



FCTUC DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL
FACULDADE DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
UNIVERSIDADE DE COIMBRA

Concepção de Modelos de Escoras e Tirantes para a Análise de Vigas de Betão Armado com Aberturas

Dissertação apresentada para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia Civil
na Especialidade de Estruturas

Autor

Tiago Lopes Francisco

Orientadores

Paulo Manuel Mendes Pinheiro da Providência e Costa

Ricardo Joel Teixeira Costa

Esta dissertação é da exclusiva responsabilidade do seu autor, não tendo sofrido correcções após a defesa em provas públicas. O Departamento de Engenharia Civil da FCTUC declina qualquer responsabilidade pelo uso da informação apresentada

Coimbra, Junho de 2014

AGRADECIMENTOS

Agradeço à minha mãe pelo exemplo de vida que é para mim. Se não fosse ela este dia nunca teria alcançado.

RESUMO

O método de análise e dimensionamento de estruturas de betão armado baseado em modelos de escoras e tirantes é especialmente vocacionado para elementos descontínuos, representando-os de modo aproximado mas realista. Além disso, é um método simples cujos modelos para zonas descontínuas se prestam a uma análise localizada do comportamento que pode dispensar o auxílio de meios informáticos.

No presente trabalho apresenta-se o desenvolvimento de um modelo de escoras e tirantes para vigas com aberturas de grandes dimensões, situadas na metade inferior da alma junto aos apoios, colocando-se um especial enfoque na análise da sua configuração. Esta localização das aberturas afecta sobretudo a resistência das vigas ao esforço transversal, uma vez que interfere com o mecanismo resistente associado a este esforço. Desde já se pode afirmar que na zona da abertura, ou seja no lintel acima desta, os modelos não variam, de modo que as principais variações afectam sobretudo a zona de amarração do tirante longitudinal colocado acima da abertura.

Na primeira fase do trabalho foi avaliada a influência da geometria e localização da abertura sobre os esforços do modelo de escoras e tirantes estabelecendo-se uma relação simples entre os esforços nos tirantes longitudinais acima e abaixo da abertura. Na segunda fase foi desenvolvido um modelo apropriado para a maioria das vigas com abertura, tendo-se prestado particular atenção ao aspecto crítico da amarração do tirante longitudinal do lintel acima da abertura.

ABSTRACT

The analysis and design of reinforced concrete structures based on strut and tie models is a methodology justified by the static principle of plastic limit analysis which represents in an approximated but realistic manner those structures. This is a simple methodology which can be applied to problems with some complexity, as is the case of the so called singularity regions, as well as to common problems, particularly for the verification of the ULS. Furthermore, even though it can be applied together with computational tools, it can also be applied for quick preliminary studies which do not need such tools.

This paper presents the development of a strut and tie model for beams with an openings in the lower half of the web near one of the supports, offering a special focus on the analysis of the configuration of such a model. The location of these openings primarily affects the beam shear resistance. In the opening region two main zones can be defined: one above it, which is kept fixed, and another one where the longitudinal tie of the former is anchored, which requires a deeper analysis.

The first part of the work investigates the influence of the opening geometry and location on the internal forces field of the strut and tie model, and a simple relationship between tension in the main longitudinal reinforcement and opening longitudinal reinforcement is established. In the second part a model is established which can be applied to the analysis of common openings of the type investigated.

ÍNDICE

AGRADECIMENTOS	i
RESUMO	ii
ABSTRACT	iii
ÍNDICE.....	iv
ÍNDICE DE FIGURAS	vi
ÍNDICE DE QUADROS	viii
1 INTRODUÇÃO.....	1
1.1 Enquadramento Geral	1
1.2 Objetivos e Motivação	2
1.3 Organização do Documento.....	3
2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	5
2.1 Enquadramento Histórico	5
2.2 Principios basicos do Modelo Escora e Tirante.....	6
2.3 Descrição do Modelo	7
2.3.1 Trajectórias de Tensões	8
2.3.2 Regiões Nodais	9
2.3.3 Zonas de Descontinuidade.....	10
2.4 Disposições Regulamentares	11
2.4.1 Escoras.....	12
2.4.2 Tirantes	13
2.4.3 Tipo de abertura.....	14
3 DEFINIÇÃO DO MODELO PADRÃO	17
3.1 Modelo de escoras e tirantes para a viga sem abertura.....	18
3.2 Modelo escora tirante sem Abertura	20
3.2.1 Localização da abertura	20
3.2.2 Caracterização da treliça com abertura.....	21
4 ANÁLISE DE ESFORÇOS NA VIGA.....	22
4.1 Análise de esforços de uma viga sem abertura	22
4.2 Análise de esforços da viga com abertura.....	28
5 INFLUÊNCIA da ABERTURA NA VIGA	34
5.1 Variação da armadura transversal acima da abertura	37
5.2 Variação da armadura longitudinal abaixo da abertura	38
5.3 Variação da armadura longitudinal acima da abertura	40
5.4 Relacionamento das armaduras longitudinais.....	41

5.4.1	Método de Ritter.....	43
5.4.2	Relacionamento da viga com e sem abertura	44
6	MODELO ADAPTADO PARA O TIPO DE ABERTURA.....	47
6.1.1	Análise do modelo simples.....	48
6.1.2	Exemplo Prático do modelo simples	49
6.2	Análise do modelo com painéis de amarração.....	52
6.2.1	Análise do modelo com painéis de amarração	53
6.2.2	Exemplo Prático do modelo com vários painéis de amarração	54
6.3	Modelo de Muttoni e Modelo base	56
6.3.1	Análise do modelo base	58
6.3.2	Exemplo Prático do modelo base	59
7	CONSIDERAÇÕES FINAIS	62
7.1	Conclusões Finais	62
7.2	Trabalhos Futuros	63
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	64
	Anexo	67

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2.1- Modelo de treliça clássica de Ritter-Mörsch.....	6
Figura 2.2 – Linhas isostáticas de um material elástico linear homogéneo.....	8
Figura 2.3- Tipos de nós, ACI-318(2011)	9
Figura 2.4- Zona nodal hidrostática- segundo ACI-318(2002)	10
Figura 2.5- Exemplos de zonas D e B segundo Schlaich- segundo ACI-318 (2002).....	11
Figura 2.6- Configurações das escoras.....	12
Figura 2.7 – Zonas de passagem de instalações técnicas, adaptado de Mansur et al. (1999).....	14
Figura 2.8- Viga com aberturas que não interrompem a treliça regular (abertura pequena)...	15
Figura 2.9- Representa uma abertura que desvia uma escora diagonal, adaptado de Muttoni et al.(1997)	15
Figura 2.10- Representa uma abertura que altera drasticamente a treliça regular, adaptado de Muttoni et al.(1997)	16
Figura 2.11- Armadura adicional na zona das aberturas segundo Mansur e Tan (1999).....	16
Figura 3.1- Esquema do modelo de escora tirante de uma viga maciça.....	19
Figura 3.2- Regiões na zona da abertura.....	21
Figura 4.1- Representação dos nós da viga e o carregamento considerado nos nós.....	23
Figura 4.2- Esquema da ordem de análise dos nós.....	24
Figura 4.3- Método de Ritter: corte através do primeiro tirante vertical à direita do apoio...	24
Figura 4.4- Método de Ritter: cortes através do primeiro e segundo tirantes verticais à direita do apoio.....	25
Figura 4.5- Igualdade, com sinal oposto, do esforço nas escoras e tirantes longitudinais.....	27
Figura 4.6- Representação do fluxo das cargas.....	27
Figura 4.7- Exposição das cargas concentradas na viga com abertura.....	28
Figura 4.8- Corte de Ritter no painel <i>i</i> na viga sem e com abertura.....	29
Figura 4.9- Método de Ritter: corte através do primeiro tirante vertical da treliça secundária à direita do apoio.....	30
Figura 4.10- Viga representativa de uma abertura com 0,5 e 1 metro de comprimento e um ângulo de 45 graus dos painéis.....	32

Figura 4.11- Corte de Ritter que representa a relação entre escoras longitudinais com os tirantes longitudinais.....	33
Figura 5.1- Treliça representativa com 6 painéis na treliça secundária e com uma abertura de um metro de comprimento.....	35
Figura 5.2- Representação das aberturas estudadas com a manutenção das escoras diagonais a 45° no lintel.....	36
Figura 5.3- Representação das aberturas estudadas com a manutenção do número de painel igual à viga base.....	36
Figura 5.4- Representação dos tirantes transversais da abertura base.....	37
Figura 5.5- Representação dos dois tipos de aberturas estudadas.....	39
Figura 5.6- Representação do corte de Ritter específico e sinalização do último nó da treliça secundária.....	42
Figura 5.7.- Corte de Ritter, com a representação das cargas contabilizadas para a equação de momentos.....	43
Figura 5.8- Diagrama de momento flector numa viga simplesmente apoiada.....	44
Figura 5.9- Momento da viga com o corte específico de Ritter.....	44
Figura 5.10- Corte de Ritter com a mesma localização na viga com e sem abertura.....	45
Figura 5.11- Tirantes das vigas que entram na equação de momentos.....	45
Figura 5.12- Representa as vigas com e sem abertura, assinalando as barras de interesse.....	46
Figura 6.1- Viga estudada no exemplo numérico.....	48
Figura 6.2- Primeiro Corte de Ritter.....	48
Figura 6.3- Segundo corte de Ritter.....	49
Figura 6.4- Ilustração do modelo estudado, as barras destacadas são as mais relevantes- Viga 1 Secção 0.5×0.3.....	49
Figura 6.5- A interrupção dos dois painéis regulares com a formação de uma treliça secundaria com 4 painéis- Viga2 Secção 0.5×0.3.....	51
Figura 6.6- Modelo com painéis de amarração.....	52
Figura 6.7- Corte de Ritter do modelo com vários painéis de amarração.....	53
Figura 6.8- A interrupção de três painéis regulares com a formação de uma treliça secundaria com 6 painéis e uma treliça de amarração com 4 painéis - Viga3 Secção.....	54
Figura 6.9- Interrupção de três painéis regulares com a formação de uma treliça secundaria com 6 painéis e 6 painéis de amarração- Viga4 Secção 0.5×0.3.....	55
Figura 6.10-Modelo de Muttoni.....	56
Figura 6.11-Modelo Base.....	57
Figura 6.12- Representação geométrica da escora de amarração superior.	58
Figura 6.13- Representa os tirantes verticais interceptados pelo corte de Ritter.	59
Figura 6.14- A interrupção de três painéis regulares com a formação de uma treliça secundaria com 6 painéis e uma treliça de amarração com 2 painéis - Viga5 Secção 0.5×0.3.....	60

ÍNDICE DE QUADROS

Quadro 5.1- Esforços nos tirantes verticais (kN) em que se manteve as escoras diagonais com um ângulo de 45°, relativamente ao primeiro estudo figura 6.2.....	37
Quadro 5.2- Esforços nos tirantes verticais (kN) em que se manteve o comprimento do painel.....	38
Quadro 5.3- Representa o esforço do tirante longitudinal abaixo da abertura nos 6 tipos de abertura.....	39
Quadro 5.4- Esforço no tirante longitudinal acima da abertura.....	40
Quadro 6.1- Esforços nas barras relevantes.....	50
Quadro 6.2- Esforços nas barras relevantes na viga2.....	51
Quadro 6.3- Esforços nas barras relevantes na viga3.....	54
Quadro 6.4- Esforços nas barras relevantes na viga4.....	55
Quadro 6.5- Esforços nas barras relevantes na viga5.....	60

1 INTRODUÇÃO

1.1 Enquadramento Geral

Na indústria da engenharia civil a utilização de betão armado é prática corrente, é actualmente o material mais utilizado na construção. A sua utilização em elementos estruturais é possível, devido aos inúmeros testes experimentais juntamente com fundamentos teóricos, comprovados e aceites pela comunidade científica. As principais vantagens do betão é a sua liberdade de escolha de forma, a sua alta resistência, a sua durabilidade, o seu baixo custo e a boa resistência ao fogo.

Actualmente as estruturas devem ser dimensionadas com um máximo rigor e segurança, uma análise real de um elemento estrutural envolve a quantificação de um número substancialmente elevado de parâmetros, de maneira a evitar estruturas com defeitos, menos duráveis e sem nenhum valor de utilidade. O dimensionamento com base nos programas baseados no Método dos Elementos Finitos só fazem uma análise elástica linear, assumindo que o comportamento do betão é linear e determinam o correspondente campo de esforços, independente do betão estar fendilhado ou não. O método escoras e tirante permite calcular um campo de esforços estaticamente admissível, mas tem em conta o comportamento não homogéneo do betão. A aplicação de uma análise não linear do betão é efectuada pelos modelos escoras e tirantes, constituindo uma alternativa válida e bastante útil ao nível da concepção e dimensionamento (Muttoni et al.1997)

Um dos elementos estruturais mais comuns nas construções é a viga, sendo um elemento fundamental de sustentação na maioria das edificações de betão armado. As aberturas em vigas têm como função acomodação de sistemas de redes de serviços. A criação de aberturas transversais em vigas, por forma a permitir a passagem das condutas de redes a uma cota superior à da base das vigas, leva a uma poupança de espaços. A introdução de uma abertura leva uma alteração das trajectórias das tensões internas na viga, constituindo uma zona de descontinuidade. Muitas deficiências e o mau comportamento nas estruturas de betão armado são devidas a um desprezo por parte do projectistas, no dimensionamento desproporcionado nas zonas descontínuas.

O método escora e tirante surge como uma generalização do modelo de treliça clássica de Ritter e Mörsch, aplicável a qualquer zona da estrutura, preferencialmente às estruturas ou

partes destas em que não é válida a hipótese de Bernoulli, logo zonas descontínuas. O método permite que o projectistas o utilize tanto nas regiões sem descontinuidade, quanto nas regiões descontínuas. Este modelo baseado no princípio da análise plástica limite, permite resolver estruturas descontínuas de uma forma simples e clara. Isto é válido para as estruturas de betão que tenham a ductilidade assegurada. No caso da viga sem abertura é analisada a treliça que melhor se adapta à abertura, sendo que as treliças em estudo se diferenciam na zona de amarração.

1.2 Objectivos e Motivação

Dada uma viga de betão armado previamente dimensionada sem abertura, pretende-se nesta dissertação determinar como deve ser alterado o seu projecto, no caso de vir a ser necessário proceder à introdução de aberturas de grandes dimensões. Efectuar-se-á uma análise baseada em modelos de escoras e tirantes, ou seja, o enfoque incidirá na verificação dos estados limites últimos de resistência. Por outro lado, o estudo debruçar-se-á particularmente na fase de análise, ou seja, na escolha, caracterização e análise dos modelos de escoras e tirantes mais adequados para este problema. Esta análise deverá permitir determinar a ordem de grandeza das tensões na zona da viga afectada pela abertura, usando como termo de comparação as tensões na viga original.

Deste modo, é dada uma particular atenção à caracterização do modelo de escoras e tirantes na vizinhança da abertura, que constitui uma zona de descontinuidade. Esta caracterização tem naturalmente em conta as dimensões relativas da(s) abertura(s) bem como a sua posição na viga. Pretende-se estabelecer um procedimento simplificado que permita determinar as zonas de tensões máximas, devidas à abertura, e que tornem necessária a consideração de quantidades de armadura adicionais ou alterar a sua distribuição espacial, de acordo com as boas práticas indicadas na bibliografia e nas especificações técnicas.

Mais precisamente pretende-se (1) definir a treliça a usar (1.i) nos lintéis sobre e/ou sob a zona da abertura, (1.ii) na zona de amarração da armadura longitudinal destes lintéis e na (1.iii) transição para a zona regular da viga, (2) estabelecer procedimentos para a análise dos esforços nestas subestruturas e (3) determinar a sua grandeza relativa e identificar as situações condicionantes em termos do nível de tensões no betão ou das quantidades de armadura necessárias, por comparação com a solução para a viga sem aberturas.

1.3 Organização do Documento

Esta dissertação é constituída por seis capítulos, organizados em secções e subsecções, com vista a uma melhor compreensão por parte do leitor.

No capítulo 1 faz-se um breve enquadramento geral do tema, bem como os principais objectivos do trabalho e suas principais motivações.

No Capítulo 2 é apresentada uma revisão bibliográfica sobre o tema. Este capítulo inclui um pequeno enquadramento histórico ao MET e uma exposição dos conceitos básicos que lhe estão subjacentes. Explica a necessidade da realização de aberturas em vigas e apresenta as disposições regulamentares aplicáveis no dimensionamento através deste tipo de modelação. Essa exposição inclui considerações sobre zonas de descontinuidade estrutural, a trajectória das direcções principais de tensão nestas zonas e regiões nodais. São apresentados os diferentes tipos de aberturas bem como as dimensões máximas consideradas pelos diversos autores.

No capítulo 3 é definido o modelo padrão de uma viga simplesmente apoiada com e sem abertura, tendo em conta as disposições preconizadas no Eurocódigo 2 Parte 1-1 (2010) e na norma para betão estrutural norte-americana(ACI-318(2011)).Com base neste documentos, são estabelecidas orientações para a localização da abertura, disposições e dimensionamento dos elementos escoras e tirantes na zona da abertura e na zona regular da treliça.

No capítulo 4 é apresentada uma análise dos esforços das vigas sem e com abertura. Na análise de vigas com e sem abertura, é exposto o desenvolvimento de fórmulas bases, que permitem o cálculo dos esforços das treliças. As fórmulas obtidas permitem o cálculo dos esforços da treliça, de uma forma rápida e sem grandes margens de erro. Assim é apresentado uma ordem de cálculo que permite que o projectista calcule os esforços na treliça de uma forma estruturada e com um raciocínio lógico.

No capítulo 5 é estudada a influencia da introdução de uma abertura transversal numa viga de betão armado junto a um dos seus apoio. Como tal diversifica-se o comprimento e altura da abertura para verificar a influência na treliça. O segundo ponto é relacionar a armadura longitudinal acima e abaixo da abertura.

No capítulo 6 são estudados e desenvolvidos que melhor se adaptam à abertura estudada. Sendo elaborada uma caracterização de cada um dos modelos e apresentadas as vantagens e desvantagens. Desenvolvendo um modelo que se possa generalizar para todo o tipo de aberturas, independentemente do tamanho da mesma.

No Capítulo 7 resume-se as principais conclusões extraídas dos capítulos anteriores.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 Enquadramento Histórico

No início do séc. XX surgiram os primeiros modelos para estudar a resistência das vigas de betão armado ao esforço transversal desenvolvidos por Mörsch e Ritter. Os resultados experimentais permitem verificar que, depois da fendilhação do betão, uma viga de betão armado apresenta um comportamento estrutural semelhante a uma treliça de banzos paralelos (Kurrer,2008). O modelo propõe uma treliça de banzos paralelos em quase toda a extensão da viga, sendo que nas regiões dos apoios o banzo superior se inclina até se encontrar com o inferior.

Este modelo conhecido pela Analogia da Treliça permanece perfeitamente actual, continuando a ser utilizado com sucesso no dimensionamento de vigas sujeitas a esforço transversal e momento flector. Numa viga sujeita a corte são utilizadas armaduras transversais na alma da viga para evitar a rotura por esforço transversal. A rotura por esforço transversal é uma rotura frágil por isso é necessário o sobredimensionamento do elemento ao esforço transversal. Assim, é evitado esse modo de rotura, obtendo-se uma rotura dúctil por flexão (Cachim & Morais, 2013). Este modelo apresenta algumas divergências relativamente ao comportamento real, não podendo ser utilizado em zonas de descontinuidade geométrica ou estática.

Para ultrapassar as falhas do Modelo de Ritter, investigadores como Kupfer (1964), Rüschi (1964), Leonhardt (1965), Thürlimann (1979), Chen (1982), Nielsen (1984), entre outros, empenharam-se na criação de uma base científica sólida e devidamente apoiada na Teoria da Plasticidade, conduzindo ao aparecimento dos modelos de escoras e tirantes. Segundo o teorema inferior da teoria da Plasticidade, existe uma infinidade de distribuições de esforços que satisfazem as condições de equilíbrio com um dado conjunto de cargas exteriores, ou seja, distribuições estaticamente admissíveis. De facto estas distribuições dependem do modelo de escoras e tirantes considerado, sendo a melhor solução (a treliça utilizar) em termos de custo, a que minimiza a armadura, sem que seja ultrapassada a resistência efectiva do betão.

No final da década de 1980, Schlaich e Schafer(1987) desempenharam um papel importante para o desenvolvimento do método baseado em modelos de escoras e tirantes, ao adaptá-lo ao dimensionamento de elementos estruturais como vigas parede, sapatas e consolas. Sugeriram

ainda que se considerassem zonas de comportamento distintas, consoante é válida ou não a hipótese de Euler-Bernoulli, i.e. zonas contínuas e descontínuas. A sua consideração no CEB-FIP (2010) representa um avanço significativo na sua divulgação. Actualmente o MET está presente em várias especificações técnicas de betão armado, incluindo o EC2 e o ACI-318.

2.2 Princípios básicos do Modelo Escora e Tirante

Um bom projecto estrutural, não depende unicamente do comportamento global, mas sim da precisão com que são dimensionadas as regiões de descontinuidade dos seus elementos isoladamente (Pinho, 1995). As zonas descontínuas, muitas vezes apresentam deficiências após a sua execução, devido a um dimensionamento incorrecto ou à negligência por parte dos projectistas. A solução passa pelo modelo escoras e tirantes, considerado por investigadores e projectistas como a base racional e apropriada para o dimensionamento de estruturas de betão armado descontínuas (Lourenço, 1992).

Actualmente o modelo da treliça clássica e o método de Elementos Finitos servem perfeitamente para o dimensionamento de zonas correntes isto é zonas contínuas. Se estas regiões não estiverem fendilhadas pode-se utilizar o MEF em regime elástico linear; no entanto, se as secções estiverem fendilhadas, a transmissão dos esforços é descrita de uma forma mais real pela treliça clássica. A figura 2.1 representa o modelo da treliça clássica de Ritter e Morsch. É apenas necessário desenvolver modelos escoras e tirantes para zonas descontínuas, não sendo necessário utilizar, na prática corrente, os MET para o dimensionamento global de uma estrutura reticulada, que em geral é maioritariamente constituída por zonas contínuas (Lourenço, 1992).

