



FCTUC DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL
FACULDADE DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
UNIVERSIDADE DE COIMBRA

Avaliação das Tensões em Vigas de Betão Armado

Dissertação apresentada para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia Civil
na Especialidade de Estruturas

Autor

Helder Santos Fonseca

Orientadores

Adelino Vasconcelos Lopes

Sérgio Manuel Rodrigues Lopes

Esta dissertação é da exclusiva responsabilidade do seu autor, não tendo sofrido correcções após a defesa em provas públicas. O Departamento de Engenharia Civil da FCTUC declina qualquer responsabilidade pelo uso da informação apresentada

Coimbra, Julho, 2013

AGRADECIMENTOS

Um agradecimento muito especial aos meus pais, Henrique e Maria Isabel, pela paciência que sempre tiveram para comigo, pela educação que me deram ao longo de todos estes anos e pelo imenso esforço que realizaram para conseguir atingir este meu objectivo.

Um agradecimento também ele muito especial à minha irmã, Rita, pela paciência, pelo companheirismo e pelos conselhos dados ao longo da minha vida.

Um agradecimento pelas convivências e acima de todo pelo apoio aos meus amigos com os quais eu passei os meus anos académicos, são eles: Gonçalo, Romeiro, Miguel, Andriy e Cristovão.

Um agradecimento ao Professor Adelino Lopes e ao Professor Sérgio Lopes pela disponibilidade total e principalmente pelos conhecimentos académicos transmitidos.

Por fim, um agradecimento a todos os que fazem parte do Departamento de Engenharia Civil da Faculdade de Ciências e Tecnologias da Universidade de Coimbra, por contribuírem para o sucesso do meu objectivo pessoal e de fazerem do departamento uma referência de qualidade.

RESUMO

A evolução dos conhecimentos no mundo da Engenharia Civil e um maior domínio dos materiais, no caso particular do betão armado, permite o fabrico de estruturas com características melhoradas e com comportamento mais previsível. Contudo, a procura de soluções arquitetónicas arrojadas e económicas conduz à construção de estruturas cada vez mais esbeltas e flexíveis, aumentando deste modo os níveis de tensão instalados nos materiais, o que obriga a um aproveitamento criterioso dos mesmos.

Neste âmbito, o regulamento europeu para projectos de estruturas de BA, o Eurocódigo 2, indica para os Estados Limites de Utilização e em particular para a limitação das tensões nos materiais, quer no betão, quer no aço traccionado, diversos limites para a verificação da segurança, relativamente aos quais se constatou existirem algumas incongruências.

No seguimento desta necessidade, realizou-se uma análise de um conjunto de 9 vigas de BA de 5 autores distintos ensaiadas à flexão simples com o intuito de se avaliar rigorosamente as tensões no betão e no aço. De seguida confrontaram-se estes limites com o limite imposto ao nível do estado limite último. Para além disso, analisou-se a variação destas tensões com a carga, e também a variação das cargas relativas à imposição das limitações de tensões em função das características básicas supostas para os materiais.

ABSTRACT

The evolution of knowledge in the world of Civil Engineering and a better understanding of materials, particularly in the case of reinforced concrete RC, allows the construction of structures with improved characteristics and with a more predictable behavior. However, the demand for daring architectural solutions and the seek for economic building leads to increasingly slim and flexible structures, thereby increasing the internal stress levels in the materials and this requires a judicious use of the materials.

In this context, the European regulation for designing of RC structures, Eurocode 2, indicates for Service Limite States, and in particular for Stress Limitation in the material, either in the concrete or in the tensile steel, various limits for the safety compliance, for what was found that there are some inconsistencies were found.

As a result of this need, it was done an analysis of a set of 9 beams from 5 different authors was carried out. Such beams were tested to bending with the aim of accurately evaluate stresses in the concrete and the steel. Then these limits were compared with the limits of the Service Limite States. In addition, the variation of the stresses to the load was analyzed, as well as the variation of the loads relativity to the imposition of stress limitations according to the basic characteristics assumed for the materials.

ÍNDICE

1	INTRODUÇÃO.....	1
1.1	Enquadramento Geral.....	1
1.2	Organização do Documento.....	2
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	4
2.1	Comportamento de uma viga à flexão.....	4
2.2	Carga resistente.....	7
2.3	Características dos materiais.....	8
2.3.1	Betão.....	8
2.3.2	Aço.....	16
2.4	Estados Limites de Utilização.....	17
2.4.1	EC2.....	17
2.4.2	Model Code.....	18
2.4.3	REBAP.....	19
2.4.4	ACI 318-02.....	19
2.4.5	BS 8110.....	19
2.4.6	CSA A23.3-04.....	20
2.4.7	NBR 6118.....	20
2.4.8	Neville, A. (2002).....	20
3	PROGRAMA ANL.....	22
3.1	Teoria de Timoshenko.....	22
3.2	Algoritmo do programa momento-curvatura.....	30
3.3	Algoritmo do programa ANL incremental de carga.....	31
4	EXEMPLOS APLICADOS.....	33
4.1	Exemplo 1.....	35
4.2	Exemplo 2.....	39
4.3	Exemplo 3.....	44
4.4	Exemplo 4.....	49

4.5 Exemplo 5.....	52
5 ANÁLISE DA VARIAÇÃO DAS TENSÕES.....	57
5.1 Estudo da variação das tensões.....	57
5.2 Variação das características da viga BA.....	62
6 PRINCIPAIS CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS	67
6.1 Principais conclusões.....	67
6.2 Trabalhos futuros.....	68
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	69

SIMBOLOGIA

Letras maiúsculas latinas

A_c	Área da secção transversal do betão;
A_s	Área da secção de uma armadura de tracção para betão armado;
A'_s	Área da secção de uma armadura de compressão para betão armado;
$A_{s,min}$	Área da secção mínima de armaduras;
$A_{s,máx}$	Área da secção máxima de armaduras;
A_{sw}	Área da secção das armaduras de esforço transversal;
$E_{c,eff}$	Módulo de elasticidade efectivo do betão;
E_{cm}	Módulo de elasticidade secante do betão;
E_s	Módulo de elasticidade do aço;
F_c	Força de compressão do betão;
F_s	Força de tracção da armadura de tracção;
F'_s	Força de compressão da armadura de compressão;
G_F	Energia de fractura;
I	Momento de inércia da secção de betão;
L	Comprimento;
P	Carga;
P_{cr}	Carga crítica;
$P_{máx}$	Carga máxima;
M	Momento flector;
M_{cr}	Momento crítico;
M_R	Momento resistente;
S	Momento estático;

Letras minúsculas latinas

a	Distância;
b	Largura total de uma secção transversal;
d	Altura útil de uma secção transversal;

f_c	Tensão de rotura do betão à compressão;
f_{cd}	Valor de cálculo da tensão de rotura do betão à compressão;
f_{ck}	Valor característico da tensão de rotura do betão à compressão aos 28 dias de idade;
f_{cm}	Valor médio da tensão de rotura do betão à compressão;
f_{ctm}	Valor médio da tensão de rotura do betão à tracção simples;
f_y	Tensão de cedência à tracção do aço das armaduras para betão armado;
f_{yd}	Valor de cálculo da tensão de cedência à tracção do aço das armaduras para betão armado;
f_{yk}	Valor característico da tensão de cedência à tracção do aço das armaduras para betão armado;
h	Altura total de uma secção transversal;
$1/r$	Curvatura numa determinada secção;
t	Tempo considerado;
t_0	Idade do betão no momento do carregamento;
w	Largura de fendas;
x	Altura do eixo neutro;

Letras minúsculas gregas

α	Relação;
β	Coefficiente;
ζ	Coefficiente de distribuição;
ϵ_c	Extensão do betão à compressão;
ϵ_{cl}	Extensão do betão à compressão correspondente à tensão máxima f_c ;
ϵ_{cu}	Extensão última do betão à compressão;
ϵ_u	Extensão do aço das armaduras para betão armado à tensão máxima;
ϵ_{uk}	Valor característico da extensão aço das armaduras para betão armado na carga máxima;
μ	Momento reduzido;
ρ	Percentagem de armadura;
σ_c	Tensão de compressão no betão;
σ_{ct}	Tensão de tracção no betão;
σ_s	Tensão de tracção no aço;
φ	Diâmetro de um varão;
χ	Extensão de retracção;
ω	Percentagem mecânica de armadura;
ϕ	Coefficiente de fluência;

ABREVIATURAS

ACI	American Concrete Institute
ANL	Análise Não Linear
BA	Betão Armado
BS	British Standard
CSA	Canadian Standards Association
EC0	EuroCódigo 0
EC1	EuroCódigo 1
EC2	EuroCódigo 2
ER	Aço Endurecido a Frio
FORTTRAN	IBM Mathematical FORMula TRANslation System
MC	Model Code
M- χ	Curva momento-curvatura
NBR	Norma Brasileira
NRSD	Aço Laminado a Quente
REBAP	Regulamento de Estruturas de Betão Armado e Pré-esforçado
SLS	Estado Limite de Serviço
P- δ	Curva carga-deslocamento
ULS	Estado Limite Último

1 INTRODUÇÃO

1.1 Enquadramento Geral

Nos projectos de Engenharia Civil, o dimensionamento deve respeitar os estados limites durante toda a vida útil das estruturas. Como tal, tem de se certificar que sob as várias combinações de acções a estrutura permanece segura, respeitando o Estado Limite Último. É também necessário ter em atenção que durante as condições normais de serviço, as deformações e as fissuras dos diversos elementos não afectam a aparência, a durabilidade ou o desempenho da estrutura, isto é, deve assegurar-se que o Estado Limite de Serviço é cumprido.

Os Estados Limites de Serviço abrangem diversos aspectos, relacionados com uma melhor funcionalidade da estrutura e também com uma maior comodidade para os seus utilizadores. As verificações usuais para os Estados Limites de Serviço são: o controlo de fendilhação; o controlo da deformação; e a verificação da limitação de tensões e vibrações.

Segundo o EC2, a fendilhação deve ser evitada de modo a que não prejudique o funcionamento correcto ou a durabilidade da estrutura, nem torne o aspecto da mesma inaceitável. O controlo da deformação deve ser efectuado com o objectivo de não afectar a operacionalidade de uma dada estrutura, como também a operacionalidade de equipamentos mecânicos mais sensíveis e manter um aspecto desejável da estrutura. Este controlo é igualmente realizado para se evitar excessivas deformações que causariam a sensação de insegurança dos utilizadores e danos em elementos adjacentes, como a fissuração. A verificação da limitação das tensões é efectuada de forma a estabelecer um limite máximo para a tensão de compressão do betão e um limite máximo para a tensão de tracção do aço, de forma a se evitar a formação de fendas longitudinais, a micro-fendilhação, níveis de fluência elevados (nos casos em que possam ter efeitos inaceitáveis para a estrutura) e ainda deformações inaceitáveis. Portanto, verifica-se uma interligação entre objectivos, ou seja, da limitação das tensões dependem também os limites de deformação e de fendilhação, razão pela qual o estudo presente nesta dissertação é tão importante e necessário para o dimensionamento de estruturas de BA. De acordo com aquilo que adiante se expõe, não é apenas a limitação das tensões que interessa; a sua variação, relativamente à acção, necessita de ser considerada para se estudar as implicações ao nível da fadiga e da micro-fendilhação dos materiais, para não referir outros aspectos tais como a fluência não linear.

Neste contexto, o presente trabalho incide sobre a análise de um conjunto de vigas de BA ensaiadas à flexão simples, com o intuito de avaliar rigorosamente as tensões no betão e no aço, através de um programa ANL. Estes valores foram posteriormente confrontados com os limites regulamentarmente impostos. De referir que numa primeira etapa, os diagramas carga-deslocamento, obtidos teoricamente, foram comparados com diagramas experimentais de modo a validar as metodologias utilizadas.

Para além disso, efectuou-se ainda a comparação destes limites com outros limites impostos regulamentarmente, nomeadamente ao nível dos ULS. O objectivo consistiu em verificar a congruência entre estes valores. Fez-se uma análise mais detalhada às variações das tensões em função das cargas relativas. Os requisitos propostos no EC2 para as verificações da limitação de tensões foram igualmente avaliados.

1.2 Organização do Documento

A presente dissertação é constituída por 6 capítulos, em que cada um deles, quando necessário, se encontra organizado em secções e subsecções.

No actual capítulo realiza-se um enquadramento geral do tema abordado, apresentando as razões e os objectivos que levaram à realização da dissertação, assim como é descrita a estrutura do documento.

No capítulo que se segue são abordados os critérios gerais para a caracterização do comportamento dos materiais, nomeadamente, do betão e do aço. Também são expostas ainda algumas propostas para a limitação das tensões em peças de BA, principalmente segundo normativas mundiais.

No Capítulo 3 é descrito o programa ANL, e o sub-programa momento-curvatura utilizado para obtenção da curva momento-curvatura da peça de BA e das respectivas tensões e extensões, dos materiais constituintes.

O conjunto de vigas sujeitas a ensaios experimentais de flexão analisadas neste trabalho, é apresentado e estudado no Capítulo 4, segundo os objectivos já descritos: avaliação das cargas correspondentes aos limites de tensões regulamentares.

No Capítulo 5 são discutidos os problemas encontrados, com possíveis resoluções para estes e também são analisadas as variações das tensões de uma viga tipo, alterando alguns parâmetros das suas características fundamentais.

No Capítulo 6 são enunciadas as conclusões gerais a que se chegaram no estudo realizado ao longo deste projecto académico e são expostos alguns temas de estudo para futuros trabalhos.

Por fim, são enunciadas as referências bibliográficas.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Neste capítulo faz-se uma breve revisão do comportamento geral das estruturas de betão armado, nomeadamente das vigas sujeitas a flexão simples, apresenta-se o modo de caracterizar o comportamento mecânico dos materiais que constituem o betão armado, o betão e o aço, e alguns aspectos importantes relacionados com a limitação de tensões, os quais são vertidos das normas.

2.1 Comportamento de uma viga à flexão

Na Figura 2.1 apresenta-se um diagrama carga-deslocamento típico de uma viga de betão armado BA simplesmente apoiada, cujo comportamento manifesta normalmente três fases distintas, que são elas por ordem de aparecimento à resposta de um carregamento: a primeira é a fase não fissurada, também designada por fase elástica; a segunda é a fase fissurada onde se verifica um desenvolvimento das fissuras; a terceira é a fase plástica, também designada por patamar de plastificação. Estas três fases são delimitadas por três pontos, respectivamente: o ponto de fissuração, o ponto de cedência das armaduras e o ponto de carga máxima. de referir que a fase plástica não termina no ponto de carga máxima; prolonga-se até ao ponto de rotura, o qual não interessa aqui abordar.

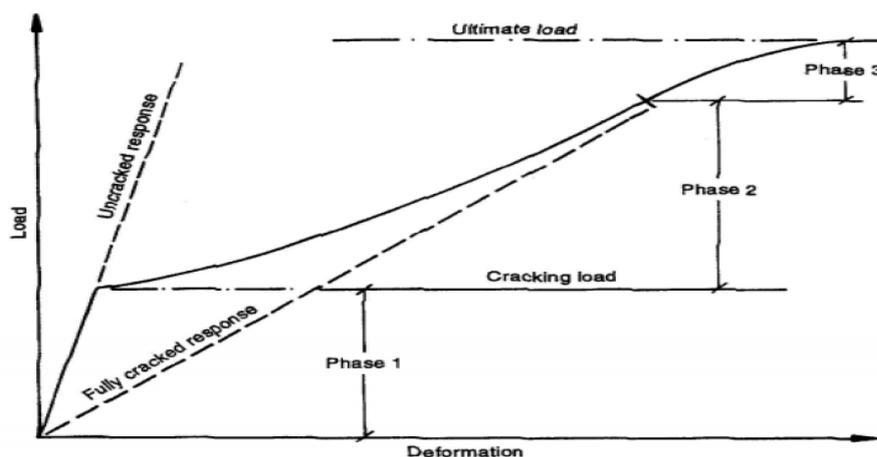


Figura 2.1- Diagrama carga-deslocamento típico de uma estrutura de BA (Beeby, 1995).

Segundo MacGregor (1992), inicialmente a viga sob acções relativamente fracas não apresenta fissuras tal como mostra a Figura 2.2(a). As extensões são muito pequenas e a distribuição de tensões é essencialmente linear. Esta primeira fase elástica, também denominada por Estado I, corresponde aos pontos do troço linear OB da Figura 2.3. O ponto B é assumido como sendo o ponto de fissuração, o qual ocorre quando as tensões na parte inferior da viga atingem a resistência à tracção do betão. Inicia-se portanto o processo de fissuração, conforme é exibido na Figura 2.2(b). Ao longo deste processo de fissuração, as forças de tracção do betão são transferidas para o aço. Consequentemente, de acordo com a distribuição de tensões da Figura 2.2(b), a secção efectiva de betão resistente aos momentos vai diminuindo, bem como a rigidez da viga, identificável na Figura 2.3 pela menor inclinação do troço BCD da curva momento-curvatura. Nesta fase fissurada, também designada de Estado II, ocorre um aumento da abertura das fissuras e da sua extensão. Mas, a distribuição de tensões no betão ainda é considerada aproximadamente linear, nos casos das vigas moderadamente armadas. O ponto D é assumido como sendo o ponto de cedência, quando a armadura de tracção atinge a cedência. A 3ª e última fase plástica, também assumida como Estado III, inicia-se no ponto D. O ponto E da Figura 2.3, correspondente à carga máxima da viga, condiz com o esmagamento do betão na zona comprimida, como se ilustra na Figura 2.2(c). Este ponto pode ser entendido como sendo o ponto de rotura da estrutura, caso se analise a estrutura numa perspectiva incremental relativamente ao carregamento, ou pode entender-se que o ponto de rotura ocorre quando a carga decresce uma dada percentagem da carga máxima, caso se analise a estrutura numa perspectiva incremental relativamente à deformação.

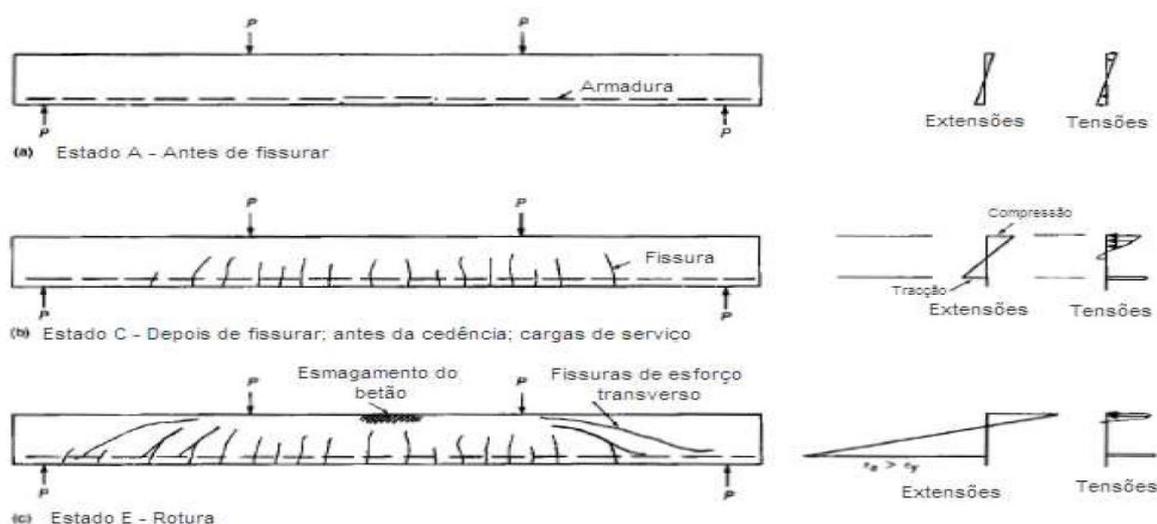


Figura 2.2- Padrão de fissuras e diagramas de extensões e tensões de uma viga (MacGregor, 1992).

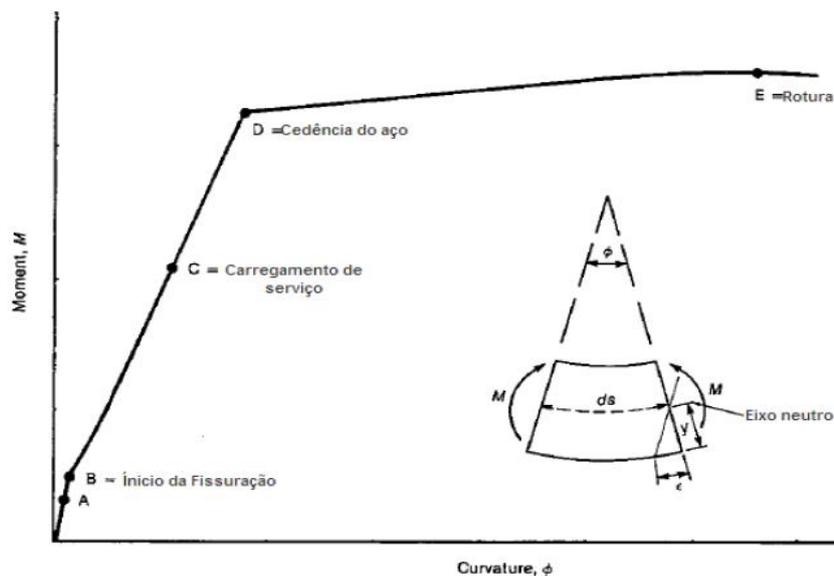


Figura 2.3- Diagrama momento curvatura de uma viga à flexão (MacGregor, 1992).

Também de acordo com Leonhardt e Monnig (1977), não surgem fissuras no Estado I enquanto a tensão devido à flexão for inferior à resistência de tracção do betão. Nesta fase emerge um sistema de tensões principais de tracção e de compressão representadas, respectivamente, pela isolinha a cheio e pela isolinha a tracejado na Figura 2.4. Assim que a resistência à tracção do betão é atingida, aparecem as primeiras fissuras na zona central da viga, estando portanto esta região no Estado II, enquanto as regiões exteriores à zona central da viga ainda se encontram no Estado I. No Estado II perde-se a homogeneidade revelada pelos materiais no Estado I.

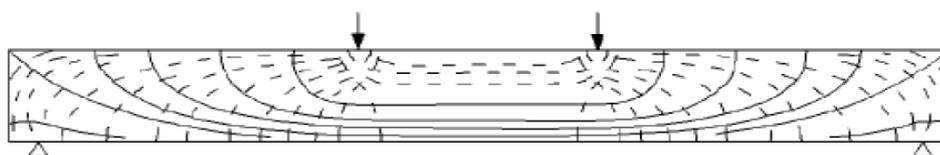


Figura 2.4- Trajectória de tensões principais de tracção e de compressão (Leonhard e Monnig, 1977).

2.2 Carga resistente

A carga resistente $P_{m\acute{a}x}$ correspondente à carga máxima atingida pela viga sujeita à flexão, pode ser avaliada indirectamente através do momento resistente M_r , que pode ser avaliado de diversas formas: na prática tanto pode ser calculado pelo EC2 como pelas fórmulas simplificadas presentes em Lima et al (1985).

O EC2 indica que para o cálculo do momento resistente se pode considerar uma distribuição rectangular de tensões no betão, conforme se ilustra na Figura 2.5. Para secções rectangulares, que são o caso das vigas analisadas ao longo da dissertação, o diagrama rectangular de tensões é o apresentado na Figura 2.6.

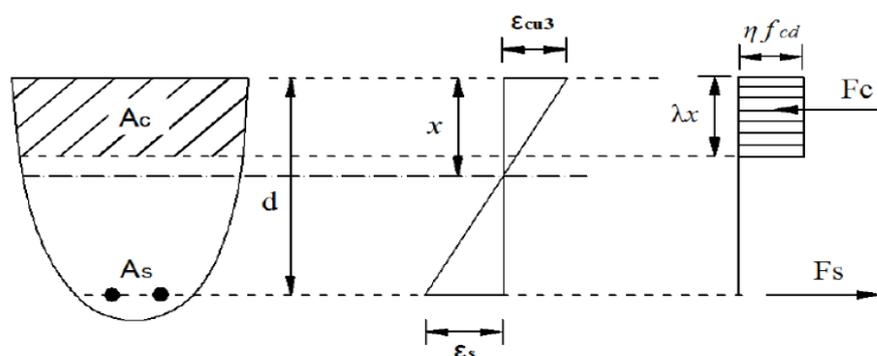


Figura 2.5- Distribuição rectangular de tensões (EC2).

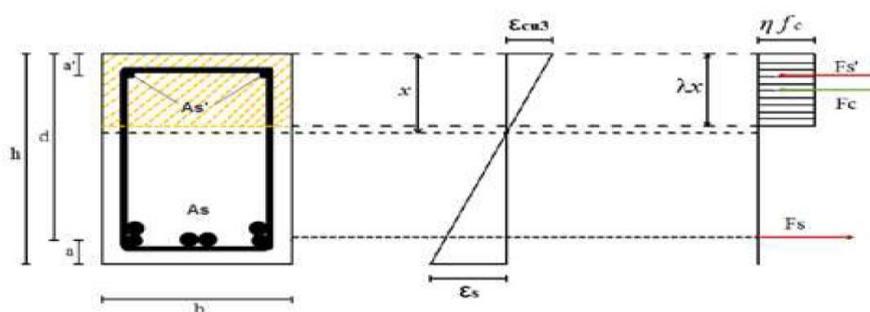


Figura 2.6- Diagrama rectangular de tensões para secções rectangulares (EC2).

