



FCTUC FACULDADE DE CIÊNCIAS  
E TECNOLOGIA  
UNIVERSIDADE DE COIMBRA

DEPARTAMENTO DE  
ENGENHARIA MECÂNICA

# **ESTUDO E OTIMIZAÇÃO DA TAMPA DE REFORÇO DE UM CÁRTER DIFERENCIAL COM ENGRENAGEM ESPIRAL CÓNICA HIPÓIDE**

Dissertação apresentada para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia  
Mecânica na Especialidade de Produção e Projeto

## **REINFORCEMENT PLATE FOR DIFFERENTIAL CASING OF HYPOID SPIRAL BEVEL GEAR**

**Autor**

**João Pedro de Jesus Soares**

**Orientadores**

**Maria Augusta Neto**

**Mário Rui Sousa Ribeiro**

**Júri**

<b>Presidente</b>	<b>Professora Doutora Ana Paula Betencourt Martins Amaro</b> <b>Professora Auxiliar da Universidade de Coimbra</b>
<b>Vogais</b>	<b>Professor Doutor Fernando Jorge Ventura Antunes</b> <b>Professor Auxiliar da Universidade de Coimbra</b>
<b>Orientador</b>	<b>Engenheiro Mário Rui Sousa Ribeiro</b> <b>Membro convidado - Extra Motion</b>

**Colaboração Institucional**

---

M A T E R E O  
LIFETIME PERFORMANCE AND RELIABILITY DESIGN

**Matereospace**

**Coimbra, setembro, 2016**

“Se você quer ser bem sucedido, precisa de ter dedicação total, buscar seu  
último limite e dar o melhor de si”

Ayrton Senna, em entrevista ao jornalista João Dória Júnior, 1994

## Agradecimentos

O trabalho presente nesta dissertação só foi possível graças ao apoio e colaboração de algumas pessoas e entidades, às quais não posso deixar de prestar o meu reconhecimento.

Em primeiro lugar ao Engenheiro Mário Rui Sousa Ribeiro e à Professora Maria Augusta Neto, pela sua orientação e total disponibilidade e pela constante motivação, inspiração e conhecimentos transmitidos. A eles um agradecimento profundo.

Um agradecimento especial à Matereospace e a toda a sua equipa, ao Jorge Alexandre Vieira, ao Tiago Cristóvão, ao Rodrigo Sobral, ao Ricardo Carmona, ao Abel Lopes e ao Melle Gruppelaar, pela oportunidade de integrar uma equipa multidisciplinar, por todos os conselhos, profissionalismo, inspiração e experiências transmitidas.

Um agradecimento profundo à Extra Motion e toda a sua equipa, por todo o conhecimento, profissionalismo, inspiração e experiências transmitidas.

A todos os meus amigos pela motivação e apoio, pelo companheirismo e conselhos, pelos momentos de lazer que me obrigaram a abstrair do trabalho e pela partilha de experiências que enriqueceram todo este percurso. A todos eles, um especial e profundo obrigado!

Uma grande palavra de gratidão aos meus pais pela oportunidade e apoio incondicional no sucesso deste percurso, pela motivação e inspiração que me faz fazer mais e melhor todos os dias e pela transmissão dos valores que me tornaram a pessoa que sou hoje. Obrigado por tudo!

A todos aqueles que de uma forma ou outra contribuíram neste percurso, o meu muito obrigado!

## Resumo

O objetivo deste trabalho é o melhoramento da *performance* da tampa de reforço de um cárter diferencial de engrenagem espiral cônica hipóide, através da redução da massa, sem comprometer a sua resistência.

O componente em estudo foi fabricado na liga de alumínio de alta resistência 7075-T6, através do processo de maquinação. O estudo do componente iniciou-se com a identificação e cálculo dos esforços atuantes, seguindo-se a análise numérica com a criação do modelo numérico e os estudos de convergência e otimização.

Para a realização do presente trabalho recorreu-se a ferramentas computacionais de modelação tridimensional – Solidwoks – e de análise de elementos finitos – ADINA.

A otimização realizada ao componente permitiu uma diminuição da massa em 162 gramas, o que representa uma redução de 14%.

**Palavras-chave:**

Cárter diferencial, Engrenagem espiral cônica hipóide, FEA, *Performance*, Otimização, Liga de alumínio 7075-T6.

## **Abstract**

The objective of this work is to improve the performance of the reinforcement plate for a differential case of hypoid spiral bevel gear by reducing the mass without compromising its strength.

The component under consideration was manufactured in high strength 7075 - T6 aluminum alloy, through the machining process. The study began with the identification and calculation of the applied forces on the component, followed by numerical analysis through the creation of a simulation model and mesh convergence and optimization studies.

To carry out this work computational tools for three-dimensional modeling—Solidwoks - and finite element analysis – ADINA - were used.

The optimization study led to a reduction of 162 grams of the mass of the component, which corresponds to a reduction of 14 %.

**Keywords** Differential housing, Spiral bevel gear hypoid, FEA, *Performance* , optimization, Aluminium alloy 7075-T6.

## Índice

Índice de Figuras .....	v
Índice de Tabelas .....	viii
Simbologia e Siglas .....	ix
Simbologia.....	ix
Siglas .....	xi
1. INTRODUÇÃO.....	1
2. ESTADO DA ARTE .....	3
2.1. Arquitetura de eixo – <i>Swing Axle</i> .....	3
2.2. Sistema de transmissão de um automóvel .....	5
2.3. Diferencial .....	8
2.4. Sistema de travagem .....	15
3. DESCRIÇÃO DO COMPONENTE .....	18
4. CÁLCULO DOS ESFORÇOS ATUANTES .....	22
4.1. Identificação dos esforços atuantes.....	22
4.2. Cálculo do esforço de travagem.....	24
4.3. Cálculo do esforço devido às solicitações axiais do engrenamento .....	26
4.3.1. Cálculo da força axial na situação de arranque .....	29
4.3.2. Cálculo da força axial na situação de redução.....	30
5. ANÁLISE NUMÉRICA.....	35
5.1. Modelo de simulação .....	35
5.2. Estudo de convergência .....	39
5.3. Estudo de otimização .....	42
6. CONCLUSÕES .....	52
7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	54

## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2.1. Representação esquemática da arquitetura de eixo - swing axle - desenvolvida por Edmund Rumpler, adaptado de (Estados Unidos da América Patente N° 1514862, 1921).....	4
Figura 2.2. Representação esquemática dos tubos de seção cilíndrica e do diferencial, adaptado de (Estados Unidos da América Patente N° 1514862, 1921).....	4
Figura 2.3. Chassis do automóvel Standard Superior incorporando a configuração de eixo do tipo <i>swing axle</i> (Ganz, 2016).....	5
Figura 2.4. Representação esquemática do sistema de transmissão de um automóvel com tração traseira adaptado de (fourtitude, 2016).....	5
Figura 2.5. Caixa de velocidades de um automóvel (bmwblog, 2016). ....	6
Figura 2.6. Representação esquemática da caixa de velocidades de um automóvel, adaptado de (bmwblog, 2016) .....	6
Figura 2.7. Veio de transmissão com juntas acopladas nas suas extremidades. (Repair, 2016).....	7
Figura 2.8. Exemplo de utilização de juntas para transmissão de potência através de um veio de transmissão entre dois componentes que não se encontram no mesmo plano (Extra Motion, 2016).....	7
Figura 2.9. Junta homocinética (Livre, 2016). ....	8
Figura 2.10. Junta universal (Tech, 2016).....	8
Figura 2.11. Diferencial de um automóvel moderno (fourtitude, 2016). ....	9
Figura 2.12. Ilustração da posição do diferencial, juntas e semieixos no sistema de transmissão de um automóvel de tração traseira, adaptado de (2bp, 2016).....	9
Figura 2.13. Representação esquemática das engrenagens cónicas que constituem o diferencial, adaptado de (Mexânica, 2016) .....	10
Figura 2.14. Representação esquemática do funcionamento do diferencial quando o veículo segue em linha reta, adaptado de (Johanson & Duffy, 2010).....	11
Figura 2.15. Representação esquemática do funcionamento do diferencial quando o veículo descreve uma curva, adaptado de (Johanson & Duffy, 2010).....	12
Figura 2.16. Engrenagens cónicas de dentado reto (norelem, 2016).....	13
Figura 2.17. Engrenagem cónica helicoidal (Marat-Mendes, 2012). ....	13
Figura 2.18. Engrenagem espiral cónica (Marat-Mendes, 2012). ....	14
Figura 2.19. Engrenagem cónica hipóide (INDUSTRIES, 2016). ....	14
Figura 2.20. Representação esquemática do desfasamento ( <i>offset</i> ) de eixos do pinhão e da roda da engrenagem cónica hipóide. (Motor, 2016). ....	14

Figura 2.21. Sistema de travagem de um automóvel – conjunto pinça disco e pinça de travão (Bosh, 2016).	16
Figura 2.22. Sistema de travagem <i>inboard</i> (Cook’s, 2016).	16
Figura 2.23. Sistema de travagem <i>outboard</i> (Cook’s, 2016).	17
Figura 3.1. Detalhes construtivos da Tampa de Reforço do Cártter Diferencial de Engrenagem Espiral Cónica Hipóide – vista principal (esquerda) e vista posterior (direita) (Extra Motion, 2016).	19
Figura 3.2. Detalhe construtivo da fixação da pinça de travão à Tampa de Reforço do Cártter Diferencial de Engrenagem Espiral Cónica (Extra Motion, 2016).	19
Figura 3.3. Modelação CAD do cártter diferencial sem reforço (Extra Motion, 2016).	20
Figura 3.4. Fabrico do componente em estudo através do processo de maquinação (Extra Motion, 2016).	20
Figura 4.1. Representação esquemática da zona de aplicação dos esforços de travagem, adaptado de (Extra Motion, 2016).	23
Figura 4.2. Representação esquemática da zona de aplicação dos esforços devido ao engrenamento, adaptado de (Extra Motion, 2016).	23
Figura 4.3. Representação esquemática dos esforços desenvolvidos durante o engrenamento de uma engrenagem cónica (Branco, Ferreira, Costa, & Ribeiro, 2012).	27
Figura 5.1. Representação do modelo tridimensional de simulação.	36
Figura 5.2. Representação dos diversos componentes que compõe o modelo tridimensional.	36
Figura 5.3. Representação a vermelho da superfície do fixador onde se encontra aplicada a condição de fronteira.	37
Figura 5.4. Representação esquemática dos esforços desenvolvidos na tampa de reforço diferencial na situação mais danosa, adaptada de (Extra Motion, 2016).	38
Figura 5.5. Representação esquemática do tipo de elementos mais frequentemente utilizados em simulação com o método dos elementos finitos, tetraedros de 4 nós e hexaedros de 8 nós (Comsol, 2016).	39
Figura 5.6. Variação da tensão Máxima de von Mises em função do número de nós no modelo numérico.	40
Figura 5.7. Variação percentual da tensão Máxima de von Mises em função do número de nós do modelo numérico.	41
Figura 5.8. Discretização da tampa de reforço do cártter diferencial com tamanho de elemento de 2,125 mm – vista principal.	41
Figura 5.9. Discretização da tampa de reforço do cártter diferencial com tamanho de elemento de 2,125 mm – vista posterior.	42
Figura 5.10. Distribuição das tensões de von Mises na vista principal do componente original.	43

Figura 5.11. Distribuição das tensões de von Mises na vista posterior do componente original.....	44
Figura 5.12. Localização no componente e no furo da tensão equivalente máxima de von Mises. ....	44
Figura 5.13. Zonas de remoção de material na vista principal – primeira iteração de otimização. ....	45
Figura 5.14. Zonas de remoção de material na vista posterior – primeira iteração de otimização. ....	45
Figura 5.15. Distribuição das tensões equivalentes de von Misses na vista principal– primeira iteração de otimização. ....	46
Figura 5.16. Distribuição das tensões equivalentes de von Misses na vista posterior– primeira iteração de otimização. ....	46
Figura 5.17. Localização no componente e no furo da tensão equivalente máxima de von Mises. ....	47
Figura 5.18. Zonas de remoção de material na vista principal – segunda iteração de otimização. ....	48
Figura 5.19. Distribuição das tensões equivalentes de von Misses na vista principal – segunda iteração de otimização. ....	49
Figura 5.20. Distribuição das tensões equivalentes de von Misses na vista principal– primeira iteração de otimização. ....	49
Figura 5.21. Localização da tensão equivalente máxima de von Mises para a geometria da segunda iteração. ....	50
Figura 5.22. Distribuição dos valores do deslocamento resultante no componente original. ....	50
Figura 5.23. Distribuição dos valores do deslocamento resultante no componente – segunda iteração de otimização. ....	51

## ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 3.1. Principais Propriedades da liga de alumínio 7075-T6.....	21
Tabela 4.1. Dados do veículo. ....	22
Tabela 4.2. Valores das características do dentado do pinhão e cremalheira.....	28
Tabela 4.3. Valores dos parâmetros para determinação do binário útil, $Mt$ , $A$ . ....	29
Tabela 4.4. Valores das relações de transmissão à saída da caixa de velocidades e à saída do sistema de transmissão $iMudança$ e $iTotal$ , respetivamente. ....	31
Tabela 4.5. Valores da velocidade para as diferentes mudanças engrenadas durante a redução. ....	32
Tabela 4.6. Valores de $\Delta xR$ e de $MRoda$ para as diferentes reduções de mudança efetuadas. ....	33
Tabela 5.1. Valores dos esforços aplicados na tampa de reforço do cárter diferencial. ....	37
Tabela 5.2. Valores do pré-esforço dos parafusos M8 e M10 de classe 10.9.....	38
Tabela 5.3. Valores de $E$ , $\rho$ e $\nu$ adotados para a liga de alumínio 7075-T6 e para o Aço..	39

## SIMBOLOGIA E SIGLAS

### Simbologia

$\alpha$  – Ângulo de pressão

$\alpha_n$  - Ângulo de pressão normal

$\beta$  - Ângulo da espiral

$\delta$  - Ângulo de cone primitivo

$\delta_1$  - Ângulo do cone primitivo do pinhão

$\delta_2$  - Ângulo do cone primitivo da cremalheira

$\mu_p$  - Coeficiente de atrito do pneu

$\mu_t$  - Coeficiente de atrito da pastilha de travão

$\omega_{motor}$  - Velocidade angular do motor

B – Distância centro de rotação do pneu à fixação da pinça de travão

$b$  - Largura do dentado

$b_2$  -Largura do dentado da cremalheira

$d$  - Diâmetro primitivo

$d_2$  – Diâmetro Primitivo da cremalheira

$D_{pneu}$  – Diâmetro do pneu

$D_{Disco\ de\ travão}$  – Diâmetro do disco de travão

$\Delta E_c$  - Variação da energia cinética

$E_{trav}$  – Esforço de travagem

$F_{atrito}$  – Força de atrito

$F$  - Forças atuantes no copo

$F_{TRAV}$  – Força de travagem

$F_t$  – Força tangencial

$F_a$  – Força axial

$F_r$  – Força radial

$F_{atrito}$  – Força de atrito

$g$ – Aceleração da gravidade

- $i_{Total}$  - Relação de transmissão à saída do sistema de transmissão do veículo
- $i_p$  - Relação de transmissão primária
- $i_{Mudança}$  - Relação de transmissão à saída da caixa de velocidades
- $i_{Diferencial}$  - Relação de transmissão à saída do diferencial
- $i_p$  - Relação de transmissão primária
- $i_{1^a}$  - Relação de transmissão à saída da caixa de velocidades com a primeira mudança engrenada
- $m$  - Massa
- $M_t$  - Binário transmitido
- $M_{trav}$  - Binário de travagem
- $M_{motor}$  - Binário do motor
- $M_{t,R}$  - Binário útil na situação de redução
- $M_{Roda}$  - Binário na roda
- $M_{Travagem}$  - Binário de travagem gerado pela força exercida no disco de travão
- $M_{t,A}$  - Binário útil na situação de arranque
- $n_{motor}$  - Frequência rotacional do motor
- $n_s$  - Coeficiente de segurança
- $P_{motor}$  - Coeficiente de segurança
- $\Delta r$  - Distância de reação
- $r_m$  - Raio médio
- $r_{m,c}$  - Raio médio da cremalheira
- $R_{pneu}$  - Raio do pneu
- $\Delta p$  - Distância de paragem
- $v_f$  - Velocidade final
- $v_i$  - Velocidade inicial
- $V$  - Velocidade
- $V_{máx}$  - Velocidade máxima
- $W$  - Trabalho realizado pelas forças atuantes no corpo
- $\Delta x$  - Distância percorrida
- $Z_1$  - Número de dentes do pinhão
- $Z_2$  - Número de dentes da cremalheira

## **Siglas**

CAD – Computer Aided Design

FEA – Finite Element Analysis

FEM – Finite Element Method

## 1. INTRODUÇÃO

Um dos fatores determinantes para a melhoria da *performance* dos automóveis de competição é a redução do peso dos respetivos componentes. A aceleração de um corpo é a relação entre a força atuante e a respetiva massa. Torna-se evidente que para uma determinada força, a redução da massa resulta num acréscimo de aceleração (Smith, 1978).

O presente estudo foi realizado com a colaboração da empresa Extra Motion, que se dedica ao desenvolvimento de sistemas mecânicos para a indústria *Motosport*. No âmbito da atividade da empresa existe uma grande necessidade de melhorar a *performance* dos componentes e sistemas mecânicos, mantendo a fiabilidade dos mesmos.