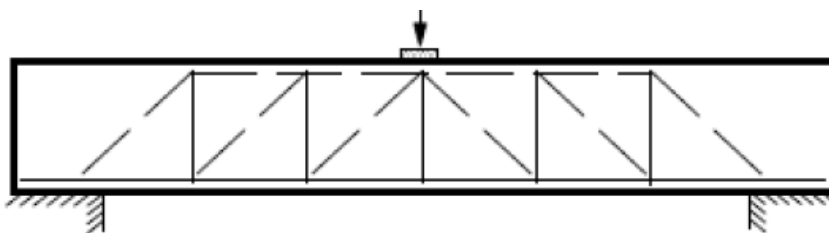


Figura2.1-Modelo de treliça clássica de Ritter-Morsch

A análise e dimensionamento baseados no MET é um método com grandes potencialidades, que tem como base o teorema do limite Inferior da teoria da Plasticidade. Este teorema determina que, estando a ductilidade assegurada, se a distribuição de esforços está em equilíbrio com o conjunto de cargas externas e as tensões nos materiais não ultrapassam a sua

capacidade de rotura em nenhum ponto, não ocorre o colapso da estrutura e as cargas externas são um limite inferior para as verdadeiras cargas de colapso (Souza, 2004).

De modo a garantir a ductilidade a cedência do aço deve ocorrer antes do esmagamento do betão. A obrigatoriedade de colocar armadura construtiva/secundária serve também para assegurar a ductilidade. Por exemplo, nas vigas o EC2 obriga a uma armadura mínima para esforço transversal.

2.3 Descrição do Modelo

A grande vantagem do MET é a possibilidade de múltiplas soluções tendo em conta que o teorema do Limite Inferior se baseia numa distribuição de tensões estaticamente admissível, permitindo a disponibilidade de várias soluções para o elemento estrutural (Santos & Giongo, 2008). É de esperar que, de um modo geral surjam dúvidas na escolha do modelo. Não existem soluções únicas e a solução mais adequada para cada caso poderá não ser a mais óbvia. O Objectivo é que o modelo tenha o mínimo de armadura necessária, como tal os esforços na treliça sejam minimizados. A qualidade e a experiência do projectista são fundamentais na obtenção do modelo a fim de se obter o modelo mais adequado, pois há a necessidade de se prever o comportamento estrutural (Lourenço, 1992).

Para efeitos de cálculo, o método das escoras e tirantes condensa todas as tensões em barras, sujeitas a esforços axiais de compressão ou tracção ligadas por nós. Neste método, as estruturas de betão armado podem ser pensadas como estando a suportar cargas por um conjunto de campos unidireccionais de tensões de compressão e de tracção. O MET aproxima as trajectórias das direcções principais de tensão do elemento por uma treliça regular, assim tenta representar as tensões na peça de acordo com a realidade. A partir de uma simples treliça, é possível, com o MET, analisar e dimensionar elementos estruturais, com base num cálculo estático simples, situação muito competitiva quando comparada com outros métodos.

Para valores de carga crescente ocorre, por parte da estrutura, uma resposta tão rígida quanto possível devido ao estado de tensão do betão, às condições de aderência, entre outros. Na fase de fendilhação do betão as condições de aderência começam a deteriorar-se, contribuindo sucessivamente para o estabelecimento de novos sistemas estáticos. Na fase de rotura, o elemento estrutural pode representar-se por apenas um único modelo de escoras e tirantes de acordo com a distribuição de tensões existentes. A definição geométrica da treliça para a representação modelar da peça que se pretende dimensionar depende de vários factores, tais como a complexidade geométrica da peça, o tipo de acções actuantes, o ângulo mínimo admissível entre escoras e tirantes e o recobrimento.

2.3.1 Trajectórias de Tensões

A aplicação de cargas em estruturas de betão, é traduzida no desenvolvimento de tensões no seu interior. O MET representa os campos de tensão nos elementos, isto é concentra todas as tensões em barras sujeitas a esforços axiais de compressão ou tracção ligada por nós. As tensões desenvolvem se como resposta às acções aplicadas à estrutura, podendo as tensões normais ser de tracção ou de compressão. As direcções principais de tensão, ou as linhas isostáticas elásticas, ver figura 2.2, representam uma aproximação do percurso das cargas, desde o ponto de aplicação até aos apoios. As linhas isostáticas elásticas referem-se a um material homogéneo e linear; embora o comportamento do betão armado esteja longe de ser linear, estas linhas constituem uma aproximação da realidade.



Figura 2.2 – Linhas isostáticas de um material elástico linear homogéneo

A partir das direcções principais de tensão define-se o modelo de treliça com escoras nas direcções comprimidas e tirantes nas direcções traccionadas, de forma a que esta acompanhe os fluxos de tensão no interior da peça. É claro porém que colocação da armadura tem de respeitar critérios adicionais, por exemplo, é habitual a disposição nas direcções horizontal e vertical. As tensões de tracção e de compressão são máximas nas zonas onde as direcções principais se aproximam mais uma das outras, quando elas se afastam as tensões são mínimas, logo os esforços são mais pequenos. Com base nisto tem o esforço máximo no tirante horizontal no meio da viga e a escora no banzo superior tem o maior esforço a meio da viga

Junto aos apoios, as direcções principais não são horizontais, estão afastadas e inclinadas, logo as tensões são mais baixas, em comparação com o meio da viga. Para armar esta viga de acordo com a solução elástica a inclinação ideal da armadura transversal seria a 45 graus. Por exequibilidade em obra não é frequentemente praticavel a colocação desta armadura transversal a 45 graus, por outro lado nas zonas sismica pode haver inversão de forças sendo necessário armadura transversal a 45 ° nas duas direcções, logo a melhor solução é colocar os estribos a 90°. Assim a estrutura deverá apresentar as disposições apropriadas, de modo a proporcionar uma gaiola rígida de fácil execução e que possibilita uma betonagem e vibração adequadas. Os esforços axiais nas barras da treliça, determinados a partir da análise estática,

serão utilizados no dimensionamento e verificação de segurança da peça, de acordo com as disposições descritas no ponto 2.3 desta dissertação.

2.3.2 Regiões Nodais

As regiões nodais necessitam de um especial cuidado, uma vez que são as zonas de concentração de tensões no betão. Uma região nodal caracteriza-se por um pequeno volume de betão, onde são aplicadas forças com diferentes direcções. Os nós de um modelo de escoras e tirantes resultam da intersecção de três ou mais barras, cargas aplicadas ou reacções de apoio e são responsáveis pela transferência de forças entre eles, razão pela qual deve ser garantido o equilíbrio em cada um dos nós do modelo (Pinho, 1995). Na realidade, enquanto que as barras da treliça são linhas unidimensionais, os nós são tridimensionais; porém, de forma simplificada, podem ser considerados bidimensionais.

O ACI-318(2011) define quatro tipos diferentes de nós que podem ser obtidos na junção de três barras. Sendo que T representa tracção e C representa compressão, uma região nodal formada apenas por escoras designa-se por CCC, uma região nodal formada por duas escoras e um tirante, CCT, uma região nodal com uma escora e dois tirantes, CTT, e TTT designa uma região nodal formada apenas por tirantes, ver Figura 2.3.

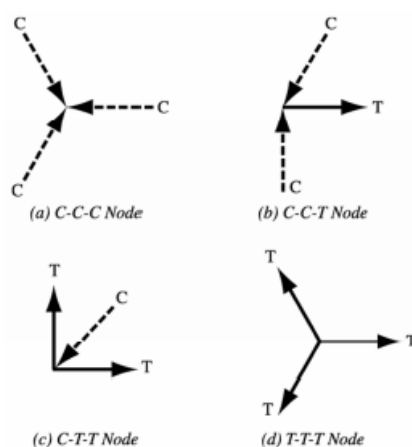


Figura 2.3- Tipos de nós, ACI-318(2011)

Observar-se na figura 2.3 que se o ângulo entre quaisquer dois elementos for menor que 180° , então o sinal do esforço é igual nos três. Porém se, se o ângulo entre um par de elementos for maior que 180° o sinal do esforço é igual nos dois, e o terceiro elemento, situado entre estes dois, tem esforço com sinal oposto.

Na representação bidimensional do estado de tensão de um nó, pode ser assegurada uma situação hidrostática, ou seja, o valor da tensão normal na região nodal é igual em todas as direcções, sendo os esforços nas escoras e tirantes proporcionais ao comprimento do lado do polígono formado pela região nodal. Por exemplo, o ACI-318(2002) diz: “ As tensões nas faces de uma

zona nodal são as mesmas em todas as direcções e as razões entre o comprimento dos lados w_{n1} , w_{n2} e w_{n3} estão na mesma proporções que as forças C_1 , C_2 e C_3 , ver Figura 2.4.

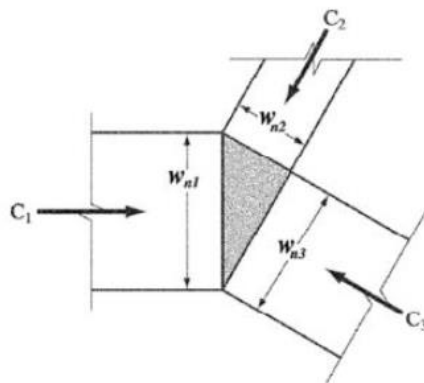


Figura 2.4-Zona nodal hidrostática- segundo ACI-318(2002)

Ao garantir-se que as zonas nodais são hidrostáticas, o elemento crítico de análise deixa de ser esta zona e passa a ser a zona das escoras, pois estas apresentam um estado de tensão unidireccional inverso ao que acontece na região nodal.

2.3.3 Zonas de Descontinuidade

De acordo com Schlaich e Schafer (1987) num elemento estrutural podem ser definidos dois tipos de regiões, contínua e descontínua. Assim, as regiões de uma estrutura em que se admite válida a hipótese de Euler-Bernoulli, são denominadas regiões contínuas ou regiões B. Todas as restantes, onde a hipótese de Euler-Bernoulli não é admissível, são denominadas de zonas D ou de descontinuidade. A hipótese de Euler-Bernoulli admite que “secções planas inicialmente perpendiculares ao eixo de uma barra permanecem planas e perpendiculares ao eixo após a flexão dessa barra” (Silva, 2004). As zonas contínuas admitem uma distribuição linear de deformação nas secções transversais do elemento, sendo geralmente dimensionadas pela hipótese clássica da teoria geral de flexão (método expedito), com base na sua geometria e nas características do material, ou pelo método da treliça clássica. Para as regiões descontínuas é necessário recorrer ao modelo escora e tirante, que de uma forma simplificada consegue descrever o fluxo de tensões e permite a compatibilização das regiões contínuas e descontínuas através de um modelo de treliça. “Em termos de dimensionamento do betão estrutural é natural que os modelos adoptar nestas zonas sejam diferentes dos aplicados nos elementos com comportamento uniforme” (Appleton, 2013).

As descontinuidades podem ter duas origens, estáticas ou geométricas. As descontinuidades estáticas encontram-se em zonas onde existem cargas concentradas, por sua vez, as

descontinuidades geométricas resultam da presença de singularidades geométricas no elemento estrutural, como aberturas, dentes ou nós de pórticos, ver figura 2.5

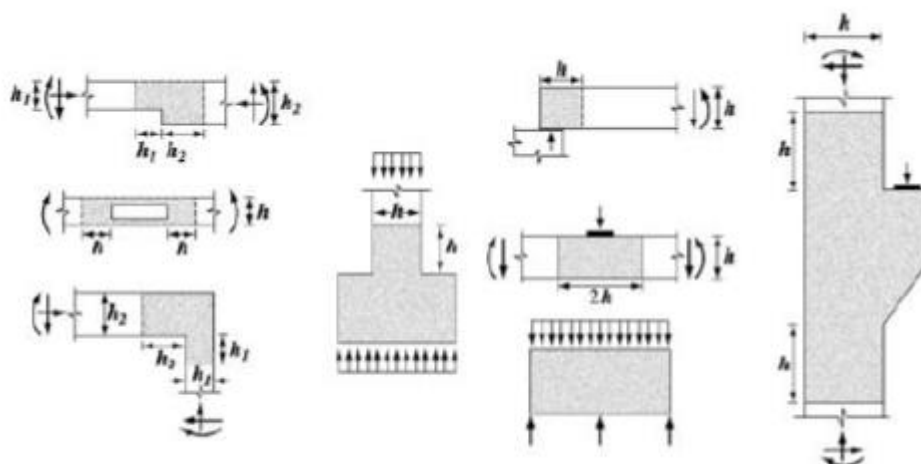


Figura 2.5- Exemplos de zonas D e B segundo Schlaich-segundo ACI-318 (2002)

A delimitação geométrica das zonas D obedece ao Princípio de Saint-Venant, segundo o qual “se um corpo estiver sujeito à accção de um sistema de forças actuando numa zona limitada da sua superfície, as tensões e deformações que esse sistema de forças provoca a uma distância grande da superfície de aplicação não depende da maneira particular como as forças estão aplicadas, mas apenas da sua resultante. Esta distância grande pode, na maioria dos casos, ser considerada como igual à maior dimensão da superfície onde estão aplicadas as forças” (Silva, 2004). Assim, os efeitos localizados causados por qualquer particularidade numa estrutura serão dissipados em regiões suficientemente distantes do ponto particular. Normalmente, o comprimento considerado para a zona de descontinuidade relaciona-se com a dimensão transversal da peça em causa. Quando afastamento do ponto de aplicação ou das zonas irregulares geométricas, os campos de tensões tornam-se lineares e o princípio Euler-Bernoulli é válido. Assim quando o afastamento do ponto de aplicação é inferior à dimensão transversal da peça o princípio Euler-Bernoulli não é válido, logo os campos de tensões não são lineares. O MET permite a compatibilização entre a zona contínua e descontínua, logo no modelo desenvolvido não é crítica a identificação destas zonas.

2.4 Disposições Regulamentares

Num projecto de engenharia as condições de segurança, estabilidade e fiabilidade têm de, obrigatoriamente, ser respeitadas. Para isso é necessário ter em atenção certas imposições regulamentares por forma a garantir que a estrutura em causa cumpre com os requisitos anteriormente nomeados. As especificações técnicas, têm como principal função fornecer formas de cálculos convenientemente testados, teórica e experimentalmente, e uniformizar

métodos de dimensionamento. Estas são as disposições regulamentares que servem de referência no dimensionamento ou sua verificação para o projectista. O EC2 não apresenta, relativamente à análise e dimensionamento com MET um procedimento pormenorizado.

2.4.1 Escoras

As escoras de betão podem assumir distribuições bidimensionais ou tridimensionais de tensão. Os campos de tensão em escoras de betão estrutural podem tomar três configurações tipificadas, segundo Shafer e Schlaich (1991), ver Figura 2.6

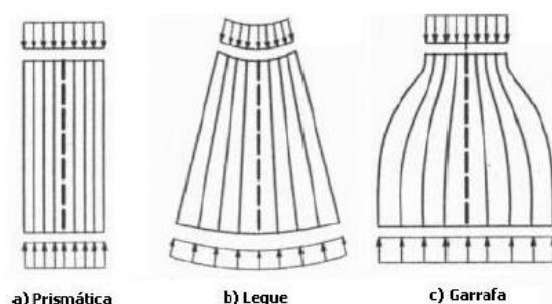


Figura 2.6- Configurações das escoras

A escora prismática reproduz uma distribuição de tensões uniforme, sem perturbações e sem tensões transversais de tracção. Uma escora de betão com configuração em leque, traduz um campo de compressões onde, apesar de já não existir uniformidade, podem-se desprezar as tensões tangenciais. A escora em garrafa simula um campo de compressões com curvaturas localizadas, gerando tracções transversais não desprezáveis com fendas inclinadas.

Schlaich e Schafer em 1988, apresentam como valores básicos de resistência de escoras; $0,85 f_{cd}$ para a escora prismática, $0,68 f_{cd}$ para a configuração em leque e $0,51 f_{cd}$ para a escora em garrafa.

No ponto 6.5.2 do EC2 Parte 1-1 (2010), são apresentadas duas situações para a verificação da resistência de escoras de betão. A primeira referente a escoras de betão situadas em regiões com tensões de compressão transversal ou sem tensões transversais de tracção e a segunda referente a escoras de betão situadas em regiões com tensões de tracção transversal.

Para a primeira situação a tensão no elemento não deve ser superior ao valor de cálculo da tensão do betão à compressão.

$$\sigma_{Rd,max} = f_{cd} \quad (2.1)$$

sendo $\sigma_{Rd,max}$ a tensão máxima no elemento e f_{cd} o valor de cálculo da resistência à compressão do betão.

Para a segunda situação, a tensão no elemento não deve ser superior ao valor de cálculo da resistência à compressão do betão, afectada do factor 0,6 e de um coeficiente

$$\sigma_{Rd,max} = 0.6\nu' f_{cd} \quad (2.2)$$

$$\nu' = 1 - \frac{f_{ck}}{250} \quad (2.3)$$

Sendo f_{ck} o valor característico em MPa da tensão de rotura do betão à compressão O ponto 6.5.2 do EC2 permite que se considere um valor de cálculo da resistência mais elevado para regiões com compressão multi-axial.

Para a norma ACI-318 (2002) o valor da tensão não deve ser superior a $0.85\beta_s f'_c$, sendo f'_c o valor característico da resistência à compressão do betão. O factor β_s depende do estado de tensão na escora, podendo tomar os valores 1; 0,75; 0,60 e 0,40, para escoras prismáticas sem perturbações, para escoras em garrafão com armadura de reforço sem fendilhação, com armadura de reforço com fendilhação e para escoras com tensões de tracção

2.4.2 Tirantes

Os tirantes representam geralmente as armaduras de uma peça de betão armado, que, sendo essencialmente lineares, apresentam campos unidimensionais de tensão. Note-se que também podem existir tirantes de betão, no entanto raramente são modelados devido à baixa resistência do betão à tracção.

No dimensionamento de tirantes transversais e longitudinais, o EC2 Parte 1-1 (2010) ponto 6.5.3 aponta que o valor de resistência deve ser determinado segundo as regras genéricas de cálculo de armaduras de aço em betão armado.

$$N_{Rd} = A_s f_{yd} \quad (2.4)$$

onde N_{Rd} traduz o esforço axial no tirante, A_s a armadura necessária para resistir ao esforço e f_{yd} o valor de cálculo da tensão de cedência do aço em tracção. De modo a garantir uma aderência eficaz, é recomendável que a armadura seja distribuída de modo a garantir que o centro geométrico dos varões coincida com o eixo do tirante e a armadura seja devidamente amarrada nos nós

2.4.3 Tipo de abertura

No projecto de edifícios torna-se por vezes necessário considerar aberturas nas vigas, para possibilitar a passagem de instalações técnicas, nomeadamente, a rede eléctrica, rede de telecomunicações, condutas de ar-condicionado e redes de abastecimento e de esgotos. Tecnicamente seria mais simples, motivo pelo qual é também mais usual, fazer passar estas instalações por baixo das vigas e, possivelmente, escondê-las posteriormente com um tecto falso (a mesma solução sendo possível caso se opte pelas aberturas). Porém, essa solução inutiliza uma parte significativa do pé-direito do andar, o que, no caso de edifícios com muitos pisos pode ter como consequência um aumento significativo do custo da obra. Neste caso, e noutros, pode pois tornar-se mais interessante para o dono da obra prever aberturas nas vigas para a passagem das instalações técnicas, ver figura 2.7.

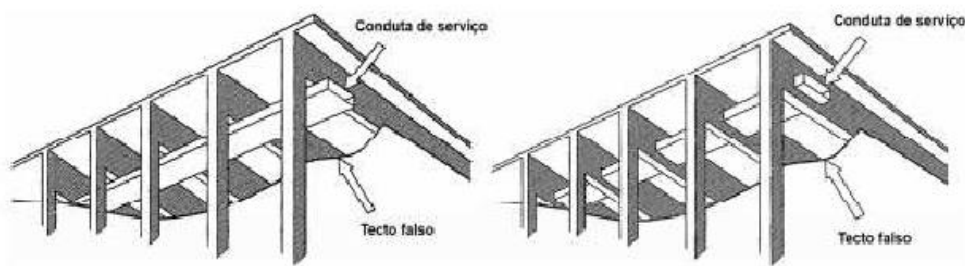


Figura 2.7 – Zonas de passagem de instalações técnicas, adaptado de Mansur et al.

(1999).

Na sua obra, Mönnig & Leonhardt (1977) referem que nos ensaios em vigas rectangulares realizados por Nasser em 1966, a carga de rotura de uma viga com abertura é igual à da viga similar mas sem abertura, desde que conveniente armada e pormenorizada. Ou seja, frequentemente, a presença da abertura não afecta os estados limites últimos. Porém, segundo Mansur (1999), uma viga contínua com uma abertura apresenta uma forte redução da rigidez e, em consequência disso, pode ter um desempenho ineficaz relativamente aos estados limites de serviço, ou seja, deformação excessiva, comportamento deficiente em termos de limitação de tensões e no controlo de fendilhação. Nesta dissertação os estados limites de serviço não são considerados; o foco principal são os estados limite último de resistência ou, mais precisamente, a determinação do modelo que melhor se adapta à presença da abertura. Muttoni (1997) refere que numa viga com abertura é fundamental assegurar a transmissão do esforço transversal; como tal uma abertura próximo de um apoio de uma viga biapoiada é mais penalizador do que a meio, devido ao facto de o esforço transversal ser máximo junto ao apoio, sendo bastante baixo no meio da viga.

Quanto à sua dimensão, Prentzas e Nasser (1968) classificam uma abertura de pequena se ela não interrompe a treliça regular, ou seja, não interrompe os campos de tensões na alma, como representa a figura 2.8. Por outro lado, Mansur (1999) distingue as aberturas na viga quanto à sua dimensão de acordo com a influência que estas têm no comportamento estrutural da viga. Assim, as aberturas que não interferem no comportamento estrutural da viga são consideradas pequenas: neste caso a viga pode ser dimensionada ignorando-se a existência da pequena abertura. Se a abertura interfere com o comportamento estrutural da viga, será considerada uma grande abertura.

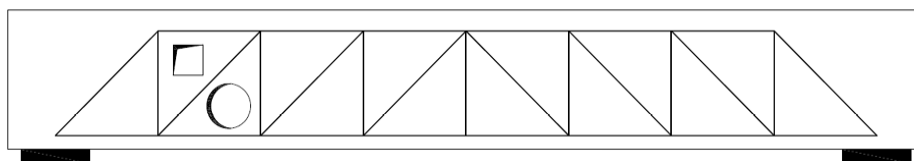


Figura 2.8- Viga com aberturas que não interrompem a treliça regular (abertura pequena).