Segundo o diagrama da Figura 2.6 e tendo em consideração o equilíbrio estático da secção obtêm-se as seguintes equações:

$$F_c + F'_s = F_s \leftrightarrow \lambda x * b * \eta * f_c + A'_s * f_y = A_s * f_y \quad (2.1)$$

$$M_R = F_c * \left(d - \frac{\lambda x}{2}\right) + F'_s * (d - a') \quad (2.2)$$

Nas equações anteriores, F_c é a força de compressão do betão, F_s é a força de tracção da armadura traccionada, F'_s é a força de compressão da armadura de compressão, A_s é a área de armadura traccionada, A'_s é a área de armadura de compressão, b é a largura total da secção transversal, d é altura útil de uma secção transversal e M_R é o momento resistente.

Trabalhando as equações anteriores, chega-se à Equação 2.3 para a determinação do momento resistente:

$$M_R = \lambda x * b * \eta * f_c * \left(d - \frac{\lambda x}{2}\right) + A'_s * f_y * (d - a') \quad (2.3)$$

De acordo com o EC2, para betões de resistência normal, isto é, quando o valor característico de resistência à compressão do betão é $f_{ck} \leq 50MPa$, os valores a adoptar são $\eta=1,0$ e $\lambda=0,8$.

Segundo as fórmulas simplificadas apresentadas em Lima et al (1985), o momento resistente é indirectamente determinado através do momento reduzido μ , que por sua vez é obtido pela percentagem mecânica de armadura ω .

$$\mu = \frac{M_R}{b * d^2 * f_c} \quad (2.4)$$

$$\mu = \omega * (1 - 0,605 * \omega) \quad (2.5)$$

$$\omega = \frac{A_s * f_y}{b * d * f_c} \quad (2.6)$$

2.3 Características dos materiais

2.3.1 Betão

O valor característico da resistência à compressão do betão f_{ck} é usualmente determinado a partir do valor médio correspondente f_{cm} , o qual é por sua vez avaliado em ensaios à compressão sobre cilindros, de diâmetro 15cm e comprimento 30cm, realizados aos 28 dias de idade do betão. De acordo com o proposto pelo EC2:

$$f_{ck} = f_{cm} - 8 \text{ (MPa)} \quad (2.7)$$

O valor médio da resistência à compressão do betão de um provete cúbico $f_{cm,cube}$, pode relacionar-se com f_{cm} por

$$f_{cm} = 0,8f_{cm,cube} \quad (2.8)$$

O valor médio da resistência à tracção simples f_{ctm} , para betões de classe inferior a C50/60, pode ser determinado pela seguinte expressão (tensões em MPA):

$$f_{ctm} = 0,30f_{ck}^{\left(\frac{2}{3}\right)} \quad (2.9)$$

O valor do módulo de elasticidade secante do betão E_{cm} pode ser avaliado, em GPa, com base na resistência média à compressão do betão, por

$$E_{cm} = 22 \left[\frac{f_{cm}}{10} \right]^{0,3} \quad (2.10)$$

O valor da extensão do betão à compressão no pico das tensões ε_{c1} é estimado pela seguinte expressão analítica:

$$\varepsilon_{c1} = 0,7f_{cm}^{0,31} < 2.8 \text{ (‰)} \quad (2.11)$$

Em geral, a extensão máxima e o coeficiente de Poisson são assumidos por $\varepsilon_{cul}=3,5\%$ e por $\nu=0,2$, respectivamente.

A retracção e a fluência são propriedades reológicas do betão. Os seus efeitos devem ser considerados na verificação dos estados limites últimos apenas se e só se forem significativos, como por exemplo, na verificação dos estados limites últimos de estabilidade quando são importantes os efeitos de segunda ordem. Noutros casos, não é necessário considerá-los desde que sejam suficientes a ductilidade e a capacidade de rotação dos elementos. Porém, se a fluência é encarada, os seus efeitos devem ser avaliados com a combinação quase-permanente de acções independentemente da situação de projecto considerada (EC2).

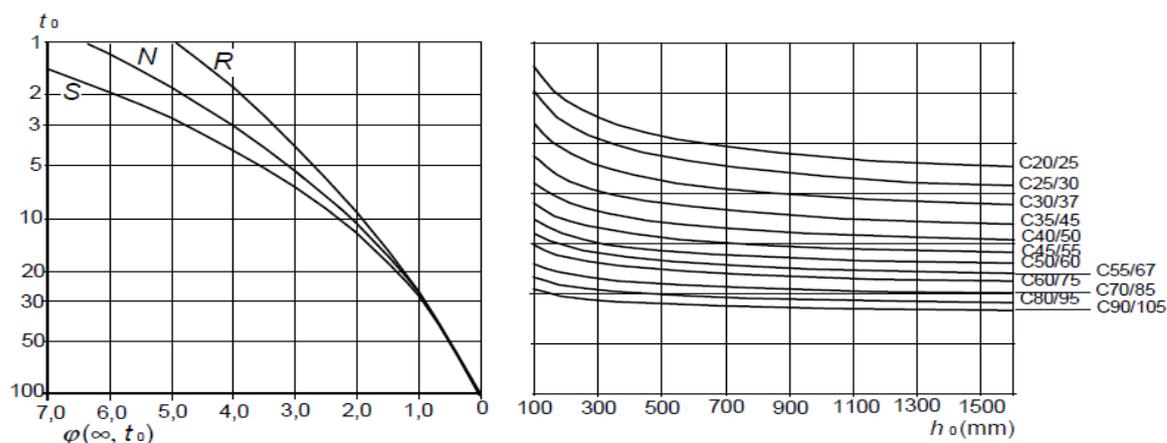
A fluência é um fenómeno diferido que está relacionado com a variação do volume da pasta de cimento que envolve os inertes, originando o aumento da deformação sob a acção de um

estado de tensão. Este efeito depende da humidade ambiente, das dimensões do elemento, da composição do betão, da idade do primeiro carregamento, assim como da duração e intensidade da carga.

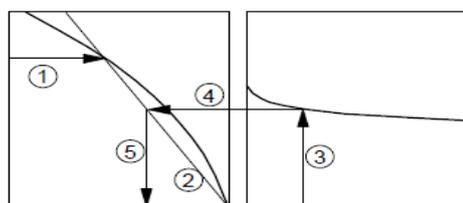
Se a tensão no betão para as acções quase-permanentes for inferior a $k_2 f_{ck}$, pode considerar-se que a fluência é linear, caso seja superior, deve considerar-se uma fluência não linear. O EC2 recomenda para k_2 o valor de 0,45. Geralmente o comportamento tensão-extensão devido à fluência é não linear. Como se pode constatar adiante, esta limitação é muito severa.

O método sugerido pelo EC2 para estimar o coeficiente de fluência $\varphi(t)$, no instante t , baseia-se nos gráficos da Figura 2.7 e da Figura 2.8, dependentes da humidade relativa RH, da espessura equivalente h_0 , e da idade do carregamento t_0 . A mesma normativa contabiliza o efeito de fluência no betão através do módulo de elasticidade efectivo $E_{c,eff}$, definido pela seguinte expressão

$$E_{c,eff} = \frac{E_{cm}}{(1+\varphi)} \quad (2.12)$$



a) ambiente interior - RH = 50 %



Nota:

- o ponto de intersecção entre as linhas 4 e 5 também pode estar acima do ponto 1
- para $t_0 > 100$ é suficientemente rigoroso considerar $t_0 = 100$ (e utilizar a linha tangente)

Figura 2.7- Método de determinação do coeficiente de fluência para betões em condições ambientais normais (continua).

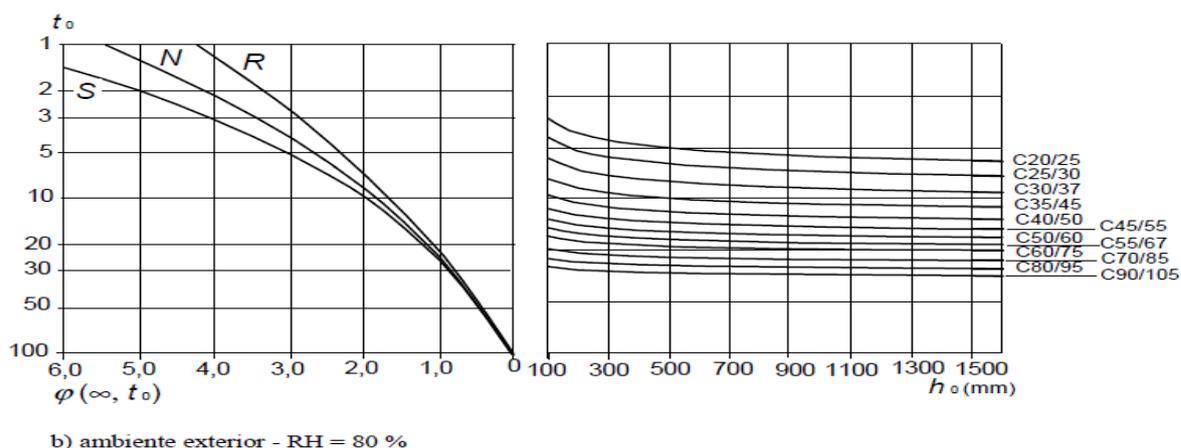


Figura 2.8- Método de determinação do coeficiente de fluência para betões em condições ambientais normais (final).

A retracção é também um fenómeno diferido que ocorre no betão, originando uma contracção de um dado elemento, provocado principalmente pela secagem do betão durante a fase de cura e durante o endurecimento ao longo dos anos. Este efeito depende da extensão total de retracção ε_{cs} e é independente do nível de tensão instalado. No caso da flexão, de acordo com o EC2, a deformação estrutural devido à retracção pode ser determinada com base na curvatura de retracção indicada por:

$$\frac{1}{r_{cs}} = \varepsilon_{cs} \alpha_{s,eff} \frac{S}{I} \quad (2.13)$$

Onde $\alpha_{s,eff}$ é o coeficiente de homogeneização efectivo, S o momento estático da secção da armaduras em relação ao eixo que passa pelo centro de gravidade da secção e I o momento de inércia.

O comportamento, a considerar para o betão, depende deste estar comprimido ou traccionado. Há que salientar que, no dimensionamento dos estados limites de serviço são considerados os valores médios e não os valores característicos.

Conforme o EC2, a relação tensão-extensão para o carregamento uniaxial de curta duração, para tensões σ_c e extensões ε_c de compressão expressas em valor absoluto, é dada pela expressão seguinte, a qual é apenas válida para $0 \leq |\varepsilon_{c1}| \geq |\varepsilon_{cu1}|$.

$$\sigma_c = f_{cm} \frac{k\eta - \eta^2}{1 + (k-2)\eta} \quad (2.14)$$

Em que:

$$\eta = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}} \quad (2.15)$$

$$k = \frac{1,05E_{cm}\varepsilon_{c1}}{f_{cm}} \quad (2.16)$$

Para simular os efeitos a longo prazo do betão, fluência e retracção, os parâmetros k e η seriam substituídos por:

$$\eta = \frac{(\varepsilon_c - \varepsilon_{cs})}{\varepsilon_{c1}(t)} \quad (2.17)$$

$$k = \frac{1,05E_c(t)\varepsilon_{c1}(t)}{f_{cm}} \quad (2.18)$$

Na Figura 2.9 exemplifica-se um caso particular de um betão de classe C20/25, com as características de resistência e de deformação indicadas no EC2, admitindo-se ainda um coeficiente de fluência $\varphi = 2$ e uma extensão de retracção $\varepsilon_{cs} = 3 \times 10^{-4}$ m/m. Verifica-se que o efeito de fluência aumenta as extensões para o mesmo valor de tensões, enquanto que o efeito de retracção efectua uma translação da curva tensão-extensão.

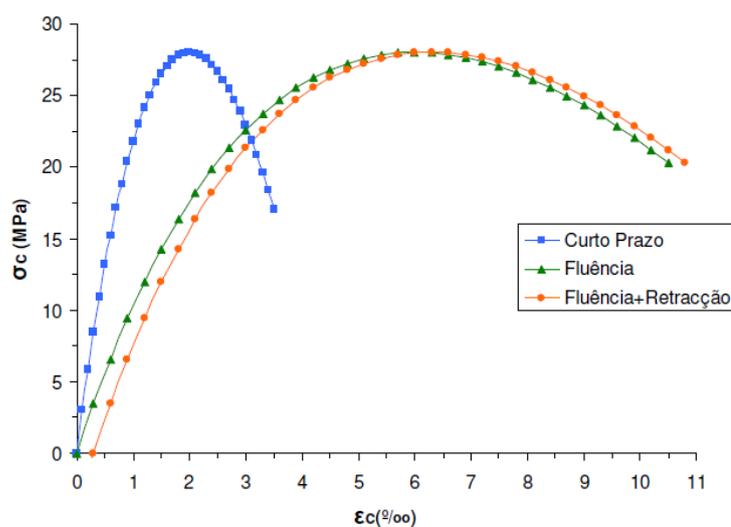


Figura 2.9- Diagrama tensões- extensões para um betão de classe C20/25.

O betão quando sujeito à compressão numa dada direcção, encontra-se geralmente impedido de se deformar livremente na outra direcção. Este fenómeno é conhecido por confinamento do betão. O impedimento pode ocorrer pela presença das armaduras, normalmente estribos e varões comprimidos, ou ainda no caso de peças de grandes dimensões.

O EC2 indica que o confinamento do betão provoca uma alteração da relação tensões-extensões. Refere também que, tanto a resistência, como as extensões últimas são mais elevadas. No dimensionamento pode encarar-se que as restantes características básicas do material não são alteradas.

Na ausência de dados mais precisos, pode utilizar-se a relação tensões-extensões representadas na Figura 2.10, onde as tensões e as extensões de compressão, consideradas positivas, atingem maiores valores característicos. Estes valores podem ser estimados através das quatro expressões que se seguem:

$$f_{ck,c} = f_{ck}(1,000 + 5,0 \sigma_2/f_{ck}) \rightarrow \sigma_2 \leq 0,05f_{ck} \quad (2.19)$$

$$f_{ck,c} = f_{ck}(1,250 + 2,5 \sigma_2/f_{ck}) \rightarrow \sigma_2 > 0,05f_{ck} \quad (2.20)$$

$$\varepsilon_{c2,c} = \varepsilon_{c2}(f_{ck,c}/f_{ck})^2 \quad (2.21)$$

$$\varepsilon_{cu2,c} = \varepsilon_{cu2} + 0,2 \sigma_2/f_{ck} \quad (2.22)$$

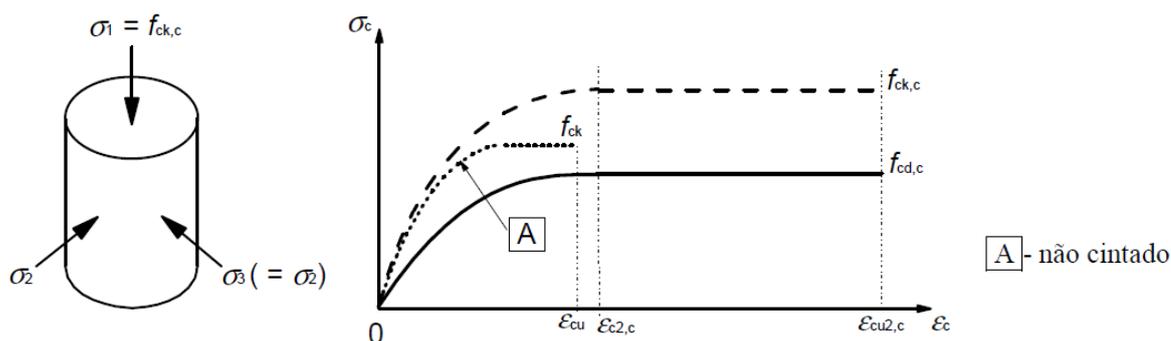


Figura 2.10- Relação tensões-extensões para betão confinado.

Paulay e Priestley (1992) reforçam esta ideia, que de forma sucinta, referem que o efeito do confinamento do betão resulta num aumento, quer da resistência à compressão, quer da extensão última do betão, como ilustra a Figura 2.11.

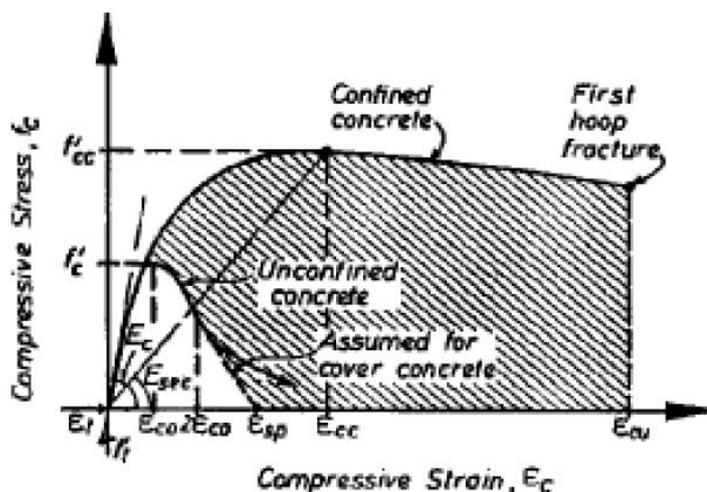


Figura 2.11- Diagrama de tensão-extensão do betão confinado e não confinado em compressão (Paulay e Prestley, 1992).

Em muitos casos, a extensão de compressão máxima do betão não confinado é inadequada para permitir à estrutura alcançar o nível de dimensionamento sem extensa fissuração do recobrimento. Quando o betão não confinado é sujeito a níveis de tensão de compressão próximos da resistência ao esmagamento, desenvolvem-se extensões de tracção elevadas, resultantes da formação e propagação de microfissuras longitudinais. Este facto leva à instabilidade da zona de compressão e conseqüente rotura. Particularmente susceptíveis são as potenciais regiões de rótula plástica em membros que suportam uma carga axial significativa. A rotura pode ocorrer, a menos que seja fornecida armadura transversal adequada para confinar o betão comprimido na região central e para prevenir a encurvadura da armadura longitudinal de compressão. A armadura transversal pouco espaçada conjugada com armaduras longitudinais actuam de forma a conter a expansão lateral do betão, permitindo tensões de compressão superiores e mais importante ainda, extensões de compressão bem mais elevadas, suportadas pela zona de compressão até ocorrer a rotura.

O comportamento do betão à tracção é um fenómeno que geralmente não se considera no dimensionamento. Não só porque é um comportamento mais imprevisível e difícil de descrever, mas principalmente porque a resistência do betão à tracção é muito reduzida, inferior a 1/10 da resistência à compressão e muito inferior à resistência das armaduras. A

dispensa deste comportamento do betão à tracção também se justifica por estar do lado da segurança da estrutura.

O Model Code (2010) sugere dois diagramas, apresentados na Figura 2.12, para caracterizar o comportamento do betão traccionado. O primeiro pretende modelar o comportamento numa fase prévia ao valor médio da tensão de resistência à tracção f_{ctm} , isto é, antes de ocorrer a formação de fissuras. Após a fissuração, o comportamento é traduzido por um segundo diagrama, em que a tensão não é em função da extensão σ_{ct} , mas sim da abertura de fendas w .

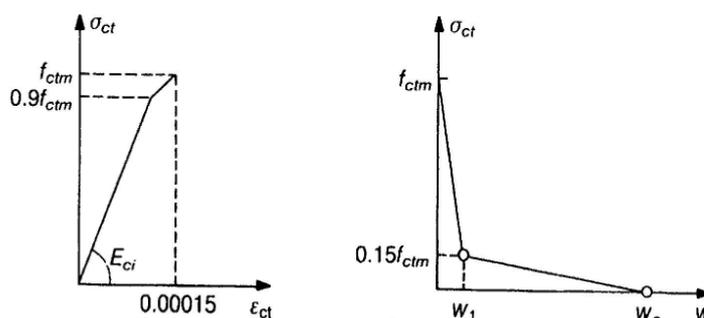


Figura 2.12- Diagrama de tensão- extensão e tensão- abertura de fendas para o betão traccionado.

Considerando um elemento de betão traccionado com distância entre fendas de b , é possível estimar a extensão última de tracção através da abertura máxima entre fendas w_c , definida por:

$$w_c = \alpha_F G_F / f_{cm} \quad (1.23)$$

Deste modo, a extensão última do elemento traccionado ε_{ctu} pode ser obtida pelo rácio entre a variação máxima do comprimento e o comprimento inicial, ou seja,

$$\varepsilon_{ctu} = \frac{w_c}{b} = \frac{G_F \alpha_F}{b f_{ctm}} \quad (2.24)$$

Considerando, simplifcadamente, uma variação linear até ao valor da tensão resistente à tracção, segundo o declive do módulo de elasticidade e uma fase descendente também linear até da extensão última do elemento traccionado, é possível obter o diagrama tensão-extensão.

$$\sigma_{ct} = \varepsilon_{ct} E_{cm} \quad \leftarrow \quad \varepsilon_{ct} \leq \varepsilon_{ctu} \quad (2.25)$$

$$\sigma_{ct} = f_{ctm} \left(1 - \frac{\varepsilon_{ct} - \varepsilon_{ct1}}{\varepsilon_{ctu} - \varepsilon_{ct1}} \right) \leftarrow \varepsilon_{ct} > \varepsilon_{ct1} \quad (2.26)$$

Em que ε_{ct1} é a extensão correspondente à tensão máxima de tracção, ou seja, $\varepsilon_{ct1} = \frac{f_{cm}}{E_{cm}}$.

2.3.2 Aço

O aço das armaduras utilizado em estruturas de betão armado é essencialmente caracterizado pelas suas tensões e extensões de cedência e de rotura. As armaduras de reforço do betão podem ser constituídas por aço laminado a quente, designado por NR, ou por um aço endurecido a frio, designado por ER. O aço laminado a quente ainda pode ser de ductilidade especial, designado então por NRSD, apresentando um valor superior para a extensão na tensão máxima ε_{su} . Para o aço NRSD $\varepsilon_{su} \geq 8\%$, enquanto que para o aço ER $\varepsilon_{su} \geq 2,5\%$.

O EC2 sugere um diagrama de tensões-extensões para ambos os tipos de aço, apresentados na Figura 2.13, onde a tensão de tracção σ_s e a extensão de tracção ε_s são indicadas em valor absoluto. Há que realçar que, a relação tensão-extensão antes da tensão de cedência de ambos os aços é linear, dependendo apenas do módulo de elasticidade. É neste domínio que se desenvolve esta dissertação.

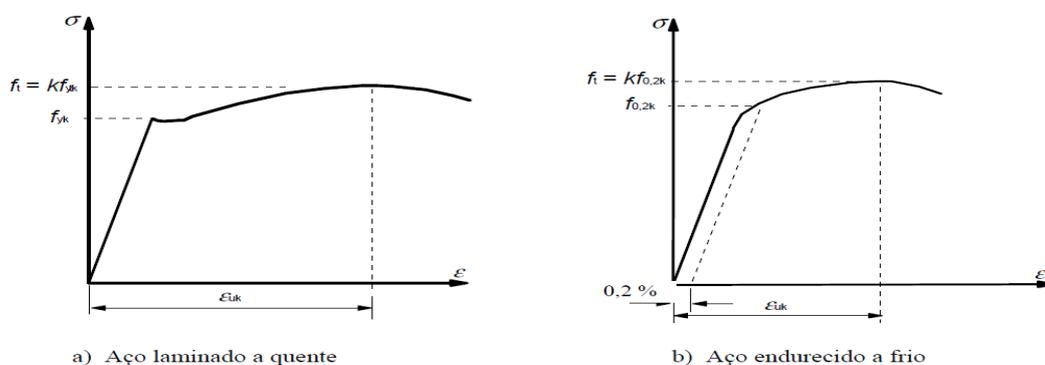


Figura 2.13- Diagrama tensões-extensões do aço típico de armaduras para betão armado.

Segundo o EC2, os valores mínimo e máximo da área de armadura traccionada, $A_{s,minx}$ e $A_{s,max}$, respectivamente, são recomendados pelas seguintes equações:

$$A_{s,máx} = 0,04A_c \quad (2.27)$$

$$A_{s,mín} = 0,26 \frac{f_{cm}}{f_{yk}} bd \quad (2.28)$$

Onde a percentagem de armadura é determinada por:

$$\rho = \frac{A_s}{bh} \quad (2.29)$$

2.4 Estados Limites de Utilização

O EC2 possui um capítulo dedicado ao dimensionamento aos estados limites de serviço. Porém outros estados limites, como por exemplo as vibrações, poderão ter a sua importância em certas estruturas, mas não são considerados nesta norma.

De acordo com o EC2, entende-se por Estados Limites de Serviço os estados que correspondem às condições para além das quais os requisitos de utilização especificados para uma estrutura, ou para um elemento estrutural, deixam de ser satisfeitos, colocando em causa o funcionamento da estrutura ou dos seus elementos estruturais em condições normais de utilização e/ou o conforto das pessoas e/ou o aspecto da construção.

Nas peças de BA são três as verificações a realizar: Limitação das tensões; Controlo da fendilhação; Controlo das deformações. Neste trabalho trata-se apenas o primeiro caso. As tensões, no betão e no aço, devem ser limitadas a fim de evitar deformações não elásticas assim como níveis de fendilhação ou de deformação inaceitáveis.

