Ensinar Matemática:
A concretização de um sonho!

Vânia de Jesus Marques Torrão

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
FACULDADE DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
UNIVERSIDADE DE COIMBRA

Ensinar Matemática:
A concretização de um sonho!

Vânia de Jesus Marques Torrão

Relatório para a obtenção do Grau de **Mestre em Ensino da Matemática no 3º ciclo do Ensino Básico e no Ensino Secundário**

Júri

Presidente: José Carlos Soares Petronilho

Orientador Científico: Joana Maria da Silva Teles Correia

Orientador Cooperante: Cecília de Oliveira Simões

Vogal: António Manuel Freitas Gomes Cunha Salgueiro

Data: setembro de 2013

Agradecimentos

À Doutora Cecília Simões, minha Orientadora Pedagógica, pelo excelente trabalho de orientação e incomparável dedicação.

À Doutora Joana Teles Correia, minha Orientadora Científica, pela sua dedicação e rigor.

À Doutora Isabel Ribeiro, Coordenadora do Grupo de Matemática da Escola Básica 2, 3 Martim de Freitas, pela ajuda, seus conselhos e incentivo constante.

A todos os professores do Grupo de Matemática da Escola Básica 2, 3 Martim de Freitas, pelo apoio e disponibilidade em colaborar nas atividades do núcleo de estágio.

À direção do Agrupamento Martim de Freitas, por ter proporcionado as melhores condições para a realização deste estágio.

Ao Diogo Silva, meu colega de estágio, pela amizade e colaboração constante e pelos agradáveis momentos que partilhámos ao longo deste ano.

Aos meus pais, por tudo o que fizeram por mim.

Ao meu irmão, pelo apoio incondicional.

Aos meus avós, porque sei que estejam eles onde estiverem, estão sempre a iluminar o meu caminho.

Aos meus amigos, por acreditarem e ajudarem a concretizar o meu sonho.

Aos “meus alunos” das turmas A e D do 9º ano, porque sem eles, este trabalho não tinha sido possível.

Resumo

A disciplina “Estágio e Relatório” é integrada pelo presente relatório e pelo estágio pedagógico realizado na Escola Básica 2, 3 Martim de Freitas, no ano letivo 2012/2013. Esta disciplina faz parte do plano de estudos do ciclo que conduz ao grau de mestre para a docência no Ensino da Matemática no 3º Ciclo do Ensino Básico e no Ensino Secundário.

Este trabalho foi realizado sob a orientação científica da Doutora Joana Teles Correia e sob a orientação pedagógica da Doutora Cecília Simões.

O presente documento pretende descrever, todas as atividades desenvolvidas pelo núcleo de estágio de matemática ao longo do ano letivo, quer na componente letiva, quer na componente não letiva. É evidenciado neste relatório as aulas que lecionei na turma D do 9º ano, assim como as planificações e avaliações que lhe dizem respeito. As atividades desenvolvidas englobam as reuniões de seminário pedagógico, atividades extracurriculares, reuniões das estruturas escolares e formações.

Este relatório termina com uma reflexão evidenciando a importância do trabalho desenvolvido no sentido de fortalecer a identidade do professor nos estagiários, passo fundamental para o exercício da docência, e com o objetivo de privilegiar, tanto quanto possível, a integração quanto às exigências diárias e por vezes imprevistas da carreira docente.

Conteúdo

Agradecimentos..I

Resumo..III

1. Introdução..1

2. A Escola..3

3. O Núcleo de Estágio..5

4. Turma de Estágio..7

5. Componente Letiva..9

5.1. Planificações..9

5.2. Aulas Assistidas..13

5.3. A Avaliação..15

6. Componente Não Letiva..19

6.1. Aulas de Apoio..19

6.2. "Trabalhar Para o Sucesso"..20

6.3. Laboratório Matemático..21

6.4. "Desafio do Mês"..23

6.5. Jogos Matemáticos..24

6.6. "Estás aí Matematica?"..26

6.7. Palestra "É Divertido Resolver Problemas"..27

6.8. Atividades do Grupo de Matemática..28

6.9. Atividades da Escola..29

6.10. Reuniões..30

6.11. Direção de Turma..31

6.12. Participação em Formações..32

7. Reflexão Final..33

8. Referências Bibliográficas..35

9. Lista de Anexos..37

Anexo 1..39

Anexo 2..49

Anexo 3..57

Anexo 4..65

Anexo 5..73

Anexo 6..83

Anexo 7..87

Anexo 8..93

Anexo 9..107

Anexo 10...111

1. Introdução

Este trabalho foi desenvolvido no âmbito das tarefas da disciplina anual “Estágio e Relatório” e representa o término do estágio pedagógico iniciado em setembro de 2012, na Escola Básica 2,3 Martim de Freitas. A disciplina “Estágio e Relatório” é anual e integra o plano de estudos do Mestrado em Ensino da Matemática no 3º Ciclo do Ensino Básico e no Ensino Secundário, da Universidade de Coimbra.

Durante o ano letivo 2012/2013, tive a possibilidade de acompanhar de perto a prática pedagógica da minha orientadora cooperante. O seu exemplo foi fundamental como orientação para os trabalhos a desenvolver. A partilha de experiências e situações que não estão descritas em nenhum livro permitiu-me adquirir conhecimentos que muito contribuiram para o enriquecimento da minha formação enquanto docente. Não menos importantes foram todos os momentos de discussão que se apresentam como uma possibilidade de despertar para realidades, mais ou menos diferentes, das que temos interiorizadas, geradas ao longo do percurso escolar enquanto alunos.

Neste relatório são descritas todas as atividades desenvolvidas na escola quer na componente letiva quer na componente não letiva deste estágío pedagógico.

Nos primeiros capítulos faz-se a caraterização da Escola Básica 2,3 Martim de Freitas e do núcleo de estágio. Nos capítulos seguintes faz-se referência à caraterização da turma que me foi atribuída para lecionar as aulas e à componente letiva onde são descritos os processos para a conceção das planificações, as estratégias utilizadas nas aulas assistidas, a elaboração dos instrumentos de avaliação e a avaliação dos alunos. No penúltimo capítulo evidencia-se as atividades desenvolvidas na escola no contexto da componente não letiva, é descrito o trabalho desenvolvido nas aulas de apoio, no projeto “Trabalhar para o Sucesso”, no Laboratório Matemático, nos seminários, nas atividades extracurriculares, na participação em formações e na participação nas estruturas de orientação educativa.

Conclui-se este trabalho com uma breve reflexão sobre o meu percurso do ano letivo evidenciando a sua importância como preparação para o exercício da docência.

Os anexos indicados ao longo dos capítulos que se seguem encontram-se nas páginas finais do relatório.

2. A Escola

A Escola Básica 2, 3 Martim de Freitas está inserida na freguesia de Santo António do Olivais e situa-se no centro da cidade de Coimbra. Foi criada em 1971 com a designação de Escola Preparatória Martim de Freitas. Hoje chama-se Escola Básica 2, 3 Martim de Freitas e além de ter o 2.º e 3.º ciclos, tem também o 3.º e 4.º anos do 1.º ciclo. É sede do agrupamento constituído por 2 jardins-de-infância, 5 escolas do 1.º ciclo, 1 escola do 2.º e 3.º ciclo e o Centro Educativo dos Olivais. Esta escola está dividida em seis blocos que têm na sua maioria salas de aulas mas também salas com outras finalidades, como o serviço de psicologia e orientação (SPO), a sala dos professores, reprografia, bares, papelaria, cantina, secretaria, direção, biblioteca, salas de estudo e laboratórios. Tem ainda duas unidades destinadas a alunos com espectro de autismo. A escola tem 134 professores, 1 psicóloga, 1575 alunos, 11 assistentes técnicos e 63 operacionais.

A escola orienta e regula o seu trabalho por 4 documentos: Regulamento Interno (2010/2013); Projeto Educativo (2009/2013); Projeto Curricular do Agrupamento e Plano Anual de Atividades.

Figura 1 – Escola Básica 2,3 Martim de Freitas, Coimbra

3. O Núcleo de Estágio

O estágio pedagógico teve início no dia 3 de Setembro de 2012. Nesse dia, os elementos do núcleo de estágio apresentaram-se na escola às 10h. O núcleo iria ser constituído por dois estagiários, eu e o meu colega Diogo Silva, pela orientadora cooperante Cecília Simões e pela orientadora científica Dra. Joana Teles Correia.

O núcleo de estágio teve reuniões de seminários ao longo do ano letivo. As reuniões decorreram às segundas-feiras durante quarenta e cinco minutos às terças-feiras durante noventa minutos. Sempre que havia necessidade o núcleo de estágio reunia-se noutros horários agendados previamente. Em todos os seminários foram efetuadas atas, redigidas alternadamente por mim e pelo meu colega Diogo Silva.

Nas primeiras reuniões de seminário, o núcleo de estágio analisou o Programa de Matemática do Ensino Básico [1]. A orientadora cooperante deu também a conhecer aos estagiários os documentos que regulam o funcionamento da escola, nomeadamente Projeto Educativo do Agrupamento, Projeto Curricular do Agrupamento, Regulamento Interno e Plano Anual de Atividades. A orientadora cooperante elaborou documentos importantes sobre a prática pedagógica relativos a: instrumentos de avaliação [2], avaliação do Ensino Básico [3], testes de avaliação escrita [4], planificações [5] e aulas assistidas [6]. Estes documentos foram dados a conhecer aos estagiários etendo sido objeto de análise.

Os seminários pedagógicos permitiram refletir sobre temas científicos e pedagógicos, sobre a preparação das atividade letivas e não letivas. Nestas reuniões de seminário houve cooperação entre todos os elementos do núcleo de estágio. A orientadora cooperante com a sua experiência profissional teve um papel fulcral ao longo dos seminários, aconselhando, partilhando e corrigindo no sentido de permitir uma evolução dos professores estagiários.

Nas reuniões de seminário foram analisados todos os planos de aula e materiais pedagógicos elaborados pelos professores estagiários. Também nos seminários se fazia a avaliação das aulas assistidas, pela orientadora cooperante, por mim e pelo meu colega Diogo Silva. Estas reflexões sobre a prática letiva permitiam aperfeiçoar o desempenho dos professores estagiários.

Foram também planificados e analisados durante os seminários pedagógicos as matrizes, os testes de avaliação, e os respetivos critérios de correção, as fichas de preparação para os testes e todo o material desenvolvido para as atividades extracurriculares.

Os professores estagiários tinham o mesmo horário da orientadora cooperante, sendo que havia aulas todos os dias utéis, para além de reuniões de seminários, reuniões de coordenação letiva e aulas de apoio. O núcleo de estágio ainda ocupou horas que não estavam contempladas no horário da orientadora cooperante, para atividades que serão descritas posteriormente.

Por fim, falta mencionar o plano anual de atividades do núcleo de estágio. Os professores estagiários elaboraram uma lista de projetos para divulgar a matemática na escola, lista essa que foi debatida com a orientadora cooperante e de onde surgiu o plano anual de atividades (anexo 1).

4. Turma de Estágio

A orientadora cooperante lecionava em quatro turmas do nono ano: A, C, D e E e no início do ano letivo ficou acordado que eu iria exercer a minha prática letiva na turma D do 9º ano.

Elaborei logo no início das aulas uma caraterização da turma (anexo 2), baseada nas fichas biográficas criadas pela orientadora cooperante e preenchidas pelos alunos no primeiro dia de aulas.

A turma D do 9º ano, turma onde lecionei as minhas aulas, era composta por 18 alunos, com idades compreendidas entre os 14 anos e os 16 anos. A orientadora cooperante lecionava nesta turma desde o sétimo ano e por isso conhecia muito bem a situação escolar destes alunos, à exceção de uma aluna que era repetente no nono ano. Todos os alunos da turma vivem no concelho de Coimbra deslocando-se a maioria de carro para a escola, demorando a viagem entre 15 a 30 minutos.

A caraterização da turma permitiu perceber que a disciplina de matemática não era a preferida pelos alunos, sendo apontada como aquela em que sentiam mais dificuldades. Os alunos indicam como principais causas para as dificuldades sentidas nesta disciplina a aplicação de conhecimentos adquiridos, a falta de atenção e de concentração nas aulas, dificuldades na interpretação e compreensão dos dados dos problemas e exercícios com que são confrontados. Há ainda um número considerável dos inquiridos que admite que as dificuldades sentidas se devem ao desinteresse pelas matérias lecionadas nas aulas.

É ainda visível nesta caraterização que para a maioria dos alunos da turma D do 9º ano, um bom professor define-se como aquele que explica bem, é simpático e é competente. Há ainda alunos que consideram que um bom professor é aquele que ajuda os alunos e é rigoroso e exigente.

5. Componente Letiva

5.1. Planificações

O núcleo de estágio orientou o seu trabalho pelos documentos seguintes: planificação a longo prazo, planificação a médio prazo, planos de aulas e o plano anual de atividades do núcleo de estágio.

A orientadora cooperante elaborou um documento sobre a importância das planificações, que foi devidamente analisado pelo núcleo de estágio. Este documento juntamente com outros modelos de planos de aulas serviu de base aos estagiários, para elaborarem os seus planos de aulas.

Nas planificações a longo prazo é feita uma distribuição dos temas pelos diferentes períodos e uma previsão do número de tempos letivos para a lecionação desses temas em cada período. Com base nesta planificação, é construída outra a médio prazo, que se trata de um documento orientador mais detalhado que consiste na distribuição das unidades temáticas apresentando uma previsão do número de tempos letivos necessários à abordagem de cada unidade temática, os objetivos específicos que cada aluno deve atingir, sugestões metodológicas relativas a estratégias a desenvolver pelo professor e ainda os materiais, as tarefas do manual adotado [7] e os recursos que podem ser utilizados em cada uma das unidades. Estas duas planificações foram construídas no final do ano letivo anterior, pelos professores que constituíam o grupo de matemática nessa altura. A professora cooperante deu a conhecer aos professores estagiários as planificações do 9º ano, que foram devidamente analisadas por estes.

Com base nas planificações a médio prazo foram elaborados os planos de aula que foram um trabalho constante ao longo do ano. Estes planos das aulas lecionadas pelos estagiários tinham de ser entregues no prazo de quarenta e oito horas antes da lecionação da aula, para serem discutidos e analisados com a orientadora cooperante. Em determinadas alturas e devido à sobrecarga de trabalhos os prazos não foram cumpridos. A orientadora cooperante alertou constantemente para o cumprimento dos prazos estipulados pois todo o trabalho teria de ser atempadamente analisado.

Apresento seguidamente parte de um plano de aula elaborado por mim e que pode ser consultado na sua versão integral no anexo 3 .

ESCOLA BÁSICA 2,3 MARTIM DE FREITAS
ANO LETIVO 2012/2013

Estagiária: Vânia Torrão

Estagiário Assistente: Diogo Silva

Orientadora Científica: Joana Teles

Orientadora: Cecília de Oliveira Simões

Disciplina:	**Matemática**			
Ano	**Turma**	**Data**	**Lição N.º**	**Duração**
9º	D	08/05/2013	132 e 133	90 Min

Sumário	Razões trigonométricas de um ângulo agudo Resolução de exercícios sobre razões trigonométricas Razões trigonométricas dos ângulos de 30º, 45º e 60º

Tema	**Unidade**	**Tópicos**
Geometria	Trigonometria no triângulo retângulo	• Razões trigonométricas de um ângulo agudo

Conhecimentos Prévios	**Objetivos Específicos**	**Capacidades Transversais**
• Conhecer a noção de semelhança • Definir triângulos semelhantes • Aplicar os critérios de semelhança de triângulos • Aplicar o Teorema de Pitágoras	• Identificar o cateto oposto e o cateto adjacente a um determinado ângulo agudo de um triângulo retângulo • Aplicar a semelhança de triângulos para deduzir as razões trigonométricas • Dado um triângulo retângulo escrever as razões trigonométricas utilizando simbologia própria • Determinar as razões trigonométricas de um ângulo agudo de um triângulo retângulo Determinar o valor exato das razões trigonométricas dos ângulos de 30º, 45º e 60º por construção geométrica	• Resolução de problemas • Raciocínio matemático • Comunicação matemática

Avaliação	**Recursos/Materiais Didáticos**
Observação Direta (Assiduidade/Pontualidade, material necessário para a aula, realização do trabalho de casa, participação na aula e qualidade dessa participação, empenhamento)	• Caderno diário e material de escrita • Manual de apoio • Régua, compasso, transferidor e calculadora • Computador – PowerPoint referente à Unidade 6 – Trigonometria • Quadro Interativo

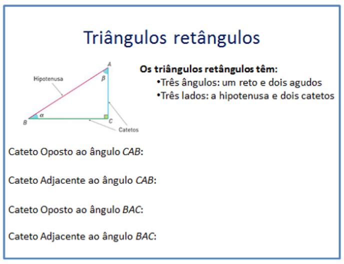
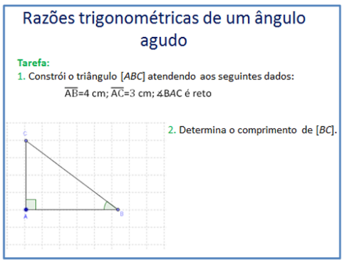
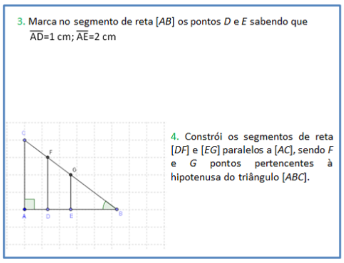
1

Professora Estagiária Vânia Torrão
9ºD – 2012/2013

Figura 2 – Primeira parte de um plano de aula para o 9º D

Este plano de aula contém várias informações, nomeadamente o nome da professora estagiária e dos professores assistentes, a disciplina, o tema, o conteúdo, o número de aula, data, a duração, o sumário, os objetivos específicos, os recursos didáticos, os métodos de avaliação, a turma, o ano e, por fim, o desenvolvimento da aula e as estratégias a implementar. No início da aula, os alunos escrevem nos seus cadernos diários o número da lição e a data e deixam um espaço para a escrita do sumário que só será feita no final da aula, servindo este como uma síntese da matéria lecionada. O nome do tema, da unidade e do tópico a que se refere o plano de aula permitem a localização deste no contéudo da disciplina. No plano de aula apresentado, o tema é "Geometria", a unidade é "Trigonometria no triângulo retângulo" e o tópico é "Semelhança de triângulos". Os conhecimentos prévios dizem respeito aos conceitos que os alunos já devem ter presentes para a boa compreensão da aula. No plano de aula apresentado, são enumerados os conhecimentos prévios: conhecer a noção de semelhança, definir triângulos semelhantes, aplicar os critérios de semelhança de triângulos e o Teorema de Pitágoras. Estes conhecimentos prévios tinham sido revistos na aula anterior, permitindo assim que na aula os alunos tivessem os conhecimentos prévios presentes. Os objetivos específicos são definidos rigorosamente e adaptados aos alunos e aos conteúdos e pretendem ser atingidos pelos alunos no final da aula. Na aula referente a este plano, os alunos devem ser capazes de identificar o cateto oposto e o cateto adjacente a um determinado ângulo agudo de um triângulo retângulo, aplicar a semelhança de triângulos para deduzir as razões trigonométricas, escrever as razões trigonométricas utilizando simbologia própria, determinar as razões trigonométricas de um ângulo agudo de um triângulo retângulo e o valor exato das razões trigonométricas dos ângulos de 30º, 45º e 60º por construção geométrica. As capacidades transversais envolvidas estão também presentes na primeira parte do plano de aula. Assim, a resolução de problemas, o raciocínio matemático e a comunicação matemática são capacidades que devem ser trabalhadas permanentemente. A avaliação do desempenho dos alunos na aula foi feita através da observação direta utilizando uma grelha de observação para registar diversas informações sobre os alunos tais como: pontualidade, cumprimento de regras, realização dos trabalhos de casa, empenhamento e participação e qualidade na aula. Os recursos utilizados na aula devem ser enumerados no plano de aula, permitindo assim que se faça uma verificação de todo o material que o docente e o aluno devem ter para o bom funcionamento da aula. Neste plano de aula, além do material que era pedido permanentemente (caderno diário, manual de apoio, quadro interativo, calculadora e computador), os alunos tinham de levar para a aula material de desenho, uma vez que era uma unidade integrada no tema matemático de Geometria.

Faz ainda parte do plano de aula o seu desenvolvimento, onde são indicadas as estratégias a utilizar na lecionação da mesma e a duração prevista para cada tarefa. A sala onde lecionei as minhas aulas estava equipada com quadro interativo e por isso preparei todas as aulas recorrendo a conteúdos em *powerpoint*. Para a elaboração destes materiais pesquisei em manuais, páginas da internet, cd's interativos, por forma a garantir que toda a informação que era colocada nos *powerpoint* estava correta cientificamente.

Duração	Desenvolvimento da Aula
5 min	Após os alunos estarem convenientemente sentados nos respetivos lugares, com o material adequado disposto em cima da mesa e com a postura recomendada a professora inicia a aula.
35 min	A professora inicia a aula relembrando os alunos que iniciaram o estudo de uma nova unidade na aula passada: Trigonometria no triângulo retângulo. De seguida questiona a turma sobre a caraterização de um triângulo retângulo, apresentando uma imagem para ajudar nas suas respostas. Espera-se que respondam que um triângulo retângulo é um triângulo em que um dos ângulos internos é um ângulo reto e os outros dois são ângulos agudos e quanto aos lados é constituído por dois catetos e pela hipotenusa.  Em seguida, a professora apresentará no quadro uma tarefa cujo objetivo é introduzir as razões trigonométricas de um ângulo agudo. Os alunos deverão construir um triângulo [*ABC*] retângulo e cujos catetos medem 3 e 4 cm respectivamente e depois aplicando o Teorema de Pitágoras deverão determinar o comprimento da hipotenusa do triângulo. De seguida pede-se para os alunos construírem mais dois triângulos retângulos de tal forma   que as três figuras tenham em comum um mesmo ângulo agudo. Os alunos deverão perceber que esses triângulos são semelhantes e deverão justificar a resposta recorrendo ao critério AA de semelhança de triângulos. Seguidamente os alunos recorrendo à razão de semelhança entre cada um dos triângulos e ao Teorema de Pitágoras, deverão determinar as medidas de comprimento dos catetos e hipotenusa de cada um dos três triângulos. Por último, a turma irá preencher uma tabela em que deverão calcular as seguintes razões para cada um dos três triângulos considerados ([*ABC*], [*DBF*], [*EBG*]): entre a medida do comprimento do cateto oposto ao ângulo *ABC* e a medida do comprimento da hipotenusa; entre a medida do comprimento do cateto adjacente ao ângulo *ABC* e a medida do comprimento da hipotenusa; entre a medida do

2

Professora Estagiária Vânia Torrão
9ºD – 2012/2013

Figura 3 – Parte do desenvolvimento de um plano de aula para o 9º D

Todos os planos de aula contemplavam algum tempo para os alunos entrarem na sala e se prepararem para o início da aula. Iniciava-se a aula fazendo uma revisão da matéria lecionada nas aulas anteriores e a correção dos trabalhos de casa, caso existissem.

O passo seguinte do plano de aula consiste na explicação das estratégias metodológicas a usar no decorrer da aula. Durante a minha prática letiva utilizei vários métodos nomeadamente o expositivo, o interrogativo e o ativo de acordo com os assuntos a abordar na aula. Um dos métodos mais utilizados foi o de realização de tarefas que os alunos deviam explorar e através delas chegar às conclusões pretendidas. O método expositivo possibilita a exposição da matéria, assumindo os alunos um papel menos ativo. A colocação de questões foi usada em todas as aulas, por vezes direcionada à turma em geral e outras vezes direcionada a um determinado aluno.

5.2. Aulas Assistidas

Ao longo do ano letivo 2012/2013 lecionei na turma D do 9º ano 66 tempos letivos (a duração de cada tempo letivo é de quarenta e cinco minutos) num total de 157 tempos letivos que esta turma teve na disciplina de matemática.

A aprendizagem relativa à prática letiva distribui-se por três momentos: as aulas lecionadas pela orientadora cooperante, as aulas lecionadas pelo meu colega Diogo Silva e as aulas lecionadas por mim.

Das aulas ministradas pela orientadora cooperante, assisti às das turmas A e D. Nestes momentos letivos foi possível perceber algumas metodologias utilizadas na sala de aula, nomeadamente a realização de tarefas/atividades. A realização destas tarefas por parte dos alunos e sempre orientadas pela professora tinham como objetivo os alunos chegarem a determinadas conclusões relativamente a um assunto. Foi também possível constatar algumas estratégias, como solicitar alunos com maiores dificuldades de aprendizagem a responderem a questões estimulando a participação ativa na aula por parte deles. O reforço positivo foi uma estratégia bastante aplicada para cativar os alunos. As aulas lecionadas pela orientadora cooperante permitiram-me assim observar o comportamento de uma docente com bastante experiência e também a reação dos alunos às diversas formas de ensino da professora.

Todas as aulas ministradas por mim foram assistidas pela orientadora cooperante e pelo meu colega Digo Silva, sendo três dessas aulas assistidas também pela orientadora científica, uma na unidade de Circunferência e duas na unidade de Trigonometria no Triângulo Retângulo.

Para cada unidade temática lecionada por mim elaborei planos de aula. A planificação das aulas seguia sempre a mesma linha de trabalho, definia os objetivos específicos a abordar em cada aula, construía os materiais digitais com os conteúdos a lecionar na aula e por fim elaborava o plano de aula. Este era apresentado à orientadora cooperante que o analisava em pormenor e por vezes sugeria alterações quer a nível do material elaborado, quer a nível das estratégias adotadas na lecionação da aula. Todas as sugestões da orientadora cooperante eram tidas em consideração procedendo sempre às devidas alterações.

A primeira unidade didática que lecionei foi equações, num total de 14 tempos letivos. A nível científico não tive dificuldades nos conteúdos da unidade. Os alunos revelaram algumas dificuldades na resolução das equações quer recorrendo à fórmula resolvente, quer recorrendo à lei do anulamento do produto. Na primeira aula a maior dificuldade que senti foi ter em atenção todos os pormenores em sala de aula, tais como corrigir a resolução do aluno que estava no quadro, esclarecer as dúvidas dos alunos que se encontravam a trabalhar nos seus lugares e controlar os restantes alunos para se aplicarem na resolução dos exercícios. Com o decorrer das aulas esta dificuldade foi ultrapassada.

