O Culminar de uma Jornada.
A Idealização de um Sonho.

José Luís Marques Gaspar

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
FACULDADE DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
UNIVERSIDADE DE COIMBRA

O Culminar de uma Jornada.
A Idealização de um Sonho.

José Luís Marques Gaspar

Relatório para a obtenção do Grau de **Mestre em Ensino da Matemática no 3º ciclo do Ensino Básico e no Ensino Secundário**

JÚRI

PRESIDENTE: Helena Maria Mamede Albuquerque

ORIENTADOR PEDAGÓGICO: Graça Maria Barata Brilhante Tomás

ORIENTADOR CIENTIFICO: Jaime Maria Monteiro de Carvalho e Silva

VOGAL: Maria João Rodrigues Ferreira

DATA: Setembro de 2013

RESUMO

Este documento pretende relatar o estágio pedagógico ocorrido no Agrupamento de Escolas da Mealhada na Escola Secundária da Mealhada, sob a orientação pedagógica da Professora Graça Tomás e sob a orientação científica do Doutor Jaime Carvalho e Silva.

O núcleo de estágio foi constituído pela Orientadora Pedagógica e pelos elementos, José Gaspar e Tatiana Salvador. O serviço letivo atribuído à Professora Orientadora distribuiu-se por uma turma do 11º do curso Cientifico Humanístico de Artes que integra a disciplina de Matemática B, uma turma do 11º do Curso Profissional de Técnico Multimédia, cujo programa se desenvolve por módulos e uma turma do 12º do Curso Ciências e Tecnologias com a disciplina de Matemática A.

Do relatório constam quatro partes, a primeira corresponde ao trabalho desenvolvido para o interior da sala de aula, a segunda parte corresponde ao trabalho desenvolvido para o exterior da sala de aula, a terceira corresponde ao desenvolvimento profissional e a última termina com uma reflexão final de todo estágio.

Palavras-chave: Aluno, Motivação, Trabalho, Gosto.

ABSTRACT

This report was made in order to achieve the main goals of “Report and Traineeship” discipline integrated on Teaching Mats for Elementary and High School Master Degree.

My Internship occurred on Escola Secundária da Mealhada directed by Professor Mrs. Graça Tomás as a pedagogical supervisor and Professor Mr. Jaime Carvalho e Silva as scientific supervisor.

My group was composed by me Mr. José Gaspar and for Mrs. Tatiana Salvador. And we had three classes that has been attributed both on High School level where we teach Maths. The main difference between these three classes is only the area, one of them belongs to Arts area the other one belongs to a more professional oriented class with more practice and the other belongs to Science and Technology area.

This report is divided in four main parts, the first one describes all tasks that were developed and implemented inside of training room. The second one describes all activities that were developed outside of training room. The third describes all professional evolution. The ending part contains a short reflection about all experiences that have being sharing.

Keywords: Student, Motivation, Hard Work, Fondness.

AGRADECIMENTOS

Quero agradecer à minha orientadora de estágio, Graça Tomás, por todo o contributo para o meu desenvolvimento como pessoa e professor, pedindo desculpas por todas as “dores de cabeça” que lhe causei.

À minha colega de estágio, Tatiana Salvador, por toda a amizade, cumplicidade e companheirismo.

Ao diretor da Escola Secundária da Mealhada, Fernando Trindade, abertura da Escola à realização do Estágio e pela disponibilidade de recursos que proporcionou.

À minha família por acreditar em mim.

À minha namorada, Catarina Silva, pelo apoio incondicional, por todo o esforço que dedicou neste precioso ano e por todas as vezes que me levantou o espirito dizendo:

” Vai correr tudo bem desde que faças o teu melhor”.

Quero agradecer a todos os professores com quem me cruzei nesta vida, em especial aos professores de matemática, pelo esforço que tiverem em persistir no meu desenvolvimento como aluno, como adolescente, como adulto, como professor e como pessoa.

A todos, o meu Obrigado.

ÍNDICE

LISTA DE ABREVIATURAS

AEM – Agrupamento de Escolas da Mealhada

CNJM – Campeonato Nacional de Jogos Matemáticos

DGE – Direção Geral da Educação

ESM – Escola Secundária da Mealhada

FB – *Facebook*

PAA – Plano Anual de Atividades

SPM – Sociedade Portuguesa de Matemática

NEM – Núcleo de Estágio de Matemática

DMUC – Departamento de Matemática da Universidade de Coimbra

CP – Curso Profissional

PO – Professora Orientadora

PE – Projeto Educacional

LISTA DE FIGURAS

1. INTRODUÇÃO

Um professor, antes de ser um individuo profissional, também foi um aluno. Durante a sua vivência como aluno, ostentou dificuldades/facilidades em diferentes domínios do saber; ganhou/perdeu interesse nos diversos temas que lhe foram apresentados; criou laços com os colegas de trabalho; empenhou-se, esforçou-se e dedicou-se para chegar às suas expetativas. Como professor cabe-lhe lembrar-se que também foi aluno; mostrar a “magia” que existe na aprendizagem e espalhar a motivação e gosto que tem pela profissão.

Assim, este relatório tem como objetivo fazer uma breve exposição do ano letivo 2012/2013 passado junto da comunidade escolar da ESM, exaltando todo o trabalho, dedicação e intervenção do NEM, cujos principais objetivos foram motivar e apelar ao gosto pela aprendizagem da matemática.

Para facilitar a análise e leitura, o relatório será dividido em quatro partes.

Na primeira parte será referido de uma forma sintética todo o trabalho desenvolvido em contexto de sala de aula, as planificações das aulas que serviram de guia e as metodologias utilizadas na lecionação dos conteúdos. Ainda neste campo, será exposta a complexa tarefa de avaliar toda a panóplia de alunos e as atividades realizadas em contexto de sala de aula

A segunda parte exibirá as atividades desenvolvidas fora da sala de aula, muito importantes na promoção do enriquecimento e do gosto pela matemática na comunidade escolar.

A terceira parte remete para o crescimento profissional, com a exposição das atividades de formação e reuniões/diálogos que o NEM teve o prazer de assistir, pois o mestrado é apenas mais uma fase de aprendizagem do longo percurso do docente.

Na última parte será apresentada a reflexão final da vivência, pessoal e profissional, deste ano letivo.

2. NÚCLEO DE ESTÁGIO

O NEM da Escola Secundária da Mealhada do AGM era composto pela PO Graça Tomás e pelos estagiários José Gaspar e Tatiana Salvador.

Figura 1: NEM com "Phiscoitos" nas mãos

No decorrer da realização do estágio, o NEM teve a possibilidade de desfrutar dos vários espaços físicos da ESM, desde salas de aulas, de laboratórios, de um auditório e de uma sala de matemática, o "Laboratório de Matemática", um espaço onde se realizava o seminário do NEM, também era o local de trabalho do grupo de Matemática e onde se realizavam sessões de apoio a alunos com mais dificuldades. Também disfrutámos de um outro espaço que a Direção disponibilizou, por insistência de vários professores e do NEM, tendo como razões as dificuldades por que todos estamos a passar e pelas horas que estamos na escola, a "salinha dos cheiros", onde os professores almoçavam e confraternizavam.

A ESM dispunha ainda de um Serviço de Psicologia e Orientação, de um Gabinete de Apoio ao Jovem (GAJ) e de uma sala "Time Out". Para esta última sala, iriam os alunos mais desestabilizadores, onde teriam de redigir uma reflexão dos seus atos e acarretar com algumas consequências.

O NEM durante esta jornada teve ainda o privilégio de integrar no grupo de matemática, uma equipa experiente, unida, trabalhadora e sempre pronta a ajudar. Relativamente à restante comunidade escolar, esta foi sempre muito acolhedora, prestável e amável.

À PO foram atribuídas duas turmas do 11ºano: a turma C11, Curso Cientifico Humanístico de Artes Visuais com Matemática B, composta exclusivamente por 8 alunas;

Figura 2: Turma C11

A turma D1, CP Técnico de Multimédia com Matemática para CP, composta por 12 alunos, 7 alunos do sexo masculino e 5 do sexo feminino e uma do 12ºano, turma A, Curso Ciências e Tecnologias com Matemática A, composta por 22 alunos sendo 9 do sexo masculino e 13 do sexo feminino.

Figura 3: Turma D1 e respetivos professores num almoço de convívio

3. TRABALHO DESENVOLVIDO NAS AULAS

Como já foi referido, à PO ficaram atribuídas três turmas do secundário, todas de cursos diferentes. Os professores estagiários inicialmente passaram por um período de observação. Esse permitiu recolher informações para as diferentes abordagens e competências a desenvolver nas três turmas, ajudou na elaboração das planificações e na criação de laços e confiança nos alunos. Em meados de outubro os professores estagiários iniciaram a sua prática letiva nas turmas C11 e D1. De modo a ganhar mais experiências e vivências, os estagiários assistiram a todas as aulas da PO na turma A do 12º ano e, naturalmente, assistiram às aulas lecionadas pelo outro estagiário.

Tanto o 12º ano, turma A, com matemática A, como o 11ºano, turma C11, com matemática B, iriam enfrentar exames no final do seu ano letivo. Assim, toda a nossa intervenção, esforço, dedicação e aplicabilidade de conteúdos centrou-se numa vertente de rigor, simplicidade, clareza e motivação, com o intuito de proporcionar a estes alunos um bom último ano de matemática no Ensino Secundário e uma melhor entrada numa futura matemática de Ensino Superior.

Em suma, neste tópico, serão abordadas questões como o processo de preparação das planificações, a lecionação das aulas que incluirá uma pequena caracterização da turma, a instrumentalização para o processo avaliativo e a exposição de algumas atividades realizadas no contexto de sala de aula.

3.1. PLANIFICAÇÕES/ PLANO DE AULA

O sucesso de um bom professor, dentro da sala de aula, começa com a construção de uma boa planificação. As diferentes planificações, a longo/médio/curto prazo, constroem os alicerces da educação e do ensino.

Planificar é uma atividade que consiste em descrever e ordenar os objetivos do ensino e da aprendizagem dos alunos, criar instrumentos para aferir a qualidade da "mensagem", prever estratégias e selecionar recursos/materiais auxiliares. Planear é definir com clareza o que se pretende do aluno, da turma ou de um grupo, é, por isso, uma tarefa complexa e requer rigor, tempo e cuidado ao professor.

Seguem abaixo, as etapas intrínsecas à planificação:

Consultar o programa/planificação anual[1] da disciplina:

A planificação anual da disciplina, construída pelo NEM, indicava os conteúdos e objetivos a seguir. Competia aos professores estagiários selecionar os recursos a adotar para a melhor comunicação dos conceitos.

Estudar os conteúdos/objetivos específicos a lecionar:

Após a preparação criteriosa dos conteúdos a lecionar, seguia-se a idealização das metodologias mais adequadas e a sua exequibilidade em contexto de sala de aula. Esta preparação não se limitava ao manual adotado, eram consultados outros materiais, trocavam-se ideias com os colegas mais experientes e exploravam-se os mais diversos recursos espalhados pela internet. Era tido uma especial atenção na seleção de exercícios, bem como à sua adequação ao conteúdo a explanar, tendo sempre em conta as capacidades de aquisição de conhecimentos de cada turma.

Criar um esboço do plano, interiorizá-lo e partilhá-lo:

Com toda a recolha de informações sobre os conteúdos a lecionar e com os objetivos específicos definidos, vai-se criando mentalmente a estrutura da aula. A exposição oral das ideias à colega de estágio e à PO, o ser um bom ouvinte aos respetivos *feedbacks*, mas preparado para uma argumentação justificativa das nossas

[1] Anexo 1 – Planificação anual de Matemática B

opções, ajudam fortemente a redirecionar a conceção da planificação para se atingir o melhor sucesso.

Construir a planificação da aula em formato digital:

A passagem para formato digital permite ajustar o tempo para a lecionação dos tópicos, ajustar os pré-requisitos e os recursos a usar.

Solicitar, novamente, o *feedback* à PO:

É importante, crucial e determinante o *feedback* da PO, para saber se esta planificação é exequível.

Operacionalizar a planificação:

Temos de ter sempre em atenção que a planificação é uma orientação e a mesma não pode ser encarada como uma situação rígida, mas muito pelo contrário, sempre que a turma o exija, temos de ter a versatilidade de tomar um rumo necessário para dar resposta ao imponderável.

EVOLUÇÃO DO PLANO DE AULA

Ao longo da lecionação das aulas, foi possível verificar uma grande evolução no que toca à construção dos planos de aula, estes foram-se moldando às características das turmas. Para isso foi feito um trabalho criterioso de diagnose quer para a turma C11, com matemática B, quer para a turma D1 com matemática para CP. Destacam-se as metodologias/estratégias adotadas, nas planificações[2] da turma C11, que procuraram ir ao encontro das necessidades das alunas, que de um modo geral, apresentavam falta de destreza na resolução de problemas com enunciados longos. Para colmatar esta dificuldade passámos a selecionar e resolver exercícios tipo exame. Cumulativamente, os planos de aula continham exercícios simples para os pré-requisitos e para atenuar as lacunas de algumas das alunas.

O mesmo processo aconteceu para a turma do CP. Atendendo ao perfil do curso, o modo de trabalho dos alunos e as suas necessidades, fomos realizando uma seleção adequada dos exercícios para os temas a lecionar.

[2] Anexo 2 – Planificação da Aula da turma C11 e respetiva apresentação eletrónica - Anexo 3

GOVERNO DE PORTUGAL | MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E CIÊNCIA
Cód. 161007
AGRUPAMENTO DE ESCOLAS DA MEALHADA
ESCOLA SECUNDÁRIA DE MEALHADA
ANO LETIVO 2012/2013

PLANIFICAÇÃO DA AULA Nº 21/22
MATEMÁTICA PARA CURSOS PROFISSIONAIS
MODULO A7 – PROBABILIDADES

DATA: 30/11/2013
ANO: 11º TURMA: D11

SUMÁRIO:
- Correção do trabalho de casa;
- Probabilidade de acontecimentos independentes;
- Resolução de exercícios;
- Trabalho de investigação envolvendo os "jogos de azar" do dia a dia.

PRÉ-REQUISITOS:
- Acontecimentos;
- Operações com acontecimentos;
- Definição frequencista de probabilidade;
- Lei de Laplace.

TEMAS TRANSVERSAIS:
- Comunicação matemática;
- Tecnologia e Matemática;
- Modelação Matemática.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS:
- Esclarecer as dúvidas colocadas pelos alunos;
- Reconhecer acontecimentos independentes;
- Motivar o trabalho de grupo e cooperação na investigação de um "jogo de azar";
- Identificar os diferentes elementos de Probabilidades num "jogo de azar";
- Reconhecer as vantagens em utilizar modelos matemáticos para estudar fenómenos aleatórios.

RECURSOS
- Material de escrita;
- Máquina de calcular;
- Videoprojetor;
- Aplicações interativas.

AVALIAÇÃO: Observação direta; Cumprimento de regras; Realização de tarefas/empenhamento; Qualidade da participação oral.

Figura 4: Cabeçalho de um plano de aula para o CP, módulo A7

3.2. LECIONAÇÃO DAS AULAS

Como já foi referido anteriormente, os estagiários passaram por um período de observação e em outubro iniciaram a sua prática letiva nas turmas C11 e D1. Como o peso de horas letivas de cada turma era diferente, optámos por alternar a lecionação por temas ou conteúdos a abordar, de forma a haver uma equidade de trabalho entre os estagiários e uma melhor harmonia na lecionação dos conteúdos em cada turma.

O estagiário José Gaspar lecionou 60 aulas de 45 minutos, da turma C11, Curso Científico Humanístico de Artes, disciplina matemática B e 26 aulas de 45 minutos, da turma D1, CP Técnico de Multimédia. Relativamente à turma A do 12ºano, Curso Ciências e Tecnologias, disciplina de matemática A, prestava apoio individualizado e participava na construção dos testes e critérios de correção dos mesmos[3]

A turma C11, constituída por meninas inicialmente introvertidas, foi progredindo com o desenrolar das aulas devido à forte empatia que se gerou entre todos, revelando ser uma equipa cheia de brilho, afável e com vontade de trabalhar dentro da sala de aula, no final do ano letivo era "outra turma". Em virtude de estarem sujeitas a exame final de matemática B, estas teriam de mostrar um trabalho extra aula regular e de qualidade

[3] Anexo 4 – Critérios de correção de um Teste de matemática A 12ºano.

superior, porém tal facto não se verificava. Para superar este entrave, apoiámo-nos na tal empatia gerada e adotámos uma postura de maior exigência, rigor e persistência no trabalho, apelando à consolidação dos conteúdos lecionados nos anos anteriores como alicerce na construção dos novos temas. Tendo tido algum sucesso nesta estratégia, decidiu-se reajustar a planificação do 3ºPeríodo, com o intuito de antecipar o término do programa, para ter um número considerável de aulas práticas para resolver exercícios tipo exame, com treino de autocorreção e reflexão sobre os critérios específicos de exame.

Todas as aulas continham um suporte eletrónico e eram disponibilizadas por intermédio de Dropbox, para que as alunas, no seu trabalho individual, pudessem consolidar quer a parte teórica quer a parte prática. Ainda possibilitámos o esclarecimento de dúvidas pelo FB da página do NEM, Projeto MaTImatica II, usando um grupo privado da turma.

No trabalho das aulas deparámo-nos com três tipos de calculadoras diferentes, a Texas 83 plus, Casio fx-9860G e TI Nspire Cx. O NEM utilizava as duas primeiras em computador, projetando-as para toda a turma. Com a TI Nspire Cx procurámos explorar as suas potencialidades para os vários problemas que iriam surgindo. Considerando a diversidade de máquinas existentes, o NEM entendeu que seria mais vantajoso criar instruções de fácil perceção para que as alunas adquirissem destreza no manuseamento tecnológico e rapidez na resolução dos exercícios propostos.[4]

De acordo com o plano de estudos do CP Técnico de Multimédia, a turma D1 tem um ciclo de formação de 200 horas de Matemática, distribuídos por três anos. Como tal, para o 2ºano deste curso foram selecionados os módulos A7, Probabilidades e A6, Taxa de Variação, na respetiva ordem, perfazendo um subtotal de 45 horas letivas.

A turma D1 era constituída por alunos muito heterogéneos, tanto a nível de interesse como de conduta. No entanto, fomos de igual modo, ganhando um relacionamento estreito, passando por partilhar os momentos de almoço com jogos. Esta atitude mostrou ter sido uma boa estratégia, pois os alunos alteraram a sua postura para com o NEM, aceitando todos os desafios propostos, adquirindo gosto pela aprendizagem da disciplina, revelando-se uma turma de sucesso.

