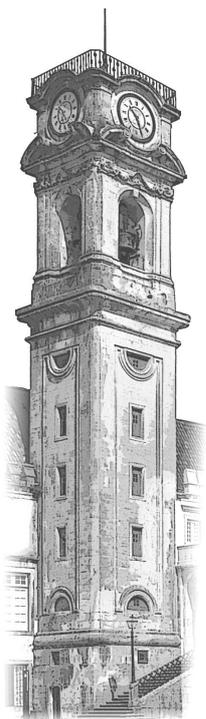




Universidade de Coimbra
Faculdade de Ciências e Tecnologia
Departamento de Física

Restauração de Simetrias Quirais em Meios Quentes e Densos e suas Manifestações em Propriedades Mesónicas



Pedro Fernando Simões Costa
Coimbra, 2005

Universidade de Coimbra
Faculdade de Ciências e Tecnologia
Departamento de Física

**Restauração de Simetrias Quirais
em Meios Quentes e Densos
e suas Manifestações em Propriedades Mesónicas**

*Dissertação submetida à Faculdade de Ciências e
Tecnologia da Universidade de Coimbra para apre-
ciação em provas de Doutoramento em Ciências na
especialidade de Física Teórica*

Supervisora: Prof. Doutora Maria da Conceição Ruivo

Pedro Fernando Simões Costa

2005

*À minha família
(em especial aos meus Pais)*

À Sónia

Aos meus amigos

"A verdade, Horácio, é que no céu e na terra há mais coisas do que aquelas com que pode sonhar a tua filosofia..."

William Shakespeare

Prefácio

Esta dissertação é o resultado do trabalho de investigação levado a cabo, sob a supervisão da Senhora Professora Doutora Maria da Conceição Ruivo, no Centro de Física Teórica do Departamento de Física da Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra.

As contribuições originais que resultaram deste trabalho de investigação estão contidas nesta tese e deram origem a várias publicações científicas, cuja lista se apresenta de seguida.

Artigos publicações em revistas internacionais com arbitragem:

- "Kaons and pions in strange quark matter", P. Costa and M. C. Ruivo, *Europhys. Lett.* **60** (3) (2002) 356, hep-ph/0111301;
- "Pseudoscalar Neutral Mesons in Hot and Dense Medium", P. Costa, M. C. Ruivo and Y. L. Kalinovsky, *Phys. Lett.* **B560** (2003) 171, hep-ph/0211203;
- "Anomalous decay of pion and eta at finite density", P. Costa, M. C. Ruivo and Y. L. Kalinovsky, *Phys. Lett.* **B577** (2003) 129, hep-ph/0307164;
- "Pseudoscalar Mesons in Hot and Dense Matter", P. Costa, M. C. Ruivo, Y. L. Kalinovsky and C. A. de Sousa, *Phys. Rev.* **C70** (2004) 025204, hep-ph/0304025;
- "Anomalous decay of pion and eta at finite temperature", P. Costa, M. C. Ruivo and Y. L. Kalinovsky, *Phys. Rev.* **C70** (2004) 048202, hep-ph/0403263;
- "Effective restoration of the $U_A(1)$ symmetry with temperature and density", P. Costa, M. C. Ruivo, C. A. de Sousa and Y. L. Kalinovsky, *Phys. Rev.* **D70** (2004) 116013, hep-ph/0408177;
- "Two photon decay of pion and eta at finite temperature and density", P. Costa, M. Ruivo and Yu. Kalinovsky, *J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.* **31** (2005), S1171, hep-ph/0411173;
- "Effective restoration of chiral and axial symmetries at finite temperature and density", M. C. Ruivo, P. Costa, C. A. de Sousa and Yu. L. Kalinovsky, *J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.* **31** (2005), S1183, hep-ph/0411246;

- "Analysis of the $U_A(1)$ symmetry-breaking and restoration effects on scalar-pseudoscalar spectrum", P. Costa, M. C. Ruivo, Y. L. Kalinovsky and C. A. de Sousa, *Phys. Rev. D* **71** (2005), hep-ph/0503258.

Artigos publicações em actas de conferências internacionais:

- " $\eta - \eta'$ in Hot and Dense Medium", P. Costa, M. Ruivo and Yu. Kalinovsky, in Proceedings of the "II International Workshop on Hadron Physics - Effective Theories of Low Energy QCD", Eds. A. Blin *et al.*, *AIP Conf. Proc.* **660**, New York (2003) 242, hep-ph/0304103;
- "Phase transitions and behavior of kaons in hot and dense matter", C. A. de Sousa, P. Costa, M. C. Ruivo and Yu. L. Kalinovsky, in Proceedings of "Quark Confinement and the Hadron Spectrum VI: 6th Conference on Quark Confinement and the Hadron Spectrum", Eds. N. Brambilla *et al.*, *AIP Conf. Proc.* **756**, New York (2005) 348, hep-ph/0411325;
- "Is the $U_A(1)$ symmetry restored at finite temperature or density?", P. Costa, M. Ruivo, C. A. de Sousa and Yu. L. Kalinovsky, in Proceedings of "Quark Confinement and the Hadron Spectrum VI: 6th Conference on Quark Confinement and the Hadron Spectrum", Eds. N. Brambilla *et al.*, *AIP Conf. Proc.* **756**, New York (2005) 351, hep-ph/0411326;
- "The restoration of the $U_A(1)$ symmetry and the meson spectrum in hot or dense matter", P. Costa, M. Ruivo, C. A. de Sousa and Yu. L. Kalinovsky, in Proceedings of "Hadronic Physics: Joint Meeting Heidelberg-Liège-Paris-Rostock; HLPR 2004", Eds. J. P. Lansberger *et al.*, *AIP Conf. Proc.* **775**, New York (2005) 173, hep-ph/0502217.

Desejo agradecer a todos aqueles que, das mais diversas maneiras, contribuíram para a realização da presente dissertação.

À minha supervisora, Senhora Professora Doutora Maria da Conceição Espadinha Ruivo, o meu profundo agradecimento pelos valiosos ensinamentos, pelas discussões frutuosas, pela contínua disponibilidade e constantes incentivos na realização deste trabalho.

Desejo também agradecer à Senhora Professora Doutora Célia Sousa a disponibilidade manifestada e o apoio científico na realização do trabalho, bem como a leitura cuidadosa que fez do manuscrito e as sugestões que o enriqueceram.

Gostava também de referir, e agradecer, o apoio e a colaboração do Professor Yuri L. Kalinovsky, do Joint Institute for Nuclear Research, Dubna, Rússia, nos diversos sítios onde nos encontrámos (Coimbra, Rostock, Liège,...).

Não posso deixar de agradecer as esclarecedoras discussões com o Doutor M. Buballa, da Universidade de Darmstadt, Alemanha, e com o Doutor J. Schaffner-Bielich, da Universidade de Frankfurt, Alemanha, que contribuíram para o desenvolvimento de alguns tópicos deste trabalho.

Desejo exprimir o meu agradecimento ao Prof. David Blashcke do FB Physik da Universidade de Rostock, Alemanha, e ao Prof. Joseph Cugnon do PFT (Physique Théorique Fondamentale) da Universidade de Liège, Bélgica, pela forma como fui recebido nas respectivas Instituições.

Estou igualmente reconhecido ao Centro de Física Teórica da Universidade de Coimbra, ao Grupo Teórico das Altas Energias (GTAE) e à Fundação para a Ciência e a Tecnologia (FCT) por terem apoiado financeiramente várias deslocações ao estrangeiro durante a realização deste trabalho.

Este trabalho foi financiado pela Fundação para a Ciência e a Tecnologia e pelo Fundo Social Europeu (FSE), através da bolsa de doutoramento SFRH/BD/3296/2000.

Um abraço muito especial, e um muito obrigado, aos meus pais e ao meu irmão por todo o apoio, paciência, disponibilidade e incentivos recebidos ao longo destes quatro anos.

Aos meus colegas, ao Paulo, à Rita e, em especial ao meu amigo de longa data, Francisco Neves (Chico), que também estão nesta jornada, obrigado pela vossa colaboração, pelo companheirismo e pelo encorajamento. Felicidades para os vossos trabalhos.

Aos meus amigos agradeço o interesse permanente, os momentos que partilhámos e, é claro, a amizade.

Finalmente, uma palavra muito especial para a Sónia, pelo carinho, paciência e presença, e pela compreensão demonstrada nestes últimos tempos. Obrigado por tudo.

Coimbra,
Jullho de 2005



Resumo

O objectivo principal deste trabalho é o de estudar a restauração de simetrias quirais, bem como o comportamento dos mesões pseudoescalares e escalares, em meios quentes e densos.

Este trabalho é realizado no quadro da versão em $SU(3)$ com anomalia do modelo de Nambu–Jona-Lasinio e recorre a técnicas de bosonização do formalismo da funcional geradora.

Para realizar a discussão sobre a transição de fase neste modelo, vão ser tidos em consideração vários aspectos. Com efeito, efectua-se uma análise geral da termodinâmica do sistema, assim como um estudo detalhado das massas constituintes dos quarks em função do potencial químico. Isto permite determinar a ordem da transição de fase bem como localizar o ponto crítico, para a temperatura ou a densidade, e no plano $T - \rho$. Por uma questão de simplicidade e clarificação dos conceitos, este estudo será inicialmente aplicado à versão do modelo em $SU(2)$, sendo posteriormente efectuada a análise do modelo no sector $SU(3)$.

Uma vez que a origem dos mesões pseudoescalares está associada com o fenómeno da quebra espontânea e explícita de simetrias, o seu comportamento no meio quente e denso é intrinsecamente interessante. Este facto motiva a investigação do comportamento dos nove mesões pseudoescalares em meios assimétricos. Os meios assimétricos são especialmente relevantes pois espera-se que, para este tipo de meios, ocorra o desdobramento dos multipletos de carga.

Com vista a obter informação complementar sobre a restauração de simetrias, analisa-se a informação que é fornecida pelo comportamento dos mesões, não só em função da temperatura e da densidade, mas também no plano $T - \rho$. Será discutido o problema de definir um critério para identificar o ponto crítico da transição de fase, sendo adoptado o critério da convergência dos parceiros quirais para a restauração efectiva da simetria quiral.

Para o estudo da possível restauração efectiva da simetria $U_A(1)$ com a temperatura e a densidade, recorre-se à susceptibilidade topológica, nomeadamente aos resultados encontrados para esta grandeza nos cálculos computacionais na rede em função da temperatura. Estabelecendo diferentes cenários para a restauração da simetria $U_A(1)$, atendendo às condições específicas de cada meio, realiza-se o estudo sobre o comportamento

das massas e do ângulos de mistura dos mesões pseudoescalares e escalares, para temperatura ou densidade finitas, procurando sinais da restauração das simetrias quiral e axial.

Com a análise dos decaimentos anómalos $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$ e $\eta \rightarrow \gamma\gamma$ no meio quente e denso, pretende-se compreender a influência da restauração das simetrias no comportamento dos decaimentos destes mesões.

Para um estudo mais realista, vai ser introduzido um modelo não local com vista a ultrapassar alguns problemas inerentes ao modelo de Nambu–Jona-Lasinio. Com este modelo relativista de quarks constituintes calcula-se o espectro de massa dos mesões pseudoescalares, usando uma técnica própria para fixar os parâmetros do modelo. Também se calcula o factor de forma para a transição $\gamma^* \rightarrow \pi^0\gamma$ cujos resultados podem ser comparados com os valores experimentais e com os resultados que se obtêm a partir do modelo de Nambu–Jona-Lasinio.

Índice

1	Introdução	1
2	A Cromodinâmica Quântica e o Modelo de Nambu–Jona-Lasinio	7
2.1	A Cromodinâmica Quântica	7
2.2	A Simetria Quiral	9
2.3	O modelo de Nambu–Jona-Lasinio	12
2.3.1	Conceitos básicos do modelo de NJL	12
2.3.2	O papel do determinante de 't Hooft	15
2.4	Os mesões escalares e pseudoescalares	15
3	O diagrama de fases da QCD	19
3.1	O diagrama de fases da QCD	19
3.2	A estrutura de fases para matéria de quarks densa para $T = 0$	26
3.3	As estrelas de neutrões	27
3.4	A importância da matéria estranha	29
3.5	A estabilidade da matéria de quarks estranha	32
4	Modelo de NJL em SU(3)	35
4.1	Breve enquadramento	35
4.2	O lagrangiano	36
4.3	As equações do “gap”	39
4.4	O espectro mesónico	40
4.4.1	Os mesões pseudoescalares	40
4.4.2	Os mesões escalares	46
4.5	Os parâmetros do modelo	49
4.6	O modelo de NJL em SU(3) para sistemas quentes e densos	51
5	A transição de fase no modelo de NJL	55
5.1	Motivação	55
5.2	A pressão e a energia por partícula no modelo de NJL	58

5.3	O diagrama de fases no modelo de NJL em SU(2)	58
5.3.1	A transição de fase quiral para a temperatura zero e densidade finita	59
5.3.2	A transição de fase quiral para temperatura e densidade finitas . . .	60
5.3.3	O diagrama de fases	61
5.4	Transição de fase para $\rho_B = 0$ e temperatura finita em SU(3)	64
5.5	Transição de fase para $T = 0$ e densidade finita em SU(3)	65
5.5.1	Matéria de “neutrões” em equilíbrio β	65
5.5.2	Matéria de quarks sem equilíbrio β – o papel do quark estranho . . .	71
5.6	A transição de fase a temperatura e a densidade finitas	73
6	Comportamento dos mesões pseudoescalares em meios assimétricos	79
6.1	Considerações gerais	79
6.2	Comportamento dos mesões pseudoescalares em meios assimétricos para $T = 0$	82
6.2.1	O comportamento dos kaões e dos piões	82
6.2.2	O comportamento dos mesões η e η'	89
6.3	Breve sumário e conclusões	92
7	Restauração da simetria quiral: perspectiva dos parceiros quirais	95
7.1	O comportamento dos mesões pseudoescalares no plano $T - \rho$	95
7.1.1	O efeito da temperatura no comportamento dos mesões pseudoescalares	96
7.1.2	Comportamento dos mesões com a temperatura e a densidade . . .	96
7.2	Restauração <i>efectiva</i> da simetria quiral	99
7.2.1	Comportamento do mesão σ com a temperatura e a densidade . . .	101
8	Restauração efectiva da simetria quiral e $U_A(1)$ com a temperatura e a densidade	105
8.1	Motivação	106
8.2	A susceptibilidade topológica, χ , no modelo de NJL	107
8.3	A restauração efectiva da simetria $U_A(1)$ com a temperatura	108
8.4	Cenários da restauração da simetria axial e condições do meio	113
8.5	Resultados para matéria a temperatura finita e densidade zero	115
8.5.1	Quebra explícita da simetria quiral com anomalia $U_A(1)$	115
8.5.2	Quebra explícita da simetria quiral sem anomalia $U_A(1)$	121
8.6	Motivações para o estudo à temperatura $T = 0$ e a densidade finita	122
8.7	Resultados para matéria de quarks completamente simétrica	123
8.7.1	Quebra explícita da simetria quiral com anomalia $U_A(1)$	124
8.7.2	Quebra explícita da simetria quiral sem anomalia $U_A(1)$	127

8.8	Resultados para matéria de “neutrões” em equilíbrio β	128
8.8.1	O parâmetro de assimetria quiral e as massas dos quarks	130
8.8.2	Quebra explícita da simetria quiral com anomalia $U_A(1)$	130
8.8.3	Quebra explícita da simetria quiral sem anomalia $U_A(1)$	138
8.9	Sumário e conclusões	140
9	Os decaimentos dos mesões pseudoescalares neutros no meio quente e denso	143
9.1	Motivação	143
9.2	O decaimento anómalo $\pi^0, \eta \rightarrow \gamma\gamma$ a temperatura e a densidade finita . .	145
9.2.1	O formalismo do decaimento $H \rightarrow \gamma\gamma$	145
9.2.2	Resultados para g_D constante: Caso I	147
9.2.3	Resultados para $g_D(\rho_B)$ e $g_D(T)$: Caso II	156
10	Uma alternativa ao modelo de NJL – o modelo relativista de quarks constituintes	161
10.1	Introdução	161
10.2	Conceitos básicos do modelo	162
10.3	Do modelo de NJL com interacção separável ao modelo MRQC	163
10.4	O modelo relativista de quarks constituintes	167
10.5	Os mesões pseudoescalares	171
10.6	Os parâmetros do modelo	172
10.7	O factor de forma para a transição $\gamma^* \rightarrow \pi^0\gamma$	173
10.7.1	O factor de forma para $\gamma^* \rightarrow \pi^0\gamma$	175
10.7.2	De volta ao modelo de NJL	178
10.7.3	Discussão dos resultados	178
10.8	O modelo MRQC: breve resumo e perspectivas futuras	182
11	Sumário e conclusões	185
A	Matrizes de Dirac e matrizes de spin e isospin	191
B	Matrizes de $SU(N)$	193
C	Modelo de NJL em $SU(3)$: alguns cálculos detalhados	195
C.1	Bosonização	195
C.2	Cálculo das equações do “gap”	196
C.3	Cálculo das relações de dispersão dos mesões	198
D	O formalismo de Matsubara	203
E	Cálculo do integral $I_H^i(P)$	207

F Cálculo dos integrais	211
F.1 Tabela de Integrais	211
F.2 O integral Int	212
F.3 O integral $I(P^2, q_1^2, q_2^2)$	213
Lista de Tabelas	217
Lista de Figuras	219
Bibliografia	225

Capítulo 1

Introdução

Ao longo das últimas décadas, o modelo de Nambu–Jona-Lasinio [NJL] [1, 2] e as suas variantes, têm sido usados com o objectivo de descrever as características dos hádrons a baixa energia e também para investigar a restauração da simetria quiral com a temperatura ou a densidade.

A quebra espontânea de simetria é um dos conceitos mais profundos e importantes em física. Com efeito, a quebra espontânea da simetria quiral é a principal responsável pela massa dos hádrons e governa a dinâmica dos hádrons de baixa energia.

O modelo de NJL ocupa um lugar muito especial no que diz respeito à quebra espontânea de simetrias em teorias quânticas de campos relativistas. Isto deve-se, em parte, ao facto de este modelo ter sido o primeiro onde este fenómeno foi compreendido e, para além disso, ao facto de a dinâmica do modelo de NJL conter muitos dos ingredientes da quebra espontânea da simetria quiral da Cromodinâmica Quântica [QCD]. Estamos, assim, na presença de um exemplo clássico de um modelo onde a quebra espontânea da simetria é um dos conceitos centrais.

Quando, nos anos setenta, ficou claro que os hádrons eram constituídos por quarks e gluões confinados, surgiu também a ideia que os quarks deviam ficar desconfinados para temperaturas ou densidades elevadas fazendo com que os hádrons perdessem a sua identidade [3, 4]. Neste cenário, duas fases distintas podem existir: a fase “hadrónica”, onde os quarks e gluões são confinados, e o denominado plasma de quarks e gluões [QGP] onde eles são desconfinados.