A segunda unidade didática que lecionei foi Circunferência, num total de 30 tempos letivos. Esta unidade incidiu nos lugares geométricos no plano e no espaço, propriedades geométricas em circunferências, ângulos e polígonos. Ao nível científico esta unidade foi a mais complicada de se preparar. O manual de apoio não continha todos os subtópicos contemplados pelo programa de matemática e como tal foi necessário pesquisar em outros manuais para encontrar material para lecionar esses subtópicos. A nível dos alunos houve algumas dificuldades sentidas na abstração exigida pelos conteúdos lecionados, aliado ao facto da unidade ser bastante extensa.

A terceira e última unidade que lecionei foi Trigonometria no Triângulo Retângulo com um total de 12 tempos letivos. A nível científico não tive dificuldades na metodologia da unidade. Os alunos nesta unidade participaram ativamente nas questões colocadas e revelaram ter assimilado positivamente os conteúdos lecionados.

No decorrer do ano letivo, os conselhos e as sugestões dadas pela orientadora cooperante e pelo colega Diogo Silva contribuíram para que evoluísse positivamente na prática docente.

5.3. A Avaliação

A avaliação faz parte da prática educativa, sendo necessário uma recolha constante de informação para que a avaliação dos alunos seja a mais justa possível. Os critérios de avaliação são definidos e aprovados em Conselho Pedagógico e depois transmitidos a todos os departamentos disciplinares, que por sua vez devem garantir que todos os seus professores aplicam esses critérios. Os alunos do 3º Ciclo do Ensino Básico são avaliados com níveis entre 1 e 5. Assim, a escola definiu que 80% desse nível final em cada período devia corresponder ao desempenho do aluno no domínio específico e os restantes 20% são divididos pelos domínios de trabalho e social.

No início do ano letivo o núcleo de estágio analisou vários instrumentos de avaliação que podiam ser objetos de utilização para a avaliação do desempenho dos alunos.

A avaliação diagnóstica pode ocorrer em qualquer momento do ano letivo, em articulação com a avaliação formativa. A avaliação formativa, sendo a principal modalidade de avaliação do ensino básico, tem um caráter contínuo e sistemático. Esta permite aos professores, aos alunos e aos encarregados de educação obter informação sobre o desenvolvimento das aprendizagens e das competências, com o objetivo de melhorar os processos de trabalho. A avaliação sumativa consiste na formulação globalizante sobre o desenvolvimento das aprendizagens e das competências dos alunos definidas para cada disciplina. Esta avaliação é expressa em níveis de 1 a 5. A avaliação sumativa inclui a avaliação sumativa interna (nota final de cada período) e a avaliação sumativa externa (notas dos exames nacionais).

A avaliação formativa e diagnóstica foi desde logo apontada como sendo um instrumento para avaliar o nível de conhecimentos dos alunos. Assim, o teste diagnóstico aplicado na primeira semana de aulas permitiu obter informação relativamente às competências matemáticas que os alunos tinham no início do ano letivo. Este teste foi elaborado pelos professores do grupo de matemática no final do ano escolar anterior. As competências matemáticas que o teste incidia prendiam-se nos quatro grandes temas matemáticos: Números e Operações, Geometria, Álgebra e Organização e Tratamentos de Dados. O teste diagnóstico foi corrigido pelos professores estagiários e revistos pela orientadora cooperante. A turma D do 9º ano teve um mau resultado, apenas 11% dos alunos obtiveram classificação positiva. Verificou-se que o tema Números e Operações foi onde os alunos obtiveram pior desempenho enquanto no tema da Geometria houve um melhor índice de respostas certas. Nas Capacidades Transversais conclui-se que os alunos têm melhor desempenho nos problemas que envolvem Comunicação Matemática e pior nas questões relacionadas com raciocínio matemático e resolução de problemas (anexo 4).

Os professores estagiários elaboraram no início do ano letivo mediante as indicações da orientadora cooperante, uma grelha de observação diária da turma para registar o desempenho dos alunos em todas as aulas de matemática. Esta grelha era um instrumento de avaliação muito importante principalmente na avaliação final de período.

ESCOLA BÁSICA 2, 3 MARTIM DE FREITAS

AVALIAÇÃO DIÁRIA DA TURMA

9º ANO	TURMA D	___/___/201___						___/___/201___						___/___/201___						___/___/201___						___/___/201___						___/___/201___					
N.º	Nome	A - P	Material	TPC	C Regras	Part Qual	E - A - D - CT	A - P	Material	TPC	C Regras	Part Qual	E - A - D - CT	A - P	Material	TPC	C Regras	Part Qual	E - A - D - CT	A - P	Material	TPC	C Regras	Part Qual	E - A - D - CT	A - P	Material	TPC	C Regras	Part Qual	E - A - D - CT	A - P	Material	TPC	C Regras	Part Qual	E - A - D - CT
1	Ana cláudia Cardoso																																				
2	Ana Raquel Pinão																																				
3	André David Branco																																				
5	Daniela Felipa Correia																																				
6	Deodato Barreiras																																				
7	Edgar Santos																																				
8	Inês Filipa Temudo																																				
9	Joana Filipa Oliveira																																				
10	Joana Rita Antunes																																				
11	Mafalda Filipa Sousa																																				
12	Maria Inês Batista																																				
13	Maria Inês Velho																																				
15	Moisés Lopes																																				
16	Mónica Ferreira																																				
17	Mónica Pedro																																				
18	Pedro Miguel Silva																																				
19	Rodrigo Campos																																				
20	Sara Simões																																				

LEGENDA: **A – P** (Assiduidade e Pontualidade) **C Regras** (Cumprimento de Regras) **Part Qual** (Participação com Qualidade) **E•A•D•CT** (Empenhamento, Aplicação, Dedicação, Capacidade de trabalho)

Figura 4 – Grelha de Avaliação diária da Turma elaborada pelos estagiários

Os dois primeiros testes foram elaborados pela professora cooperante em conjunto com a professora Urbalina Chieira que lecionava as outras duas turmas do nono ano. No início do segundo período o núcleo de estágio analisou alguns documentos da autoria da professora cooperante sobre a conceção dos testes de avaliação. Dois documentos essenciais para a elaboração de um teste são: matriz e critérios de correção. A matriz é o primeiro documento a elaborar e consiste numa tabela dupla que contém nas linhas os tópicos matemáticos e nas colunas as competências matemáticas a avaliar. A elaboração da matriz permite assegurar o equilíbrio entre os conteúdos e a importância que se pretende avaliar. Os critérios de correção são documentos onde as classificações das questões do teste são descriminadas garantindo assim que os todos os testes sejam corrigidos da mesma forma.

O primeiro teste do segundo período foi elaborado pelo meu colega Diogo Silva tendo-o adaptado para o 9º D e o segundo teste foi elaborado por mim. Para elaborar o enunciado deste teste analisei e recolhi exercícios da internet, de manuais escolares do nono ano, livros de preparação de exames e questões de exames nacionais e de testes intermédios. Depois de ter sido decidido pelo núcleo de estágio o peso a atribuir a cada unidade elaborei a matriz e o enunciado do teste, tendo sempre em atenção que o grau de dificuldade dentro de cada tema fosse crescente e apresentei-o em reunião de seminário. A orientadora cooperante analisou-o e sugeriu algumas alterações em alguns itens. A elaboração dos critérios de correção foi o passo seguinte. Para o devido efeito analisei as questões que fazem parte de um teste de avaliação que podem ser itens de seleção, em que o aluno escolhe a resposta a partir de várias hipóteses dadas no item e itens de construção, em que é exigida uma resposta, podendo esta ser curta ou extensa. As cotações atribuídas e a determinação dos critérios de classificação foram analisados pela orientadora cooperante e depois das suas sugestões foram efetuadas as devidas alterações.

A segunda parte deste processo consistiu na correção dos testes. Mesmo com os critérios de avaliação bem definidos surgiram algumas dúvidas na correção de algumas questões dos testes, que foram esclarecidas com os restantes elementos do núcleo de estágio de forma a promover a igualdade na correção de todos os testes. A orientadora cooperante reviu no final a correção de todos os testes. Depois de obtidas as classificações finais, fiz a análise estatística dos resultados para apresentar na aula aos alunos. Dessa análise constava o número de classificações inferiores a 50% e superiores ou iguais a 50%, a distribuição dos alunos pelas menções de Não Satisfaz, Satisfaz, Satisfaz Bem e Satisfaz Muito Bem, a classificação mais alta e mais baixa, a média, a mediana e o desempenho geral da turma em cada questão.

No terceiro período a primeira ficha de avaliação foi um teste intermédio, elaborado pelo Gabinete de Avaliação Educacional (GAVE) e fui responsável pela elaboração do segundo teste deste período (anexo 5).

Todos os testes que decorreram na turma D do 9º ano foram de avaliação global da matéria lecionada durante o ano letivo e fiz a análise dos resultados de todos estes testes (anexo 7).

Antes de cada ficha de avaliação o núcleo de estágio elaborava uma ficha de trabalho (anexo 8). Estas fichas tinham como objetivo preparar os alunos para os testes e como tal, abrangiam os conteúdos de cada unidade a avaliar. As questões colocadas nestas fichas eram analisadas e retiradas de manuais escolares, da internet e de livros de preparação para exames. Os alunos tinham a oportunidade de resolver estas fichas em casa e nas duas aulas que antecediam os testes, que serviam também para a correção das mesmas e para esclarecimento de dúvidas.

Os resultados obtidos através da aplicação dos instrumentos de avaliação são depois expressos na grelha de final de período elaborada a nível de escola.

6. Componente Não Letiva

Neste capítulo serão apresentadas todas as atividades desenvolvidas no âmbito do plano anual do núcleo de estágio de matemática e que não são abrangidas pela componente letiva.

É importante salientar que houve apenas uma atividade prevista no plano anual de atividades que não foi implementada: a elaboração de uma página da internet. Tal sucedeu por falta de tempo dos professores estagiários. A finalidade desta página era divulgar o trabalho do núcleo de estágio. Pretendia-se disponibilizar material de apoio à disciplina de matemática, divulgar páginas relacionadas com a matemática e incentivar o gosto pela matemática. A página não foi criada, mas o núcleo de estágio utilizou a página da escola para publicar vários artigos do núcleo de estágio e disponibilizou algum material de apoio na reprografia da escola.

6.1. Aulas de Apoio

O objetivo das aulas de apoio é ajudar os alunos com mais dificuldades na aprendizagem. Eu e o meu colega estagiário Diogo Silva tivemos oportunidade de lecionar as aulas de apoio das turmas onde lecionámos. Os alunos da turma A do 9º ano iniciaram as aulas de apoio a meio do primeiro período, com um total de quatro alunos. No segundo e terceiro período o número de alunos aumentou para cinco e seis respetivamente. No início do segundo período, começámos a dar as aulas de apoio a cinco alunos do 9º D. Estes números não correspondem a todos os alunos da turma A e D do 9º ano que tinham aulas de apoio a matemática. A incompatibilidade de horários destes alunos para frequentarem as aulas de apoio gerou a necessidade de se criarem dois grupos com horários diferentes.

Nas aulas de apoio trabalhámos com alunos que revelavam sérias dificuldades a nível de cálculo numérico e algébrico e na resolução de problemas, obrigando-nos a recorrer a diferentes estratégias para que os alunos conseguissem ultrapassar as suas limitações. A eficiência destas aulas dependia muito da disposição dos alunos para trabalharem, que por vezes era muito reduzida.

6.2. “Trabalhar Para o Sucesso”

O Projeto “Trabalhar para o Sucesso” dinamizado pelo núcleo de estágio consistiu em sessões semanais, disponibilizadas aos alunos das turmas da professora orientadora. Estas sessões tinham como finalidade esclarecer dúvidas, ajudar na realização de exercícios de reforço da matéria lecionada e preparar os alunos para as avaliações durante o ano letivo. Cada turma foi contemplada com um tempo de quarenta e cinco minutos para frequentar este projeto.

Os alunos que frequentavam semanalmente estas aulas faziam-no de forma voluntária, registando o seu nome numa folha de presenças que apenas servia para os professores estagiários analisarem o número de alunos que frequentavam estas aulas. Como a participação era voluntária, os alunos que compareciam nestas aulas estavam motivados e empenhados em trabalhar ao máximo, tornando-as muito rentáveis para eles próprios e também para os professores estagiários.

Nestas sessões foi possível fazer-se um trabalho distinto com os bons alunos, motivando-os com exercícios e com respostas que vão de encontro às suas expectativas. É de salientar que foram estes alunos que tiveram maior participação neste projeto, refletindo assim os bons resultados obtidos.

No primeiro período os alunos que frequentavam as sessões resolviam fichas do caderno de atividades do manual de apoio. No segundo período a orientadora cooperante sugeriu uma nova estratégia que tinha em vista a preparação dos alunos para o teste intermédio e para o exame nacional. A orientadora cooperante elaborou uma planificação que abrangia as semanas do segundo e terceiro período e criou fichas de trabalho para serem aplicadas pelos professores estagiários nas sessões do projeto. Cada ficha de trabalho incidia sobre um tema específico do programa de Matemática do ensino básico. Esta alteração de método de trabalho proporcionou uma maior participação por parte dos alunos no “Trabalhar para o Sucesso”.

O número de alunos que frequentaram o projeto e o aproveitamento deles revela o seu sucesso. De oitenta e um alunos que tinham a oportunidade de frequentar estas sessões 78% participaram pelo menos uma vez. O número médio de participantes nas sessões era de quatro alunos. O núcleo de alunos que participava assiduamente registou melhorias bastante significativas nas suas avaliações.

O projeto “Trabalhar para o Sucesso” permitiu-me enquanto professora estagiária trabalhar todos os dias com os alunos, ajudando-os a melhorar os seus desempenhos a nível da disciplina de matemática. Foi uma experiência extremamente gratificante.

Figura 5 – Imagem de uma das sessões do projeto “Trabalhar para o Sucesso”

6.3. Laboratório Matemático

O Laboratório de Matemática da Escola Martim de Freitas situa-se na sala 50 do Bloco E. É um espaço aberto a todos os alunos várias horas por semana onde poderiam treinar para o Campeonato Nacional de Jogos Matemáticos, Diz+, Pmate, Canguru Matemático, Olimpíadas Matemáticas, esclarecer dúvidas, trabalhar com softwares matemáticos, entre outras atividades. O núcleo de estágio no seu horário dispunha de três tempos de quarenta e cinco minutos para realizar estas atividades.

No laboratório de matemática realizaram-se diversas atividades. Os professores estagiários ocuparam a maior parte do tempo que dispunham na sala 50 na preparação e treino dos alunos nas diversas competições em que escola participa: Olimpíadas

Portuguesas da Matemática, Jogos Matemáticos, Pmate e Canguru Matemático.

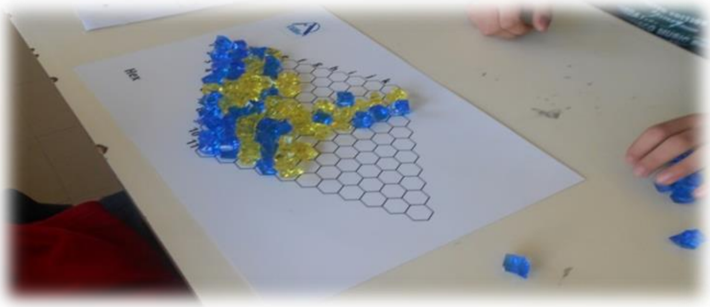


Figura 6 – Alunos a treinarem para o campeonato nacional de jogos matemáticos

Um dos objetivos a que o núcleo de estágio se propôs no início do ano letivo foi decorar o laboratório matemático, de forma a tornar-se um espaço mais apelativo aos alunos. Não foi possível fazer grandes alterações, uma vez que este espaço funcionava como sala de aula. Contudo elaborei uns *posters* relativos a alguns matemáticos mais importantes da História, que foram afixados numa parede do laboratório matemático na Semana da Matemática. Tanto o design como a informação breve e clara que continham foi fundamental para os elogios constantes por parte dos professores e dos alunos. O núcleo de estágio colocou jogos matemáticos existentes em diversas caixas coloridas, que se encontravam em prateleiras visíveis a quem entrasse na sala 50.

Figura 7 – Poster elaborado para o Laboratório de Matemática

6.4. “Desafio do Mês”

O “Desafio do Mês” consistiu num problema mensal destinado aos três ciclos de ensino lecionados na escola. Os alunos puderam responder e colocar a respetiva resposta numa caixa construída para o efeito e situada no Laboratório de Matemática. O objetivo deste desafio era usar problemas diferentes daqueles que habitualmente os professores colocavam aos alunos em contexto de aula, de forma a estimular os alunos a desenvolverem o seu raciocínio matemático.

Figura 8 – Logótipo do Desafio do Mês elaborado pelos professores estagiários

Os professores estagiários desenvolveram um regulamento para o “Desafio do Mês”, estando também sob a sua responsabilidade os desafios escolhidos para cada mês, a impressão e a publicação destes na escola. A correção destes desafios era feita no final de cada mês pelos professores estagiários que posteriormente afixavam as classificações numa tabela e também a resolução de cada desafio. No final do ano letivo, houve certificados para os alunos que participaram nesta atividade entregando, pelo menos, três resoluções do desafio do mês e prémios para os três melhores classificados de cada ciclo de ensino.

O núcleo de estágio reuniu um banco de desafios para ser usado ao longo do ano letivo e cujas fontes são materiais disponibilizados pelo Departamento de Matemática da Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra e manuais escolares certificados.

Os desafios tiveram no seu total a participação de 56 alunos e ocorreram nos meses de outubro, novembro, janeiro, fevereiro, abril e maio. Estes alunos responderam a, pelo menos, um desafio lançado pelo núcleo de estágio. Os desafios eram divulgados aos alunos na página da internet, nas entradas dos blocos da escola, na reprografia, no bar dos alunos e pelos professores de matemática. Os alunos do 1º e 2º ciclo foram os que mais participaram nestes problemas mensais.

O objetivo do “Desafio do Mês” foi cumprido, apesar da fraca adesão dos alunos.

6.5. Jogos Matemáticos

O núcleo de estágio de Matemática foi responsável pela organização da eliminatória do Campeonato Nacional de Jogos Matemáticos a nível de escola. Esta eliminatória teve como objetivo o apuramento dos alunos que iriam participar na final nacional. Houve dois dias destinados para a realização desta eliminatória. No dia 6 de fevereiro realizou-se a competição destinada aos alunos do 2º e 3º ciclo e que contou com a participação de 96 alunos. No dia 20 de fevereiro foi a vez de 25 alunos do 4º ano de escolaridade disputarem a sua eliminatória.

Figura 9 – Imagem de dois alunos a competirem nas eliminatórias dos jogos matemáticos

A adesão dos alunos a esta iniciativa foi muito boa. Os alunos do 2º ciclo foram os que mais participaram. A maioria dos jogos teve um considerável número de participantes.

O trabalho deste núcleo de estágio ficou facilitado pois grande parte do material tinha sido desenvolvido no ano letivo anterior, sendo apenas necessário atualizar a informação adaptando-a a este ano letivo.

A organização foi excelente não tendo havido problemas no decorrer da competição. É de salientar que o apoio prestado por todos os colegas do grupo de matemática foi fundamental e só com a ajuda deles é que foi possível realizar esta eliminatória. Em cada sala onde decorreram as competições encontravam-se dois professores e as mesas estavam dispostas de forma diferente do usual, de forma a facilitar a competição. Não se verificou nenhum incidente por parte dos alunos, decorrendo assim a eliminatória da melhor forma possível.

No que diz respeito à eliminatória do 1º ciclo, este foi um trabalho gratificante. O núcleo de estágio em apenas uma semana deu a conhecer a estes alunos os jogos matemáticos, ensinou-lhes as regras de jogo, treinou-os e por fim procedeu à eliminatória dos jogos.

No dia 1 de Março realizou-se o Campeonato Nacional dos Jogos Matemáticos que decorreu na Arena d'Évora. A escola fez-se representar por oito alunos, dois do primeiro ciclo, três do segundo e três do terceiro ciclo que foram acompanhados por três professoras, sendo eu uma das contempladas. Os alunos competiram nos jogos: semáforo, gatos e cães, avanço, hex e rastros. Apenas o aluno André Godinho do 1º ciclo ficou apurado para a fase final que se realizou da parte da tarde. Acompanhar estes alunos à final deste campeonato foi uma experiência muito interessante, pois permitiu que eles partilhassem comigo os seus receios e o entusiasmo que estavam a sentir.

Figura 10 – Imagem de dois alunos a competirem nas eliminatórias dos jogos matemáticos

6.6. “Estás aí Matemática?”

A atividade “Estás aí Matemática” que teve como data a última semana do 2º Período (11 de Março a 15 de Março), consistiu numa semana com várias atividades destinadas a celebrar a importância da matemática no nosso dia-a-dia. Foi uma atividade com bastante sucesso, onde tudo foi pensado ao pormenor para que tudo corresse muito bem.

Ao longo desta semana participaram 572 alunos da escola em alguma das atividades programadas. Este número de participações é considerado muito bom e espelha o grande sucesso desta iniciativa.

Durante toda a semana esteve exposta no Bloco E uma faixa elaborada pela professora orientadora relativa à semana da matemática e também uma exposição de *posters* que demonstram a importância da Matemática em diversas áreas do quotidiano como o futebol, a música, a ciência, a dança entre outros. Esta exposição foi visionada por todos os que passavam pelo Bloco E durante essa semana.

O laboratório de matemática esteve aberto durante toda a semana a várias turmas da escola, com jogos tradicionais e jogos matemáticos. A disposição das mesas da sala foi feita de forma diferente do habitual, proporcionando um aspeto diferente ao de uma sala de aula e criando assim uma maior envolvência por parte dos alunos. Cada mesa continha um jogo e junto deste havia uma folha informativa com a história sobre ele e as regras de jogo.

Figura 11 – Imagem da faixa e da exposição no átrio do bloco E

Ao longo da semana foram ainda desenvolvidas várias atividades. Houve sessões de cinema para os alunos do primeiro ciclo. Estes tiveram a oportunidade de assistir ao filme “Donald no país da Matemágica”, seguido de uma visita guiada à exposição que estava a decorrer no átrio do Bloco E e por fim uma hora de jogos no laboratório de matemática. Dedicou-se um dia à “Matemática e a Poesia” cujo objetivo era os alunos escreverem ou pesquisarem poemas sobre a matemática e que teve como produto final trinta e quatro poemas expostos no bloco do átrio E. O dia do Pi foi comemorado com a exposição, por parte dos alunos, dos primeiros algarismos deste número que foram afixados no bloco E. Foram também oferecidos desdobráveis que continham algumas curiosidades acerca do número Pi aos professores de matemática e ainda se cantaram os parabéns ao Pi com bolos que os alunos trouxeram.

Figura 12 – Bolo alusivo ao dia do Pi e desdobrável distribuído

6.7. Palestra “É Divertido Resolver Problemas!”

No dia 6 de Junho de 2013 decorreu no auditório da escola, duas sessões da palestra “É divertido resolver problemas!” que teve como público os alunos do 9º ano da escola. A palestra teve como oradora a Professora Doutora Joana Teles, orientadora científica dos professores estagiários. Esta palestra pretendia contribuir para a formação pessoal dos alunos, estimular o gosto pela matemática e evidenciar o seu aspeto lúdico.

A organização desta palestra foi da responsabilidade do núcleo de estágio.

No âmbito desta palestra foram propostos aos alunos diversos problemas matemáticos que apelavam ao raciocínio e exigiam interpretação e compreensão dos enunciados. As sessões foram bastante interativas tendo sido a participação dos alunos constantemente solicitada e estes responderam à altura e muitas vezes, com respostas surpreendentes e, na maioria dos casos, acertadas.

No inquérito de avaliação da atividade, dos 110 alunos que assistiram à palestra, 31 classificaram a atividade como muito boa, 70 classificaram-na como boa e apenas 9 como satisfatória. À exceção de 4 alunos, todos consideraram que este tipo de atividade devia continuar a ser dinamizado na escola.

Figura 13 – Imagem da Palestra "É Divertido Resolver Problemas!"

6.8. Atividades do Grupo de Matemática

O núcleo de estágio participou também, em atividades dinamizadas por professores do grupo de matemática.

No dia 30 de janeiro tive a oportunidade de colaborar na organização do concurso Pmate. O núcleo de estágio ficou encarregue de organizar atividades para manter os alunos ocupados enquanto esperavam pela sua vez para participar na prova. Foram apresentados vídeos cuja fonte foi a internet sobre matemática e a orientadora cooperante fez uma exposição de slides sobre a matemática que está presente no nosso dia-a-dia.

No dia 23 do mês de abril acompanhei juntamente com mais duas professoras, os alunos do terceiro ciclo da escola apurados para a fase nacional dos concursos Pmate e Diz+ na sua deslocação à Universidade de Aveiro. Já no campus universitário encaminhamos os alunos ao pavilhão das provas, interdito aos professores e aguardamos a saída de todos os alunos. No tempo restante os alunos participaram em diversas atividades lúdicas até ao início da tarde, altura em que se entregavam os prémios. Duas alunas da escola ganharam um prémio ao se classificarem em terceiro lugar no Diz+. Esta visita permitiu-me conviver num ambiente diferente ao habitual da escola, com os alunos e com as colegas professoras que me acompanharam.

6.9. Atividades da Escola

No dia 14 de setembro de 2012, dia da receção aos alunos do quinto ano de escolaridade, foi a minha primeira participação em atividades da escola. Todos os departamentos da escola organizaram diversas atividades para apresentarem aos novos alunos e aos seus encarregados de educação. O grupo de matemática apresentou alguns jogos matemáticos para os alunos conhecerem e se divertirem a jogar com eles. Foram também distribuídos aos alunos autocolantes com o logotipo do Laboratório de Matemática, aproveitando assim a oportunidade para se promover este espaço.