Assim quanto à sua dimensão, as aberturas das vigas podem ser classificadas como pequenas aberturas ou grandes aberturas. Uma abertura pequena, é aquela que não interrompe as escoras de compressão diagonais que ligam os banzos superior e inferior pelo contrário, as grandes aberturas impedem a formação destas diagonais. Esta interrupção altera o normal funcionamento do elemento estrutural, existindo uma descontinuidade, em que não é válido o princípio de Bernoulli. É então necessário conceber uma treliça base que represente o novo funcionamento. Segundo Muttoni, é possível dividir as grandes aberturas em dois tipos distintos. No primeiro, as aberturas limitam-se a desviar a trajetória da escora inclinada, sendo que esta se desenvolve na mesma entre dois tirantes verticais consecutivos, ver figura 2.9. No segundo, a abertura interrompe não só a escora inclinada mas também os tirantes verticais, levando a uma alteração profunda da geometria da treliça ver, figura 2.10.

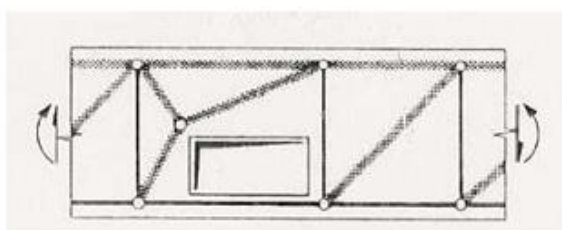


Figura 2.9- Representa uma abertura que desvia uma escora diagonal, adaptado de Muttoni et al.(1997)

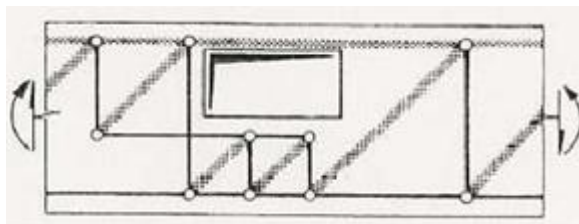


Figura 2.10- Representa uma abertura que altera drasticamente a treliça regular, adaptado de Muttoni et al.(1997)

Muitos autores defendem que a classificação da abertura em pequena ou grande depende do seu tamanho e da altura da viga. Mansur (1999) considera que para que uma abertura circular ou rectangular seja pequena, o seu diâmetro ou altura não deve ultrapassar 40% da altura da viga. Segundo Somes e Corley (1974), se o diâmetro de uma abertura exceder 25% da altura da viga considera-se uma grande abertura. De acordo com Leonhardt e Mönning (1977), as aberturas com um comprimento superior a 60% da altura útil da viga devem ser consideradas grandes aberturas. Estes autores também apresentam dimensões máximas para o comprimento da abertura, que não deverá exceder o dobro da altura útil da viga.

A nível regulamentar, a informação relativa ao dimensionamento de aberturas é bastante reduzida, sendo que o EC2 nada menciona. Para aberturas pequenas, Leonhardt e Mönning e, mais recentemente, Mansur apresentam uma solução para a pormenorização da armadura em forma de losango para aberturas circulares e em forma de quadrado para aberturas quadradas. Para aberturas pequenas, a armadura principal da viga sem e com abertura não difere, mas a viga com abertura necessita de uma armadura construtiva adicional. Como a introdução de uma abertura interfere com as trajectória de tensões, criando uma zona de concentrações de tensões, deve ser disposta uma armadura adicional, capaz de redireccionar as tensões e prevenindo a fendilhação e a rotura da secção.

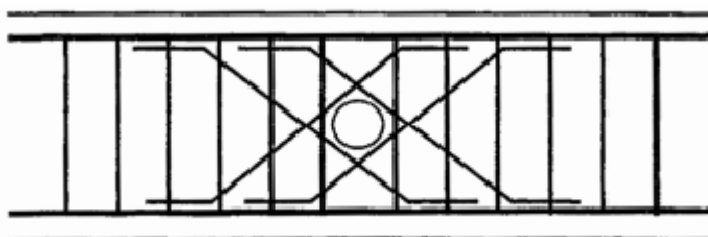


Figura 2.11-Armadura adicional na zona das aberturas segundo Mansur e Tan (1999)

3 DEFINIÇÃO DE MODELO PADRÃO

A abordagem por modelos de escoras e tirantes (MET) constitui um método de análise, dimensionamento e verificação de segurança de peças de betão, especialmente vocacionado para zonas de descontinuidade, mas igualmente válido para as zonas regulares. O MET é um método baseado no princípio estático ou seguro da análise plástica limite, sendo pois necessário que o material apresente ductilidade suficiente, e consiste na determinação de um campo de esforços simplificado que satisfaça as condições de equilíbrio e, seguidamente, na verificação das condições de cedência no betão e no aço. O campo de esforços simplificado é definido por uma treliça, admitindo-se pois que é constituído por vários troços de eixo recto concorrentes em nós. Esta treliça pode ser estável e isostática ou não, mas uma análise inicial da solução torna-se mais simples se o for. De facto, no caso hiperestático, seria necessário considerar a rigidez dos vários troços e no caso de treliças não estáveis a própria geometria depende do carregamento o que também torna a análise mais complexa. Neste último caso é sempre possível considerar uma treliça estável equivalente em que alguns dos elementos da treliça apresentam esforço axial, tendo sido essa a opção seguida neste estudo. A análise é iniciada pelo estudo das linhas isostáticas elásticas da peça para o carregamento especificado ou pela determinação aproximada do “percurso” das cargas desde o ponto de aplicação até aos apoios. Mudanças de direcção neste percurso requerem a presença de campos de esforços oblíquos a esse percurso. Com base então ou nas linhas isostáticas ou nos campos de tensão, constituídos pelos troços do percurso e campos desviadores, estabelece-se uma treliça que os aproxime o melhor possível mas que tenha em atenção igualmente certas questões práticas como a da exequibilidade e custo da execução da armadura de aço. Note-se ainda que os modelos de escoras e tirantes são treliças em que é significativo o sinal do esforço axial em cada elemento: de facto os elementos traccionados terão de ser concretizados por varões de aço dispostos paralelamente ao seu eixo, enquanto os elementos comprimidos poderão ser constituídos por prismas de betão, eventualmente combinados com armadura de compressão caso tal se revele necessário. Como a análise das linhas isostáticas ou do percurso das cargas permite determinar qual o sinal previsto para o esforço em cada elemento é habitual representá-lo diferentemente, ou seja, por linhas tracejadas ou contínuas, consoante representam campos de compressão (escoras) ou campos de tracção (tirantes). A união entre escoras e tirantes é feita por nós, que efectivamente constituem zonas com dimensões significativas.

Existe uma grande flexibilidade no modo de definir o modelo de escoras e tirantes, ou treliça, sendo um dos objectivos a definição qualitativa da treliça mais apropriada à presença de uma

abertura na viga. Esta treliça deverá ser estaticamente admissível, a sua análise deve ser simples, e o seu traçado deve ainda, de alguma forma, reflectir tanto as trajectórias mais prováveis das isostáticas elásticas como as disposições mais habituais da armadura. A treliça base utilizada na definição do modelo da peça que se pretende dimensionar depende de vários critérios como a complexidade geométrica da própria peça, do carregamento e do próprio projectista.

Quanto à determinação estática, uma treliça pode ser hipostática, isostática ou hiperestática. As incógnitas do problema são em número de $(r+b)$, sendo r o número de reacções de apoio a determinar e b o número de barras e as equações de equilíbrio em número igual a $2n$, sendo n o número total de nós (Sussekind, 1973). Quando o número de incógnitas é inferior ao número de equações a estrutura é hipostática. Se o número de incógnitas for igual ao número de equações e as ligações estiverem bem distribuídas a treliça é isostática. Se o número de incógnitas for superior ao de equações então é hiperestática.

A geometria das treliças hipostáticas é determinada pelo carregamento, sendo exemplo dos funiculares ou tirando partido da simetria. Por outro lado, uma treliça hipostática pode ser sempre convertida numa isostática, por adição de barras, as quais apresentam obviamente esforços nulos. A opção por uma treliça isostática é a mais segura, porque garante a existência da solução estática, sendo pois geralmente a mais apropriada para o método das escoras e tirantes, e podendo ser analisada pelo Método dos Nós e/ou Método de Ritter. O uso das treliças hiperestáticas, embora represente melhor a realidade das peças contínuas, implica a consideração da rigidez das escoras o que torna o cálculo de esforços mais complexo. Neste caso, o cálculo de esforços pode ser efectuado pelos Métodos das Forças, dos Deslocamentos ou o MEF.

3.1 Modelo de escoras e tirantes para a viga sem abertura

Na concepção do modelo escora tirante, o projectista arbitra o valor de vários parâmetros que determinam a geometria da treliça, tais como o comprimento do braço mecânico, o ângulo das escoras inclinadas e o comprimento de cada painel da treliça. A altura da treliça pode ser dada pelo valor do braço mecânico z . O valor de z varia de autor para autor; o EC2 na secção 6.2.3 (1) considera o valor de $0,9d$, sendo d a altura útil. Na prática corrente no pré-dimensionamento de secção de betão armado usa-se um valor no intervalo $z=0.8h$ a $0.75h$. O material betão não é homogéneo; por exemplo, junto à face superior da viga, o confinamento é menor, podendo os campos de tensão de compressão necessitar de uma secção com área maior. Em relação às tensões de tracção, serão suportadas pelos varões de aço, necessitam assim de uma área menor. Pelas razões referidas acima considera-se que hc , a distância da escora de compressão horizontal à face superior da viga deve ser maior que hs , a distância do eixo do tirante horizontal à face inferior da viga. Nesta dissertação considera-se que a

distância z é igual a $0.75h$, sendo a altura restante distribuída por hc e hs . Para a distância hc considerou-se o valor $0,15h$ e para a distância hs considerou-se $0,10h$. Optou-se por considerar dimensão de $0.30h$ para os campos de tensões diagonais, nomeadamente para situações em que existem tensões de tracção transversais nas escoras, que reduzem bastante a tensão resistente das mesmas. Trata-se de um valor bastante conservativo para as vigas estudadas.

O modelo de escoras e tirantes para uma viga sem aberturas pode ser definido, de forma simples, por uma treliça isostática com banzos paralelos e escoras inclinadas com uma inclinação de cerca de $\theta = 45^\circ$ igual em todos os painéis. De facto, o valor a considerar para esta inclinação pode ser outro. Para a sua determinação podem ser considerados dois critérios distintos: minimização da quantidade de armadura ou maximização da resistência. O primeiro critério leva à redução do ângulo das escoras diagonais, reduzindo o número de painéis na viga e portanto a quantidade de armadura de esforço transverso. O segundo critério obriga a ponderação geométrica entre o braço mecânico e o comprimento efectivo da viga, leva ao valor referido acima, que minimiza a tensão de compressão no betão. Esta conclusão é também referida na secção 6.2.3 do EC2, que indica que a resistência é máxima para escoras com inclinação de cerca de 45° . Neste trabalho seguiu-se o segundo critério, escolhendo-se para todos os painéis o mesmo valor do ângulo. Note-se que os apoios são zonas de descontinuidade onde o modelo de Muttoni não é aplicável. Além disso, no caso de apoios simples na extremidade de uma viga, no apoio já não é obviamente necessária a presença de estribos associada à transmissão indirecta do carregamento considerada naquele modelo. Por isso o limite máximo de 45° para a inclinação das escoras indicado no EC2 não é aplicável para esta escora. De facto a inclinação inicial da degradação das cargas relativamente à linha de acção de uma carga concentrada é de cerca de 32.5° CEB-FIP (2010) correspondendo no caso de um apoio, a um ângulo com a horizontal por volta de 57.5° . Porém, nesta dissertação não se considerará este valor, pelo menos numa primeira análise.

Considerar-se-á o caso geral de uma viga sujeita a um carregamento uniformemente distribuído, suposto aplicado na sua face superior. Mesmo que, como é o mais frequente, se trate uma viga carregada por uma laje mesmo que esta tenha a face superior ao nível da face superior da viga esta hipótese é suficientemente adequada dada a diferença de altura destes dois elementos. Já para o peso próprio pode-se admitir que ele é igualmente distribuído entre os “banzos” superior e inferior da viga, ou então, que actua apenas no banzo inferior, que é naturalmente uma hipótese conservativa. Estas cargas distribuídas têm de ser convertidas em cargas concentradas estaticamente equivalentes aplicadas nos nós do modelo de escoras e tirantes: no caso dos painéis interiores, que apresentam igualmente comprimento, essa equivalência estática é obtida considerando apenas o comprimento de influência. A figura 3.1 representa a conversão da carga distribuída para cargas concentradas.

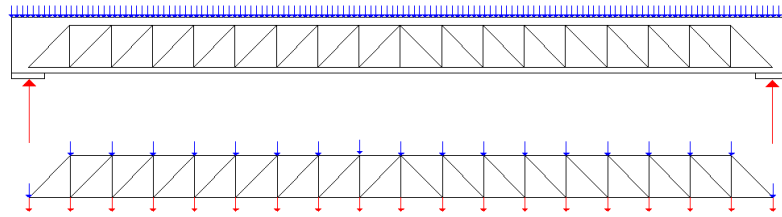


Figura 3.1- Esquema do modelo de escora tirante de uma viga maciça

O diagrama de esforço transversal devido ao carregamento uniforme é linear, mas quando esta carga é substituída por cargas concentradas estaticamente equivalentes, o diagrama deixa de ser linear passando a ter uma forma de escada; representando cada degrau uma carga concentrada. \bar{V}_{n+1} é o valor da reacção no apoio e \bar{V}_n é o valor do degrau anterior \bar{V}_{n+1} , menos a carga pontual em $n+1$. Deste modo, o diagrama de momento flector na viga de betão armado não é exactamente igual ao da treliça. Na viga os esforços variam continuamente enquanto que na treliça o esforço é constante em cada barra.

Sendo simétricos a treliça e o carregamento, os esforços só precisam de ser calculados para a primeira metade, sendo simétricos para a outra parte. Neste ponto caracterizou-se um modelo de base para qualquer género de viga esbelta, podendo variar unicamente o comprimento do painel, a altura do painel e o número de painéis com a variação do comprimento da viga. A carga e o peso próprio são aplicados de igual forma de modelo para modelo.

3.2 Modelo escora tirante sem Abertura

3.2.1 Localização da abertura

As aberturas estudadas nesta dissertação são aquelas que interrompem a treliça base, tendo-se centrado o estudo nas aberturas rectangulares situadas o mais próximo possível dos apoios, que é a zona mais crítica para a localização de aberturas. Esta localização compromete a capacidade resistente ao corte da viga, devido ao esforço transversal máximo verificado nesta zona. A interrupção altera o normal funcionamento do elemento, levando a um desvio do percurso das tensões na viga. Não esquecendo da alteração abrupta da secção da viga e consequentemente da geometria da treliça. Logo o modelo da treliça acima apresentado torna-se inútil. A localização da abertura deve ser a uma distância mínima, denominada por a , medida desde o eixo do apoio ao início da abertura, devendo ser igual ou superior à altura útil da viga.

3.2.2 Caracterização da treliça com abertura

A introdução da abertura altera significativamente a treliça acima apresentada, sendo necessário, para cada tipo de abertura, tentar definir a treliça que melhor se adapta às trajectórias de tensões em torno da descontinuidade. Sobre abertura desenvolve-se uma treliça semelhante à que se desenvolve na parte regular, essa treliça denomina-se por treliça secundária. Treliça regular é a parte da treliça que não foi afectada pela abertura, mantendo a geometria do painel igual à viga sem abertura. A zona onde a treliça secundária coincide com a treliça regular denomina-se por a zona de regularização. Os painéis que se poderão formar após a zona de regularização denominam-se por painéis de amarração e encontram-se na zona de amarração. As barras têm a mesma designação das zonas, excepto em dois tirantes. O último tirante longitudinal da treliça secundária tem a designação de tirante de amarração enquanto que o tirante transversal imediatamente à direita da abertura designa-se por tirante de transição. A figura 3.2 define as regiões da treliça na zona da abertura.

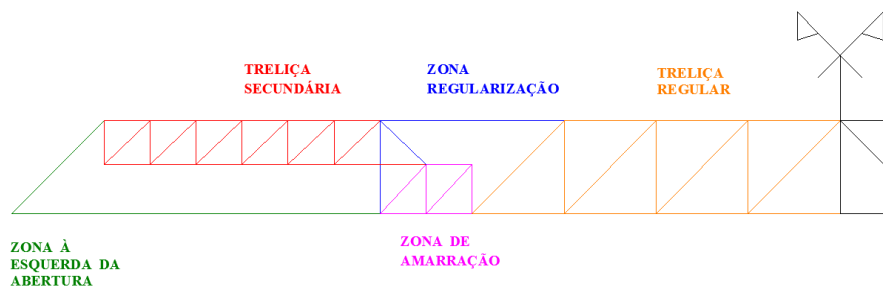


Figura 3.2- Regiões na zona da abertura

A introdução de uma abertura torna necessário alterar a geometria da treliça estabelecida para a viga sem aberturas. Com base na literatura científica Muttoni et al. (1997) e nas dissertações anteriores deste mesmo tema Sara (2013) e Ivan (2012), destacaram-se vários modelos distintos para a treliça na zona de regularização e na zona de amarração. Os vários modelos apresentam iguais dimensões para os painéis na treliça secundária, sendo o comprimento da amarração da armadura longitudinal da treliça secundária, o número de painéis de amarração associados e a disposição das escoras nessa zona que os diferencia. O objectivo é optar ou desenvolver um modelo que se revele correcto e simples de analisar.

O principal objectivo é determinar e desenvolver o MET que melhor se adequa à introdução de uma abertura. O modelo escolhido depende do comprimento da abertura. Não existe um único modelo que sirva para todo o tipo de aberturas. Porém, a treliça secundária não difere geometricamente de modelo para modelo como se mostrará, de modo que a análise acima da abertura é independente do modelo e da abertura. A análise deve ser estruturada e com uma sequência lógica sendo os valores dos esforços da treliça secundária dependentes da geometria.

4 ANÁLISE DE ESFORÇOS NA VIGA

Na análise de vigas com e sem abertura, é imperioso o desenvolvimento de expressões simples, que permitam o cálculo dos esforços das treliças. Estas permitirão obter os esforços reais para qualquer viga independentemente do seu comprimento, sabendo apenas o comprimento do seu painel tipo, o número de painéis na treliça, o ângulo das escoras diagonais e o peso próprio da viga. Porém, existem algumas simplificações nas fórmulas base; como por exemplo a consideração de que todos os painéis têm o mesmo comprimento d ao longo da treliça regular e ignorar o peso próprio e o carregamento dos troços da viga para lá do eixo dos apoios. Esta última simplificação não afecta os esforços na viga.

As fórmulas obtidas permitem o cálculo dos esforços da treliça, de uma forma rápida e sem grandes margens de erro. Para ambas as vigas há uma ordem de cálculo, primeiro determina-se os tirantes verticais, de seguida as escoras diagonais, depois o cálculo dos tirantes longitudinais e por último determina-se as escoras longitudinais. Neste capítulo a análise da viga sem abertura é só feita à treliça secundária. Quanto à zona de regularização e de amarração a sua análise será feita num capítulo mais a frente.

4.1 Análise de esforços de uma viga sem abertura

Uma viga com um determinado comprimento, tendo painéis com igual comprimento, d , fazendo as escoras diagonais um ângulo de 45° com o eixo longitudinal. Para calcular as equações dos esforços de uma treliça sem o recurso a programas de computadores, torna-se complexo e moroso se não existir uma análise estruturada. A distribuição do peso próprio é representada por p , a multiplicação pela largura do painel d , resulta numa carga concentrada pd . O mesmo acontece com a carga distribuída q que multiplicada pela largura do painel, resulta qd a carga concentrada actuante na viga. Sendo pd a carga concentrada que representa o peso próprio e qd a carga concentrada actuante na viga. Como acima referidos os painéis têm o mesmo comprimento, logo as cargas actuantes nos nós são iguais, excepto no nó de apoio. Este tem metade do comprimento de influência dos restantes nós como apresentado na figura 4.1.

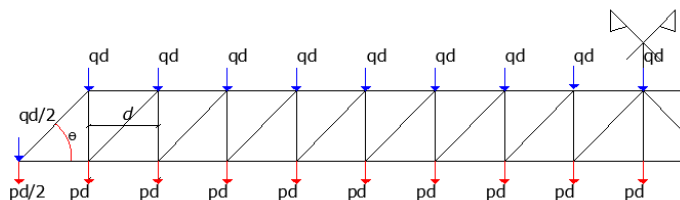


Figura 4.1- Representação dos nós da viga e o carregamento considerado nos nós

A primeira etapa é o cálculo da reacção de apoio, que é igual à carga aplicada a metade do número de painéis existentes na treliça, estes são n , menos a carga aplicada no apoio. Designando por R_{esq} a reacção à esquerda menos as duas cargas aplicadas no nó do apoio e por Q_{Sj} e Q_{Lj} a força vertical nos nós superior e inferior do tirante vertical i em que o índice 0 representa o tirante sobre o apoio, então a reacção no apoio esquerdo é dado por:

$$Q_{Sj} = qd \quad (4.1)$$

$$Q_{Lj} = pd \quad (4.2)$$

$$R_{\text{esq}} = (Q_{Sj} + Q_{Lj})\left(n - \frac{1}{2}\right) = \sum_{j=0}^i Q_{Sj} + \sum_{j=0}^i Q_{Lj} - \frac{Q_{Sj} + Q_{Lj}}{2} \quad (4.3)$$

Existem várias maneiras de calcular os esforços na treliça da figura 4.1; a maneira mais fácil, mas mais morosa, será o cálculo de nó a nó. Numa estrutura não hiperestática os esforços podem ser determinados considerando unicamente as equações de equilíbrio (se se admitir que é válida uma análise linear, i.e. que os deslocamentos são suficientemente pequenos). Neste caso, no método dos nós, o cálculo nó a nó tem uma ordem específica de cálculo; não se deve escolher um nó arbitrariamente para se analisar. De facto, num problema plano, para cada nó só estão disponíveis duas equações de equilíbrio linearmente independentes. Assim, por exemplo, num nó com quatro incógnitas (por exemplo, quatro barras em que ainda não são conhecidos os esforços), não é possível, por consideração apenas dessas duas equações linearmente independentes determinar o valor dessas quatro incógnitas. Porém com o auxílio das equações de equilíbrio para um ou mais nós vizinhos deste (ou seja, unido a este por uma barra), será possível determinar alguma ou algumas destas incógnitas.

