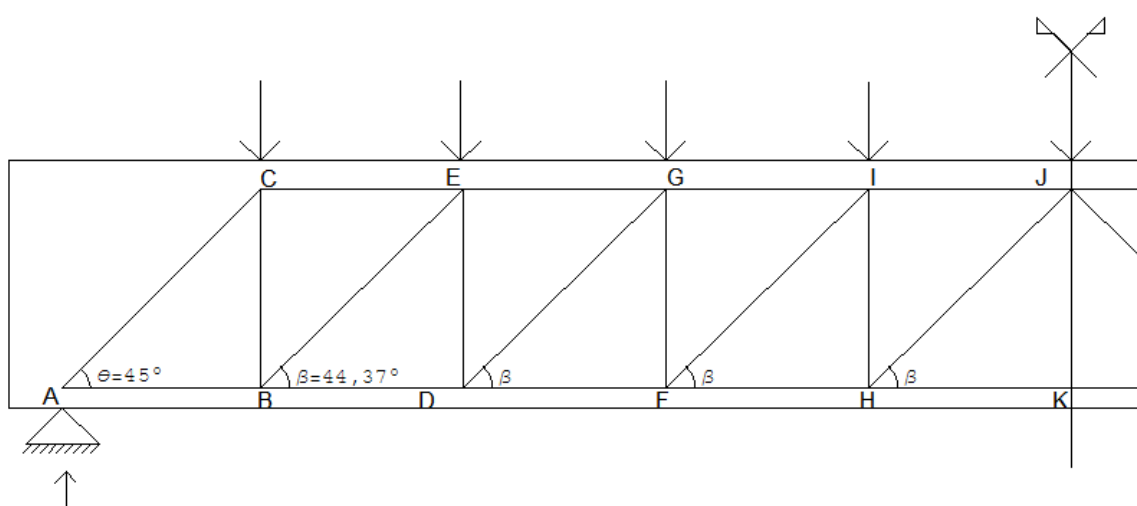


Figura 4.10 - Pormenor do modelo de escoras e tirantes adotado para a *Viga 3*.

A treliça é formada por dois painéis θ e 8 painéis β . A carga de rotura por flexão calculada foi, aproximadamente, $P_{\max} = 110$ kN/m, pelo que a viga foi dimensionada para uma carga de $E_d = (2/3) P_{\max}$, a que corresponde um valor aproximado de $E_d = 74$ kN/m. O Quadro A.3, que consta em Anexo, apresenta os valores do esforço axial nos elementos da treliça. Seguindo o procedimento exposto anteriormente, apresentam-se os valores obtidos para as áreas de armadura. A área de armadura longitudinal obtida para as secções de extremidade (barra A-B) é $6,06$ cm², a um quarto de vão (barra D-F), $13,53$ cm², e para o meio-vão (barra H-K), $16,02$ cm². A área de armadura transversal do montante mais próximo do apoio (barra B-C) é $4,26$ cm².

cm², para a um quarto de vão (barra F-G), 1,83cm², e para a barra mais próxima do meio-vão (barra I-H), 0,61 cm².

Tal como nas vigas anteriores, a inserção da abertura altera a geometria do painel 2,3 e 4, ver Figura 4.11. De forma análoga às vigas anteriores, a área de armadura longitudinal não sofre alterações exceto na zona sob a abertura (barra B-M), a qual mantém o valor da barra anterior (barra A-B), ou seja, 6,06 cm². No lintel sobre a abertura, a área de armadura longitudinal necessária (barra J-L) é de 14,94 cm². Quanto à área de armadura transversal, para o montante mais próximo do apoio (barra C-D) foi obtida uma área de 4,57 cm², enquanto que para o primeiro tirante transversal não interrompido pela armadura (barra K-M) foi obtido o valor de 9,13 cm². Mais uma vez se verifica que, para a zona não afetada pela abertura, a área de armadura transversal necessária não sofre qualquer alteração.