Figura 14 – Imagem dos Professores Estagiários e Professores de Matemática na receção aos alunos do 5º ano

No dia 12 de junho de 2013 realizou-se da parte da manhã o dia da escola aberta, atividade onde tive a oportunidade de participar. O Departamento de Matemática e Ciências Experimentais preparou para entregar neste dia os prémios e os certificados aos alunos que ficaram contemplados nos concursos que eram da responsabilidade deste departamento. O núcleo de estágio ficou encarregue de entregar os prémios das duas atividades que organizaram: Jogos Matemáticos e Desafio do Mês. Esta cerimónia contou com a atuação de algumas turmas de Educação Musical e terminou com um discurso da Diretora da Escola para todos os presentes (alunos, pais e professores). Durante este discurso foi feito um elogio ao trabalho desenvolvido durante o ano escolar pelos professores estagiários de matemática.

6.10. Reuniões

Durante o ano letivo realizaram-se reuniões do departamento de matemática e ciências experimentais, reuniões do grupo disciplinar de matemática, reuniões de coordenação e reuniões de conselhos de turma.

As reuniões do departamento de matemática e ciências experimentais contavam com todos os professores do departamento e eram presididas pela coordenadora do departamento, a professora Isabel Ribeiro. A ordem de trabalho destas reuniões iniciava sempre com a transmissão das informações oriundas do conselho pedagógico. Nestas reuniões abordaram-se assuntos como o plano anual de atividades, aproveitamento dos alunos e critérios de avaliação. A participação nestas reuniões permitiu-me averiguar como se estrutura um departamento curricular desta dimensão.

As reuniões do grupo disciplinar de matemática, também coordenadas pela Professora Isabel Ribeiro, permitiram-me perceber como funciona um grupo disciplinar. Nestas reuniões foram tratados assuntos relativos à avaliação dos alunos, estratégias a implementar nas aulas de matemática e as atividades desenvolvidas e a desenvolver na disciplina e balanço das aulas de apoio.

As reuniões de coordenação realizavam-se todas as semanas, tinham a duração de dois tempos letivos (noventa minutos) e o objetivo era coordenar as atividades letivas do nono ano de escolaridade. Nestas reuniões, os professores analisavam o cumprimento das planificações acordadas, preparavam material para as suas aulas, elaboravam os testes de avaliação e trocavam pareceres sobre estratégias a adotar nas dificuldades dos alunos.

As reuniões dos conselhos de turma são convocadas pela diretora da escola e participam todos os docentes da turma. Participei nos seis conselhos de turma da turma D do 9º ano que se realizaram ao longo do ano letivo, mais especificamente dois no primeiro período, um no segundo período e três no terceiro período. A primeira vez que o conselho de turma do 9º D se reuniu foi no dia 5 de novembro de 2012 e teve como objetivo a apresentação de todos os professores, a caraterização da turma, a divulgação das atividades do primeiro período e outras informações gerais. As restantes reuniões serviram para a avaliação sumativa dos alunos. Em todas as reuniões foram elaboradas atas pela secretária.

6.11. Direção de Turma

Estava contemplado no plano anual de atividades a colaboração dos professores estagiários na direção de turma onde lecionavam as suas aulas. Tal cooperação com o diretor da turma D do 9º ano, Professor Rui Silva, só ocorreu durante o primeiro período. A incompatibilidade dos horários e posteriormente a ausência do professor durante o terceiro período por cumprimento de licença de paternidade, inviabilizou a minha participação. O diretor de turma analisou comigo alguma documentação que fazia parte do dossier da direção de turma tais como: a caraterização da turma, documentos a preencher no caso de informações de aulas de apoio e de informações de reuniões intercalares, entre outros documentos. O trabalho que desenvolvi prendeu-se com a recolha de faltas de presença, de atraso e de material dos alunos registadas no livro de ponto e o registo destas na base de dados que a escola disponibiliza para o devido efeito.

6.12. Participação em Formações

Ao longo do ano letivo frequentei algumas ações de formação que foram apresentadas na escola e que permitiram o meu enriquecimento curricular. Não participei em tantas quantas as desejadas, mas o trabalho na escola era prioritário e por isso todo o tempo era dedicado a ele.

A primeira ação de formação que participei foi no dia 11 de setembro de 2012, intitulava-se "Métodos de Estudo" e foi dinamizada pela psicóloga do serviço de psicologia e orientação da escola. Nesta ação de formação foram abordados assuntos relativos aos métodos de estudo a desenvolver com os alunos de modo a melhorarem os seus resultados escolares.

No dia 12 de dezembro de 2012 assisti a um Seminário de Gestão de Qualidade que decorreu no auditório da escola. A organização deste seminário esteve a cabo de uma empresa externa à escola que desenvolveu uma série de avaliações com o objetivo de aferir a eficiência da escola em diversos critérios da sua ação. O orador apresentou um programa de longo prazo cujo objetivo é colocar a escola num patamar superior ao nível do seu desempenho, sucesso escolar e autonomia.

No dia 31 de janeiro de 2013 participei na ação de formação "Escola Virtual no contexto ensino-aprendizagem". Esta formação permitiu aprofundar os meus conhecimentos da ferramenta de trabalho Escola Virtual que já consultava para preparar as minhas aulas, usando os manuais interativos e o banco de exercícios que oferece.

7. Reflexão Final

Desde a infância que nutro uma vontade enorme por ser professora de matemática! Não foram só os meus professores, que me fizeram tomar a decisão de escolher a docência como profissão, mas também o gosto pessoal que tinha por ensinar e em particular pela Matemática. Gosto esse que me foi incutido pelo meu pai desde a altura da pré-primária.

O estágio pedagógico foi o processo que marcou a conclusão deste mestrado profissionalizante.

Com este estágio, pretendo ser capaz de analisar e refletir sobre o trabalho desenvolvido com o objetivo de melhorar cada vez mais a minha prática letiva. A finalidade deste estágio é, através do trabalho de grupo, desenvolver competências que permitam desempenhar futuramente a função de professora.

Este ano foi fundamental. Após um ano de teoria, a possibilidade de a aplicar em contexto real permite um reconhecimento do trabalho diário e a integração no ambiente escolar. Contudo, esta passagem da teoria à prática não é um processo propriamente fácil. Neste sentido, a referência a detalhes que a orientadora cooperante ia fazendo, que não se encontram em nenhum livro foram essenciais e evidenciaram a experiência como uma forma de aprendizagem.

A minha prestação como professora estagiária foi realizada de acordo com as minhas aprendizagens na tentativa que se revelasse sempre com a melhor qualidade tendo para isso contribuído todas as discussões, reflexões e conversas com a orientadora cooperante. É no sentido da qualidade que irei continuar a desempenhar este papel, fazendo sempre o melhor que sei e da melhor forma apesar de, na prática, poder não traduzir um trabalho de excelência. Mas é preciso ter presente a necessidade da constante aprendizagem que caracteriza a profissão de um professor, com o objetivo de melhorar a prestação em sala de aula e procurar que se traduza sempre em trabalho de excelência.

Acredito firmemente que, após concluir esta etapa de estágio na Escola Básica 2,3 Martim de Freitas, o meu grau de conhecimento é mais sólido e alargado. A formação é um caminho dinâmico e interminável, do qual o nosso percurso académico e estágio apenas correspondem ao início. É um processo vital para atingir a competência, mas esta não pode ser vista como um fim em si mesma, isto é, não se trata de um destino mas de um percurso.

A procura contínua pelo desenvolvimento profissional, a reflexividade constante e o atingir de uma competência docente, são aspetos fundamentais que guiarão sempre a minha atuação enquanto professora de Matemática!

8. Referências Bibliográficas

[1] *Programa de Matemática do Ensino Básico*, João Ponte, Ministério da Educação, 2007

[2] *Instrumentos de Avaliação*, Cecília Simões 2012

[3] *Avaliação do Ensino Básico*, Cecília Simões 2012

[4] *Testes de Avaliação Escritos*, Cecília Simões 2012

[5] *Planificações*, Cecília Simões 2012

[6] *Aula Assistida* – O que observar?, Cecília Simões 2012

[7] *PI9, Matemática 9º Ano*, Fátima Cerqueira Magro, Editora ASA, 2012

Referências Eletrónicas

- Página da Escola Martim de Freitas: http://www.agrupamentomartimdefreitas.com/site/ (consultado e ativo em 16/08/2013)

- Página da Direção Geral de Educação: http://www.dgidc.min-edu.pt/ (consultado e ativo em 16/08/2013)

9. Lista de Anexos

Anexo 1 - Plano Anual de Atividades do Núcleo de Estágio

Anexo 2 - Caraterização da Turma D do 9º Ano

Anexo 3 - Plano de Aula de 8 de Maio de 2013

Anexo 4 - Análise dos resultados obtidos pelos alunos da turma D do 9º Ano no teste diagnóstico

Anexo 5 - 6º teste de avaliação do 9º D: enunciado, matriz e critérios de correção

Anexo 6 - Grelha de Correção do 6º teste de avaliação 9º D

Anexo 7 - Análise dos resultados obtidos pelos alunos da turma D do 9º ano no 6º teste de avaliação

Anexo 8 - Ficha de Preparação para o 2º teste de avaliação e respetiva correção

Anexo 9 - Análise da Participação dos Alunos da turma D do 9º ano no Projeto "Trabalhar para o Sucesso"

Anexo 10 - Concurso "Desafio do Mês": Regulamento e Exemplo de Desafio para o 3º Ciclo

Anexo 1

GOVERNO DE PORTUGAL
MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E CIÊNCIA

Escola EB 2,3 Martim de Freitas

Ano letivo 2012/2013

Plano de Atividades do Núcleo de Estágio de Matemática

Orientadora Cooperante:

Cecília Simões

Estagiários:

Vânia Torrão

Diogo Silva

Atividades	*Objetivos*	*Dinamizadores*	*Destinatários*	*Calendarização*
Projeto "Trabalhar para o sucesso"	▪ Esclarecer dúvidas; ▪ Consolidar os conhecimentos; ▪ Desenvolver o espírito crítico, a autonomia, a confiança pessoal e o raciocínio matemático; ▪ Desenvolver a capacidade de resolução de problemas; ▪ Preparar para os testes e Exame Nacional.	Núcleo de Estágio de Matemática	Alunos das turmas A, C, D e E do 9ºano	2ªfeira: **9ºD 14:30h-15:15h** 3ªfeira: **9ºE 12:45h-13:30h** **9ºC 14:30h-15:15h** 5ªfeira: **9ºA 12:00h-12:45h**
Concurso "Desafio do mês"	▪ Incentivar o gosto pela Matemática; ▪ Desenvolver a capacidade de raciocínio e resolução de problemas ▪ Contribuir para o sucesso escolar; ▪ Divulgar o Laboratório de Matemática.	Núcleo de Estágio de Matemática	Alunos do 1º, 2º e 3º ciclos	Ao longo do ano letivo
Página na Internet	▪ Divulgar o trabalho realizado pelo Núcleo de Estágio de	Núcleo de Estágio de Matemática	Comunidade escolar	Ao longo do ano letivo

	Matemática; ▪ Possibilitar o acesso a outras páginas relacionadas com a Matemática; ▪ Disponibilizar material de apoio à disciplina; ▪ Dar a conhecer o Laboratório de Matemática e incentivar a sua frequência; ▪ Despertar o gosto pela Matemática.			
Jogos Matemáticos	▪ Realizar uma eliminatória a nível de Escola; ▪ Despertar o interesse dos alunos para a participação no Campeonato Nacional de Jogos Matemáticos; ▪ Desenvolver conhecimentos, aprendizagens e destrezas (rapidez de decisão, velocidade de raciocínio, criatividade e capacidade de criar estratégias); ▪ Estimular o gosto pela Matemática.	Núcleo de Estágio de Matemática	Alunos do 2º e 3º ciclos	2º período 6 de fevereiro 2º período 1 de março (Campeonato a nível nacional)

“Estás aí Matemática”	▪ Despertar o interesse pela participação em atividades relacionadas com a Matemática; ▪ Evidenciar o aspeto lúdico da Matemática; ▪ Despertar o interesse pela História da Matemática; ▪ Comemorar o dia da Matemática; ▪ Comemorar o dia do Pi; ▪ Dinamizar o Laboratório de Matemática.	Núcleo de Estágio de Matemática	Alunos do 1º, 2º e 3º ciclos	2º período 11 a 15 de Março
Palestras	▪ Contribuir para a formação pessoal de alunos e professores; ▪ Promover o interesse e o gosto pela Matemática; ▪ Evidenciar o aspeto lúdico da Matemática.	Professores do Departamento de Matemática da Universidade de Coimbra e/ou Núcleo de Estágio de Matemática	Comunidade escolar	Ao longo do ano letivo
Laboratório de Matemática	▪ Treinar os alunos para as competições: -Olimpíadas Portuguesas de Matemática	Núcleo de Estágio de Matemática	Alunos do 2º e 3º ciclos	4ªfeira: **12:00h-13:30h** 6ªfeira: **12:00h-13:30h**

	-Redemat -Canguru Matemático -Jogos Matemáticos -Pmate ▪ Esclarecer dúvidas aos alunos; ▪ Estimular o estudo da Matemática; ▪ Evidenciar o aspeto lúdico da Matemática.			
Atividades do Grupo de Matemática -Olimpíadas Portuguesas de Matemática -Redemat -Canguru matemático -Pmate	▪ Colaborar na organização das competições/ concursos; ▪ Despertar o interesse para a participação dos alunos; ▪ Incentivar e desenvolver o gosto pela Matemática; ▪ Proporcionar aos alunos a descoberta dos aspetos lúdicos da Matemática.	Grupo de Matemática	Comunidade escolar	Ao longo do ano letivo
Seminário Pedagógico	▪ Refletir sobre temas pedagógico didáticos; ▪ Refletir sobre temas científicos importantes na preparação das atividades letivas	Orientadora Cooperante	Núcleo de Estágio de Matemática	2ªfeira: 12:00h-12:45h 3ªfeira: 12:00h-13:30h Outras sempre que

	e não letivas; ▪ Planificar, preparar e apreciar todas as atividades do núcleo de estágio.			necessário
Planificação a Longo Prazo	▪ Organizar temporalmente de forma rentável os conteúdos a lecionar.	Núcleo de Estágio de Matemática	Núcleo de Estágio de Matemática	Início do ano letivo
Planificação de Médio Prazo	▪ Organizar temporalmente de forma rentável os conteúdos a lecionar.	Núcleo de Estágio de Matemática	Núcleo de Estágio de Matemática	Início do ano letivo
Planificação a Curto Prazo	▪ Organizar os conteúdos de cada tópico de acordo com os conteúdos programáticos.	Núcleo de Estágio de Matemática	Núcleo de Estágio de Matemática	Ao longo do ano letivo
Assistência às aulas lecionadas pela orientadora Cooperante	▪ Sensibilizar os estagiários para o exercício da função docente; ▪ Contribuir para o progresso do trabalho realizado pelos estagiários.	Orientadora Cooperante	Núcleo de Estágio de Matemática	Ao longo do ano letivo
Assistência às aulas lecionadas pelo outro estagiário	▪ Estimular nos estagiários a reflexão e o espírito crítico; ▪ Contribuir para o progresso do trabalho realizado pelos estagiários.	Orientadora Cooperante	Núcleo de Estágio de Matemática	Ao longo do ano letivo

Regências	▪ Dotar os estagiários de rotinas que facilitem o exercício da função docente. ▪ Estimular nos estagiários a reflexão e o espírito crítico; ▪ Avaliar e contribuir para o progresso do trabalho realizado pelos estagiários.	Núcleo de Estágio de Matemática	Orientador Científico e Orientador Cooperante	Ao longo do ano letivo
Reuniões do Departamento de Matemática	▪ Fornecer aos estagiários conhecimentos relativamente ao funcionamento e organização de um Departamento Curricular.	Coordenadora do Departamento	Professores do Departamento	Ao longo do ano letivo
Reuniões do Grupo de Matemática	▪ Fornecer aos estagiários conhecimentos relativamente ao funcionamento e organização de um Grupo Disciplinar; ▪ Analisar documentos estruturantes da escola.	Coordenadora do Departamento	Professores do Departamento	Ao longo do ano letivo
Reuniões de Coordenação	▪ Coordenar todas as atividades letivas do 9ºano.	Professores do 9ºano		3ªfeira: 16:15h-17:45h

Conselhos de Turma	▪ Conhecer diversos aspetos referentes a cada turma; ▪ Organizar, acompanhar e auxiliar na organização das atividades a desenvolver com os alunos de modo a contribuir para a melhoria do processo ensino-aprendizagem.	Conselho de Turma	Professores e alunos da turma	Ao longo do ano letivo
Direção de Turma	▪ Dotar os estagiários de competências relativas à atividade de Direção de Turma; ▪ Ajudar os Diretores de Turma em todos os assuntos inerentes às turmas A e D do 9ºano.	Diretores de Turma	Professores das turmas, Encarregados de Educação e Alunos	4ªfeira: 9ºA 12:45h-13:30h 2ªfeira: 9ªD 13:45h-14:30h

	Ano	*Tópico*	*Número de aulas (tempos de 45minutos)*		*Calendarização*
Vânia Torrão	9º	Equações	12	50	19/11 a 10/12
		Circunferência	24		3/01 a 7/02
		Trigonometria	14		22/04 a 9/05
Diogo Silva	9º	Funções	12	50	26 /10 a 13/11
		Circunferência	24		4/01 a 8/02
		Trigonometria	14		22/04 a 10/05

Anexo 2

Escola Básica 2,3 Martim de Freitas
Ano Letivo 2012/2013

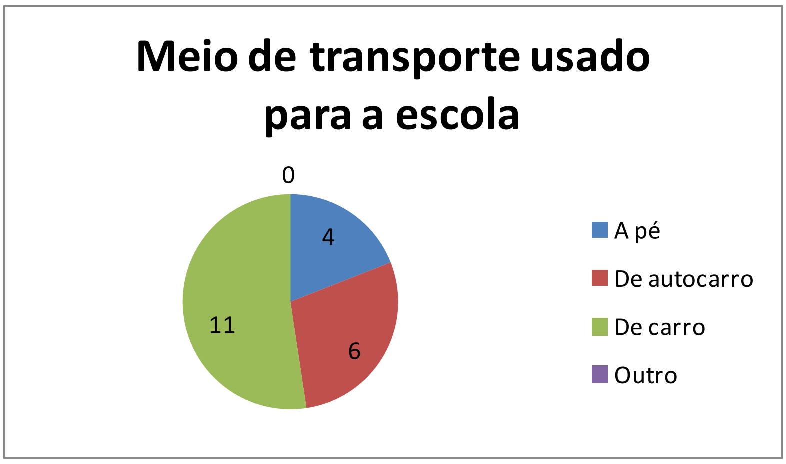
DISCIPLINA DE MATEMÁTICA
CARATERIZAÇÃO DA TURMA
9º D

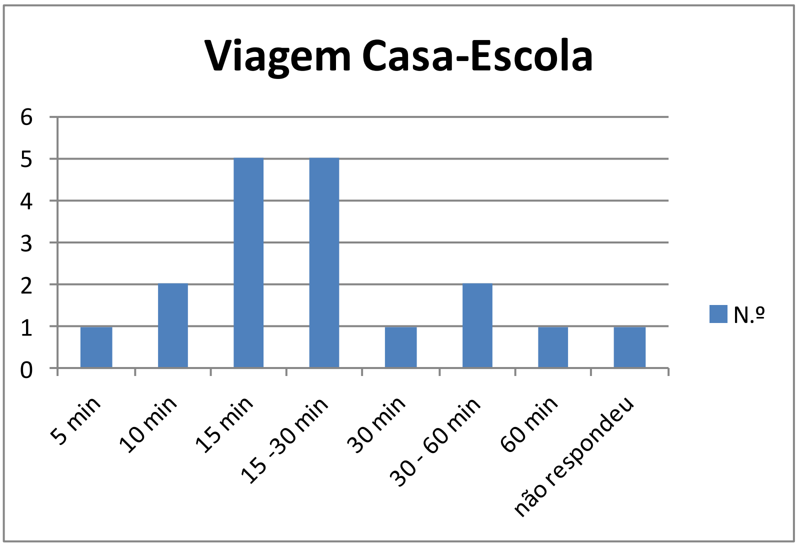
Professora Estagiária
Vânia de Jesus Marques Torrão
2012 / 2013

A turma D do 9º ano é composta por 18 alunos, 12 raparigas e 6 rapazes, com idades compreendidas entre os 14 anos e os 16 anos. Mais concretamente, 14 alunos têm 14 anos de idade, 3 alunos têm 15 anos e 1 aluno tem 16 anos. Os alunos com idades acima dos 14 anos são jovens que já ficaram retidos um ou dois anos no primeiro e no terceiro ciclo de estudos. Mais precisamente, a aluna Daniela Felipa Correia ficou retida no ano letivo 2011/2012 no 9º ano de escolaridade, estando agora a repeti-lo, enquanto os alunos Deodato Barreiras, Joana Rita Antunes e Moisés Lopes ficaram retidos no 2º ano tendo este último ficado retido também no 7º ano.

Analisando o núcleo familiar dos alunos verifica-se que cinco dos 18 alunos são filhos únicos, dez têm 1 irmão, dois têm 2 irmãos e um tem 3 irmãos. A profissão dos pais dos alunos é muito variada. Nesta turma quem assume o cargo de encarregado de educação dos seus filhos é a mãe.

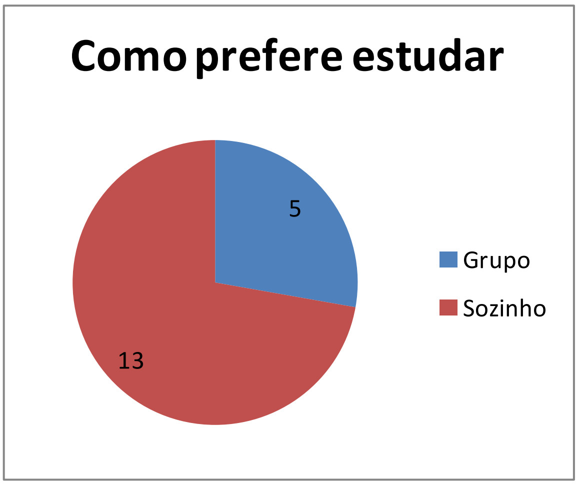
Todos os alunos da turma vivem no concelho de Coimbra. A maioria dos alunos desloca-se de carro para a escola e a viagem demora entre 15 a 30 minutos, como se pode analisar nos gráficos seguintes.



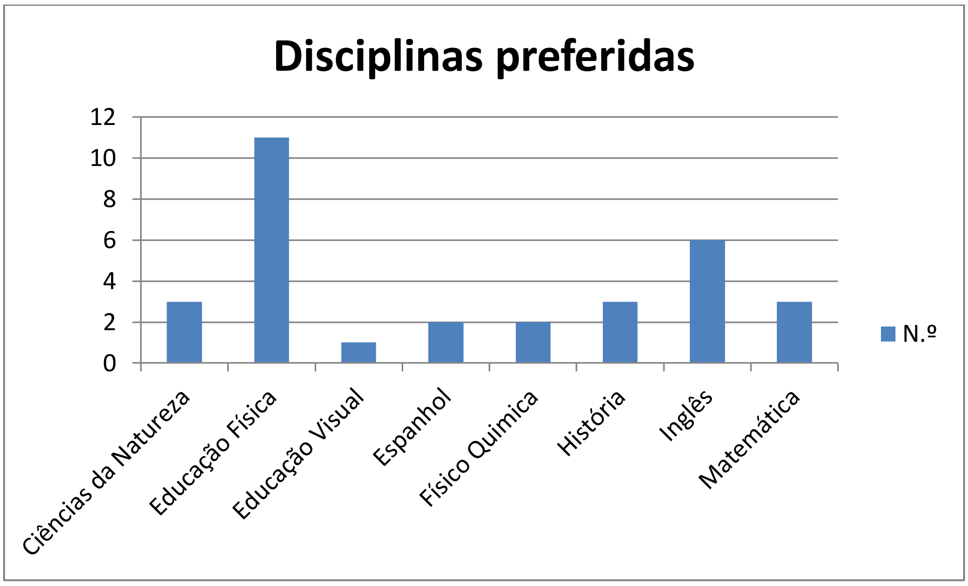


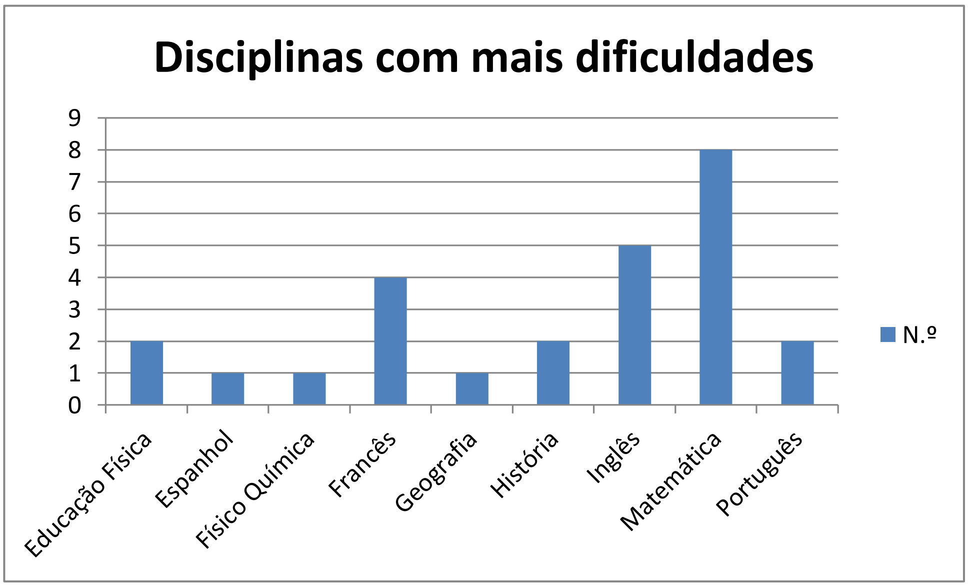
No que diz respeito a cuidados de saúde verifica-se que nenhum aluno é portador de doença crónica, seis alunos dizem ter dificuldade a nível da visão e dois alunos são disléxicos.