Por exemplo no caso da treliça em análise, tem que se analisar os nós por uma ordem específica, começando, por exemplo, no nó do apoio esquerdo, se primeiro tiverem sido determinadas as reacções de apoio. Assim, escrevendo as duas equações de equilíbrio de forças para este nó, determinam-se os esforços na escora diagonal e no primeiro tirante longitudinal (inferior) esquerdo. Seguidamente as equações de equilíbrio para o nó superior desta escora permitem determinar os esforços na primeira escora horizontal e no primeiro

tirante transversal esquerdo. Agora já é possível determinar, a partir das equações para o nó direito do primeiro tirante longitudinal, o esforço na segunda escora diagonal e no segundo tirante longitudinal. Este procedimento pode agora ser repetido avançando da esquerda para a direita e, para cada tirante vertical, escrevendo e resolvendo sucessivamente as equações de equilíbrio de forças, primeiro no nó superior e depois no nó inferior, ver figura 4.2.

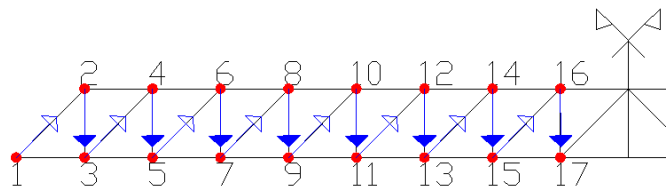


Figura 4.2- Esquema da ordem de análise dos nós

Como tanto a treliça como o carregamento são simétricos, também os esforços o serão, o que determina os esforços na metade direita da treliça. Se o carregamento não fosse simétrico bastaria após a análise do último tirante vertical, antes da secção de meio vão, passar à análise do nó interior do tirante vertical situado sobre esta secção, depois analisar o nó superior, etc. A análise de equilíbrio nó a nó é um método simples, mas que, dado o elevado número de cálculos que é necessário repetir, facilmente pode induzir em erro, o qual depois se propagará aos esforços determinados posteriormente. Assim, optou-se por combinar o método dos nós com o método de Ritter (Timoshenko & Young, 1956).

Determinadas as reacções de apoio, o esforço em qualquer tirante vertical, excepto o que se encontra sobre o eixo de simetria, é rapidamente calculado pelo método de Ritter. Para tal, por exemplo, para um tirante situado da metade esquerda da viga, faz-se um corte que seccione conjuntamente esse tirante vertical, o tirante longitudinal à sua esquerda e a escora longitudinal à sua direita: se se representar o esforço axial nestes três elementos, a equação de equilíbrio de forças verticais para a sub-estrutura à esquerda (ou à direita) do corte dá o esforço no tirante vertical T_{vi} . Assim, fazendo um corte através do primeiro tirante vertical, situado à direita do apoio, conclui-se que o seu esforço de tracção é dado pela reacção vertical de apoio subtraída da carga aplicada nesse apoio e da carga aplicada no topo do tirante, ver figura 4.3.

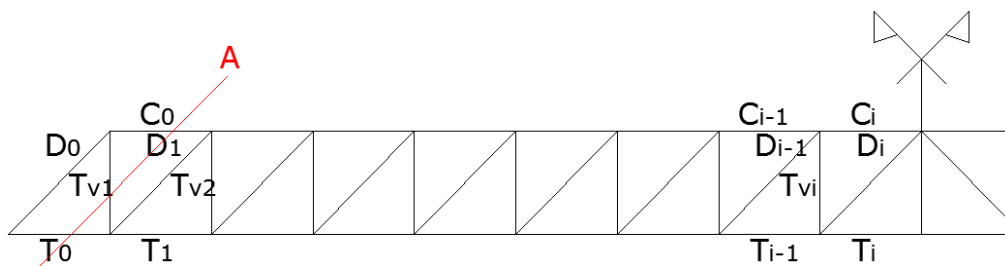


Figura 4.3- Método de Ritter: corte através do primeiro tirante vertical à direita do apoio.

Com um segundo corte através do tirante vertical seguinte, conclui-se que este apresenta um esforço T_{v2} dado pelo esforço no anterior, subtraído da carga aplicada no seu topo e da carga aplicada na base do anterior, como apresentado na figura 4.4. O esforço nos restantes tirantes verticais é calculado da mesma maneira.

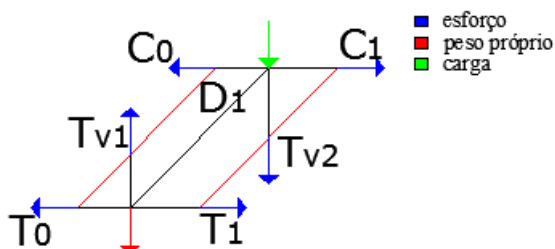


Figura 4.4- Método de Ritter: cortes através do primeiro e segundo tirantes verticais à direita do apoio.

Conclui-se que, o esforço axial nos tirantes verticais da metade esquerda da viga é um pouco menor que o esforço transverso numa secção imediatamente à sua direita, e portanto, em termos qualitativos, pode ser tomado igual a este esforço transverso, baixando progressivamente (linearmente se os painéis forem uniformes e a carga distribuída uniforme) sendo máximo junto ao apoio e baixando até um valor quase nulo a meio vão. Já o esforço no tirante situado sobre o eixo de simetria é obtido por equilíbrio vertical de forças no seu nó inferior, sendo pois dado pelo valor da carga vertical aplicada a este nó. O esforço axial nos tirantes verticais na metade esquerda da viga é dado por:

$$T_{Vi} = R_{\text{esq}} - \left(\sum_{j=1}^i Q_{sj} + \sum_{j=1}^{i-1} Q_{lj} \right) \quad (4.4)$$

Observou-se que o esforço axial nos tirantes verticais é praticamente definido pelo esforço transverso na viga, podendo-se chegar a uma conclusão semelhante para as escoras diagonais. Para tal, regressando ao método dos nós, pode agora calcular-se o esforço em qualquer destas escoras, escrevendo a equação de equilíbrio de forças verticais no seu nó inferior (por exemplo). Considerando primeiro o nó sobre o apoio, tem-se que o esforço de compressão na escora correspondente, D_0 , multiplicado pelo seno do seu ângulo com o eixo longitudinal da viga, θ_0 , dá a reacção vertical no apoio subtraída pelas forças aplicadas nos dois nós do tirante vertical sobre o apoio. Para qualquer outra escora diagonal da metade esquerda da viga, uma equação de equilíbrio vertical semelhante permite concluir que o seu esforço de compressão, multiplicado pelo seno do ângulo com o eixo longitudinal da viga iguala, o esforço no tirante vertical situado à sua esquerda (determinado acima) subtraído a força aplicada no nó onde tirante e escora se encontram. Ou seja, de uma forma geral, tem-se

$$D_i = -\frac{T_{Vi} - Q_{li}}{\sin \theta_i} = -\frac{1}{\sin \theta_i} \left(R_{\text{esq}} - \left(\sum_{j=1}^i Q_{Sj} + \sum_{j=1}^i Q_{lj} \right) \right) \quad (4.5)$$

Ou seja, como se pode observar, é também o esforço transversal na viga que determina o esforço nestes elementos da treliça, um resultado bem conhecido da teoria geral do betão armado (Appleton, 2013), de modo que também nestes elementos o esforço reduz-se progressivamente de um máximo junto ao apoio até um valor quase nulo a meio vão. Note-se que, alternativamente, o esforço nesta escora pode ser escrito em função do esforço no tirante vertical situado à sua direita,

$$D_i = -\frac{T_{Vi+1} + Q_{Si+1}}{\sin \theta_i} = -\frac{1}{\sin \theta_i} \left(R_{\text{esq}} - \left(\sum_{j=0}^i Q_{Sj} + \sum_{j=0}^i Q_{lj} \right) \right) \quad (4.6)$$

Depois de calcular os tirantes verticais e as escoras diagonais da treliça, passa-se para o terceiro passo, o cálculo dos tirantes horizontais. Para este cálculo utiliza-se, mais uma vez, o método dos nós, escrevendo agora a equação de equilíbrio de forças horizontais em cada um dos nós, por exemplo, do banzo inferior. Começando pelo nó sobre o apoio conclui-se que o esforço no tirante longitudinal T_0 é dado pela multiplicação do esforço na escora diagonal D_0 pelo co-seno do ângulo que esta faz com o eixo longitudinal, θ_0 . Por exemplo, se $\theta_0 = 45$ obtém-se para este primeiro tirante longitudinal, de acordo com a expressão (4.7), um esforço aproximadamente igual à reacção vertical de apoio. A equação de equilíbrio de forças horizontais no nó seguinte do banzo inferior estabelece que o esforço no tirante longitudinal é obtido multiplicando o esforço na escora diagonal D_1 por co-seno θ_1 e adicionando o esforço no tirante longitudinal anterior, T_0 . Prosseguindo da esquerda para a direita, determina-se o esforço em todos os restantes tirantes longitudinais da metade esquerda da viga,

$$T_i = T_{i-1} + D_i \cos \theta_i = T_{i-1} + \frac{T_{Vi} - Q_{lj}}{\tan \theta_i} = T_{i-1} + \frac{1}{\tan \theta_i} \left(R_{\text{esq}} - \left(\sum_{j=0}^i Q_{Sj} + \sum_{j=0}^i Q_{lj} \right) \right) \quad (4.7)$$

devendo-se considerar na expressão anterior $T_{-1} = 0$ e a penúltima equação sendo válida apenas para $i > 1$. Esta equação mostra que este esforço aumenta cada vez mais devagar à medida que nos aproximamos da secção de meio vão. Note-se ainda que esta é uma expressão recursiva, que dá o esforço num tirante em função do esforço no tirante anterior. Efectuando a adição implícita vem,

$$T_i = \sum_{j=0}^i D_j \cos \theta_j = \frac{R_{\text{esq}}}{\tan \theta_0} + \sum_{j=1}^i \frac{T_{Vj} - Q_{lj}}{\tan \theta_j} = \sum_{j=0}^i \frac{1}{\tan \theta_j} \left(R_{\text{esq}} - \left(\sum_{l=1}^j Q_{Sl} + \sum_{l=1}^j Q_{ll} \right) \right) \quad (4.8)$$

Por último, para as escoras horizontais, pode-se voltar a utilizar o procedimento utilizado nos tirantes horizontais. Na metade esquerda da viga, a equação de equilíbrio horizontal em

qualquer destes nós indica que o esforço de compressão na escora à sua direita é igual ao esforço na escora à sua esquerda, acrescido da componente horizontal do esforço na escora diagonal que nele concorre. Mais simples ainda, os cortes utilizados para determinar o esforço nos tirantes verticais mostram que o tirante e a escora longitudinais entre duas escoras vizinhas apresentam o mesmo esforço (a menos de sinal, obviamente), ver figura 5.3. Assim, na metade esquerda da viga,

$$C_i = T_{i-1} \quad (4.9)$$

admitindo mais uma vez que $T_{-1} = 0$. Assim, as barras dos banzos com a mesma cor na figura 4.5 apresentam igual esforço (i.e., simétrico).

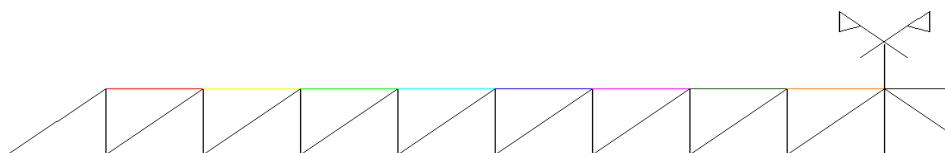


Figura 4.5- Igualdade, com sinal oposto, do esforço nas escoras e tirantes longitudinais.

A análise desta treliça permite tirar algumas conclusões, nomeadamente que o esforço axial nos tirantes verticais vai diminuindo à medida que aumenta a sua distância aos apoios, quase se anulando a meio da viga. Por outro lado, o esforço nos tirantes e nas escoras longitudinais, em valor absoluto, é máximo a meio da viga e mínimo junto ao apoio. Estes tirantes e escoras longitudinais têm como função resistir ao momento flector, correspondendo os seus esforços máximos ao máximo do diagrama do momento flector na viga. A análise anterior permite também constatar a acção conjunta dos tirantes transversais e escoras diagonais no mecanismo de resistência ao esforço transversal, ou seja, no mecanismo de transmissão indirecta de forças aos apoios. Neste caso, pode-se afirmar que os tirantes transversais têm uma função semelhante à de uma armadura de suspensão: as escoras diagonais “aproximam” as cargas aplicadas na parte superior da viga aos apoios e os tirantes transversais voltam a “trazer” estas cargas para a parte superior da viga, ver fig. 4.6. Deste modo, as escoras diagonais e os tirantes transversais têm como função resistir ao esforço transversal, sendo este máximo junto aos apoios. Assim, os tirantes transversais e as escoras diagonais apresentam esforços máximos junto aos apoios.

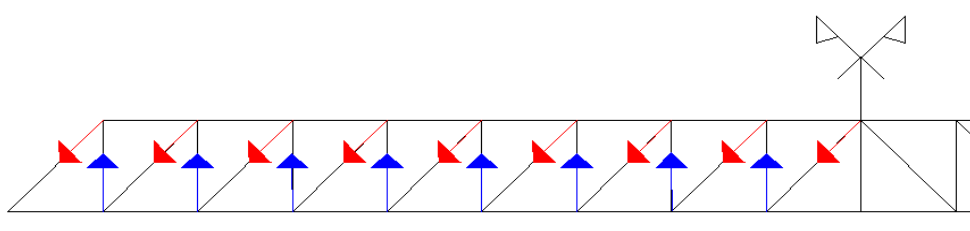


Figura 4.6- Representação do fluxo das cargas

4.2 Análise de esforços da viga com abertura

A introdução da abertura tem como consequência uma alteração radical da treliça, formando-se uma treliça secundária sobre a abertura. O objectivo é a análise desta treliça sem recorrer a programas de computadores, sendo necessária uma análise estruturada para obtenção dos esforços. Em relação ao peso próprio da viga, considerou-se neste estudo que se mantém igual ao da viga sem abertura, estando assim no lado da segurança e sendo mais fácil de analisar, mas a distribuição do peso próprio é alterada na zona da abertura. O peso próprio é concentrado no nó do apoio e no nó inferior do tirante vertical da zona de regularização. A carga concentrada varia da treliça regular para a treliça secundária, já que o comprimento de influência dos painéis é diferente, devido ao comprimento dos painéis ser diferente, sendo o comprimento do painel da treliça secundária designado por e como ilustra a figura 4.7.

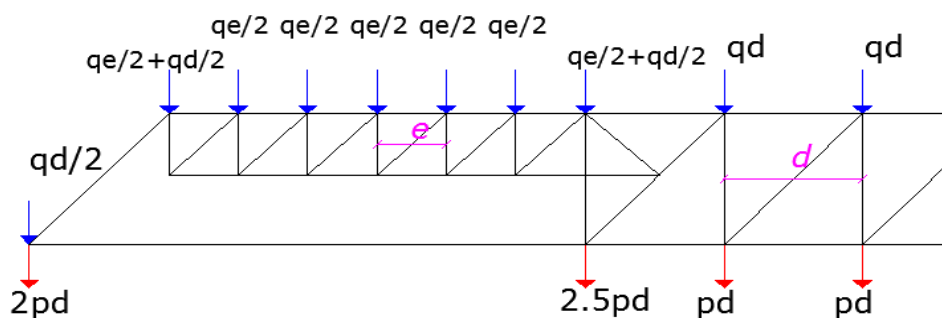


Figura 4.7- Exposição das cargas concentradas na viga com abertura

Neste caso, basta calcular os esforços na parte da treliça que foi alterada por introdução da abertura. Ou seja, no caso de uma abertura junto ao apoio, começa-se por analisar a primeira escora esquerda, depois o tirante longitudinal, a treliça secundária sobre a abertura e finalmente a zona da amarração do tirante longitudinal da treliça secundária. A reacção no apoio esquerdo menos as duas cargas concentradas no primeiro nó da treliça é ligeiramente diferente da viga sem abertura devido à distribuição do peso próprio ser diferente como acima referido. O cálculo da reacção do apoio à esquerda da abertura é dado por:

$$Q_{Sj} = qd \quad (4.10)$$

$$Q_{lj} = pd \quad (4.11)$$

$$R_{\text{esq}} = (Q_{Sj} + Q_{lj})\left(n - \frac{1}{2}\right) - \left(\frac{n^*}{2}\right)Q_{lj} \quad (4.12)$$

sendo n metade do número de painéis da treliça regular sem abertura e n^* o número de painéis da treliça regular que foram suprimidos com a introdução da abertura. O peso próprio aplicado no apoio é dado por $\left(\frac{n^*}{2}\right)Q_{lj}$, metade do peso próprio existente na treliça secundária

vai para o apoio, mais o primeiro painel que antecede a treliça secundária. O equilíbrio de forças no nó de apoio na direcção transversal determina o esforço na primeira escora diagonal, $R_{\text{esq}} / \text{sen}\theta_i$. No mesmo nó, o equilíbrio de forças na direcção longitudinal, determina o esforço no tirante longitudinal situado sob a abertura,

$$T_0 = D_0 \cos \theta_0 \quad (4.13)$$

Observa-se que ambos estes esforços mantêm aproximadamente os valores da viga sem abertura. Este tirante longitudinal situado sob a abertura, termina quando a abertura acaba e tem esforço idêntico ao da viga sem abertura junto ao apoio. Logo, o valor do esforço neste tirante é independente das dimensões da abertura, dependendo unicamente da sua localização. Com a alteração da localização longitudinal da abertura, o valor do esforço no tirante longitudinal abaixo da abertura, também se altera, mas mantém-se obviamente constante ao longo da abertura. Se a abertura se iniciar no painel i da viga sem aberturas, então o esforço no tirante por baixo da abertura será a soma do tirante longitudinal anterior, mais a soma da última escora diagonal antes de se iniciar a abertura,

$$T_i = T_{i-1} + D_i \cos \theta_i \quad (4.14)$$

Os esforços de T_{i-1} e $D_i \cos \theta_i$ mantêm aproximadamente os valores da viga sem abertura, logo o esforço do tirante longitudinal T_i , abaixo da abertura é idêntico ao tirante correspondente na viga sem abertura T_i^* , como demonstra o corte de Ritter da figura 4.8.

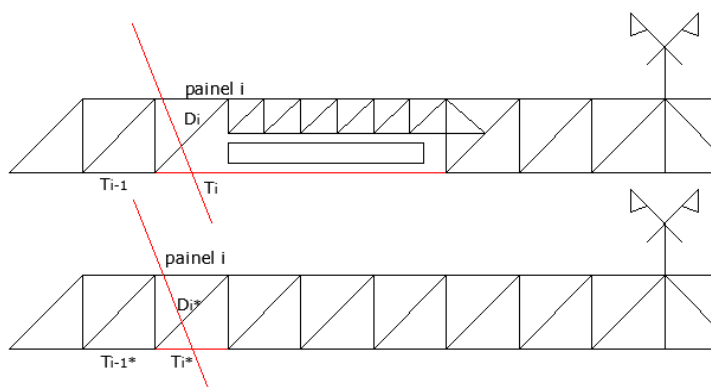


Figura 4.8- Corte de Ritter no painel i na viga sem e com abertura.

O corte de Ritter na viga com abertura expõe que as barras cortadas têm o mesmo esforço que as barras na viga sem abertura, porque as cargas aplicadas e a reacção de apoio são idênticas em ambas as vigas. Resumindo, o esforço nos dois elementos associados ao nó do apoio é

independente da existência de uma abertura, ou caso a abertura não seja junto ao apoio, o nó inferior da extremidade esquerdo da abertura é também independente.

Seguidamente, considera-se a treliça acima da abertura. Calculando-se em primeiro lugar os esforços nos seus tirantes verticais, utiliza-se de novo o método de Ritter, ver figura 4.9. O esforço no primeiro T_{LV1} é igual à reacção vertical de apoio R_{esq} subtraída da cargas na primeira escora diagonal e à sua direita. Um novo corte determina o esforço no segundo o tirante vertical do lintel, T_{LV2} , igual ao do tirante anterior subtraído da carga aplicada no seu nó superior. De forma semelhante se determina o esforço axial em todos os tirantes verticais sobre a abertura, apresentando sempre um valor igual ao do esforço transverso na viga numa secção imediatamente à direita do tirante,

$$T_{LVi} = R_{esq} - \left(\sum_{j=1}^i Q_{Sj} \right) = \bar{V}_L \quad (4.15)$$

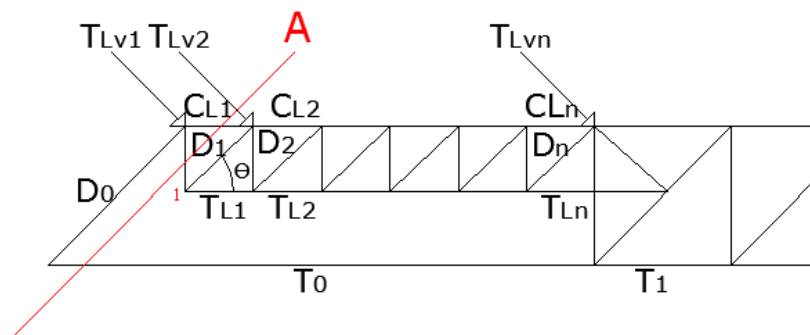


Figura 4.9-Método de Ritter: corte através do primeiro tirante vertical da treliça secundária à direita do apoio.

Note-se que este procedimento não permite determinar o valor no tirante vertical da zona de regularização imediatamente à direita da abertura. Os esforços nos tirantes verticais da treliça secundária não são exactamente iguais aos tirantes verticais situados na mesma zona da viga sem abertura, mas não há uma grande divergência. A diferenciação dos esforços deve-se à distribuição de cargas nos nós que difere nas duas vigas, devido à variação do comprimento de influência. Note-se porém que embora o esforço neste tirantes seja semelhante para as duas situações (com e sem abertura), a taxa de armadura transversal varia inversamente com o comprimento dos painéis, ou seja, com a área de influência em que se distribuirá uma mesma quantidade de armadura de esforço transverso. Assim, se o ângulo das escoras for fixado, quanto menor a altura da treliça, ou seja, o braço mecânico, maior será a área da secção transversal de aço por unidade de comprimento na direcção longitudinal. Por exemplo, se a

altura da treliça acima da abertura for metade da altura da treliça da viga sem aberturas, a taxa de armadura aumenta para o dobro.