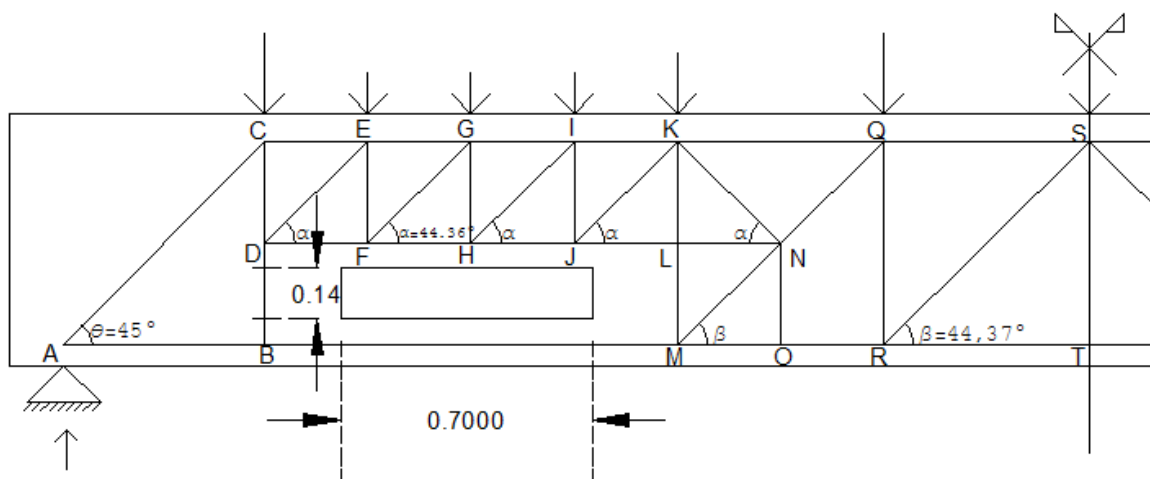


Figura 4.11 - Pormenor do modelo de escoras e tirantes com abertura adotado para a *Viga 3*.

Do mesmo modo que para as vigas analisadas anteriormente, foi calculada a deformação máxima da viga para ambos os modelos, com e sem abertura. Mais uma vez, o ponto de maior flecha situa-se a meio-vão nas duas vigas. Para a viga sem aberturas obteve-se uma flecha de 6,28 mm, e com a inserção da abertura, a viga passa a apresentar uma flecha de 7,42 mm. Ambas as flechas cumprem o valor limite previamente estabelecido.

4.4 Conclusões

Nas vigas sem aberturas analisadas, conclui-se, naturalmente, que a escora e o tirante horizontais condicionantes encontram-se a meio-vão, enquanto que em relação aos estribos, o tirante condicionante, em termos da área de secção dos estribos por unidade de comprimento,

encontra-se próximo ao apoio. Nas vigas com aberturas, a escora e o tirante horizontais condicionantes mantêm-se a meio vão, exceto para a *Viga 3*, em que a escora condicionante situa-se no lintel acima da abertura. A tensão normal nesta escora é inferior à tensão de rotura do betão, descrita na secção 2.3.1, não criando problemas na limitação de tensões. O montante condicionante passa a ser o primeiro montante não interrompido pela abertura.

Verifica-se que a treliça base projetada é diminuída em dois painéis β à medida que a altura da viga aumenta. Verifica-se também que para todos os casos a inserção da abertura altera sempre os painéis 2, 3 e 4. Quanto ao valor do ângulo das escoras inclinadas, constata-se que é igual nos painéis principais e secundários, ver Quadro 4.1. Como previsto, os ângulos são próximos de 45° , valor preconizado pelo EC2 como sendo o ângulo que permite obter uma maior resistência, pois corresponde a valores mais baixos de tensão nas escoras diagonais e a maior quantidade de armadura de esforço transverso.

Quadro 4.1 – Ângulos obtidos para a inclinação das escoras diagonais.

	Viga 1	Viga 2	Viga 3
Painel principal (β)	44,41°	45,36°	44,36°
Painel secundário (α)	44,41°	45,36°	44,36°

O Quadro 4.2 resume os valores de carregamento considerados para as diferentes alturas de secção, h .