Os alunos do 9º D preferem estudar em casa e a grande maioria sozinhos, como se pode verificar pelo gráfico seguinte:



Os gráficos ilustrados na página seguinte dão uma perspetiva geral das disciplinas preferidasdos alunos desta turma e também das disciplinas em que sentem mais dificuldades.



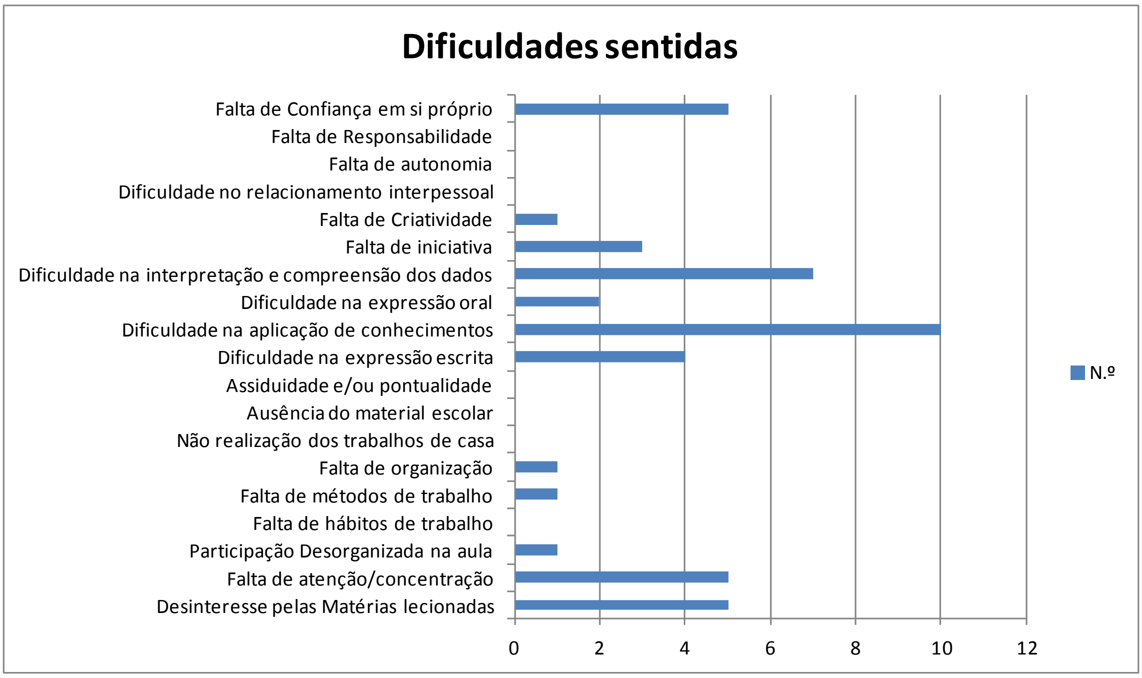


A disciplina de Educação Física é a preferida da maioria dos alunos (11 alunos), estando Inglês como a segunda disciplina preferida (6 alunos). Por outro lado a disciplina de Matemática é a que mais alunos respondem como sendo aquela em que sentem mais dificuldades (8 alunos), sendo Inglês também aqui a segunda disciplina com mais dificuldades (5 alunos).

Analisando o aproveitamento dos alunos na disciplina de Matemática ao longo do ano letivo anterior (8º ano) pode constatar-se que as dificuldades referidas pelos alunos se traduziram nas pautas de avaliação:

N.º	Nome	1º P	2º P	3º P
1	Ana cláudia Cardoso	3	3	3
2	Ana Raquel Pinão	3	3	4
3	André David Branco	3	2	3
5	Daniela Felipa Correia	2	2	1
6	Deodato Barreiras	3	3	3
7	Edgar Santos	3	3	3
8	Inês Filipa Temudo	3	3	3
9	Joana Filipa Henriques	5	5	5
10	Joana Rita Antunes	2	3	3
11	Mafalda Filipa Sousa	3	3	3
12	Maria Inês Batista	3	3	3
13	Maria Inês Velho	4	4	4
15	Moisés Lopes	3	3	3
16	Mónica Ferreira	2	3	3
17	Mónica Pedro	3	2	3
18	Pedro Miguel Silva	3	2	2
19	Rodrigo Campos	4	4	4
20	Sara Simões	3	3	4

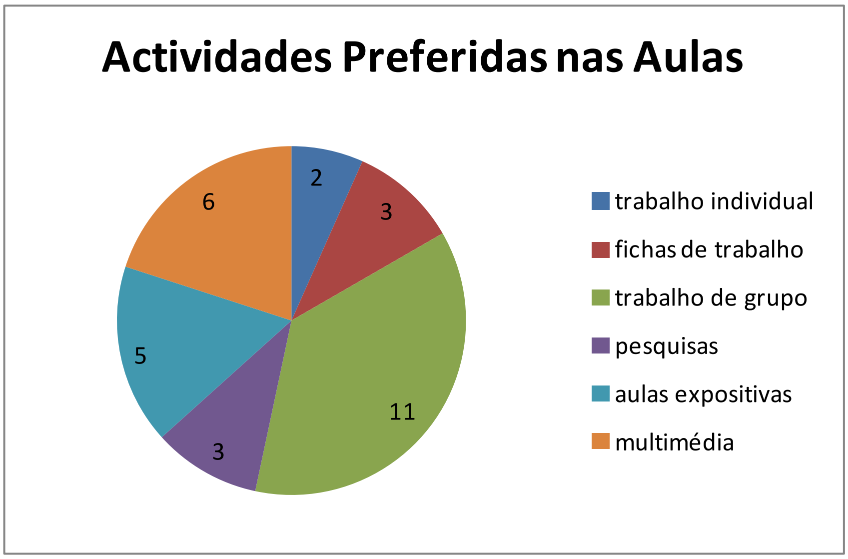
O gráfico que se segue mostra quais são os motivos das dificuldades dos alunos.



Da lista de respostas disponibilizadas há cinco delas que se destacam. A dificuldade na aplicação de conhecimentos adquiridos é a resposta que os alunos mais apontam para justificar as dificuldades sentidas nas suas disciplinas. Os alunos admitem também dificuldades na interpretação e compreensão dos dados dos problemas e exercícios com que são confrontados. A falta de confiança em si próprio e a falta de atenção e concentração nas aulas e momentos de avaliação também é um dos argumentos apresentados pelos estudantes do 9ºD. Há ainda um número considerável dos inquiridos que admite que as dificuldades sentidas se devem ao desinteresse pelas matérias lecionadas nas aulas.

Mediante os resultados obtidos anteriormente pode-se afirmar que os alunos desta turma têm noção das suas limitações.

No preenchimento da ficha biográfica os alunos foram também confrontados com o tipo de atividades preferidas durante os tempos letivos.



Como seria de esperar a maioria dos alunos demonstra bastante atração pelos trabalhos de grupo (11 alunos deram esta resposta), algo comum pelo contexto interativo e comunicativo inerente a este tipo de atividade. O uso de plataformas multimédias também foi apontado pelos alunos embora em menor número (6 alunos deram esta resposta) e o trabalho individual foi a terceira opção mais escolhida pelos alunos (5 alunos deram esta resposta).

Para finalizar o preenchimento deste registo individual cada aluno apresentou os motivos que no seu entender perfazem as caraterísticas de um bom professor e o que na sua visão, o professor valoriza mais nos seus alunos.

Em relação à primeira questão, houve uma grande variedade de respostas mas mesmo assim há alguns conceitos chave que se destacam na globalidade das afirmações feitas.

Como é percetível na análise deste gráfico a maioria dos alunos entendem que um bom professor é aquele que explica bem, é simpático e é competente. Há ainda alunos que consideram que um bom professor é aquele que ajuda os alunos e é rigoroso e exigente.

Percebe-se que os estudantes consideram que os professores valorizam, entre outros fatores, o empenho, o esforço e as decisões dos seus alunos, o interesse pela matéria lecionada e o bom comportamento na sala de aula.

Esta caraterização da turma D do 9º ano permitirá agora uma melhor compreensão desta que se deverá refletir no modo de lidar com os seus alunos e nas metodologias e estratégias utilizadas.

Anexo 3

ESCOLA BÁSICA 2,3 MARTIM DE FREITAS
ANO LETIVO 2012/2013

Estagiária: Vânia Torrão

Estagiário Assistente: Diogo Silva

Orientadora Científica: Joana Teles

Orientadora: Cecília de Oliveira Simões

Disciplina:	**Matemática**			
Ano	**Turma**	**Data**	**Lição N.º**	**Duração**
9º	D	08/05/2013	132 e 133	90 Min

Sumário	Razões trigonométricas de um ângulo agudo Resolução de exercícios sobre razões trigonométricas Razões trigonométricas dos ângulos de 30º, 45º e 60º

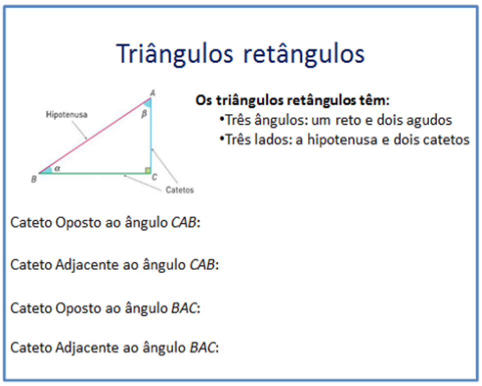
Tema	**Unidade**	**Tópicos**
Geometria	Trigonometria no triângulo retângulo	• Razões trigonométricas de um ângulo agudo

Conhecimentos Prévios	**Objetivos Específicos**	**Capacidades Transversais**
• Conhecer a noção de semelhança • Definir triângulos semelhantes • Aplicar os critérios de semelhança de triângulos • Aplicar o Teorema de Pitágoras	• Identificar o cateto oposto e o cateto adjacente a um determinado ângulo agudo de um triângulo retângulo • Aplicar a semelhança de triângulos para deduzir as razões trigonométricas • Dado um triângulo retângulo escrever as razões trigonométricas utilizando simbologia própria • Determinar as razões trigonométricas de um ângulo agudo de um triângulo retângulo Determinar o valor exato das razões trigonométricas dos ângulos de 30º, 45º e 60º por construção geométrica	• Resolução de problemas • Raciocínio matemático • Comunicação matemática

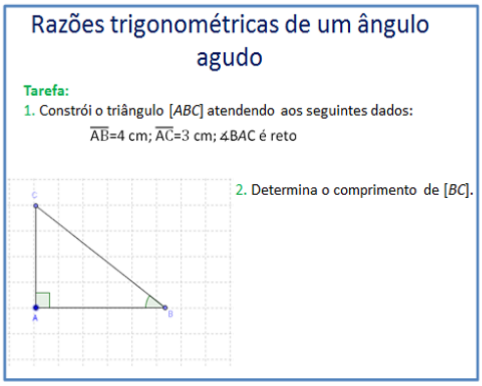
Avaliação	**Recursos/Materiais Didáticos**
Observação Direta (Assiduidade/Pontualidade, material necessário para a aula, realização do trabalho de casa, participação na aula e qualidade dessa participação, empenhamento)	• Caderno diário e material de escrita • Manual de apoio • Régua, compasso, transferidor e calculadora • Computador – PowerPoint referente à Unidade 6 – Trigonometria • Quadro Interativo

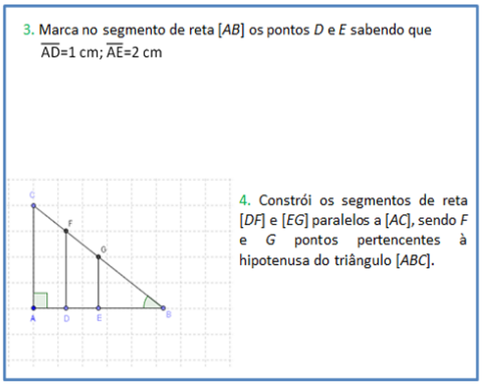
<table>
<tr><th>Duração</th><th>Desenvolvimento da Aula</th></tr>
<tr><td>5 min</td><td>Após os alunos estarem convenientemente sentados nos respetivos lugares, com o material adequado disposto em cima da mesa e com a postura recomendada a professora inicia a aula.</td></tr>
<tr><td>35 min</td><td>

A professora inicia a aula relembrando os alunos que iniciaram o estudo de uma nova unidade na aula passada: Trigonometria no triângulo retângulo. De seguida questiona a turma sobre a caraterização de um triângulo retângulo, apresentando uma imagem para ajudar nas suas respostas. Espera-se que respondam que um triângulo retângulo é um triângulo em que um dos ângulos internos é um ângulo reto e os outros dois são ângulos agudos e quanto aos lados é constituído por dois catetos e pela hipotenusa.



Em seguida, a professora apresentará no quadro uma tarefa cujo objetivo é introduzir as razões trigonométricas de um ângulo agudo. Os alunos deverão construir um triângulo [*ABC*] retângulo e cujos catetos medem 3 e 4 cm respectivamente e depois aplicando o Teorema de Pitágoras deverão determinar o comprimento da hipotenusa do triângulo. De seguida pede-se para os alunos construírem mais dois triângulos retângulos de tal forma que as três figuras tenham em comum um mesmo ângulo agudo.

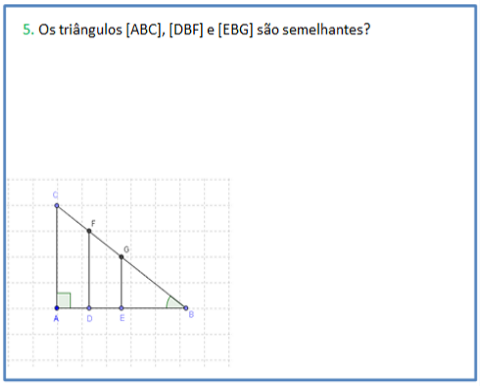


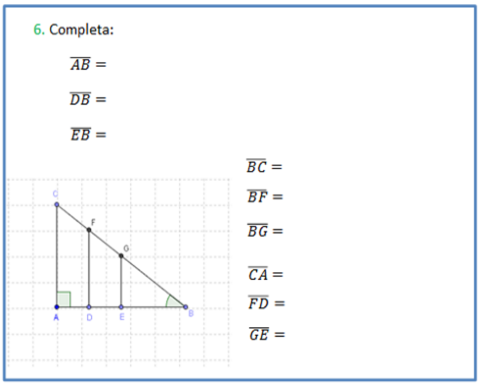


Os alunos deverão perceber que esses triângulos são semelhantes e deverão justificar a resposta recorrendo ao critério AA de semelhança de triângulos. Seguidamente os alunos recorrendo à razão de semelhança entre cada um dos triângulos e ao Teorema de Pitágoras, deverão determinar as medidas de comprimento dos catetos e hipotenusa de cada um dos três triângulos. Por último, a turma irá preencher uma tabela em que deverão calcular as seguintes razões para cada um dos três triângulos considerados ([*ABC*], [*DBF*], [*EBG*]): entre a medida do comprimento do cateto oposto ao ângulo *ABC* e a medida do comprimento da hipotenusa; entre a medida do comprimento do cateto adjacente ao ângulo *ABC* e a medida do comprimento da hipotenusa; entre a medida do

</td></tr>
</table>

comprimento do cateto oposto ao ângulo *ABC* e a medida do comprimento do cateto adjacente ao mesmo ângulo. Os cálculos para o preenchimento da tabela serão apresentados no quadro por um aluno. No final do preenchimento da tabela, a professor chama a atenção aos alunos para verificarem que cada uma das razões referidas se mantém constante independentemente do triângulo considerado e introduz a notação para cada uma dessas razões: respetivamente seno, cosseno e tangente de $A\hat{B}C$.

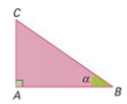




		TRIÂNGULO		
Razão	Ângulo ABC	[ABC]	[DBF]	[EBG]
	$\frac{\text{medida do comprimento do cateto oposto}}{\text{medida do comprimento da hipotenusa}}$			
	$\frac{\text{medida do comprimento do cateto adjacente}}{\text{medida do comprimento da hipotenusa}}$			
	$\frac{\text{medida do comprimento do cateto oposto}}{\text{medida do comprimento do cateto adjacente}}$			

Para os alunos registarem nos seus cadernos, a professora apresenta no quadro a definição rigorosa e a respetiva notação matemática das três razões trigonométricas de um ângulo agudo a ser estudadas neste ano letivo: seno, cosseno e tangente.

Sendo α a amplitude de um ângulo agudo do triângulo retângulo tem-se que:



Seno de α:

$$\text{sen}\,\alpha = \frac{\text{medida do comprimento do cateto oposto a } \alpha}{\text{medida do comprimento da hipotenusa}}$$

Cosseno de α:

$$\cos\alpha = \frac{\text{medida do comprimento do cateto adjacente a } \alpha}{\text{medida do comprimento da hipotenusa}}$$

Tangente de α:

$$tg\alpha = \frac{\text{medida do comprimento do cateto oposto a } \alpha}{\text{medida do comprimento do cateto adjacente a } \alpha}$$

20 min

De forma a consolidarem a matéria dada nesta aula a docente sugere os exercícios 1 e 2 da página 148 para resolução na sala de aula.

Enquanto os alunos resolvem os problemas, a professora circula pela sala verificando se os alunos estão a tentar resolver os exercícios e/ou se têm dúvidas na sua resolução. A docente indica um aluno para resolver no quadro, cada um dos exercícios e certifica-se que a resolução aí apresentada está correta e apresenta todos os passos necessários à sua compreensão.

Resolução esperada dos exercícios da página 148:

1.1. $sen\alpha = \frac{20}{29}$; $\cos\alpha = \frac{21}{29}$; $\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{20}{21}$

1.2. $sen\,\beta = \frac{8}{10} \Leftrightarrow sen\,\beta = \frac{4}{5}$; $\cos\beta = \frac{6}{10} \Leftrightarrow \cos\beta = \frac{3}{5}$; $\mathrm{tg}\,\beta = \frac{8}{6} \Leftrightarrow \mathrm{tg}\,\beta = \frac{4}{3}$

1.3. $sen\,\delta = \frac{9}{15} \Leftrightarrow sen\,\delta = \frac{3}{5}$; $\cos\delta = \frac{12}{15} \Leftrightarrow \cos\delta = \frac{4}{5}$; $\mathrm{tg}\,\delta = \frac{9}{12} \Leftrightarrow \mathrm{tg}\,\delta = \frac{3}{4}$

1.4. $sen\,\gamma = \frac{12}{15} \Leftrightarrow sen\,\gamma = \frac{4}{5}$; $\cos\gamma = \frac{9}{15} \Leftrightarrow \cos\gamma = \frac{3}{5}$; $\mathrm{tg}\,\gamma = \frac{12}{9} \Leftrightarrow \mathrm{tg}\,\gamma = \frac{4}{3}$

2.1. $sen\alpha = \frac{3}{5}$; $\cos\alpha = \frac{4}{5}$; $\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{3}{4}$

2.2. Inicialmente, determina-se a medida do comprimento do cateto a adjacente a β, aplicando o Teorema de Pitágoras: $x^2 + 8^2 = 10^2 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{36} \Leftrightarrow x \pm 6$. Como x é positivo então x assume o valor de 6. Assim:

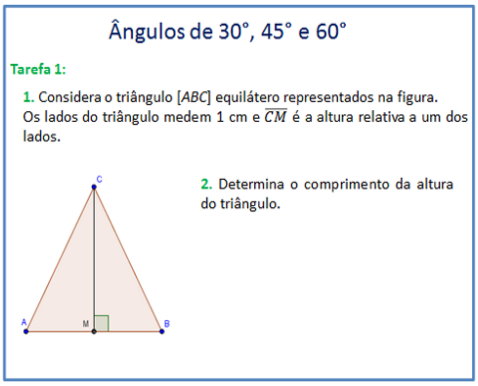
$sen\,\beta = \frac{8}{10} \Leftrightarrow sen\,\beta = \frac{4}{5}$; $\cos\beta = \frac{6}{10} \Leftrightarrow \cos\beta = \frac{3}{5}$; $\mathrm{tg}\,\beta = \frac{8}{6} \Leftrightarrow \mathrm{tg}\,\beta = \frac{4}{3}$

2.3. Sabe-se que os catetos têm a mesma medida de comprimento (x). Então aplicando o Teorema de Pitágoras: $x^2 + x^2 = 2^2 \Leftrightarrow 2x^2 = 4 \Leftrightarrow x^2 = 2 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{2}$. Como x é positivo, então $x = \sqrt{2}$. Assim:

$$sen\,\gamma = \frac{\sqrt{2}}{2};\ \cos\gamma = \frac{\sqrt{2}}{2};\ \mathrm{tg}\,\gamma = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow \mathrm{tg}\,\gamma = 1$$

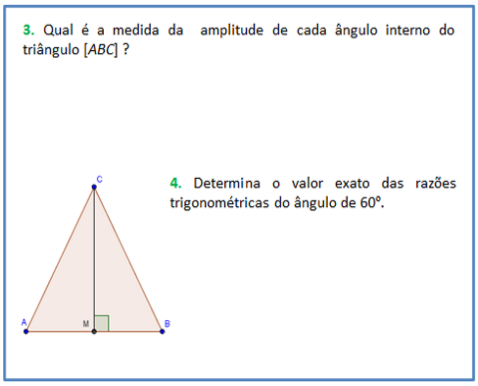
30 min

Finalizada a correção dos exercícios a professora continua com a componente teórica e informa a turma que há razões trigonométricas de determinados ângulos cujos valores exatos deverão saber determinar por construção geométrica e deverão ter sempre presente os valores dessas razões. Para tal, a professora apresenta duas tarefas para a turma resolver.



O objetivo de cada tarefa é exactamente determinar as razões trigonométricas dos ângulos de 30º, 45º e 60º.

Na primeira tarefa será apresentado à turma um triângulo equilátero [*ABC*]. Os alunos deverão determinar a medida do comprimento da altura do triângulo [*ABC*]. Para tal os alunos devem aplicar o Teorema de Pitágoras e deverão concluir-se que a altura do triângulo mede $\frac{\sqrt{3}}{2} cm$. Em seguida terão de determinar a amplitude dos ângulos internos deste triângulo que como se trata de um triângulo equilátero, será de 60º. Por fim, os alunos deverão determinar as razões trigonométricas do ângulo de 60º:

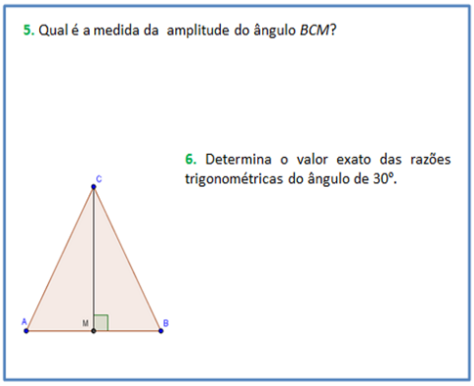


$$sen\ 60° = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{1} \Leftrightarrow sen\ 60° = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos 60° = \frac{\frac{1}{2}}{1} \Leftrightarrow \cos 60° = \frac{1}{2}$$

$$tg\ 60° = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}} \Leftrightarrow tg\ 60° = \sqrt{3}$$

De forma análoga serão determinadas as razões trigonométricas do ângulo de 30º. Para tal a turma deve considerar o ângulo formado entre um dos lados do triângulo e uma das suas alturas. Assim, deverão determinar os valores exatos das razões trigonométricas de 30º da seguinte forma:

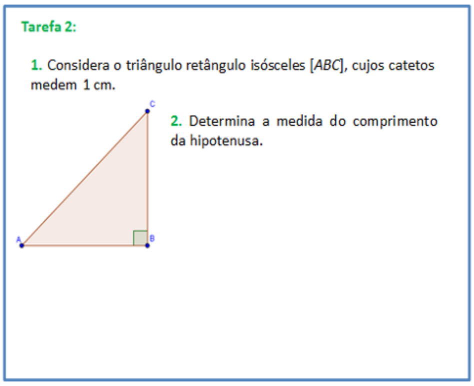


$$sen\ 30° = \frac{\frac{1}{2}}{1} \Leftrightarrow sen\ 30° = \frac{1}{2}$$

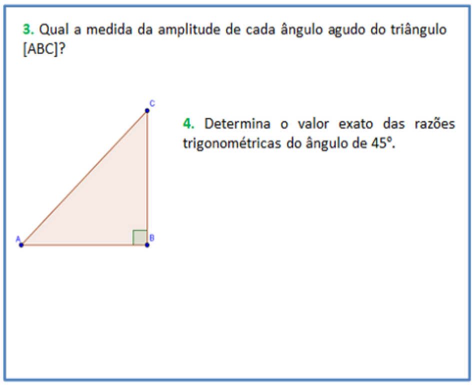
$$\cos 30° = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{1} \Leftrightarrow \cos 30° = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$tg\ 30° = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} \Leftrightarrow tg\ 60° = \frac{1}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow tg\ 60° = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

Na tarefa número dois será apresentado um triângulo retângulo isósceles cujos catetos medem 1 cm de comprimento. A turma deve determinar o comprimento da hipotenusa através da aplicação do Teorema de Pitágoras concluindo-se que a medida do comprimento da hipotenusa é $\sqrt{2}cm$.



Tal como na tarefa 1, os alunos terão de determinar a amplitude de cada um dos ângulos agudos deste triângulo. Por ser um triângulo retângulo e isósceles, os seus ângulos internos que não o ângulo reto terão medida de amplitude igual a 45º. Para concluir esta tarefa, a turma deverá determinar o valor exato das razões trigonométricas do ângulo de 45º:



$$sen\ 45° = \frac{1}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow sen\ 45° = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos 45° = \frac{1}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow \cos 45° = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$tg\ 45° = \frac{1}{1} \Leftrightarrow tg\ 45° = 1$$

Para concluir os alunos preenchem uma tabela que resume os valores exatos das razões trigonométricas dos ângulos de 30º, 45º e 60º.