2.4.1 EC2

No que diz respeito à limitação de tensões, o EC2 indica que a tensão de compressão do betão deve ser limitada a fim de evitar a formação de fendas longitudinais, a micro-fendilhação ou ainda níveis de fluência elevados (ver ponto 2.4.1), nos casos em que possam ter efeitos inaceitáveis para o funcionamento da estrutura. As fendas longitudinais podem formar-se quando o nível de tensões, para a combinação característica de acções, exceder um valor crítico. Deste tipo de fendilhação pode resultar uma redução da durabilidade da estrutura. Na ausência de outras medidas, como por exemplo o aumento do recobrimento da armadura na zona de compressão ou a cintagem por meio de armaduras transversais, poderá ser apropriado limitar a tensão de compressão a um valor de $k_l f_{ck}$, sendo o valor recomendado $k_l = 0,6$, ou seja

$$\sigma_c < 0,6f_{ck} \quad (2.30)$$

Este limite é significativamente superior ao limite indicado para evitar a fluência não linear.

Para as tensões de tracção na armadura, a normativa europeia refere que estas devem ser limitadas a fim de evitar as deformações não elásticas assim como níveis de fendilhação ou de deformação inaceitáveis. Considera-se então que, um nível de fendilhação ou de deformação inaceitável é evitado se, sob a combinação característica de acções, a tensão de tracção na armadura não exceder k_3f_{yk} . Nos casos em que a tensão é devida a uma deformação imposta, a tensão de tracção não deve exceder k_4f_{yk} . Os valores recomendados para k_3 e para k_4 são 0,8 e 1, respectivamente, ou seja, para uma estrutura sujeita a um dado carregamento

$$\sigma_s < 0,8f_{yk} \quad (2.31)$$

2.4.2 Model Code

O Model Code também é um documento europeu que tem como objectivo servir de base para futuros códigos. Este documento tem em atenção os novos desenvolvimentos realizados nas estruturas de betão e os novos requisitos para se obter melhores comportamentos estruturais de acordo com os conhecimentos e ideias actuais. Neste sentido importa conhecer as directrizes deste documento posterior à versão actual do EC2.

A norma em questão cita que o dimensionamento aos estados limites de serviço é efectuado para que a estrutura e os seus elementos estruturais cumpram de forma adequada o uso normal para a qual foram projectados. Para tal, como no EC2, os Estados Limites Últimos tem em conta o controlo de deformação e de fissuração e a limitação de tensões.

Segundo o Model Code, a limitação da tensão de tracção do betão é realizada de forma a se reduzir a probabilidade de fissuração. Dependendo do estado limite considerado, podem ser aplicadas várias limitações de tensão. Sendo o estado limite de descompressão o mais relevante, este é definido como o estado onde a tensão do betão é inferior ou igual a zero em todas as direcções principais.

A limitação ao nível das tensões de compressão do betão é efectuada para se evitar deformações irreversíveis, como fissuras longitudinais paralelas às deformações de compressão. Deste modo, a tensão de compressão é limitada tal como é indicado no EC2.

A normativa refere ainda que, a tensão de tracção do aço sob condições de serviço pode levar a deformações plásticas do aço, que devem de ser evitadas, pois tal levará ao aparecimento de fissuras largas e permanentes. Para tal, a tensão do aço, para a combinação característica, não deve exceder o valor de $0,8f_{yk}$, tal como no EC2.

2.4.3 REBAP

A antiga norma portuguesa REBAP indica que a verificação da tensão de compressão máxima do betão tem como objectivo reduzir a possibilidade de ocorrência de deformações excessivas por fluência ou a fendilhação longitudinal por efeito das tensões transversais de tracção. Como tal a tensão de compressão do betão tem de ser inferior a $0,8f_{cd}$, para uma cura do betão superior a 28 dias e para a combinação rara, isto é

$$\sigma_c < 0,8f_{cd} = 0,8 f_{ck}/\gamma_c \quad (2.32)$$

Sendo o coeficiente de segurança para o betão γ_c definido no artigo 19º da mesma norma com o valor de 1,5, ter-se-á:

$$\sigma_c < \frac{0,8}{1,5} f_{ck} = 0,5f_{ck} \quad (2.33)$$

Esta norma não define qualquer limite para as tensões no aço.

2.4.4 ACI 318-02

A normativa americana indica, logo na sua primeira regra, que qualquer estrutura dimensionada com betão não pode estar sujeito a uma tensão de compressão inferior a 2500 psi, o equivalente a 17,2 MPa. No entanto, a mesma norma não refere qualquer limitação superior para a tensão de compressão do betão, o que face ao exposto anteriormente não é de todo compreensível. A limitação inferior terá a haver com a qualidade mínima a assegurar para o betão. Relativamente às tensões no aço, esta norma não define qualquer limite.

2.4.5 BS 8110

A antiga norma inglesa revelava algum cuidado com os estados limites de serviço, de forma a se projectar uma estrutura cómoda e que cumpra os serviços para a qual foi executada. A análise por ela requerida reside fundamentalmente no controlo da deformação e da fissuração,

dando também uma atenção à resposta do vento, principalmente à vibração em edifícios altos. No entanto, ao longo do seu documento não apresenta nenhuma limitação de tensões, quer para o betão, quer para o aço.

2.4.6 CSA A23.3-04

Esta norma Canadiana possui, também ela, um capítulo dedicado ao dimensionamento aos estados limites. Contudo, a análise a efectuar não necessita de uma verificação das tensões. Recomenda-se que a análise seja efectuada essencialmente sobre o controlo da deformação, da fissuração e da vibração.

2.4.7 NBR 6118

A norma brasileira cita que os estados limites de serviço encontram-se relacionados com a durabilidade, com a aparência das estruturas, com o conforto para os seus ocupantes e com uma boa utilização funcional das mesmas, seja por parte dos utilizadores ou por parte de equipamentos.

No que diz respeito à limitação de tensões, na subsecção 24.5.2 impõe-se que a tensão de compressão do betão deve ser limitada pela seguinte expressão:

$$\sigma_c < 0,85f_{cd} = 0,85 f_{ck}/\gamma_c \quad (2.34)$$

Indica ainda que, para todos os casos de aplicação de betão estrutural, se deve adoptar $\gamma_c=1,68$, pelo que:

$$\sigma_c < \frac{0,85}{1,68} f_{ck} = 0,5f_{ck} \quad (2.35)$$

Relativamente às tensões no aço, esta norma não define qualquer limite.

2.4.8 Neville, A. (2002)

Neville, A. (2002) aponta ser conveniente considerar a influência da tensão na fluência. Defende que existe uma proporcionalidade directa entre a fluência e a tensão aplicada, com a possível excepção de amostras carregadas numa idade muito precoce. Indica que esta proporcionalidade não possui limite inferior, porque o betão evidencia fluência mesmo com

uma tensão muito baixa. O limite superior da proporcionalidade é atingido quando a microfissuração grave se desenvolve no betão, a qual ocorre para uma tensão expressa como fracção da resistência, que é inferior em materiais mais heterogéneos.

Assim, o limite do betão verifica-se geralmente entre a 40% a 60% da tensão resistente, mas ocasionalmente, tão baixo como 30% e tão elevado como 75%. O último valor aplica-se ao betão de alta resistência. Na argamassa, o limite verifica-se na região de 80% a 85%. Como tal, é possível definir como limitação máxima para a generalidade dos betões:

$$\sigma_c < 0,6f_{ck} \quad (2.36)$$

3 PROGRAMA ANL

O programa ANL utilizado no estudo desta dissertação foi desenvolvido e implementado em FORTRAN. Este programa de análise não linear ANL do comportamento de vigas submetidas a esforços de flexão é o resultado de um outro escrito a partir de um programa de cálculo automático de estruturas reticuladas baseado em elementos de viga, que tinha como objectivo a análise de estruturas porticadas bidimensionais, cuja determinação de resultados era efectuada adoptando a metodologia dos elementos finitos, baseada em deslocamentos. De entre outras características, importa salientar que a matriz de rigidez e o vector solicitação elementares do elemento viga eram determinados com base na teoria de Timoshenko (Oñate, E., 1992 e Zienkiewicz, O.C. and Taylor, 1991).

Este programa ANL é constituído por duas partes que se complementam. Um primeiro algoritmo que determina a curva momento-curvatura $M-\chi$ de uma secção rectangular de betão armado, e um segundo que, suportado num algoritmo incremental de carga, determina a configuração geométrica e respectivos esforços para cada incremento.

Desta forma, antes de descrever o programa ANL utilizado, será apresentado de uma forma sucinta a teoria das vigas de Timoshenko.

3.1 Teoria de Timoshenko

A teoria de Timoshenko considera, para um campo de deslocamentos e de deformação de uma viga, três hipóteses base para a configuração da deformada do elemento, que são:

- os deslocamentos verticais de todos os pontos de uma secção transversal são pequenos e iguais aos do eixo da viga;
- o deslocamento lateral é nulo;
- as secções transversais normais ao eixo da viga antes da deformação permanecem planos mas não necessariamente ortogonais ao referido eixo depois da deformação.

A Figura 3.1 representa a configuração geométrica de um elemento de viga sujeito a flexão onde podem ser definidos alguns parâmetros relativamente aos deslocamentos e às deformações que se obtêm. Nesta figura, γ é a variação do ângulo formado entre a secção

transversal e o eixo da peça, em consequência das deformações de corte, $\theta(x)$ é a rotação transversal plana em torno do eixo y e $w(x)$ é o deslocamento vertical.

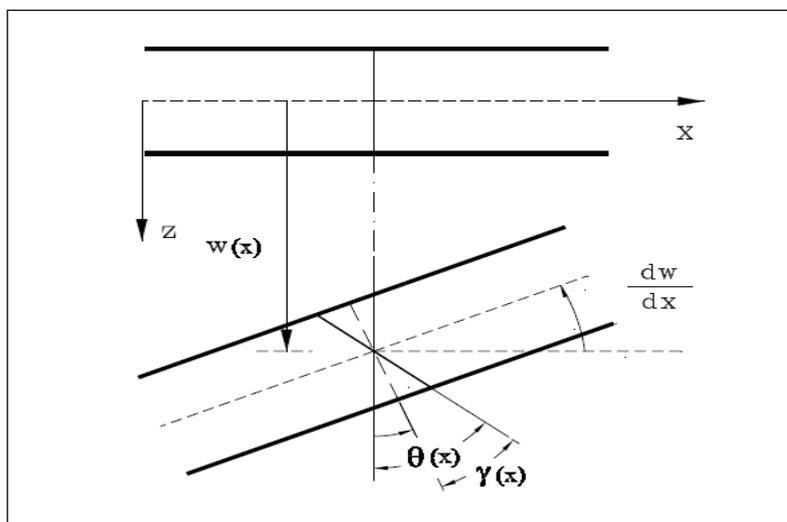


Figura 3.1- Hipótese base da viga de Timoshenko.

A análise da Figura 3.1 permite ainda concluir que dada a existência da deformação por corte, o valor da rotação não pode ser determinado directamente a partir da inclinação do eixo da peça, que é conhecida e é definida pela grandeza dw/dx . Para caracterizar o campo de deslocamentos numa viga de Timoshenko é necessário considerar duas grandezas independentes, as quais correspondem ao campo de deslocamentos $w(x)$, e ao campo de rotações $\theta(x)$.

De acordo com a Figura 3.2, o valor das translações $u_x(x,y,z)$ e $u_z(x,y,z)$, num ponto qualquer da secção transversal de coordenada x , é determinado pelas seguintes expressões:

$$\begin{cases} u_x(x,y,z) = z\theta(x) \\ u_z(x,y,z) = w(x) \end{cases} \quad (3.1)$$

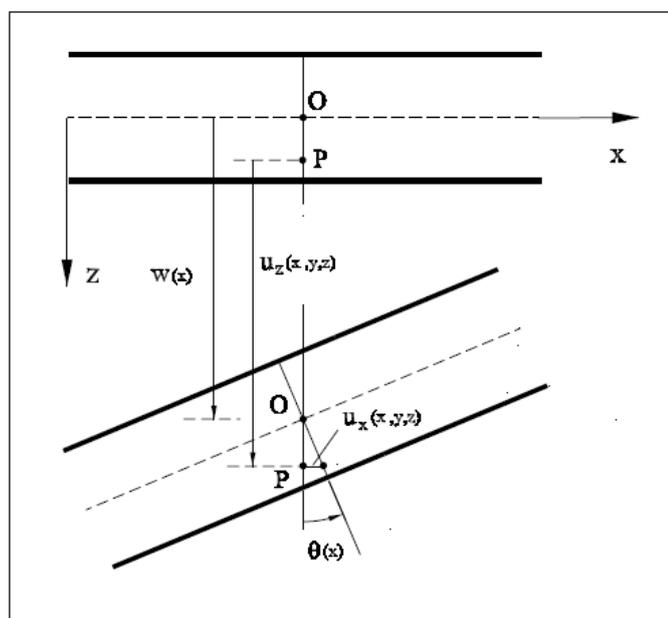


Figura 3.2- Campos de deslocamento numa viga de Timoshenko.

Para qualificar a mudança de geometria, que pode ocorrer num elemento de viga, são necessários dois campos de deformação independentes. Um para definir a deformação por flexão e outro para especializar a deformação de corte. Para que exista deformação por flexão, é necessário que as fibras longitudinais, fibras com a direcção do eixo da peça, sofram extensões axiais. Desta forma, é possível calcular as extensões axiais em função dos deslocamentos pela expressão que se segue:

$$\varepsilon_{xx} = \frac{du_x(x,y,z)}{dx} = z \frac{d\theta(x)}{dx} \quad (3.2)$$

A Expressão 3.2 determina que valores não nulos para o campo de extensões têm como consequência a presença de deformações por flexão e vice-versa. Caso o campo de rotações seja nulo ou constante, não há qualquer deformação por flexão. A mesma expressão possibilita ainda conferir que quanto maior for a variação da rotação θ maior será a deformação por flexão. Neste caso, a curvatura χ é dada por:

$$\chi(x) = \frac{d\theta(x)}{dx} \quad (3.3)$$

Para descrever a deformação por corte é essencial determinar a variação angular de duas fibras inicialmente perpendiculares e dispostas segundo as direcções x e z .

$$\gamma(x) = \gamma_{xz} = \frac{du_x(x,y,z)}{dz} - \frac{du_z(x,y,z)}{dx} = \theta(x) - \frac{dw(x)}{dx} \quad (3.4)$$

Na Figura 3.3 representam-se as tensões e os esforços que intervêm na caracterização do comportamento da secção transversal de uma viga.

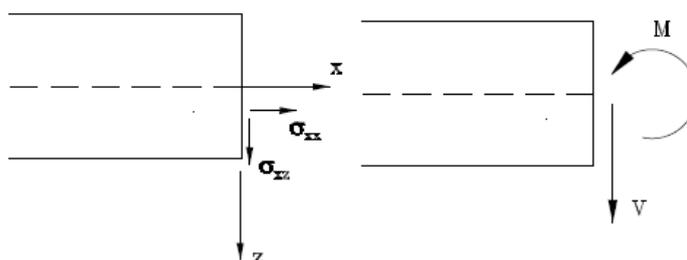


Figura 3.3- Campos de esforços numa viga.

Os campos de esforços correspondem às resultantes das componentes do tensor das tensões definidas ao longo da secção transversal. O momento flector $M(x)$, resulta dos momentos provocados pelas componentes axiais das tensões $\sigma_{xx}(x,y,z)$ na secção transversal Ω :

$$M(x) = \int_{\Omega} z \sigma_{xx}(x, y, z) d\Omega \quad (3.5)$$

A integração na secção transversal da componente $\sigma_{xz}(x,y,z)$ dá origem ao esforço transverso $V(x)$:

$$V(x) = \int_{\Omega} \sigma_{xz}(x, y, z) d\Omega \quad (3.6)$$

Tendo em conta as Expressões 3.3 e 3.4, é possível reescreve-las sobre o formato matricial, permitindo assim relacionar os campos de deformação com os campos de deslocamento, isto é permite chegar a condições de compatibilidade.

$$\begin{bmatrix} \chi(x) \\ \gamma(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{d}{dx} & 0 \\ 1 & \frac{d}{dx} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta(x) \\ -w(x) \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

O desenvolvimento da Expressão (3.5) conduz a:

$$M(x) = \int_{\Omega} z \sigma_{xx}(x, y, z) d\Omega = \int_{\Omega} z E \varepsilon_{xx}(x, y, z) d\Omega \quad (3.8)$$

Onde E representa o módulo de elasticidade do material. Substituindo na expressão anterior as Expressões (3.2) e (3.3), obtém-se:

$$M(x) = \int_{\Omega} z^2 E \chi(x) d\Omega = E \int_{\Omega} z^2 \chi(x) d\Omega = EI \chi(x) \quad (3.9)$$

Onde I representa o módulo de inércia da secção transversal. Desenvolvendo também a Expressão (3.6) chega-se a:

$$V(x) = \int_{\Omega} \sigma_{xz}(x, y, z) d\Omega = \int_{\Omega} G \gamma_{xz}(x, y, z) d\Omega = \int_{\Omega} G \gamma(x) d\Omega = GA \gamma(x) \quad (3.10)$$

Onde G corresponde ao módulo de distorção, que é definido por:

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (3.11)$$

Sendo ν o coeficiente de Poisson do material estrutural.

Na obtenção da Expressão (3.10) considerou-se de forma incorrecta que existe uma distribuição uniforme de tensões tangenciais σ_{xz} , ao longo da secção transversal. É possível verificar que tal não pode acontecer realmente, tendo em consideração as expressões de equilíbrio da elasticidade tridimensional, como se demonstra na Figura 3.4. Assim sendo, é imprescindível introduzir na relação constitutiva da Expressão (3.10) um factor correctivo que visa ter em conta a não uniformidade da distribuição das tensões tangenciais.



Figura 3. 4- Tensões na secção transversal (Onâte, E., 1992).

Por essa razão, a área da secção transversal, A , é substituída pela área reduzida de corte A_c , definida por:

$$A_c = kA \quad (3.12)$$

Para secções rectangulares é usual considerar 5/6 para o factor de forma k .

A relação constitutiva passa então a ser igual:

$$V(x) = GA_c \gamma(x) \quad (3.13)$$

Tendo em conta as Expressões (3.9) e (3.13), podem escrever-se as seguintes relações constitutivas em formato matricial.

$$\begin{bmatrix} M(x) \\ V(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} EI & 0 \\ 0 & GA_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \chi(x) \\ \gamma(x) \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

A expressão anterior permite identificar o operador elástico $[D]$, o qual será utilizado no desenvolvimento da formulação de elementos finitos.

$$[D] = \begin{bmatrix} EI & 0 \\ 0 & GA_c \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

As relações entre os campos de esforços e os carregamentos de vão aplicados devem ser estabelecidas com as condições de equilíbrio no domínio. Para se estabelecerem as condições de equilíbrio, considera-se o diagrama de corpo livre de um troço infinitesimal de viga, tal como se apresenta na Figura 3.5. Como carregamentos consideram-se cargas transversais e momentos distribuídos aplicados e como o troço considerado é infinitesimal, é praticável encarar que as cargas são constantes no intervalo examinado.

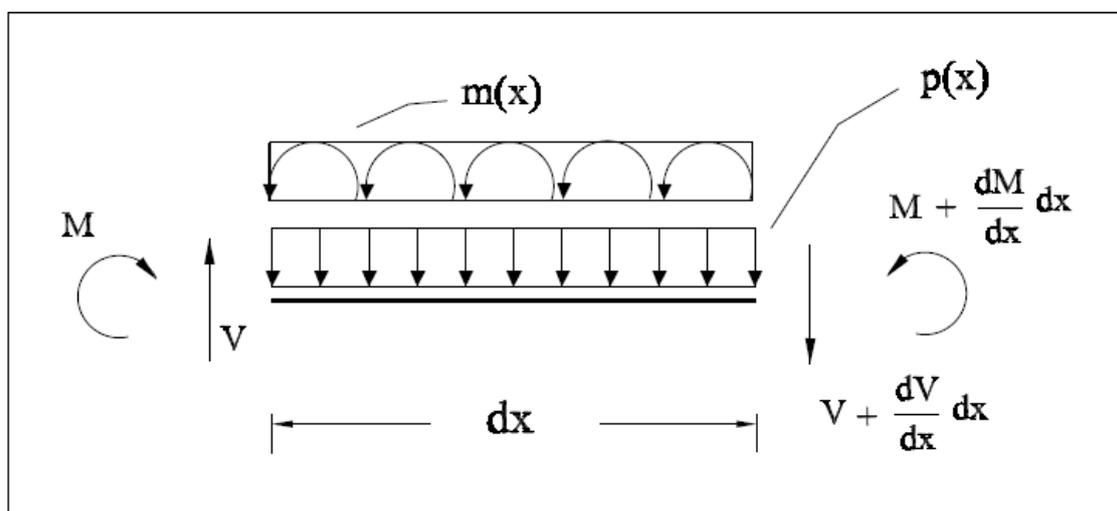


Figura 3.5- Diagrama de corpo livre de um trecho infinitesimal de viga.

O estabelecimento da condição de equilíbrio na direcção vertical origina a seguinte expressão:

$$\sum F_v = 0 \Rightarrow V - \left(V + \frac{dV}{dx} dx \right) - p dx = 0 \quad (3.16)$$

Simplificando, obtêm-se a primeira condição de equilíbrio.

$$\frac{dV(x)}{dx} + p(x) = 0 \quad (3.17)$$

Impondo que o momento resultante calculado em relação ao extremo inicial do trecho infinitesimal se deve anular, tem-se:

$$\sum M = 0 \Rightarrow M + \frac{dM}{dx} dx - M + m dx - V dx - \frac{dV}{dx} dx dx - p dx \frac{dx}{2} = 0 \quad (3.18)$$

Desprezando infinitésimos de ordem superior, chega-se à segunda condição de equilíbrio.

$$\frac{dM(x)}{dx} + m(x) - V(x) = 0 \quad (3.19)$$

Assim, as condições de equilíbrio podem ser escritas da seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} \frac{d}{dx} & -1 \\ 0 & \frac{d}{dx} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M(x) \\ V(x) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} m(x) \\ p(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

A solução exacta para uma viga de Timoshenko deve satisfazer em simultâneo as condições de equilíbrio, elasticidade e equilíbrio no domínio. No entanto, deve ter também em consideração as condições de fronteira. As condições de fronteira podem ser de dois tipos. Condições de fronteira cinemática, nas quais se especifica qual o valor dos deslocamentos numa determinada fronteira, e as condições de fronteira estática, as quais passam pela imposição de um determinado valor para as cargas directamente aplicadas nessa fronteira.

Considera-se que as extremidades da viga podem ser encastradas, apoiadas ou livres, como se ilustra na Figura 3.6.

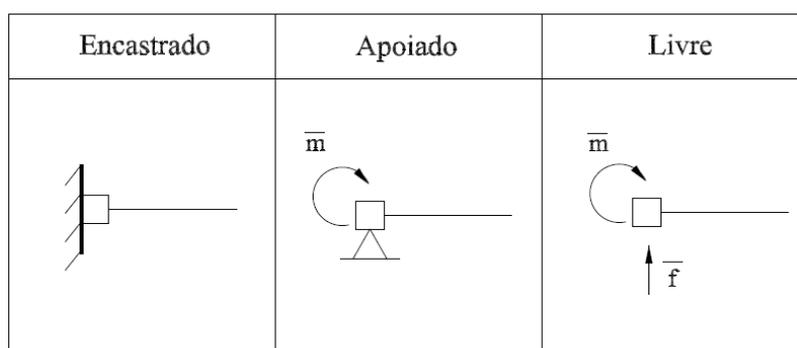


Figura 3.6- Tipos de apoio.

Numa extremidade encastrada há duas condições de fronteira cinemática a verificar, que são o deslocamento transversal e a rotação que devem ser nulos. Se esse apoio se encontrar no nó inicial, então é possível escrever que:

$$w(x = 0) = 0 \quad ; \quad \theta(x = 0) = 0 \quad (3.21)$$

Numa extremidade apoiada, o deslocamento transversal deve ser nulo e o momento flector deve ser igual ao momento concentrado que eventualmente aí esteja aplicado. Particularizando de novo para o nó inicial, ter-se-á:

$$w(x = 0) = 0 \quad ; \quad M(x = 0) = \bar{m} \quad (3.22)$$

Numa extremidade livre especificam-se duas condições de fronteira estática. O momento flector e o esforço transversal devem ser iguais às cargas concentradas que nessa secção possam estar aplicadas.

$$V(x = 0) = \bar{f} \quad ; \quad M(x = 0) = \bar{m} \quad (3.23)$$

3.2 Algoritmo do programa momento-curvatura

O programa numérico momento-curvatura tem por objectivo a determinação da evolução dos momentos flectores para uma secção transversal rectangular de betão armado sujeita a curvaturas sucessivamente crescentes. Para o efeito, considera uma hipótese base da teoria das vigas de Timoshenko, uma secção transversal rectangular inicialmente plana e que se mantém plana após a deformação, admitindo-se também que o esforço axial é nulo, como é o caso das vigas analisadas no decorrer da dissertação.