O desenvolvimento deste tipo de soluções deve-se em grande parte à necessidade de adaptação de sistemas e componentes mecânicos existentes no mercado. Geralmente, estas não alcançam os níveis de exigência de *performance* e fiabilidade para serem incorporados nos carros de competição.

Para fazer face à necessidade de um cliente que procurava uma solução para aumentar a fiabilidade e *performance* do diferencial no seu veículo, surge o desenvolvimento de um componente de reforço do cárter diferencial, com o objetivo de prevenir a rotura do mesmo.

O problema de fiabilidade encontra-se resolvido com o desenvolvimento e incorporação do componente no cárter diferencial. Surge agora a necessidade de melhorar a sua *performance*, no que diz respeito a uma diminuição de massa.

A otimização efetuou-se com recurso a ferramentas computacionais de modelação (CAD) e análise de elementos finitos (FEA). Estas ferramentas são indispensáveis no processo de desenvolvimento de soluções em engenharia mecânica, permitindo a criação e análise detalhada de componentes e sistemas complexos, apoiando assim o engenheiro na tomada de decisões durante a fase de projeto e minimizando a ocorrência de erros na fase de produção (Novak & Dolsak, 2008).

No capítulo 2 efetua-se um enquadramento teórico dos conceitos fundamentais, bem como, uma descrição dos componentes constituintes do sistema onde a tampa de reforço do cárter diferencial se insere. No capítulo 3 descreve-se e caracteriza-se o componente em estudo que irá sofrer otimização. No capítulo 4 identifica-se e calcula-se os esforços atuantes

na componente. No capítulo 5 descreve-se o modelo de simulação, efetuam-se os estudos de malha e otimização. Por fim, no capítulo 6, apresentam-se as principais conclusões acerca do trabalho realizado.

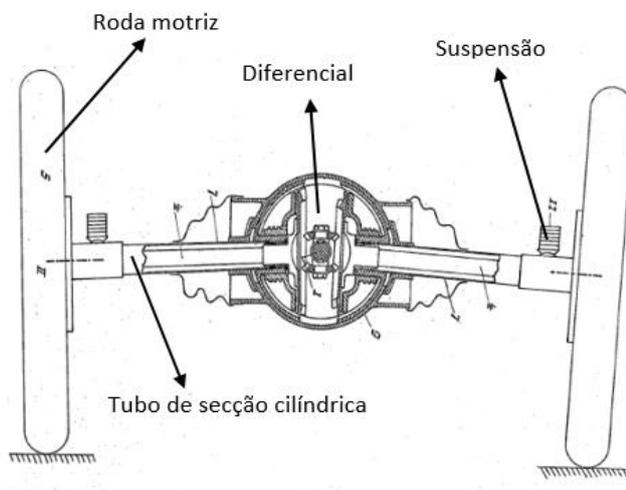
## 2. ESTADO DA ARTE

Neste capítulo será efetuado um enquadramento teórico dos conceitos fundamentais, bem como, uma descrição dos componentes constituintes do sistema onde o componente em estudo se insere.

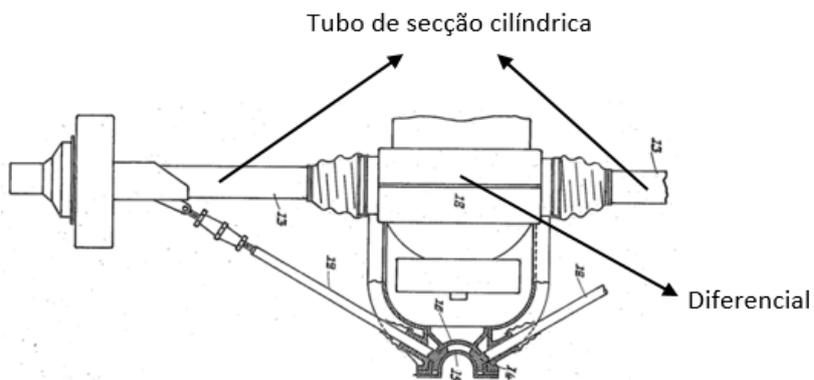
### 2.1. Arquitetura de eixo – *Swing Axle*

O desenvolvimento do primeiro eixo do tipo *swing axle* é atribuído ao austríaco Edmund Rumpler, que patenteou a solução no ano de 1921, nos Estados Unidos da América. Na Figura 2.1, encontra-se esquematizado a arquitetura de eixo, *swing axle*, desenvolvido por Edmund Rumpler.

A invenção tem como objetivo evitar a utilização de correntes de transmissão e juntas Cardan na transmissão de potência ao eixo traseiro, assegurando uma maior eficiência do mecanismo de suspensão e completa proteção contra o pó. A invenção apresentada permite ter uma suspensão totalmente independente, em que a perturbação de uma roda não é transferida para a outra roda do lado oposto. A solução é composta por um veio motor, responsável pela transmissão de potência do motor para o diferencial, e por dois semieixos, cada um responsável pelo suporte das rodas motrizes e transmissão de potência do diferencial para as mesmas. Estes componentes encontram-se conectados a um diferencial fixo ao chassis do veículo. A proteção e suporte dos semieixos é garantida por dois tubos de secção cilíndrica, dispostos no plano perpendicular ao plano do veio motor e possuem o mesmo ponto de rotação que os semieixos, conforme se ilustra na Figura 2.2. Esta solução prevê ainda a existência de duas suspensões, conectadas cada uma aos tubos de secção cilíndrica e têm como função suportar o peso do chassi, bem como de todos os componentes que se encontram fixos ao mesmo, como por exemplo, o motor e o diferencial. O inventor faz ainda referência ao sistema de travagem, mostrando que devido à configuração do sistema de travagem e à disposição dos componentes, este teria que ser acoplado ao diferencial, permitindo reduzir o peso não suspenso (Estados Unidos da América Patente Nº 1514862, 1921).

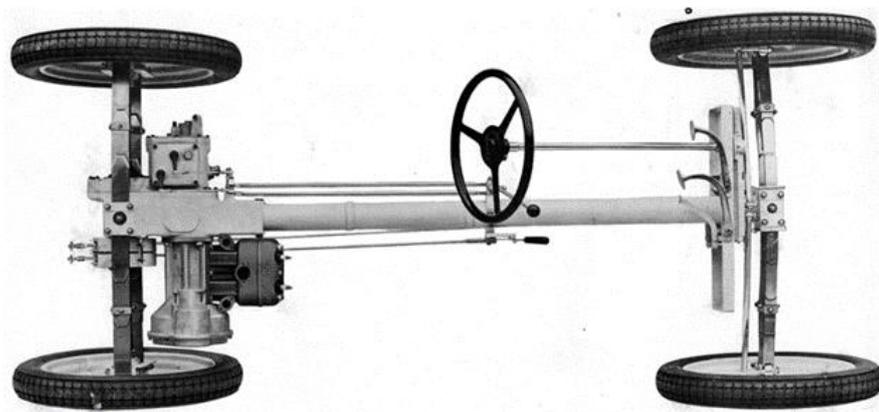


**Figura 2.1.** Representação esquemática da arquitetura de eixo - swing axle - desenvolvida por Edmund Rumpler, adaptado de (Estados Unidos da América Patente Nº 1514862, 1921).



**Figura 2.2.** Representação esquemática dos tubos de secção cilíndrica e do diferencial, adaptado de (Estados Unidos da América Patente Nº 1514862, 1921).

Os automóveis *Standard Superior* e o *VW Beetle* foram os primeiros veículos automóveis a utilizar a configuração de eixos do tipo *swing axle*. Na Figura 2.3, representa-se o chassis do *Standard Superior*, incorporando a configuração de eixo do tipo *swing axle*.

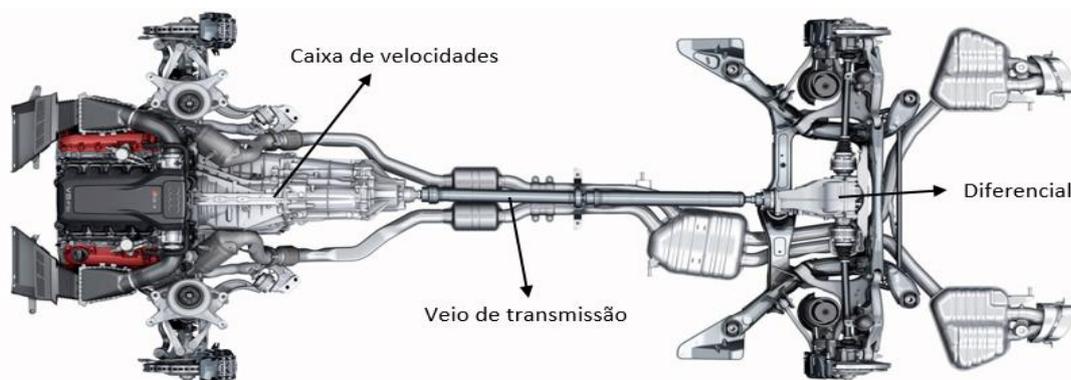


**Figura 2.3.** Chassis do automóvel Standard Superior incorporando a configuração de eixo do tipo *swing axle* (Ganz, 2016).

Com o desenvolvimento da indústria automóvel este tipo de eixo foi sofrendo atualizações, com o objetivo de torna-lo mais eficiente. No entanto, eixos do tipo *swing axle* devido às suas características muito específicas apresentam desvantagens, que se traduzem em problemas de manobrabilidade, e como tal, a sua incorporação em veículos automóveis convencionais caiu em desuso.

## 2.2. Sistema de transmissão de um automóvel

O sistema de transmissão de potência de um veículo é composto por um conjunto de dispositivos mecânicos que permitem a transmissão de potência do motor para as rodas. Tomando como referência um veículo de tração traseira, os principais componentes que compõe o sistema de transmissão são, a caixa de velocidade, o veio de transmissão e o diferencial, conforme se ilustra na Figura 2.4.

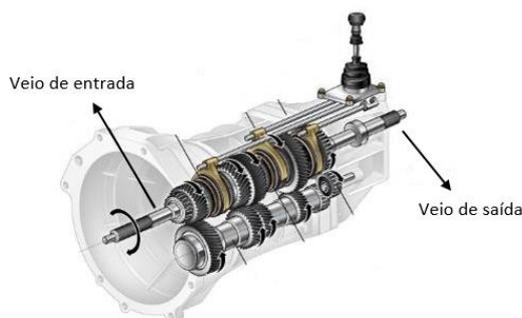


**Figura 2.4.** Representação esquemática do sistema de transmissão de um automóvel com tração traseira adaptado de (fourtitude, 2016).

A caixa de velocidades (Figura 2.5) é um dispositivo mecânico que tem como função transformar a potência gerada pelo motor em binário e velocidade. Este mecanismo é constituído por um conjunto de engrenagens com diâmetros diferentes, conferindo-lhe um número limitado de possibilidades de engrenamento – mudanças. Estas vão impor uma determinada relação de transmissão entre o veio de entrada, que se encontra acoplado ao motor, e o veio de saída, conforme se representa na Figura 2.6. Este dispositivo tem ainda como função alterar o sentido de marcha do veículo e encontra-se dotado de uma embraiagem que permite desacoplar o veio proveniente do motor (veio de entrada) e o veio da caixa de velocidades, sendo acionada sempre que se pretende alterar a mudança engrenada. Visto que cada mudança corresponde a uma determinada relação de transmissão, este elemento determina em parte o desempenho do veículo, pois permite desmultiplicar a rotação do motor em determinados valores de binário e velocidade. Assim, para se obterem velocidades de circulação elevadas utilizam-se mudanças “altas”, que se traduzem num valor de binário mais baixo nas rodas motrizes. Por outro lado, para se obterem velocidades de circulação inferiores, utilizam-se mudanças “baixas”, que correspondem a valores de binários mais elevados nas rodas motrizes (Rajput, 2007).



**Figura 2.5.** Caixa de velocidades de um automóvel (bmblog, 2016).



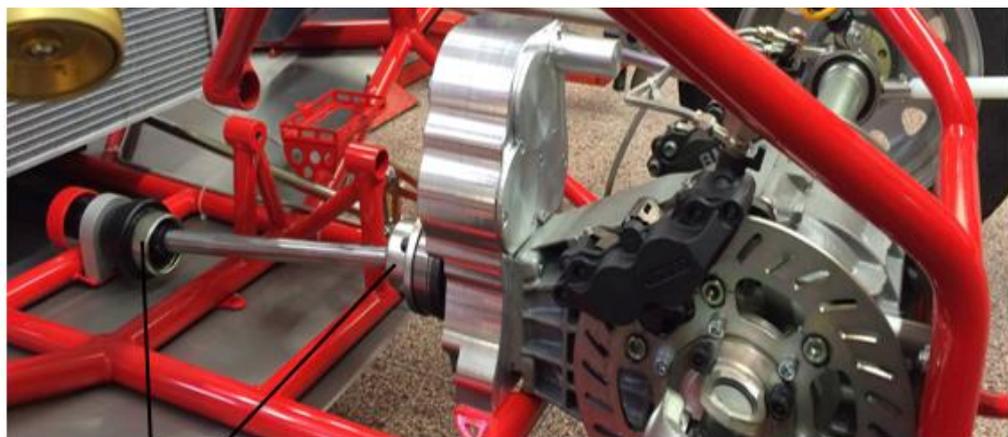
**Figura 2.6.** Representação esquemática da caixa de velocidades de um automóvel, adaptado de (bmblog, 2016).

A transmissão de potência da caixa de velocidades para o diferencial é realizada através de um veio de transmissão, que se encontra acoplado a estes dispositivos através de juntas localizadas nas suas extremidades, conforme se ilustra na Figura 2.7.



**Figura 2.7.** Veio de transmissão com juntas acopladas nas suas extremidades. (Repair, 2016).

As juntas têm como função permitir a transmissão de potência entre dispositivos que não se encontrem no mesmo plano, possibilitando que o veio de saída da caixa de velocidades e o pinhão do diferencial permaneçam paralelos, conforme se ilustra na Figura 2.8.



Junta

**Figura 2.8.** Exemplo de utilização de juntas para transmissão de potência através de um veio de transmissão entre dois componentes que não se encontram no mesmo plano (ExtraMotion, 2016).

As juntas homocinéticas (Figura 2.9) e as juntas universais (Figura 2.10) são os dois tipos de juntas que assumem maior expressão em termos de utilização no mundo automóvel. Ambas desempenham a mesma função, no entanto, as juntas homocinéticas apresentam um desempenho mais eficiente quando comparadas com as juntas universais.



**Figura 2.9.** Junta homocinética (Livre, 2016).



**Figura 2.10.** Junta universal (Tech, 2016).

O diferencial assume um papel importante no tema da dissertação de mestrado, pelo que, será efetuada uma abordagem mais detalhada deste mesmo componente no subcapítulo 2.3.

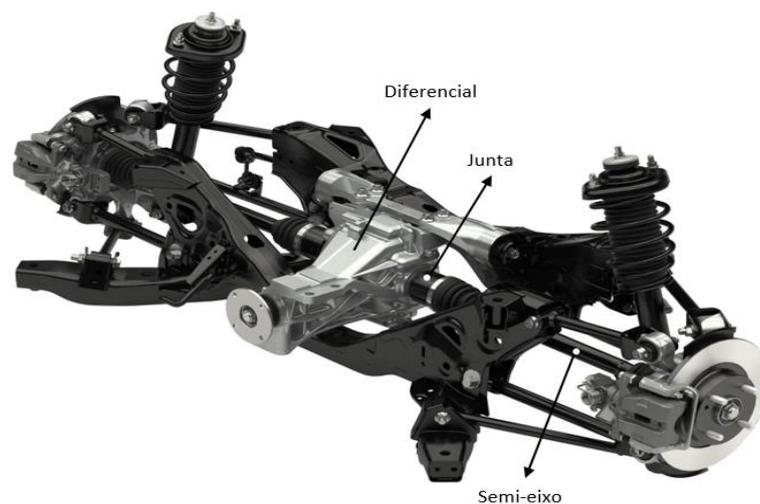
### **2.3. Diferencial automóvel**

O diferencial automóvel (Figura 2.11) foi inventado em 1827, pelo engenheiro francês Onésiphore Pecqueur, tendo sido utilizado pela primeira vez nos veículos movidos a vapor. Este componente ganhou expressão no final do século 19 com a invenção dos motores de combustão interna, sendo atualmente um dispositivo essencial nos automóveis de tração traseira (Britannica, 2016).



**Figura 2.11.** Diferencial de um automóvel moderno (fourtitude, 2016).

O diferencial é responsável pela transmissão de potência do motor para as rodas, que se realiza através de um semieixo em cada roda, e encontra-se acoplado aos dois semieixos e ao veio de transmissão por intermédio de juntas universais ou homocinéticas, conforme se ilustra na Figura 2.12.



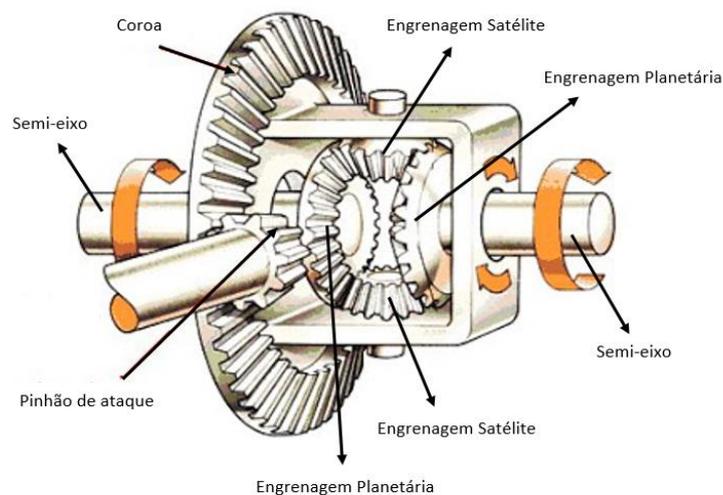
**Figura 2.12.** Ilustração da posição do diferencial, juntas e semieixos no sistema de transmissão de um automóvel de tração traseira, adaptado de (2bp, 2016).