Valor exato das razões trigonométricas dos ângulos de 30º, 45º e 60º

Razão	30º	45º	60º
sen			
cos			
tg			

Com o auxílio de um aluno a professora escreve o sumário e dá a aula por terminada.

Observações

Anexo 4

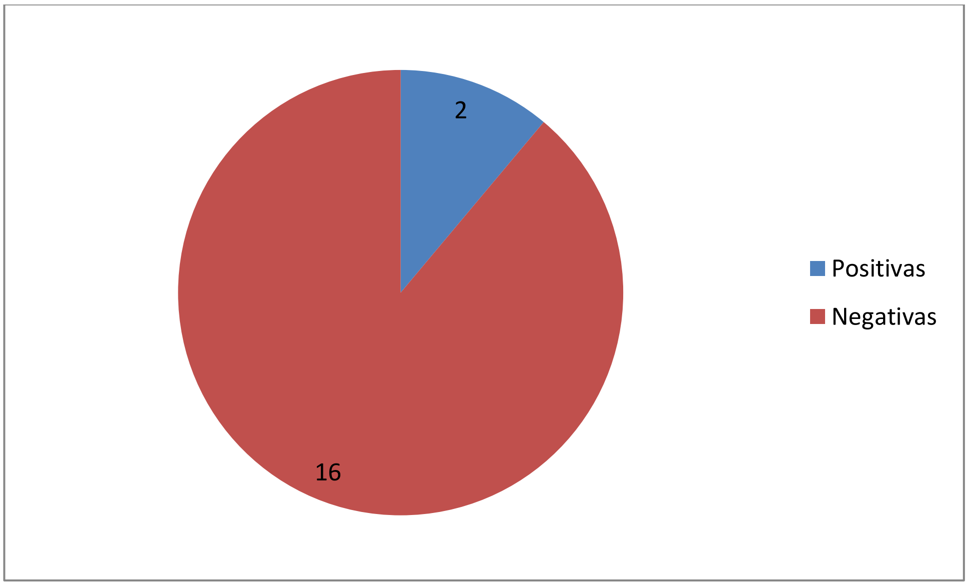
ANÁLISE DOS RESULTADOS DA FICHA DE AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA

9º D

A turma D do 9º ano, composta por 18 alunos, efetuou uma ficha de avaliação diagnóstica na aula de Matemática dos dias 19 e 20 de Setembro de 2012, usando 45 minutos em cada dia. Este teste tinha como objetivo avaliar o nível de conhecimento dos alunos sobre os conteúdos lecionados nos anos anteriores.

A ficha de avaliação diagnóstica era composta por 21 perguntas que incidiam sobre os quatro grandes temas matemáticos: números e operações, álgebra, geometria e organização e tratamento de dados. As questões escolhidas também privilegiavam a avaliação das capacidades transversais introduzidas pelo novo programa de Matemática: raciocínio matemático (resolução de problemas), comunicação matemática e conceitos e procedimentos.

De forma a verificar o desempenho dos alunos nesta avaliação considerou-se que os alunos com 11 respostas ou mais corretas tiveram classificação positiva e os que acertaram 10 ou menos respostas obtiveram classificação negativa. Assim sendo, a relação entre as classificações positivas e negativas na turma 9º D foi a seguinte:



O gráfico mostra que apenas 11% dos alunos tiveram classificação positiva contra os 89% que tiveram avaliação negativa nesta avaliação diagnóstica.

São muitos os motivos que podem ser apontados para tal insucesso da parte dos alunos nesta avaliação. O facto de eles estarem dois meses de férias sem praticarem a matéria que foi lecionada no ano letivo anterior, verificou-se na avaliação a que foram sujeitos neste início de período. Os alunos mostraram que estão sem prática nenhuma de resolução de problemas matemáticos e com capacidade de raciocínio quase nula. A ficha de avaliação apresentava algum nível de exigência, por isso se nota a dificuldade sentida pelos alunos na escolha das suas respostas, apesar de ter algumas questões de resolução fácil. Uma vez que o teste era composto em grande maioria por questões de escolha múltipla pode ter proporcionado aos estudantes uma maior falta de atenção na resolução destas. Por fim, o próprio nível dos alunos da turma pode não ser aquele que se coaduna com os de alunos que se encontram a iniciar o nono ano de escolaridade. Assim talvez seja recomendável fazer uma comparação dos resultados deste teste diagnóstico com os resultados obtidos ao longo do oitavo ano de escolaridade pela turma.

Para tal, apresenta-se em seguida uma tabela com os alunos do 9ºD e respetivos níveis obtidos. Foi considerado nível 1 aos alunos que obtiveram menos de 20% de respostas corretas, nível 2 para testes com 20% a 49% de respostas positivas, nível 3 para total de respostas corretas entre 50% e 69%, nível 4 para os alunos que tenham tido entre 70% e 89% de respostas certas e nível 5 para os restantes.

N.º	Nome	1º P (8º)	2º P (8º)	3º P (8º)	Nível Teste Diagn
1	Ana Cláudia Cardoso	3	3	3	2-38%
2	Ana Raquel Pinão	3	3	4	2-33%
3	André David Branco	3	2	3	2-48%
5	Daniela Correia	?	?	?	1-14%
6	Deodato Barreiras	3	3	3	2-33%
7	Edgar Santos	3	3	3	2-29%
8	Inês Temudo	3	3	3	2-48%
9	Joana Henriques	5	5	5	4-71%
10	Joana Antunes	2	3	3	2-33%
11	Mafalda Sousa	3	3	3	2-29%
12	Maria Inês Batista	3	3	3	2-29%
13	Maria Inês Velho	4	4	4	3-57%
15	Moisés Lopes	3	3	3	2-38%
16	Mónica Policarpo	2	3	3	2-29%
17	Mónica Pedro	3	2	3	2-24%
18	Pedro Saltão	3	2	2	2-24%
19	Rodrigo Campos	4	4	4	2-43%
20	Sara Simões	3	3	4	2-29%

Analisando o quadro apresentado anteriormente percebe-se que houve uma aluna com nível 1, quinze alunos com nível 2, uma aluna com nível 3 e uma aluna com nível 4. Façamos agora uma comparação com as classificações obtidas no ano letivo anterior.

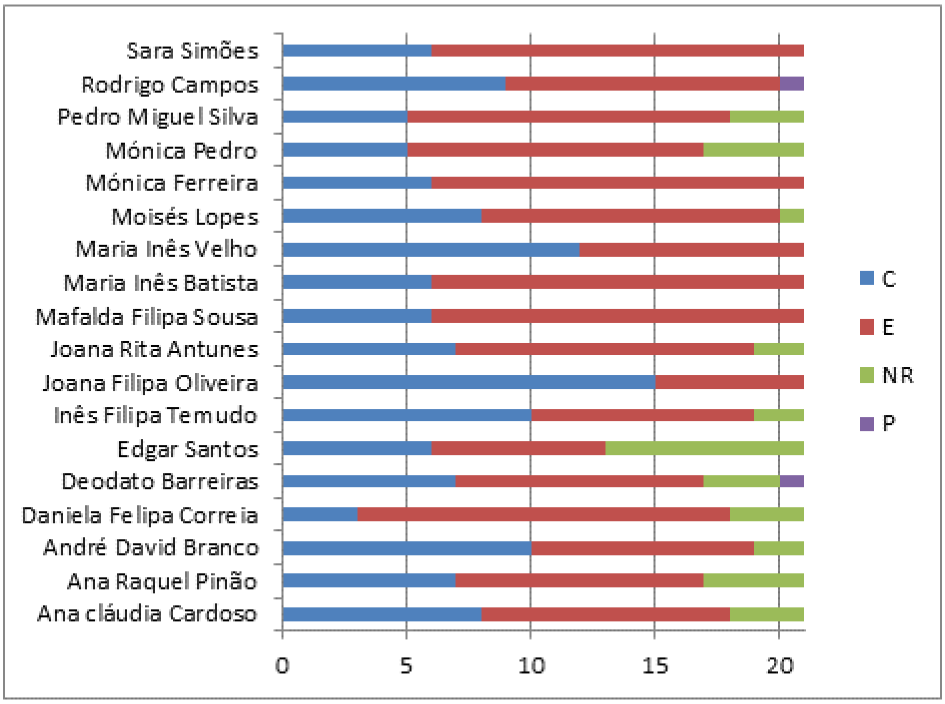
No 3º período do último ano letivo apenas um aluno da turma 9º D obteve classificação negativa na disciplina de Matemática, contrariamente ao que se verificou no início do presente ano letivo onde 16 alunos obtiveram classificação negativa. Nenhuma das alunas que obteve nota positiva no teste consegue manter o nível obtido durante os três períodos do oitavo ano, baixando uma aluna de nível 5 para nível 4 e a outra de nível 4 para nível 3. Nenhum aluno de nível 3 no oitavo ano obteve positiva nesta ficha e mesmo alunos de nível 4 baixaram para nível 2. Quanto à aluna Daniela

Correia nada posso inferir, uma vez que esta não era aluna da escola Martim de Freitas no ano letivo anterior. É de evidenciar que o aluno Edgar Santos uma vez que faltou no dia 21 de Setembro apenas gozou dos 45 minutos do dia 19 de Setembro para realizar a ficha diagnóstica.

O gráfico que se segue permite ter uma visão geral acerca do desempenho dos estudantes desta turma.

No 3º período do último ano letivo apenas um aluno da turma 9º D obteve classificação negativa na disciplina de Matemática, contrariamente ao que se verificou no início do presente ano letivo onde 16 alunos obtiveram classificação negativa. Nenhuma das alunas que obteve nota positiva no teste consegue manter o nível obtido durante os três períodos do oitavo ano, baixando uma aluna de nível 5 para nível 4 e a outra de nível 4 para nível 3. Nenhum aluno de nível 3 no oitavo ano obteve positiva nesta ficha e mesmo alunos de nível 4 baixaram para nível 2. Quanto à aluna Daniela Correia nada posso inferir, uma vez que esta não era aluna da escola Martim de Freitas no ano letivo anterior. É de evidenciar que o aluno Edgar Santos uma vez que faltou no dia 21 de Setembro apenas gozou dos 45 minutos do dia 19 de Setembro para realizar a ficha diagnóstica.

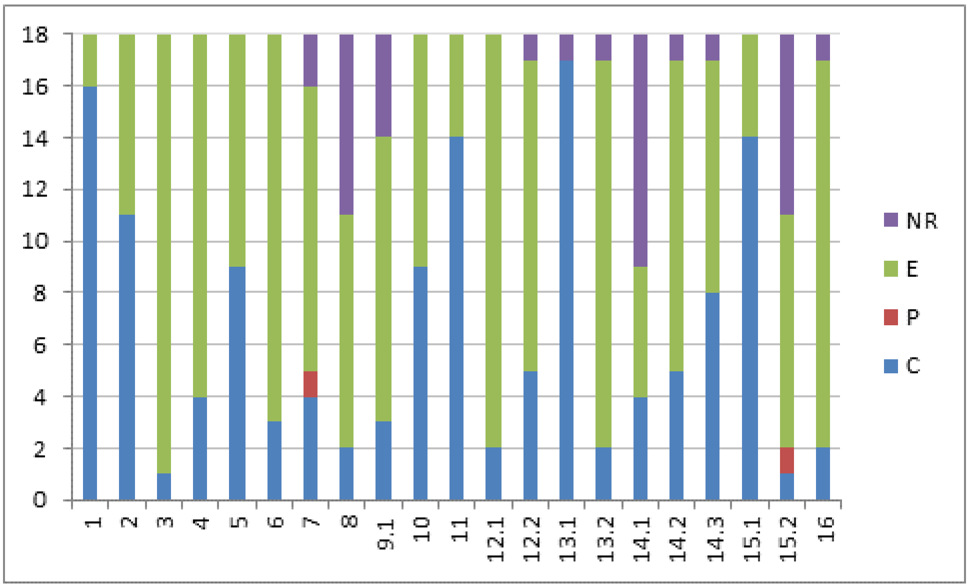
O gráfico que se segue permite ter uma visão geral acerca do desempenho dos estudantes desta turma.



Facilmente se verifica que a aluna Joana Henriques foi a que obteve a melhor nota da turma com 15 respostas certas. A aluna Maria Inês Velho teve classificação positiva acertando 12 respostas, mas ficando longe da classificação quarto obtida no 8º ano. A aluna Daniela foi sem dúvida a que por desempenho teve neste teste, acertando apena 3 questões.

Em seguida irá fazer-se uma análise mais pormenorizada considerando detalhadamente cada pergunta e os erros mais comuns nas respetivas respostas.

Para tal, apresentamos em seguida um gráfico contendo a classificação das respostas a cada uma das perguntas do teste diagnóstico.



Uma análise cuidada a este gráfico permite perceber que a pergunta 1, 2, 11, 13.1 e 15.1 foram as que tiverem maior número de respostas corretas. Aliás na pergunta 13.1 houve apenas um aluno que não respondeu não havendo ninguém a errá-la.

Por outro lado verifica-se que houve 11 questões às quais houve menos de cinco alunos a responder corretamente, respetivamente a 3, 4, 6, 7, 8, 9.1, 12.1, 13.2, 14.1, 15.2 e 16. É de evidenciar que na questão 14.1 metades dos alunos não deram resposta, mostrando assim dificuldade no raciocínio matemático, uma vez que era uma questão onde os alunos tinham apenas de analisar um referencial cartesiano e indicar a ordenada do ponto em questão.

Analise-se agora os erros mais comuns nas respostas dadas pelos alunos ao longo da resolução da ficha diagnóstica.

A questão 3 pretendia determinar o máximo divisor comum de dois números naturais sendo um múltiplo do outro. Sendo uma questão de escolha múltipla não é certo que mesmo as respostas corretas representem domínio dos conceitos exigidos nesta pergunta. Dadas as respostas obtidas os alunos demonstraram dificuldade na interpretação da questão, mostrando também alguma confusão entre máximo divisor comum e mínimo múltiplo comum.

Na questão 4 houve 16 respostas erradas e 4 corretas. Tal pode-se ter devido à dificuldade em dominar o conceito de média aritmética.

As respostas à questão 5 revelam também um domínio inseguro das regras das potências.

A pergunta 6 também teve um elevado número de respostas erradas (15). Como também era uma questão de escolha múltipla não é claro o motivo para tantos erros nesta resposta mas tal poderá dever-se a não terem recorrido aos conhecimentos que deveriam ter sobre o uso da notação científica.

A questão 7 apresentava-se como crítica para os professores. Implicava a resolução de uma equação simples. Mesmo assim, 11 alunos erraram a sua resposta,4 alunos acertaram, 1 aluno acertou parcialmente e 2 não responderam. Houve três tipos de erros fundamentais: ao desembaraçar de denominadores, ao aplicar a propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição e a falta de atenção relativamente ao sinal 'menos' antes do traço de fração na equação

$\left(\frac{1}{2}\right)(x-2)-\frac{x-2}{4}=0.$

A pergunta 8 implicava que os alunos usassem a sua capacidade de traduzir o enunciado para linguagem matemática e apenas 2 alunos acertaram a questão.

A questão 12.1 teve respostas erradas de 16 alunos. Nesta questão pretendia-se que se determinasse o perímetro de uma região sombreada. Sendo uma questão de escolha múltipla não é fácil perceber os motivos para os erros nas respostas.

Na pergunta 12.2 foram 5 os alunos que deram resposta correta. Ficou claro que os alunos compreendem o conceito de semelhança mas ignoram as diferenças entre redução e ampliação.

A questão 13.2 obteve apenas 2 respostas corretas. As alunas que acertaram mostraram conhecimento da matéria analisada nesta questão, visto que elas apresentaram os seus cálculos para responder a esta questão de escolha múltipla. Os restantes alunos terão tido problemas em recordar a fórmula do volume da pirâmide quadrangular, a qual exigia ainda o recurso ao teorema de Pitágoras para calcular a altura da pirâmide.

A questão 14.1 não foi respondida por metade dos alunos. Um número elevado para uma questão de nível de dificuldade acessível. Os alunos apresentaram dificuldades na interpretação do enunciado e na análise do referencial cartesiano. Algo visível também pelo grande número de respostas erradas na alínea seguinte (12 alunos erraram). As equações das retas dadas eram bastante simples portanto os erros só podem advir de má interpretação visual da figura 4.

Quanto à questão 15.2 apenas uma aluna respondeu e um aluno acertou parcialmente. Esta questão pretendia que se determinasse o perímetro de um círculo. Analisando as respostas dos alunos constatam-se dois grandes erros nas respetivas resoluções: o primeiro passo implicava usar o teorema de Pitágoras para calcular o diâmetro do círculo, passo este que muitos dos alunos ignoraram; em seguida exigia-se o uso da fórmula do perímetro do círculo e a maior parte dos alunos errou por não usar a fórmula correta ou usar dados errados na respetiva aplicação.

Finalmente analisemos a questão 16 onde só houve 2 respostas certas e uma não respondida, verificando-se assim que os alunos têm dificuldade na aplicação de casos notáveis.

Fazendo uma análise generalizada à relação de respostas certas e erradas nos grandes temas matemáticos constata-se que o tema de Números e Operações registou o pior desempenho por parte dos alunos enquanto na Geometria houve um melhor índice de respostas corretas.

Nas Capacidades Transversais conclui-se que os alunos têm melhor desempenho nos problemas que envolvem Comunicação Matemática e pior nas questões relacionadas com raciocínio matemático e resolução de problemas.

Anexo 5

Agrupamento de Escolas Martim de Freitas

1Ficha de Avaliação	**Data: 22/05/2013**
Disciplina de Matemática	**Ano 9º Turma D**

Nome:	N.º
Observações:	Avaliação:
Rubrica do Encarregado de Educação:	Rubrica do Professor:

Conteúdos: **Probabilidades:** Noção e cálculo da probabilidade de um acontecimento. **Funções:** Proporcionalidade direta, Proporcionalidade inversa, Quadrática. **Equações do 2ºgrau**: Equações incompletas e completas. Fórmula resolvente de uma equação do 2ºgrau. **Circunferência:** lugares geométricos, Propriedades da circunferência e Polígonos. **Números reais e Inequações:** Inequações do 1º grau. **Trigonometria no triângulo rectângulo:** Razões trigonométricas de ângulos agudos; Relações entre as razões trigonométricas de ângulos agudos.

Lê atentamente as questões e justifica as respostas, apresentando todos os cálculos necessários.
Nas questões de escolha múltipla, seleciona a opção correta, de entre as alternativas.

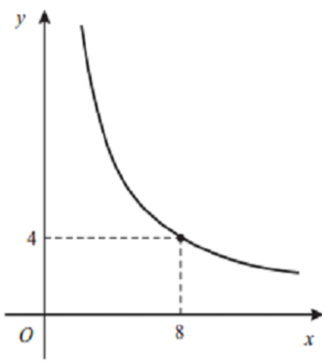
1. A Marta pratica *ballet*. Para cada aula tem de se equipar com um *maillot*, uma fita e um par de sapatilhas. No roupeiro, a Marta tem as seguintes peças, arrumadas em três gavetas diferentes:
Gaveta 1: três *maillots* (1 preto, 1 rosa e um lilás); Gaveta 2: uma fita para o cabelo; Gaveta 3: dois pares de sapatilhas de dança (1 preto e 1 rosa).

1.1. A Marta tira ao acaso da gaveta um *maillot*. Qual é a probabilidade de a Marta **não** tirar o maillot preto?

(A) $\frac{1}{3}$ (B) $\frac{1}{2}$ (C) $\frac{2}{3}$ (D) 1

1.2. A mãe da Marta ofereceu-lhe uma fita para o cabelo, ficando a Marta com duas fitas, uma preta e uma rosa. Para cada aula a Marta leva sempre um *maillot*, uma fita e um par de sapatilhas. De quantas maneiras diferentes se pode apresentar agora a Marta numa aula de *ballet*?

2. Na figura está representada parte de um gráfico de uma função de proporcionalidade inversa. O ponto de coordenadas (8, 4) pertence ao gráfico da função.
Determina a ordenada do ponto do gráfico que tem abcissa 2.

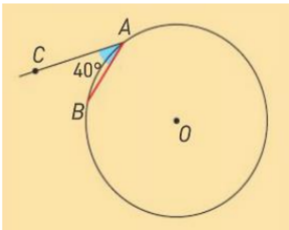


3. Resolve, em IR, a seguinte equação $\frac{x+1}{4} - \frac{(3-2x)^2}{3} = -2$.

4. O Rui costuma jogar todas as semanas no totoloto. Ao fazer a sua aposta escolhe sempre os mesmos 3 números consecutivos e os outros 3 ao acaso. Sabendo que a soma dos quadrados dos três números consecutivos é 194, determina quais são os números que o Rui escolhe todas as semanas.

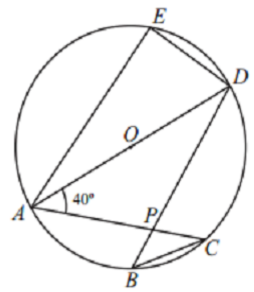
5. Na figura está representada uma circunferência de centro O. Sabe-se que:
   - $[AB]$ é um lado de um polígono regular inscrito na circunferência;
   - CAB é um ângulo externo do polígono e tem de amplitude $40°$.

   Quanto mede cada ângulo interno do polígono?



(A) $140°$ (B) $50°$ (C) $80°$ (D) $40°$

6. Na figura está representada uma circunferência de centro O. Sabe-se que:
   - Os pontos A, B, C, D e E pertencem à circunferência;
   - $[AD]$ é um diâmetro da circunferência;
   - O ponto P é o ponto de interseção dos segmentos de reta $[AC]$ e $[BD]$;
   - A amplitude do ângulo CAD é $40°$.



6.1. Qual das seguintes afirmações é verdadeira?
(A) O ponto O pertence à mediatriz de $[AP]$
(B) O ponto O pertence à mediatriz de $[BC]$
(C) O ponto B pertence à mediatriz de $[BC]$
(D) O ponto B pertence à mediatriz de $[AP]$

6.2. Qual é a amplitude, em graus, do arco menor AC?

6.3. Relativamente ao triângulo retângulo $[AED]$, admite que $\overline{AE} = 6{,}8\ cm$ e $\overline{DE} = 3{,}2\ cm$. Determina o comprimento da circunferência. Apresenta o resultado, em centímetros, **arredondado às décimas**.

7. Determina o valor exato das expressões:

7.1. $(\sqrt{3} - \sqrt{7})(\sqrt{3} + \sqrt{7}) + 7\sqrt{3}$

7.2. $(\sqrt{6} - 1)^2 - 2(\sqrt{6} + 3)$

8. Considera os conjuntos: $A =]-\infty, 2[$ e $B =]-3, 7]$.

8.1. Indica o maior número inteiro pertencente a A.

8.2. Indica dois números irracionais que pertençam a B.

8.3. Representa sob a forma de intervalo de números reais $A \cap B$.

9. Considera os seguintes intervalos: $R =]-\infty, 3[$; $S = [3, +\infty[$; $T = [3, 5]$.

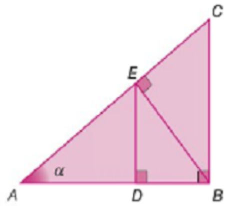
9.1. Qual das seguintes igualdades é verdadeira?

(A) $R \cap S = \{3\}$ (B) $R \cap T = \{3\}$ (C) $S \cap T = T$ (D) $R \cup T =]-\infty, 5[$

9.2. Verifica se R é o conjunto solução da inequação $-2(-1 + x) - \frac{1-x}{2} > -3$

10. Determina os valores inteiros que c pode tomar de modo que a expressão $\frac{2c+3}{5}$ pertença ao intervalo $]1,2]$.

11. Observa a figura do lado. Qual das seguintes afirmações é **falsa**?

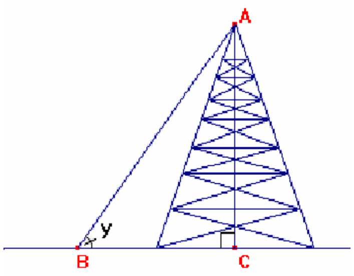


(A) $sen\ \alpha = \frac{\overline{ED}}{\overline{AE}}$ (B) $sen\ \alpha = \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}}$

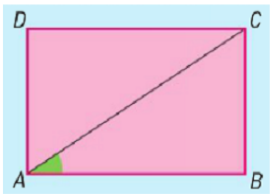
(C) $sen\ \alpha = \frac{\overline{EC}}{\overline{CB}}$ (D) $sen\ \alpha = \frac{\overline{DB}}{\overline{ED}}$

12. Duas cidades, B e C, distam $120\ km$. Uma cidade A forma com as cidades B e C um triângulo $[ABC]$, retângulo em A, como mostra a figura. Sabendo que $C\hat{B}A = 52°$, determina a distância entre as cidades A e C.
Apresenta o resultado **arredondado às unidades**.

13. Um cabo está esticado até ao cimo de um poste, de acordo com a figura, fazendo um ângulo y com o solo. Sabe-se que: $\overline{BC}$ =30 m e $\overline{AB}$ =50 m.
Calcula a amplitude de y. Apresenta o resultado **arredondado às unidades**.



14. Na figura está representado um retângulo tal que: $B\hat{A}C = 30°$ e $\overline{BC} = 3$.
Calcula o **valor exato** do perímetro do retângulo.



