"O importante é nunca parar de questionar"

(Albert Einstein)

Helena Margarida Fernandes Neves

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
FACULDADE DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
UNIVERSIDADE DE COIMBRA

"O importante é nunca parar de questionar"

(Albert Einstein)

Helena Margarida Fernandes Neves

Relatório para a obtenção do Grau de **Mestre em Ensino da Matemática no 3.º ciclo do Ensino Básico e no Ensino Secundário**

Júri

Presidente: Maria Celeste de Almeida Gouveia

Orientador: Sandra Filipa Morais de Figueiredo Marques Pinto

Vogal: Maria João Rodrigues Ferreira

Data: Setembro de 2014

Resumo

O presente relatório integra-se na disciplina "Estágio e Relatório" inserida no segundo ano do plano de estudos do Mestrado em Ensino da Matemática no 3.º Ciclo do Ensino Básico e no Ensino Secundário. Nele se pretende descrever todo o meu processo de estágio que teve lugar na Escola Secundária da Mealhada, sede do Agrupamento de Escolas da Mealhada no ano letivo 2013/2014, e refletir sobre todo o trabalho desenvolvido. A orientação pedagógica foi da responsabilidade da professora cooperante Graça Tomás, tendo a orientação científica ficado a cargo da Doutora Sandra Pinto. Além das professoras orientadoras, faziam parte do Núcleo de Estágio os estagiários Helena Neves e Vítor Pinho.

A prática pedagógica desenvolveu-se na turma do 12.º Ano do curso Profissional Técnico de Multimédia, disciplina de Matemática, e em duas turmas do curso Científico-Humanístico de Ciências e Tecnologias, disciplina de Matemática A.

Este relatório encontra-se estruturado em cinco capítulos: Enquadramento Geral, Prática Pedagógica, Estruturas de Orientação Educativa, Atividades e Formação Contínua e Desenvolvimento Profissional.

Abstract

After a two years Master Course in “Ensino da Matemática no 3.º Ciclo do Ensino Básico e no Ensino Secundário”, a report has to be made in order to conclude the “Estágio e Relatório” subject. The purpose of this study is to describe all the work I had to develop in order to accomplish my teacher training process at Escola Secundária da Mealhada, during the 2013/2014 school year under the tutoring of teacher Graça Tomás and scientific guidance of Professor Sandra Pinto. The teaching trainee group was formed, besides the guidance teachers, by the trainee teachers Helena Neves and Vitor Pinho.

The teaching practice took place with a 12th grade class attending a Multimedia Vocational Course (Mathematics) and with two 12th grade classes attending a Scientific-Humanistic Science and Technology Course (Mathematics A).

This report will pursue the following structure: General Framework; Teaching Practice; Educational Guidance Structures; Activities and Ongoing Training and Professional Development.

Agradecimentos

Concluída mais uma etapa, resta-me agora agradecer a todos os que contribuíram direta ou indiretamente para a concretização dos objetivos que me impus alcançar.

Aos meus Pais e restante família que sempre me apoiaram, neste e noutros momentos, me ensinaram a enfrentar a adversidade e a lutar pelos meus sonhos.

À minha orientadora científica, Doutora Sandra Pinto, pelo seu precioso contributo na concretização deste projeto, pela relação de empatia que criámos e que em muito me ajudou a confiar nas minhas capacidades e a vencer os obstáculos que foram surgindo.

À minha orientadora pedagógica, Professora Graça Tomás, por tudo o que aprendi com ela, pela sua disponibilidade, pela sua afabilidade, por saber ouvir e pela amizade que fica.

Às minhas colegas do grupo de disciplina de Matemática que tão bem me receberam e ajudaram em tudo o que precisei.

Aos meus alunos que sempre me trataram com respeito e com quem desenvolvi grande afetividade. Deixar-me-ão, certamente, muitas saudades.

A toda a comunidade escolar pelo apoio e pela forma carinhosa com que me recebeu.

Às minhas AMIGAS, Célia, Olga e Sónia que me acompanharam incondicionalmente, "aturaram" os meus desabafos e me reconfortaram sempre que precisei.

Por último, a uma das pessoas mais importantes da minha vida, o meu marido, pela paciência que teve durante estes dois longos anos, pelas palavras de incentivo que sempre me dirigiu, pela sua presença silenciosa, mas reconfortante, nos momentos de trabalho intensivo e pelo seu carinho.

A todos, Muito Obrigada!

Índice

Introdução

A Vida é feita de (re) inícios e fins, ciclos que se fecham em espiral e que são o vértice de uma nova etapa. Quando concluí a licenciatura em Matemática Aplicada e Computação, iniciei a minha carreira enquanto professora de Informática. Infelizmente, cinco anos depois não consegui colocação. Determinada em não me conformar com esta situação, resolvi adquirir novos conhecimentos (na área que sempre me fascinou) que contribuiriam indubitavelmente para enfrentar uma sociedade em constante mudança e, por isso mesmo, cada vez mais exigente pelos vários desafios que nos coloca. Por outro lado, estou também ciente de que o conhecimento gerado será extremamente importante porque me apropriei de novos conceitos, métodos e instrumentos que nortearão um futuro profissional mais risonho.

Não foi minha intenção apresentar apenas um relatório descritivo de todo o trabalho desenvolvido ao longo deste ano de estágio, mas procurei igualmente reagir a ideias, sentimentos e emoções, que de uma forma ou de outra me foram sensibilizando a nível pessoal e enquanto docente.

Este relatório apresenta cinco capítulos principais: Enquadramento Geral; Prática Pedagógica; Estruturas de Orientação Educativa; Atividades e Formação Contínua e Desenvolvimento Profissional.

No primeiro, procedi à caraterização da Escola e das turmas atribuídas.

No âmbito da prática pedagógica, foquei as diferentes planificações que elaborei, explicando a importância que cada uma delas tem no processo ensino/aprendizagem. A seguir, fiz um relato detalhado de todo o trabalho desenvolvido nas turmas atribuídas. Para ilustrar a prática pedagógica, escolhi uma das aulas assistidas pela orientadora científica que descrevi pormenorizadamente. Referi ainda as atividades letivas realizadas nas aulas de apoio pedagógico, nas assessorias prestadas a uma turma do 8.º Ano e outra do 9.º Ano de escolaridade, tendo procedido a um breve balanço do desempenho dos alunos. Nesse mesmo capítulo, após reflexão sobre a relevância da fase de avaliação, mencionei os vários instrumentos produzidos e utilizados em cada modalidade de avaliação. Considerei ainda pertinente incluir a avaliação que foi feita pelos alunos da professora estagiária.

Relativamente ao capítulo três, referi as várias estruturas de orientação educativa em que participei, nomeadamente Reuniões de Departamento, de Grupo de Disciplina e de Conselhos de Turma.

A seguir, indiquei as atividades da responsabilidade do Departamento de Matemática e Ciências Experimentais em que participei e as dinamizadas pelo Núcleo de Estágio e por mim. Procedi a uma descrição e avaliação de todas elas.

Por fim, elenquei a formação contínua que frequentei e dinamizei, salientando o seu contributo para o meu desenvolvimento pessoal e profissional.

1. Enquadramento Geral

1.1. Caraterização da Escola

O Agrupamento de Escolas da Mealhada, a que pertence a escola onde realizei a minha prática pedagógica supervisionada, constitui-se como sendo a única unidade orgânica do Ministério da Educação e da Ciência para oferta pública de ensino para todo o Concelho da Mealhada. A Escola Secundária é a sede deste Agrupamento.

O atual Agrupamento de Escolas da Mealhada foi criado em julho de 2010 por despacho do Sr. Secretário de Estado da Educação, João Trocado da Mata, na sequência da Resolução do Conselho de Ministros n.º 44/2010, de 14 de junho, agrupando o então Agrupamento de Escolas da Mealhada, o Agrupamento de Escolas da Pampilhosa e a Escola Secundária c/3.º CEB da Mealhada, na qual ficou instalada a sede do novo Agrupamento.

Situado no limite do distrito de Aveiro, o concelho da Mealhada pertence, desde 2008 à sub-região do Baixo Mondego, a sua localização geográfica privilegiada faz com que disponha de bons acessos aos grandes centros e respetivos serviços. São várias as associações que promovem uma oferta cultural diversificada.

A Escola Secundária tinha um universo de 388 alunos, um corpo docente constituído por 54 elementos, 17 assistentes operacionais e 10 assistentes técnicos.

A oferta formativa desta Escola compreende o 3.º Ciclo do Ensino Básico, os cursos Científico-Humanísticos de Ciências e Tecnologias, de Línguas e Humanidades e de Artes Visuais e ainda o Curso Profissional de Técnico de Multimédia. Para o próximo ano letivo, está prevista a existência do Curso Profissional de Técnico de Comércio.

Quanto à taxa de sucesso, constata-se uma tendência para valores acima das médias nacionais até ao 8.º Ano de escolaridade, situação essa que tende a inverter-se a partir daí. Sublinhe-se que existe um elevado número de alunos retidos no 12.º Ano de escolaridade.

Figura 1 – Escola Secundária da Mealhada

Figura 2 – Fachada Principal da Escola Secundária da Mealhada

Considerando que a família assume um papel preponderante na educação das crianças e jovens e sendo esta determinante no sucesso ou insucesso académico, é fundamental para a melhoria da qualidade do ensino/aprendizagem uma articulação constante com a escola. É por isso necessário conhecer o enquadramento familiar. Neste contexto, constata-se que as habilitações literárias dos Pais/Encarregados de Educação, na sua maioria, não vão além do 9.º Ano de escolaridade, havendo, porém, uma maior consciência da família da importância do papel da Escola na formação dos seus educandos, que se traduz num acompanhamento mais eficaz da vida escolar dos mesmos. Pode afirmar-se que o nível socioeconómico das famílias não constitui um obstáculo para o aproveitamento dos alunos. No entanto, de acordo com as informações transmitidas pelas diretoras de turma aquando das reuniões de Conselho de Turma, há ainda um longo caminho a percorrer para estreitar as relações escola – família, dado que, muitas das vezes, os Pais/Encarregados de Educação só comparecem na escola quando são solicitados para alguma reunião ou convocados pela Diretora de Turma.

Importa realçar que as relações de empatia que criei com todos os colegas da Escola, nomeadamente, os do meu grupo de disciplina, e com os assistentes operacionais foram um dos fatores que contribuíram indubitavelmente para assegurar um clima agradável de trabalho. Na minha opinião, tal facto foi fundamental para que me sentisse bem na escola e no grupo, tendo-me permitido superar alguns receios iniciais e criar um ambiente propício ao desenvolvimento da minha atividade. Acresce ainda o facto de esta Escola possuir uma sala de trabalho destinada aos docentes que integravam o grupo de disciplina a que pertenci. Este espaço, designado por *Laboratório de Matemática*, dispunha de recursos informáticos, material pedagógico (manuais, calculadoras, material de desenho, jogos didáticos, geoplano, tangram,...) que constituíram uma mais-valia na planificação das aulas, na implementação e adequação de estratégias motivadoras e diversificadas e na realização de um trabalho individual e/ou conjunto mais profícuo. Devido aos materiais aí disponibilizados e às características da sala que era ampla e oferecia quatro áreas distintas de trabalho, as aulas de apoio e o esclarecimento de dúvidas ocorriam neste local.

No que concerne às salas de aula destinadas à lecionação da disciplina de Matemática, estas estavam apetrechadas, na sua maioria, com computador que possuía *software* vocacionado para o ensino desta disciplina e quadro interativo, ferramentas estas que se revelaram extremamente úteis.

1.2. Caraterização das Turmas

No âmbito da prática pedagógica supervisionada, lecionei a disciplina de Matemática A a duas turmas do 10.º Ano: 10.º A1 e 10.º B1 do Curso Científico-Humanístico Ciências e Tecnologias, e a disciplina de Matemática a uma turma do Ensino Profissional (12.º C1) do Curso Técnico de Multimédia. Procedi à caraterização das mesmas com base nos documentos elaborados pelas respetivas diretoras de turma e dados a conhecer nos conselhos de turma de início do ano letivo.

É inquestionável que conhecer os nossos alunos é fundamental para qualquer professor poder planificar as suas aulas e delinear estratégias adequadas de acordo com as caraterísticas de cada turma.

A caraterização da turma deve ser objetiva e incidir sobre dados significativos. Por um lado, deve ser demonstrativa das caraterísticas dos alunos e permitir o levantamento das aprendizagens de modo a que os professores que constituem o Conselho de Turma fiquem com o conhecimento sobre o seu percurso escolar. Por outro lado, este levantamento visa também dar a conhecer o contexto familiar, económico e social dos alunos, aferir as suas motivações, necessidades e dificuldades. Só assim se pode planificar com rigor pedagógico, didático e científico as atividades letivas de acordo com o perfil das mesmas e implementar estratégias motivadoras e eficazes.

A turma 10.º A1 era formada, no início do ano letivo, por 24 elementos, 12 raparigas e 12 rapazes. No início do segundo período, verificou-se a entrada de uma nova aluna, transferida da Escola Básica e Secundária Quinta das Flores, em Coimbra. Todos os alunos residiam no concelho da Mealhada, com exceção de uma aluna que vinha do concelho de Cantanhede. Vinte alunos tinham como encarregado de educação a Mãe e quatro, o Pai. Relativamente ao grau de escolaridade dos Pais, 12,5% concluíram o primeiro ciclo; 8,3% o segundo ciclo; 25% o terceiro ciclo do ensino básico e 33,3% o ensino secundário. Apenas 16,7% têm licenciatura e 4,2% o grau de Mestre ou Doutor.

Quanto às Mães, 16,7% concluíram o segundo ciclo; 12,5% o terceiro ciclo; 29,2% o ensino secundário; 37,5% possuem uma licenciatura e 4,2% o grau de Mestre ou Doutor.

A turma não apresentava alunos com reprovações ao longo do seu percurso escolar, tendo 20,8% dos alunos apontado como disciplina favorita a de Matemática. Em contrapartida, 37,5% assumiram que tinham dificuldade a esta disciplina, apesar de 77,8% terem beneficiado de apoio pedagógico no ano letivo anterior. Somente um aluno referiu que manifestava dificuldades de aprendizagem na globalidade das disciplinas.

Relativamente ao tempo que dedicavam diariamente ao estudo, 29,2% despendiam trinta minutos ou menos e 70,8% sessenta minutos ou mais.

É curioso verificar que, embora os alunos da turma, na sua globalidade, fossem aplicados e 95,8% desejassem ingressar no Ensino Superior, 75% afirmaram que não gostavam de estudar. De sublinhar ainda que quase metade da turma [45,8%] ainda não tinha uma ideia concreta da profissão que gostariam de exercer.

Figura 3 – Turma 10.º A1

Quanto à turma do 10.º B1 esta era constituída por 18 alunos, 9 rapazes e 9 raparigas, todos residentes no concelho da Mealhada, com exceção de dois alunos que vinham do concelho de Anadia. Uma vez mais se constata que são as Mães a assumir o papel de Encarregados de Educação [77,8%].

Relativamente ao grau de escolaridade dos Pais, 5,6% concluiu o segundo ciclo; 27,8% o terceiro ciclo; e 44,4% o ensino secundário. Somente 11,1% possuem uma licenciatura e 5,6% o grau de Mestre ou Doutor.

No que diz respeito às Mães, 5,6% concluiu o segundo ciclo; 27,8% o terceiro ciclo e 38,9% o ensino secundário; 5,6% possuem licenciatura e a mesma percentagem o grau de Mestre ou Doutor.

No que concerne às reprovações, apenas um aluno reprovou no 10.º Ano e outro aluno no 9.º Ano de escolaridade. A Matemática surge como disciplina favorita para 16,7% dos alunos, sendo que 50% assumiram que tinham dificuldades de aprendizagem a esta disciplina. Por este motivo, 22,2% destes alunos beneficiaram de apoio pedagógico.

No que se refere ao tempo que dedicavam diariamente ao estudo, 33,3% dos alunos ocupavam trinta minutos ou menos e 66,7% sessenta minutos ou mais.

Uma vez mais, à semelhança da turma 10.º A1, se verifica que uma percentagem significativa de alunos não gosta de estudar [83,3%], mas todos querem frequentar o ensino superior. Devido à imaturidade que grande parte dos alunos revelou, 66,7% ainda não sabiam a profissão que gostariam de exercer.

Figura 4 – Turma 10.º B1

A turma do Ensino Profissional (12.º C1) tinha 12 alunos, 5 raparigas e 7 rapazes, todos residentes no concelho da Mealhada. Para 58,3% dos alunos o encarregado de educação era a Mãe, para 16,7% o Pai e 25% eram encarregados de educação deles próprios por terem atingido a maioridade. Relativamente ao grau de escolaridade dos Pais, 25% concluíram o primeiro ciclo; 50% o segundo ciclo e 16,7% o ensino secundário. Apenas um dos Pais tem licenciatura.

Quanto às Mães, 25% concluíram o primeiro ciclo; 8,3% o segundo ciclo; 25% o terceiro ciclo e 33,3% o ensino secundário. Uma Mãe possui licenciatura.

Ao longo da sua escolaridade, 58,3% dos alunos já tinham reprovado noutros anos, nomeadamente, 2.º, 4.º, 7.º, 9.º e 10.º Ano. Nenhum apontou como disciplina favorita a Matemática, e 33,3% mencionaram que tinham dificuldades a esta disciplina.

Relativamente ao tempo que dedicavam diariamente ao estudo, 75% dos alunos referiram que despendiam trinta minutos ou menos e 25% dos alunos sessenta minutos.

Deste universo de 12 alunos, 58,3% afirmaram que não gostavam de estudar e a mesma percentagem manifestou o desejo de tirar um curso superior. No respeitante à profissão que gostariam de exercer, 58,3% não têm objetivos definidos.

As caraterísticas apresentadas pelos alunos desta turma correspondem ao perfil dos que são encaminhados para os cursos profissionais: percurso escolar irregular marcado por reprovações até ao 3.º ciclo decorrente da falta de interesse pelas atividades letivas e expetativas pouco positivas relativamente ao futuro. Embora nem sempre haja uma relação direta entre o insucesso escolar e a classe social da família em que estão inseridos ou o nível de habilitações académicas da mesma, nesta turma é evidente que estes fatores condicionaram a opção destes alunos para este tipo de curso.

Figura 5 – Alguns dos alunos da turma 12.º C1 no seu Baile de Finalistas

Além de ter lecionado nestas três turmas, por sugestão da professora Maximina Andrade, assessorei, a partir do dia 29 de outubro até ao final do ano letivo, a turma do 9.º C1, dado que apresentava manifestas dificuldades de aprendizagem à disciplina de Matemática. Muitos dos seus elementos estavam resignados ao seu insucesso e pouco dispostos a trabalhar para inverter a situação. A assessoria visava, essencialmente, fomentar nos alunos hábitos de trabalho e métodos de estudo, verificar se os alunos efetuavam os registos do quadro e seguiam as orientações dadas. Assim sendo, para ajudar os alunos a colmatar as suas dificuldades e prepará-los o melhor possível para a realização da prova final de ciclo, os professores estagiários aceitaram o desafio, envidando todos os seus esforços na promoção do sucesso dos alunos desta turma nesta disciplina.

Uma vez que iria trabalhar com a turma, procurei inteirar-me das caraterísticas de cada aluno, a fim de otimizar a relação pedagógica e proceder à adoção, conceção e adequação de métodos e estratégias diversificadas, por forma a ajudar os alunos a superarem as dificuldades reveladas.

Esta turma era formada por 15 alunos, 9 raparigas e 6 rapazes, todos residentes no concelho da Mealhada. Este grupo era bastante heterogéneo no que diz respeito à nacionalidade: um francês, dois brasileiros e dois russos. À semelhança do que acontece nas outras turmas, o Encarregado de Educação é maioritariamente representado pela Mãe [73,3%]. Quanto ao grau de escolaridade dos Pais, 13,3% concluíram o primeiro ciclo; 13,3% o segundo ciclo; 13,3% o terceiro ciclo; 33,3% o ensino secundário e 26,7% são licenciados.

Relativamente às Mães, 26,7% concluíram o primeiro ciclo; 20% o segundo ciclo; 20% o terceiro ciclo; 13,3% o ensino secundário; 13,3% possui licenciatura e 6,7% o grau de Mestre ou Doutor.

Importa salientar que uma percentagem bastante significativa de alunos [73,3%] apresentava retenções em anos anteriores, pelo que as idades dos alunos oscilavam entre os 14 e os 18 anos. As razões apontadas pelos mesmos foram a falta de estudo e de interesse pelas atividades escolares, facto este que justifica a elevada taxa de insucesso não só a Matemática, mas também na generalidade das disciplinas.

Ora, com base nos questionários preenchidos pelos alunos, quando inquiridos sobre o tempo que dedicavam ao estudo, 60% afirmaram que estudavam diariamente entre sessenta a cento e vinte minutos, quando somente 40% asseguraram que estudavam trinta minutos ou menos, o que contraria as justificações apresentadas pelos discentes para o insucesso. Torna-se deste modo difícil compreender como é que, dedicando esse tempo ao estudo diário e com todas as estratégias implementadas, 60% dos alunos obtiveram nível inferior a nível três na classificação interna de final do ano letivo, tendo esta sido considerada a turma do 9.º Ano com mais insucesso.

De estranhar ainda o facto de mais de metade dos alunos [53,3%] referirem que não gostavam de estudar e, no entanto, 40% pretendem frequentar o Ensino Superior o que não parece exequível com as dificuldades evidenciadas. Os restantes desejam apenas concluir o ensino secundário. Um dos alunos que está prestes a atingir a maioridade não pretende prosseguir os seus estudos.

Uma grande parte dos alunos manifestava uma atitude displicente em relação às tarefas propostas, eram pouco autónomos e motivados. A falta de trabalho contínuo por parte de alguns alunos prejudicou o seu desempenho, pois não consolidavam o que aprendiam. O apoio prestado pelos professores estagiários contribuiu, no entanto, para uma mudança de atitude fundamentalmente na postura dos alunos na sala de aula e ajudou-os a realizar com crescente autonomia as atividades.

Fazendo o balanço de todo o trabalho desenvolvido nesta turma, os resultados alcançados na disciplina de Matemática foram pouco satisfatórios, não tendo existido melhorias significativas, apesar da mobilização de recursos que visavam proporcionar o máximo de oportunidades possíveis de aprendizagem a fim de favorecer o sucesso de todos os alunos.

Figura 6 – Turma 9.º C1

Tendo em conta que houve necessidade de proceder à compensação dos minutos remanescentes ao abrigo do Despacho Normativo n.º 7/2013 de 11 de junho, foram atribuídas à professora cooperante dois blocos de noventa minutos semanais para assessorar duas turmas do 8.º Ano do dia dezoito de fevereiro até ao final do ano letivo.

Deste modo, os professores estagiários teriam de deixar a assessoria da turma do 9.º C1 e passar a acompanhar a turma 8.º A1. Porém, como já tinha criado com a turma do 9.º Ano bastante empatia, em especial com um dos alunos mais problemáticos que consegui incentivar a envolver-se mais ativamente nas tarefas da aula, sugeri continuar a apoiar os alunos da turma 9.º C1, enquanto a professora cooperante e o meu colega de estágio estariam a assessorar a turma do 8.º A1 à mesma hora.

Na turma 8.º C1, o Núcleo de Estágio deu igualmente apoio à professora titular.

Esta turma era constituída por 20 alunos, 11 raparigas e 9 rapazes, também eles residentes no concelho da Mealhada, à exceção de dois alunos que vinham de Anadia. Tinham como encarregado de educação a Mãe 95% dos alunos. Relativamente às habilitações literárias dos Pais, 20% concluíram o primeiro ciclo; 35% o terceiro ciclo do ensino básico; 10% o ensino secundário e 30% são licenciados.

Por sua vez, 20% das Mães concluíram o primeiro ciclo; 20% o terceiro ciclo do ensino básico; 25% o ensino secundário e 20% possuem uma licenciatura.

Do grupo turma, 20% dos alunos apresentavam retenções ao longo do seu percurso escolar devido à “falta de estudo”, “distração”, “mau comportamento” e “dificuldades de aprendizagem”. A disciplina de Matemática foi apontada como sendo a preferida de 25% dos alunos. Dois alunos assumiram que tinham dificuldades a esta disciplina, tendo transitado com nível inferior a nível três.

Na avaliação interna de final de ano, dois dos alunos que apresentavam nível inferior a nível três conseguiram alcançar nível positivo e dois alunos, que nos dois primeiros períodos obtiveram nível três, atingiram o nível quatro. Na globalidade, 30% dos alunos da turma não conseguiram superar as suas dificuldades à disciplina de Matemática.

Figura 7 – Turma 8 º C1

Tendo em conta a minha anterior experiência enquanto docente, reitero que a função de qualquer professor de contribuir para as aprendizagens dos alunos não se pode dissociar da responsabilidade de colaborar na sua formação enquanto pessoas e cidadãos conscientes e responsáveis, aferir as suas motivações, dificuldades e necessidades, promover a sua autoestima, desenvolver o seu espírito crítico e sentido de responsabilidade. Por estes motivos, procurei conhecer bem, não só as caraterísticas individuais de todos os alunos, como também as do grupo turma, a fim de criar um clima de confiança e aproximação, condição essencial à consecução das finalidades da educação: desenvolver os jovens no plano intelectual, afetivo e social.

2. Prática Pedagógica

Fizeram parte deste Núcleo de Estágio da Escola Secundária da Mealhada a orientadora científica, Doutora Sandra Pinto, a professora cooperante Graça Tomás, e os estagiários Vítor Pinho e eu própria.

Reconhecendo que, em cada situação nova com que nos deparamos, há sempre um primeiro momento de incerteza e de receio, este estágio constituiu, todavia, para mim um desafio estimulante, pois foi o início de um processo de maturação e apropriação de "ferramentas" que me permitirão, certamente, no futuro adaptar-me e responder às exigências das novas e complexas realidades educativas. Alguns dos receios que tinha em relação a este ano de estágio foram apaziguados devido ao ambiente de empatia criado logo no início do ano letivo pela professora cooperante.

Desta forma, no dia 3 de setembro, pelas 10 horas, a professora Graça Tomás recebeu-me, a mim e ao meu colega de estágio, na escola, e mostrou-nos as instalações, nomeadamente o *Laboratório de Matemática*, tendo explicado o seu funcionamento e referido os materiais aí disponíveis. De seguida, apresentou-nos alguns professores que faziam parte do grupo de disciplina de Matemática e de outros grupos, o senhor diretor do Agrupamento e restantes membros da direção, bem como, alguns assistentes operacionais.

Fomos informados das turmas e níveis que nos foram atribuídos e tomámos conhecimento da calendarização respeitante ao arranque do ano letivo. Por fim, foi realizada uma reunião conjunta a fim de agilizar alguns procedimentos antes da elaboração das planificações: definição do método de partilha de informação através da *Dropbox*; pesquisa e análise dos programas e respetivas metas curriculares de Matemática do 10.º Ano de Matemática A, e do Ensino Profissional e agendamento da sessão de trabalho para a elaboração do teste diagnóstico do 10.º Ano. Além disso, a professora Graça Tomás mencionou quais os módulos do Ensino Profissional que iríamos lecionar.

Posteriormente, o Núcleo de Estágio reuniu com a docente que também iria lecionar o 10.º Ano para proceder à elaboração das planificações. Em conjunto com os elementos que lecionavam o ensino secundário definimos procedimentos comuns: calendarização do teste diagnóstico para uma data posterior à primeira semana de aulas; realização de testes globais na disciplina e marcação de todos os testes de avaliação sumativa para os diferentes períodos letivos. Foram igualmente delineadas estratégias eficazes por forma a prestar um apoio individualizado a todos os alunos dentro ou fora da sala de aula a fim de ajudar os mesmos a superar as dificuldades que eventualmente apresentassem na disciplina, pois, deste modo, poderiam melhorar a classificação interna final e ter um desempenho mais satisfatório aquando da realização dos exames a nível nacional.

Na primeira reunião de departamento curricular de *Matemática e Tecnologias*, a coordenadora relembrou os critérios gerais de avaliação aprovados pelo Conselho Pedagógico, em vigor no Agrupamento, para todos os níveis de ensino, e os critérios específicos definidos pelo Departamento.

Importantes foram também os Conselhos de Turma realizados no início deste ano, pois foram transmitidas informações relevantes sobre os alunos que me permitiram conhecer o percurso escolar e os ambientes socioeconómico e socioemocional onde estavam inseridos. Foi com base nestes dados e na documentação amavelmente disponibilizada pelas Diretoras de Turma que procedi à caraterização das turmas.

Numa primeira fase da prática letiva supervisionada, os estagiários observaram as aulas dadas pela professora cooperante em todas as suas turmas. Logo nas primeiras aulas, tentei construir uma relação de confiança e respeito mútuo com todos os alunos, pois, deste modo, poderiam mais facilmente solicitar a minha ajuda. Procurei identificar os discentes que apresentavam dificuldades, não só em acompanhar os conteúdos ministrados, como também de atenção/concentração. Mostrei-me sempre interessada e disponível para esclarecer as dúvidas surgidas, envolvê-los ativamente e apoiá-los na resolução dos exercícios propostos.

Numa segunda fase, a professora cooperante sugeriu aos estagiários que começassem a lecionar as aulas na turma do 12.º Ano do Ensino Profissional. A primeira aula foi dada pelos estagiários em colaboração com a professora titular da turma. Como já tinha experiência enquanto professora, sugeri ser eu a dar uma das aulas semanais, a fim de iniciar o mais rápido possível todo o processo relativo à prática pedagógica e tomar consciência dos meus pontos fortes, melhorar os meus pontos fracos e tornar-me cada vez mais autónoma.

2.1. Planificações

No início de um ano letivo, após a recolha e tratamento das informações obtidas no primeiro Conselho de Turma com base na caracterização das turmas atribuídas, o professor fica com uma perspetiva ampla sobre as aprendizagens desenvolvidas pelos alunos em anos anteriores. Assim poder-se-á proceder à elaboração das planificações a longo (Anexo 1), médio (Anexo 2) e curto prazo e à definição e implementação de processos e estratégias com vista a cumprir os programas definidos para a disciplina e desencadear respostas didático-pedagógicas adequadas. As planificações permitem, deste modo, organizar o trabalho do professor. Importa no entanto salientar que uma planificação não pode ser rígida, mas sim flexível para permitir ao professor em qualquer momento adaptá-la em função das necessidades dos alunos.

Tal como já foi referido no presente relatório, no início do ano letivo o Núcleo de Estágio colaborou na elaboração das planificações a longo e médio prazo do 10.º Ano de escolaridade. No 12.º Ano do Curso Profissional de Técnico de Multimédia, foram igualmente elaboradas as planificações referentes aos dois módulos, A9 – *Funções de Crescimento* e A10 – *Otimização*. De acordo com as exigências do programa oficial deste curso foi ainda elaborado um documento com o número de horas previstas para cada módulo e a respetiva conversão em aulas de 45 minutos. A sequência modular e respetiva carga horária foram definidas não só para este ano letivo como também para os três anos de duração do curso.

Na planificação a longo prazo constam os seguintes elementos: as aulas previstas para cada um dos períodos letivos, distribuição dos conteúdos contemplados no programa oficial da disciplina por período letivo, incluindo as atividades previstas, bem como os vários momentos de avaliação.

A elaboração da planificação a médio prazo segue as mesmas linhas orientadoras. Trata-se pois de planificar uma unidade didática, contemplando as seguintes etapas: distribuição e ordenação dos diferentes conteúdos pelo número de aulas previstas; definição dos objetivos de aprendizagem correspondentes aos conteúdos, das estratégias, orientações metodológicas a implementar mais adequadas à situação pedagógica e aos objetivos definidos, bem como o tipo de avaliação.

Elaboradas estas planificações é necessário preparar os planos a curto prazo correspondentes ao trabalho diário a concretizar.

De acordo com a minha experiência letiva e seguindo as orientações que me foram dadas pela professora cooperante, planifiquei devidamente cada aula que lecionei focando todos os aspetos necessários para a concretização das mesmas, nomeadamente: sumário, objetivos de aprendizagem, temas transversais, pré-requisitos, estratégias/atividades, recursos didáticos, instrumentos de avaliação e a distribuição do tempo efetivo de aula por conteúdo/atividade. No capítulo seguinte, descrevo detalhadamente um desses planos (Anexo 6).

2.2. Prática Pedagógica Supervisionada

2.2.1. 12.º Ano do Curso Profissional de Multimédia

O Curso Profissional de Multimédia tinha uma carga horária de três aulas de 45 minutos semanais, 1 aula de 45 minutos à segunda-feira e 2 aulas de 45 minutos à quinta-feira. O elenco modular correspondente a este ano letivo era constituído por dois módulos: A9 – Funções de Crescimento e A10 – Otimização.

A primeira aula do 12.º Ano, lecionada pela professora cooperante, foi observada pelos professores estagiários. A segunda foi lecionada pelo Núcleo de Estágio. De acordo com o que já mencionei anteriormente, sugeri ser eu a dar as aulas de quinta-feira, tendo esta proposta sido aceite. Deste modo, a partir da segunda semana de aulas, a aula da segunda-feira passou a ser dada pelo meu colega e pela professora cooperante.

Uma vez que não foi adotado qualquer manual, foi necessário elaborar todo o material didático, a partir da consulta de alguns manuais, nomeadamente *Matemática A9 Ensino Profissional*, *Matemática A10 Ensino Profissional* da Porto Editora, *Matemática – Módulo A9 – Nível 3 – Ensino Profissional* e *Matemática – Módulo A10 – Nível 3 – Ensino Profissional* da Areal Editores. Estes manuais também serviram de suporte para a elaboração de fichas de trabalho e de avaliação. A vertente teórica era apresentada em *Power Point*, bem como os exercícios a realizar (Anexo 3). Após a realização dos exercícios pelos alunos, era projetada a respetiva resolução a fim de permitir que todos pudessem acompanhar devidamente as explicações dadas pela professora e esclarecer as dúvidas que iam surgindo. Tendo ainda em conta que os alunos não dispunham de um caderno de exercícios, foram elaboradas fichas de trabalho para consolidação, sistematização e revisão dos conteúdos abordados. A resolução das mesmas era igualmente projetada pelos motivos acima expostos. Para o módulo A9 – Funções de Crescimento foi proposto aos alunos que realizassem um trabalho de carácter investigativo sobre o *Número de Neper*, que contribuiu para o desenvolvimento de interesses culturais e o gosto pela pesquisa, em particular da História da Matemática.

Os módulos foram avaliados através das Questões Aula elaboradas pelo Núcleo de Estágio (Anexo 4 e Anexo 5). Foi proporcionado apoio pedagógico a um aluno que não conseguiu alcançar nota positiva nos vários momentos de avaliação do Módulo A9. Esse apoio surtiu o efeito desejado, pois o aluno conseguiu recuperar o Módulo através de nova Questão de Aula.

Todo o material supra mencionado, bem como as planificações dos respetivos módulos, foram colocados na plataforma *Moodle* a que os alunos tinham acesso.

As aulas de quinta-feira decorriam numa sala equipada com quadro interativo, no qual os alunos executavam os exercícios propostos que eram posteriormente guardados em formato digital. Essa estratégia revelou-se muito profícua. Por um lado, permitia à professora saber quais os alunos que tinham realizado os exercícios solicitados de uma determinada aula, as dúvidas surgidas e ter um registo efetivo de todo o trabalho desenvolvido. Era assim possível ter uma panorâmica da evolução dos alunos. Por outro lado, possibilitava uma melhor gestão do tempo útil de aula na medida em era possível voltar sempre que necessário à página anterior, caso os alunos não tivessem tido tempo de proceder aos registos.

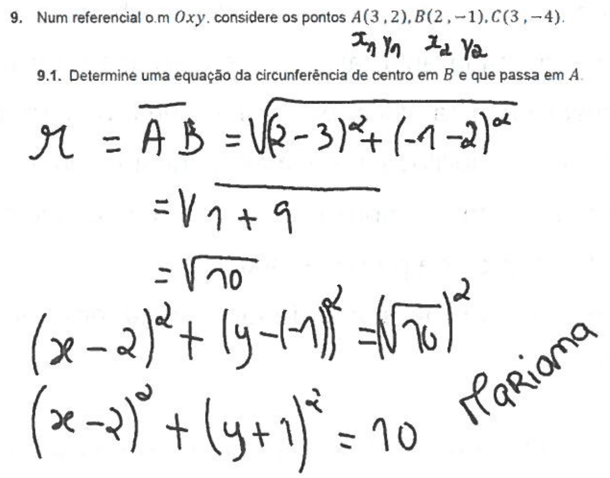
No 12.º Ano do Curso Profissional de Multimédia lecionei 13 aulas do Módulo A9 e 23 do Módulo A10.

2.2.2. 10.º Ano do Curso Científico-Humanístico de Ciências e Tecnologias

A carga horária do 10.º Ano de Matemática A era de 6 aulas de 45 minutos por semana. As seis aulas do 10.º A1 estavam distribuídas em blocos de 90 minutos à segunda, terça e quinta. As do 10.º B1 decorriam à segunda, quarta e quinta.

Ao invés do que ocorreu no Ensino Profissional, o período de observação de aulas foi mais alargado, pelo que prestámos apoio à professora cooperante na realização de algumas atividades e na preparação das aulas. Deste modo, procedemos à elaboração do teste diagnóstico, dos critérios de correção e respetiva correção. Os resultados obtidos pelos alunos no teste de diagnóstico foram analisados pelo Núcleo de Estágio, tendo-se verificado na turma 10.º A1 58% de positivas e na turma 10.º B1 apenas 39%.

Nas aulas lecionadas pela professora cooperante os estagiários prestaram apoio a todos os alunos, sobretudo aos que manifestavam mais dificuldades. Ansiosa por começar a lecionar, preparei a resolução das tarefas propostas no manual relativas ao tópico "Às voltas com os triângulos..." do Módulo Inicial "Resolução de Problemas", recorrendo ao *software Geogebra*. Estas tarefas visavam verificar: a posição do ortocentro e do circuncentro de um triângulo (interior, exterior, ou pertencente a um dos lados do triângulo); que o circuncentro é o centro da circunferência circunscrita; a relação existente entre a distância do baricentro a qualquer um dos vértices e o comprimento da respetiva mediana; que o ortocentro, o circuncentro e o baricentro pertencem à mesma reta designada *Reta de Euler*; que a distância entre o ortocentro e o baricentro é o dobro da distância entre o baricentro e o circuncentro e se o incentro pertence à *Reta de Euler*, e, quando isso acontece, quais as condições necessárias. Utilizei, em todas as aulas, o quadro interativo por considerar que era a ferramenta mais adequada, não só por ser mais apelativo para os alunos, mas também pelos motivos supra mencionados aquando da referência às aulas de quinta-feira do 12.º Ano.


9. Num referencial o.m Oxy, considere os pontos $A(3,2), B(2,-1), C(3,-4)$.

$x_1 \; y_1 \quad x_2 \; y_2$

9.1. Determine uma equação da circunferência de centro em B e que passa em A.

$$r = \overline{AB} = \sqrt{(2-3)^2+(-1-2)^2}$$
$$= \sqrt{1+9}$$
$$= \sqrt{10}$$
$$(x-2)^2+(y-(-1))^2 = (\sqrt{10})^2$$
$$(x-2)^2+(y+1)^2 = 10$$

Mariana

Figura 8 – Exercício da aula resolvido no quadro interativo por uma aluna

Socorri-me do *Geogebra* sempre que achei adequado, com vista a otimizar o processo de ensino/aprendizagem. Serviram ainda de suporte para a lecionação dos conteúdos abordados o manual adotado, Aleph10 das Edições Asa e outros manuais dos quais destaco *Y 10 – Matemática A 10.º Ano* da Texto Editora, *Matemática A – 10.º Ano*, *Novo Espaço – Matemática A – 10.º Ano* e *Preparação para o Exame Nacional – Matemática A – 10.º Ano* da Porto Editora. Os mesmos serviram igualmente de suporte para a elaboração de fichas de trabalho e de avaliação.

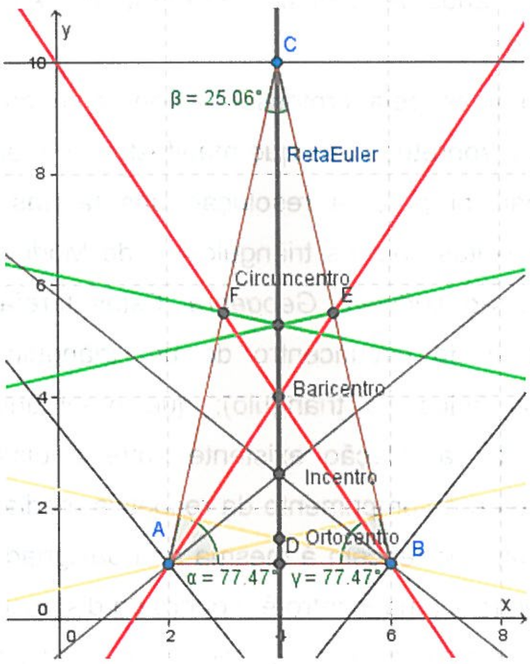


Figura 9 – Resolução de uma das tarefas do tópico "Às voltas com os triângulos..." com recurso ao Geogebra

Figura 10 – Utilização do Quadro Interativo nas aulas do 10.º Ano

Embora me tenha voluntariado para preparar as tarefas anteriormente mencionadas, a minha prática pedagógica supervisionada iniciou-se a 21 de outubro com a lecionação do tópico "Resolução de problemas de Geometria no plano e no espaço: Estudo das secções determinadas num cubo por um plano" do tema *Geometria no Plano e no Espaço I*.

A escolha deste tópico prendeu-se com o facto de eu o considerar um verdadeiro desafio por nunca o ter abordado nem no ensino secundário, nem quando frequentei a Universidade. Precisamente por esse motivo, considerei que seria uma boa oportunidade, não só porque o seu estudo e preparação contribuiriam para o meu enriquecimento científico, mas também por estar consciente de que a sua lecionação iria exigir da minha parte o recurso a estratégias diversificadas e motivadoras.

Por forma a motivar os alunos para a abordagem do tópico, na primeira aula levei uma barra de sabão previamente cortada em cubos. Fui cortando sucessivamente os vários cubos, intersetando um número diferente de faces e mostrei as várias figuras planas ou polígonos daí resultantes. Expliquei que o corte feito pela faca é semelhante à interseção do cubo por um plano e que os polígonos mostrados resultam dessa interseção. De seguida, distribuí uma ficha de trabalho onde constavam a definição de secção ou corte e as regras que permitiam desenhar as secções no cubo. Essa ficha fazia referência aos polígonos que resultam da interseção de um plano com um cubo e quais as condições necessárias para cada um deles. Expliquei por que razão a secção não pode ser um pentágono regular, o conceito de ponto de fuga e os casos em que é necessário utilizá-lo. Com ajuda do *Geogebra*, e com a utilização da folha gráfica em 3 dimensões, resolvi os exercícios da ficha. No programa desenhava-se o cubo, definiam-se os três pontos pertencentes às suas arestas e o plano formado por estes três pontos. Depois deste processo, conseguia visualizar-se a secção resultante da interseção do plano e do cubo.

O primeiro exercício da ficha de trabalho consistia em desenhar e identificar as secções planas obtidas pelo plano secante definido por três pontos pertencentes às arestas do cubo. Solicitei aos alunos que resolvessem este exercício na ficha. Como o programa possibilita fazer a rotação do cubo, os alunos conseguiram facilmente visualizar o cubo, o plano secante, identificar a secção pedida e conferir se a sua construção e classificação estavam corretas.

Considero que superei com sucesso o desafio que me coloquei.

No tema de *Geometria no Plano e no Espaço I*, além deste tópico, lecionei: Referenciais cartesianos ortogonais e monométricos no plano e no espaço; Correspondência entre o plano e IR^2, entre o espaço e IR^3; Conjuntos de pontos e condições; Lugares geométricos: circunferência, círculo, mediatriz, superfície esférica, esfera e plano mediador. Em *Funções e Gráficos; Funções polinomiais e Função módulo* lecionei: Função, gráfico (gráfico cartesiano de uma função em referencial ortogonal) e representação gráfica; Estudo intuitivo de propriedades das funções e dos seus gráficos, tanto a partir de um gráfico particular como usando calculadora gráfica; Resolução de problemas envolvendo funções polinomiais (com particular incidência nos graus 2, 3 e 4) e Decomposição de um polinómio em fatores.

Na segunda aula assistida pela orientadora científica (18 de março) ministrei os tópicos: Sinal da função quadrática; Quadro dos sinais da função quadrática e Inequações do segundo grau do tema *Funções e Gráficos; Funções polinomiais e Função módulo.*

Para exemplificar a forma como executei um dos Planos de Aula que elaborei, escolhi a aula que a seguir descrevo (Anexo 6).

Nessa aula, depois de os alunos se encontrarem sentados nos seus respetivos lugares, verificadas a assiduidade e pontualidade, os discentes assinalaram, num documento elaborado para o efeito, o cumprimento do trabalho de casa. Seguidamente, indaguei os alunos quanto às dúvidas que eventualmente possam ter tido na realização do trabalho de casa. Como não apresentaram dúvidas, fiz apenas uma verificação dos resultados dos exercícios. Para isso, enunciei as soluções de todos os exercícios, tendo os alunos confirmado que estas estavam de acordo com a resolução que efetuaram.

19. Considere a função f , de domínio $\mathbb{R}$, definida por $f(x) = -x^2 + 2x - 1$.

19.1. Determine os zeros da função.

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -x^2 + 2x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \times (-1) \times (-1)}}{2 \times (-1)} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-2 \pm \sqrt{4-4}}{-2} \Leftrightarrow x = \frac{-2 \pm \sqrt{0}}{-2} \Leftrightarrow x = \frac{-2}{-2} \Leftrightarrow x = 1$$

A função f tem um único zero que é 1.

19.2. Determine as coordenadas do vértice da parábola que representa graficamente a função.

$$-x^2+2x-1=-(x^2-2x)-1=-\left(x^2-2x+\left(\frac{2}{2}\right)^2-\left(\frac{2}{2}\right)^2\right)-1=$$

$$=-(x^2-2x+1)-1\times(-1)-1=-(x-1)^2+1-1=$$

$$=-(x-1)^2$$

$$V(1,0)$$

19.3. Indique o contradomínio da função.

Parábola com a concavidade voltada para baixo.

$$D'_f=]-\infty,0]=\mathbb{R}_0^-$$

19.4. Estude f quanto à monotonia.

A função é estritamente crescente em $]-\infty,1[$ e estritamente decrescente em $]1,+\infty[$.

19.5. Determine x tal que:

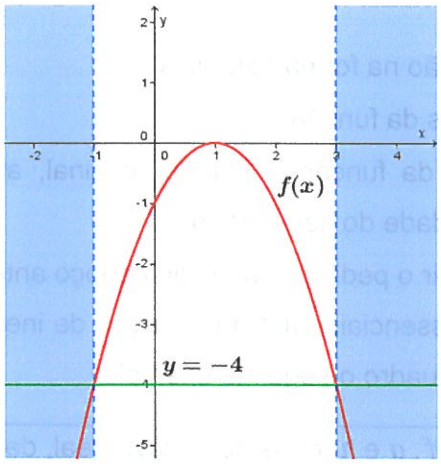
19.5.1. $f(x)=-1$;

$$f(x)=-1\Leftrightarrow -x^2+2x-1=-1\Leftrightarrow -x^2+2x-1+1=0\Leftrightarrow -x^2+2x=0\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -x(x-2)=0\Leftrightarrow -x=0\vee x-2=0\Leftrightarrow x=0\vee x=0+2\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x=0\vee x=2$$

19.5.2. $f(x)<-4$.



$$S=]-\infty,-1[\cup]3,+\infty[$$

Tabela 1 – Exercícios propostos para o Trabalho de Casa

O último exercício proposto consistia em resolver, com auxílio da calculadora gráfica, uma inequação do segundo grau, uma vez que já conheciam as expressões analíticas da função quadrática e da função constante. Além disso, já estavam familiarizados com o uso da calculadora gráfica para representar graficamente

Conjuntos de pontos e condições. Este exercício permitiu-me introduzir o tema da aula. À semelhança de todas as aulas que lecionei, procedi primeiramente a uma revisão dos conteúdos abordados na aula anterior, que incidiam no estudo da função quadrática: Quadro dos sinais; Intervalos de monotonia; Quadro de variação; Continuidade e Limites nos ramos infinitos. Posteriormente, explicitei o objetivo da aula: resolver inequações do segundo grau analiticamente ou recorrendo à calculadora gráfica. Relembrei a classificação dada ao sinal da função quadrática, de acordo com o sentido da concavidade da parábola que a define graficamente e com o sinal do binómio discriminante que define o número de zeros da parábola.

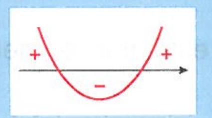
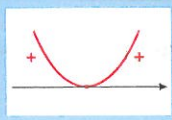
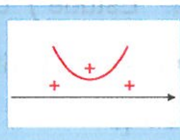
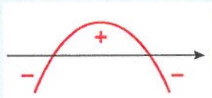
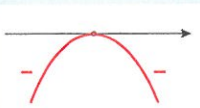
	$\Delta > 0$	$\Delta = 0$	$\Delta < 0$
$a > 0$			
$a < 0$			

Tabela 2 – Classificação dada ao sinal da função quadrática, de acordo com o sentido da concavidade da parábola e com o sinal do binómio discriminante

Escrevi no quadro os passos fundamentais para resolver inequações do segundo grau:

- Escrever a inequação na forma canónica;
- Determinar os zeros da função;
- Fazer um esboço da função e estudar o sinal, atendendo aos zeros e ao sentido da concavidade do seu gráfico;
- Interpretar e concluir o pedido através do esboço anterior.

Para mostrar os passos essenciais para a resolução de inequações do segundo grau, resolvi analiticamente no quadro o seguinte exemplo:

1. Considere as funções f, g e h, reais de variável real, definidas por:

$f(x) = x^2 + 3x - 10$, $g(x) = -x^2 + 4$ e $h(x) = \frac{4}{5}x + 4$.

Determine, por processos analíticos e sob a forma de intervalo, os valores de x que verificam as condições:

1.1. $f(x) \leq g(x)$;

i) Chegar à forma canónica:

Passamos todos os termos para o primeiro membro e reduzimos os termos semelhantes:

$$f(x) \leq g(x) \Leftrightarrow x^2 + 3x - 10 \leq -x^2 + 4 \Leftrightarrow x^2 + x^2 + 3x - 10 - 4 \leq 0$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 + 3x - 14 \leq 0$$

ii) Cálculo dos zeros:

Cálculos Auxiliares: Fórmula Resolvente

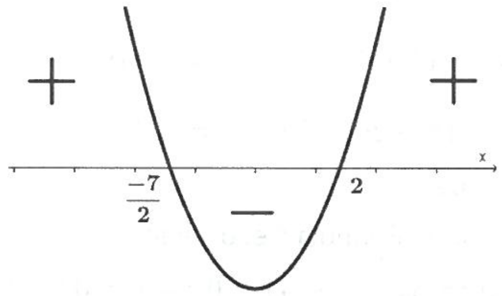
$$2x^2 + 3x - 14 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \times 2 \times (-14)}}{2 \times 2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 112}}{4} \Leftrightarrow x = \frac{-3 \pm \sqrt{121}}{4} \Leftrightarrow x = \frac{-3 \pm 11}{4} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-3-11}{4} \vee x = \frac{-3+11}{4} \Leftrightarrow x = \frac{-14}{4} \vee x = \frac{8}{4} \Leftrightarrow x = \frac{-7}{2} \vee x = 2;$$

iii) Esboço:

Como $a > 0$ pode fazer-se o esboço seguinte do gráfico.



iv) Ler o pedido e concluir:

Concluir que o conjunto-solução da inequação $2x^2 + 3x - 14 \leq 0$ é $\left[-\frac{7}{2}, 2\right]$.

1.2. $h(x) \leq f(x)$;

i) Chegar à forma canónica:

$$h(x) \leq f(x) \Leftrightarrow \frac{4}{5}x + 4 \leq x^2 + 3x - 10 \Leftrightarrow 4x + 20 \leq 5x^2 + 15x - 50 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -5x^2 + 4x - 15x + 20 + 50 \leq 0 \Leftrightarrow -5x^2 - 11x + 70 \leq 0$$

ii) Cálculo dos zeros:

Cálculos Auxiliares: Fórmula Resolvente

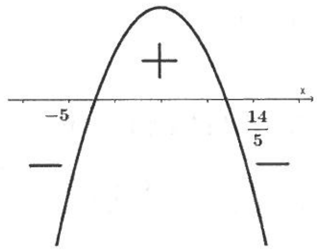
$$-5x^2 - 11x + 70 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{11 \pm \sqrt{(-11)^2 - 4 \times (-5) \times 70}}{2 \times (-5)} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{11 \pm \sqrt{121 + 1400}}{-10} \Leftrightarrow x = \frac{11 \pm \sqrt{1521}}{-10} \Leftrightarrow x = \frac{11 \pm 39}{-10} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{11-39}{-10} \vee x = \frac{11+39}{-10} \Leftrightarrow x = \frac{-28}{-10} \vee x = \frac{50}{-10} \Leftrightarrow x = \frac{14}{5} \vee x = -5$$

iii) Esboço:

Como $a < 0$ pode fazer-se o esboço seguinte do gráfico.



iv) Ler o pedido e concluir:

Concluir que o conjunto-solução da inequação $-5x^2 - 11x + 70 \leq 0$ é $\left]-\infty, -5\right] \cup \left[\frac{14}{5}, +\infty\right[$.

1.3. $g(x) > h(x)$.

i) Chegar à forma canónica:

$$g(x) > h(x) \Leftrightarrow -x^2 + 4 > \frac{4}{5}x + 4 \Leftrightarrow -5x^2 + 20 > 4x + 20 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -5x^2 - 4x + 20 - 20 > 0 \Leftrightarrow -5x^2 - 4x > 0$$

ii) Cálculo dos zeros:

Cálculos Auxiliares: Fórmula Resolvente

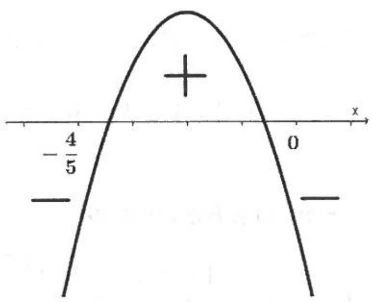
$$-5x^2 - 4x = 0 \Leftrightarrow x(-5x - 4) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee -5x - 4 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \vee -5x = 0 + 4 \Leftrightarrow x = 0 \vee -5x = 4 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = \frac{4}{-5} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \vee x = -\frac{4}{5}$$

iii) Esboço:

Como $a < 0$ pode fazer-se o esboço seguinte do gráfico.



iv) Ler o pedido e concluir:

Concluir que o conjunto-solução da inequação $-5x^2 - 4x > 0$ é $\left]-\frac{4}{5}, 0\right[$.