Se a quebra espontânea da simetria quiral é um fenómeno importante em Física de Partículas, a possível restauração desta simetria, sob condições extremas, é igualmente fundamental, sobretudo se esta transição de fase estiver associada ao desconfinamento. Com efeito, a maioria dos cálculos computacionais na rede (“lattice QCD”) prevê que a restauração da simetria quiral aconteça ao mesmo tempo que o desconfinamento, apesar de esta questão não estar definitivamente decidida do ponto de vista teórico [5].

Por conseguinte, compreender a estrutura de fases da QCD é um dos tópicos mais

importantes da física das interacções fortes e que, actualmente, concentra o esforço de boa parte da comunidade dos físicos.

Neste domínio, e do ponto de vista teórico, os trabalhos desenvolvidos têm incidido fundamentalmente em duas vertentes: recorrendo ao uso de modelos efectivos, como o modelo de NJL e o modelo sigma linear¹, e aos cálculos computacionais na rede [7, 8, 9, 10]. De facto, a relevância deste assunto constata-se pelo elevado número de publicações que se pode encontrar na literatura. Os resultados já disponíveis têm-se revelado bastante clarificadores, fazendo luz sobre as propriedades da matéria a temperaturas e densidades elevadas. Do ponto de vista experimental, este tópico é hoje um dos principais objectivos do programa de colisões relativistas de iões pesados, actualmente em curso em diversos laboratórios, e cuja meta é a criação e identificação do plasma de quarks e gluões.

Como já foi referido, a simetria quirial é uma das simetrias fundamentais mais importantes da QCD e é sabido que a quebra espontânea desta simetria desempenha um papel preponderante na física hadrónica de baixas energias. Este facto, remete-nos para a importância do estudo dos mesões pseudoescalares e dos seus parceiros quirais: como a origem dos mesões pseudoescalares está associada ao fenómeno da quebra espontânea e explícita da simetria, o seu comportamento no meio quente e denso pode fornecer indicações sobre a possível restauração de simetrias. Ao investigar o comportamento dos mesões, tendo em vista a procura de assinaturas da transição de fase, o estudo dos meios assimétricos no sabor é particularmente interessante, revelando-nos um meio extremamente rico, não só pela sua relevância em estrelas de neutrões, mas também porque nos permite analisar a informação que nos vem do desdobramento dos multipletos de carga, que ocorrem nestes meios. Estes multipletos de carga estão degenerados no vácuo e em matéria simétrica mas, em matéria assimétrica no sabor, espera-se que os mesões com diferentes cargas deixem de estar degenerados.

Este estudo pode ser efectuado no contexto do modelo de NJL, o que demonstra a sua versatilidade. Com efeito, o modelo de NJL visa uma descrição unificada do vácuo físico, dos mesões que são excitações quark–antiquark do vácuo, e dos bariões que são construídos como estados ligados de quarks, podendo ser solitões ou subestruturas quark–diquark. O modelo usa uma interacção atractiva no canal escalar $\bar{q}q$, que é suficientemente forte para causar a quebra espontânea da simetria quirial que dá aos quarks uma massa constituinte.

A massa constituinte dos quarks está intimamente relacionada com a quebra espontânea da simetria quirial do vácuo físico, cuja existência é revelada pela massa excepcionalmente baixa do $\pi(139)$. De facto, é notável que o mesmo campo quirial que dá uma massa

¹Ver, por exemplo, a Ref. [6] onde se comparam os resultados para o diagrama de fases nos dois modelos em SU(2).

aos quark u e d de aproximadamente 300 – 400 MeV, possa também ligar os quarks para formar os hádrons com as massas e os tamanhos observados.

O estudo do comportamento das massas dos mesões pseudoescalares no plano $T - \rho$, para além do seu interesse intrínseco, tem a utilidade adicional de nos questionar sobre qual o critério mais conveniente para definir a separação entre as fases com simetria quebrada e com simetria restaurada. Quando trabalhamos em cenários realistas, onde as massas de correntes dos quarks são diferentes de zero, a adopção de um critério para identificar o ponto crítico da transição de fase exige alguma ponderação. Este assunto vai ser alvo de uma reflexão detalhada ao longo do presente trabalho.

Das muitas questões que ainda se encontram por esclarecer, uma outra merece-nos especial atenção. Como é sabido, espera-se que a restauração das simetrias e o desconfinamento possam acontecer em condições extremas de temperatura ou densidade, que serão atingidas em colisões de íões pesados ultra-relativistas ou no interior de estrelas de neutrões. A questão que se coloca e que ainda se encontra em aberto, é a de saber se a simetria quirial $SU(3) \otimes SU(3)$ e a simetria axial $U_A(1)$ são de facto restauradas e quais os observáveis que contêm informação sobre este fenómeno. Para mais, é ainda interessante saber se a possível restauração destas simetrias ocorre simultaneamente ou não. A restauração da simetria quirial, tal como é descrita no âmbito de diversos modelos, tais como o modelo de NJL ou o modelo sigma linear, ocorre como uma consequência natural do aumento da temperatura ou da densidade. No entanto, no que se refere à simetria axial, a situação é diferente e merece pois ser esclarecida.

As fontes de informação às quais podemos recorrer para tentar compreender as modificações induzidas pelo aumento da temperatura e/ou densidade no comportamento dos mesões, designadamente no que se refere à restauração de simetrias, são as mais diversas. Os decaimentos mesónicos são uma dessas fontes, podendo fornecer informação complementar à análise das massas dos mesões que, no meio, nos revelam informação essencial no que respeita à restauração das simetrias quirial e $U_A(1)$. É então pertinente ver o que a esse respeito nos dizem os seus decaimentos.

As inúmeras vantagens que o modelo de NJL proporciona, não escondem algumas das suas principais limitações como a ausência de um mecanismo de confinamento e o facto de não ser renormalizável. Uma vez que os campos quirais produzem estados ligados, é provável que eles sejam mais importantes para a estrutura hadrónica do que as forças confinantes.

Até ao presente, e apesar das diversas tentativas (ver por exemplo [11, 12] e as referências aí mencionadas), ainda não foi possível construir um modelo suficientemente geral que tenha em consideração a dinâmica de ambos os processos, o confinamento e a quebra espontânea da simetria quirial, no vácuo: os modelos de quarks constituintes

usam as massas constituintes dos quarks como parâmetros de entrada; os modelos quirais, que tratam dinamicamente a quebra espontânea da simetria quiral, descrevem as massas constituintes dos quarks, mas são incapazes de confinar os quarks, podendo estes ser tratados apenas como quarks ligados.

Tendo em vista ultrapassar estas dificuldades, tem-se procurado construir generalizações mais realistas do modelo de NJL que preservem as suas características mais interessantes do ponto de vista físico.

Estas generalizações deram origem a modelos não locais, que procuram colmatar algumas das limitações do modelo de NJL, e cujos resultados permitem o acesso ao espectro dos mesões pesados. Infelizmente, ainda não foi possível generalizar adequadamente este tipo de modelos para temperatura ou densidade finitas, pois descrever a massa constituinte dos quarks nestes modelos tem-se revelado tarefa de grande complexidade.

O objectivo deste trabalho foi o de investigar algumas das questões aqui levantadas.

Este trabalho está, então, organizado da seguinte forma.

No **Capítulo 2** começaremos por apresentar as principais propriedades da QCD. Será dado especial relevo à simetria quiral devido ao papel preponderante na física hadrónica de baixas energias. Neste capítulo também faremos uma primeira abordagem ao modelo de NJL e aos mesões escalares e pseudoescalares devido à importância que terão na realização do presente trabalho.

O **Capítulo 3** vai ser dedicado ao diagrama de fases da QCD. Com este capítulo, pretendemos fazer uma breve revisão sobre o diagrama de fases da QCD e quais as investigações mais relevantes e actuais, quer do ponto de vista teórico quer do ponto de vista experimental, para a sua compreensão. Isto permitirá o enquadramento e a motivação necessários à realização do nosso próprio estudo no modelo de NJL.

No **Capítulo 4** apresentaremos o formalismo do modelo de NJL em $SU(3)$. Será pois um capítulo bastante técnico onde, após um breve enquadramento, apresentaremos o respectivo lagrangiano. De seguida, serão determinadas as equações do “gap” e os propagadores que permitem o cálculo de diversos observáveis, nomeadamente o espectro mesónico no vácuo. Para finalizar, o modelo será generalizado para temperatura e/ou densidade finitas.

No **Capítulo 5** realizaremos o estudo da transição de fase no modelo de NJL em termos de uma análise geral da termodinâmica do sistema. Por uma questão de simplicidade, começaremos por usar o modelo de NJL em $SU(2)$. Em seguida, fazemos a análise em $SU(3)$.

O **Capítulo 6** vai ser dedicado ao comportamento dos mesões pseudoescalares em meios assimétricos. Uma vez que a origem destes mesões está associada ao fenómeno

da quebra espontânea e explícita de simetrias, o seu comportamento no meio quente e denso pode fornecer indicações sobre a possível restauração de simetrias. Analisaremos o comportamento das massas dos nove mesões pseudoescalares, bem como as suas constantes de acoplamento mesão–quark, para densidade finita, e toda a informação que este comportamento nos fornece.

No **Capítulo 7** retomaremos a discussão sobre a transição de fase quiral, agora sob um ponto de vista distinto: iremos analisar a informação que nos é fornecida pelos mesões sobre a transição de fase focando, especialmente, o seu comportamento no plano $T - \rho$. Na sequência desta análise, adoptaremos um critério para identificar o ponto crítico da transição de fase assim como definiremos a restauração efectiva da simetria quiral.

No **Capítulo 8** vamos centrar a nossa atenção na restauração efectiva da simetria $U_A(1)$ com a temperatura e a densidade. Para levar a cabo este estudo, vamos recorrer à susceptibilidade topológica que é uma peça essencial para a investigação da simetria $U_A(1)$. Para completar o “puzzle” vamos estabelecer diferentes cenários para restauração da simetria axial e as condições do meio. Isto vai proporcionar a realização do estudo do comportamento das massas dos mesões escalares e pseudoescalares para temperatura ou densidade finitas, procurando os sinais da restauração das simetrias quiral e axial.

No **Capítulo 9** iremos estudar os decaimentos dos mesões pseudoescalares neutros no meio quente e denso, nomeadamente os decaimentos anómalos $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$ e $\eta \rightarrow \gamma\gamma$. Será discutida a relevância destes resultados para a experiência e será analisada a influência da restauração das simetrias no comportamento dos decaimentos destes mesões.

O **Capítulo 10** tem como objectivo apresentar uma alternativa mais realista ao modelo de NJL. Usando um modelo não local vamos calcular o espectro de massa dos mesões pseudoescalares usando uma técnica própria para fixar os parâmetros. Uma vez fixado o modelo, calcularemos o factor de forma para a transição $\gamma^* \rightarrow \pi^0\gamma$ cujos resultados iremos comparar com os valores experimentais e com os resultados que se obtêm a partir do modelo de NJL.

No **Capítulo 11** faremos um resumo das principais conclusões que foram encontradas ao longo do presente trabalho, assim como apresentaremos alguns desenvolvimentos que se perspectivam para o futuro.

Capítulo 2

A Cromodinâmica Quântica e o Modelo de Nambu–Jona-Lasinio

Muito do conhecimento sobre a quebra e a restauração de simetrias, como a simetria quiral e a simetria axial, assim como das propriedades dos mesões, é obtido recorrendo aos cálculos em modelos efectivos [13, 14]. Um destes modelos é o modelo de Nambu–Jona-Lasinio [1, 2, 15] cujas variantes têm sido extensivamente usadas durante os últimos anos, com vista a descrever as características dos hádrões a baixa energia e também para investigar a restauração da simetria quiral com a temperatura ou a densidade [16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27].

O objectivo deste capítulo é introduzir, em termos genéricos, o modelo de NJL, dando ênfase às suas potencialidades mas não esquecendo os seus problemas. Para isso, começaremos por fazer uma breve análise das simetrias da QCD restringindo-nos ao sector SU(3). O nosso objectivo é tão só fornecer um enquadramento para o modelo de NJL, que é um modelo efectivo de quarks inspirado na QCD. De seguida, vamos debruçar especificamente sobre a simetria quiral que tem um papel preponderante na física hadrónica de baixas energias. Após esta introdução à simetria quiral, faremos uma abordagem preliminar ao modelo de NJL, com vista a introduzir, desde já, os conceitos básicos que lhe subjazem. Em capítulos posteriores será feita uma apresentação do formalismo do modelo. Terminaremos este capítulo com o estudo dos mesões escalares e pseudoescalares devido à sua manifesta importância na concretização do nosso trabalho.

2.1 A Cromodinâmica Quântica

O lagrangiano clássico da QCD no sector SU(3) é escrito na forma [28, 29]

$$\mathcal{L}_{QCD} = \bar{q} (i\gamma^\mu D_\mu - \hat{m}) q - \frac{1}{4} F_{\mu\nu}^a F_a^{\mu\nu}, \quad (2.1)$$

Tabela 2.1: Massa de correntes dos quarks retiradas de [30].

Quark	Sabor	Massa	Carga
Up	u	1.5 – 4.5 MeV	$\frac{2e}{3}$
Down	d	4 – 8 MeV	$-\frac{e}{3}$
Strange	s	80 – 130 MeV	$-\frac{e}{3}$
Charmed	c	1.15 – 1.35 GeV	$\frac{2e}{3}$
Bottom	b	4.1 – 4.9 GeV	$-\frac{e}{3}$
Top	t	174.3 ± 5.1 GeV	$\frac{2e}{3}$

onde q é o campo dos quarks com seis sabores (u, d, s, c, b, t) e três cores ($N_c = 3$) e \hat{m} é a matriz de massa de correntes dos quarks no espaço dos sabores ($\hat{m} = \text{diag}_f(m_u, m_d, \dots)$) cujos valores são dados na Tabela 2.1. A derivada covariante é dada por

$$D_\mu = \partial_\mu - igt^a A_\mu^a \quad (2.2)$$

que incorpora o campo de padrão na cor A_μ^a ($a = 1, 2, \dots, 8$) e

$$F_{\mu\nu}^a = \partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a + g f^{abc} A_\mu^b A_\nu^c \quad (2.3)$$

é o tensor de campo dos glúões. t^a a matriz de Gell-Mann da cor em SU(3) ($[t^a, t^b] = if_{abc}t^c$, $\text{tr}(t^a t^b) = \frac{\delta^{ab}}{2}$) e f^{abc} são as constantes de estrutura em SU(3)¹. g é a constante de interacção forte da QCD.

O lagrangiano da QCD é, por construção, simétrico perante as transformações de padrão SU(3) no espaço da cor. Como principais características da QCD, destacam-se:

- É uma teoria quântica de campos, renormalizável [31], com uma única constante de acoplamento, quer para a interacção quark–glúão, quer para as auto–interacções que envolvem vértices de três e quatro glúões.
- Possui *confinamento*, isto é, objectos que possuem cor, como os quarks e glúões, não existem como graus de liberdade físicos no vácuo. Esta propriedade implica que não existem na natureza quarks livres (a massa de um quark isolado tornava-se infinita).
- Os glúões possuem cor e, portanto, interagem entre si.
- A QCD é uma teoria que possui *liberdade assintótica* [32, 33], isto é, para grandes quantidades de movimento transferidas, Q , ou comprimentos de onda da ordem de 10^{-1} fm (região do ultravioleta) os acoplamentos são fracos e os quarks e glúões propagam-se quase livremente. Para tratar este regime, é legítimo recorrer, por exemplo, a teorias quirais perturbativas.

¹Ver Apêndices A e B.

- Para pequenas quantidades de movimento transferidas, isto é, comprimentos de onda da ordem de 1 fm (região do infravermelho), acontece o oposto e os acoplamentos são bastante fortes. O regime é, agora, altamente não perturbativo. De facto, nestas condições, a constante de acoplamento efectiva é muito elevada e acredita-se que seja responsável pelo confinamento. De acordo com esta propriedade, a força de atracção entre dois quarks cresce indefinidamente, à medida que estes se afastam mutuamente. Isto implica que a interacção entre quarks e gluões não pode ser tratada perturbativamente, fazendo com que o tratamento perturbativo da QCD não seja aplicável para descrever hadrões com massas abaixo de ~ 2 GeV.

O regime de baixas energias, em que estamos especificamente interessados, é relevante para o estudo das propriedades hadrónicas nesse regime (como exemplos temos a QCD de baixa energia e a Física Nuclear). A estrutura não perturbativa do vácuo é caracterizada pela existência de condensados, ou seja, valores expectáveis não nulos da densidade escalar $\langle \bar{q}q \rangle$, pelo aparecimento de partículas pseudoescalares leves, que são identificadas com (quasi) bosões de Goldstone [34, 35], e ainda pela existência de pares de gluões [21] (a existência do condensado é sustentada pela análise baseada nas regras de soma da QCD de sistemas de quarks e por simulações numéricas na rede).

Por outro lado, se a QCD possui um mecanismo que contempla o confinamento dos quarks, então os parâmetros de massa m_i não são quantidades observáveis. No entanto, elas podem ser estimadas em termos das massas dos observáveis hadrónicos através de métodos de Álgebra de Correntes. Ao longo do presente trabalho serão designadas de **massas de “correntes”** para as distinguir das **massas “constituintes”**, que são massas efectivas geradas pela quebra espontânea da simetria quiral nos modelos fenomenológicos de quarks. No vácuo perturbativo, os valores estimados para as massas de correntes no sector SU(3), sector em que vamos trabalhar, são [30]:

$$\begin{aligned} m_u &= 1.5 - 4 \text{ MeV}, \\ m_d &= 4 - 8 \text{ MeV}, \\ m_s &= 80 - 130 \text{ MeV}. \end{aligned}$$

2.2 A Simetria Quiral

Devido ao papel preponderante que a quebra espontânea da simetria quiral desempenha na física hadrónica de baixas energias, ela é uma das simetrias fundamentais mais importantes da QCD. No limite em que as massas de correntes são nulas ($m_u = m_d = m_s = 0$), o chamado limite quiral, a QCD é uma teoria que respeita a invariância quiral.

Tabela 2.2: Simetrias da QCD no limite quiral.