O esquema geral de funcionamento do programa momento-curvatura pode resumir-se da seguinte forma (Neiva, D. A., 2012):

1. Definição da geometria da secção e das propriedades dos materiais;
2. Subdivisão da parte de betão em áreas finitas;
3. Incremento do valor da curvatura;
4. Determinação das extensões no aço e em cada área finita de betão a partir da curvatura e da posição do eixo neutro;
5. Avaliação das tensões no e em cada área finita de betão com base nos diagramas tensão-extensão de comportamento dos materiais,
6. Integração das tensões nos aços e nas áreas finitas de betão de forma a obter as forças no aço e no betão e o correspondente momento flector da secção;
7. Avaliação do desequilíbrio entre as forças de tracção e de compressão;
8. Correção da posição do eixo neutro de modo a anular o desequilíbrio anterior;
9. Repetir a partir do passo 3. até que exista rotura da secção, isto é, até que exista uma redução significativa dos momentos resistentes.

Há que salientar que com este programa se podem obter outros resultados em função do momento instalado na secção transversal ou da curvatura tais como: extensões, tensões, forças no aço ou no betão e a posição do eixo neutro.

Neste contexto, quer para a velocidade com que se avança ao longo da curvatura, quer para a precisão desta metodologia de cálculo da curva momento-curvatura, é essencial a definição de três parâmetros: a dimensão das áreas finitas de discretização da parte de betão; a referida alteração da posição do eixo neutro de modo a garantir o equilíbrio das forças na secção transversal; a admissibilidade do equilíbrio da secção, ou seja, da definição do critério de convergência deste programa.

Para o primeiro parâmetro assume-se a subdivisão da secção transversal em fatias horizontais de igual altura. O número de fatias é tal que a altura seja inferior a 1mm , com um máximo de 200. O objectivo desta discretização consiste em obter uma área finita onde se possa considerar aproximadamente constante a extensão no betão.

Relativamente ao segundo parâmetro, admite-se, no início de cada incremento, um valor inicial na ordem de $h/20$, o qual vai sucessivamente sendo refinado até ultrapassar o limite de $h/1000$. O refinamento ocorre sempre que se altere o sinal do desequilíbrio das forças. Este critério é algo conservador, uma vez que se verifica uma sensibilidade demasiado elevada das forças e do momento relativamente a este parâmetro.

Há que mencionar que o critério anterior funciona em conjunto com o assumido para terceiro parâmetro, cujo valor para admissibilidade de equilíbrio da secção é limitado por $1E-8^a_s f_y$, ou seja, verificado o limite para a posição do eixo neutro, exige-se que seja praticável verificar este limite. Caso contrário, termina a execução. Contudo, pode suceder que a verificação deste critério dispense a verificação do segundo critério. O reduzido valor deste último critério de convergência é uma forma severa de restringir todo este processo, impondo por esta via o rigor suficiente para determinar todos os resultados pretendidos.

3.3 Algoritmo do programa ANL incremental de carga

A segunda parte do programa incremental de carga, denominado por ANL, determina os deslocamentos nos nós da viga, constituída por elementos de viga de secção rectangular de betão armado. A modelação dos elementos finitos constituintes da grelha é efectuada através de elementos tipo viga de dois nós, formulados seguindo a teoria de Timoshenko, como se pode visualizar na Figura 3.7.

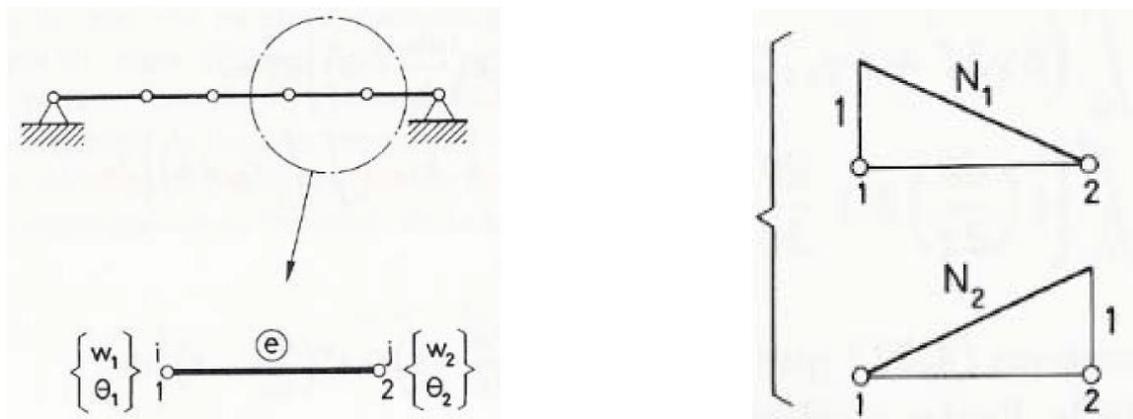


Figura 3.7- Viga de Timoshenko de dois nós (Oñate, E., 1992).

As deformações, isto é, os deslocamentos nodais, são calculadas com recurso a um algoritmo incremental de carga até se atingir a valor máximo. Em cada incremento, o programa determina uma nova configuração geométrica da viga, ou dito de outra forma, obtém um conjunto de deslocamentos nodais, a que lhe corresponde um dado vector de forças internas capaz de equilibrar as forças externas aplicadas. Este processo é fundamentado num sub-processo iterativo apresentado na Figura 3.8. Caso não sejam verificados os critérios de convergência, o sub-processo é repetido. Sendo verificados, é incrementado o valor da carga pretendida, procurando novamente a geometria de equilíbrio. Porém, se não for exequível equilibrar internamente as acções externas, o algoritmo termina, considerando-se que a estrutura atingiu a sua capacidade máxima de carga.

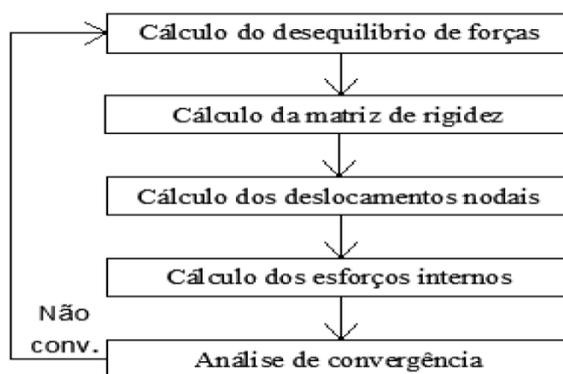


Figura 3.8- Organigrama do sub-processo iterativo do programa ANL.

4 EXEMPLOS APLICADOS

Nesta fase serão expostas e analisadas diversas vigas ensaiadas à flexão. Os resultados teóricos serão graficamente confrontados com resultados obtidos em ensaios experimentais. Estes ensaios estão presentes em vários documentos publicados, desde teses académicas a artigos científicos, os quais foram consultados através de pesquisa. As vigas aqui estudadas não só apresentam dimensões variáveis, como também materiais de classe de resistência distintos, tornando assim a análise realizada mais abrangente.

Como já foi referido anteriormente, os valores da extensão e da tensão foram obtidos pelo programa momento-curvatura e pelo programa ANL incremental de carga, ambos descritos no Capítulo 3. De forma a se comprovar que os valores utilizados no estudo desta dissertação são bastante aproximados com os resultados experimentais dos respectivos documentos, serão apresentados alguns gráficos de curvas comparativas, ou seja, ou a curva carga-deslocamento ou a curva momento-curvatura, a que esteja disponível. Ou seja, estas curvas têm como objectivo principal comparar os resultados indicados nos documentos com os resultados desenvolvidos neste projecto.

Há que salientar que nem todos os dados necessários se encontram referidos nos documentos correspondentes, pelo que, alguns destes foram calculados segundo as fórmulas alternativas, nomeadamente as referidas no EC2. Entre estes, o valor médio de resistência à compressão de um provete cúbico, o valor médio de resistência à compressão do betão de um provete cilíndrico, o valor médio da resistência à tracção simples e o módulo de elasticidade do betão, cujos valores foram obtidos pelas Expressões 2.7, 2.8, 2.9 e 2.10, respectivamente. Para outros dados, como é o caso da extensão de rotura do aço, ainda foram adoptados valores conforme o que foi enunciado na subsecção 2.3.2, referente à relação tensão-extensão do aço.

Como se sabe, o campo de tensões numa peça submetida a acções é variável na esmagadora maioria das situações. No caso particular de peças de BA, embora existam outros tipos de tensões, as tensões que importa avaliar são as tensões extremas no betão comprimido e no aço traccionado. Em elementos de viga, cujas secções estão submetidas a esforços de flexão simples, estes extremos ocorrem, em geral, nas secções sujeitas a maiores momentos flectores.

A melhor forma de avaliar a evolução das tensões nos dois materiais constituintes de um elemento de BA, consiste na realização de um gráfico onde esta evolução da tensão dos dois materiais é efectuada relativamente à variação da carga ou momento aplicado. No âmbito deste trabalho, como se pretende confrontar essa evolução com limites regulamentares indicados na secção 2.4, desta secção é possível resumir a limitação de tensões a três Expressões 4.1, 4.2 e 4.3.

$$\sigma_c < 0,6f_{ck} \quad (4.1)$$

$$\sigma_c < 0,5f_{ck} \quad (4.2)$$

$$\sigma_s < 0,8f_{yk} \quad (4.3)$$

Nos gráficos que se apresentam são indicados esses limites, bem como a carga correspondente ao Estado Limite Último ULS. Para enquadrar melhor a exposição, define-se como Critério 1 a carga relativa ao ULS, definida por P_{c1} . Admitindo uma relação aproximada $P_{ULS}/P_{SLS}=1,4$, a carga do critério 1 foi dividida por 1,4 para ser confrontada com as cargas dos restantes critérios. O factor 1,4 resulta do coeficiente entre as acções resultantes da combinação fundamental dos ULS e as acções resultantes da combinação característica dos SLS. Esta carga é determinada com base nas tabelas e ábacos de Barros, H. e Figueiras, J. (2010) e através das fórmulas simplificadas apresentadas na secção 2.2, mais concretamente, utilizando as Expressões 2.4 e 2.6. Por sua vez, as cargas P_{c2} , P_{c3} e P_{c4} , relativas aos Critérios 2, 3 e 4, corresponderão à limitação de tensões definidas pelas expressões 4.1, 4.2 e 4.3, respectivamente. De recordar que o Critério 2 corresponde à limitação de tensões no betão comprimido, imposta pelo EC2 e pelo MC e sugerida por Neville, A. (1973), o Critério 3 corresponde à mesma limitação, mas agora imposta pelo REBAP e pela NBR. O Critério 4 diz respeito à limitação de tensões introduzidas pelo EC2 e pelo MC para o aço traccionado.

Neste capítulo é importante referir que para os cálculos realizados são utilizados os valores médios das propriedades dos materiais, excepto na avaliação de P_{c1} . Para além disso, no caso da caracterização do betão à compressão, recorre-se ao valor referido a cubos.

De seguida apresentar-se-ão o conjunto de 9 vigas analisadas, referentes a 5 exemplos de autores diferentes.

4.1 Exemplo 1

O primeiro exemplo encontra-se na dissertação de Salomé Costa (2010), cujo estudo consistiu na análise da ductilidade da armadura de tracção existente em vigas de BA. Deste estudo foram utilizadas duas vigas, denominadas na dissertação de Salomé Costa por V7 e V8, aqui re-designadas por V1 e V2, respectivamente. A geometria e o esquema geral de realização do ensaio a que estas estiveram submetidas é o ilustrado na Figura 4.1.

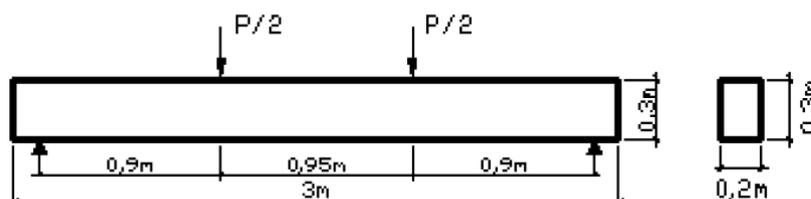


Figura 4.1-Geometria e esquema geral de ensaio das Vigas V1 e V2.

Os dados referentes a estes dois elementos são indicados em seguida nos Quadros 4.1 a 4.3. No Quadro 4.1, o comprimento da viga é representado por l , h e b indicam respectivamente a altura e a largura da secção transversal, d e d' correspondem, respectivamente, à altura útil e à distância às armaduras comprimidas a contar da face superior, A_s e A_s' representam as áreas das armaduras traccionada e comprimida respectivamente, ρ é a percentagem de armadura, $\rho = A_s/bh$, e A_{sw}/s é a armadura transversal adoptada. No Quadro 4.2 são apresentadas as características do betão, onde f_{ck} representa o valor da tensão característica de rotura à compressão do betão no dia de ensaio, referido a cilindros, f_{cm} e $f_{cm,cube}$ indicam os valores médios da tensão de rotura à compressão no dia do ensaio, para provetes cilíndricos e cúbicos, respectivamente, f_{ctm} representa a tensão de rotura do betão à tracção, ϵ_{cu} a extensão última, E_c o correspondente módulo de elasticidade e ϵ_c a extensão no ponto de tensão máxima à compressão. A extensão no ponto de tensão máxima à compressão ϵ_c e a extensão última ϵ_{cu} não foram fornecidos no estudo, razão pela qual o primeiro valor foi obtido segundo a Expressão 2.11 e o segundo valor foi considerado igual a 3.5‰, dado que é um betão com uma classe resistente inferior a 50 MPa. As características do aço das armaduras de tracção são apresentadas no Quadro 4.3, em que f_y indica a tensão de cedência, E_s o módulo de elasticidade, ϵ_{cu} a extensão última e k_s a relação f_{su}/f_y , onde f_{su} é a tensão última resistente do aço. Estas vigas são muito semelhantes, diferindo apenas no tipo de aço longitudinal.

Quadro 4.1- Dimensões das Vigas V1 e V2 e as respectivas armaduras.

Viga	l (m)	h (m)	b (m)	d (m)	d' (m)	A_s (cm ²)	ρ (%)	A_s' (cm ²)	A_{sw}/s
V1	3	0,305	0,192	0,273	0,031	6,79	1,13	1,57	$\phi 6//0,06m$
V2	3	0,305	0,200	0,273	0,031	6,79	1,13	1,57	$\phi 6//0,06m$

Quadro 4.2- Características do betão das Vigas V1 e V2.

Viga	f_{cm} (MPa)	$f_{cm,cube}$ (MPa)	f_{ck} (MPa)	f_{ctm} (MPa)	E_{cm} (GPa)	ϵ_{cu} (‰)	ϵ_c (‰)
V1	23,9	29,9	15,9	1,90	28,57	3,5	2
V2	23,8	29,8	15,8	1,89	28,54	3,5	2

Quadro 4.3- Características do aço das Vigas V1 e V2.

Viga	Tipo de aço	f_{syd} (MPa)	E_s (GPa)	ϵ_{uk} (%)	ks
V1	ER	604	200	6,14	1,08
V2	NRSD	541	200	13,80	1,17

Como as vigas V1 e V2 possuem a mesma geometria, foi definida para estas a mesma discretização que é anunciada no Quadro 4.4, onde be é o comprimento para os elementos finitos das vigas. Esta discretização foi realizada de acordo com o esquema geral de ensaio presente na Figura 4.1.

Quadro 4.4- Discretização das Vigas V1 e V2.

Número de nós	Número de elementos	be (m)
19	18	0,15

Assim os gráficos das curvas carga-deslocamento, experimental e teórica, das Vigas V1 e V2 estão ilustrados na Figura 4.2 e na Figura 4.3, respectivamente. A carga P indica a carga total aplicada nos dois pontos (ver Figura 4.1) e o deslocamento δ corresponde à flecha da viga.

Em relação à Viga V1 pode concluir-se que os resultados teóricos obtidos são quase coincidentes com os valores fornecidos na dissertação de Salomé Costa, isto no Estado I e em grande parte no Estado II. No final do Estado II e principalmente no Estado III revelam-se

pequenas diferenças. Contudo, como a avaliação das tensões é efectuada no contexto dos Estados Limites de Serviço SLS, ou seja para cargas muito inferiores às cargas de cedência, essa diferença não é relevante para a análise desenvolvida neste trabalho.

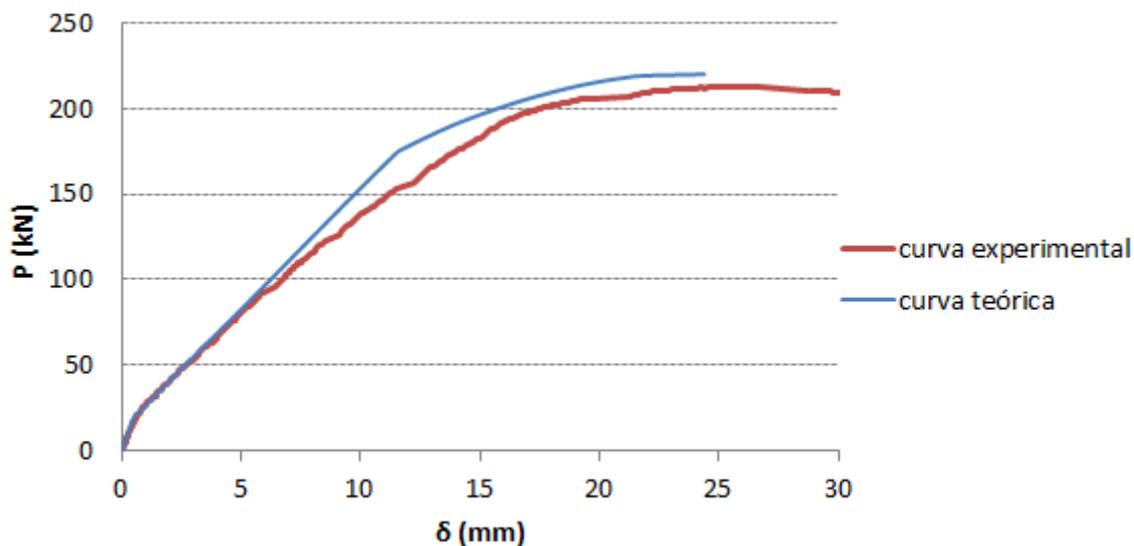


Figura 4.2- Diagrama de carga-deslocamento experimental e teórico das Vigas V1.

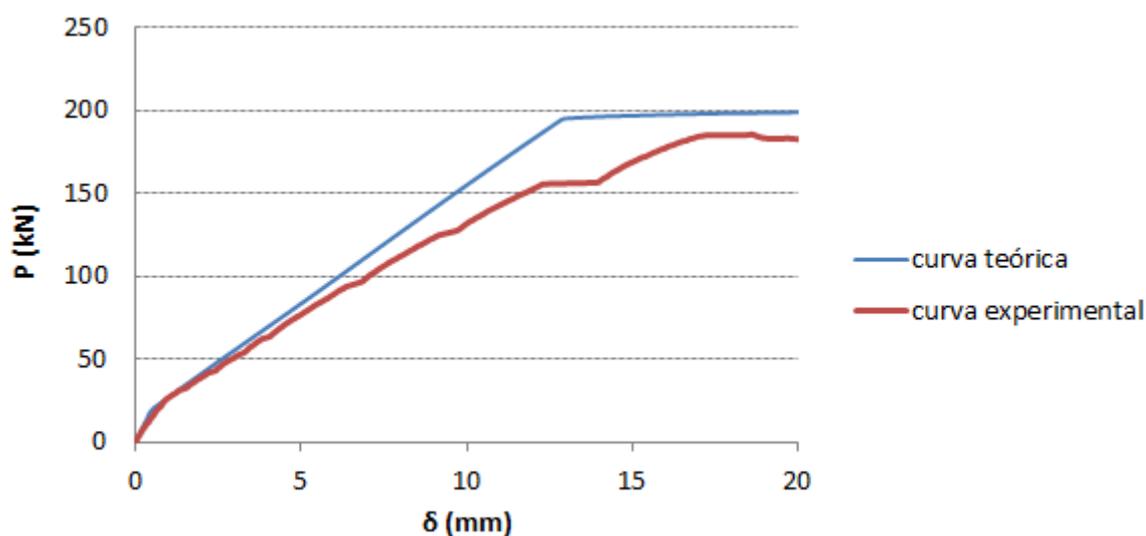


Figura 4.3- Diagrama de carga-deslocamento experimental e teórico da Viga V2.

Na Viga V2 as curvas teórica e experimental quase se sobrepõem uma à outra, à excepção da zona envolvente à fase de cedência do elemento, que revela alguma disparidade de resultados.

No entanto, como foi referido para a Viga V1, a análise desenvolvida neste trabalho é a avaliação das tensões, que é realizada no contexto dos SLS. Como tal, a zona em estudo é referente ao Estado I e ao início do Estado II.

Segundo referido nos Pontos 2.3.1 e 2.3.2, com base nos mesmos programas de análise estrutural é possível avaliar os valores da tensão e da extensão, dos dois materiais, à medida que a carga aumenta. Assim, na Figura 4.4 e na Figura 4.5, são apresentados os gráficos tensão-extensão, do aço e do betão, relativamente à carga P aplicada nas vigas referidas, com as respectivas limitações de tensões correspondentes aos Critérios 1 a 4.

Como se pode visualizar, tanto na Figura 4.4, como na Figura 4.5, a tensão do aço cresce pouco inicialmente, tendo um crescimento mais acentuado após um valor a rondar os 20kN de carga. A tensão do betão possui um crescimento mais intenso no início, crescendo cada vez menos depois de uma carga aproximada de 60 kN. Os limites correspondentes aos quatro critérios e as respectivas relações são apresentados no Quadro 4.5.

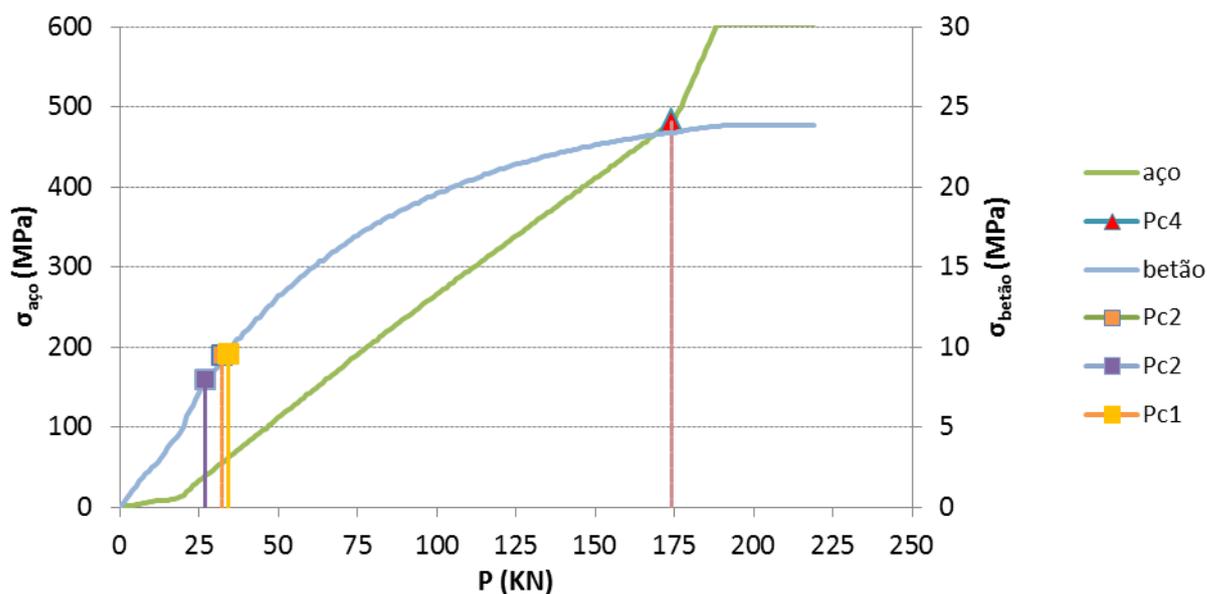


Figura 4.4- Evolução das tensões do aço e do betão existentes na Viga V1.

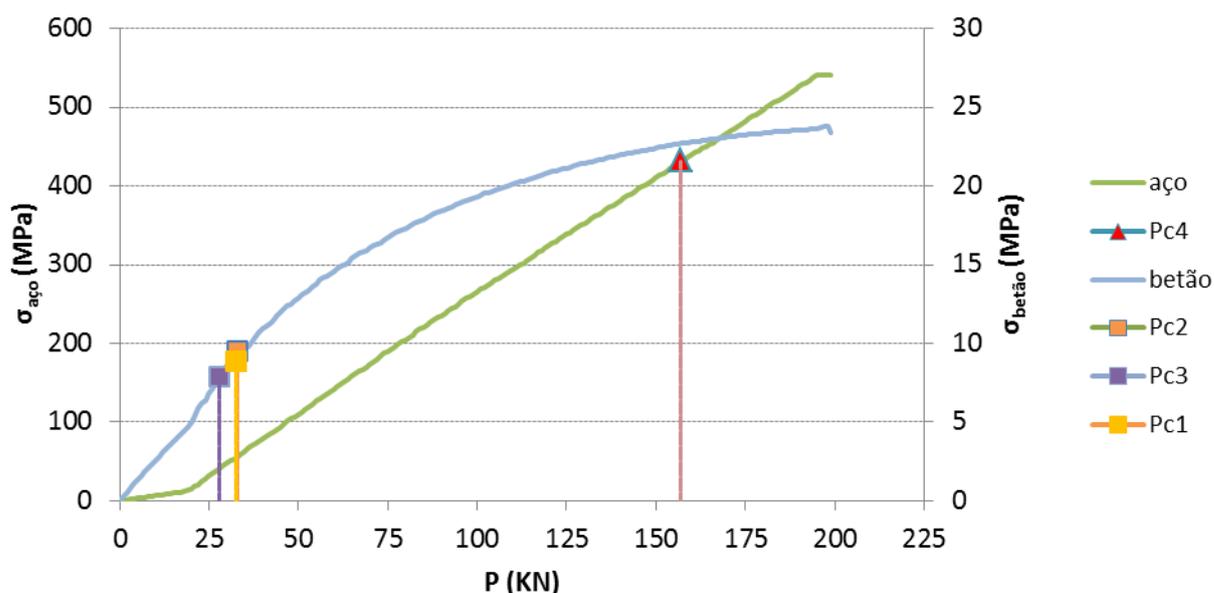


Figura 4.5- Evolução das tensões do aço e do betão existentes na Viga V2.