15. Mostra que $cos^2\alpha(1 + tg^2\alpha) = 1$, α é um ângulo agudo.

FIM

Matriz

	Conceitos e Procedimentos	Raciocínio e Resolução de problemas	Comunicação	Total
Probabilidades: Noção e cálculo da probabilidade de um acontecimento.	1.1. (4)	1.2. (4)		8
Funções: Proporcionalidade direta. Proporcionalidade inversa. Quadrática.			2. (5)	5
Equações do 2ºgrau: Equações incompletas e completas. Fórmula resolvente de uma equação do 2ºgrau.	3. (7)	4. (7)		14
Circunferência: lugares geométricos, Propriedades da circunferência e Polígonos.	6.1. (4) 6.2. (4)	5. (4) 6.3. (7)		19
Números reais e Inequações: Inequações do 1º grau.	7.1. (3) 7.2. (4) 8.1. (1) 8.2. (2) 8.3. (3) 9.2. (6)		9.1. (4) 10. (6)	29
Trigonometria no triângulo rectângulo: Razões trigonométricas de ângulos agudos; Relações entre as razões trigonométricas de ângulos agudos.	11. (4) 13. (5)	12. (5) 14. (7) 15. (4)		25
Total	47	38	15	**100**

Critérios Específicos de Classificação

1. ……………………………………………………………………………………………………..**8 pontos**

1.1. Assinalar a opção correta (C)...…………………………. ……………………………......**4 pontos**

1.2. …………………………………………………………………………………………..**4 pontos**

A classificação deve ser atribuída de acordo com os seguintes níveis de desempenho:

Apresenta uma estratégia que permite determinar corretamente as diferentes maneiras de a Marta se apresenta na aula e responde corretamente (12)……………..4 pontos
Apresenta uma estratégia que permite determinar corretamente as diferentes maneiras de a Marta se apresenta na aula, mas não responde ou responde um valor diferente do correto………………………………………………………...…..2 pontos
Responde 12 sem apresentar uma justificação...….. …………………………….....1 ponto
Dá outra resposta…………………………………………………………………..0 pontos

2. ……………………………………………………………………………………...……....**5 pontos**

A classificação deve ser atribuída de acordo com as seguintes etapas:
Escrever a equação $4 = \frac{k}{8}$ (ou equivalente) (ver nota) ....2 pontos
Determinar o valor de k ....1 pontos
Obter a ordenada do ponto do gráfico que tem abcissa 2 (16 ou equivalente) ……....2 pontos

Nota – Se, através da resolução apresentada, for evidente que o aluno utilizou esta igualdade, ainda que não a tenha explicitado, esta etapa deve ser considerada como cumprida.

3. …………………………………………………………………………………...………7 **pontos**

A classificação deve ser atribuída de acordo com as seguintes etapas:
Desenvolver corretamente o caso notável ……………………..……..……………1 ponto
Desembaraçar a equação de denominadores……………….……………………...….1 ponto
Escrever a equação na forma canónica………..…………………………..………..….1 ponto
Aplicar corretamente a fórmula resolvente……………………..............……........2 ponto
Apresenta a solução correta ($\left\{3, \frac{3}{16}\right\}$)……………………………………...……......2 pontos

4. ……………………………………………………………………………………………..**7 pontos**

A classificação deve ser atribuída de acordo com as seguintes etapas:
Equacionar corretamente o problema ……………………………...………………...3 pontos
Determinar as soluções da equação obtida (-9, 7)……………………………………3 pontos
Responder correctamente ao problema (7,8 e 9)..…………………..……………......1 ponto

5. Assinalar a opção correta (A)...……………………………………………………….....**4 pontos**

6. ………………………………………………………………………………………..…....**15 pontos**

6.1. Assinalar a opção (B)……………………………………………….........4 pontos

6.2. ………………………………………………………………………….....4 pontos

Este item pode ser resolvido, pelo menos, por dois processos..
1º Processo
A classificação deve ser atribuída de acordo com as seguintes etapas:
Determinar a amplitude do arco DC (80°) …………………………………2 pontos
Determinar a amplitude do arco AC (100º)……………………….............2 pontos

2º Processo

A classificação deve ser atribuída de acordo com as seguintes etapas:

Determinar a amplitude do ângulo ADC $(50°)$ ……………………………..2 pontos

Determinar a amplitude do arco AC (100º)…………………….................2 pontos

.

6.3. …………………………………………………………………………….....7 pontos

A classificação deve ser atribuída de acordo com as seguintes etapas:

Escrever a igualdade $\overline{AD}^2 = \overline{AE}^2 + \overline{ED}^2$……………………………………..2 pontos

Determinar $\overline{AD}$ ……………………………………………………………3 pontos

Calcular o comprimento da circunferência $23{,}6$ ou $23{,}6\ cm$ ……………......2 pontos

Nota – Se o aluno não apresentar o valor arredondado às décimas ou se apresentar um valor mal arredondado, deve ser descontado 1 ponto.

7. ……………………………………………………………………………………..…**7 pontos**

7.1. ....3 pontos

A classificação deve ser atribuída de acordo com as seguintes etapas:

Desenvolver corretamente o caso notável ……..……………….……......2 pontos

Determinar o valor da expressão $7\sqrt{3} - 4$…………………………….……1 pontos

7.2. ………………………………………………………………………………4 pontos

A classificação deve ser atribuída de acordo com as seguintes etapas:

Desenvolver corretamente o caso notável ……………………….……..….2 pontos

Desembaraçar de parêntesis …………………………………………………1 ponto

Determinar o valor da expressão $1 - 4\sqrt{6}$…………………………………...1 ponto

8. ……………………………..……………………………………………………….…......**6 pontos**

8.1. Responde corretamente (1)…………………………………………………1 ponto

8.2. ………………………………………………………………………………2 pontos

Responde corretamente…………………………………………………2 pontos

Apresenta apenas uma solução……………………………………….1 ponto

8.3. Responde corretamente………………………………………………….....3 pontos

9. …………………………………………………………………………………………**10 pontos**

9.1. Assinalar a opção correta (C)…………………………………………….....4 pontos

9.2. ………………………………………………………………………………6 pontos

A classificação deve ser atribuída de acordo com as seguintes etapas:

Desembaraçar a inequação de parêntesis ....1 ponto

Desembaraçar a inequação de denominadores ....1 ponto

Isolar os termos com variável num dos membros da inequação ....1 ponto

Reduzir os termos semelhantes...1 ponto

Obter a condição $x < 3$...1 ponto

Verificar que R é conjunto solução da inequação…………………………...1 ponto

.

10. ………………………………………………………………………………………...**6 pontos**

A classificação deve ser atribuída de acordo com as seguintes etapas:

Escrever a conjunção de inequações…………………………………………...2 pontos

Obter as condições $c < \frac{7}{2}$ e $c > 1$...3 pontos

Indicar os valores de c (2, 3)………………………………………………………...1 ponto

11. Assinalar a opção correta (D)..**4 pontos**

12. ....**5 pontos**
A classificação deve ser atribuída de acordo com as seguintes etapas:
Escrever $sen\ 52° = \frac{\overline{AC}}{120}$..3 pontos
Determinar corretamente $\overline{AC}$ ($95\ km$)..2 pontos
Nota – Se o aluno não apresentar o valor arredondado às unidades, ou se apresentar um valor mal arredondado, deve ser descontado 1 ponto.

13. ....**5 pontos**
A classificação deve ser atribuída de acordo com as seguintes etapas:
Escrever $\cos y = \frac{30}{50}$..3 pontos
Determinar corretamente o valor da amplitude de y ($53°$)..................................2 pontos

14. ....**7 pontos**
A classificação deve ser atribuída de acordo com as seguintes etapas:
Escrever $tg\ 30° = \frac{3}{\overline{AB}}$..2 pontos
Determinar corretamente o valor de $\overline{AB}$ ($\frac{3}{tg\ 30°}$)......................................3 pontos
Determinar corretamente o valor do perímetro do retângulo ($6 + 6\sqrt{3}$)....................2 pontos
Nota – Se o aluno não apresentar o valor exato do perímetro, deve ser descontado 1 ponto.

15. ....**4 pontos**
A classificação deve ser atribuída de acordo com as seguintes etapas:
Substituir $tg^2\alpha$ por $\left(\frac{sen\ \alpha}{\cos\alpha}\right)^2$ ....1 ponto
Desembaraçar corretamente a expressão de parêntesis..1 ponto
Obter corretamente o resultado da expressão (1)...2 pontos

Anexo 6

ESCOLA MARTIM DE FREITAS

Mat - GRELHA DE CORRECÇÃO - 6ºTeste - 9º ANO - Turma D

		1.1	1.2	2	3	4	5	6.1	6.2	6.3	7.1	7.2	8.1	8.2	8.3	9.1	9.2	10	11	12	13	14	15		Classif	
Nº	Nome	4	4	5	7	7	4	4	4	7	3	4	1	2	3	4	6	6	4	5	5	7	4		100	
		0	4	5	0	2	0	4	0	0	0	2	1	0	3	4	5	0	0	0	5	3	1		39	NS
		4	4	5	7	7	4	4	4	6	3	4	1	2	3	4	5	6	4	4	5	5	4		95	SMB
		4	4	5	0	0	4	0	4	7	3	4	1	2	3	0	6	0	4	5	3	6	1		66	S
		0	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	0	1	0	0	0	0	0	0		8	NS
		4	4	5	6	0	0	4	0	7	2	3	1	2	3	0	6	2	4	5	5	4	1		68	S
		4	0	5	6	0	4	0	0	0	2	0	1	0	3	0	6	5	4	5	5	3	0		53	S
		4	0	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	0	0	0	0	0	0		8	NS
		4	4	5	5	6	4	0	4	5	3	4	1	2	3	4	6	4	4	5	5	3	4		85	SB
		4	4	5	5	0	0	0	0	0	3	3	1	0	3	0	4	0	0	0	4	3	1		40	NS
		4	4	0	5	1	4	4	0	0	2	3	1	2	3	4	5	1	0	5	3	2	4		57	S
		4	4	5	2	7	0	4	4	2	3	4	1	1	3	0	5	5	4	5	3	4	1		71	SB
		4	4	5	7	7	4	4	4	5	2	4	1	1	3	0	5	5	4	5	5	7	4		90	SMB
		0	4	0	0	0	0	4	3	0	1	1	0	0	3	4	2	0	0	0	0	0	0		22	NS
		4	4	0	2	2	0	0	0	3	1	1	1	2	0	0	4	0	0	4	3	2	1		34	NS
		4	0	3	5	0	4	0	0	6	0	0	1	2	3	0	4	0	4	3	3	6	3		51	S
		0	0	5	0	6	4	4	0	0	2	0	0	0	3	4	4	0	4	5	5	5	1		52	S
		0	4	5	5	2	4	0	4	7	3	4	1	1	0	0	5	5	4	5	0	5	2		66	S
		4	4	5	7	0	4	4	0	7	3	3	1	0	0	4	6	0	1	4	5	5	4		71	SB

Média	54,5
Mediana	55
Nota mais alta	95
Nota mais baixa	8

Anexo 7

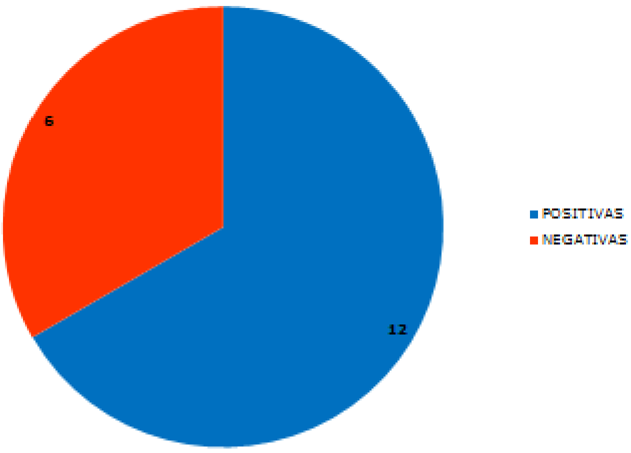
Escola Básica 2,3 Martim de Freitas
Ano Letivo 2012/2013
Disciplina de Matemática

Análise dos Resultados da Ficha de Avaliação

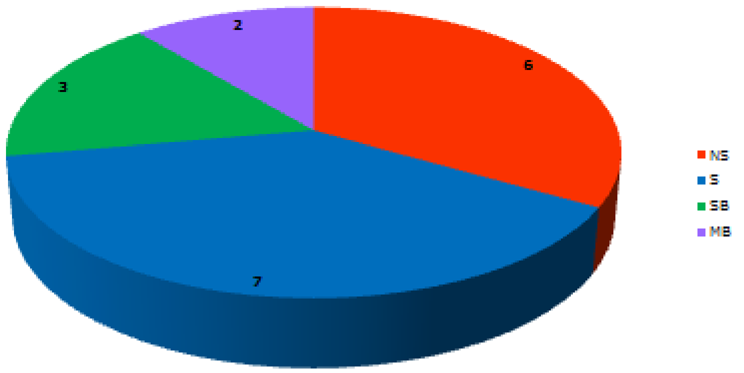
9º D

29 de Maio de 2013

Resultados da Turma

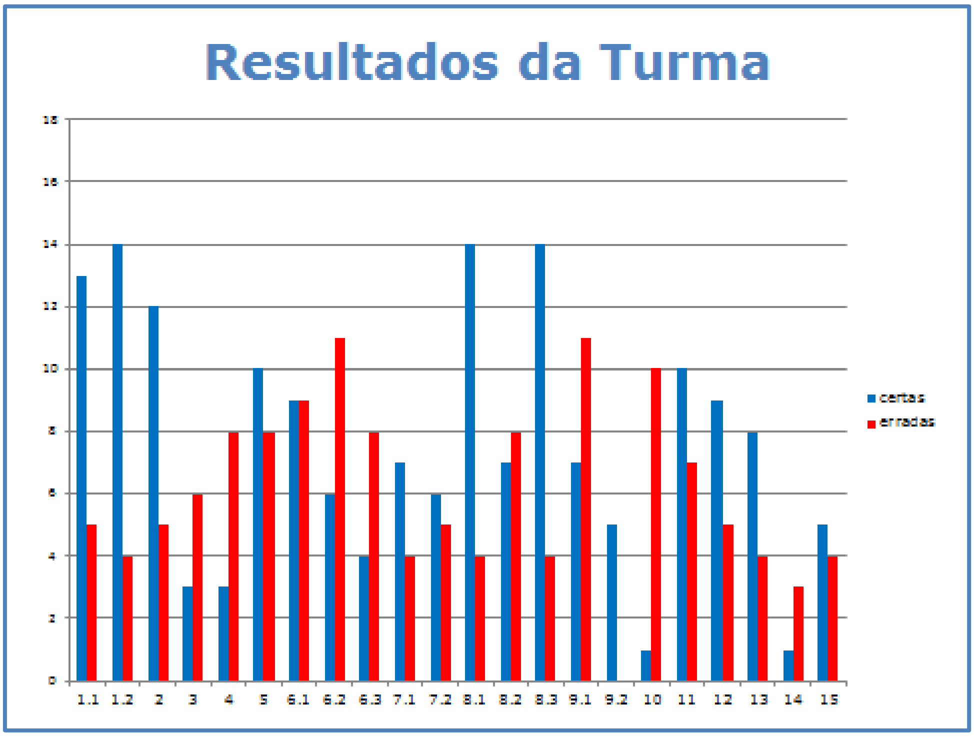


Resultados da Turma



Resultados da Turma

- Classificação mais alta na ficha: **95%**
- Classificação mais baixa na ficha:**8%**
- Média das classificações da Turma: **54,2%**
- Mediana das Classificações da Turma: **55%**



Resultados da Turma
18
16
14
12
10
8
6
4
2
0
1.1
1.2
2
3
4
5
6.1
6.2
6.3
7.1
7.2
8.1
8.2
8.3
9.1
9.2
10
11
12
13
14
15
certas
erradas

Anexo 8

ESCOLA BÁSICA 2,3 MARTIM DE FREITAS
2012/2013

Matemática - 9ºano

Ficha nº2 **Probabilidades. Funções. Equações**

1. Na figura encontra-se representada uma roda da sorte. Considera a experiência que consiste em rodar o ponteiro e registar o número que sai.
1.1. Qual é o espaço amostral da experiência em causa?
1.2. Quantos são os resultados possíveis?
1.3. Considera os seguintes acontecimentos: A: "sair um múltiplo de 3", B: "sair um número primo"; C: "sair um número negativo"; D: "sair o elemento absorvente da multiplicação"; E: "sair um quadrado perfeito"; F: "sair um número inferior a 10"; G: "sair o elemento neutro da multiplicação"
  1.3.1. Representa os acontecimentos por subconjuntos do espaço amostral.
  1.3.2. Identifica os acontecimentos elementares e os acontecimentos compostos.
  1.3.3. Se ao rodar o ponteiro, sair o número 9, quais dos acontecimentos ocorrem?
  1.3.4. Identifica, caso existam, os acontecimentos certos e os acontecimentos impossíveis.

2. Um saco contém dez bolas indistinguíveis ao tato e numeradas de 1 a 10. Considera a experiência aleatória de retirar uma bola ao acaso do saco e registar o número saído. Considera também os seguintes acontecimentos:
A: " Sair número par"; B: "Sair número ímpar"; C: "sair divisor de 6"; D: "sair um número primo e par".
2.1. Classifica os acontecimentos C e D.
2.2. Identifica os acontecimentos:
  2.2.1. $\bar{B}$ 2.2.2. $A \cap B$ 2.2.3. $A \cup C$
2.3. Identifica dois acontecimentos disjuntos.

3. Um dado equilibrado, com a forma de um cubo, tem duas faces brancas e quatro faces pretas. A Ana afirma «Se lançar este dado muitas vezes, a face que fica voltada para cima é branca em aproximadamente $\frac{2}{3}$ do número total de lançamentos.».
3.1. Concordas com a Ana? Justifica a tua resposta indicando a Lei em que te baseaste.
3.2. Se o dado for lançado 1200 vezes, quantas ocorrências da face azul se espera que aconteçam?

4. Enuncia a Lei de Laplace.

5. Interrogaram-se 200 pessoas acerca do supermercado onde faziam as suas compras, podendo os inquiridos escolher entre os supermercados A e B. 60 inquiridos responderam que faziam compras no supermercado A, 80 responderam B e 80 responderam que não faziam compras em nenhum dos dois. Selecionou-se ao acaso uma dessas pessoas. Calcula a probabilidade de esta:
5.1. Fazer compras apenas supermercado A.
5.2. Fazer compras nos dois supermercados.
5.3. Fazer compras no supermercado B.

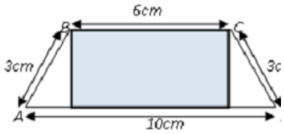
6. A ementa de um restaurante contém duas entradas (sopa de legumes e salada mista), três pratos principais (omeleta, filetes de pescada e carne assada) e duas sobremesas (fruta e doce).
6.1. Quantas refeições diferentes se podem fazer escolhendo uma entrada, um prato principal e uma sobremesa?
6.2. Se escolhermos ao acaso uma dessas refeições, qual a probabilidade de ser uma refeição sem sopa?
6.3. Qual a probabilidade de se optar por uma refeição cuja entrada seja sopa e a sobremesa seja fruta?

7. Lançam-se dois dados cúbicos equilibrados com as faces numeradas de 1 a 6. Determina-se a diferença entre o maior e o menor número saídos. Qual a probabilidade de essa diferença ser 2?

8. Numa caixa colocaram-se cinco cubos que apenas diferem na cor: há dois cubos verdes, dois cubos amarelos e um cubo vermelho. Considera a experiência aleatória de tirar, ao acaso, um cubo da caixa e anotar a sua cor.
8.1. Qual é a probabilidade de o cubo retirado ser amarelo?
8.2. Qual é a probabilidade de o cubo retirado ser azul?
8.3. Repetiu-se a experiência 200 vezes. Quantas vezes se espera que ocorra o cubo vermelho?

8.4. Considera agora a experiência de retirar, ao acaso, um cubo da caixa, registar a sua cor e sem repor esse cubo, retirar um segundo cubo e anotar a respetiva cor. Determina a probabilidade de os dois cubos serem de cor diferentes.

9. Considera o trapézio isósceles ABCD representado na figura. Determina a probabilidade de um ponto do trapézio, escolhido ao acaso, estar dentro da zona sombreada.



10. Diz, justificando, se existe proporcionalidade e de que tipo entre:
10.1. O perímetro de um quadrado e o comprimento do lado.
10.2. O caudal de uma torneira e o tempo que leva a encher um depósito.
10.3. A velocidade média de um automóvel e o tempo que leva a fazer um dado percurso.
10.4. O espaço percorrido por um automóvel e a velocidade média a que viaja num dado período de tempo.
10.5. O perímetro e o raio de um círculo.
10.6. O número de camisas e o tempo que levam a secar.

11. Indica, justificando, se nas tabelas seguintes a relação entre x e y é de proporcionalidade direta, proporcionalidade inversa ou nenhuma das anteriores.

x	3	6	9	12
y	6	12	18	24

x	1,2	2	3,1	6,9
y	3,6	2	9	19,2

x	1	2	6	-2
y	6	3	1	-3

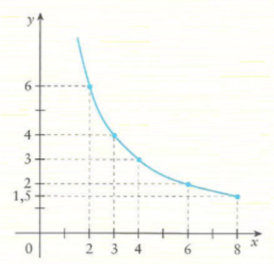
x	0,8	1,5	2,5	7
y	5	2,67	1,6	0,57

x	0,05	0,25	0,5	0,8
y	20	4	2	1,25

x	80	100	120	200
y	12	15	18	30

12. Acerca das grandezas x e y sabe-se que quando $x = 10$, $y = 2$.
12.1. Admite que as grandezas x e y são diretamente proporcionais.
12.1.1. Escreve y como função de x.
12.1.2. Representa graficamente a função.
12.1.3. Qual é a constante de proporcionalidade?
12.2. Admite que as grandezas x e y são inversamente proporcionais.
12.2.1. Escreve y como função de x.
12.2.2. Representa graficamente a função.
12.2.3. Qual é a constante de proporcionalidade?

13. Observa o gráfico da figura seguinte que relaciona o comprimento (x) e a largura (y) de alguns retângulos.
13.1. Verifica que as variáveis x e y são inversamente proporcionais e indica a constante de proporcionalidade. Qual o seu significado no contexto deste problema?
13.2. Escreve uma expressão analítica que relacione x e y.
13.3. Se o valor de x for 5, qual seria o correspondente valor de y?
13.4. Determina o comprimento do retângulo, sabendo que a sua largura é igual a 2,5.



14. Cinco primos juntaram-se para comprar uma prenda para oferecerem à avó no dia do seu aniversário. Como a despesa seria dividida igualmente por todos, cada um iria pagar x euros. No dia do aniversário o número de primos participantes na despesa duplicou. O valor que cada primo vai agora ter de pagar é igual a:
a) $2x$ b) $x - 2$ c) $\frac{x}{2}$ d) $x + 2$
Explica como obtiveste a tua resposta.

15. Uma doença atacou uma população de coelhos bravos. O decrescimento da população fez-se de acordo com a fórmula: $N = \frac{2500}{t}, 1 \leq t \leq 10$, onde N representa o número de coelhos vivos e t o número de dias após ser detetada a doença.
15.1. Constrói uma tabela com os dados referentes ao número de coelhos vivos ao fim de 1, 2, 4, 5 e 10 dias.
15.2. Representa graficamente N como função de t.
15.3. N e t são inversamente proporcionais? Se a resposta for afirmativa indica a constante de proporcionalidade e o seu significado no contexto deste problema.

16. No movimento de um corpo, há uma relação de proporcionalidade entre o espaço percorrido (e) e o tempo (t) mantendo-se constante a velocidade: $v = \frac{e}{t}$.

16.1. Que tipo de proporcionalidade há entre o espaço percorrido e o tempo?

16.2. Um automóvel viaja a uma velocidade média de 80 km/h.Qual o espaço que percorre em 3 horas?

16.3. Quantas horas demora a viagem de um avião do Porto a Londres a uma velocidade média de 800 km/h sabendo que a distância percorrida é de 2000 km?

17. Uma ponte demora a construir 60 dias se trabalharem nela 200 operários. Quantos operários serão necessários para conseguir construir a ponte em 40 dias?

18. Uma nave espacial viaja da Terra para Marte. Se viajar a 10000 km por hora, chegará a Marte em 6000 horas.

18.1.Quanto tempo demorará se for a uma velocidade de 100000 km/h?

18.2 E se for a uma velocidade de 5000 km/h?

18.3 Os astronautas têm comida suficiente para 300 dias se comerem 1 kg por dia. Para quantos dias chegará a comida se eles comerem:

18.3.1. 200g por dia?

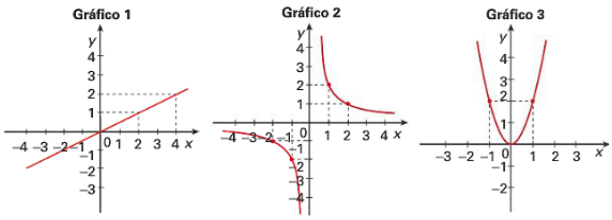
18.3.2. 1,5kg por dia?

18.3.3. Numa determinada viagem, 4 astronautas seguiram na nave espacial. Devido a algumas complicações na descolagem da nave a viagem acabou por demorar 375 dias. Em média, que quantidade de comida ingeriu cada astronauta, por dia? Explica a tua resposta e apresenta todos os cálculos que efetuares.

19. Observa os gráficos das funções seguintes.

19.1. Que tipo de funções representa cada um dos gráficos? Como se denominam as respetivas representações gráficas?

19.2. Escreve a expressão algébrica da função que está representada por cada um dos gráficos.



20. Considera as seguintes funções:

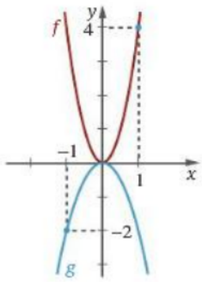
$$a(x) = \frac{3}{2}x^2; \quad b(x) = 0{,}5x; \quad c(x) = \frac{3}{x-2}; \quad d(x) = 4^2 + 2x; \quad e(x) = \frac{4}{5x}; \quad f(x) = -\frac{100}{x};$$

$$g(x) = -x; \quad h(x) = 2x^2 + 3x; \quad i(x) = \frac{3}{x}; \quad j(x) = -\frac{x}{7}; \quad l(x) = x + 3; \quad m(x) = -5x^2$$

20.1. Seleciona as que são de proporcionalidade direta e as que são de proporcionalidade inversa e indica a respetiva constante de proporcionalidade.

20.2. Seleciona as que são funções quadráticas e indica o coeficiente do termo em x^2.

21. No referencial estão representadas partes de duas funções quadráticas do tipo $y = ax^2,\ a \neq 0$.



21.1. Escreve as expressões algébricas que representam essas funções.

21.2. Dá um exemplo de uma função quadrática do tipo $y = ax^2,\ a \neq 0$, tal que:

21.2.1. essa função seja representada por uma parábola com concavidade voltada para cima e abertura maior do que a parábola da função *f*.