As metodologias e estratégias passaram pela criação de uma espécie de “Sebenta”[5]. Esta consistia numa síntese dos conteúdos/definições dos módulos, com

[4] Anexo 5 – Instruções criadas pelo NEM de como usar as calculadoras num problema de programação linear
[5] Anexo 6 – Excerto da “Sebenta” com slides referentes ao módulo A6

exercícios resolvidos para promover o estudo autónomo. Também procuramos selecionar exercícios que iam ao encontro dos objetivos do projeto *Júnior Achievement Portugal (JAP) “desenvolver competências no mercado, finanças e empreendedorismo ”.* Esta organização promoveu o evento “*Aprender a Empreender”* onde os alunos iriam competir com a sua Mini-Empresa e produto/serviço. Assim, os alunos ganhariam competências do mundo do mercado como na instrução de venda de capital, na apresentação de um plano de negócios, na originalidade de construção de um produto e na flexibilidade das diversas variações no mundo dos negócios. Cabia a nós, professores, auxilia-los e orientá-los no percurso deste projeto. Deste modo, moldámos os exercícios práticos do Módulo A6, “Taxa de Variação”, numa vertente Empresarial, onde os alunos teriam de analisar se uma Empresa estaria a obter lucro/prejuízo e justificar a melhor solução para aumentar a produtividade da mesma. Notámos que esta escolha fez com que os alunos revelassem um maior entusiasmo no envolvimento com este projeto e com a Matemática.

Na turma A, do 12º ano, os alunos eram trabalhadores, empenhados, dedicados e unidos. Desde início os alunos demonstraram respeito, confiança e afabilidade para com os professores estagiários. As aulas eram lecionadas pela PO e nestas, sempre que possível, era realizado pelos professores estagiários um apoio individualizado, com mais incidência a alunos repetentes. Este apoio verificou-se crucial, retirando cada aluno um bom proveito desta nossa presença na resolução de exercícios e na sua consolidação.

Nas aulas específicas de apoio, como estratégia recorremos propositadamente a gralhas de vários manuais, para despertar nos alunos um espírito crítico e melhorar o desenvolvimento do raciocínio lógico. Ainda neste ponto, a direção, no 2ºPeríodo, atribuiu aos alunos com várias repetências, uma aula de apoio de um bloco semanal. Estas aulas ficaram à inteira responsabilidade dos professores estagiários. A preparação destas teve em conta o criterioso trabalho de diagnose das dificuldades de cada aluno em particular, daí os exercícios selecionados de uma forma dirigida. Estas aulas foram bastante positivas incutindo confiança e gosto pela matemática.

A realização de todas as intervenções e experiências seriam impossíveis sem a orientação da PO e dos restantes elementos do grupo de matemática. A reflexão e troca de ideias foram gratificantes e enriquecedoras para os professores estagiários, contribuindo para a construção de uma “bagagem”, para adquirirem uma melhor postura e serenidade na operacionalização das aulas.

3.3. AVALIAÇÃO

A avaliação é uma tarefa complexa, mas essencial no trabalho do professor, auxiliando-o, em todos os passos, à aferir a qualidade do ensino e da aprendizagem. É através dos resultados obtidos que se consegue fazer uma análise dos conteúdos tratados, ou seja, se foram ao encontro dos objetivos específicos, se refletem o trabalho realizado pelo professor e aluno, se existiram progressos/dificuldades e refletir sobre as melhores metodologias a optar futuramente. Este processo ajuda ainda a desenvolverem nos alunos uma maior autoconfiança relativamente à aprendizagem. A avaliação adquire assim um papel importante e, portanto, é necessário transmitir desde o início de forma clara, serena e simples quais os critérios/regras nos diferentes domínios sobre os quais eles vão ser avaliados[6].

AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA[7]

O NEM realizou uma avaliação diagnóstica para a turma C11, com Matemática B e também participou na correção da avaliação diagnóstica da turma A do 12ºano com Matemática A. Com este tipo de avaliação podemos aferir se um aluno adquiriu ou não as bases/alicerces do raciocino matemático e prepará-los para construir um maior e mais eficiente edifício matemático.

AVALIAÇÃO CONTÍNUA

Como a avaliação não se resume aos resultados dos testes de avaliação, no caso do domínio comportamental, diariamente, elaboramos instrumentos que nos permitiram recolher informação dos diferentes domínios. Para tal, utilizámos uma grelha, onde os alunos assinavam o registo diário de trabalho de casa. Este procedimento era muito importante para distinguir situações de alunos no final dos períodos.

AVALIAÇÃO FORMATIVA

Para o domínio cognitivo utilizavam-se testes de avaliação escrita[8], de duração correspondente a um bloco. Também se recorreu à realização de trabalhos de investigação e de "Questão Aula"[9]. Esta última consistia numa prova de avaliação escrita, um pouco mais curta, cujo principal objetivo era avaliar os conteúdos lecionados, num

[6] Anexo 7 e 8 – Critérios de Avaliação da disciplina de Matemática B e de Matemática para CP, respetivamente
[7] Anexo 9 – Enunciado da avaliação diagnóstica da turma C11.
[8] Anexo 10 – Enunciado e respetiva correção do Teste de Avaliação da turma C11, disciplina de Matemática B
[9] Anexo 11 – Enunciado e respetiva correção da Questão Aula da turma D1, CP

espaço curto de tempo, e sensibilizar os alunos para a necessidade de um estudo e trabalho regular.

AVALIAÇÃO SUMATIVA

No final de cada período procedia-se à avaliação sumativa, resultante dos dados recolhidos ao longo do processo de ensino-aprendizagem. As classificações dos alunos foram debatidas pelo NEM, com a presença da PO, tendo sempre uma especial atenção à autoavaliação dos alunos. Todo este processo mostrou ser eficiente porque as classificações propostas coincidiram praticamente com a autoavaliação. O NEM também fez a monitorização das avaliações ao longo do ano letivo.

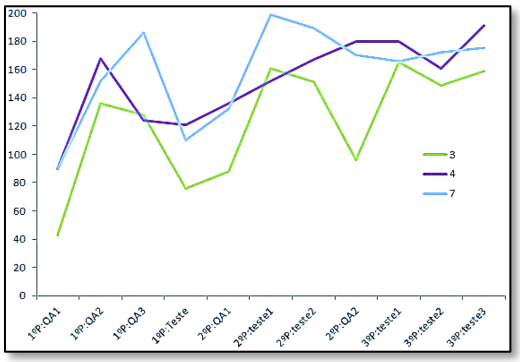


Figura 5: Avaliação Gradual de 3 alunas da turma C11 do 11ºano.

Da observação do gráfico é possível as mais variadas conjeturas. Por exemplo, as três alunas (3,4 e 7) obtiveram um fraco aproveitamento na primeira questão-aula do 2º Período, cujas razões poderão passar pela deficiente preparação ou pelo grau de dificuldade de conteúdos. Estas leituras eram debatidas e procuravam-se encontrar as melhores soluções para alterar este insucesso.

3.4. ATIVIDADES DESENVOLVIDAS EM CONTEXTO DE SALA DE AULA

O NEM, desde o início, demonstrou predisposição para "movimentar matematicamente" a escola, principalmente as suas turmas. Para tal, ao longo do ano letivo, uma das metodologias adotadas passou pela elaboração de atividades/desafios que apelassem à criatividade, curiosidade, motivação e aplicabilidade da matemática.

Segue-se uma lista com algumas dessas atividades:

APRESENTAÇÃO DO PE2 NA ESM

Declarado pela Unesco, 2013 foi escolhido como o ano para celebrar a Matemática do Planeta Terra e, como tal, no âmbito do PE, foi-nos proposto a elaboração de um estudo envolvendo temas inerentes a esta comemoração. Os temas escolhidos

“Historia da Matemática no Planeta Terra” e o “Mundo Animal e a Matemática” foram transformados em atividades que posteriormente resultaram em palestras apresentadas na ESM.

A atividade que envolvia o primeiro tema consistiu na apresentação do *site* criado por José Gaspar. Através de uma palestra expôs vários temas matemáticos tais como história da matemática Africana, sucessões, fractais, sistema binário, álgebra booleana e jogos matemáticos. Os alunos puderam navegar pelo *site* e jogar Kalah, Ouri ou Bao, três dos grandes jogos da família Mancala. Mais tarde, foi realizado um inquérito, com recurso ao Google Docs, onde os alunos avaliaram positivamente a palestra, o site, os jogos e os conteúdos abordados. Foi notória a motivação e vontade de conhecer a História da Matemática no nosso Planeta.

Figura 6: Página do meu *site* http://www.mat.uc.pt/~mat0703/PEZ/PEZ

O segundo tema contou com uma palestra que teve como oradora a estagiária Tatiana Salvador. Esta, através do seu *site* expôs fascinantes curiosidades matemáticas do mundo animal. Mais tarde realizou-se um inquérito de apreciação dos conteúdos e temas abordados. Com a realização desta atividade os alunos conseguiram visualizar diferentes abordagens matemáticas no Planeta Terra, adquiriram mais motivação e interesse pela Matemática no nosso Mundo.

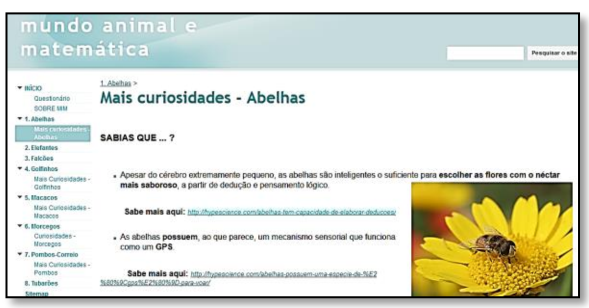


Figura 7: Página inicial do *site* *https://sites.google.com/site/mundoanimalematematica*

GEOGEBRA NA SALA DE AULA

A utilização correta das tecnologias, dentro da sala de aula, acarreta resultados positivos no Ensino/Aprendizagem, por exemplo, os alunos adquirem uma melhor assimilação de conteúdos, rapidez na averiguação de cálculos e contacto com as mais diversas situações do dia-a-dia. Considerando a panóplia de tecnologias existente, o NEM privilegiou a ferramenta Geogebra, por ser de fácil utilização e gratuita.

Na turma C11, a aplicação foi utilizada na lecionação do tema de trigonometria, nomeadamente na redução ao primeiro quadrante e na Programação Linear facilitou a visualização da construção da região admissível e da respetiva solução ótima. Foi gratificante verificar a velocidade de compreensão das alunas na aquisição de conceitos que por vezes podem ser difíceis de provar sem algo "palpável".

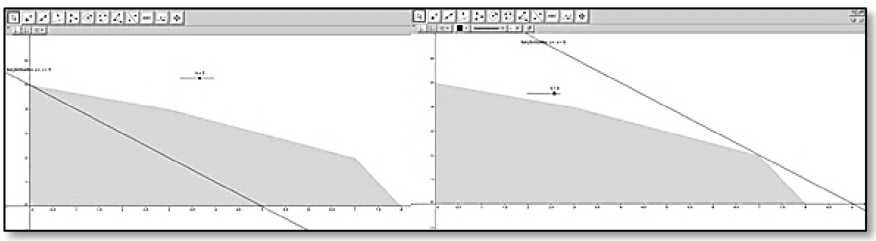


Figura 8: Demonstração do conceito "Retas de Nível" no tema Programação Linear

A ferramenta Geogebra também permitiu que os alunos visualizassem a "dinâmica/movimento" de certas figuras geométricas que exigiam um maior grau de abstração, possibilitando assim uma melhor perceção.

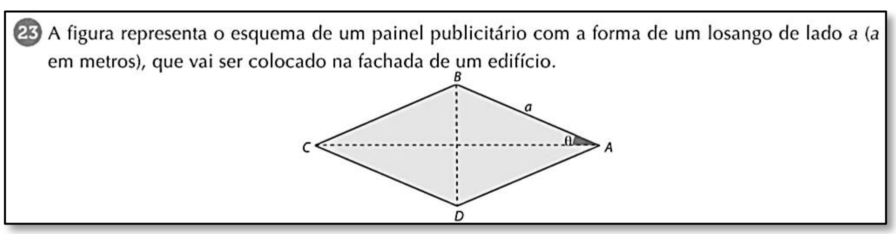


Figura 9: Exercício do manual Matemática 12 volume 3

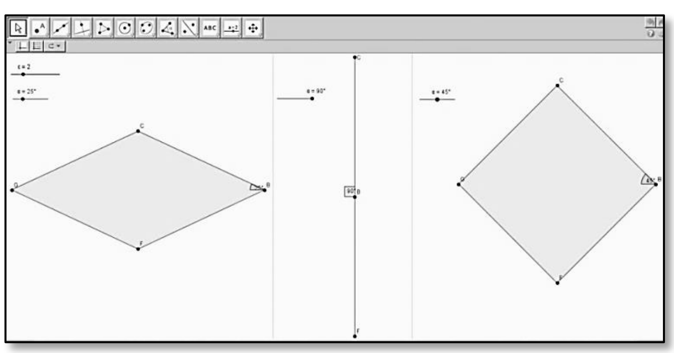


Figura 10: Figuras geométricas, do exercício 23, de um ângulo de 25°, 90° e 45° respetivamente

GOOGLE DOCS E O "PODER" DA RECOLHA DE DADOS

Atividade criada para a turma D1 com o intuito de mostrar as potencialidades da ferramenta Google Docs na construção de inquéritos e, posteriormente, na recolha e tratamento de dados. Tinha como objetivo auxiliar estes alunos no estudo do mercado para o produto a apresentar no âmbito do projeto "Aprender a Empreender" da *JAP*. Foi gratificante verificar a satisfação destes alunos ao averiguarem que a qualidade dos seus trabalhos tinha melhorado significativamente. Os alunos mostraram-se mais confiantes relativamente à sua participação naquele projeto bem como na utilização de tecnologias em seu favor.

MUNDO EMPRESARIAL[10]

Trabalho de grupo proposto aos alunos da turma D1 que consistia na apresentação e resolução de problemas surgidos em empresas fictícias. A criação destas foi feita pelo NEM com recurso a dados reais e outros adaptados de exercícios de vários manuais. Estes problemas estavam relacionados com o lucro/custo de um determinado artigo e com os conteúdos do módulo A6, Taxa de Variação. Pretendia-se com esta atividade aplicar os conhecimentos aprendidos na sala de aula e preparar os alunos para situações reais, uma vez que estavam integrados no projeto "*Aprender a Empreender",* criado pela *JAP*. Apelava-se assim à necessidade de uma postura séria e apreciativa, tanto para o seu trabalho como para o dos seus colegas, com responsabilidade e criatividade.

PROBABILIDADES E OS JOGOS DO DIA A DIA[11]

Trabalho de investigação para o CP. Cada grupo de alunos escolhia um "jogo de azar" e, conhecido o seu objetivo, explorava os conteúdos do tema Probabilidades para posteriormente expor aos restantes grupos. Esta atividade visava consolidar os conteúdos do módulo A7, Probabilidades, e mostrar que o sucesso nestes jogos é difícil de alcançar, como por exemplo, acertar no Euromilhões. Pretendia-se também que utilizassem os conhecimentos das disciplinas técnicas na apresentação para que, deste modo, se apercebessem da importância da transversalidade das disciplinas.

SÉRIE: "ISTO É MATEMÁTICA"

Esta atividade consistiu no visionamento de uma série de matemática, criada pela SPM. A visualização desta, para além de aumentar o gosto pela matemática, tentava ir ao

[10] Anexo 12 – Enunciado de uma Empresa da turma D1
[11] Anexo 13 – Exemplo do jogo de um grupo da turma D1

encontro dos conteúdos lecionados. Após o visionamento do *sketch* era realizado um minidebate sobre os temas abordados para que os alunos entendessem as aplicabilidades da matemática nas mais variadas situações da vida, das mais simples até às mais inusitadas. Notou-se uma maior motivação e interesse na concentração e consolidação dos conteúdos.

Figura 11: Episódio "A Lógica é Fofinha" com o problema do "Mentiroso e o Honesto"

4. ATIVIDADES EXTRACURRICULARES

O NEM manifestou sempre total disponibilidade para participar/intervir e ajudar em todas as atividades que lhe fossem permitidas. Por outro lado, para complementar as anteriores, sugeriu sempre que possível atividades pertinentes, dinâmicas e motivadoras.

4.1. ATIVIDADES DINAMIZADAS PELO NEM

AS TECNOLOGIAS DO NOSSO MUNDO

Em parceria com a disciplina Área de Integração da turma D1, realizámos uma atividade, intitulada "Tecnologias. Algo bom ou mau?", sobre as tecnologias do nosso mundo. Esta foi iniciada com a visualização do filme ""Guerra dos Mundos" de 1953 e procedida de uma curta reflexão sobre as tecnologias atuais e as utilizadas na época. Esta sinopse construiu os alicerces suficientes para o desenrolar da Palestra/Debate com o tema Tecnologias, cujo palestrante foi o Professor Dr. Jaime Carvalho e Silva, que desde início cativou o interesse de todo o público. Foi uma boa atividade, pois através do visionamento de vários vídeos, conseguiu-se mostrar a evolução da tecnologia e da sua utilização imprópria, sensibilizando o público nas escolhas futuras, pois somos nós que construímos o futuro de amanhã.

Figura 12: Alunos e Professores na palestra "Tecnologias. Algo bom ou mau?"

BALÕES E A MATEMÁTICA NO NATAL

Para celebrar a época natalícia o NEM decidiu desenvolver uma atividade divertida que consistia na construção de árvores natalícias feitas com balões. As árvores foram construídas com a ajuda dos nossos alunos e dos alunos do 1º ano do Mestrado em Ensino da Matemática.

Figura 13: À esquerda estão alunos do Mestrado e à direita alunas da turma C11

A ideia da construção das árvores usando tetraedros empilhados surgiu do fractal dos triângulos de Sierpinski.

Figura 14: Triângulos de Sierpinski

Durante a execução da tarefa, o público presente foi elucidado sobre temas como grafos, sucessões, fractais e história da matemática. No fim da exposição, os intervenientes tiveram a possibilidade de aplicar os conhecimentos obtidos anteriormente, na construção de figuras geométricas e animais. Assim, mais uma vez, foi possível mostrar aos alunos a ligação da matemática com tudo o que nos rodeia.

Figura 15: Árvore que invoca os fractais usando a ideia das pirâmides de Sierpinski

CINEMA NA ESM

Esta atividade consistia no visionamento de filmes envolvendo acontecimentos/questões relacionadas com a matemática, a adolescência e com um problema que a sociedade atravessa neste momento, a empregabilidade. A escolha prendeu-se por "*NEXT*", "*Larry Crowne*" e "*The Breakfast Club*", uma vez que estão relacionados com problemas atuais, como o desemprego, enquadrados com temas curriculares, como a Probabilidade, e com as transformações físicas e psicológicas dos adolescentes.

Figura 16: Visionamento do filme Larry Crowne

CURIOSIDADE DO NÚMERO DE OURO/PRATA[12]

Esta atividade consistiu na exposição de um PowerPoint sobre o número de ouro/prata, suas aplicações e curiosidades. Devido à diversidade de informação apresentada, fomos questionados por alunos e professores, quanto à veracidade da razão de ouro representada nos vários locais do mundo. O público estava tão fascinado que não conseguia acreditar em tais factos, daí, a sua vontade de saber um pouco mais sobre a arte e a matemática.