Quadro 4.2 – Valores de carregamento considerados para as diferentes alturas de secção

h [m]	$P_{m\acute{a}x}$ [kN/m]	$E_d = (2/3) P_{m\acute{a}x}$ [kN/m]
0,5	59	40
0,6	83	55
0,7	110	74

Em termos de análise da quantidade de armadura requerida, são consideradas duas zonas, (i) zona de inserção da abertura e (ii) restantes painéis, denominada por zona regular. Como se verificou anteriormente, a chamada zona regular não sofre qualquer alteração em termos de armadura. Deste modo, são apresentados os resultados para a zona de inserção da abertura e a variação em termos de quantidade total de armadura. A apresentação das quantidades de armadura necessária é feita para armadura longitudinal e para armadura transversal, separadamente. O Quadro 4.3 apresenta os resultados para as quantidades de áreas totais de cada viga, para cada solução: modelo sem abertura (regular) e modelo com abertura (abertura).

Quadro 4.3 – Quantidades de áreas totais [cm²].

Áreas Totais [cm ²]	Viga 1		Viga 2		Viga 3	
	Regular.	Abertura	Regular.	Abertura	Regular.	Abertura
Armadura Longitudinal	61,53	75,97	62,20	79,90	61,45	83,99
Armadura Transversal	8,45	17,84	9,37	21,36	9,74	24,36

Na zona de inserção da abertura, em termos de armadura longitudinal existe um aumento de 37,8%, 36,7% e 36,4%, respetivamente para as *Vigas 1, 2 e 3*, em relação à treliça regular. Em termos de armadura transversal também se verifica um aumento, neste caso de 59,7%, 60,37% e 61,53%, respetivamente para as *Vigas 1, 2 e 3*, em relação à treliça regular.

Em termos totais, comparando a solução com abertura com o esquema original, existe, para a armadura longitudinal, um aumento de 9,50%, 12,46 % e 15,50 %, respetivamente para as *Vigas 1, 2 e 3*. Para a armadura transversal existe um aumento de 26,31 %, 39,02 % e 42,85 %, respetivamente para as *Vigas 1, 2 e 3*.

O Quadro 4.4 resume os incrementos de área de armadura acima referidos.

Quadro 4.4 – Incremento da área de armadura [%].

Incremento da área de armadura [%]	Viga 1		Viga 2		Viga 3	
	Z. inserção	Total	Z. inserção	Total	Z. inserção	Total
Armadura Longitudinal	37,84	9,50	36,69	12,46	36,43	15,50
Armadura Transversal	59,70	26,31	60,37	39,02	61,54	42,85

Verifica-se que para a zona de inserção da viga, existe uma diminuição do incremento da área de armadura longitudinal, o que pode ser relacionado com o aumento da altura do lintel, que se torna mais eficaz. Em todos os outros casos analisados, o incremento da área de armadura, ou seja, a diferença de quantidades de armadura entre as vigas com e sem aberturas, aumenta com o aumento da altura da secção transversal da viga.

Com base nos resultados obtidos é possível confirmar que a inserção da abertura, e a consequente criação de um painel secundário, aumenta significativamente a quantidade de armadura necessária, nomeadamente a armadura transversal. O aumento da quantidade de armadura transversal para o painel secundário está relacionado com a diminuição da largura dos painéis. Com a inserção da abertura, e procurando manter os ângulos α próximos do valor

45°, como foi referido no Capítulo 3, em vez de dois painéis principais passam a existir quatro secundários. Esta situação provoca um aumento da taxa de armadura transversal em virtude de um maior número de escoras por unidade de comprimento. Porém, o montante mais esforçado é o primeiro montante não afetado pela presença da abertura, porque este montante contribui, não só para resistir ao esforço transversal, mas também para equilibrar a componente vertical das escoras MN e NK, que por sua vez garantem a ancoragem da armadura longitudinal acima da abertura. Este resultado é simples de se demonstrar se for considerado um corte da treliça a uma pequena distância à esquerda de MNQ, ver Figura 4.3. Note-se que, neste caso, a força vertical no montante MK terá de equilibrar não só as forças verticais e reação à esquerda do corte, mas também a componente vertical do esforço de compressão em KN. O aumento da armadura longitudinal não é tão significativo, confirmando que um dos principais problemas ao inserir uma abertura é assegurar a transmissão de esforço transversal, pois, tal como nos casos analisados, as aberturas devem ser dispostas de modo a não interferir com a armadura longitudinal junto à face inferior da viga.