Quadro 4.5- Valores de carga dos critérios e relações para as Vigas V1 e V2.

Viga	P_{c1}	P_{c2}	P_{c3}	P_{c4}	P_{c2}/P_{c3}	P_{c4}/P_{c2}	P_{c4}/P_{c3}	P_{c1}/P_{c2}	P_{c1}/P_{c3}	P_{c1}/P_{c4}
V1	34,1	32,0	27,0	174,0	1,2	5,4	6,4	1,1	1,3	0,2
V2	32,6	33,0	28,0	157,0	1,2	4,8	5,6	1,0	1,2	0,2

Neste contexto, o limite correspondente às tensões no betão iria determinar a carga para a verificação de segurança correspondente à limitação de tensões nos materiais no âmbito dos SLS. Parece evidente, nestes casos particulares, que uma redução significativa da área de aço não iria reduzir o valor da carga na verificação de segurança referida. No entanto, essa redução da área de armadura pode traduzir-se em variações consideráveis de tensão no aço, após a fendilhação do betão. Também é conclusivo identificar, em ambas as vigas, um valor de carga de ULS consideravelmente mais próxima dos Critérios 2 e 3 do que do Critério 4, revelando este último critério uma disparidade bastante significativa em relação aos restantes.

4.2 Exemplo 2

O Exemplo 2 foi retirado da dissertação de Dominique Neiva (2012), sobre a análise plástica do comportamento de vigas de betão armado submetidas a esforços de flexão, recorrendo também para o efeito ao programa computacional de ANL. O exemplo utilizado desta

dissertação é o Exemplo 1, que é referente ao artigo apresentado por de Santos, E., Shehaba, I. e Shehaba, L.(2007). Há que salientar que as duas vigas analisadas não apresentam qualquer tipo de reforço no BA, sendo estas de comparação para os resultados do artigo.

A geometria da secção e o esquema geral de ensaio das Vigas V3 e V4, denominação atribuída para esta dissertação, é ilustrado na Figura 4.6.

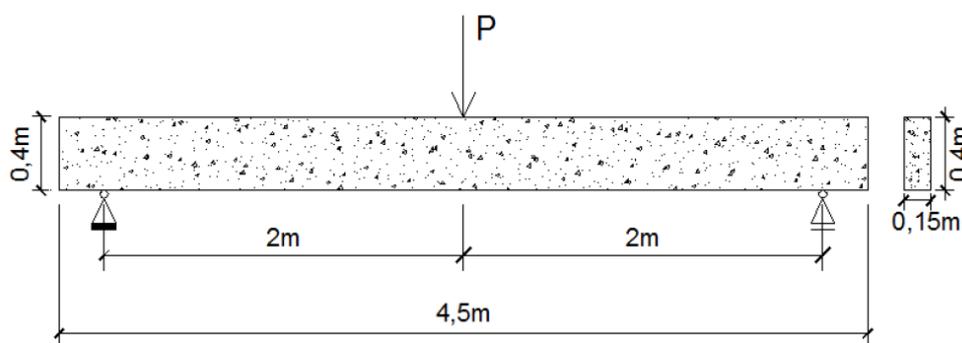


Figura 4.6- Geometria e esquema geral de ensaio das Vigas V3 e V4.

Os dados referentes às Vigas V3 e V4 são indicados nos Quadros 4.6 a 4.8, que se seguem. De salientar que a Viga V4 possui uma percentagem de armadura que é superior ao dobro da Viga V3. Porém, é importante referir que pelas características exibidas foi considerado um aço do tipo NR SD, isto é de ductilidade especial. Mais concretamente porque não só possui um valor ligeiramente mais baixo para o módulo de elasticidade, como também possui um valor mais alto para o valor característico da extensão da armadura do aço da armadura para BA, como se pode verificar no Quadro 4.8.

Quadro 4.6- Dimensões das Vigas V3 e V4 e as respectivas armaduras.

Viga	l (m)	h (m)	b (m)	d (m)	d' (m)	A_s (cm ²)	ρ (%)	A_s' (cm ²)	A_{sw}/s
V3	4,5	0,4	0,15	0,369	0,027	6,03	1,08	1	Φ8//0,15m
V4	4,5	0,4	0,15	0,351	0,027	12,3	2,33	1	Φ8//0,15m

Quadro 4.7- Características do betão das Vigas V3 e V4.

Viga	f_{cm} (MPa)	$f_{cm,cube}$ (MPa)	f_{ck} (MPa)	f_{ctm} (MPa)	E_{cm} (GPa)	ϵ_{cu} (‰)	ϵ_c (‰)
V3	41,4	51,8	33,4	3	34	4,5	2,2
V4	40,8	51	32,8	3	34	4,5	2,2

Quadro 4.8- Características do aço das Vigas V3 e V4.

Viga	Tipo de aço	f_{syd} (MPa)	E_s (GPa)	ϵ_{uk} (%)	k_s
V3	NRSD	546	188	12	1,24
V4	NRSD	554	194	20	1,21

Novamente, como as Vigas V3 e V4 possuem a mesma geometria, foi definida para estas a mesma discretização que é enunciada no Quadro 4.9. Esta discretização foi realizada de acordo com o esquema geral de ensaio presente na Figura 4.6.

Quadro 4.9- Discretização das Vigas V3 e V4.

Número de nós	Número de elementos	be (m)
27	26	0,15

Reproduzido o programa ANL com os dados indicados anteriormente obtêm-se as curvas teóricas carga-deslocamento para as Vigas V3 e V4, presentes nas Figuras 4.7 e 4.8, respectivamente. Conjuntamente, comparam-se estas curvas com as curvas experimentais.

A curva carga-deslocamento da Viga V3 é praticamente coincidente, até à cedência, com a curva experimental. O mesmo não se passa com a Viga V4, no entanto as pequenas diferenças existentes não são significativas, apresentando apenas um deslocamento na fase de cedência ligeiramente maior.

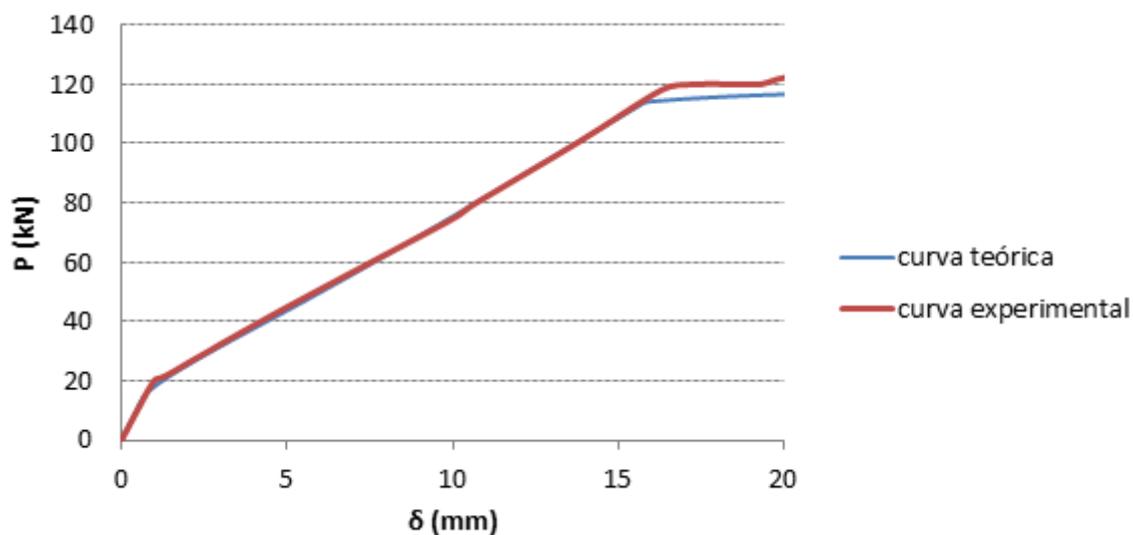


Figura 4.7- Diagrama de carga-deslocamento experimental e teórico da Viga V3.

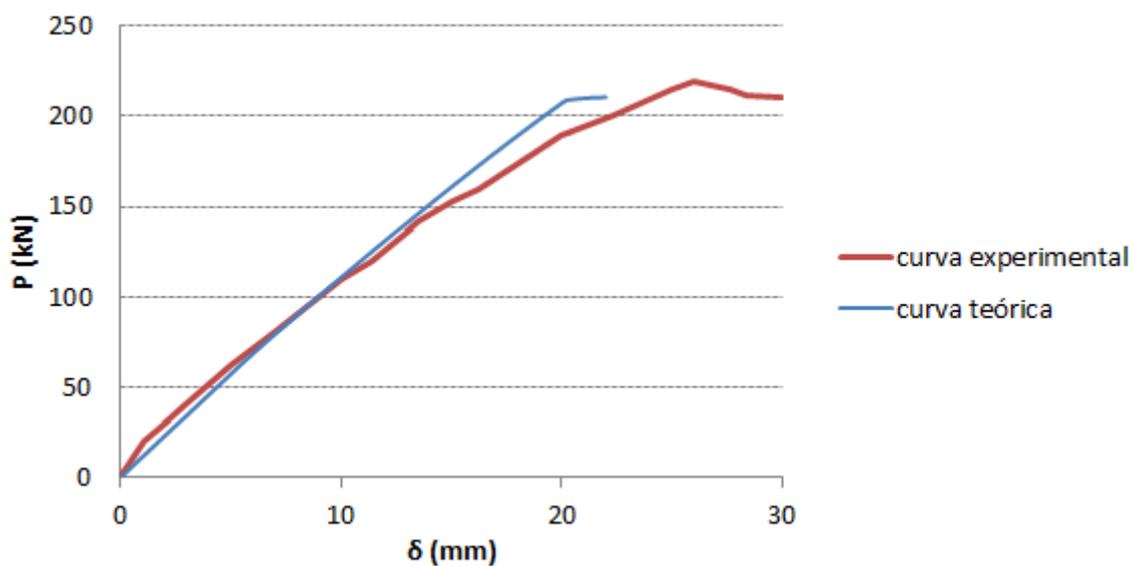


Figura 4.8- Diagrama de carga-deslocamento experimental e teórico da Viga V4.

Indicam-se nas Figuras 4.9 e 4.10, para as Vigas V3 e V4, as relações tensão-extensão do betão e do aço, respectivamente, e os critérios enunciados no início deste capítulo.

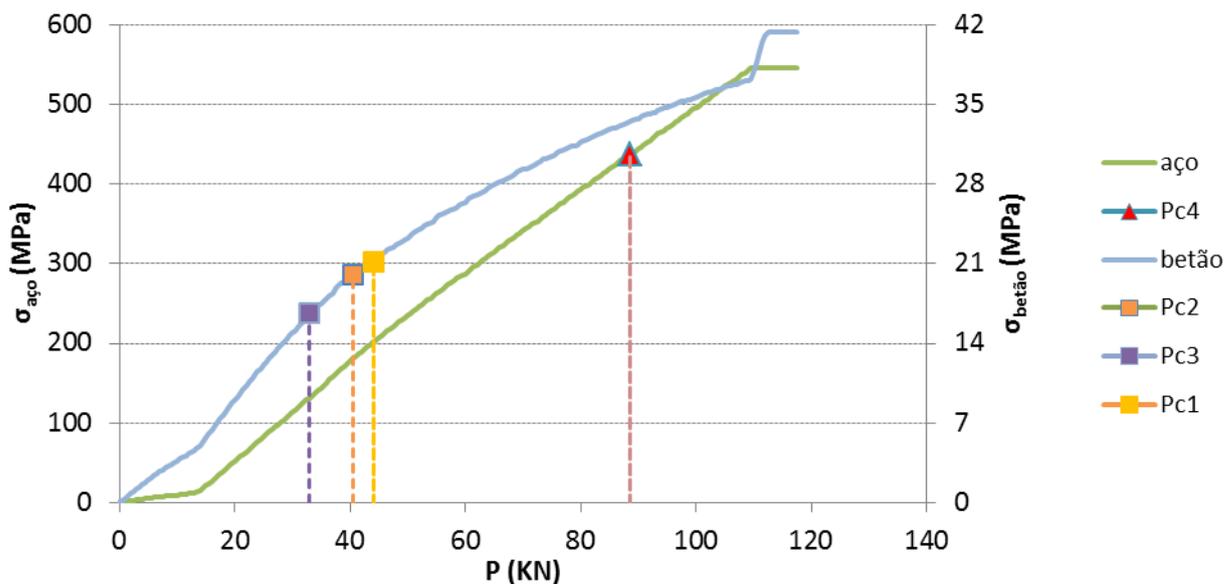


Figura 4.9- Evolução das tensões do aço e do betão existentes na Viga V3.

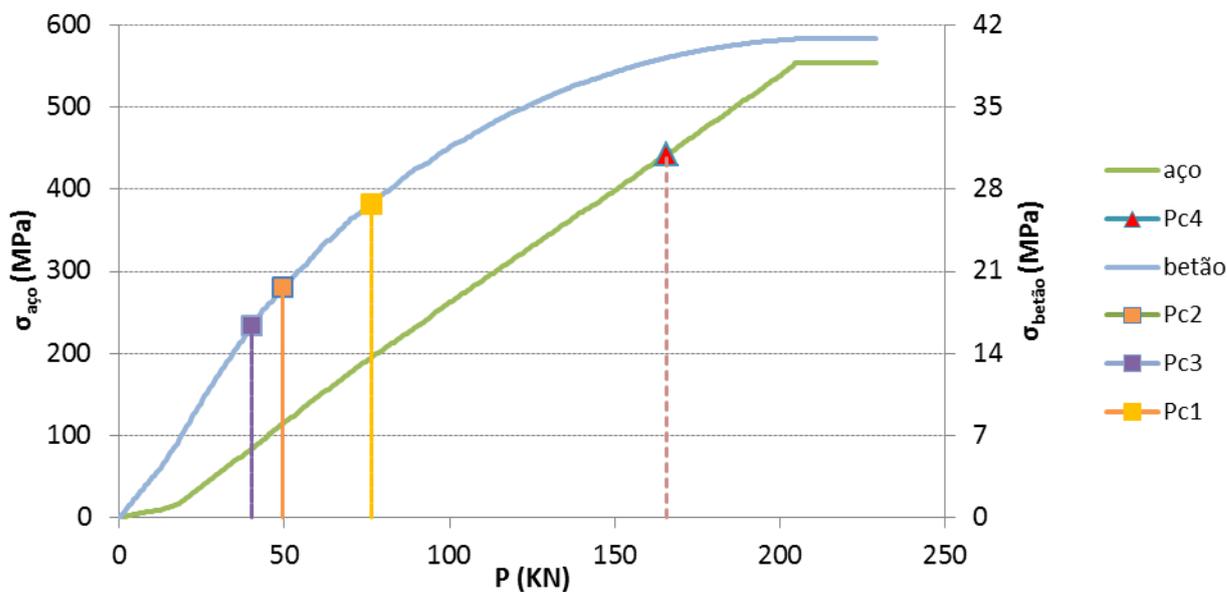


Figura 4.10- Evolução das tensões do aço e do betão existentes na Viga V4.

Numa primeira análise dos dois gráficos de evolução de tensões do aço e do betão, conclui-se que a Viga V4 ao ter praticamente o dobro de área de armadura de tracção determina um valor

resistente consideravelmente superior ao da Viga V3. Este aumento de carga resistente devido ao aumento de área de armadura tem como consequências directas cargas mais elevadas para os critérios, como se pode visualizar no Quadro 4.10. Para além disso, identifica-se um aumento forte da tensão do betão no início do carregamento, suavizando este crescimento a partir de uma carga a rondar os 30 kN e os 80 kN, respectivamente. No que diz respeito à evolução da tensão do aço, esta é reduzida nos instantes iniciais, aumentado significativamente após uma carga de cerca de 15kN, para ambas as vigas.

Quadro 4.10- Valores de carga dos critérios e relações para as Vigas V3 e V4.

Viga	P_{c1}	P_{c2}	P_{c3}	P_{c4}	P_{c2}/P_{c3}	P_{c4}/P_{c2}	P_{c4}/P_{c3}	P_{c1}/P_{c2}	P_{c1}/P_{c3}	P_{c1}/P_{c4}
V3	44,0	40,5	33,0	88,5	1,2	2,2	2,7	1,1	1,3	0,5
V4	76,4	49,5	40,0	165,5	1,2	3,3	4,1	1,5	1,9	0,5

A limitação da tensão do betão é o critério que, novamente, determina a carga de segurança correspondente à limitação de tensões no âmbito dos SLS. Este Exemplo 2, constituído pelas Vigas V3 e V4, ao contrário do Exemplo 1, apresenta uma carga de ULS intermédia às cargas dos critérios de limitação de tensão do betão e à carga do critério de limitação de tensão do aço. Para além disso, a limitação de tensão no aço não determina cargas tão superiores à carga correspondente à limitação de tensões no betão.

4.3 Exemplo 3

O terceiro exemplo descrito neste trabalho é também ele constituído por duas vigas obtidas de um exemplo utilizado na tese apresentada por Dominique Neiva (2012), sendo estas duas vigas correspondentes ao Exemplo 2 dessa dissertação e associadas ao estudo executado no artigo de Matos, J., Valente, I. e Cruz, P., publicado no ano de 2009. O artigo tinha como objectivo efectuar-se um estudo experimental e numérico do comportamento de vigas de betão armado sujeito a esforços de flexão. Deste artigo foram utilizadas as duas primeiras vigas, intituladas por V1 e V2, com o seguinte esquema de ensaio. Neste trabalho, as vigas são referidas por V5 e V6.

Os dados referentes às dimensões e às quantidades de armadura existentes nas Vigas V5 e V6 estão indicados no Quadro 4.11. As características do betão e do aço constituintes das vigas analisadas estão indicadas nos Quadros 4.12 e 4.13, respectivamente. Todavia, é importante referir que pelas características exibidas foi adoptado um aço ER, com um valor mais moderado para o valor da extensão na armadura traccionada (ver Quadro 4.13).

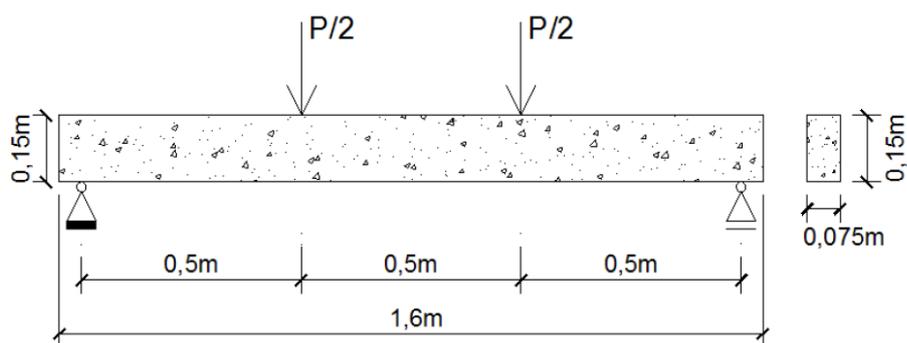


Figura 4.11- Geometria e esquema geral de ensaio das Vigas V5 e V6.

Quadro 4.11- Dimensões das Vigas V5 e V6 e as respectivas armaduras.

Viga	l (m)	h (m)	b (m)	d (m)	d' (m)	A_s (cm ²)	ρ (%)	A_s' (cm ²)	A_{sw}/s
V5	1,6	0,15	0,075	0,135	0,015	0,85	0,75	0,57	Φ4//0,10m
V6	1,6	0,15	0,075	0,135	0,015	1,57	1,4	0,57	Φ4//0,10m

Quadro 4.12- Características do betão das Vigas V5 e V6.

Viga	f_{cm} (MPa)	$f_{cm,cube}$ (MPa)	f_{ck} (MPa)	f_{ctm} (MPa)	E_{cm} (GPa)	ϵ_{cu} (‰)	ϵ_c (‰)
V5	28	35	20	1,5	30	3,5	2,0
V6	28	35	20	1,5	30	3,5	2,0

Quadro 4.13- Características do aço das Vigas V5 e V6.

Viga	Tipo de aço	f_{syd} (MPa)	E_s (GPa)	ϵ_{uk} (%)	k_s
V5	ER	540	200	8	1,1
V6	ER	540	200	8	1,1

A discretização utilizada nestes exemplos é enunciada no Quadro 4.14. Esta discretização, como é natural, foi realizada de acordo com o esquema geral de ensaio presente na Figura 4.11.

Quadro 4.14- Discretização das Vigas V5 e V6.

Número de nós	Número de elementos	be (m)
10	9	0,17

Assim, os gráficos carga-deslocamento teóricos, determinados com base no programa ANL, para as Vigas V5 e V6 são ilustrados na Figura 4.12 e na Figura 4.13, respectivamente. Nas mesmas figuras são também exibidos, para comparação, os resultados experimentais.

Há que ressaltar, em primeiro lugar, que ambas as vigas presentes neste exemplo possuem dimensões muito reduzidas ao nível da secção transversal ($0,15 \times 0,075 \text{ cm}^2$), e como tal a carga máxima resistente é muito baixa. Deste modo, não só uma pequena variação dos resultados sairá realçada, como também esta variação pode ser produzida por uma diminuta variação das dimensões da secção transversal, nomeadamente a altura da secção, ou ainda da própria altura útil. Por exemplo, 5mm de variação na variável d produzirão cerca de 7,5% de variação nos resultados da carga. Esta realidade distingue-se ainda mais no caso da Viga V5, moderadamente armada, cuja percentagem de armadura traccionada é de 0,75%, ao contrário da Viga V6 que possui uma percentagem de armadura traccionada acima da média, com um valor de 1,4%.

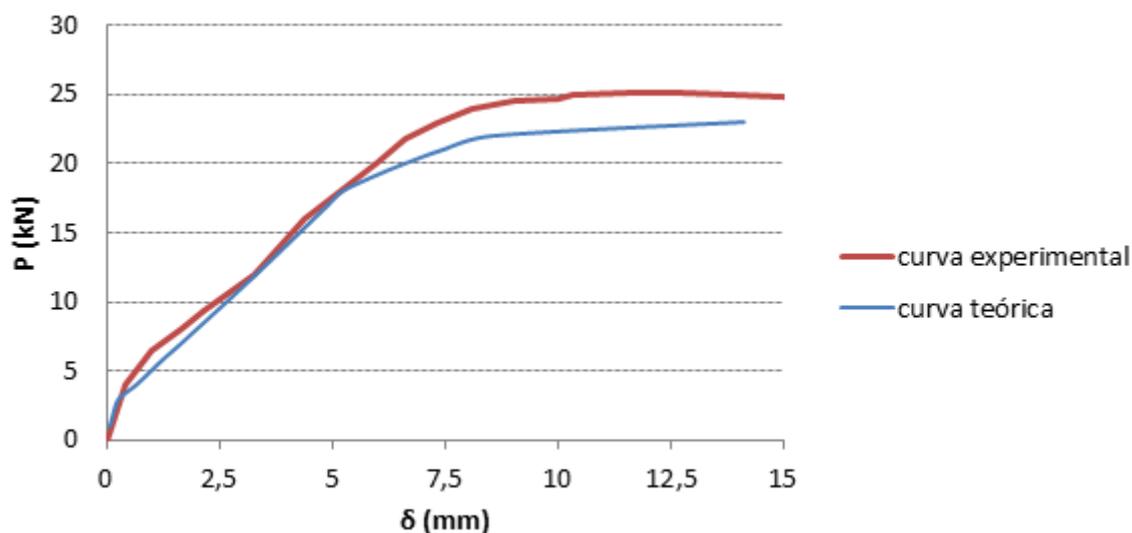


Figura 4.12- Diagrama de carga-deslocamento experimental e teórico da Viga V5.