Simetria	Transformação	Corrente	Nome	Manifestação na natureza
$SU_V(3)$	$q \rightarrow \exp(i\frac{\lambda_a \alpha_a}{2})q$	$V_\mu^a = \bar{q}\gamma_\mu \frac{\lambda_a}{2}q$	Isospin	Aproximadamente conservada
$U_V(1)$	$q \rightarrow \exp(i\alpha_V)q$	$V_\mu = \bar{q}\gamma_\mu q$	Bariónica	Conservada
$SU_A(3)$	$q \rightarrow \exp(i\frac{\gamma_5 \lambda_a \theta_a}{2})q$	$A_\mu^a = \bar{q}\gamma_\mu \gamma_5 \frac{\lambda_a}{2}q$	Quiral	Quebrada espontaneamente
$U_A(1)$	$q \rightarrow \exp(i\gamma_5 \alpha_A)q$	$A_\mu = \bar{q}\gamma_\mu \gamma_5 q$	Axial	“problema $U_A(1)$ ”

O lagrangiano da QCD (2.1) é então invariante sob o grupo de simetrias:

$$U(3)_L \otimes U(3)_R = SU_V(3) \otimes SU_A(3) \otimes U_V(1) \otimes U_A(1). \quad (2.4)$$

Estas simetrias estão apresentadas na Tabela 2.2. Nesta tabela estão ainda apresentadas as transformações sob as quais o lagrangiano é invariante, a corrente que se conserva de acordo com o teorema de Noether [36] e as manifestações das simetrias na natureza.

As simetrias $U_V(1)$ e $SU_V(3)$ correspondem à conservação do número bariónico e à conservação do isospin, respectivamente. Por seu lado, as simetrias $SU_A(3)$ e $U_A(1)$ correspondem a transformações que envolvem a matriz γ_5 e, por isso, alteram a paridade do estado em que actuam. Por uma questão de uniformização, ao longo do texto passaremos a designar por simetria quiral a simetria $SU_A(3)$ e por simetria axial a simetria $U_A(1)$.

Vamos analisar em detalhe a simetria $SU_A(3)$. No limite quiral, \mathcal{L}_{QCD} é invariante perante

$$SU_A(3): \quad q \rightarrow \exp(i\frac{\gamma_5 \lambda_a \theta_a}{2})q, \quad a = 1, \dots, 8.$$

Se esta simetria se manifestasse na natureza, as implicações do ponto de vista experimental passariam pela existência dupletos de paridade, ou seja, a existência de um multipletto “espelho” com a paridade oposta por cada multipletto de isospin (os **parceiros quirais**), o que não se verifica. De forma semelhante se a simetria $U_A(1)$ se manifestasse deveria observar-se experimentalmente a existência de um parceiro com a paridade oposta para cada hadrão. Como nem uma nem outra situação se observa no espectro hadrónico, estas simetrias devem ser quebradas de alguma forma.

Por conseguinte, no que respeita à simetria $SU_A(3)$, a teoria deve conter um mecanismo de **quebra espontânea de simetria quiral**, a que corresponde uma transição para uma fase assimétrica. Isto está intimamente relacionado com a existência de condensados de quarks $\langle \bar{q}q \rangle$ não nulos, que não são invariantes perante $SU_A(3)$ e que por isso funcionam como parâmetros de ordem para a quebra espontânea de simetria quiral².

²É importante referir que $\langle \bar{q}q \rangle = 0$ não significa necessariamente que a simetria quiral é restaurada uma vez que esta pode ser quebrada por outros condensados. Para um estudo detalhado ver [37].

Tabela 2.3: Espectro dos mesões pseudoescalares.

Mesões pseudoescalares	Massas
$\pi^+ = u\bar{d}\rangle$ $\pi^- = d\bar{u}\rangle$ $\pi^0 = \frac{1}{\sqrt{2}} u\bar{u} - d\bar{d}\rangle$	139.57 MeV 139.57 MeV 134.98 MeV
$K^+ = u\bar{s}\rangle$ $K^- = s\bar{u}\rangle$ $K^0 = d\bar{s}\rangle$ $\bar{K}^0 = s\bar{d}\rangle$	493.68 MeV 493.68 MeV 497.67 MeV 497.67 MeV
$\eta = \frac{1}{\sqrt{6}} u\bar{u} + d\bar{d} - 2s\bar{s}\rangle$	547.3 MeV
$\eta' = \frac{1}{\sqrt{3}} u\bar{u} + d\bar{d} + s\bar{s}\rangle$	957.78 MeV

Por outro lado, sabemos do teorema de Goldstone que a quebra espontânea de uma simetria global contínua implica a existência de uma partícula de massa zero, o bóson de Goldstone. No caso que estamos a analisar, esta quebra de simetria estará intimamente ligada ao aparecimento de oito bósons de Goldstone degenerados e com massa nula³.

Para reproduzir o espectro mesónico físico é necessário que a teoria incorpore um mecanismo que quebre explicitamente essa simetria. Por isso o lagrangiano deve incluir termos perturbativos que quebrem *ab initio* a simetria e permitam assim levantar a degenerescência do espectro dos mesões pseudoescalares (ver Tabela 2.3). Esses são os termos de massa de correntes que no sector SU(3) são m_u , m_d e m_s . Os fundamentos de todo este processo ainda não estão bem esclarecidos ao nível da QCD. De qualquer forma, a quebra de simetria, a geração da massa constituinte e o concomitante aparecimento de bósons de Goldstone são explicados de forma satisfatória em determinadas teorias e modelos físicos.

Analisemos agora a simetria $U_A(1)$. Ao nível clássico, e no limite quiral, \mathcal{L}_{QCD} é também invariante perante

$$U_A(1) : \quad q \rightarrow \exp(i \gamma_5 \alpha_A) q. \quad (2.5)$$

Como já foi referido atrás, a não existência na natureza de parceiros quirais relativos

³Os píões foram os primeiros mesões a serem associados aos bósons de Goldstone devido à sua pequena massa. Com efeito, se comparada com a massa do nucleão, tem-se $M_\pi/M_N = 0.15$.

à simetria $U_A(1)$ com a mesma massa, permite encarar a hipótese de também a simetria $U_A(1)$ ser quebrada espontaneamente, analogamente ao que se passa com a simetria $SU_A(3)$. Consequentemente, deveria existir mais um bóson de Goldstone pseudoescalar. S. Weinberg estimou a massa dessa partícula, fora do limite quiral, em $\sqrt{3}M_\pi$ [38]. De todos os hádrões conhecidos, os únicos candidatos com os números quânticos correctos são o $\eta(549)$ e o $\eta'(985)$ (ver Tabela 2.3). Ambos violam a estimativa de Weinberg pois têm massas demasiado elevadas: o $\eta'(985)$ tem uma massa comparável à massa dos nucleões (“problema η' ”) e, além disso, o $\eta(549)$ é identificado como fazendo parte do octeto de mesões pseudoescalares. Se não existe uma partícula com as características apontadas por Weinberg, então onde está o nono bóson de Goldstone? Se ele não existe, a quebra espontânea da simetria $U_A(1)$ não se verifica.

Em 1976 G. 't Hooft sugere que a simetria $U_A(1)$ é quebrada ao nível quântico e, por isso, não é uma simetria real da QCD [39, 40]. A não existência do nono bóson de Goldstone é, por conseguinte, explicada assumindo que o lagrangiano da QCD possui uma anomalia $U_A(1)^4$. Neste contexto, e segundo 't Hooft, os instantões podem desempenhar um papel crucial ao quebrar explicitamente a simetria $U_A(1)$ dando ao η' , fora do limite quiral, uma massa de aproximadamente 1 GeV. Isto faz com que a massa do η' tenha uma origem diferente das massas dos outros mesões pseudoescalares, não podendo ser vista como o bóson de Goldstone que faltava devido à quebra espontânea da simetria $U_A(1)$.

O esquema da Fig. 2.1 ilustra a forma como actuam as simetrias quiral e axial para dar origem ao espectro dos mesões pseudoescalares.

2.3 O modelo de Nambu–Jona-Lasinio

2.3.1 Conceitos básicos do modelo de NJL

O modelo de Nambu-Jona-Lasinio foi proposto em 1961 por Y. Nambu e G. Jona-Lasinio [1, 2]. Na sua versão original, este modelo pré-QCD era um modelo de nucleões actuando entre si mediante uma interacção de dois corpos de nucleões, e onde a quebra espontânea de simetria resulta da atracção nucleão–nucleão construída em analogia com a atracção efectiva electrão–electrão responsável pela formação de pares de Cooper na teoria da supercondutividade de Bardeen, Cooper e Schrieffer [BCS] desenvolvida alguns anos antes [43]. Assim, para Nambu e Jona-Lasinio o intervalo (“gap”) de massa no espectro de Dirac do nucleão podia ser gerado analogamente ao “gap” de energia de um supercondutor na teoria de BCS.

Mais tarde, o modelo de NJL foi reformulado em termos de graus de liberdade de

⁴Anomalias são simetrias (quirais) do lagrangiano clássico que são quebradas ao nível quântico[41].

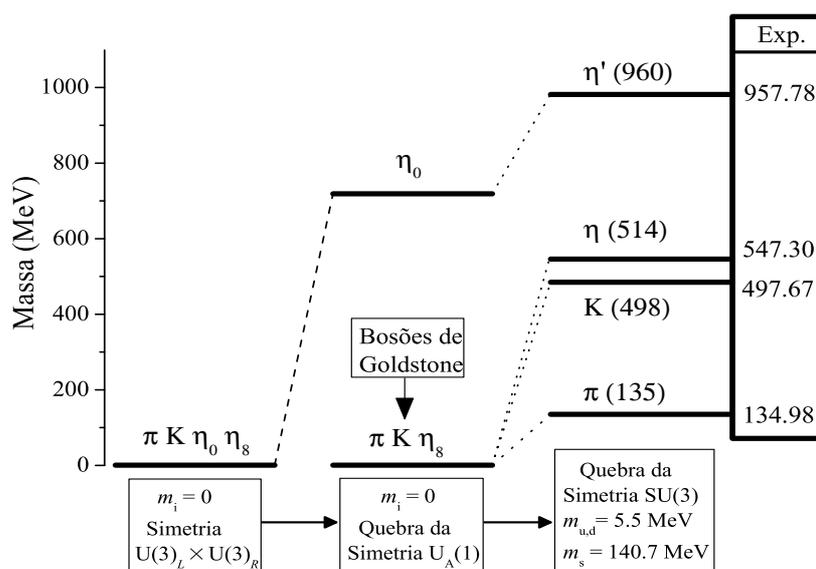


Figura 2.1: Espectro dos mesões pseudoescalares no modelo de NJL. Este esquema ilustra ainda a quebra das simetrias quiral e axial. Os valores experimentais das massas estão representados na coluna da direita. Adaptado de Klimt *et al.* [42]

quarks, verificando-se que esta versão era bastante útil para compreender o mecanismo de quebra de simetria quiral e para descrever, apesar das suas limitações, algumas propriedades do espectro hadrónico, na região de baixas energias. Esta versão, em SU(2), foi posteriormente generalizada de forma a incluir outros sectores e interacções. Este assunto será retomado com mais detalhe no Cap. 4, de momento pretende-se apenas fazer um breve sumário.

Como foi referido na secção anterior, a estrutura não perturbativa do vácuo é caracterizada pela existência de condensados $\langle \bar{q}q \rangle$. Estes condensados de pares de quark–antiquark são particularmente interessantes uma vez que sugerem uma analogia entre o vácuo da QCD e o estado fundamental dos supercondutores onde temos a condensação de pares de Cooper de electrões: $\langle \bar{\psi}_{\uparrow}^{(e)} \psi_{\downarrow}^{(e)} \rangle \neq 0$. Este condensado $\langle \bar{q}q \rangle$, também chamado parâmetro de ordem, tem um valor fenomenológico [41] de

$$\langle \phi_0 | \bar{q}_u q_u | \phi_0 \rangle = \langle \bar{q}_u q_u \rangle \simeq \langle \bar{q}_d q_d \rangle \simeq -(240 \pm 25 \text{ MeV})^3. \quad (2.6)$$

Argumenta-se que a interacção entre quarks e antiquarks, que resulta de processos complicados de troca de gluões, pode ser atractiva e conduzir à condensação de pares quark–antiquark no vácuo. No modelo de NJL os graus de liberdade gluónicos estão congelados e os condensados de quarks são explicados como resultando de uma interacção efectiva.

O modelo de NJL, é então, uma teoria efectiva de fermiões elementares que incorpora

os factos básicos de lagrangianos quirais invariantes e conduz a importantes relações de álgebra de correntes. Uma das suas características fundamentais é a invariância quiral espontaneamente quebrada no estado fundamental da teoria, conduzindo este fenómeno ao aparecimento de bosões de Goldstone [34, 35].

O modelo de NJL possui um mecanismo de quebra espontânea da simetria quiral, através da condensação dos pares $\bar{q}q$ ($\langle \bar{q}_u q_u \rangle$, $\langle \bar{q}_d q_d \rangle$ e $\langle \bar{q}_s q_s \rangle$), e permite a emergência de excitações colectivas com as características de partículas físicas.

O modelo revela-se, pois, muito útil para compreender a física dos mesões leves e os mecanismos de quebra e restauração de simetrias. No entanto, este modelo tem limitações óbvias com as quais é necessário saber lidar. Passamos a enunciar as principais limitações.

- **No modelo de NJL não existe confinamento** para as interações de quarks. A não existência de confinamento pode conduzir a processos não físicos como o decaimento de mesões pesados em pares quark–antiquark. A ausência desta propriedade pode não ser muito relevante para o estudo de determinadas propriedades do espectro hadrónico. Por outro lado, sendo o modelo útil para compreender a física a densidades e temperaturas finitas, obviamente que ele apenas descreve a transição de fase de restauração da simetria quiral e não a transição confinamento–desconfinamento.
- **O modelo de NJL não é renormalizável devido ao carácter pontual da interacção quark-antiquark.** Para colmatar este problema, é necessário especificar um método de regularização para lidar com as divergências no ultravioleta. No entanto, é de salientar que o facto de o modelo não ser renormalizável acaba por não ser muito relevante para a descrição de certos processos físicos.
- **Não existem glúões neste modelo.** O facto de não haver glúões como graus de liberdade dinâmicos no modelo de NJL faz com que surjam problemas se aplicarmos este modelo a energias relativamente altas.

Por todos os problemas que acabamos de apresentar, o modelo de NJL pode ser facilmente criticado. Porém, este modelo é considerado uma ferramenta muito interessante no estudo de fenómenos relacionados com a simetria e a transição de fase quirais.

Como já foi mencionado, este modelo incorpora todas as simetrias globais da QCD e, ao mesmo tempo, oferece um esquema simples para estudar a quebra espontânea da simetria quiral e as suas manifestações na física de hádrões, tais como a geração dinâmica das massas dos quarks, o aparecimento dos condensados de quarks e o papel dos piões como bosões de Goldstone. Como veremos posteriormente, também são descritas, de

uma forma bastante satisfatória, certas propriedades dos mesões leves, como as massas e os decaimentos.

2.3.2 O papel do determinante de 't Hooft

O lagrangiano para o modelo de NJL no sector SU(3) é da forma:

$$\mathcal{L} = \bar{q} (i\not{\partial} - \hat{m}) q + \frac{g_S}{2} \sum_{a=0}^8 \left[(\bar{q}\lambda^a q)^2 + (\bar{q}(i\gamma_5)\lambda^a q)^2 \right]. \quad (2.7)$$

A interacção fundamental deste modelo é uma interacção escalar–pseudoescalar de quatro quarks. A forma mais usual de quebrar a simetria $U_A(1)$ neste modelo é através da inclusão de uma interacção de seis quarks sob a forma de um determinante, o determinante de 't Hooft:

$$g_D \{ \det[\bar{q}(1 + \gamma_5)q] + \det[\bar{q}(1 - \gamma_5)q] \}. \quad (2.8)$$

De seguida, vamos analisar com algum pormenor o determinante de 't Hooft com especial incidência na sua acção nos mesões pseudoescalares.

Como foi visto na Sec. 2.1 a inclusão da interacção de 't Hooft para além de remover a simetria $U_A(1)$ explicitamente, deixando a simetria $SU(3) \otimes SU(3)$ intacta, também torna massivo o mesão η' . A origem da massa deste mesão pode ser compreendida como resultando da mistura de sabores $\frac{1}{\sqrt{2}}(\bar{u}u + \bar{d}d)$ e $\bar{s}s$ no canal $I = 0$. Sem esta mistura de sabores, o $\eta = \frac{1}{\sqrt{2}}(\bar{u}u + \bar{d}d)$ e o $\eta' = \bar{s}s$ deviam ser estados próprios da massa, e assim a mistura ideal seria atingida. Isto é natural se a regra de Okubo-Zweig-Iizuka [OZI] se aplicar. No entanto, sabe-se que a regra de OZI é significativamente quebrada tanto para os mesões pseudoescalares como para os mesões escalares. Pelo efeito da mistura de sabores provocado pela interacção de 't Hooft, estes estados são misturados. Assim o mesão η aproxima-se do estado de octeto do sabor $\frac{1}{\sqrt{6}}(\bar{u}u + \bar{d}d - 2\bar{s}s)$ e o mesão η' aproxima-se do estado de singleto do sabor $\frac{1}{\sqrt{6}}(\bar{u}u + \bar{d}d + \bar{s}s)$. Assim para o η , a interacção de 't Hooft actua como uma força atractiva que compete com os efeitos do aumento da componente $\bar{s}s$. Pelo contrário, para o mesão η' , esta interacção actua como uma força repulsiva que compete com os efeitos do decréscimo da componente $\bar{s}s$.

Os efeitos da interacção de 't Hooft nos estados $\bar{q}q$ escalares e pseudoescalares estão resumidos na Tabela 2.4. A partir desta tabela, vê-se como a interacção de 't Hooft induz a diferença de massas entre os mesões η e η' e entre os mesões σ e f_0 .

2.4 Os mesões escalares e pseudoescalares

O estudo dos mesões escalares ($J^P = 0^+$) e pseudoescalares ($J^P = 0^-$) reveste-se de grande interesse uma vez que se espera que os meios hadrónicos produzidos na região

Tabela 2.4: Os efeitos da interação de 't Hooft nos estados $\bar{q}q$ pseudoescalares e escalares.

	Pseudoescalares	Escalares
octeto	atractivo	repulsivo
singleto	repulsivo	atractivo

de rapidez central em colisões nucleares relativistas no “Relativistic Heavy Ion Collider” [RHIC] sejam dominados por estes mesões. Devido à sua elevada massa, os mesões vectoriais só se tornam importantes para temperaturas elevadas. Mas o estudo destes mesões está fora do âmbito deste trabalho.

A relação dos mesões escalares e pseudoescalares com a restauração de simetrias em meios quentes e densos é outro factor que torna estes mesões particularmente relevantes. De facto, na fase simétrica, os mesões pseudoescalares e os seus parceiros com paridade oposta, os escalares, são massivos e degenerados entre si.