EDUCAÇÃO SEXUAL[13]

[12] Anexo 14 – Excerto da apresentação PowerPoint sobre o Número de Ouro
[13] Anexo 15 – Excerto da Apresentação PowerPoint sobre o Aborto

Um dos objetivos definidos na reunião de Conselho Pedagógico foi o desenvolvimento do plano de Educação Sexual. Como tal, o NEM ofereceu-se para abordar as Estatísticas do aborto nas turmas C11 e D1. A exposição dos dados estatísticos neste tema mostrou ser bastante educativa e chocante. Tanto alunos como professores adquiriram novas realidades e conhecimentos sobre o aborto em Portugal.

JOGOS MATEMÁTICOS NA ESM

Uma vez que a ESM não possuía verba suficiente para levar alunos ao CNJM, pois este realizava-se em Évora, o NEM trouxe o campeonato até à ESM. Os jogos escolhidos foram: o Avanço, o Hex, o Rastros, o Jogo do 24 e o Rummikub, estes dois últimos não pertencem ao reportório do CNJM, foram acrescentados pelo NEM, por envolverem outro tipo de estratégia. Devido à diversidade de alunos e à complexidade das regras de alguns dos jogos o NEM construiu num dos pisos o "Cantinho de Treinos Matemáticos", onde os jogos estavam constantemente expostos para jogar, promovendo o desenvolvimento de valores como o apreço pelo material e sua preservação. Esta atividade dinâmica e competitiva, por se realizar recorrentemente, despertou a vontade de jogar de toda a comunidade.

ORA PENSA

Atividade que consistia na divulgação de problemas matemáticos peculiares. Estes eram demasiado "invulgares" tendo em conta os enunciados fornecidos. Os problemas exigiam um maior grau de abstração e as soluções eram marcantes pela sua originalidade. Várias vezes fomos abordados por professores e alunos pedindo informações adicionais para uma possível resposta. Esta atividade foi bastante importante pois despertou, nos alunos com mais dificuldades, curiosidade e gosto pela matemática e nos alunos com mais capacidades provocou uma maior motivação e "garra".

Figura 17: Ora Pensa nº1

PHIDDY – PAPER

Esta atividade baseava-se numa prova de orientação pedestre, dentro do recinto escolar, ao qual estavam associadas perguntas e tarefas, cujo principal objetivo remetia para o desenvolvimento das mais variadas competências.

- *PHI BODY*: Medir a distância do ombro aos dedos da mão e do cotovelo aos dedos da mão. Se a razão entre as duas distâncias fosse próxima da razão de ouro, o indivíduo teria um *membro de ouro*.
- *PHI BRAIN*: Resolver mentalmente cálculos com as quatro operações básicas.
- *PHI DRAWING*: Desenhar algo com teor matemático.
- *PHI EYE*: Encontrar a razão de ouro em imagens.
- *PHI HUNTING*: Encontrar as pistas espalhadas pelo recinto da escolar e responder à questão colocada por elas.
- *PHI MIMIC*: Usar gestos para representar algo com teor matemático.
- *PHI QUICK*: Formar pares de cartas iguais num total de 24
- *PHI UNDERSTANDINGS*: Responder a uma questão de cultura geral/matemática e a uma questão com "rasteira".

Figura 18: Alunos no posto PHY-BODY

Nesta atividade participaram mais de 50 alunos pertencentes ao 3º Ciclo e Secundário. Contamos ainda com a colaboração valiosa dos alunos do 1º ano do Mestrado e da Professora Catarina Silva, estagiária da ESM no ano letivo 2011/2012. No final foram distribuídos deliciosos biscoitos, feitos pelas nossas alunas, em forma de Phi, "*Phiscoistos*".

Esta atividade foi fantástica tendo despertado o interesse em toda a comunidade escolar. Durante vários dias os alunos questionavam quem tinha sido o vitorioso e quando iria surgir outra atividade desta dimensão.

Figura 19: NEM com alunos do 1º ano do Mestrado em Ensino no dia do Phiddy-Paper

PROBLEMA DO MÊS

Entre os meses de outubro de 2012 e abril de 2013 foram divulgados, mensalmente, problemas matemáticos. A maioria dos problemas apresentados foram executados pelo NEM, contudo também utilizou/adaptou problemas de outras fontes. Por diversas vezes observámos alunos, professores e funcionários pensativos a observar os problemas, na tentativa de os solucionar. Estes vinham ao nosso encontro à procura de pistas e apresentando possíveis soluções, sempre à espera de um reforço positivo. Foi gratificante conseguir despertar e cativar a comunidade escolar para com a matemática.

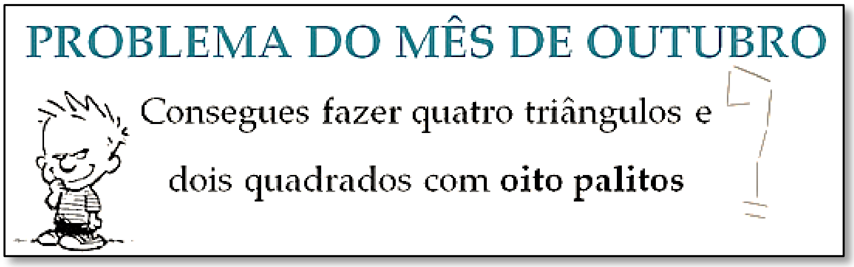


Figura 20: Problema do Mês de outubro

PROJETO MATIMATICA II

O NEM deu seguimento ao Projeto MaTImatica I, página do FB, criada pelos estagiários do ano anterior. Para além da oportunidade de socializar com alunos, também promovemos a cultura, a criatividade e a motivação através da publicação de problemas e curiosidades matemáticas. Usando grupos privados para as nossas turmas, tirámos dúvidas e disponibilizamos vários exercícios e sínteses de matéria. A relação professor aluno foi beneficiada e os alunos revelaram grande recetividade e afetividade.

Figura 21: Uma das publicações do Projeto MaTImática II

SABIAS QUE…

Esta atividade visava enriquecer culturalmente os alunos através da divulgação de preciosidades/feitos de alguns matemáticos interventores dos conteúdos curriculares. A sua divulgação era realizada em contexto de sala de aula. Esta podia ser planeada previamente ou advir de questões/curiosidades pertinentes no decorrer da prática letiva. A sua realização para além de contextualizar os temas lecionados, de mostrar as fragilidades/grandiosidades de muitos matemáticos, ajudou a “desmitificar” a atribuição incorreta de matemáticos num determinado teorema ou lei.

4.2. ATIVIDADES APOIADAS PELO NEM

CANGURU MATEMÁTICO

O Canguru Matemático é um concurso para todos os alunos e o NEM em conjunto com o Grupo de Matemática, auxiliou na gestão das salas, na supervisão dos alunos durante a prova e posterior correção das mesmas. Este tipo de concurso, repleto de questões estimulantes e divertidas, consegue motivar todo o tipo de alunos. Foi gratificante verificar a boa classificação de alguns alunos.

EQUAMAT/MAT12

O Equamat/Mat12 trata-se de um competição nacional dirigida a alunos do 3º ciclo/Secundário, cujo objetivo passa por “despertar” o melhor destes pequenos matemáticos. O NEM teve o prazer de acompanhar os alunos à Universidade de Aveiro nos dias 23 e 24 de abril de 2013, de criar sessões de treinos, de registar todos os participantes no site da plataforma e de gerir o transporte e local de almoço. A competitividade e vontade sem limites levou um dos grupos da ESM à 17ª posição de aproximadamente 629 grupos.

Figura 22: Alunos do 3ºCiclo na prova Equamat

Figura 23: Grupos Professores e Alunos do Secundário que participaram no Mat12

OLIMPÍADAS DA MATEMÁTICA

Este concurso de resolução de problemas de Matemática tem 30 anos e é destinado ao 3º ciclo e Secundário. O NEM realizou problemas/treinos e em conjunto com o Grupo de Matemática auxiliou na gestão das salas, na supervisão dos alunos durante a prova e posterior correção das mesmas.

Figura 24: Problema de preparação para as Olimpíadas da Matemática

4.3. ATIVIDADES DINAMIZADAS PELA ESCOLA

BAILE DE FINALISTAS DA ESM

Um baile de finalista é, sem dúvida alguma, um momento muito especial para os alunos e foi com muita felicidade que aceitámos o convite de comparecer no mesmo. Este gesto para além de demonstrar a relação existente fortaleceu-a ainda mais. Tivemos ainda o prazer em coroar o Rei e a Rainha do baile. Foi uma noite bastante divertida e nostálgica, pois é sempre doloroso ver o crescimento dos nossos alunos e a sua "partida" do Ensino Secundário.

Figura 25: NEM com os nossos dois alunos Rei e Rainha do baile de finalista

ESCOLÍADAS GLICÍNIAS PLAZA

Com o intuito de apoiar e incentivar as nossas meninas na competição das Escolíadas, o NEM deslocou-se ao teatro Gil Vicente, em Coimbra, para assistir à maravilhosa atuação. O presente concurso, dirigido a escolas dos distritos de Aveiro, Coimbra e Viseu, envolve a realização de provas de teatro, música, pintura e cultural geral. A qualidade de empenho, de criatividade e originalidade dos alunos levou-os a ganhar a medalha de melhor claque. Esta atividade foi bastante benéfica, uma vez que promoveu a união, a partilha e a humanização.

5. DESENVOLVIMENTO PROFISSIONAL

No sentido de nos desenvolvermos enquanto profissionais, tivemos o cuidado, desde o início, em explorar todos os recursos existentes, humanos e físicos, e participar ativamente em várias atividades de formação. As atividades realizadas, os encontros com alunos, outros professores ou pessoal não docente, geraram uma boa partilha de saberes e contribuíram para a nossa construção, enquanto profissionais.

5.1. ATIVIDADES DE ENRIQUECIMENTO PROFISSIONAL

SÁBADOS DE COIMBRA: "CHÁ DAS TRÊS"

De modo a adquirir mais conhecimentos participei em atividades de formação, no Museu da Ciência, apoiadas pela SPM. Os temas das sessões foram: "Grafos e poliedros, balões e *origami*", "Explorando os números complexos", "Histórias do arco-da-velha" e "Planeta matemático 2013". Nestas sessões, deram-nos a conhecer novas técnicas de abordagem da matemática, cujo objetivo principal remetia-nos para a lecionação de conteúdos de uma forma diferente, utilizando desde tecnologias a papel de dobragem.

"FOLHA DE CÁLCULO EXCEL"

Este *workshop* foi dinamizado pelo Centro de Competência TIC Softciências na Escola Quinta das Flores. Inicialmente começou por ensinar regras básicas de utilização da ferramenta Microsoft Excel e com o decorrer das várias sessões, o conteúdo das mesmas foi dificultando. Ao realizarmos esta atividade notámos uma evolução na construção e no tratamento de dados, evolução esta que foi transmitida, posteriormente, aos professores da ESM.

COLÓQUIO "COIMBRAMAT 2013"

Encontro realizado no DMUC cujo objetivo passou pela apresentação de diferentes sessões paralelas sobre temas profícuos. Foram discutidos vários assuntos relacionados com as metas curriculares, particularmente na Geometria e nos programas de Matemática do Ensino Básico. Este último debate cativou o público sobre a boa/má construção das metas, em vários domínios.

SESSÃO PARALELA "ROSAS E OUTRAS FLORES"

Workshop dinamizado pela Professora Alice Rodrigues, no CoimbraMat 2013. Usando a ferramenta Geogebra tivemos a oportunidade de criar figuras semelhantes a alguma flores utilizando apenas funções trigonométricas. Exploramos ainda algumas transformações geométricas das construções anteriores. Trata-se de uma atividade possível de realizar, tanto no Secundário como no Básico, sendo bastante fascinante e motivadora, pois com o uso da tecnologia consegue-se obter situações idênticas às reais.

COLÓQUIO "VER PARA APRENDER OU APRENDER PARA VER?"

Colóquio organizado pelos estudantes do ano do Mestrado em Ensino da Matemática no 3ºCiclo do Ensino Básico e no Ensino Secundário do DMUC em conjunto com a Associação dos Cegos e Amblíopes de Portugal (ACAPO) de Coimbra. Este colóquio foi indispensável, pois contou com vários debates sobre questões e respostas pertinentes do Ensino a alunos com deficiência visual; demonstrações de tecnologias a usar neste tipo de alunos; instruções básicas de Braille e fotografias com relevo.

"JOGAR E DESENVOLVER COMPETÊNCIAS MATEMÁTICAS DE OLHOS VENDADOS"

Este *workshop* estava inserido no colóquio anterior, cujo objetivo era mostrar a dificuldade que existe em adaptar um jogo a alunos com deficiência visual, para que este continue apelativo. Nesta atividade os participantes tiveram a oportunidade de jogar de olhos vendados e perceber a complexidade pela qual os portadores desta deficiência têm de ultrapassar. Aprendemos que é necessário alterar certos objetos de estudo/lazer de acordo com os diferentes tipos de alunos.

Figura 26: "Tentativa" de jogar Yoté. À direita estou eu e à esquerda está um aluno do DMUC.

SESSÃO "TRÊS PONTOS NEM SEMPRE SÃO RETICÊNCIAS…"

Workshop dinamizado pelo Professor António Rocha e Dr. José Mário Albino no colóquio "Ver para Aprender ou Aprender para Ver?". Nesta atividade eram apresentadas as bases para a aprendizagem do Braille e as dificuldades existentes na lecionação a alunos portadores de deficiências visuais. Revelou ser uma atividade enriquecedora porque apelou à importância de aprender o sistema Braille e também mostrou a facilidade de criar enunciados utilizando algumas tecnologias do dia-a-dia.

5.2. RELAÇÕES PROFISSIONAIS

RELAÇÃO COM A COMUNIDADE DOCENTE

De modo a enriquecer culturalmente e profissionalmente nesta experiência de aprendizagem, o NEM entrou em contacto com vários profissionais da comunidade docente, tais como o Professor José Paulo, professor de Filosofia. Com ele, foi possível entender as competências e os deveres deste exigente cargo, tais como: organização do dossier da turma; registo semanal de faltas justificadas/injustificadas e burocracia associada; garantir informação atualizada relativamente à legislação e regras internas da escola; facilitar aos encarregados de educação a comunicação com a escola, mantendo-os informados e esclarecidos. Com a realização destas sessões tivemos a oportunidade de constatar que a função de diretor de turma é muito abrangente e de grande responsabilidade, envolvendo tarefas de coordenação/gestão e relações interpessoais de diferentes tipos.

Como já foi referido anteriormente, a ESM disponibilizou uma sala muito especial. Nesta, para além da degustação do almoço, eram também realizados debates e discussões sobre os mais variados temas. Desde cultura geral, política, legislação a desfavorecer o povo, jogos didáticos, filmes interessantes para os alunos verem, de tudo um pouco. A "salinha dos cheiros", como muitos alunos e professores chamavam, proporcionou, sem dúvida alguma, momentos extraordinários que nos desenvolveram profissionalmente e pessoalmente

RELAÇÃO COM A COMUNIDADE NÃO DOCENTE

O NEM desde o primeiro dia até ao último, teve uma relação positiva com todo o pessoal docente e não docente. Os funcionários estavam sempre dispostos a colaborar no nosso crescimento como professor e como pessoa. Quando era preciso um "empurrãozinho", uma ajuda, este surgia com toda a amabilidade. De forma a retribuir todos "os favores", o NEM contribui-o no auxílio de tarefas e distribui-o rebuçados no Natal, chocolates na Páscoa e *Phiscoitos*. Sem dúvida que todo o nosso excelente trabalho não seria o mesmo sem apoio e profissionalismo destes trabalhadores.

RELAÇÃO COM OS COLEGAS DO MESTRADO

Como forma de estabelecer mais relações e de realizar mais desafios, o NEM disponibilizou-se, desde o início, para receber visitas dos alunos do 1º ano do Mestrado em Ensino da Matemática que frequentassem a disciplina de Realidade Escolar lecionada pela Doutora Professora Piedade Vaz. Assim, estes alunos poderiam "sentir/viver" um dia de um professor, adquirir novas experiências e ajudar o NEM a enriquecer profissionalmente, de forma extremamente positiva, pois com a presença de mais elementos avaliativos dentro de uma sala de aula, apimentava a pressão necessária para o melhoramento da lecionação das mesmas. Também solicitámos a presença e a colaboração destes alunos em algumas atividades, tornando-as mais emocionantes e inesquecíveis. Estes encontros culminavam com a partilha de experiências vivenciadas neste ano de Ensino/Aprendizagem na ESM, com o debate de vários temas atuais, nomeadamente sobre a empregabilidade no país em que vivemos e, finalmente, com maravilhosos lanches.

Figura 27: Primeira visita dos alunos do 1º ano do Mestrado em Ensino da Matemática

Figura 28: Última visita dos alunos do 1º ano do Mestrado em Ensino da Matemática

O NEM também manteve contacto com os alunos estagiários do 2º ano do Mestrado em Ensino da Matemática. A troca de ideias ajudou-nos a encarar outras realidades pouco presenciadas, como a lecionação no Ensino Básico. Além disso, o NEM teve o privilégio de apresentar o PE a alguns destes alunos estagiários, promovendo o crescimento cultural no campo da aplicabilidade da matemática.

5.3. REUNIÕES

Ao longo desta jornada, NEM teve a oportunidade de assistir/intervir em várias reuniões, de concelho de turma, de grupo disciplinar e seminário. Nestas sessões eram debatidas diferentes situações de contexto de escola e sociedade. Contudo, o primeiro contato com este tipo de plenários realizou-se no dia 6 de setembro, com a comparência nas reuniões de "Departamento Curricular de Matemática e Ciências Experimentais" e de "grupo Disciplinar do Departamento de Matemática", onde foram discutidas as diretrizes para o ano letivo 2012/2013.

REUNIÕES DE CONSELHO DE TURMA

Estas reuniões, realizadas com alguma periocidade, eram presididas pelo diretor de turma e tinham como objetivo fazer uma avaliação sumativa do aproveitamento, comportamento e assiduidades dos alunos. Aqui eram discutidas questões de carater pedagógico/educativo da turma e de cada aluno, bem como metodologias a utilizar. Um dos pontos da ordem de trabalho remetia para as informações sobre contacto com os encarregados de educação.

REUNIÕES DE SEMINÁRIO

De forma a realizar um estágio pedagógico em pleno, o NEM reunia-se com regularidade, presencialmente ou através da via eletrónica, para fazer um balanço sobre o seu desempenho enquanto profissionais. Os principais temas debatidos remetiam para a lecionação, contudo assuntos relacionados com atividades extracurriculares, dúvidas extra-aula também faziam parte. Estes encontros eram fundamentações para o cumprimento das etapas intrínsecas à planificação, mencionadas anteriormente, e para debate de estratégias e metodologias a optar em aulas futuras.

REUNIÕES DE GRUPO DISCIPLINAR 500 - MATEMÁTICA

As primeiras reuniões de grupo foram dedicadas à discussão de assuntos tratados na reunião de departamento e à reflexão das atividades a constar do Plano Anual de atividades. Com o desenrolar dos períodos, estas serviam para fazer o balanço dos resultados dos alunos e das atividades desenvolvidas.

6. REFLEXÃO FINAL

Ao longo do ano letivo 2012/2013 tive a oportunidade de estagiar na ESM sob a orientação da profissional professora Graça Tomás e colega de estágio Tatiana Salvador. Toda a envolvência e dinâmica da equipa foram crucial e determinante no meu crescimento como profissional e como pessoa.