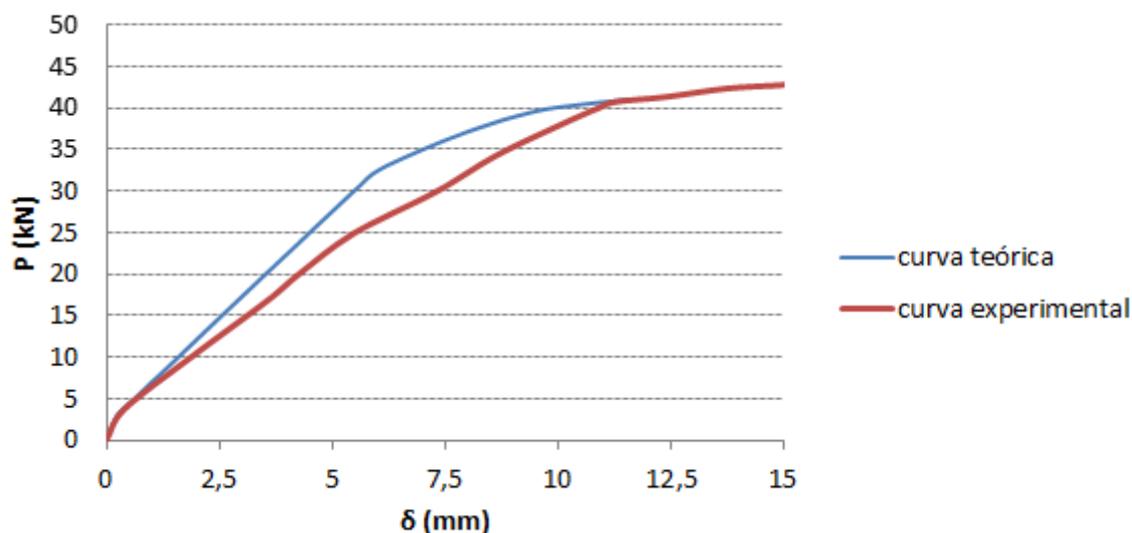


Figura 4.13- Diagrama de carga-deslocamento experimental e teórico da Viga V6.

O gráfico da curva de carga-deslocamento da Viga V5 apresenta não só uma carga de cedência inferior à carga de cedência experimental, como também um ponto de fissuração mais baixo. Contudo, como foi focado anteriormente, esta diferença é muito pequena, podendo concluir-se que os valores atingidos neste trabalho são credíveis, como se pretendia.

A Viga V6 evidencia uma carga máxima resistente superior em cerca de 60% em virtude de conter uma taxa de armadura traccionada que vale cerca do dobro relativamente à da Viga V5. No entanto, verifica-se no seu gráfico de carga-deslocamento que a carga teórica é superior à experimental, ao contrário da viga anterior. Apesar desta ligeira diferença, visível no Estado II, pode considerar-se que os resultados obtidos nesta dissertação são aceitáveis para o fim em causa.

Assim, os gráficos de análise das tensões nos materiais das Vigas V5 e V6 são indicados na Figura 4.14 e na Figura 4.15, respectivamente. Nestas Figuras são ainda indicados os limites correspondentes aos critérios indicados anteriormente.

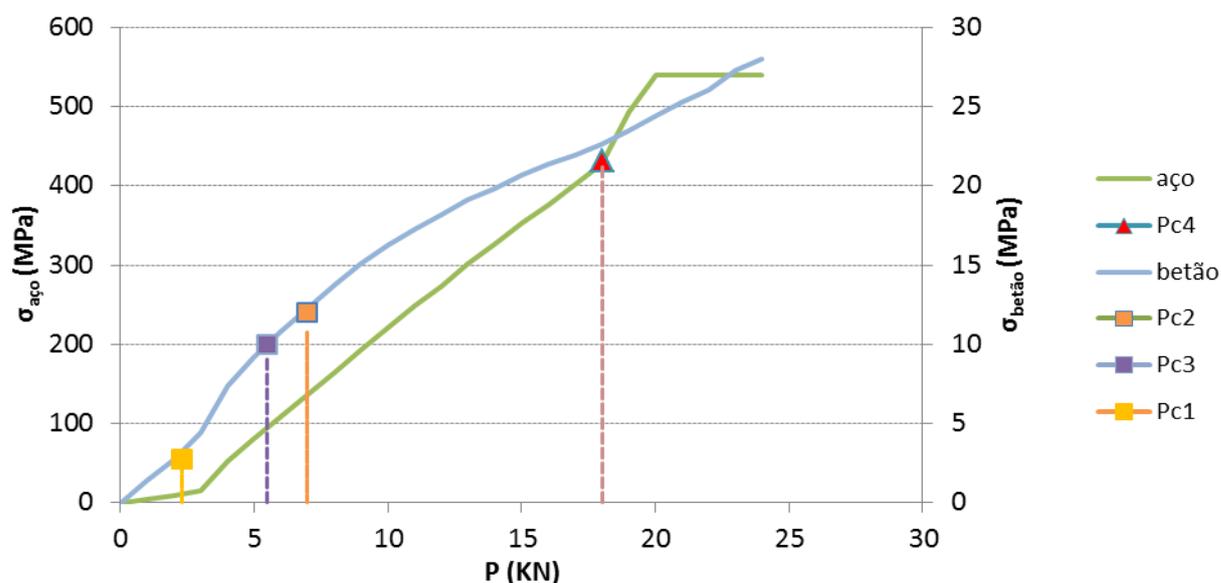


Figura 4.14- Evolução das tensões do aço e do betão existentes na Viga V5.

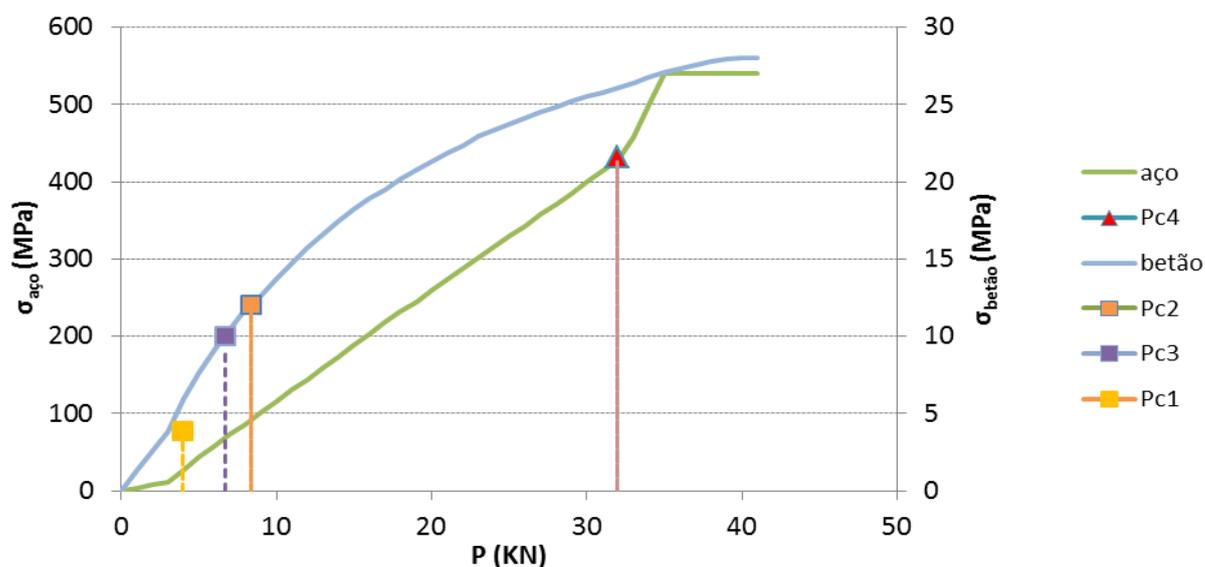


Figura 4.15- Evolução das tensões do aço e do betão existentes na Viga V6.

Em virtude da reduzida dimensão de ambas as vigas, o Critério 1, correspondente aos ULS, é o que determina a carga de dimensionamento dos elementos estruturais, apesar de apresentar um valor de carga próximo do valor limite para a tensão do betão. Nestes exemplos verifica-se também uma considerável disparidade entre as limitações exigidas para a tensão do betão e

as limitações impostas para a tensão do aço. Tal é visível no Quadro 4.15, em que quocientes entre o Critério 4 e os Critérios 2 e 3 apresentam valores entre 3 e 5.

Quadro 4.15- Valores de carga dos critérios e relações para as Vigas V5 e V6.

Viga	P_{c1}	P_{c2}	P_{c3}	P_{c4}	P_{c2}/P_{c3}	P_{c4}/P_{c2}	P_{c4}/P_{c3}	P_{c1}/P_{c2}	P_{c1}/P_{c3}	P_{c1}/P_{c4}
V5	2,3	7,0	5,5	18,0	1,3	2,6	3,3	0,3	0,4	0,1
V6	4,0	8,4	6,7	32,0	1,3	3,8	4,8	0,5	0,6	0,1

4.4 Exemplo 4

O exemplo 4 é referente apenas a uma viga ensaiada experimentalmente na dissertação de Délcio Gomes (2011), que operou um conjunto de ensaios experimentais com o intuito de incrementar o conhecimento sobre os efeitos da restrição axial em vigas sujeitas a flexão, que normalmente é desprezado no dimensionamento de estruturas de betão. No entanto, a viga utilizada não possui esforço axial, servindo como base de comparação na análise da restrição axial em vigas sujeitas à flexão. A viga em causa é a Viga 4-09/10, que nesta dissertação é intitulada como Viga V7.

O esquema geral de ensaio é idêntico a muitos outros que reside no emprego de duas cargas pontuais aplicadas a terços de vão entre apoios, originando a meio vão uma zona de flexão pura, tal como se ilustra na Figura 4.16.

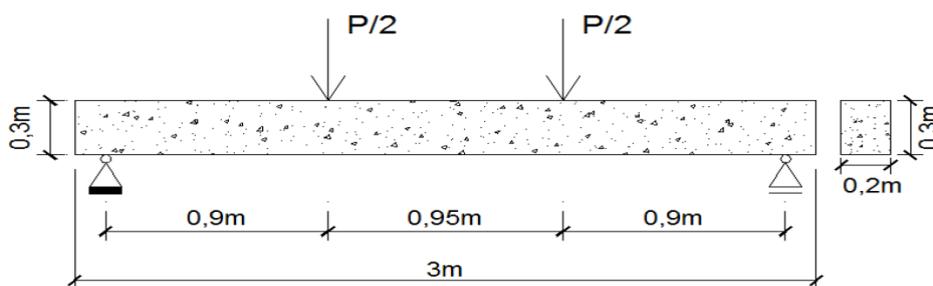


Figura 4.16- Geometria e esquema geral de ensaio da Viga V7.

As dimensões e a quantidade de armaduras, tanto de tracção, como de compressão e de esforço transversal, existentes na Viga V7 são apresentadas no Quadro 4.16. As características dos materiais são indicadas nos Quadros 4.17 e 4.18. Neste caso foi considerado um aço ER

com um valor moderado para a extensão da armadura (ver Quadro 4.18). De acordo com o esquema geral de ensaio apresentado na Figura 4.16 foi efectuada a descritização para a viga deste exemplo presente no Quadro 4.19. Para esta viga, os gráficos carga-deslocamento e das tensões são apresentados na Figura 4.17 e na Figura 4.18, respectivamente. Os valores e os quocientes relativos aos critérios são apresentados no Quadro 4.20.

Quadro 4.16- Dimensões da Viga V7 e as respectivas armaduras.

Viga	l (m)	h (m)	b (m)	d (m)	d' (m)	A_s (cm ²)	ρ (%)	A_s' (cm ²)	A_{sw}/s
V7	3	0,303	0,2	0,27	0,03	3,39	0,56	1,01	$\Phi 6//0,18m$

Quadro 4.17- Características do betão da Viga V7.

Viga	f_{cm} (MPa)	$f_{cm,cube}$ (MPa)	f_{ck} (MPa)	f_{ctm} (MPa)	E_{cm} (GPa)	ϵ_{cu} (‰)	ϵ_c (‰)
V7	23,7	29,6	15,7	2,2	30	4,5	2,0

Quadro 4.18- Características do aço da Viga V7.

Viga	Tipo de aço	f_{syd} (MPa)	E_s (GPa)	ϵ_{uk} (%)	k_s
V7	ER	559	200	8	1,19

Quadro 4.19- Discretização da Viga V7.

Número de nós	Número de elementos	be (m)
19	18	0,15

A curva carga-deslocamento alcançada nesta dissertação é praticamente coincidente com a curva carga-deslocamento experimental, revelando uma fase de fendilhação mais extensa. Apesar disso, a carga máxima de resistência é muito semelhante.

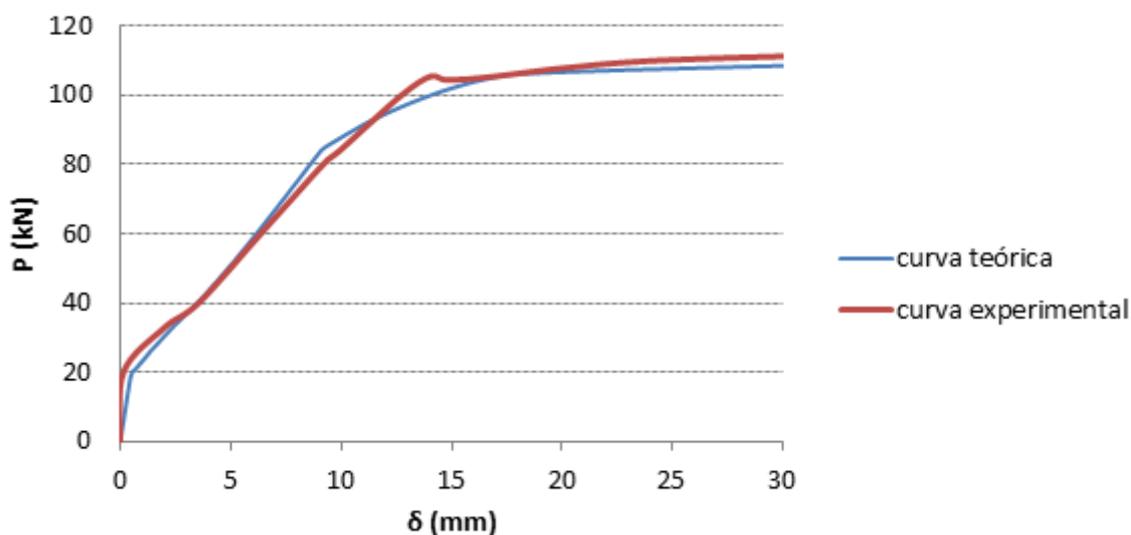


Figura 4.17- Diagrama de carga-deslocamento da Viga V7.

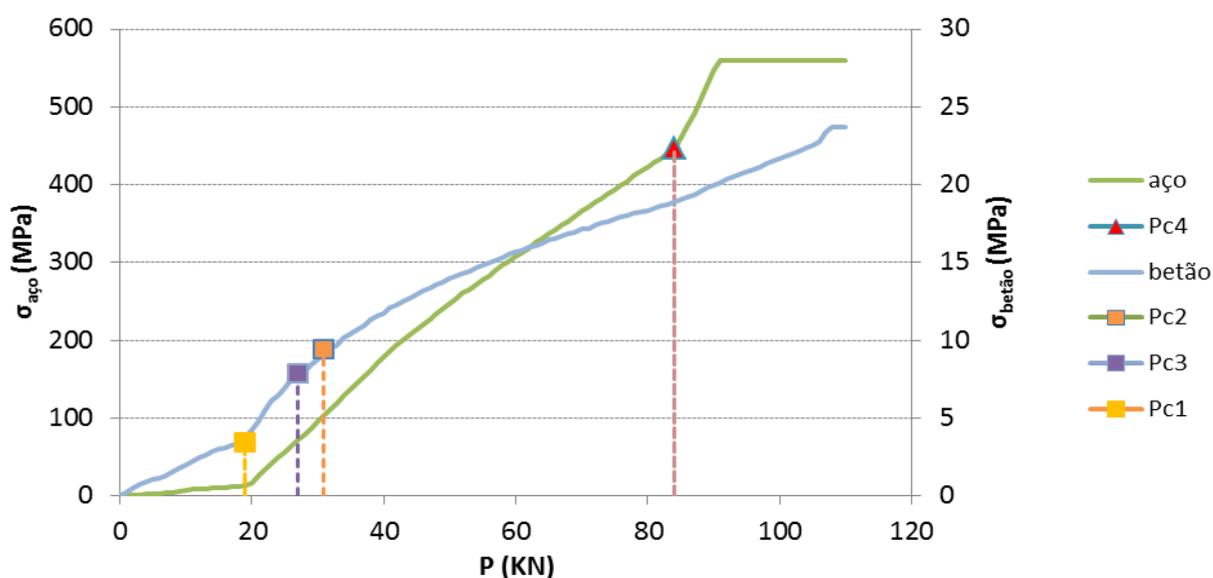


Figura 4.18- Evolução das tensões do aço e do betão existentes na Viga V7.

Quadro 4.20- Valores de carga dos critérios e relações para a Viga V7.

Viga	P_{c1}	P_{c2}	P_{c3}	P_{c4}	P_{c2}/P_{c3}	P_{c4}/P_{c2}	P_{c4}/P_{c3}	P_{c1}/P_{c2}	P_{c1}/P_{c3}	P_{c1}/P_{c4}
V7	18,9	31,0	27,0	84,0	1,1	2,7	3,1	0,6	0,7	0,2

Numa primeira análise realizada aos critérios definidos no início deste capítulo, conclui-se que os três primeiros critérios possuem cargas relativamente próximas, encontrando-se novamente disparidades na carga correspondente ao Critério 4, que diz respeito à limitação de tensão do aço. Sendo possível reduzir a área de armadura de tracção, no entanto, como já foi indicado, essa redução pode implicar numa variação significativa e potencialmente perigosa das tensões do aço. Neste caso, a alternativa consiste em aumentar a classe resistente do betão.

Em relação à evolução das tensões do aço e do betão, tal como nos casos anteriores, deduz-se um crescimento mais forte por parte do betão na fase inicial do carregamento, tendo um crescimento cada vez menor após um valor a rondar os 30kN. Já a evolução do aço é mais suave até um valor de 20 kN, aumentando significativamente depois disso.

4.5 Exemplo 5

O último exemplo diz respeito a um par de vigas de BA, sujeitas à flexão, ensaiadas e analisadas por Bacinskas, D. et al (2012), os quais tiveram como objectivo estudar as tensões residuais de fibras de aço para reforço de elementos de BA, sendo estas vigas intituladas por SFRC (siglas inglesas para a designação “Steel Fibre Reinforcement Concrete”). Porém as duas vigas de BA estudadas neste projecto não são constituídas por qualquer tipo de fibras de reforço no seio do betão. As vigas em estudo são apelidadas no artigo por S3-2-3 e S3-2-6, que no presente trabalho são denominadas por V8 e V9, respectivamente.

O esquema geral de ensaio também foi realizado de forma a obter-se flexão pura a meio vão. Para tal, as vigas foram submetidas a duas cargas pontuais impostas a terços de vão entre apoios, como se pode verificar na Figura 4.19.

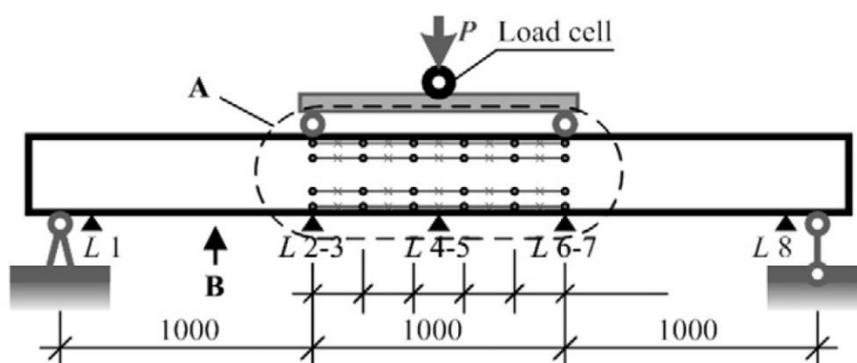


Figura 4.19- Geometria e esquema geral de ensaio das Vigas V8 e V9.

As dimensões e a quantidade de armaduras existentes nas Vigas V8 e V9 são apresentadas no Quadro 4.21, as características do betão são indicadas no Quadro 4.22 e as características do aço são indicadas no Quadro 4.23. Foi considerado que as Vigas V8 e V9 são armadas com um aço ER, assumindo-se um valor para da extensão máxima da armadura de 5%. Neste exemplo foi adoptado uma armadura transversal de $\Phi 6//0,15m$, por ser o mais convencional. A discretização para o exemplo é enunciada no Quadro 4.24.

Quadro 4.21- Dimensões das Vigas V8 e V9 e as respectivas armaduras.

Viga	l (m)	h (m)	b (m)	d (m)	d' (m)	A_s (cm ²)	ρ (%)	A_s' (cm ²)	A_{sw}/s
V8	3	0,298	0,284	0,271	0,032	2,32	0,27	0,57	$\Phi 6//0,15m$
V9	3	0,303	0,279	0,277	0,049	2,32	0,27	0,57	$\Phi 6//0,15m$

Quadro 4.22- Características do betão das Vigas V8 e V9.

Viga	f_{cm} (MPa)	$f_{cm,cube}$ (MPa)	f_{ck} (MPa)	f_{ctm} (MPa)	E_{cm} (GPa)	ϵ_{cu} (‰)	ϵ_c (‰)
V8	50,9	63,6	42,9	3,7	35,9	3,5	2,4
V9	50,9	63,6	42,9	3,7	35,9	3,5	2,4

Quadro 4.23- Características do aço das Vigas V8 e V9.

Viga	Tipo de aço	f_{syd} (MPa)	E_s (GPa)	ϵ_{uk} (%)	k_s
V8	ER	578	209,9	5	1,2
V9	ER	578	209,9	5	1,2

Quadro 4.24- Discretização das Vigas V8 e V9.

Número de nós	Número de elementos	be (m)
22	21	0,14

De seguida ilustra-se, na Figura 4.20 e na Figura 4.21, as curvas momento-curvatura alcançadas com o programa de ANL para ambas as vigas. Para este exemplo comparam-se os resultados obtidos com os resultados experimentais disponíveis.

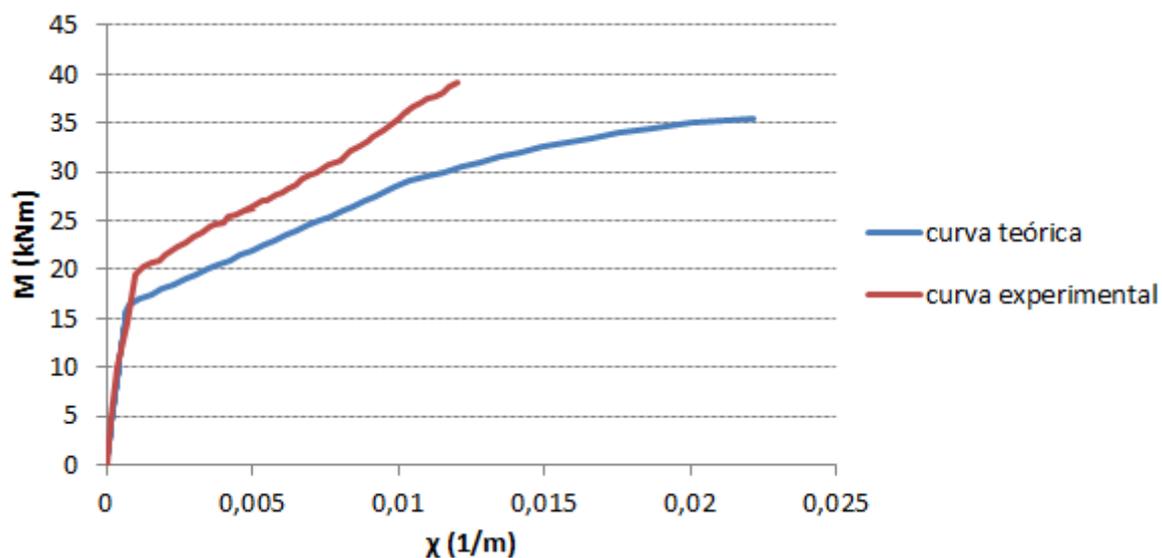


Figura 4.20- Diagrama de momento-curvatura experimental e teórico da Viga V8.

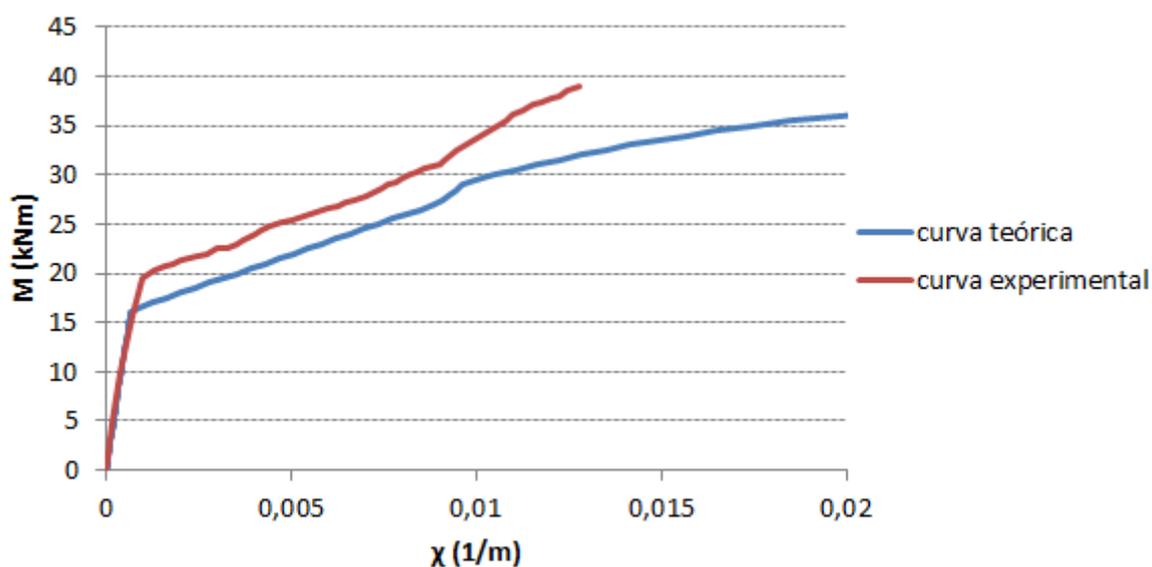


Figura 4.21- Diagrama de momento-curvatura experimental e teórico da Viga V9.