Tabela 3 – Exemplo resolvido pela professora estagiária sobre inequações do segundo grau

Tive o cuidado de mencionar que é possível resolver inequações do segundo grau graficamente, dado que, no Exame Final Nacional, pode ser solicitado aos alunos a resolução das mesmas por um dos dois processos. Quanto à resolução gráfica de inequações do segundo grau, expliquei que a expressão algébrica de uma função é maior do que a expressão algébrica de outra função se o gráfico da primeira estiver acima, relativamente ao eixo Oy, do gráfico da segunda, ou seja o conjunto de pontos em que para as mesmas abcissas, a ordenada correspondente ao primeiro gráfico é maior do que a ordenada do segundo gráfico. Recorri a uma linguagem mais simples para os alunos, tendo referido que bastava visualizar os intervalos de números reais em que as imagens de uma função estão acima das imagens de outra função.

Mostrei, com recurso ao *Geogebra*, o gráfico das três funções apresentadas como exemplo e a solução gráfica de cada uma das inequações, com base nas suas representações gráficas.

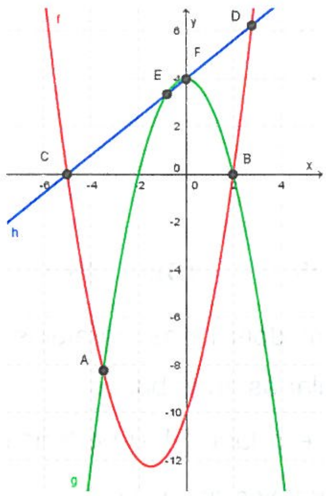


Figura 11 – Representação gráfica das funções $f(x), g(x)$ e $h(x)$

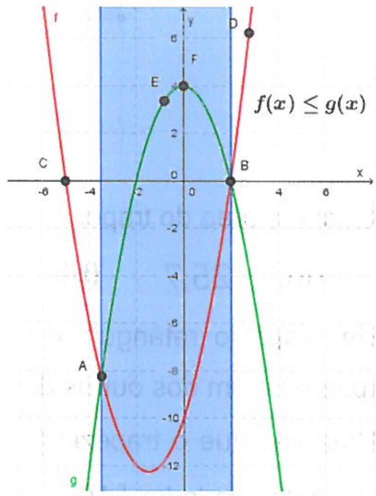


Figura 12 – Resolução gráfica da inequação $f(x) \leq g(x)$

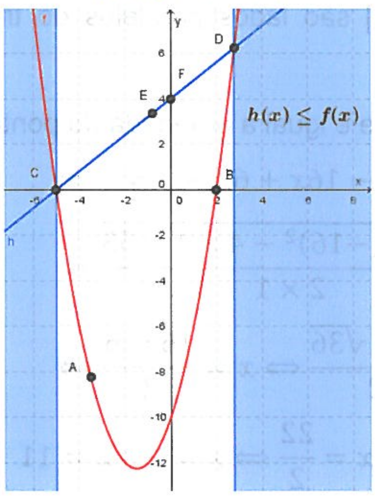


Figura 13 – Resolução gráfica da inequação $h(x) \leq f(x)$

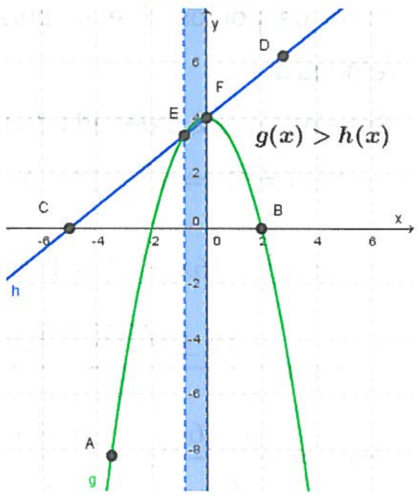
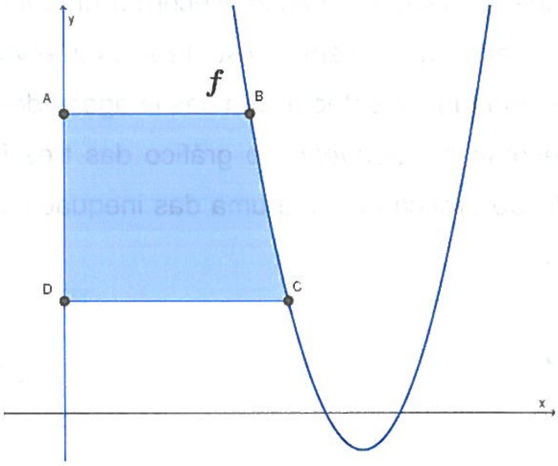


Figura 14 – Resolução gráfica da inequação $g(x) > h(x)$

Para consolidação da matéria, propus a resolução de dois exercícios, um deles constante no manual de preparação para o Exame Nacional 2014 – 10.º Ano da Porto Editora.

2. Na figura está representada, em referencial Oxy, parte do gráfico da função f definida por $f(x) = x^2 - 16x + 63$. Na mesma figura, considere ainda o trapézio retângulo $[ABCD]$, cujos vértices, B e C pertencem à parábola. O ponto A tem ordenada 8 e o ponto C tem abcissa 6.



Qual é a área do trapézio retângulo $[ABCD]$?

(A). $25{,}7$ **(B).** $27{,}5$ **(C).** 25 **(D).** $20{,}7$

Um trapézio retângulo é um quadrilátero com dois lados paralelos entre si (bases) e um dos outros dois lados perpendicular às duas bases.

Uma vez que o trapézio $[ABCD]$ é retângulo, e o lado $[AD]$ pertence ao eixo Oy, então os lados $[AB]$ e $[CD]$ (bases) são paralelos ao eixo Ox.

Podemos então concluir que os pontos C e D têm a mesma ordenada, assim como os pontos B e A, pois $[CD]$ e $[AB]$ são lados paralelos do trapézio retângulo.

Sabemos que a ordenada do ponto A é 8 que é igual à ordenada do ponto B.

$$f(x) = 8 \Leftrightarrow x^2 - 16x + 63 = 8 \Leftrightarrow x^2 - 16x + 63 - 8 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 16x + 55 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{16 \pm \sqrt{(-16)^2 - 4 \times 1 \times 55}}{2 \times 1} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{16 \pm \sqrt{256 - 220}}{2} \Leftrightarrow x = \frac{16 \pm \sqrt{36}}{2} \Leftrightarrow x = \frac{16 \pm 6}{2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{16 - 6}{2} \vee x = \frac{16 + 6}{2} \Leftrightarrow x = \frac{10}{2} \vee x = \frac{22}{2} \Leftrightarrow x = 5 \vee x = 11$$

$$B(5, 8)$$

Sabemos também que a ordenada do ponto D é igual à ordenada do ponto C e que abcissa do ponto C é 6.

$$f(6) = 6^2 - 16 \times 6 + 63 = 36 - 96 + 63 = -60 + 63 = 3$$

$C(6,3)$ e $D(0,3)$

$$A_{[ABCD]} = \frac{\overline{AB} + \overline{CD}}{2} \times \overline{AD} = \frac{5+6}{2} \times 5 = \frac{11}{2} \times 5 = \frac{55}{2} = 27{,}5\ u.a.$$

Opção (B).

3. Defina por uma condição a região sombreada.

$$y \leq x^2 - 16x + 63 \wedge 3 \leq y \leq 8 \wedge 0 \leq x \leq 6$$

Tabela 4 – Exercícios propostos pela professora estagiária

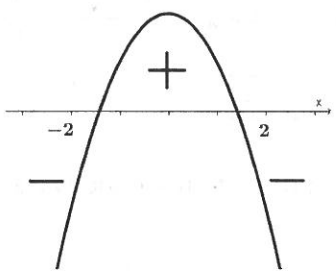
Foi ainda proposta a resolução dos exercícios 12.1, 12.2, 12.3, 13, 15.3, 16 e 24 da ficha de trabalho F5 (Anexo 7 e Anexo 8) que foi elaborada por mim e na qual coloquei igualmente uma síntese dos assuntos abordados no âmbito da *Função Quadrática*, com vista a ajudar os alunos na execução das tarefas. Estes exercícios foram resolvidos pelos alunos no quadro e serviram de consolidação da matéria dada. Estabeleci, conforme costumava fazer em todas as aulas, uma ordem para chamar os alunos ao quadro, por forma a possibilitar a participação de todos. Desta forma, chamava-os pela ordem em que se encontravam sentados. No final da aula procedia ao registo da participação de cada um e sabia na aula seguinte quais os alunos que deveria solicitar. À medida que os alunos iam resolvendo os exercícios no quadro, iam sendo esclarecidas dúvidas que eventualmente surgiam. Foram resolvidas as três primeiras alíneas do exercício 12. Os restantes exercícios, cuja resolução não foi possível efetuar na aula, foram propostos para trabalho de casa, bem como as restantes alíneas dos exercícios 12 e 15 e os exercícios 14 e 17 a 23.

12. Resolva, por processos exclusivamente analíticos, cada uma das seguintes inequações:

12.1. $4 - x^2 \leq 0$;

$$4 - x^2 = 0 \Leftrightarrow -x^2 = 0 - 4 \Leftrightarrow x^2 = 4 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{4} \Leftrightarrow x = \pm 2$$

A parábola tem dois zeros e tem a concavidade voltada para baixo.



$$S =]-\infty, -2[\cup]2, +\infty[$$

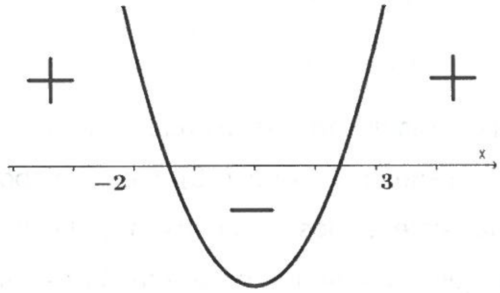
12.2. $x^2 - x - 6 < 0$;

$$x^2 - x - 6 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \times 1 \times (-6)}}{2 \times 1} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 24}}{2} \Leftrightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{25}}{2} \Leftrightarrow x = \frac{1 \pm 5}{2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{1 - 5}{2} \vee x = \frac{1 + 5}{2} \Leftrightarrow x = \frac{-4}{2} \vee x = \frac{6}{2} \Leftrightarrow x = -2 \vee x = 3$$

A parábola tem dois zeros e tem a concavidade voltada para cima.



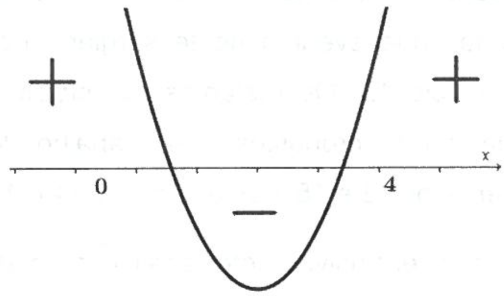
$$S =]-2, 3[$$

12.3. $2x^2 > 8x \Leftrightarrow 2x^2 - 8x > 0$;

$$2x^2 - 8x = 0 \Leftrightarrow 2x(x - 4) = 0 \Leftrightarrow 2x = 0 \vee x - 4 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \vee x = 0 + 4 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = 4$$

A parábola tem dois zeros e tem a concavidade voltada para cima.



$$S =]-\infty, 0[\cup]4, +\infty[$$

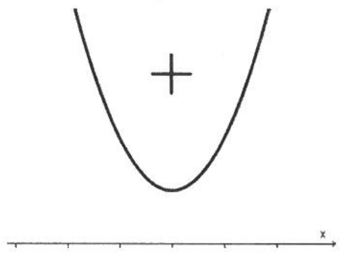
13. Determine os valores de x para os quais a expressão $x^2 - 3x$ é maior que -5.

$$x^2 - 3x > -5 \Leftrightarrow x^2 - 3x + 5 > 0$$

$$x^2 - 3x + 5 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \times 1 \times 5}}{2 \times 1} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{9 - 20}}{2} \Leftrightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{-11}}{2} \quad \textit{Impossível}$$

A parábola não tem zeros e tem a concavidade voltada para cima.



$$S = \mathbb{R}$$

As inequações e o cálculo dos domínios de expressões irracionais

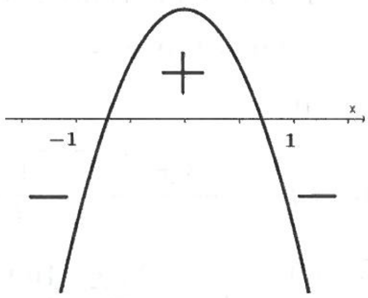
15. Determine o domínio de cada uma das seguintes funções reais de variável real:

15.3. $h(x) = \sqrt{1 - x^2} + x$;

$$D_h = \{x \in \mathbb{R} :\ 1 - x^2 \geq 0\} = [-1, 1]$$

$$1 - x^2 = 0 \Leftrightarrow 1 = 0 + x^2 \Leftrightarrow 1 = x^2 \Leftrightarrow x^2 = 1 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{1} \Leftrightarrow x = \pm 1$$

A parábola tem dois zeros e tem a concavidade voltada para baixo.



16. O departamento financeiro de uma de uma empresa usa a função P definida por:

$$P(x) = 200(15 - x)(x - 2),\ 0 \leq x \leq 30,$$

para calcular o lucro P, em euros, quando x artigos são produzidos e vendidos.

Determine os valores de x para os quais a empresa não tem prejuízo.

$$P(x) \geq 0 \Leftrightarrow 200(15 - x)(x - 2) \geq 0 \Leftrightarrow 200(15x - 30 - x^2 + 2x) \geq 0 \Leftrightarrow$$

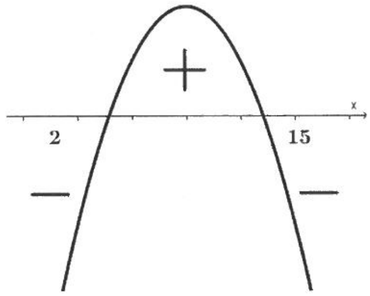
$$\Leftrightarrow 200(-x^2 + 17x - 30) \geq 0 \Leftrightarrow -x^2 + 17x - 30 \geq 0$$

$$-x^2 + 17x - 30 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-17 \pm \sqrt{17^2 - 4 \times (-1) \times (-30)}}{2 \times (-1)} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-17 \pm \sqrt{289 - 120}}{-2} \Leftrightarrow x = \frac{-17 \pm \sqrt{169}}{-2} \Leftrightarrow x = \frac{-17 \pm 13}{-2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-17 - 13}{-2} \vee x = \frac{-17 + 13}{-2} \Leftrightarrow x = \frac{-30}{-2} \vee x = \frac{-4}{-2} \Leftrightarrow x = 15 \vee x = 2$$

A parábola tem dois zeros e tem a concavidade voltada para baixo.



A empresa deve produzir e vender entre quando 2 e 15 artigos para não ter prejuízo.

24. No dia 28 de Abril de 2005 uma localidade foi invadida por uma praga de insetos. Verificou-se que o número, N, de insetos, **em centenas**, evolui com o tempo t, **em dias**, até a praga de insetos ser completamente exterminada de acordo com a lei que se segue:

$$N(t) = -t^2 + 23t + 50.$$

Durante quantos dias o número de insetos foi superior a 14000?

$$14000 = 140\ centenas$$

$$N(t) > 140 \Leftrightarrow -t^2 + 23t + 50 > 140 \Leftrightarrow -t^2 + 23t + 50 - 140 > 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -t^2 + 23t - 90 > 0$$

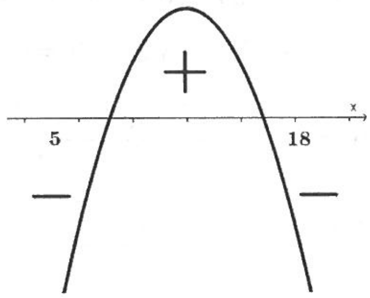
$$-t^2 + 23t - 90 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{-23 \pm \sqrt{23^2 - 4 \times (-1) \times (-90)}}{2 \times (-1)} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow t = \frac{-23 \pm \sqrt{529 - 360}}{-2} \Leftrightarrow t = \frac{-23 \pm \sqrt{169}}{-2} \Leftrightarrow t = \frac{-23 \pm 13}{-2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow t = \frac{-23 - 13}{-2} \vee t = \frac{-23 + 13}{-2} \Leftrightarrow t = \frac{-36}{-2} \vee t = \frac{-10}{-2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow t = 18 \vee t = 5$$

A parábola tem dois zeros e tem a concavidade voltada para baixo.



$$18 - 5 = 13\ dias$$

O número de insetos foi superior a 14000 durante 13 dias.

Tabela 5 – Exercícios da Ficha de Trabalho F5 propostos pela professora estagiária

Para todos os conteúdos que lecionei, produzi fichas de trabalho/treino onde constavam igualmente as respetivas sínteses. Todo o material pertinente era enviado por correio eletrónico aos alunos.

No decorrer da aula, prestei sempre um apoio individualizado e mostrei-me disponível para o esclarecimento de dúvidas, apelando à participação oral tentando promover a igualdade de oportunidades e o diálogo cooperativo. No final da aula, como era hábito, solicitei aos alunos que colaborassem na elaboração do sumário com o intuito de proceder a uma síntese dos conteúdos abordados: "Função Quadrática: Inequações do segundo grau. Resolução de exercícios".

Relativamente ao tema *Estatística*, lecionei: Referência a distribuições bidimensionais (abordagem gráfica e intuitiva).

Na disciplina de Matemática A do 10.º Ano lecionei 84 aulas de 45 minutos.

2.3. Aulas de Apoio

No *Laboratório de Matemática* prestei apoio semanal aos alunos das turmas do 10.º Ano que apresentavam insucesso ou dificuldades à disciplina. Para a turma 10.º B1 foram atribuídas 2 aulas de 45 minutos à segunda-feira, das 14:35h às 15:20h e das 17:00h às 17:45h, a fim de permitir que os dois alunos propostos pudessem usufruir deste apoio. A turma do 10.º A1 beneficiava de uma aula à quinta-feira das 15:20h às 16:05h que foi frequentada por três alunos. Importa referir que, para além dos alunos indicados para o apoio pedagógico, todos os restantes podiam comparecer nestas aulas para esclarecer as suas dúvidas.

Esta iniciativa foi proposta pelo Núcleo de Estágio e teve início no segundo período após a análise dos resultados obtidos no final do primeiro período. A implementação desta medida pedagógica visava colmatar as dificuldades sentidas pelos alunos na resolução de exercícios, consolidar as aprendizagens teóricas e proporcionar uma melhor preparação para os vários momentos de avaliação.

Dos cinco alunos que beneficiaram desta medida pedagógica, dois conseguiram atingir classificação positiva no final do ano letivo e um melhorou a sua classificação que já era positiva em um valor. Um dos alunos que frequentou mais assiduamente estas aulas de apoio, apesar de não ter sido indicado, viu a sua classificação melhorar em um valor.

Tendo em conta os resultados alcançados, considero que os objetivos propostos foram atingidos.

2.4. Assessoria

Segundo as orientações dadas pelo Diretor do Agrupamento de Escolas da Mealhada, as atividades do Núcleo de Estágio incidiram essencialmente no apoio prestado aos alunos para combater, deste modo, o insucesso escolar verificado na disciplina de Matemática. Por esse motivo, conforme referi neste relatório, assessorei duas turmas do 3.º ciclo do ensino básico; uma turma do 9.º Ano a fim de os ajudar a alcançar um aproveitamento mais satisfatório e prepará-los para a realização da prova final de ciclo e uma turma do 8.º Ano cujas dificuldades apresentadas exigiam um apoio mais individualizado.

A pedido da professora cooperante, a docente titular da turma 9.º C1 emitiu um parecer bastante positivo sobre o trabalho desenvolvido pelos professores estagiários que segue apenso a este relatório (Anexo 9).

2.5. Avaliação dos alunos

A fase de avaliação é inerente ao processo de ensino/aprendizagem dado que permite estabelecer uma retroação e correção de alguns aspetos relativos a outras fases: a planificação e operacionalização dos objetivos para que o professor possa reformular e introduzir estratégias adaptadas aos interesses e necessidades dos alunos.

Tomando como referência quer os critérios gerais de avaliação aprovados pelo Conselho Pedagógico, quer os critérios específicos definidos pelo Departamento de Matemática e Ciências Experimentais (Anexo 10), todo o trabalho de avaliação foi sustentado pelo recurso às várias modalidades de avaliação: diagnóstica, formativa e sumativa.

Ao nível da avaliação diagnóstica realizada no início do ano letivo identifiquei as aprendizagens e competências que os alunos possuíam na disciplina por forma a elaborar as planificações, adequar e implementar estratégias eficazes para superar eventuais dificuldades.

No âmbito da avaliação formativa, procurei recolher dados relativos aos vários domínios da aprendizagem, solicitando frequentemente a realização de fichas de trabalho que potenciaram a regulação do processo de ensino/aprendizagem. Esta avaliação permitiu estabelecer metas intermédias que pretendiam favorecer o sucesso educativo dos alunos.

No que concerne à avaliação sumativa, produzi instrumentos de avaliação de acordo com os objetivos e critérios de Departamento de Matemática e Ciências Experimentais, tendo em conta uma perspetiva integrada dos conhecimentos dos alunos (Anexo 11 e Anexo 12). Antes da realização das fichas de avaliação sumativa, procedi sempre, à identificação dos conteúdos necessários e indispensáveis à consecução dos objetivos pretendidos. Ainda como medidas de reforço, recorri frequentemente a interações verbais estimulantes, orientei os alunos na aquisição de métodos e hábitos de trabalho, reforcei o controlo sobre os trabalhos realizados quer em casa quer na aula. Recorri ainda a outros indicadores de avaliação, designadamente: assiduidade, pontualidade, responsabilidade, atenção, empenho, atitudes, participação na aula, iniciativa e progressos realizados. Incentivei o espírito de pesquisa e utilizei recursos variados, promovendo deste modo o desenvolvimento da sua autonomia.

Elaborei instrumentos de avaliação diversificados. Para a avaliação do domínio cognitivo, utilizei as fichas de trabalho, as fichas de avaliação sumativa e trabalhos de pesquisa individuais e em grupo. Para a avaliação do domínio atitudinal, utilizei fichas de observação direta do comportamento/atitudes, verifiquei os registos diários dos alunos e a organização dos seus materiais. Recorri à auto e heteroavaliação, incentivando a uma reflexão crítica, justa e construtiva.

Tendo em conta os resultados obtidos no final do ano letivo, gostaria de salientar que na turma C1 do 12.º Ano de Matemática do Ensino Profissional, estes foram bastante satisfatórios, dado que a taxa de sucesso foi de 100%, pelo que as estratégias implementadas ao longo do ano surtiram o efeito desejado. Na turma 10.º A1, na disciplina de Matemática A, os resultados foram bastante satisfatórios, pois 92% dos alunos alcançaram uma classificação igual ou superior a 10 valores. De realçar que desses alunos 43,5% obtiveram uma classificação igual ou superior a 14. Na turma 10.º B1, 77,8% atingiram nota positiva. Os resultados não foram tão bons como nas restantes turmas, dado que estes alunos apresentavam muita imaturidade para encarar a exigência deste currículo. Havia alunos mais dedicados ao estudo desta disciplina, mas que tinham tendência a decorar o modelo de resolução ao invés de perceber a sequencialização do raciocínio. Por outro lado, era notório o défice de destreza de cálculo básico, nomeadamente quando envolvia a operacionalização com números racionais e alfanumérico. Salienta-se ainda que estes alunos dedicavam pouco tempo ao trabalho individual.

Face à diversidade do grupo, tentei construir uma boa relação com todos os alunos, mostrando-me interessada e disponível para todos, recorrendo frequentemente à utilização de reforços positivos, valorizando a regularidade do seu esforço e a forma empenhada de abordar as tarefas. Para fortalecer a confiança de todos os alunos nas suas capacidades, envolvi-os na realização de tarefas que possibilitaram a aplicação de práticas diversificadas e mais motivadoras para o êxito e estimularam o gosto pela Matemática, a curiosidade, o espírito crítico e o trabalho colaborativo. Todos os trabalhos foram sujeitos a um processo de avaliação a fim de permitir a verificação da existência de dificuldades por parte dos alunos durante a aprendizagem e o controlo da aquisição dos objetivos fixados.

Promovi também o trabalho em díade, pois de acordo com a minha experiência, é a estratégia que melhor resulta. O modo como os alunos foram postos juntos não foi fruto de mero acaso, mas sim resultado de uma estratégia pensada para que aqueles com mais facilidade na compreensão e aquisição de determinados conteúdos ajudassem os que revelavam mais dificuldades. Esta medida foi, por um lado, em muitos casos, facilitadora do processo de apropriação de conhecimentos e de mobilização de competências e, por outro lado, permitiu fomentar nos alunos o espírito de entreajuda, criando um ambiente de aprendizagem em que predomina o respeito mútuo e o trabalho colaborativo.

As grelhas de registo de avaliação quer do domínio cognitivo, quer do domínio atitudinal foram elaboradas por mim.

2.6. Avaliação da professora estagiária pelos alunos

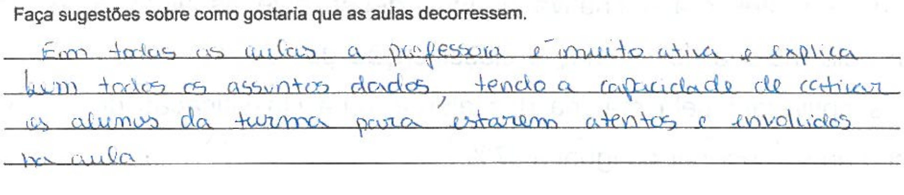
No final do ano letivo, foi distribuída uma Ficha de Avaliação do Processo Ensino/Aprendizagem para os alunos preencherem e manifestarem a sua opinião sobre a professora estagiária. As questões colocadas foram as seguintes:

- A professora está preparada para a aula?
- A professora domina o assunto?
- A professora é flexível nas necessidades individuais dos alunos?
- A professora é clara nas indicações e nas explicações sobre o que é pedido nas tarefas e nos testes?
- A professora permite que seja ativo em ambiente de sala de aula?
- A professora tem procedimentos claros e propicia um ritmo adequado ao desenvolvimento da aula?
- Aprendi bastante com esta professora sobre este assunto?
- A professora é criativa quando desenvolve as aulas e as atividades?
- A professora respeita as decisões e opiniões dos alunos?
- A professora apoia individualmente os alunos quando solicitado?
- Eu confio na professora?
- A professora é justo e firme na disciplina sem ser muito restritiva?

A escala utilizada para estas questões foi: *Raramente*; *De vez em quando*; *Por vezes*; *A maior parte das vezes*; *Quase sempre* e *Sempre*. Foi ainda reservado um espaço no qual foi inserida uma questão de resposta aberta para os alunos manifestarem a sua opinião sobre como gostariam que decorressem as aulas.

Procedi, posteriormente, ao tratamento dos dados da Ficha e analisei os resultados (Anexo 13). Pude então constatar que na turma do 10.º A1, os parâmetros “Aprendi bastante com esta professora sobre este assunto” e “A professora é criativa quando desenvolve as aulas e as atividades” obtiveram por parte da maioria dos alunos a classificação de “Quase sempre”. Os restantes parâmetros foram avaliados pela maioria dos alunos com a classificação de “Sempre”. Quanto à turma 10.º B1, a apreciação feita da professora foi em todos os parâmetros maioritariamente classificada como “Sempre” com uma percentagem superior ou igual a 78%.

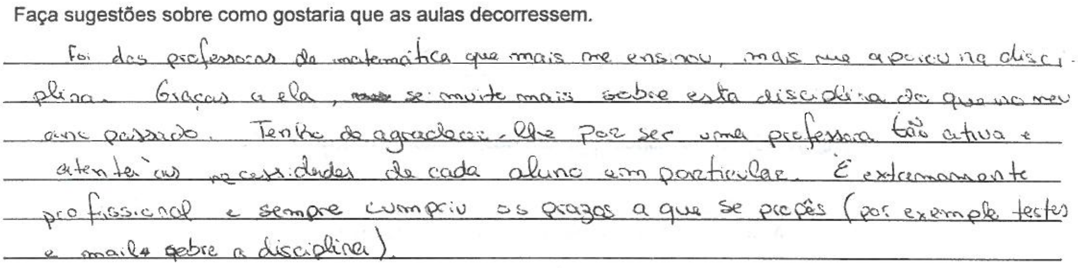
Relativamente à questão de resposta aberta supramencionada, os alunos teceram comentários muito favoráveis, dos quais destaco os seguintes:



Faça sugestões sobre como gostaria que as aulas decorressem.

Em todas as aulas a professora é muito ativa e explica bem todos os assuntos dados, tendo a capacidade de cativar os alunos da turma para estarem atentos e envolvidos na aula.

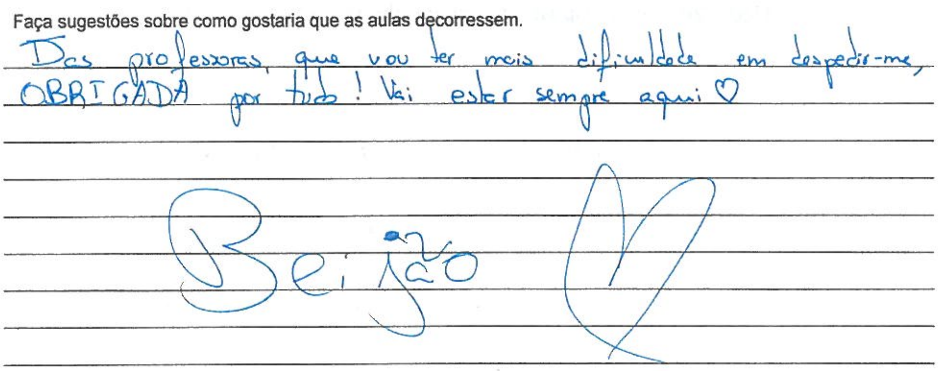
Figura 15 – Uma resposta de um dos alunos da turma 10.º A1



Faça sugestões sobre como gostaria que as aulas decorressem.

Foi das professoras de matemática que mais me ensinou, mais me apoiou na disciplina. Graças a ela, sei muito mais sobre esta disciplina do que no meu ano passado. Tenho de agradecer-lhe por ser uma professora tão ativa e atenta às necessidades de cada aluno em particular. É extremamente profissional e sempre cumpriu os prazos a que se propôs (por exemplo testes e mails sobre a disciplina).

Figura 16 – Uma resposta de um dos alunos da turma 10.º A1

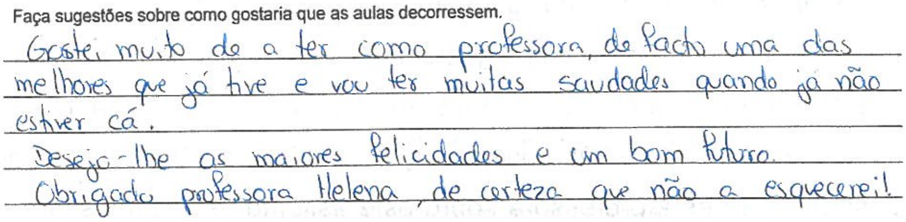


Faça sugestões sobre como gostaria que as aulas decorressem.

Das professoras que vou ter mais dificuldade em despedir-me, OBRIGADA por tudo! Vai estar sempre aqui ♡

Beijão

Figura 17 – Uma resposta de um dos alunos da turma 10.º B1



Faça sugestões sobre como gostaria que as aulas decorressem.

Gostei muito de a ter como professora, de facto uma das melhores que já tive e vou ter muitas saudades quando já não estiver cá.

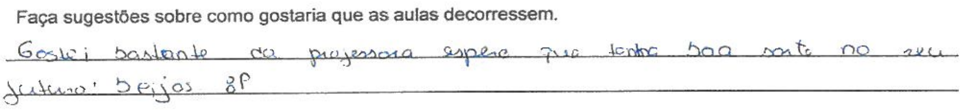
Desejo-lhe as maiores felicidades e um bom futuro.

Obrigado professora Helena, de certeza que não a esquecerei!

Figura 18 – Uma resposta de um dos alunos da turma 10.º B1

No que diz respeito à turma do 12.º Ano do Curso Profissional de Multimédia quanto aos parâmetros "A professora é clara nas indicações e nas explicações sobre o que é pedido nas tarefas e nos testes", "A professora apoia individualmente os alunos quando solicitado", "Eu confio na professora" e "A professora é justa e firme na disciplina sem ser muito restritiva" obtiveram por parte de todos os alunos a menção de "Sempre". Nos parâmetros "Aprendi bastante com esta professora sobre este assunto" e "A professora é criativa quando desenvolve as aulas e as atividades" obtiveram pela maioria dos alunos a classificação de "Quase sempre". Os restantes parâmetros obtiveram pela maioria dos alunos uma classificação de "Sempre" com uma percentagem superior ou igual a 67%.

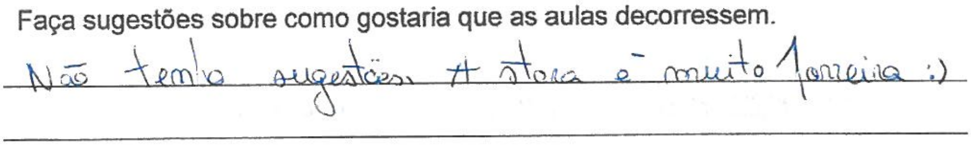
Eis alguns comentários que surgiram na questão de resposta aberta:



Faça sugestões sobre como gostaria que as aulas decorressem.

Gostei bastante da professora espero que tenha boa sorte no seu futuro! Beijos 8P

Figura 19 – Uma resposta de um dos alunos da turma 12.º C1



Faça sugestões sobre como gostaria que as aulas decorressem.

Não tenho sugestões. A stora é muito porreira :)

Figura 20 – Uma resposta de um dos alunos da turma 12.º C1

3. Estruturas de Orientação Educativa

No arranque do ano letivo, o Diretor do Agrupamento, em conjunto com a Câmara Municipal, promoveu a receção no Cine-Teatro Messias a todos os docentes. Estar presente nesta primeira reunião foi para mim uma oportunidade de conhecer os novos colegas com os quais iria trabalhar, rever os que já conhecia e de quem já tinha saudades.

Ao longo do ano letivo participei, de forma ativa e responsável, em todas as reuniões de Departamento, de grupo de disciplina e de Conselhos de Turma. Em todas estas estruturas, participei na reflexão sobre as práticas letivas e na planificação e avaliação de atividades desenvolvidas no âmbito do Plano Anual de Atividades (PAA). Colaborei na elaboração de documentos de trabalho e de avaliação.

Empenhada em contribuir para o sucesso educativo dos meus alunos, estive presente numa reunião conjunta com Encarregados de Educação, alunos e docentes, convocada pela Diretora de Turma do 10.º B1, com o intuito de colmatar problemas de carácter disciplinar.

Gostaria de sublinhar o clima de empatia criado e a disponibilidade dos seis elementos que constituíam o grupo de disciplina a que pertenci, pois fomentaram desde o início o trabalho colaborativo e a partilha de saberes com os professores estagiários.

Relativamente às Reuniões de Seminário estas decorriam todas as segundas e terças com a duração de noventa minutos, quartas e quintas com a duração de quarenta e cinco minutos. As duas primeiras sessões de trabalho semanais eram dedicadas ao 10.º Ano e a sessão de quarta ao 12.º Ano. Procedia-se à elaboração da planificação de todo o trabalho a desenvolver por cada professor estagiário. Era feita a distribuição dos tópicos do programa a lecionar em cada uma das turmas, bem como a seleção da metodologia a adotar, as estratégias a implementar e os recursos a utilizar. Eram esclarecidas dúvidas quer relativamente aos conteúdos programáticos, quer quanto à linguagem científica adequada a utilizar na sua lecionação. Aproveitavam-se estes momentos para salientar os aspetos positivos verificados nas aulas observadas pela professora cooperante e refletir sobre as dificuldades encontradas, procurando soluções para as ultrapassar.

Quanto à reunião de seminário que ocorria à quinta-feira, embora não estivesse prevista no horário, aproveitava-se para proceder à planificação das tarefas a realizar durante o fim-de-semana e para fomentar uma reflexão sobre o trabalho desenvolvido ao longo de toda a semana.

Considerando que o Diretor de Turma é um agente privilegiado, pelo facto de conhecer e trabalhar relacionalmente com todos os intervenientes do processo ensino-aprendizagem, os professores estagiários reuniram com um Diretor de Turma da escola. Este falou sobre a sua experiência e explicitou as funções inerentes a este cargo. Tomei assim consciência de que este é quem melhor conhece os alunos, o seu meio familiar, os seus problemas, os seus interesses e expectativas pelo que é um elemento crucial no binómio escola-família.

4. Atividades

Tanto os projetos de desenvolvimento educativo como outras atividades pretendem, no meu entender, constituir um importante complemento curricular e um aditamento no processo de formação integral do aluno nas suas várias vertentes. Estas motivam criativamente o desejo de aprender mas, sobretudo, dão oportunidades de mostrar aquilo de que os alunos são capazes, permitem traçar uma trajetória de realizações criativas que os leva a acreditar nas potenciais qualidades de cada um, deixa-os pensar e fazer por si próprios. Só deste modo se poderá desenvolver a curiosidade científica, o espírito de iniciativa e de observação, a criatividade, certas sensibilidades e aptidões por vezes desconhecidas.

Desta forma, na primeira reunião de seminário foram definidas, seguindo as orientações do Diretor, as atividades a desenvolver pelo Núcleo de Estágio, a fim de levar as propostas para a primeira reunião de grupo de disciplina. Foram da responsabilidade do Núcleo de Estágio o *Desafio do Mês*, o *Cantinho da Matemática*, e a *Dinamização dos Placards de Grupo de Disciplina*. Colaborámos empenhadamente nas *Olimpíadas Portuguesas de Matemática*, nas *Olimpíadas da Economia*, no *Canguru Matemático*, no *Pmate* e na *Campanha Promocional de venda de calculadoras gráficas*. Ouvido o grupo de disciplina, ficou determinado que o *Desafio do Mês*, o *Cantinho da Matemática*, as *Olimpíadas Portuguesas de Matemática*, as *Olimpíadas da Economia*, o *Canguru Matemático* e o *Pmate* seriam integradas no PAA.

Colaborei na avaliação de todas as atividades mencionadas ajudando a preencher o formulário criado para o efeito no *Google Docs*.

4.1. Atividades do Departamento de Matemática e Ciências Experimentais

Tendo em conta a relevância que assume o PAA do Agrupamento, no cumprimento das funções da Escola (ensinar, educar e integrar) colaborei em projetos/atividades propostos pelo grupo de disciplina.

4.1.1. Laboratório de Matemática

Esta sala, já apresentada no presente relatório, destinava-se essencialmente a proporcionar aos professores do grupo de disciplina de Matemática um espaço propício ao trabalho individual e/ou em grupo. Era neste "Laboratório" que os professores davam o apoio pedagógico aos alunos nas horas que lhe foram atribuídas no seu horário para o efeito. Recorria frequentemente a este espaço para desenvolver o meu trabalho, aproveitando, contudo, para esclarecer dúvidas aos alunos que compareciam, nomeadamente aos que estavam sujeitos a prova final de ciclo e a exame final nacional à disciplina.

Colaborei na organização do espaço e dos materiais didáticos que se encontravam nos armários aí existentes por forma a que fossem facilmente encontrados quando necessários.

4.1.2. Olimpíadas Portuguesas de Matemática

Participei na organização e dinamização das "32.^{as} Olimpíadas Portuguesas de Matemática". Esta atividade foi dinamizada na escola sede pela professora Ana Melo e pelo Núcleo de Estágio. Os objetivos específicos que este concurso pretendia alcançar eram incentivar e desenvolver o gosto pela Matemática, detetar vocações precoces nesta área do saber, desenvolver capacidades de raciocínio, motivar à resolução de problemas e compreender a Matemática como atividade lúdica. Procedi devidamente à divulgação da atividade e motivação dos alunos para a sua participação. Elaborei as listas de alunos participantes e distribuí-os pelas salas requisitadas para o efeito. No dia da realização da 1.ª eliminatória, fiz a chamada dos alunos, distribuí as provas e procedi à vigilância. Sendo que as provas apresentavam várias categorias, procedi à sua organização colocando-as em pastas diferentes que foram posteriormente entregues às restantes professoras do grupo de Matemática que, embora não tenham dinamizado a atividade, corrigiram e classificaram as provas de acordo com as propostas de resolução e os critérios de correção indicados pela Sociedade Portuguesa de Matemática (SPM). Finalmente, colaborei na introdução dos resultados da 1.ª eliminatória no *site* da SPM.

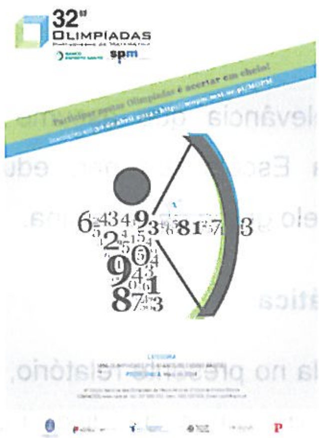


Figura 21 – 32.^{as} Olimpíadas de Matemática

4.1.3. Olimpíadas da Economia

O concurso "Olimpíadas da Economia" surgiu no seguimento do contacto havido entre um dos responsáveis desta iniciativa e a direção da escola. Tendo em conta os objetivos e as caraterísticas deste concurso, a adjunta do Diretor sugeriu que o mesmo fosse levado a cabo pelo grupo de disciplina de Matemática, uma vez que não há oferta formativa na escola do curso Científico-Humanístico de Ciências Socioeconómicas. Foi agendada uma reunião com o grupo de Matemática e o responsável pelo concurso, a fim de nos inteirarmos dos objetivos pretendidos e das modalidades da prova.

As "Olimpíadas da Economia", criadas pela Faculdade de Economia da Universidade de Coimbra (FEUC), destinaram-se apenas às escolas da Região Centro, por ser a sua primeira edição.

Neste âmbito, fui responsável pela organização da atividade. Incentivei os alunos a participar tendo dado particular enfâse às finalidades do concurso, a saber: ensinar aos mais jovens o que é a economia e o seu objeto de estudo, a decifrar termos económicos do quotidiano e a compreender notícias de teor económico e explorar factos da atualidade e do passado. Falei-lhes das vantagens em participar, visto que este concurso permitir-lhes-ia compreender o impacto da economia no quotidiano; frequentar formação com empresas e professores; participar em desafios económicos estimulantes; contactar, durante um fim-de-semana com a realidade universitária e ganhar prémios. Segui os procedimentos habituais: elaboração das pautas de chamada, vigilância, envio das provas para a FEUC, e divulgação dos resultados obtidos.

Figura 22 – Olimpíadas da Economia

4.1.4. Canguru Matemático

O Concurso "Canguru Matemático", cuja organização está a cargo do departamento de Matemática da Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra, contribui para a divulgação e promoção da Matemática nos jovens. Os objetivos do concurso são estimular o gosto e o estudo pela Matemática; atrair os alunos que têm receio da disciplina, permitindo que estes descubram o seu lado lúdico; tentar que os alunos se divirtam a resolver questões matemáticas e percebam que conseguir resolver os problemas propostos é uma conquista pessoal muito recompensadora.

Envidei todos os meus esforços a fim de divulgar este concurso junto dos alunos e motivá-los a participar. Para o efeito, explicitei devidamente os objetivos do "Canguru Matemático" na aula e a atividade a desenvolver. Quanto à organização, colaborei na elaboração das pautas de chamada, na vigilância da prova e no preenchimento das grelhas de correção.

Figura 23 – Canguru Matemático 2014

4.1.5. Pmate

As Competições Nacionais de Ciência (CNC) do Projeto Matemática Ensino (Pmate) realizam-se todos os anos na Universidade de Aveiro. O programa das competições desenrola-se ao longo de três dias. O primeiro dia é dedicado às competições do ensino secundário, o segundo ao terceiro ciclo e o terceiro aos primeiro e segundo ciclos do ensino básico. Existem concursos para as disciplinas de Matemática, Português, Física e Química e Biologia e Geologia.

Este ano acompanhei os alunos do terceiro ciclo nos concursos das disciplinas de Matemática e Física e Química. Uma das equipas da escola composta por dois alunos de uma turma do 9.º Ano ficou em primeiro lugar na competição *fisq* e alcançou o quinto lugar na competição *equamat*, tendo passado todos os níveis em seis minutos e vinte e sete segundos o que representa uma ótima classificação, tendo em conta que a equipa vencedora conseguiu fazê-lo em dois minutos e quarenta segundos.

Figura 24 – Professores e Alunos do 3.º Ciclo da Escola Secundária da Mealhada

Figura 25 – Professores do Agrupamento de Escolas da Mealhada

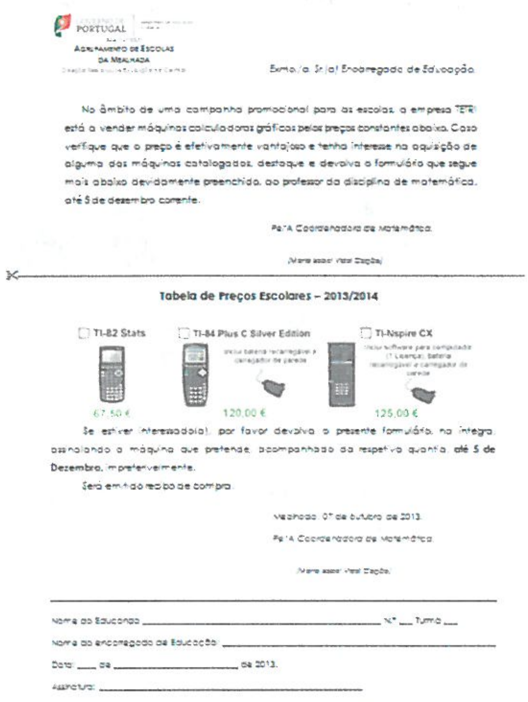
Figura 26 – Vencedores do 1.º Prémio da competição *fisq* da Escola Secundária da Mealhada

Figura 27 – Alunos da Escola Secundária da Mealhada depois da atribuição dos prémios

4.1.6. Campanha Promocional de venda de calculadoras gráficas

À semelhança do que acontece na escola sede todos os anos, é organizada uma campanha de venda de calculadoras gráficas da marca *Texas*, com preços especiais, dinamizada pelo grupo a que pertenci. Contribuí na divulgação da campanha aos alunos das turmas do 10.º Ano que lecionava, fiz a recolha do dinheiro e entreguei-o ao responsável da empresa *Tetri* que se deslocou à escola. Os Encarregados de Educação tomaram conhecimento desta campanha através de um ofício que ajudei a elaborar.

Figura 28 – TI - Nspire CX



AGRUPAMENTO DE ESCOLAS DA MEALHADA

Exmo./a. Sr.(a) Encarregado de Educação

No âmbito de uma campanha promocional para as escolas, a empresa TETRI está a vender máquinas calculadoras gráficas pelos preços constantes abaixo. Caso verifique que o preço é efetivamente vantajoso e tenha interesse na aquisição de alguma das máquinas catalogadas, destaque e devolva o formulário que segue mais abaixo devidamente preenchido, ao professor da disciplina de matemática, até 5 de dezembro corrente.

Pel'A Coordenadora de Matemática

Tabela de Preços Escolares – 2013/2014

TI-82 Stats — 67,50 €

TI-84 Plus C Silver Edition — 120,00 €

TI-Nspire CX — 125,00 €

Se estiver interessado(a), por favor devolva o presente formulário, na íntegra, assinalando a máquina que pretende, acompanhado da respetiva quantia, **até 5 de Dezembro**, impreterivelmente.

Será emitido recibo de compra.

Mealhada, 07 de outubro de 2013.

Pel'A Coordenadora de Matemática

Nome do Educando ______ N.º __ Turma __

Nome do encarregado de Educação: ______

Data: __ de ______ de 2013.

Assinatura: ______

Figura 29 – Ofício para os Encarregados de Educação

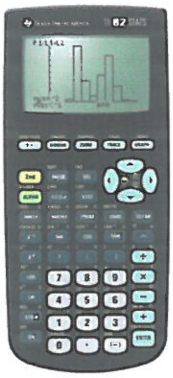


Figura 30 – TI - 82 STATS

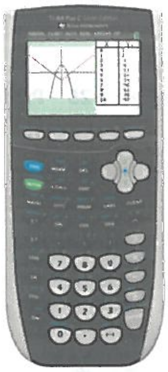


Figura 31 – TI 84Plus C Silver Edition

4.2. Atividades dinamizadas pelo Núcleo de Estágio

Como já mencionei neste relatório, as atividades do Núcleo de Estágio incidiram essencialmente no apoio prestado aos alunos para combater o insucesso escolar verificado na disciplina de Matemática. Foram estas as orientações dadas pelo Diretor do Agrupamento de Escolas da Mealhada dado que, no seu entender, era mais benéfico para os alunos a oferta deste apoio do que a realização de outro tipo de atividades. Este seu argumento fundamentou-se na necessidade de haver uma convergência de esforços a fim de favorecer o sucesso de todos os alunos nesta disciplina.

4.2.1. Desafio do Mês/Desafio da Semana

Por forma a incentivar e desenvolver o gosto pela Matemática, desenvolver capacidades de raciocínio, motivar para as suas várias vertentes através dos jogos e desafiar os alunos a resolver problemas, que estimulassem o raciocínio e que desenvolvessem a capacidade de abstração, os professores estagiários promoveram o concurso "Desafio do Mês". Eram selecionados exercícios destinados ao 3.º ciclo do ensino básico e ao ensino secundário. Os mesmos eram afixados mensalmente no placard reservado ao grupo de disciplina e as respostas dos alunos eram colocadas numa caixa reservada para o efeito. No mês seguinte, eram afixadas as resoluções dos exercícios bem como os novos desafios. Foi também criado um regulamento para o concurso que contemplava a possibilidade de qualquer elemento da comunidade escolar poder participar. Sabendo que a maior parte dos alunos tem receio da disciplina de Matemática, foi colocada no mesmo placard a notícia de que Portugal recebeu quatro medalhas nas Olimpíadas de Matemática com o intuito de contrariar essa ideia e motivá-los a participar.

Apesar dos esforços feitos para motivar os alunos a participar nesta atividade, contrariamente ao previsto, foram poucos os que aderiram à iniciativa. Por esse motivo, foram introduzidas alterações ao nível das estratégias. Criei, no último período letivo, o "Desafio da Semana" dirigido às nossas turmas do 10.º Ano e foram atribuídos prémios mais aliciantes. Os exercícios e as respostas dos alunos eram enviados por correio eletrónico. Estas alterações surtiram efeito tendo em conta que a taxa de participação foi de 21%.

Foram apresentados de 5 de maio a 13 de junho, seis desafios, dos quais destaco o seguinte exemplo:

"O Ricardo Giesta, a Cristina Vilalobos e o Fernando Pedrosa são três executivos de uma grande empresa. Durante um almoço de Verão, comentam os seus rendimentos anuais e dizem o seguinte: Ricardo Giesta: "Eu ganho 60000 euros líquidos, ou seja, menos 20000 do que a Cristina e mais 10000 do que o Fernando." Cristina Vilalobos: "Eu não sou a que ganho menos. A diferença entre os meus rendimentos e os do Pedrosa é de 30000 euros. Ele ganha 90000 por ano." Fernando Pedrosa: "Eu ganho menos do que o Ricardo. Ele ganha 70000 euros por ano e a Cristina ganha mais 30000 do que o Ricardo." Todos eles fizeram duas apreciações corretas e uma falsa. Consegue dizer quais são os respetivos rendimentos anuais?"

Tabela 6 – Desafio da Semana de 2 a 6 de junho de 2014

A resolução proposta foi a seguinte:

O Ricardo Giesta ganha 70000 euros por ano, a Cristina Vilalobos ganha 90000 e o Fernando Pedrosa 60000. O Ricardo mente na sua primeira afirmação, enquanto a Cristina e o Fernando mentem na terceira.

Tabela 7 – Resolução proposta do Desafio da Semana de 2 a 6 de junho de 2014

Desafio Matemático

Participa !

Núcleo de Estágio de Matemática

2013 / 2014

Escola Secundária da Mealhada

Problema da Semana de 02 a 06 de junho de 2014

Secundário

O Ricardo Giesta, a Cristina Vilalobos e o Fernando Pedrosa são três executivos de uma grande empresa. Durante um almoço de Verão, comentam os seus rendimentos anuais e dizem o seguinte:

Ricardo Giesta: "Eu ganho 60000 euros líquidos, ou seja, menos 20000 do que a Cristina e mais 10000 do que o Fernando."

Cristina Vilalobos: "Eu não sou a que ganho menos. A diferença entre os meus rendimentos e os do Pedrosa é de 30000 euros. Ele ganha 90000 por ano."

Fernando Pedrosa: "Eu ganho menos do que o Ricardo. Ele ganha 70000 euros por ano e a Cristina ganha mais 30000 do que o Ricardo."

Todos eles fizeram duas apreciações corretas e uma falsa. Consegue dizer quais são os respetivos rendimentos anuais?

Bom Trabalho!

Figura 32 – Desafio da Semana

Desafio Matemático

Participa !

Núcleo de Estágio de Matemática

2013 / 2014

Escola Secundária da Mealhada

Problema da Semana de 02 a 06 de junho de 2014

Secundário

Solução

O Ricardo Giesta ganha 70000 euros por ano, a Cristina Vilalobos ganha 90000 e o Fernando Pedrosa 60000. O Ricardo mente na sua primeira afirmação, enquanto a Cristina e o Fernando mentem na terceira.

Figura 33 – Resolução do Desafio da Semana

4.2.2. Cantinho da Matemática

Durante os intervalos, foi dada a possibilidade aos alunos de jogar o *Hex*, o *Rastros* e o *Avanço* com os professores estagiários, num espaço especialmente criado para o efeito "O Cantinho da Matemática". Estes jogos didáticos visavam incentivar o gosto pela Matemática, desenvolver a capacidade de raciocínio e motivar às várias vertentes da disciplina. O número de alunos participantes oscilava na medida em que era uma iniciativa de carácter lúdico, não sendo feito um registo de presenças. Cabia, por vezes, a um aluno que dominava a técnica do jogo *Hex* incentivar os seus colegas a jogar.

Considero que esta atividade teve uma participação bastante significativa por parte dos alunos e alcançou as finalidades pretendidas.

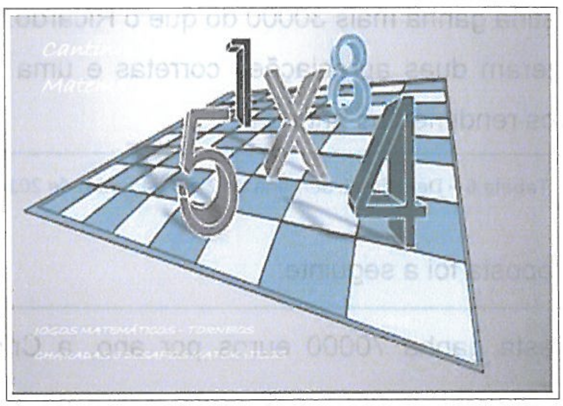


Figura 34 – Cantinho da Matemática

4.2.3. Dinamização dos Placards de Grupo de Disciplina

Organizei a informação relativa ao grupo de disciplina de Matemática, nos placards reservados para o efeito colocando frases e imagens apelativas para despertar o interesse e curiosidade dos alunos.