O interesse nos mesões pseudoescalares advém da sua relação com a simetria da QCD, como foi mencionado na Sec. 2.2. Também já foi referido que a QCD possui uma simetria $U(3) \otimes U(3)$ aproximada, com a simetria quiral $SU_A(3)$ a ser quebrada explicitamente pela massa de correntes e a simetria axial $U_A(1)$ a ser explicitamente quebrada pela anomalia axial [38]. Estes mecanismos de quebra explícita de simetrias permitem encarar como bases da QCD de baixas energias as seguintes hipóteses de trabalho: (i) o octeto de mesões pseudoescalares de baixa energia (π , K , η) é constituído por bosões de Goldstone aproximados; (ii) a fenomenologia $\eta - \eta'$ é caracterizada pela violação da regra de OZI e pela elevada massa do η' . A importância do papel desempenhado pela quebra da simetria axial, e a violação da regra de OZI na geração das massas dos mesões e dos ângulos de mistura, é evidenciada pelos diversos estudos feitos sobre este assunto [44, 45, 46]. O estudo dos parâmetros de mistura a partir dos dados experimentais disponíveis também tem sido devidamente explorado [47, 48].

O interesse pelos mesões escalares reacendeu-se nos últimos anos dando origem a uma intensa investigação sobre o assunto [49, 50, 51]. Este facto deve-se essencialmente a duas razões: em primeiro lugar devido à evidência experimental da massa do σ ($f_0(600)$) ($I = 0$) cujo valor é estimado em 400 – 1200 MeV [30] (os decaimentos de mesões pesados mostram picos claros no espectro de massa invariante do $\pi\pi$); em segundo lugar pelo papel dos mesões escalares no contexto das altas temperaturas e/ou densidades bariónicas elevadas [52] (de facto, os mesões com os números quânticos do vácuo desempenham um papel crucial na compreensão cabal do mecanismo da quebra da simetria na QCD).

No modelo de NJL, os mesões pseudoescalares e escalares podem ser tratados a partir dos mesmos fundamentos. Para isso vamos considerar os mesões escalares como sendo

constituídos por pares $q\bar{q}$ usando a bases octeto–singleto SU(3). Uma vez que temos $N_f = 3$, é de esperar que exista um noneto de mesões escalares, do qual o mesão σ faz parte, que são parceiros quirais do noneto de mesões pseudoescalares. À primeira vista é fácil considerar que os mesões σ ($I = 0$) e a_0 ($I = 1$) são constituídos por $\bar{u}u + \bar{d}d$ e $\bar{u}u - \bar{d}d$, respectivamente. No entanto, a massa do mesão $a_0(980)$, que é o mesão a_0 mais leve, é bastante superior à massa do mesão σ . Esta diferença nas massas pode ser explicada pela quebra da simetria $U_A(1)$. Tal como para o caso dos mesões pseudoescalares, os efeitos da quebra da simetria $U_A(1)$ também se fazem sentir de um modo bastante significativo para os mesões escalares: o desdobramento das massas $\sigma - a_0$ é explicado pela mistura de sabores estranhos e não estranhos (a estrutura de quarks para o a_0 e para o σ é $\frac{1}{\sqrt{2}}(\bar{u}u - \bar{d}d)$ e $\frac{1}{\sqrt{6}}(\bar{u}u + \bar{d}d - 2\bar{s}s)$, respectivamente).

Para o nosso estudo, vamos considerar os mesões escalares de mais baixa energia nos canais $I = 0, 1, 1/2$ e o segundo mesão escalar de mais baixa energia no canal $I = 0$ que chamaremos σ, a_0, κ e f_0 , respectivamente.

$$\Pi = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}}\pi^0 + \frac{1}{\sqrt{6}}\pi_8 + \frac{1}{\sqrt{3}}\pi_0 & \pi^- & K^- \\ \pi^+ & -\frac{1}{\sqrt{2}}\pi^0 + \frac{1}{\sqrt{6}}\pi_8 + \frac{1}{\sqrt{3}}\pi_0 & \bar{K}^0 \\ K^+ & K^0 & -\frac{2}{\sqrt{3}}\pi_8 + \frac{1}{\sqrt{3}}\pi_0 \end{pmatrix} \quad (2.9)$$

$$\Sigma = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}}a_0^0 + \frac{1}{\sqrt{6}}\sigma_8 + \frac{1}{\sqrt{3}}\sigma_0 & a_0^+ & \kappa^- \\ a_0^- & -\frac{1}{\sqrt{2}}a_0^0 + \frac{1}{\sqrt{6}}\sigma_8 + \frac{1}{\sqrt{3}}\sigma_0 & \bar{\kappa}^0 \\ \kappa^+ & \kappa^0 & -\frac{2}{\sqrt{3}}\sigma_8 + \frac{1}{\sqrt{3}}\sigma_0 \end{pmatrix} \quad (2.10)$$

O problema principal, no que diz respeito à identificação destes mesões com os mesões observados experimentalmente, é a existência de muitos mesões escalares para energias inferiores a 1 GeV. Os dois isoescalares σ e $f_0(980)$ [30] bem como o isovector $a_0(980)$ e o isospinor $K_0^*(800)$ [53] têm condições para preencher o noneto dos escalares leves. Outros candidatos são os mesões escalares $K_0^*(1430)$ e $f_0(1370)$. Para o estudo que levaremos a cabo, vamos identificar os mesões escalares que surgem no modelo de NJL com os mesões de mais baixa energia, ou seja, os isoescalares $\sigma(f_0(600))$ e $f_0(980)$, o isovector $a_0(980)$ e o isospinor $K_0^*(800)$ (designado por κ), isto apesar de, como veremos no Cap. 4, as massas obtidas no âmbito deste modelo para M_κ , cujo valor é 1045.4 MeV, e M_{f_0} , cujo valor é 1194.3 MeV, serem aproximadamente equidistantes das massas de $K_0^*(800)$ e $K_0^*(1430)$, e de $f_0(980)$ e $f_0(1370)$, respectivamente.

No estudo que efectuaremos, é assumido que os mesões escalares possuem uma estrutura $\bar{q}q$ a qual é relevante para o estudo da restauração de simetrias, quer da simetria quiral, quer da simetria axial. Para mais, recentemente Dai e Wu propuseram que os mesões σ, f_0, a_0 e K_0^* podiam ser os parceiros quirais dos mesões pseudoescalares η, η', π

e K [54]. No entanto, outros autores afirmam que é necessário outro tipo de estrutura de quarks, tal como dois quarks e dois antiquarks e mesmo componentes mesão–mesão [55], para a explicação do noneto de mesões escalares. Muitos outros esquemas foram propostos para tentar compreender as propriedades dos mesões escalares de mais baixa energia mas nenhuma conclusão definitiva foi ainda alcançada sobre quais os estados que devem ser considerados como $\bar{q}q$, multi–quarks, “moléculas” mesão–mesão ou estados híbridos [56].

O estudo dos mesões escalares, em si, não é um objectivo central deste trabalho. Efectivamente, estamos essencialmente interessados no estudo da quebra e restauração de simetrias e seus efeitos nos mesões pseudoescalares. O estudo dos mesões escalares na mesma base dos pseudoescalares é necessária para a discussão do tema da restauração da simetria. No entanto, reconhece-se que a descrição em termos de $\bar{q}q$ é muito mais ajustada para os pseudoescalares. Para os escalares é a abordagem mais simples e útil para os objectivos em causa, mas com limitações óbvias.

Capítulo 3

O diagrama de fases da QCD

Compreender a estrutura de fases da QCD é, actualmente, um dos tópicos mais importantes e excitantes da física das interacções fortes. O esforço desenvolvido, quer do ponto de vista teórico – recorrendo aos modelos efectivos e a cálculos computacionais na rede – quer do ponto de vista experimental – é um dos principais objectivos do programa de colisões de iões pesados – tem-se revelado bastante profícuo, fazendo luz sobre as propriedades da matéria a temperaturas e densidades elevadas.

Neste capítulo vamos fazer uma breve revisão sobre o diagrama de fases da QCD e as investigações mais relevantes e actuais para a sua compreensão [7, 37, 57]. Assim teremos um enquadramento para a realização do nosso próprio estudo no modelo de NJL.

3.1 O diagrama de fases da QCD

Para o estudo do diagrama de fases da QCD, começamos por representá-lo de uma forma esquemática na Fig. 3.1. Como se constata, este diagrama de fases é apresentado em função de um único potencial químico. No entanto, a Natureza não se restringe a um único potencial químico, ou seja, o diagrama de fases da QCD tem, em geral, mais dimensões para além da representada na Fig. 3.1. De facto, assumir que os potenciais químicos dos quarks são iguais para todos os quarks torna o estudo do diagrama de fases mais simples, o que por outro lado, acarreta alguns problemas. Por exemplo, se se pretender estudar estrelas de neutrões, tem de se ter em consideração matéria neutra em equilíbrio β , ao passo que para estudar colisões de iões pesados tem de se ter em conta a conservação do isospin e da estranheza. Isto conduz a que diferentes fontes de informação descrevam apenas fracções do diagrama de fases completo, uma vez que elas correspondem a situações físicas distintas.

É importante notar que a informação directa sobre o diagrama de fases da QCD está basicamente restringida a dois pontos à temperatura $T = 0$ e pertencentes à fase hadrónica, isto é, à fase onde os quarks e gluões estão confinados e onde a simetria quiral é

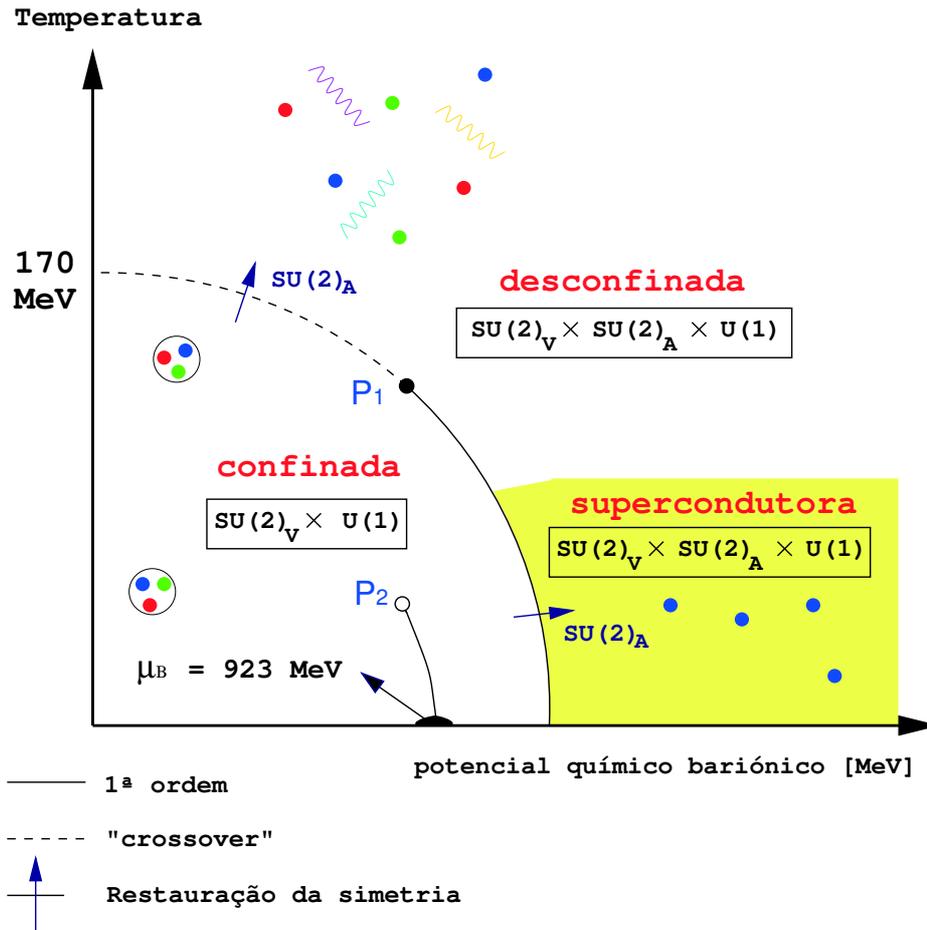


Figura 3.1: Diagrama de fases da QCD para dois sabores. Figura adaptada de [58].

espontaneamente quebrada: o primeiro corresponde ao vácuo ($\mu = 0$), sendo o segundo ponto correspondente à densidade de matéria nuclear normal (onde a densidade bariónica é $\rho = \rho_0 \simeq 0.17 \text{ fm}^{-3}$ e $\mu_B = 923 \text{ MeV}$, ou seja $\mu = \mu_B/3 \simeq 308 \text{ MeV}$). O conhecimento actual permite classificar este último ponto como o início da matéria densa, ou seja, todo o regime para $T = 0$ e $\mu < 308 \text{ MeV}$ pertence ao vácuo. Este ponto faz ainda parte da linha de transição de fase de primeira ordem que ocorre na direcção da temperatura, à medida que esta aumenta, e que separa uma fase onde existe um gás de hádrons com potenciais químicos relativamente baixos, de uma fase hadrónica líquida com potenciais químicos elevados. Esta linha termina num ponto crítico (ponto P_2 na Fig. 3.1) cuja temperatura é de aproximadamente 15 MeV, segundo os dados experimentais disponíveis ainda que preliminares [59]. Tanto o gás como o líquido atrás referidos fazem parte da fase hadrónica.

De uma forma geral, é sabido que para temperatura e densidade bariónica baixas, o vácuo da QCD exhibe quebra espontânea da simetria quiral e confinamento, ambos relacionados com a estrutura não perturbativa do vácuo da QCD. Por outro lado, para T

elevado e ρ muito maior que $\Lambda_{QCD} \sim 200$ MeV, a constante de acoplamento da QCD, $g(\mu)$, torna-se pequena e espera-se que o sistema possa ser descrito por um gás de quarks e glúons (o plasma de quarks e glúons). O QGP foi proposto pela primeira vez em meados dos anos 70 [3, 60] após a descoberta da liberdade assintótica da QCD. Assim, depois de clarificado que os hádrões eram constituídos por quarks e glúons confinados, o argumento de que os quarks e glúons deveriam ficar desconfinados para elevadas temperaturas e/ou densidades ganhou forma. Este cenário, contemplava duas fases distintas: a fase hadrónica onde os quarks e glúons estão confinados; e o QGP onde eles estão desconfinados.

É consensual que, na natureza, o QGP existiu no universo primitivo, uns microsegundos depois do “Big-Bang” quando a temperatura era muito elevada. Não é tão claro se a matéria de quarks desconfinados também existe no centro das estrelas de neutrões onde temos matéria bastante densa e fria.

Experimentalmente, a criação e identificação do QGP é, hoje em dia, o objectivo principal das colisões ultra-relativistas de iões pesados. Neste tipo de colisões, a energia por nucleão do alvo ultrapassa os 10 GeV e espera-se a observação da transição de fase da matéria hadrónica para o plasma de quarks e glúons.

As primeiras experiências com colisões ultra-relativistas de iões pesados foram realizadas no “Centre Européenne pour la Recherche Nucléaire” [CERN] e no “Brookhaven National Laboratory” [BNL] em 1986, sendo a energia por nucleão da ordem dos 15 GeV. Actualmente, o RHIC no BNL atinge os 200 GeV (colisões Au–Au) e para 2007 está prevista a experiência no “Large Hadron Collider” [LHC] que permitirá atingir energias na ordem dos $\sqrt{s_{NN}} = 5.5$ TeV utilizando para isso colisões Pb–Pb e $\sqrt{s} = 14$ TeV nas colisões próton–próton.

As primeiras indicações da existência do QGP foram anunciadas em 2000 pelo CERN (“Super Proton Synchrotron” [SPS]) [61], sendo que a interpretação dos dados experimentais ainda é alvo de intensos debates.

Recentemente, J. Adams, em representação da colaboração “Solenoidal Tracker at RHIC” [STAR], propôs a seguinte definição para o QGP: é um estado de matéria em equilíbrio térmico (local) no qual os quarks e glúons estão desconfinados dos hádrões, de modo que os graus de liberdade da cor se manifestem ao nível dos volumes nucleares e não somente nos volumes nucleónicos [62].

No artigo referido são revistos e actualizados não só o conceito de QGP mas também os critérios em que deve assentar a sua identificação experimental.

Em [62] é ainda proposto que a evidência da restauração da simetria quiral será condição suficiente para demonstrar a existência de um novo estado de matéria, mas não é condição necessária para a descoberta do QGP. De facto, a maioria dos cálculos compu-

tacionais na rede prevê que esta restauração aconteça ao mesmo tempo que o desconfinamento, mas esta questão não está definitivamente decidida do ponto de vista teórico. Se as evidências para o desconfinamento podem ser encontradas experimentalmente, então a busca das manifestações da restauração da simetria quiral será, num futuro próximo, um dos principais objectivos da investigação das propriedades da matéria, uma vez que estas poderão fornecer evidências claras para as modificações fundamentais do vácuo da QCD, com consequências de longo alcance [62].

Prudentemente, a colaboração STAR não anuncia a descoberta do QGP, apontando algumas questões em aberto cujas respostas podem levar a concluir, definitivamente, pela descoberta do QGP. Apesar disso, os dados recolhidos pelo RHIC não deixam de surpreender, sendo um exemplo o anúncio de M. Gyulassy [63] da evidência da descoberta de um plasma de quarks e gluões acoplado mediante a interacção forte [sQGP], designação que foi sugerida por T. D. Lee [64].

O que ninguém duvida é que o QGP será criado no LHC, que está a ser construído actualmente no CERN.

Diferentes partes do diagrama de fases da QCD têm sido investigados experimentalmente para diferentes energias do feixe. Para energias elevadas, correspondente às energias do RHIC e do LHC, é produzida matéria a temperatura elevada e baixa densidade bariónica. Por outro lado, para energias mais baixas, correspondendo às energias do “Alternating Gradient Synchrotron” [AGS], no BNL, ou do SPS, pode ser estudada a matéria a temperatura e densidades bariónicas elevadas. Finalmente, as energias obtidas no “Schwer-Ionen-Synchrotron” [SIS] do “Gesellschaft für Schwerionenforschung mbH” [GSI] e no “Berkeley-Lab Accelerators” [BEVALAC] do “Lawrence Berkeley Laboratory” [LBL] permitiram obter sistemas a densidades elevadas e a temperaturas moderadas. Isto é indicado pelos pontos para os quais os hadrões deixam de interagir uns com os outros (pontos de “freeze-out”) mostrados na Fig. 3.2. Estes pontos referem-se ao estado final da expansão da *bola de fogo* (“fireball”)¹. Segundo B. Friman [65], para traçar um diagrama de fases da QCD detalhado é necessário alta resolução e um maior número de acontecimentos, com vista a melhorar a estatística, para um leque alargado de energias. É ainda de salientar que os núcleos atómicos, em si, representam um sistema a densidade finita e a temperatura zero. À densidade nuclear normal, estima-se que o condensado de quarks sofra uma redução de 30% [66] de modo que os efeitos resultantes das alterações do parâmetro de ordem quiral podem ser medidas em feixes de hadrões, de electrões e fotões em alvos nucleares.

Do ponto de vista teórico, a física da transição da matéria hadrónica para o QGP está bem estabelecida para o potencial químico bariónico $\mu_B = 0$. Os resultados mais recentes

¹Daqui em diante, passaremos a usar as palavras “freeze-out” e “fireball”.