Em termos de deformação, o valor da flecha máxima aumenta com a inserção da abertura, para todos os casos analisados. Este facto deve-se à diminuição da rigidez da viga inerente à inserção da abertura, em particular a rigidez ao corte. O referido aumento é de 5,23%, 12,34% e 15,36%, para a *Viga 1, 2 e 3*, respetivamente. Conclui-se que com o aumento da secção transversal, a influência da inserção da abertura aumenta de forma significativa a diferença entre flechas.

5. EXEMPLO DE APLICAÇÃO

No capítulo anterior foi analisado de que forma a quantidade total de armadura longitudinal e transversal de uma viga, é influenciada pela inserção de uma abertura. Neste capítulo, e com recurso a um caso anteriormente analisado (*Viga 1*), pretende-se completar o dimensionamento da viga com a abertura, com a escolha da armadura necessária, da sua disposição e amarração.

Recorde-se que a viga é constituída por betão da classe C30/37 e os varões da armadura por aço da classe A400NR. Como referido no capítulo anterior, a viga é simplesmente apoiada, tem um vão de 6,0 m e secção transversal com dimensões de 0,3 m x 0,5 m e está sujeita a um carregamento uniformemente distribuído $E_d = 40$ kN/m. A abertura tem 0,5 m de comprimento e 0,10 m de altura e está localizada a 0,55 m do apoio esquerdo, cumprindo desta forma a distância mínima referida no capítulo 3. Considera-se um apoio quadrado com 0,3 m de lado. A Figura 5.1 apresenta o esquema estrutural da viga.

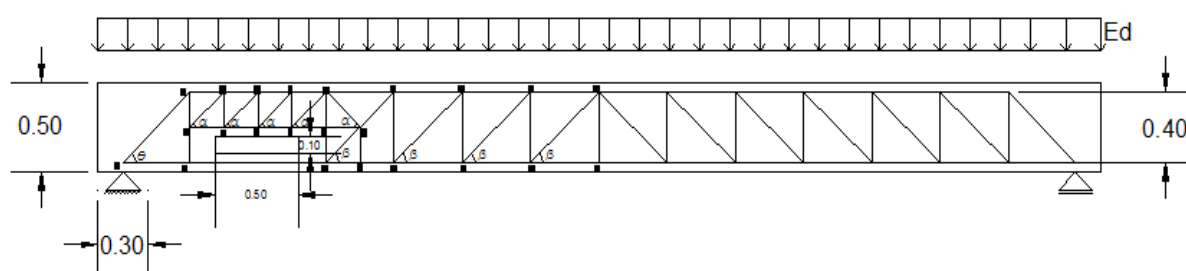


Figura 5.1 Esquema estrutural da viga.

De acordo com a secção 2.3, onde são descritas as disposições regulamentares referentes ao dimensionamento e verificação da segurança dos diferentes componentes da treliça, são apresentados dois tipos de escora: escoras de betão situadas em regiões com tensões de compressão transversal com ou sem tração transversal. No MET utilizado, verifica-se que as escoras inclinadas dos painéis 1 e 4, ou seja, no painel da extremidade junto à abertura e no painel principal imediatamente a seguir à abertura, são suscetíveis a tensões transversais de tração devido à armadura longitudinal situada sobre a abertura. As restantes escoras enquadram-se na outra classificação apresentada, ou seja, não estão sujeitas a tração transversal. Todas as escoras verificam as disposições regulamentares, verifica-se ainda que a escora condicionante é horizontal e localiza-se a meio-vão. A título de exemplo, expõe-se a verificação da segurança da escora condicionante. É possível definir a área transversal