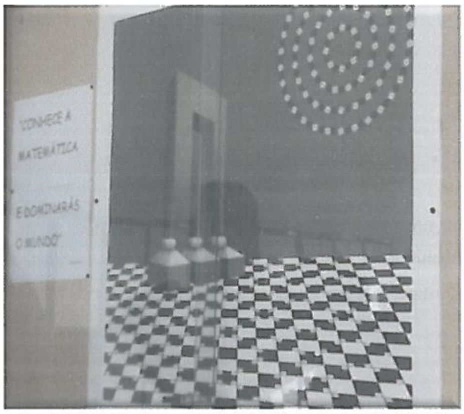


Figura 35 – Placard do Grupo de disciplina de Matemática (2.º Período)

Figura 36 – Placard do Grupo de disciplina de Matemática (3.º Período)

4.2.4. Educação Sexual e as Estatísticas do Aborto

Integrado no Plano de Educação para a Saúde coube ao Núcleo de Estágio abordar em 2 aulas de 45 minutos o tema "Aborto: factos e números" sendo que os restantes tópicos foram tratados em outras disciplinas, de acordo com uma sequência adequada definida em Conselho de Turma. Após a elaboração da planificação das atividades a desenvolver no âmbito deste projeto pelo Núcleo de Estágio, procedeu-se ao estudo do tema. A motivação para o estudo desta problemática foi feita através da análise com os alunos do documento "Aborto em Portugal: factos e números sobre a realidade nacional desde a entrada em vigor da Lei 16/2007" disponível no *site* da Federação Portuguesa pela Vida. Além disso, elaborei uma apresentação em *Power Point* que contemplava os seguintes pontos: tipos de aborto e suas complicações, métodos de indução do aborto, realização da consulta obrigatória anterior à interrupção da gravidez, apoio psicológico para a tomada de decisão, serviço social de apoio à mulher, despenalização, legalização e liberalização do aborto. O Núcleo de Estágio colocou esta informação no *Moodle*, assim como um Guia informativo da Interrupção da Gravidez por Opção da Mulher, disponível no Portal da Saúde, e legislação sobre o aborto para os alunos consultarem. Deu ainda conhecimento de endereços de páginas de Internet onde poderiam obter mais informação sobre este assunto. Estas atividades serviram de ponto de partida para fomentar o debate que se seguiu.

4.3. Atividades dinamizadas por mim

4.3.1. Página do Núcleo de Estágio

A criação e atualização da página do Núcleo de Estágio, disponível no endereço https://sites.google.com/site/nemmealhada1314/ ficaram a meu cargo.

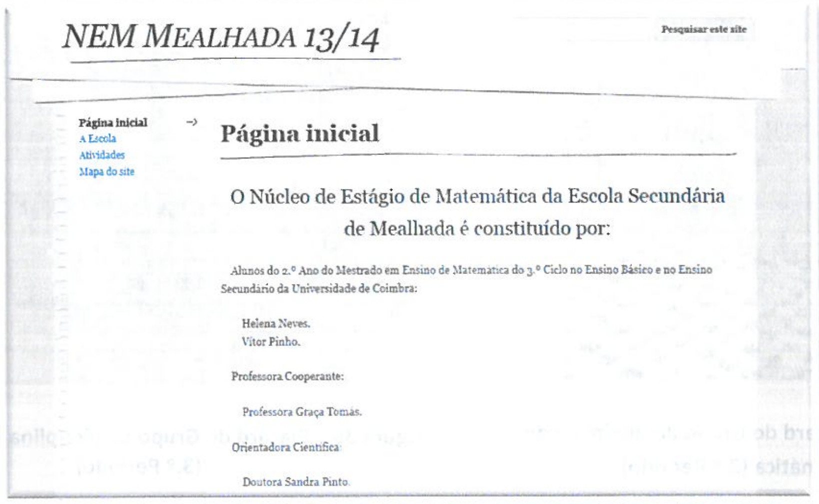


Figura 37 – Página do Núcleo de Estágio da Escola Secundária da Mealhada

4.3.2. Aula do 12.º Ano de Matemática A do Curso Científico-Humanísticos de Ciências e Tecnologias

Uma vez que a professora titular de turma teve necessidade de faltar ao serviço, na última aula antes do teste de avaliação, voluntariei-me para a substituir a fim de esclarecer as dúvidas dos alunos.

Figura 38 – Aula do 12.º A1

4.3.3. Aula ao 7.º Ano de Escolaridade sobre "Linhas poligonais e Polígonos"

No âmbito da disciplina *"Projeto Educacional II"* foi-me sugerido aplicar e desenvolver o tema *"Pavimentações do Plano Euclidiano"*, estudado no 1.º semestre em *"Projeto Educacional I"*.

Lecionei, neste contexto, as aulas do domínio de conteúdo *Geometria e Medida (GM), Figuras Geométricas, Linhas poligonais e polígonos.*a todas as turmas do 7.º Ano da Escola Secundária da Mealhada. Trabalhei em colaboração com as professoras titulares de Matemática das duas turmas, 7.º A1, Gorete Maio, e 7.º B1, Maximina Andrade.

Os conteúdos programáticos deste domínio são as definições utilizadas na nomenclatura das pavimentações. Um dos recursos utilizados na aula foi o geoplano para permitir aos alunos que acompanhassem as definições explicadas pela professora.

Iniciei a aula explicitando aos alunos os objetivos da atividade que iriam desenvolver e distribuí a cada um deles um geoplano com os respetivos elásticos e uma ficha de trabalho de apoio à aula que foi igualmente projetada, pois serviu de guião da aula. Seguidamente, introduzi as definições de linha poligonal, linha não poligonal, linha poligonal simples e não simples, linha poligonal aberta e fechada, polígono simples, polígono convexo e polígono côncavo. Para cada definição dada, construí um exemplo no geoplano e, logo de seguida, para aferir se os conceitos estavam a ser devidamente apreendidos, solicitei aos alunos que procedessem de igual forma.

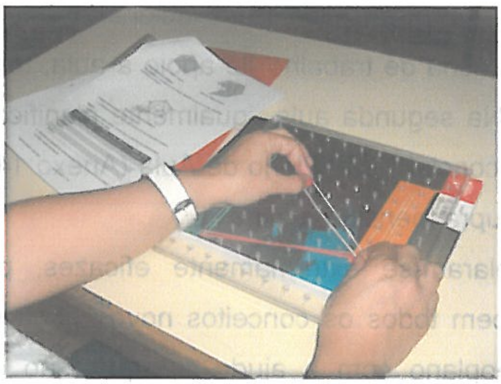


Figura 39 – Construção de um polígono convexo

Figura 40 – Aula 7.º A1

A seguir introduzi a definição de diagonal de um polígono e pedi aos alunos para realizarem o exercício 1 da ficha de trabalho. Teve este exercício como objetivo traçar para alguns polígonos, numa primeira fase, todas as diagonais a partir de um único vértice e, numa segunda fase, todas as diagonais de cada um dos polígonos. A construção proposta neste exercício foi realizada na folha anexa à ficha de trabalho. No final da construção, os alunos contaram o número de diagonais que traçaram e registaram os resultados obtidos na tabela do respetivo exercício.

Polígono	Número de vértices	Número de diagonais que se podem traçar de um vértice	Número total de diagonais
Triângulo	3	0	0
Quadrilátero	4	1	2
Pentágono	5	2	5
Hexágono	6	3	9
...	...	...	...
Decágono	10	7	35

Tabela 8 – Registo dos resultados do exercício 1 da ficha de trabalho

Foi ainda proposta a realização do exercício 2 da ficha de trabalho supramencionada, cuja finalidade era inferir a fórmula que permite calcular o número de diagonais de um polígono de n lados. Com base na análise dos dados registados nas colunas da tabela do exercício 1, os alunos facilmente deduziram a fórmula pretendida $\left[\frac{n(n-3)}{2}\right]$.

O Plano de Aula elaborado não foi exequível numa só aula. Tal facto foi propositado. Quando me propus a lecionar estes conteúdos, acordei com as professoras que lecionavam o 7.º Ano que iria preparar o tema *"Linhas poligonais e polígonos"* na sua totalidade. Na primeira aula por mim preparada e lecionada, finalizei a mesma com a resolução do exercício 2 da ficha de trabalho de apoio à aula, tendo conduzido os alunos a tirarem conclusões. Na segunda aula, igualmente planificada por mim, as docentes das respetivas turmas concluíram o Plano de Aula (Anexo 14) e os restantes exercícios da ficha de trabalho supra mencionada.

As estratégias implementadas revelaram-se extremamente eficazes, pois permitiram aos alunos compreender muito bem todos os conceitos novos, uma vez que os representaram corretamente no geoplano com a ajuda e supervisão dos professores envolvidos. De sublinhar que os alunos não danificaram o material utilizado e revelaram grande entusiasmo pelo facto de terem trabalhado com o geoplano e os elásticos. Daí terem solicitado a utilização de material didático com maior frequência, tendo considerado que esta é uma maneira de compreender mais facilmente os conteúdos abordados, de uma forma lúdica.

4.3.4. Aula ao 8.º Ano de Escolaridade sobre "Teorema de Pitágoras"

Ainda no âmbito da disciplina de Projeto Educacional, lecionei uma aula ao 8.º Ano do domínio de conteúdo Geometria e Medida (GM), Teorema de Pitágoras.

Construí puzzles do Teorema de Pitágoras com as peças que constituem os quadrados de lado igual à medida de comprimento dos catetos de um triângulo retângulo. O objetivo desta atividade era levar os alunos a fazerem a demonstração geométrica do Teorema de Pitágoras, através da construção do quadrado de lado igual à medida de comprimento da hipotenusa do triângulo retângulo com as peças dos puzzles.

A aula foi iniciada com a referência aos objetivos da mesma. Foram relembradas a classificação dos triângulos quanto aos ângulos e as noções de catetos e hipotenusa. De seguida, procedi a uma breve apresentação do filósofo e matemático Pitágoras e enunciei o Teorema de Pitágoras. Referi que um Teorema é um resultado validado por uma demonstração, mencionei e expliquei as suas partes constituintes: Hipótese e Tese. Expliquei ainda que a demostração é o processo lógico que permite chegar à tese tendo como referência a hipótese.

Explicitadas estas noções, propus a construção dos puzzles para a demonstração do Teorema de Pitágoras. Para todos os puzzles, foram indicadas as peças a utilizar, a saber:

- O primeiro: um quadrado roxo e quatro retângulos de cor salmão;

Figura 41 – Puzzle 1

- O segundo: um quadrado salmão, dois retângulos e um hexágono roxo;

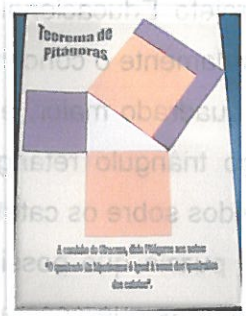


Figura 42 – Puzzle 2

- O terceiro: um quadrado roxo e quatro quadriláteros de cor salmão;

Figura 43 – Puzzle 3

- O quarto: dois triângulos roxos, quatro triângulos congruentes dois a dois, e um quadrado, todos de cor salmão.

Figura 44 – Puzzle 4

Antes da construção de cada um dos puzzles, conduzi os alunos a constatar que as peças de cor roxa formam um quadrado cuja medida de lado é o cateto menor do triângulo retângulo e as peças de cor salmão formam um quadrado cuja medida é o cateto maior do mesmo triângulo. Com as peças roxas e salmão, os alunos construíram um quadrado cujo lado é igual à medida de comprimento da hipotenusa do triângulo retângulo. Todo este processo possibilitou explicar de forma clara, aos alunos, o Teorema de Pitágoras.

Sendo que o tema de "Projeto Educacional I" foi "Pavimentações do Plano Euclidiano", depois de explicar devidamente o conceito de "pavimentação", referi que o puzzle, cujas peças constroem o quadrado maior, é uma pavimentação do quadrado construído sobre a hipotenusa do triângulo retângulo utilizando os polígonos que pavimentam os quadrados construídos sobre os catetos do mesmo triângulo.

Também foi utilizado outro puzzle que possibilitou aos alunos acompanhar a demonstração do Teorema de Pitágoras que consta no manual da disciplina. A base deste puzzle é constituída por um quadrado cor de laranja cujo lado é igual à soma das medidas de comprimento dos catetos do triângulo retângulo. As peças eram quatro triângulos congruentes brancos; três quadrados: um roxo, um de cor salmão e um vermelho. Pedi aos alunos que verificassem que os quadrados utilizados na demonstração são congruentes com os quadrados cujas medidas de comprimento dos lados são iguais às medidas de comprimento dos lados do triângulo retângulo usado nos outros puzzles. No primeiro passo da demonstração, solicitei a construção do quadrado cor de laranja com as peças brancas, roxas e salmão. No segundo passo, a construção do mesmo quadrado com as peças brancas e vermelha. Foi possível demonstrar que as únicas peças que se mantiveram nos dois passos foram as brancas e concluir, deste modo, que a área dos quadrados roxo e salmão é igual à área do quadrado vermelho.

Figura 45 – Puzzle Demonstração do manual – Passo 1

Figura 46 – Puzzle Demonstração do manual – Passo 2

Na elaboração destes puzzles, tive o cuidado de fazer as peças que constituíam cada um dos quadrados formados sobre os catetos da mesma cor do quadrado correspondente da base do puzzle, permitindo, deste modo, aos alunos compreender de forma mais percetível que a construção do quadrado maior é feita com os elementos que formam os quadrados menores.

Além disso, numerei também todas as peças para que os alunos pudessem facilmente identificar as que correspondiam a cada puzzle. Cada um deles tinha uma base em cartolina na qual eram construídos os mesmos.

Após ter enunciado o *Teorema recíproco do Teorema de Pitágoras* e definido *terno pitagórico*, pedi aos alunos para desenharem no caderno diário um triângulo de lados 6, 8 e $10\ cm$ e verificarem que este *terno* é *pitagórico*. A seguir, com o transferidor, procederam à medição da amplitude do ângulo formado pelos lados cujas medidas de comprimento são 6 e $8\ cm$, por forma a verificarem que este é igual a $90°$. Esta construção e a medição do ângulo pedido permitiram aos alunos verificar o *Teorema recíproco do Teorema de Pitágoras*.

No final da aula, propus a resolução dos exercícios selecionados.

O Plano de Aula (Anexo 15) elaborado não foi cumprido na sua totalidade, pois de todos os exercícios propostos no manual, apenas o que envolvia a identificação dos *ternos pitagóricos* foi resolvido. No entanto, os objetivos delineados foram plenamente atingidos, a saber: a construção dos quatro puzzles, a construção da demonstração do Teorema de Pitágoras usada no manual adotado e a compreensão do recíproco do Teorema de Pitágoras. Consciente de que nem todos os alunos apresentam o mesmo ritmo de aprendizagem, previ no Plano de Aula mais exercícios para os alunos que porventura terminassem mais rapidamente a construção dos puzzles. Foi sugerido aos alunos que resolvessem os restantes exercícios como trabalho de casa.

Foi com grande satisfação que constatei que as estratégias implementadas se revelaram, uma vez mais, bastante eficazes, pois potenciaram, não só uma boa compreensão do Teorema de Pitágoras, uma vez que os alunos conseguiram construir corretamente todos os puzzles com a ajuda e supervisão dos professores envolvidos, como também do Teorema recíproco do Teorema de Pitágoras. De realçar que os alunos tiveram imenso cuidado no manuseamento do material utilizado e manifestaram grande entusiasmo pelo facto de terem trabalhado com este material.

4.3.5. Exposição "Pavimentar"

Ainda no âmbito do tema escolhido para o Projeto Educacional I, realizei uma exposição intitulada *"Pavimentar"* que ainda se encontra exposta em dois dos placards reservados ao grupo de disciplina de Matemática. O objetivo principal da exposição é mostrar algumas pavimentações do Plano criadas por Escher, artista gráfico holandês.

Num dos placards, foram expostas as pavimentações de Escher, a definição de pavimentação, um retrato deste artista, bem como alguns dados biográficos focando a sua ligação com a Matemática.

No outro placard, por debaixo do título *"O que há de errado nestas imagens?"*, foram expostas as *Construções Impossíveis* de Escher e colocadas perguntas sobre as diferentes construções.

Figura 47 – Pavimentações de Escher

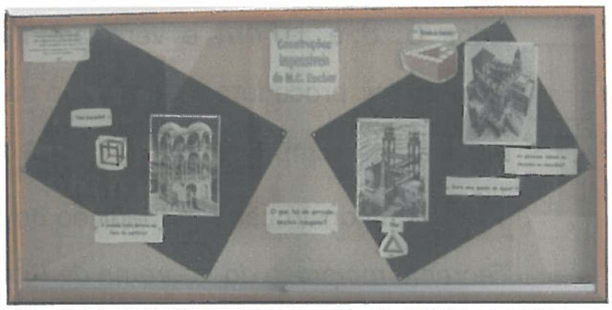


Figura 48 – Construções Impossíveis de Escher

5. Formação Contínua e Desenvolvimento Profissional

Consciente de que o saber próprio da profissão se sustenta também na aquisição contínua de conhecimentos de natureza científica, pedagógica e didática, procurei formação no âmbito da disciplina que lecionei.

5.1. Formação frequentada

5.1.1. Sessão de Esclarecimento sobre a calculadora gráfica *TI-Nspire CX*

Neste contexto, assisti a duas sessões de esclarecimento sobre as potencialidades do *software* da calculadora gráfica *TI-Nspire CX* dinamizadas pela Tetri – Equipamentos Eletrónicos, Lda que decorreram no anfiteatro da Escola Secundária da Mealhada. A realização destas sessões foi pedida pelo grupo de disciplina de Ciências Físico-Químicas da escola, que gentilmente convidou o Grupo de disciplina de Matemática a assistir. Estas foram dirigidas a professores e alunos do 10.º e 11.º Ano. Os assuntos abordados foram os seguintes:

- Funções e Gráficos: Funções Polinomiais;
- Manipular janelas e alterar as suas propriedades;
- Análise das propriedades dos gráficos de funções (zeros, máximos, mínimos, reta tangente ...);
- Criar listas;
- Calcular regressão linear;
- Polígonos e suas propriedades (medida de comprimento dos lados, área, medida de amplitude dos ângulos internos,...);
- Adicionar Notas;
- Inserir imagens;
- Mudar o esquema de apresentação de janelas da calculadora.

5.1.2. Encontro com a Educação

Participei no *5.º Encontro com a Educação* promovido pela Câmara Municipal da Mealhada, que teve lugar no Cine-Teatro Messias e na Escola Profissional Vasconcelos Lebre, no dia 3 de maio de 2014. Neste encontro foram debatidos assuntos pertinentes relativos à Educação. Na sessão de abertura discursaram o Vice-presidente da Câmara Municipal da Mealhada, responsável pelo pelouro da Educação, os Diretores da Escola Secundária da Mealhada e da Escola Profissional Vasconcelos Lebre e a Diretora dos serviços da região Centro.

A conferência de abertura foi presidida pelo Professor Gabriel Mithá Ribeiro, Doutor e Mestre em Estudos Africanos Interdisciplinares em Ciências Sociais pelo Instituto Superior de Ciências do Trabalho e da Empresa. A seguir, foi realizada uma mesa redonda subordinada ao tema: "Disciplina: Regra de Ouro na educação". Sobre este tema, foram expostos os estudos realizados nesta área e opiniões da Professora Albertina Lima de Oliveira, doutorada em Ciências da Educação (Educação Permanente e Formação de Adultos) pela Universidade de Coimbra; do Psicólogo Luís Marques, mestre em Psicologia Clínica Cognitivo-comportamental e Sistemática pela Faculdade de Psicologia da Universidade de Coimbra; da Socióloga Cristina Fonseca, licenciada em Sociologia com especializações e pós graduações em Psicologia Comunitária e Proteção de Menores e Psicologia Escolar; de Susana Almeida, encarregada de educação e de Marta Roque, aluna do 11.º Ano da Escola Secundária da Mealhada. Foram propostos vários *workshops*, tendo eu participado em dois: "Novas Formas de Comunicação" orientado por Miguel Valente, licenciado em Economia, fundador e gerente da *Auchter – Consultoria e Formação, Lda* e "Disciplina Positiva" dirigido por Cristina Fonseca, presidente da direção da *Quero-te muito*. Na conferência de encerramento, Bárbara Wong, licenciada em Comunicação Social pela Universidade Católica Portuguesa, jornalista do *Público*, especialista em Educação, abordou a problemática: "O meu filho fez o quê?? Dez passos para ajudar os pais".

Figura 49 – Vice-presidente da Câmara Municipal da Mealhada e responsável pelo pelouro da Educação

Figura 50 – Professor Gabriel Mithá Ribeiro

Figura 51 – Jornalista Bárbara Wong

Figura 52 – Workshop "Disciplina Positiva"

5.1.3. Reunião de esclarecimento sobre o Programa e Metas Curriculares do 3.º Ciclo do Ensino Básico

Estive presente numa reunião sobre o Programa e respetivas metas curriculares do 3.º ciclo do Ensino Básico promovida por duas docentes que frequentaram formação específica sobre este assunto.

Julgo poder afirmar que toda esta formação contribuiu, sem dúvida, para melhorar a minha prática letiva, aplicando muitas das estratégias inovadoras e motivadoras, bem como os conhecimentos aí adquiridos. Procurei igualmente consultar com regularidade artigos e bibliografia relativa à prática docente e à disciplina que lecionei. Mantive-me atualizada ao nível da legislação e documentação própria da profissão docente, tendo acedido a *sites* oficiais do Ministério da Educação.

5.2. Formação dinamizada

5.2.1. Sessão de Esclarecimento sobre a calculadora gráfica *TI-Nspire CX*

No dia 26 de fevereiro o Núcleo de Estágio deslocou-se à Escola Secundária de Anadia, a fim de replicar as duas sessões de esclarecimento sobre a calculadora gráfica *TI-Nspire CX* a que assistiu. Esta sessão, dirigida a professores de Matemática e alunos, surgiu no seguimento de um convite feito ao Núcleo de Estágio pelo grupo de disciplina de Matemática de Anadia mais habituado a utilizar as calculadoras da marca *Casio*.

5.2.2. Workshop "Agilizar a utilização do *software* ActivInspire na sala de aula (Quadros Interativos)"

Tendo em conta a minha experiência profissional enquanto docente do Grupo de Informática e possuindo o Estatuto de Formador atribuído pelo Conselho Científico-Pedagógico da Formação Contínua na área e domínio: C15 Tecnologias Educativas (Informática/Aplicação da Informática) com aplicação a Educadores de Infância e Professores dos Ensino Básico e Secundário, nos dias 27 de maio, 3 e 5 de junho, dinamizei, com a ajuda da professora cooperante, na Escola Secundária da Mealhada um *workshop* sobre: "Agilizar a utilização do *software* ActivInspire na sala de aula (Quadros Interativos)". Uma vez que as escolas foram equipadas com quadros interativos no âmbito do Plano Tecnológico da Educação e tendo em conta que são ainda muitas as dúvidas que surgem na utilização/exploração deste equipamento por parte dos docentes, propus-me a promover este *workshop*. Participaram professores da escola sede e das escolas básicas da Mealhada e Pampilhosa que, no final, procederam à avaliação do mesmo, tendo considerado que este foi na maioria dos itens Excelente (Anexo 16). Após a sua realização, foram distribuídos certificados de participação a todos os professores.

Figura 53

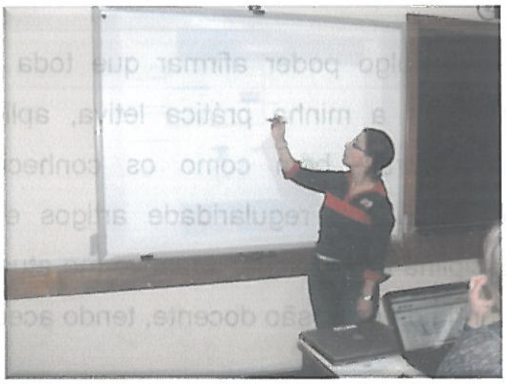


Figura 54

Sessão do dia 03 de junho

5.2.3. X Encontro de Estágios Pedagógicos de Matemática

No dia 2 de julho de 2014 realizou-se no Departamento de Matemática da Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra o "X Encontro de Estágios Pedagógicos de Matemática" em cuja organização participei, nomeadamente na elaboração dos certificados, no pedido de patrocínios e na arrumação do espaço. A Professora Doutora Helena Albuquerque, coordenadora do Mestrado em Ensino de Matemática no 3.º ciclo do Ensino Básico e no Ensino Secundário, deu início ao encontro tendo procedido à apresentação dos intervenientes.

Figura 55 – Sessão de Abertura

De seguida, foi debatido o tema: "Exames nacionais de 12.º Ano, em transição" com as participações do Professor Doutor Jaime Silva da Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra; professora Graça Tomás da Escola Secundária da Mealhada; professora Dália Gonçalves da Escola Básica 2.º e 3.º Ciclos Grão Vasco em Viseu, professores José Balsa e José Olímpio da Escola Básica e Secundária Quinta das Flores; e a e duas alunas do 12.º Ano das Escolas Secundárias Avelar Brotero e da Mealhada.

Figura 56 – Debate: "Exames Nacionais de 12º ano, em transição"

Figura 57 – *Coffee Break*

Depois realizou-se a conferência: "Das formas às fórmulas: estrutura e geometria das conchas marinhas" tendo, o conferencista Professor Doutor Jorge Picado explicado a descrição, através de leis matemáticas, do crescimento das conchas. Um trabalho excecional que foi complementado com o visionamento de um filme em três dimensões que mostrava as várias conchas a serem formadas com base no respetivo modelo matemático.

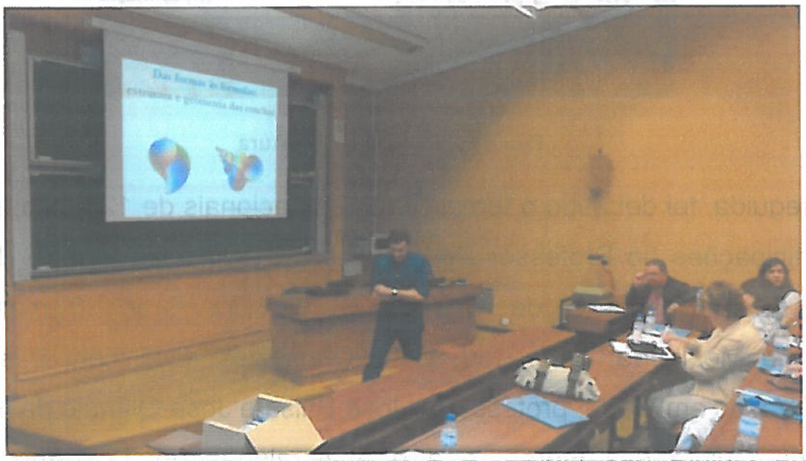


Figura 58 – Conferência: "Das formas às fórmulas: estrutura e geometria das conchas marinhas"

Figura 59 – Visionamento do filme em três dimensões

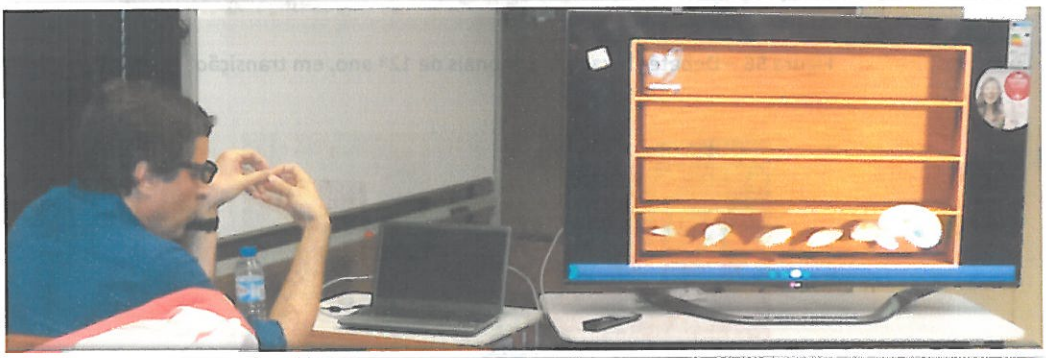


Figura 60 – Filme em três dimensões

Para finalizar o encontro, foram feitas comunicações pelos estagiários dos três Núcleos de Estágio. A minha intervenção incidiu sobre a apresentação do Núcleo de Estágio, da Escola Secundária da Mealhada, do serviço letivo atribuído e das atividades desenvolvidas no âmbito da disciplina de Projeto Educacional II e da prática pedagógica supervisionada.

Figura 61 – Comunicação da estagiária Helena Neves

Reflexão Final

Cheguei ao fim desta viagem...

Mais do que um ponto de chegada, este estágio foi o pretexto para a redescoberta de mim própria como pessoa e como profissional. Contudo, o desejo de conhecer, de percorrer novos caminhos não se esgota nestas páginas.

Foi, sem dúvida uma tarefa que se revelou, por vezes, árdua, mas que mereceu todo o meu empenho e dedicação e acabou por se tornar motivante tanto do ponto de vista pedagógico como humano pelo ambiente de aproximação e afetividade criado com a comunidade escolar.

O processo de renovação e modificação de atitudes educativas exige necessariamente do professor um empenhamento e interesse no seu próprio crescimento como pessoa e como profissional, pois a docência é uma profissão que exige a adaptação a novas e diversificadas circunstâncias, um enriquecimento científico-pedagógico constante, o conhecimento profundo do mundo atual e do aluno adolescente do século XXI. A relação pedagógica consiste, de facto, num tecido de relações interpessoais. Por este motivo, foi meu intuito criar desde o início um clima de confiança e aproximação, condição essencial à consecução das finalidades da educação: desenvolver os jovens no plano intelectual, afetivo e social.

Tenho consciência de que muito ficou por aprender, não terminando aqui a minha formação. A mesma prolongar-se-á num processo sempre incompleto de formação contínua ao longo de toda a minha vida.

Refletir, dialogar, relacionar-se, descobrir, interpretar, aprender, transformar (-se), agir e interagir. Foi da autenticidade destas atitudes que nasceu a reflexão, o conhecimento do próprio e do outro, a descoberta de sentidos novos nas muitas coisas que vemos e fazemos, o espanto de nos transformarmos aprendendo...

"Morre lentamente quem não viaja,
quem não lê, quem não ouve música,
quem destrói o seu amor próprio,
quem não se deixa ajudar.

Morre lentamente quem se transforma escravo do hábito,
repetindo todos os dias o mesmo trajecto,
quem não muda as marcas no supermercado,
não arrisca vestir uma cor nova,
não conversa com quem não conhece.

Morre lentamente quem evita uma paixão,
quem prefere o "preto no branco" e os "pontos nos is"
a um turbilhão de emoções indomáveis,
justamente as que resgatam brilho nos olhos,
sorrisos e soluços, coração aos tropeços, sentimentos.

Morre lentamente quem não vira a mesa quando está infeliz no trabalho,
quem não arrisca o certo pelo incerto atrás de um sonho,
quem não se permite, uma vez na vida, fugir dos conselhos sensatos.

Morre lentamente quem passa os dias queixando-se da má sorte ou da
chuva incessante, desistindo de um projecto antes de iniciá-lo,
não perguntando sobre um assunto que desconhece
e não respondendo quando lhe indagam o que sabe.

Evitemos a morte em doses suaves, recordando sempre que estar vivo
exige um esforço muito maior do que o simples acto de respirar.
Estejamos vivos, então!"

Pablo Neruda

Bibliografia

[1]. Programa e Metas Curriculares Matemática Ensino Básico. Acedido no *Web site* da Direção Geral da Educação: http://www.dgidc.min-edu.pt/ensinobasico/index.php?s=directorio&pid=29.

[2]. Programa de Matemática do Ensino Básico. Acedido no *Web site* da Direção Geral da Educação: http://www.dgidc.min-edu.pt/ensinobasico/index.php?s=directorio&pid=29.

[3]. Programa de Matemática A do 10.º Ano de Escolaridade. Acedido no *Web site* da Direção Geral da Educação: http://www.dgidc.min-edu.pt/ensinosecundario/index.php?s=directorio&pid=2&letra=M.

[4]. Programa de Matemática do Ensino Profissional. Acedido no *Web site* da Direção Geral da Educação: http://www.anqep.gov.pt/default.aspx.

[5]. Wikipédia, a enciclopédia livre: *Matemática.* Acedido em: http://pt.wikipedia.org/wiki/Wikip%C3%A9dia:P%C3%A1gina_principal.

[6]. Agrupamento de Escolas da Mealhada. Acedido em: http://www.aemealhada.pt/.

[7]. Núcleo de Estágio de Matemática da Escola Secundária da Mealhada. Acedido em: https://sites.google.com/site/nemmealhada1314/.

[8]. Neves, Maria Augusta Ferreira; Pereira, Albino; Leite, António; Guerreiro, Luís e Silva, M. Carlos (2014). *Matemática A9 – Ensino Profissional.* Porto Editora.

[9]. Neves, Maria Augusta Ferreira; Pereira, Albino; Leite, António; Guerreiro, Luís e Silva, M. Carlos (2014). *Matemática A10 – Ensino Profissional.* Porto Editora.

[10]. Ferreira, Dolores Silva; Ferreira, António Mota; Carvalho, Paula Cristina David e Carvalho, José Carlos (2009). *Matemática – Módulo A9 – Nível 3 – Ensino Profissional.* Areal Editores.

[11]. Ferreira, Dolores Silva; Ferreira, António Mota; Carvalho, Paula Cristina David e Carvalho, José Carlos (2010). *Matemática – Módulo A10 – Nível 3 – Ensino Profissional.* Areal Editores.

[12]. Silva, Jaime Maria Monteiro de Carvalho e; Pinto, Joaquim e Machado, Vladimiro (2013). *Aleph10.* Edições Asa.

[13]. Andrade, Carlos; Viegas, Cristina; Pereira, Paula Pinto e Pimenta Pedro (2010). *Y 10 – Matemática A 10.º Ano.* Texto Editora.

[14]. Neves, Maria Augusta Ferreira; Guerreiro, Luís; Leite, António e Silva, Jorge Nuno (2014). *Matemática A - 10.º Ano.* Porto Editora.

[15]. Costa, Belmiro e Rodrigues, Ermelinda (2014). *Novo Espaço - Matemática A - 10.º Ano.* Porto Editora.

[16]. (2014) *Preparação para o Exame Nacional – Matemática A – 10.º Ano.* Porto Editora.

Lista de Anexos

Anexo 1: Planificação Anual Longo Prazo de Matemática A do 10.º Ano do Curso Cientifico-Humanístico de Ciências e Tecnologias

GOVERNO DE PORTUGAL | MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E CIÊNCIA

Cód. 161007
Agrupamento de Escolas da Mealhada
Direção Regional de Educação do Centro
Escola secundária da Mealhada – 403908

Matemática A

2013 – 2014

Departamento curricular: **Matemáticas e Tecnologias** Grupo de recrutamento: **500**

Planificação a longo prazo – 10.º ano

1.º Período	**De 16 / 09 / 2013 a 17 / 12 / 2013**	**80 aulas**
2.º Período	**De 6 / 01 / 2014 a 04 / 04 / 2014**	**74 aulas**
3.º Período	**De 22 / 04 / 2014 a 13 / 06 / 2014**	**44 aulas**
		Total: 198 aulas

	Descrição	**N.º de aulas**
1.º Período	Receção aos alunos / apresentação	2
	Avaliação diagnóstica	2
	Módulo Inicial	20
	Geometria	39
	Atividades formativas e de enriquecimento/extra curriculares	4
	Momentos de avaliação	6
	Correção / Reflexão dos momentos de avaliação	6
	Auto e hetero avaliação	1
	Total	**80**

2.º Período	Geometria	15
	Funções	42
	Atividades formativas e de enriquecimento/extra curriculares	4
	Momentos de Avaliação	6
	Correção / Reflexão dos momentos de avaliação	6
	Auto e hetero avaliação	1
	Total	**74**

3.º Período	Funções	11
	Estatística	20
	Atividades formativas e de enriquecimento/extra curriculares	4
	Momentos de Avaliação	4
	Correção / Reflexão dos momentos de avaliação	4
	Auto e hetero avaliação	1
	Total	**44**

Anexo 2: Planificação Anual Médio Prazo de Matemática A do 10.º Ano do Curso Cientifico-Humanístico de Ciências e Tecnologias

Planificação a Médio Prazo – Matemática A – 10.º Ano

Avaliação: Os alunos serão avaliados nos termos dos Critérios de Avaliação do Departamento.

Unidade: Módulo Inicial **Número de aulas previstas: 20**

Objetivos Gerais:

Os alunos devem:

- Ser capazes de usar os conhecimentos adquiridos no 3.º ciclo na resolução de novos problemas;
- Operar com radicais;
- Comunicar matematicamente.

Orientações metodológicas: Consultar programa de Matemática A do 10.º Ano, página 25.

Tópicos	Objetivos Específicos / de aprendizagem
Módulo Inicial • Resolução de problemas de geometria no plano e no espaço. • Radicais.	• Detetar dificuldades no estudante e consciencializar o aluno do seu papel no desenvolvimento das suas aprendizagens; • Saber definir estratégias para a resolução de problemas, formular hipóteses e prever resultados e interpretá-los no contexto do problema; • Resolver problemas nos domínios da Matemática e de outras ciências; • Operar com radicais.

Unidade: Geometria no plano e no Espaço I **Número de aulas previstas: 54**

Objetivos Gerais:

Os alunos devem:

- Ser capazes de explorar e investigar regularidades;
- Ser capazes de visualizar no espaço;
- Resolver problemas no plano e no espaço.

Orientações metodológicas: Consultar programa de Matemática A do 10.º Ano, página 25 e 26.

Tópicos	Objetivos Específicos / de aprendizagem
Geometria no plano e no espaço I *O método cartesiano para estudar geometria no plano e no espaço* • Referenciais cartesianos ortogonais e monométricos no plano e no espaço. • Correspondência entre o plano e R^2 e entre o espaço e $\mathbb{R}^3$. • Conjuntos de pontos e condições. • Lugares geométricos: Circunferência, círculo e mediatriz; superfície esférica e plano mediador. • Vetores livres no plano e no espaço: componentes e coordenadas de um vetor num referencial ortonormado. • Vetor como diferença de dois pontos. • Colinearidade de dois vetores.	• Analisar situações da vida real identificando modelos matemáticos que permitam a sua interpretação e resolução; • Identificar posições relativas de duas retas, de dois planos e de uma reta e um plano; • Resolver problemas no espaço, envolvendo os critérios dados; • Calcular/comparar distâncias perímetros, áreas e volumes; • Identificar as secções obtidas num poliedro por intersecção com um plano; • Obter poliedros por truncatura; • Aplicar os conceitos na resolução de problemas; • Sentir a necessidade e vantagem do uso de referenciais; • Definir um conjunto de pontos por uma condição e vice-versa; • Representar geometricamente um conjunto de pontos definidos por uma condição; • Resolver problemas envolvendo o conhecimento de lugares geométricos; • Resolver problemas envolvendo soma de vetores, soma de um ponto com um vetor e produto escalar por um vetor; • Demonstrar e deduzir propriedades de figuras geométricas usando vetores; • Escrever a equação de uma reta.

Tópicos	Objetivos Específicos / de aprendizagem
• Equação vetorial da reta no plano e no espaço. • Equação reduzida da reta no plano e equação $x = x_0$.	

Unidade: Funções e Gráficos. Funções Polinomiais. Função Módulo.

Número de aulas previstas: 53

Objetivos Gerais:

Os alunos devem:

- Ser capazes de explorar e investigar regularidades;
- Ser capazes de interpretar e representar situações em contextos diversos, usando linguagem e procedimentos algébricos;
- Compreender o conceito de função e ser capazes de o usar em diversas situações.

Orientações metodológicas: Consultar programa de Matemática A do 10.º Ano, página 27 e 28.

Tópicos	Objetivos Específicos / de aprendizagem
• Função, gráfico (gráfico de uma função em referencial ortogonal) e representação gráfica. • A calculadora gráfica na resolução de problemas. • Estudo intuitivo de propriedades das funções e dos seus gráficos, tanto a partir de um gráfico particular como usando calculadora gráfica para as seguintes classes de funções: o Função afim; o Função quadrática; o Função módulo. • Análise dos efeitos das	• Interpretar fenómenos resolvendo problemas recorrendo a funções e seus gráficos, por via intuitiva, analítica e usando a calculadora gráfica; • Analisar situações da vida real identificando modelos matemáticos que permitam a sua interpretação e resolução; • Resolver problemas; • Aplicar conhecimentos da função quadrática e respetiva representação gráfica; • Resolver condições; • Definir e representar funções por ramos; Resolver problemas e condições; • Operar com polinómios; • Obter transformações simples de funções: dada a função, esboçar o gráfico das funções definidas por $f(x)+a$, $f(x+a)$, $af(x)$, $f(ax)$ e $\|f(x)\|$ com $a>0$ ou $a<0$, descrevendo o resultado com

Tópicos	Objetivos Específicos / de aprendizagem
mudanças de parâmetros nos gráficos das famílias de funções dessas classes (considerando apenas a variação de um parâmetro de cada vez); • Transformações simples de funções: dada a função, esboçar o gráfico das funções definidas por: $y = f(x) + a$, $y = f(x + a)$, $y = af(x)$, $y = f(ax)$, $y = \|f(x)\|$, com a positivo ou negativo, descrevendo o resultado com recurso à linguagem das transformações geométricas. • Polinómios. Operações com polinómios. • Decomposição de um polinómio em fatores em casos simples, por divisão dos polinómios e recorrendo à regra de Ruffini. Justificação desta regra. • Resolução de problemas envolvendo funções polinomiais (com particular incidência nos graus 2, 3 e 4).	recurso à linguagem das transformações geométricas; • Determinar os zeros de um polinómio; • Decompor polinómios em fatores; • Resolver gráfica e analiticamente condições de grau superior a dois.

Unidade: Estatística **Número de aulas previstas: 20**

Objetivos Gerais:

Os alunos devem:

- Explorar, analisar, interpretar e utilizar informação de natureza estatística;
- Selecionar e usar métodos estatísticos apropriados para recolher, organizar e representar dados.

Orientações metodológicas: Consultar programa de Matemática A do 10.º Ano, página 29, 30 e 31.

Objetivos Específicos / de aprendizagem:

- Ampliar conhecimentos de estatística;
- Interpretar e comparar distribuições estatísticas.

Tópicos

- Generalidades. Objeto da Estatística e breve nota histórica sobre a evolução desta Ciência; utilidade na vida moderna. Clarificação de quais os fenómenos que podem ser objeto de estudo estatístico

Estatística Descritiva e estatística Indutiva.

- População e amostra. Censo e sondagem.
- Compreensão do conceito de amostragem e reconhecimento do seu papel nas conclusões estatísticas; distinção entre os estudos e conclusões sobre a amostra e a correspondente análise sobre a população. Noções intuitivas sobre as escolhas de amostras, sobre a necessidade de serem aleatórias, representativas e livres de vícios de concepção.

Organização e interpretação de caracteres estatísticos (qualitativos e quantitativos).

- Análise gráfica de atributos qualitativos (gráficos circulares, diagramas de barras, pictogramas); determinação da moda.
- Análise de atributos quantitativos: variável discreta e variável contínua. Dados agrupados em classes.
- Variável discreta; função cumulativa.
- Variável contínua: tabelas de frequências (absolutas, relativas e relativas acumuladas); gráficos (histograma, polígono de frequências); função cumulativa.
- Medidas de localização de uma amostra: moda ou classe modal; média; mediana; quartis.
- Diagrama de extremos e quartis.

- Medidas de dispersão de uma amostra: amplitude; variância; desvio-padrão; amplitude interquartis.
- Discussão das limitações destas estatísticas.

Referência a distribuições bidimensionais (abordagem gráfica e intuitiva).

- Diagrama de dispersão; dependência estatística; ideia intuitiva de correlação; exemplos gráficos de correlação positiva, negativa ou nula.
- Coeficiente de correlação e sua variação em $[-1, 1]$.
- Definição de centro de gravidade de um conjunto finito de pontos; sua interpretação física.

  Ideia intuitiva de reta de regressão; sua interpretação e limitações.

Anexo 3: Aula n.º 45 e 46 do 12.º Ano do Curso Profissional de Multimédia

Agrupamento de Escolas da Mealhada

Escola Secundária de Mealhada

Técnico de Multimédia

Curso Profissional

2013 / 2014

Prática Pedagógica Supervisionada

Graça Tomás
Helena Margarida
Vitor Pinho

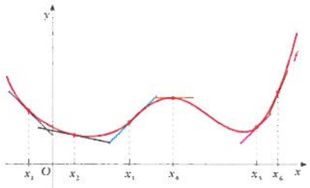
Módulo A10:

Otimização

Tópico 1: Resolução de problemas envolvendo taxas de variação e extremos de funções, com recurso à calculadora gráfica

Sinais das taxas de variação e monotonia da função

- Na figura seguinte representou-se graficamente uma função f e desenharam-se tangentes à curva em alguns dos pontos.

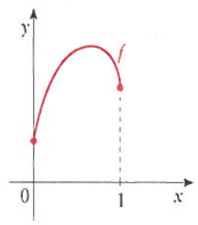


Sinais das taxas de variação e monotonia da função

- Se uma função f é **estritamente crescente** em $[a, b]$ então a taxa média de variação nesse intervalo é **positiva**. Todos os pontos desse intervalo tem **derivada positiva**.
- Se uma função f é estritamente decrescente em $[a, b]$ então a taxa média de variação nesse intervalo é negativa. Todos os pontos desse intervalo tem **derivada negativa**.

Sinais das taxas de variação e monotonia da função

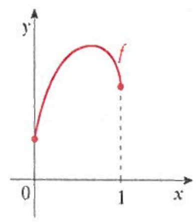
- A taxa média de variação pode ser positiva (ou negativa) num intervalo e a função não ser crescente (ou decrescente) nesse intervalo.



Sinais das taxas de variação e monotonia da função

$t.m.v_{[0,1]} > 0$

A função f não é crescente em $[0, 1]$.



Sinais das taxas de variação e monotonia da função

- Seja f uma função **contínua** em $[a, b]$ e **derivável** (tem derivada finita) em $]a, b[$.
  - Se $f'(x) > 0$ para todo $x \in]a, b[$, então f é **estritamente crescente** em $[a, b]$.
  - Se $f'(x) < 0$ para todo $x \in]a, b[$, então f é **estritamente decrescente** em $[a, b]$.
  - Se $f'(x) = 0$ para todo $x \in]a, b[$, então f é **constante** em $[a, b]$.

Exercício 9

9. Numa certa pastelaria, a temperatura ambiente é constante. Admita que a temperatura, em graus Celsius, de um café servido nessa pastelaria, t minutos após ter sido colocado na chávena, é dada por:

$$f(t) = 20 + 50e^{-0{,}04t} \, (t \geq 0)$$

9.1 Determine a temperatura do café no instante em que é colocado na chávena.

9.2 Justifique a seguinte afirmação: a taxa de variação média da função f, em qualquer intervalo do seu domínio, é negativa.

Exercício 10

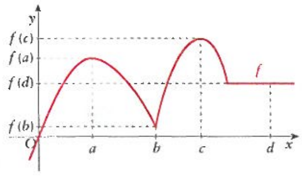
10. Recorrendo à sua calculadora gráfica, estude a monotonia da função g definida por:

$$g(x) = 2\ln(x) - x^2, \text{ em }]0,3[$$

Exercício 11

Extremos de uma função

11. Na figura está uma representação gráfica da função f. Usando a representação gráfica da função f indique os extremos absolutos e relativos desta função.

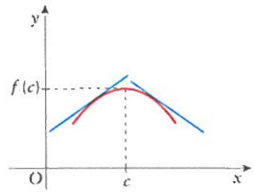


Zeros das taxas de variação e extremos da função

- A derivada de uma função também pode ajudar a encontrar os extremos relativos. Seja c um ponto onde f é contínua tal que $f'(c) = 0$ ou $f'(c)$ não existe.
- Dizer que $f'(c) = 0$ é o mesmo que dizer que a taxa de variação em c é zero.

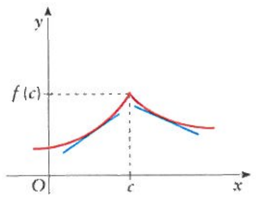
Zeros das taxas de variação e extremos da função

- Se f' é positiva à esquerda de c e negativa à sua direita, então $f(c)$ é um máximo relativo.



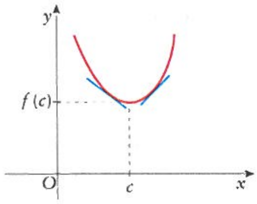
Zeros das taxas de variação e extremos da função

- Assim, em ambos os casos $f(c)$ é um máximo relativo da função, uma vez que a taxa de variação à esquerda de c é positiva e à direita de c é negativa.



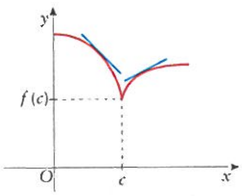
Zeros das taxas de variação e extremos da função

- Se f' é negativa à esquerda de c e positiva à sua direita, então $f(c)$ é um mínimo relativo.



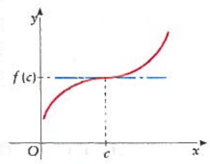
Zeros das taxas de variação e extremos da função

- Assim, em ambos os casos $f(c)$ é um mínimo relativo da função, uma vez que a taxa de variação à esquerda de c é negativa e à direita de c é positiva.



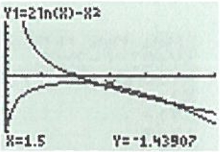
Zeros das taxas de variação e extremos da função

- Se $f'(x) > 0$ ou $f'(x) < 0$ para todo o x de um intervalo E, excepto para $x = c$ então $f(c)$ não é um extremo relativo de f.
- $f(c)$ não é extremo da função pois $f'(x) > 0$ para todo o $x \in \mathbb{R}\backslash\{c\}$.



Resolução - Exercício 10

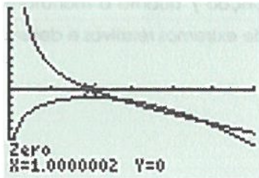
10. $g(x) = 2\ln(x) - x^2$, em $]0,3[$



Recorrendo às capacidades gráficas da calculadora, determina-se o zero da função derivada. Assim:

Resolução - Exercício 10

10. Recorrendo às capacidades gráficas da calculadora, determina-se o zero da função derivada. Assim:



Resolução - Exercício 10

10. A função f é estritamente crescente em $]0,1]$ porque $f'(x) > 0$, neste intervalo e é estritamente decrescente em $[1,3[$ porque $f'(x) < 0$ neste intervalo.

Resolução - Exercício 11

Extremos de uma função

11. Máximo absoluto: $f(c)$;

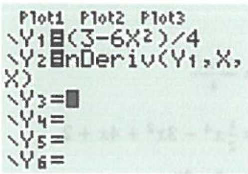
Mínimo absoluto: não tem;

Máximos relativos: $f(a)$; $f(c)$ e $f(d)$;

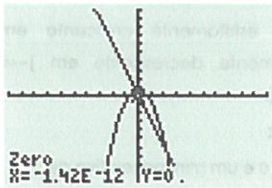
Mínimos relativos: $f(b)$ e $f(d)$.

Resolução – Exercício 12.1

- Recorrendo à calculadora gráfica temos que:



Resolução – Exercício 12.1



Resolução – Exercício 12.1

- A função derivada anula-se para $x = 0$.
- Construindo um quadro de variação da função h e do sinal de h', vem:

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$h'(x)$	+	0	−
$h(x)$	↗	$\frac{3}{4}$	↘

Resolução – Exercício 12.1

- **Intervalos de monotonia:**
  - h é estritamente crescente em $]-\infty,0]$ e estritamente decrescente em $[0,+\infty[$.
- **Extremos:**
  - $h(0) = \frac{3}{4}$ é um máximo relativo de h.

Estudo da monotonia e dos extremos de uma função

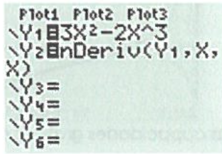
- Considere a função f definida por:

$$f(x) = 3x^2 - 2x^3$$

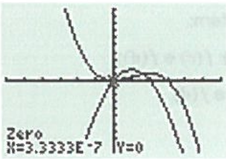
Estude a função f quanto à monotonia e quanto à existência de extremos relativos e determine-os.

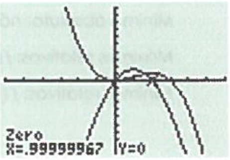
Estudo da monotonia e dos extremos de uma função

- Recorrendo à calculadora gráfica temos que:



Estudo da monotonia e dos extremos de uma função





Estudo da monotonia e dos extremos de uma função

- A função derivada anula-se para $x = 0$ e $x = 1$.
- Construindo um quadro de variação da função f e do sinal de f', vem:

x	$-\infty$	0		1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$\searrow$	0	$\nearrow$	1	$\searrow$

Estudo da monotonia e dos extremos de uma função

- **Intervalos de monotonia:**
  - f é estritamente crescente em $[0,1]$ e estritamente decrescente em $]-\infty,0]$ e em $[1,+\infty[$.
- **Extremos:**
  - $f(0) = 0$ é um mínimo relativo de f.
  - $f(1) = 1$ é um máximo relativo de f.

Exercício 12

12. Estude quanto à monotonia e quanto à existência de extremos relativos cada uma das seguintes funções:

12.1 $h(x) = \frac{3-6x^2}{4}$

12.2 $f(x) = \frac{1}{2}x^4 - 3x^2 + 4x + 2$

12.3 $g(x) = x^2e^{-2x}$

Resolução - Exercício 9

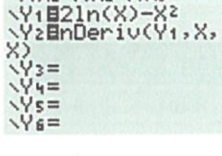
9.1 $f(0) = 20 + 50e^{-0,04\times 0} = 20 + 50e^0 =$

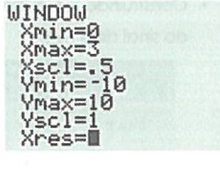
$$=20 + 50 \times 1 = 20 + 50 = 70\ °C$$

9.2 Como a função f é uma função estritamente decrescente em todo o seu domínio (função exponencial de base a, com $0 < a < 1$), então a taxa de variação média da função é negativa em qualquer intervalo do seu domínio.

Resolução - Exercício 10

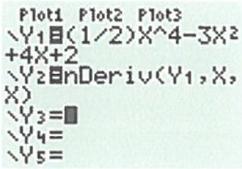
10. $g(x) = 2\ln(x) - x^2$, em $]0,3[$



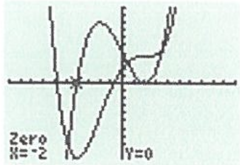


Resolução – Exercício 12.2

- Recorrendo à calculadora gráfica temos que:



Resolução – Exercício 12.2



Resolução – Exercício 12.2

- A função derivada anula-se para $x = -2$.
- Construindo um quadro de variação da função f e do sinal de f', vem:

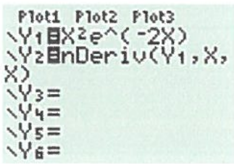
x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$
$f(x)$	↘	-10	↗

Resolução – Exercício 12.2

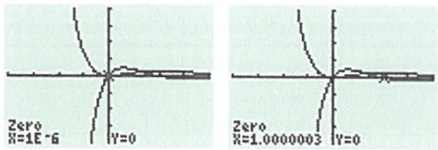
- **Intervalos de monotonia:**
  - f é estritamente decrescente em $]-\infty,-2]$ e estritamente crescente em $[-2,+\infty[$.
- **Extremos:**
  - $f(-2) = -10$ é um mínimo relativo de f.