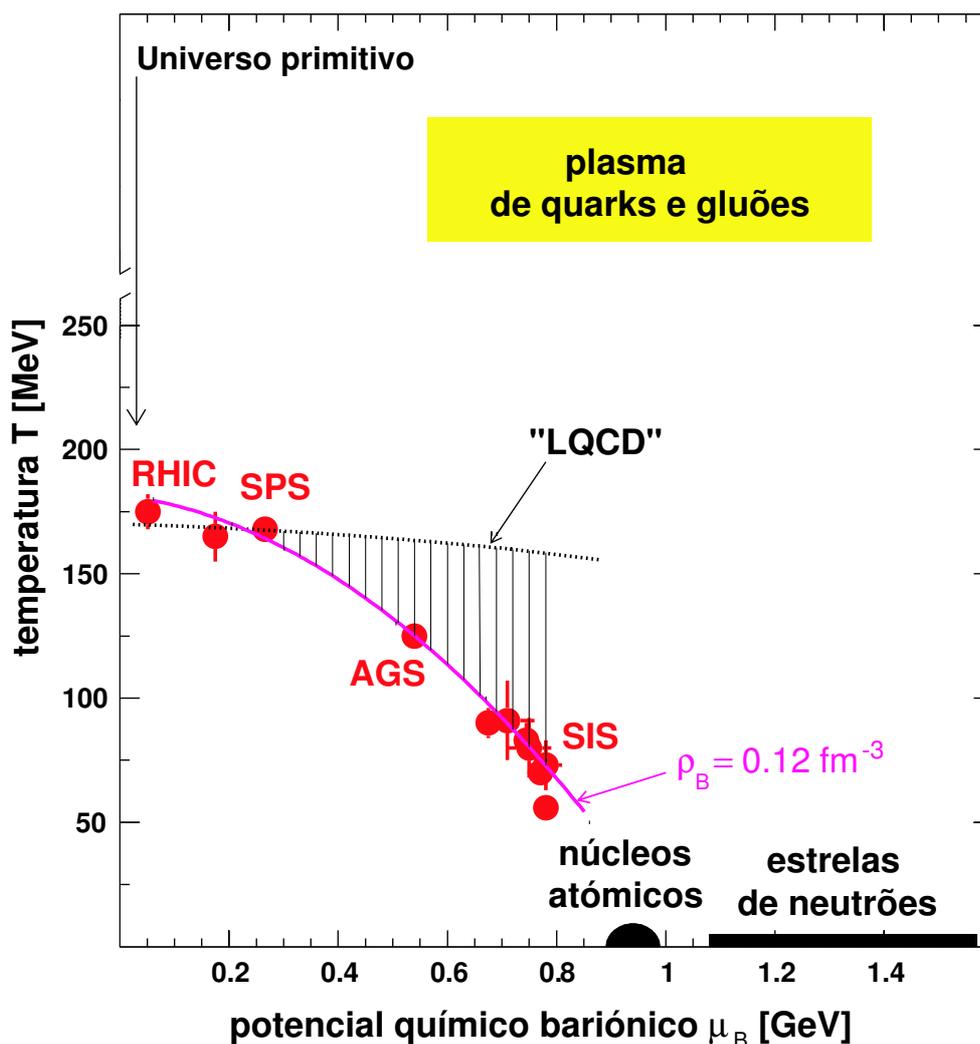


Figura 3.2: O diagrama de fases da QCD no contexto das colisões nucleares relativistas. Adaptado de [67].

dos cálculos computacionais da rede para dois sabores [68, 69] evidenciam, para os valores físicos das massas dos quarks, uma transição de tipo “crossover” para $T_c = 173 \pm 15$ MeV, como se pode ver na Fig. 3.3. Perto da temperatura T_c , a densidade de energia (e outras quantidades termodinâmicas) apresentam um forte crescimento, assinalando a transição de um gás de ressonâncias hadrônicas para matéria de quarks e gluões desconfinados (ver Fig. 3.3). A densidade de energia crítica $\epsilon(T_c)$ é 700 ± 200 MeV/fm³, cerca de cinco vezes a densidade de energia de núcleos grandes. Para a QCD com três sabores $T_c = 154 \pm 8$ MeV [68, 69].

A análise da equação de estado para $\mu_B \geq 0$ mostra, por um lado, que a termodinâmica no regime a baixas temperaturas da QCD é bem descrito pelas propriedades térmicas de um gás de ressonâncias hadrônicas [70]. Por outro lado foi também mostrado que

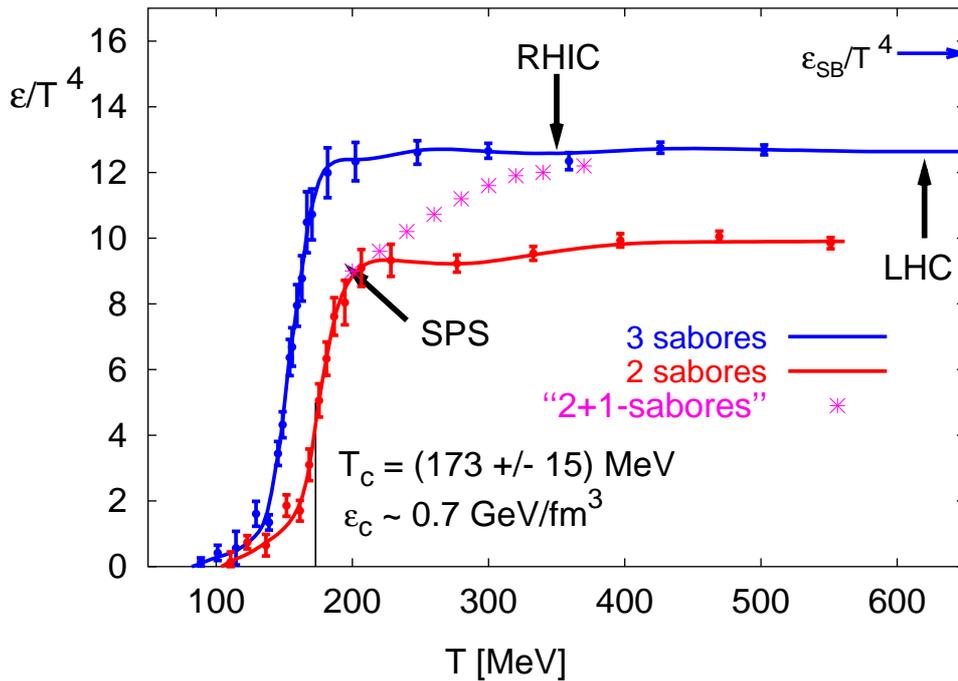
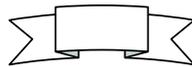


Figura 3.3: Densidade de energia em função da temperatura em cálculos computacionais na rede. Esquema adaptado de [69].

o forte aumento das flutuações do número bariônico, que para $\mu_B \geq 0$ e $T < T_c$ é consistente com o aumento das flutuações do número bariônico num gás de ressonâncias, é suprimido quando o sistema entra na fase do plasma [71].

Quando temos $\mu_B \neq 0$, os resultados dos cálculos teóricos de M. A. Halaz e colaboradores [72] e de J. Berges e K. Rajagopal [73] mostram que a transição de “crossover” passa a uma verdadeira transição de fase, no sentido termodinâmico, uma transição de fase de primeira ordem. A linha da transição de fase de primeira ordem termina no chamado ponto crítico (“critical end point”) onde temos uma transição de fase de segunda ordem. Espera-se que este ponto ocorra para μ_B inferior a 1 GeV e a sua localização depende fortemente do valor da massa do quark estranho.



Vamos agora analisar com algum detalhe o ponto crítico da QCD.

Os resultados obtidos para $\mu_B \neq 0$ e $T \neq 0$ em [72, 73] e que permitiram o acesso a novas zonas do diagrama de fases da QCD, foram corroborados pelo considerável progresso dos cálculos na rede para $\mu_B \neq 0$ e $T \neq 0$ [7, 9, 74, 75, 76]. Cálculos recentes [75, 76] sugerem a localização do ponto crítico para $T_c \simeq 160$ MeV e $\mu_B^{crit} \simeq 400$ MeV, o que pode

ser testado para energias do feixe de cerca de $40 A$ GeV (A é o número de massa) [65]. Porém, este valor é muito maior que o valor estimado para o potencial químico bariónico que caracteriza o “freeze-out” químico de um gás de ressonâncias hadrónicas no RHIC, $\mu_B^{\text{RHIC}} \simeq 29$ MeV [77]. No entanto, os cálculos na rede para $\mu_B \neq 0$ ainda estão apenas no início pelo que a localização exacta do ponto crítico da QCD continua a ter um razoável grau de incerteza.

Experimentalmente, a ocorrência de um ponto crítico numa transição entre um gás de hadrões e matéria de quarks será assinalada por alterações dramáticas em algumas propriedades físicas. Em 1998, M. Stephanov e colaboradores [78, 79] propuseram uma forma de encontrar o ponto crítico da QCD baseada nas propriedades gerais de qualquer transição de fase. Estas assinaturas do ponto crítico assentam no facto de este ponto ser uma genuína singularidade termodinâmica, na qual temos susceptibilidades divergentes e flutuações no parâmetro de ordem para grandes comprimentos de onda. Assim, todos os observáveis envolvidos partilham uma propriedade comum: à medida que se aproximam do ponto crítico estas são funções não monótonas de vários parâmetros experimentais como a energia de colisão, a centralidade, a rapidez ou o tamanho do ião.

Para concretizar, vamos ver algumas dessas assinaturas do ponto crítico:

- uma dessas assinaturas é o calor específico, $c_V = T\partial S/\partial T$, que deverá divergir para uma determinada temperatura e densidade [78, 79];
- outra característica será a existência de um pico pronunciado na flutuação do número bariónico (que pode ser estimado pela correspondente susceptibilidade do número de quarks $\chi_q = \partial^2 P/\partial\mu_q^2$) quando nos aproximamos do ponto crítico [7, 80] (este tipo de flutuações deve ser visível em colisões de iões pesados);
- outro observável experimental bastante promissor é a flutuação da carga eléctrica, com a respectiva susceptibilidade dada por $\chi_C = \chi_q/36 + \chi_I/4$ para $\mu_u = \mu_d$ e onde $\chi_I = \partial^2 P/\partial\mu_I^2$ é a susceptibilidade do número de isospin;
- também é esperado que no ponto crítico ocorra uma proliferação de piões de baixa energia (este aumento de piões, que resultam do decaimento do mesão σ , é previsto para colisões onde o “freeze-out” ocorre perto do ponto crítico [78, 79]).

Há ainda outros efeitos que têm que ser, muito provavelmente, tidos em conta, na busca do ponto crítico em colisões de iões pesados, como é o caso dos efeitos de volume e tempo finitos [81]. No entanto, as características dos observáveis no ponto crítico são bastante robustas o que permite uma estratégia para a sua determinação em colisões de iões pesados.

3.2 A estrutura de fases para matéria de quarks densa para $T = 0$

Durante mais de duas décadas a possibilidade de existir mais do que uma fase desconfiada não foi tida em devida atenção, isto apesar de, já em 1975, J. C. Collins e M. J. Perry [3] terem mencionado a existência de pares de Cooper em matéria de quarks densa e fria (**supercondutividade na cor**), e esta possibilidade ter sido abordada em vários trabalhos [82, 83]. No entanto, esta ideia e a sua relevância para o diagrama de fases da QCD foi amplamente ignorada até ao final da década de noventa. Por esta altura, novos estudos sobre a supercondutividade na cor revelaram que o “gap” no espectro dos fermiões podia ser da ordem de 100 MeV [84, 85], muito superior ao que era esperado anteriormente. Uma vez que quanto maior o “gap” maior a temperatura crítica, isto deve implicar a extensão da região **supercondutora na cor** na direcção da temperatura. Consequentemente, para além das duas fases padrão, deveria haver uma região no diagrama de fases da QCD, não desprezável, onde o estado fundamental da QCD é matéria de quarks supercondutora na cor (este assunto é abordado com detalhe nas Refs. [86, 87, 88]).

Na Fig. 3.4 está representado o diagrama de fases de acordo com a literatura actual. Assim, para densidades nas quais o potencial químico μ_B é elevado, quando comparado com a massa do quark s , m_s , os quarks u , d e s podem estar emparelhados num condensado de diquarks na chamada fase “color-flavor locked” [CFL] [89]. A fase CFL é particularmente simétrica mas torna-se desfavorável para densidades mais baixas (para as quais μ_B é da ordem de m_s) onde os quarks estranhos são suprimidos devido à sua massa, originando fases menos simétricas. Então, é possível que para regimes intermédios exista uma “segunda fase supercondutora na cor” [2SC] onde apenas os quarks u e d estejam emparelhados. Recentemente, outras fases foram sugeridas. Uma dessas possibilidades é a chamada fase de “supercondutores na cor de três quarks com condensados de kaões” [CFL-K] que exhibe um condensado de Bose de kaões neutros para além do condensado de diquarks da fase CFL. Esta fase tem a particularidade de quebrar a simetria de isospin e de hipercarga [90, 91, 92]. Outra possibilidade é a existência de uma fase de “supercondutores na cor cristalinos” (designada por “fase LOFF” [LOFF]) onde os condensados de diquarks variam periodicamente no espaço, quebrando as simetrias de translação e rotação [93, 94].

Recentemente foi também proposta a existência de uma fase supercondutora de matéria de quarks leves e matéria com quarks estranhos com excitações fermiónicas dum “gap” nulo não trivial [95, 96].

Do ponto de vista experimental não existe muita esperança em obter informação sobre a supercondutividade na cor a partir de colisões de iões pesados ultra-relativistas pois

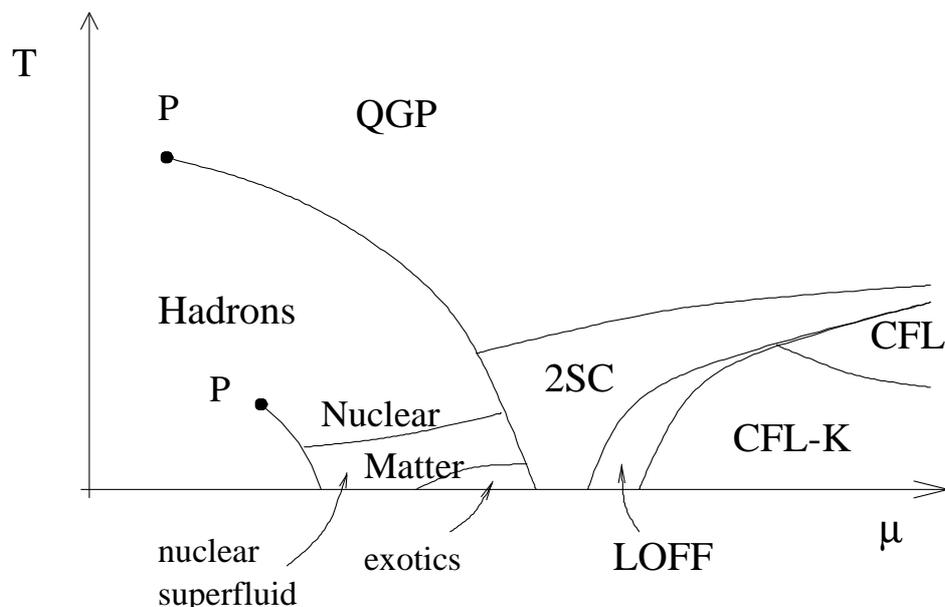


Figura 3.4: Esquema do diagrama de fases da QCD com três sabores e massas dos quarks realistas, adaptado de [87].

estas são bastante úteis para estudar temperaturas elevadas não se passando o mesmo para densidades elevadas. De facto, o “freeze-out” químico acontece para $T \simeq 125$ MeV e $\mu_B \simeq 540$ MeV no AGS e para $T \simeq 165$ MeV e $\mu_B \simeq 275$ MeV em colisões Pb–Pb no SPS [97]. Mesmo o projecto “Compressed Baryonic Matter” [CBM], que se realizará no GSI e do qual se espera que atinja densidades mais elevadas, muito dificilmente alcançará temperaturas suficientemente baixas para permitir a condensação de diquarks [37].

3.3 As estrelas de neutrões

Outro “laboratório” onde se têm realizado diversos estudos, com vista a uma melhor compreensão do diagrama de fases da QCD, são as estrelas de neutrões. As estrelas de neutrões são um dos capítulos finais da evolução estelar para as estrelas mais massivas, com $M > 8M_{\odot}$ (M_{\odot} é a massa do Sol). No final da sua vida, este tipo de estrelas, sofre uma explosão gigantesca, designada por supernova, cujo resultado, em muitos casos, é a formação de uma estrela de neutrões.

Estes objectos são bastantes compactos, com um raio típico de cerca de 10 km e massa aproximada de $(1 - 2)M_{\odot}$. Presentemente, são conhecidos mais de 1500 pulsares, estrelas de neutrões que rodam muito rapidamente, com campos dipolares magnéticos muito fortes que emitem pulsos de luz em intervalos regulares, que varrem o espaço qual luz de um farol giratório. O primeiro pulsar foi descoberto em 1967 por Jocelyn Bell [98] como

Tabela 3.1: Massas de estrelas de neutrões: os sistemas binários de estrelas de neutrões são indicados por en-en (as estrelas companheiras têm (c) adicional), os sistemas anã branca-estrela de neutrões são indicados por ab-en, e estrelas binárias de raios-x-estrela de neutrões são indicadas por brx.

Estrela	Massa (M_{\odot})	Tipo	Estrela	Massa (M_{\odot})	Tipo
1913 + 16	1.4411(4)	en-en	1913 + 16 (c)	1.3874(4)	en-en
B1534 + 12	1.339(3)	en-en	B1534 + 12 (c)	1.339(3)	en-en
B2127 + 11C	1.349(40)	en-en	B2127 + 11C (c)	1.363(40)	en-en
J1713 + 0747	1.45(31)	ab-en	J0751 + 1807	2.20(40)	ab-en
J0621 + 1002	1.70(30)	ab-en	J0437 – 4715	1.60(20)	ab-en
Vela X–1	1.88(13) – 2.27(17)	brx	4U1700 – 37	2.4(3)	brx

uma fonte de rádio que emitia pulsos com intervalos muito breves e uma periodicidade espantosa ($T = 1.3373011$ s [99]). Este objecto ficou conhecido como “Little Green Men 1” uma vez que se pensou que a origem deste sinal podia ser de origem alienígena.

Um tipo completamente diferentes de pulsares pode ser visto por telescópios de raio-X em sistemas de estrelas binárias de raios-X. Neste caso, o sistema binário é constituído por uma estrela de neutrões e uma estrela normal. A forte força gravitacional da estrela de neutrões suga, literalmente, matéria à estrela normal, matéria esta que converge para os pólos magnéticos da estrela de neutrões. Neste processo, chamado acreção, a matéria fica tão quente que produz raios-X. Se estes pulsos de raio-X, emitidos pela estrela de neutrões em permanente rotação, varrerem o espaço na linha de visão do nosso planeta podem, então, ser captados pelos telescópios na Terra.