máxima da escora, considerando que esta se desenvolve numa largura igual à largura da viga e que o valor máximo definido para a sua espessura é de 0,20 h, tal como foi definido no capítulo 3. A área máxima obtida para a escora é de 30 cm² (0,10 m x 0,30 m). Para a escora condicionante a análise estática da treliça determina um esforço axial de 380,66 kN, com o qual é calculado o valor da tensão, 12,68 MPa, inferior ao valor de cálculo da resistência à compressão do betão, $f_{cd} = 20,0$ MPa. Conclui-se que a escora está em segurança. Se a disposição regulamentar não se verificasse poderiam ser tomadas medidas alternativas, tais como, aumentar a classe de resistência do betão, ou, preferencialmente modificar o esquema do modelo de escoras e tirantes de modo a disponibilizar uma dimensão maior para o desenvolvimento da escora, sendo para isso necessário redefinir a treliça e recalcular os esforços. A verificação dos nós está automaticamente garantida ao existirem escoras sujeitas a tensões de tracção transversais, as quais implicam uma verificação mais condicionante ($f_{cd} \times 0,6v'$), que o tipo de nó mais desfavoráveis ($f_{cd} \times 0,75v'$).

O Quadro 5.1 apresenta, para as secções analisadas no capítulo anterior, (i) os valores da área de armadura longitudinal necessária na zona inferior da viga, evidenciando o aumento progressivo de taxa de armadura à medida que a distância à secção de meio-vão decresce, (ii) a armadura escolhida e (iii) a sua área nominal.

Quadro 5.1 – Armadura Longitudinal.

Barra	A_{req} [cm ²]	Armaduras adoptadas	A_s [cm ²]
A-B	3,28	2 ϕ 20	6,28
M-R	9,75	4 ϕ 20	12,57
J-N	9,58	4 ϕ 20	12,57
V-Z	11,91	4 ϕ 20	12,57

No lado direito da viga, quatro varões ϕ 20 devem ser prolongados até ao início do terceiro painel, a contar do apoio direito. Para o lintel situado na zona sobre a abertura, a armadura longitudinal escolhida é também de quatro varões ϕ 20, obtendo-se uma área que satisfaz o valor requerido de 9,58 cm². Verifica-se, deste modo, que o tirante condicionante está localizado a meio-vão.

O Quadro 5.2 apresenta a área de aço total correspondente a cada montante, o seu comprimento de influência e a área de armadura de esforço transversal por unidade de comprimento adotada.

Quadro 5.2 – Armadura Transversal.

Barra	A_{req} [cm ²]	Comp. Influência [m]	Armaduras adoptadas
C-D	2,70	0,50	φ 10 // 0.15
E-F	2,47	0,204	φ 10 // 0.125
K-M	6,34	0,306	φ 10 // 0.075
Q-R	1,17	0,408	φ 8 // 0.15
U-V	0,23		

Os comprimentos de amarração foram calculados de acordo com a secção 2.3.4. Para os varões com diâmetro de 20 mm, e considerando um recobrimento de 3 cm, foi obtido um comprimento de 0,56 m. Para os varões construtivos utilizaram-se varões de diâmetro com 16 mm.

Na Figura 5.2 representa-se uma proposta para pormenorização da armadura do exemplo de aplicação apresentado.