O passo seguinte é o cálculo do esforço nas escoras diagonais situadas sobre a abertura, analisando os seus nós inferiores, situados sobre o tirante longitudinal. De forma semelhante ao que se fez para a viga sem aberturas, a equação de equilíbrio de forças verticais em qualquer destes nós permite concluir que;

$$D_{L_i} = -\frac{T_{LV_i}}{\sin \theta_{L_i}} = -\frac{\bar{V}_{L_i}}{\sin \theta_{L_i}} \quad (4.16)$$

O terceiro passo é o cálculo dos esforços nos tirantes longitudinais. Aqui mais uma vez pode ser utilizado o método dos nós. O equilíbrio de forças na direcção longitudinal no nó na extremidade esquerda inferior da treliça do lintel, dá para o esforço axial no tirante longitudinal, T_{L_1} , o esforço na escora diagonal, D_{L_1} , multiplicado pelo co-seno de θ_{L_1} . No tirante longitudinal seguinte o esforço T_{L_2} é obtido somando T_{L_1} ao co-seno do esforço na escora diagonal, D_{L_2} . Desta maneira calcula-se o esforço em todos os tirantes horizontais da treliça do lintel sobre a abertura. Deste modo, no último destes tirantes acima da abertura, o esforço T_{L_n} é máximo, sendo que este esforço não varia com os diferentes tipos de modelos de treliça para a viga sem aberturas. É pois o tirante mais relevante da treliça secundaria, uma vez que a quantidade de armadura longitudinal acima da abertura depende do valor do seu esforço.

$$T_{L_1} = -D_{L_1} \cos \theta_{L_1} = \frac{T_{LV_1}}{\tan \theta_{L_1}} = \frac{\bar{V}_{L_1}}{\tan \theta_{L_1}} \quad (4.17)$$

$$T_{L_i} = T_{L_{i-1}} - D_{L_i} \cos \theta_{L_i} = T_{L_{i-1}} + \frac{T_{LV_i}}{\tan \theta_{L_i}} = T_{L_{i-1}} + \frac{\bar{V}_{L_i}}{\tan \theta_{L_i}} \quad (4.18)$$

$$T_{L_i} = -\sum_{j=1}^i D_{L_j} \cos \theta_{L_j} = \sum_{j=1}^i \frac{T_{LV_j}}{\tan \theta_{L_j}} = \sum_{j=1}^i \frac{\bar{V}_{L_j}}{\tan \theta_{L_j}} \quad (4.19)$$

O valor do esforço do tirante de amarração, T_{L_i} , é dado pela soma dos tirantes longitudinais acima da abertura; quanto maior for abertura, maior será o numero de painéis da treliça regular que serão interrompidos. Consequentemente o número de painéis secundários acima da abertura que se formam será maior, logo o esforço do tirante T_{L_i} depende do tamanho da abertura e do número de painéis do lintel. Como exhibe a figura 4.10, numa abertura de um metro de comprimento o número de painéis secundários que se formam é maior do que numa

abertura com um comprimento de 0.5 metros , logo o esforço do tirante longitudinal é maior na primeira viga referida.

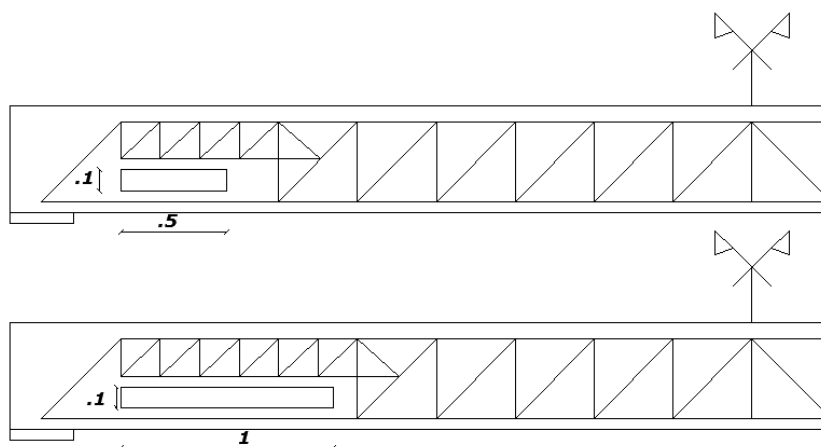


Figura 4.10- Viga representativa de uma abertura com 0,5 e 1 metro de comprimento e um ângulo de 45 graus dos painéis.

Como demonstrado acima neste capítulo, o esforço no tirante longitudinal abaixo da abertura mantém o seu valor, sendo que o momento flector na viga não é constante, aumenta até ao meio da viga como acima já referido. Assim o tirante acima da abertura vai ser o principal responsável (o tirante abaixo só resiste a uma parte desse momento, não resiste à totalidade) por resistir ao momento flector ao longo da abertura. Quanto maior abertura maior será o momento flector que terá de resistir o tirante acima da abertura e conseqüentemente o esforço do tirante de amarração será maior. Mais uma vez se conclui que abertura com um metro de comprimento terá um esforço maior que uma abertura com 0,5 metros de comprimento.

A análise das escoras horizontais do lintel, que coincidem com o banzo superior da viga, é similar à efectuada para a viga sem abertura. Os cortes efectuados para calcular os esforços nos tirantes do lintel fig. 4.11 permitem concluir que o esforço de compressão nestas escoras é dado pela soma do esforço de tracção nos dois tirantes longitudinais: o situado sob a abertura e o situado sobre a abertura. Assim, a primeira escora horizontal do lintel tem um esforço igual ao do tirante longitudinal principal e também igual ao primeiro da viga sem aberturas. No entanto, a menor dimensão dos painéis do lintel, por comparação com a dos painéis da viga sem aberturas, leva a que o esforço de compressão nestas escoras aumente mais depressa à medida que se avança da face esquerda para a face direita da abertura, do que na viga sem aberturas. O cálculo das escoras horizontais da treliça secundária é executado pelos cortes feitos para determinar o esforço axial nos tirantes verticais da treliça secundária da figura 4.9. Tal como explicado anteriormente conclui-se que este esforço é dado pela soma dos esforços nos dois tirantes longitudinais, permitindo concluir que:

$$C_{L1} = -T_0 \quad 4.20$$

$$C_{L_i} = -(T_0 + T_{L_{i-1}}) = -(T_0 + T_{L_{i-2}} - D_{L_{i-1}} \cos \theta_{L_{i-1}}) = -\left(T_0 + T_{L_{i-2}} + \frac{T_{LV_{i-1}} - Q_{LV_{i-1}}}{\tan \theta_{L_{i-1}}}\right) \quad 4.21$$

$$C_{L_i} = -(T_0 + T_{L_{i-1}}) = -T_0 + \sum_{j=1}^{i-1} D_{L_j} \cos \theta_{L_j} = -\left(T_0 + \sum_{j=1}^{i-1} \frac{T_{LV_j} - Q_{LV_j}}{\tan \theta_{L_j}}\right) = -\left(T_0 + \sum_{j=1}^{i-1} \frac{\bar{V}_{L_j} - Q_{LV_j}}{\tan \theta_{L_j}}\right) \quad 4.22$$

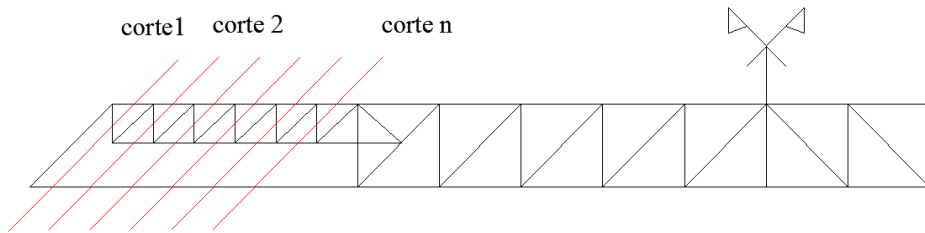


Figura 4.11- Corte de Ritter que representa a relação entre escoras longitudinais com os tirantes longitudinais

5 INFLUÊNCIA DA ABERTURA NA VIGA

A metodologia de cálculo do esforço axial na treliça secundária é sempre a mesma, independentemente da geometria da abertura e do modelo de escoras e tirantes estabelecido. Porém, o valor numérico do esforço nos membros do modelo depende, naturalmente, da geometria da abertura do próprio modelo e do carregamento aplicado. Assim, é essencial perceber o que provoca a variação do esforço nos vários membros, para se poder estabelecer qual o modelo que melhor se adapta à abertura na viga. Um dos elementos críticos é o tirante longitudinal da treliça secundária, o qual acompanha a face superior da abertura, que se prolonga para lá do tirante transversal, situado imediatamente à direita da abertura: o esforço axial neste tirante longitudinal vai aumentando à esquerda deste tirante longitudinal, atingindo o seu máximo junto a esse tirante, devendo ser amarrado a partir desse tirante, ou seja a partir da face direita da abertura. Os vários modelos de escoras e tirantes desenvolvidos na dissertação variam apenas na forma de amarração deste tirante, ou seja, no número de painéis de amarração e na disposição de escoras de amarração acima e abaixo do tirante longitudinal de amarração. É evidente que a grandeza relativa do esforço axial neste tirante é determinante para a selecção da melhor configuração do modelo de escoras e tirantes nesta zona da sua amarração. É estudada neste capítulo a influência que a geometria da abertura tem nas quantidades necessárias de armadura transversal, armadura longitudinal da treliça secundária (onde é determinante o tirante de amarração) e armadura longitudinal abaixo da abertura. E por último, a tensão nas escoras diagonais/horizontais na treliça secundária e na zona de amarração.

Para estudar de que modo a introdução de uma abertura faz variar as quantidades de armadura longitudinal e transversal considerou-se uma viga com uma abertura de dimensões e localização variáveis. Considerou-se como ponto de partida a viga estudada por Reis (2012), de modo a possibilitar a posterior comparação de resultados, ver figura 6.1. Trata-se de uma viga de betão armado, simplesmente apoiada, com um vão de 7 m, espessura de 0,3 metros e 0,5 metros de altura. Admite-se que o betão é de classe C30/37, de acordo com o Quadro 3.1 do EC2 e que o aço dos varões é A400NR, de acordo com o Quadro NA.I do mesmo documento. O carregamento considerado é uma carga uniforme distribuída com intensidade $P = 42 \text{ kN/m}$. Os modelos de escoras e tirantes apresentados foram elaborados de acordo com o descrito no capítulo anterior. A combinação de acções fundamental para estados limites últimos definida no Eurocódigo 0 (2009) determina a carga a que a viga vai estar sujeita, tendo-se

$$E_d = \sum_{j \geq 1} \gamma_{G,j} G_{k,j} + \gamma_{Q,1} Q_{k,1} + \sum_{i \geq 1} \gamma_{Q,i} \psi_{0,i} Q_{k,i} \tag{5.1}$$

em que E_d é o valor de cálculo do efeito das acções, $\gamma_{G,j}$ o coeficiente parcial de segurança relativo à acção permanente j , $\gamma_{Q,1}$ o coeficiente parcial de segurança relativo à acção variável de base 1, $Q_{k,1}$ o valor característico da acção variável de base 1, $\gamma_{Q,i}$ o coeficiente parcial relativo à acção variável i , ψ_0 o coeficiente para a determinação do valor de combinação de uma acção variável e $Q_{k,i}$ o valor característico da acção variável acompanhante i .

Uma vez que nos modelos de escoras e tirantes a carga deve ser aplicada nos nós, converteu-se o carregamento distribuído aplicado à viga num conjunto estaticamente equivalente de cargas pontuais aplicadas nos nós, mediante o seu comprimento de influência. A totalidade do peso próprio da viga é aplicado nos nós inferiores do modelo, caso mais desfavorável. Foi considerada a contribuição do carregamento e do peso próprio à esquerda do eixo do apoio esquerdo e à direita do eixo do apoio direito. Procurou-se que a inclinação das escoras fosse de, aproximadamente, 45°, tanto na treliça regular como na treliça secundária, sendo este o valor máximo admitido pelo Eurocódigo 2 secção 6.2.3 para o mecanismo resistente ao esforço transversal em vigas esbeltas.

Foi calculado o valor do esforço axial em todas as barras sem recurso a qualquer programa de cálculo, tendo-se utilizado unicamente o procedimento acima apresentado, baseado no método dos nós e no método de Ritter. Na figura 5.1 representa a viga base com uma abertura de 1×0.1 m, as suas medidas e os esforços nas barras são um ponto de referência para as diferentes aberturas estudadas.

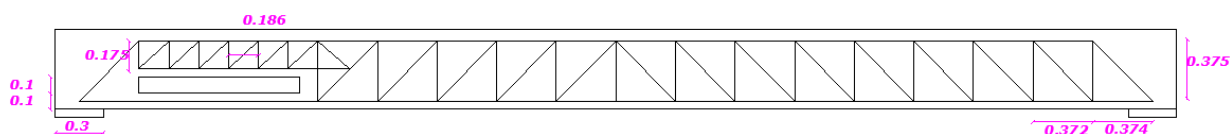


Figura 5.1- Treliça representativa com 6 painéis na treliça secundária e com uma abertura de 1×0.1 m (abertura base)

Para estudar a influência da introdução da abertura em termos da quantidade armadura, analisou-se a influência da sua altura sobre o valor dos esforços, mantendo-se constante o seu comprimento. Ou seja, considerou-se a viga apresentada na figura 5.1, mas com a variação da geometria da abertura, tendo sido estudados os quatro casos seguintes: 1×0.1m (abertura base), 1×0.15m (abertura 1) , 1×0.05m (abertura 2) e 1×0.01m (abertura 3). O primeiro estudo centrou-se na manutenção no lintel da inclinação das escoras diagonais a 45° apresentado na figura 5.2, sendo o comprimento dos painéis dependente da altura da abertura;

consequentemente o número de painéis no lintel vai depender do comprimento do painel em cada abertura estudada.

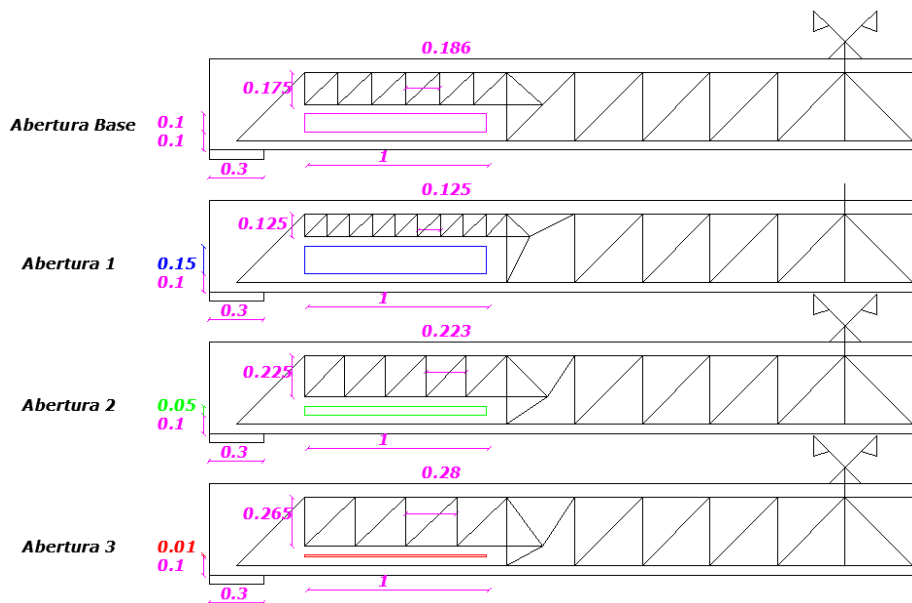


Figura 5.2- Representação das aberturas estudadas com a manutenção das escoras diagonais a 45° no lintel

O segundo estudo centrou-se na manutenção do número de painéis do lintel igual à viga base, assim o comprimento do painel em todas as aberturas estudadas é igual ao da abertura base como apresenta a figura 5.3.

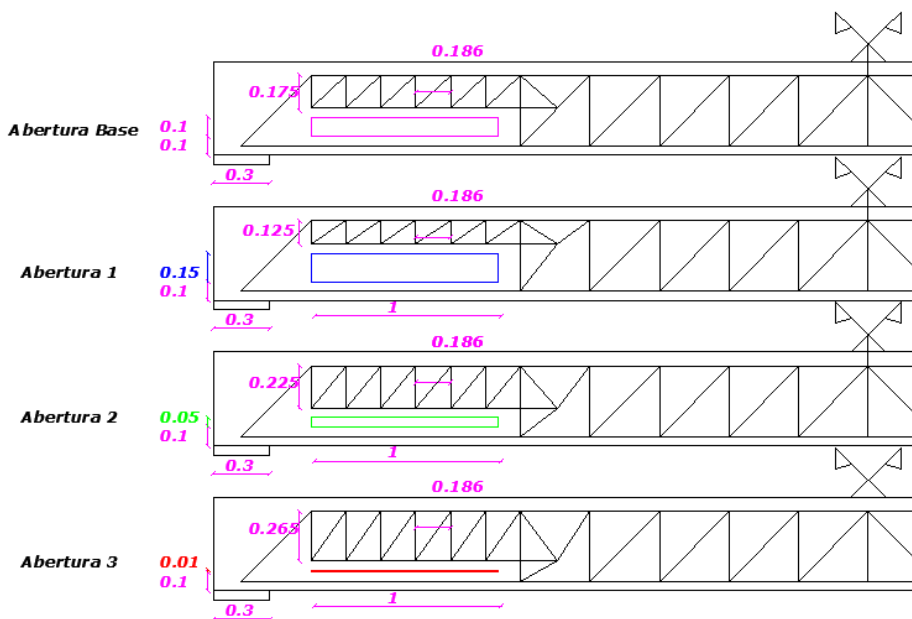


Figura 5.3- Representação das aberturas estudadas com a manutenção do número de painel igual à viga base

A importância do primeiro e segundo estudo é perceber qual a influência da geometria do lintel nos esforços das barras (deste). No primeiro estudo, as escoras diagonais mantêm um ângulo de 45 ° e o número de painéis varia com abertura. No segundo estudo, o número de painéis é igual ao da viga base, variando unicamente o ângulo das escoras diagonais.

5.1 Variação da armadura transversal acima da abertura

Para estudar a influência da introdução da abertura em termos da quantidade armadura transversal, analisaram-se as aberturas estudadas na figura 5.2 e 5.3 Ou seja, considerou-se a viga apresentada na figura 5.1, mas com a variação da geometria da abertura, tendo sido estudados os quatro casos apresentados acima. No quadro 5.1 são apresentados os resultados dos esforços dos tirantes transversais do lintel relativamente ao primeiro estudo, correspondendo à manutenção das escoras diagonais com um ângulo de 45 °. Este quadro representa os esforços dos tirantes transversais da esquerda do lintel para a direita, como representa a figura 5.4; para abertura base o Tirante 1 representa o tirante transversal mais próximo do apoio e o Tirante 6 representa o tirante transversal mais afastado do apoio; em relação às outras aberturas o raciocínio é igual.

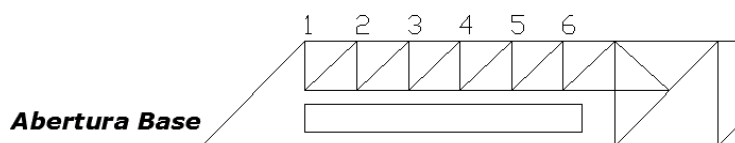


Figura 5.4- Representação dos tirantes transversais da abertura base

Quadro 5.1-Esforços nos tirantes verticais (kN) em que se manteve as escoras diagonais com um ângulo de 45°, relativamente ao primeiro estudo figura 5.2.

Tirante	Abertura Base	Abertura 1	Abertura 2	Abertura 3
1	130.86	130.62	130.86	130.86
2	123.04	125.52	121.52	119.16
3	115.22	120.62	112.14	107.66
4	107.45	114.83	102.78	95.62
5	99.62	109.62	93.22	
6	91.62	104.62		
7		98.62		
8		93.62		
9		88.62		

O exemplo numérico mostra que o esforço transverso numa dada secção não é afectado pela introdução da abertura e não varia com a altura da abertura, como demonstrado analiticamente no capítulo 4. Sobre a abertura desenvolve-se uma treliça semelhante à que se desenvolve na parte regular da viga, possuindo no entanto uma altura mais reduzida. Com a diminuição da altura da treliça do elemento estrutural em análise e para manter os banzos paralelos e escoras a 45 graus, o comprimento k do painel da abertura base (definido por um par de tirantes verticais sucessivos) tem de diminuir em função da sua altura, o que leva ao aumento do número de painéis como demonstra a figura 5.2. Com isto, numa dada secção, embora o esforço transverso se mantenha inalterado, a armadura de esforço transverso por unidade de comprimento no lintel sobre a abertura $V/(f_{syd} k)$ aumenta quando aumenta a altura da abertura.

No segundo estudo, se o comprimento k dos painéis do lintel da abertura base for mantido constante e independente da altura da abertura representada na figura 5.3, o que equivaleria a fazer variar a inclinação da escora diagonal, a quantidade de armadura transversal seria independente da altura da abertura, como comprova o exemplo numérico no quadro 5.2, sendo um resultado esperado perante estudo analítico no capítulo 4. No entanto, esta solução pode ser inviabilizada pelo risco de esmagamento das escoras diagonais quando a altura da abertura é muito grande, tendo pois que ser controlado o nível de tensão naqueles elementos.

Quadro 5.2- Esforços nos tirantes verticais (kN) em que se manteve o comprimento do painel.

Tirante Transversal	Abertura Base	Abertura 1	Abertura 2	Abertura 3
1	130.88	130.82	130.62	130.62
2	123.07	123.02	123.42	123.42
3	115.26	115.22	115.22	115.22
4	107.45	107.42	107.02	107.02
5	99.62	99.63	99.82	99.62
6	91.82	91.82	91.62	91.62

5.2 Variação da armadura longitudinal abaixo da abertura

Em primeiro lugar analisou-se a possível existência de uma variação da armadura longitudinal principal, cuja posição não é afectada pela abertura na viga, e que designaremos de tirante principal. Para tal, estudaram-se os diferentes tipos de abertura, com a variação do seu comprimento e altura. Estudaram-se as aberturas apresentada na figura 5.2, que apresenta a variação geométrica da abertura e introduziram se duas novas aberturas. A nova abertura que se designará pela Abertura 4 tem dimensões de 0.5×0.1 m, a segunda abertura, será Abertura 5, é igual à abertura base mas difere na localização, iniciando-se no terceiro painel a partir do

apoio da esquerda. A figura 5.5 ilustra as duas novas aberturas e os resultados dos esforços do tirante secundário são apresentados no quadro 5.3. O tirante principal prolonga-se ao longo da abertura, sendo que o esforço à esquerda e à direita da abertura se mantêm iguais.