Com a realização desta jornada culminamos mais uma etapa, muito instrutiva, que foi o Mestrado em Ensino da Matemática. Aqui pudemos por em prática técnicas de ensino-aprendizagem e testar metodologias apreendidas anteriormente. Estas foram cruciais não só para a aprendizagem dos alunos, mas também para a nossa aprendizagem com o objetivo de sermos melhores professores e desta forma responder com melhor qualidade a desafios futuros. De forma reflexiva, abreviada e terminante saliento que se tratou da execução de uma tarefa muito gratificante, marcada pela aprendizagem, exigência e rigor.

Acredito genuinamente que um bom profissional/professor tem de ser bom instrutor, motivador e acima de tudo, um “amigo”. Felizmente, senti que fui um bom professor graças aquela comunidade escolar. Guardo em mim o primeiro dia na ESM, onde fomos recebidos com toda gentileza; o primeiro dia que lecionei uma aula, nervoso pela vontade de saber se a minha comunicação de conteúdos estava a ser coerente e apelativa; o sorriso de satisfação dos alunos na compreensão e resolução de conceitos; o olhar de dúvida e incredulidade nas curiosidades divertidas da matemática; os almoços de convívio e seus temas interessantes. Memórias que irei guardar e novas construirei.

Recordo que na minha carta de motivação para o ingresso no mestrado falava na facilidade, curiosidade e divertimento que nutro na aprendizagem da matemática e que só foi possível alargá-las com a relação entre os profissionais/professores de matemática do meu percurso escolar. Esta ligação de respeito, amizade e amabilidade criou uma maior autoestima, confiança nas minhas capacidades e gosto pela matemática. Este gosto que sempre existiu foi crescendo até se tornar num sonho:

”SE EU TIVE BONS PROFESSORES, TAMBÉM EU VOU QUERER PARA TODOS E PARA OS MEUS FUTUROS FILHOS, UM BOM PROFESSOR! POR ISSO, EU VOU SER ESSE PROFESSOR!”

Foi com enorme prazer que lecionei aulas na ESM e partilhei um ano maravilhoso e inesquecível da minha vida com alunos, professores e outros colaboradores.

“SE EU VI MAIS LONGE, FOI POR ESTAR DE PÉ SOBRE OMBROS DE GIGANTES”

Isaak Newton

7. REFERÊNCIAS

[1] http://www.dgidc.min-edu.pt/ [junho - 2013]

[2] http://www.esec-mealhada.rcts.pt/ [junho - 2013]

[3] https://www.facebook.com/matimatica.esm [junho - 2013]

[4] http://www.dgrhe.min-edu.pt/_main/ [junho - 2013]

8. LISTA DE ANEXOS

ANEXO 1 – PLANIFICAÇÃO ANUAL DE MATEMÁTICA B

<table>
<tr><th>Temas</th><th>Objetivos</th><th>Recursos</th><th>Avaliação</th><th>Duração</th></tr>
<tr><td><u>Tema I</u>

Movimentos Não Lineares, Taxa de Variação e Funções Racionais</td><td>• Elaborar modelos para situações reais utilizando vários tipos de funções;
• Representar e analisar relações utilizando o estudo gráfico, numérico e analítico incluindo o estudo das operações com polinómios;
• Reconhecer que o mesmo tipo de função pode ser modelo de situações distintas;
• Analisar as mudanças nos gráficos das funções com a alteração dos parâmetros;
• Estudar o comportamento das funções racionais para valores ”muito grandes” da variável e para valores ”muito próximos” dos zeros dos denominadores das frações que as definem;
• Estudar a ”rapidez” de crescimento (ou decrescimento) da variável dependente em vários fenómenos.</td><td rowspan="3">• Fichas de trabalho;
• Fichas informativas;
• Quadro e Giz;
• Calculadora;
• Videoprojetor;
• Computador;
• Material para o estudo das funções
• Manuais;
• Outros materiais escritos.</td><td rowspan="3">• Testes de avaliação.
• Fichas de trabalho;
• Fichas informativas;
• Outros materiais escritos;
•</td><td>36 Aulas de 45 minutos</td></tr>
<tr><td><u>Tema II</u>

Modelos de Probabilidade</td><td>• Reconhecer as vantagens em encontrar modelos matemáticos apropriados para estudar fenómenos aleatórios;
• Compreender as aproximações conceptuais para a probabilidade: aproximação frequencista de probabilidade; definição clássica ou probabilidade de Laplace;
• Construir modelos de probabilidade em situações simples e usá-los para calcular a probabilidade de alguns acontecimentos;
• Apreender as propriedades básicas das distribuições de probabilidade;
• Resolver problemas simples, recorrendo à calculadora gráfica ou computador, envolvendo distribuições de probabilidade, em particular envolvendo a distribuição normal.</td><td>20 Aulas de 45 minutos</td></tr>
<tr><td><u>Tema III</u>

Modelos discretos, Sucessões</td><td>• Reconhecer e dar exemplos de situações em que os modelos de sucessões sejam adequados;
• Usar uma folha de cálculo para trabalhar numérica e graficamente com sucessões;
• Reconhecer e dar exemplos de situações em que os modelos de progressões aritméticas ou geométricas sejam adequados;
• Distinguir crescimento linear de crescimento exponencial;
• Investigar propriedades de progressões aritméticas e geométricas, numérica, gráfica e analiticamente;
• Resolver problemas simples usando propriedades de progressões aritméticas e de progressões geométricas.</td><td>14 Aulas de 45 minutos</td></tr>
</table>

Temas	Objetivos	Recursos	Avaliação	Duração
<u>Tema IV</u> **Modelos contínuos não lineares:** **- A exponencial e a logarítmica** **- A logística**	• Reconhecer e dar exemplos de situações em que os modelos exponenciais sejam bons modelos quer para o observado quer para o esperado; • Usar as regras das exponenciais e as calculadoras gráficas ou computador para encontrar valores ou gráficos que respondam a possíveis mudanças nos parâmetros; • Interpretar uma função e predizer a forma do seu gráfico; • Descrever as regularidades e diferenças entre os padrões lineares e exponenciais. • Obter formas equivalentes de expressões exponenciais; • Definir o número e e logaritmo natural; • Resolver equações simples usando exponenciais e logaritmos (no contexto da resolução de problemas).	• Fichas de trabalho; • Fichas informativas; • Quadro e Giz; • Calculadora; • Videoprojetor; • Computador; • Material para o estudo das funções • Manuais; • Outros materiais escritos.	• Testes de avaliação.Fichas de trabalho; • Fichas informativas; • Outros materiais escritos;	**20 Aulas de 45 minutos**
<u>Tema V</u> **Problemas de otimização:** **- Aplicações das taxas de variação** **- Programação linear, como ferramenta de planeamento e gestão**	• Reconhecer numérica e graficamente a relação entre o sinal da taxa de variação e a monotonia de uma função; • Reconhecer a relação entre os zeros da taxa de variação e os extremos de uma função; • Resolver problemas de aplicações simples envolvendo a determinação de extremos de funções racionais, exponenciais, logarítmicas e trigonométricas. • Reconhecer que diferentes situações podem ser descritas pelo mesmo modelo matemático; • Resolver numérica e graficamente problemas simples de programação linear; • Reconhecer o contributo da matemática para a tomada de decisões, assim como as suas limitações.			**16 Aulas de 45 minutos**

Temas Transversais	
• Resolução de Problemas e Atividades Investigativas; • Comunicação Matemática.	• História da Matemática; • Tecnologia Matemática.

ANEXO 2 – PLANIFICAÇÃO DA AULA DA TURMA C11

Cód. 161007

AGRUPAMENTO DE ESCOLAS DA MEALHADA

ESCOLA SECUNDÁRIA DE MEALHADA

ANO LETIVO 2012/2013

PLANIFICAÇÃO DA AULA Nº **165/166**

MATEMÁTICA B

DATA: 22/05/2013

ANO: 11º **TURMA:** C11

SUMÁRIO:

- Resolução de exercícios envolvendo a Programação Linear – método analítico, método gráfico e teorema fundamental da programação linear (revisões).

PRÉ-REQUISITOS

- Equação reduzida da reta;
- Resolução de inequações;
- Interseção de semiplanos;
- Conceitos básicos de programação linear: identificar as variáveis; função objetivo; região admissível; restrições do problema; vértices da região admissível.

TEMAS TRANSVERSAIS:

- Comunicação matemática
- Tecnologia e Matemática
- Modelação Matemática

OBJETIVOS ESPECÍFICOS:

- Esclarecer dúvidas colocadas pelas alunas;
- Reconhecer a dificuldade de identificar as variáveis de um problema;
- Interpretar os vértices da região admissível no contexto do problema;
- Reconhecer os diferentes problemas de programação linear;
- Evidenciar a importância das tecnologias na resolução de problemas de programação linear.

RECURSOS

- Material de escrita;
- Manual;
- Máquina de calcular;
- Videoprojetor;
- Aplicações interativas.

AVALIAÇÃO:

- Observação direta
- Cumprimento de regras;
- Realização de tarefas/empenhamento;
- Qualidade da participação oral.

ESTRATÉGIA / DESENVOLVIMENTO DA AULA:	TEMPO
▪ Inicio a aula e verifico a presença das alunas.	2min.
▪ Em conjunto com as alunas resolvo a alínea **5, do exame de 2008, 2ª fase**, **matemática B**, como motivação para recordar os procedimentos a ter na resolução de um problema de programação linear; ▪ Com recurso a um PowerPoint percorro as diferentes etapas para sintetizar/consolidar um esquema de resolução do exercício; ▪ Recorro ao *geogebra* para mostrar a resolução deste problema pelo método gráfico. **<u>Exercício 5, do exame de 2008, 2ª fase, matemática B</u>** Numa determinada região do interior, as chuvas torrenciais causaram inundações, e a região foi considerada zona de catástrofe. Os prejuízos acentuaram-se muito nas atividades agrícolas. Para enfrentar esta situação, os organismos ligados aos serviços agropecuários decidiram adquirir rações para animais. Foram pedidos, com urgência, dois tipos de ração: Far X e Far Y. A FARJO é uma fábrica especializada na produção destes tipos de ração. Estas rações contêm três aditivos: vitaminas, sabores e conservantes. Por cada tonelada de ração do tipo Far X, são necessários dois quilogramas de vitaminas, um quilograma de sabores e um quilograma de conservantes. Por cada tonelada de ração do tipo Far Y, são necessários um quilograma de vitaminas, dois quilogramas de sabores e três quilogramas de conservantes. A FARJO dispõe, diariamente, de 16 quilogramas de vitaminas, 11 quilogramas de sabores e 15 quilogramas de conservantes. Estas são as únicas restrições destas rações. Represente por x a quantidade de ração Far X produzida diariamente, expressa em toneladas, e por y a quantidade de ração Far Y produzida diariamente, expressa em toneladas. **1.** É possível a FARJO fabricar, num só dia, 4 toneladas de Far X e 3 toneladas de Far Y? **2.** Quais são as quantidades de ração de cada tipo que devem ser produzidas, de modo que a quantidade total de ração produzida diariamente seja máxima? **Percorra as seguintes etapas:** • Indique as restrições do problema; • Indique a função objetivo; • Represente graficamente a região admissível, referente ao sistema de restrições; • Indique os valores das variáveis para os quais é máxima a função objetivo.	28min.
<u>Resolução:</u> 1. x : “ Quantidade de ração, em toneladas, produzida pela Far X “	

y : “ Quantidade de ração, em toneladas, produzida pela Far Y “

	Vitaminas	Sabores	Conservantes
Far X	2	1	1
Far Y	1	2	3
Disponibilidade	≤ 16	≤ 11	≤ 15

Para fabricar 4 toneladas de Far X e 3 toneladas de Far Y são necessários:

$$2 \times 4 + 1 \times 3 = 8 + 3 = 11 \text{ quilogramas de Vitaminas}$$

$$1 \times 4 + 2 \times 3 = 4 + 6 = 10 \text{ quilogramas de Sabores}$$

$$1 \times 4 + 3 \times 3 = 4 + 9 = 13 \text{ quilogramas de Conservantes}$$

Resposta : Como temos 16 quilogramas de Vitaminas, 11 de Sabores e 15 de Conservantes, é possível fabricar, num só dia, 4 toneladas de Far X e 3 toneladas de Far Y.

2. Pretende-se maximizar a função objetivo: $F(x,y) = x + y$

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 2x + y \leq 16 \\ x + 2y \leq 11 \\ x + 3y \leq 15 \end{cases} \quad \left.\begin{matrix} x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{matrix}\right\} \text{ Não existem toneladas negativas}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ y \leq 16 - 2x \\ 2y \leq 11 - x \\ 3y \leq 15 - x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ y \leq 16 - 2x \longrightarrow y_1 \\ y \leq \frac{11}{2} - \frac{1}{2}x \longrightarrow y_2 \\ y \leq 5 - \frac{1}{3}x \longrightarrow y_3 \end{cases}$$

Com o auxílio da calculadora vou obter um esboço do gráfico com janela: $[0,10] \times [0,10]$

$A = (0,5)$

$B = (3.4)$

$C = (7,2)$

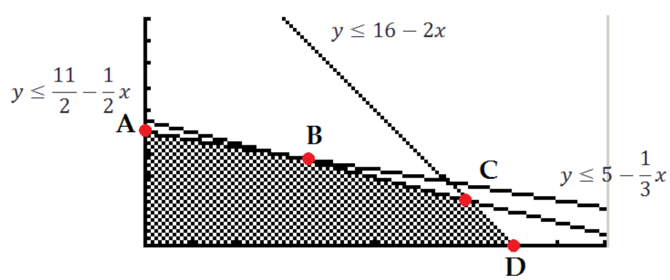
$D = (8,0)$

$F(0,5) = 0 + 5 = 5$

$F(3,4) = 3 + 4 = 7$

$\boldsymbol{F(7,2) = 7 + 2 = 9}$

$F(0,5) = 8 + 0 = 8$



Resposta : Para que a quantidade de ração produzida diariamente seja máxima é necessário produzir 7 toneladas de Far X e duas de Far Y

- Proponho a realização do exercício **2, do exame de 2007, 1ª fase**, **matemática B**;
- Dou tempo às alunas para assimilarem a informação do enunciado. Solicito as

30min.

alunas para me aperceber do esquema de resolução que propõem e mobilizo a interação que vai surgindo contrapondo com a utilização da tabela no exercício anterior.

<u>Exercício 2, do exame de 2007, 1ª fase, matemática B</u>

Uma autarquia pondera o abastecimento anual de energia elétrica para a iluminação da via pública. Para o efeito, a rede nacional pode fornecer-lhe dois tipos de energia: energia de origem convencional, maioritariamente resultante da combustão de *fuel*, ou, em alternativa, energia eólica.

Para uma cobertura razoável de iluminação, no período noturno, o consumo anual de energia não poderá ser inferior a 40 $MW\ h$.

Por razões ambientais, a autarquia pretende que a quantidade de energia de origem convencional não exceda a quantidade de energia eólica fornecida.

Relativamente à energia de origem convencional, tem-se:

- O preço por cada $MW\ h$ é de 80 euros.

Relativamente à energia eólica, tem-se:

- O preço por cada $MW\ h$ é de 90 euros;
- O fornecimento de energia, nesse ano, não poderá ultrapassar os 40 $MW\ h$.

Represente por x a quantidade de energia de origem convencional e por y a quantidade de energia eólica consumidas pela autarquia.

Determine que quantidade de energia de cada tipo deve ser consumida, por ano, de modo que possam ser minimizadas os custos, tendo em conta as condições referidas.

Percorra as seguintes etapas:

- Indique as restrições do problema;
- Indique a função objetivo;
- Represente graficamente a região admissível (referente ao sistema das restrições);
- Indique os valores de x e y para os quais é minimi a função objetivo.

<u>Resolução:</u>

x : “ Quantidade de energia de origem convencional consumida pela autarquia “

y : “ Quantidade de energia eólica consumida pela autarquia ”

Função objetivo a <u>minimizar</u>: $C(x,y) = 80x + 90y$

$$\begin{cases} x + y \geq 40 & \rightarrow \text{Consumo anual superior a 40 } MW\ h \\ x \leq y & \rightarrow \text{A quantidade de energia de origem convencional tem de ser inferior à quantidade de energia eólica} \\ y \leq 40 & \rightarrow \text{O fornecimento de energia eólica tem de ser inferior a 40 } MW\ h \\ y \geq 0 & \\ x \geq 0 & \text{As quantidades de energia não podem tomar valores negativos} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x + y \geq 40 \\ x \leq y \\ y \leq 40 \\ y \geq 0 \\ x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y \geq 40 - x & \rightarrow y_1 \\ y \geq x & \rightarrow y_2 \\ y \leq 40 & \rightarrow y_3 \\ y \geq 0 \\ x \geq 0 \end{cases}$$

Com o auxílio da calculadora vou obter um esboço do gráfico com janela: $[0,45] \times [0,45]$

$A = (0,40)$

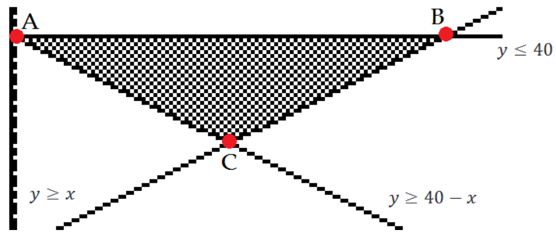
$B = (40,40)$

$C = (20,20)$

$C(0,40) = 80 \times 0 + 90 \times 40 = 3600$

$C(40,40) = 80 \times 40 + 90 \times 40 = 6800$

$\boldsymbol{C(20,20) = 80 \times 20 + 90 \times 20 = 3400}$



Resposta : Os custos serão mínimos se a autarquia gastar 20 MW de energia de origem convencional e 20 MW de energia eólica

- Proponho a realização de mais um exercício, exercício 29, da página 158, do manual de matemática B, 11ºano, volume 2 (Texto Editores, Lda.), que envolve uma solução não inteira;
- Como a solução é *não inteira* pretendo que as alunas percorram exaustivamente todos os pontos pertencentes à região admissível;
- Com o recurso ao *geogebra* mostro uma possível resolução deste problema.

Exercício:

Um produtor radiofónico de uma rádio local constatou que o programa Música Mais, que tem 20 minutos de música e 3 minutos de publicidade, tem em média, 2000 ouvintes, enquanto o programa Bom Ouvinte, que tem 25 minutos de música e 1 de publicidade, tem uma audiência média de 1500 ouvintes.

Durante a semana, o patrocinador quer, no mínimo, 10 minutos de publicidade. O produtor só tem verba para 120 minutos de música.

Quantas vezes por semana cada programa deve ser transmitido de modo a obter o número máximo de ouvintes?

25min

Resolução:

x : “ nº de vezes por semana que o programa «Música Mais» deve ser transmitido “

y : “ nº de vezes por semana que o programa «Bom Ouvinte» deve ser transmitido “

Função objetivo a maximizar: $M(x, y) = 2000x + 1500x$

	Tempo de Música	Tempo de publicidade
«Música Mais»	20	3
«Bom Ouvinte»	25	1
O que o patrocinador quer	≤ 120	≥ 10

$$\begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \\ 20x + 25y \leq 120 \\ 3x + y \geq 10 \end{cases}$$

Tem de haver um nº de transmissões positivas e diferentes de zero.