Como seria de esperar existe uma elevada semelhança entre as curvas $M-\chi$ das Vigas V8 e V9. Importa frisar que se desconhece a metodologia utilizada para determinar estes gráficos experimentais. Em princípio, o momento pode ser directamente deduzido das cargas medidas. Mas, a curvatura pode ser deduzida da flecha medida, que seria o mais adequado, ou dos

extensómetros colocados na zona central da viga, o que conduzirá a desvios de valores que podem ser significativos. De qualquer modo a análise efectuada às curvas $M-\chi$ ignora estas características. Assim, na fase não fissurada, as curvas obtidas neste trabalho são quase coincidentes com as curvas presentes no artigo. Na fase de fissuração, os momentos teóricos são cerca de 25% inferiores. A curva experimental não mostra o ponto de cedência, e por acréscimo, também não mostra o patamar de plastificação. No entanto, pelo que se determinou, pensa-se que o último ponto do diagrama experimental deve estar relativamente próximo do ponto de cedência.

A apresentação das tensões do betão e do aço das Vigas V8 e V9 é realizada na Figura 4.22 e na Figura 4.23, respectivamente. Nestas figuras também são indicadas as cargas correspondentes aos critérios estabelecidos. No Quadro 4.25 são indicados os valores correspondentes.

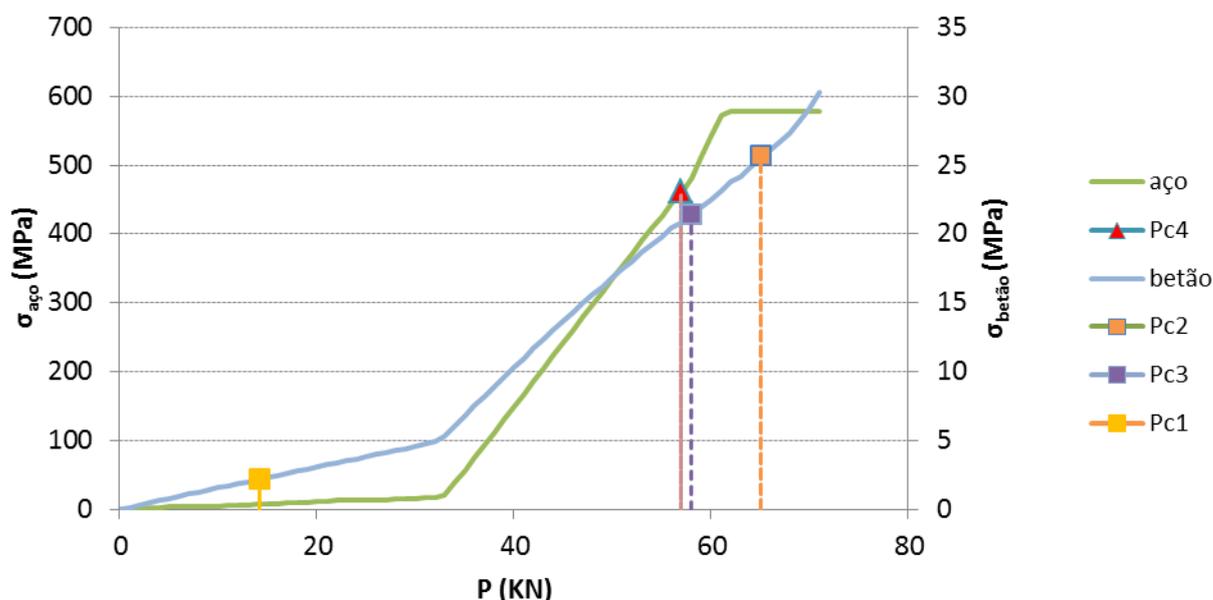


Figura 4.22- Evolução das tensões do aço e do betão existentes na Viga V8.

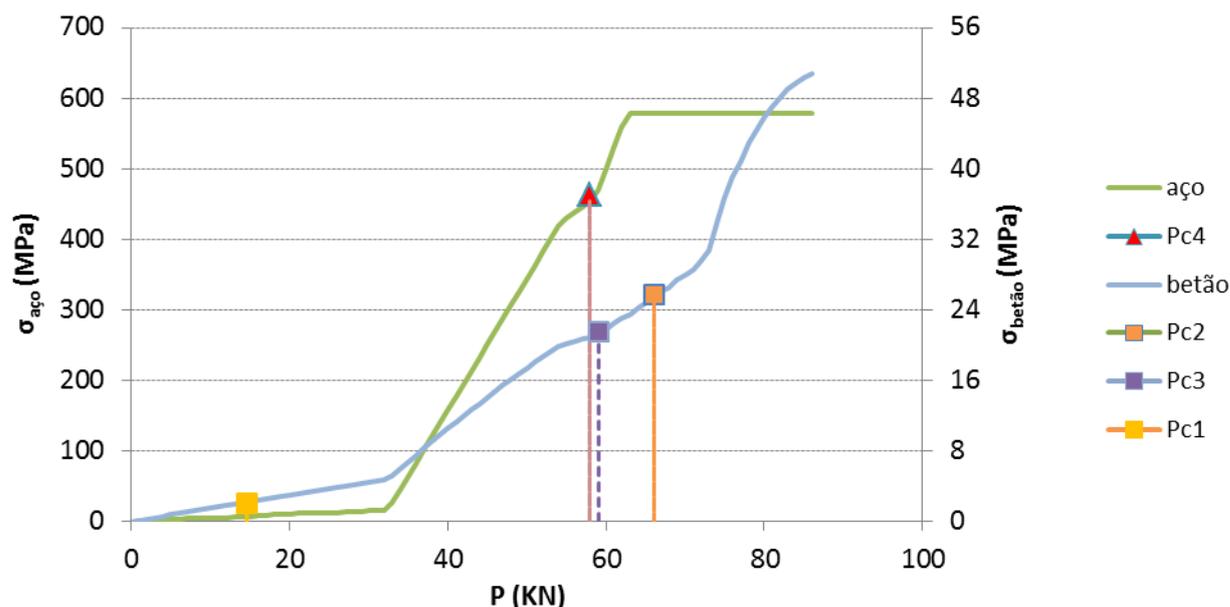


Figura 4.23- Evolução das tensões do aço e do betão existentes na Viga V9.

Quadro 4.25- Valores de carga dos critérios e relações para as Vigas V8 e V9.

Viga	P_{c1}	P_{c2}	P_{c3}	P_{c4}	P_{c2}/P_{c3}	P_{c4}/P_{c2}	P_{c4}/P_{c3}	P_{c1}/P_{c2}	P_{c1}/P_{c3}	P_{c1}/P_{c4}
V8	14,2	65,0	58,0	57,0	1,1	0,9	1,0	0,2	0,2	0,2
V9	14,6	66,0	59,0	58,0	1,1	0,9	1,0	0,2	0,2	0,3

Neste caso, a carga correspondente ao Critério 1 é a que determina a carga de dimensionamento para ambas as vigas. Este critério apresenta, surpreendentemente, cerca de 20% da carga dos restantes critérios, tanto para a Viga V8, como para a Viga V9. Também se verifica uma significativa semelhança entre a limitação do aço e do betão, ao contrário do que se verificou nos exemplos anteriores. Este facto resulta, provavelmente, de ambas as Vigas V8 e V9 serem moderadamente armadas e de possuírem uma classe resistente de betão mais elevada.

No que diz respeito à evolução das tensões, verifica-se um crescimento inicial mais suave no betão em ambas as vigas comparativamente aos exemplos anteriores, o qual se deve provavelmente à classe resistente do betão. Já a tensão do aço cresce pouco no início, aumentando consideravelmente o seu crescimento a partir de um valor a rondar os 30kN, revelando também um patamar de cedência bastante extenso, devido ao facto de ambas as vigas possuírem uma reduzida área de armadura de tracção.

5 ANÁLISE DA VARIAÇÃO DAS TENSÕES

5.1 Estudo da variação das tensões

Ao longo da avaliação efectuada para o conjunto de vigas apresentadas no capítulo anterior, constatou-se em algumas vigas uma variação brusca das tensões com o aumento carga, mais concretamente, nas Vigas V8 e V9. Assim, avaliou-se a variação das tensões no aço, e no betão, das várias vigas, em cada variação de 1% da carga máxima resistente da correspondente viga. Adiante, este conceito será referido por variação instantânea das tensões.

Para além disso, a variação da tensão do betão foi relacionada com o valor médio de tensão de rotura do betão à compressão e a variação da tensão do aço com a tensão de cedência à tracção do aço. Neste contexto, os gráficos que se apresentam adiante variam adimensionalmente ao longo dos respectivos eixos.

Agora coloca-se a questão: qual seria o valor ideal para a variação instantânea das tensões quando se faz variar em 1% o valor da carga relativa? A resposta é óbvia: 1%. Este valor corresponderá a não existirem alterações, ao longo do carregamento até à carga máxima, na variação instantânea das tensões. De facto, compreende-se que, ao longo do carregamento até à carga máxima, o valor médio da variação das tensões terá de ser 1%. Uma viga que se comportasse desta maneira poderia ser entendida como uma viga de comportamento harmonioso. Este comportamento não existe.

E qual seria o valor máximo admissível para a variação instantânea das tensões? A resposta não é óbvia, nem existe na bibliografia. No entanto, um valor que seja o dobro do anterior, isto é 2%, não pode deixar de ser considerado como substancial. Um valor que seja o dobro deste último, ou seja 4%, deve considerar-se intolerável.

Num contexto de um comportamento não harmonioso de uma viga, as implicações das variações bruscas de tensões manifestam-se quer na variação brusca da curvatura, quer na variação brusca das aberturas de fendas, caso existam. Daí a precaução que deve existir relativamente a estes fenómenos.

Nas Figuras 5.1 e 5.2 são ilustradas as variações das tensões do aço e do betão da Viga V4, que apresenta resultados mais próximos de uma viga harmoniosa, de entre as vigas analisadas.

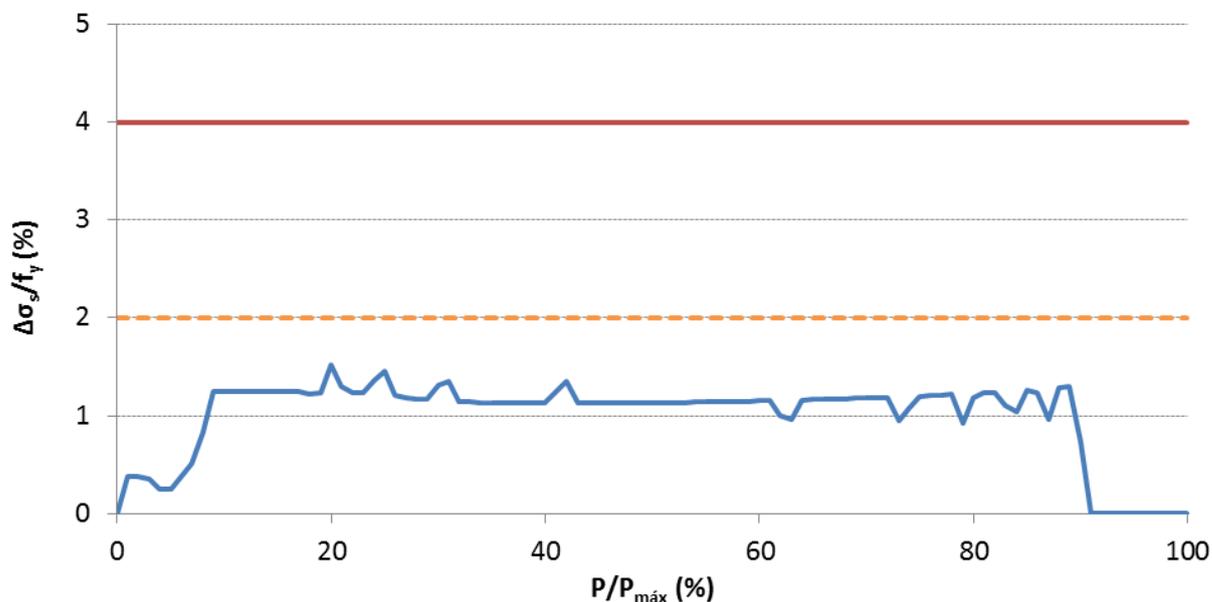


Figura 5.1- Variação da tensão do aço da Viga V4.

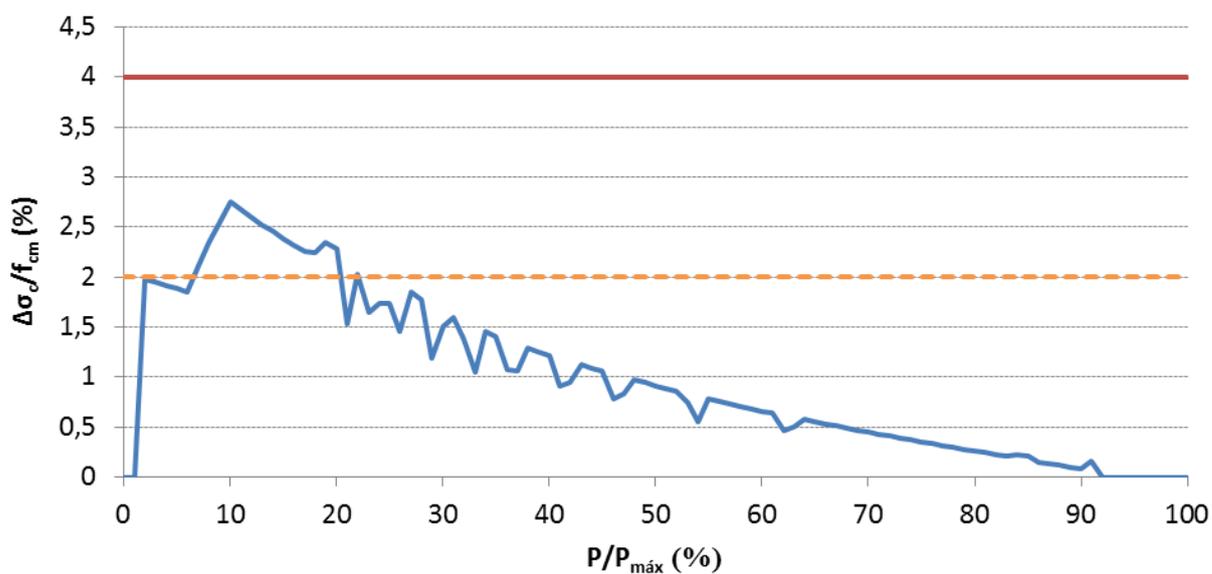


Figura 5.2- Variação da tensão do betão da Viga V4.

Para esta Viga 4, a variação instantânea das tensões no aço, quando relevantes, nunca são superiores a 1,5%, o que se pode considerar como muito relevante. Este facto é tanto mais relevante quanto este valor se mantém quase constante ao longo de toda a fase de fissuração da viga. Antes do ponto de fissuração, e depois do ponto de cedência, as variações são desprezáveis. Como se pode visualizar também através deste gráficos, a evolução da tensão instantânea no betão é mais brusca inicialmente, suavizando depois para carregamentos superiores aos da carga de fissuração da viga. Se a variação instantânea das tensões é mais intensa na fase elástica, como se verifica no betão, este facto não é preocupante.

Como foi indicado anteriormente, as vigas do Exemplo 5 apresentavam variações excessivas das tensões. Assim, nas Figuras 5.3 e 5.4 expõem-se as variações instantâneas das tensões no aço e no betão da Viga V8, respectivamente.

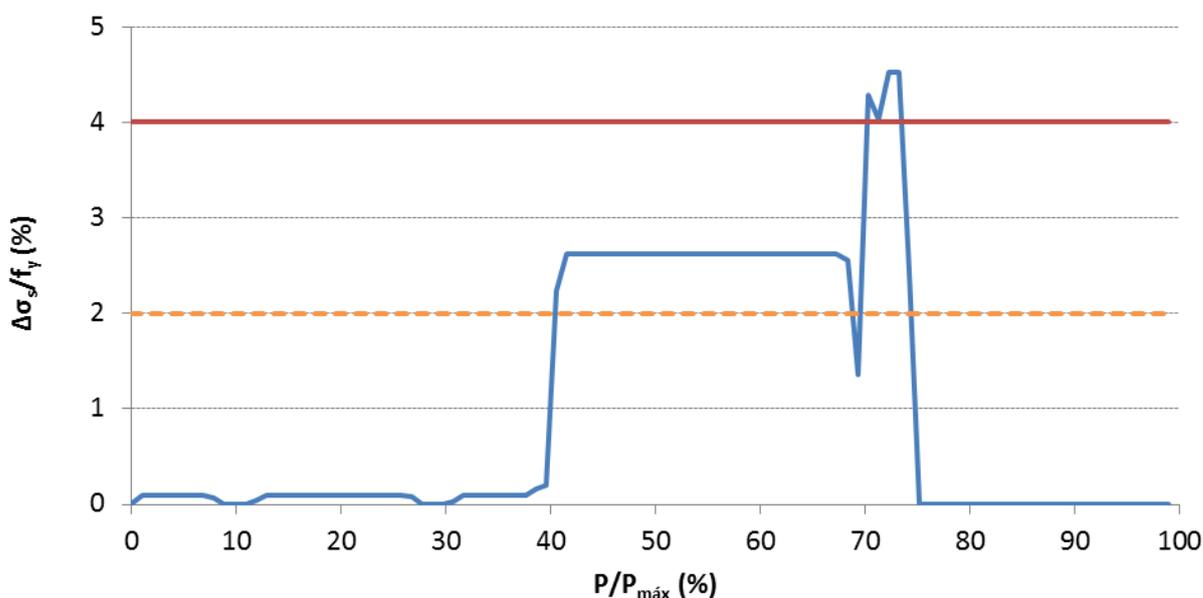


Figura 5.3- Variação da tensão do aço da Viga V8.

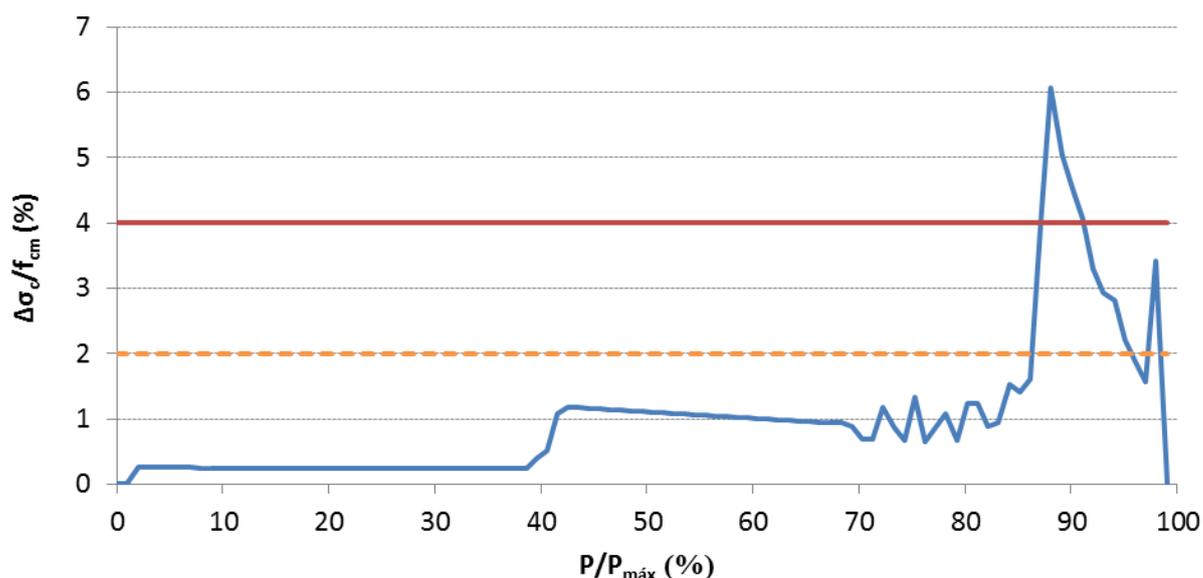


Figura 5.4- Variação da tensão do betão da Viga V8.

Nesta viga, o valor intolerável da variação instantânea das tensões no betão verifica-se para cargas próximas do ponto de cedência das armaduras, ou seja, numa zona algo afastada das cargas usuais para os SLS. No entanto, no âmbito das rotações plásticas das secções, este fenómeno deve ser ponderado. Para o aço, as variações instantâneas das tensões são significativas a seguir à fissuração da viga, e tornam-se intoleráveis mais ao menos a meio da fase de fissuração. Pensa-se que se deve ao facto de ser fracamente armada ($\rho=0.27\%$). Assim para se corrigir este erro estrutural, aumentou-se a área de armadura de tracção até se atingir os limites pretendidos. Os resultados apresentados nas Figuras 5.5 e 5.6, correspondem à mesma viga, agora moderadamente armada ($\rho=0.67\%$).

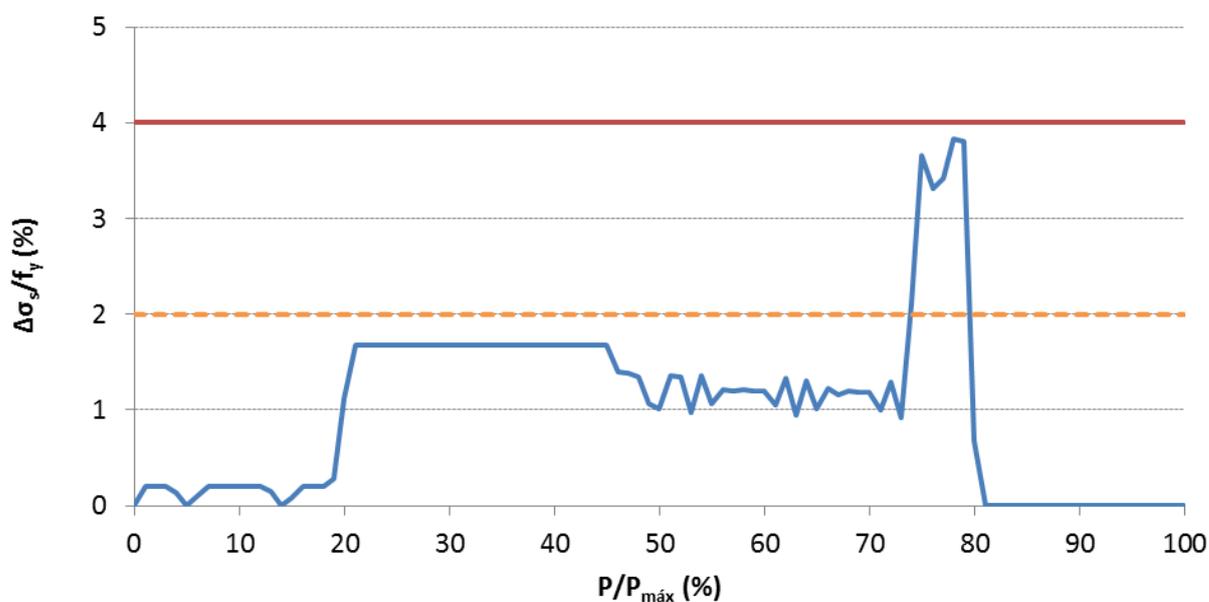


Figura 5.5- Variação da tensão do aço da Viga V8 corrigida.

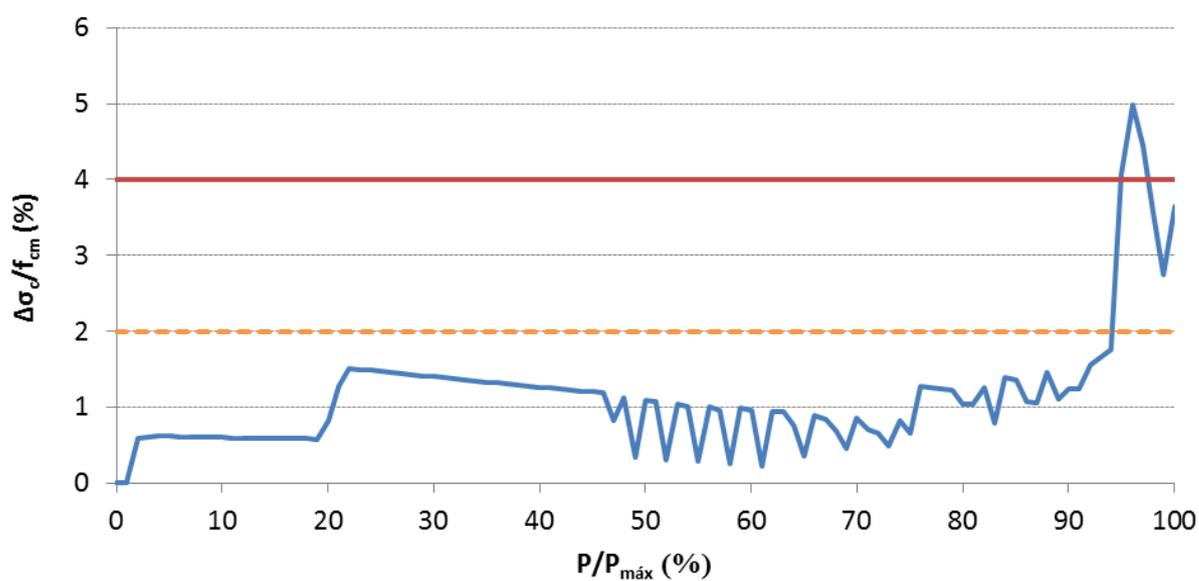


Figura 5.6- Variação da tensão do betão da Viga V8 corrigida.