Resolução – Exercício 12.3

- Recorrendo à calculadora gráfica temos que:



Resolução – Exercício 12.3



Resolução – Exercício 12.3

- A função derivada anula-se para $x = 0$ e $x = 1$.
- Construindo um quadro de variação da função g e do sinal de g', vem:

x	$-\infty$	0		1	$+\infty$
$g'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$g(x)$	↘	0	↗	$e^{-2} = \frac{1}{e^2}$	↘

Resolução – Exercício 12.3

- **Intervalos de monotonia:**
  - g é estritamente decrescente em $]-\infty,0]$ e em $[1,+\infty[$ e estritamente crescente em $[0,1]$.
- **Extremos:**
  - $g(0) = 0$ é um mínimo relativo de g.
  - $g(1) = \frac{1}{e^2}$ é um máximo relativo de g.

Anexo 4: Questão de Aula n.º 4 do 12.º Ano do Curso Profissional de Multimédia

Agrupamento de Escolas da Mealhada Escola Secundária de Mealhada 2013/2014 **12.ºAno – Matemática Profissional** **Curso Profissional Técnico de Multimédia** **MÓDULO A10**	GOVERNO DE PORTUGAL MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E CIÊNCIA Cód. 161007 AGRUPAMENTO DE ESCOLAS DA MEALHADA
Questão de aula n.º 04 – 20 fevereiro 2014	**Classificação:**________________
Nome: ______________________________________	Professor:______________

Grupo I

Para cada uma das questões deste grupo, selecione a resposta correta de entre as alternativas que lhe são apresentadas e escreva na folha de teste a letra que corresponde à sua opção.
Poderá apresentar cálculos e justificações. Se apresentar mais do que uma resposta, a questão será anulada, o mesmo acontecendo em caso de resposta ambígua.

1. Considere a função definida por: $f(x) = 2x^2 - 1$. Então podemos afirmar que:

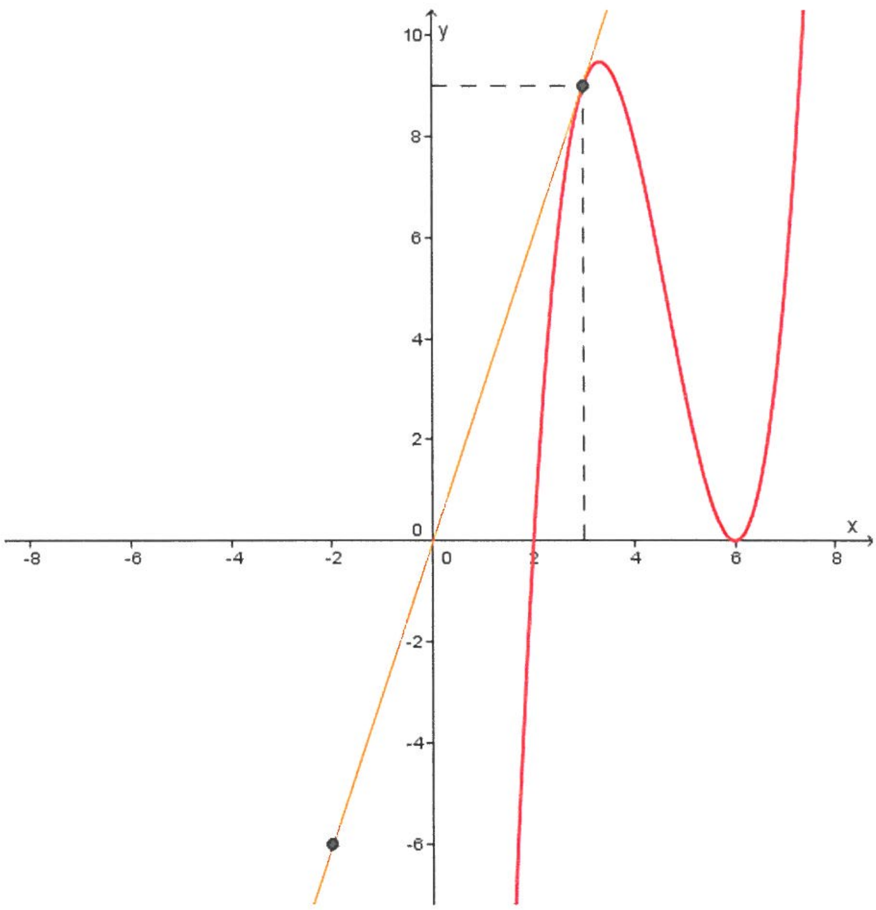
(A) $t.m.v._{[0,1]} = 2$

(B) $t.m.v._{[0,1]} = -2$

(C) $t.m.v._{[0,1]} = \frac{1}{2}$

(D) $t.m.v._{[0,1]} = -\frac{1}{2}$

2. Considere o seguinte gráfico, onde está representada a função f e a reta tangente ao gráfico de f no ponto $(3, 9)$:



Podemos afirmar que a derivada de f no ponto de abcissa 3 é:

(A) $\frac{11}{6}$

(B) 3

(C) 4

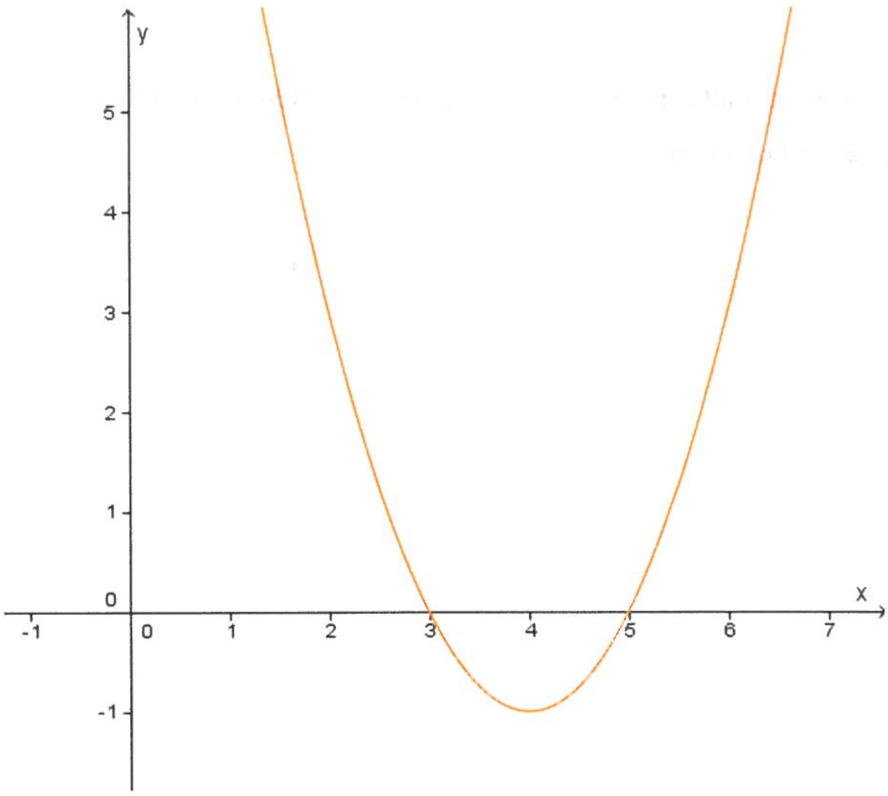
(D) $\frac{3}{2}$

3. Considere a seguinte tabela de variação de sinal da função derivada de f':

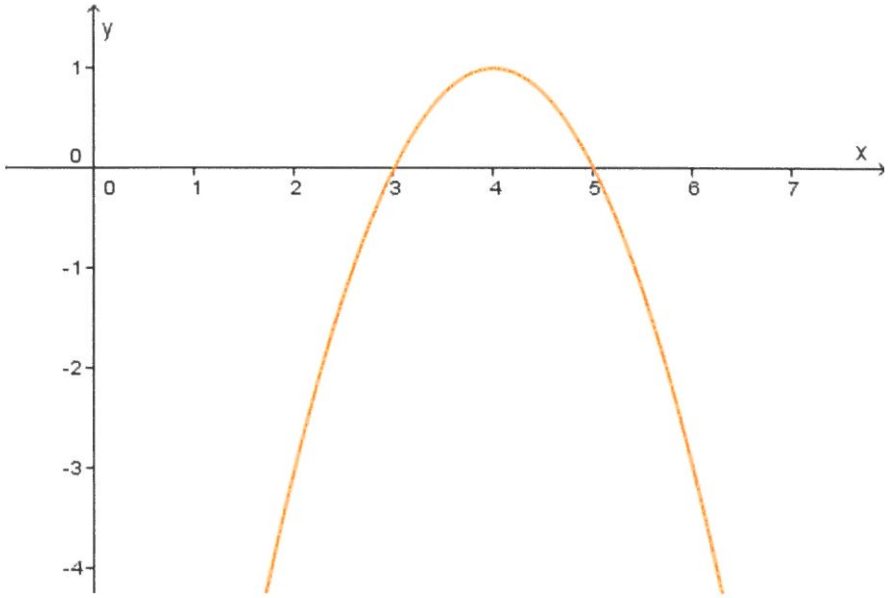
x	$-\infty$	3		5	$+\infty$
f'	$+$	0	$-$	0	$+$

Então o gráfico de f pode ser:

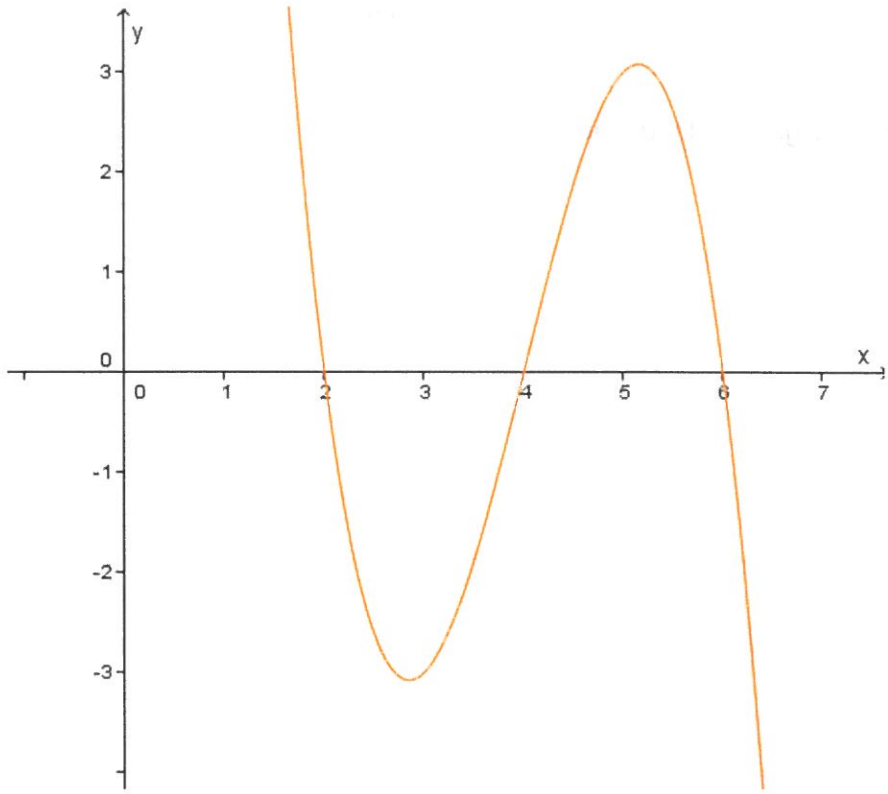
(A)



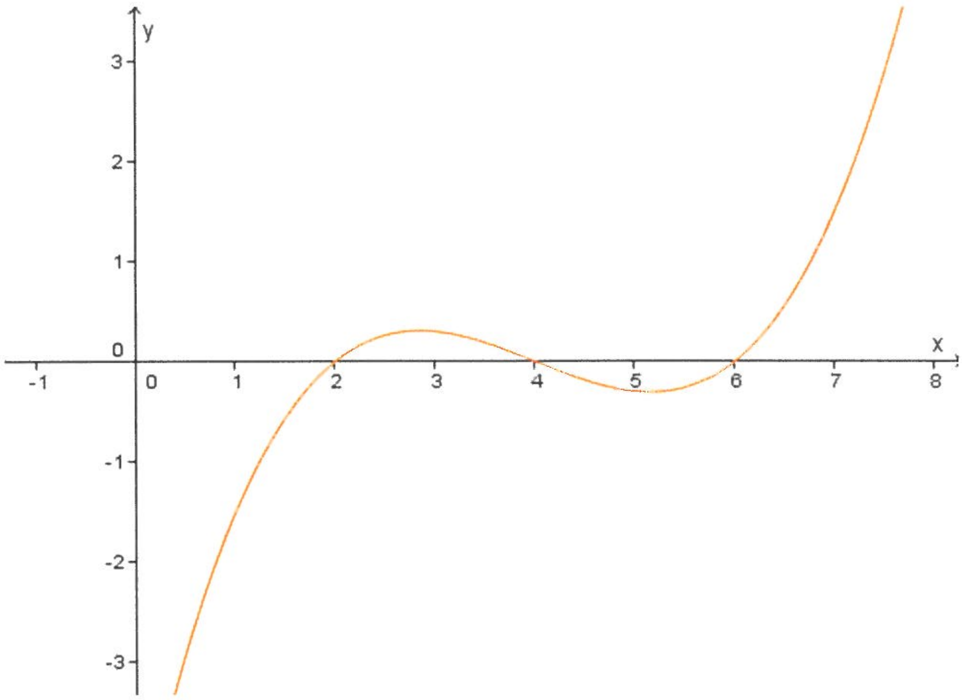
(B)



(C)



(D)

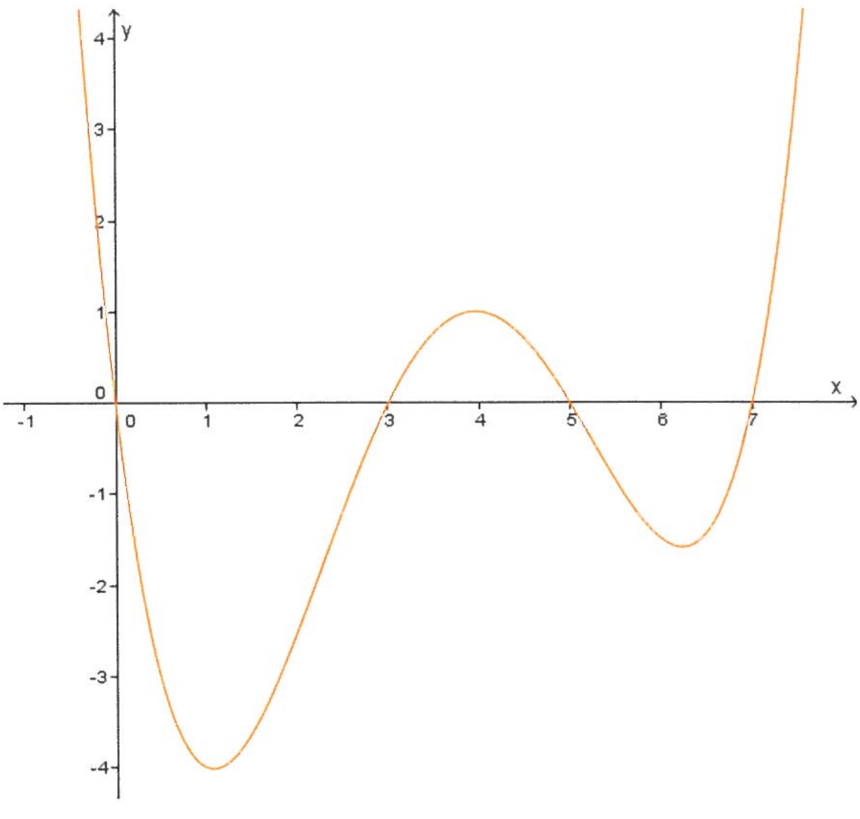


4. Considere a função definida por $f(x) = 2x^3 + 1$. Então $f'(1)$ é igual a:

(A) 6 **(C)** 4

(B) 3 **(D)** 1

5. Considere o gráfico da função f:



Então a variação de sinal de f' é:

(A)

x	$-\infty$	1		4		6	$+\infty$
f'	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

(B)

x	$-\infty$	1		4		6	$+\infty$
f'	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$

(C)

x	$-\infty$	0		3		5		7	$+\infty$
f'	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

(D)

x	$-\infty$	0		3		5		7	$+\infty$
f'	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$

Cotações

	Grupo I					Grupo II		
Questão	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**1**	**2**	**Total**
Cotação	10	10	10	10	10	20	30	100

Grupo II

Na resolução deste grupo deve apresentar todos os esquemas e cálculos que traduzem o seu raciocínio e todas as justificações julgadas necessárias. **Pode usar a calculadora como confirmação de resultados mas**, a não ser que o seu uso seja exigido na questão, **todos os exercícios devem ser resolvidos analiticamente**. Se no enunciado do exercício não indicar a aproximação com que deve indicar o resultado é porque se pretende o valor exato.

1. A função que permite relacionar o comprimento L do lado de um quadrado em função da sua área x é dada por: $L(x) = \sqrt{x}$. Calcule a taxa média de variação nos intervalos $[9, 16]$ e $[16, 25]$.

2. A altura y (em metros) de uma flecha lançada por um arqueiro, em função do tempo x (em segundos), pode ser definida pela seguinte expressão: $y = -0{,}1x^2 + 2{,}4x + 1{,}7$. Recorrendo à **função derivada**, determine ao fim de quantos segundos a flecha atinge a altura máxima, e a respetiva altura. Esboce o(s) gráfico(s) julgados necessários, bem como a respetiva janela e os pontos relevantes.

Cotações

	Grupo I					Grupo II		
Questão	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**1**	**2**	**Total**
Cotação	10	10	10	10	10	20	30	100

Bom trabalho! ☺

Anexo 5: Correção da Questão Aula n.º 4 do 12.º Ano do Curso Profissional de Multimédia

GOVERNO DE PORTUGAL | MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E CIÊNCIA

Cód. 161007
AGRUPAMENTO DE ESCOLAS DA MEALHADA

Questão de aula n.º 04 – 20 fevereiro 2014	Classificação:_______________
Nome: ___________________________________	Professor:_____________

Grupo I

Para cada uma das questões deste grupo, selecione a resposta correta de entre as alternativas que lhe são apresentadas e escreva na folha de teste a letra que corresponde à sua opção.
Não apresente cálculos nem justificações. Se apresentar mais do que uma resposta, a questão será anulada, o mesmo acontecendo em caso de resposta ambígua.

1. Considere a função definida por: $f(x) = 2x^2 - 1$. Então podemos afirmar que:

(A) $t.m.v._{[0,1]} = 2$

(B) $t.m.v._{[0,1]} = -2$

(C) $t.m.v._{[0,1]} = \frac{1}{2}$

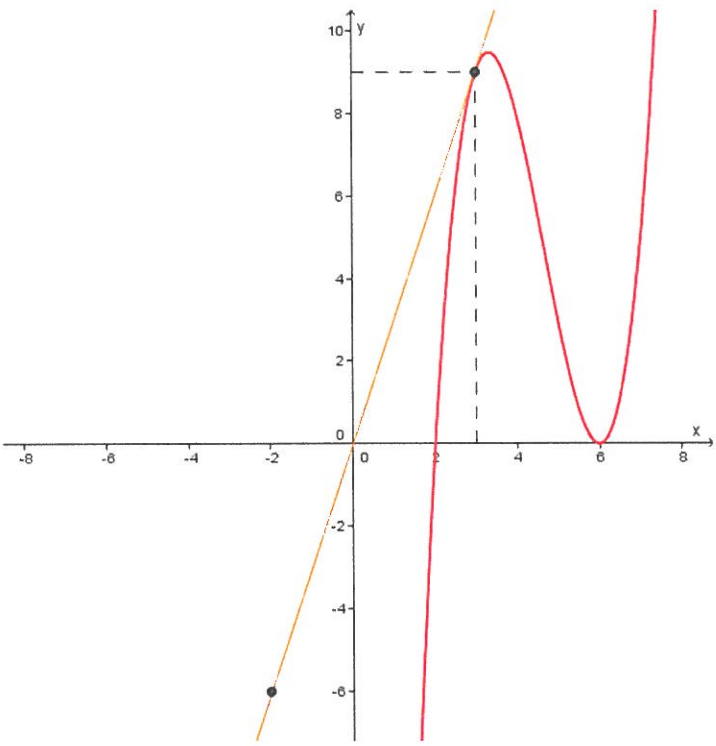
(D) $t.m.v._{[0,1]} = -\frac{1}{2}$

(A)

$$t.m.v._{[0,1]} = \frac{f(1) - f(0)}{1 - 0} = \frac{(2 \times 1^2 - 1) - (2 \times 0^2 - 1)}{1} = \frac{(2-1) - (0-1)}{1} =$$

$$= \frac{1 - (-1)}{1} = \frac{1+1}{1} = \frac{2}{1} = 2$$

2. Considere o seguinte gráfico, onde está representada a função f e a reta tangente ao gráfico de f no ponto $(3, 9)$:



Podemos afirmar que a derivada de f no ponto de abcissa 3 é:

(A) $\frac{11}{6}$

(B) 3

(C) 4

(D) $\frac{3}{2}$

(B)

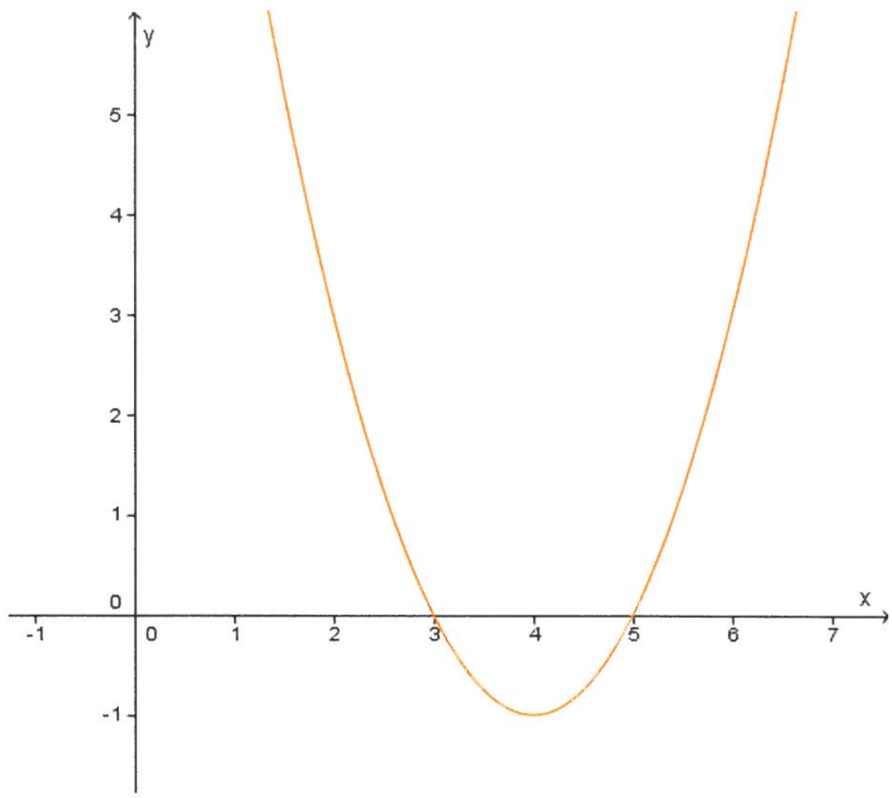
$$m = f'(3) = \frac{9-(-6)}{3-(-2)} = \frac{9+6}{3+2} = \frac{15}{5} = 3$$

3. Considere a seguinte tabela de variação de sinal da função derivada de f':

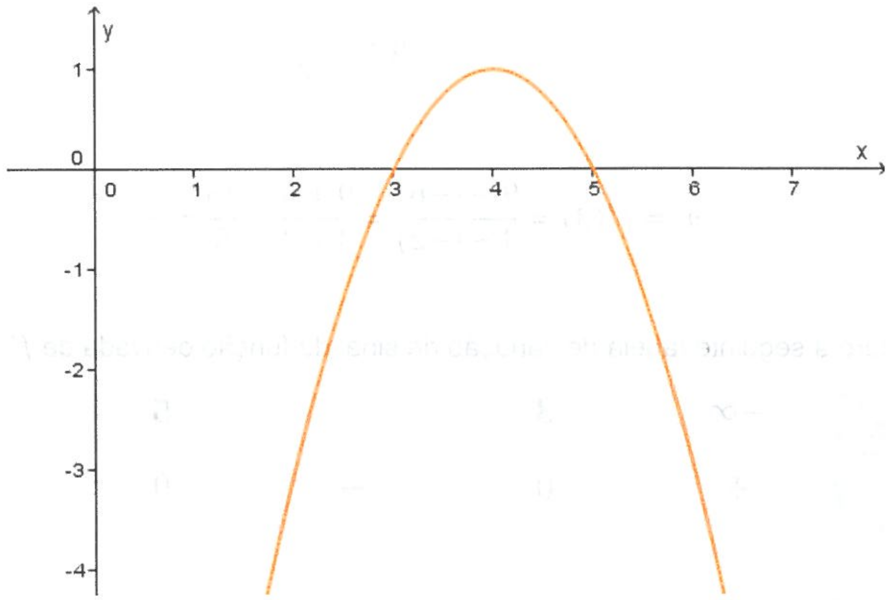
x	$-\infty$		3		5		$+\infty$
f'		+	0	−	0	+	

Então o gráfico de f pode ser:

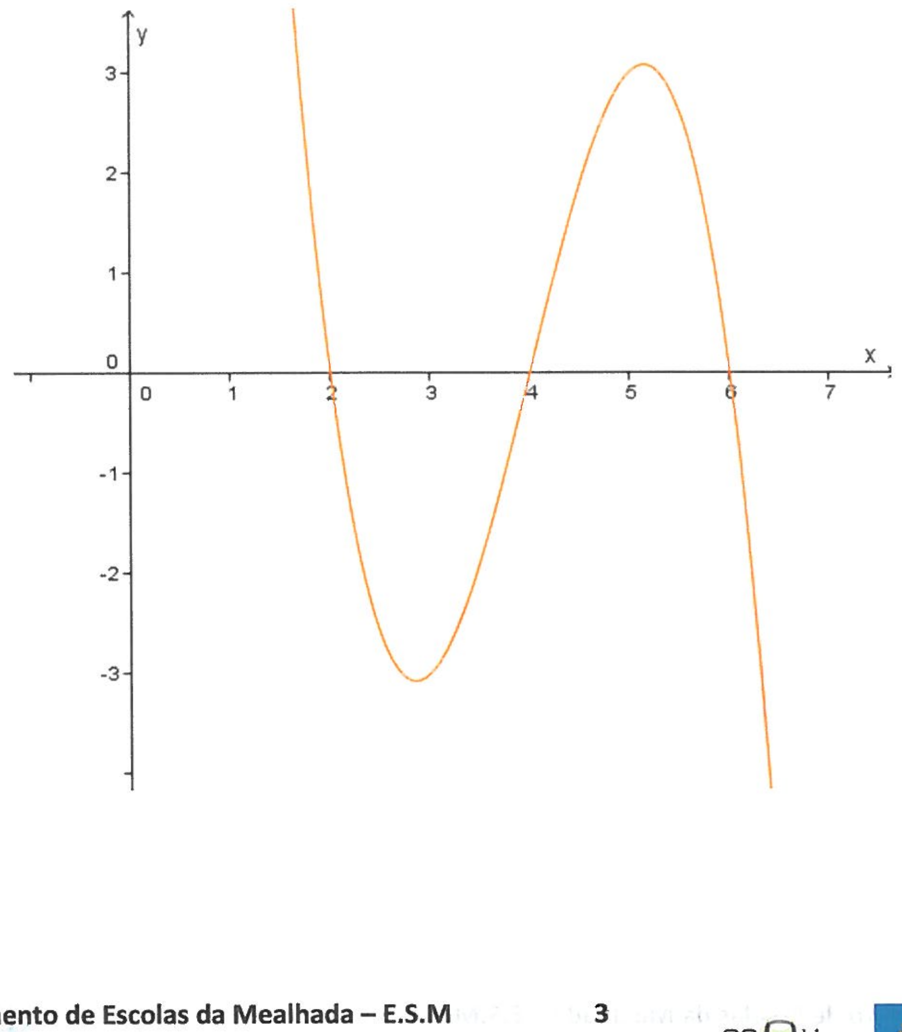
(A)



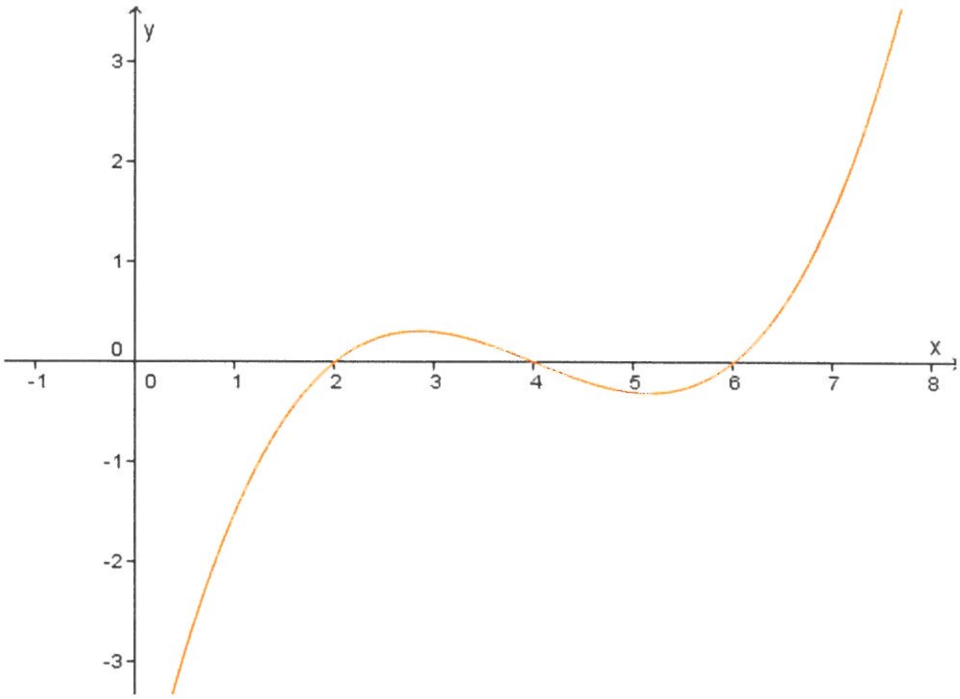
(B)



(C)



(D)



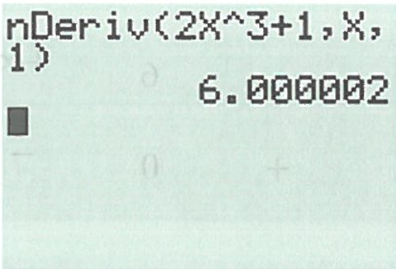
(D)

4. Considere a função definida por $f(x) = 2x^3 + 1$. Então $f'(1)$ é igual a:

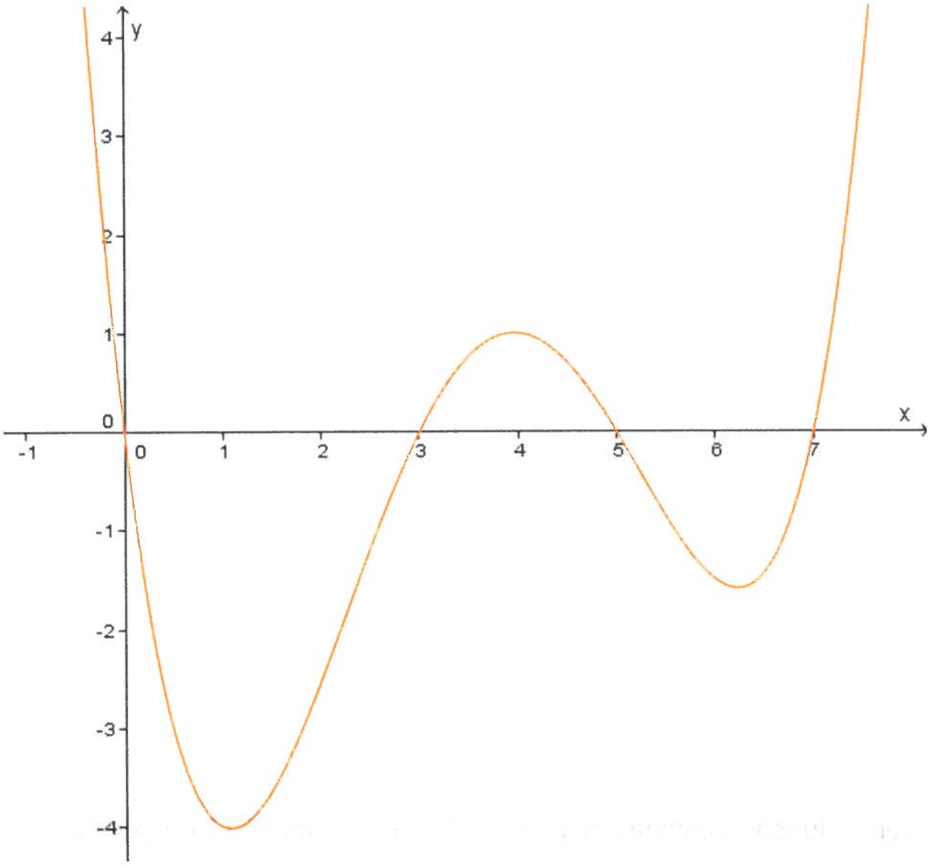
(A) 6 **(C)** 4

(B) 3 **(D)** 1

(A)



5. Considere o gráfico da função f:



Então a variação de sinal de f' é:

(A)

x	$-\infty$		1		4		6		$+\infty$
f'	$-$		0	$+$	0	$-$	0		$+$

(B)

x	$-\infty$		1		4		6		$+\infty$
f'		$+$	0	$-$	0	$+$	0		$-$

(C)

x	$-\infty$	0		3		5		7	$+\infty$
f'	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

(D)

x	$-\infty$	0		3		5		7	$+\infty$
f'	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$

(A)

Grupo II

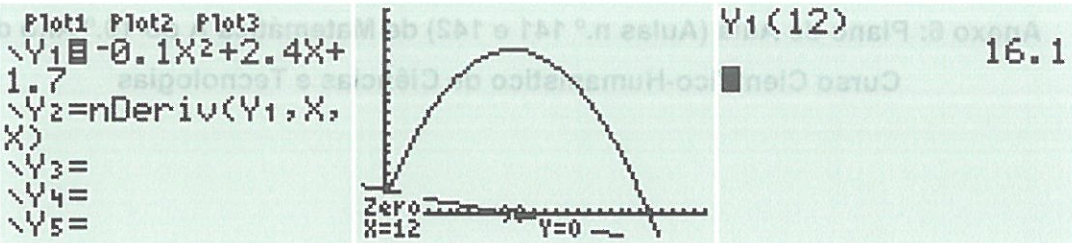
Na resolução deste grupo deve apresentar todos os esquemas e cálculos que traduzem o seu raciocínio e todas as justificações julgadas necessárias.
Pode usar a calculadora como confirmação de resultados mas, a não ser que o seu uso seja exigido na questão, **todos os exercícios devem ser resolvidos analiticamente**.
Se no enunciado do exercício não indicar a aproximação com que deve indicar o resultado é porque se pretende o valor exato.

1. A função que permite relacionar o comprimento L do lado de um quadrado em função da sua área x é dada por: $L(x) = \sqrt{x}$. Calcule a taxa média de variação nos intervalos $[9, 16]$ e $[16, 25]$.

$$t.m.v._{[9,16]} = \frac{L(16) - L(9)}{16 - 9} = \frac{\sqrt{16} - \sqrt{9}}{7} = \frac{4 - 3}{7} = \frac{1}{7}$$

$$t.m.v._{[16,25]} = \frac{L(25) - L(16)}{25 - 16} = \frac{\sqrt{25} - \sqrt{16}}{9} = \frac{5 - 4}{9} = \frac{1}{9}$$

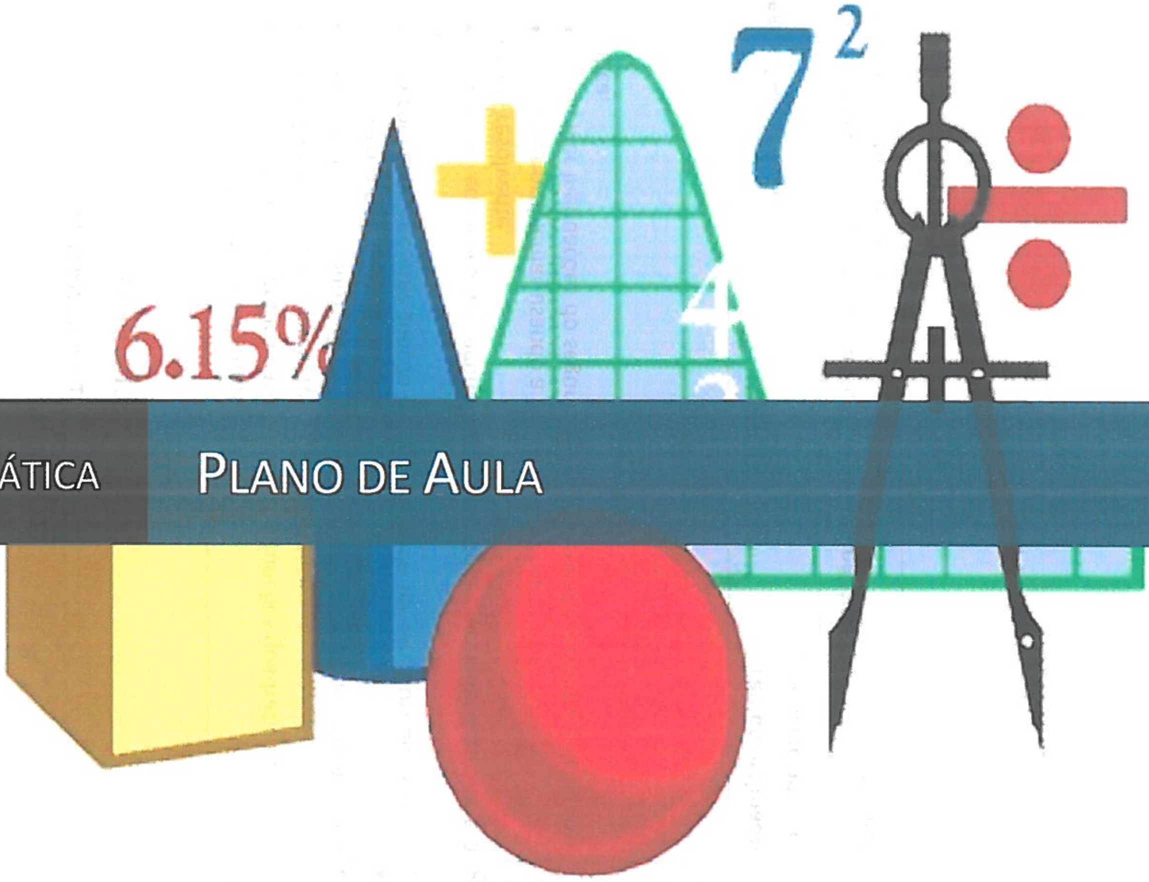
2. A altura y (em metros) de uma flecha lançada por um arqueiro, em função do tempo x (em segundos), pode ser definida pela seguinte expressão: $y = -0{,}1x^2 + 2{,}4x + 1{,}7$ Determine ao fim de quantos segundos a flecha atinge a altura máxima e a respetiva altura.



A flecha atinge a altura máxima de 16,1 metros ao fim de 12 segundos.

Bom trabalho! ☺

Anexo 6: Plano de Aula (Aulas n.º 141 e 142) de Matemática A do 10.º Ano do Curso Cientifico-Humanístico de Ciências e Tecnologias



MATEMÁTICA

PLANO DE AULA

10.º Ano| Helena Margarida Fernandes Neves

Sala: 3.13 **Data:** 18/03/2014 **Hora:** 12h00m

PLANO DE AULA AULA 141 / 142 (90 minutos)	**MATEMÁTICA – 10.° ANO** ANO LETIVO 2013 / 2014	**Tema 2 – Funções e Gráficos. Funções polinomiais. Função módulo.** Ponto 1 – Função, gráfico (gráfico cartesiano de uma função em referencial ortogonal) e representação gráfica.
Sumário: Função Quadrática. Inequações do segundo grau. Resolução de exercícios.	**Objetivos de Aprendizagem:** • Identificar funções quadráticas. • Usar a calculadora gráfica para representar funções quadráticas. • Resolver problemas usando funções quadráticas. • Determinar os pontos de interseção do gráfico da função quadrática com os eixos coordenados. • Reconhecer que uma função quadrática pode ter um, dois ou nenhum zero. • Resolver equações do segundo grau usando a calculadora gráfica e a fórmula resolvente. • Resolver problemas usando a função quadrática. • Resolver inequações do segundo grau recorrendo ou não à calculadora gráfica.	**Temas Transversais:** ▪ Resolução de Problemas e Atividades de Investigação; ▪ Comunicação Matemática; ▪ História da Matemática; ▪ Tecnologia e Matemática. **Pré-Requisitos:** ▪ Conceito de função e de gráfico de uma função; ▪ Proporcionalidade direta e inversa como funções ▪ Funções linear e afim ▪ Funções do tipo $y = ax^2$

Estratégias / Atividades	Tempo estimado para lecionação	Recursos didáticos / Avaliação
• Acomodação dos alunos. Verifico a assiduidade e pontualidade dos alunos, registo o cumprimento do trabalho de casa e indico os objetivos da aula.	5 minutos	

PLANO DE AULA AULA 141 / 142 (90 minutos)		MATEMÁTICA – 10.º ANO ANO LETIVO 2013 / 2014	Tema 2 – Funções e Gráficos. Funções polinomiais. Função módulo. Ponto 1 – Função, gráfico (gráfico cartesiano de uma função em referencial ortogonal) e representação gráfica.

- Corrijo o trabalho de casa.

19. Considere a função f , de domínio $\mathbb{R}$, definida por $f(x) = -x^2 + 2x - 1$.

19.1. Determine os zeros da função.

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -x^2 + 2x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \times (-1) \times (-1)}}{2 \times (-1)} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-2 \pm \sqrt{4-4}}{-2} \Leftrightarrow x = \frac{-2 \pm \sqrt{0}}{-2} \Leftrightarrow x = \frac{-2}{-2} \Leftrightarrow x = 1$$

A função f tem um único zero que é 1.

19.2. Determine as coordenadas do vértice da parábola que representa graficamente a função.

$$-x^2 + 2x - 1 = -(x^2 - 2x) - 1 = -\left(x^2 - 2x + \left(\frac{2}{2}\right)^2 - \left(\frac{2}{2}\right)^2\right) - 1 =$$

$$= -(x^2 - 2x + 1) - 1 \times (-1) - 1 = -(x-1)^2 + 1 - 1 = -(x-1)^2$$

$$V(1, 0)$$

40 minutos

Recursos didáticos:

- Manual adotado – Aleph10 – Volume II e Caderno de Tarefas; Jaime Carvalho e Silva, Joaquim Pinto, Vladimiro Machado.
- Manual interativo.
- Computador.
- Software de Geometria dinâmica "Geogebra".
- Videoprojector.
- Quadro Interativo.
- Ficha de trabalho F5.

Avaliação

Registo de:

- Observação direta dos alunos.
- Intervenção mais significativa.
- Cumprimento de regras.
- Participação / interesse na aula.
- Empenho / Realização das tarefas propostas.

PLANO DE AULA AULA 141 / 142 (90 minutos)	**MATEMÁTICA – 10.° ANO** ANO LETIVO 2013 / 2014	**Tema 2 – Funções e Gráficos. Funções polinomiais. Função módulo.** Ponto 1 – Função, gráfico (gráfico cartesiano de uma função em referencial ortogonal) e representação gráfica.

19.3. Indique o contradomínio da função.

Parábola com a concavidade voltada para baixo.

$$D'_f =]-\infty, 0] = \mathbb{R}_0^-$$

19.4. Estude f quanto à monotonia.

A função é estritamente crescente em $]-\infty, 1[$ e estritamente decrescente em $]1, +\infty[$.

19.5. Determine x tal que:

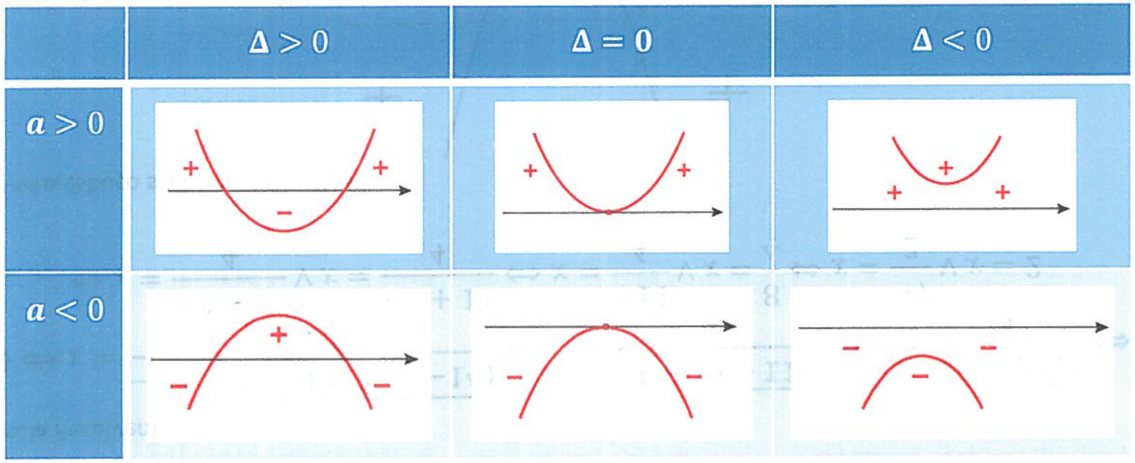
19.5.1. $f(x) = -1$;

$$f(x) = -1 \Leftrightarrow -x^2 + 2x - 1 = -1 \Leftrightarrow -x^2 + 2x - 1 + 1 = 0 \Leftrightarrow -x^2 + 2x = 0 \Leftrightarrow -x(x-2) = 0 \Leftrightarrow -x = 0 \vee x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = 0 + 2 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow x = 0 \vee x = 2$$

19.5.2. $f(x) < -4$.

- Em seguimento do trabalho de casa, e a propósito do exercício **19.5.2**, que foi pedido aos alunos que o resolvessem com auxílio da calculadora gráfica, introduzo o tema da aula, inequações do segundo grau.
- Relembro o sinal da função quadrática, de acordo com o sentido da concavidade da parábola que a define graficamente e com o sinal do binómio discriminante que define o número de zeros da parábola.

PLANO DE AULA **AULA 141 / 142** (90 minutos)	**MATEMÁTICA – 10.º ANO** ANO LETIVO 2013 / 2014	**Tema 2 – Funções e Gráficos. Funções polinomiais. Função módulo.** Ponto 1 – Função, gráfico (gráfico cartesiano de uma função em referencial ortogonal) e representação gráfica.



- Indico os passos fundamentais para resolver inequações do segundo grau:
    - Escrever a inequação na forma canónica;
    - Determinar os zeros da função;
    - Fazer um esboço da função e estudar o sinal, atendendo aos zeros e ao sentido da concavidade do seu gráfico;
    - Interpretar e concluir o pedido através do esboço anterior.
- Resolvo o seguinte exemplo para mostrar os passos essenciais para a resolução de inequações do segundo grau:

1. Considere as funções f, g e h, reais de variável real, definidas por: $f(x) = x^2 + 3x - 10$, $g(x) = -x^2 + 4$ e $h(x) = \frac{4}{5}x + 4$.

Determine, por processos analíticos e sob a forma de intervalo, os valores de x que verificam as condições:

1.1. $f(x) \leq g(x)$;

PLANO DE AULA AULA 141 / 142 (90 minutos)	**MATEMÁTICA – 10.° ANO** ANO LETIVO 2013 / 2014	**Tema 2 – Funções e Gráficos. Funções polinomiais. Função módulo.** Ponto 1 – Função, gráfico (gráfico cartesiano de uma função em referencial ortogonal) e representação gráfica.

i) Chegar à forma canónica:

Passamos todos os termos para o primeiro membro e reduzimos os termos semelhantes:

$$f(x) \leq g(x) \Leftrightarrow x^2 + 3x - 10 \leq -x^2 + 4 \Leftrightarrow x^2 + x^2 + 3x - 10 - 4 \leq 0 \Leftrightarrow 2x^2 + 3x - 14 \leq 0$$

ii) Cálculo dos zeros:

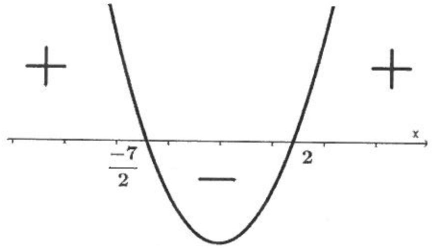
Cálculos Auxiliares: Fórmula Resolvente

$$2x^2 + 3x - 14 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \times 2 \times (-14)}}{2 \times 2} \Leftrightarrow x = \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 112}}{4} \Leftrightarrow x = \frac{-3 \pm \sqrt{121}}{4} \Leftrightarrow x = \frac{-3 \pm 11}{4} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-3 - 11}{4} \vee x = \frac{-3 + 11}{4} \Leftrightarrow x = \frac{-14}{4} \vee x = \frac{8}{4} \Leftrightarrow x = \frac{-7}{2} \vee x = 2$$

iii) **Esboço:**

Como $a > 0$ pode fazer-se o esboço seguinte do gráfico.



iv) Ler o pedido e concluir:

Concluir que o conjunto-solução da inequação $2x^2 + 3x - 14 \leq 0$ é $\left[-\frac{7}{2}, 2\right]$.

PLANO DE AULA **AULA 141 / 142** (90 minutos)	**MATEMÁTICA – 10.° ANO** ANO LETIVO 2013 / 2014	**Tema 2 – Funções e Gráficos. Funções polinomiais. Função módulo.** Ponto 1 – Função, gráfico (gráfico cartesiano de uma função em referencial ortogonal) e representação gráfica.

1.2. $h(x) \leq f(x)$;

i) Chegar à forma canónica:

$$h(x) \leq f(x) \Leftrightarrow \frac{4}{5}x + 4 \leq x^2 + 3x - 10 \Leftrightarrow 4x + 20 \leq 5x^2 + 15x - 50 \Leftrightarrow\Leftrightarrow -5x^2 + 4x - 15x + 20 + 50 \leq 0 \Leftrightarrow -5x^2 - 11x + 70 \leq 0$$

ii) Cálculo dos zeros:

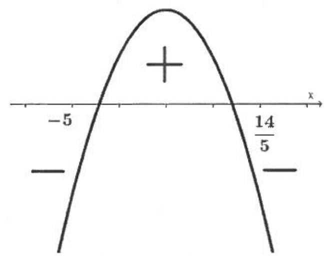
Cálculos Auxiliares: Fórmula Resolvente

$$-5x^2 - 11x + 70 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{11 \pm \sqrt{(-11)^2 - 4 \times (-5) \times 70}}{2 \times (-5)} \Leftrightarrow x = \frac{11 \pm \sqrt{121 + 1400}}{-10} \Leftrightarrow x = \frac{11 \pm \sqrt{1521}}{-10} \Leftrightarrow x = \frac{11 \pm 39}{-10} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{11 - 39}{-10} \vee x = \frac{11 + 39}{-10} \Leftrightarrow x = \frac{-28}{-10} \vee x = \frac{50}{-10} \Leftrightarrow x = \frac{14}{5} \vee x = -5$$

iii) Esboço:

Como $a < 0$ pode fazer-se o esboço seguinte do gráfico.



iv) Ler o pedido e concluir:

Concluir que o conjunto-solução da inequação $-5x^2 - 11x + 70 \leq 0$ é $\left]-\infty, -5\right] \cup \left[\frac{14}{5}, +\infty\right[$.

1.3. $g(x) > h(x)$.

i) Chegar à forma canónica:

$$g(x) > h(x) \Leftrightarrow -x^2 + 4 > \frac{4}{5}x + 4 \Leftrightarrow -5x^2 + 20 > 4x + 20 \Leftrightarrow\Leftrightarrow -5x^2 - 4x + 20 - 20 > 0 \Leftrightarrow -5x^2 - 4x > 0$$

ii) Cálculo dos zeros:

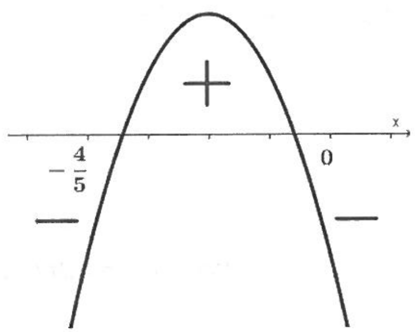
Cálculos Auxiliares: Fórmula Resolvente

$$-5x^2 - 4x = 0 \Leftrightarrow x(-5x - 4) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee -5x - 4 = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee -5x = 0 + 4 \Leftrightarrow x = 0 \vee -5x = 4 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = \frac{4}{-5} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \vee x = -\frac{4}{5}$$

iii) Esboço:

Como $a < 0$ pode fazer-se o esboço seguinte do gráfico.

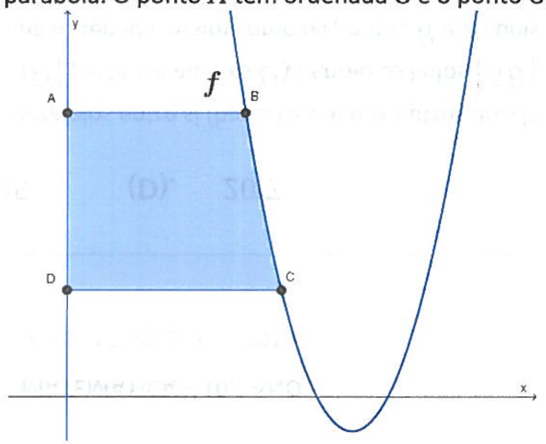


iv) Ler o pedido e concluir:

Concluir que o conjunto-solução da inequação $-5x^2 - 4x > 0$ é $\left]-\frac{4}{5}, 0\right[$.