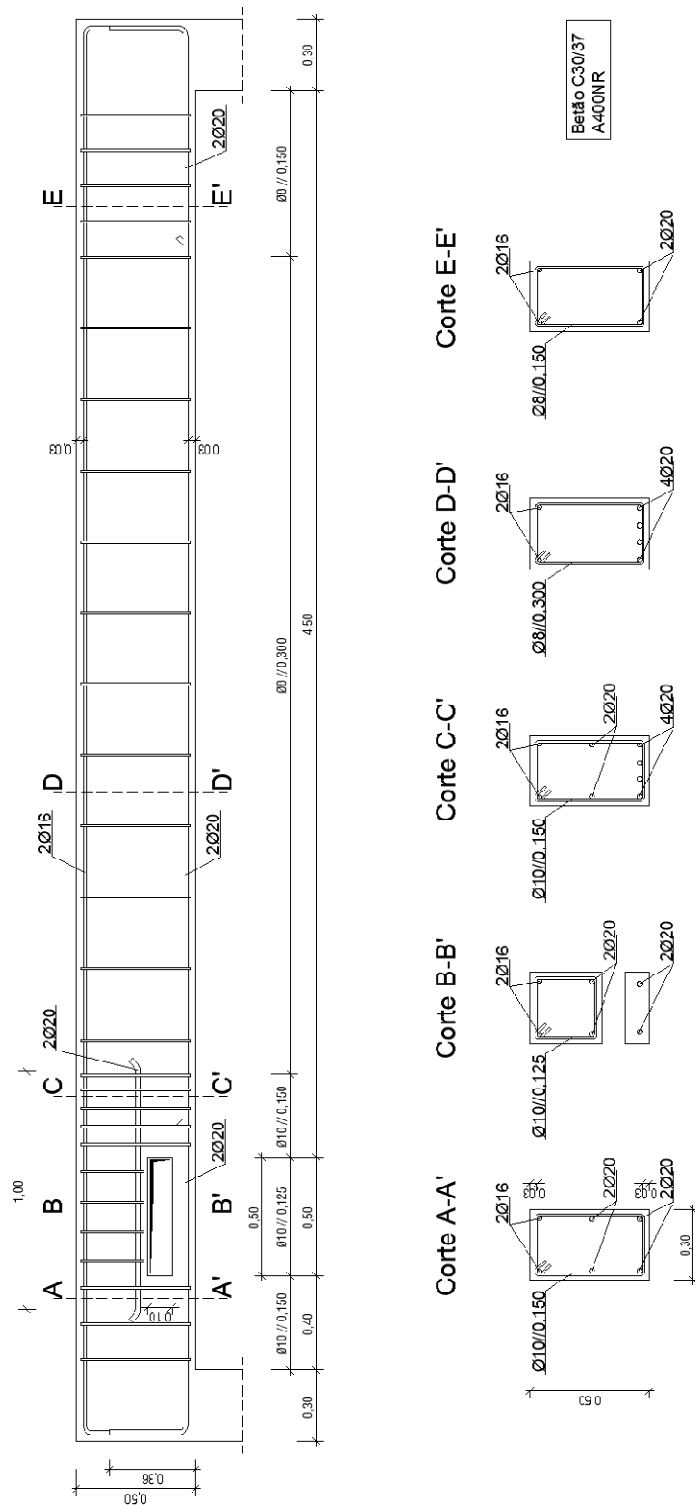


Figura 5.2 - Proposta para distribuição da armadura e respetivos cortes transversais da viga.

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

6.1 Conclusões Finais

Ao longo da dissertação são expostas recomendações práticas para o dimensionamento de vigas de betão armado com aberturas transversais, com base nas normas técnicas em vigor e na bibliografia da especialidade. Com base nestas recomendações é proposto um modelo de escoras e tirantes para vigas de betão armado simplesmente apoiadas com uma abertura inserida numa zona o mais próximo possível de um apoio.

No modelo apresentado na secção 3.1 é necessário ter em conta certos fatores, nomeadamente a inclinações das escoras diagonais e a largura das escoras, que condicionam directamente a dimensão máxima da abertura.

A partir do Capítulo 3 observa-se que, através da norma de segurança de betão armado em vigor (EC2) e da bibliografia especializada em modelos de escoras e tirantes e aberturas em vigas, é possível criar um modelo que verifique todas as disposições regulamentares analisadas no Capítulo 5.

Mediante a análise exposta no Capítulo 4, conclui-se que a inserção de uma abertura no modelo de escoras e tirantes provoca um aumento da quantidade de armadura necessária, nomeadamente na zona onde é introduzida a abertura. Este aumento da quantidade de armadura deve-se ao desvio das linhas isostáticas, à redução da área de betão disponível para resistir ao esforço transversal, à armadura construtiva inerente à abertura e à concentração de tensões nos cantos da abertura. Este aumento é mais significativo na armadura transversal. Por sua vez, na análise em termos de esbelteza, verifica-se que com o aumento da secção transversal da viga, há um aumento do incremento entre as áreas de armadura necessária das vigas com e sem aberturas, exceto para a zona de inserção da abertura onde se verifica uma diminuição do referido incremento.

6.2 Trabalhos Futuros

Apesar de o tema desta dissertação ser bastante abrangente, este documento acabou por se centrar num aspeto específico, ou seja, a introdução de aberturas em zonas junto a apoios, considerando para a análise apenas vigas simplesmente apoiadas com carregamento uniformemente distribuído. Por este motivo, torna-se interessante indicar algumas sugestões para trabalhos futuros.