Nos veículos de tração traseira este mecanismo apresenta três funções (Johanson & Duffy, 2010):

- Redirecionar a potência transmitida pelo veio de transmissão para as rodas. O sistema construtivo apresentado por este mecanismo obriga o fluxo de potência a descrever um ângulo de  $90^\circ$  entre o pinhão do diferencial e os semieixos que se encontram conectados a cada uma das rodas.

- Desmultiplicar a rotação do veio de transmissão, aumentando o valor do binário e reduzindo o valor da velocidade de rotação das rodas motrizes.
- Permite diferentes valores de rotação para as rodas. Quando o veículo está a curvar, o diferencial transmite maior rotação para a roda exterior do que para a roda interior, visto que a roda exterior descreve uma trajetória superior à da roda interior, evitando assim que haja perda de tração, tornando a curvatura mais suave e impõe um menor desgaste nos pneus.

Este mecanismo é constituído por engrenagens cónicas, de diferentes diâmetros o que lhe confere uma determinada relação de transmissão, conforme se ilustra na Figura 2.13.

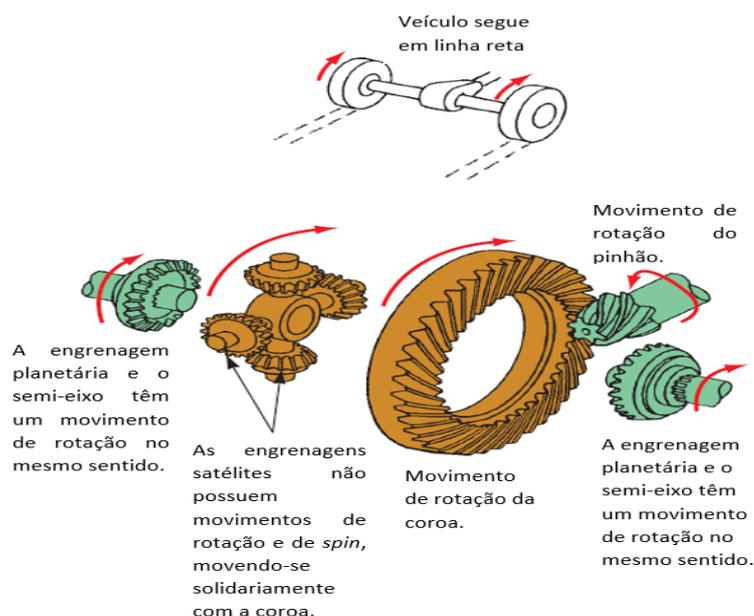


**Figura 2.13.** Representação esquemática das engrenagens cónicas que constituem o diferencial, adaptado de (Mexânica, 2016)

O pinhão de ataque engrena com a coroa, transferindo-lhe o fluxo de potência do veio de transmissão que se encontra conectado à caixa de velocidades. Na roda da coroa encontram-se fixas duas engrenagens satélite que efetuam dois tipos de movimentos de rotação: movimento solidário com a roda da coroa (movimento de rotação) e movimento de rotação em torno do seu próprio eixo (movimento de *spin*). O fluxo de potência chega as rodas motrizes por intermédio das engrenagens satélite que se encontram engrenadas a duas engrenagens planetárias fixas aos semieixos.

O diferencial desempenha um papel importante na transmissão de potência, determinando a *performance* dos veículos. Por forma a compreender a influência do diferencial no desempenho do veículo expõem-se de seguida as situações de deslocamento em linha reta e em curva.

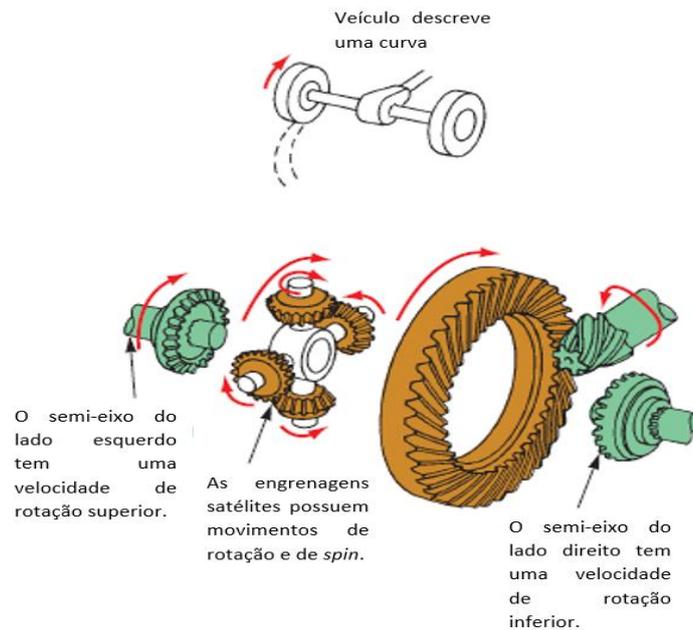
Quando o veículo segue em linha reta, as engrenagens satélites têm apenas movimento de rotação em torno do semieixo, isto é, rodam solidárias com a coroa, não existindo qualquer movimento em torno do seu eixo. Assim, estas engrenagens exercem força sobre as engrenagens planetárias impondo-lhe movimento de rotação com a mesma velocidade, funcionando como uma unidade sólida. Neste caso, ambas as rodas rodam no mesmo sentido e com igual velocidade de rotação (Johanson & Duffy, 2010). Esta situação encontra-se esquematizada na Figura 2.14.



**Figura 2.14.** Representação esquemática do funcionamento do diferencial quando o veículo segue em linha reta, adaptado de (Johanson & Duffy, 2010).

Quando o veículo descreve uma curva, a roda exterior, roda esquerda, no caso de uma curva à direita, tem uma velocidade de rotação superior à roda interior, pelo que a engrenagem planetária esquerda tem uma rotação superior à do lado direito. Como resultado desta diferença de velocidades, as engrenagens planetárias acionam as engrenagens satélite, pelo que, além do movimento de rotação solidário com a coroa, as engrenagens satélites

adquirem também um movimento de rotação em torno do seu eixo, movimento de spin (Johanson & Duffy, 2010). Esta situação encontra-se representada na Figura 2.15.



**Figura 2.15.** Representação esquemática do funcionamento do diferencial quando o veículo descreve uma curva, adaptado de (Johanson & Duffy, 2010).

O diferencial pode classificar-se de acordo:

- Com tipo de engrenagem cônica;
- Com o tipo de bloqueio.

As engrenagens cônicas são utilizadas quando se pretende a transmissão de potência entre dois veios concorrentes entre si (Branco, Ferreira, Costa, & Ribeiro, 2012). No caso em estudo, a utilização deste tipo de engrenagens tem como o objetivo a transmissão de movimento entre dois veios que fazem um ângulo de 90° entre si. As engrenagens cônicas podem ser classificadas em quatro tipos:

- Engrenagem cônica de dentado reto;
- Engrenagem cônica helicoidal;
- Engrenagem espiral cônica;
- Engrenagem cônica hipóide.

As engrenagens cônicas de dentado reto (Figura 2.16) são as mais utilizadas pela simplicidade do seu projeto e fabrico. No entanto, para velocidades de funcionamento

elevadas, estas engrenagens tornam-se ruidosas. Requerem ainda, uma montagem cuidada, por forma a garantir bons resultados em serviço (Branco, Ferreira, Costa, & Ribeiro, 2012).



**Figura 2.16.** Engrenagens cónicas de dentado reto (norelem, 2016).

As engrenagens cónicas helicoidais (Figura 2.17) apresentam um ângulo de inclinação da hélice, o que torna o engrenamento mais suave e menos ruidoso comparativamente com as anteriores e adequadas para aplicações a alta velocidade. Este tipo de engrenagem, além de gerar esforços axiais elevados, são mais caras e de montagem mais difícil (Branco, Ferreira, Costa, & Ribeiro, 2012).



**Figura 2.17.** Engrenagem cónica helicoidal (Marat-Mendes, 2012).

As engrenagens espirais cónicas (Figura 2.18) são constituídas por rodas cónicas com dentes em ângulo de hélice. Estes tipos de engrenagens são mais complexos de fabricar, mas apresentam maior capacidade de carga e um funcionamento mais silencioso (Marat-Mendes, 2012).

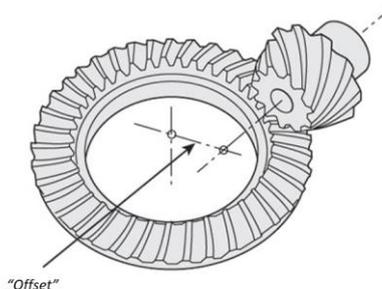


**Figura 2.18.** Engrenagem espiral cônica (Marat-Mendes, 2012).

As engrenagens cónicas hipóides (Figura 2.19) são constituídas por um pinhão e por uma roda, em que o primeiro componente apresenta um número de dentes inferior ao segundo. Estas engrenagens são utilizadas quando se exige uma montagem descentralizada dos veios de transmissão de potência, verificando-se um desfasamento (*offset*) do eixo do pinhão em relação ao eixo da roda, conforme se ilustra na Figura 2.20 (Marat-Mendes, 2012).



**Figura 2.19.** Engrenagem cónica hipóide (INDUSTRIES, 2016).



**Figura 2.20.** Representação esquemática do desfasamento (*offset*) de eixos do pinhão e da roda da engrenagem cónica hipóide. (Motor, 2016).

As engrenagens deste tipo apresentam geralmente um dentado em espiral, permitindo um maior contacto entre os dentes do pinhão e da cremalheira, o que resulta num engrenamento mais suave, com baixa vibração e ruído. Pelas características apresentadas, este tipo de engrenamento é o mais utilizado nos diferenciais de automóveis (Marat-Mendes, 2012).

O desempenho do veículo é fortemente influenciado pelo tipo de diferencial, podendo ser classificado em 2 tipos de acordo com o tipo de bloqueio (Johanson & Duffy, 2010):

- Diferencial aberto (*Open Differential*);
- Diferencial de bloqueio (*Locking Differentials*).

O princípio de funcionamento do diferencial de bloqueio é em tudo semelhante ao funcionamento do diferencial aberto anteriormente explicado e cujo funcionamento e influência no desempenho do veículo se encontra esquematicamente representado na Figura 2.14 e na Figura 2.15.

O componente em estudo é fixo a um diferencial de bloqueio, pelo que se efetuará uma breve explicação deste tipo de diferencial, de forma a compreender o seu funcionamento e influência na *performance* do veículo. O diferencial aberto funciona bem na maioria das situações, no entanto, se uma das rodas perde tração devido às condições da superfície, o diferencial irá transmitir toda o binário disponível para essa roda, pelo que a roda será animada de movimento de rotação sem tração. Para solucionar este problema são, frequentemente, usados diferenciais de bloqueio, uma vez que este tipo de diferencial envia para ambas as rodas o mesmo valor de binário, o que se traduz numa melhoria significativa de tração e conseqüentemente num aumento do desempenho do veículo em prova. (Johanson & Duffy, 2010).

## 2.4. Sistema de travagem

Os sistemas de travagem de um automóvel são responsáveis pela sua desaceleração e imobilização. Ao longo da dissertação será considerado como sistema de travagem o conjunto disco e pinça de travão, conforme se representa na Figura 2.21.



**Figura 2.21.** Sistema de travagem de um automóvel – conjunto disco e pinça de travão (Bosh, 2016).

Os sistemas de travagem podem ser classificados de acordo com a sua localização no veículo, em dois tipos (Smith, 1978):

- Sistemas de travagem *inboard* (Figura 2.22) – São sistemas que se encontram fixos ao chassis do veículo
- Sistemas de travagem *outboard* (Figura 2.23) – São sistemas que se encontram fixos à manga de eixo na extremidade do braço de suspensão;



**Figura 2.22.** Sistema de travagem *inboard* (Cook's, 2016).



**Figura 2.23.** Sistema de travagem *outboard* (Cook's, 2016).

A utilização de um sistema de travagem *inboard* tem como principal objetivo reduzir o peso não suspenso, que é definido como a percentagem da massa total do veículo que não é suportada pelo sistema de suspensão, como por exemplo: pneus, jantes e sistema de travagem (se montado *outboard*). Dado que o peso não suspenso é controlado pelo sistema de suspensão, a sua diminuição permite reduzir o esforço que o sistema de suspensão tem que realizar para manter em contacto os pneus com a superfície da estrada, que se traduz num melhor desempenho do sistema de suspensão perante as irregularidades do solo e num aumento de aderência dos pneus (Smith, 1978).

### 3. DESCRIÇÃO DO COMPONENTE

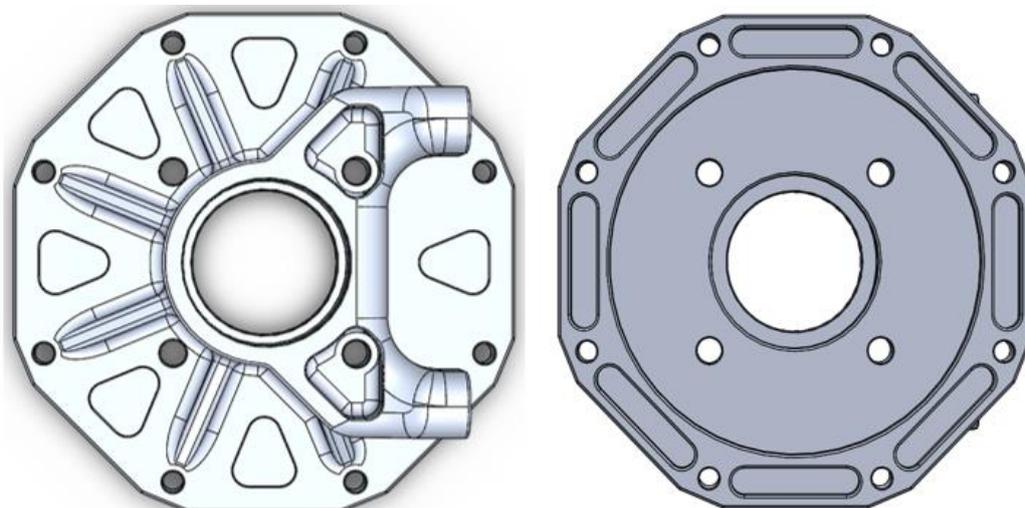
Os diferenciais assumem-se como componentes críticos nos automóveis, determinando a sua *performance* e fiabilidade. Conforme descrito no subcapítulo 2.3, estes dispositivos integram o sistema de transmissão e são responsáveis pela transmissão de potência para as rodas, tendo que lidar com múltiplos esforços. Assim, com vista a garantir um correto funcionamento do diferencial e de todo o sistema de transmissão, desenvolveu-se a tampa de reforço do cárter diferencial com engrenagem espiral cônica hipóide.

O veículo apresenta uma arquitetura do tipo *swing axle*, pelo que o componente em estudo é um componente crítico, não só por integrar o sistema de transmissão, uma vez que se encontra acoplado ao diferencial, mas também por fazer parte dos sistemas de travagem e suspensão do veículo. Assim, o componente em estudo tem que desempenhar 4 funções essenciais:

- Estrutural – suportar as solicitações axiais provocadas pelo engrenamento da engrenagem espiral cônica hipóide;
- Fixação do sistema de travagem *inboard*, permitindo a redução do peso não suspenso, com vista à maximização da eficiência e minimização dos esforços realizados pela suspensão.
- Suporte e alojamento de um rolamento de esferas;
- Selagem do fluido lubrificante do diferencial e proteção do mesmo contra a contaminação.

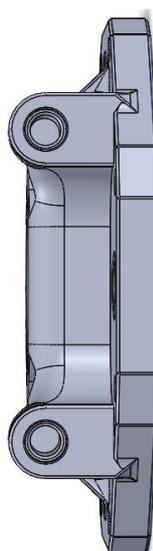
A Figura 3.1 ilustra duas vistas e os respetivos pormenores construtivos da tampa de reforço. Na figura do lado esquerdo encontra-se representada a vista principal, em que o furo de maior diâmetro tem como função o suporte de um rolamento de rolos cónicos, sendo os 12 furos de menor dimensão utilizados para a fixação do componente ao cárter diferencial. É possível ainda, verificar a existência de reforços ligados ao furo de maior dimensão, bem como, a existência de 6 pequenas cavidades com geometria triangular, localizadas em torno da extremidade, com a finalidade de redução de massa sem comprometer a resistência.

Na figura do lado direito encontra-se representada a vista posterior do componente em estudo, em que as cavidades com geometria oval têm como função a redução de massa, sem prejudicar a resistência estrutural do componente.