Quando as estrelas de neutrões aparecerem em sistemas binários, os astrónomos podem medir a sua massa. De facto, a massa da estrela de neutrões no sistema binário PSR 1913 + 16 (ou pulsar de Hulse-Taylor) é, provavelmente, uma das quantidades mais exactas jamais determinadas em Astronomia [100, 101]. Este pulsar, que foi descoberto em 1974 por Hulse e Taylor, foi o primeiro pulsar a ser observado num sistema binário.

Na Tabela 3.1 apresentamos uma lista de várias estrelas de neutrões em três sistemas astrofísicos distintos: sistemas binários de estrelas de neutrões, sistemas estrela de neutrões-anãs brancas e sistemas de estrelas binárias de raios-X.

As estrelas de neutrões contêm matéria a densidades muito elevadas: a superfície da estrela é composta por ferro e tem uma densidade de $\rho \approx 8$ g/cm³; por seu turno, no centro da estrela a densidade pode atingir valores da ordem de $5 - 10\rho_0$ (onde $\rho_0 \approx 2.5 \times 10^{14}$ g/cm³) [57, 102, 103]. Durante a sua formação, em consequência do colapso da região central de uma estrela na explosão de uma supernova, a estrela de neutrões (que nesta fase ainda é constituída também por protões) é ainda caracterizada por temperaturas extremas, $T \sim 50$ MeV. Esta evolução pode ser estudada pela observação dos

neutrinos emitidos pela supernova.

Alguns astrofísicos argumentam que o estado mais fundamental da matéria é de facto matéria de quarks estranha [SQM] (“strange quark matter”), composta por quarks u , d e s , de modo que qualquer estrela de neutrões deve terminar num objecto que contenha unicamente matéria de quarks estranha. Estes objectos são estudados desde meados da década de oitenta [104, 105] e são referidos como estrelas estranhas.

Uma vez que não existe uma teoria única que cubra um leque tão alargado de densidades, é necessário usar vários modelos diferentes para satisfazer as exigências dos vários graus de liberdade envolvidos para as diferentes densidades. Por exemplo, para densidades sub-nucleares é usada a equação de estado de Baym-Pethick-Sutherland [106, 107, 108] onde os graus de liberdade são os nucleões, os electrões e os neutrões.

3.4 A importância da matéria estranha

As partículas que são constituídas por quarks estranhos têm sido consideradas particularmente úteis no estudo do plasma de quarks e gluões. Este tópico tem despertado bastante interesse na comunidade de físicos como o mostram as sucessivas conferências dedicadas a este assunto, de que é exemplo o “VIIIth International Conference on Strangeness in Quark Matter” (SQM2004) realizado em 2004 [109].

O aumento da produção de partículas estranhas foi previsto como um sinal da formação do plasma de quarks e gluões em colisões de iões pesados como ficou demonstrado em 1982, por J. Rafelsky e B. Müller [110]. Os argumentos eram basicamente dois. Em primeiro lugar, o limiar de produção de estranheza, via pares de quarks estranhos-antiestranhos, é consideravelmente menor que o referido limiar para os hadrões. De facto, a energia necessária para produzir partículas estranhas a partir de um gás de quarks e gluões, o que ocorre pela fusão de dois gluões ou dois quarks leves de massa nula

$$q + \bar{q} \leftrightarrow s + \bar{s} \quad (q = u, d); \quad g + g \leftrightarrow s + \bar{s}, \quad (3.1)$$

é de:

$$Q_{QGP} = 2m_s \approx 200 \text{ MeV}. \quad (3.2)$$

Por outro lado, a energia necessária para a produção de estranheza a partir de um gás hadrónico via $NN \rightarrow N\Lambda K$ é consideravelmente maior:

$$Q_{gh} = M_\Lambda + M_K - M_N \approx 670 \text{ MeV}. \quad (3.3)$$

Consequentemente, a produção de estranheza deve aumentar de uma forma considerável no plasma de quarks e gluões, comparativamente com o gás de hadrões livres.

Em segundo lugar, o tempo necessário para a produção de partículas estranhas num plasma de quarks e glúons é menor do que num gás de hádrões, sendo que a produção deste tipo de partículas também não é suprimida por efeitos dinâmicos, tais como o tempo necessário para a formação do QGP ou a diminuição da temperatura à medida que o sistema se expande (para um estudo mais detalhado ver [57]).

A importância da matéria estranha não se restringe ao plasma de quarks e glúons, revelando-se bastante útil no estudo da matéria hadrónica. A produção de partículas estranhas num gás de hádrões livres foi estudado por P. Koch, B. Müller e J. Rafelski [111]. Os mesões estáveis perante as interacções fortes são os piões $\pi^{+,0,-}$, os kaões $K^{+,0}$ e as sua antipartículas K^- e \bar{K}^0 . Para além destas partículas estáveis, existem mais de uma centena de ressonâncias conhecidas para energias inferiores a 2 GeV, que também aparecem em matéria a temperatura finita, e que formam matéria de ressonâncias. Os canais básicos de produção de hádrões estranhos no vácuo são:

$$\pi + \pi \rightarrow K + \bar{K} \quad (Q = 2M_K - 2M_\pi \approx 710 \text{ MeV}), \quad (3.4)$$

$$N + N \rightarrow N + \Lambda + K \quad (Q = M_\Lambda + M_K - M_N \approx 670 \text{ MeV}), \quad (3.5)$$

$$\pi + N \rightarrow \Lambda + K \quad (Q = M_\Lambda + M_K - M_N - M_\pi \approx 530 \text{ MeV}) \quad (3.6)$$

Quando introduzimos a temperatura, temos o aparecimento de ressonâncias tais como

$$N + \Delta \rightarrow N + \Lambda + K \quad (Q = M_\Lambda + M_K - M_\Delta \approx 380 \text{ MeV}), \quad (3.7)$$

$$\pi + \Delta \rightarrow \Lambda + K \quad (Q = M_\Lambda + M_K - M_\Delta - M_\pi \approx 240 \text{ MeV}) \quad (3.8)$$

onde o valor de Q é agora comparável ao valor de Q para o plasma de quarks e glúons (3.2). Isto significa que o gás de ressonâncias hadrónicas pode ter taxas de produção de partículas estranhas que são muito próximas das taxas de produção do QGP.

Um aumento adicional na produção de partículas estranhas advém do facto de as suas massas experimentarem modificações no meio. Em matéria quente, alguns modelos preconizam um decréscimo da massa dos hádrões com estranheza em função da temperatura o que vai baixar o valor de Q para a produção de partículas estranhas, aumentando ainda mais o seu número. Com densidade finita e temperatura zero este cenário não se verifica necessariamente, como veremos adiante.

Como já foi referido, no que concerne às transições de fase em matéria de glúons pura com temperatura finita, as simulações computacionais na rede mostram que a transição de fase confinamento–desconfinamento e a transição de fase quiral coincidem [5, 112, 113]. Então, a simetria quiral desempenha um papel crucial na descrição da transição de fase da QCD em matéria que interage fortemente a temperatura e densidade finita.

Quando temos quarks, o parâmetro de ordem quiral, o condensado de quarks, é o parâmetro de ordem que caracteriza a transição de fase quiral. Os cálculos computacionais na rede demonstram que os condensados de quarks u e d decrescem drasticamente para a temperatura $T_c \approx 170$ MeV, o que coincide com a transição de fase para o QGP [5] (Espera-se que este comportamento seja geral e que também se verifique para potenciais químicos finitos, embora este aspecto ainda não seja claro). No caso do condensado de quarks estranhos, os cálculos na rede indicam que o seu valor decresce para T_c , mas de forma menos pronunciada devido ao valor elevado da massa de correntes do quark s [113]. Assim, também as partículas estranhas vão ser influenciadas pela transição de fase quiral ou, equivalentemente, pela transição de fase para QGP. A vantagem de usar hádrons estranhos, em vez de hádrons não estranhos, é que as partículas estranhas podem conter informação sobre os estados de densidade elevada uma vez que o número quântico da estranheza é conservado nas interações fortes.

Outro aspecto relevante sobre a matéria estranha surgiu em 1988 quando C. Greiner apontou a possibilidade da formação de gotas de matéria de quarks estranha, as “strangelets”, a partir do plasma de quarks e glúons num meio onde predominem os potenciais químicos bariônicos elevados [114]. No LHC espera-se que esta hipótese possa ser testada.

Para já, vários modelos para a evolução da “fireball” no LHC têm sido propostos [115, 116, 117]. De uma forma geral, presume-se que a sucessão de eventos começa com um aquecimento inicial e intenso do volume ocupado pelos dois núcleos no momento da colisão e uma grande fracção da sua energia cinética é convertida num sistema de quarks, antiquarks e glúons a temperatura elevada. Este sistema, presumivelmente o plasma de quarks e glúons, começa imediatamente a expandir-se e a arrefecer. Quando a sua temperatura se torna inferior à temperatura crítica, o QGP condensa num sistema de mesões, bariões e antibariões, talvez em equilíbrio térmico. Com a continuação da expansão, o sistema atinge a sua densidade de “freeze-out”, na qual os hádrons deixam de interagir uns com os outros. As partículas que emergem do volume de “freeze-out” são aquelas que atingem os detectores.

Para a colaboração “Centrauro And STrange Object Research” [CASTOR] a “fireball” inicial é constituída por quarks u e d e ainda por glúons [118]. Se μ_B for suficientemente elevado a fragmentação dos glúons criará, predominantemente, pares $\bar{s}s$ uma vez que a criação de pares $\bar{u}u$ e $\bar{d}d$ é inibida. A eventual hadronização da “fireball” conduz, então, a uma forte supressão de piões e consequentemente de fotões. Espera-se também que haja uma destilação de estranheza através da emissão de kaões [114], transformando a matéria inicial de quarks da “fireball” em estados de matéria de quarks estranha. Os efeitos de estabilização da estranheza prolongam o tempo de vida da “fireball”. O subsequente

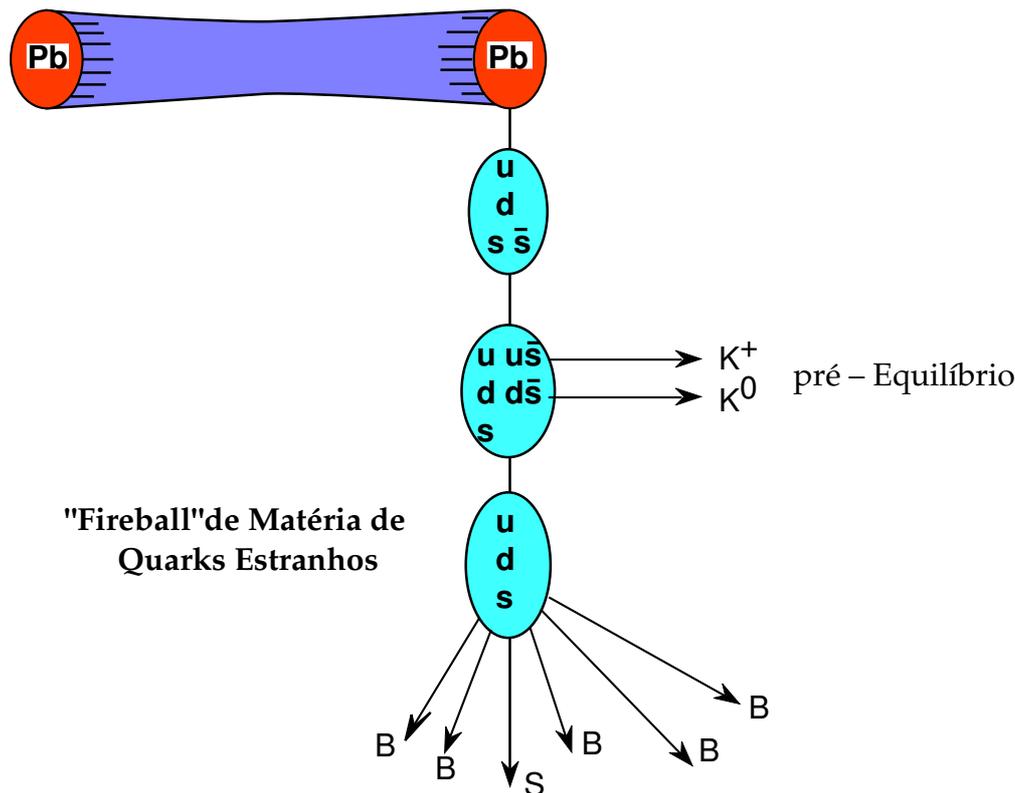


Figura 3.5: Esquema da evolução da "fireball". Adaptado de [118].

decaimento e hadronização deste estado pode levar à formação de bariões não estranhos, hiperões e/ou "strangelets". Os estágios principais do desenvolvimento deste tipo de "fireballs" são ilustrados na Fig. 3.5. Esta "fireball" é típica das colisões núcleo-núcleo que ocorrem na alta atmosfera, pela interação de raios cósmicos altamente energéticos. As partículas resultantes podem então ser detectadas em laboratórios de alta montanha, como é o caso dos laboratórios do Mt. Chacaltaya (5200 m) e Pamirs (4900 m) [119].

3.5 A estabilidade da matéria de quarks estranha

Como foi referido na Sec. 3.3, desde meados da década de oitenta que vários estudos apontam para a existência de estrelas que contenham unicamente matéria de quarks estranha, as estrelas estranhas. Foi em 1984 que E. Witten sugeriu que poderia haver uma forma da matéria, não observada até então, que seria mais fortemente ligada do que os núcleos e que formaria o verdadeiro estado fundamental da matéria sujeita a interações fortes: a matéria de quarks estranha [120]. Diferentemente dos núcleos, onde os quarks estão confinados em nucleões individuais sem cor, supõe-se que a SQM seja uma porção de matéria, contínua, ou mesmo macroscópica, composta de quarks u , d e s desconfina-

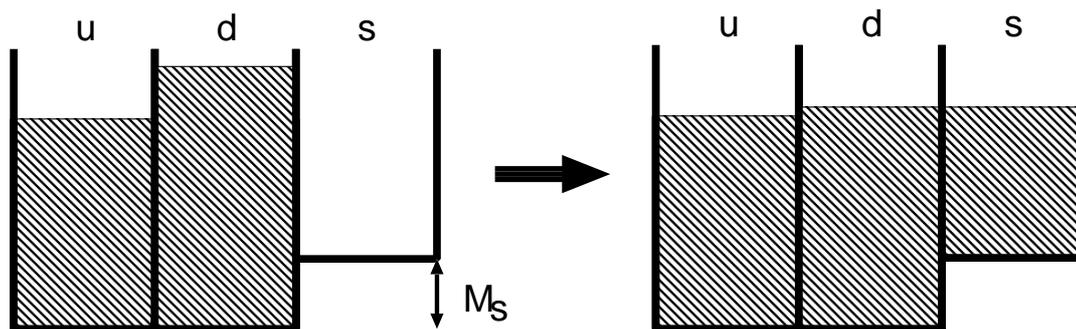


Figura 3.6: Esquema para a hipótese da existência de SQM: para $\mu_d > M_s$, a NSQM (painel da esquerda) pode baixar a sua energia convertendo-se em SQM (painel da direita) através do decaimento fraco de quarks d em quarks s . Adaptado de [37].

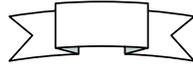
A motivação inicial de Witten para a sua conjectura era encontrar uma solução possível para o problema da matéria escura em termos de efeitos da QCD. Posteriormente, foi mostrado que a maior parte da SQM, possivelmente produzida no universo primordial, foi rapidamente convertida em matéria hadrônica normal [121, 122]. Como consequência, a SQM não possui uma importância cosmológica muito relevante mesmo que seja o estado fundamental absoluto da matéria. No entanto, do ponto de vista da Astrofísica, a existência de SQM absolutamente estável tem consequências muito importantes para as estrelas estranhas [123].

A hipótese de existir SQM absolutamente estável parece, à primeira vista, estar em contradição com a estabilidade dos núcleos. De acordo com M. Buballa, a hipótese de existir matéria de quarks não estranha [NSQM] estável, constituída apenas por quarks u e d , pode ser excluída, sendo viável a hipótese de existir SQM estável se este tipo de matéria contiver uma grande fracção de quarks estranhos, ou seja $\rho_s \approx \rho_u \approx \rho_d$ [37].

A ideia básica pode ser ilustrada por meio de um esquema simplificado, representado na Fig. 3.6. Partindo de um sistema de quarks u e d com massa nula num dado volume, tem-se que, para este ser electricamente neutro, o número de quarks d deve ser duas vezes superior ao número de quarks u o que implica $\mu_d = 2^{1/3}\mu_u$ (painel esquerdo). Mas, se o valor do potencial químico for superior à massa do quark estranho, o sistema pode baixar a sua energia transformando quarks d em quarks estranhos, até que as respectivas energias de Fermi sejam iguais (painel direito). Por conseguinte, se as energias por partícula, nos meios a seguir especificados, forem tais que:

$$\left(\frac{E}{A}\right)_{SQM} < \left(\frac{E}{A}\right)_{n\u00FAcleos} < \left(\frac{E}{A}\right)_{NSQM}, \quad (3.9)$$

pode existir SQM absolutamente estável sem entrar em contradição com os factos empíricos.



Ao longo deste capítulo foi discutido o diagrama de fases da QCD e quais os sistemas físicos relevantes para o seu estudo: das colisões de iões pesados às estrelas de neutrões. Abordou-se de uma forma sucinta os resultados mais relevantes, quer do ponto de vista teórico quer do ponto de vista experimental, o muito que ainda está por investigar e quais os principais caminhos que se esperam abrir num futuro próximo. Percebeu-se qual a importância da estranheza nos sistemas físicos. Este capítulo serve assim de enquadramento, e ao mesmo tempo de motivação, ao nosso trabalho no modelo de NJL que será apresentado nos capítulos seguintes.

Capítulo 4

Modelo de NJL em SU(3)

Neste capítulo, vamos apresentar o formalismo do modelo de NJL em SU(3), pelo que, as próximas secções serão bastante técnicas. Assim, após um breve enquadramento do modelo de NJL, apresentaremos o respectivo lagrangiano. Usando o método da bosonização deduziremos as equações do “gap” e calcularemos os propagadores dos mesões que vão permitir o cálculo de diversas propriedades, nomeadamente o espectro mesónico. Finalmente, vamos generalizar o modelo a sistemas com temperatura e densidade finitas.

4.1 Breve enquadramento

O modelo de NJL em SU(2) foi extensivamente estudado ao longo das décadas de oitenta e noventa de que são exemplo os trabalhos [16, 124, 125, 126, 127]. Este modelo provou ser muito útil para explorar a quebra espontânea da simetria quiral, e o correspondente aparecimento dos condensados de quarks, a geração dinâmica da massa dos quarks e o pião como bosão de Goldstone. Permitiu ainda o cálculo da constante de decaimento f_π , a verificação da compatibilidade com as relações da álgebra de correntes [128], o cálculo do decaimento $\sigma \rightarrow \pi\pi$ [129, 130], e também a investigação de sistemas a temperatura ou densidade finitas [131, 132, 133, 134, 135].