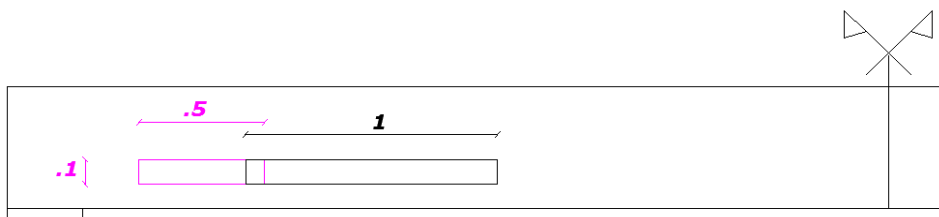


Figura 5.5- Representação dos dois tipos de aberturas estudadas

Quadro 5.3- Representa o esforço do tirante longitudinal abaixo da abertura (tirante principal) nos 6 tipos de abertura

	Comprimento(m)	Altura(m)	Abertura Tirante kN	S/Abertura Tirante kN
Abertura Base	1.00	0.10	141.86	145.39
Abertura 1	1.00	0.15	141.86	145.39
Abertura 2	1.00	0.05	141.86	145.39
Abertura 3	1.00	0.01	141.86	145.39
Abertura 4	0.50	0.10	141.86	145.39
Abertura 5	1.00	0.10	270.90	274.43

Pela análise do quadro 5.3, verifica-se que o esforço não varia significativamente nas aberturas estudadas excepto na Abertura 5. Uma vez que a área da armadura longitudinal depende do esforço neste tirante, conclui-se que a armadura longitudinal abaixo da abertura não depende da sua altura nem do seu comprimento; varia somente com a localização do início da abertura, isto é, se esta começa no terceiro painel da viga, então a armadura longitudinal por baixo da abertura é igual à do segundo painel da viga sem abertura; como demonstra a Abertura 5 todas estas conclusões foram comprovadas analiticamente no capítulo 4. Verifica-se que o esforço do tirante longitudinal principal é idêntico ao esforço do tirante correspondente da viga sem abertura, devido ao peso próprio aplicado no nó à esquerda da abertura, que difere na viga com e sem abertura, tal como explicado anteriormente. O valor deste esforço é definido na extremidade da abertura do lado do apoio, uma vez que o mecanismo de transferência do esforço transversal é interrompido ao longo da abertura. Isto é,

se a abertura começa num determinado painel, então o esforço no tirante horizontal por baixo dela é igual ao tirante do painel anterior da viga sem abertura.

5.3 Variação da armadura longitudinal acima da abertura

Para estudar a influência que a abertura na viga tem na armadura longitudinal no lintel acima desta, analisou-se primeiro a influência da altura da abertura, mantendo-se constante o seu comprimento e, seguidamente, a influência do comprimento da abertura. O quadro 5.4 apresenta o valor máximo do esforço no tirante longitudinal do lintel, que se designa tirante secundário, para diferentes alturas e comprimentos da abertura. Este máximo surge na extremidade da abertura mais afastada do apoio e define pois o esforço que tem de ser amarrado. Para a mesma abertura foram consideradas duas situações diferentes: (i) comprimento dos painéis do lintel constante, levando à variação do ângulo θ da escora diagonal com o eixo da peça, devido à variação da altura da abertura representado na figura 5.3 e (ii) aumentou-se o número de painéis na abertura de maneira a ter um ângulo θ de 45° nas escoras diagonais apresentado na figura 5.2.

Quadro 5.4- Esforço no tirante longitudinal acima da abertura.

	Comprimento(m)	Altura(m)	Varição Θ	Constante Θ
			Tirante kN	Tirante kN
Abertura Base	1.00	0.10	-	710.08
Abertura 1	1.00	0.15	985.38	994.24
Abertura 2	1.00	0.05	552.32	565.80
Abertura 3	1.00	0.01	478.70	468.88
Abertura 4	0.50	0.10	-	505.46

Observa-se que o valor máximo do esforço no tirante secundário só varia com a altura do lintel, sendo pois independente da inclinação das escoras diagonais. A conclusão que se tira do quadro 5.4 é que os esforços no tirante secundário são independentes da geometria da treliça (excepto para a altura da treliça), o seu valor não varia consideravelmente com a alteração do ângulo θ entre a escora diagonal e o tirante longitudinal acima da abertura e nem varia com o comprimento do painel. No quadro 5.4 verifica-se que os esforços do tirante

horizontal nos painéis varia significativamente com a altura da abertura. Isto é, quanto maior a abertura, maior o esforço no tirante longitudinal do lintel. Este aumento do esforço é devido à diminuição da altura acima da abertura, ou seja à diminuição do braço mecânico da treliça secundária. Assim, a área de armadura longitudinal necessária no lintel aumenta com a altura da abertura.

Analisou se a variação do comprimento da abertura da Abertura Base com a Abertura 4 em que varia unicamente o comprimento da abertura. Os resultados mostram que quanto maior o comprimento, maior serão os esforços no tirante de amarração como demonstrado no capítulo 4.

O esforço no tirante secundário aumenta com o aumento do comprimento da abertura, porque o esforço no tirante principal se mantém constante. De facto, neste caso, a área do tirante secundário tem de aumentar para resistir ao aumento do momento flector. Quanto maior o comprimento da abertura, maior terá de ser o momento a absorver pelo tirante acima da abertura. Atendendo a que o diagrama de momentos é igual para as vigas com e sem abertura, a armadura longitudinal é colocada para resistir aos mesmos momentos. Logo a quantidade de armadura acima da abertura está relacionada com a quantidade de armadura abaixo da abertura porque ambas resistem aos momentos na viga. Mesmo que esta armadura(abaixo) não dependa da geometria da abertura, a quantidade de armadura acima da abertura depende da armadura abaixo.

A localização da abertura é uma questão importante, uma vez que a posição ideal é a meio vão, local onde o esforço transversal é bastante reduzido, pelo que a abertura não provoca uma grande variação na trajectória das isostáticas de tracção. Porém, as instalações técnicas têm frequentemente de passar junto aos pilares, levando a que as aberturas sejam feitas junto aos apoios, local este onde o esforço transversal é máximo. Por esse motivo, deve-se tentar maximizar a distância da abertura à face do apoio, de modo a diminuir a armadura necessária. As conclusões acima descritas para a armadura longitudinal, acima e abaixo da abertura, e para a armadura transversal, são independentes do modelo escora tirante que se escolha para a viga com abertura.

5.4 Relacionamento das armaduras longitudinais

Após a análise da influência da geometria da abertura nos esforços na treliça secundária e no tirante longitudinal principal, pretende-se avaliar se é possível determinar a relação entre o esforço nos tirantes longitudinais principal e secundário, tendo em vista o estabelecimento de um procedimento expedito para a determinação da quantidade de armadura na viga em virtude da introdução de uma abertura. Conhecendo os esforços de uma viga sem abertura e querendo

introduzir uma abertura nesta, pretende-se desenvolver um método que determine a quantidade de armadura acima da abertura.

Na análise das treliças com abertura, o elemento principal no cálculo é o esforço de amarração do tirante secundário, que corresponde ao fim da abertura. Este esforço define a quantidade de armadura longitudinal acima da abertura. Logo é o esforço deste tirante que tem interesse em ser conhecido podendo os restantes esforços na treliça secundária ser desprezados, numa primeira abordagem. O esforço na armadura longitudinal principal não sofre variação ao longo da abertura, independentemente do tamanho da abertura, de modo que não faz sentido a sua interrupção nesta zona. Enquanto a secção da armadura longitudinal secundária varia com o comprimento e com a altura da abertura, a da armadura longitudinal principal não depende das dimensões da abertura, mas somente da sua localização na treliça, como demonstrado antes. Logo, poderia concluir-se que armaduras acima e abaixo são independentes. Contudo, isto não é verdade, uma vez que ambas resistem ao momento flector na viga, logo o valor do esforço nestes dois tirantes vai ser interdependente. Se o tirante abaixo da abertura tiver um esforço reduzido, o tirante acima vai ter que ter um esforço maior, para um mesmo valor do momento actuante. Quanto maior abertura e quanto mais esta se aproximar da secção de meio-vão, maior será o esforço no tirante secundário, enquanto o tirante debaixo se mantém constante ao longo da abertura.

Para determinar os esforços é necessário analisar a treliça pelos métodos já referidos nos capítulos anteriores. Para contornar a análise estática de toda a treliça, que é um processo longo, há duas formas. Assim, para calcular o esforço no tirante de amarração, pode-se utilizar o método de Ritter, fazendo um corte específico que é apresentado na figura 5.6 e estabelecendo a equação de momentos parcial, relativamente ao último nó da treliça secundária. Este corte tem uma localização específica na viga que incide sobre um determinado tirante em estudo, que neste caso é o tirante de amarração, e que corta a barra até ao último nó superior da treliça secundária, de maneira a não cortar a escora horizontal e a escora diagonal que está ligado à direita do nó.

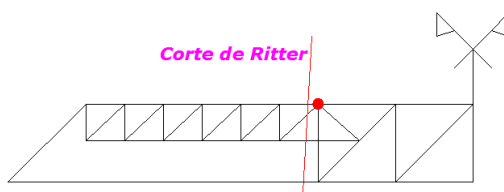


Figura 5.6- Representação do corte de Ritter específico e sinalização do último nó da treliça secundária

A segunda forma será através de uma fórmula simples e sem uma grande margem de erro, determinada pelo método de Ritter apresentado acima na figura 5.6 e resultando do desenvolvimento da primeira forma apresentada. A fórmula relaciona a quantidade de

armadura acima da abertura, com a armadura abaixo da abertura e tem em conta a altura da abertura e o seu comprimento. Esta fórmula não deve ter um grande número de variáveis e deve ser o mais simples possível para dar uma estimativa aproximada e rápida da quantidade de armadura longitudinal necessária na introdução de uma abertura na viga. Estes dois métodos de cálculo são independentes do modelo escora tirante aplicado na viga.

5.4.1 Método de Ritter

A análise da treliça permite concluir que pelo método de Ritter é possível fazer um determinado corte na treliça, ver figura 5.7, que conjugado com a equação de momentos relativamente ao último nó superior da treliça secundária, determina o esforço no tirante secundário. Para o equilíbrio de momentos nesse nó entra o valor do esforço nos dois tirantes longitudinais, i.e. tanto o principal como o secundário (tirante de amarração). Nesta equação de momentos no nó referido é contabilizada a carga à esquerda do corte de Ritter, como ilustra a figura 5.7. Pretende-se evitar a contabilização na equação de todas as cargas e os pesos próprios dos nós à esquerda do corte e multiplicar-se essas cargas pela distância ao último nó da treliça secundária na equação, o que seria trabalhoso e com uma margem de erro elevada, como tal substituíram-se estas cargas pelo momento actuante na viga.

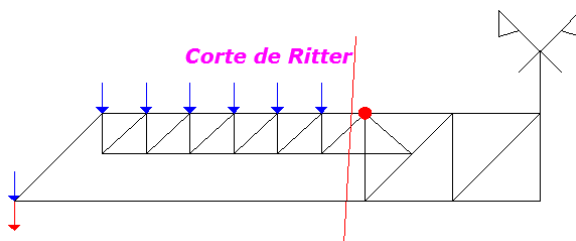


Figura 5.7.- Corte de Ritter, com a representação das cargas contabilizadas para a equação de momentos

Não esquecendo que entra na equação os esforços no tirante secundário e do tirante principal que já é conhecido, uma vez que é idêntico ao esforço no tirante correspondente da viga sem abertura como demonstrado nos capítulos anteriores. A maneira mais fácil será o cálculo do momento flector na viga, igualando depois ao momento associado ao esforço nas barras seccionadas pelo corte. Assim, calcula-se o momento flector na barra, no ponto em que a distância ao apoio seja igual à distância do nó analisado como ilustra a figura 5.8. Este momento flector é igual ao momento associado às cargas aplicadas nos nós à esquerda do corte de Ritter e pela reacção de apoio, ver figura 5.9.

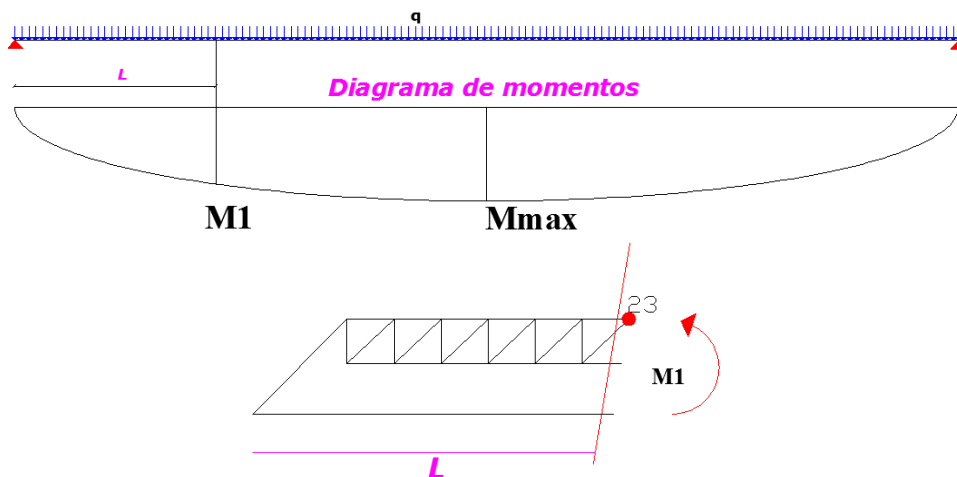


Figura 5.8- Diagrama de momento flector numa viga simplesmente apoiada

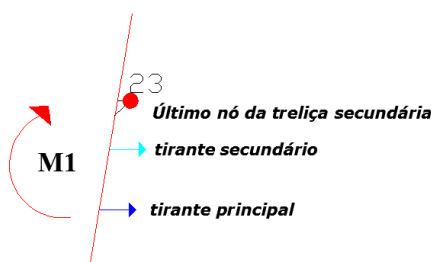


Figura 5.9- Momento da viga com o corte específico de Ritter

As duas figuras 5.7 e 5.9 são estaticamente equivalentes, sendo que a segunda é a mais fácil de analisar. Efectuando o equilíbrio de momentos no nó em estudo, entra o momento acima calculado e as forças horizontais dos dois tirantes. Desta maneira, tira-se o esforço do tirante de amarração, que era o único desconhecido.

5.4.2 Relacionamento da viga com e sem abertura

Especificando agora o trajecto para a obtenção da fórmula que permite relacionar o esforço do tirante principal com o tirante secundário, foi feita a análise do comportamento da viga com e sem abertura. Verificou-se que, para o mesmo corte de Ritter específico, já caracterizado e apresentado em cima, na viga com e sem abertura tem o mesmo momento na viga. Como mostra a figura 5.10.

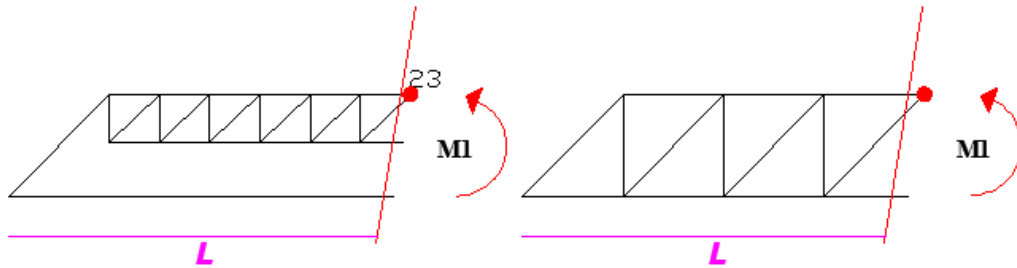


Figura 5.10- Corte de Ritter com a mesma localização na viga com e sem abertura

Se o momento é o mesmo, pode-se igualar a equação de momentos no último nó da treliça secundária, com a equação de momentos do nó superior que sofre o corte de Ritter da viga sem abertura. As forças que fazem parte da equação são os tirantes à direita do corte da viga com e sem abertura. O tirante de amarração da viga (tirante secundário) com abertura é uma incógnita, sendo conhecido o valor do tirante debaixo da viga (tirante principal) com abertura, que é idêntico ao primeiro tirante da viga sem abertura. Os esforços da viga sem abertura já são conhecidos. A figura 5.11 ilustra os tirantes que entram na equação de momentos.

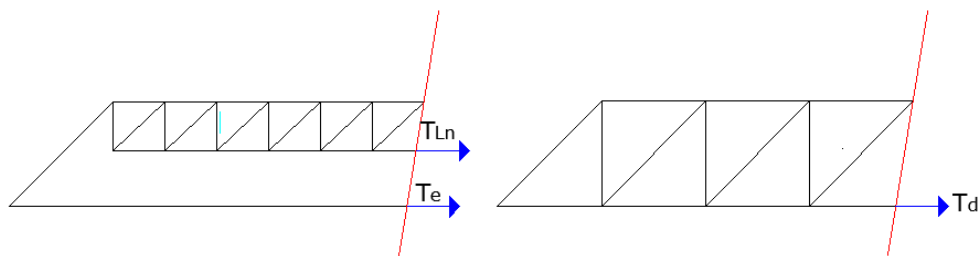


Figura 5.11- Tirantes das vigas que entram na equação de momentos

A equação de equilíbrio de momento à esquerda, relativamente ao nó à direita do corte da viga sem abertura, iguala o momento flector na viga ao produzido pelo esforço no tirante cortado T_d a multiplicar pelo braço Z , que é a altura do painel. A equação de equilíbrio de momento no último nó superior da treliça secundária da viga com abertura iguala o momento flector na viga ao produzido pelo esforço no tirante principal T_e , a multiplicar pelo braço Z , altura do painel, mais o tirante de secundário T_{ln} a multiplicar pelo braço Z_a , altura da treliça secundária. Igualando a equação de momentos das duas vigas resulta na seguinte fórmula ver figura 5.12.

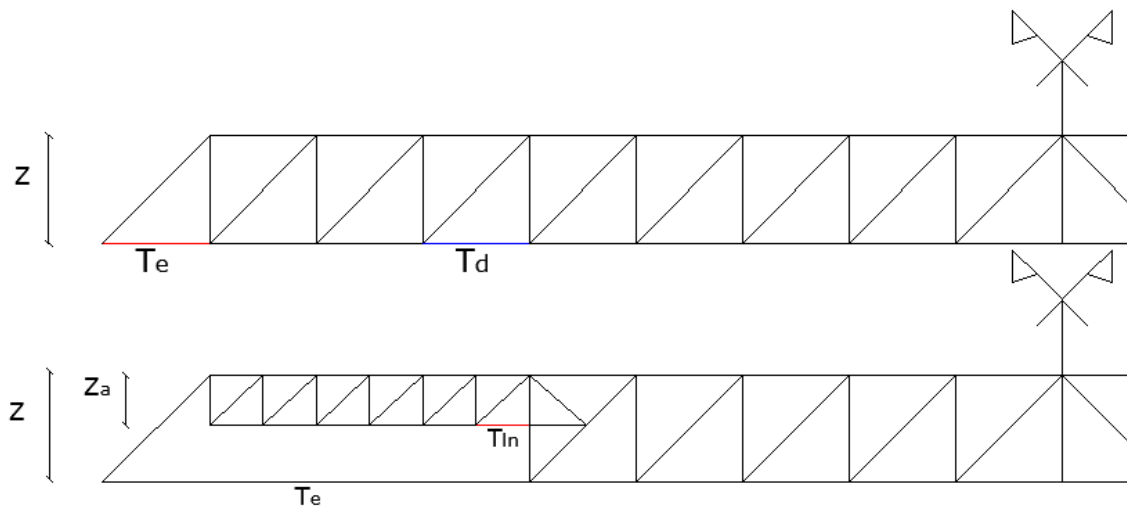


Figura 5.12- Representa as vigas com e sem abertura, assinalando as barras de interesse

$$T_d \times Z = T_e \times Z + T_{in} \times Z_a \quad (5.2)$$

$$(T_d - T_e) \frac{Z}{Z_a} = T_{in} \quad (5.3)$$

Esta fórmula permite de uma maneira simples determinar o esforço no tirante secundário, tendo em conta a altura, a localização, o comprimento da abertura e os esforços na viga sem abertura. Os esforços da treliça da viga sem abertura que entram na fórmula correspondem à armadura longitudinal principal, mais propriamente, aos valores nas extremidades da abertura, isto é o tirante esquerdo T_e e o tirante T_d direito. Estes dois tirantes na formula contém o comprimento da abertura, porque quanto maior for a diferença entre estes dois tirantes maior será a abertura. A obtenção da fórmula é o desenvolvimento do primeiro método de análise; a diferença é que se tem em conta a viga sem abertura e o seu esforço axial do tirante longitudinal correspondente à esquerda da abertura.

6 MODELO ADAPTADO PARA O TIPO DE ABERTURA

O modelo de escoras e tirantes desenvolvido é independente das dimensões e localização da abertura, embora o número de painéis de cada tipo varie, naturalmente, com essas dimensões. De facto, como foi demonstrado, o esforço máximo no tirante longitudinal sobre a abertura aumenta tanto com o comprimento, como com a altura da abertura. Assim, a solução não se diferencia na zona acima da abertura, mas apenas na zona de regularização, ou seja, onde se processa a amarração daquele tirante. Essa diferenciação é pois patente no comprimento desta amarração, i.e. no número de painéis de amarração e na disposição das escoras nesta zona. É pois necessário estabelecer um critério que permita determinar o comprimento requerido para esta amarração, ou seja, o correspondente número de painéis no modelo de escoras e tirantes, o qual deve permitir uma transmissão adequada das tensões de amarração ao betão

O comprimento “real” da abertura não é o parâmetro mais relevante para análise e escolha do modelo por dois motivos. Por um lado, o que interessa é o número de painéis da treliça original que é interrompido pela abertura, o qual é tanto menor quanto maior for a altura da secção da viga. Por outro lado, em termos de dimensionamento, é indiferente que o comprimento da abertura seja 0,6 m ou 0,5 m, se o número de painéis interrompidos for o mesmo.

Como foi anteriormente referido, a altura na treliça regular é de $0.75h$. Se as escoras diagonais fazem um ângulo de 45° com o eixo longitudinal então o comprimento dos painéis é igual à sua altura. Assim, o comprimento de 3 painéis é $3 \times 0.75h = 2.25h$, que é o suficiente para receber uma abertura com o comprimento máximo admissível. De facto, segundo Leonhardt e Mönnig (1977) o comprimento da abertura não deve exceder o dobro da altura útil da viga. Assim, o número máximo de painéis da treliça original que podem ser interrompidos é três.