Com vista a estabelecer conclusões mais gerais, seria recomendável efetuar uma análise paramétrica, de forma semelhante à análise realizada no capítulo 4, mas para diferentes valores da carga aplicada.

Para o desenvolvimento futuro deste tema propõe-se o estudo da influência de uma abertura em esquemas estruturais distintos do analisado, tais como vigas contínuas e pórticos, e o estudo comparativo entre vigas com aberturas com diferentes dimensões.

Por fim, sugere-se o estudo aprofundado de fenómenos associados aos estados limites de serviço, tais como fendilhação e deformação na viga, os quais podem ser severamente afetados pela introdução da abertura, com recurso aos modelos de escoras e tirantes adaptativos, anteriormente referidos.

7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ACI-318. (2011). "Building Code Requirements for Structural Concrete and Commentary". U.S.A: American Concrete Institute.
- Ahmed, A., Fayyadh, M., Naganathan, S., & Nasharuddin, K. (2012). "Reinforced concrete beams with web openings: A state of the art review". *Materials and Design*, 40, 90-102.
- Almeida, J. F., & Lourenço, M. S. (2013). "Adaptative Stress Field Models: Assessment of Design Models". *ACI Structural Journal*, 83-94.
- Amiri, S., Masoudnia, R., & Pabarja, A. (2011). "The Study of the Effects of Web Openings on Concrete Beams". *Australian Journal of Basic and Applied Sciences*, 547-556.
- Bastos, P. (2008). "Dimensionamento de Vigas de Concreto Amrmado à Força Cortante". São Paulo: UNESP.
- Camacho, J. (2003). "Curso de Concreto Armado". São Paulo: UNESP.
- CEB-FIP. (2010). "Structural Concrete - Textbook on behaviour, design and performance" (Vol. 2 e 4). Lausanne, Switzerland: International Federation for Structural Concrete.
- EC0. (2009). "Eurocódigo - Bases para o projecto de estruturas". Bruxelas: CEN.
- EC1. (2009). "Eurocódigo 1 - Acções em estruturas - Parte 1-1: Acções gerais". Bruxelas: CEN.
- EC2. (2010). "Eurocódigo 2 - Projecto de Estruturas de Betão - Parte 1.1: Regras Gerais e Regras para Edifícios". Bruxelas: CEN.
- Ferreira, M. (2012). "EvalS - Guia do Utilizador". Edição de Autor.
- Leonhardt, F., & Mönnig, E. (1977). "Construções de Concreto: Princípios Básicos do Dimensionamento de Estruturas de Concreto Armado". Rio de Janeiro: Editora Interciência.

- Mansur, M. (2006). "Design of Reinforced Concrete Beams with Web Openings". Asia-Pacific Structural Engineering and Construction Conference. Malaysia.
- Mansur, M., & Tan, K. (1999). "Concrete Beams with Openings: Analysis and Design". Singapore: CRC Press.
- Muttoni, A., Schwartz, J., & Thürlimann, B. (1997). "Design of Concrete Structures with Stress Fields". Berlin: Birkhäuser.
- Neves, C. (2002). "Diagramas de Esforços Internos em Estruturas Isostáticas". Lisboa: IST.
- Prentzas, E. G. (1968). "Behaviour and reinforcement of concrete beams with large rectangular apertures". Sheffield, U.K.: University of Sheffield.
- Reis, I. (2012). "Análise e Dimensionamento de Vigas de Betão Armado com Aberturas Utilizando o Modelo de Escoras e Tirantes". Coimbra.
- Schlaich, J., Schäfer, K., & Jennewein, M. (1987). "Toward a Consistent Design of Structural Design of Structural Concrete". PCI Journal, 74-92.
- Silva, R., & Giongo, J. (2000). "Modelos de Bielas e Tirantes Aplicados a Estruturas de Concreto Armado". São Carlos: EESC-USP.
- Silva, V. (2004). "Mecânica e Resistência dos Materiais" (3ª ed.). Coimbra: Editora Zuari.
- Somes, N., & Corley, W. (1974). "Circular openings in webs of continuous beams. Shear in Reinforced Concrete". Detroit, U.S.A: American Concrete Institute.