A formulação do modelo de NJL em SU(3) foi primeiramente introduzida por T. Kunihiro e T. Hatsuda [136] e V. Bernard, R. L. Jaffe e U. G. Meissner [137] que construíram primeiro uma versão U(3) para depois removerem a simetria axial $U_A(1)$ pela inclusão do termo de 't Hooft. Estes autores introduziram o quark estranho no modelo, um quark especial pois a sua massa de correntes ($m_s \simeq 150$ MeV) faz dele um quark que não se enquadra nos chamados quarks “leves” nem nos quarks “pesados”. As implicações dinâmicas da quebra explícita da simetria quiral pela introdução do quark s são de manifesto interesse. Por outro lado, a introdução da estranheza implica lidar com o chamado problema η' e a anomalia axial $U_A(1)$ [41], um tópico bastante relevante e sobre o qual nos

debruçaremos mais adiante.

A versatilidade deste modelo tornou-o bastante popular levando ao cálculo de variados processos físicos o que conduziu ao aparecimento de diversos artigos de revisão dos quais se destacam os artigos de T. Hatsuda e T. Kunihiro [21], S. P. Klevansky [18] e U. Vogl e W. Weise [41].

Os cálculos nesta versão do modelo com determinante de 't Hooft têm sido feitos usando diferentes técnicas [18, 21, 41]. Para o trabalho aqui desenvolvido, tal como em [138], vamos utilizar o método da bosonização [139, 140, 141] que é introduzido por meio do formalismo dos integrais de caminho de Feynman. O termo bosonização de uma teoria fermiônica refere-se à transformação de um lagrangiano original de fermiões num lagrangiano equivalente que depende apenas de graus de liberdade bosónicos [41]. Assim, a acção efectiva bosónica equivalente reflecte a dinâmica da acção original de NJL para as baixas energias (regime dos grandes comprimentos de onda). A técnica da bosonização, foi usada pela primeira vez na versão SU(2) do modelo de NJL em 1974 por T. Eguchi e H. Sugawara [142], tendo os trabalhos de D. Ebert e M. Volkov [143] e M. Volkov [15], em meados da década de oitenta, contribuído decisivamente para a sua utilização generalizada. Na Ref. [143] foram também estudados os mesões vectoriais recorrendo a esta técnica.

As vantagens deste método são amplamente conhecidas uma vez que podemos obter relações entre os observáveis físicos como os condensados, constantes de acoplamento e decaimento, etc. É uma base conveniente para o nosso estudo na medida em que ainda podemos fazer comparações com lagrangianos fenomenológicos quirais.

Como já referimos, o lagrangiano de NJL original possui uma simetria axial $U_A(1)$ não desejada. 't Hooft providenciou uma maneira de quebrar essa simetria deixando, no entanto, a simetria quiral $SU(3)_L \otimes SU(3)_R$: a inclusão de uma interacção de seis quarks sob a forma de um determinante (o determinante de 't Hooft – ver Sec. 2.3.2).

Uma boa parte dos trabalhos no âmbito do modelo de NJL dizem respeito ao sector mesónico, embora haja também aplicações ao sector nucleónico [144, 145, 146] e a outros campos como a Astrofísica [147, 148].

4.2 O lagrangiano

A forma mais geral do modelo de NJL em SU(3) é descrito por um lagrangiano que, para além do termo escalar–pseudoescalar e do termo de interacção vector–pseudovector,

inclui o determinante de 't Hooft. Assim, o lagrangiano toma a seguinte forma:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \bar{q} (i\not{\partial} - \hat{m}) q + \frac{g_S}{2} \sum_{a=0}^8 [(\bar{q}\lambda^a q)^2 + (\bar{q}(i\gamma_5)\lambda^a q)^2] \\ & - \frac{g_V}{2} \sum_{a=0}^8 [(\bar{q}\gamma_\mu\lambda^a q)^2 + (\bar{q}\gamma_\mu\gamma_5\lambda^a q)^2] \\ & + g_D \{ \det [\bar{q}(1 - \gamma_5)q] + \det [\bar{q}(1 + \gamma_5)q] \} \end{aligned} \quad (4.1)$$

com

$$\hat{m} = \begin{pmatrix} m_u & 0 & 0 \\ 0 & m_d & 0 \\ 0 & 0 & m_s \end{pmatrix} \quad (4.2)$$

e

$$q = \begin{pmatrix} q_u \\ q_d \\ q_s \end{pmatrix} \quad (4.3)$$

onde λ_a ($a = 0, \dots, 8$) são as matrizes de Gell-Mann¹.

A introdução da matriz de massa dos quarks (4.2) no lagrangiano (4.1) quebra explicitamente a simetria quiral no sector SU(3). É de notar que $m_{u,d} \sim 10$ MeV e $m_s \sim 100$ MeV na escala da QCD (~ 1 GeV).

O último termo em (4.1) é o determinante de 't Hooft: um operador invariante perante a simetria quiral SU(3)_L ⊗ SU(3)_R e que quebra a simetria U_A(1). Como o presente trabalho visa fundamentalmente os sectores pseudoescalar e escalar, no lagrangiano (4.1) teremos sempre $g_V = 0$.

O determinante de 't Hooft é uma interacção de seis quarks que pode ser escrito da seguinte forma [149]

$$\mathcal{L}_{int}^{(6)} = \frac{g_D}{6} D_{abc} (\bar{q}\lambda^c q) [(\bar{q}\lambda^a q)(\bar{q}\lambda^b q) - 3(\bar{q}i\gamma_5\lambda^a q)(\bar{q}i\gamma_5\lambda^b q)], \quad (4.4)$$

com $a, b, c \in \{0, 1, \dots, 8\}$, $D_{abc} = d_{abc}^2$ as constantes de estrutura (totalmente simétricas) em SU(3), $D_{000} = \sqrt{\frac{2}{3}}$ e $D_{0bc} = -\sqrt{\frac{1}{6}} \delta_{bc}$. O problema de trabalhar com uma interacção de seis quarks fica consideravelmente simplificado se tomarmos a opção de linearizar este termo por forma a convertê-lo numa interacção efectiva de quatro quarks [25, 26, 27]. O modo de fazer isto é contrair um bilinear ($\bar{q}\lambda_a q$) :

$$\begin{aligned} (\bar{q}\lambda^a q)(\bar{q}\lambda^b q)(\bar{q}\lambda^c q) &= (\bar{q}\lambda^a q)(\bar{q}\lambda^b q)\langle \bar{q}\lambda^c q \rangle \\ &+ (\bar{q}\lambda^b q)(\bar{q}\lambda^c q)\langle \bar{q}\lambda^a q \rangle + (\bar{q}\lambda^c q)(\bar{q}\lambda^a q)\langle \bar{q}\lambda^b q \rangle \end{aligned} \quad (4.5)$$

e,

$$(\bar{q}i\gamma_5\lambda^a q)(\bar{q}i\gamma_5\lambda^b q)(\bar{q}\lambda^c q) = (\bar{q}i\gamma_5\lambda^a q)(\bar{q}i\gamma_5\lambda^b q)\langle \bar{q}\lambda^c q \rangle. \quad (4.6)$$

¹Ver Apêndice B.

²Ver Apêndice B.

Os termos das interacções escalar–pseudoscalar e de 't Hooft podem agora ser escritos sob a forma genérica de uma interacção de quatro quarks, o que vai permitir tratar de modo unificado estas duas interacções [150, 151]. O lagrangiano toma então a forma:

$$\mathcal{L} = \bar{q} (i\cancel{\partial} - \hat{m}) q + \frac{1}{2} \left\{ (\bar{q}\lambda^a q) S_{ab} (\bar{q}\lambda^b q) + (\bar{q}(i\gamma_5)\lambda^a q) P_{ab} (\bar{q}(i\gamma_5)\lambda^b q) \right\}, \quad (4.7)$$

em termos dos projectores

$$S_{ab} = g_S \delta_{ab} + g_D D_{abc} \langle \bar{q}\lambda^c q \rangle, \quad (4.8)$$

$$P_{ab} = g_S \delta_{ab} - g_D D_{abc} \langle \bar{q}\lambda^c q \rangle. \quad (4.9)$$

O procedimento de hadronização que vamos utilizar é o formalismo da funcional geradora³. A funcional geradora tem a forma

$$Z \sim \int dq d\bar{q} \exp \{ iW_{ef}[q, \bar{q}] \} \quad (4.10)$$

com a acção efectiva de quarks dada por

$$W_{ef}[q, \bar{q}] = \int d^4x \mathcal{L}(x) = \int d^4x \left[\bar{q} (i\cancel{\partial} - \hat{m}) q + \frac{1}{2} (\bar{q}\lambda^a q) S_{ab} (\bar{q}\lambda^b q) + \frac{1}{2} (\bar{q}(i\gamma_5)\lambda^a q) P_{ab} (\bar{q}(i\gamma_5)\lambda^b q) \right]. \quad (4.11)$$

Após a integração sobre os campos fermiónicos (variáveis de Grassmann) na Eq. (4.10) obtém-se a acção efectiva:

$$W_{ef}[\varphi, \sigma] = \int d^4x \left[-\frac{1}{2} (\sigma_a S_{ab}^{-1} \sigma_b) - \frac{1}{2} (\varphi_a P_{ab}^{-1} \varphi_b) \right] - i\text{Tr} \ln [i\cancel{\partial} - \hat{m} + \sigma_a \lambda^a + i\gamma_5 \varphi_a \lambda^a]. \quad (4.12)$$

Aqui o símbolo Tr significa a soma sobre os índices discretos (N_f e N_c) e a integração efectua-se sobre as variáveis contínuas (momento). Os campos σ_a e φ_a são os nonetos escalar e pseudoscalar, respectivamente.

O nosso propagador terá a seguinte forma:

$$S(x-y) = \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} \frac{e^{-ip(x-y)}}{i\cancel{\partial} - \hat{m} - (\sigma_a \lambda^a + i\gamma_5 \varphi_a \lambda^a)}. \quad (4.13)$$

³Para mais pormenores ver Apêndice C.1.

4.3 As equações do “gap”

Para determinar as equações do “gap”, vamos começar por minimizar a acção efectiva (4.12) em ordem aos campos clássicos $\Phi = \{\sigma^a, \varphi^a\}$:

$$\left. \frac{\partial W_{ef}}{\partial \Phi} \right|_{\Phi=\Phi_c} = 0. \quad (4.14)$$

Usando as técnicas descritas nas Refs. [15, 138, 152], chegamos às expressões para as equações do “gap”⁴:

$$M_u - m_u = -2g_S \langle \bar{q}_u q_u \rangle - 2g_D \langle \bar{q}_d q_d \rangle \langle \bar{q}_s q_s \rangle, \quad (4.15)$$

$$M_d - m_d = -2g_S \langle \bar{q}_d q_d \rangle - 2g_D \langle \bar{q}_u q_u \rangle \langle \bar{q}_s q_s \rangle, \quad (4.16)$$

$$M_s - m_s = -2g_S \langle \bar{q}_s q_s \rangle - 2g_D \langle \bar{q}_u q_u \rangle \langle \bar{q}_d q_d \rangle. \quad (4.17)$$

M_i ($i = u, d, s$) são as massas constituintes dos quarks. A mistura dos sabores nas equações do “gap” ocorre através de g_D que é a manifestação da anomalia axial no lagrangiano inicial. Os condensados de quarks são determinados por

$$\langle \bar{q}_i q_i \rangle = -i \text{Tr} \frac{1}{\not{p}_i - M_i} = -i \text{Tr} [S(p_i)], \quad (4.18)$$

onde $S_i(p)$ é a função de Green dos quarks. A expressão anterior pode ser reescrita como

$$\langle \bar{q}_i q_i \rangle = -4M_i I_1^i \quad (4.19)$$

com o integral I_1^i dado por

$$I_1^i = iN_c \int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} \frac{1}{p^2 - M_i^2} = \frac{N_c}{4\pi^2} \int_0^\Lambda \frac{p^2 dp}{E_i}. \quad (4.20)$$

Na equação anterior a energia do quark i é dada por

$$E_i = \sqrt{\mathbf{p}^2 + M_i^2} \quad (4.21)$$

com Λ o “cutoff” tridimensional.

A introdução do “cutoff” Λ é uma maneira simples de regularizar o integral pois este é divergente. Assim, confinamos a região de integração à esfera $|\mathbf{p}| < \Lambda$.

A regularização de uma teoria efectiva não é só um truque matemático destinado a eliminar qualquer infinito que possa ocorrer. É um processo físico e, como tal, uma parte do modelo [149].

⁴Os pormenores do cálculo das equações do “gap” são dados no Apêndice C.2.

Com efeito, os problemas relacionados com a continuação analítica dos propagadores podem ser ultrapassados através da introdução de um “cutoff” na quantidade de movimento. Este é introduzido devido à não renormalizabilidade da interacção. As vantagens e inconvenientes dos diferentes tipos de regularização usados no modelo de NJL têm sido discutidos na literatura [18, 149], havendo naturalmente observáveis particularmente sensíveis ao tipo de regularização usada. No presente trabalho, optámos sempre pelo uso de um “cutoff” tridimensional ($p^2 = |\mathbf{p}|^2$), visto que é a escolha natural para a extensão do modelo ao estudo de problemas do meio, recorrendo ao formalismo de Matsubara.

4.4 O espectro mesónico

4.4.1 Os mesões pseudoescalares

Os píões e os kaões

Para calcular o espectro de massa para os mesões, começamos por expandir a acção efectiva (4.12) sobre os campos mesónicos. Considerando apenas o sector pseudoescalar, temos a acção efectiva de mesões dada por

$$W_{ef}^{(2)}[\varphi] = -\frac{1}{2}\varphi^a \left[P_{ab}^{-1} - \Pi_{ab}^P(P) \right] \varphi^b = -\frac{1}{2}\varphi^a \left[D_{ab}^P(P) \right]^{-1} \varphi^b \quad (4.22)$$

com $\Pi_{ab}^P(P)$ o operador de polarização, que no espaço dos momentos toma a forma,

$$\Pi_{ab}^P(P) = iN_c \int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} \text{tr}_D \left[S_i(p)(\lambda^a)_{ij}(i\gamma_5) S_j(p+P)(\lambda^b)_{ji}(i\gamma_5) \right], \quad (4.23)$$

onde tr_D é o traço de Dirac (traço sobre os índices de cor e de spin).

Da Eq. (4.22), obtemos o inverso do propagador dos mesões

$$D_{ab}^P = \frac{1}{P_{ab}^{-1} - \Pi_{ab}^P(P)}. \quad (4.24)$$

O pólo do propagador determina a massa dos mesões enquanto que do resíduo no pólo são determinadas as constantes de acoplamento mesão–quark. Para encontrar as massas dos mesões, usamos o seu referencial de repouso, $\mathbf{P} = \mathbf{0}$, e a condição

$$(1 - P_{ab}\Pi_{ab}^P(P_0 = M, \mathbf{P} = \mathbf{0})) = 0. \quad (4.25)$$

Efectuando o traço de (4.23), temos para os mesões π e K

$$\Pi_{ij}^P(P_0) = 4 \left((I_1^i + I_1^j) - [P_0^2 - (M_i - M_j)^2] I_2^{ij}(P_0) \right) \quad (4.26)$$

em função dos integrais divergentes I_1^i (4.20) e

$$\begin{aligned} I_2^{ij}(P_0) &= iN_c \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} \frac{1}{(p^2 - M_i^2)((p + P_0)^2 - M_j^2)} \\ &= \frac{N_c}{4\pi^2} \int_0^\Lambda \frac{p^2 dp}{E_i E_j} \frac{E_i + E_j}{P_0^2 - (E_i + E_j)^2}. \end{aligned} \quad (4.27)$$

Quando $P_0 > M_i + M_j$, ou seja, quando a massa do mesão exceder a soma das massas constituintes dos seus quarks, o mesão pode decair no par quark–antiquark que o constitui, deixando de ser um estado ligado e passando a ser um estado ressonante. Este comportamento reflecte o facto de o modelo de NJL não possuir confinamento. A maneira de ultrapassar esta limitação é usando a chamada “aproximação de largura finita”. Assim, a Eq. (4.25) tem que ser calculada na sua forma complexa de modo a determinar a massa da ressonância M_M e a sua largura de decaimento Γ_M . Para isso, assumimos que a Eq. (4.25) tem soluções da forma

$$P_0 = M_M - \frac{1}{2}i\Gamma_M, \quad (4.28)$$

sendo necessário ter em atenção a parte imaginária de (4.27) (ver detalhes em [153]). Usando a prescrição $i\epsilon$ com $\epsilon \rightarrow 0^+$ temos que $P_0^2 \rightarrow P_0^2 - i\epsilon$. Fazendo uso da fórmula

$$\lim_{\epsilon \rightarrow 0^+} \frac{1}{y - i\epsilon} = \mathcal{P} \frac{1}{y} + i\pi\delta(y) \quad (4.29)$$

obtemos o integral

$$I_2^{ij}(P_0) = \frac{N_c}{4\pi^2} \mathcal{P} \int_0^\Lambda \frac{p^2 dp}{E_i E_j} \frac{E_i + E_j}{P_0^2 - (E_i + E_j)^2} + i \frac{N_c}{16\pi} \frac{p^*}{(E_i^* + E_j^*)} \quad (4.30)$$

onde \mathcal{P} significa o valor principal de Cauchy. O momento vem dado por:

$$p^* = \frac{\sqrt{(P_0^2 - (M_i - M_j)^2)(P_0^2 - (M_i + M_j)^2)}}{2P_0} \quad (4.31)$$

e a energia é da forma:

$$E_{i,j}^* = \sqrt{(p^*)^2 + M_{i,j}^2}. \quad (4.32)$$

Convém fazer um breve comentário sobre a aproximação usada neste cálculo. De modo a evitar a complexidade introduzida no cálculo pelo uso da “aproximação de largura finita”, nós calculámos o integral (4.27) de uma forma aproximada, ou seja, desprezámos Γ_M que ocorre no denominador de $I_2^{ij}(P_0)$ e considerámos o valor Γ_M pequeno. Esta aproximação veio, no entanto, a revelar-se uma boa aproximação.

Focando agora a nossa atenção no projector P_{ab} , verificamos que este depende naturalmente do mesão que estamos a considerar. Assim teremos para o pião

$$P_\pi = g_S + g_D \langle \bar{q}_s q_s \rangle \quad (4.33)$$

e para o kaão

$$P_K = g_S + g_D \langle \bar{q}_u q_u \rangle. \quad (4.34)$$

Por uma questão de simplicidade, no cálculo que se segue adoptaremos a convenção de considerar $m_u = m_d$.