<table>
<tr>
<td>

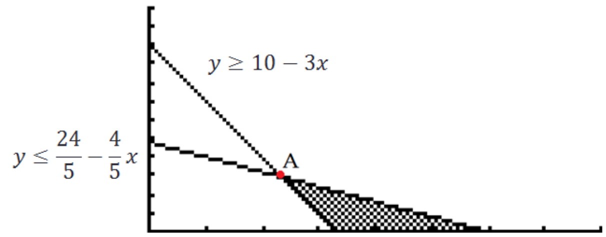
$$\Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \\ 25y \leq 120 - 20x \\ y \geq 10 - 3x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \\ y \leq \frac{120}{25} - \frac{20}{25}x \\ y \geq 10 - 3x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \\ y \leq \frac{24}{5} - \frac{4}{5}x \longrightarrow y_1 \\ y \geq 10 - 3x \longrightarrow y_2 \end{cases}$$

Com o auxílio da calculadora vou obter um esboço do gráfico com janela: $[0,8] \times [0,12]$

$$A = \left(\frac{26}{11}, \frac{32}{11}\right)$$

Não é uma solução inteira…

O que fazer?



Temos de considerar todos os pontos que pertençam à região admissível:

$$D = (3,1) \qquad M(3,1) = 7500$$
$$E = (3,2) \qquad M(3,2) = 9000$$
$$\boldsymbol{G = (4,1)} \qquad \boldsymbol{M(4,1) = 9500}$$

Resposta : De modo a obter o número máximo de ouvintes o programa Música Mais deve ser transmitido 4 vezes por semana e o programa Bom Ouvinte deve ser transmitido uma vez por semana.

</td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td>

- Recomendo para trabalho de casa a análise da resolução do exercício 4, da página 87 do caderno de exercícios de matemática B do 11º ano (Texto Editores, Lda.) e a realização do exercício 10 da página 96 do mesmo livro.

</td>
<td>2min.</td>
</tr>
<tr>
<td>

- Em termos de síntese, solicito o sumário da aula.

</td>
<td>3min.</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>90min.</td>
</tr>
</table>

ANEXO 3 – APRESENTAÇÃO ELETRÓNICA DE ANEXO 2

REVISÃO: PROGRAMAÇÃO LINEAR

Curso de Artes Visuais
11ºano
Matemática B

Agrupamento de Escolas de Mealhada
Escola Secundária de Mealhada
2012/2013

Resolução de problemas de Programação Linear

Etapas:

Princípio:
- Identificar as variáveis do problema;
- Definir as restrições das variáveis:
- Definir restrições do problema;
- Identificar a função objetivo.

Meio:
- Revolver as inequações em ordem a y;
- Construir a região admissível;
- Identificar os vértices da região admissível.

Fim:
- Interpretar os vértices obtidos no contexto do problema;
- Substituir as coordenadas dos vértices na função objetivo e interpretar a solução no contexto do problema.

Possível resolução da alínea 5 do exame de 2008 fase 2 matemática B

x : " Quantidade de ração, em toneladas, produzida pela Far X "
y : " Quantidade de ração, em toneladas, produzida pela Far Y "

	Vitaminas	Sabores	Conservantes
Far X	2	1	1
Far Y	1	2	3
disponibilidade	≤ 16	≤ 11	≤ 15

5.1 : Para fabricar 4 toneladas de Far X e 3 toneladas de Far Y são necessários:

$2 \times 4 + 1 \times 3 = 8 + 3 = 11$ quilogramas de Vitaminas

$1 \times 4 + 2 \times 3 = 4 + 6 = 10$ quilogramas de Sabores

$1 \times 4 + 3 \times 3 = 4 + 9 = 13$ quilogramas de Conservantes

R.: Como temos 16 quilogramas de Vitaminas, 11 de Sabores e 15 de Conservantes, é possível fabricar, num só dia, 4 toneladas de Far X e 3t toneladas de Far Y.

Possível resolução da alínea 5 do exame de 2008 fase 2 matemática B

5.2 : Pretende-se maximizar a função objetivo: $F(x, y) = x + y$

$$\begin{cases} \left.\begin{array}{l} x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{array}\right\} \text{Não existem toneladas negativas} \\ 2x + y \leq 16 \\ x + 2y \leq 11 \\ x + 3y \leq 15 \end{cases}$$

	Vitaminas	Sabores	Conservantes
Far X	2	1	1
Far Y	1	2	3
disponibilidade	≤ 16	≤ 11	≤ 15

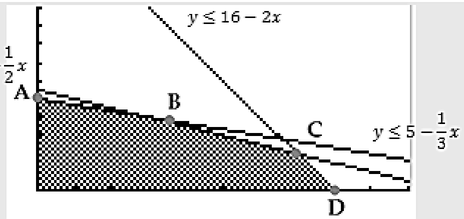
$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ y \leq 16 - 2x \\ 2y \leq 11 - x \\ 3y \leq 15 - x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ y \leq 16 - 2x \longrightarrow y_1 \\ y \leq \frac{11}{2} - \frac{1}{2}x \longrightarrow y_2 \\ y \leq 5 - \frac{1}{3}x \longrightarrow y_3 \end{cases}$$

Colocar na calculadora

Possível resolução da alínea 5 do exame de 2008 fase 2 matemática B

Região Admissível:

$y \leq \frac{11}{2} - \frac{1}{2}x$



Janela:
[0,10] × [0,10]

$A = (0{,}5)$

$B = (3{,}4)$

$C = (7{,}2)$

$D = (8{,}0)$

$F(x, y) = x + y$

$F(0{,}5) = 0 + 5 = 5$

$F(3{,}4) = 3 + 4 = 7$

$\underline{F(7{,}2) = 7 + 2 = 9}$

$F(0{,}5) = 8 + 0 = 8$

Para que a quantidade de ração produzida diariamente seja máxima é necessário produzir 7 toneladas y.de Far X e duas de Far Y.

Possível resolução da alínea 2 do exame de 2007 fase 1 matemática B

x : " Quantidade de energia de origem convencional consumida pela autarquia "

y : " Quantidade de energia eólica consumida pela autarquia "

$$\begin{cases} x + y \geq 40 & \longrightarrow \text{Consumo anual superior a } 40\, MW\, h \\ x \leq y & \longrightarrow \text{A quantidade de energia de origem convencional tem de ser inferior à quantidade de energia eólica} \\ y \leq 40 & \longrightarrow \text{O fornecimento de energia eólica tem de ser inferior a } 40\, MW\, h \\ y \geq 0 & \\ x \geq 0 & \end{cases}$$

$y \geq 0$, $x \geq 0$ — As quantidades de energia não podem tomar valores negativos

$C(x, y) = 80x + 90y \longrightarrow$ Função objetivo a minimizar

POSSÍVEL RESOLUÇÃO EXERCÍCIO 29 DA PÁGINA 158 DO MANUAL DE MATEMÁTICA B 11º ANO VOLUME 2

x : " nº de vezes por semana que o programa «Música Mais» deve ser transmitido "

y : " nº de vezes por semana que o programa «Bom Ouvinte» deve ser transmitido "

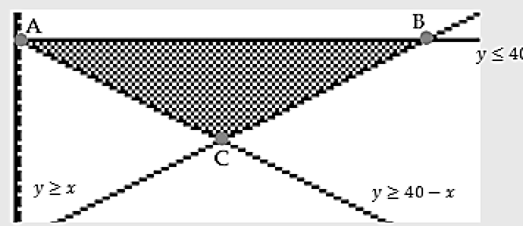
	Tempo de Música	Tempo de publicidade
«Música Mais»	20	3
«Bom Ouvinte»	25	1
O que o patrocinador quer	≤ 120	≥ 10

$M(x, y) = 2000x + 1500x \longrightarrow$ Função objetivo a maximizar

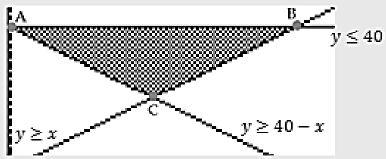
Possível resolução da alínea 2 do exame de 2007 fase 1 matemática B

$$\begin{cases} x + y \geq 40 \\ x \leq y \\ y \leq 40 \\ y \geq 0 \\ x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y \geq 40 - x & \longrightarrow y_1 \\ y \geq x & \longrightarrow y_2 \\ y \leq 40 & \longrightarrow y_3 \\ y \geq 0 & \longrightarrow y_4 \\ x \geq 0 & \end{cases}$$

Janela:
[0,45] × [0,45]



Possível resolução da alínea 2 do exame de 2007 fase 1 matemática B



$A = (0,40)$

$B = (40,40)$

$C = (20,20)$

$$C(x,y) = 80x + 90y$$

$C(0,40) = 80 \times 0 + 90 \times 40 = 3600$

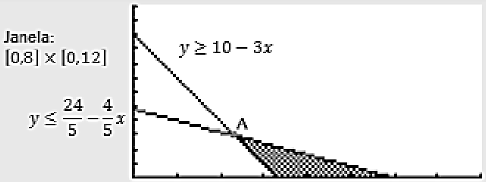
$C(40,40) = 80 \times 40 + 90 \times 40 = 6800$

$\mathbf{C(20,20) = 80 \times 20 + 90 \times 20 = 3400}$

R.: Os custos serão mínimos se a autarquia gastar 20 MW de energia de origem convencional e 20 MW de energia eólica.

POSSÍVEL RESOLUÇÃO EXERCÍCIO 29 DA PÁGINA 158 DO MANUAL DE MATEMÁTICA B 11º ANO VOLUME 2

Janela:
$[0,8] \times [0,12]$



$A = \left(\frac{26}{11}, \frac{32}{11}\right)$

Não é uma solução inteira...
o que fazer ?!

$$M(x,y) = 2000x + 1500x$$

$D = (3,1)$ $M(3,1) = 7500$

$E = (3,2)$ $M(3,2) = 9000$

$G = (4,1)$ $\mathbf{M(4,1) = 9500}$

R.: De modo a obter o número máximo de ouvintes o programa Música Mais deve ser transmitido 4 vezes e o programa Bom Ouvinte deve ser transmitido uma vez.

POSSÍVEL RESOLUÇÃO EXERCÍCIO 29 DA PÁGINA 158 DO MANUAL DE MATEMÁTICA B 11º ANO VOLUME 2

$$\begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \\ 20x + 25y \leq 120 \\ 3x + y \geq 10 \end{cases}$$

Tem de haver um nº de transmissões positivas e diferentes de zero.

	Tempo de Música	Tempo de publicidade
«Música Mais»	20	3
«Bom Ouvinte»	25	1
O que o patrocinador quer	≤ 120	≥ 10

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \\ 25y \leq 120 - 20x \\ y \geq 10 - 3x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \\ y \leq \frac{120}{25} - \frac{20}{25}x \\ y \geq 10 - 3x \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \\ y \leq \frac{24}{5} - \frac{4}{5}x \longrightarrow y_1 \\ y \geq 10 - 3x \longrightarrow y_2 \end{cases}$$

Trabalho para casa

- Tirar conclusões do modo de resolução do exercício nº4 da página 87 do caderno de exercícios;
- Resolver o exercício nº 10 da página 96 do caderno de exercícios.

ANEXO 4 - CRITÉRIOS DE CORREÇÃO DE UM TESTE DE MATEMÁTICA A, 12ºANO

Agrupamento de Escolas da Mealhada

ESCOLA SECUNDÁRIA da MEALHADA

Duração da Prova: 90 minutos 13 de março de 2013

AVALIAÇÃO ESCRITA

12º Ano de Escolaridade MATEMÁTICA-A

Versão II

Na sua folha de resposta, indique claramente a versão da prova.

A ausência desta indicação implicará a anulação de todos os itens de escolha múltipla.

Identifique claramente os grupos e os itens a que responde.

A prova é constituída por dois Grupos, I e II .

O grupo I inclui 5 itens de escolha múltipla.

O Grupo II inclui 3 itens de resposta aberta, que podem ser subdivididos em alíneas.

Grupo I

Para cada uma das questões deste grupo, selecione a resposta correta de entre as alternativas que lhe são apresentadas e escreva na folha de teste a letra que corresponde à sua opção.

Não apresente cálculos nem justificações. Se apresentar mais do que uma resposta, a questão será anulada, o mesmo acontecendo em caso de resposta ambígua.

1. Sejam A e B dois acontecimentos possíveis de um espaço de resultados Ω tais que:

- A e $\bar{A}$ são acontecimentos equiprováveis
- $P(A \cap B) = 0{,}2$

Considere a seguinte tabela de distribuição de probabilidades, onde k designa um número real:

x_i	1	2	3
$P(X = x_i)$	$P(\bar{A})$	$P(B\|A)$	k

Qual é o valor de k?

(A) $0{,}3$ **(B)** $0{,}03$ **(C)** $0{,}01$ **(D)** $0{,}1$

Resolução: A e $\bar{A}$ são acontecimentos equiprováveis, ou seja, $P(A) = P(\bar{A})$. Assim,

$$P(A) + P(\bar{A}) = 1 \Leftrightarrow P(A) + P(A) = 1 \Leftrightarrow 2P(A) = 1 \Leftrightarrow P(A) = \frac{1}{2}.$$

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{0{,}2}{0{,}5} = 0{,}4$$

Como $\sum_{i=1}^{3} P(X = x_i) = 1 \Leftrightarrow P(\bar{A}) + P(B|A) + k = 1 \Leftrightarrow 0{,}5 + 0{,}4 + k = 1 \Leftrightarrow \boldsymbol{k = 0{,}1}$

2. Considere as seguintes figuras geométricas:

Escolhe-se uma figura ao acaso. Sejam os acontecimentos:

$\boldsymbol{A}$: " A figura escolhida é um polígono ";

$\boldsymbol{B}$: " A figura escolhida está pintada de preto ";

$\boldsymbol{C}$: " A figura escolhida é um triângulo ".

Qual é o valor de $P\big(C|(B \cap A)\big)$?

(A) $\frac{1}{3}$ **(B)** $\frac{1}{4}$ **(C)** $\frac{2}{3}$ **(D)** $\frac{3}{4}$

Resolução: $B \cap A$: " A figura escolhida está pintada de preto e é um poligono"

Casos possíveis: 3

$A \cap B \cap C$:" A figura escolhida é um polígono, está pintada de preto e é um triângulo"

\Casos favoráveis: 1

$$P\big(A|(B \cap C)\big) = \frac{P(A \cap B \cap C)}{P(B \cap C)} = \frac{1}{3}$$

3. Sejam a e b dois números reias superiores a 1 e tais que $b = a^3$.

Qual dos valores seguintes é igual a $1 + log_b a$?

(A) $\frac{2}{3}$ **(B)** $\frac{3}{4}$ **(C)** $\frac{4}{3}$ **(D)** $\frac{3}{2}$

Resolução: $a = \sqrt[3]{b}$

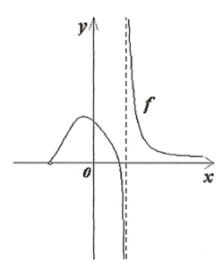
$$1 + \log_b \sqrt[3]{b} = 1 + \log_b b^{\frac{1}{3}} = 1 + \frac{1}{3} \times \log_b b = 1 + \frac{1}{3} = \frac{4}{3}$$

4. Na figura que se segue, está representeada, em referencial o.n. xOy, uma função f.

A reta de equação $x = e$ é uma assíntota vertical e a reta de equação $y = 0$ é uma assíntota horizontal, do gráfico da função.

Seja (u_n) uma sucessão tal que $lim\, f(u_n) = +\infty$.

Qual das expressões poderá ser o termo geral da sucessão (u_n) ?



(A) $\frac{e}{n}$ **(B)** $e + \frac{1}{n}$ **(C)** $\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$ **(D)** $e - \frac{e}{n^2}$

Resolução:

$lim\, f(u_n) = +\infty \Leftrightarrow f(lim\, u_n) = +\infty$, na figura, a "função tende para mais infinito" quando x tende para e^+

Assim, $lim\, u_n = e^+$.

A: $\lim \frac{e}{n} = \frac{e}{+\infty} = 0^+$

B: $\lim e + \frac{1}{n} = e + \frac{1}{+\infty} = e + 0^+ = e^+$

C: $\lim \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e$

D: $\lim e - \frac{e}{n^2} = e - \frac{e}{+\infty} = e - 0^+ = e^-$

5. Seja f uma função contínua de domínio R. Sabe-se que $f(1) = 3$ e $f(2) = \frac{3}{2}$.

Então, pode concluir-se que é **necessariamente verdadeira** a afirmação:

(A) A equação $f(x) = -x$ não tem soluções pertencentes ao intervalo $]1,2[$.

(B) **A equação $f(x) = x$ admite uma solução pertencente ao intervalo $]1,2[$.**

(C) A equação $f(x) = -1$ é impossível no intervalo $]1,2[$.

(D) No intervalo $]1,2[$ a função não tem zeros.

Resolução:

A: Vou considerar $g(x) = f(x) + x$ que também é continua em $[1,2]$. Agora basta averiguar se a função muda de sinal em $x = 1$ e $x = 2$:

$$g(1) = f(1) + 1 = 3 + 1 = 4 > 0$$

$$g(2) = f(2) + 2 = \frac{3}{2} + 2 = \frac{9}{2} > 0$$

Como não muda de sinal, **nada posso concluir**.

B: $f(1) - 1 = 3 - 1 = 2\ e\ f(2) - 2 = 1{,}5 - 2 = -0{,}5\ , sendo\ g(x) = f(x) - x, tem - se\ g(1) \times g(2) < 0, assim\ pelo\ \ corolário\ de\ Bolzano\ ,\ \exists c \in\ ]1\ ,2[: g(c) = 0$

C: Vou considerar $g(x) = f(x) + 1$ que também é continua em $[1,2]$. Agora basta averiguar se a função muda de sinal em $x = 1$ e $x = 2$:

$$g(1) = f(1) + 1 = 3 + 1 = 4 > 0$$

$$g(2) = f(2) + 1 = \frac{3}{2} + 1 = \frac{5}{2} > 0$$

Como não muda de sinal, **nada posso concluir**.

D: Como a função f é continuo em $\mathbb{R}$, em particular é continua em $[1,2]$.

Pelo corolário do teorema do Bolzano, $f(1) \times f(2) < 0$

Mas $3 \times \frac{3}{2} = \frac{9}{2} > 0$, logo **nada posso concluir**.

Grupo II

Na resolução deste grupo deve apresentar todos os esquemas e cálculos que traduzem o seu raciocínio e todas as justificações julgadas necessárias.
Pode usar a calculadora como confirmação de resultados mas, a não ser que o seu uso seja exigido na questão, **todos os exercícios devem ser resolvidos analiticamente**.
Se no enunciado do exercício não indicar a aproximação com que deve indicar o resultado é porque se pretende o valor exato.