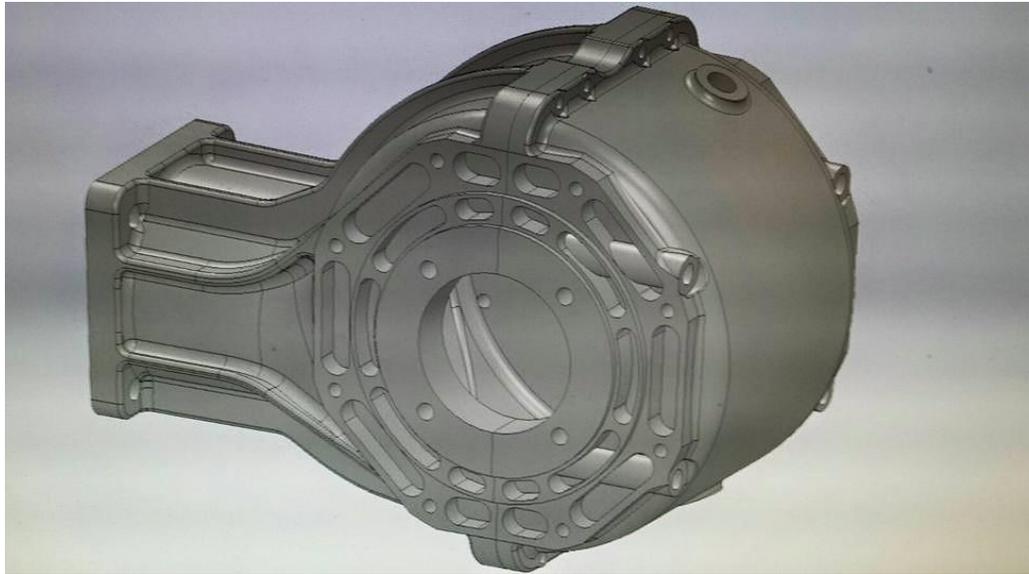
**Figura 3.1.** Detalhes construtivos da Tampa de Reforço do Câster Diferencial de Engrenagem Espiral Cônica Hipóide – vista principal (esquerda) e vista posterior (direita) (ExtraMotion, 2016).

Na Figura 3.2, encontra-se representada a vista lateral que contém o pormenor construtivo da fixação da pinça de travão, conferindo a designação de *inboard* ao sistema de travagem.



**Figura 3.2.** Detalhe construtivo da fixação da pinça de travão à Tampa de Reforço do Câster Diferencial de Engrenagem Espiral Cônica (ExtraMotion, 2016).

Para a compreensão da fixação do componente ao diferencial, ilustra-se na Figura 3.3 a modelação CAD do componente.



**Figura 3.3.** Modelação CAD do cárter diferencial sem reforço (ExtraMotion, 2016).

A tampa de reforço do cárter diferencial é fabricada na liga de alumínio de alta resistência 7075-T6 através do processo de maquinação e apresenta um valor de massa de 1,14 kg, conforme se ilustra na Figura 3.4.



**Figura 3.4.** Fabrico do componente em estudo através do processo de maquinação (ExtraMotion, 2016).

A liga de alumínio de alta resistência 7075-T6, quando comparada com um aço, apresenta uma melhor relação entre resistência e massa, bem como um desempenho superior no que diz respeito a resistência à corrosão e à facilidade de maquinação (SAPA, 2016). Na Tabela 3.1, apresentam-se os valores das principais propriedades da liga 7075-T6 (Polylanema, 2016).

**Tabela 3.1.** Principais Propriedades da liga de alumínio 7075-T6.

Liga	Tensão de Rotura [MPa]	Tensão Limite Elástico [MPa]	Módulo de Elasticidade [GPa]	Peso Específico [g/cm <sup>3</sup> ]
AA 7075-T6	570	505	72	2,81

## 4. CÁLCULO DOS ESFORÇOS ATUANTES

Este capítulo centra-se na identificação, descrição e cálculo de todos os esforços que atuam na tampa de reforço do cárter diferencial. Ao longo dos subcapítulos são abordados ainda, conceitos teórico-práticos fundamentais para melhor compreensão das equações apresentadas para o cálculo dos esforços.

Para efeitos de cálculo considera-se o valor da aceleração da gravidade,  $g$ , igual a  $9,81 \text{ m/s}^2$  e os dados do veículo apresentados na Tabela 4.1.

**Tabela 4.1.** Dados do veículo.

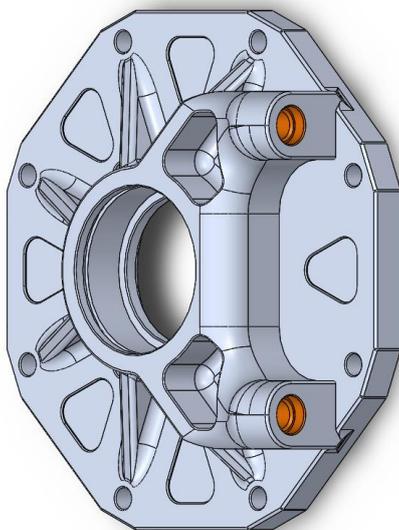
Parâmetros	Unidades	
Diâmetro do pneu	640	mm
Diâmetro do disco de travão	260	mm
Coefficiente de atrito do pneu	1,1	
Coefficiente de atrito da pastilha de travão	1	
Velocidade máxima, $V_{m\acute{a}x.}$	180	km/h
Massa do veículo, $m$	660	kg
Potência do motor, $P_{motor}$	250	cv
Binário do motor,	154	N.m
Velocidade máxima	180	km/h

Por se tratar de um componente crítica é considerado um valor para o coeficiente de segurança,  $n_s$ , igual a 1.5.

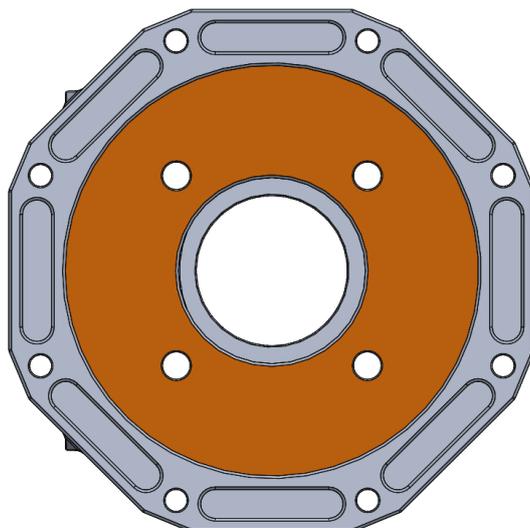
### 4.1. Identificação dos esforços atuantes

Conforme descrito no Capítulo 2, a tampa de reforço do cárter diferencial assume-se como um componente crítico por integrar três sistemas principais do veículo, podendo identificar-se os seguintes esforços que nela atuam.

- O esforço de travagem (Figura 4.1), pelo facto de o sistema de travagem ser *inboard*, a pinça de travão encontra-se fixa à tampa de reforço do cárter diferencial.
- O esforço devido às solicitações axiais do engrenamento (Figura 4.2), pelo facto de o cárter diferencial ser constituído por uma engrenagem espiral cónica hipóide.



**Figura 4.1.** Representação esquemática da zona de aplicação dos esforços de travagem, adaptado de (ExtraMotion, 2016).



**Figura 4.2.** Representação esquemática da zona de aplicação dos esforços devido ao engrenamento, adaptado de (ExtraMotion, 2016).

## 4.2. Cálculo do esforço de travagem

O cálculo do esforço de travagem é realizado com base no teorema da energia cinética e pode ser enunciado da seguinte forma: a variação da energia cinética é resultado do trabalho realizado pelas forças que atuam no corpo, que se traduz matematicamente pela expressão (Antunes, 2012):

$$\Delta E_c = W \quad (4.1)$$

em que  $\Delta E_c$  representa a variação da energia cinética e  $W$  o trabalho realizado pelas forças que atuam no corpo.

A variação da energia cinética,  $\Delta E_c$ , do corpo é definida por:

$$\Delta E_c = \frac{1}{2} \times m \times (v_f^2 - v_i^2) [J] \quad (4.2)$$

em que  $m$  é a massa do corpo,  $v_f$  e  $v_i$  representam as velocidades final e inicial do corpo, respetivamente.

O trabalho realizado pelas forças,  $W$ , que atuam no corpo é calculado com base na seguinte expressão (Antunes, 2012):

$$W = F \times \Delta x [J] \quad (4.3)$$

em que  $F$  representa as forças que atuam no corpo e  $\Delta x$  a distância percorrida.

Substituindo as equações (4.2) e (4.3) na equação (4.1), o teorema da energia cinética apresenta-se:

$$\frac{1}{2} \times m \times (v_f^2 - v_i^2) = F \times \Delta x \quad (4.4)$$

Desenvolvendo a equação (4.4) é possível obter a expressão para o cálculo do valor das forças que atuam no corpo,  $F$ , conforme se demonstra na equação (4.5).

$$F = \frac{\frac{1}{2} \times m \times (v_f^2 - v_i^2)}{\Delta x} [N] \quad (4.5)$$

O esforço de travagem é calculado para a situação mais desfavorável, ou seja, a imobilização completa do veículo quando este circula à velocidade máxima de 180 km/h.

No caso em estudo, o valor de  $\Delta x$  diz respeito à distância de travagem e é dada por:

$$\Delta x = \Delta p \text{ [m]} \quad (4.6)$$

em  $\Delta p$  é a distância de paragem, em metros (m).

A determinação da distância de paragem,  $\Delta p$ , é realizada pela aplicação do teorema da energia cinética, conforme se demonstra nas equações (4.7) a (4.9).

$$\frac{1}{2} \times m \times (v_f^2 - v_i^2) = F_a \times \Delta p \quad (4.7)$$

Em que  $F_a$  representa a força de atrito, em Newton (N) e é calculada com base na expressão (4.8) (Antunes, 2012).

$$F_a = \mu_p \times N \text{ [N]} \quad (4.8)$$

em que  $\mu_p$  representa o coeficiente de atrito do pneu e  $N$  é a reação normal, em newton (N).

Desenvolvendo a equação (4.7) e substituindo o valor de  $F_a$ , a distância de paragem,  $\Delta p$ , é dada por:

$$\Delta p = \frac{\frac{1}{2} \times m \times (v_f^2 - v_i^2)}{\mu \times N} \text{ [m]} \quad (4.9)$$

Recorrendo à equação (4.9) e aos valores da Tabela 4.1 e sabendo ainda que  $v_f = 0 \text{ m/s}$  e  $v_i = 50 \text{ m/s}$  obtém-se:

$$\Delta p = \frac{\frac{1}{2} \times 660 \times (0^2 - 50^2)}{1,1 \times 660 \times 9,81} = 115,8 \text{ m} \quad (4.10)$$

Substituindo os valores de  $\Delta p$  na equação (4.6) determina-se:

$$\Delta x = 115,8 \text{ m} \quad (4.11)$$

Conhecido o valor da distância de paragem,  $\Delta x$ , e recorrendo à equação (4.5) e à Tabela 4.1, e sabendo ainda que  $v_f = 0 \text{ m/s}$  e  $v_i = 50 \text{ m/s}$ , obtém-se o valor da força necessária para imobilizar o veículo,  $F_{TRAV}$ , isto é:

$$F_{TRAV} = \frac{\frac{1}{2} \times 660 \times (0^2 - 50^2)}{115,8} = -7124,3 \text{ N} \quad (4.12)$$

Conforme referido anteriormente, a equação (4.12) apresenta o valor de força necessária para imobilizar o veículo, ou seja, é o somatório das forças de travagem de cada uma das rodas. Deste modo, para se obter o valor do esforço que atua no componente, nomeadamente, nas fixações da pinça de travão é necessário primeiro calcular a força de travagem a que cada roda está sujeita. Considerando que 50% da massa total do veículo é

suportada pelo eixo traseiro, e que cada roda traseira suporta 50% da massa suportada pelo eixo, ou seja, 25% da massa total do veículo, a força de travagem a que cada roda está sujeita,  $F_{trav}$ , é definida por:

$$F_{trav} = \frac{F_{TRAV}}{4} [N] \quad (4.13)$$

Substituindo o valor de  $F_{TRAV}$  na equação (4.13) obtém-se:

$$F_{trav} = \frac{7124,3}{4} = 1781,1 N \quad (4.14)$$

O binário de travagem,  $M_{trav}$ , é dado por:

$$M_{trav} = F_{trav} \times R_{pneu} [N.m] \quad (4.15)$$

Em que  $R_{pneu}$  é o raio do pneu e assume um valor de 320 mm.

Substituindo o valor de  $R_{pneu}$  e  $F_{trav}$  na equação (4.15) obtém-se:

$$M_{trav} = 1781,1 \times 0,320 = 569,9 N.m \quad (4.16)$$

O esforço de travagem que atua no componente é calculado com base na expressão:

$$E_{trav} = \frac{M_{trav}}{B} \times n_s [N] \quad (4.17)$$

em que B é a distância do centro de rotação do pneu à fixação da pinça de travão que apresenta um valor de 100 mm e  $n_s$  o coeficiente de segurança.

Substituindo os valores de  $M_{trav}$ , B e  $n_s$  na equação (4.17) determina-se:

$$E_{trav} = \frac{569,9}{0,100} \times 1,5 = 8549,2 N \quad (4.18)$$

### 4.3. Cálculo do esforço devido às solicitações axiais do engrenamento

Tal como foi exposto no subcapítulo 4.1, os esforços axiais desenvolvidos no componente em estudo são devidos ao fato de o cárter diferencial ser constituído por engrenagem espiral cônica hipóide, em que a determinação deste tipo de esforços é efetuada com base no estudo de sistemas de transmissão por engrenagens. Os esforços assumem valores distintos tendo em conta o desempenho do veículo em prova, deste modo, o cálculo dos esforços é realizado para duas situações distintas:

- Arranque;
- Redução de mudanças.

No cálculo da transmissão dos esforços aos veios e rolamentos considera-se que o binário produzido pela pressão de contacto no flanco do dente é aproximadamente igual ao que é produzido por uma força concentrada no ponto médio do dente. Esta força é designada por força tangencial,  $F_t$ , e pode ser determinada pela expressão (4.19) (Branco, Ferreira, Costa, & Ribeiro, 2012).

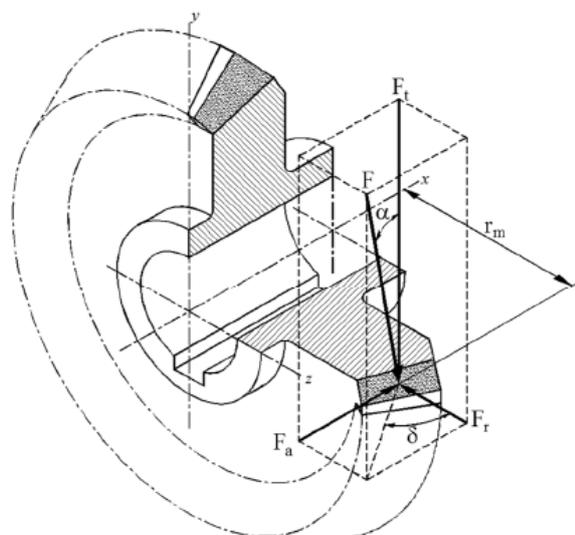
$$F_t = \frac{M_t}{r_m} [N] \quad (4.19)$$

Em que,  $M_t$  é o binário transmitido em  $N.m$  e  $r_m$  é o raio médio em milímetros (mm) que é definido por (Branco, Ferreira, Costa, & Ribeiro, 2012):

$$r_m = \frac{d - b \times \text{sen}\delta}{2} [mm] \quad (4.20)$$

onde,  $d$  é o diâmetro primitivo em milímetros (mm),  $b$  é largura do dentado em milímetros (mm) e  $\delta$  é o ângulo de cone primitivo em graus ( $^\circ$ ).

Na Figura 4.3 representa-se esquematicamente a decomposição da força resultante,  $F$ , que atua no ponto médio durante o engrenamento de uma engrenagem cônica, nas suas componentes radial,  $F_r$ , tangencial,  $F_t$ , e axial,  $F_a$ . Na Figura 4.3 encontra-se ainda esquematizado o raio médio,  $r_m$ , o ângulo de pressão,  $\alpha$ , e o angulo de cone primitivo,  $\delta$ .



**Figura 4.3.** Representação esquemática dos esforços desenvolvidos durante o engrenamento de uma engrenagem cônica (Branco, Ferreira, Costa, & Ribeiro, 2012)

A determinação da força axial,  $F_a$ , está dependente de ambos os sentidos de rotação e da espiral. No caso em estudo, o pinhão tem espiral esquerda e o seu sentido de rotação é contrário aos ponteiros do relógio, pelo que o valor da força axial,  $F_a$ , é calculado pela equação (4.21) (Branco, Ferreira, Costa, & Ribeiro, 2012).

$$F_a = \frac{F_t}{\cos \beta} \times (\tan \alpha_n \times \sin \delta_1 - \sin \beta \times \cos \delta_1) [N] \quad (4.21)$$

Em que,  $\beta$  é o ângulo da espiral,  $\delta_1$  é o ângulo do cone primitivo do pinhão e  $\alpha_n$  é o ângulo de pressão normal.

No caso em estudo, a transmissão de movimento entre veios é efetuada num ângulo de  $90^\circ$ , pelo que a determinação dos ângulos dos cones primitivos do pinhão,  $\delta_1$ , e da cremalheira,  $\delta_2$ , está relacionada com o número de dentes do pinhão,  $Z_1$ , e da cremalheira,  $Z_2$ , cujos valores são obtidos a partir das equações (4.22) (Branco, Ferreira, Costa, & Ribeiro, 2012).

$$\tan \delta_1 = \frac{Z_1}{Z_2} \quad (4.22)$$

$$\tan \delta_2 = \frac{Z_2}{Z_1} \quad (4.23)$$

Para efeitos de cálculo consideram-se os valores das características dos dentados do pinhão e da cremalheira apresentados na Tabela 4.2.