21.2.3. essa função seja representada por uma parábola com concavidade voltada para baixo e abertura menor do que a parábola da função *g*.

22. Resolve cada uma das seguintes equações e apresenta o seu conjunto solução.

a) $4 + (3x - 1) = 5x - (1 - 2x)$
b) $5(2 - x) + 3 = 0$
c) $2(x - 1) - 3(2x + 5) = 1 - x$
d) $2 - (4x + 5) = 1 - 3(4 - x)$
e) $\frac{x}{2} - \frac{4x}{3} = \frac{5x-1}{6}$
f) $0{,}3(x - 3) - 0{,}2(1 - 3x) = 1$
g) $\frac{2-3x}{5} + \frac{3x-7}{3} = \frac{2(1-x)}{15}$
h) $\frac{x-1}{2} - \frac{4x-3}{3} = \frac{1-5x}{6}$

23. Efetua e simplifica as seguintes operações com polinómios:

a) $x(x - 2)$
b) $-t^3(7 - t)$
c) $a(b + c) - b(a - c)$
d) $m^2(2n - p) - p(m^2 - n)$
e) $(x^2 - 1)(x^2 + 4)$
f) $2x(x^2 + 3x - 1) - x(1 - x^2)$
g) $(m - 2n)(2m - n)$
h) $(x + 3y + 1)(3x - y + 2)$
i) $-3x^2 \times 5x(x + 1) + x(3x)$
j) $x(4x^3 + x^2 - 1) - 3x(x - 4)$
l) $(a + b)(a + 3b)$
m) $\left(-\frac{1}{2}x + 1\right)x - 3\left(\frac{2}{3}x^2 - 2\right) \times \left(-\frac{3}{2}x\right)$

24. Resolve as seguintes equações em ordem a *y*:

a) $\frac{x-y}{2}-1=\frac{1}{2}$ b) $\frac{5}{3}(x-1)=\frac{x}{2}+y$ c) $4x=2(x-y)$

25. Utilizando os casos notáveis da multiplicação transforma cada uma das expressões algébricas num polinómio reduzido.

a) $(x+5)^2$ b) $(\frac{1}{2}a+\frac{1}{3})^2$ c) $(-3a+5)^2$ d) $(-2a-5)^2$

e) $(2-x)(2+x)$ f) $(x-8)(x+8)$ g) $\left(a^2-\frac{1}{2}b\right)(a^2+\frac{1}{2}b)$ h) $(2x-8)^2$

26. Decompõe em fatores os seguintes polinómios:

a) $6t-3$ b) a^3+2a c) $3x^2-15xy$ d) $100z-10z^2$

e) $2ab-4a^2b$ f) x^2+6x+9 g) $3ab^2+6a^2b^2+12ab^3$ h) $(x+7)+2(x+7)$

i) $2(8x+1)^2-(8x+1)$ j) $1-6x+9x^2$ l) $16a^2-\frac{49}{81}$

27. Resolve, aplicando a lei do anulamento do produto, cada uma das seguintes equações:

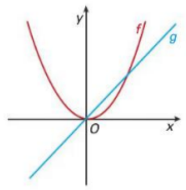
a) $(x+1)(x-7)=0$ b) $(x+5)(-x-1)=0$ c) $(3x+1)(5-7x)=0$

d) $x(x+3)=0$ e) $\frac{1}{2}x(x-1)\left(2x+\frac{1}{5}\right)=0$ f) $\left(2x-\frac{1}{2}\right)\left(x-\frac{1}{4}\right)(-\frac{1}{5}x)=0$

28. No gráfico seguinte estão representadas as funções $f(x)=x^2$ e $g(x)=x$.

28.1. Sem efetuares cálculos, indica quantas soluções tem a equação $f(x)=g(x)$.

28.2. Determina o conjunto solução dessa equação.



29. Das seguintes equações identifica as que são equações do 2º grau:

$x^2=9$; $x-7^2$; $2x+3=5$; $0x^2+7x-3=0$; $3x^2-5x=8$; $x^3=x^2$

30. Resolve as seguintes equações do 2º grau incompletas:

a) $3x^2=0$ b) $3x^2=2x^2$ c) $x(x-3)=5x^2-3x$ d) $x^2-3x=0$

e) $4x^2+8x=0$ f) $\frac{1}{2}x^2=\frac{1}{3}x$ g) $\frac{2}{3}x^2+4=x-x^2+4$ h) $x^2-9=0$

i) $x^2+16=0$ j) $-8x^2+32=0$ l) $(x-2)^2-(\frac{1}{2}x)^2=-4x$ m) $6x^2-5=x^2$

31. Utiliza a fórmula resolvente para determinar as soluções de cada uma das equações.

a) $x^2-5x+6=0$ b) $x^2-x-2=0$ c) $2x^2-4x+1=0$

32. Escreve na forma canónica e, em seguida, resolve as seguintes equações:

a) $x(x-2)=63$ b) $(x-1)^2-3(x-1)=0$ c) $\frac{1}{2}(-x-2)^2=3(x-2)$

33. Determina o binómio discriminante de cada uma das equações seguintes e indica quantas soluções tem cada uma dessas equações.

a) $3x^2-6x+8=0$ b) $25x^2-10x+1=0$ c) $-x^2+7x+1=0$

34. Resolve as equações seguintes por dois processos diferentes: 1º processo) decomposição em fatores e aplicação da lei do anulamento do produto; 2º processo) fórmula resolvente.

a) $5x^2-15x=0$ b) $16x^2=25$ c) $x(1-x)+7x(1-x)=0$

35. A altura *h*, em metros, atingida por um corpo que é projetado de baixo para cima, ao fim de *t* segundos com uma velocidade inicial de 20m/s, é dada pela fórmula: $h=-5t^2+20t+2$.

35.1. Determina a que altura do solo se encontra o corpo ao fim de dois segundos.

35.2. Quando o corpo se encontra a 17m do solo, quanto tempo decorreu após o lançamento?

35.3. Será que o corpo atinge a altura de 100 m? Justifica a tua resposta.

36. Qual é a idade do João se há três anos o quadrado da sua idade era igual ao quíntuplo da idade que terá daqui a sete anos?

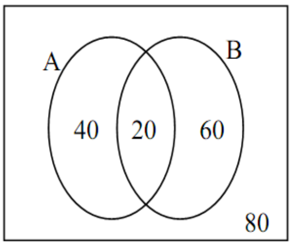
Resolução da Ficha nº2 **Probabilidades. Funções. Equações**

1.1. $S = \{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$
1.2. Há 10 resultados possíveis.
1.3.1. $A = \{3,6,9\}; B = \{2,3,5,7\};\ C = \{\quad\}; D = \{0\}; E = \{1,2,4,9\}; F = \{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}; G = \{1\}$
1.3.2. Os acontecimentos elementares são os acontecimentos D e G. Os acontecimentos compostos são os acontecimentos A, B, E e F.
1.3.3. Ocorrem os acontecimentos A, E e F.
1.3.4. F é um acontecimento certo e C é um acontecimento impossível.

2.1. C é um acontecimento composto e D é um acontecimento elementar.
2.2.1. $\bar{B} = \{2,4,6,8,10\}$
2.2.2. $A \cap B = \{\quad\}$
2.2.3. $A \cup C = \{1,2,4,6,8,10\}$
2.3. A e B são incompatíveis pois a sua interseção é o conjunto vazio e a sua reunião é o espaço amostral. B e D são disjuntos pois a sua interseção é o conjunto vazio.

3.1. A afirmação da Ana é falsa. O valor da frequência relativa da face branca é $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$. Segundo a Lei dos Grandes Números quando o número de repetições da experiência aleatória é elevado, a frequência relativa de um acontecimento tende a estabilizar num valor que se adota como probabilidade desse acontecimento. Como tal, ao lançar o referido dado muitas vezes, é de esperar que a face branca fique virada para cima em aproximadamente $\frac{1}{3}$ do número total de lançamentos.
3.2. $\frac{2}{3} \times 1200 = 800$. É de esperar que a face azul ocorra 800 vezes.

4. Numa experiência aleatória em que os acontecimentos elementares são equiprováveis, a probabilidade de um determinado acontecimento é dada pelo quociente entre o número de casos favoráveis à sua ocorrência e o número de casos possíveis.



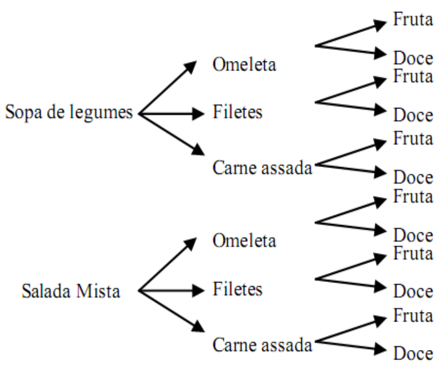
5.1. $60 + 80 + 80 = 220;\quad 220 - 200 = 20; A: 60 - 20 = 40;\ \ B: 80 - 20 = 40$

$$P(\text{"Fazer compras apenas no supermercado A"}) = \frac{n^{\underline{o}}\ casos\ favoráveis}{n^{\underline{o}}\ casos\ possíveis} = \frac{40}{200} = \frac{1}{5}$$

5.2.

$$P(\text{"Fazer compras nos dois supermercados"}) = \frac{n^{\underline{o}}\ casos\ favoráveis}{n^{\underline{o}}\ casos\ possíveis} = \frac{20}{200} = \frac{1}{10}$$

5.3. $P(\text{"Fazer compras no supermercado B"}) = \frac{n^{\underline{o}}\ casos\ favoráveis}{n^{\underline{o}}\ casos\ possíveis} = \frac{80}{200} = \frac{2}{5}$



6.1. Podem fazer-se 12 refeições diferentes.
6.2. $P(\text{"Escolher refeição sem sopa"}) = \frac{n^{\underline{o}}\ casos\ favoráveis}{n^{\underline{o}}\ casos\ possíveis} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$

6.3. $P(\text{"Escolher refeição com sopa e fruta"}) = \frac{n^{\underline{o}}\ casos\ favoráveis}{n^{\underline{o}}\ casos\ possíveis} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$

7. Constrói-se uma tabela de dupla entrada considerando a diferença entre o maior e menor número saídos:

	1	2	3	4	5	6
1	0	1	**2**	3	4	5
2	1	0	1	**2**	3	4
3	**2**	1	0	1	**2**	3
4	3	**2**	1	0	1	**2**
5	4	3	**2**	1	0	1
6	5	4	3	**2**	1	0

$$P(\text{"Diferença entre maior e menor número saídos"}) = \frac{n^{\text{o}}\ casos\ favoráveis}{n^{\text{o}}\ casos\ possíveis} = \frac{8}{36} = \frac{2}{9}$$

8.1. $P(\text{"Cubo retirado é amarelo"}) = \frac{n^{\text{o}}\ casos\ favoráveis}{n^{\text{o}}\ casos\ possíveis} = \frac{2}{5}$

8.2. $P(\text{"Cubo retirado é azul"}) = \frac{n^{\text{o}}\ casos\ favoráveis}{n^{\text{o}}\ casos\ possíveis} = \frac{0}{5} = 0$

8.3. $P(\text{"Cubo retirado é vermelho"}) = \frac{n^{\text{o}}\ casos\ favoráveis}{n^{\text{o}}\ casos\ possíveis} = \frac{1}{5}$; $\frac{1}{5} \times 200 = 40$

Recorrendo à Lei dos Grandes Números, espera-se que o cubo vermelho ocorra 40 vezes.

8.4. Constrói-se uma tabela de dupla entrada considerando a retirada sucessiva de dois cubos sem reposição do primeiro:

1º/2º	A	A	Verde	Verde	Verm
A		(A,A)	(A,V)	(A,V)	(A,Vm)
A	(A,A)		(A,V)	(A,V)	(A,Vm)
Verde	(V,A)	(V,A)		(V,V)	(V,Vm)
Verde	(V,A)	(V,A)	(V,V)		(V,Vm)
Verm	(Vm,A)	(Vm,A)	(Vm,V)	(Vm,V)	

$$P(\text{"Cubos de cores diferentes"}) = \frac{n^{\text{o}}\ casos\ favoráveis}{n^{\text{o}}\ casos\ possíveis} = \frac{16}{20} = \frac{4}{5}$$

9. É preciso determinar a área do trapézio e a área da zona sombreada. A área do trapézio é $\frac{B+b}{2} \times h$. Os valores da base maior e da base menor do trapézio são conhecidos. Falta determinar a altura do trapézio. Sabendo que o trapézio é isósceles, é possível determinar a altura do trapézio através do Teorema de Pitágoras: $c_1^2 + c_2^2 = h^2$. É conhecido o valor de um dos catetos do triângulo retângulo. O valor do outro cateto obtém-se da seguinte forma: $\frac{10-6}{2} = 2$. Aplicando o teorema de Pitágoras vem: $3^2 + 2^2 = h^2 \Leftrightarrow 9 + 4 = h^2 \Leftrightarrow h = -\sqrt{13} \vee h = \sqrt{13}$. Assim, a área do trapézio é: $A = \frac{10+6}{2} \times \sqrt{13} = 8\sqrt{13}$. A área da região sombreada é dada por $A = 6 \times \sqrt{13} = 6\sqrt{13}$. Por fim,

$$P(\text{"Ponto escolhido ao acaso estar na região sombreada"}) = \frac{6\sqrt{13}}{8\sqrt{13}} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$

10.1. Proporcionalidade direta: quanto maior for o comprimento do lado maior será o respetivo perímetro; constante de proporcionalidade igual a 4.

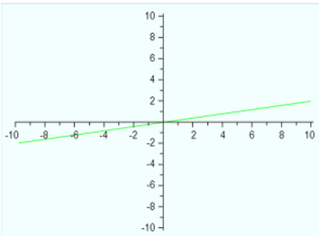
10.2. Proporcionalidade inversa: quanto maior o caudal da torneira menos tempo levará a encher o depósito. As duas grandezas variam inversamente na mesma proporção.

10.3. Proporcionalidade inversa: quanto maior a velocidade média do automóvel menor será o tempo que leva a percorrer dado percurso. Quanto menor for essa velocidade média maior será o tempo que demora a percorrer esse percurso.

10.4. Proporcionalidade direta: quanto maior a velocidade média maior será o espaço percorrido. As duas grandezas variam na mesma proporção.
10.5. Proporcionalidade direta: quanto maior for o raio do círculo, maior será o seu perímetro. Através da fórmula do perímetro do círculo, conclui-se que a constante de proporcionalidade é 2π.
10.6. Não há qualquer tipo de proporcionalidade.

11. Para cada tabela irá começar-se por verificar a existência ou não de proporcionalidade direta, determinando se a razão entre os valores correspondentes de x e y é constante. Caso não ocorra verifica-se se há proporcionalidade inversa determinando se o produto entre os valores correspondentes de x e y é constante.
Tabela 1: $\frac{6}{3}=\frac{12}{6}=\frac{18}{9}=\frac{24}{12}=2$. A relação entre x e y é de proporcionalidade direta com constante de proporcionalidade igual a 2.
Tabela 2: $\frac{3,6}{1,2}=3$; $\frac{2}{2}=1$. Não há proporcionalidade direta entre x e y.
$1,2\times 3,6=4,32$; $2\times 2=4$. Não há proporcionalidade inversa entre x e y.
Tabela 3: $\frac{6}{1}=6$; $\frac{3}{2}=1,5$. Não há proporcionalidade direta entre x e y.
$1\times 6=6$; $2\times 3=6$; $6\times 1=6$; $(-2)\times(-3)=6$. A relação entre x e y é de proporcionalidade inversa com constante de proporcionalidade igual a 6.
Tabela 4: $\frac{5}{0,8}=6,25$; $\frac{2,67}{1,5}=1,78$. Não há proporcionalidade direta entre x e y.
$0,8\times 5=4$; $1,5\times 2,67=4,005$. Não há proporcionalidade inversa entre x e y.
Tabela 5: $\frac{20}{0,05}=400$; $\frac{4}{0,25}=16$. Não há proporcionalidade direta entre x e y.
$0,05\times 20=1$; $0,25\times 4=1$; $0,5\times 2=1$; $0,8\times 1,25=1$. A relação entre x e y é de proporcionalidade inversa com constante de proporcionalidade igual a 1.
Tabela 6: $\frac{12}{80}=\frac{15}{100}=\frac{18}{120}=\frac{30}{200}=0,15$. A relação entre x e y é de proporcionalidade direta com constante de proporcionalidade igual a 0,15.

12.1.1. Se as grandezas são diretamente proporcionais, a expressão algébrica de *y* em função de *x* é da forma: $y=kx$. Então, $k=\frac{y}{x}$, de onde vem que $k=\frac{2}{10}=\frac{1}{5}$ e como tal $y=\frac{x}{5}$.
12.1.2.

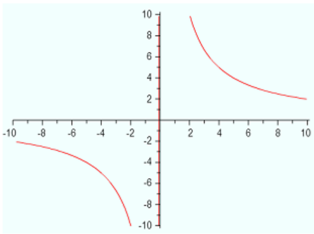


12.1.3. A constante de proporcionalidade é $\frac{1}{5}$.

12.2.1. Se as grandezas são inversamente proporcionais, a expressão algébrica de *y* em função de *x* é da forma: $y=\frac{k}{x}$.

Então, $k=x\times y$, de onde vem que $k=10\times 2=20$ e como tal $y=\frac{20}{x}$.

12.2.2.



12.2.3.A constante de proporcionalidade é 20.

13.1. As variáveis são inversamente proporcionais se o produto dos valores correspondentes de *x* e *y* de cada ponto do gráfico de coordenadas *(x,y)* for constante.
$2\times 6=3\times 4=4\times 3=6\times 2=8\times 1,5=12$. Esse produto é constante, logo as variáveis x e y são inversamente proporcionais e a constante de proporcionalidade é 12. No contexto deste problema, a constante de proporcionalidade refere-se à área (fixa) dos diferente retângulos de medida de comprimento *x* e medida de largura *y*.
13.2. Se a relação entre x e y é de proporcionalidade inversa, a expressão analítica que relaciona x e y é da forma: $y=\frac{k}{x}$, com k a ser o valor da constante de proporcionalidade. Assim a expressão que se pretende é: $y=\frac{12}{x}$.
13.3. $x=5; y=\frac{12}{5}=2,4$

13.4. A largura é representada pela variável y, então $y = 2{,}5$; $2{,}5 = \frac{12}{x} \Leftrightarrow x = \frac{12}{2{,}5} \Leftrightarrow x = 4{,}8$. O comprimento do retângulo é 4,8.

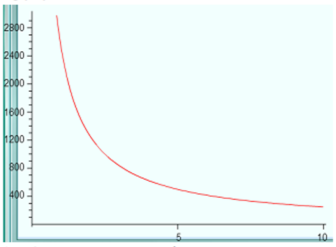
14. Opção c)

O preço da prenda mantém-se constante independentemente do número de primos que participam na despesa. Quanto maior for o número de primos participar na despesa menor será o custo do presente para cada um deles. Estamos perante uma situação de proporcionalidade inversa. Se com cinco primos caberia a cada um pagar x euros, quando o número de primos duplica, então o valor a pagar por cada um passa a metade: $\frac{x}{2}$.

15.1. $N(t) = \frac{2500}{t}$; $N(1) = 2500$; $N(2) = \frac{2500}{2} = 1250$; $N(4) = \frac{2500}{4} = 625$; $N(5) = \frac{2500}{5} = 500$; $N(10) = \frac{2500}{10} = 250$. Assim, obtém-se a seguinte tabela:

t	1	2	4	5	10
N	2500	1250	625	500	250

15.2.



15.3. N e t são inversamente proporcionais e a sua constante de proporcionalidade é 2500. No contexto deste problema, refere-se ao número inicial de coelhos nesta população.

16.1. Mantendo-se constante a velocidade, a relação existente entre o tempo e o espaço percorrido é de proporcionalidade direta pois quanto maior o espaço a percorrer maior será o tempo que o corpo leva a mover-se. Além disso, $e = vt$, com v constante, que traduz uma função de proporcionalidade direta.

16.2. $v = 80$; $t = 3$; $e = 80 \times 3 = 240$. Percorre 240 km.

16.3. $v = 800$; $e = 2000$; $t = \frac{2000}{800} = 2{,}5$. Demora duas horas e trinta minutos.

17.

n	200	x
d	60	40

Seja n o número de operários e d o número de dias que demora a construção da ponte. São duas grandezas inversamente proporcionais pois quanto maior ou menor o número de operários menor ou maior, respetivamente, será o número de dias que demora a operação. Assim $n \times d$ é constante, logo se $200 \times 60 = 12000$, então, $x \times 40 = 12000 \Leftrightarrow x = \frac{12000}{40} \Leftrightarrow x = 300$. Serão necessários 300 operários.

18.1. É sabido que a relação entre o tempo que um corpo demora a percorrer um dado percurso e a sua velocidade média é uma relação de proporcionalidade inversa. $10000 \times 6000 = 60000000$; $x \times 100000 = 60000000 \Leftrightarrow x = \;= \frac{60000000}{100000} \Leftrightarrow x = 600$

Demorará 600 horas.

18.2. $x \times 5000 = 60000000 \Leftrightarrow x = \frac{60000000}{5000} \Leftrightarrow x = 12000$. Demorará 12000 horas.

18.3.1.

q	1	0,2
d	300	x

$$1 \times 300 = 300;\ \ 0{,}2 \times x = 300 \Leftrightarrow x = \frac{300}{0{,}2} \Leftrightarrow x = 1500$$

A comida chegará para 1200 dias.

18.3.2. $1{,}5 \times x = 300 \Leftrightarrow x = \frac{300}{1{,}5} \Leftrightarrow x = 200$. A comida chegará para 300 dias.

18.3.3. Em primeiro lugar, é preciso saber a quantidade diária de comida consumida sabendo que a viagem demorou 375 dias: $q \times 375 = 300 \Leftrightarrow q = \frac{300}{375} \Leftrightarrow q = 0{,}8$. Por dia foram consumidas 800 gramas de comida. Como seguiram quatro astronautas na viagem: $\frac{0{,}8}{4} = 0{,}2$; isto é, em média, cada astronauta ingeriu 200 gramas de comida por dia.

19.1. O gráfico 1 é o gráfico de uma função de proporcionalidade direta cuja representação gráfica é uma reta que passa pela origem do referencial; o gráfico 2 é o gráfico de uma função de proporcionalidade inversa cuja representação gráfica é uma hipérbole; o gráfico 3 é o gráfico de uma função quadrática do tipo $y = ax^2$ cuja representação gráfica é uma parábola com vértice na origem do referencial.

19.2. No gráfico 1, é conhecido o ponto (2,1). Sabendo que a expressão analítica de uma função de proporcionalidade direta é do tipo $y = kx$, vem que: $1 = k \times 2 \Leftrightarrow k = \frac{1}{2}$. Assim, a expressão algébrica obtida é $y = \frac{1}{2}x$.

No gráfico 2, é conhecido o ponto (2,1). Sabendo que a expressão analítica de uma função de proporcionalidade inversa é do tipo $y = \frac{k}{x}$, vem que: $1 = \frac{k}{2} \Leftrightarrow k = 2$. Assim, a expressão algébrica obtida é $y = \frac{2}{x}$.

No gráfico 3, é conhecido o ponto (1,2). Sabendo que a expressão analítica da função representada por este gráfico é do tipo$y = ax^2$, vem que: $2 = a \times 1^2 \Leftrightarrow a = 2$. Assim, a expressão algébrica obtida é $y = 2x^2$.

20.1. Funções de proporcionalidade direta: $b(x), k = 0{,}5$; $g(x), k = -1$; $j(x), k = -\frac{1}{7}$.

Funções de proporcionalidade inversa: $e(x), k = \frac{4}{5}$; $f(x), k = -100$; $i(x), k = 3$.

20.2. Funções quadráticas são funções do tipo $y = ax^2 + bx + c, a \neq 0$. Assim as funções quadráticas são: $a(x), a = \frac{3}{2}$; $h(x), a = 2$; $m(x), a = -5$.

21.1. É conhecido o ponto (1,4) pertencente à parábola que representa a função *f*. Assim: $4 = a1^2 \Leftrightarrow a = 4$. Logo a expressão algébrica é $y = 4x^2$.

É conhecido o ponto (1,-2) pertencente à parábola que representa a função *f*. Assim: $(-2) = a1^2 \Leftrightarrow a = -2$. Logo a expressão algébrica é $y = -2x^2$.

21.2.3. Uma função cuja concavidade esteja voltada para cima e cuja abertura seja maior do que a da parábola da função *f*, requer um valor de *a* (na expressão $y = ax^2$) positivo e inferior a 4. Um exemplo de uma função assim é: $y = 2x^2$.

Uma função cuja concavidade esteja voltada para baixo e cuja abertura seja menor do que a da parábola da função *f*, requer um valor de *a* (na expressão $y = ax^2$) negativo e cujo valor absoluto seja superior a 2. Um exemplo de uma função assim é: $y = -6x^2$.