1. Considere a função de varável real f definida por:

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{3(e^{2x-4}-e^{x})}{x-4} & \text{se} \quad x>4\\ 3e^{x} & \text{se} \quad x=4\\ \dfrac{e^{4}(x^{2}-5x+4)}{x-4} & \text{se} \quad x<4\end{cases}$$

1.1 Estude a função quanto à continuidade.

Resolução:

A função é contínua no intervalo $]4,+\infty[$ por se tratar de um quociente entre duas funções contínuas, no numerador, uma diferença entre a composta da função exponencial e a função exponencial e no denominador, uma função afim, que não se anula naquele intervalo. **3 PONTOS**

A função é continua no $]-\infty,+4[$ por se tratar de um quociente entre uma função polinomial(quadrática) e uma função afim, que não se anula naquele intervalo, ambas contínuas no intervalo. **3 PONTOS**

Será contínua no ponto de abcissa 4? **31 PONTOS**

- Calcular $\lim\limits_{x\to 4^+} f(x) =$ 17pontos

$$\lim_{x\to 4^+} f(x)=\lim_{x\to 4^+}\frac{3(e^{2x-4}-e^{x})}{x-4}=\frac{3(e^{2\times 4-4}-e^{4})}{4^{+}-4}=\frac{0}{0}$$ 4pontos

fazendo a mudança de variável

$x-4=y \qquad x=y+4 \qquad x\to 4^{+} \qquad y\to 0^{+}$

$$\lim_{y\to 0^+}\frac{3\left(e^{2(y+4)-4}-e^{y+4}\right)}{y}=\lim_{y\to 0^+}\frac{3(e^{2y+4}-e^{y}\times e^{4})}{y}=$$

$$=\lim_{y\to 0^+}\frac{3\left((e^{y})^{2}\times e^{4}-e^{y}\times e^{4}\right)}{y}=$$ 6pontos

$$\lim_{y\to 0^+}\frac{3\left(e^{4}e^{y}(e^{y}-1)\right)}{y}=$$

$$=\boldsymbol{3e^{4}}\lim_{y\to 0^+}\frac{\left(e^{y}(e^{y}-1)\right)}{y}=\boldsymbol{3e^{4}}\left(\lim_{y\to 0^+}e^{y}\times\underbrace{\lim_{y\to 0^+}\frac{e^{y}-1}{y}}_{limite\ notável}\right)$$ 6pontos

$$=3e^{4}\times 1\times 1=\boldsymbol{3e^{4}}$$ 1ponto

- Calcular $\lim_{x\to 4^-} f(x)$ 14pontos

$$\lim_{x\to 4^-} f(x)=\lim_{x\to 4^-}\frac{e^{4}(x^{2}-5x+4)}{x-4}=\lim_{x\to 4^-}\frac{e^{4}\overbrace{\cancel{(x-4)}(x-1)}^{Ruffini}}{\cancel{x-4}}=$$

$$=\lim_{x\to 4^-}e^{4}(x-1)=e^{4}(4-1)=3e^{4}$$

Ruffini:

	1	-5	4
4		5	-4
	1	-1	0

Calcular f(4) $=3e^{4}$ **2 PONTOS**

Como $\lim_{x\to 4^-} f(x)=\lim_{x\to 4^+} f(x)=f(4)$, a função é continua em 4 **4 PONTOS**

Concluir que a função é contínua em $\mathbb{R}$ **2 PONTOS**

TOTAL: 45 PONTOS

1.2 Considere o gráfico da restrição da função f ao intervalo$]-\infty, 4[$. Averigúe a existência de assíntota não vertical. Em caso afirmativo, escreva a equação da assintota.

Resolução:

Calcular m: **13 PONTOS**

Escrever:

$$\mathrm{m} = \lim_{x\to-\infty} \frac{\frac{e^4(x^2-5x+4)}{x-4}}{x} = \lim_{x\to-\infty} \frac{e^4x^2-5e^4x-4e^4}{x^2-4x} = \frac{\infty}{\infty}$$ 6pontos

$$m = \lim_{x\to-\infty} \frac{e^4x^2-5e^4x-4e^4}{x^2-4x} = \underbrace{\lim_{x\to-\infty} \frac{e^4\cancel{x^2}}{\cancel{x^2}}}_{\boldsymbol{T.limite\ do\ quociente\ entre\ 2\ polinómios}} =$$ 5pontos

$$m = e^4$$ 2pontos

Calcular b: **14 PONTOS**

$$b = \lim_{x\to-\infty} \left[\frac{e^4(x^2-5x+4)}{x-4} - e^4x\right]$$ 2pontos

$$b = \lim_{x\to-\infty} \left[\frac{e^4(x-1)\cancel{(x-4)}}{\cancel{x-4}} - e^4x\right] =$$ 4pontos

$$b = \lim_{x\to-\infty} [e^4x - e^4 - e^4x] =$$ 4pontos

$$\mathrm{b} = \lim_{x\to-\infty}(-e^4) =$$ 3pontos

$$b = -e^4 1$$ 1ponto

Escrever a equação da assíntota: $y = e^4x - e^4$ **3 PONTOS**

TOTAL: 30 PONTOS

2. Uma turma é constituída por 27 alunos, dos quais 17 são rapazes. A Maria e o Manuel são alunos dessa turma. A professora de Português vai escolher, ao acaso, um grupo de cinco alunos para definirem as regras de um Jogo de Palavras.

Considere os acontecimentos:

$\boldsymbol{A}$: " a Maria e o Manuel são escolhidos para definirem as regras do Jogo " ;

$\boldsymbol{B}$: " dos cinco alunos escolhidos, dois são rapazes e três são raparigas " .

Uma resposta correta para a probabilidade condicionada $\boldsymbol{P(B|A)}$ é $\frac{16\times {}^9C_2}{{}^{25}C_3}$.

Numa composição, explique porquê.

A sua composição deve incluir:

- A interpretação do significado $\boldsymbol{P(B|A)}$**,** no contexto da situação descrita;
- Uma referência à regra de Laplace;
- Uma explicação do número de casos possíveis;
- Uma explicação do número de casos favoráveis.

Resolução:

$P(B|A)$ significa que se pretende a probabilidade de, dos cinco alunos escolhidos, dois serem rapazes e três serem raparigas, sabendo que a Maria e o Manuel foram escolhidos para definirem as regras do Jogo.

5 PONTOS

De entre os 5 alunos sabe-se que a Maria e o Manuel foram escolhidos, assim basta escolher 3 alunos entre 25, não sendo relevante a ordem. Assim, ${}^{25}\mathrm{C}_3$ representa o número de maneiras diferentes de escolher três elementos de entre os 25 restantes alunos da turma.

Casos possíveis: ${}^{25}\mathrm{C}_3$ **5 PONTOS**

Dos cinco alunos escolhidos, dois são rapazes, três são raparigas e a Maria e o Manuel são escolhidos para definirem as regras do Jogo ($A \cap B$), deste modo, faltam 1 rapaz de entre 16 (17- Manuel) rapazes possíveis e duas raparigas de entre 9 (10-Maria) raparigas possíveis, não sendo relevante a ordem. Assim, ${}^{16}\mathrm{C}_1 \times {}^{9}\mathrm{C}_2 = \mathbf{16} \times {}^{\mathbf{9}}\mathbf{C}_\mathbf{2}$ representa o numero de maneiras diferentes de escolher 1 rapaz de entre os 17 rapazes restantes da turma e de escolher duas raparigas de entre as 9 restantes da turma.

Casos favoráveis: ${}^{16}\mathrm{C}_1 \times {}^{9}\mathrm{C}_2 = \mathbf{16} \times {}^{\mathbf{9}}\mathbf{C}_\mathbf{2}$ **5 PONTOS**

Dado que os acontecimentos elementares são equiprováveis, pode utilizar-se a regra de Laplace para o cálculo da probabilidade, sendo este quociente entre o número de casos favoráveis e o número de casos possíveis

$P(B|A) = \frac{n^{\underline{o}}\ de\ casos\ favoráveis}{n^{\underline{o}}\ de\ casos\ possiveis} = \frac{16 \times {}^{9}C_2}{{}^{25}C_3}$ **5 PONTOS**

ORGANIZAÇÃO : 5 PONTOS

***TOTAL:* 25 PONTOS**

3. O Cristóvão estava com a Marta a arrumar as sobras do Carnaval, no sótão, quando reparou num spray que um amigo lhe tinha trazido de Veneza. Lembrou-se de fazer uma partida e desenhou um grafiti na mochila da Marta. Ao ver a preocupação da amiga disse-lhe

"*Há muito, muito tempo atrás este spray tinha um efeito mágico*…"

Esse efeito é modelado pela função $f(x) = \frac{2x}{e^{-x}}$.

3.1 Qual era a magia do spray**?**

Resolução:

Reconhecer que: "Há muito, muito tempo" significa $x \to -\infty$

$\lim_{x\to-\infty} \frac{2x}{e^{-x}} = \left(\frac{\infty}{\infty}\right)$ **5 PONTOS**

$\lim_{x\to-\infty} \frac{2x}{e^{-x}} = 2 \times \lim_{x\to-\infty} \frac{x}{e^{-x}} =$ **1 PONTO**

fazendo a mudança de variável:

$-x = y$	$x = -y$	$x \to -\infty$	$y \to +\infty$

6 PONTOS

$\lim_{y\to+\infty} \frac{-2y}{e^{y}} = -2 \times \lim_{y\to+\infty} \frac{y}{e^{y}} =$ **2 PONTOS**

$-2 \lim_{y\to+\infty} \frac{1}{\frac{e^y}{y}} = -2 \frac{1}{\underbrace{\lim_{y\to+\infty} \frac{e^y}{y}}_{limite\ notável}} = -2 \times \frac{1}{+\infty} = -2 \times 0 = 0$ **7 PONTOS**

R.: A magia do spray consistia no desaparecimento do efeito. **4 PONTOS**

TOTAL: 25 PONTOS

3.2 Resolva a equação seguinte: $f(x) = x\ (e^{-x} + 1)$

Resolução:

$\frac{2\cancel{x}}{e^{-x}} = \cancel{x}\ (e^{-x} + 1) \Leftrightarrow$ **3 PONTOS**

$2 = (e^{-x} + 1) \times e^{-x} \Leftrightarrow$ **5 PONTOS**

$(e^{-x})^2 + e^{-x} - 2 = 0$ **2 PONTOS**

Mudança de variável $e^{-x} = y$ **2 PONTOS**

$$y^2 + y - 2 = 0 \Leftrightarrow y = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \times 1 \times (-1)}}{2} \Leftrightarrow y = \frac{-1 \pm \sqrt{9}}{2} \Leftrightarrow y = \frac{-1 \pm 3}{2}$$

$\Leftrightarrow y = \frac{-1+3}{2} \vee y = \frac{-1-3}{2} \Leftrightarrow y = \frac{2}{2} \vee y = -\frac{4}{2} \Leftrightarrow y = 1 \vee y = -2$ **5 PONTOS**

$e^{-x} = 1 \vee \underbrace{e^{-x} = -2}_{impossivel} \Leftrightarrow$ **3 PONTOS**

$-x = \ln(1) \Leftrightarrow x = 0$ **5 PONTOS**

TOTAL: 25 PONTOS

FIM

Bom trabalho!

Grupo I	1.	2.	3.	4.	5.	Total
Cotação	10	10	10	10	10	50

Grupo II	1.1	1.2	2.	3.1	3.2	Total
Cotação	45	30	25	25	25	150

ANEXO 5 – INSTRUÇÕES CRIADAS PELO NEM DE COMO USAR AS CALCULADORAS NUM PROBLEMA DE PROGRAMAÇÃO LINEAR

TI-83/84 PLUS:

- Clicar em **APPS** (aplicações) e escolher **Inequalz**. Deste modo, no programa funções, irá surgir mais opções;
- Clicar em **y=** e inserir as diferentes inequações. Caso a variável x também tenha restrições, no canto superior esquerdo existe **x=** . Assim, também é possível restringir esta variável;
- Antes de clicar em **GRAPH** deve ser escolhida uma janela adequada em **WINDOW**. Todas as janelas dependem dos diferentes problemas mas, por norma, a região admissível encontra-se no 1º quadrante. Deste modo, $x_{min} = y_{min} = 0$;
- Ao clicar em **GRAPH** irá surgir uma figura com várias "sombreados". Para obter apenas a região admissível basta clicar em **ALPHA** e **F2**, de seguida selecionar a primeira opção, **1:Ineq Intersection**;
- Ao clicar em **ALPHA** e **F4** a calculadora mostra os vértices da região admissível. No canto superior esquerdo podemos ver quais foram as duas inequações usadas na interseção. Para guardar este valor em **STAT** (listas) basta clicar em **STO>**. De seguida surge uma janela de confirmação no visor da máquina. Com um pouco de destreza, paciência e serenidade podemos selecionar e guardar todos os vértices em **STAT**;
- Em **STAT**, **1:Edit…**, vemos os diferentes pontos que são as possíveis soluções do problema. Na terceira coluna podemos inserir a <u>função objetivo</u>. Em primeiro lugar temos de dar nome à nossa função, de seguida escrevê-la (por exemplo: $P = 5x + 4y$). Para inserir o x temos de clicar em **2ND** e **List** e escolher **INEQX**, para inserir o y temos de clicar em **2ND** e **List** e escolher **INEQY**;
- Ao clicar em **STAT**, **1:Edit…**, irão surgir os diferentes valores da função objetivo.

CASIO:

- No menu, escolher a opção **GRAPH**. Para escrever as condições $< ; > ; \geq ; \leq$ basta clicar em **F3** (TYPE) e **F6**;

- Ao clicar em **SHIFT** e **V-WINDOW** podemos alterar a nossa janela; Todas as janelas dependem dos diferentes problemas mas, por norma, a região admissível encontra-se no 1º quadrante. Deste modo, $x_{min} = y_{min} = 0$;
- Depois de escolhida a janela, clicar em **F6** (DRAW). Para selecionar os vértices pertencentes à região admissível basta clicar em **SHIFT**, **F5** (G-SLV) e **F5** (ISCT) e escolher duas interseções para obter um PONTO;
- Repetir o passo anterior até obter todos os vértices pertencentes à região admissível.

TI NSPIRE CX:

- Adicionar **Gráfico**. Antes de escrever a função clicar em **del** (apagar) e irá surgir as condições $<\,;>\,;\geq\,;\leq$. Usando estas condições podemos escrever as inequações do problema. Clicar em **tab** para adicionar novas funções;
- Não esquecer que deve ser escolhida uma janela adequada para o problema. Todas as janelas dependem dos diferentes problemas mas, por norma, a região admissível encontra-se no 1º quadrante. Deste modo, $x_{min} = y_{min} = 0$;
- Em **menu: Analisar gráfico: Interseção** podemos encontrar os vértices da região admissível;
- Em **Adicionar Listas e Folha de Cálculo** selecionamos as coordenadas dos vértices. Na primeira coluna colocamos as coordenadas em x e na segunda as coordenadas em y. Na terceira coluna inserimos a função objetivo.

Aula 39/40 : 22/02/2013

Taxa de variação A6

Curso Profissional Técnico Multimédia

Agrupamento de Escolas da Mealhada
ESCOLA SECUNDÁRIA DE MEALHADA
2012/2013

Exercícios

1.
O lucro obtido, $L(m)$, em milhares de euros, por uma empresa nos 12 meses do ano 2011 é modelado pela função: $\boldsymbol{L(m) = 0,4m^3 - 4m^2 + 62}$, onde m são os meses (ou seja, $1 \leq m \leq 12$).

1.1 Faça um esboço do gráfico no contexto do problema.

1.2 Qual foi o lucro obtido:

1.2.1 Em Janeiro e no quinto mês?

1.2.2 Entre o mês de Abril e o mês de Julho?

1.3 Calcule a taxa média de variação da função nos seguintes intervalos e interprete o resultado obtido:

1.3.1 $[1, 3]$; **1.3.2** $[4, 7]$; **1.3.3** $[8, 12]$;

2.
Em 2012, a mesma empresa apresenta a seguinte tabela de Lucro:

Mês	Jan.	Fev.	Mar.	Abr.	Mai.	Jun.	Jul.	Ago.	Set.	Out.	Nov.	Dez.
Lucro	170	155	130	110	90	65	80	100	130	145	180	250

Indique, justificando, se concorda ou não com as seguintes afirmações:

a) A variação do lucro dos dois primeiros meses é positiva;

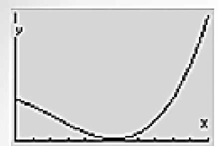
b) No ano de 2011 houve um menor lucro entre Abril e Julho do que no ano de 2012;

c) A taxa média de variação do lucro entre Agosto e Dezembro, em 2012, é superior à taxa média de variação do lucro entre Agosto e Dezembro em 2011;

d) A variação do lucro entre Março e Junho, em 2012, é aproximadamente o dobro da mesma variação no ano de 2011.

Resolução

1.1



Janela: $x_{min} = 1$ $x_{max} = 12$
$y_{min} = 0$ $y_{max} = 180$

1.2.1 Mês de Janeiro: $m = 1$

$L(1) = 0{,}4 \times 1^3 - 4 \times 1^2 + 62 = 58{,}4$
$L(5) = 0{,}4 \times 5^3 - 4 \times 5^2 + 62 = 12$

R.: No mês de Janeiro houve um lucro de 58,4 milhares de euros e no quinto mês houve um lucro de 12 milhares de euros.

1.2.2 Mês de Abril: $m = 4$ e mês de Julho: $m = 7$

$$L(7) - L(4) = 0{,}4 \times 7^3 - 4 \times 7^2 + 62 - (0{,}4 \times 4^3 - 4 \times 4^2 + 62) = -20{,}4$$

R.: Entre o mês de Abril e o mês de Julho houve um prejuízo de 20,4 milhares de euros.

1.3.1

$$t.v.m_{[1,3]} = \frac{L(3) - L(1)}{3 - 1} = \frac{36{,}8 - 58{,}4}{2} = -10{,}8$$

R.: Nos primeiros três meses houve um prejuízo médio de 10,8 milhares de euros por mês

1.3.2

$$t.v.m_{[4,7]} = \frac{L(7)-L(4)}{7-4} = \frac{-20{,}4}{3} = -6{,}8$$

R.: Entre o mês de Abril e Julho houve um prejuízo médio de 6,8 milhares de euros por mês.

1.3.3

$$t.v.m_{[8,12]} = \frac{L(12)-L(8)}{12-8} = \frac{177{,}1-10{,}8}{4} = 41{,}6$$

R.: Entre o mês de Agosto e Dezembro houve um lucro médio de 41,6 milhares de euros por mês.

2. a)

$$L(2) - L(1) = 155 - 170 = \mathbf{-15}$$

R.: Não concordo porque a variação é negativa.

2. b)

No ano 2012 houve um lucro de $L(7) - L(4) = 80 - 110 = \mathbf{-30}$ e no ano de 2011 houve um lucro de $\mathbf{-20,4}$.

R.: Não concordo porque o lucro obtido no ano de 2011 foi superior ao lucro obtido no ano de 2012.

$$\mathbf{-20{,}4 > -30.}$$

2. c)

A taxa média de variação entre o lucro do mês de Agosto e o mês de Dezembro, em 2012, é de:

$$t.v.m_{[8,12]} = \frac{L(12)-L(8)}{12-8} = \frac{250-100}{4} = \frac{150}{4} = 37{,}5$$

No ano de 2011 a taxa média de variação foi de 41,6 milhares de euros por mês.