Assim, caso se considere esta armadura, verifica-se que os valores máximos das variações instantâneas das tensões nos materiais diminuem cerca de 20%. Pensa-se que para se evitar

este tipo de acontecimentos, valores excessivos nas variações instantâneas das tensões, em vigas de BA, se deve, pelo menos, armar moderadamente.

5.2 Variação das características da viga BA

Ao longo desta dissertação foi sendo referido que poderiam existir algumas incongruências nas limitações de tensões impostas pelo EC2, mais concretamente a disparidade existente entre a limitação ao nível do betão e a limitação ao nível do aço, indicadas no Capítulo 4 como critérios 2 e 4. Para além disso, constatou-se ainda o facto da limitação de tensões no aço ser menos exigente que a verificação de segurança no âmbito dos ULS, num número significativo de casos.

Neste contexto, podia-se estudar uma de duas alternativas: ou quais seriam as limitações de tensões equivalentes à verificação de segurança no âmbito dos ULS; ou qual seria a combinação dos materiais que permite equilibrar as verificações impostas no EC2 ao nível da verificação de segurança das tensões. Optou-se por esta segunda alternativa.

Assim, foram apresentados algumas alterações nas características das vigas de BA de forma a conseguir-se o desejado equilíbrio. Para o efeito, a diminuição da área da armadura traccionada A_s , a diminuição da tensão de cedência à tracção do aço f_{syd} e, ainda, o aumento do valor médio da tensão de rotura do betão à compressão f_{cm} , foram os parâmetros a variar para atingir o objectivo enunciado anteriormente.

Importa salientar que estas alterações podem ter consequências graves no dimensionamento das vigas de BA, como a variação excessiva das tensões, exposta anteriormente, principalmente nos casos de diminuição da área da armadura traccionada e/ou de diminuição da tensão de cedência à tracção do aço. No que diz respeito ao valor médio da tensão de rotura do betão à compressão, sabe-se que o seu incremento implica um aumento de custos no orçamento das estruturas de BA.

Para a análise que se segue, foi adoptada uma viga tipo, onde se fez variar cada um dos parâmetros enunciados anteriormente. O esquema geral de ensaio da viga tipo é ilustrado na Figura 5.7. A geometria e as características dos materiais da viga tipo são indicadas nos Quadros 5.1 a 5.3. Para esta viga, a discretização é enunciada no Quadro 5.4, a qual foi realizada de acordo com o esquema geral de ensaio presente na Figura 5.7.

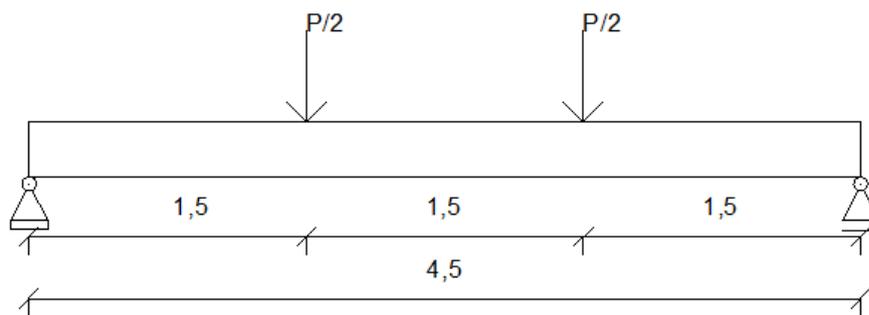


Figura 5.7- Esquema de ensaio da viga tipo.

Quadro 5.1- Dimensões da viga tipo e armaduras.

Viga	l (m)	h (m)	b (m)	d (m)	d' (m)	A_s (cm ²)	ρ (%)	A_s' (cm ²)	A_{sw}/s
Tipo	4,5	0,3	0,3	0,27	0,03	4,5	0,5	1,0	$\Phi 6//0,15m$

Quadro 5.2- Características do betão da viga tipo.

Viga	f_{cm} (MPa)	$f_{cm,cube}$ (MPa)	f_{ck} (MPa)	f_{ctm} (MPa)	E_{cm} (GPa)	ϵ_{cu} (‰)	ϵ_c (‰)
Tipo	38	47,5	30	2,9	32,8	3,5	2,2

Quadro 5.3- Características do aço da viga tipo.

Viga	Tipo de aço	f_{syd} (MPa)	E_s (GPa)	ϵ_{uk} (‰)	k_s
Tipo	ER	540	200	8	1,2

Quadro 5.4- Discretização da viga tipo.

Número de nós	Número de elementos	be (m)
31	30	0,15

O primeiro parâmetro a analisar corresponde à variação da área da armadura de tracção, traduzida pela percentagem de armadura ρ . Assim, ilustram-se na Figura 5.8 os respectivos valores de carga, avaliados para os correspondentes critérios relativos ao EC2. O Critério 3

não é exposto no gráfico. Para além de evidenciar uma evolução idêntica à do Critério 2, não é um critério especificado no EC2, ao contrário dos outros três.

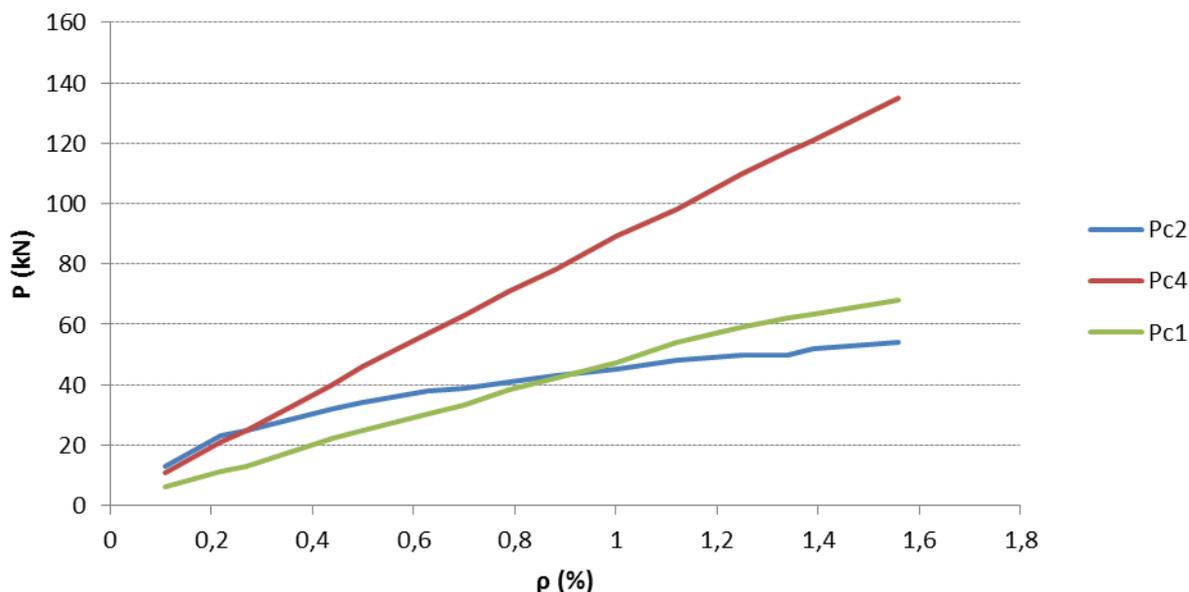


Figura 5.8- Evolução das cargas máximas com a variação da área de armadura de tracção.

Neste gráfico, é possível visualizar que a carga, no Critério 4, evolui de uma forma perfeitamente linear, como aliás seria de esperar; de facto, o produto $A_s \cdot \sigma_s$ é suposto ser aproximadamente constante no âmbito dos SLS. No Critério 1, correspondente aos ULS, a carga evolui linearmente para valores baixos da percentagem de armadura, mas para valores mais elevados de ρ a carga não aumenta assim tanto. Como se sabe, ao nível da resistência última, a resistência betão também deve ser levada em consideração. A carga correspondente ao Critério 2 cresce significativamente inicialmente abrando após uma percentagem de armadura de 0,6%. Também é conclusivo que, até uma percentagem de armadura entre 0,3% e 0,4% a disparidade entre os critérios é reduzida, ou seja, é o intervalo onde se pode conseguir maior equilíbrio entre cargas. Porém, para $\rho > 1\%$ é visível o incremento das disparidades entre as cargas.

Considerando agora a variação da tensão de cedência à tracção do aço utilizado na viga tipo, são apresentados, na Figura 5.9, os valores de carga para os critérios 1, 2 e 4. Numa primeira análise conclui-se que o valor do Critério 2 se mantém constante, pois a resistência do betão é a mesma para todas as vigas ensaiadas para esta avaliação. Os Critérios 1 e 4 evoluem paralelamente e com um crescimento moderado. Nesta figura é possível obter um ponto ideal,

onde o Critério 2 iguala o Critério 4, ou dito de outro modo, onde a limitação do aço iguala a limitação do betão, podendo deste modo otimizar os materiais da viga. Este ponto ideal corresponde, neste caso, a uma tensão de cedência à tracção do aço de aproximadamente 475MPa quando o valor médio de tensão de rotura do betão à compressão é de 38Mpa.

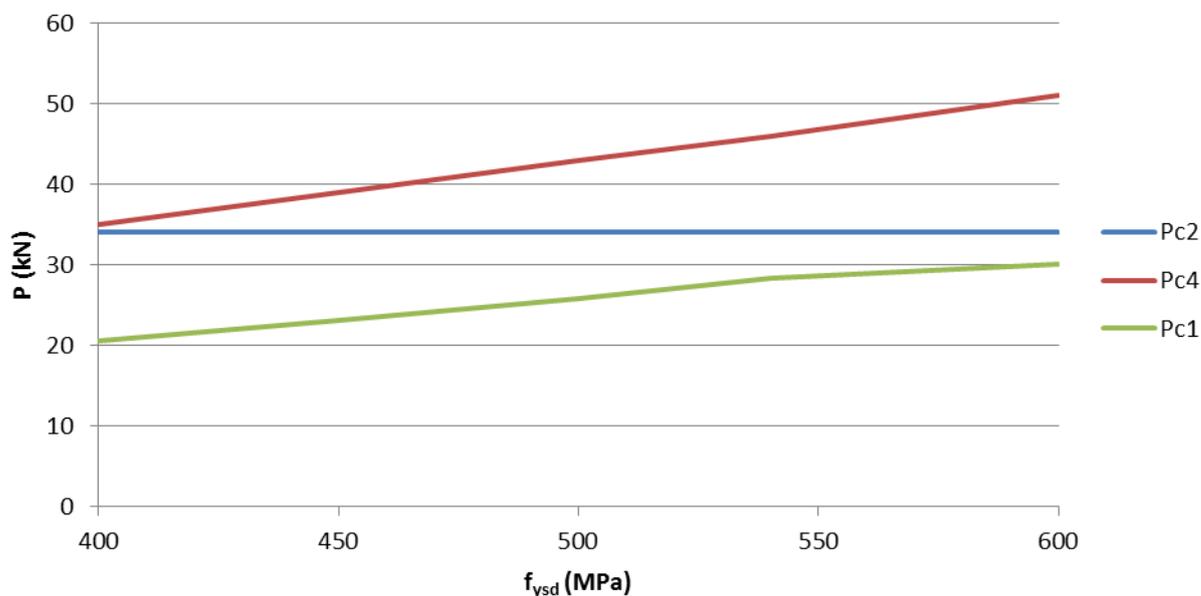


Figura 5.9- Evolução das cargas máximas com a variação da tensão de cedência à tracção do aço.

Por fim, na Figura 5.10 expõe-se a evolução das cargas, para os Critérios 1, 2 e 4, com a variação do valor médio de tensão de rotura do betão à compressão considerado na viga tipo. As curvas das cargas associadas aos Critérios 1 e 4 são aproximadamente paralelas, tal como aconteceu nas análises anteriores. Portanto é possível concluir que não é possível compatibilizar estes critérios, sendo que o Critério 1 é sempre o condicionante. Ou seja, no âmbito do EC2, na análise de vigas sob flexão simples, não faz sentido considerar a limitação de tensões nas armaduras à tracção. Relativamente ao Critério 2, a carga inicial cresce significativamente até um valor médio de tensão de rotura do betão à compressão a rondar os 58MPa. Após esta tensão, a carga estabiliza. Também nesta figura se visualiza um ponto ideal, sendo desta vez para um valor médio de tensão de rotura do betão à compressão de aproximadamente 39MPa quando a tensão de cedência de tracção do aço é de 540MPa.

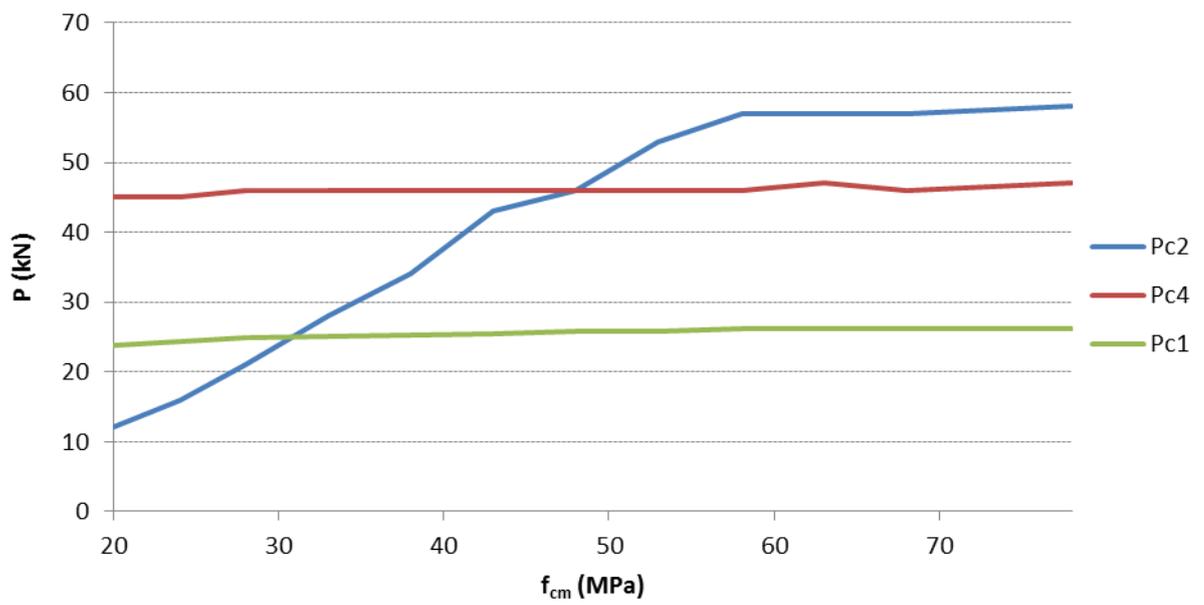


Figura 5.10- Evolução das cargas máximas com a variação do valor médio de tensão de rotura do betão à compressão.

6 PRINCIPAIS CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS

Como foi enunciado no Capítulo 1, este projecto tinha como objectivo avaliar as tensões de um conjunto de vigas de BA, ensaiadas à flexão simples por diversos autores, para de seguida se analisar mais profundamente as tensões existentes neste elemento estrutural. Também foi referido no mesmo capítulo que se iria estudar e comparar várias normas, no que diz respeito à limitação de tensões, de forma a verificar a existência, ou não, de incongruências nas limitações de tensões do aço e do betão. Por fim, foi igualmente referido que no surgimento de problemas, estes seriam expostos e solucionados. Concluída a dissertação é possível afirmar que estes objectivos foram cumpridos.

6.1 Principais conclusões

Ao longo deste trabalho foram analisadas um conjunto de 9 vigas de BA, construídas e ensaiadas por 5 autores distintos. Aquando desta análise foi detectado um problema de variação excessiva das tensões. Problema esse que foi mostrado no Capítulo 5 e solucionado com o aconselhamento no sentido de dotar as vigas de quantidades de armadura não muito baixas, com o intuito de estas variações excessivas não implicarem quer uma variação brusca da curvatura, quer uma abertura repentina de fendas.

Também, durante a análise das tensões das vigas apresentadas, foi detectado que os critérios relativos às limitações de tensões apresentavam algumas incongruências. Mais concretamente, uma disparidade significativa entre a limitação de tensões do aço e a limitação de tensões do betão e ainda o facto de a limitação de tensões do aço ser sempre superior à limitação de ULS. Estas incongruências foram detectadas comparando as cargas a que as vigas se teriam de se submeter de forma a atingirem o desejado estado limite.

Para além disso, foram apresentadas algumas sugestões baseadas nas alterações das características das vigas de BA de forma a conseguir-se o desejado equilíbrio de cargas. Para o efeito, a diminuição da área da armadura traccionada A_s , a diminuição da tensão de cedência à tracção do aço f_{syd} e, ainda, o aumento do valor médio da tensão de rotura do betão à compressão f_{cm} , foram os parâmetros a variar para atingir o objectivo enunciado anteriormente. Com este estudo foi possível concluir três pontos fulcrais: primeiro, no âmbito do EC2, na análise de vigas sob flexão simples, não faz sentido considerar a limitação de

tensões nas armaduras à tracção, pois a limitação de ULS é sempre a condicionante comparativamente à limitação da tensão do aço; segundo, para percentagens de armadura mais baixas, entre 0,3% e 0,4%, a disparidade entre a limitação da tensão do aço e a limitação da tensão do betão é menor, conseguindo-se assim maior equilíbrio entre cargas; terceiro, e último, é exequível otimizar os materiais de uma viga de BA sujeita à flexão simples, isto é, é possível igualar a limitação de tensões do aço e do betão, ou seja, é possível igualar a cargas correspondentes aos limites enunciados.

6.2 Trabalhos futuros

Há que salientar que nesta dissertação não só não se conseguiu abordar todas as questões relevantes para este trabalho, como também foram reveladas outras dúvidas e perspectivas distintas de análise.

Desde já, uma das questões que se levantou diz respeito à variação admissível das tensões. Não só não existem referências bibliográficas acerca deste assunto, como também não foi possível estabelecer um critério que não fosse criticável.

Também fica no ar uma proposta para alteração dos limites regulamentares impostos para a limitação de tensões. Estes limites deverão ser conjugados, indubitavelmente, com a optimização das secções de BA. Aliás, ficaram lançadas as bases que permitirão optimizar as secções rectangulares de BA sujeitas a flexão simples.

Esta análise foi realizada para vigas de BA sujeitas à flexão simples, o que leva a sugerir um trabalho futuro idêntico mas para vigas de BA sujeitas à flexão composta. Igualmente se sugere um estudo mais profundo da variação das dimensões das secções, das características dos materiais, do tipo de carregamento, dos efeitos diferidos, etc.

Outra questão pertinente que se levanta: a verificação das limitações enunciadas deve ser efectuada em todos os pontos da estrutura? Não é possível violar essas regras num cumprimento controlado?

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Abreu, B. (2012). “Fendilhação em Vigas de Betão Armado- Previsão do Comportamento”. Tese de Mestrado em Engenharia Civil, Especialização de Estruturas, Departamento de Engenharia Civil da Faculdade de Ciências e Tecnologias da Universidade de Coimbra, Coimbra.
- ACI Manual de Concrete Practice (1994). “Use of Concrete in Buildings - Design, Specifications, and Related Topics”. Victoria A. Wieczorek, Detroit.
- Bacinskas, D. et al (2012). “Deriving Stress-Strain Relationships for Steel Fibre Concrete in Tension from Tests of Beams with Ordinary Reinforcement”. Engineering Structures, Vol 42, pag. 387-395
- Barros, H., Figueiras, J. (2010). “Tabelas e Ábacos de Dimensionamento de Secções de Betão Solicitadas à Flexão e a Esforços Axiais Segundo o Eurocódigo 2”, FEUP Edições, Porto.
- Baikov, V., Mourachev, V, Sigalov, E. (1980). “Construções de Betão Armado”. Lopes da Silva Editora, Porto
- Beeby, A., Narayanan, R. (1995). “Designers Handbook to Eurocode 2. Part 1.1: Design of Concrete Structures”. Tomas Telford Services Ltd, London.
- Canadian Standards Association (2004). “Design of Concrete Structures”. Canadian Standards Association, Ontario
- CEB-FIP (1993). (Model Code 1990”. Comité Euro-Internacional du Béton – Fédération Internationale de la Précontrainte, Tomas Telford Services Ltd, Lausanne
- CEN (2010) “Eurocódigo 2- Projecto de Estruturas de Betão – Parte 1-1: Regras Gerais e Regras Para Edifícios”, Comité Europeu de Normalização, Bruxelas.

- Comitê Brasileiro de Construção Civil (2002). “Norma Brasileira: Projecto de Estruturas de Concreto – Procedimento”. Associação Brasileira de Normas Técnicas, Rio de Janeiro
- Costa, S. R. (2010). “Resistência à Flexão de Vigas de Betão Armado – Efeito do Tipo de Armadura”. Tese de Mestrado em Engenharia Civil, Especialização de Estruturas, Departamento de Engenharia Civil da Faculdade de Ciências e Tecnologias da Universidade de Coimbra, Coimbra.
- Costa, R. (2010). “Deformações em Vigas de Betão Armado- Efeito do Tipo de Armadura”. Tese de Mestrado em Engenharia Civil, Especialização de Estruturas, Departamento de Engenharia Civil da Faculdade de Ciências e Tecnologias da Universidade de Coimbra, Coimbra.
- Fernades, J. (2010). “Fendilhação em Vigas de Betão Armado – Efeito do Tipo de Armadura”. Tese de Mestrado em Engenharia Civil, Especialização de Estruturas, Departamento de Engenharia Civil da Faculdade de Ciências e Tecnologias da Universidade de Coimbra, Coimbra.
- Gomes, D. (2011). “Resistência à Flexão de Vigas de Betão Armado Restringidas Axialmente”. Tese de Mestrado em Engenharia Civil, Especialização de Estruturas, Departamento de Engenharia Civil da Faculdade de Ciências e Tecnologias da Universidade de Coimbra, Coimbra.
- Leonhardt, F., & Monnig, E. (1978). “Construções de Concreto”, Principios Básicos sobre a Armação de Estruturas de Concreto Armado. Interciência Lda.
- Leonhardt, F., & Monnig, E. (1977). “Construções de Concreto”, Principios Básicos do Dimensionamento de Estruturas de Concreto Armado Vol.1, 1º Edição. Interciência Lda.
- Lima, J. D., Coelho, A. T., Monteiro, V. (1970). “Manual de Betão Armado”. Laboratório Nacional de Engenharia Civil
- Lima, J. D., Monteiro, V., Mun, M. (1985). “Betão Armado, Esforços Normais de Flexão”. Laboratório Nacional de Engenharia Civil.
- MacGregor, J. G. (1992). “Reinforced Concrete, Mechanics & Design”. New Jersey: Prentice Hall
-

- Mansour, M. Y., Lee, J., Kim, S. (2011). “Nonlinear Analysis of Shear-Critical Reinforced Concrete Beams Using Fixed Angle Theory”. American Society of Civil Engineers.
- Matos, J. Valente, I, Cruz, P. (2009). “Avaliação de Incertezas no Comportamento até à Rotura de Vigas de Betão Armado”. ASCP’09- 1º Congresso de Segurança e Conservação de Pontes ASCP, Lisboa.
- Neiva, D. (2012). “Avaliação Numérica do Comportamento à Flexão Simples de Peças de Betão Armado”. Tese de Mestrado em Engenharia Civil, Especialização de Estruturas, Departamento de Engenharia Civil da Faculdade de Ciências e Tecnologias da Universidade de Coimbra, Coimbra.
- Neville, A. M. (1973). “Properties of Concrete” USA Helsted Press
- Oñate, E. (1992). “Cálculo de Estructuras por el Método de Elementos Finitos”. Análisis estático lineal, Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería, Barcelona
- Paulay, T., Priestley, M. (1992). “Seismic Design of Reinforced Concrete and Masonry Buildings”. John Wiley & Sons, Inc., New York.
- Santos, E., Shehata, I., Shehata, L. (2007). “Reforço de Vigas de Concreto Armado à Flexão por Encamisamento Parcial”. Anais do 49º Congresso Brasileiro de Concreto CBC2007-49CBC0014, Brasil.
- REBAP (1983). “Regulamento de Estruturas de Betão Armado e Pré-esforçado”, Porto Editora, Lisboa
- Ribeiro, B. (2008). “Avaliação de Deformações em Estruturas de Betão Armado”. Tese de Mestrado em Engenharia Civil, Especialização de Estruturas, Departamento de Engenharia Civil da Faculdade de Ciências e Tecnologias da Universidade de Coimbra, Coimbra.
- Rodrigues, R. (2011). “Deformações de Vigas de Betão Armado Restringidas Axialmente”. Tese de Mestrado em Engenharia Civil, Especialização de Estruturas, Departamento de Engenharia Civil da Faculdade de Ciências e Tecnologias da Universidade de Coimbra, Coimbra.
- Technical Committee (1997). “British Standard: Structural Use of Concrete”.
-