Neste capítulo mostra-se que quando a abertura tem um comprimento igual ou superior a duas vezes a altura da viga, as escoras diagonais logo após a abertura, têm esforços muito elevados devido ao esforço do tirante de amarração. Além do mais, estas escoras estão situadas numa região com tensões normais transversais, o que reduz a resistência do betão à compressão, pelo que a escoras não podem ter esforços muito altos. Estas circunstâncias impõem constrangimentos severos ao modelo de escoras e tirantes. Este capítulo apresenta e caracteriza o modelo e expõe o procedimento de cálculo dos esforços. Por último, aplica-se o

modelo ao caso de uma abertura que interrompe três painéis na viga original e valida-se a sua aplicação.

Nos exemplos numéricos é estudada uma viga com as dimensões apresentadas na figura 6.1, com o carregamento e caracterização da viga apresentado no capítulo 5. Neste capítulo estudou-se uma abertura em que a altura permite que as escoras diagonais de amarração e as escoras do lintel sobre a abertura tenham um ângulo de 45°. Como já referido anteriormente, os esforços acima da abertura não dependem do modelo escora tirante adoptado para a zona de regularização. Assim os esforços da zona acima da abertura são apresentados em anexo, como também são apresentados os esforços para a mesma viga, mas sem abertura, sendo importante a sua apresentação para uma mais fácil compreensão dos exemplos numéricos apresentados abaixo.

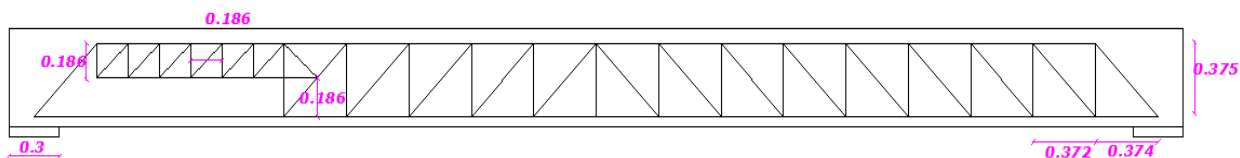


Figura 6.1- Viga estudada no exemplo numérico

6.1.1 Análise do modelo simples

A análise estática do modelo da figura 6.1 faz-se através do método de Ritter e do método dos nós. Para um primeiro corte de Ritter, ilustrado na figura 6.2, o carregamento nos nós à direita do corte é igual ao da viga sem abertura. Assim, nas barras à direita do corte, o esforço é igual ao da viga sem abertura, em virtude de as equações de equilíbrio de forças nas direcções vertical e horizontal, serem iguais às da viga sem abertura.

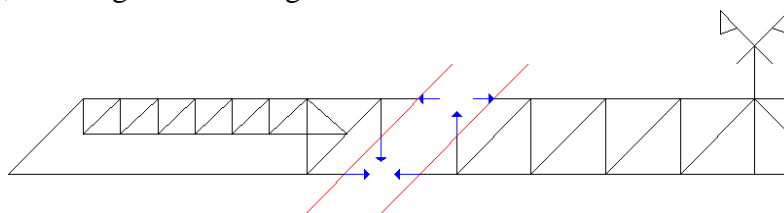


Figura 6.2- Primeiro Corte de Ritter

O segundo corte de Ritter, está ilustrado na figura 6.3 para o caso em que a escora diagonal cortada tem a mesma inclinação das escoras diagonais dos painéis da treliça regular. Neste caso, pelo motivo apresentado anteriormente, o esforço nas três barras cortadas é também igual ao das barras que se encontram na mesma posição na viga sem abertura.

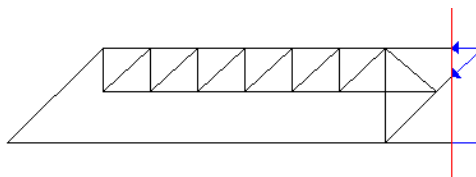


Figura 6.3- Segundo corte de Ritter.

Porém, se a inclinação da escora diagonal cortada for diferente das escoras diagonais dos painéis da treliça regular (o que acontece por exemplo quando o tirante longitudinal sobre a abertura é prolongado para além do seu ponto de intersecção com a diagonal da treliça original), então os esforços das barras cortadas na figura 6.3 são diferentes dos da treliça original e têm de ser calculados. Calcula-se o esforço na escora diagonal pelo equilíbrio das forças na direcção vertical e na escora horizontal cortada pelo equilíbrio das forças na direcção horizontal

Em seguida, procede-se à análise do último nó superior da treliça secundária, tendo como objectivo o cálculo do valor do esforço na escora diagonal de ancoragem superior, por equilíbrio das forças horizontais nas barras nele concorrente, pois só nesta diagonal e no tirante vertical há esforços ainda desconhecidos. De seguida, por equilíbrio de forças na direcção vertical no nó em análise, obtém-se o esforço no tirante transversal de transição. Por último, efectua-se a análise do nó inferior do tirante transversal de transição para se obter o esforço da escora diagonal de ancoragem inferior, por equilíbrio das forças verticais.

6.1.2 Exemplo prático do modelo simples

O estudo é para uma abertura que interrompe três painéis regulares da viga apresentada no capítulo 5, por aplicação do modelo simples como ilustra a figura 6.4. Para a viga em estudo o valor máximo admissível do comprimento da abertura é um metro, já que não deve ultrapassar o dobro da altura da viga. Para simplificar os cálculos, considerou-se que as escoras diagonais apresentam uma inclinação de 45°. As barras mais relevantes, ou seja, as que apresentam maiores valores do esforço axial, estão contidas na transição da zona descontínua para a zona contínua, sendo pois as barras situadas após a abertura e as últimas barras da treliça secundária, ver figura 6.4. O esforço nestas barras é apresentado no quadro 6.1.

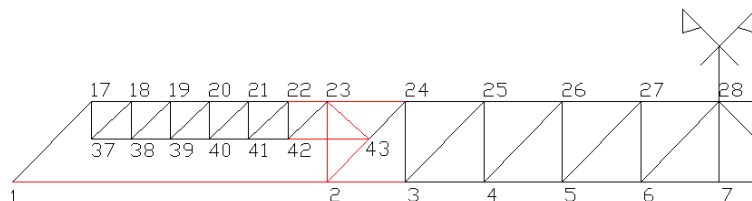


Figura 6.4- Ilustração do modelo estudado, as barras destacadas são as mais relevantes- Viga 1 Secção 0.5×0.3

Quadro 6.1- Esforços nas barras relevantes na viga 1

Tirante de ancoragem		kN
Escora de ancoragem Inferior	F2-43	590.62
Escora de ancoragem Superior	F23-43	473.09
Tirante de Transição Vertical	F2-23	421.05
Escora de transição junto ao Nó 23		
Compressão à esquerda	F22-23	718.13
Compressão à direita	F23-24	529.18
Tirante de Transição Nó 2		
Tracção à esquerda	F1-2	141.86
Tracção à direita	F2-3	559.42
Diferença		
Tirantes Horizontais (Nó2)		417.59
Escoras Horizontais (Nó23)		188.94

Os resultados apresentados no quadro 6.1 mostram que este modelo apresenta duas grandes desvantagens: uma diferença significativa no esforço da escora longitudinal, e também do valor dos esforços no tirante longitudinal principal, na transição da treliça da abertura para a treliça regular. Estas diferenças estão associadas ao valor elevado do esforço nas escoras diagonais de amarração como demonstrado no quadro. A escora mais esforçada, situada numa região com tensões transversais de tracção, é a de ancoragem inferior, com um esforço de 590.62 kN. A tensão na escora é de 12.73 MPa, valor superior à tensão máxima do betão à compressão 10.56 MPa, ou seja, tem-se colapso da viga por esmagamento do betão para um valor da carga inferior ao de projecto. Assim o modelo apresentado não serve para aberturas como esta, que interrompe três painéis regulares.

O esforço exercido na escora horizontal é significativamente superior sobre a abertura 22-23 ao exercido na treliça regular 23-24. A escora horizontal 22-23 tem um esforço bastante elevado, porque equilibra o do tirante horizontal secundário 42-43, que é o tirante na estrutura com maior esforço, e o do tirante longitudinal principal. A confrontação dos valores na escora horizontal acima referida resulta numa escora diagonal 23-43 com um valor elevado. No nó 23 existem duas escoras diagonais com uma componente vertical elevada, que é equilibrada pelo tirante transversal, que apresenta um esforço superior a todos os outros tirantes transversais. Este tirante tem de resistir ao esforço transversal na secção correspondente da viga e ainda à componente vertical do esforço na escora diagonal 23-43. Este tirante provoca na escora diagonal de ancoragem inferior 2-43 um esforço elevado, superior ao da escora diagonal da ancoragem superior 23-43, o que faz sentido, pois o esforço transversal tende a atenuar o esforço na escora superior. Isto é, neste nó só existe uma escora que equilibra o esforço no tirante vertical e a significativa diferença entre os tirantes horizontais no nó. Neste nó 2 converge o tirante horizontal 1-2 que está abaixo da abertura e o tirante horizontal 2-3

que vem da treliça regular e tem um esforço consideravelmente maior que o outro. As razões apresentadas contribuem para que a escora diagonal 2-43 tenha um esforço significativo. É este o ponto fulcral para rejeitar o modelo analisado.

Considere-se agora uma abertura com um comprimento menor ou, mais precisamente, que interrompa somente dois painéis e volte-se a aplicar o modelo simples. Para a viga em estudo a interrupção de dois painéis corresponde a uma abertura com um comprimento compreendido entre 0,5 metros e os 0,7 metros. Pretende-se verificar de novo a segurança das escoras diagonais de ancoragem. A figura 6.5 ilustra a treliça estudada: os esforços são apresentados em anexo mas os esforços nas barras mais relevantes são apresentados no quadro 6.2.

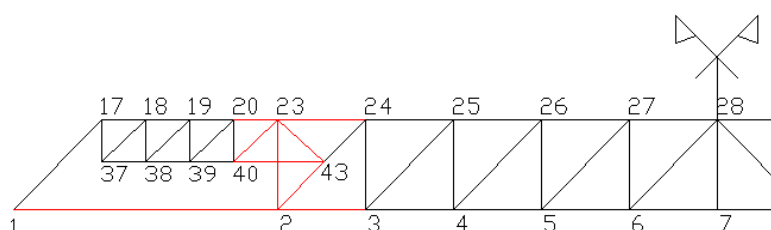


Figura 6.5- A interrupção dos dois painéis regulares com a formação de uma treliça secundária com 4 painéis- Viga2 Secção 0.5×0.3

Quadro 6.2- Esforços nas barras relevantes na viga2

Tirante de ancoragem		kN
Escora de ancoragem Inferior	F2-43	469.33
Escora de ancoragem Superior	F23-43	339.04
Tirante de Transição Vertical	F2-23	341.69
Escora de Transição junto ao Nó 23		
Escora Longitudinal	F22-23	513.84
Escora Longitudinal	F23-24	386.45
Tirante de Transição 2		
Tirante Horizontal	F1-2	142.55
Tirante Horizontal	F2-3	481.45
Diferença		
Tirantes Horizontais (Nó2)		338.89
Escoras Horizontais (Nó23)		127.39

Os resultados apresentados no quadro 6.2 mostram que a escora mais esforçada, situada numa região com tensões transversais de tracção, é a 43-2 com um esforço de 469.33kN. A tensão na escora é de 10.43 MPa, valor inferior à tensão máxima do betão à compressão 10.56 MPa, logo a escora está em segurança. O modelo apresentado serve para aberturas que interrompem dois painéis regulares.

6.2 Análise do modelo com painéis de amarração

Como foi acima referido, a treliça secundária é a mesma para os vários modelos. Deste modo, o valor dos esforços nas suas barras é independente do modelo escolhido. O problema de alguns modelos é que apresentam escoras de ancoragem com esforço superiores à resistência do betão ao esmagamento.

Torna-se assim necessário avaliar se é possível estabelecer novos modelos onde o problema da tensão excessiva não se coloque ou se, de facto, este problema não apresenta solução admissível, o que quer dizer que a dimensão da abertura é excessiva. Assim alterar-se-á o modelo de modo a tentar verificar a segurança das escoras inclinadas. Em suma, nos modelos analisados deve-se prestar especial atenção às escoras de ancoragem, devido ao facto de estas terem um esforço axial com valor muito elevado, em virtude da sua função de ancoragem do tirante de amarração. Para se obter um modelo satisfatório, a variação do valor do esforço axial no tirante horizontal na transição tem que ser significativamente reduzida, assim como a diferença do esforço axial na escora horizontal na transição. Outro ponto importante é “ancorar” da melhor maneira possível o tirante de amarração, se possível de modo distribuído.

A solução pode passar por criar vários painéis inferiores na amarração, tal como a figura 6.6 demonstra, possibilitando atenuar o valor do esforço axial nas escoras de ancoragem. O comprimento de amarração não tem de ser igual ao da treliça secundária, pois tal constituiria um dimensionamento bastante conservativo.

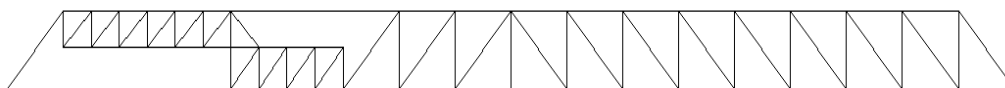


Figura 6.6- Modelo com painéis de amarração

O número de painéis de amarração necessário para solucionar os problemas acima referidos depende do comprimento da abertura, isto é, o número de painéis da treliça regular interrompidos. O objectivo deste modelo é determinar qual o número de painéis de amarração necessários para um dado número interrompido de painéis regulares. Mais uma vez, centra-se o estudo na interrupção de 3 painéis regulares.

A presença de vários painéis de amarração possibilita uma transição do esforço axial no tirante longitudinal, diminuindo o valor dos saltos deste esforço e, conseqüentemente, diminuindo também os valores do esforço nas escoras diagonais de ancoragem inferior, levando a que estes se tornem aceitáveis. Em relação às escoras horizontais, a diferença diminui no nó superior do tirante de transição, devido ao facto de se ter eliminado escoras

diagonais da treliça regular. A função da escora diagonal é aproximar as cargas aplicadas na parte superior da viga aos apoios; as escoras horizontais são máximas no meio da viga e vão diminuindo até aos apoios. Essa diminuição é provocada pelas escoras diagonais. Ao eliminar a escora diagonal, a escora horizontal após abertura fica com um esforço maior, diminuindo a diferença entre as escoras horizontais no nó superior do tirante de transição. A consequência disso é que o esforço da escora diagonal de ancoragem superior diminui.

6.2.1 Análise do modelo com painéis de amarração

Começa-se pelas barras do modelo com abertura que apresentam esforços iguais aos da viga sem abertura. Assim, para o corte de Ritter esquematizado na figura 6.7, as forças aplicadas nos nós à direita do corte são iguais às aplicadas na viga sem abertura: assim, todas as barras à direita do corte têm os esforços iguais à viga sem abertura.

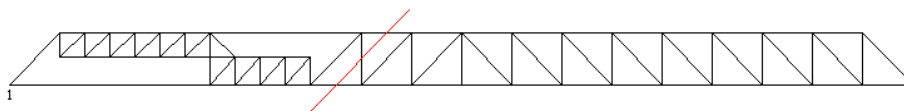


Figura 6.7- Corte de Ritter do modelo com vários painéis de amarração

O segundo passo é o cálculo do esforço nos tirantes verticais dos painéis de amarração, à direita do tirante vertical de transição, começando pelo mais afastado da abertura. De seguida, calcula-se o esforço nas escoras diagonais dos painéis de amarração, com exceção da mais próxima da abertura. Por último, calculam-se os tirantes horizontais inferiores dos painéis de amarração. Todos estes esforços são calculados de acordo com o procedimento descrito no capítulo 5.

Em seguida, considera-se o equilíbrio do primeiro nó superior à esquerda do corte: o equilíbrio das forças horizontais determina o esforço na escora horizontal acima dos painéis de amarração.

O penúltimo passo considera o equilíbrio do nó superior do tirante de transição: o equilíbrio das forças horizontais determina o esforço na escora diagonal de ancoragem superior e o equilíbrio das forças verticais determina o esforço no tirante transversal de transição. Por último, o equilíbrio das forças verticais no nó inferior do tirante de transição determina o esforço na escora de ancoragem inferior.

6.2.2 Exemplo prático do modelo com vários painéis de amarração

Seguidamente, procede-se à averiguação da possibilidade de se usar o modelo com vários painéis de amarração, para o caso de uma abertura que interrompa três painéis. Mais uma vez, o objectivo é verificar se as escoras diagonais de ancoragem estão em segurança. Começa-se com quatro painéis de ancoragem. A figura 6.8 ilustra a treliça estudada. São apresentados no Quadro 6.3 os esforços nas barras mais relevantes.

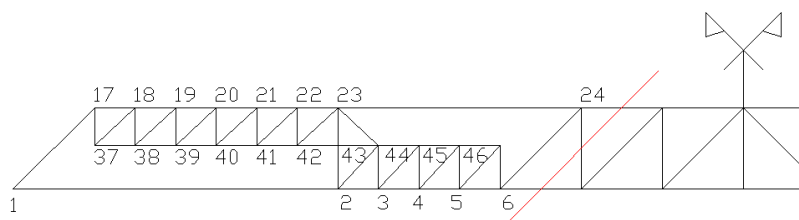


Figura 6.8- A interrupção de três painéis regulares com a formação de uma treliça secundária com 6 painéis e uma treliça de amarração com 4 painéis - Viga3 Secção 0.5×0.3

Quadro 6.3- Esforços nas barras relevantes na viga3

Tirante de ancoragem		kN
Escora de ancoragem Inferior	F2-43	402.52
Escora de ancoragem Superior	F23-43	288.26
Tirante de Transição Vertical	F2-23	288.07
Tirante de ancoragem	F45-46	59.24
	F44-45	119.10
	F43-44	179.7
Escora de Transição junto ao Nó 23		
Compressão à esquerda	F22-23	718.13
Compressão à direita	F23-24	606.15
Tirante de Transição Nó 2		
Tirante Horizontal	F1-2	141.86
Tirante Horizontal	F2-3	426.45
Diferença		
Tirantes Horizontais (Nó2)		284.59
Escoras Horizontais (Nó23)		111.97

A escora mais esforçada situada na região com tensões transversais de tracção é a F2-43, com um esforço de 402.52 kN; a tensão na escora é de 8.9 MPa, valor inferior à tensão máxima do betão à compressão 10.56 MPa, logo a escora está em segurança. No entanto, esta escora continua a apresentar uma tensão bastante elevada: se aumentar o carregamento ou a altura da abertura, pode ser ultrapassada a tensão de rotura à compressão do betão. Esta solução pode não ser a mais eficaz, pois o esforço no tirante vertical de transição, equilibrado pela componente vertical do esforço nas duas escoras diagonais concorrentes no seu nó superior,

tem um valor considerável. Quanto maior o valor deste esforço, maior será o valor do esforço na escora diagonal de ancoragem inferior, o qual poderá ultrapassar a tensão de rotura. Nesta solução, os tirantes horizontais dos painéis da treliça de amarração (43-44, 44-45 e 45-46) têm esforços bastante pequenos, não conseguindo transmitir o grande esforço existente no primeiro tirante de amarração (F42-43) para os tirantes seguintes e, conseqüentemente, para as escoras diagonais. Quanto maior o número de painéis de amarração, maior o esforço do tirante de amarração transmitido, o que faz aumentar o incremento do esforço nas barras horizontais na transição da ancoragem.

Assim, estaticamente, a melhor solução passa pelo aumento do número de painéis de amarração, como a figura 6.9 ilustra. Neste caso, o número de painéis do lintel é igual ao número de painéis de ancoragem, estando em segurança as escoras problemáticas, como mostra o quadro 6.4. Contudo, esta solução não é a melhor, porque a armadura para o esforço transversal vai aumentar com o número de painéis.

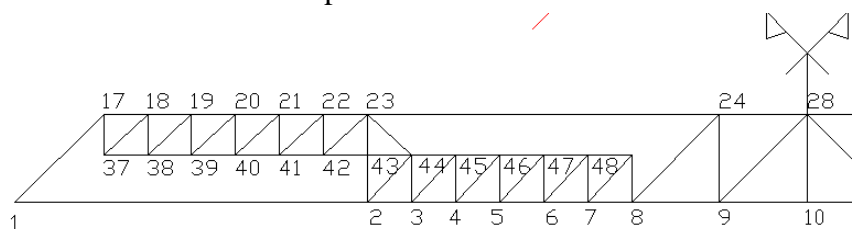


Figura 6.9- Interrupção de três painéis regulares com a formação de uma treliça secundária com 6 painéis e 6 painéis de amarração- Viga4 Secção 0.5×0.3

A escora mais esforçada, na região com tensões transversais de tracção, é a F2-43 com um esforço de 344.37 kN. A tensão na escora é de 7.6 MPa, valor inferior à tensão máxima do betão à compressão 10.56 MPa, logo a escora está em segurança. Porém, esta solução continua a não ser a mais indicada, porque a escora diagonal de ancoragem inferior apresenta um valor demasiado alto. O aumento do número de painéis de ancoragem leva a um aumento da armadura transversal, o que não é económico. Conclui-se que o aumento do número de painéis de amarração não é a solução mais eficaz, pois os tirantes de ancoragem após o primeiro continuam a ter valores pequenos. Ou seja, este modelo apresenta problemas na transmissão do esforço do primeiro tirante de amarração para os restantes tirantes de amarração. A consequência disso é que a escora de ancoragem superior e a primeira inferior continuam a ser o principal elemento de ancoragem do tirante de amarração, prova disso são os seus esforços elevados, em comparação com os dos restantes elementos de amarração.