- Refiro também que na resolução **gráfica** de inequações, que a expressão algébrica de uma função é maior do que a expressão algébrica de outra função se o gráfico da primeira estiver acima, relativamente ao eixo Oy, do gráfico da segunda, ou seja o conjunto de pontos em que para as mesmas abcissas, a ordenada correspondente ao primeiro gráfico é maior do que a ordenada do segundo gráfico.
- Mostro, com recurso ao Geogebra o gráfico das três funções apresentadas e a solução gráfica de cada uma das inequações, com base nas suas representações gráficas (**Ficheiro:** Exemplo Inequações do Segundo Grau).
- Proponho a resolução do seguinte exercício:

2. Na figura está representada, em referencial Oxy, parte do gráfico da função f definida por $f(x) = x^2 - 16x + 63$. Na mesma figura, considere ainda o trapézio retângulo $[ABCD]$, cujos vértices, B e C pertencem à parábola. O ponto A tem ordenada 8 e o ponto C tem abcissa 6.



Qual é a área do trapézio retângulo $[ABCD]$?

(A). $25{,}7$ **(B).** $27{,}5$ **(C).** 25 **(D).** $20{,}7$

Um trapézio retângulo é um quadrilátero com dois lados paralelos entre si (bases) e um dos outros dois lados perpendicular às duas bases.

Uma vez que o trapézio $[ABCD]$ é retângulo, e o lado $[AD]$ pertence ao eixo Oy, então os lados $[AB]$ e $[CD]$ (bases) são paralelos ao eixo Ox.

Podemos então concluir que os pontos C e D têm a mesma ordenada, assim como os pontos B e A, pois $[CD]$ e $[AB]$ são lados paralelos do trapézio retângulo.

Sabemos que a ordenada do ponto A é 8 que é igual à ordenada do ponto B.

$$f(x) = 8 \Leftrightarrow x^2 - 16x + 63 = 8 \Leftrightarrow x^2 - 16x + 63 - 8 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 16x + 55 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{16 \pm \sqrt{(-16)^2 - 4 \times 1 \times 55}}{2 \times 1} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{16 \pm \sqrt{256 - 220}}{2} \Leftrightarrow x = \frac{16 \pm \sqrt{36}}{2} \Leftrightarrow x = \frac{16 \pm 6}{2} \Leftrightarrow x = \frac{16-6}{2} \vee x = \frac{16+6}{2} \Leftrightarrow x = \frac{10}{2} \vee x = \frac{22}{2} \Leftrightarrow x = 5 \vee x = 11$$

$$B(5,8)$$

Sabemos também que a ordenada do ponto D é igual à ordenada do ponto C e que abcissa do ponto C é 6.

$$f(6) = 6^2 - 16 \times 6 + 63 = 36 - 96 + 63 = -60 + 63 = 3$$

$C(6,3)$ e $D(0,3)$

$$A_{[ABCD]} = \frac{\overline{AB} + \overline{CD}}{2} \times \overline{AD} = \frac{5+6}{2} \times 5 = \frac{11}{2} \times 5 = \frac{55}{2} = 27{,}5 \ \ u.a.$$

Opção **(B)**.

3. Defina por uma condição a região sombreada.

$$y \leq x^2 - 16x + 63 \wedge 3 \leq y \leq 8 \wedge 0 \leq x \leq 6$$

PLANO DE AULA **AULA 141 / 142** (90 minutos)	**MATEMÁTICA – 10.º ANO** ANO LETIVO 2013 / 2014	**Tema 2 – Funções e Gráficos. Funções polinomiais. Função módulo.** Ponto 1 – Função, gráfico (gráfico cartesiano de uma função em referencial ortogonal) e representação gráfica.

- Proponho a resolução dos exercícios 12 a 17, e 24 da ficha de trabalho F5.

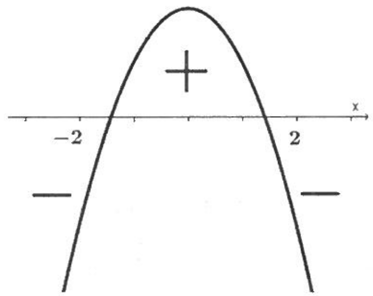
45 minutos

12. Resolva, por processos exclusivamente analíticos, cada uma das seguintes inequações:

12.1. $4 - x^2 \leq 0$;

$$4 - x^2 = 0 \Leftrightarrow -x^2 = 0 - 4 \Leftrightarrow x^2 = 4 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{4} \Leftrightarrow x = \pm 2$$

A parábola tem dois zeros e tem a concavidade voltada para baixo.



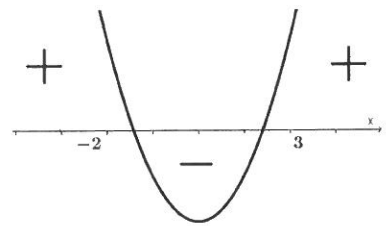
$$S =]-\infty, -2[\cup]2, +\infty[$$

12.2. $x^2 - x - 6 < 0$;

$$x^2 - x - 6 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \times 1 \times (-6)}}{2 \times 1} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{1+24}}{2} \Leftrightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{25}}{2} \Leftrightarrow x = \frac{1 \pm 5}{2} \Leftrightarrow x = \frac{1-5}{2} \vee x = \frac{1+5}{2} \Leftrightarrow x = \frac{-4}{2} \vee x = \frac{6}{2} \Leftrightarrow x = -2 \vee x = 3$$

A parábola tem dois zeros e tem a concavidade voltada para cima.

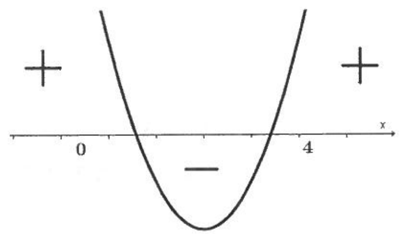


$$S =]-2, 3[$$

12.3. $2x^2 > 8x \Leftrightarrow 2x^2 - 8x > 0;$

$$2x^2 - 8x = 0 \Leftrightarrow 2x(x-4) = 0 \Leftrightarrow 2x = 0 \vee x - 4 = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = 0 + 4 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = 4$$

A parábola tem dois zeros e tem a concavidade voltada para cima.



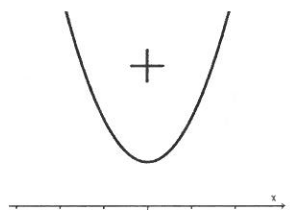
$$S =]-\infty, 0[\cup]4, +\infty[$$

13. Determine os valores de x para os quais a expressão $x^2 - 3x$ é maior que -5.

$$x^2 - 3x > -5 \Leftrightarrow x^2 - 3x + 5 > 0$$

$$x^2 - 3x + 5 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \times 1 \times 5}}{2 \times 1} \Leftrightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{9 - 20}}{2} \Leftrightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{-11}}{2} \quad Impossível$$

A parábola não tem zeros e tem a concavidade voltada para cima.



$$S = \mathbb{R}$$

As inequações e o cálculo dos domínios de expressões irracionais

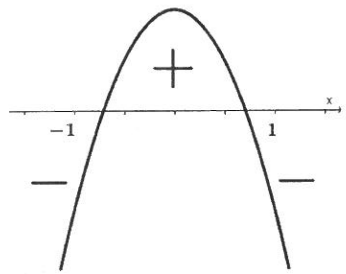
15. Determine o domínio de cada uma das seguintes funções reais de variável real:

15.3. $h(x) = \sqrt{1 - x^2} + x$;

$$D_h = \{x \in \mathbb{R} : 1 - x^2 \geq 0\} = [-1, 1]$$

$$1 - x^2 = 0 \Leftrightarrow 1 = 0 + x^2 \Leftrightarrow 1 = x^2 \Leftrightarrow x^2 = 1 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{1} \Leftrightarrow x = \pm 1$$

A parábola tem dois zeros e tem a concavidade voltada para baixo.



16. O departamento financeiro de uma de uma empresa usa a função P definida por:

$$P(x) = 200(15 - x)(x - 2),\ 0 \leq x \leq 30,$$

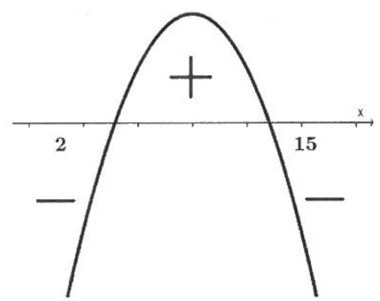
para calcular o lucro P, em euros, quando x artigos são produzidos e vendidos. Determine os valores de x para os quais a empresa não tem prejuízo.

$$P(x) \geq 0 \Leftrightarrow 200(15 - x)(x - 2) \geq 0 \Leftrightarrow 200(15x - 30 - x^2 + 2x) \geq 0 \Leftrightarrow\Leftrightarrow 200(-x^2 + 17x - 30) \geq 0 \Leftrightarrow -x^2 + 17x - 30 \geq 0$$

$$-x^2 + 17x - 30 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-17 \pm \sqrt{17^2 - 4 \times (-1) \times (-30)}}{2 \times (-1)} \Leftrightarrow x = \frac{-17 \pm \sqrt{289 - 120}}{-2} \Leftrightarrow x = \frac{-17 \pm \sqrt{169}}{-2} \Leftrightarrow x = \frac{-17 \pm 13}{-2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-17 - 13}{-2} \vee x = \frac{-17 + 13}{-2} \Leftrightarrow x = \frac{-30}{-2} \vee x = \frac{-4}{-2} \Leftrightarrow x = 15 \vee x = 2$$

A parábola tem dois zeros e tem a concavidade voltada para baixo.



A empresa deve produzir e vender entre quando 2 e 15 artigos para não ter prejuízo.

24. No dia 28 de Abril de 2005 uma localidade foi invadida por uma praga de insetos. Verificou-se que o número, N, de insetos, **em centenas**, evolui com o tempo t, **em dias**, até a praga de insetos ser completamente exterminada de acordo com a lei que se segue:

$$N(t) = -t^2 + 23t + 50.$$

Durante quantos dias o número de insetos foi superior a 14000?

$$14000 = 140\ centenas$$

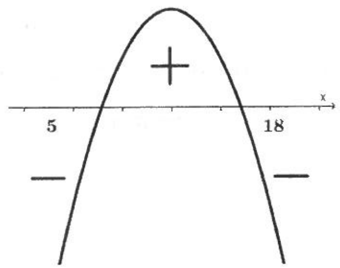
$$N(t) > 140 \Leftrightarrow -t^2 + 23t + 50 > 140 \Leftrightarrow -t^2 + 23t + 50 - 140 > 0 \Leftrightarrow\Leftrightarrow -t^2 + 23t - 90 > 0$$

$$-t^2 + 23t - 90 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{-23 \pm \sqrt{23^2 - 4 \times (-1) \times (-90)}}{2 \times (-1)} \Leftrightarrow t = \frac{-23 \pm \sqrt{529 - 360}}{-2} \Leftrightarrow t = \frac{-23 \pm \sqrt{169}}{-2} \Leftrightarrow t = \frac{-23 \pm 13}{-2} \Leftrightarrow$$

PLANO DE AULA AULA 141 / 142 (90 minutos)	**MATEMÁTICA – 10.° ANO** ANO LETIVO 2013 / 2014	**Tema 2 – Funções e Gráficos. Funções polinomiais. Função módulo.** Ponto 1 – Função, gráfico (gráfico cartesiano de uma função em referencial ortogonal) e representação gráfica.

$$\Leftrightarrow t = \frac{-23-13}{-2} \vee t = \frac{-23+13}{-2} \Leftrightarrow t = \frac{-36}{-2} \vee t = \frac{-10}{-2} \Leftrightarrow t = 18 \vee t = 5$$

A parábola tem dois zeros e tem a concavidade voltada para baixo.



$$18 - 5 = 13\ dias$$

O número de insetos foi superior a 14000 durante 13 dias.

- Indico os exercícios não resolvidos na aula para trabalho de casa.
- Apoio os alunos na resolução dos exercícios propostos com o consequente esclarecimento de dúvidas.

Apreciação:

Anexo 7: Ficha de Trabalho F5 – Função Quadrática de Matemática A do 10.º Ano do Curso Cientifico-Humanístico de Ciências e Tecnologias

Ficha de Trabalho F5 – *Função Quadrática*

Função Quadrática

Uma função quadrática é uma função f definida por $f(x) = ax^2 + bx + c,\ a \neq 0$.

Os parâmetros a, b e c são números reais.

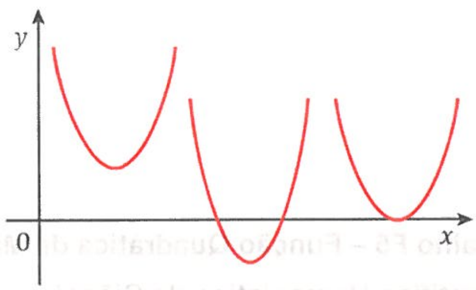
O domínio de uma função quadrática é o conjunto dos números reais.

O gráfico de uma função quadrática é uma parábola.

Concavidade do gráfico da função quadrática

$f(x) = ax^2 + bx + c,\ a \neq 0$ com $a,\ b,\ c \in \mathbb{R}$ e $a \neq 0$.

- Se $a > 0$, a concavidade do gráfico é voltada para cima.



- Se $a < 0$, a concavidade do gráfico é voltada para baixo.

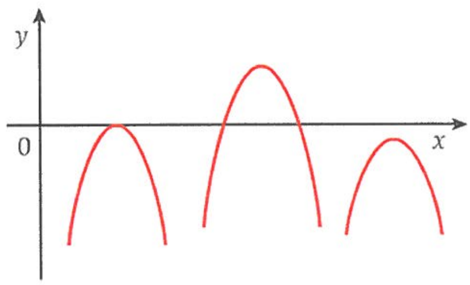
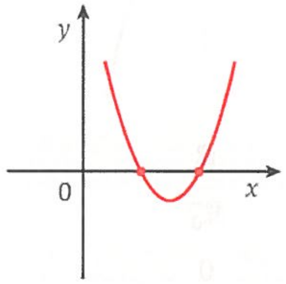


Gráfico de uma função quadrática

O gráfico de uma função quadrática interseta **sempre** o eixo Oy.

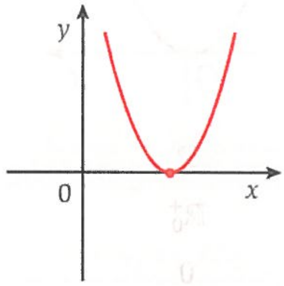
O gráfico de uma função quadrática pode intersetar ou não o eixo Ox, ou seja, uma função quadrática pode ter ou não zeros.

Sendo $f(x) = ax^2 + bx + c$, com a, b, $c \in \mathbb{R}$ e $a \neq 0$: $\Delta = b^2 - 4ac$ (Δ é o binómio discriminante).



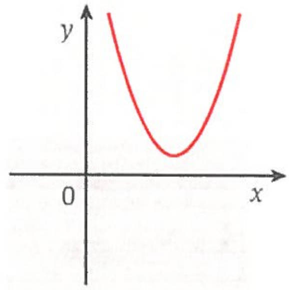
Dois zeros

$\Delta > 0$



Um zero

$\Delta = 0$



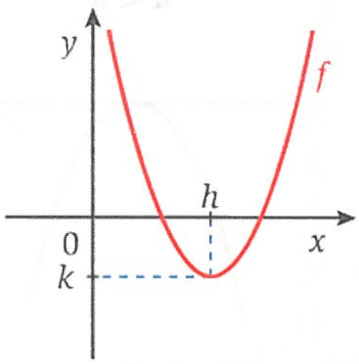
Nenhum zero

$\Delta < 0$

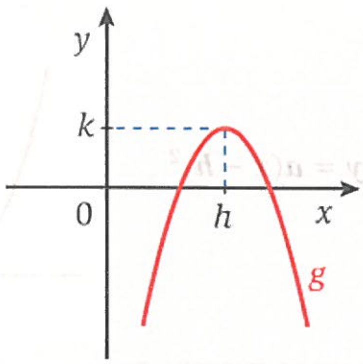
Contradomínio e eixo de simetria de uma função quadrática

Para determinar o contradomínio de uma função quadrática determinam-se as coordenadas do vértice da parábola que representa graficamente a função.

Se $ax^2 + bx + c = a(x-h)^2 + k$, o vértice tem coordenadas (h, k), com $h = -\frac{b}{2a}$ e $k = -\frac{\Delta}{4a}$.



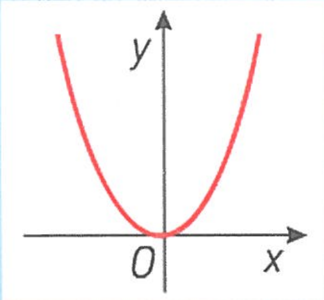
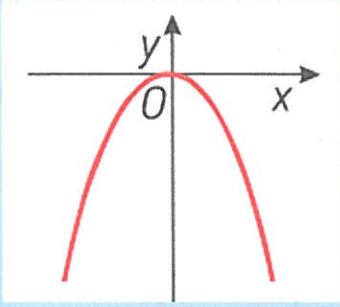
$D'_f = [k, +\infty[$



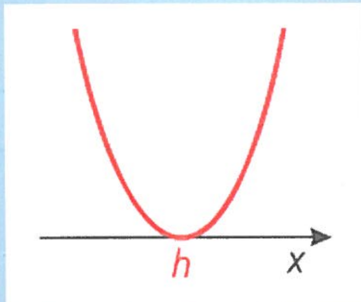
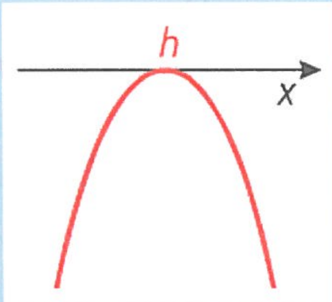
$D'_f =]-\infty, k]$

O eixo de simetria da parábola é a reta de equação $x = h$.

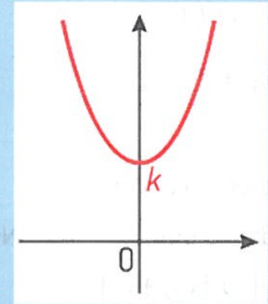
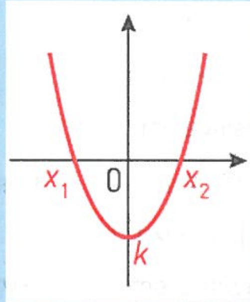
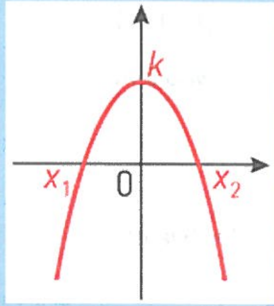
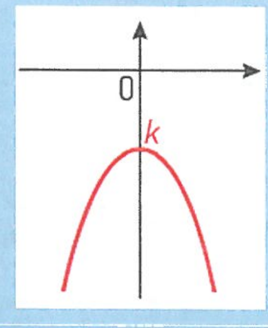
Funções do tipo $y = ax^2$

	$a > 0$	$a < 0$
$y = ax^2$		
Domínio	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$
Contradomínio	$\mathbb{R}_0^+$	$\mathbb{R}_0^-$
Zeros	0	0
Sinal	Positiva em $\mathbb{R}\backslash\{0\}$	Negativa em $\mathbb{R}\backslash\{0\}$
Monotonia	Decrescente em $]-\infty, 0]$ Crescente em $[0, +\infty[$	Decrescente em $[0, +\infty[$ Crescente em $]-\infty, 0]$
Extremos	Mínimo absoluto: 0 Minimizante: 0	Máximo absoluto: 0 Maximizante: 0

Funções do tipo $y = a(x - h)^2$

	$a > 0$	$a < 0$
$y = a(x - h)^2$		
Domínio	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$
Contradomínio	$\mathbb{R}_0^+$	$\mathbb{R}_0^-$
Zeros	h	h
Sinal	Positiva em $\mathbb{R}\backslash\{h\}$	Negativa em $\mathbb{R}\backslash\{h\}$
Monotonia	Decrescente em $]-\infty, h]$ Crescente em $[h, +\infty[$	Decrescente em $[h, +\infty[$ Crescente em $]-\infty, h]$
Extremos	Mínimo absoluto: 0 Minimizante: h	Máximo absoluto: 0 Maximizante: h

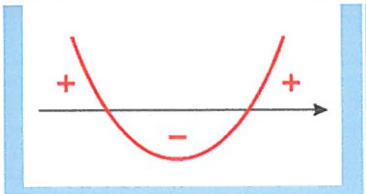
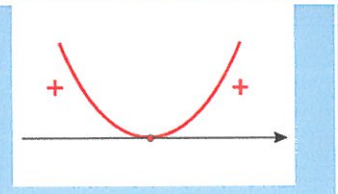
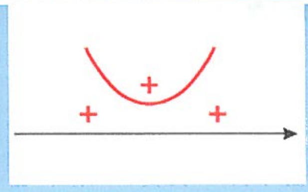
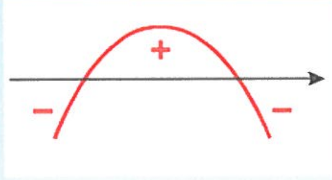
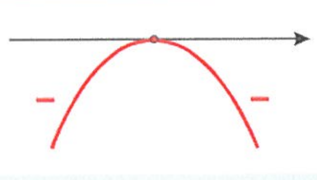
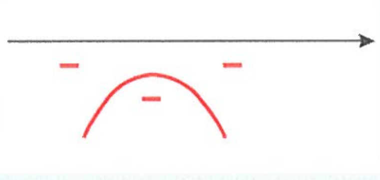
Funções do tipo $y = ax^2 + k$

	$a > 0 \wedge k > 0$	$a > 0 \wedge k < 0$	$a < 0 \wedge k > 0$	$a < 0 \wedge k < 0$
$y = ax^2 + k$				
Domínio	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$
Contradomínio	$[k, +\infty[$	$[k, +\infty[$	$]-\infty, k]$	$]-\infty, k]$
Zeros	Não tem	x_1 e x_2	x_1 e x_2	Não tem
Sinal	Positiva em $\mathbb{R}$	Positiva em: $]-\infty, x_1[\cup]x_2, +\infty[$ Negativa em $]x_1, x_2[$	Positiva em $]x_1, x_2[$ Negativa em: $]-\infty, x_1[\cup]x_2, +\infty[$	Negativa em $\mathbb{R}$
Monotonia	Decrescente em $]-\infty, 0]$ Crescente em $[0, +\infty[$	Decrescente em $]-\infty, 0]$ Crescente em $[0, +\infty[$	Decrescente em $[0, +\infty[$ Crescente em $]-\infty, 0]$	Decrescente em $[0, +\infty[$ Crescente em $]-\infty, 0]$
Extremos	Mínimo absoluto: k Minimizante: 0	Mínimo absoluto: k Minimizante: 0	Máximo absoluto: k Maximizante: 0	Máximo absoluto: k Maximizante: 0

Funções do tipo $y = a(x-h)^2 + k$

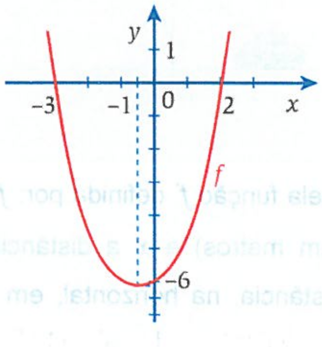
$y = a(x-h)^2 + k$	$a > 0 \wedge k > 0$	$a > 0 \wedge k < 0$	$a < 0 \wedge k > 0$	$a < 0 \wedge k < 0$
Domínio	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$
Contradomínio	$[k, +\infty[$	$[k, +\infty[$	$]-\infty, k]$	$]-\infty, k]$
Zeros	Não tem	x_1 e x_2	x_1 e x_2	Não tem
Sinal	Positiva em $\mathbb{R}$	Positiva em: $]-\infty, x_1[$ $\cup\ ]x_2, +\infty[$ Negativa em $]x_1, x_2[$	Positiva em $]x_1, x_2[$ Negativa em: $]-\infty, x_1[\ \cup\ ]x_2, +\infty[$	Negativa em $\mathbb{R}$
Monotonia	Decrescente em $]-\infty, h]$ Crescente em $[h, +\infty[$	Decrescente em $]-\infty, h]$ Crescente em $[h, +\infty[$	Decrescente em $[h, +\infty[$ Crescente em $]-\infty, h]$	Decrescente em $[h, +\infty[$ Crescente em $]-\infty, h]$
Extremos	Mínimo absoluto: k Minimizante: h	Mínimo absoluto: k Minimizante: h	Máximo absoluto: k Maximizante: h	Máximo absoluto: k Maximizante: h

Resolução de Inequações do segundo grau

	$\Delta > 0$	$\Delta = 0$	$\Delta < 0$
$a > 0$			
$a < 0$			

Exercícios:

1. Considere a função f, definida em $\mathbb{R}$ por: $f(x) = (m-3)x^2 - 2x + 1, m \in \mathbb{R}\backslash\{3\}$.
   1.1. Determine os valores de m de modo que o gráfico de f tenha a concavidade voltada para cima.
   1.2. Determine o valor de m de modo que o ponto de coordenadas $(x, y) = (-1, 2)$ pertença ao gráfico de f.
   1.3. Considere $m = 5$ e escreva $f(x)$ na forma $a(x-h)^2 + k$, com $a \neq 0$.
2. Uma bola que se encontra a 4 metros do solo é lançada verticalmente para cima, com uma velocidade inicial de $1{,}5\ m/s$. A função h definida por: $h(t) = -4{,}9t^2 + 1{,}5t + 4$ permite calcular a altura h, em metros, da bola, ao fim de t segundos de movimento.
   2.1. Calcule $h(1)$ e interprete o valor obtido no contexto da situação apresentada.
   2.2. Durante quanto tempo a bola permaneceu no ar? Apresente o resultado em segundos com uma casa decimal.
   2.3. Determine:
      2.3.1. A altura máxima atingida pela bola e o instante em que tal aconteceu. Apresente os resultados respetivamente em metros e segundos, com duas casas decimais.
      2.3.2. Os instantes, em segundos com duas casas decimais em que a bola atingiu os 3 metros de altura.
3. Considere a função g, definida em $\mathbb{R}$ por: $g(x) = (2x-1)^2 - x(2x+8)$.
   3.1. Escreva $g(x)$ na forma $ax^2 + bx + c$, com $a \in \mathbb{R}\backslash\{0\}$ e $b, c \in \mathbb{R}$.
   3.2. Determine o mínimo absoluto da função g.
   3.3. Escreva $g(x)$ na forma $a(x-h)^2 + k$, $a \in \mathbb{R}\backslash\{0\}$ e determine as coordenadas do vértice da parábola que define o gráfico de g.
4. Determine as coordenadas do vértice e escreva uma equação do eixo de simetria das parábolas que representam graficamente cada uma das seguintes funções:
   4.1. $f(x) = 3x^2 - 27$;
   4.2. $g(x) = -x^2 + 2x + \frac{1}{2}$;
   4.3. $h(x) = 3 + (x-2)^2$;
   4.4. $m(x) = 2x^2 - 8x$;
   4.5. $p(x) = -5(x+2)^2$;
   4.6. $r(x) = 2x^2 - x + 4$;
5. Considere a função quadrática, f, representada graficamente.



O ponto A de coordenadas $(0,-6)$ pertence à parábola e os zeros da função são -3 e 2.

5.1. Escreva uma expressão analítica da função f.

5.2. Determine, usando dois processos diferentes, as coordenadas do vértice da parábola que representa graficamente a função.

5.3. Verifique, recorrendo a processos exclusivamente analíticos, se o ponto de coordenadas $(x,y)=(-2,-4)$ pertence à parábola que representa graficamente a função f.

6. Calcule o binómio discriminante de cada uma das seguintes funções e tire conclusões acerca do número de zeros.

6.1. $f(x)=x^2-3x+8$;

6.2. $f(x)=-x^2+6x-9$;

6.3. $f(x)=7-x^2$;

7. Considere a função f, definida em $\mathbb{R}$ por: $f(x)=x^2-mx+1, m\in\mathbb{R}$. Determine os valores reais de m de modo que a função tenha um único zero.

8. Um estudo conduzido pelo departamento estatístico de uma Câmara Municipal concluiu que a população da sua cidade nos próximos dois anos cresceria de acordo com a fórmula: $P(x)=30000+20x^2+20x$ onde $P(x)$ representa a população x meses a partir da data em que foi feito o estudo.

8.1. Qual o número de pessoas que habitavam a cidade na época em que foi feito o estudo?

8.2. Determina o número de pessoas que habitarão esta cidade um ano após a data em que foi feito o estudo.

8.3. Quanto tempo decorrerá até que a população desta cidade seja de 36840?

9. Resolva as seguintes equações:

9.1. $-x^2-\frac{1}{2}x=3$;

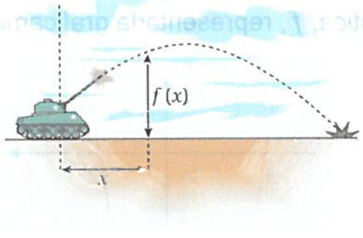
9.2. $-2x^2-8x+64=0$;

9.3. $x^2+3=0$;

9.4. $(1-x)^2=0$;

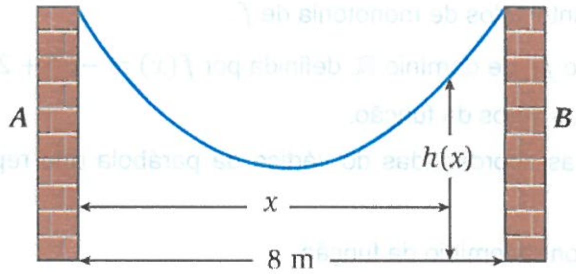
9.5. $\frac{x^2}{4}-9=0$;

10. Uma bala está colocada $1{,}5\ m$ acima do solo e é lançada segundo um ângulo de $45°$ com o nível do solo.



A trajetória da bala é dada pela função f definida por: $f(x)=-0{,}0025x^2+x+1{,}5$ onde $f(x)$ é a altura da bala (em metros) e x a distância horizontal da bala ao ponto de lançamento. Determine a distância, na horizontal, em metros e com uma casa decimal, entre o ponto de lançamento e o ponto onde caiu a bola.

11. Uma rampa de desportos radicais foi construída entre duas paredes, A e B, distanciadas 8 metros, como se mostra na figura que se segue.



Considere a função h definida por:$h(x) = 0{,}24x^2 - 1{,}92x + 5{,}2$. Admita que $h(x)$ é a altura, em metros, do ponto da rampa situado x metros à direita da parede A.

11.1. Determine a altura da parede A.

11.2. Resolva a equação $h(x) = 3{,}52$ e interprete as soluções no contexto da situação descrita.

11.3. Determine a altura mínima da rampa.

11.4. Mostre, analiticamente, que $h(4 - x) = h(4 + x)$. Interprete esta igualdade no contexto da situação descrita.

12. Resolva, por processos exclusivamente analíticos, cada uma das seguintes inequações:

12.1. $4 - x^2 \leq 0$;

12.2. $x^2 - x - 6 < 0$;

12.3. $2x^2 > 8x$;

12.4. $-2x^2 - 4x < -30$;

12.5. $9 \geq -x^2$;

12.6. $(x - 4)^2 \leq 0$;

12.7. $x^2 + 3x > -6$;

12.8. $x(x^2 + 2x) \leq x^3 + 1$;

13. Determine os valores de x para os quais a expressão $x^2 - 3x$ é maior que -5.

14. Determine os valores de x para os quais a expressão x^2 é menor ou igual a 16.

15. Determine o domínio de cada uma das seguintes funções reais de variável real:

15.1. $f(x) = \sqrt{x^2 + x}$;

15.2. $g(x) = \sqrt{x^2 + 2x + 8}$;

15.3. $h(x) = \sqrt{1 - x^2} + x$;

16. O departamento financeiro de uma de uma empresa usa a função P definida por:

$$P(x) = 200(15 - x)(x - 2),\ 0 \leq x \leq 30,$$

para calcular o lucro P, em euros, quando x artigos são produzidos e vendidos. Determine os valores de x para os quais a empresa não tem prejuízo.

17. Considere as funções f e g, definidas em $\mathbb{R}$ por $f(x) = x^2 - 3x - 5$ e $g(x) = 2x - x^2$. Resolva analiticamente a condição $f(x) \leq g(x)$.

18. Considere a função f , de domínio $\mathbb{R}$, definida por $f(x) = 3x^2 - 6x + 5$.

18.1. Mostre que $f(x) = 3(x - 1)^2 + 2$.

18.2. Escreva uma equação do eixo de simetria do gráfico de f.

18.3. Indique o contradomínio de f.

18.4. Indique os intervalos de monotonia de f.

19. Considere a função f , de domínio $\mathbb{R}$, definida por $f(x) = -x^2 + 2x - 1$.

19.1. Determine os zeros da função.

19.2. Determine as coordenadas do vértice da parábola que representa graficamente a função.

19.3. Indique o contradomínio da função.

19.4. Estude f quanto à monotonia.

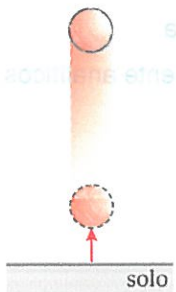
19.5. Determine x tal que:

19.5.1. $f(x) = -1$;

19.5.2. $f(x) < -4$.

20. Uma bola é lançada na vertical de baixo para cima. A altura h, em metros, a que se encontra a bola t segundos após o lançamento da bola é dada por:

$$h(t) = 1 + 38t - 5t^2$$



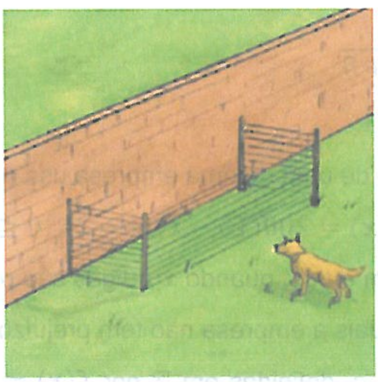
20.1. Determine $h(0)$ e interprete o resultado no contexto da situação apresentada.

20.2. Determine a altura máxima atingida pela bola e o instante em que ocorreu.

20.3. Em que instante a bola atingiu o solo? Apresente o resultado em segundos com uma casa decimal.

20.4. Em que intervalos de tempo, a bola esteve a menos de 30 metros do solo? Apresente a resposta com aproximação às décimas do segundo.

21. Observe a figura seguinte.



O Sr. Joaquim tem 100 metros de rede e pretende utilizá-la para construir uma vedação com a forma retangular. Um dos lados do retângulo dispensa a utilização de rede, uma vez que tem como suporte um muro como se mostra na figura. Designemos por x e por y a largura e o comprimento do retângulo respetivamente.

21.1. Qual o significado de cada uma das expressões?

21.1.1. $2x + y$;

21.1.2. $y = 100 - 2x$;

21.1.3. $x(100 - 2x)$.

21.2. Determine as dimensões do terreno vedado de forma que a sua área seja máxima.

22. Uma bola é lançada verticalmente no ar, com uma velocidade inicial de $20\ m/s$. A altura $h(t)$ da bola, em metros, no tempo t, em segundos, é dada aproximadamente pela fórmula: $h(t) = -5t^2 + 20t + 0{,}5$.

22.1. Quanto tempo a bola se manteve no ar? Apresente o resultado em segundos com uma casa decimal.

22.2. Qual a altura máxima atingida pela bola?

22.3. Três segundos após o lançamento, qual é a altura a que se encontra a bola?

22.4. A bola ultrapassou o cimo de um edifício com 10 metros de altura. Em que instantes esteve a bola à altura do edifício? Apresente o resultado em segundos com duas casas decimais.

22.5. A que altura foi lançada a bola?

23. A D. Cristina comprou 24 metros de rede para fazer um jardim retangular na sua nova moradia. Para otimizar o investimento feito na compra de rede, pretende que o jardim tenha área máxima.

23.1. Exprima a largura l em função do comprimento c do jardim.

23.2. Mostre que a área, A, do jardim é dada em função do comprimento c por: $A(c) = 12c - c^2$ e, em seguida, determine o domínio da função A.

23.3. Determine, por processos analíticos, o valor de c para o qual a área do jardim é máxima e determine essa área.

23.4. Qual deve ser o comprimento, c, do jardim de modo que a sua área não seja inferior a $20\ m^2$?

24. No dia 28 de Abril de 2005 uma localidade foi invadida por uma praga de insetos. Verificou-se que o número, N, de insetos, **em centenas**, evolui com o tempo t, **em dias**, até a praga de insetos ser completamente exterminada de acordo com a lei que se segue:

$$N(t) = -t^2 + 23t + 50.$$

Durante quantos dias o número de insetos foi superior a 14000?

Anexo 8: Resolução da Ficha de Trabalho F5 – Função Quadrática de Matemática A do 10.º Ano do Curso Cientifico-Humanístico de Ciências e Tecnologias

Ficha de Trabalho F5 – *Função Quadrática*

Função Quadrática

Uma função quadrática é uma função f definida por $f(x) = ax^2 + bx + c,\ a \neq 0$.

Os parâmetros a, b e c são números reais.

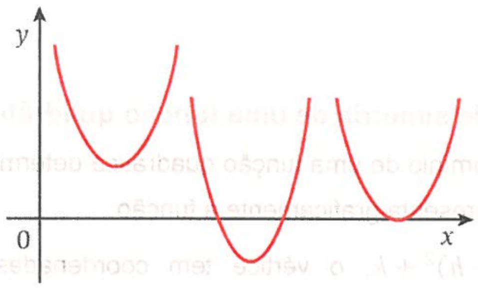
O domínio de uma função quadrática é o conjunto dos números reais.

O gráfico de uma função quadrática é uma parábola.

Concavidade do gráfico da função quadrática

$f(x) = ax^2 + bx + c,\ a \neq 0$ com $a,\ b,\ c \in \mathbb{R}$ e $a \neq 0$.

- Se $a > 0$, a concavidade do gráfico é voltada para cima.



- Se $a < 0$, a concavidade do gráfico é voltada para baixo.

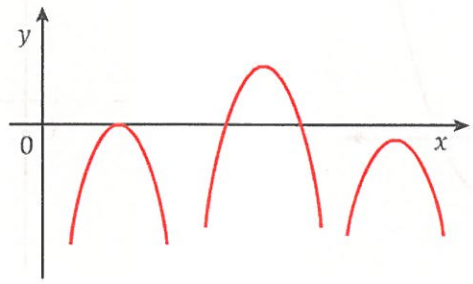
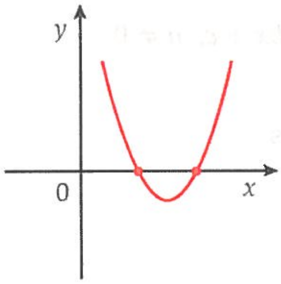


Gráfico de uma função quadrática

O gráfico de uma função quadrática interseta sempre o eixo Oy.

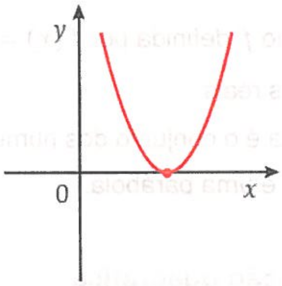
O gráfico de uma função quadrática pode intersetar ou não o eixo Ox, ou seja, uma função quadrática pode ter ou não zeros.

Sendo $f(x) = ax^2 + bx + c$, com $a,\ b,\ c \in \mathbb{R}$ e $a \neq 0$: $\Delta = b^2 - 4ac$ (Δ é o binómio discriminante).



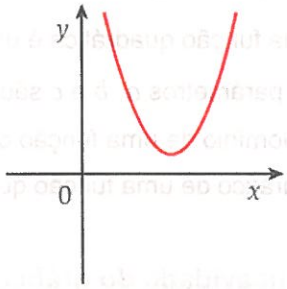
Dois zeros

$\Delta > 0$



Um zero

$\Delta = 0$



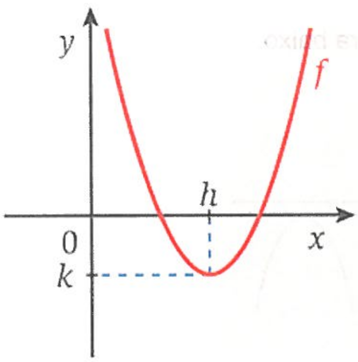
Nenhum zero

$\Delta < 0$

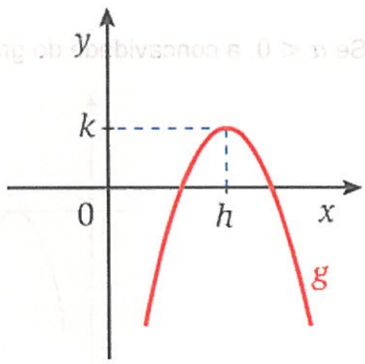
Contradomínio e eixo de simetria de uma função quadrática

Para determinar o contradomínio de uma função quadrática determinam-se as coordenadas do vértice da parábola que representa graficamente a função.

Se $ax^2 + bx + c = a(x-h)^2 + k$, o vértice tem coordenadas (h, k), com $h = -\frac{b}{2a}$ e $k = -\frac{\Delta}{4a}$.



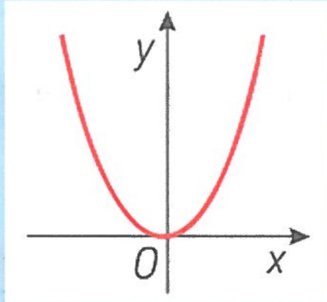
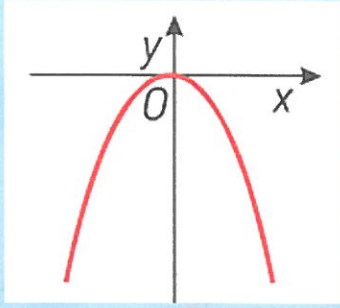
$D'_f = [k, +\infty[$



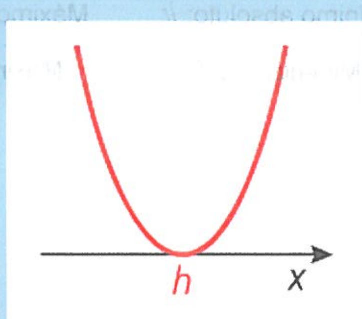
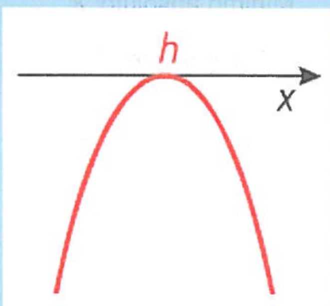
$D'_f =]-\infty, k]$

O eixo de simetria da parábola é a reta de equação $x = h$.

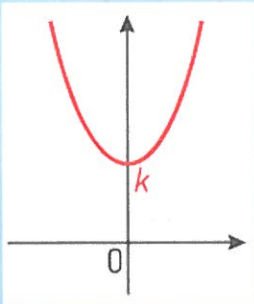
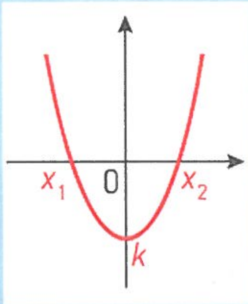
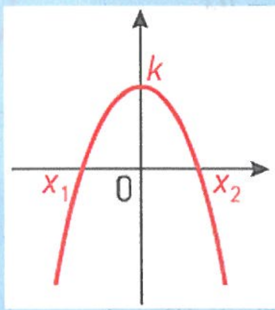
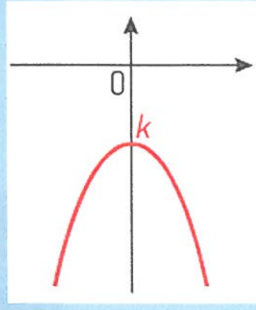
Funções do tipo $y = ax^2$

$y = ax^2$	$a > 0$ 	$a < 0$ 
Domínio	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$
Contradomínio	$\mathbb{R}_0^+$	$\mathbb{R}_0^-$
Zeros	0	0
Sinal	Positiva em $\mathbb{R}\backslash\{0\}$	Negativa em $\mathbb{R}\backslash\{0\}$
Monotonia	Decrescente em $]-\infty, 0]$ Crescente em $[0, +\infty[$	Decrescente em $[0, +\infty[$ Crescente em $]-\infty, 0]$
Extremos	Mínimo absoluto: 0 Minimizante: 0	Máximo absoluto: 0 Maximizante: 0

Funções do tipo $y = a(x-h)^2$

$y = a(x-h)^2$	$a > 0$ 	$a < 0$ 
Domínio	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$
Contradomínio	$\mathbb{R}_0^+$	$\mathbb{R}_0^-$
Zeros	h	h
Sinal	Positiva em $\mathbb{R}\backslash\{h\}$	Negativa em $\mathbb{R}\backslash\{h\}$
Monotonia	Decrescente em $]-\infty, h]$ Crescente em $[h, +\infty[$	Decrescente em $[h, +\infty[$ Crescente em $]-\infty, h]$
Extremos	Mínimo absoluto: 0 Minimizante: h	Máximo absoluto: 0 Maximizante: h

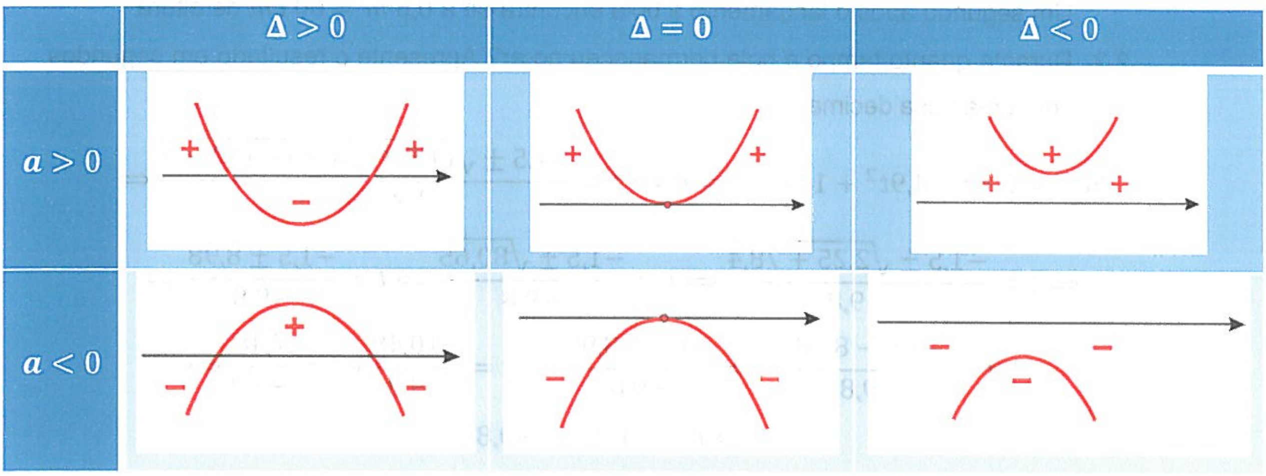
Funções do tipo $y = ax^2 + k$

	$a > 0 \wedge k > 0$	$a > 0 \wedge k < 0$	$a < 0 \wedge k > 0$	$a < 0 \wedge k < 0$
$y = ax^2 + k$				
Domínio	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$
Contradomínio	$[k, +\infty[$	$[k, +\infty[$	$]-\infty, k]$	$]-\infty, k]$
Zeros	Não tem	x_1 e x_2	x_1 e x_2	Não tem
Sinal	Positiva em $\mathbb{R}$	Positiva em: $]-\infty, x_1[\cup]x_2, +\infty[$ Negativa em $]x_1, x_2[$	Positiva em $]x_1, x_2[$ Negativa em: $]-\infty, x_1[\cup]x_2, +\infty[$	Negativa em $\mathbb{R}$
Monotonia	Decrescente em $]-\infty, 0]$ Crescente em $[0, +\infty[$	Decrescente em $]-\infty, 0]$ Crescente em $[0, +\infty[$	Decrescente em $[0, +\infty[$ Crescente em $]-\infty, 0]$	Decrescente em $[0, +\infty[$ Crescente em $]-\infty, 0]$
Extremos	Mínimo absoluto: k Minimizante: 0	Mínimo absoluto: k Minimizante: 0	Máximo absoluto: k Maximizante: 0	Máximo absoluto: k Maximizante: 0

Funções do tipo $y = a(x-h)^2 + k$

$y = a(x-h)^2 + k$	$a > 0 \wedge k > 0$	$a > 0 \wedge k < 0$	$a < 0 \wedge k > 0$	$a < 0 \wedge k < 0$
Domínio	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$
Contradomínio	$[k, +\infty[$	$[k, +\infty[$	$]-\infty, k]$	$]-\infty, k]$
Zeros	Não tem	x_1 e x_2	x_1 e x_2	Não tem
Sinal	Positiva em $\mathbb{R}$	Positiva em: $]-\infty, x_1[\cup]x_2, +\infty[$ Negativa em $]x_1, x_2[$	Positiva em $]x_1, x_2[$ Negativa em: $]-\infty, x_1[\cup]x_2, +\infty[$	Negativa em $\mathbb{R}$
Monotonia	Decrescente em $]-\infty, h]$ Crescente em $[h, +\infty[$	Decrescente em $]-\infty, h]$ Crescente em $[h, +\infty[$	Decrescente em $[h, +\infty[$ Crescente em $]-\infty, h]$	Decrescente em $[h, +\infty[$ Crescente em $]-\infty, h]$
Extremos	Mínimo absoluto: k Minimizante: h	Mínimo absoluto: k Minimizante: h	Máximo absoluto: k Maximizante: h	Máximo absoluto: k Maximizante: h

Resolução de Inequações do segundo grau



Exercícios:

1. Considere a função f, definida em $\mathbb{R}$ por: $f(x) = (m-3)x^2 - 2x + 1, m \in \mathbb{R}\backslash\{3\}$.

1.1. Determine os valores de m de modo que o gráfico de f tenha a concavidade voltada para cima.

$$m - 3 > 0 \Leftrightarrow m > 0 + 3 \Leftrightarrow m > 3 \qquad m \in]3, +\infty[$$

1.2. Determine o valor de m de modo que o ponto de coordenadas $(x, y) = (-1, 2)$ pertença ao gráfico de f.

$$f(-1) = 2 \Leftrightarrow (m-3) \times (-1)^2 - 2 \times (-1) + 1 = 2 \Leftrightarrow m - 3 + 2 + 1 = 2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow m - 1 + 1 = 2 \Leftrightarrow m = 2$$

1.3. Considere $m = 5$ e escreva $f(x)$ na forma $a(x-h)^2 + k$, com $a \neq 0$.

$$f(x) = (5-3)x^2 - 2x + 1 = 2x^2 - 2x + 1 = 2(x^2 - x) + 1 =$$

$$= 2\left(x^2 - x + \left(\frac{1}{2}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2\right) + 1 = 2\left(x^2 - x + \frac{1}{4}\right) - 2 \times \frac{1}{4} + 1 =$$

$$= 2\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{2}{4} + 1 = 2\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{2} + \frac{2}{2} = 2\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{2}$$

$$V\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$$

2. Uma bola que se encontra a 4 metros do solo é lançada verticalmente para cima, com uma velocidade inicial de $1,5\ m/s$. A função h definida por: $h(t) = -4,9t^2 + 1,5t + 4$ permite calcular a altura h, em metros, da bola, ao fim de t segundos de movimento.

2.1. Calcule $h(1)$ e interprete o valor obtido no contexto da situação apresentada.

$$h(1) = -4,9 \times 1^2 + 1,5 \times 1 + 4 = -4,9 + 1,5 + 4 = -3,4 + 4 = 0,6\ m$$

Um segundo após o lançamento a bola encontra-se a $0,6\ m = 60\ cm$ de altura.

2.2. Durante quanto tempo a bola permaneceu no ar? Apresente o resultado em segundos com uma casa decimal.

$$h(t) = 0 \Leftrightarrow -4,9t^2 + 1,5t + 4 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{-1,5 \pm \sqrt{(1,5)^2 - 4 \times (-4,9) \times 4}}{2 \times (-4,9)} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow t = \frac{-1,5 \pm \sqrt{2,25 + 78,4}}{-9,8} \Leftrightarrow t = \frac{-1,5 \pm \sqrt{80,65}}{-9,8} \Leftrightarrow t = \frac{-1,5 \pm 8,98}{-9,8} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow t = \frac{-1,5 - 8,98}{-9,8} \vee t = \frac{-1,5 + 8,98}{-9,8} \Leftrightarrow t = \frac{-10,48}{-9,8} \vee t = \frac{7,48}{-9,8} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow t = 1,1 \vee t = -0,8$$

O tempo não pode ser negativo, logo a bola permaneceu no ar 1,1 segundos.

2.3. Determine:

2.3.1. A altura máxima atingida pela bola e o instante em que tal aconteceu. Apresente os resultados respetivamente em metros e segundos, com duas casas decimais.

$$h(t) = -4,9t^2 + 1,5t + 4 = -4,9\left(t^2 - \frac{15}{49}t\right) + 4 = -4,9\left(t^2 - \frac{15}{49}t + \left(\frac{15}{98}\right)^2 - \left(\frac{15}{98}\right)^2\right) + 4$$

$$= -4,9\left(t^2 - \frac{15}{49}t + \frac{225}{9604}\right) - 4,9 \times \left(-\frac{225}{9604}\right) + 4 == -4,9\left(t - \frac{15}{98}\right)^2 + \frac{45}{392} + \frac{1568}{392} =$$

$$= -4{,}9\left(t - \frac{15}{98}\right)^2 + \frac{1613}{392}$$

$$V\left(\frac{15}{98}, \frac{1613}{392}\right)$$

A bola atingiu a altura máxima de $4{,}11$ metros ao fim de $0{,}15$ segundos.

2.3.2. Os instantes, em segundos com duas casas decimais em que a bola atingiu os 3 metros de altura.

$h(t) = 3 \Leftrightarrow -4{,}9t^2 + 1{,}5t + 4 = 3 \Leftrightarrow -4{,}9t^2 + 1{,}5t + 4 - 3 = 0 \Leftrightarrow\Leftrightarrow -4{,}9t^2 + 1{,}5t + 1$

$$= 0 \Leftrightarrow t = \frac{-1{,}5 \pm \sqrt{(1{,}5)^2 - 4 \times (-4{,}9) \times 1}}{2 \times (-4{,}9)}$$

$$\Leftrightarrow t = \frac{-1{,}5 \pm \sqrt{2{,}25 + 19{,}6}}{-9{,}8} \Leftrightarrow t = \frac{-1{,}5 \pm \sqrt{21{,}85}}{-9{,}8} \Leftrightarrow t = \frac{-1{,}5 \pm 4{,}67}{-9{,}8} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow t = \frac{-1{,}5 - 4{,}67}{-9{,}8} \vee t = \frac{-1{,}5 + 4{,}67}{-9{,}8} \Leftrightarrow t = \frac{-6{,}17}{-9{,}8} \vee t = \frac{3{,}17}{-9{,}8} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow t = 0{,}63 \vee t = -0{,}32$$

O tempo não pode ser negativo, logo a bola atingiu a altura de 3 metros ao fim de $0{,}63$ segundos.