R.: Não concordo porque a taxa média de variação em 2011 foi superior à de 2012.

$$\mathbf{41{,}6 > 37{,}5.}$$

2. d)

A variação do lucro entre Março e Junho, em 2012, é de $L(6) - L(3) = 65 - 130 = \mathbf{-65}$

A variação do lucro entre Março e Junho, em 2011, é de $L(6) - L(3) = 4{,}4 - 36{,}8 = \mathbf{-32,4}$

R.: Concordo porque a taxa média de variação em 2011 é $\mathbf{-32,4}$ e a taxa média de variação em 2012 é aproximadamente $\mathbf{-32,4 \times 2 = -64,8 \approx -65}$.

ANEXO 7 – CRITÉRIOS DE AVALIAÇÃO DA DISCIPLINA DE MATEMÁTICA B

Agrupamento de Escolas da Mealhada

Escola Secundária de Mealhada 2012/2013

GOVERNO DE PORTUGAL | MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E CIÊNCIA

DEPARTAMENTO CURRICULAR:

MATEMÁTICA E CIÊNCIAS EXPERIMENTAIS

Cód. 161007

AGRUPAMENTO DE ESCOLAS DA MEALHADA

CRITÉRIOS DE AVALIAÇÃO DA DISCIPLINA DE MATEMÁTICA B

1. Ponderação dos domínios COGNITIVO e COMPORTAMENTAL na Avaliação de Final de Período

<table>
<tr><th rowspan="1">Ano</th><th>Domínio Cognitivo</th><th colspan="2">Domínio Comportamental</th></tr>
<tr><td rowspan="2">11.º</td><td rowspan="2">90%</td><td>Atitudes/Comportamento</td><td>Participação/Empenho</td></tr>
<tr><td>5%</td><td>5%</td></tr>
</table>

2. Competências Gerais e Avaliação

<table>
<tr><th>Domínios</th><th>Competências</th><th>Avaliação</th></tr>
<tr><td>Cognitivo</td><td>• Desenvolver a capacidade de usar a Matemática como instrumento de interpretação e intervenção no real;
• Desenvolver o raciocínio, o pensamento científico e a capacidade de comunicar;
• Correção linguística (correção, clareza, coerência) - avaliado aquando das intervenções orais e nos trabalhos/testes escritos, pelo que a classificação atribuída a esses elementos deverá já refletir a avaliação deste item (peso de 5%);
• Capacidade de mobilizar e articular diferentes saberes e conhecimentos (técnicos, científicos, culturais, linguísticos);
• Capacidade de pesquisa, seleção, tratamento e de utilização de diversas fontes de informação;
• Autonomia e criatividade na realização das aprendizagens;
• Capacidade de leitura/ interpretação/ análise crítica de diferentes tipos de documentos;
• Capacidade de organização, de concretização de tarefas e de resolução de problemas.</td><td rowspan="2">Testes escritos; Atividades individuais ou em grupo; Observação direta; Autoavaliação;</td></tr>
<tr><td>Comportamental</td><td>Participação/Empenho
• Realização das atividades de sala de aula e/ ou trabalhos de casa (organização, empenho e qualidade);
• Conhecimento dos conteúdos anteriormente lecionados;
• Exposição de dúvidas, pedidos de esclarecimentos e/ou apoio;
• Participação esclarecida e correta (qualidade da intervenção);
• Uso de linguagem específica da disciplina.</td></tr>
</table>

	Atitudes/Comportamento • Respeito e cumprimento de ordens/ orientações do professor; • Intervenções oportunas e só quando autorizadas pelo professor; • Respeito e cooperação com os colegas; • Comportamento adequado ao espaço sala de aula e outros; • Atenção e concentração; • Realização dos trabalhos de casa; • Organização e apresentação do material necessário à aula; • Pontualidade e assiduidade (sistematicamente).	

3. **Estrutura dos testes de avaliação –** A indicar de acordo com os conteúdos a avaliar.

4. Critérios gerais de classificação dos testes

a) A classificação a atribuir a cada resposta deve ser um número inteiro de pontos;
b) Deve ser atribuída a classificação de zero pontos a respostas ilegíveis;
c) Em caso de omissão ou de engano na identificação de uma resposta, esta poder ser classificada, se for possível identificar inequivocamente o item a que diz respeito;
d) Na classificação das respostas, não devem ser tomados em consideração erros resultantes de o aluno copiar mal os dados de um item, desde que não afetem a estrutura nem o grau de dificuldade do item;
e) Sempre que o aluno apresente mais do que uma resolução do mesmo item e não indique, de forma inequívoca, a(s) que pretende anular, apenas a primeira deve ser classificada;
f) Nos itens de escolha múltipla, nas respostas em que o aluno selecione, de forma inequívoca, a opção correta, escrevendo a letra ou a resposta correspondente, deve ser atribuída a pontuação indicada. Se, além da opção correta, o aluno selecionar outra opção, deve ser atribuída a classificação de zero pontos;
g) Alguns itens da prova poderão ser corretamente resolvidos por mais do que um processo. Sempre que o aluno utilizar um processo de resolução correto, ainda que não contemplado nos critérios específicos de classificação, deve ser atribuída a cotação total do item à sua resposta. Caso, contrário, cabe ao professor adotar um critério de distribuição da cotação total do item e utilizá-lo em situações idênticas.

ANEXO 8 – CRITÉRIOS DE AVALIAÇÃO DA DISCIPLINA DE MATEMÁTICA PARA O CP

Agrupamento de Escolas da Mealhada

Escola Secundária de Mealhada 2012/2013

CURSO PROFISSIONAL TÉCNICO MULTIMÉDIA

GOVERNO DE PORTUGAL | MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E CIÊNCIA

Cód. 161007

AGRUPAMENTO DE ESCOLAS DA MEALHADA

CRITÉRIOS DE AVALIAÇÃO DA DISCIPLINA DE MATEMÁTICA

1. Ponderação das áreas do saber na avaliação de final de Período:

		Domínio Cognitivo	Participação/ Empenho	Atitudes/ Comportamento
Curso Profissional	2º ano	75%	15%	10%

2. Competências gerais:

	Competências
Domínio Cognitivo	• Compreensão e aquisição dos conhecimentos específicos da disciplina; • Aplicação dos conhecimentos; • Capacidade de resolução de problemas; • Capacidade de raciocínio matemático; • Comunicação matemática (oral e escrita) - Domínio da Língua Portuguesa (correção, clareza, coerência); • Capacidade de mobilizar e articular diferentes saberes e conhecimentos; • Capacidade de pesquisa, seleção, tratamento e de utilização de diversas fontes de informação; • Autonomia e criatividade na realização das aprendizagens.
Participação/ Empenho	• Realização das atividades de sala de aula e/ou trabalhos complementares; • Estudo regular; • Exposição de dúvidas; • Participação adequada; • Uso de linguagem específica da disciplina.
Atitudes/ Comportamento	• Pontualidade e assiduidade; • Organização e apresentação do material necessário à aula; • Cooperação com os colegas; • Cumprimento das regras estabelecidas; • Atenção e concentração; • Respeito pelos outros.

3. **Estrutura dos Testes de Avaliação -** A indicar de acordo com os conteúdos a avaliar.

4. **Critérios Gerais de Correção dos Testes/Trabalhos -** As classificações a atribuir às respostas são expressas em números inteiros e resultam da aplicação dos critérios de classificação relativos a cada tipologia de itens.

Anexo 9 – Enunciado da Avaliação diagnóstica da turma C11

Agrupamento de Escolas da Mealhada **Escola Secundária de Mealhada 2012/2013** **11ºAno – Matemática B** **Curso Científico - Humanístico de Artes Visuais**	GOVERNO DE PORTUGAL — MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E CIÊNCIA **Cód. 161007** AGRUPAMENTO DE ESCOLAS DA MEALHADA
AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA	
Nome:	Professor:

1. O Luís mora no oitavo andar de um prédio com cave e subcave. Para ir à arrecadação, na subcave, utiliza o elevador. Admita que, a partir do momento em que o Luís apanha o elevador, a sua altura h, em metros, relativamente ao rés-do-chão é dada, em função do tempo, t, em segundos, por:

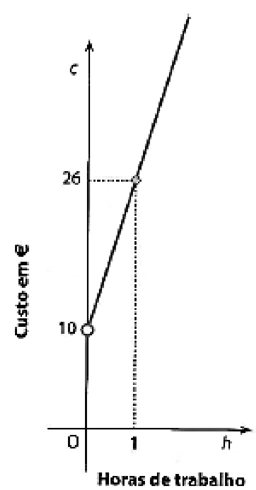
$$\boldsymbol{h(t) = -0,6t + 30} \quad , \quad \boldsymbol{t \in [0; 62,5]}$$

1.1. Determine **analiticamente** a altura a que o Luís se encontra em relação ao rés-do-chão, 15 segundos após o início do movimento do elevador.

1.2. Determine **analiticamente** o tempo que o Luís demora a chegar ao rés-do-chão.

1.3. Quanto tempo demora o Luís a chegar do rés-do-chão à subcave? Justifique.

2. Um eletricista e um canalizador prestam serviços ao domicílio. O eletricista pela deslocação cobra 20€ e pelo trabalho 12€ por hora. O custo do serviço prestado pelo canalizador está representado no gráfico ao lado.



2.1. Qual é o preço de cada hora de trabalho prestada pelo canalizador?

2.2. O Sr. Silva chamou o eletricista e o canalizador para que efetuassem umas reparações. O eletricista efetuou a reparação em 2 horas e meia e o canalizador trabalhou 4 horas. Quanto pagou o Sr. Silva no total aos dois trabalhadores?

2.3. Determine uma expressão analítica que represente o custo *c*, em euros, de um serviço prestado pelo eletricista durante *t* horas.

2.4. Determine uma expressão analítica que represente o custo *c*, em euros, de um serviço prestado pelo canalizador durante *t* horas.

3. A altura de uma bola lançada verticalmente pelo Manuel é dada em função do tempo por uma função quadrática definida por: $\boldsymbol{a(t) = -4,9t^2 + 19,6t + 1,4}$, onde *a* representa a altura da bola, em metros, e onde *t* representa a variável tempo, em segundos.

3.1. Determine a altura da bola quando é largada pelo Manuel.

3.2. Faça um esboço do gráfico da função *a(t)*.

3.3. Determine a altura máxima atingida pela bola.

3.4. Quanto tempo demora a bola atirada pelo Manuel a atingir o solo?

4. Num certo dia, uma localidade foi invadida por uma praga de insetos. Verificou-se que o número de insetos, $N(t)$, em milhares, evoluiu com o tempo, *t*, em dias, até ser exterminada de acordo com:

$$\boldsymbol{N(t) = t^3 - 7t^2 + 8t + 16}$$

4.1. Determine, analiticamente, o número inicial de insetos.

4.2. Recorrendo às capacidades gráficas da calculadora, determine ao fim de quantos dias foi exterminada a praga.

4.3. Recorrendo às capacidades gráficas da calculadora, determine em que dia o número de insetos passou a ser inferior a 10000.

ANEXO 10 – ENUNCIADO E RESPETIVA CORREÇÃO DO TESTE DE AVALIAÇÃO DA TURMA C11, DISCIPLINA DE MATEMÁTICA B

Agrupamento de Escolas da Mealhada **Escola Secundária de Mealhada 2012/2013**	GOVERNO DE PORTUGAL — MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E CIÊNCIA
11ºAno – Matemática B	**Cód. 161007**
Curso Científico - Humanístico de Artes Visuais	**AGRUPAMENTO DE ESCOLAS DA MEALHADA**
Teste de avaliação nº2 – 21 fevereiro 2013	**Classificação:**
Nome:	Professor:

Em todas as respostas, indique **todos os cálculos** que efetuar e todas **as justificações** necessárias.
Sempre que, na resolução de um problema, **recorrer à calculadora**, apresente os elementos recolhidos na sua utilização (gráficos, coordenadas de pontos relevantes para a resolução do problema proposto).

As alunas do Curso de Artes da Mealhada foram ver uma exposição de arte no Algarve. Alugaram uma casa junto do mar para usufruírem, mais de perto, das maravilhas da praia. Quando chegaram a casa, esta era habitada por alguns insetos e observaram que uma formiga estava com um problema…

1. A formiga deslocava-se ao longo de um caminho que, como a figura mostra, vai apresentando bifurcações. A formiga nunca inverteu o sentido da sua marcha. Ao chegar a uma bifurcação, optou 70% das vezes pelo caminho da esquerda.
Qual a probabilidade de a formiga ser apanhada pela aranha?

Resolução:

$P(\text{"}formiga\ optar\ pelo\ caminho\ da\ esquerda\text{"}) = 0{,}7$

$P(\text{"}formiga\ optar\ pelo\ caminho\ da\ direita\text{"}) = 0{,}3$

Usando a Regra do Produto: 10 pontos

$P(\text{"}formiga\ ser\ apanhada\ pela\ aranha\text{"}) = 0{,}7 \times 0{,}3 = 0{,}21$ 8 pontos

R.: A probabilidade da formiga ser apanhada é de 0,21. 2 pontos

Total: 20 pontos

Depois de fazerem uma limpeza minuciosa na casa ficaram com apetite. Como são muito gulosas, decidiram comprar M&M's – uns azuis e outros amarelos.

2. A Alexandra tirou do saco, ao acaso e em simultâneo, três M&M's. Seja *X* a variável aleatória "*número de M&M's azuis que a Alexandra tirou*". Sabe-se que a distribuição de probabilidade da variável *X* é:

$X = x_i$	0	1	2	3
$P(X = x_i)$	$\frac{1}{10}$	a	a	$\frac{1}{10}$

Determine a probabilidade de a Alexandra retirar do saco pelo menos um M&M azul.

Resolução:

X:"nº de M&M's azuis"

$P(X=0)+P(X=1)+P(X=2)+P(X=3)=1 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \frac{1}{10}+a+a+\frac{1}{10}=1 \Leftrightarrow 2a=1-\frac{2}{10} \Leftrightarrow a=\frac{\frac{8}{10}}{2}=\frac{8}{20}=\frac{4}{10}=\frac{2}{5}$ 12 pontos

$P(retirar\ do\ saco\ pelo\ menos\ um$ M&M azul$)=$

$=\mathrm{P}(\mathrm{X}\geq 1)=\mathrm{P}(X=1)+P(X=2)+P(X=3)=\frac{2}{5}+\frac{2}{5}+\frac{1}{10}=\frac{9}{10}$ 12 pontos

R.: A probabilidade da Alexandra retirar do saco pelo menos um M&M azul é de $\frac{9}{10}$. 1 ponto

Total: 25 pontos

À tarde, depois de uma refeição completa, foram à praia. Na ida, encontraram uma senhora, ao pé de um lago, a alimentar os peixes. Esse lago chamava-se "os cem mil peixes".

3. O número de peixes do lago, em milhares, é dado em função do tempo, *t,* em anos, por:

$$N(t)=\frac{20(5+2t)}{1+0{,}06t}, t\geq 0.$$

3.1. Determine o número de peixes ao fim de um ano e ao fim de cinco anos e meio.

Resolução:

$N(1)=\frac{20(5+2)}{1+0{,}06}=\frac{100+40}{1{,}06}=\frac{140}{1{,}06}\approx 132$ 9 pontos

$N(5{,}5)=\frac{20(5+2\times 5{,}5)}{1+0{,}06\times 5{,}5}=\frac{100+220}{1{,}33}=\frac{320}{1{,}33}\approx 240$ 9 pontos

R.: Ao fim de um ano existem 132 milhares de peixes e ao fim de cinco anos e meio existem 240 milhares de peixes. 2 pontos

Total: 20 pontos

3.2. *Ao fim de muitos anos*, o que acontece ao número de peixes? Apresente o resultado arredondado às unidades, interpretando-o e justificando-o no contexto do problema.

Resolução:

Ao fim de muitos anos, $t\to+\infty$, $N(t)$ tende a estabilizar para um valor, para a assintota horizontal.

Fazendo a divisão de Euclides obtenho:

$20(5+2t)=(0{,}06t+1)\times\left(\frac{2000}{3}\right)+\left(-\frac{1700}{3}\right)\Leftrightarrow$ 10 pontos

$$\Leftrightarrow \frac{20(5+2t)}{0{,}06t+1}=\frac{2000}{3}+\frac{\frac{1700}{3}}{0{,}06t+1}$$

Onde $y=\frac{2000}{3}$ é a assintota horizontal. 13 pontos

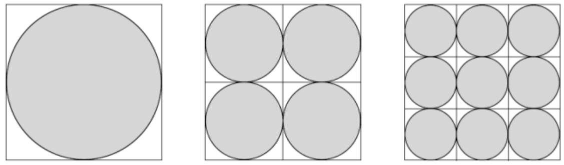
R: Ao fim de muitos anos, o número de peixes tende a estabilizar para 666 milhares. 2 pontos

Total: 25 pontos

Após um bom descanso e divertimento na praia, prepararam-se para irem à exposição. Numa das peças de arte da exposição, um painel decorativo, estava um placard que dizia INACABADO.

4. O painel decorativo será composto por uma sequência de dez telas quadradas, espaçadas entre si, todas com 12 decímetros de lado e com diferentes pinturas.

A figura em baixo representa as três primeiras telas, ordenadas da esquerda para a direita.



4.1. Mostre que a área do círculo pintado na primeira tela é igual à adição das áreas dos círculos pintados na segunda tela.

Resolução:

$Área\ do\ círculo\ da\ 1ª\ tela = \pi \times r^2 = \pi \times 6^2 = 36\pi$

$Área\ do\ círculo\ da\ 2ª\ tela = \pi \times r^2 = \pi \times 3^2 = 9\pi$ 10 pontos

Na 2ª tela existem 4 círculos, assim,

$$4 \times Área\ do\ círculo\ da\ 2ª\ tela = 4 \times 9\pi = 36\pi = Área\ do\ círculo\ da\ 1ª\ tela$$

Como queria demonstrar. 10 pontos

Total: 20 pontos

4.2. Determina o número de círculos pintados na última (décima) tela do painel.

Resolução:

Na 1ª tela existe 1 círculo,

na 2ªtela existem 4,

na 3ªtela existem 9,…

na n-esima tela existem n^2 círculos. 15 pontos

Assim, na décima tela existem $10^2 = 100$ circulos. 5 pontos

Total: 20 pontos

Quando a exposição acabou foram dar uma volta pela cidade. Enquanto se divertiam encontraram um grupo de rapazes da Escola da Mealhada.

5. A altura, em metros, de um rapaz do grupo pode ser expressa, aproximadamente, em função do seu peso, em quilogramas, por:

$$A(p) = -0{,}52 + 0{,}55\ln(p) \qquad 30 \leq p \leq 80$$

5.1. O Ricardo tem 1,4 metros de altura. Admitindo que a altura e o peso do Ricardo estão de acordo com a igualdade referida, qual será o seu peso? Apresente o resultado em quilogramas, arredondado às unidades.