**Tabela 4.2.** Valores das características do dentado do pinhão e cremalheira.

Diâmetro primitivo da cremalheira	$d_2$	200 mm
Largura do dentado da cremalheira	$b_2$	35 mm
Número de dentes do pinhão	$Z_1$	9
Número de dentes da cremalheira	$Z_2$	35
Ângulo da espiral	$\beta$	$35^\circ$
Ângulo de pressão normal	$\alpha_n$	$20^\circ$

Desenvolvendo as equações (4.22) e (4.23) e utilizando os valores do número de dentes do pinhão e da cremalheira apresentados na Tabela 4.2, obtém-se os ângulos de cone primitivo do pinhão e da cremalheira, respetivamente,  $\delta_1 = 75,58^\circ$  e  $\delta_2 = 14,42^\circ$ .

Conhecido o valor de  $\delta_2$  e recorrendo aos valores apresentados na Tabela 4.2 e à equação (4.20), obtém-se o valor do raio médio da cremalheira,  $r_{m,c}$ .

$$r_{m,c} = \frac{200 - 35 \times \text{sen}14.42}{2} = 83,19 \text{ mm} \quad (4.24)$$

Conforme referido anteriormente, o cálculo dos esforços devidos ao engrenamento é efetuado em duas situações distintas, arranque e redução. Assim, recorrendo à equação (4.21) é possível determinar o valor da força axial,  $F_a$ , para estas duas situações, conforme se demonstra nos pontos 4.3.1 e 4.3.2.

### 4.3.1. Cálculo da força axial na situação de arranque

De acordo com a equação (4.21) é necessário determinar o valor da força tangencial,  $F_t$ , com recurso à equação (4.19) onde o valor do binário útil na situação de arranque,  $M_{t,A}$ , é obtido através da expressão (4.25)

$$M_{t,A} = i_p \times i_{1^a} \times M_{motor} \quad (4.25)$$

Onde,  $i_p$  é a relação de transmissão primária,  $i_{1^a}$  é a relação de transmissão à saída da caixa de velocidades com a primeira mudança engrenada e  $M_{motor}$  é o binário do motor a 9800 rpm.

Recorrendo à expressão (4.25) e aos valores dos parâmetros apresentados na Tabela 4.3, obtém-se:

$$M_{t,A} = 709,17 \text{ N.m} \quad (4.26)$$

**Tabela 4.3.** Valores dos parâmetros para determinação do binário útil,  $M_{t,A}$ .

$i_p$	1,761
$i_{1^a}$	2,615
$M_{motor}$	154 N.m

Substituindo o valor de  $M_{t,A}$ , obtido na expressão (4.26) na equação (4.19), obtém-se o valor da força tangencial,  $F_t$ , conforme se demonstra na equação (4.27).

$$F_t = 8523,8 \text{ N} \quad (4.27)$$

Conhecido o valor da força tangencial,  $F_t$ , e recorrendo à equação (4.21) e aos valores apresentados na Tabela 4.2, determina-se o valor da força axial,  $F_a$ , conforme se demonstra nas expressões (4.28) e (4.29).

$$F_a = \frac{8523,8}{\cos 35^\circ} \times (\tan 20^\circ \times \sin 75,58^\circ - \sin 35^\circ \times \cos 75,58^\circ) \quad (4.28)$$

$$F_a = -7771,31 \text{ N} \quad (4.29)$$

O valor da força axial,  $F_a$ , obtido na equação (4.29) é majorado por um coeficiente de segurança,  $n_s$ , de 1,5, obtendo-se:

$$F_a = -7771,31 \times n_s \quad (4.30)$$

$$F_a = -7771,31 \times 1,5 = -11657 \text{ N} \quad (4.31)$$

### 4.3.2. Cálculo da força axial na situação de redução

Na presente situação, o cálculo dos esforços axiais,  $F_a$ , é também efetuado com recurso à equação (4.21), importando, uma vez mais, a determinação do esforço tangencial,  $F_t$ , em que o cálculo do binário útil na situação de redução,  $M_{t,R}$ , é efetuado com base na equação (4.32).

$$M_{t,R} = M_{Roda} - M_{Travagem} [N.m] \quad (4.32)$$

Em que,  $M_{Roda}$  é o binário na roda em  $N.m$  e  $M_{Travagem}$  é o binário de travagem gerado pela força exercida no disco de travão  $N.m$ .

A determinação do valor do binário na roda,  $M_{Roda}$ , é efetuada através de uma abordagem energética, com recurso ao teorema da energia cinética, enunciado no subcapítulo 4.2. A redução de mudança traduz uma diminuição de velocidade, pelo que é necessário a calcular o valor da velocidade em cada mudança.

Assim, para a determinação do valor da velocidade recorre-se à equação (4.33) e aos valores da relação de transmissão apresentados na Tabela 4.4.

$$V = \frac{\omega_{motor}}{i_{Total} \times 1000} \times R_{pneu} [km/h] \quad (4.33)$$

Em que,  $\omega_{motor}$  é a velocidade angular do motor em  $rad/s$ ,  $R_{pneu}$  é o raio do pneu do veículo em metros (m) e  $i_{Total}$  é a relação de transmissão à saída do sistema de transmissão do veículo e é calculada com base na equação (4.34).

$$i_{Total} = i_P \times i_{Mudança} \times i_{Diferencial} \quad (4.34)$$

Onde,  $i_P$  é a relação de transmissão primária,  $i_{Mudança}$  é a relação de transmissão à saída da caixa de velocidades e  $i_{Diferencial}$  é a relação de transmissão à saída do diferencial.

**Tabela 4.4.** Valores das relações de transmissão à saída da caixa de velocidades e à saída do sistema de transmissão  $i_{Mudança}$  e  $i_{Total}$ , respetivamente.

Mudança	$i_{Mudança}$	$i_{Total}$
1 <sup>a</sup>	2,615	17,9
2 <sup>a</sup>	1,937	13,3
3 <sup>a</sup>	1,526	10,5
4 <sup>a</sup>	1,285	8,8
5 <sup>a</sup>	1,136	7,8
6 <sup>a</sup>	1,043	7,1

A velocidade angular do motor,  $\omega_{motor}$ , é determinada pela expressão:

$$\omega_{motor} = \frac{2\pi \times n_{motor}}{60} \text{ [rad/s]} \quad (4.35)$$

Em que,  $n_{motor}$  é a frequência rotacional do motor em  $r/min$ .

Substituindo a equação (4.35) na equação (4.33) e sabendo que  $R_{pneu} = D_{pneu}/2$  obtém-se:

$$V = \frac{n_{motor} \times \pi \times D_{pneu} \times 60}{i_{Total} \times 1000} \text{ [km/h]} \quad (4.36)$$

Recorrendo à equação (4.36) e aos valores da Tabela 4.4 e da Tabela 4.1 e sabendo ainda que a frequência de rotação do motor,  $n_{motor}$ , na situação de redução assume o valor de 5000  $r/min$ , na Tabela 4.5 apresentam-se os valores da velocidade para as diferentes mudanças engrenadas durante a redução.

**Tabela 4.5.** Valores da velocidade para as diferentes mudanças engrenadas durante a redução.

Redução	Velocidade em 6 <sup>a</sup> [km/h]
De 6 <sup>a</sup> para 5 <sup>a</sup>	84,45
	Velocidade em 5 <sup>a</sup> [km/h]
De 5 <sup>a</sup> para 4 <sup>a</sup>	77,53
	Velocidade em 4 <sup>a</sup> [km/h]
De 4 <sup>a</sup> para 3 <sup>a</sup>	68,54
	Velocidade em 3 <sup>a</sup> [km/h]
De 3 <sup>a</sup> para 2 <sup>a</sup>	57,72
	Velocidade em 2 <sup>a</sup> [km/h]
De 2 <sup>a</sup> para 1 <sup>a</sup>	45,47
	Velocidade em 1 <sup>a</sup> [km/h]
Em 1 <sup>a</sup>	33,68

A aplicação do teorema da energia cinética requer ainda o conhecimento da distância percorrida em cada redução de mudança,  $\Delta x_R$ , que é determinada recorrendo à equação (4.6) apresentada no subcapítulo 4.2, tendo-se considerado para efeitos de cálculo um tempo de reação de 0,5 segundos.

A determinação do valor de  $M_{Roda}$  é efetuado com base na equação (4.37).

$$M_{Roda} = F \times R_{pneu} [N.m] \quad (4.37)$$

Em que,  $R_{pneu}$  é o raio do pneu em metros (m) e  $F$  é o valor das forças que atuam no corpo em Newton (N) e o seu valor é determinado através da aplicação da equação (4.5) que surge no desenvolvimento do teorema da energia cinética, conforme se demonstra no subcapítulo 4.2, e com recurso aos valores de velocidade apresentados na Tabela 4.5.

Na Tabela 4.6 apresentam-se os valores de  $\Delta x_R$  e de  $M_{Roda}$  obtidos para as diferentes reduções de mudança efetuadas.

**Tabela 4.6.** Valores de  $\Delta x_R$  e de  $M_{Roda}$  para as diferentes reduções de mudança efetuadas.

Redução	$\Delta x_R [m]$	$M_{Roda} [N \cdot m]$
De 6ª para 5ª	4,50	1013,02
De 5ª para 4ª	4,20	1275,34
De 4ª para 3ª	4,39	1269,42
De 3ª para 2ª	4,02	1281,33
De 2ª para 1ª	2,83	1340,41

Para efeitos de cálculo é considerado o valor máximo do binário na roda apresentado na Tabela 4.6,  $M_{Roda} = 1218,56 N \cdot m$ .

A determinação do valor do binário de travagem,  $M_{Travagem}$ , é efetuada com recurso à expressão (4.38).

$$M_{Travagem} = F_{atrito} \times \frac{D_{Disco\ de\ travão}}{2} [N \cdot m] \quad (4.38)$$

Onde,  $D_{Disco\ de\ travão}$  é o diâmetro do disco de travão em metros (m) e  $F_{atrito}$  é a força de atrito em Newton (N) desenvolvida entre o disco e a pastilha de travão e é determinada com base na equação (4.39) (Antunes, 2012).

$$F_{atrito} = \mu \times N [N] \quad (4.39)$$

Em que,  $\mu$  é o coeficiente de atrito entre o disco e a pastilha de travão, e N é a reação normal em Newton. Desenvolvendo a equação(4.39) obtém-se:

$$F_{atrito} = \mu \times m_{veículo} \times g [N] \quad (4.40)$$

Onde,  $m_{veículo}$  é a massa do veículo em quilogramas (kg) e  $g$  é a aceleração da gravidade em  $m/s^2$ .

Recorrendo à equação (4.40) e aos valores apresentados na Tabela 4.1 obtém-se:

$$F_{atrito} = 1618,65 N \quad (4.41)$$

Substituindo o valor da equação (4.32) na equação (4.38) e recorrendo novamente aos valores apresentados na Tabela 4.1 determina-se:

$$M_{Travagem} = 420,85 N \cdot m \quad (4.42)$$

Recorrendo à equação (4.32) e aos valores de  $M_{Roda}$  e da equação (4.42) obtém-se o valor do binário útil na situação de redução,  $M_{t,R}$ , conforme se representa na equação (4.43).

$$M_{t,R} = 920 \text{ N.m} \quad (4.43)$$

Uma vez calculado o valor do binário útil para a situação de redução,  $M_{t,R}$ , e recorrendo ao valor do raio médio da cremalheira,  $r_{m,C}$ , apresentado na equação (4.24) e à equação (4.19), determina-se a força tangencial,  $F_t$ , conforme se apresenta na equação (4.44).

$$F_t = 11053 \text{ N} \quad (4.44)$$

Conhecido o valor da força tangencial,  $F_t$ , e recorrendo à equação (4.21) e aos valores apresentados na Tabela 4.2, determina-se o valor da força axial,  $F_a$ , conforme se demonstra nas expressões (4.45) e (4.46).

$$F_a = \frac{11053}{\cos 35^\circ} \times (\tan 20^\circ \times \sin 75,58^\circ - \sin 35^\circ \times \cos 75,58^\circ) \quad (4.45)$$

$$F_a = -10077 \text{ N} \quad (4.46)$$

O valor da força axial,  $F_a$ , obtido na equação (4.46) é majorado por um coeficiente de segurança,  $n_s$ , igual a 1,5, obtendo-se:

$$F_a = -10077 \times n_s \quad (4.47)$$

$$F_a = -10077 \times 1,5 = -15115 \text{ N} \quad (4.48)$$

## 5. ANÁLISE NUMÉRICA

O presente capítulo visa a análise estrutural linear da tampa de reforço do cárter diferencial, através de ferramentas numéricas que têm por base o Método dos Elementos Finitos (MEF).

O capítulo 5 está dividido em três subcapítulos, nos quais se apresenta o modelo de simulação, o estudo de malha e um estudo de otimização, recorrendo-se para tal aos softwares de análise numérica - ADINA e ao programa de modelação tridimensional – Solidworks.

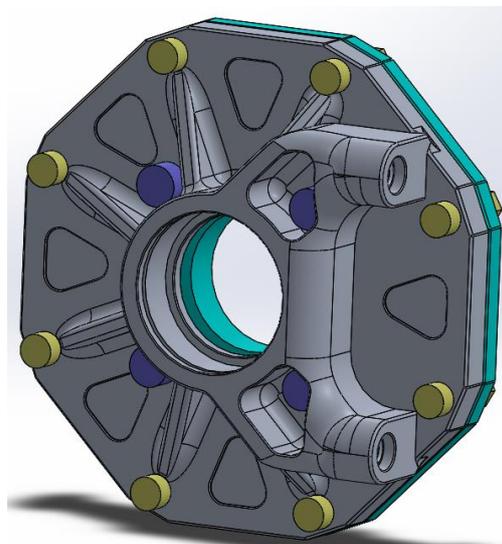
### 5.1. Modelo de simulação

A utilização de ferramentas de simulação numérica sugere a criação de um modelo de simulação que represente de forma fiável o componente real.

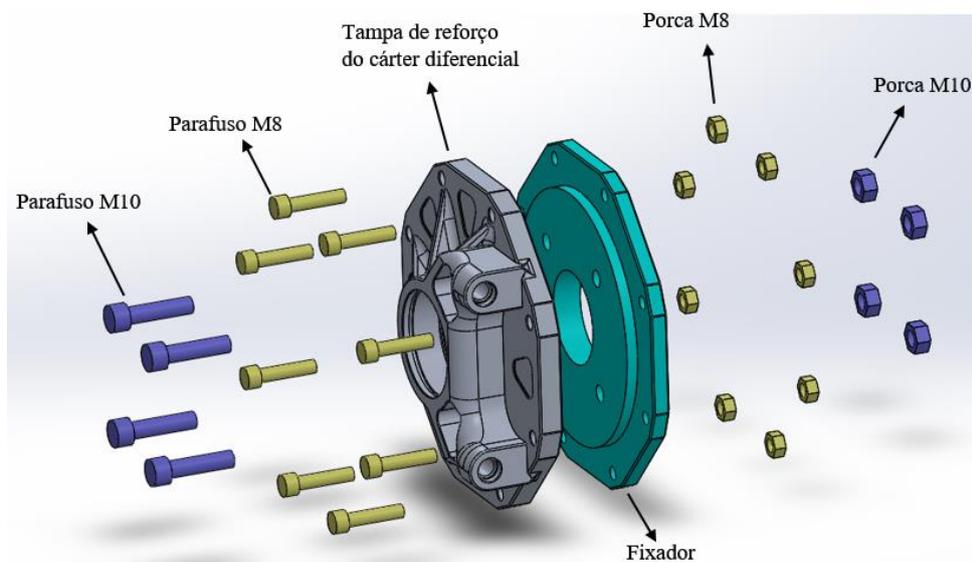
No caso em estudo, a criação do modelo de simulação pretende analisar a distribuição das tensões e dos deslocamentos na tampa de reforço do cárter diferencial, quando sujeita ao carregamento na sua forma mais danosa. Assim, para a elaboração do modelo de simulação seguiram-se as seguintes etapas:

1. Modelação tridimensional dos componentes que compõe o modelo de simulação através do Solidworks;
2. Criação e exportação de um ficheiro do tipo X\_T para o ADINA;
3. Definição das condições de fronteira, carregamento e propriedades dos materiais dos diversos componentes;
4. Criação da malha;

Na Figura 5.1 e na Figura 5.2 encontram-se esquematizadas as modelações tridimensionais dos diversos componentes que compõe o modelo de simulação. Na Figura 5.2, observa-se que o modelo é composto pela tampa de reforço do cárter diferencial e por um componente que representa a parede do cárter diferencial, designado de fixador. Estes dois componentes em alumínio de alta resistência 7075-T6, encontram-se fixos por 8 parafusos e porcas de dimensão M8 e por 4 parafusos e porcas de dimensão M10. Ambos os tipos de parafusos são em aço e apresentam uma classe de qualidade de 10.9.



**Figura 5.1.** Representação do modelo tridimensional de simulação.

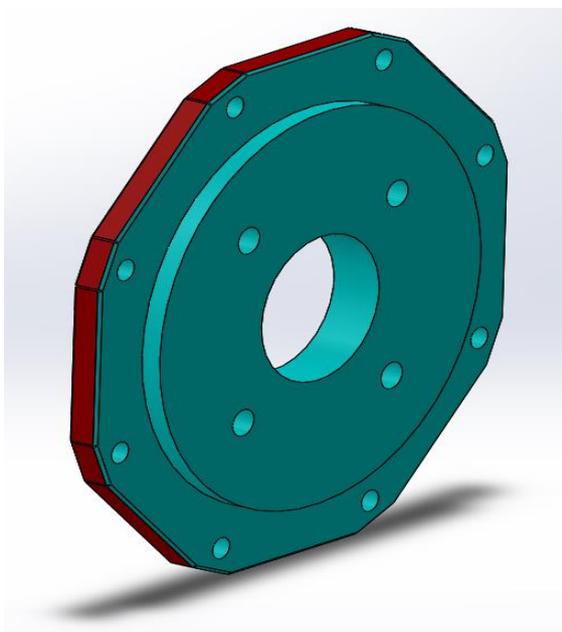


**Figura 5.2.** Representação dos diversos componentes que compõe o modelo tridimensional.

Após a modelação tridimensional para simulação do componente e exportação do ficheiro em formato X\_T, recorreu-se ao software ADINA para a definição das condições de fronteira, carregamento e tipos de material dos vários componentes que compõe o modelo numérico.