3. Considere a função g, definida em $\mathbb{R}$ por: $g(x) = (2x - 1)^2 - x(2x + 8)$.

3.1. Escreva $g(x)$ na forma $ax^2 + bx + c$, com $a \in \mathbb{R}\backslash\{0\}$ e $b, c \in \mathbb{R}$.

$$g(x) = (2x - 1)^2 - x(2x + 8) = 4x^2 - 4x + 1^2 - 2x^2 - 8x = 2x^2 - 12x + 1$$

3.2. Determine o mínimo absoluto da função g.

$$g(x) = 2x^2 - 12x + 1 = 2(x^2 - 6x) + 1 = 2\left(x^2 - 6x + \left(\frac{6}{2}\right)^2 - \left(\frac{6}{2}\right)^2\right) + 1 =$$

$$= 2(x^2 - 6x + 9) - 2 \times 9 + 1 = 2(x - 3)^2 - 18 + 1 == 2(x - 3)^2 - 17$$

O mínimo absoluto da função g é -17.

3.3. Escreva $g(x)$ na forma $a(x - h)^2 + k$, $a \in \mathbb{R}\backslash\{0\}$ e determine as coordenadas do vértice da parábola que define o gráfico de g.

$$V(3, -17)$$

4. Determine as coordenadas do vértice e escreva uma equação do eixo de simetria das parábolas que representam graficamente cada uma das seguintes funções:

4.1. $f(x) = 3x^2 - 27$;

$$3x^2 - 27 = 3(x - 0)^2 - 27$$

$$V(0, -27)$$

Eixo de simetria: $x = 0$.

4.2. $g(x) = -x^2 + 2x + \frac{1}{2}$;

$$-x^2 + 2x + \frac{1}{2} = -(x^2 - 2x) + \frac{1}{2} = -\left(x^2 - 2x + \left(\frac{2}{2}\right)^2 - \left(\frac{2}{2}\right)^2\right) + \frac{1}{2} =$$

$$= -(x^2 - 2x + 1) - 1 \times (-1) + \frac{1}{2} = -(x - 1)^2 + 1 + \frac{1}{2} =$$

$$= -(x - 1)^2 + \frac{2}{2} + \frac{1}{2} = -(x - 1)^2 + \frac{3}{2}$$

$$V\left(1, \frac{3}{2}\right)$$

Eixo de simetria: $x = 1$.

4.3. $h(x) = 3 + (x-2)^2$;

$$(x-2)^2 + 3$$

$$V(2, 3)$$

Eixo de simetria: $x = 2$.

4.4. $m(x) = 2x^2 - 8x$;

$$2x^2 - 8x = 2(x^2 - 4x) = 2\left(x^2 - 4x + \left(\frac{4}{2}\right)^2 - \left(\frac{4}{2}\right)^2\right) = 2(x^2 - 4x + 4) - 2 \times 4 =$$

$$= 2(x-2)^2 - 8$$

$$V(2, -8)$$

Eixo de simetria: $x = 2$.

4.5. $p(x) = -5(x+2)^2$;

$$V(-2, 0)$$

Eixo de simetria: $x = -2$.

4.6. $r(x) = 2x^2 - x + 4$;

$$2x^2 - x + 4 = 2\left(x^2 - \frac{x}{2}\right) + 4 = 2\left(x^2 - \frac{x}{2} + \left(\frac{\frac{1}{2}}{2}\right)^2 - \left(\frac{\frac{1}{2}}{2}\right)^2\right) + 4 =$$

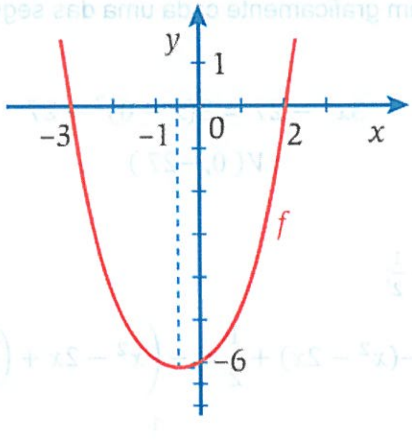
$$= 2\left(x^2 - \frac{x}{2} + \frac{1}{16}\right) - 2 \times \frac{1}{16} + 4 = 2\left(x - \frac{1}{4}\right)^2 - \frac{2}{16} + 4 =$$

$$= 2\left(x - \frac{1}{4}\right)^2 - \frac{1}{8} + \frac{32}{8} = 2\left(x - \frac{1}{4}\right)^2 + \frac{31}{8}$$

$$V\left(\frac{1}{4}, \frac{31}{8}\right)$$

Eixo de simetria: $x = \frac{1}{4}$.

5. Considere a função quadrática, f, representada graficamente.



O ponto A de coordenadas $(0, -6)$ pertence à parábola e os zeros da função são -3 e 2.

5.1. Escreva uma expressão analítica da função f.

$$f(x) = a\big(x-(-3)\big)(x-2) = a(x+3)(x-2) = a(x^2-2x+3x-6) = a(x^2+x-6) =$$
$$= ax^2+ax-6a$$

$$f(0) = -6 \Leftrightarrow a\times 0^2 + a\times 0 - 6a = -6 \Leftrightarrow -6a = -6 \Leftrightarrow a = \frac{-6}{-6} \Leftrightarrow a = 1$$

$$f(x) = x^2+x-6$$

5.2. Determine, usando dois processos diferentes, as coordenadas do vértice da parábola que representa graficamente a função.

Um processo:

$$f(x) = a(x-h)^2+k$$

O vértice da parábola tem coordenadas $V(h,k)$ com $h = -\frac{b}{2a}$ e $k = -\frac{\Delta}{4a}$

$$h = -\frac{b}{2a} = -\frac{1}{2\times 1} = -\frac{1}{2}$$

$$k = -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{1^2-4\times 1\times(-6)}{4\times 1} = -\frac{1+24}{4} = -\frac{25}{4}$$

$$V\left(-\frac{1}{2}, -\frac{25}{4}\right)$$

Outro processo:

$$f(x) = x^2+x-6 = x^2+x+\left(\frac{1}{2}\right)^2-\left(\frac{1}{2}\right)^2-6 = x^2+x+\frac{1}{4}-\frac{1}{4}-6 =$$
$$= \left(x+\frac{1}{2}\right)^2-\frac{1}{4}-\frac{24}{4} = \left(x+\frac{1}{2}\right)^2-\frac{25}{4}$$

$$V\left(-\frac{1}{2}, -\frac{25}{4}\right)$$

5.3. Verifique, recorrendo a processos exclusivamente analíticos, se o ponto de coordenadas $(x,y) = (-2,-4)$ pertence à parábola que representa graficamente a função f.

$$f(-2) = (-2)^2+(-2)-6 = 4-2-6 = 2-6 = -4$$

O ponto de coordenadas $(-2,-4)$ pertence à parábola.

6. Calcule o binómio discriminante de cada uma das seguintes funções e tire conclusões acerca do número de zeros.

6.1. $f(x) = x^2-3x+8$;

$$\Delta = (-3)^2-4\times 1\times 8 = 9-32 = -23 < 0$$

A função $f(x)$ não tem zeros.

6.2. $f(x) = -x^2+6x-9$;

$$\Delta = 6^2-4\times(-1)\times(-9) = 36-36 = 0$$

A função $f(x)$ tem um zero.

6.3. $f(x) = 7-x^2$;

$$\Delta = 0^2-4\times(-1)\times 7 = 0+28 = 28 > 0$$

A função $f(x)$ tem dois zeros.

7. Considere a função f, definida em $\mathbb{R}$ por: $f(x) = x^2 - mx + 1, m \in \mathbb{R}$. Determine os valores reais de m de modo que a função tenha um único zero.

$$\Delta = (-m)^2 - 4 \times 1 \times 1 = m^2 - 4$$

Para a função $f(x)$ ter um único zero, o binómio discriminante tem de ser igual a zero, logo:

$$\Delta = 0 \Leftrightarrow m^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow m^2 = 4 \Leftrightarrow m = \pm\sqrt{4} \Leftrightarrow m = \pm 2$$

8. Um estudo conduzido pelo departamento estatístico de uma Câmara Municipal concluiu que a população da sua cidade nos próximos dois anos cresceria de acordo com a fórmula: $P(x) = 30000 + 20x^2 + 20x$ onde $P(x)$ representa a população x meses a partir da data em que foi feito o estudo.

8.1. Qual o número de pessoas que habitavam a cidade na época em que foi feito o estudo?

$$P(0) = 30000 + 20 \times 0^2 + 20 \times 0 = 30000$$

Na época em que foi feito o estudo habitavam a cidade 30000 pessoas.

8.2. Determina o número de pessoas que habitarão esta cidade um ano após a data em que foi feito o estudo.

$$P(12) = 30000 + 20 \times 12^2 + 20 \times 12 = 30000 + 20 \times 144 + 240 =$$
$$= 30000 + 2880 + 240 = 33120$$

Um ano após a data em que foi feito o estudo habitavam a cidade 33120 pessoas.

8.3. Quanto tempo decorrerá até que a população desta cidade seja de 36840?

$$P(x) = 36840 \Leftrightarrow 30000 + 20x^2 + 20x = 36840 \Leftrightarrow\Leftrightarrow 20x^2 + 20x + 30000 - 36840 = 0$$
$$\Leftrightarrow 20x^2 + 20x - 6840 = 0 \Leftrightarrow x^2 + x - 342 = 0 \Leftrightarrow x$$
$$= \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \times 1 \times (-342)}}{2 \times 1} \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 1368}}{2} \Leftrightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{1369}}{2} \Leftrightarrow x = \frac{-1 \pm 37}{2} \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{-1-37}{2} \vee x = \frac{-1+37}{2} \Leftrightarrow x = \frac{-38}{2} \vee x = \frac{36}{2} \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow x = -19 \vee x = 18$$

Dezoito meses após a data em que foi feito o estudo a população desta cidade era de 36840 pessoas.

9. Resolva as seguintes equações:

9.1. $-x^2 - \frac{1}{2}x = 3$;

$$-x^2 - \frac{1}{2}x = 3 \Leftrightarrow -x^2 - \frac{1}{2}x - 3 = 0 \Leftrightarrow -2x^2 - x - 6 = 0 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \times (-2) \times (-6)}}{2 \times (-2)} \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{1-48}}{-4} \Leftrightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{-47}}{-4} \quad Impossível$$
$$S = \{\ \} = \emptyset$$

9.2. $-2x^2 - 8x + 64 = 0$;

$$-2x^2 - 8x + 64 = 0 \Leftrightarrow -x^2 - 4x + 32 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{4 \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \times (-1) \times 32}}{2 \times (-1)} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{4 \pm \sqrt{16 + 128}}{-2} \Leftrightarrow x = \frac{4 \pm \sqrt{144}}{-2} \Leftrightarrow x = \frac{4 \pm 12}{-2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{4 - 12}{-2} \vee x = \frac{4 + 12}{-2} \Leftrightarrow x = \frac{-8}{-2} \vee x = \frac{16}{-2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = 4 \vee x = -8$$

$$S = \{-8, 4\}$$

9.3. $x^2 + 3 = 0$;

$$x^2 + 3 = 0 \Leftrightarrow x^2 = -3 \quad Impossível$$

$$S = \{ \quad \} = \emptyset$$

9.4. $(1 - x)^2 = 0$;

$$(1 - x)^2 = 0 \Leftrightarrow 1 - x = 0 \Leftrightarrow -x = 0 - 1 \Leftrightarrow -x = -1 \Leftrightarrow x = 1$$

$$S = \{1\}$$

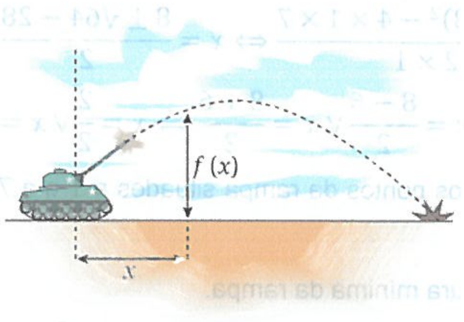
9.5. $\frac{x^2}{4} - 9 = 0$;

$$\frac{x^2}{4} - 9 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 36 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 36 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{36} \Leftrightarrow x = \pm 6$$

$$\Leftrightarrow x = -6 \vee x = 6$$

$$S = \{-6, 6\}$$

10. Uma bala está colocada 1,5 m acima do solo e é lançada segundo um ângulo de 45° com o nível do solo.



A trajetória da bala é dada pela função f definida por: $f(x) = -0{,}0025x^2 + x + 1{,}5$ onde $f(x)$ é a altura da bala (em metros) e x a distância horizontal da bala ao ponto de lançamento. Determine a distância, na horizontal, em metros e com uma casa decimal, entre o ponto de lançamento e o ponto onde caiu a bola.

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -0{,}0025x^2 + x + 1{,}5 = 0 \Leftrightarrow -x^2 + 400x + 600 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-400 \pm \sqrt{400^2 - 4 \times (-1) \times 600}}{2 \times (-1)} \Leftrightarrow$$

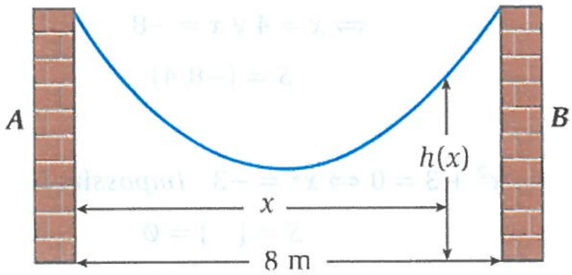
$$\Leftrightarrow x = \frac{-400 \pm \sqrt{160000 + 2400}}{-2} \Leftrightarrow x = \frac{-400 \pm \sqrt{162400}}{-2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-400 \pm 402{,}99}{-2} \Leftrightarrow x = \frac{-400 - 402{,}99}{-2} \vee x = \frac{-400 + 402{,}99}{-2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-802{,}99}{-2} \vee x = \frac{2{,}99}{-2} \Leftrightarrow x = 401{,}5 \vee x = -1{,}5$$

A distância, na horizontal, em metros, entre o ponto de lançamento e o ponto onde caiu a bola é $401{,}5\ m$.

11. Uma rampa de desportos radicais foi construída entre duas paredes, A e B, distanciadas 8 metros, como se mostra na figura que se segue.



Considere a função h definida por:$h(x) = 0{,}24x^2 - 1{,}92x + 5{,}2$. Admita que $h(x)$ é a altura, em metros, do ponto da rampa situado x metros à direita da parede A.

11.1. Determine a altura da parede A.

$$h(0) = 0{,}24 \times 0^2 - 1{,}92 \times 0 + 5{,}2 = 5{,}2\ m$$

A altura da parede A é $5{,}2\ m$.

11.2. Resolva a equação $h(x) = 3{,}52$ e interprete as soluções no contexto da situação descrita.

$$h(x) = 3{,}52 \Leftrightarrow 0{,}24x^2 - 1{,}92x + 5{,}2 = 3{,}52 \Leftrightarrow 0{,}24x^2 - 1{,}92x + 5{,}2 - 3{,}52 = 0$$

$$\Leftrightarrow 0{,}24x^2 - 1{,}92x + 1{,}68 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 8x + 7 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{8 \pm \sqrt{(-8)^2 - 4 \times 1 \times 7}}{2 \times 1} \Leftrightarrow x = \frac{8 \pm \sqrt{64 - 28}}{2} \Leftrightarrow x = \frac{8 \pm \sqrt{36}}{2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{8 \pm 6}{2} \Leftrightarrow x = \frac{8 - 6}{2} \vee x = \frac{8 + 6}{2} \Leftrightarrow x = \frac{2}{2} \vee x = \frac{14}{2} \Leftrightarrow x = 1 \vee x = 7$$

A altura, em metros, dos pontos da rampa situados a 1 e a 7 metros à direita da parede A é 3,52.

11.3. Determine a altura mínima da rampa.

$$h(x) = 0{,}24x^2 - 1{,}92x + 5{,}2 = 0{,}24(x^2 - 8x) + 5{,}2 =$$

$$= 0{,}24\left(x^2 - 8x + \left(\frac{8}{2}\right)^2 - \left(\frac{8}{2}\right)^2\right) + 5{,}2 =$$

$$= 0{,}24(x^2 - 8x + 16) - 16 \times 0{,}24 + 5{,}2 == 0{,}24(x-4)^2 - 3{,}84 + 5{,}2$$

$$= -0{,}24(x-4)^2 + 1{,}36$$

$$V(\ 4;\ 1{,}36\ )$$

A altura mínima da rampa é $9{,}04$ metros e situa-se no ponto situado a 4 metros à direita da parede A.

11.4. Mostre, analiticamente, que $h(4-x) = h(4+x)$. Interprete esta igualdade no contexto da situação descrita.

$$h(4-x) = 0{,}24(4-x)^2 - 1{,}92(4-x) + 5{,}2 =$$
$$= 0{,}24(4^2 - 8x + x^2) - 7{,}68 + 1{,}92x + 5{,}2 =$$
$$= 0{,}24(16 - 8x + x^2) + 1{,}92x - 2{,}48 =$$
$$= 3{,}84 - 1{,}92x + 0{,}24x^2 + 1{,}92x - 2{,}48 = 0{,}24x^2 + 1{,}36$$
$$h(4+x) = 0{,}24(4+x)^2 - 1{,}92(4+x) + 5{,}2 =$$
$$= 0{,}24(4^2 + 8x + x^2) - 7{,}68 - 1{,}92x + 5{,}2 =$$
$$= 0{,}24(16 + 8x + x^2) - 1{,}92x - 2{,}48 =$$
$$= 3{,}84 + 1{,}92x + 0{,}24x^2 - 1{,}92x - 2{,}48 = 0{,}24x^2 + 1{,}36$$

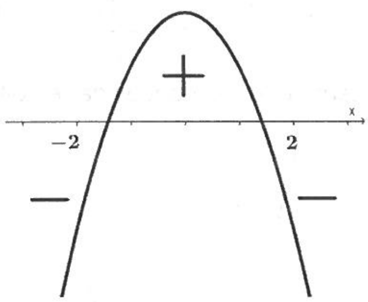
Pontos equidistantes (para a esquerda e para a direita) do meio da rampa estão à mesma altura.

12. Resolva, por processos exclusivamente analíticos, cada uma das seguintes inequações:

12.1. $4 - x^2 \leq 0$;

$$4 - x^2 = 0 \Leftrightarrow -x^2 = 0 - 4 \Leftrightarrow x^2 = 4 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{4} \Leftrightarrow x = \pm 2$$

A parábola tem dois zeros e tem a concavidade voltada para baixo.

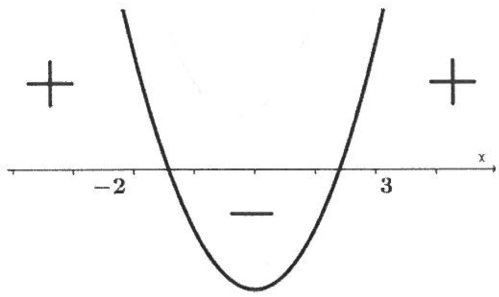


$$S =]-\infty, -2[\, \cup \,]2, +\infty[$$

12.2. $x^2 - x - 6 < 0$;

$$x^2 - x - 6 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \times 1 \times (-6)}}{2 \times 1} \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{1+24}}{2} \Leftrightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{25}}{2} \Leftrightarrow x = \frac{1 \pm 5}{2} \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{1-5}{2} \vee x = \frac{1+5}{2} \Leftrightarrow x = \frac{-4}{2} \vee x = \frac{6}{2} \Leftrightarrow x = -2 \vee x = 3$$

A parábola tem dois zeros e tem a concavidade voltada para cima.



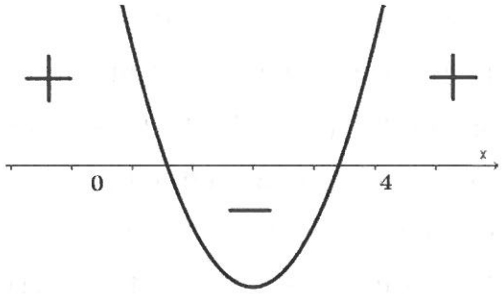
$$S =]-2, 3[$$

12.3. $2x^2 > 8x \Leftrightarrow 2x^2 - 8x > 0$;

$$2x^2 - 8x = 0 \Leftrightarrow 2x(x-4) = 0 \Leftrightarrow 2x = 0 \vee x - 4 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \vee x = 0 + 4 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = 4$$

A parábola tem dois zeros e tem a concavidade voltada para cima.



$$S =]-\infty, 0[\cup]4, +\infty[$$

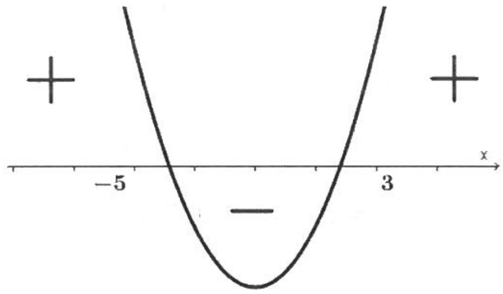
12.4. $-2x^2 - 4x < -30 \Leftrightarrow -2x^2 - 4x + 30 < 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 15 > 0$;

$$x^2 + 2x - 15 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \times 1 \times (-15)}}{2 \times 1} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 60}}{2} \Leftrightarrow x = \frac{-2 \pm \sqrt{64}}{2} \Leftrightarrow x = \frac{-2 \pm 8}{2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-2-8}{2} \vee x = \frac{-2+8}{2} \Leftrightarrow x = \frac{-10}{2} \vee x = \frac{6}{2} \Leftrightarrow x = -5 \vee x = 3$$

A parábola tem dois zeros e tem a concavidade voltada para cima.

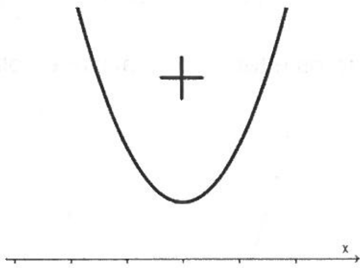


$$S =]-\infty, -5[\cup]3, +\infty[$$

12.5. $9 \geq -x^2 \Leftrightarrow x^2 \geq -9 \Leftrightarrow x^2 + 9 \geq 0$;

$$x^2 + 9 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 0 - 9 \Leftrightarrow x^2 = -9 \quad \textit{Impossível}$$

A parábola não tem zeros e tem a concavidade voltada para cima.

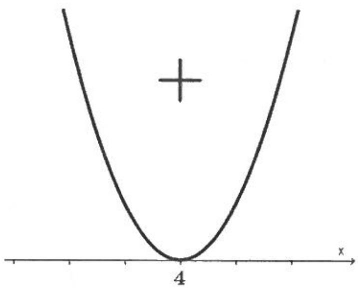


$$S = \mathbb{R}$$

12.6. $(x-4)^2 \leq 0$;

$$(x-4)^2 = 0 \Leftrightarrow x - 4 = 0 \Leftrightarrow x = 0 + 4 \Leftrightarrow x = 4$$

A parábola tem um zero e tem a concavidade voltada para cima.



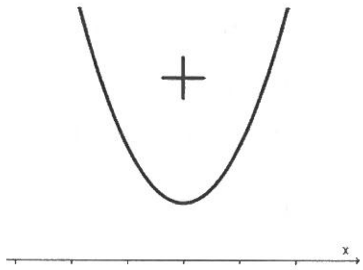
$$S = \{4\}$$

12.7. $x^2 + 3x > -6 \Leftrightarrow x^2 + 3x + 6 > 0;$

$$x^2 + 3x + 6 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \times 1 \times 6}}{2 \times 1} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-3 \pm \sqrt{9 - 24}}{2} \Leftrightarrow x = \frac{-3 \pm \sqrt{-15}}{2} \quad Impossível$$

A parábola não tem zeros e tem a concavidade voltada para cima.



$$S = \mathbb{R}$$

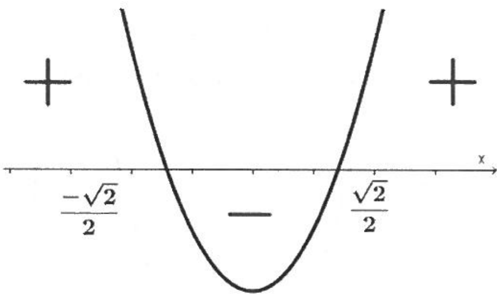
12.8. $x(x^2 + 2x) \leq x^3 + 1 \Leftrightarrow x^3 + 2x^2 \leq x^3 + 1 \Leftrightarrow 2x^2 - 1 \leq x^3 - x^3 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 2x^2 - 1 \leq 0;$

$$2x^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow 2x^2 = 1 \Leftrightarrow x^2 = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{\frac{1}{2}} \Leftrightarrow x = \pm\frac{\sqrt{1}}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow x = \pm\frac{1}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow\Leftrightarrow x$$

$$= \pm\frac{\sqrt{2}}{2}$$

A parábola tem dois zeros e tem a concavidade voltada para cima.



$$S = \left[\frac{-\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right]$$

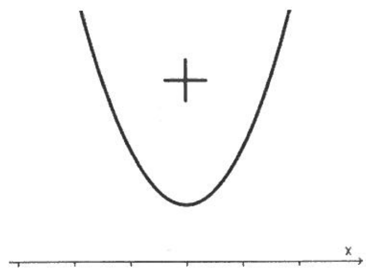
13. Determine os valores de x para os quais a expressão $x^2 - 3x$ é maior que -5.

$$x^2 - 3x > -5 \Leftrightarrow x^2 - 3x + 5 > 0$$

$$x^2 - 3x + 5 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \times 1 \times 5}}{2 \times 1} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{9 - 20}}{2} \Leftrightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{-11}}{2} \quad \textit{Impossível}$$

A parábola não tem zeros e tem a concavidade voltada para cima.



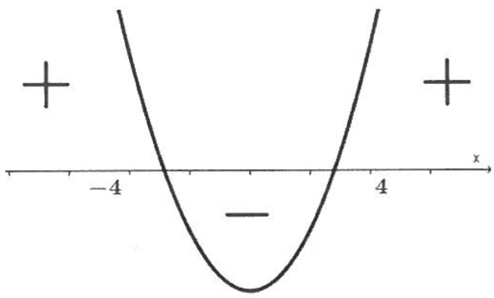
$$S = \mathbb{R}$$

14. Determine os valores de x para os quais a expressão x^2 é menor ou igual a 16.

$$x^2 \leq 16 \Leftrightarrow x^2 - 16 \leq 0$$

$$x^2 - 16 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 0 + 16 \Leftrightarrow x^2 = 16 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{16} \Leftrightarrow x = \pm 4$$

A parábola tem dois zeros e tem a concavidade voltada para cima.



$$S = [-4, 4]$$

15. Determine o domínio de cada uma das seguintes funções reais de variável real:

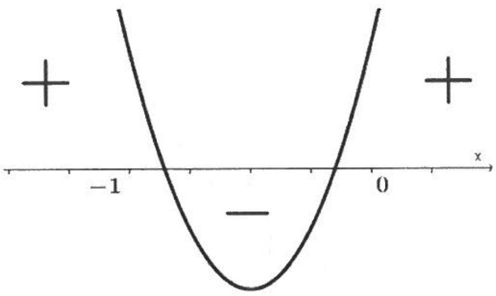
15.1. $f(x) = \sqrt{x^2 + x}$;

$$D_f = \{x \in \mathbb{R} : \; x^2 + x \geq 0\} =]-\infty, -1] \cup [0, +\infty[$$

$$x^2 + x = 0 \Leftrightarrow x(x+1) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = 0 - 1 \Leftrightarrow$$

$$x = 0 \vee x = -1$$

A parábola tem dois zeros e tem a concavidade voltada para cima.



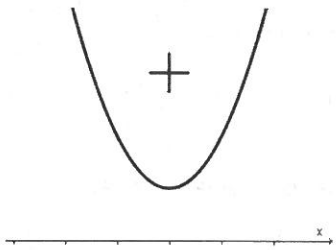
15.2. $g(x) = \sqrt{x^2 + 2x + 8}$;

$$D_g = \{x \in \mathbb{R} : \; x^2 + 2x + 8 \geq 0\} = \mathbb{R}$$

$$x^2+2x+8=0 \Leftrightarrow x=\frac{-2\pm\sqrt{2^2-4\times 1\times 8}}{2\times 1} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x=\frac{-2\pm\sqrt{4-32}}{2} \Leftrightarrow x=\frac{-2\pm\sqrt{-28}}{2} \quad Impossível$$

A parábola não tem zeros e tem a concavidade voltada para cima.

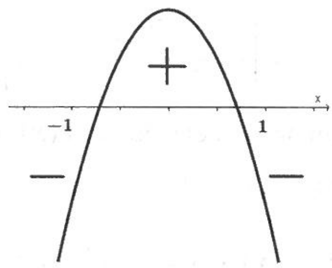


15.3. $h(x)=\sqrt{1-x^2}+x$;

$$D_h=\{x\in\mathbb{R}:\ 1-x^2\geq 0\}=[-1,1]$$

$$1-x^2=0 \Leftrightarrow 1=0+x^2 \Leftrightarrow 1=x^2 \Leftrightarrow x^2=1 \Leftrightarrow x=\pm\sqrt{1} \Leftrightarrow x=\pm 1$$

A parábola tem dois zeros e tem a concavidade voltada para baixo.



16. O departamento financeiro de uma de uma empresa usa a função P definida por:

$$P(x)=200(15-x)(x-2),\ 0\leq x\leq 30,$$

para calcular o lucro P, em euros, quando x artigos são produzidos e vendidos. Determine os valores de x para os quais a empresa não tem prejuízo.

$$P(x)\geq 0 \Leftrightarrow 200(15-x)(x-2)\geq 0 \Leftrightarrow 200(15x-30-x^2+2x)\geq 0 \Leftrightarrow$$

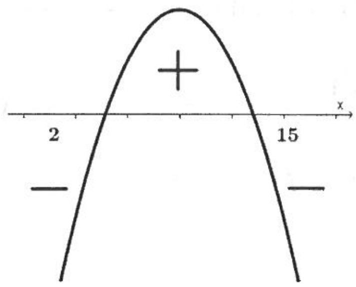
$$\Leftrightarrow 200(-x^2+17x-30)\geq 0 \Leftrightarrow -x^2+17x-30\geq 0$$

$$-x^2+17x-30=0 \Leftrightarrow x=\frac{-17\pm\sqrt{17^2-4\times(-1)\times(-30)}}{2\times(-1)} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x=\frac{-17\pm\sqrt{289-120}}{-2} \Leftrightarrow x=\frac{-17\pm\sqrt{169}}{-2} \Leftrightarrow x=\frac{-17\pm 13}{-2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x=\frac{-17-13}{-2} \vee x=\frac{-17+13}{-2} \Leftrightarrow x=\frac{-30}{-2} \vee x=\frac{-4}{-2} \Leftrightarrow x=15 \vee x=2$$

A parábola tem dois zeros e tem a concavidade voltada para baixo.



A empresa deve produzir e vender entre quando 2 e 15 artigos para não ter prejuízo.

17. Considere as funções f e g, definidas em $\mathbb{R}$ por $f(x) = x^2 - 3x - 5$ e $g(x) = 2x - x^2$.

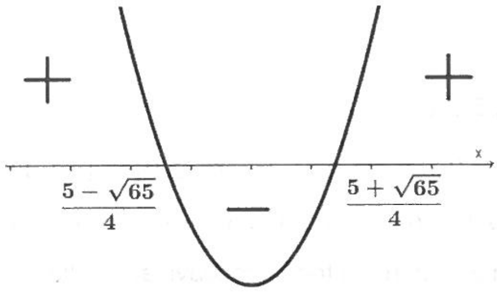
Resolva analiticamente a condição $f(x) \leq g(x)$.

$$f(x) \leq g(x) \Leftrightarrow x^2 - 3x - 5 \leq 2x - x^2 \Leftrightarrow x^2 + x^2 - 3x - 2x - 5 \leq 0 \Leftrightarrow\Leftrightarrow 2x^2 - 5x - 5 \leq 0$$

$$2x^2 - 5x - 5 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{5 \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \times 2 \times (-5)}}{2 \times 2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{5 \pm \sqrt{25 + 40}}{4} \Leftrightarrow x = \frac{5 \pm \sqrt{65}}{4} \Leftrightarrow x = \frac{5 - \sqrt{65}}{4} \vee x = \frac{5 + \sqrt{65}}{4}$$

A parábola tem dois zeros e tem a concavidade voltada para cima.



$$S = \left[\frac{5 - \sqrt{65}}{4}, \frac{5 + \sqrt{65}}{4}, \right]$$

18. Considere a função f , de domínio $\mathbb{R}$, definida por $f(x) = 3x^2 - 6x + 5$.

18.1. Mostre que $f(x) = 3(x - 1)^2 + 2$.

$$3x^2 - 6x + 5 = 3(x^2 - 2x) + 5 = 3\left(x^2 - 2x + \left(\frac{2}{2}\right)^2 - \left(\frac{2}{2}\right)^2\right) + 5 =$$

$$= 3(x^2 - 2x + 1) - 1 \times 3 + 5 = 3(x - 1)^2 - 3 + 5 == 3(x - 1)^2 + 2$$

18.2. Escreva uma equação do eixo de simetria do gráfico de f.

$$x = 1$$

18.3. Indique o contradomínio de f.

Parábola com a concavidade voltada para cima.

$$D'_f = [2, +\infty[$$

18.4. Indique os intervalos de monotonia de f.

A função é estritamente decrescente em $]-\infty, 1[$ e estritamente crescente em $]1, +\infty[$.

19. Considere a função f , de domínio $\mathbb{R}$, definida por $f(x) = -x^2 + 2x - 1$.

19.1. Determine os zeros da função.

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -x^2 + 2x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \times (-1) \times (-1)}}{2 \times (-1)} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-2 \pm \sqrt{4 - 4}}{-2} \Leftrightarrow x = \frac{-2 \pm \sqrt{0}}{-2} \Leftrightarrow x = \frac{-2}{-2} \Leftrightarrow x = 1$$

A função f tem um único zero que é 1.

19.2. Determine as coordenadas do vértice da parábola que representa graficamente a função.

$$-x^2+2x-1=-(x^2-2x)-1=-\left(x^2-2x+\left(\frac{2}{2}\right)^2-\left(\frac{2}{2}\right)^2\right)-1=$$

$$=-(x^2-2x+1)-1\times(-1)-1=-(x-1)^2+1-1==-(x-1)^2$$

$$V(1,0)$$

19.3. Indique o contradomínio da função.

Parábola com a concavidade voltada para baixo.

$$D'_f=[-\infty,0[=\mathbb{R}_0^-$$

19.4. Estude f quanto à monotonia.

A função é estritamente crescente em $]-\infty,1[$ e estritamente decrescente em $]1,+\infty[$.

19.5. Determine x tal que:

19.5.1. $f(x)=-1$;

$$f(x)=-1\Leftrightarrow -x^2+2x-1=-1\Leftrightarrow -x^2+2x-1+1=0\Leftrightarrow -x^2+2x=0\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -x(x-2)=0\Leftrightarrow -x=0\vee x-2=0\Leftrightarrow x=0\vee x=0+2\Leftrightarrow\Leftrightarrow x$$
$$=0\vee x=2$$

19.5.2. $f(x)<-4$.

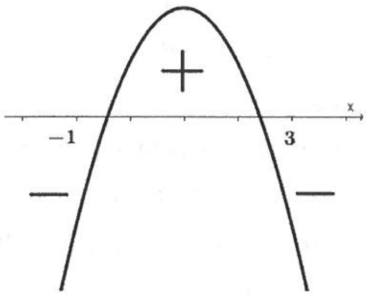
$$f(x)<-4\Leftrightarrow -x^2+2x-1<-4\Leftrightarrow -x^2+2x-1+4<0\Leftrightarrow -x^2+2x+3<0$$

$$-x^2+2x+3=0\Leftrightarrow x=\frac{-2\pm\sqrt{2^2-4\times(-1)\times 3}}{2\times(-1)}\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x=\frac{-2\pm\sqrt{4+12}}{-2}\Leftrightarrow x=\frac{-2\pm\sqrt{16}}{-2}\Leftrightarrow x=\frac{-2\pm 4}{-2}\Leftrightarrow x=\frac{-2-4}{-2}\vee x=\frac{-2+4}{-2}$$

$$\Leftrightarrow x=\frac{-6}{-2}\vee x=\frac{2}{-2}\Leftrightarrow x=3\vee x=-1$$

A parábola tem dois zeros e tem a concavidade voltada para baixo.



$$S=]-\infty,-1[\cup]3,+\infty[$$

20. Uma bola é lançada na vertical de baixo para cima. A altura h, em metros, a que se encontra a bola t segundos após o lançamento da bola é dada por:

$$h(t)=1+38t-5t^2$$

20.1. Determine $h(0)$ e interprete o resultado no contexto da situação apresentada.

$$h(0) = 1 + 38 \times 0 - 5 \times 0^2 = 1\,m$$

A bola é lançada a partir de um ponto situado a 1 metro de altura.

20.2. Determine a altura máxima atingida pela bola e o instante em que ocorreu.

$$h(t) = 1 + 38t - 5t^2 = -5t^2 + 38t + 1 = -5\left(t^2 - \frac{38}{5}t\right) + 1 =$$

$$= -5\left(t^2 - \frac{38}{5}t + \left(\frac{\frac{38}{5}}{2}\right)^2 - \left(\frac{\frac{38}{5}}{2}\right)^2\right) + 1 =$$

$$= -5\left(t^2 - \frac{38}{5}t + \left(\frac{19}{5}\right)^2 - \left(\frac{19}{5}\right)^2\right) + 1 =$$

$$= -5\left(t^2 - \frac{38}{5}t + \frac{361}{25}\right) - \frac{361}{25} \times (-5) + 1 = -5\left(t - \frac{19}{5}\right)^2 + \frac{1805}{25} + 1 =$$

$$= -5\left(t - \frac{19}{5}\right)^2 + \frac{361}{5} + \frac{5}{5} = -5\left(t - \frac{19}{5}\right)^2 + \frac{366}{5}$$

$$V\left(\frac{19}{5}, \frac{366}{5}\right)$$

A altura máxima atingida pela bola foi $73{,}2\ m$ e ocorreu 3,8 segundos após o lançamento.

20.3. Em que instante a bola atingiu o solo? Apresente o resultado em segundos com uma casa decimal.

$$h(t) = 0 \Leftrightarrow 1 + 38t - 5t^2 = 0 \Leftrightarrow -5t^2 + 38t + 1 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow t = \frac{-38 \pm \sqrt{38^2 - 4 \times (-5) \times 1}}{2 \times (-5)} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow t = \frac{-38 \pm \sqrt{1444 + 20}}{-10} \Leftrightarrow t = \frac{-38 \pm \sqrt{1464}}{-10} \Leftrightarrow t = \frac{-38 \pm 38{,}26}{-10} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow t = \frac{-38 - 38{,}26}{-10} \vee t = \frac{-38 + 38{,}26}{-10} \Leftrightarrow t = \frac{-76{,}26}{-10} \vee t = \frac{0{,}26}{-10} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow t = 7{,}6 \vee t = -0{,}03$$

A bola atingiu o solo ao fim de 7,6 segundos.

20.4. Em que intervalos de tempo, a bola esteve a menos de 30 metros do solo? Apresente a resposta com aproximação às décimas do segundo.

$$h(t) < 30 \Leftrightarrow 1 + 38t - 5t^2 < 30 \Leftrightarrow -5t^2 + 38t + 1 < 30 \Leftrightarrow -5t^2 + 38t + 1 - 30 < 0$$

$$\Leftrightarrow -5t^2 + 38t - 29 < 0$$

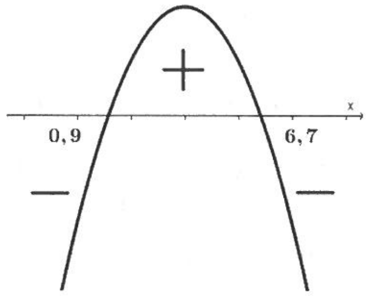
$$-5t^2 + 38t - 29 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{-38 \pm \sqrt{38^2 - 4 \times (-5) \times (-29)}}{2 \times (-5)} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow t = \frac{-38 \pm \sqrt{1444 - 580}}{-10} \Leftrightarrow t = \frac{-38 \pm \sqrt{864}}{-10} \Leftrightarrow t = \frac{-38 \pm 29{,}39}{-10} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow t = \frac{-38 - 29{,}39}{-10} \vee t = \frac{-38 + 29{,}39}{-10} \Leftrightarrow t = \frac{-67{,}39}{-10} \vee t = \frac{-8{,}61}{-10} \Leftrightarrow$$

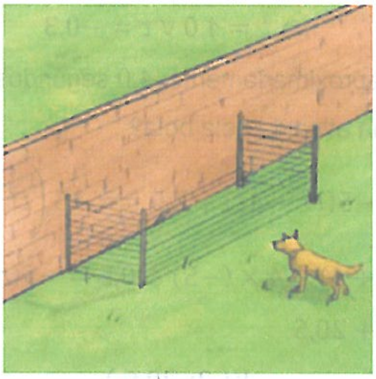
$$\Leftrightarrow t = 6{,}7 \vee t = 0{,}9$$

A parábola tem dois zeros e tem a concavidade voltada para baixo. O domínio da função $h(t)$ é um conjunto limitado, desde o momento em que a bola foi lançada ($t = 0$ segundos) até ao momento em que ela atinge o solo ($t = 7{,}6$ segundos).



$$S = [0; 0{,}9[\cup]6{,}7;\ 7{,}6]$$

21. Observe a figura seguinte.



O Sr. Joaquim tem 100 metros de rede e pretende utilizá-la para construir uma vedação com a forma retangular. Um dos lados do retângulo dispensa a utilização de rede, uma vez que tem como suporte um muro como se mostra na figura. Designemos por x e por y a largura e o comprimento do retângulo respetivamente.

21.1. Qual o significado de cada uma das expressões?

21.1.1. $2x + y$;

É o comprimento da rede.

21.1.2. $y = 100 - 2x$;

É o comprimento do lado paralelo ao muro, em função do comprimento dos outros dois.

21.1.3. $x(100 - 2x)$.

É a área do retângulo.

21.2. Determine as dimensões do terreno vedado de forma que a sua área seja máxima.

$$x(100 - 2x) = 100x - 2x^2 = -2x^2 + 100x = -2(x^2 - 50x) =$$

$$= -2\left(x^2 - 50x + \left(\frac{50}{2}\right)^2 - \left(\frac{50}{2}\right)^2\right) =$$

$$= -2(x^2 - 50x + 625) - 625 \times (-2) = -2(x - 25)^2 + 1250$$

$$V(25, 1250)$$

Se $x = 25\,m$ então $100 - 2x = 100 - 2 \times 25 = 50\,m$. A área do terreno é máxima $(1250\,m^2)$ se as dimensões do terreno forem 25 e 50 metros.

22. Uma bola é lançada verticalmente no ar, com uma velocidade inicial de $20\,m/s$. A altura $h(t)$ da bola, em metros, no tempo t, em segundos, é dada aproximadamente pela fórmula: $h(t) = -5t^2 + 20t + 0{,}5$.

22.1. Quanto tempo a bola se manteve no ar? Apresente o resultado em segundos com uma casa decimal.

$$h(t) = 0 \Leftrightarrow -5t^2 + 20t + 0{,}5 = 0 \Leftrightarrow -10t^2 + 40t + 1 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow t = \frac{-40 \pm \sqrt{40^2 - 4 \times (-10) \times 1}}{2 \times (-10)} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow t = \frac{-40 \pm \sqrt{1600 + 40}}{-20} \Leftrightarrow t = \frac{-40 \pm \sqrt{1640}}{-20} \Leftrightarrow t = \frac{-40 \pm 40{,}50}{-20} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow t = \frac{-40 - 40{,}50}{-20} \vee t = \frac{-40 + 40{,}50}{-20} \Leftrightarrow t = \frac{-80{,}50}{-20} \vee t = \frac{0{,}50}{-20} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow t = 4{,}0 \vee t = -0{,}3$$

A bola manteve-se no ar, aproximadamente, 4,0 segundos.

22.2. Qual a altura máxima atingida pela bola?

$$h(t) = -5t^2 + 20t + 0{,}5 = -5(t^2 - 4t) + 0{,}5 == -5\left(t^2 - 4t + \left(\frac{4}{2}\right)^2 - \left(\frac{4}{2}\right)^2\right) + 0{,}5 =$$

$$= -5(t^2 - 4t + 4) - 4 \times (-5) + 0{,}5 = -5(t-2)^2 + 20 + 0{,}5 =$$

$$= -5(t-2)^2 + 20{,}5$$

$$V(\,2;\ 20{,}5\,)$$

A altura máxima atingida pela bola foi de 20,5 metros.

22.3. Três segundos após o lançamento, qual é a altura a que se encontra a bola?

$$h(3) = -5 \times 3^2 + 20 \times 3 + 0{,}5 = -5 \times 9 + 60 + 0{,}5 = -45 + 60 + 0{,}5 =$$

$$= 15 + 0{,}5 = 15{,}5$$

Três segundos após o lançamento a bola encontra-se a 15,5 metros de altura.

22.4. A bola ultrapassou o cimo de um edifício com 10 metros de altura. Em que instantes esteve a bola à altura do edifício? Apresente o resultado em segundos com duas casas decimais.

$$h(t) = 10 \Leftrightarrow -5t^2 + 20t + 0{,}5 = 10 \Leftrightarrow -5t^2 + 20t + 0{,}5 - 10 = 0 \Leftrightarrow -5t^2 + 20t - 9{,}5$$

$$= 0 \Leftrightarrow -10t^2 + 40t - 19 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow t = \frac{-40 \pm \sqrt{40^2 - 4 \times (-10) \times (-19)}}{2 \times (-10)} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow t = \frac{-40 \pm \sqrt{1600 - 760}}{-20} \Leftrightarrow t = \frac{-40 \pm \sqrt{840}}{-20} \Leftrightarrow t = \frac{-40 \pm 28{,}98}{-20} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow t = \frac{-40 - 28{,}98}{-20} \vee t = \frac{-40 + 28{,}98}{-20} \Leftrightarrow t = \frac{-68{,}98}{-20} \vee t = \frac{-11{,}02}{-20} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow t = 3{,}45 \vee t = 0{,}55$$

A bola esteve à altura do edifício nos instantes $t = 0{,}55$ e $t = 3{,}45$ segundos.

22.5. A que altura foi lançada a bola?

$$h(0) = -5 \times 0^2 + 20 \times 0 + 0{,}5 = 0{,}5$$

A bola foi lançada de um ponto que se encontrava a 0,5 metros de altura.

23. A D. Cristina comprou 24 metros de rede para fazer um jardim retangular na sua nova moradia. Para otimizar o investimento feito na compra de rede, pretende que o jardim tenha área máxima.

23.1. Exprima a largura l em função do comprimento c do jardim.

$$P = 2l + 2c$$

$$2l + 2c = 24 \Leftrightarrow l + c = 12 \Leftrightarrow l = 12 - c$$

23.2. Mostre que a área, A, do jardim é dada em função do comprimento c por: $A(c) = 12c - c^2$ e, em seguida, determine o domínio da função A.

$$A(c) = c \times l = c(12 - c) = 12c - c^2$$

23.3. Determine, por processos analíticos, o valor de c para o qual a área do jardim é máxima e determine essa área.

$$A(c) = 12c - c^2 = -c^2 + 12c = -(c^2 - 12c) = -\left(c^2 - 12c + \left(\frac{12}{2}\right)^2 - \left(\frac{12}{2}\right)^2\right) =$$

$$= -(c^2 - 12c + 36) - 36 \times (-1) = -(c-6)^2 + 36$$

$$V(6, 36)$$

A área do jardim é máxima quando o comprimento é 6 metros e essa área é $36\ m^2$.

23.4. Qual deve ser o comprimento, c, do jardim de modo que a sua área não seja inferior a $20\ m^2$?

$$A(c) \geq 20 \Leftrightarrow -c^2 + 12c \geq 20 \Leftrightarrow -c^2 + 12c - 20 \geq 0$$

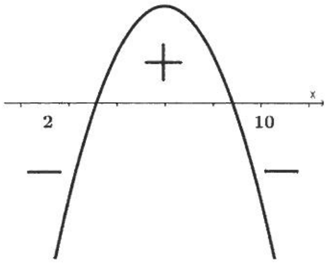
$$-c^2 + 12c - 20 = 0 \Leftrightarrow c = \frac{-12 \pm \sqrt{12^2 - 4 \times (-1) \times (-20)}}{2 \times (-1)} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow c = \frac{-12 \pm \sqrt{144 - 80}}{-2} \Leftrightarrow c = \frac{-12 \pm \sqrt{64}}{-2} \Leftrightarrow c = \frac{-12 \pm 8}{-2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow c = \frac{-12 - 8}{-2} \vee c = \frac{-12 + 8}{-2} \Leftrightarrow c = \frac{-20}{-2} \vee c = \frac{-4}{-2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow c = 10 \vee c = 2$$

A parábola tem dois zeros e tem a concavidade voltada para baixo.



$$S = [2, 10]$$

Se o comprimento do jardim pertencer ao intervalo $[2,10]$, a área do jardim área não é inferior a $20\ m^2$.

24. No dia 28 de Abril de 2005 uma localidade foi invadida por uma praga de insetos. Verificou-se que o número, N, de insetos, **em centenas**, evolui com o tempo t, **em dias**, até a praga de insetos ser completamente exterminada de acordo com a lei que se segue:

$$N(t) = -t^2 + 23t + 50.$$

Durante quantos dias o número de insetos foi superior a 14000?

$$14000 = 140\ centenas$$

$$N(t) > 140 \Leftrightarrow -t^2 + 23t + 50 > 140 \Leftrightarrow -t^2 + 23t + 50 - 140 > 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -t^2 + 23t - 90 > 0$$

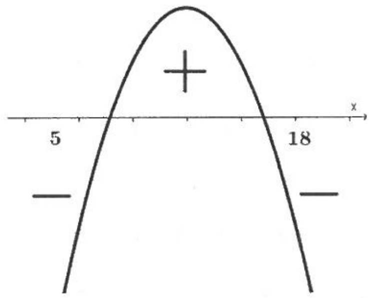
$$-t^2 + 23t - 90 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{-23 \pm \sqrt{23^2 - 4 \times (-1) \times (-90)}}{2 \times (-1)} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow t = \frac{-23 \pm \sqrt{529 - 360}}{-2} \Leftrightarrow t = \frac{-23 \pm \sqrt{169}}{-2} \Leftrightarrow t = \frac{-23 \pm 13}{-2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow t = \frac{-23 - 13}{-2} \vee t = \frac{-23 + 13}{-2} \Leftrightarrow t = \frac{-36}{-2} \vee t = \frac{-10}{-2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow t = 18 \vee t = 5$$

A parábola tem dois zeros e tem a concavidade voltada para baixo.



$$18 - 5 = 13\ dias$$

O número de insetos foi superior a 14000 durante 13 dias.

Anexo 9: Parecer da professora titular de turma do 9.º C1 sobre a assessoria dos professores estagiários

Considero que o trabalho desenvolvido pelos colegas estagiários foi positivo pois empenharam-se sempre para que a concretização dos objectivos da aula fosse conseguida, trabalhando comigo de forma disponível, simpática e colaborativa. Prestaram apoio atempado aos alunos e sempre que a sua intervenção era solicitada esclareciam as dúvidas que lhes eram colocadas, ajudando os alunos. Além disso, contribuíram para a melhoria da postura dos alunos na sala de aula intervindo sempre que necessário, contribuindo assim para que os alunos estivessem adequadamente na sala (minimizando focos de desatenção), fizessem os registos no caderno diário atempadamente, estivessem mais atentos, se esforçassem, se interessassem e se envolvessem mais na aula.

Maximina Andrade
(23-06-2014)

Anexo 10: Critérios de Avaliação de Matemática A do 10.º Ano do Curso Cientifico-Humanístico de Ciências e Tecnologias

ANO LETIVO 2013/14

DEPARTAMENTO CURRICULAR DE MATEMÁTICA E TECNOLOGIAS

CRITÉRIOS ESPECÍFICOS DE AVALIAÇÃO DAS DISCIPLINAS:
MATEMÁTICA, MATEMÁTICA A e MACS Grupos: 230 e 500

1. PONDERAÇÃO das ÁREAS do SABER na AVALIAÇÃO DE FINAL DE PERÍODO

		Domínio Cognitivo	Participação/ Empenho	Atitudes/ Comportamento
2ºCiclo	5.º ano	75 %	10%	15%
	6.º ano	80%	10%	10%
3ºCiclo	7.º, 8.º e 9.º anos	80%	10%	10%
Sec.	10.º ano Mat A MACS	85%	10%	5%
	11.º ano Mat A	85%	10%	5%
	11.º ano MACS 12.º ano Mat A	90%	5%	5%

2. OBJETIVOS GERAIS

	Objetivos
Domínio Cognitivo	• Compreender e adquirir os conhecimentos específicos da disciplina; • Aplicar os conhecimentos; • Resolver problemas; • Desenvolver o raciocínio matemático; • Desenvolver a comunicação matemática (oral e escrita) - domínio da língua portuguesa (correção, clareza, coerência); • Desenvolver a capacidade de mobilizar e articular diferentes saberes e conhecimentos; • Desenvolver a capacidade de pesquisa, seleção, tratamento e de utilização de diversas fontes de informação; • Desenvolver a autonomia e criatividade na realização das aprendizagens.
Participação/ Empenho	• Realizar as atividades de sala de aula e/ou trabalhos complementares; • Estudar com regularidade; • Expor dúvidas; • Participar de forma adequada; • Usar a linguagem específica da disciplina.
Atitudes/ Comportamento	• Ser pontual e assíduo; • Ser organizado e apresentar o material necessário à aula; • Cooperar com os colegas; • Cumprir as regras estabelecidas; • Estar atento e concentrado; • Respeitar os outros.

3. INSTRUMENTOS DE AVALIAÇÃO E PERIODICIDADE

Instrumentos de Avaliação	Periodicidade
Fichas de avaliação	No mínimo dois momentos por período
Trabalhos escritos individuais ou em grupo	A definir pelo docente
Grelha de observação direta/registo	Contínua
Caderno diário – 2.º e 3.º ciclos	Registar uma vez por período a sua existência e organização
Autoavaliação	No mínimo uma vez por período

4. ESTRUTURA DOS TESTES DE AVALIAÇÃO

A indicar de acordo com os conteúdos a avaliar.

5. CRITÉRIOS GERAIS DE CLASSIFICAÇÂO DOS TESTES

a) A classificação a atribuir a cada resposta deve ser um número inteiro de pontos;

b) Deve ser atribuída a classificação de zero pontos a respostas ilegíveis;

c) Em caso de omissão ou de engano na identificação de uma resposta, esta poder ser classificada, se for possível identificar inequivocamente o item a que diz respeito;

d) Na classificação das respostas, não devem ser tomados em consideração erros resultantes de o aluno copiar mal os dados de um item, desde que não afetem a estrutura nem o grau de dificuldade do item;

e) Sempre que o aluno apresente mais do que uma resolução do mesmo item e não indique, de forma inequívoca, a(s) que pretende anular, apenas a primeira deve ser classificada;

f) Nos itens de escolha múltipla, nas respostas em que o aluno selecione, de forma inequívoca, a opção correta, escrevendo a letra ou a resposta correspondente, deve ser atribuída a pontuação indicada. Se, além da opção correta, o aluno selecionar outra opção, deve ser atribuída a classificação de zero pontos;

g) Alguns itens da prova poderão ser corretamente resolvidos por mais do que um processo.
Sempre que o aluno utilizar um processo de resolução correto, ainda que não contemplado nos critérios específicos de classificação, deve ser atribuída a cotação total do item à sua resposta.
Caso, contrário, cabe ao professor adotar um critério de distribuição da cotação total do item e utilizá-lo em situações idênticas.