22.

a) $4 + (3x - 1) = 5x - (1 - 2x) \Leftrightarrow 4 + 3x - 1 = 5x - 1 + 2x \Leftrightarrow 3x - 5x - 2x = -4 + 1 - 1 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow -4x = -4 \Leftrightarrow x = 1 \qquad C.S. = \{1\}$

b) $5(2 - x) + 3 = 0 \Leftrightarrow 10 - 5x + 3 = 0 \Leftrightarrow -5x = -13 \Leftrightarrow x = \frac{13}{5}\ C.S. = \left\{\frac{13}{5}\right\}$

c) $2(x - 1) - 3(2x + 5) = 1 - x \Leftrightarrow 2x - 2 - 6x - 15 = 1 - x \Leftrightarrow 2x - 6x + x = 1 + 2 + 15 \Leftrightarrow -3x = 18 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow x = -6 \qquad C.S. = \{-6\}$

d) $2 - (4x + 5) = 1 - 3(4 - x) \Leftrightarrow 2 - 4x - 5 = 1 - 12 + 3x \Leftrightarrow -4x - 3x = -2 + 5 + 1 - 12 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow -7x = -8 \Leftrightarrow x = \frac{8}{7} \qquad C.S. = \left\{\frac{8}{7}\right\}$

e) $\frac{x}{2} - \frac{4x}{3} = \frac{5x-1}{6} \Leftrightarrow \frac{3x}{6} - \frac{8x}{6} = \frac{5x-1}{6} \Leftrightarrow 3x - 8x - 5x = -1 \Leftrightarrow -10x = -1 \Leftrightarrow x = \frac{1}{10} \qquad C.S. = \left\{\frac{1}{10}\right\}$

f) $0{,}3(x - 3) - 0{,}2(1 - 3x) = 1 \Leftrightarrow 0{,}3x - 0{,}9 - 0{,}2 - 0{,}6x = 1 \Leftrightarrow 0{,}3x - 0{,}6x = 1 + 0{,}9 + 0{,}2 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow -0{,}3x = 2{,}1 \Leftrightarrow x = -0{,}7 \qquad C.S. = \{-0{,}7\}$

g) $\frac{2-3x}{5} + \frac{3x-7}{3} = \frac{2(1-x)}{15} \Leftrightarrow \frac{6-9x}{15} + \frac{15x-35}{15} = \frac{2(1-x)}{15} \Leftrightarrow -9x + 15x + 2x = -6 + 35 + 2 \Leftrightarrow 8x = 31 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow x = \frac{31}{8} \qquad C.S. = \left\{\frac{31}{8}\right\}$

h) $\frac{x-1}{2} - \frac{4x-3}{3} = \frac{1-5x}{6} \Leftrightarrow \frac{3x-3}{6} - \frac{8x-6}{6} = \frac{1-5x}{6} \Leftrightarrow 3x - 8x + 5x = 1 + 3 - 6 \Leftrightarrow 0x = -2 \qquad C.S. = \emptyset$

23.

a) $x(x - 2) = x^2 - 2x$

b) $-t^3(7 - t) = t^4 - 7t^3$

c) $a(b + c) - b(a - c) = ab + ac - ab + bc = ac + bc$

d) $m^2(2n - p) - p(m^2 - n) = 2m^2n - m^2p - m^2p + pn = 2m^2n - 2m^2p + pn$

e) $(x^2 - 1)(x^2 + 4) = x^4 + 4x^2 - x^2 - 4 = x^4 + 3x^2 - 4$

f) $2x(x^2+3x-1)-x(1-x^2)=2x^3+6x^2-2x-x+x^3=3x^3+6x^2-3x$
g) $(m-2n)(2m-n)=2m^2-mn-4mn+2n^2=2m^2-5mn+2n^2$
h) $(x+3y+1)(3x-y+2)=3x^2-xy+2x+9xy-3y^2+6y+3x-y+2=$
$=3x^2-3y^2+8xy+5x+5y+2$
i) $-3x^2\times 5x(x+1)+x(3x)=-3x^2\times(5x^2+5x)+3x^2=-15x^4-15x^3+3x^2$
j) $x(4x^3+x^2-1)-3x(x-4)=4x^4+x^3-x-3x^2+12x=4x^4+x^3-3x^2+11x$
l) $(a+b)(a+3b)=a^2+3ab+ab+3b^2=a^2+4ab+3b^2$
m) $\left(-\frac{1}{2}x+1\right)x-3\left(\frac{2}{3}x^2-2\right)\times\left(-\frac{3}{2}x\right)=-\frac{1}{2}x^2+x+(-2x^2+6)\times\left(-\frac{3}{2}x\right)=-\frac{1}{2}x^2+x+3x^3-9x=3x^3-\frac{1}{2}x^2-8x$

24.
a) $\frac{x-y}{2}-1=\frac{1}{2}\Leftrightarrow\frac{x-y}{2}-\frac{2}{2}=\frac{1}{2}\Leftrightarrow x-y=1+2\Leftrightarrow -y=-x+3\Leftrightarrow y=x-3$
b) $\frac{5}{3}(x-1)=\frac{x}{2}+y\Leftrightarrow\frac{5}{3}x-\frac{5}{3}=\frac{x}{2}+y\Leftrightarrow\frac{10}{6}x-\frac{10}{6}=\frac{3}{6}x+\frac{6}{6}y\Leftrightarrow -6y=-10x+3x+10\Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow -6y=-7x+10\Leftrightarrow y=\frac{7}{6}x-\frac{5}{3}$
c) $4x=2(x-y)\Leftrightarrow 4x=2x-2y\Leftrightarrow 2y=2x-4x\Leftrightarrow 2y=-2x\Leftrightarrow y=-x$

25.
a) $(x+5)^2=x^2+10x+25$
b) $(\frac{1}{2}a+\frac{1}{3})^2=\frac{1}{4}a^2+\frac{1}{3}a+\frac{1}{9}$
c) $(-3a+5)^2=9a^2-30a+25$
d) $(-2a-5)^2=4a^2+20a+25$
e) $(2-x)(2+x)=4-x^2$
f) $(x-8)(x+8)=x^2-64$
g) $\left(a^2-\frac{1}{2}b\right)\left(a^2+\frac{1}{2}b\right)=a^4-\frac{1}{4}b^2$
h) $(2x-8)^2=4x^2-32x+64$

26.
a) $6t-3=3(2t-1)$
b) $a^3+2a=a(a^2+2)$
c) $3x^2-15xy=3x(x-5y)$
d) $100z-10z^2=10z(10-z)$
e) $2ab-4a^2b=2ab(1-2a)$
f) $x^2+6x+9=(x+3)^2=(x+3)(x+3)$
g) $3ab^2+6a^2b^2+12ab^3=3ab^2(1+2a+4b)$
h) $(x+7)+2(x+7)=(x+7)(1+2)=3(x+7)$
i) $2(8x+1)^2-(8x+1)=(8x+1)(2(8x+1)-1)=(8x+1)(16x+2-1)=(8x+1)(16x+1)$
j) $1-6x+9x^2=(1-3x)^2=(1-3x)(1-3x)$
l) $16a^2-\frac{49}{81}=\left(4a-\frac{7}{9}\right)\left(4a+\frac{7}{9}\right)$

27.
a) $(x+1)(x-7)=0\Leftrightarrow x+1=0\vee x-7=0\Leftrightarrow x=-1\vee x=7\quad C.S.=\{-1,7\}$
b) $(x+5)(-x-1)=0\Leftrightarrow x+5=0\vee -x-1=0\Leftrightarrow x=-5\vee x=-1\quad C.S.=\{-5,-1\}$
c) $(3x+1)(5-7x)=0\Leftrightarrow 3x+1=0\vee 5-7x=0\Leftrightarrow x=-\frac{1}{3}\vee x=\frac{5}{7}\quad C.S.=\left\{-\frac{1}{3},\frac{5}{7}\right\}$
d) $x(x+3)=0\Leftrightarrow x=0\vee x+3=0\Leftrightarrow x=0\vee x=-3\quad C.S.=\{-3,0\}$
e) $\frac{1}{2}x(x-1)\left(2x+\frac{1}{5}\right)=0\Leftrightarrow\frac{1}{2}x=0\vee x-1=0\vee 2x+\frac{1}{5}=0\Leftrightarrow x=0\vee x=1\vee x=-\frac{1}{10}\quad C.S.=\left\{-\frac{1}{10},0,1\right\}$
f) $\left(2x-\frac{1}{2}\right)\left(x-\frac{1}{4}\right)\left(-\frac{1}{5}x\right)=0\Leftrightarrow 2x-\frac{1}{2}=0\vee x-\frac{1}{4}=0\vee -\frac{1}{5}x=0\Leftrightarrow x=\frac{1}{4}\vee x=\frac{1}{4}\vee x=0\quad C.S.=\left\{0,\frac{1}{4}\right\}$

28.1. A equação $f(x)=g(x)$ tem duas soluções. As soluções são as abcissas dos pontos de interseção dos gráficos que representam as duas funções.
28.2. $f(x)=g(x)\Leftrightarrow x^2=x\Leftrightarrow x^2-x=0\Leftrightarrow x(x-1)=0\Leftrightarrow x=0\vee x=1\quad C.S.=\{0,1\}$

29. São equações do segundo grau: $x^2=9$; $3x^2-5x=8$.

30.
a) $3x^2=0\Leftrightarrow x=0\quad C.S.=\{0\}$

b) $3x^2 = 2x^2 \Leftrightarrow 3x^2 - 2x^2 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 0 \Leftrightarrow x = 0 \quad C.S. = \{0\}$
c) $x(x-3) = 5x^2 - 3x \Leftrightarrow x^2 - 3x - 5x^2 + 3x = 0 \Leftrightarrow -4x^2 = 0 \Leftrightarrow x = 0 \quad C.S. = \{0\}$
d) $x^2 - 3x = 0 \Leftrightarrow x(x-3) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = 3 \quad C.S. = \{0{,}3\}$
e) $4x^2 + 8x = 0 \Leftrightarrow 4x(2x+2) = 0 \Leftrightarrow 4x = 0 \vee 2x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee 2x = -2 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = -1$
$C.S. = \{-1{,}0\}$
f) $\frac{1}{2}x^2 = \frac{1}{3}x \Leftrightarrow \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{3}x = 0 \Leftrightarrow x\left(\frac{1}{2}x - \frac{1}{3}\right) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee \frac{1}{2}x - \frac{1}{3} = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee \frac{1}{2}x = \frac{1}{3} \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow x = 0 \vee x = \frac{2}{3} \quad C.S. = \left\{0, \frac{2}{3}\right\}$
g) $\frac{2}{3}x^2 + 4 = x - x^2 + 4 \Leftrightarrow \frac{2}{3}x^2 + \frac{12}{3} = \frac{3}{3}x - \frac{3}{3}x^2 + \frac{12}{3} = 0 \Leftrightarrow 2x^2 + 12 = 3x - 3x^2 + 12 \Leftrightarrow 5x^2 - 3x = 0 \Leftrightarrow$
$x(5x-3) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee 5x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = \frac{3}{5} \quad C.S. = \left\{0, \frac{3}{5}\right\}$
h) $x^2 - 9 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 9 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{9} \Leftrightarrow x = -3 \vee x = 3 \quad C.S. = \{-3{,}3\}$
i) $x^2 + 16 = 0 \Leftrightarrow x^2 = -16$ - Equação impossível - $C.S. = \emptyset$
j) $-8x^2 + 32 = 0 \Leftrightarrow -8x^2 = -32 \Leftrightarrow x^2 = 4 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{4} \Leftrightarrow x = -2 \vee x = 2 \quad C.S. = \{-2{,}2\}$
l) $(x-2)^2 - \left(\frac{1}{2}x\right)^2 = -4x \Leftrightarrow x^2 - 4x + 4 - \frac{1}{4}x^2 = -4x \Leftrightarrow 4x^2 - 16x + 16 - x^2 + 16x = 0 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow 3x^2 + 16 = 0 \Leftrightarrow 3x^2 = -16 \Leftrightarrow x^2 = -\frac{16}{3}$ - Equação impossível - $C.S. = \emptyset$
m) $6x^2 - 5 = x^2 \Leftrightarrow 6x^2 - x^2 - 5 = 0 \Leftrightarrow 5x^2 = 5 \Leftrightarrow x^2 = 1 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{1} \Leftrightarrow x = -1 \vee x = 1 \quad C.S. = \{-1{,}1\}$

31.
a) $x^2 - 5x + 6 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{5 \pm \sqrt{(-5)^2 - 4\times1\times6}}{2} \Leftrightarrow x = \frac{5\pm\sqrt{25-24}}{2} \Leftrightarrow x = \frac{5-1}{2} \vee x = \frac{5+1}{2} \Leftrightarrow x = 2 \vee x = 3$
$C.S. = \{2{,}3\}$
b) $x^2 - x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1\pm\sqrt{(-1)^2 - 4\times1\times(-2)}}{2} \Leftrightarrow x = \frac{1\pm\sqrt{1+8}}{2} \Leftrightarrow x = \frac{1\pm\sqrt{9}}{2} \Leftrightarrow x = \frac{1-3}{2} \vee x = \frac{1+3}{2} \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow x = -1 \vee x = 2 \quad C.S. = \{-1{,}2\}$
c) $2x^2 - 4x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{4\pm\sqrt{(-4)^2 - 4\times2\times1}}{2\times2} \Leftrightarrow x = \frac{4\pm\sqrt{16-8}}{4} \Leftrightarrow x = \frac{4\pm\sqrt{8}}{4} \Leftrightarrow x = \frac{4-\sqrt{8}}{4} \vee x = \frac{4+\sqrt{8}}{4}$
$$C.S. = \left\{\frac{4-\sqrt{8}}{4}, \frac{4+\sqrt{8}}{4}\right\}$$

32.
a) $x(x-2) = 63 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 63 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{2\pm\sqrt{(-2)^2 - 4\times1\times(-63)}}{2} \Leftrightarrow x = \frac{2\pm\sqrt{4+252}}{2} \Leftrightarrow x = \frac{2\pm\sqrt{256}}{2} \Leftrightarrow x = \frac{2\pm16}{2} \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow x = \frac{2-16}{2} \vee x = \frac{2\pm16}{2} \Leftrightarrow x = -7 \vee x = 9 \quad C.S. = \{-7{,}9\}$
b) $(x-1)^2 - 3(x-1) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 - 3x + 3 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 5x + 4 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{5\pm\sqrt{(-5)^2 - 4\times1\times4}}{2} \Leftrightarrow x =$
$\frac{5\pm\sqrt{25-16}}{2} \Leftrightarrow x = \frac{5\pm\sqrt{9}}{2} \Leftrightarrow x = \frac{5\pm3}{2} \Leftrightarrow x = \frac{5-3}{2} \vee x = \frac{5+3}{2} \Leftrightarrow x = 1 \vee x = 4 \quad C.S. = \{1{,}4\}$
c) $\frac{1}{2}(-x-2)^2 = 3(x-2) \Leftrightarrow \frac{1}{2}(x^2 + 4x + 4) = 3x - 6 \Leftrightarrow \frac{1}{2}x^2 + \frac{4}{2}x + \frac{4}{2} = 3x - 6 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow \frac{1}{2}x^2 + \frac{4}{2}x + \frac{4}{2} = \frac{6}{2}x - \frac{12}{2} \Leftrightarrow x^2 + 4x - 6x + 4 + 12 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x + 16 = 0 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow x = \frac{2\pm\sqrt{(-2)^2 - 4\times1\times16}}{2} \Leftrightarrow x = \frac{2\pm\sqrt{4-64}}{2} \Leftrightarrow x = \frac{2\pm\sqrt{-60}}{2}$ - Equação impossível - $C.S. = \emptyset$

33.
a) $3x^2 - 6x + 8 = 0; \quad a = 3 \quad b = -6 \quad c = 8$
$\Delta = (-6)^2 - 4 \times 3 \times 8 = 36 - 96 = -60$
$\Delta < 0$, logo a equação é impossível e não tem soluções
b) $25x^2 - 10x + 1 = 0; \quad a = 25 \quad b = -10 \quad c = 1$
$\Delta = (-10)^2 - 4 \times 25 \times 1 = 100 - 100 = 0$
$\Delta = 0$, logo a equação tem duas equações iguais
c) $-x^2 + 7x + 1 = 0; \quad a = -1 \quad b = 7 \quad c = 1$
$\Delta = 7^2 - 4 \times (-1) \times 1 = 49 + 4 = 53$
$\Delta > 0$, logo a equação tem duas equações diferentes

34.

a) 1º Processo: $5x^2-15x=0 \Leftrightarrow 5x(x-3)=0 \Leftrightarrow 5x=0 \vee x-3=0 \Leftrightarrow x=0 \vee x=3$ $\quad C.S.=\{0,3\}$

2º Processo: $5x^2-15x=0 \Leftrightarrow x=\frac{15\pm\sqrt{(-15)^2-4\times5\times0}}{2\times5} \Leftrightarrow x=\frac{15\pm\sqrt{225}}{10} \Leftrightarrow x=\frac{15-15}{10} \vee x=\frac{15+15}{10} \Leftrightarrow x=0 \vee x=3$
$C.S.=\{0,3\}$

b) 1º Processo: $16x^2=25 \Leftrightarrow 16x^2-25=0 \Leftrightarrow (4x-5)(4x+5)=0 \Leftrightarrow 4x-5=0 \vee 4x+5=0 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow x=\frac{5}{4} \vee x=-\frac{5}{4}$ $\quad C.S.=\left\{-\frac{5}{4},\frac{5}{4}\right\}$

2º Processo: $16x^2=25 \Leftrightarrow 16x^2-25=0 \Leftrightarrow x=\frac{0\pm\sqrt{0^2-4\times16\times(-25)}}{2\times16} \Leftrightarrow x=\frac{0\pm\sqrt{1600}}{32} \Leftrightarrow x=\frac{0\pm40}{32} \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow x=-\frac{40}{32} \vee x=\frac{40}{32} \Leftrightarrow x=-\frac{5}{4} \vee x=\frac{5}{4}$ $\quad C.S.=\left\{-\frac{5}{4},\frac{5}{4}\right\}$

c) 1º Processo: $x(1-x)+7x(1-x)=0 \Leftrightarrow (1-x)(x+7x)=0 \Leftrightarrow 1-x=0 \vee 8x=0 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow x=1 \vee x=0$ $\quad C.S.=\{0,1\}$

2º Processo: $x(1-x)+7x(1-x)=0 \Leftrightarrow x-x^2+7x-7x^2=0 \Leftrightarrow -8x^2+8x=0 \Leftrightarrow x=\frac{-8\pm\sqrt{8^2-4\times(-8)\times0}}{2\times(-8)} \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow x=\frac{-8\pm\sqrt{64-0}}{-16} \Leftrightarrow x=\frac{-8\pm8}{-16} \Leftrightarrow x=0 \vee x=1$ $\quad C.S.=\{0,1\}$

35.1. $t=2;\quad h=-5\times2^2+20\times2+2 \Leftrightarrow h=-20+40+2 \Leftrightarrow h=22$
R.: O corpo encontra-se a 22 metros de altura após 2 segundos.

35.2. $h=17;\quad -5t^2+20t+2=17 \Leftrightarrow -5t^2+20t-15=0 \Leftrightarrow t=\frac{-20\pm\sqrt{20^2-4\times(-5)\times(-15)}}{2\times(-5)} \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow t=\frac{-20\pm\sqrt{400-300}}{-10} \Leftrightarrow t=\frac{-20\pm\sqrt{100}}{-10} \Leftrightarrow t=\frac{-20\pm10}{-10} \Leftrightarrow t=\frac{-20-10}{-10} \vee t=\frac{-20+10}{-10} \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow t=3 \vee t=1$
R.: Decorreu 1 segundo após o lançamento se o corpo se encontrar na subida e decorreram 3 segundos se o corpo já se encontrar na fase descendente do seu movimento.

35.3. $h=100;\quad -5t^2+20t+2=100 \Leftrightarrow -5t^2+20t-98=0 \Leftrightarrow t=\frac{-20\pm\sqrt{20^2-4\times(-5)\times(-98)}}{2\times(-5)} \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow t=\frac{-20\pm\sqrt{400-1960}}{-10} \Leftrightarrow t=\frac{-20\pm\sqrt{-1560}}{-10}$. Esta equação é impossível logo não tem soluções.
R.: Não, o corpo nunca atinge a altura de cem metros.

36. Seja n a idade do João. (n-3) é a idade do João há três anos e (n+7) será a sua idade daqui a 7 anos. Então:
$(n-3)^2=5(n+7) \Leftrightarrow n^2-6n+9=5n+35 \Leftrightarrow n^2-11n-26=0 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow n=\frac{11\pm\sqrt{(-11)^2-4\times1\times(-26)}}{2\times1} \Leftrightarrow n=\frac{11\pm\sqrt{121+104}}{2} \Leftrightarrow n=\frac{11\pm\sqrt{225}}{2} \Leftrightarrow n=\frac{11\pm15}{2} \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow n=\frac{11-15}{2} \vee n=\frac{11+15}{2} \Leftrightarrow n=-2 \vee n=13$
R.: O João tem 13 anos.

Anexo 9

Escola Básica 2,3 Martim de Freitas
Ano Letivo 2012/2013

Núcleo de Estágio de Matemática

PROJETO 'TRABALHAR PARA O SUCESSO'
Relatório de Participação dos Alunos no Ano Letivo 2012/2013
9ºD

Apresenta-se em seguida um levantamento dos alunos da turma que participaram nas atividades do Projeto 'Trabalhar para o Sucesso'.

Número de Alunos da Turma: **18**	**1ºP**	**2ºP**	**3ºP**	**2012/2013**
Aulas de apoio lecionadas	12	14	14	40
Número de alunos que frequentaram pelo menos uma aula do TS	13 (72%)	17 (94%)	12 (67%)	17 (94%)
Número de alunos que nunca frequentou as aulas de apoio do TS	5 (38%)	1 (6%)	6 (33%)	1 (6%)
Média de alunos por aula	4	6	3	4

ALUNOS		**NÚMERO DE PRESENÇAS**			
N.º	**NOME**	**1º PERÍODO**	**2º PERÍODO**	**3º PERÍODO**	**TOTAL**
		1	7	1	9
		3	2	-	5
		-	-	-	0
		1	1	3	5
		-	7	-	7
		-	6	-	6
		2	2	2	6
		11	8	8	27
		-	2	4	6
		5	2	1	8
		4	5	4	13
		5	6	5	16
		-	6	-	6
		2	5	2	9
		3	1	3	7
		1	7	3	11
		-	3	-	3
		3	3	7	13

Anexo 10

DESAFIO DO MÊS

Regulamento

1. O **Desafio do Mês** é um concurso organizado pelo Núcleo de Estágio de Matemática.
2. O concurso tem como objectivo incentivar o gosto pela Matemática, desenvolver a capacidade de raciocínio e resolução de problemas e contribuir para o sucesso escolar.
3. Destina-se a todos os alunos do 3º e 4º anos do 1ºciclo, 2º e 3º ciclos da Escola Básica Martim de Freitas.
4. O **Desafio do Mês** decorrerá de **outubro de 2012 a maio de 2013** nos meses de outubro, novembro, janeiro, fevereiro, abril e maio.
5. Na segunda semana de cada mês serão afixados três Desafios: um destinado aos alunos do 1º ciclo (3º e 4º anos); um destinado aos alunos do 2º ciclo (5º e 6º anos) e outro destinado aos alunos do 3º ciclo (7º, 8º e 9º anos).
6. Os Desafios serão afixados nos placares de entrada de cada um dos blocos da escola e no bar dos alunos.
7. Os alunos que pretenderem uma cópia do enunciado poderão levantá-la na Reprografia.
8. Os alunos concorrem individualmente.
9. A proposta de resolução deverá estar identificada com o nome, número, ano e turma do participante e deverá referir o mês que corresponde o Desafio.
10. O participante deverá deixar a sua proposta de resolução, **até ao final do mês** a que se refere o concurso, num depósito especialmente destinado para o efeito e que estará colocado no **Laboratório de Matemática (sala 50)**.
11. A partir do mês de Novembro é atribuída a cada participante uma pontuação final, a qual corresponde à soma de todas as pontuações obtidas até esse momento.
12. A partir do mês de Novembro, na primeira semana de cada mês, são afixadas as resoluções dos Desafios do mês anterior, a pontuação obtida por cada participante nesse Desafio e a sua pontuação final. Será também afixada a resolução correta mais original.
13. São vencedores deste concurso os três participantes de cada ciclo que no final do mês de Maio, apresentem a maior pontuação final. Em caso de empate, os alunos em causa deverão responder a um novo problema.
14. No final será entregue um certificado de participação a todos os participantes que tenham respondido a, pelo menos, três Desafios.
15. Aos vencedores de cada ciclo será entregue um prémio, no final do ano letivo, em dia e hora a designar.
16. O júri do concurso é constituído pelos elementos do Núcleo de Estágio.
17. Cada problema é classificado de acordo com os seguintes critérios/níveis de desempenho:

Critérios de classificação	Pontuação
Apresenta uma resposta errada	0 pontos
Apresenta uma resposta correta sem justificação	2 pontos
Apresenta uma resposta correta com justificação incompleta Apresenta uma estratégia de resolução do desafio correta mas com resposta errada	5 pontos
Apresenta uma resposta correta com estratégia apropriada e completa de resolução do desafio	8 pontos
Clareza e Originalidade da Resolução	2 pontos

O presente regulamento, os enunciados dos problemas, as propostas de resolução e as classificações também poderão ser consultados na Internet, no endereço: www.agrupamentomartimdefreitas.com.

O Núcleo de Estágio de Matemática
Orientadora Cooperante:
Cecília Simões
Professores Estagiários:
Diogo Silva
Vânia Torrão

NÚCLEO DE ESTÁGIO DE MATEMÁTICA

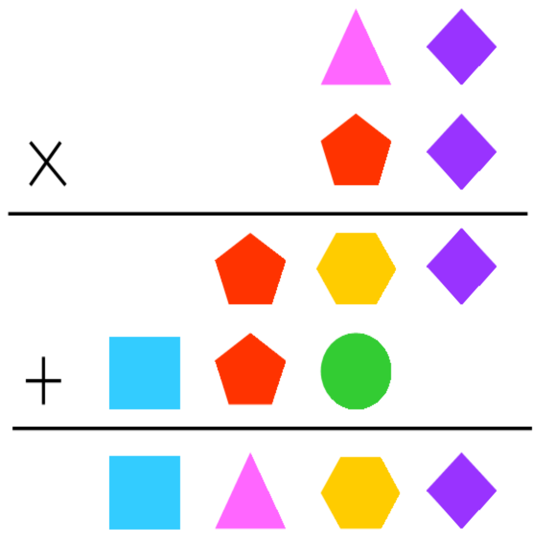
ESCOLA BÁSICA MARTIM DE FREITAS

DESAFIO DO MÊS

OUTUBRO

3º CICLO

Sabe-se que nesta operação aritmética cada figura geométrica corresponde a um algarismo.



Descobre os números correspondentes a cada uma das figuras geométricas explicando todos os passos do teu raciocínio.

DICA: Começa por identificar os valores possíveis de  .

2012/2013