A condição de fronteira adotada foi do tipo encastramento e encontra-se aplicada nas superfícies laterais do fixador, conforme se ilustra com a cor vermelha na Figura 5.3.

Numa análise real, este tipo de condição de fronteira caracteriza-se por anular os três deslocamentos e as três rotações. Contudo, atendendo a que o modelo numérico só considera os deslocamentos nos três eixos, as rotações não são definidas nas condições de fronteira.



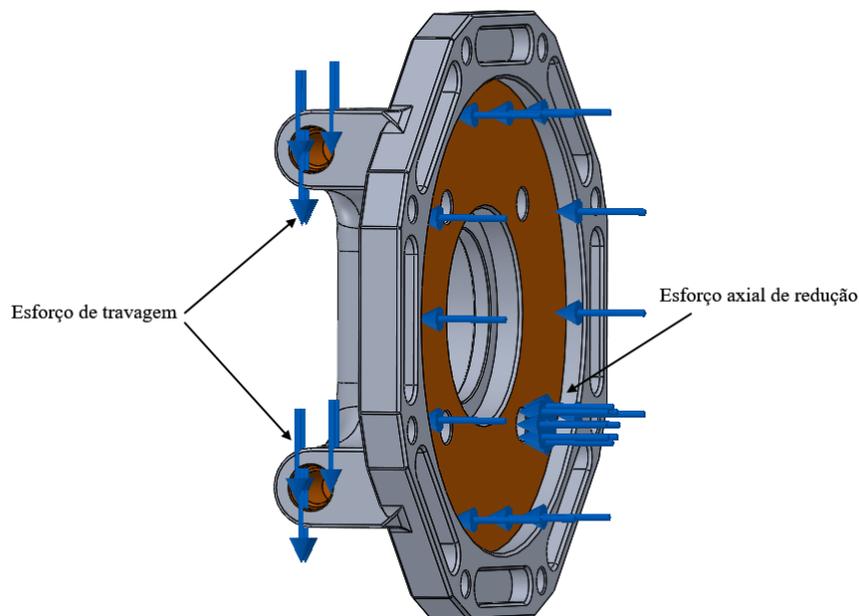
**Figura 5.3.** Representação a vermelho da superfície do fixador onde se encontra aplicada a condição de fronteira.

Conforme apresentado no capítulo 4, o componente em estudo está sujeito a dois tipos de esforços: o esforço de travagem e o esforço devido às solicitações axiais do engrenamento. Na construção do modelo numérico considera-se o carregamento na sua forma mais danosa, que se verifica quando a travagem e a redução de mudança ocorrem em simultâneo, conforme se ilustra na Figura 5.4. A determinação dos esforços encontra-se descrita nos subcapítulos 4.2 e 4.3.2, cujos valores se apresentam na Tabela 5.1.

**Tabela 5.1.** Valores dos esforços aplicados na tampa de reforço do cárter diferencial.

Esforço de travagem, $E_{trav}$	Esforço axial na redução de mudança, $F_a$
8549,2 N	15 115 N

De notar que, os parafusos adotados no modelo de simulação apresentam um determinado valor de pré-esforço tendo em conta a dimensão e a classe do parafuso, que se apresentam na Tabela 5.2.



**Figura 5.4.** Representação esquemática dos esforços desenvolvidos na tampa de reforço diferencial na situação mais danosa, adaptada de (ExtraMotion, 2016).

**Tabela 5.2.** Valores do pré-esforço dos parafusos M8 e M10 de classe 10.9.

Dimensão do Parafuso	Pré-esforço [N]
M8 (facom, 2016)	24 768
M10 (facom, 2016)	39 418

O modelo numérico é composto por componentes de diversos materiais, em que a tampa de reforço do cárter diferencial e o fixador são definidos numa liga de alumínio de alta resistência 7075-T6.

Uma das etapas da construção do modelo numérico é a definição das propriedades do material dos diversos componentes. Os materiais que compõe o modelo de simulação são materiais lineares elásticos isotrópicos, sendo necessário apenas definir os valores do módulo de elasticidade,  $E$ , a densidade,  $\rho$ , e o coeficiente de Poisson,  $\nu$ . Na Tabela 5.3, apresentam-se os valores adotados para os materiais que compõe o modelo numérico.

**Tabela 5.3.** Valores de  $E$ ,  $\rho$  e  $\nu$  adotados para a liga de alumínio 7075-T6 e para o Aço.

Material	$E$ [GPa]	$\rho$ [g/cm <sup>3</sup> ]	$\nu$
7075-T6 (Polylanema, 2016)	72	2,81	0,33
Aço (Ashby, 2011)	210	7,85	0,33

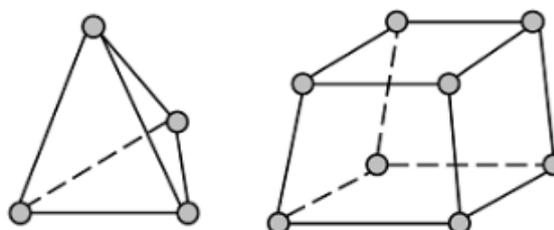
A geração do modelo numérico fica completa com a criação da malha, que é definida tendo em conta a geometria e tamanho do elemento. Este tópico é abordado com mais detalhe no subcapítulo 5.2.

## 5.2. Estudo de convergência

A ideia básica subjacente à realização do estudo de convergência é a avaliação comparativa dos resultados numéricos para diferentes tamanhos de elemento que compõe a malha.

Em simulações com método dos elementos finitos, os tipos de elementos finitos tridimensionais mais frequentemente utilizados são os hexaedros e os tetraedros, como se ilustra na Figura 5.5.

No caso em estudo, o tipo de elemento adotado para a criação da malha é o elemento hexaedro de 8 nós. A escolha deste tipo de elemento prende-se com o facto de os elementos do tipo tetraedro apresentarem menor exatidão em problemas complexos, exigindo malhas de elementos finitos mais refinadas, apesar de oferecerem vantagens na fase de discretização da malha, sobretudo em geometria mais complexas. Assim, os elementos do tipo hexaedro são mais utilizados quando se pretende a obtenção de resultados mais precisos em modelos de simulação mais complexos, ainda que à custa de mecanismos de geração de malhas mais elaborados (Teixeira, Pinho-da-Cruz, Valente, & Sousa, 2010).

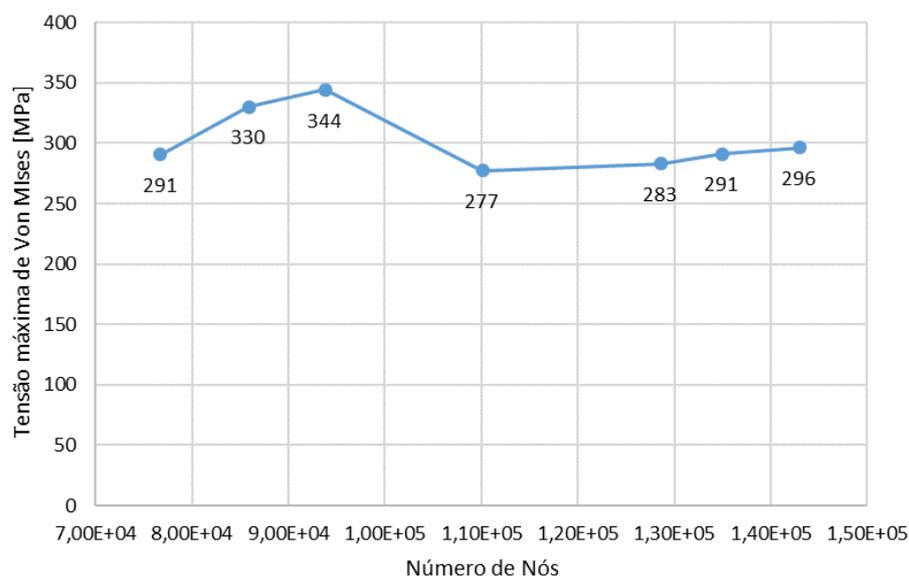
**Figura 5.5.** Representação esquemática do tipo de elementos mais frequentemente utilizados em simulação com o método dos elementos finitos, tetraedros de 4 nós e hexaedros de 8 nós (Comsol, 2016).

Escolhido o tipo de elemento finito tridimensional a adotar nas simulações, inicia-se o estudo de malha para aferição do tamanho do elemento finito a utilizar. A escolha do tamanho do elemento finito a adotar é efetuada de forma iterativa, em que o tamanho máximo do elemento a utilizar não deverá ser superior ao tamanho da menor das faces da geometria do componente em estudo.

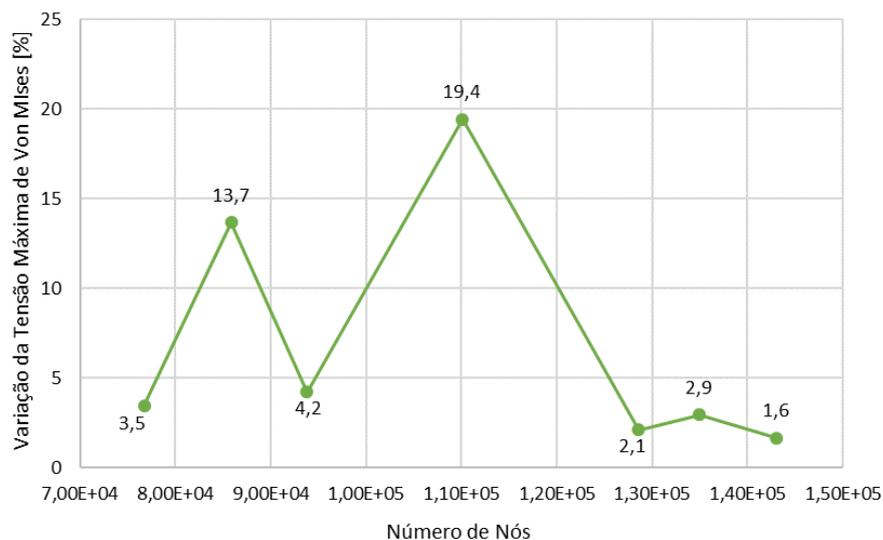
De notar que, o tamanho de elemento utilizado na discretização é igual em todos os componentes que compõe o modelo de simulação. Assim, considerou-se como tamanho inicial do elemento 2,625 mm, que se traduz num total de 76 719 nós.

No estudo de malha adotou-se como parâmetros, o número de nós associado a cada tamanho de elemento e os respetivos valores máximos de tensão de von Mises no componente em estudo. No processo iterativo, o valor da dimensão do elemento é definido quando a variação de 3 valores consecutivos obtidos para a tensão de von Mises máxima for inferior a 3% (Gruppelaar, Carmona, & Martins, 2016).

Na Figura 5.6 e Figura 5.7, observa-se a variação da tensão de von Mises máxima em valores absolutos e percentuais em função do número de nós no modelo numérico, respetivamente.



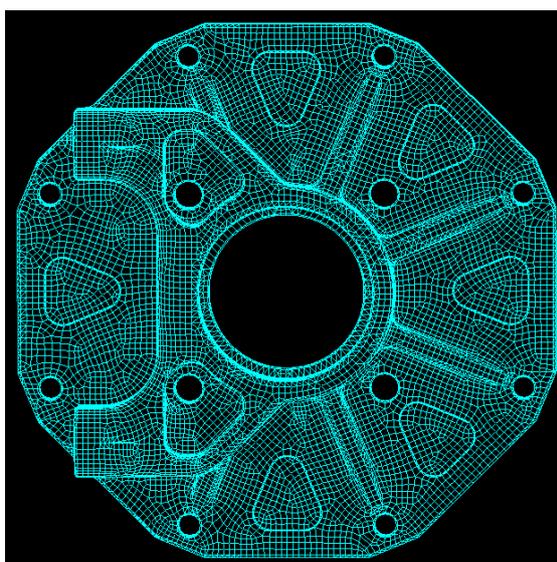
**Figura 5.6.** Variação da tensão Máxima de von Mises em função do número de nós no modelo numérico.



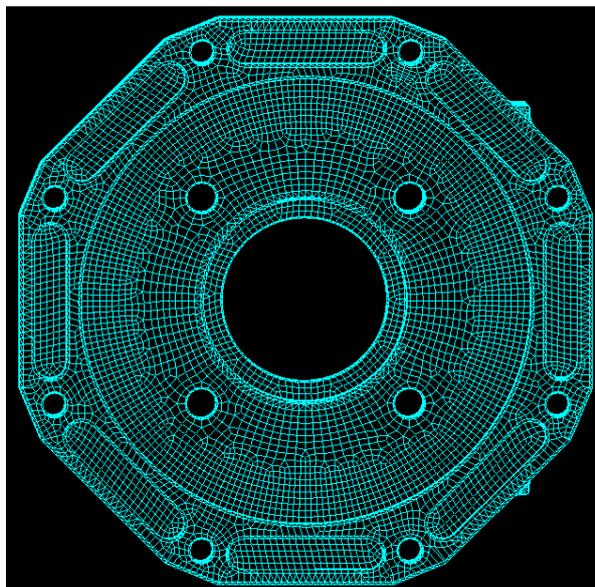
**Figura 5.7.** Variação percentual da tensão Máxima de von Mises em função do número de nós do modelo numérico.

Da análise da Figura 5.6 e Figura 5.7, observa-se que os últimos 3 valores da tensão apresentam uma variação inferior a 3%, que corresponde a uma dimensão de malha de 2,125 mm (128 565 nós) e a um valor de tensão máxima de von Mises de 283MPa.

Na Figura 5.8 e na Figura 5.9, observa-se a discretização obtida com a dimensão de 2,125 mm para os elementos finitos do tipo hexaedros de 8 nós na tampa de reforço do cárter diferencial.



**Figura 5.8.** Discretização da tampa de reforço do cárter diferencial com tamanho de elemento de 2,125 mm – vista principal.



**Figura 5.9.** Discretização da tampa de reforço do cárter diferencial com tamanho de elemento de 2,125 mm – vista posterior.

Da análise da Figura 5.8 e da Figura 5.9, é possível aferir a regularidade geométrica da malha, ou seja, verifica-se que a malha apresenta uma área de distorção reduzida, que se localiza nas zonas dos furos e transições geométricas, o que indica uma vez mais a correta seleção do tamanho de elemento a adotar.

### 5.3. Estudo de otimização

Os estudos de otimização têm como objetivo a melhoria individual de alguns parâmetros de projeto de componentes ou estruturas, sem comprometer a função para a qual são projetadas (Campilho, 2012).

A otimização pode ser realizada recorrendo a ferramentas computacionais ou através de um processo iterativo manual, em que é necessário alterar individualmente cada parâmetro, tais como, geometria, dimensões ou materiais. Por cada alteração efetuada é necessário repetir a simulação numérica e comparar os novos resultados com os resultados anteriores, de forma a obter o melhor desempenho do componente ou estrutura (Campilho, 2012).

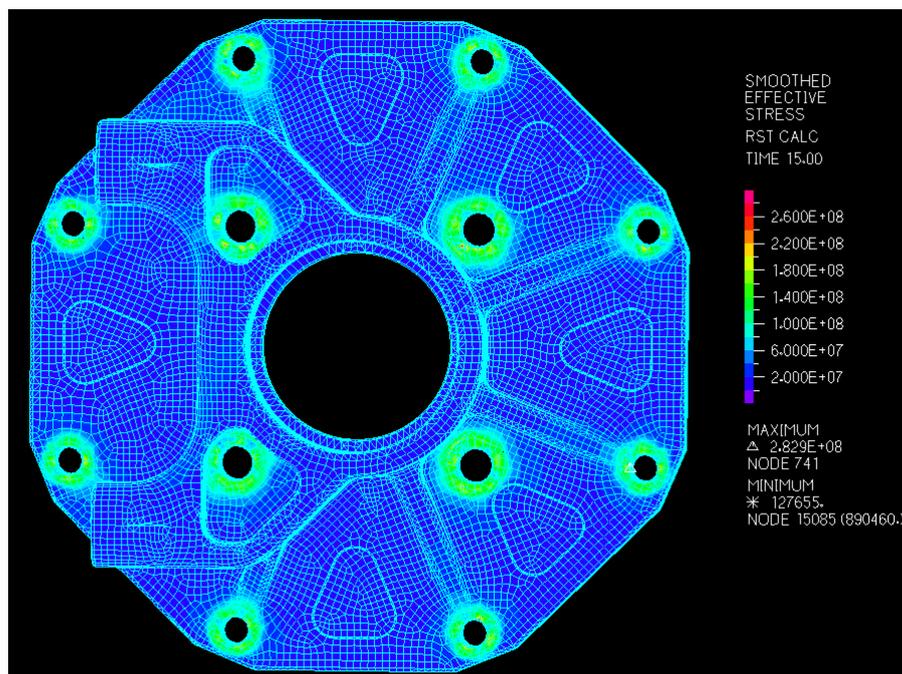
O presente estudo de otimização tem como objetivo reduzir a massa do componente original sem que a tensão equivalente de von Mises não ultrapasse a tensão de

cedência do material, assegurando, desta forma, o melhor compromisso entre a resistência e a massa.