Anexo 11: Teste de Avaliação Sumativa do 10.º Ano do Curso Cientifico-Humanístico de Ciências e Tecnologias

GOVERNO DE PORTUGAL | MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E CIÊNCIA

Cód. 161007

Agrupamento de Escolas da Mealhada

Direção Regional de Educação do Centro

Escola Secundária da Mealhada – 403908

Duração da Prova: 90 minutos **9 dezembro de 2013**

TESTE DE AVALIAÇÃO

MATEMÁTICA A

10.º Ano

Identifique claramente os grupos e os itens a que responde.

A prova é constituída por dois Grupos, I e II .

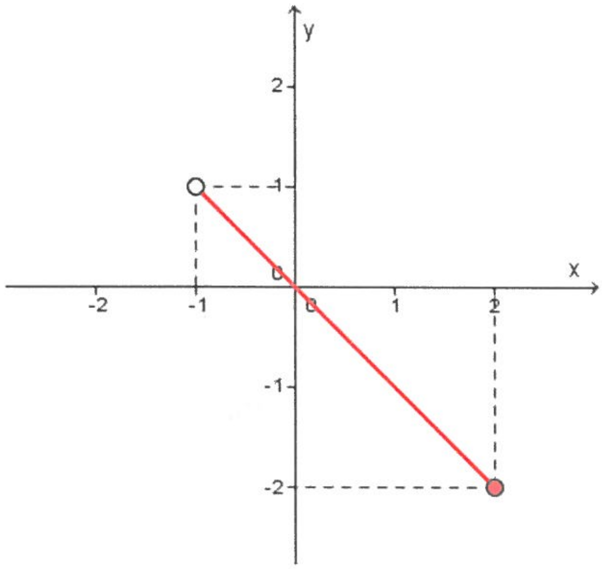
O Grupo I inclui 7 itens de escolha múltipla.

O Grupo II inclui 4 itens de resposta aberta, que podem ser subdivididos em alíneas.

Grupo I

Para cada uma das questões deste grupo, selecione a resposta correta de entre as alternativas que lhe são apresentadas e escreva na folha de teste a letra que corresponde à sua opção.
Não apresente cálculos nem justificações. Se apresentar mais do que uma resposta, a questão será anulada, o mesmo acontecendo em caso de resposta ambígua.

1. Na figura está representado, num referencial o.m. Oxy, o segmento de reta $[AB]$. Qual das **condições** seguintes define $[AB]$?



(A) $y = -x \wedge -1 \leq y \leq 2$ **(C)** $y = x \wedge -1 < y \leq 2$

(B) $y = -x \wedge -2 \leq y < 1$ **(D)** $y = x \wedge -2 < y < 1$

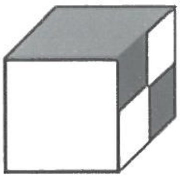
2. Num referencial o.m. Oxy do plano, considera a recta r de equação $x = -3$. Qual dos seguintes pares de pontos define uma reta perpendicular à reta r ?

(A) $A(3,4)\ e\ B(3,-4)$ **(C)** $A(3,4)\ e\ B(-3,4)$

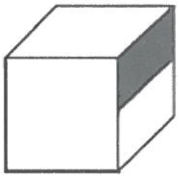
(B) $A(3,4)\ e\ B(-4,3)$ **(D)** $A(-3,4)\ e\ B(-3,-4)$

3. Qual dos seguintes cubos pode ser construído a partir da planificação apresentada à direita?

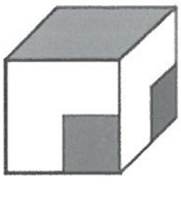
(A)



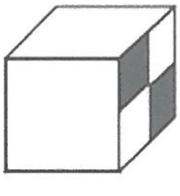
(C)

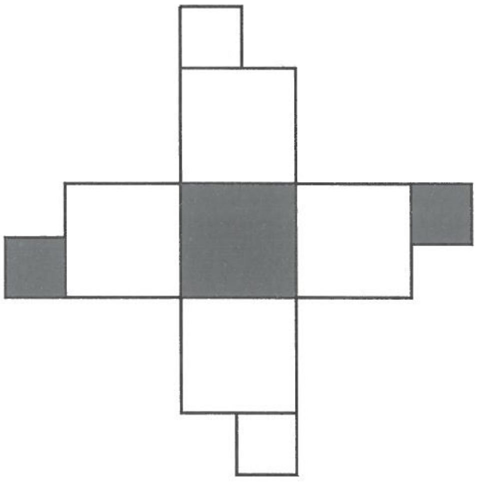


(B)

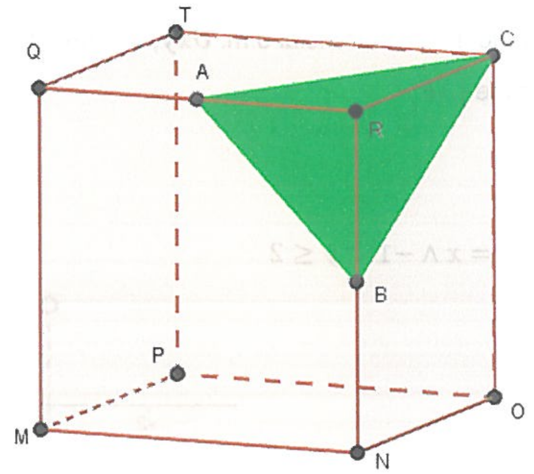


(D)

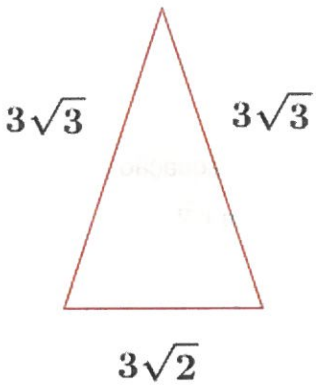




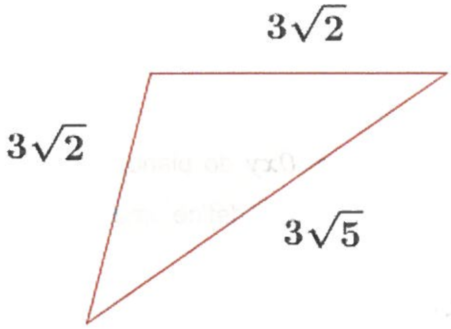
4. A figura $[MNOPQRCT]$ representa um cubo com $6\,cm$ de aresta. B e A são os pontos médios de $[NR]$ e $[QR]$, respetivamente. Qual das seguintes figuras representa a secção $[ABC]$? (as figuras não estão desenhadas à escala).



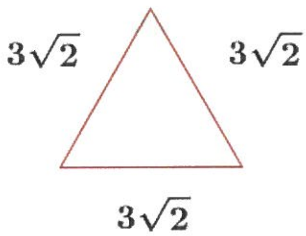
(A)



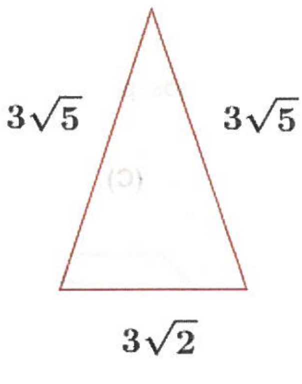
(C)



(B)



(D)



5. No referencial o.m. $Oxyz$ está representado o prisma triangular reto $[ODEABC]$. As medidas são em centímetros. Atendendo aos dados da figura considere as seguintes afirmações:

i. A área lateral do prisma é $4{,}4\sqrt{2} + 8{,}8\ cm^2$.

ii. $\overline{ED} = 2\sqrt{3}$;

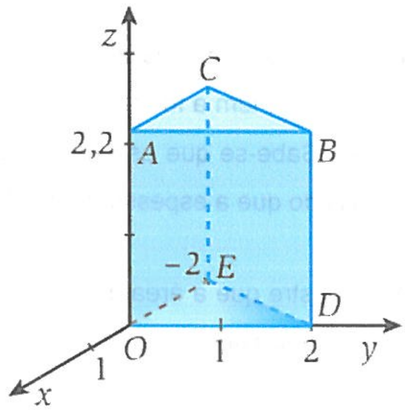
Quanto à veracidade ou falsidade das afirmações anteriores:

(A) São ambas verdadeiras.

(B) **(i)** é verdadeira e **(ii)** é falsa.

(C) **(i)** é falsa e **(ii)** é verdadeira.

(D) São ambas falsas.



6. Sejam $a, b\ e\ c$, números reais positivos quaisquer. Qual das afirmações seguintes é verdadeira?

(A) $\sqrt{a+a+a} = 3\sqrt{a}$

(B) $\sqrt{a^2+b+c} = a + \sqrt{b+c}$

(C) $\sqrt{a^2 \times b + c} = a \times \sqrt{b+c}$

(D) $\sqrt{a^2 \times b^3} = a \times b \times \sqrt{b}$

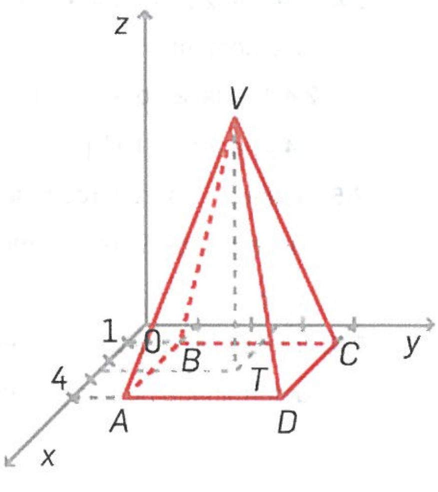
7. Considera a pirâmide quadrangular reta [ABCDV] cuja base está contida no plano xOy e tem altura 8. Podemos afirmar que:

(A) As coordenadas do ponto V são $\left(\frac{5}{2}, \frac{3}{2}, 8\right)$.

(B) A equação do plano que contém o ponto médio do segmento $[TV]$ e é paralelo à base da pirâmide é $z = 3$.

(C) As retas VC e AV são concorrentes.

(D) Os planos ADV e BCV intersetam-se unicamente no ponto V.

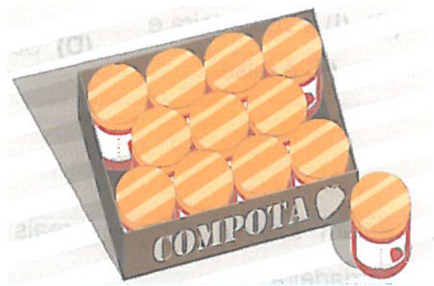


Grupo II

Na resolução deste grupo deve apresentar todos os esquemas e cálculos que traduzem o seu raciocínio e todas as justificações julgadas necessárias.
Pode usar a calculadora como confirmação de resultados mas, a não ser que o seu uso seja exigido na questão, **todos os exercícios devem ser resolvidos analiticamente**.
Se no enunciado do exercício não indicar a aproximação com que deve indicar o resultado é porque se pretende o valor exato.

1. Pretende-se comercializar caixas com 11 frasquinhos de compotas diversas. As caixas, com tampa, têm a forma de paralelepípedos e os frascos dispõem-se do modo que a figura ilustra. Sabe-se que os frascos são cilíndricos, com $10\ cm$ de altura e $5\ cm$ de diâmetro. Admitindo que a espessura do vidro é desprezável, determina:

1.1. Mostre que a área da base da caixa é dada por $200 + 100\sqrt{3}\ cm^2$.



1.2. A quantidade de cartão necessário para a construção de cada caixa, sabendo que o cartão necessário para as abas de colagem corresponde a $5\ \%$ da superfície da caixa (nos seus cálculos, despreze a tampa superior da caixa). Apresente o resultado em centímetros quadrados e arredondado às unidades.

2. Na figura seguinte está representado um referencial ortonormado no espaço, um cubo $[ABDCEFGO]$ e um prisma triangular cujas bases contêm as faces do cubo. E e G são respetivamente os pontos médios das arestas do prisma $[FM]$ e $[FN]$. $G(0\,,4\,,0)$.

2.1. Como classifica o triângulo $[MFN]$ quanto aos ângulos e quanto aos lados?

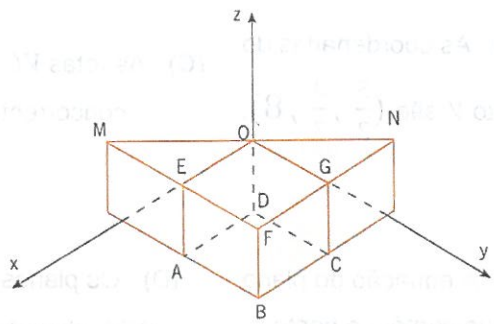
2.2. Indique as coordenadas dos vértices F e C do cubo.

2.3. Determine o volume do prisma.

2.4. Caraterize por uma condição o plano que contém:

2.4.1. a face do prisma $[MNF]$;

2.4.2. a aresta $[BF]$.

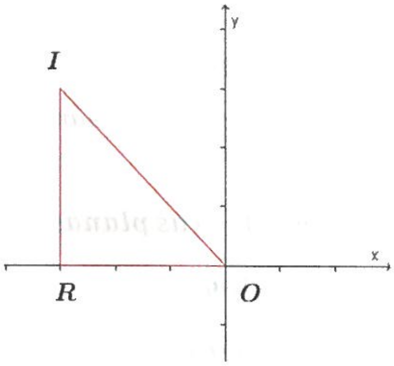


2.5. Indique as coordenadas do ponto simétrico de F relativamente ao plano xOz.

2.6. Indique e calcule a área da secção determinada no prisma pelo plano ECG.

3. No referencial o.m. Oxy, da figura, está representado um triângulo $[RIO]$ (a figura não está desenhada à escala). A unidade de medida é o centímetro. A respeito do triângulo $[RIO]$ sabe-se que:

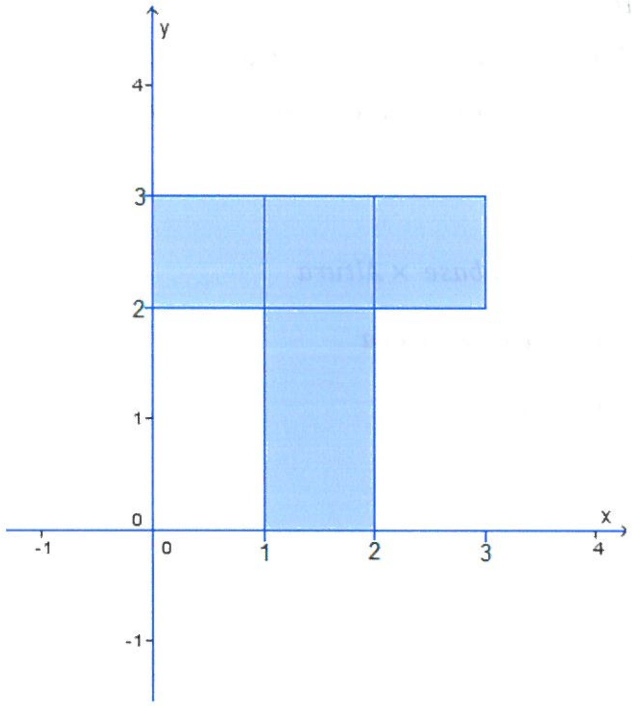
- é retângulo em R;
- tem **área igual a** $\mathbf{18\ cm^2}$;
- o ponto $\boldsymbol{R}$ pertence ao semieixo negativo $\boldsymbol{Ox}$;
- o ponto $\boldsymbol{I}$ pertence à bissetriz dos quadrantes pares.



3.1. Justifique que R e I são pontos da reta definida pela equação $x = -6$.

3.2. Defina a região sombreada (o triângulo $[RIO]$) por uma condição em $\mathbb{R}^2$.

4. Para a figura seguinte defina algebricamente a região colorida



FIM

Formulário

Comprimento de um arco de circunferência: αr

$(\alpha - \text{amplitude, em radianos, do ângulo ao centro}; r - \text{raio})$

Áreas de figuras planas

Losango: $\frac{\text{Diagonal maior} \times \text{Diagonal menor}}{2}$

Trapézio: $\frac{\text{Base maior} + \text{Base menor}}{2} \times \text{Altura}$

Polígono regular: $\text{Semiperímetro} \times \text{Apótema}$

Sector circular: $\frac{\alpha r^2}{2}$ $(\alpha - \text{amplitude, em radianos, do ângulo ao centro}; r - \text{raio})$

Áreas de superfícies

Área lateral de um cone: $\pi r g$ $(r - \text{raio da base}; g - \text{geratriz})$

Área de uma superfície esférica: $4\pi r^2$ $(r - \text{raio})$

Volumes

Pirâmide: $\frac{1}{3} \times \text{Área da base} \times \text{Altura}$

Cone: $\frac{1}{3} \times \text{Área da base} \times \text{Altura}$

Esfera: $\frac{4}{3}\pi r^3$ $(r - \text{raio})$

Cotações

	Grupo I							Grupo II											
Questão	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**1.1**	**1.2**	**2.1**	**2.2**	**2.3**	**2.4.1**	**2.4.2**	**2.5**	**2.6**	**3.1**	**3.2**	**4**	**Total**
Cotação	**10**	**10**	**10**	**10**	**10**	**10**	**10**	**30**	**20**	**4**	**4**	**4**	**2**	**7**	**3**	**12**	**20**	**10**	**14**	**200**

Bom Trabalho!

Anexo 12: Correção do Teste de Avaliação Sumativa do 10.º Ano do Curso Cientifico-Humanístico de Ciências e Tecnologias

GOVERNO DE PORTUGAL | MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E CIÊNCIA

Cód. 161007

Agrupamento de Escolas da Mealhada

Direção Regional de Educação do Centro

Escola Secundária da Mealhada – 403908

Duração da Prova: 90 minutos **9 dezembro de 2013**

TESTE DE AVALIAÇÃO

MATEMÁTICA A

10.º Ano

Identifique claramente os grupos e os itens a que responde.

A prova é constituída por dois Grupos, I e II .

O Grupo I inclui 7 itens de escolha múltipla.

O Grupo II inclui 4 itens de resposta aberta, que podem ser subdivididos em alíneas.

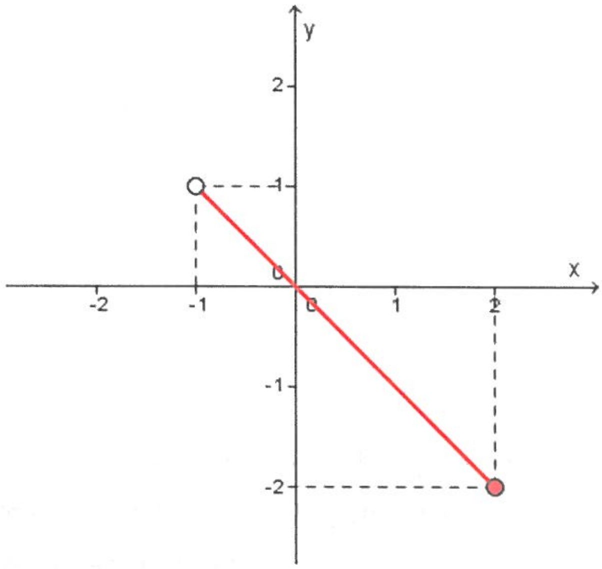
Grupo I

Para cada uma das questões deste grupo, selecione a resposta correta de entre as alternativas que lhe são apresentadas e escreva na folha de teste a letra que corresponde à sua opção.
Não apresente cálculos nem justificações. Se apresentar mais do que uma resposta, a questão será anulada, o mesmo acontecendo em caso de resposta ambígua.

1. Na figura está representado, num referencial o.m. Oxy, o segmento de reta $[AB]$. Qual das **condições** seguintes define $[AB]$?

(A) $y = -x \wedge -1 \leq y \leq 2$ **(C)** $y = x \wedge -1 < y \leq 2$

(B) $y = -x \wedge -2 \leq y < 1$ **(D)** $y = x \wedge -2 < y < 1$



(B) $y = -x \wedge -2 \leq y < 1$

2. Num referencial o.m. Oxy do plano, considera a recta r de equação $x = -3$. Qual dos seguintes pares de pontos define uma reta perpendicular à reta r ?

(A) $A(3,4)$ e $B(3,-4)$

(C) $A(3,4)$ e $B(-3,4)$

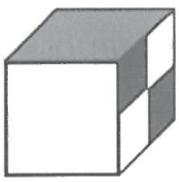
(B) $A(3,4)$ e $B(-4,3)$

(D) $A(-3,4)$ e $B(-3,-4)$

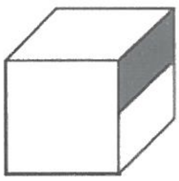
(C) $r: x = 3$ é a equação de uma reta vertical. Uma reta perpendicular à reta r é uma reta horizontal de equação $y = a$. Para dois pontos definirem uma reta horizontal têm de ter a mesma ordenada, logo a resposta correta é a **C** onde os pontos A e B têm a mesma ordenada que é 4.

3. Qual dos seguintes cubos pode ser construído a partir da planificação apresentada à direita?

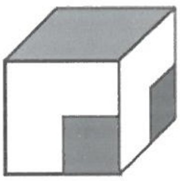
(A)



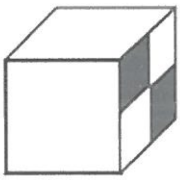
(C)

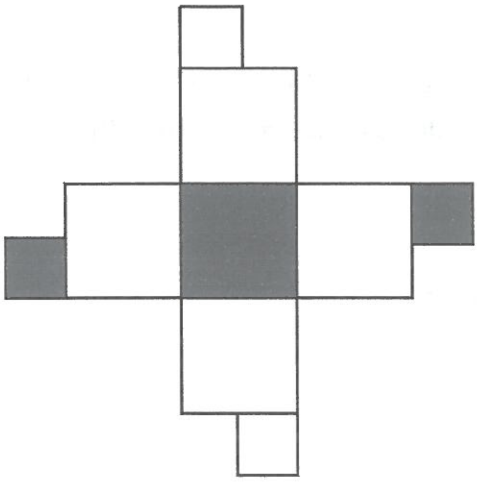


(B)



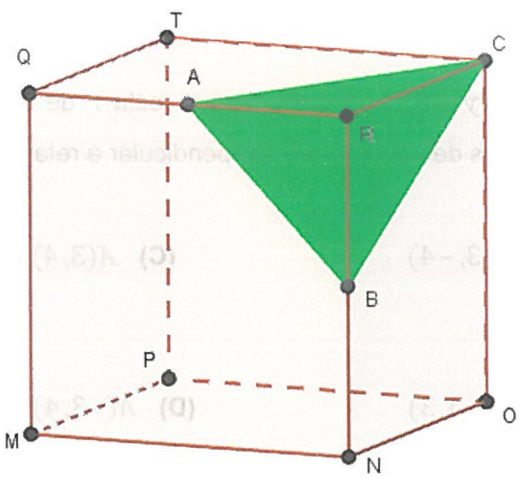
(D)



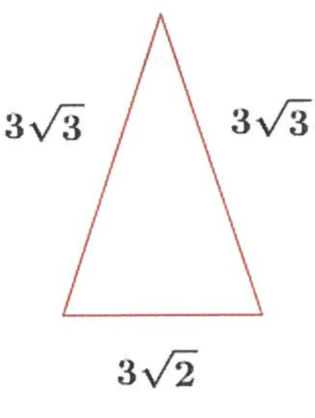


(D)

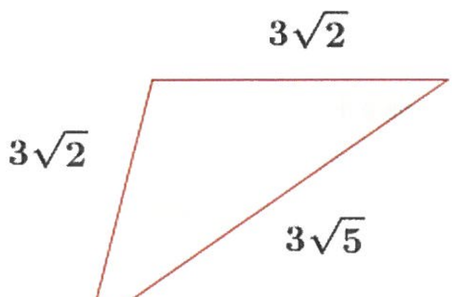
4. A figura $[MNOPQRCT]$ representa um cubo com $\mathbf{6}\,\boldsymbol{cm}$ de aresta. B e A são os pontos médios de $[NR]$ e $[QR]$, respetivamente. Qual das seguintes figuras representa a secção $[ABC]$? (as figuras não estão desenhadas à escala).



(A)

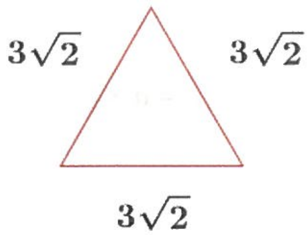


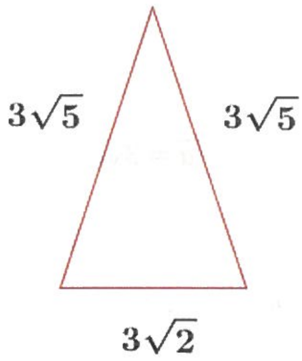
(C)



(B)

(D)





(D) Como B e A são os pontos médios de $[NR]$ e $[QR]$, respetivamente, então $\overline{AR} = \overline{BR} = \frac{6}{2} = 3\ cm$. Assim a secção é um triângulo isósceles e $\overline{AC} = \overline{BC}$.

$$\overline{AC}^2 = \overline{AR}^2 + \overline{CR}^2 \Leftrightarrow \overline{AC}^2 = 3^2 + 6^2 \Leftrightarrow \overline{AC}^2 = 9 + 36 \Leftrightarrow \overline{AC}^2 = 45 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \overline{AC} = \sqrt{45}\,, \overline{AC} > 0 \Leftrightarrow \overline{AC} = 3\sqrt{5}\ cm = \overline{BC}$$

$$\overline{AB}^2 = \overline{AR}^2 + \overline{BR}^2 \Leftrightarrow \overline{AB}^2 = 3^2 + 3^2 \Leftrightarrow \overline{AB}^2 = 9 + 9 \Leftrightarrow \overline{AB}^2 = 18 \Leftrightarrow$$

$$\overline{AB} = \sqrt{18}\,, \overline{AB} > 0 \Leftrightarrow \overline{AB} = 3\sqrt{2}\ cm$$

5. No referencial o.m. $Oxyz$ está representado o prisma triangular reto $[ODEABC]$. As medidas são em centímetros. Atendendo aos dados da figura considere as seguintes afirmações:

iii. A área lateral do prisma é $4{,}4\sqrt{2} + 8{,}8\ cm^2$.

iv. $\overline{ED} = 2\sqrt{3}$;

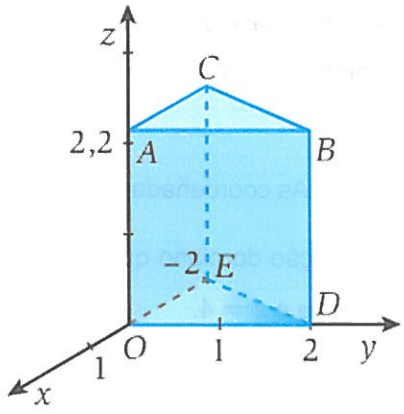
Quanto à veracidade ou falsidade das afirmações anteriores:

(A) São ambas verdadeiras.

(C) **(i)** é falsa e **(ii)** é verdadeira.

(B) **(i)** é verdadeira e **(ii)** é falsa.

(D) São ambas falsas.



(B) Como os eixos Ox e Oy são perpendiculares, a base do prisma triangular reto $[ODEABC]$, $[EDO]$ é um triângulo retângulo em O. Então, aplicando o Teorema de Pitágoras:

$$\overline{ED}^2 = \overline{EO}^2 + \overline{DO}^2 \Leftrightarrow \overline{ED}^2 = 2^2 + 2^2 \Leftrightarrow \overline{ED}^2 = 4 + 4 \Leftrightarrow \overline{ED}^2 = 8 \Leftrightarrow \overline{ED}^2 = 8 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \overline{ED}^2 = 8 \Leftrightarrow \overline{ED} = \sqrt{8}\ , \overline{ED} > 0 \Leftrightarrow \overline{ED} = 2\sqrt{2}\ cm \neq 2\sqrt{3}\ cm$$

Logo (ii) é falsa.

$$\text{Área lateral}_{prisma} = 2 \times 2{,}2 \times 2 + 2\sqrt{2} \times 2{,}2 = 8{,}8 + 4{,}4\sqrt{2} = 4{,}4\sqrt{2} + 8{,}8\ cm^2$$

Logo (i) é verdadeira.

6. Sejam a, b e c, números reais positivos quaisquer. Qual das afirmações seguintes é verdadeira?

(A) $\sqrt{a+a+a} = 3\sqrt{a}$

(B) $\sqrt{a^2+b+c} = a + \sqrt{b+c}$

(C) $\sqrt{a^2 \times b + c} = a \times \sqrt{b+c}$

(D) $\sqrt{a^2 \times b^3} = a \times b \times \sqrt{b}$

(D) $\sqrt{a+a+a} = \sqrt{3a}$

$\sqrt{a^2 \times b^3} = \sqrt{a^2 \times b^2 \times b} = a \times b \times \sqrt{b}$

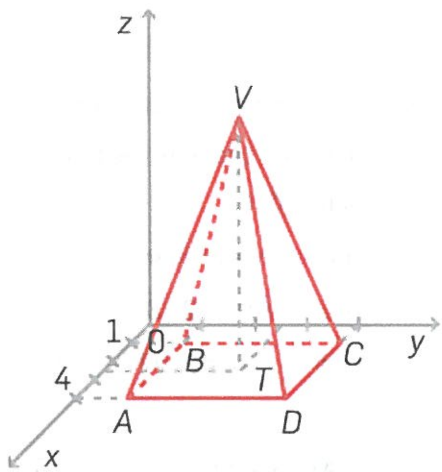
7. Considera a pirâmide quadrangular reta [ABCDV] cuja base está contida no plano xOy e tem altura 8. Podemos afirmar que:

(A) As coordenadas do ponto V são $\left(\frac{5}{2}, \frac{3}{2}, 8\right)$.

(B) A equação do plano que contém o ponto médio do segmento $[TV]$ e é paralelo à base da pirâmide é $z = 3$.

(C) As retas VC e AV são concorrentes.

(D) Os planos ADV e BCV intersetam-se unicamente no ponto V.



(C) As coordenadas do ponto V são $\left(\frac{5}{2}, \frac{5}{2}, 8\right)$.

A equação do plano que contém o ponto médio do segmento $[TV]$ e é paralelo à base da pirâmide é $z = 4$.

As retas VC e AV são concorrentes e intersetam-se no ponto V.

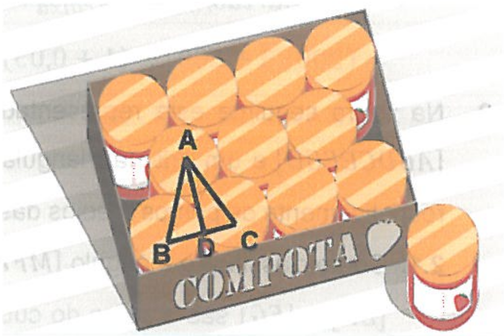
A interseção dos planos ADV e BCV é uma reta.

Grupo II

Na resolução deste grupo deve apresentar todos os esquemas e cálculos que traduzem o seu raciocínio e todas as justificações julgadas necessárias.
Pode usar a calculadora como confirmação de resultados mas, a não ser que o seu uso seja exigido na questão, **todos os exercícios devem ser resolvidos analiticamente**.
Se no enunciado do exercício não indicar a aproximação com que deve indicar o resultado é porque se pretende o valor exato.

1. Pretende-se comercializar caixas com 11 frasquinhos de compotas diversas. As caixas, com tampa, têm a forma de paralelepípedos e os frascos dispõem-se do modo que a figura ilustra. Sabe-se que os frascos são cilíndricos, com $10\ cm$ de altura e $5\ cm$ de diâmetro. Admitindo que a espessura do vidro é desprezável, determina:

1.1. Mostre que a área da base da caixa é dada por $100 + 100\sqrt{3}\ cm^2$.



i. Se o diâmetro dos círculos que representam os frascos das compotas é $d = 5\ cm$, então, por observação da figura, a medida do comprimento do retângulo é:

$$diâmetro_{1\ frasco} = 5\ cm \qquad raio_{1\ frasco} = \frac{5}{2}\ cm$$

$$Comprimento_{caixa} = 4 \times diâmetro_{1\ frasco} = 4 \times 5 = 20\ cm \ \textbf{(3)}$$

ii. A medida da largura, por observação do esquema apresentado, será dada pelas alturas dos triângulos equiláteros, invertidos, formados pelos centros dos frascos tangentes ao lado maior e com vértice comum no frasco da fila do meio. A este valor soma-se, ainda, duas vezes o valor do raio.

Considerando o triângulo $[ABC]$ representado na figura:

$$Base_{[ABC]} = \overline{BC} = diâmetro_{1\ vela} = 5\ cm \qquad Altura_{[ABC]} = \overline{AD}$$

iii. Assim, cada lado desse triângulo irá medir $5\ cm$. Recorremos ao Teorema de Pitágoras para determinar a altura. A altura divide o triângulo equilátero em dois triângulos retângulos, e virá:

$$\overline{AC}^2 = \overline{AD}^2 + \overline{DC}^2 \ \textbf{(3)} \Leftrightarrow 5^2 = \overline{AD}^2 + \left(\frac{5}{2}\right)^2 \ \textbf{(2)} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 25 = \overline{AD}^2 + \frac{25}{4} \ \textbf{(2)} \Leftrightarrow \overline{AD}^2 = 25 - \frac{25}{4} \textbf{(2)} \Leftrightarrow \overline{AD}^2 = \frac{100}{4} - \frac{25}{4} \textbf{(2)} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \overline{AD}^2 = \frac{75}{4} \ \textbf{(2)} \Leftrightarrow \overline{AD} = \sqrt{\frac{75}{4}}, \overline{AD} > 0 \ \textbf{(3)} \Leftrightarrow \overline{AD} = \frac{\sqrt{75}}{2} \textbf{(2)} \Leftrightarrow \overline{AD} = \frac{5\sqrt{3}}{2}\ cm \ \textbf{(2)}$$

Então a largura do retângulo será:

$$Largura_{caixa} = \overline{AD} \times 2 + diâmetro_{1\ frasco} = \frac{5\sqrt{3}}{2} \times 2 + 5 = 5\sqrt{3} + 5\ \ cm \ \textbf{(2)}$$

Então a área da base da caixa será:

$$Área_{base\ da\ caixa} = 20 \times \left(5\sqrt{3} + 5\right) = 100\sqrt{3} + 100\ \ cm^2 \textbf{(5)}$$

1.2. A quantidade de cartão necessário para a construção de cada caixa, sabendo que o cartão necessário para as abas de colagem corresponde a 5 % da superfície da caixa (nos seus cálculos, despreze a tampa superior da caixa). Apresente o resultado em centímetros quadrados e arredondado às unidades.

$$Área_{base\ da\ caixa} = 100\sqrt{3} + 100\ \ cm^2$$

$Área_{face\ da\ frente} = 10 \times 20 = 200\ \ cm^2 = Área_{face\ de\ trás}$ **(2)**

$Área_{face\ lateral} = 10 \times (5\sqrt{3} + 5) = 50\sqrt{3} + 50\ \ cm^2$ **(2)**

$$Área_{superfície\ da\ caixa} = 100\sqrt{3} + 100 + 2 \times 200 + 2 \times (50\sqrt{3} + 50) =$$

$= 100\sqrt{3} + 100 + 400 + 100\sqrt{3} + 100\ = 200\sqrt{3} + 600\ cm^2$ **(4+2+2)**

$Cartão_{abas\ de\ colagem} = (200\sqrt{3} + 600) \times 5\% = (200\sqrt{3} + 600) \times 0{,}05\ \ cm^2$ **(4)**

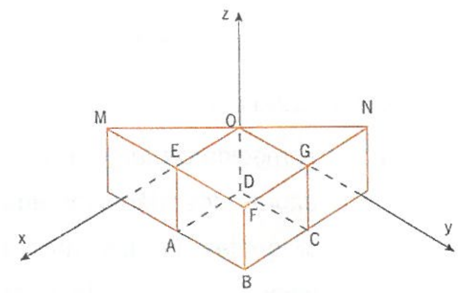
$$Cartão_{construção\ caixa} = (200\sqrt{3} + 600) + (200\sqrt{3} + 600) \times 0{,}05\ =$$

$= (200\sqrt{3} + 600) \times (1 + 0{,}05) = (200\sqrt{3} + 600) \times 1{,}05 = 994\ \ cm^2$ **(4)**

2. Na figura seguinte está representado um referencial ortonormado no espaço, um cubo $[ABDCEFGO]$ e um prisma triangular cujas bases contêm as faces do cubo. E e G são respetivamente os pontos médios das arestas do prisma $[FM]$ e $[FN]$. $G(0\,,4\,,0)$.

2.1. Como classifica o triângulo $[MFN]$ quanto aos ângulos e quanto aos lados?

$[EF]$ e $[FG]$ são arestas do cubo $[ABDCEFGO]$ então $[MF]$ é perpendicular a $[FN]$ **(2)**. Como G é o ponto médio da aresta $[FN]$ então N tem coordenadas $(-4\,,4\,,0)$ e $F(4\,,4\,,0)$. Assim como E é o ponto médio da aresta $[FM]$ então M tem coordenadas $(4\,,-4\,,0)$. Além disso, $\overline{MF} = \overline{FN} = 8$, logo o triângulo $[MFN]$ é retângulo e isósceles **(2)**.



2.2. Indique as coordenadas dos vértices F e C do cubo.

$F(4\,,4\,,0) e\ C(0\,,4\,,-4)$. **(2+2)**

2.3. Determine o volume do prisma.

$$Volume_{prisma} = Área_{base} \times altura\ (1) = \frac{8 \times 8}{2} \times 4\ (1) = \frac{64}{2} \times 4\ (1) = 32 \times 4$$

$$= 128\ \ u.v.\ (1)$$

2.4. Caraterize por uma condição o plano que contém:

2.4.1. a face do prisma $[MNF]$;

$z = 0$ **(2)**

2.4.2. a aresta $[BF]$.

$x = 4 \wedge y = 4 \wedge -4 \leq z \leq 0$ **(2+2+3)**

2.5. Indique as coordenadas do ponto simétrico de F relativamente ao plano xOz.

$F(4\,,4\,,0)$ *Ponto simétrico de F relativamente ao plano xOz* $\longrightarrow F_1\ \ F_1(4\,,-4\,,0)$ **(3)**

2.6. Indique e calcule a área da secção determinada no prisma pelo plano ECG.

A secção determinada no prisma pelo plano ECG é o retângulo $[ECGA]$ **(2)**. O comprimento deste retângulo é igual ao comprimento da diagonal facial do cubo $[ABDCEFGO]$. Então aplicando o Teorema de Pitágoras, vem que:

$$\overline{EG}^2 = \overline{EF}^2 + \overline{FG}^2 \ (2) \Leftrightarrow \overline{EG}^2 = 4^2 + 4^2 \Leftrightarrow \overline{EG}^2 = 16 + 16 \Leftrightarrow \overline{EG}^2 = 32 \Leftrightarrow$$

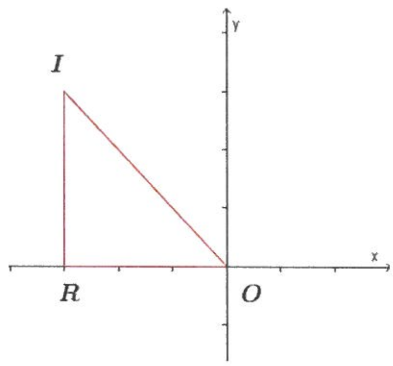
$$\Leftrightarrow \overline{EG} = \sqrt{32}\,, \overline{EG} > 0 \ (2) \Leftrightarrow \overline{EG} = 4\sqrt{2} \ (2)$$

Logo a área do retângulo $[ECGA]$ é dada por:

$$Área_{[ECGA]} = \overline{EG} \times \overline{EA} \ (2) = 4\sqrt{2} \times 4 = 16\sqrt{2} \quad u.a. \ (2)$$

3. No referencial o.m. Oxy, da figura, está representado um triângulo $[RIO]$ (a figura não está desenhada à escala). A unidade de medida é o centímetro. A respeito do triângulo $[RIO]$ sabe-se que:

- é retângulo em R;
- tem **área igual a $18\ cm^2$**;
- o ponto $\boldsymbol{R}$ pertence ao semieixo negativo $\boldsymbol{Ox}$;
- o ponto $\boldsymbol{I}$ pertence à bissetriz dos quadrantes pares.



3.1. Justifique que R e I são pontos da reta definida pela equação $x = -6$.

O ponto I pertence à bissetriz dos quadrantes pares, que tem equação $y = -x$. Então as coordenadas do ponto I são $(x\,, -x)$ ou $(y\,, -y)$ **(2)**. A base e a altura de um triângulo são números reais positivos, no caso do triângulo $[RIO]$, $base = altura = x$. Então:

$$A_{[RIO]} = \frac{x \times x}{2} \ (1) \Leftrightarrow \frac{x \times x}{2} = 18 \ (1) \Leftrightarrow x^2 = 18 \times 2 \ (3) \Leftrightarrow x^2 = 36 \ (2) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \sqrt{36} \ (2), x > 0 \Leftrightarrow x = 6\ cm \ (1)$$

A abcissa do ponto I é igual à abcissa do ponto R, que por se encontrar situado no semieixo negativo Ox tem abcissa igual a -6 **(4)**. Logo a reta definida pelos pontos R e I é a reta vertical de equação $x = -6$ **(4)**.

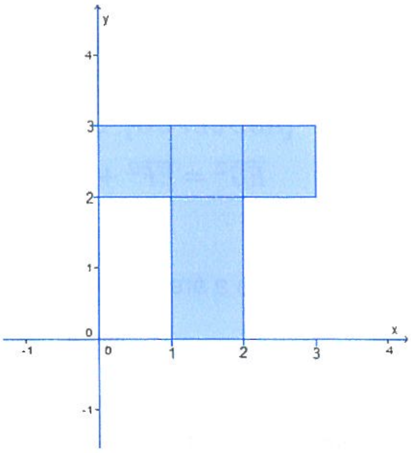
3.2. Defina a região sombreada (o triângulo $[RIO]$) por uma condição em $\mathbb{R}^2$.

$$y \leq -x \wedge y \geq 0 \wedge x \geq -6 \quad \textbf{(2+2+2+2+2)}$$

4. Para a figura seguinte defina algebricamente a região colorida

$$(0 \leq x \leq 3 \wedge 2 \leq y \leq 3) \vee (1 \leq x \leq 2 \wedge 0 \leq y \leq 2)$$

(6(2+2+2)+2+6(2+2+2))



FIM

Cotações

	Grupo I							Grupo II											
Questão	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**1.1**	**1.2**	**2.1**	**2.2**	**2.3**	**2.4.1**	**2.4.2**	**2.5**	**2.6**	**3.1**	**3.2**	**4**	**Total**
Cotação	**10**	**10**	**10**	**10**	**10**	**10**	**10**	**30**	**20**	**4**	**4**	**4**	**2**	**7**	**3**	**12**	**20**	**10**	**14**	**200**

Bom Trabalho!

Anexo 13: Avaliação da professora estagiária pelos alunos

GOVERNO DE PORTUGAL | MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E CIÊNCIA

161007 **Agrupamento de Escolas da Mealhada**
403908 Escola Secundária da Mealhada

Núcleo de Estágio de Matemática – *Aluna Estagiária: Helena Neves*

2013 / 2014

Avaliação do Processo Ensino / Aprendizagem

Turma: 10.º A1	**Curso Científico-Humanístico de Ciências e Tecnologias**

Este inquérito é confidencial, não se identifique em nenhuma parte do mesmo.

Na sua avaliação utilize a seguinte escala de classificação:

Raramente	De vez em quando	Por vezes	A maior parte das vezes	Quase sempre	Sempre
1	2	3	4	5	6

e assinale apenas <u>um</u> retângulo, correspondente, à resposta que mais se adequa à sua experiencia com a professora:

		1	2	3	4	5	6
1	A professora está preparada para a aula.	☐	☐	☐	☐	☐	☐
2	A professora domina o assunto.	☐	☐	☐	☐	☐	☐
3	A professora é flexível nas necessidades individuais dos alunos.	☐	☐	☐	☐	☐	☐
4	A professora é clara nas indicações e nas explicações sobre o que é pedido nas tarefas e nos testes.	☐	☐	☐	☐	☐	☐
5	A professora permite que seja ativo em ambiente de sala de aula.	☐	☐	☐	☐	☐	☐
6	A professora tem procedimentos claros e propicia um ritmo adequado ao desenvolvimento da aula.	☐	☐	☐	☐	☐	☐
7	Aprendi bastante com esta professora sobre este assunto.	☐	☐	☐	☐	☐	☐
8	A professora é criativa quando desenvolve as aulas e as atividades.	☐	☐	☐	☐	☐	☐
9	A professora respeita as decisões e opiniões dos alunos.	☐	☐	☐	☐	☐	☐
10	A professora apoia individualmente os alunos quando solicitado.	☐	☐	☐	☐	☐	☐
11	Eu confio na professora.	☐	☐	☐	☐	☐	☐
12	A professora é justo e firme na disciplina sem ser muito restritiva.	☐	☐	☐	☐	☐	☐

Faça sugestões sobre como gostaria que as aulas decorressem.

Obrigada pela colaboração!

A Professora Estagiária: Helena Neves

		Respostas						
		1	2	3	4	5	6	
Número	Pergunta	Raramente	De vez em quando	Por vezes	A maior parte das vezes	Quase sempre	Sempre	Total:
1	A professora está preparada para a aula.					3	22	25
2	A professora domina o assunto.					3	22	25
3	A professora é flexível nas necessidades individuais dos alunos.				2	2	21	25
4	A professora é clara nas indicações e nas explicações sobre o que é pedido nas tarefas e nos testes.				2	9	14	25
5	A professora permite que seja ativo em ambiente de sala de aula.				3	9	13	25
6	A professora tem procedimentos claros e propicia um ritmo adequado ao desenvolvimento da aula.				3	8	14	25
7	Aprendi bastante com esta professora sobre este assunto.				1	14	10	25
8	A professora é criativa quando desenvolve as aulas e as atividades.			1	2	16	6	25
9	A professora respeita as decisões e opiniões dos alunos.				2	6	17	25
10	A professora apoia individualmente os alunos quando solicitado.					1	24	25
11	Eu confio na professora.					4	21	25
12	A professora é justo e firme na disciplina sem ser muito restritiva.				1	10	14	25

Faça sugestões sobre como gostaria que as aulas decorressem.

Respostas:

Estou sem palavras. Aprendi bastante com estas aulas porque a professora explica bem. Quero continuar assim para o ano. Boas Férias!

Em todas as aulas a professora é muito ativa e explica bem todos os assuntos dados, tendo a capacidade de cativar os alunos da turma para estarem atentos e envolvidos na aula.

No geral gostei bastante das aulas lecionadas pela professora. Os conhecimentos ficaram bem adquiridos e os conceitos foram expostos de forma clara. Desta maneira, considero que as aulas foram extremamente boas.

Não tenho sugestos a fazer devido ao excelente trabalho que a professora Helena Neves desenvolveu connosco ao longo do ano.

As aulas estão bem assim.

Foram boas aulas. Boas Férias.

De igual forma.

Gostariam que se utilizassem mais programas de matemática, como por exemplo, o Cabri Geomtri, para que os alunos percebam melhor a matéria.

Não há nada para melhorar nas aulas de Matemática, as aulas são bastante interessantes, e consegui aprender muito com as mesmas.

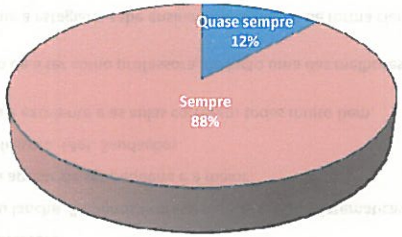
Na minha opinião, as aulas são boas e não se deve mudar isso.

As aulas estão bem assim pois a professora dá-nos teórica mas também muita prática.

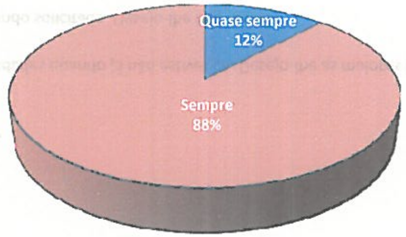
Foi das professoras de Matemática que mais me ensinou, mais me apoiou na disciplina. Graças a ela, sei muito mais sobre esta disciplina do que no meu ano passado. Tenho de agradecer-lhe por ser uma professora tão ativa e atenta às necessidades de cada aluno em particular. É extremamente profissional e sempre cumpriu os prazos a que se propôs (por exemplo testes e mail sobre a disciplina).

A professora explica bem a matéria, por isso, assim entendo melhor e gosto das aulas como estão (1 dia teórica, outras práticas).

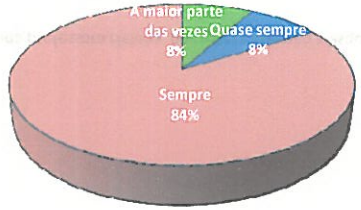
A professora está preparada para a aula



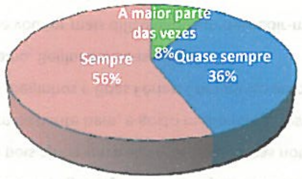
A professora domina o assunto



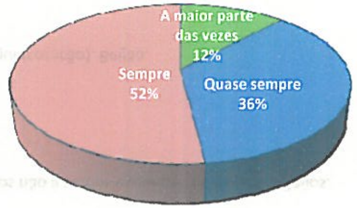
A professora é flexível nas necessidades individuais dos alunos



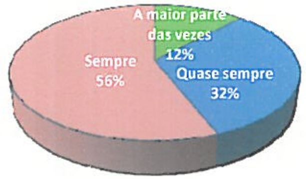
A professora é clara nas indicações e nas explicações sobre o que é pedido nas tarefas e nos testes



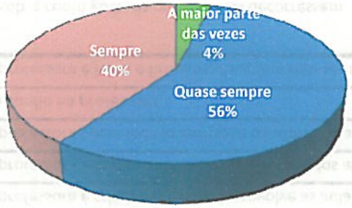
A professora permite que seja ativo em ambiente de sala de aula



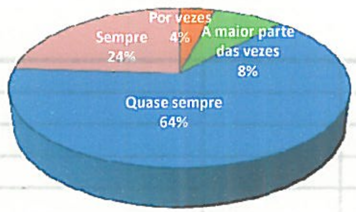
A professora tem procedimentos claros e propicia um ritmo adequado ao desenvolvimento da aula



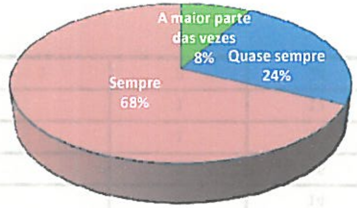
Aprendi bastante com esta professora sobre este assunto



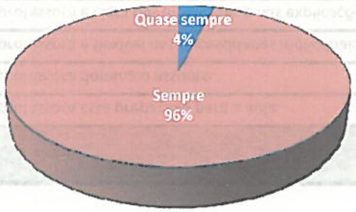
A professora é criativa quando desenvolve as aulas e as atividades



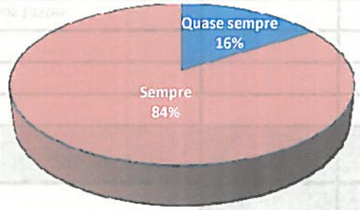
A professora respeita as decisões e opiniões dos alunos



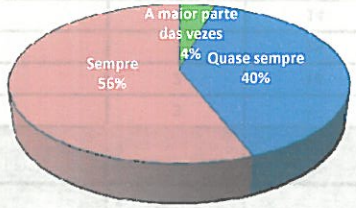
A professora apoia individualmente os alunos quando solicitado



Eu confio na professora



A professora é justo e firme na disciplina sem ser muito restritiva



		Respostas						
		1	2	3	4	5	6	
Número	Pergunta	Raramente	De vez em quando	Por vezes	A maior parte das vezes	Quase sempre	Sempre	Total:
1	A professora está preparada para a aula.					3	15	18
2	A professora domina o assunto.					2	16	18
3	A professora é flexível nas necessidades individuais dos alunos.					3	15	18
4	A professora é clara nas indicações e nas explicações sobre o que é pedido nas tarefas e nos testes.					4	14	18
5	A professora permite que seja ativo em ambiente de sala de aula.					1	17	18
6	A professora tem procedimentos claros e propicia um ritmo adequado ao desenvolvimento da aula.					4	14	18
7	Aprendi bastante com esta professora sobre este assunto.					3	15	18
8	A professora é criativa quando desenvolve as aulas e as atividades.					4	14	18
9	A professora respeita as decisões e opiniões dos alunos.					2	16	18
10	A professora apoia individualmente os alunos quando solicitado.					1	17	18
11	Eu confio na professora.					1	17	18
12	A professora é justo e firme na disciplina sem ser muito restritiva.				1	3	14	18

Faça sugestões sobre como gostaria que as aulas decorressem.

Respostas:

Acho que as aulas decorreram muito bem o que nos favoreceu na nossa aprendizagem. Todos nós temos uma excelente relação com os professores e para mim foi dos melhores anos em relação à disciplina. Beijo enorme.

Beijos grandes professora, agradeço imenso a ajuda que me deu. Boas férias!

Adoro a professora pois ajuda-me a alcançar muito boas notas. Espero que ela não nos esqueça pois nós não a vamos esquecer. Felicidades. Beijos.

As aulas decorreram bastante bem, e gosto muito da professora.

Adoro a professora. Beijinhos e Boas Férias. Com muito amor e carinho.

Iguais. Menos trabalho. Beijinhos, Boas Férias.

Das professoras que vou ter mais dificuldade em despedir-me. Obrigada por tudo! Vai estar sempre aqui (coração). Beijão.

Beijos com muito amor e carinho.

Beijo aqui da amiga. Boas Férias.

Beijão do melhor aluno, com muito amor.

Beijinhos Professora linda.

Beijinhos Professora.

Quero o meu lanche. Beijinhos Professora. Saudações Matemáticas.

A professora apesar de ser pequena é a maior.

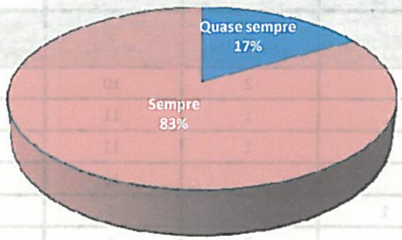
Beijinho Professora. Mat. Saudações.

A professora é excelente e as aulas correram todas muito bem.

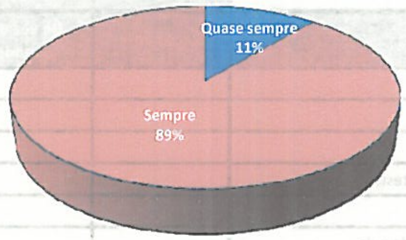
Gostei muito de a ter como professora, de facto uma das melhores que já tive e vou ter muitas saudades quando já não estiver cá. Desejo-lhe as maiores felicidades e um bom futuro. Obrigada professora Helena, de certeza que não a esquecerei!