A. ANEXOS

Quadro A.1 – Esforço Axial na *Viga 1*.

Viga 1 (Sem abertura)		Viga 1 (Com abertura)			
Barra	Esforço A.[kN]	Barra	Esforço A.[kN]	Barra	Esforço A.[kN]
A-B	114.00	AC	161.09	QR	40.83
A-C	161.22	CD	93.91	QS	338.98
C-B	89.83	AB	113.91	RS	58.35
C-E	114.00	CE	113.91	RT	380.66
B-E	128.37	DE	134.20	ST	24.50
B-D	205.70	DF	95.86	SU	380.66
E-D	73.50	EF	85.74	TU	35.01
E-G	205.70	EG	209.77	TV	405.67
D-G	105.03	FG	122.53	UV	8.17
D-F	280.74	FH	183.39	VZ	414.01
G-F	57.17	GH	77.58		
G-I	280.74	GI	297.30		
F-I	81.69	HI	110.86		
F-H	339.09	HJ	262.59		
H-I	40.83	IJ	69.41		
I-J	339.09	IK	376.49		
H-J	58.35	JK	99.19		
H-K	380.78	KQ	333.44		
K-J	24.50	KL	220.51		
J-L	380.78	KN	233.41		
K-L	35.01	MO	338.98		
K-M	405.79	MN	315.09		
L-M	8.17	NQ	81.69		
L-N	405.79	KQ	280.62		
N-M	11.67	LM	220.51		
M-O	414.13	BM	113.91		
N-O	0.00	JLN	338.98		

Quadro A.2 – Esforço axial na *Viga 2*.

Viga 2 (Sem abertura)		Viga 2 (Com abertura)			
Barra	Esforço Axial [kN]	Barra	Esforço Axial [kN]	Barra	Esforço Axial [kN]
A-B	156.75	AC	221.78	MR	427.11
A-C	221.68	CD	123.82	MN	384.67
C-B	117.32	DB	0.00	NQ	91.59
C-E	156.75	AB	156.82	KQ	362.76
B-E	164.87	CE	156.82	KM	273.71
B-D	272.60	DE	174.02	AM	156.82
E-D	91.25	DF	122.28	MR	427.11
E-G	272.60	EF	110.79	QR	39.10
D-G	128.24	EG	279.10	QS	427.11
D-F	362.70	FG	155.70	RS	54.95
G-F	65.18	FH	231.68	RT	465.72
G-I	362.70	GH	97.75	ST	13.03
F-I	91.60	GI	388.50	SU	465.72
F-H	427.06	HI	137.38	TU	18.31
H-I	39.11	HJ	328.21	TV	478.59
I-J	427.06	IJ	84.72	UV	0.00
H-J	54.96	IK	485.04		
H-K	465.68	JK	119.06		
K-J	13.04	JN	411.87		
J-L	465.68	KM	273.71		
K-L	18.32	JN	411.87		
K-M	478.55	KN	293.09		
L-M	0.00	NO	0.00		

Quadro A.3 – Esforço Axial na *Viga 3*.

Viga 3 (Sem abertura)		Viga 3 (Com abertura)			
Barra	Esforço Axial [kN]	Barra	Esforço Axial [kN]	Barra	Esforço Axial [kN]
A-B	210.90	AC	297.92	KM	317.72
A-C	298.26	CD	158.86	JN	519.70
C-B	148.28	DB	0.00	MN	454.37
C-E	210.90	AB	210.66	NQ	90.87
B-E	212.05	CE	210.66	MR	535.47
B-D	362.49	DE	227.18	KQ	470.51
E-D	105.91	DF	162.40	QR	21.18
E-G	362.49	EF	137.68	QS	535.47
D-G	151.46	EG	373.06	RS	30.29
D-F	470.76	FG	196.89	RT	557.13
G-F	63.55	FH	303.16		
G-I	470.76	GH	116.50		
F-I	90.88	GI	513.82		
F-H	535.73	HI	166.60		
H-I	21.18	HJ	422.26		
I-J	535.73	IJ	95.32		
H-J	30.29	IK	632.92		
H-K	557.39	JK	136.31		
K-J	0.00	KN	363.50		