Quadro 6.4- Esforços nas barras relevantes na viga4

Barra de ancoragem		Kn
Escora de ancoragem Inferior	F2-43	344.363
Escora de ancoragem Superior	F23-43	237.13
Tirante de Transição Vertical	F2-23	246.61
Tirante de ancoragem	F47-48	49.99
	F47-46	100.68
	F46-45	152.07
	F45-44	204.16
	F44-43	256.94
Nó superior do Tirante de Transição Nó 23		
Escora Longitudinal	F22-23	718.13
Escora Longitudinal	F23-24	642.27
Nó Inferior do Tirante de Transição Nó 2		
Tirante Horizontal	F1-2	141.86
Tirante Horizontal	F2-3	385.33
Diferença		
Tirantes Horizontais (Nó2)		243.47
Escoras Horizontais (Nó23)		75.85

6.3 Modelo de Muttoni e Modelo base

O objectivo do modelo de Muttoni é ancorar da melhor forma o último tirante longitudinal da treliça secundária, de maneira a que o esforço neste elemento seja distribuído por um comprimento de ancoragem suficientemente grande. Este tirante prolonga-se para lá do tirante transversal de transição, imediatamente à direita da abertura, sendo amarrado a partir desta secção. Esta amarração é feita por uma escora diagonal localizadas abaixo dele, (ver Muttoni, Schwartz, & Thürlimann, 1997 e fig.6.10). Este tirante transversal é necessário para garantir o equilíbrio das componentes verticais do esforço nestas duas escoras. Além disso, é necessário um outro tirante transversal entre o tirante longitudinal do lintel e o tirante longitudinal da viga, para garantir o equilíbrio de forças verticais na zona de intersecção das referidas escoras.

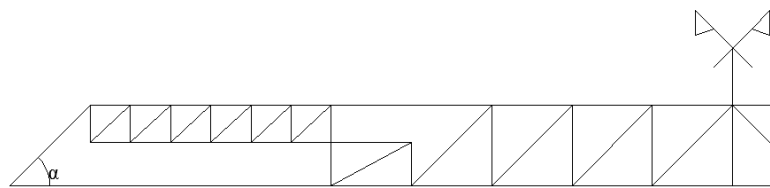


Figura 6.10-Modelo de Muttoni

Se à base do último tirante transversal da amarração se ligar uma escora diagonal normal da viga, obtém-se a treliça isostática, que será o nosso modelo base. Note-se que ele congrega um modelo para ancorar o tirante longitudinal do lintel com um modelo resistente ao corte, como revela a figura 6.11.

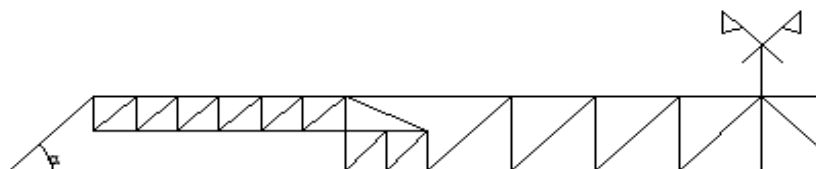


Figura 6.11-Modelo Base

Em termos qualitativos note-se que a escora de ancoragem inferior contribui cumulativamente para dois mecanismos, o de ancoragem e o de esforço transversal: é pois de esperar que apresente um valor significativo do esforço. Já a escora de ancoragem superior contribui apenas para a ancoragem, apresentando uma inclinação pouco natural, contudo encontra-se numa zona descontínua, logo a sua inclinação não tem que respeitar o valor indicado no EC2 para as vigas regulares. O valor do esforço de compressão na escora superior de ancoragem vai diminuindo, à medida que se aumenta o comprimento do tirante longitudinal de amarração, até que para um certo valor deste comprimento o esforço nesta escora é nulo, ou seja, ela pode ser retirada: nesta situação a treliça é hipostática correspondendo ao modelo sugerido por Muttoni (Muttoni, Schwartz, & Thürlimann, 1997).

Conclui-se que, no Modelo de Muttoni, tal como a escora inferior de ancoragem, também a escora horizontal correspondente à extremidade direita da abertura apresenta um valor crítico: neste caso, porém, o remédio pode consistir em, simplesmente, utilizar armadura de compressão. Este acréscimo de tensão de compressão, relativamente à viga sem aberturas, é naturalmente dado pela componente horizontal da escora de ancoragem superior ser nula. Aliás, a possibilidade referida acima de fazer a ancoragem suficientemente longa para que esta escora de ancoragem superior tenha esforço nulo, corresponde a prolongar o esforço de compressão na viga com aberturas de uma secção que está para a direita desta, (ver fig.6.10).

6.3.1 Análise do modelo base

O objectivo no modelo base é diminuir o esforço nas duas escoras de amarração junto à abertura e permitir que o esforço no tirante de amarração se distribua uniformemente pelas várias escoras de amarração. Por forma a baixar o esforço na escora de amarração superior, para uma dada variação do esforço na escora horizontal junto ao nó superior do tirante vertical de transição, diminui-se a sua inclinação relativamente à horizontal, pois que este esforço aumenta quando decresce o co-seno correspondente.

Este resultado pode também ser explicado geometricamente. Na figura 6.12 representa um nó com 2 barras horizontais, em que o esforço na esquerda ($2d$) é o dobro do da direita (d). O equilíbrio horizontal no nó vai depender da escora diagonal, em que o seu esforço depende da sua inclinação. O esforço da escora diagonal pode variar mas a sua componente horizontal não varia, valendo d . Este esforço decresce quando se reduz a inclinação, tendo-se um valor mínimo de aproximadamente d , quando a inclinação se aproximar de zero. Se o ângulo for próximo dos 90° , o esforço da escora será um valor enorme. A escora diagonal superior do modelo base não tem que resistir ao esforço transversal, por isso a sua contribuição para a componente vertical não é importante, logo o seu valor é irrelevante. Por outro lado, quanto menor a inclinação desta escora, menor será também a contribuição para o tirante de transição vertical.

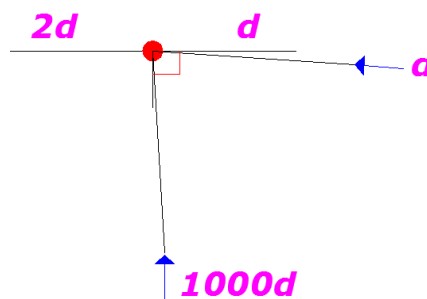


Figura 6.12- Representação geométrica da escora de amarração superior.

A ligação da escora de amarração superior (43*-23) à extremidade da amarração vai permitir indirectamente que o esforço na extremidade da amarração (43*-43) tenha um valor significativo. Ou seja, o valor nesta extremidade depende não tanto do valor do esforço na escora superior, mas mais da sua localização.

Mais uma vez o problema do modelo com painéis de amarração é devido ao facto do tirante de amarração não conseguir distribuir o seu esforço ao longo de todo o seu comprimento de amarração. O segundo tirante vertical após a abertura (43-3) tem um esforço similar ao do tirante de transição (23-2) como o demonstra a figura 6.13, que só não é igual devido ao peso

próprio aplicado no nó inferior do tirante de transição, o qual porém não tem um valor significativo.

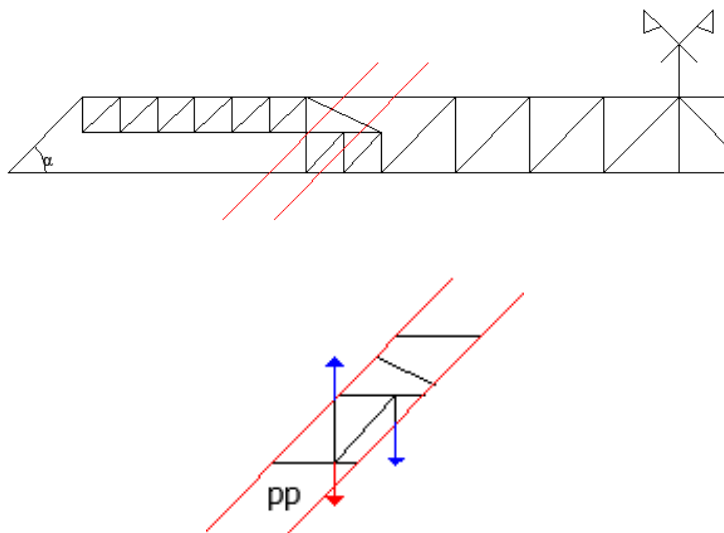


Figura 6.13- Representa os tirantes verticais interceptados pelo corte de Ritter.

Assim, as duas escoras diagonais de amarração têm esforços com valor semelhante. O principal objectivo é que o elevado esforço do tirante de amarração seja uniformemente distribuído ao longo de todo o comprimento da amarração. De outro modo, as duas primeiras escoras diagonais de amarração superior e inferior teriam um valor elevado, que poderia comprometer a sua segurança, tal como sucede no modelo simples. Com este modelo há pois três verdadeiras escoras de amarração, todas com valores de compressão significativos, contrariamente aos modelos acima apresentados, com mais painéis de amarração, em que apenas duas escoras de ancoragem eram eficazes, como demonstrado acima.

6.3.2 Exemplo prático do modelo base

Para uma abertura que interrompa somente três painéis é analisado se o modelo base pode ser adaptado. Mais uma vez o objectivo é verificar se as escoras diagonais de ancoragem estão em segurança. Este modelo tem dois painéis de amarração e uma inclinação menor da escora diagonal de ancoragem superior. A figura 6.14 ilustra a treliça estudada e todos os esforços das barras mais relevantes são apresentados no quadro 6.5. O ângulo das escoras diagonais de amarração é de 45 graus, excepto a escora superior que apresenta 26.5°. A escora diagonal superior não tem que respeitar o EC2, uma vez que o EC2 limita o ângulo das escoras associadas ao mecanismo resistente ao esforço transversal em vigas no intervalo [22°;45°]. Ora, a escora diagonal superior encontra-se neste mesmo intervalo.

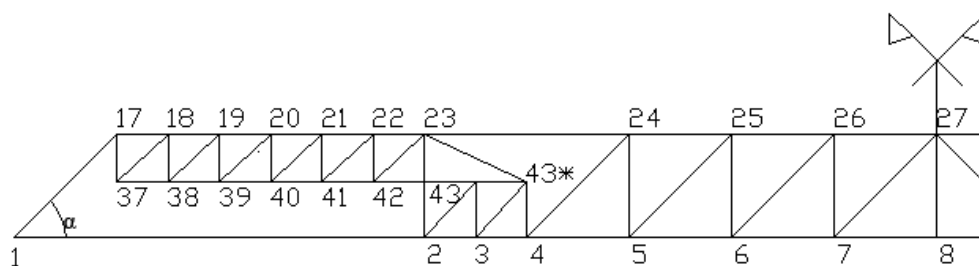


Figura 6.14- A interrupção de três painéis regulares com a formação de uma treliça secundária com 6 painéis e uma treliça de amarração com 2 painéis - Viga5 Secção 0.5×0.3

Quadro 6.5- Esforços nas barras relevantes na viga5

Tirante de ancoragem		kN
Escora de ancoragem Inferior	F2-43	279.47
Escora de ancoragem Superior	F23-43	287.38
Tirante de Transição Vertical	F2-23	200.73
Painel de Amarração		
Tirante de ancoragem Vert.	F43-3	197.59
Tirante de ancoragem Horiz.	F43-43*	470.48
Escora de ancoragem Inferior	F43*-3	278.49
Escora de transição junto ao Nó 23		
Compressão à esquerda	F22-23	718.13
Compressão à direita	F23-24	553.01
Tirante de Transição Nó 2		
Tracção à esquerda	F1-2	141.86
Tracção à direita	F2-3	339.45
Diferença		
Tirantes Horizontais (Nó2)		197.59
Escoras Horizontais (Nó23)		165.12

No modelo base existe um número mais reduzido de painéis de amarração do que no modelo anteriormente estudado. O quadro 6.5 permite constatar a diminuição do esforço na escora diagonal de amarração superior e, conseqüentemente, do esforço de tracção no tirante de transição vertical, levando a que a escora de amarração inferior deixe de ser a mais condicionante. A escora mais esforçada, situada numa região com tensões transversais de tracção, é a F23-43 com um esforço de 287.38 kN, a que corresponde uma tensão de 6.2 MPa, valor inferior à tensão máxima do betão à compressão 10.56 MPa.

O Quadro 6.5 comprova todas as considerações apresentadas, ou seja, a redução da inclinação da escora diagonal superior de amarração tem como consequência a redução dos esforços nesta zona. Conclui-se que esta é uma melhor solução, em relação aos modelos anteriores. Neste modelo, o esforço no tirante de amarração mantém-se significativo ao longo de todo o seu comprimento, o que não acontecia nos modelos com um grande número de painéis de amarração, em que o esforço decrescia muito bruscamente. Quanto menor o esforço da escora diagonal 23-43*, menor será o esforço do tirante vertical 23-2. Com o aumento do número de painéis ao lado da abertura, diminui a variação do esforço no tirante principal na transição. Também o esforço no tirante vertical de transição diminui e o esforço na primeira escora diagonal inferior de amarração se reduzem, deixando este de ser condicionante.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

7.1 Conclusões Finais

A análise apresentada provou que o esforço axial nos tirantes transversais e escoras diagonais do modelo de escoras e tirantes com ou sem abertura é definido pelo esforço transverso na viga. Relativamente às escoras e tirantes longitudinais demonstrou-se que o seu esforço aumenta à medida que nos aproximamos da secção a meio vão.

Em relação à viga com abertura, o esforço no tirante longitudinal abaixo da abertura é constante ao longo da abertura e igual ao esforço junto ao apoio no tirante longitudinal correspondente na viga sem abertura. Sendo assim, o esforço neste tirante depende unicamente da localização da abertura. Em relação ao tirante longitudinal acima da abertura concluiu-se que o seu esforço depende da altura e do comprimento da abertura (aumenta com estas dimensões). Esta análise permitiu relacionar a ordem de grandeza das tensões na zona da viga afectada pela abertura, usando como termo de comparação as tensões na viga original, tendo sido desenvolvida uma expressão que determina a área do tirante acima da abertura.

Foram desenvolvidos vários modelos de escoras e tirantes que diferem na caracterização da vizinhança da abertura, que constitui uma zona de descontinuidade, sendo que na treliça secundária acima da abertura os esforços são independentes do modelo utilizado. Dos modelos desenvolvidos e estudados, o mais eficaz é aquele que melhor distribui o esforço do tirante de amarração sobre a abertura. O problema verificado em vários modelos é que as escoras diagonais de ancoragem têm esforços bastante superiores aos restantes elementos da treliça ou seja, há o risco de esmagamento do betão nesta zona. Uma das possibilidades consiste na introdução de um número significativo de painéis de amarração, não sendo porém o modelo mais eficaz, porque não diminui significativamente o esforço nas escoras e economicamente obriga a maiores custos, uma vez que é utilizado mais aço. A partir do modelo de Muttoni e face aos problemas apresentados pelos modelos anteriores é desenvolvido e proposto o modelo base, como a solução mais eficaz para aberturas com um comprimento máximo. O modelo base não necessita de um grande número de painéis de amarração e a sua escora diagonal de ancoragem superior adopta uma inclinação diferente dos outros modelos, permitindo que as escoras de ancoragem apresentem valores diminutos e que

o esforço do tirante de amarração seja eficazmente distribuído pelas escoras de amarração e pelos painéis de amarração.

7.2 Trabalhos Futuros

Uma vez que se desenvolveu um modelo base que se caracteriza por uma escora de ancoragem com uma inclinação diferente das restantes escoras da treliça, seria interessante desenvolver e estudar um modelo que elimine a escora de ancoragem superior, tal como o modelo de Muttoni apresenta. No presente documento apenas se analisaram vigas simplesmente apoiadas, sendo a análise de vigas contínuas um passo bastante importante no desenvolvimento do tema das aberturas situadas próximas das regiões dos apoios.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ACI-318. (2011). *Building Code Requirements for Structural Concrete and Commentary*. U.S.A: American Concrete Institute.

Appleton, J. (2013). *Estruturas de Betão*. ORION.

Cachim, P., & Morais, M. (2013). *Estruturas de Betão - Bases de cálculo*. Lisboa: Publindústria.

Camacho, J. (2003). *Curso de Concreto Armado*. São Paulo: UNESP.

Couto, H. (2013). *Desenvolvimento e Análise de Modelos de Escoras e Tirantes Planos Para Ligações Viga-Pilar*. Tese de Mestrado: Universidade de Coimbra.

EC0. (2009). *Eurocódigo-Bases para o projecto de estruturas*. Bruxelas: CEN.

EC1. (2009). *Eurocódigo 1 - Acções em estruturas- Parte 1-1: Acções gerais*. Bruxelas: CEN.

EC2. (2010). *Eurocódigo2- Project de Estruturas de Betão- Parte 1.1: Regras Gerais e Regras de Edifícios*. Bruxelas: CEN.

Ferreira, J. (2010). *Seleccção de Modelos de Escoras e Tirantes em Estruturas de Betão*. Tese de Mestrado: Universidade do Porto.

Kurrer, K. (2008). *The History of the Theory of Structures: From Arch Analysis to Computational Mechanics*. Tchrhvhjv.

Lourenço, P. (1992). *Novas Metodologias para o Dimensionamento de Estruturas de Betão*. Dissertação de Doutoramento: Universidade do Porto.

Mansur, M. (2006). *Design Of Reinforced Concrete Beams with Web Openings"*. Asia Pacific Structural Engineering and Construction Conference.Malaysia.

Mansur, M., & Tan, K. (1999). *Concrete Beams with Openings: Analysis and Design*". Singapore: CRC Press.

Monnig, F., & Leonhardt, E. (1997). *Construções de Concreto: Princípios Básicos do Dimensionamento De Estruturas de Concreto Armado Volume 4*. Rio de Janeiro: Editora Interciência.

Muttoni, A., Schwartz, J., & Thurlimann, B. (1997). *Design of Concrete Structures with Stress Fields*. Berlin: Birkhauser.

Neves, C. (2002). *Diagramas de Esforços Internos em Estruturas Isostáticas*. Lisboa: IST.

Pinho, M. (1995). *Análise e Síntese de Meios Irregulares de Betão Armado pelo Modelo Escora Tirante*. Dissertação de Doutoramento: Universidade do Porto.

Prentzas, E. G. (1968). *Behaviour and reinforcement of concrete beams with large rectangular apertures*. Sheffield, U.K: University of Sheffield.

Reis, I. (2012). *Análise e Dimensionamento de Vigas de Betão Armado Com*. Tese de Mestrado: Universidade de Coimbra..

Santos, D. d. (2006). *Análise de vigas de concreto armado utilizando modelos de bielas e tirantes*. Dissertação de Mestrado, Escola de Engenharia de São Carlos.

Santos, D. d., & Giongo, J. (2008). *Análise de Vigas de Concreto Armado Utilizando Modelos de Bielas e Tirantes*. Cadernos de Engenharia de Estruturas: São Carlos.

Schlaich, J., Schafer, K., & Jennewein, M. (1987). *Toward a Consistent Design of Structural Design of Structural Concrete*. PCI Journal, 74-92.

Silva, S. (2013). *Análise e dimensionamento de vigas de betão armado com aberturas*. Tese de Mestrado: Universidade de Coimbra.

Silva, V. (2004). *Mecânica e Resistências dos Materiais*. Coimbra: Editora Zuari.

Somes, N., & Corley, W. (1974). *Circular openings in webs of continuous beams. Shear in Reinforced Concrete*. Detroit, USA: American Concrete Institute.

Souza, R. (2004). *Concreto Estrutural: Análise e Dimensionamento de Elementos com Descontinuidade*. São Paulo: Dissertação de Doutoramento. Escola Politécnica da Universidade de São Paulo.

Sussekind, J. C. (1973). *Curso de análise estrutural volume I Estruturas Isostáticas*. Editora Globo S.A.

Timoshenko, S., & Young, D. H. (1956). *Engineering Mechanics* (4th ed.). Mc-Graw Hill Book Company.

Anexo

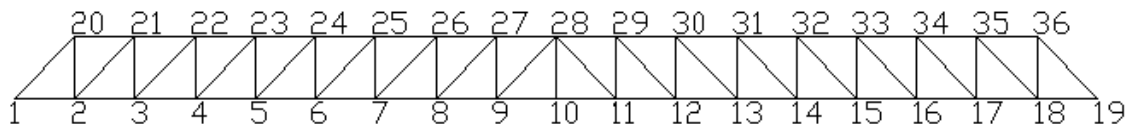


Figura A1- Relativamente ao quadro A1

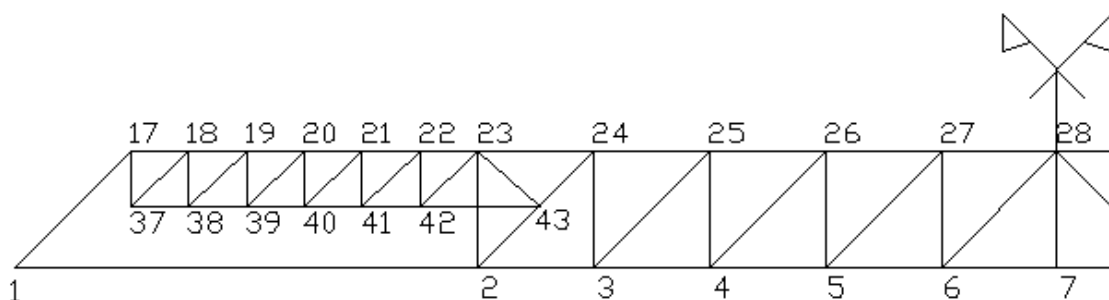


Figura A2- Relativamente ao quadro A2

Quadro A1-Esforços da treliça regular

Tirante Horizontal (kN)		Escora diagonal (kN)	
F1-2	145.39	F1-20	205.64
F2-3	274.43	F2-21	182.52
F3-4	386.45	F3-22	158.44
F4-5	481.45	F4-23	134.37
F5-6	559.42	F5-24	110.29
F6-7	620.38	F6-25	86.21
F7-8	664.31	F7-26	62.14
F8-9	691.22	F8-27	38.06
F9-10	701.11	F9-28	13.99
Tirante Vertical (kN)		Escora Horizontal (kN)	
F20-2	129.04	F20-21	145.39
F21-3	112.02	F21-22	274.43
F22-4	95.00	F22-23	386.45
F23-5	77.98	F23-24	481.45
F24-6	60.95	F24-25	559.42
F25-7	43.93	F25-26	620.38
F26-8	26.91	F26-27	664.31
F27-9	9.89	F27-28	691.22

Quadro A2-Esforços da treliça secundária

Tirante Vertical (kN)		Escoras diagonal (kN)	
F17-37	130.89	F37-18	185.13
F18-38	123.07	F38-19	174.07
F19-39	115.25	F39-20	163.02
F20-40	107.44	F40-21	151.96
F21-41	99.62	F41-22	140.90
F22-42	91.80	F42-23	129.85
Tirante Horizontal (kN)		Escora Horizontal (kN)	
F37-38	130.89	F17-18	141.86
F38-39	253.96	F18-19	272.75
F39-40	369.21	F19-20	395.82
F40-41	476.64	F20-21	511.07
F41-42	576.26	F21-22	618.51
F42-43	668.07	F22-23	718.13