Considero que a estagiária sabe ensinar muito bem e de forma clara, dando atenção individual quando solicitada. Desejo-lhe boa sorte!

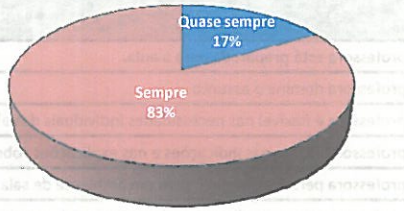
A professora está preparada para a aula



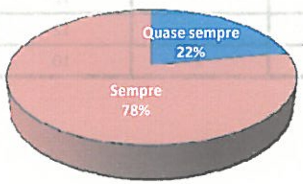
A professora domina o assunto



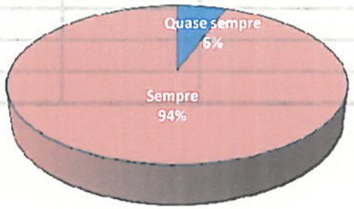
A professora é flexível nas necessidades individuais dos alunos



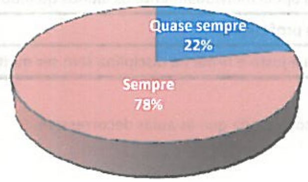
A professora é clara nas indicações e nas explicações sobre o que é pedido nas tarefas e nos testes



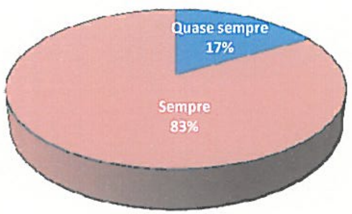
A professora permite que seja ativo em ambiente de sala de aula



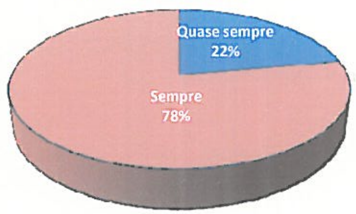
A professora tem procedimentos claros e propicia um ritmo adequado ao desenvolvimento da aula



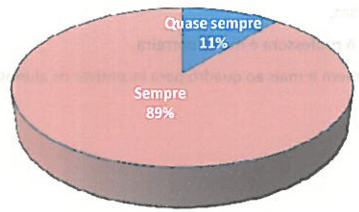
Aprendi bastante com esta professora sobre este assunto



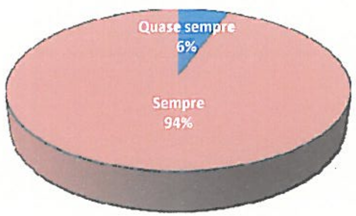
A professora é criativa quando desenvolve as aulas e as atividades



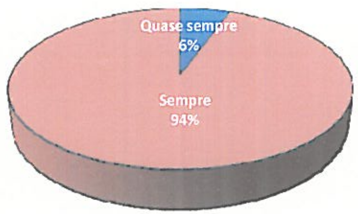
A professora respeita as decisões e opiniões dos alunos



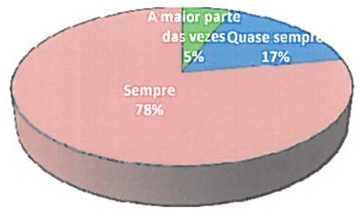
A professora apoia individualmente os alunos quando solicitado



Eu confio na professora



A professora é justo e firme na disciplina sem ser muito restritiva



Gráficos 10.º B1

		Respostas						
		1	2	3	4	5	6	
Número	Pergunta	Raramente	De vez em quando	Por vezes	A maior parte das vezes	Quase sempre	Sempre	Total:
1	A professora está preparada para a aula.					2	10	12
2	A professora domina o assunto.					1	11	12
3	A professora é flexível nas necessidades individuais dos alunos.					1	11	12
4	A professora é clara nas indicações e nas explicações sobre o que é pedido nas tarefas e nos testes.						12	12
5	A professora permite que seja ativo em ambiente de sala de aula.				1	3	8	12
6	A professora tem procedimentos claros e propicia um ritmo adequado ao desenvolvimento da aula.					3	7	10
7	Aprendi bastante com esta professora sobre este assunto.					7	5	12
8	A professora é criativa quando desenvolve as aulas e as atividades.				1	6	5	12
9	A professora respeita as decisões e opiniões dos alunos.					1	11	12
10	A professora apoia individualmente os alunos quando solicitado.						12	12
11	Eu confio na professora.						12	12
12	A professora é justo e firme na disciplina sem ser muito restritiva.					2	10	12

Faça sugestões sobre como gostaria que as aulas decorressem.

Respostas:

Keep it up!

Boa sorte. Beijinhos.

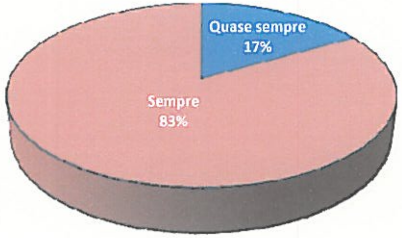
Gostei bastante da professora. Espero que tenha boa sorte no seu futuro! Beijos.

Aulas mais descontraídas.

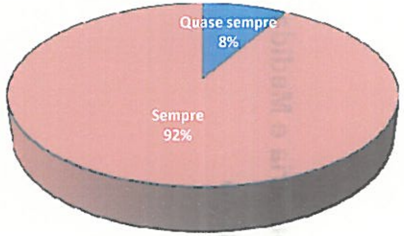
Não tenho sugestões. A professora é muito porreira.

Acho que os alunos devem ir mais ao quadro para incentivar os alunos a resolverem exercícios de Matemática.

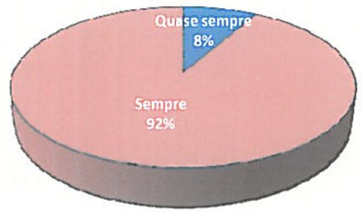
A professora está preparada para a aula



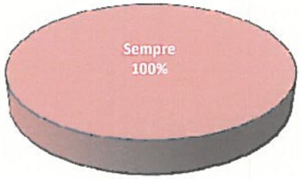
A professora domina o assunto



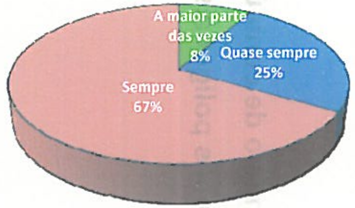
A professora é flexível nas necessidades individuais dos alunos



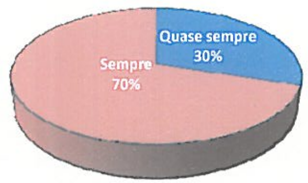
A professora é clara nas indicações e nas explicações sobre o que é pedido nas tarefas e nos testes



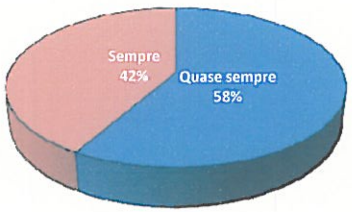
A professora permite que seja ativo em ambiente de sala de aula



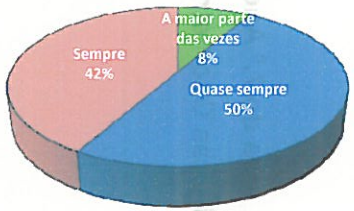
A professora tem procedimentos claros e propicia um ritmo adequado ao desenvolvimento da aula



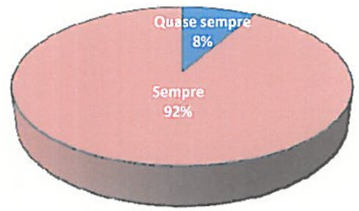
Aprendi bastante com esta professora sobre este assunto



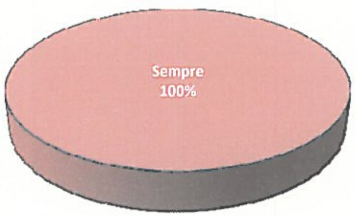
A professora é criativa quando desenvolve as aulas e as atividades



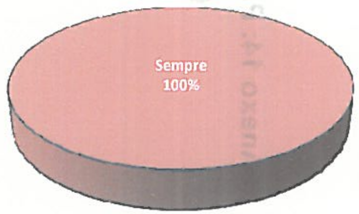
A professora respeita as decisões e opiniões dos alunos



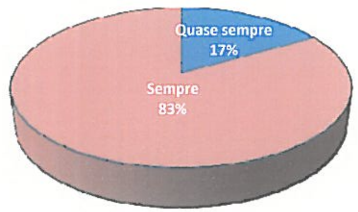
A professora apoia individualmente os alunos quando solicitado



Eu confio na professora



A professora é justo e firme na disciplina sem ser muito restritiva



Gráficos 12.º C1

Anexo 14: Plano de Aula do 7.º Ano do domínio de conteúdo Geometria e Medida (GM), Figuras Geométricas, Linhas poligonais e polígono

Matemática | Plano de Aula

7.º Ano| Helena Margarida Fernandes Neves

PLANO DE AULA AULA 112 / 113 (90 minutos)	MATEMÁTICA – 7.º ANO ANO LETIVO 2013 / 2014	Unidade 4 – Triângulos e Quadriláteros. Introdução.
Sumário: Noção de linha poligonal. Linha poligonal simples e não simples. Linha poligonal fechada e aberta. Noção de polígono simples. Polígono convexo e côncavo. Diagonal de um polígono. Resolução de exercícios com recurso ao geoplano.	**Objetivos de Aprendizagem:** • Identificar um polígono simples (ou polígono). • Identificar polígonos convexos e polígonos côncavos. • Resolver problemas envolvendo ângulos de polígonos. • Deduzir o valor da soma dos ângulos internos e externos de um triângulo.	**Temas Matemáticos e Capacidades Transversais:** ▪ Resolução de Problemas; ▪ Raciocínio Matemático; ▪ Comunicação Matemática. **Pré-Requisitos:** ▪ Figuras no plano: o Ângulos: amplitude e medição; o Polígonos – propriedades e classificação;

Estratégias / Atividades	Tempo estimado para lecionação	Recursos didáticos / Avaliação
• Acomodação dos alunos. Verifico a assiduidade e pontualidade dos alunos, registo o cumprimento do trabalho de casa e indico os objetivos da aula.	5 minutos	
• Utilizo o geoplano para construir e introduzir a definição de linha poligonal: Uma **linha poligonal** é uma sequência de segmentos de reta designados por lados, tal que: • Pares de lados consecutivos partilham um extremo; • Os lados que se intersetam não são colineares (não alinhados); • Não há mais do que dois lados partilhando um extremo; • Os extremos comuns a dois lados designam-se por vértices e representam-se por letras maiúsculas (A, B, C,…). • Os alunos acompanham a definição e constroem uma linha poligonal no geoplano. • Mostro exemplos de linha não poligonais. • Construo no geoplano e simultaneamente defino linha poligonal simples e não simples. Numa linha poligonal **simples** os únicos pontos comuns a dois lados são os vértices. Caso contrário, a linha poligonal é **não simples**. • Os alunos acompanham a definição e constroem uma linha poligonal simples e não simples no		

<table>
<tr><th>PLANO DE AULA
AULA 112 / 113 (90 minutos)</th><th colspan="2">MATEMÁTICA – 7.º ANO
ANO LETIVO 2013 / 2014</th><th>Unidade 4 – Triângulos e Quadriláteros.
Introdução.</th></tr>
<tr><td colspan="2">geoplano.
• Construo no geoplano e simultaneamente defino linha poligonal aberta e fechada.
Uma linha poligonal é fechada se as suas extremidades coincidem. Caso contrário, a linha poligonal é aberta.
• Os alunos acompanham a definição e constroem uma linha poligonal aberta e fechada no geoplano.
• Refiro que uma linha poligonal fechada tem de ter no mínimo três lados.
• Mostro que uma linha poligonal simples e fechada define no plano duas regiões disjuntas, a parte interna e limitada e a parte externa e ilimitada.
• Mostro exemplos de linhas poligonais simples, não simples, abertas e fechadas.
• Construo no geoplano e simultaneamente defino polígono simples (triângulo).
Um polígono simples (ou apenas polígono) é a união dos lados de uma linha poligonal fechada simples com a respetiva parte interna.
• Os alunos acompanham a definição e constroem um polígono simples no geoplano.
• Mostro que os lados e os vértices do polígono são, respetivamente, os vértices e os lados da linha poligonal.
• Mostro que a fronteira do polígono é a união dos seus lados.
• Reforço que a fronteira do polígono (linha poligonal simples e fechada) faz parte do polígono simples.</td><td>85 minutos</td><td>Recursos didáticos:
• Manual adotado – Matematicamente Falando – Volume II; Alexandre Conceição e Matilde Almeida.
• Manual interativo.
• Computador.
• Software de Geometria dinâmica “Geogebra”.
• Videoprojector.
• Quadro Interativo.
• Geoplano e elásticos coloridos.
• Ficha de trabalho.

Avaliação
Registo de:
• Observação direta dos alunos.
• Intervenção mais significativa.
• Cumprimento de regras.
• Participação / interesse na aula.
• Empenho / Realização das tarefas propostas.</td></tr>
</table>

- Reforço também que os lados de um polígono simples são segmentos de reta e os vértices são pontos.
- Indico como se deve designar um polígono: pelas coordenadas dos seus vértices, habitualmente por ordem alfabética.
- Mostro o que são lados e vértices consecutivos do polígono.
- Mostro que uma linha poligonal fechada não simples define um polígono não simples.
- Mostro que o nome do polígono é atribuído de acordo com o seu número de lados e dou alguns exemplos.
- Construo no geoplano e simultaneamente defino polígono convexo e côncavo.

  Um polígono diz-se **convexo** quando qualquer segmento de reta que une dois quaisquer pontos do polígono está nele contido. No caso contrário, diz-se que o polígono é **côncavo**.
- Os alunos acompanham a definição e constroem dois polígonos, um convexo e outro côncavo no geoplano.
- Mostro que nos polígonos convexos o prolongamento dos seus lados pertence ao seu exterior.
- Construo no geoplano e simultaneamente defino diagonal de um polígono.

  Uma **diagonal** de um polígono é um qualquer segmento de reta que une dois vértices não consecutivos do polígono.
- Proponho a resolução dos exercícios 1 a 6 da ficha de trabalho.

20. Completa a seguinte tabela, traçando, na folha anexa, as diagonais dos polígonos abaixo indicados, a partir de um único vértice:

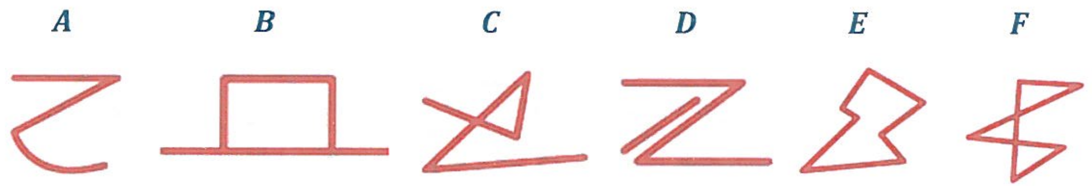
Polígono	Número de vértices	Número de diagonais que se podem traçar de um vértice	Número total de diagonais
Triângulo	3	0	0
Quadrilátero	4	1	2
Pentágono	5	2	5
Hexágono	6	3	9
...	...	...	...
Decágono	10	7	35

21. Determina uma expressão que permita determinar o número de diagonais de um polígono de n lados. Explica a tua resposta.

- Apoio os alunos no seu raciocínio e guio-os a deduzirem a expressão que permite determinar o número de diagonais de um polígono com n lados.

Sendo $n \geq 3$, o número de diagonais de um polígono de n lados é dado pela fórmula $\frac{n(n-3)}{2}$.

22. Das linhas seguintes, assinala as que são linhas poligonais.

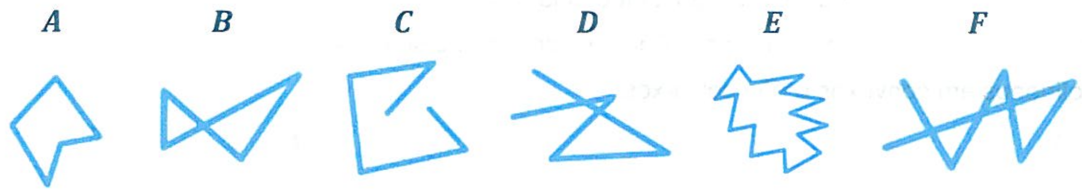


São linhas poligonais, as linhas representadas pelas letras C, E e F.

A não é uma linha poligonal porque não é formada apenas por segmentos de reta, contém uma linha curva.

B e D não são linhas poligonais porque existem lados consecutivos que não partilham nenhum extremo.

23. Classifica as seguintes linhas poligonais em simples e não simples, abertas e fechadas.



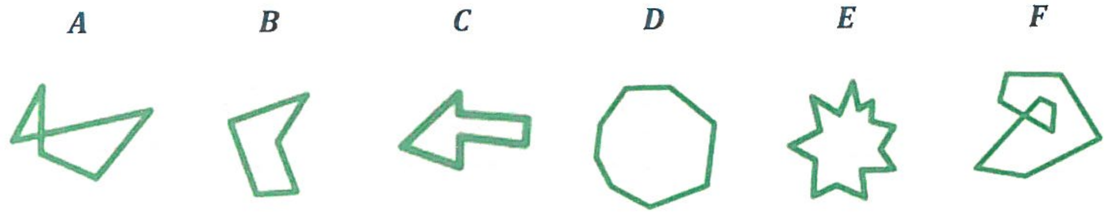
A. Linha poligonal simples e fechada.

B. Linha poligonal não simples e fechada.

C. Linha poligonal simples e aberta.

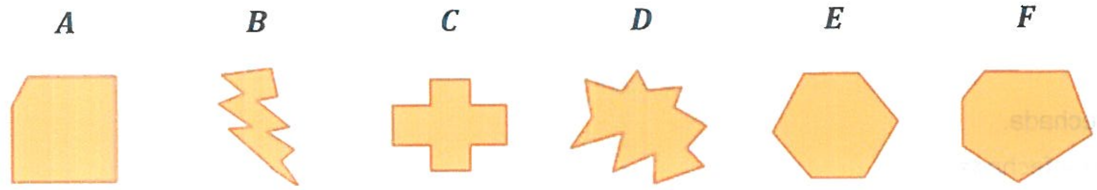
D. Linha poligonal não simples e aberta.
E. Linha poligonal simples e fechada.
F. Linha poligonal não simples e aberta.

24. Quais das seguintes linhas poligonais **não** podem definir um polígono simples?



A. Define um polígono não simples porque a sua fronteira é uma linha poligonal fechada não simples.
B. Define um polígono simples porque a sua fronteira é uma linha poligonal fechada simples.
C. Define um polígono simples porque a sua fronteira é uma linha poligonal fechada simples.
D. Define um polígono simples porque a sua fronteira é uma linha poligonal fechada simples.
E. Define um polígono simples porque a sua fronteira é uma linha poligonal fechada simples.
F. Define um polígono não simples porque a sua fronteira é uma linha poligonal fechada não simples.

25. Classifica cada um dos seguintes polígonos em convexos e não convexos.



A. Polígono convexo.

B. Polígono não convexo ou côncavo.

C. Polígono não convexo ou côncavo.

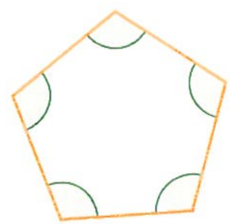
D. Polígono não convexo ou côncavo.

E. Polígono Convexo.

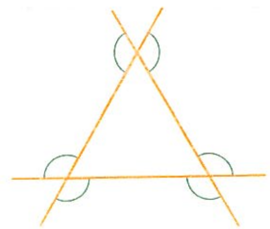
F. Polígono Convexo.

- Defino ângulo interno de um polígono.
  Um **ângulo interno** de um polígono é um ângulo de vértice coincidente com um vértice do polígono, cujos lados contêm os lados do polígono que se encontram nesse vértice, tal que um setor circular determinado por esse ângulo está contido no polígono.
- Defino ângulo externo de um polígono.
  Um **ângulo externo** de um polígono convexo é um ângulo suplementar e adjacente a um ângulo interno do polígono.
- Defino ângulos adjacentes.
  Dois ângulos dizem-se **adjacentes** se têm em comum o vértice e um dos lados e nenhum outro ponto.
- Refiro que num polígono convexo de n lados é possível formar n ângulos rasos (ângulo de medida de amplitude 180°) unindo cada ângulo interno a um externo adjacente e que para cada ângulo interno existem 2n ângulos externos, mas só n ângulos externos com vértices distintos.
- Relembro que ângulos adjacentes a um lado do polígono, têm em comum esse lado.
- Proponho a resolução dos exercícios 7 a 9 da ficha de trabalho.

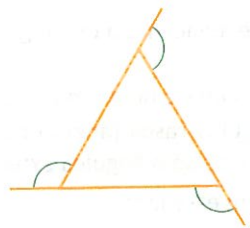
26. Desenha, na folha anexa, os ângulos internos do pentágono, realçando-os com outra cor.



27. Desenha, na folha anexa, todos os ângulos externos do triângulo, realçando-os com outra cor.



28. Desenha, na folha anexa, os ângulos externos, um em cada vértice do triângulo, realçando-os com outra cor.



- Refiro que um polígono é convexo quando todos os seus ângulos internos são convexos.
- Proponho a resolução dos exercícios 10 a 13 da ficha de trabalho.

29. Completa a seguinte tabela (utiliza os polígonos do exercício 1, onde traçaste as diagonais a partir de um único vértice).

Polígono	Número de vértices	Número de triângulos em que pode ser decomposto	Soma dos ângulos internos
Triângulo	3	1	$180°$
Quadrilátero	4	2	$2 \times 180° = 360°$
Pentágono	5	3	$3 \times 180° = 540°$
Hexágono	6	4	$4 \times 180° = 720°$
…	…	…	…
Decágono	10	8	$8 \times 180° = 1440°$

30. Determina uma expressão que permita determinar a soma dos ângulos internos de um polígono de n lados. Explica a tua resposta.

- Apoio os alunos a raciocinarem indutivamente e a concluírem sobre a expressão que permite determinar a soma dos ângulos internos de um polígono com n lados.

A soma das amplitudes dos ângulos internos de um polígono de n lados é dada pela fórmula $S_i = (n - 2) \times 180°$.

31. Completa a seguinte tabela:

Polígono	Triângulo	Quadrilátero	Pentágono	Hexágono	Decágono
S_i	$180°$	$360°$	$540°$	$720°$	$1440°$
Número de ângulos externos	3	4	5	6	10
Ângulo interno + Ângulo externo	$180°$	$180°$	$180°$	$180°$	$180°$
$S_i + S_e$	$3 \times 180° = 540°$	$4 \times 180° = 720°$	$5 \times 180° = 900°$	$6 \times 180° = 1080°$	$10 \times 180° = 1800°$
S_e	$540° - 180° = 360°$	$720° - 360° = 360°$	$900° - 540° = 360°$	$1080° - 720° = 360°$	$1800° - 1440° = 360°$

32. Determina uma expressão que permita determinar a soma dos ângulos externos de um polígono de n lados. Explica a tua resposta.

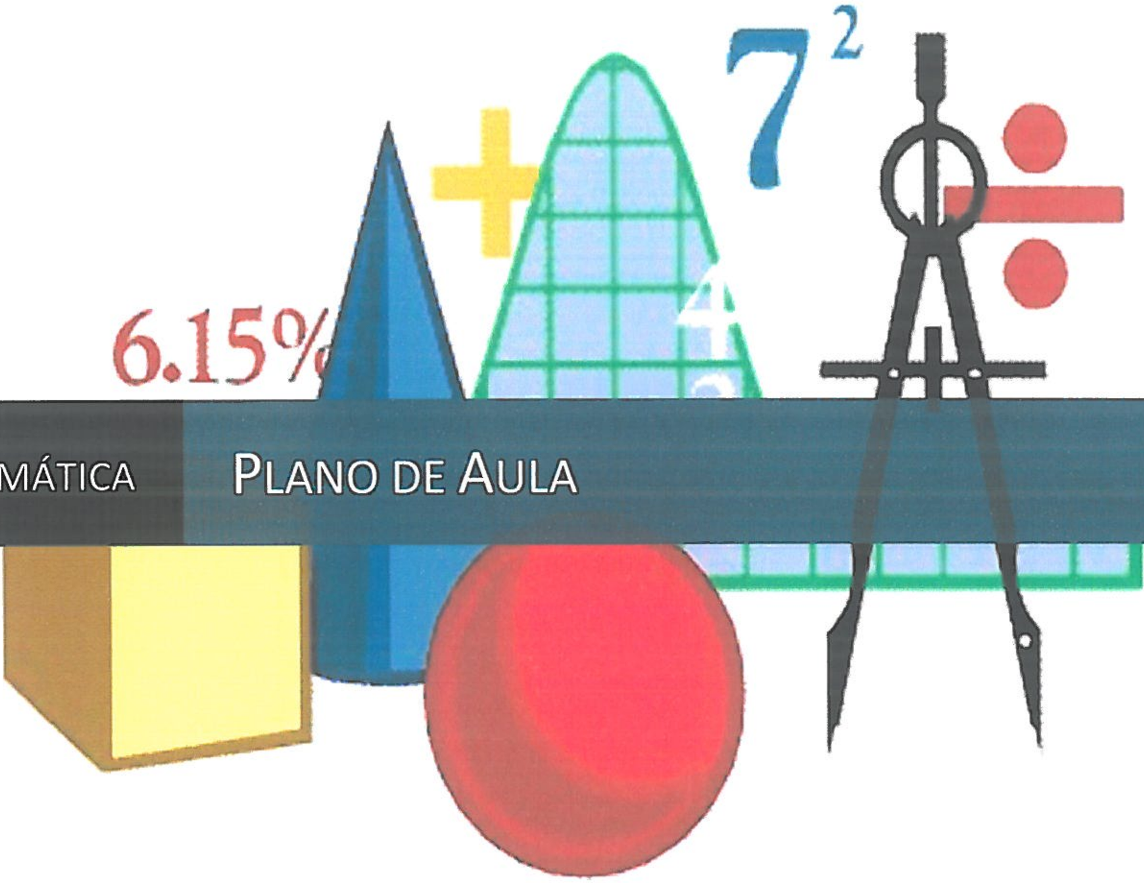
- Apoio os alunos a raciocinarem indutivamente e a concluírem sobre o resultado da soma dos ângulos externos de um polígono com n lados.

A soma das amplitudes dos ângulos externos, de vértices distintos, de qualquer polígono convexo $S_e = 360°$.

- Apoio os alunos na resolução dos exercícios propostos com o consequente esclarecimento de dúvidas.

Apreciação:

Anexo 15: Plano de Aula do 8.º Ano do domínio de conteúdo Geometria e Medida (GM), Teorema de Pitágoras



MATEMÁTICA

PLANO DE AULA

8.º Ano| Helena Margarida Fernandes Neves

Sala: 3.12 **Data:** 20/05/2014 **Hora:** 10h20m

PLANO DE AULA AULA 144 / 145 (90 minutos)	**MATEMÁTICA – 8.° ANO** ANO LETIVO 2013 / 2014	**Unidade 9 – Teorema de Pitágoras.** Teorema de Pitágoras.
Sumário: Teorema de Pitágoras. Demonstração geométrica do Teorema de Pitágoras através da pavimentação do quadrado da hipotenusa com os quadrados dos catetos. Recíproco do Teorema de Pitágoras. Terno pitagórico. Resolução de exercícios.	**Objetivos de Aprendizagem:** • Compor e decompor polígonos recorrendo a triângulos e quadriláteros. • Decompor um triângulo por uma mediana e um triângulo retângulo pela altura referente à hipotenusa. • Demonstrar o Teorema de Pitágoras. • Resolver problemas no plano e no espaço aplicando o Teorema de Pitágoras.	**Temas Matemáticos e Capacidades Transversais:** ▪ Resolução de Problemas; ▪ Raciocínio Matemático; ▪ Comunicação Matemática. **Pré-Requisitos:** ▪ Figuras no plano: o Polígonos – propriedades e classificação; ▪ Semelhança: o Semelhança de triângulos.

Estratégias / Atividades	**Tempo estimado para lecionação**	**Recursos didáticos / Avaliação**
• Verifico a assiduidade e pontualidade dos alunos, registo o cumprimento do trabalho de casa e indico os objetivos da aula.	5 minutos	
• Relembro a classificação dos triângulos quanto aos ângulos: **Triângulo acutângulo:** triângulo com os três ângulos agudos. **Triângulo retângulo:** triângulo com um ângulo reto. **Triângulo obtusângulo:** triângulo com um ângulo obtuso. • Relembro a noção de catetos e hipotenusa num triângulo retângulo: Num triângulo retângulo os lados têm designações especiais: O lado oposto ao ângulo reto chama-se **hipotenusa**. Os outros dois lados, lados do ângulo reto, chamam-se **catetos**.	85 minutos	

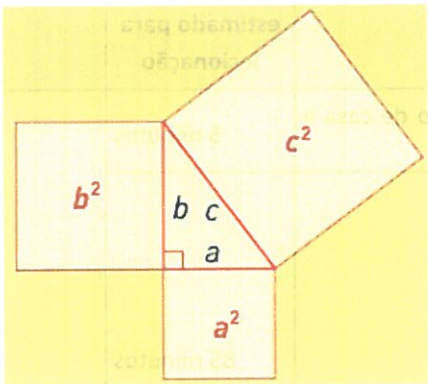
Agrupamento de Escolas de Mealhada

Turma C – 20 alunos

Sala: 3.12 **Data:** 20/05/2014 **Hora:** 10h20m

PLANO DE AULA AULA 144 / 145 (90 minutos)	**MATEMÁTICA – 8.° ANO** ANO LETIVO 2013 / 2014	**Unidade 9 – Teorema de Pitágoras.** Teorema de Pitágoras.

- Faço o contexto histórico sobre o Teorema de Pitágoras:
  Pitágoras foi um matemático e filósofo que nasceu em Samos, por volta do ano 569 a.C., e muito do que se diz sobre a sua vida e obra está rodeado de alguma incerteza. Mais tarde viveu em Crotona, sul de Itália, onde fundou a Escola Pitagórica, reunindo políticos, matemáticos e astrónomos. Diz-se que foi nesta escola que se demonstrou uma importante relação entre números e geometria que teve o nome de Teorema de Pitágoras. (Os teoremas têm, normalmente, o nome de quem os enunciou ou demonstrou pela primeira vez).
- Enuncio o **Teorema de Pitágoras**:
  Num triângulo retângulo, o quadrado da medida do comprimento da hipotenusa é igual à soma dos quadrados das medidas dos comprimentos dos catetos. Ou seja: $c^2 = a^2 + b^2$.



Recursos didáticos:

- Manual adotado – Novo Espaço – Parte 2; Belmiro Costa e Ermelinda Rodrigues.
- Manual interativo.
- Computador.
- Videoprojector.
- Quadro Interativo.
- Puzzle "Teorema de Pitágoras".

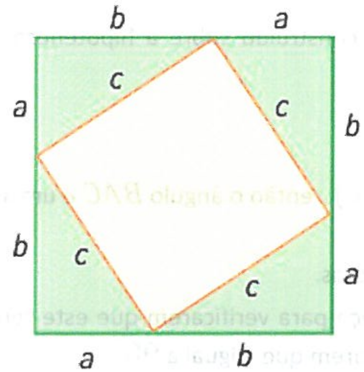
Avaliação

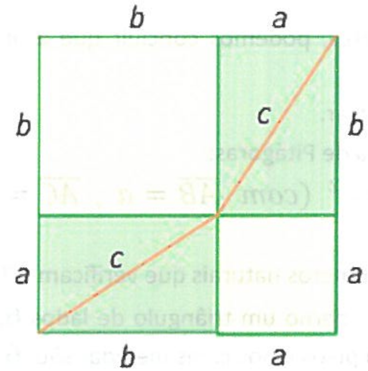
Registo de:

- Observação direta dos alunos.
- Intervenção mais significativa.
- Cumprimento de regras.
- Participação / interesse na aula.
- Empenho / Realização das tarefas propostas.

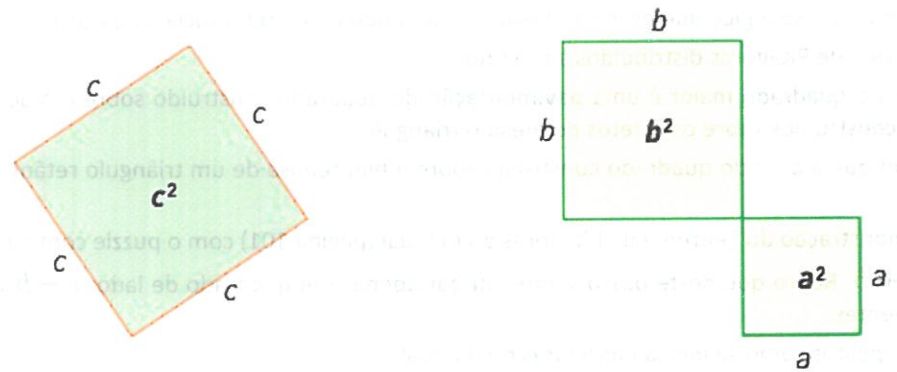
PLANO DE AULA **AULA 144 / 145** (90 minutos)	**MATEMÁTICA – 8.° ANO** ANO LETIVO 2013 / 2014	**Unidade 9 – Teorema de Pitágoras.** Teorema de Pitágoras.

- Defino **Teorema:** Um teorema é uma afirmação (resultado) que é validado por uma demonstração.
- Refiro que num teorema são consideradas duas partes:
  Hipótese: que é dado (ponto de partida).
  Tese: a conclusão (resultado).
- Defino **Demonstração:** a demonstração é o processo lógico que permite chegar à tese tendo como referência a hipótese.
- Proponho a execução dos puzzles do Teorema de Pitágoras distribuídos aos alunos.
- Indico que o puzzle cujas peças constroem o quadrado maior é uma **pavimentação** do quadrado construído sobre a hipotenusa do triângulo retângulo utilizando os polígonos que pavimentam os quadrados construídos sobre os catetos do mesmo triângulo.
- Este facto permite que os alunos concluam que a área do quadrado construído sobre a hipotenusa de um triângulo retângulo é igual à soma das áreas dos quadrados construídos sobre os catetos.
- Solicito que os alunos acompanhem a demonstração do Teorema de Pitágoras do manual (página 101) com o puzzle com o mesmo nome.
- Constroem-se dois quadrados de lado $a + b$. Refiro que neste passo vamos utilizar apenas um quadrado de lado $a + b$ e depois iremos montar dois puzzles com a mesma área do quadrado com peças diferentes.
- Refiro que os quadrados podem ser decompostos como se indica nas figuras do manual.





- Refiro que na decomposição de cada um dos quadrados, obtêm-se quatro triângulos congruentes.
- Refiro que o quadrilátero que resulta da primeira decomposição é um quadrado (quatro ângulos retos "pela soma das medidas de amplitude dos ângulos internos de um triângulo" e quatro lados iguais "pela soma das medidas a e b").
- Refiro que ao retirarmos em cada um dos quadrados os quatro triângulos congruentes temos:

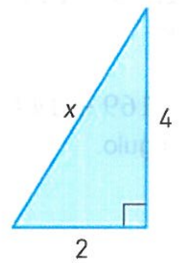


- Refiro que ao comparar as áreas restantes, podemos concluir que a área do quadrado construído sobre a hipotenusa é igual à soma das áreas dos quadrados construídos sobre os catetos. Ou seja,
  $c^2 = a^2 + b^2$, como se queria demonstrar.
- Enuncio o **Teorema recíproco** do Teorema de Pitágoras:
  Se no triângulo $[ABC]$ $a^2 + b^2 = c^2$ $(com\ \overline{AB} = a\ ,\ \overline{AC} = b\ \ e\ \ \overline{BC} = c)$ então o ângulo BAC é um ângulo reto.
- Defino terno pitagórico:
  Terno pitagórico é um conjunto de três números naturais que verificam o Teorema de Pitágoras.
- Indico aos alunos para desenharem no caderno um triângulo de lados 6, 8 e $10\ cm$. Peço para verificarem que este terno é pitagórico e para com o transferidor medirem a amplitude do ângulo formado pelos lados cujas medidas são 6 e $8\ cm$ e verificarem que é igual a 90°.

PLANO DE AULA AULA 144 / 145 (90 minutos)	**MATEMÁTICA – 8.° ANO** ANO LETIVO 2013 / 2014	**Unidade 9 – Teorema de Pitágoras.** Teorema de Pitágoras.

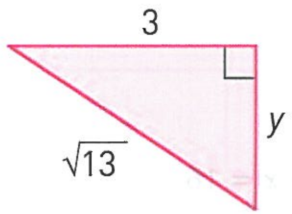
- Proponho a resolução dos exercícios 12 a 16 das páginas 101 e 102 do manual.

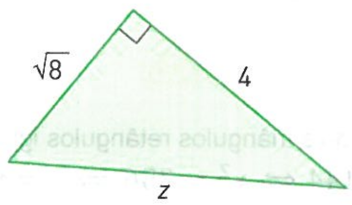
12. Em cada caso, determina a medida do lado do triângulo que está em falta.



Apresenta o resultado arredondado às décimas.

$$x^2 = 2^2 + 4^2 \Leftrightarrow x^2 = 4 + 16 \Leftrightarrow x^2 = 20 \Leftrightarrow x = \sqrt{20}, x > 0 \quad R\colon\ x = 4{,}5$$





Apresenta o resultado arredondado às centésimas.

$$\sqrt{13}^2 = y^2 + 3^2 \Leftrightarrow y^2 = 13 - 9 \Leftrightarrow y^2 = 4 \Leftrightarrow y = \sqrt{4}, y > 0 \Leftrightarrow y = 2$$
$$z^2 = \sqrt{8}^2 + 4^2 \Leftrightarrow z^2 = 8 + 16 \Leftrightarrow z^2 = 24 \Leftrightarrow z = \sqrt{24}, z > 0 \quad R\colon\ z = 4{,}90$$

13. Indica em que caso os três números podem corresponder às medidas dos lados de um triângulo retângulo.

A: 12, 5 e 13.

$$13^2 = 12^2 + 5^2 \Leftrightarrow 169 = 144 + 25 \Leftrightarrow 169 = 169 \quad P.V.$$

12, 5 e 13 são as medidas dos lados de um triângulo retângulo.

B: 12, 35 e 37.

$$37^2 = 35^2 + 12^2 \Leftrightarrow 1369 = 1225 + 144 \Leftrightarrow 1369 = 11369 \quad P.V.$$

12, 35 e 37 são as medidas dos lados de um triângulo retângulo.

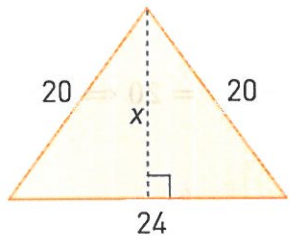
C: 17, 12 e 13.

$$17^2 = 13^2 + 12^2 \Leftrightarrow 289 = 169 + 144 \Leftrightarrow 289 = 313 \quad P.F.$$

17, 12 e 13 não são as medidas dos lados de um triângulo retângulo.

14. Determina em cada caso o valor de x.

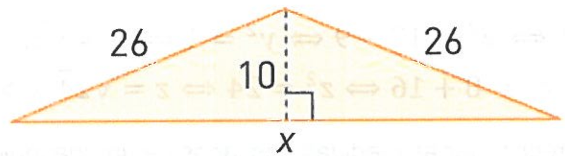
14.1.



O triângulo é isósceles, logo a altura do triângulo divide o mesmo em dois triângulos retângulos iguais. Então:

$$20^2 = x^2 + 12^2 \Leftrightarrow x^2 = 400 - 144 \Leftrightarrow x^2 = 256 \Leftrightarrow x = \sqrt{256}, x > 0 \Leftrightarrow x = 16$$

14.2.

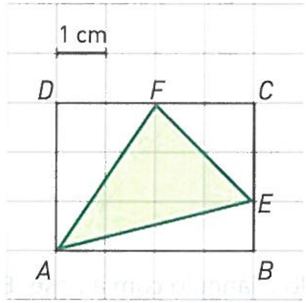


O triângulo é isósceles, logo a altura do triângulo divide o mesmo em dois triângulos retângulos iguais. Então:

$$26^2 = \left(\frac{x}{2}\right)^2 + 10^2 \Leftrightarrow \frac{x^2}{4} = 676 - 100 \Leftrightarrow \frac{x^2}{4} = 576 \Leftrightarrow x^2 = 576 \times 4 \Leftrightarrow x^2 = 2304 \Leftrightarrow x = \sqrt{2304}, x > 0 \Leftrightarrow x = 48$$

PLANO DE AULA AULA 144 / 145 (90 minutos)	**MATEMÁTICA – 8.° ANO** ANO LETIVO 2013 / 2014	**Unidade 9 – Teorema de Pitágoras.** Teorema de Pitágoras.

15. Observa a figura.



Em relação ao triângulo AEF, determina:

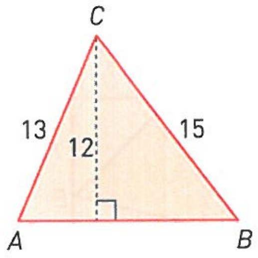
15.1. O perímetro. Apresenta o resultado em centímetros, arredondado às décimas.

$$\overline{AF}^2 = \overline{AD}^2 + \overline{DF}^2 \Leftrightarrow \overline{AF}^2 = 3^2 + 2^2 \Leftrightarrow \overline{AF}^2 = 9 + 4 \Leftrightarrow \overline{AF}^2 = 13 \Leftrightarrow$$
$$\overline{AF} = \sqrt{13}, \qquad \overline{AF} > 0$$
$$\overline{EF}^2 = \overline{CF}^2 + \overline{CE}^2 \Leftrightarrow \overline{EF}^2 = 2^2 + 2^2 \Leftrightarrow \overline{EF}^2 = 4 + 4 \Leftrightarrow \overline{EF}^2 = 8 \Leftrightarrow$$
$$\overline{EF} = \sqrt{8}, \qquad \overline{EF} > 0$$
$$\overline{AE}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BE}^2 \Leftrightarrow \overline{AE}^2 = 4^2 + 1^2 \Leftrightarrow \overline{AE}^2 = 16 + 1 \Leftrightarrow \overline{AE}^2 = 17 \Leftrightarrow$$
$$\overline{AE} = \sqrt{17}, \qquad \overline{AE} > 0$$
$$P = \sqrt{13} + \sqrt{8} + \sqrt{17} \qquad R\text{: } P = 10{,}6\ cm$$

15.2. A área, em centímetros quadrados.

$$A_{[AEF]} = A_{[ABCD]} - A_{[ADF]} - A_{[CEF]} - A_{[ABE]} \Leftrightarrow A_{[AEF]} = 4 \times 3 - \frac{3 \times 2}{2} - \frac{2 \times 2}{2} - \frac{4 \times 1}{2} \Leftrightarrow A_{[AEF]} = 12 - 3 - 2 - 2 \Leftrightarrow A_{[AEF]} = 5\ cm^2$$

16. Determina a área, em cm^2, do triângulo representado na figura em que as dimensões indicadas estão em centímetros.



Vamos considerar o ponto D, o ponto de interseção da altura do triângulo com a base. Então:

$$\overline{BC}^2 = \overline{BD}^2 + \overline{CD}^2 \Leftrightarrow 15^2 = \overline{BD}^2 + 12^2 \Leftrightarrow \overline{BD}^2 = 225 - 144 \Leftrightarrow \overline{BD}^2 = 81 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow \overline{BD} = \sqrt{81}, \overline{BD} > 0 \Leftrightarrow \overline{BD} = 9\ cm$$
$$\overline{AC}^2 = \overline{AD}^2 + \overline{CD}^2 \Leftrightarrow 13^2 = \overline{AD}^2 + 12^2 \Leftrightarrow \overline{AD}^2 = 169 - 144 \Leftrightarrow \overline{AD}^2 = 25 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow \overline{AD} = \sqrt{25}, \overline{AD} > 0 \Leftrightarrow \overline{AD} = 5\ cm$$
$$\overline{AB} = 9 + 5 = 14\ cm$$
$$A_{[ABC]} = \frac{14 \times 12}{2} \Leftrightarrow A_{[ABC]} = \frac{168}{2} \Leftrightarrow A_{[ABC]} = 84\ cm^2$$

- Proponho a resolução do exercício 3 da página 116 do manual.

3. Admite que as distâncias, em linha reta, entre Braga e Barcelos e entre Barcelos e Trofa são, respetivamente $24\ km$ e $32\ km$. Pode estimar-se que a distância entre Braga e Trofa é:

A. $56\ km$
B. $21\ km$
C. $40\ km$
D. $64\ km$

PLANO DE AULA AULA 144 / 145 (90 minutos)	**MATEMÁTICA – 8.° ANO** ANO LETIVO 2013 / 2014	**Unidade 9 – Teorema de Pitágoras.** Teorema de Pitágoras.

Vamos considerar os pontos nas seguintes localizações:

$$A\colon Braga;\quad B\colon Barcelos;\quad C\colon Trofa.$$

$$\overline{AC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 \Leftrightarrow \overline{AC}^2 = 24^2 + 32^2 \Leftrightarrow \overline{AC}^2 = 576 + 1024 \Leftrightarrow \overline{AC}^2 = 1600 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow \overline{AC} = \sqrt{1600}, \overline{AC} > 0 \Leftrightarrow \overline{AC} = 40\ km$$

Resposta C.

- Apoio os alunos na resolução dos exercícios propostos com o consequente esclarecimento de dúvidas.

Apreciação:

Anexo 16: Avaliação da professora estagiária pelas formandas do *workshop* "Agilizar a utilização do *software* ActivInspire na sala de aula (Quadros Interativos)"

GOVERNO DE PORTUGAL | MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E CIÊNCIA

AGRUPAMENTO DE ESCOLAS DA MEALHADA

Núcleo de Estágio de Matemática – *Professora Estagiária: Helena Neves*

2013 / 2014

Ficha de Avaliação da Atividade

Workshop: "Agilizar a utilização do software ActivInspire na sala de aula (Quadros Interativos)"

Na sua avaliação utilize a seguinte escala de classificação:

Insuficiente	Médio	Bom	Muito Bom	Excelente
1	2	3	4	5

e assinale apenas <u>um</u> retângulo, correspondente, à sua resposta:

1. Os assuntos foram transmitidos com clareza?	1	2	3	4	5
2. Foram criadas oportunidades para que pudesse participar?	1	2	3	4	5
3. O tempo para a realização da atividade foi adequado?	1	2	3	4	5
4. A atividade foi eficaz para a aprendizagem dos conteúdos?	1	2	3	4	5
5. Considera que este wokshop contribuiu para a melhoria da aprendizagem sobre o software ActivInspire?	1	2	3	4	5

Dê a sua opinião sobre como decorreu o workshop.

Obrigada pela importante colaboração.

A Professora Estagiária: Helena Margarida Neves.

		Respostas					
		1	2	3	4	5	
Número	Pergunta	Insuficiente	Médio	Bom	Muito Bom	Excelente	Total:
1	Os assuntos foram transmitidos com clareza?					3	3
2	Foram criadas oportunidades para que pudesse participar?					3	3
3	O tempo para a realização da atividade foi adequado?				2	1	3
4	A atividade foi eficaz para a aprendizagem dos conteúdos?					3	3
5	Considera que esta aula contribuiu para a melhoria da aprendizagem da disciplina?					3	3

Dê a sua opinião sobre como decorreu a aula.

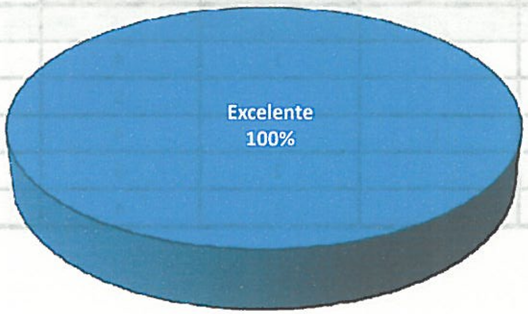
Respostas:

Foi ótimo participar e recordar já algo que conhecia quando fiz uma formação com o Quadro Interativo Interwrite. Conhecer como funciona o Promethean foi muito bom.

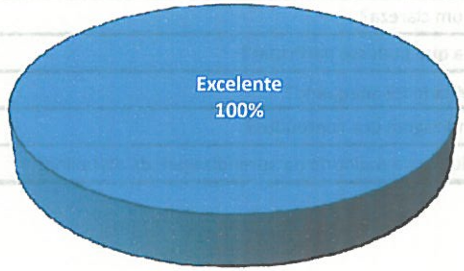
O Workshop decorreu muito bem. A abordagem foi clara, permitiu a experimentação e as dúvidas foram esclarecidas atempadamente. O ambiente de trabalho foi informal e bem disposto, o que permitiu que estivéssemos à vontade.

Decorreu muito bem. Podes continuar. Gostei muito.

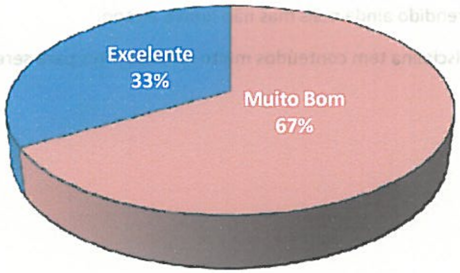
Os assuntos foram transmitidos com clareza?



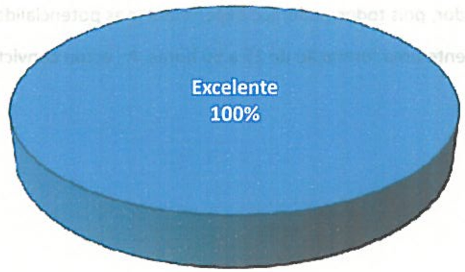
Foram criadas oportunidades para que pudesse participar?



O tempo para a realização da atividade foi adequado?



A atividade foi eficaz para a aprendizagem dos conteúdos?



Considera que esta aula contribuiu para a melhoria da aprendizagem da disciplina?

Gráficos 1ª. Sessão

		Respostas					
		1	2	3	4	5	
Número	Pergunta	Insuficiente	Médio	Bom	Muito Bom	Excelente	Total:
1	Os assuntos foram transmitidos com clareza?				1	4	5
2	Foram criadas oportunidades para que pudesse participar?					5	5
3	O tempo para a realização da atividade foi adequado?			1		4	5
4	A atividade foi eficaz para a aprendizagem dos conteúdos?				2	3	5
5	Considera que esta aula contribuiu para a melhoria da aprendizagem da disciplina?				1	4	5

Dê a sua opinião sobre como decorreu a aula.

Respostas:

Este workshop permitiu-me contactar pela "primeira vez" com o quadro interativo. Despertou-me bastante interesse e entusiasmo para poder continuar a explorar. Obrigada pela disponibilidade.

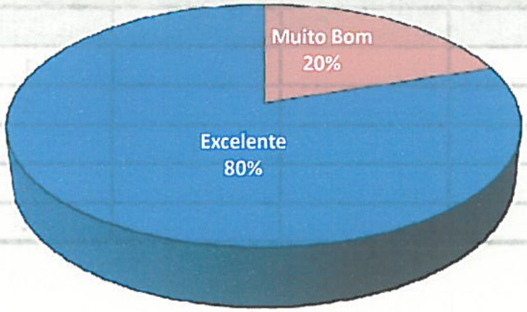
Aprendi bastante em pouco tempo. Foi muito interessante! Obrigada!

Decorreu muito bem.

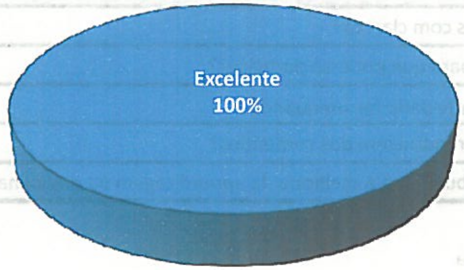
O Workshop foi muito interessante e dinamizador, pois todos pudemos experimentar as potencialidades deste software. Gostaríamos era de ter aprendido ainda mais mas não houve tempo.

Bastante bem, gostava que houvesse efetivamente uma formação de 25 a 50 horas. Aí, estou convicta de que iria ser bastante produtivo. A minha disciplina tem conteúdos muito interessantes para serem trabalhados neste programa.

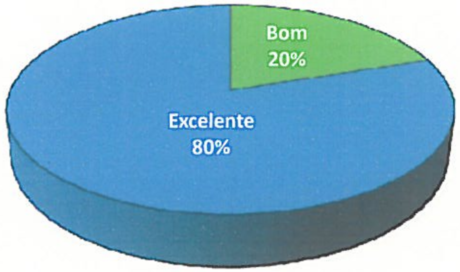
Os assuntos foram transmitidos com clareza?



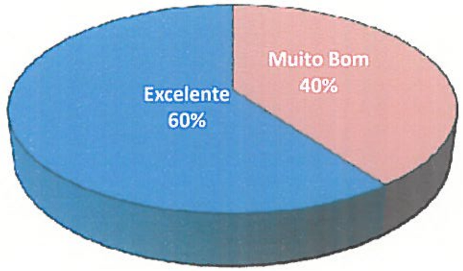
Foram criadas oportunidades para que pudesse participar?



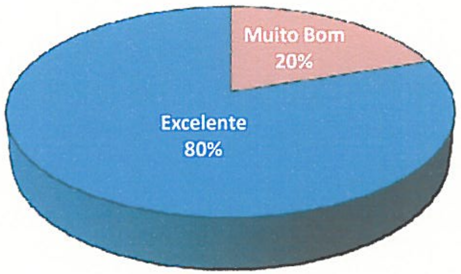
O tempo para a realização da atividade foi adequado?



A atividade foi eficaz para a aprendizagem dos conteúdos?



Considera que esta aula contribuiu para a melhoria da aprendizagem da disciplina?



Gráficos 2ª. Sessão

		Respostas					
		1	2	3	4	5	
Número	Pergunta	Insuficiente	Médio	Bom	Muito Bom	Excelente	Total:
1	Os assuntos foram transmitidos com clareza?					1	1
2	Foram criadas oportunidades para que pudesse participar?					1	1
3	O tempo para a realização da atividade foi adequado?				1		1
4	A atividade foi eficaz para a aprendizagem dos conteúdos?					1	1
5	Considera que esta aula contribuiu para a melhoria da aprendizagem da disciplina?					1	1

Dê a sua opinião sobre como decorreu a aula.

Respostas:

O workshop decorreu muito bem. Fiquei completamente esclarecida. As aprendizagens foram muito válidas. Certamente que irei usar o software com muito mais segurança.

Os assuntos foram transmitidos com clareza?

Foram criadas oportunidades para que pudesse participar?

O tempo para a realização da atividade foi adequado?

A atividade foi eficaz para a aprendizagem dos conteúdos?

Considera que esta aula contribuiu para a melhoria da aprendizagem da disciplina?

Gráficos 3ª. Sessão