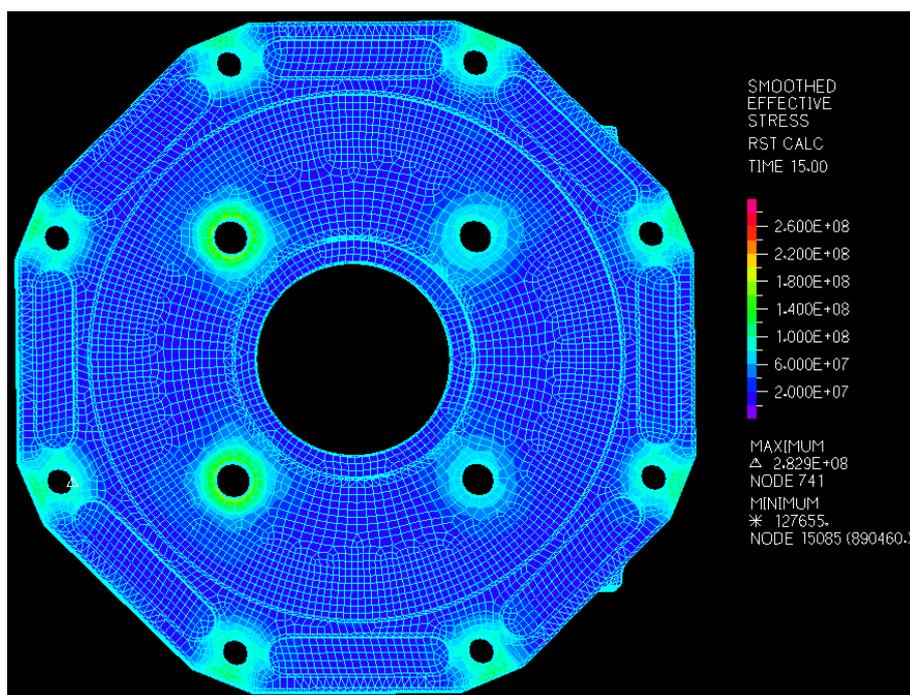
Adota-se, assim, um processo iterativo manual para a realização da otimização em que a redução de massa obedece às seguintes restrições:

- utilização da liga de alumínio 7075-T6;
- a geometria e as dimensões principais do componente não podem sofrer alterações que coloquem em causa as suas funcionalidades, nomeadamente, a fixação do componente ao diferencial, a acoplação do rolamento e da pinça de travão à componente e ainda a selagem e proteção contra a contaminação do fluido lubrificante do diferencial.

O processo de otimização inicia-se com a análise da distribuição de tensões equivalentes de von Mises no componente original, conforme se observa na Figura 5.10 e na Figura 5.11.

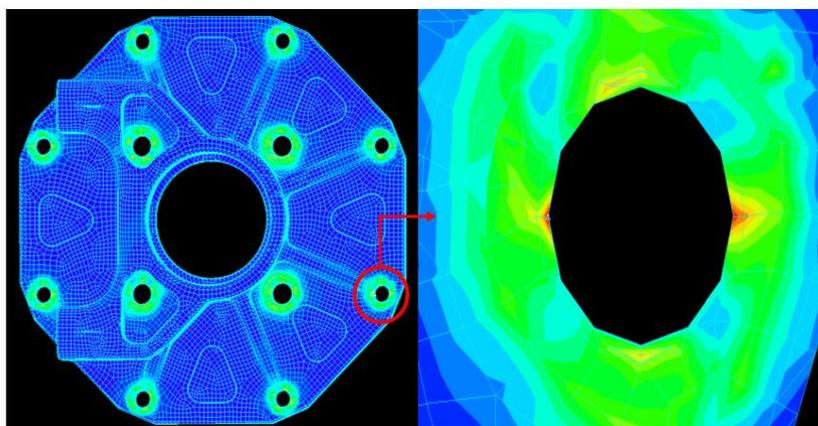


**Figura 5.10.** Distribuição das tensões de von Mises na vista principal do componente original.



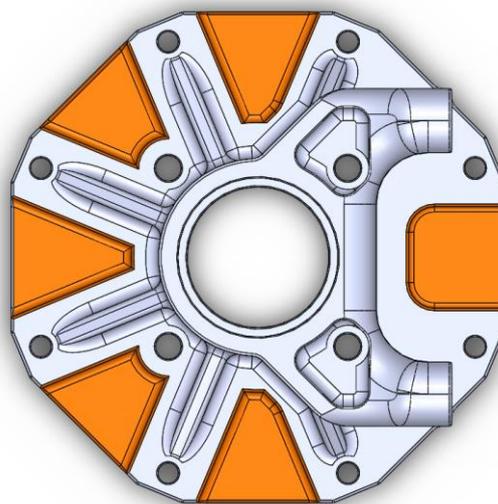
**Figura 5.11.** Distribuição das tensões de von Mises na vista posterior do componente original.

Da análise da Figura 5.10 e Figura 5.11, é possível verificar que as maiores tensões ocorrem nas zonas periféricas dos furos, pelo facto de constituir uma zona de descontinuidade geométrica e de se verificar transmissibilidade de carga entre os parafusos e a superfície do componente. A tensão equivalente de von Mises apresenta um valor máximo de  $282,9 \text{ MPa}$ , muito inferior ao valor da tensão de cedência da liga de alumínio 7075-T6 e localiza-se na extremidade de um furo, conforme se observa na Figura 5.12.

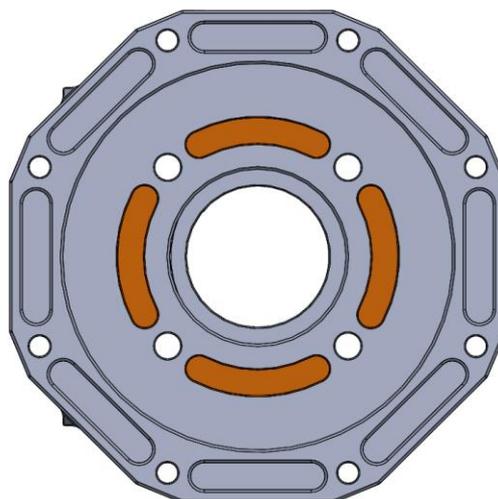


**Figura 5.12.** Localização no componente e no furo da tensão equivalente máxima de von Mises.

Retomando a análise da Figura 5.10 e Figura 5.11, observa-se que o nível das tensões nas zonas afastadas dos furos apresenta um valor mais baixo, indicando que é possível remover material nessas zonas sem comprometer a integridade estrutural do componente, conforme se ilustra na Figura 5.13 e na Figura 5.14.



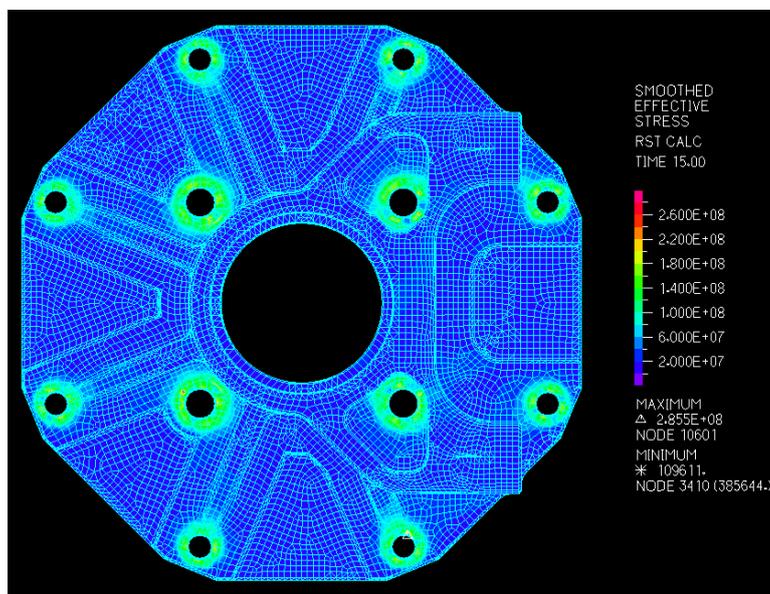
**Figura 5.13.** Zonas de remoção de material na vista principal – primeira iteração de otimização.



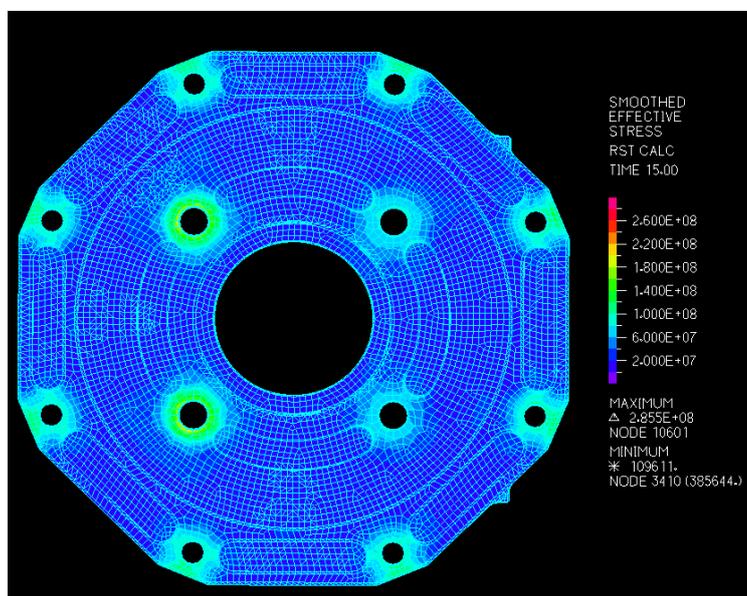
**Figura 5.14.** Zonas de remoção de material na vista posterior – primeira iteração de otimização.

Na Figura 5.13 e na Figura 5.14, as superfícies coloridas com a cor laranja representam as zonas em que foi removido material, que teve como consequência uma diminuição da espessura das paredes e representou em termos numéricos numa redução de massa de 85 gramas, que corresponde a uma redução de 7,5% em relação à massa inicial.

Foram realizadas novas simulações numéricas considerando a nova geometria e os resultados são apresentados na Figura 5.15 e na Figura 5.16, que ilustram a distribuição de tensões equivalentes de von Mises no componente após a primeira iteração de otimização.



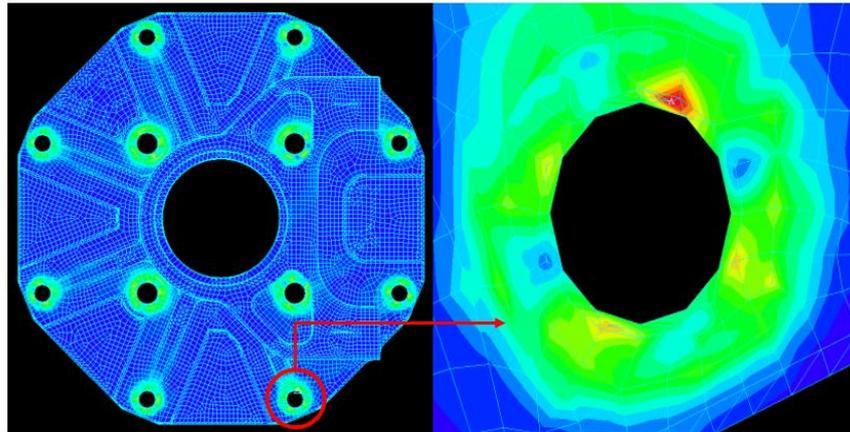
**Figura 5.15.** Distribuição das tensões equivalentes de von Mises na vista principal– primeira iteração de otimização.



**Figura 5.16.** Distribuição das tensões equivalentes de von Mises na vista posterior– primeira iteração de otimização.

Analisando a Figura 5.15 e a Figura 5.16, observa-se, uma vez mais, que os maiores valores de tensão se localizam na periferia dos furos e que as restantes zonas do

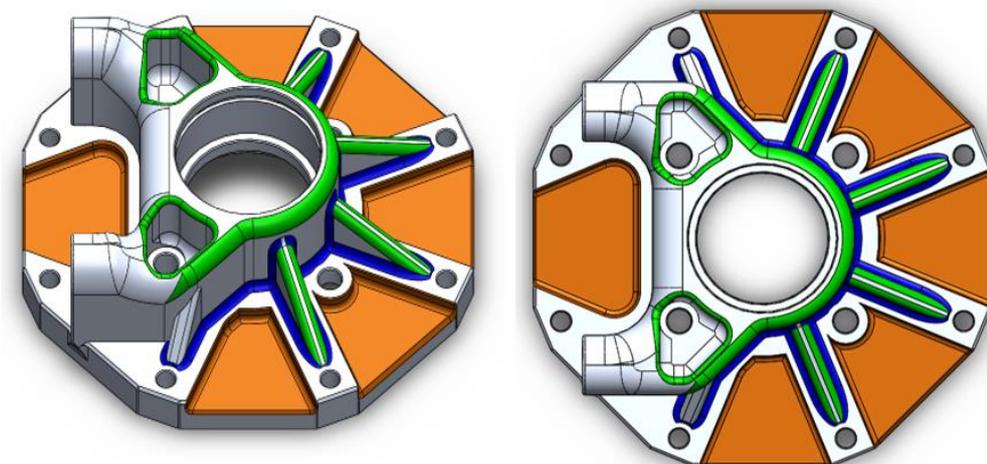
componente em estudo apresentam valores mais baixos. As alterações introduzidas no componente traduziram-se num ligeiro aumento do valor da tensão máxima de von Mises de  $282,9 \text{ MPa}$  para  $285,5 \text{ MPa}$ , localizando-se também na extremidade do furo, mas que se encontra numa posição diferente, pelo facto de se ter alterado a geometria superficial do componente, conforme se ilustra na Figura 5.17.



**Figura 5.17.** Localização no componente e no furo da tensão equivalente máxima de von Mises.

O valor máximo da tensão de von Mises aferido para a presente iteração de otimização é inferior ao valor da tensão de cedência da liga de alumínio 7075-T6 ( $\sigma_{\text{cedência}} = 505 \text{ MPa}$ ), estando-se em condições para se realizar mais uma iteração.

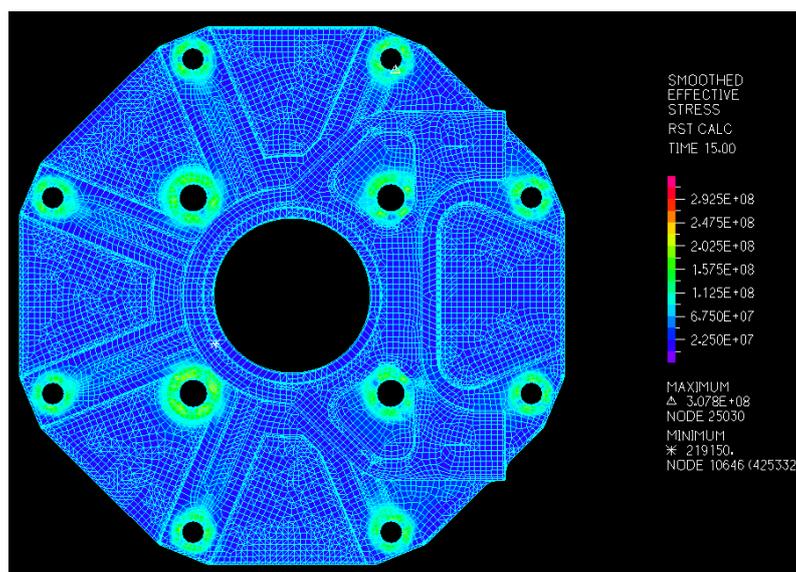
Assim, mantendo o foco da otimização na remoção de material para diminuir a massa, além de se aumentar a área da geometria superficial da vista principal criada na primeira iteração (Figura 5.13), procedeu-se também à alteração de alguns raios de concordância, conforme se ilustra na Figura 5.18.



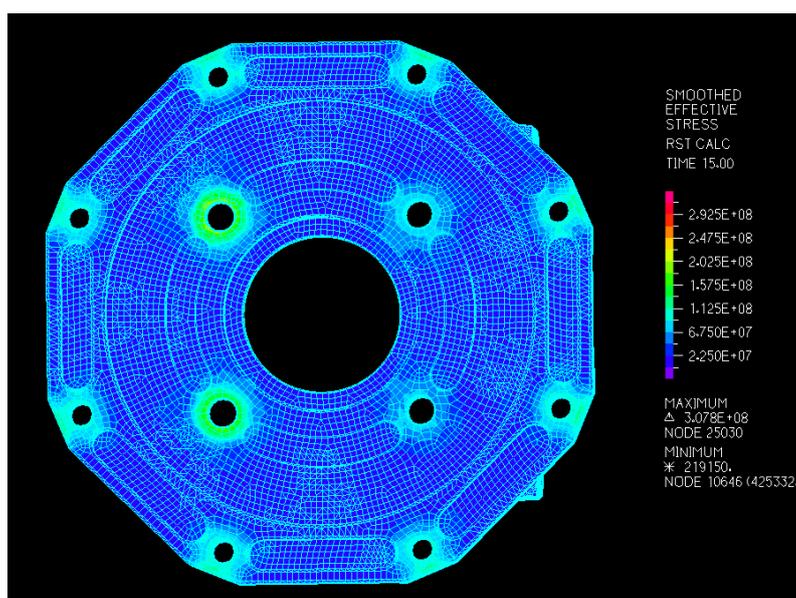
**Figura 5.18.** Zonas de remoção de material na vista principal – segunda iteração de otimização.