Resolução:

$A(p) = 1{,}4 \Leftrightarrow -0{,}52 + 0{,}55\ln(p) = 1{,}4 \Leftrightarrow 0{,}55ln(p) = 1{,}92 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \ln(p) = \frac{1{,}92}{0{,}55} \Leftrightarrow p = e^{\frac{1{,}92}{0{,}55}} \approx 33$ 15 pontos

R.: O Ricardo pesa 33 quilogramas. 5 pontos

Total: 20 pontos

5.2. Qual é a altura do Vítor, aproximadamente às centésimas, se o seu peso for de 57 quilogramas?

Resolução:

$p = 57,\ A(57) = -052 + 0{,}55\ln(57) \approx 1{,}70.$ 15 pontos

R.: O Vítor tem uma altura de 1,70 metros se o seu "peso" for de 57 quilogramas. 5 pontos

Total: 20 pontos

5.3. Verifique que, para qualquer valor de *p*, a diferença $A(2p) - A(p)$ é uma constante. Determine um valor aproximado dessa constante, com duas casas decimais, e interprete esse valor no contexto do problema.

Resolução:

$A(2p) - A(p) = -0{,}52 + 0{,}55 = \ln(2p) - (-0{,}52 + 0{,}55\ln(p)) =$ 10 pontos

$= 0{,}55\ln(2p) - 0{,}55\ln(p) = 0{,}55\left(ln\left(\frac{2p}{p}\right)\right) = 0{,}55\ln(2) \approx 0{,}38$ 10 pontos

Este valor significa que quando o peso de um rapaz duplica, a sua altura, segundo este modelo, aumenta aproximadamente 38 cm. 10 pontos

Total: 30 pontos

Bom trabalho!

1.	**2.**	**3.1.**	**3.2.**	**4.1.**	**4.2.**	**5.1.**	**5.2.**	**5.3.**	***Total***
20	25	20	25	20	20	20	20	30	200

ANEXO 11 – ENUNCIADO E RESPETIVA CORREÇÃO DA QUESTÃO-AULA DA TURMA D1, CP

Agrupamento de Escolas da Mealhada Escola Secundária de Mealhada 2012/2013 11ºAno - MÓDULO A7 Curso Profissional – Técnico de Multimédia	GOVERNO DE PORTUGAL · MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E CIÊNCIA **Cód. 161007** **AGRUPAMENTO DE ESCOLAS DA MEALHADA**
Questão de aula - nº 02 – 7 dezembro 2012	**Classificação:**
Nome:	Professor:

Responde **analiticamente** às seguintes questões.

A administração de uma empresa pública concluiu que 30% dos seus funcionários não tinham as características necessárias para serem considerados competentes e que 70% eram competentes.

Era necessário abrir um concurso para avaliar as capacidades dos funcionários já existentes na empresa. Para tal foi, inicialmente, elaborado um teste que foi aplicado a estes funcionários.

Verificou-se que apenas 90% dos funcionários competentes passaram no teste e que 20% dos funcionários considerados não competentes também passaram.

Com base nos resultados obtidos é feita a nova seleção dos novos funcionários.

1. A administração da empresa, para melhor compreender os resultados obtidos, começou por definir os seguintes acontecimentos:

C: "o funcionário é competente"

T: "o funcionário passou no teste"

De seguida, decidiu organizar a informação na forma de uma tabela como a seguinte:
Completa-a.

$\cap$	C	$\bar{C}$	*Total*
T		$0{,}3 \times 0{,}2 = \mathbf{0,06}$	
$\bar{T}$			
Total	0,7		1

Resolução:

$\cap$	C	$\bar{C}$	Total
T	$0,7 \times 0,9 = 0,63$	$0,3 \times 0,2 = 0,06$	$0,63 + 0,06 = 0,69$
$\bar{T}$	$0{,}7 - 0{,}63 = \mathbf{0,07}$	$0{,}31 - 0{,}07 = \mathbf{0,24}$	$1 - 0{,}69 = \mathbf{0,31}$
Total	0,7	$1 - 0{,}7 = \mathbf{0,3}$	1

$P(\Omega) = P(\bar{C} \cup C) \Leftrightarrow 1 = P(\bar{C}) + P(C) \Leftrightarrow 1 = P(\bar{C}) + 0{,}7 \Leftrightarrow P(\bar{C}) = 0{,}3$ 2 pontos

$P(\mathrm{T}|\mathrm{C}) = \frac{P(C \cap T)}{P(C)} \Leftrightarrow P(\mathrm{T}|\mathrm{C}) \times P(C) = P(C \cap T) \Leftrightarrow 0{,}9 \times 0{,}7 = P(C \cap T)$ 4 pontos

$P(\mathrm{C}) = P\big((C \cap T) \cup (C \cap \bar{T})\big) \Leftrightarrow 0{,}7 = P(C \cap T) + P(C \cap \bar{T}) \Leftrightarrow 0{,}7 = 0{,}63 + P(C \cap \bar{T}) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \ P(C \cap \bar{T}) = 0{,}07$ 3 pontos

$P(\mathrm{T}) = P\big((C \cap T) \cup (\bar{C} \cap T)\big) \Leftrightarrow P(T) = P(C \cap T) + P(\bar{C} \cap T) \Leftrightarrow P(T) = 0{,}63 + 0.06 = 0{,}69$ 2 pontos

$P(\Omega) = P(\bar{T} \cup C) \Leftrightarrow 1 = P(\bar{T}) + P(T) \Leftrightarrow 1 = P(\bar{T}) + 0{,}69 \Leftrightarrow P(\bar{T}) = 0{,}31$ 2 pontos

$P(\bar{\mathrm{T}}) = P\big((C \cap \bar{T}) \cup (\bar{C} \cap \bar{T})\big) \Leftrightarrow 0{,}31 = P(C \cap \bar{T}) + P(\bar{C} \cap \bar{T}) \Leftrightarrow 0{,}31 = 0{,}07 + P(\bar{C} \cap \bar{T}) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \ P(\bar{C} \cap \bar{T}) = 0{,}24$ 2 pontos

Total: 15 PONTOS

Quem não completou a tabela anterior, use os dados da tabela seguinte para a resolução das próximas questões.

$\cap$	C	$\bar{C}$	*Total*
T	$0{,}6 \times 0{,}8 = \mathbf{0{,}48}$	$0{,}4 \times 0{,}3 = 0{,}12$	**0,6**
$\bar{T}$	**0,12**	**0,28**	**0,4**
Total	0,6	**0,4**	1

2. Qual a **percentagem** de funcionários que passaram no teste?

Resolução:

$\boldsymbol{P(T) = P(T \cap C) + P(T \cap \bar{C}) = 0{,}63 + 0{,}06 = 0{,}69}$ **8 pontos**

R.: A percentagem de funcionários que passaram no teste é de 69% (60%). **2 pontos**

Quem usou a tabela fornecida:

$$\boldsymbol{P(T) = P(T \cap C) + P(T \cap \bar{C}) = 0{,}48 + 0{,}12 = 0{,}6}$$

Total: 10 PONTOS

3. **Sabendo que** um candidato a funcionário passou no teste, calcule a **probabilidade** de ele ser competente. Apresente o resultado arredondado às **centésimas**.

Resolução:

$$\boldsymbol{P(C|T) = ?}$$

$\boldsymbol{P(C|T) = \frac{P(C \cap T)}{P(T)} \Leftrightarrow}$ **6 pontos**

$\boldsymbol{\Leftrightarrow P(C|T) = \frac{0{,}63}{0{,}69} = \frac{21}{23} = 0{,}91}$ **7 pontos**

R.: Sabendo que um candidato a funcionário passou no teste a probabilidade de ele ser competente é de 0,91. **2 pontos**

Quem usou a tabela fornecida:

$$\boldsymbol{P(C|T) = \frac{P(C \cap T)}{P(T)} = \frac{0{,}48}{0{,}60} = \frac{4}{5} = 0{,}80}$$

Total: 15 PONTOS

4. Os acontecimentos definidos inicialmente, *C* e *T*, são **independentes**? Porquê?

Resolução:

$P(T \cap C) = 0,63$ **3 pontos**

$P(T) \times P(C) = 0,69 \times 0,7 = 0,483$ **3 pontos**

Como

$0,483 \neq 0,63,$ **1 ponto**

$P(T \cap C) \neq P(T) \times P(C)$ **2 pontos**

Caso as probabilidades fossem as mesmas, nada se pode CONCLUIR!

Tem-se que fazer:

$$P(C|T) = P(C) \quad \text{e} \quad P(T|C) = P(T)$$

R.: Os acontecimentos não são independentes. **1 ponto**

Quem usou a tabela fornecida:

$$P(T \cap C) = 0,48$$

$$P(T) \times P(C) = 0,6 \times 0,6 = 0,36$$

$$Como\ 0,48 \neq 0,36, \qquad P(T \cap C) \neq P(T) \times P(C)$$

Total: 10 PONTOS

Bom trabalho! ☺

1.	**2.**	**3.**	**4.**	***Total***
15	10	15	10	50

ANEXO 12 – ENUNCIADO DE UMA EMPRESA DA TURMA D1

<table>
<tr><td>Agrupamento de Escolas da Mealhada
Escola Secundária de Mealhada 2012/2013
11ºAno – Matemática Profissional
Curso Profissional Técnico de Multimédia
MÓDULO A6</td><td>GOVERNO DE PORTUGAL | MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E CIÊNCIA
Cód. 161007
AGRUPAMENTO DE ESCOLASDA MEALHADA</td></tr>
<tr><td>Trabalho de grupo – abril 2013</td><td>Classificação:</td></tr>
<tr><td>Nome:</td><td>Professor:</td></tr>
</table>

O grupo deve entregar numa folha a seguinte ordem de trabalhos:

- Resolver todas as alíneas analiticamente exceto quando for solicitado o uso da calculadora;
- A resolução de uma alínea deve conter todos os passos usados, caso a alínea seja resolvida com o uso da calculadora, o grupo deve indicar quais os procedimentos a usar para obter o resultado pretendido.

É necessário fazer uma pequena apresentação onde devem:

- Apresentar entre 5 a 20 minutos;
- Ter em conta o aspeto, clareza e simplicidade da apresentação;
- Explicar, por poucas palavras, o procedimento que o grupo usou na resolução das alíneas;
- Criticar a interpretação dos resultados obtidos no contexto do problema.

FÁBRICA DE ARTIGOS DESPORTIVOS

Numa fábrica de artigos desportivos, o responsável pelo fabrico de ténis verificou que no decorrer do ano 2012, o lucro de fabrico L , em milhares de euros, varia em função da quantidade p , em milhares de pares de ténis produzidos, de acordo com a seguinte lei:

$$L(p) = 0{,}05x^3 + 1{,}3x^2 - 7{,}6p \ , \ 0 \leq p \leq 10$$

O **lucro médio**, L_M , de fabrico, em milhares de euros, de p milhares de pares de ténis é dado por:

$$L_M(p) = \frac{L(p)}{p}$$

O **lucro marginal**, L_m , em milhares de euros, de fabrico de p milhares de pares de ténis é dado por:

$$L_m(p) = L'(p)$$

1. Determine $L_M(8)$ e $L(4)$ e interprete os resultados obtidos.
2. Use a calculadora gráfica para representar a função $L(p)$.
3. Escreva uma expressão analítica para $L'(p)$ e determine $L_m(10)$. Interprete o resultado obtido.
4. Determine o mínimo e o minimizante da função $L(p)$. Interprete o resultado obtido.

ANEXO 13 – EXEMPLO DO JOGO DE UM GRUPO DA TURMA D1

Regras do Jogo

- Existem duas quadrículas por aposta: uma de 50 números e outra de 11 estrelas. O boletim de aposta em Portugal contém 5 grelhas de apostas simples.
- As apostas simples são realizadas através da marcação de 5 palpites na quadrícula dos números e 2 palpites na quadrícula das estrelas.
- Nas apostas múltiplas é permitido jogar até 11 palpites na quadrícula dos números e/ou até 11 palpites na quadrícula das estrelas. As apostas múltiplas só podem ser jogada na primeira grelha do boletim. Uma aposta múltipla deve ter mais de 5 palpites na quadrícula dos números e/ou mais de 2 palpites na quadrícula das estrelas.

Número/Aproximação de casos possiveis/elementos do jogo

- N - Números
- E - Estrelas
- CP - Casos Possíveis

Número casos possíveis relativos aos números (N) : $\frac{50\times49\times48\times47\times46}{5\times4\times3\times2\times1} = 2118760$

Número casos possíveis relativos às estrelas (E) : $\frac{11\times10}{2\times1} = 55$

Conclui-se que o número de casos possiveis é :

$\boldsymbol{CP}$: $2118760 \times 55 = 116531800$

Custo de cada jogada

- De acordo com o artigo nº4 da Portaria nº93/2009 de 28 de Janeiro, o preço da cada aposta é de 2€.

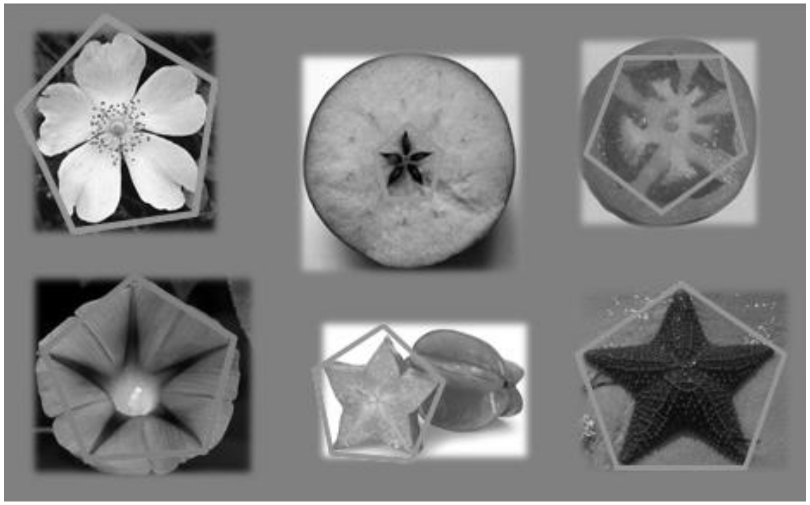
Custo da vitória garantida (100%)

- A probabilidade de saír o 1ºprémio é de 1 em 116.531.800, ou seja, aproximadamente 0,0000000086.
- Sabemos que o custo de uma aposta é 2 euros, logo o custo da vitória garantida é 2 x 116.531.800 ≈ 233 Milhões.

Conclusão

- Nós pensamos que a palavra milhões dá a volta à cabeça a muitos portugueses, e estes acabam por não resistir à tentação. Este jogo é uma ilusão. Se fosse a voçês deixaria o dinheirinho bem guardado nas carteiras, ou então criem uma comunidade para dividir os custos, e quem sabe poderão ganhar o grande jackpot.

ANEXO 14 – EXCERTO DA APRESENTAÇÃO POWERPOINT SOBRE O NÚMERO DE OURO



- Usando uma tira de papel dá um "nó", para obteres um pentágono regular.
- De seguida, mede a medida de uma diagonal e a medida de um lados do pentágono obtido.
- Divide a medida da diagonal pela medida do lado. Que número obténs?

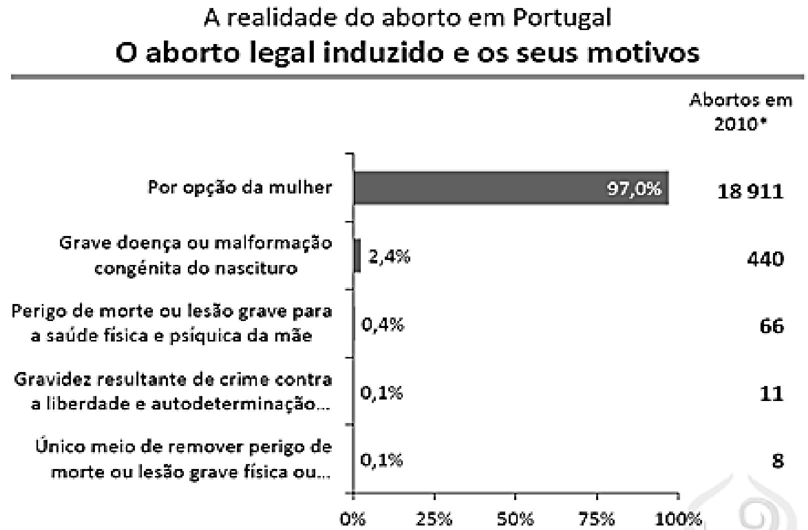
1.61803398...

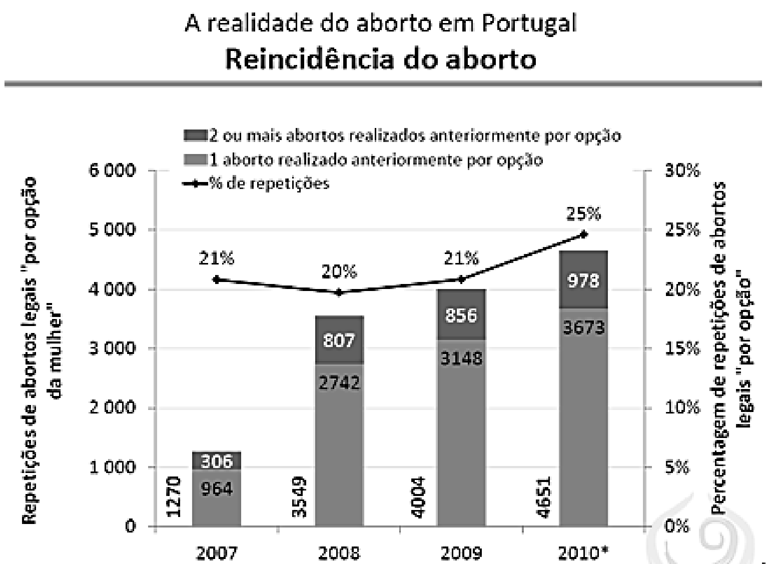
... é a razão entre a medida de comprimento do cartão e a medida de comprimento da largura do mesmo.

O **número de prata** é uma igualdade entre duas razões. A primeira é a razão entre a adição da medida do lado menor (X) e o dobro da medida do lado maior e a medida do lado maior (Y). A segunda é a razão entre a medida do lado maior e a medida do lado menor.

$$\frac{X+2Y}{Y} = \frac{Y}{X} \approx 1+\sqrt{2} \longrightarrow \boxed{\delta_S}$$

ANEXO 15 – EXCERTO DA APRESENTAÇÃO POWERPOINT SOBRE O ABORTO





ABORTO a realidade nacional

Aborto legal cada vez menos seguro

Complicações na sequência de abortos legais induzidos, por todos os motivos

(o aborto legal "por opção da mulher" representa 97% de todos os abortos legais induzidos)

	2007	2008	2009	2010*
Complicações graves (Infecção / sepsis e perfuração de órgãos)	-	9	22	37
Outras complicações	-	541	752	1 045
Mortes maternas	-	0	0	1
Total de complicações % do total de abortos legais induzidos	-	**550** *3,0%*	**774** 3,9%	**1 083** 5,6%