Na Figura 5.18, é possível observar a verde os raios de concordância em que se verificou um aumento da sua dimensão e a azul os raios de concordância em que se verificou a sua diminuição, traduzindo-se num aumento da quantidade de material removido. Assim, nesta segunda iteração verificou-se uma diminuição de 162 gramas em relação ao componente original, o que em termos percentuais se traduz numa redução de 14%.

Como observado na primeira iteração de otimização, as alterações introduzidas no componente provocam um aumento do valor da tensão máxima na componente, pelo que é necessário proceder, uma vez mais, à análise numérica do componente para avaliar as tensões desenvolvidas na nova geometria, conforme se ilustra na Figura 5.19 e na Figura 5.20.



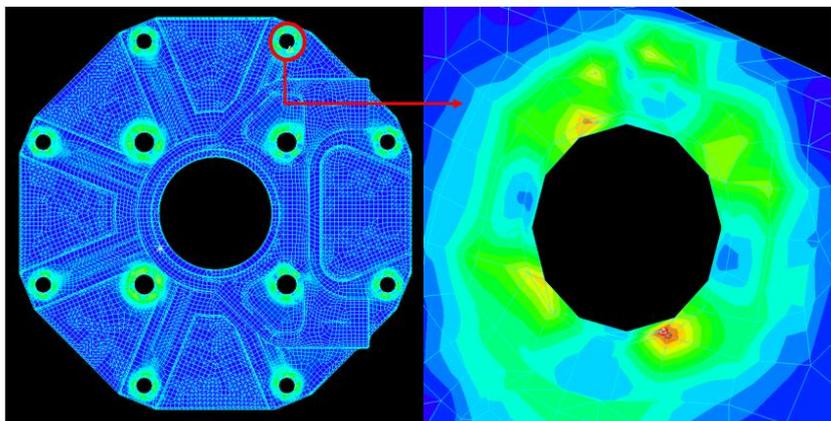
**Figura 5.19.** Distribuição das tensões equivalentes de von Mises na vista principal – segunda iteração de otimização.



**Figura 5.20.** Distribuição das tensões equivalentes de von Mises na vista principal – segunda iteração de otimização.

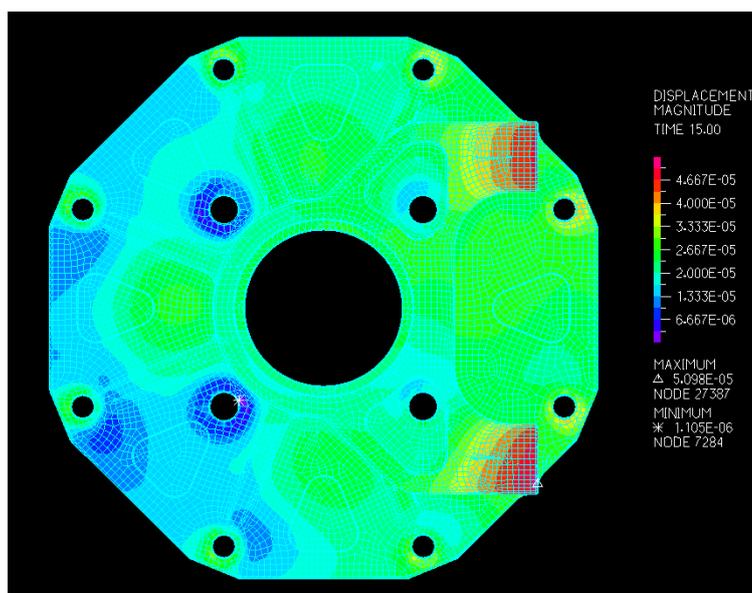
Da análise da Figura 5.19 e da Figura 5.20, verifica-se uma vez mais que, os maiores valores da distribuição de tensões se localizam na zona periférica dos furos e que as restantes zonas do componente apresentam valores de distribuição de tensões mais baixos. A tensão de von Mises apresenta um valor máximo de  $307,8 \text{ MPa}$ , inferior à tensão de cedência da liga de alumínio 7075-T6. Tal como nas análises de tensões efetuadas

anteriormente, as alterações induzidas no componente provocaram a migração da tensão máxima para outro furo, conforme se demonstra na Figura 5.21.

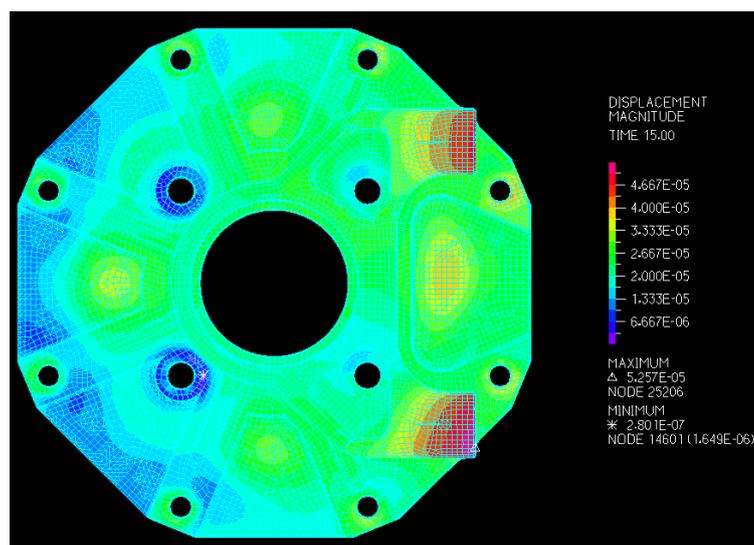


**Figura 5.21.** Localização da tensão equivalente máxima de von Mises para a geometria da segunda iteração.

O presente estudo de otimização é realizado com base nas tensões máximas de von Mises, no entanto é importante referir a evolução dos deslocamentos resultantes no componente para o processo de otimização, conforme se ilustra na Figura 5.22 e na Figura 5.23.



**Figura 5.22.** Distribuição dos valores do deslocamento resultante no componente original.



**Figura 5.23.** Distribuição dos valores do deslocamento resultante no componente – segunda iteração de otimização.

Da análise da Figura 5.22 e Figura 5.23, observa-se que os valores do deslocamento resultante máximo são muito baixos, verificando-se um aumento de  $0,002\text{ mm}$  ( $2\mu\text{m}$ ) em relação à componente principal, que se traduz num aumento em termos percentuais de 3%. Da observação das figuras, verifica-se ainda que o deslocamento resultante no componente original e na segunda iteração de otimização é máximo na zona de fixação da pinça de travão.

Assim, conjugando a análise das distribuições das tensões e dos deslocamentos observa-se que o componente ainda pode sofrer uma redução da quantidade de material, que se traduz na redução da sua massa, no entanto para a continuação da otimização é necessário a realização de estudos de outros fenómenos, tais como estudos modais e à fadiga, que não se inserem nos objetivos da presente dissertação, pelo que o estudo de otimização se dá por concluído na segunda iteração de otimização.

## 6. CONCLUSÕES

O presente estudo seguiu um processo manual de otimização, recorrendo a duas iterações com o objetivo de reduzir a massa original do componente (1,140 kg) sem comprometer a sua funcionalidade. Para o efeito, alterou-se a geometria superficial da peça, removendo material a cada iteração, sem que a tensão equivalente de von Mises ultrapassasse a tensão de cedência da liga de alumínio 7075-T6 ( $\sigma_{cedência} = 505 \text{ MPa}$ ), assegurando-se assim o melhor compromisso entre a resistência e a massa. Por se tratar de um processo de otimização manual, por cada alteração efetuada, foi necessário proceder a uma nova importação do componente para o programa ADINA e gerar o respetivo modelo numérico, obter novos resultados e compará-los com os resultados anteriores.

Na análise de tensões efetuada no componente original verificou-se que a tensão equivalente máxima de von Mises foi de  $282,9 \text{ MPa}$ . Atendendo a que este valor é muito inferior ao valor da tensão de cedência da liga de alumínio 7075-T6 e que estava localizado na extremidade de um furo, foi possível utilizar um procedimento de otimização baseado na remoção de material nas zonas em que os valores da tensão eram mais baixos. Contudo, para não comprometer a funcionalidade da peça, o processo de otimização foi realizado garantindo que, no componente ótimo, a tensão equivalente máxima de von Mises era inferior à tensão de cedência.

O processo de otimização mostrou que, em todas as iterações, as tensões de von Mises mais altas surgem nas zonas periféricas dos furos, pelo facto de constituir uma zona de descontinuidade geométrica e se verificar transmissibilidade de carga entre os parafusos e a superfície da peça. Contudo, foi possível ainda observar que à medida que se alterou a geometria superficial da peça, a tensão máxima foi-se localizando em furos diferentes. Deste modo, o processo de otimização mostrou que é possível reduzir a massa da peça em 162 gramas, o que representa uma redução de 14% da sua massa.

As alterações induzidas no componente provocaram um ligeiro aumento do valor da tensão máxima de von Mises de  $282,9 \text{ MPa}$  para  $307,8 \text{ MPa}$ , mostrando-se inferior ao valor da tensão de cedência da liga de alumínio 7075-T6.

O estudo de otimização foi realizado com base nas tensões máximas de von Mises, no entanto, por se tratar de um componente estrutural no qual se encontram acoplados outros sistemas mecânicos, é importante referir a evolução dos deslocamentos resultantes para a otimização efetuada. Assim, na análise do deslocamento resultante, verificou-se que este apresentou um ligeiro aumento de 0,002 mm ( $2 \mu\text{m}$ ) em relação à peça original, que se traduz em termos percentuais num aumento de 3% e num deslocamento máximo de 0,053 mm. Verificou-se ainda que o deslocamento resultante é máximo na zona de fixação da pinça de travão.

Tendo em conta a análise das distribuições de tensões e dos deslocamentos observou-se que no componente ótica ainda poderia sofrer uma redução de massa, no entanto antes de se prosseguir com a otimização aconselha-se a realização de estudos de outros fenómenos, tais como, estudos modais e à fadiga, que não se enquadram nos objetivos da presente dissertação, pelo que se dá como concluído o presente estudo de otimização na segunda iteração.

Sugerem-se como estudos futuros a análise de vibrações e à fadiga, bem como uma análise do impacto da otimização na produção do componente.

## 7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- 2bp. (22 de março de 2016). *2bp*. Obtido de 2bp: <http://2.bp.blogspot.com/-PdMsMLmlGic/VOJuKboC28I/AAAAAAAAAHzM/qPZd98nHNtY/s1600/ndr1.png>
- Antunes, F. (2012). *Mecânica Aplicada - Uma Abordagem Prática*. LIDEL.
- Ashby, M. F. (2011). *Materials Selection in Mechanical Design*. Elsevier Ltd.
- Baur, H., Müller, S., Hirschmüller, A., Huber, G., & Mayer, F. (Novembro de 2006). Reactivity, stability, and strength performance capacity in motor sports. *40*, pp. 906-911.
- bmwblog. (10 de março de 2016). *bmwblog*. Obtido de bmwblog: [http://cdn.bmwblog.com/wp-content/uploads/2015/04/2011-01-20\\_Getriebe-S6\\_zf.jpg](http://cdn.bmwblog.com/wp-content/uploads/2015/04/2011-01-20_Getriebe-S6_zf.jpg)
- Bosh. (10 de maio de 2016). *Bosh*. Obtido de Bosh: [http://pt.bosch-automotive.com/pt/internet/parts/parts\\_and\\_accessories/service\\_parts\\_1/brakes\\_1/disc\\_brakes/disc\\_brakes\\_1.html](http://pt.bosch-automotive.com/pt/internet/parts/parts_and_accessories/service_parts_1/brakes_1/disc_brakes/disc_brakes_1.html)
- Branco, C. M., Ferreira, J. M., Costa, J. D., & Ribeiro, A. S. (2012). *Projecto de Órgãos de Máquinas*. Fundação Calouste Gulbenkian.
- Britannica, E. (20 de Março de 2016). *Encyclopaedia Britannica*. Obtido de Encyclopaedia Britannica: <https://www.britannica.com/technology/differential-gear#ref91682>
- Campilho, R. D. (2012). *Método de Elementos Finitos - Ferramentas para Análise Estrutural*. Publindústria.
- Comsol. (22 de Agosto de 2016). *Comsol*. Obtido de Comsol: <https://www.comsol.com/blogs/meshing-considerations-linear-static-problems/>
- Cook's, S. (10 de maio de 2016). *British Racecar*. Obtido de British Racecar: <http://www.britishracecar.com/SteveCook-March-741.htm>
- ExtraMotion. (20 de maio de 2016).
- facom. (2 de Maio de 2016). *facom*. Obtido de facom: [http://www.facom.com/pt/partage/f13/PDF/pt/F13\\_SECT06\\_PO\\_INTER.pdf](http://www.facom.com/pt/partage/f13/PDF/pt/F13_SECT06_PO_INTER.pdf)
- fourtitude. (20 de Fevereiro de 2016). *fourtitude*. Obtido de fourtitude: <http://fourtitude.com/wp-content/uploads/2012/06/rs4-4-drivetrain.jpg>
- Ganz, J. (10 de Fevereiro de 2016). *Josef Ganz*. Obtido de Josef Ganz: <http://josefganz.org/standard-superior/>
- Gruppelaar, M., Carmona, R., & Martins, J. P. (2016). Comparative study on s355 jr and friction stir welded en aw 7075-t6 truss beams for buildings and bridges. *Eighth International Conference on Steel and Aluminium Structures*. Hong Kong, China.
- INDUSTRIES, S. (1 de maio de 2016). *saggugear*. Obtido de saggugear: <http://www.saggugear.com/hypoid-gear-2701283.html>
- Johanson, C., & Duffy, J. E. (2010). Manual Drive Train and Axles. Em *Drive Train and Axles* (pp. 309-333). Goodheart - Willcox Publisher.
- KAAZ. (5 de maio de 2016). *GearSpeed*. Obtido de GearSpeed: [http://www.gearspeedwholesale.com/product\\_p/kaaz-dbh1832.htm](http://www.gearspeedwholesale.com/product_p/kaaz-dbh1832.htm)

- Livre, M. (15 de Março de 2016). *Mercado Livre*. Obtido de Mercado Livre:  
[http://produto.mercadolivre.com.br/MLB-704904991-junta-homocinetica-ranger-00-explorer-40-v6-9500-\\_JM](http://produto.mercadolivre.com.br/MLB-704904991-junta-homocinetica-ranger-00-explorer-40-v6-9500-_JM)
- Marat-Mendes, R. (2012). Folhas de Apoio à unidade curricular Elementos de Máquinas II - Engrenagens. *Folhas de Apoio à unidade curricular Elementos de Máquinas II - Engrenagens*. ESTSetúbal/IPS.
- Mexânica. (20 de abril de 2016). *Mexânica*. Obtido de Mexânica:  
[http://mexanica.blogspot.pt/2008\\_04\\_09\\_archive.htm](http://mexanica.blogspot.pt/2008_04_09_archive.htm)
- Mocko, W., & L.Kowalewski, Z. (2012). Dynamic Properties of aluminium alloys used in automotive industry. *Journal of KONES Powertrain and Transport*, 347.
- Motor, O. (2 de maio de 2016). *Oriental Motor*. Obtido de Oriental Motor:  
<http://www.orientalmotor.com/technology/articles/hypoid-gear-motor-kii-series-ac-motors.html>
- norelem. (30 de abril de 2016). *norelem*. Obtido de norelem:  
<http://www.norelem.com/us/es/Productos/Vista-general-de-producto/Sistemas-y-componentes-para-la-construcci%C3%B3n-de-plantas-y-m%C3%A1quinas/22000-Tecnolog%C3%ADa-de-accionamiento/Ruedas-dentadas-cremalleras-ruedas-c%C3%B3nicas/22430-Ruedas-c%C3%B3nicas-d>
- Novak, M., & Dolsak, B. (2008). Intelligent FEA - based design improvement. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 21, 1239-1254.
- Polylanema*. (20 de Agosto de 2016). Obtido de Polylanema:  
[http://www.polylanema.pt/pt/dados-tecnicos\\_/aluma-adnio/propriedades-tipicas-das-ligas-standard.html](http://www.polylanema.pt/pt/dados-tecnicos_/aluma-adnio/propriedades-tipicas-das-ligas-standard.html)
- Rajput, R. K. (2007). *A Text Book of Automobile Engineering*. Firewall Media.
- Repair, L. C. (10 de Março de 2016). *Last Change Auto Repair*. Obtido de Last Change Auto Repair : <http://www.lastchanceautorepairs.com/wp-content/uploads/2012/11/Drive-Shaft-Repair-Plainfield-IL.jpg>
- Rumpler, E. (1921). *Estados Unidos da América Patente N° 1514862*.
- SAPA. (26 de Agosto de 2016). *SAPA*. Obtido de SAPA:  
<http://www.sapagroup.com/en/na/profiles/7075-aluminum/>
- Smith, C. (1978). *Tune to Wine - The art and science of race car development and tuning*. Aero Publishers, Inc.
- Tech, R. . (15 de Março de 2016). *Rod - Tech*. Obtido de Rod - Tech:  
[http://rodtech.com.au/index.php?route=product/product&product\\_id=381](http://rodtech.com.au/index.php?route=product/product&product_id=381)
- Teixeira, F., Pinho-da-Cruz, J., Valente, R. F., & Sousa, R. J. (2010). *Método dos Elementos Finitos - Técnicas de Simulação Numérica em Engenharia*. ETEP - Edições Técnicas e Profissionais .