As massas dos piões e dos kaões são determinadas a partir das respectivas relações de dispersão⁵:

$$\boxed{1 - P_\pi \Pi_{uu}^P(M_\pi, \mathbf{0}) = 0;} \quad (4.35)$$

$$\boxed{1 - P_K \Pi_{us}^P(M_K, \mathbf{0}) = 0.} \quad (4.36)$$

As constantes de acoplamento mesão–quark são determinadas a partir de

$$g_{M\bar{q}q}^{-2} = -\frac{1}{2M} \frac{\partial}{\partial P_0} \left[\Pi_{ij}^P(P_0) \right]_{|P_0=M}, \quad (4.37)$$

onde $M = \pi, K$.

As constantes de decaimento dos mesões são grandezas físicas com um papel importante na dinâmica quiral. Tomemos como exemplo f_π que pode ser encarada como um parâmetro de ordem no âmbito deste modelo [125]. Vejamos em termos gerais como se processa o cálculo das constantes de decaimento.

Quando temos uma simetria, esta é acompanhada da conservação de uma quantidade. No caso da simetria quiral, essa quantidade é o vector corrente axial definido por

$$A_\mu^a(x) = \bar{\psi}(x) \gamma_\mu \gamma_5 \frac{\tau^a}{2} \psi(x). \quad (4.38)$$

Para obter a constante de decaimento do pião temos de calcular:

$$\langle 0 | A_\mu^a | \pi^b(q) \rangle = i f_\pi q_\mu \delta^{ab}, \quad (4.39)$$

onde $|0\rangle$ é o vácuo na fase de Nambu–Goldstone [NG] e $|\pi^b(q)\rangle$ o estado do pião com energia–momento q_μ ($q^2 = M_\pi^2$) no estado de isospin b . O seu valor é obtido medindo a largura do decaimento leptónico (fraco) $\pi \rightarrow \mu\nu$ e é dado por $f_\pi \simeq 93$ MeV.

Usando a Eq. (4.37), a expressão que nos permite calcular a constante de decaimento do mesão f_M vem dada por:

$$f_M = N_c g_{M\bar{q}q} \frac{P_\mu}{p^2} \int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} \text{tr} \left[(i\gamma_5) S_i(p) (\gamma_5 \gamma_\mu) S_j(p+P) \right]. \quad (4.40)$$

⁵No Apêndice C.3 pode encontrar-se o cálculo detalhado das relações de dispersão para os piões.

O mesões η e η'

Com vista à descrição dos mesões diagonais π^0 , η e η' , vamos tomar em consideração a estrutura matricial do propagador (4.24). Podemos escrever o projector P_{ab} e o operador de polarização Π_{ab}^P , na base do sistema $\pi^0 - \eta - \eta'$, na forma das seguintes matrizes:

$$P_{ab} = \begin{pmatrix} P_{33} & P_{30} & P_{38} \\ P_{03} & P_{00} & P_{08} \\ P_{83} & P_{80} & P_{88} \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad \Pi_{ab}^P = \begin{pmatrix} \Pi_{33}^P & \Pi_{30}^P & \Pi_{38}^P \\ \Pi_{03}^P & \Pi_{00}^P & \Pi_{08}^P \\ \Pi_{83}^P & \Pi_{80}^P & \Pi_{88}^P \end{pmatrix}. \quad (4.41)$$

Os elementos não diagonais das matrizes

$$P_{30} = \frac{1}{\sqrt{6}}g_D(\langle \bar{q}_u q_u \rangle - \langle \bar{q}_d q_d \rangle) \quad \text{e} \quad P_{38} = \frac{1}{\sqrt{3}}g_D(\langle \bar{q}_u q_u \rangle - \langle \bar{q}_d q_d \rangle),$$

$$\Pi_{30} = \sqrt{2/3}[\Pi_{uu}^P(P_0) - \Pi_{dd}^P(P_0)] \quad \text{e} \quad \Pi_{38} = 1/\sqrt{3}[\Pi_{uu}^P(P_0) - \Pi_{dd}^P(P_0)]$$

correspondem à mistura $\pi^0 - \eta$ e $\pi^0 - \eta'$. No vácuo $\langle \bar{q}_u q_u \rangle = \langle \bar{q}_d q_d \rangle$ e as matrizes precedentes reduzem-se a

$$P_{ab} \rightarrow \begin{pmatrix} P_{33} & 0 \\ 0 & \bar{P}_{ab} \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad \Pi_{ab}^P \rightarrow \begin{pmatrix} \Pi_{33}^P & 0 \\ 0 & \bar{\Pi}_{ab}^P \end{pmatrix}, \quad (4.42)$$

com

$$P_{33} = P_\pi = g_S + g_D \langle \bar{q}_s q_s \rangle \quad (4.43)$$

$$P_{00} = g_S - \frac{2}{3}g_D(\langle \bar{q}_u q_u \rangle + \langle \bar{q}_d q_d \rangle + \langle \bar{q}_s q_s \rangle), \quad (4.44)$$

$$P_{88} = g_S + \frac{1}{3}g_D(2\langle \bar{q}_u q_u \rangle + 2\langle \bar{q}_d q_d \rangle - \langle \bar{q}_s q_s \rangle), \quad (4.45)$$

$$P_{08} = P_{80} = \frac{1}{3\sqrt{2}}g_D(\langle \bar{q}_u q_u \rangle + \langle \bar{q}_d q_d \rangle - 2\langle \bar{q}_s q_s \rangle). \quad (4.46)$$

Analogamente, teremos:

$$\Pi_{00}^P(P_0) = \frac{2}{3}[\Pi_{uu}^P(P_0) + \Pi_{dd}^P(P_0) + \Pi_{ss}^P(P_0)], \quad (4.47)$$

$$\Pi_{88}^P(P_0) = \frac{1}{3}[\Pi_{uu}^P(P_0) + \Pi_{dd}^P(P_0) + 4\Pi_{ss}^P(P_0)], \quad (4.48)$$

$$\Pi_{08}^P(P_0) = \Pi_{80}^P(P_0) = \frac{\sqrt{2}}{3}[\Pi_{uu}^P(P_0) + \Pi_{dd}^P(P_0) - 2\Pi_{ss}^P(P_0)], \quad (4.49)$$

onde

$$\Pi_{ii}^P(P_0) = 4(2I_1^i - P_0^2 I_2^{ii}(P_0)). \quad (4.50)$$

Como resultado, obtemos o inverso do propagador do mesão $D_{ab}^{-1} = P_{ab}^{-1} - \Pi_{ab}^P(P)$ ou:

$$D_{ab} = \frac{1}{P_{ab}^{-1} - \Pi_{ab}^P(P)} \quad (4.51)$$

que é uma matriz 3×3 no espaço do sabor. Quando no Cap. 6 fizermos o estudo com a densidade em matéria com assimetria no isospin ($M_u \neq M_d$), os termos de mistura $\pi^0 - \eta$ e $\pi^0 - \eta'$, que são proporcionais a $\langle \bar{q}_u q_u \rangle - \langle \bar{q}_d q_d \rangle$, são não nulos. No entanto, verificamos que eles são suficientemente pequenos para poderem ser desprezados, pelo que usaremos a aproximação de considerar apenas as matrizes na forma (4.42). Na base dos mesões $\eta - \eta'$ temos então para P_{ab} :

$$P_{ab} = \begin{pmatrix} P_{00} & P_{08} \\ P_{08} & P_{88} \end{pmatrix} \longrightarrow P_{ab}^{-1} = \frac{1}{\Delta} \begin{pmatrix} P_{88} & -P_{08} \\ -P_{08} & P_{00} \end{pmatrix} \quad (4.52)$$

com o determinante Δ dado por

$$\Delta = P_{00}P_{88} - P_{08}^2. \quad (4.53)$$

Podemos então apresentar o propagador do mesão (4.51) na forma explícita

$$\begin{aligned} D_{ab}^{-1} &= \frac{1}{\Delta} \begin{pmatrix} P_{88} - \Delta \Pi_{00}^P & -P_{08} - \Delta \Pi_{08}^P \\ -P_{08} - \Delta \Pi_{08}^P & P_{00} - \Delta \Pi_{88}^P \end{pmatrix} \\ &= \frac{1}{\Delta} \begin{pmatrix} \mathcal{A} & \mathcal{B} \\ \mathcal{B} & \mathcal{C} \end{pmatrix} \equiv \frac{1}{\Delta} O^{-1} \begin{pmatrix} \underline{\mathcal{A}} & 0 \\ 0 & \underline{\mathcal{C}} \end{pmatrix} O \end{aligned} \quad (4.54)$$

com a matriz de transformação ortogonal O . Vamos supor que a matriz O tem a seguinte forma

$$O = \begin{pmatrix} \cos \theta_P & \sin \theta_P \\ -\sin \theta_P & \cos \theta_P \end{pmatrix}. \quad (4.55)$$

O valor do ângulo θ_P pode ser fixado pela condição

$$\tan 2\theta_P = \frac{2\mathcal{B}}{\mathcal{C} - \mathcal{A}} \quad (4.56)$$

que nos garante a forma diagonal de D_{ab}^{-1} . De (4.55) e (4.56) calculamos $\underline{\mathcal{A}}$ e $\underline{\mathcal{C}}$ rescrevendo D_{ab}^{-1} como

$$D_{ab}^{-1} = \frac{1}{\Delta} O^{-1} \begin{pmatrix} \underline{\mathcal{A}} & 0 \\ 0 & \underline{\mathcal{C}} \end{pmatrix} O = \frac{1}{2\Delta} O^{-1} \begin{pmatrix} D_{\eta}^{-1} & 0 \\ 0 & D_{\eta'}^{-1} \end{pmatrix} O \quad (4.57)$$

onde

$$D_{\eta}^{-1} = (\mathcal{A} + \mathcal{C}) - \sqrt{(\mathcal{C} - \mathcal{A})^2 + 4\mathcal{B}^2} \quad (4.58)$$

e

$$D_{\eta'}^{-1} = (\mathcal{A} + \mathcal{C}) + \sqrt{(\mathcal{C} - \mathcal{A})^2 + 4\mathcal{B}^2}. \quad (4.59)$$

As massas dos mesões η e η' podem agora ser determinadas pelas condições

$$D_{\eta}^{-1}(M_{\eta}, \mathbf{0}) = 0, \quad (4.60)$$

$$D_{\eta'}^{-1}(M_{\eta'}, \mathbf{0}) = 0. \quad (4.61)$$

É importante referir que o ângulo θ_P , a partir de agora chamado de ângulo de mistura, depende de P_0 o que faz com que $\theta_P(M_\eta) \neq \theta_P(M_{\eta'})$. Voltaremos a este assunto mais adiante quando abordarmos o comportamento das massas dos mesões η e η' em meios quentes ou densos.

Para calcular as constantes de acoplamento mesão–quark, vamos expressar D_{ab} diretamente na seguinte forma

$$D_{ab} = \Delta \begin{pmatrix} \mathcal{A} & \mathcal{B} \\ \mathcal{B} & \mathcal{C} \end{pmatrix}^{-1} = \frac{\Delta}{\mathcal{D}} \begin{pmatrix} \mathcal{C} & -\mathcal{B} \\ -\mathcal{B} & \mathcal{A} \end{pmatrix}. \quad (4.62)$$

D_{ab} tem singularidades quando \mathcal{D} é igual a zero. Expandindo \mathcal{D} sobre P^2 (chamada “pole approximation”) temos

$$\mathcal{D}(P^2) = \mathcal{D}(P^2 = M^2) + \frac{\partial \mathcal{D}}{\partial P^2} \Big|_{P^2=M^2} (P^2 - M^2). \quad (4.63)$$

O primeiro termo é igual a zero quando $P^2 = M_\eta^2$ (ou $P^2 = M_{\eta'}^2$). O segundo termo pode ser rescrito no referencial de repouso do mesão como

$$\mathcal{D}(P^2) = \frac{1}{2M} \frac{\partial \mathcal{D}}{\partial P_0} \Big|_{P_0=M} (P^2 - M^2). \quad (4.64)$$

Quando $P^2 = M_\eta^2$ temos a seguinte expressão para (4.62):

$$D_{ab} = \frac{2M_\eta}{\left(\frac{\partial \mathcal{D}}{\partial P_0}\right) \Big|_{P_0=M_\eta}} \frac{1}{P^2 - M_\eta^2} \begin{pmatrix} \mathcal{C} & -\mathcal{B} \\ -\mathcal{B} & \mathcal{A} \end{pmatrix}. \quad (4.65)$$

A matriz

$$D_{ab} = -\frac{g_{a\eta}g_{b\eta}}{P^2 - M_\eta^2} \quad (4.66)$$

permite parametrizar o propagador do mesão em termos das constantes de acoplamento $g_{i\eta}$ com $i = 0, 8$. Usando (4.66), obtemos

$$g_{0\eta}^2 = -\frac{2M_\eta}{\left(\frac{\partial \mathcal{D}}{\partial P_0}\right) \Big|_{P_0=M_\eta}} \mathcal{C}, \quad (4.67)$$

$$g_{8\eta}^2 = -\frac{2M_\eta}{\left(\frac{\partial \mathcal{D}}{\partial P_0}\right) \Big|_{P_0=M_\eta}} \mathcal{A}, \quad (4.68)$$

$$g_{0\eta}g_{8\eta} = \frac{2M_\eta}{\left(\frac{\partial \mathcal{D}}{\partial P_0}\right) \Big|_{P_0=M_\eta}} \mathcal{B}. \quad (4.69)$$

Destas constantes de acoplamento podemos finalmente calcular [21]

$$g_{\eta q\bar{q}} = \sqrt{\frac{2}{3}}g_{0\eta} + \frac{1}{\sqrt{3}}g_{8\eta}, \quad (4.70)$$

$$g_{\eta s\bar{s}} = \sqrt{\frac{2}{3}}g_{0\eta} - \frac{2}{\sqrt{3}}g_{8\eta}. \quad (4.71)$$

Vamos agora analisar algumas propriedades dos mesões η e η' .

Depois de resolvidas as equações do “gap” (4.15), (4.16) e (4.17), as matrizes \mathcal{A} , \mathcal{B} e \mathcal{C} dependem do integral I_1^i (4.20), e do integral

$$\begin{aligned} I_2^{ii}(P) &= iN_c \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} \frac{1}{(p^2 - M_i^2)((p+P)^2 - M_i^2)} \\ &= \frac{N_c}{2\pi^2} \int \frac{p^2 dp}{E_i} \frac{1}{P_0^2 - 4E_i^2} \end{aligned} \quad (4.72)$$

Substituindo estes integrais em (4.60) obtemos M_η . Porém, como já foi referido, o modelo de NJL não confina os quarks e a massa do η' está acima dos contínuos $\bar{q}_u q_u$ e $\bar{q}_d q_d$. Para lidar com este problema temos que usar o mesmo artefacto descrito na Sec. 4.4.1, o que implica que o propagador do mesão (4.61) tenha pólos complexos e estamos na presença de uma ressonância. Assumimos, então, que a Eq. (4.61) tem soluções da forma:

$$P_0 = M_{\eta'} - \frac{1}{2}i\Gamma_{\eta'}, \quad (4.73)$$

onde $M_{\eta'}$ é a massa da ressonância η' e $\Gamma_{\eta'}$ a sua largura de decaimento.

Como o integral (4.72) é agora um integral complexo, o nosso cálculo à conduz seguinte substituição em \mathcal{A} , \mathcal{B} e \mathcal{C} (4.54):

$$\begin{aligned} P_0^2 I_2^{ii}(P_0) &\longrightarrow \left(\left[P_0^2 \operatorname{Re} I_2^{ii}(P_0) + P_0 \Gamma_{\eta'} \operatorname{Im} I_2^{ii}(P_0) \right] + \right. \\ &\quad \left. i \left[P_0^2 \operatorname{Im} I_2^{ii}(P_0) - P_0 \Gamma_{\eta'} \operatorname{Re} I_2^{ii}(P_0) \right] \right)_{P_0^2 = M_{\eta'}^2}. \end{aligned} \quad (4.74)$$

As constantes de acoplamento $g_{0\eta'}$, $g_{8\eta'}$, $g_{\eta'q\bar{q}}$, $g_{\eta's\bar{s}}$ podem ser obtidas da mesma forma que para o caso do mesão η fazendo a substituição $M_\eta \rightarrow M_{\eta'}$ e tendo em atenção as partes imaginárias (para mais detalhes ver por exemplo [154]).

4.4.2 Os mesões escalares

Como vimos na Sec. 2.4, os mesões escalares têm despertado bastante interesse por diversas razões. Uma dessas razões, prende-se com o facto de estes mesões poderem ocorrer como estruturas ressonantes intermédias em diversos decaimentos de iões pesados. Outra razão, prende-se com o papel desempenhado por estes mesões no âmbito das altas temperaturas e/ou densidades bariónicas elevadas.

Em contraste com o modelo de NJL em SU(2), onde só temos a ocorrência de um mesão, o σ , no nosso modelo lidamos com nove mesões escalares: três mesões a_0 (a_0, a_0^+, a_0^-), que são parceiros escalares dos piões, quatro mesões κ ($\kappa^+, \kappa^-, \kappa^0, \bar{\kappa}^0$), que são parceiros escalares dos kaões, e os mesões σ e f_0 que são parceiros escalares dos mesões η e η' respectivamente. De todos estes mesões, apenas o mesão σ não é uma ressonância para $T = \rho_B = 0$.

Os mesões a_0 e κ

Para a determinação das massas dos mesões escalares seguimos o raciocínio efectuado na secção anterior agora para o sector escalar. Assim temos a acção efectiva de mesões dada por

$$W_{ef}^{(2)}[\sigma] = -\frac{1}{2}\sigma^a \left[S_{ab}^{-1} - \Pi_{ab}^S(P) \right] \sigma^b = -\frac{1}{2}\sigma^a (D_{ab}^S(P))^{-1} \sigma^b \quad (4.75)$$

com $\Pi_{ab}^S(P)$ o operador de polarização, que no espaço dos momentos toma a forma,

$$\Pi_{ab}^S(P) = iN_c \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} \text{tr}_D \left[S_i(p)(\lambda^a)_{ij}(1) S_j(p+P)(\lambda^b)_{ji}(1) \right]. \quad (4.76)$$

Tal como para o caso dos mesões pseudoescalares, o pólo do propagador no referencial de repouso dos mesões escalares, permite-nos determinar a massa destes mesões, que é, naturalmente, a solução da equação:

$$(1 - S_{ab}\Pi_{ab}^S(P_0 = M, \mathbf{P} = \mathbf{0})) = 0. \quad (4.77)$$

Calculando o traço em (4.76), obtemos para os mesões não diagonais a_0 e κ

$$\Pi_{ij}^S(P_0) = 4 \left((I_1^i + I_1^j) + [P_0^2 - (M_i^2 + M_j^2)] I_2^{ij}(P_0) \right) \quad (4.78)$$

com I_1^i dado por (4.20) e $I_2^{ij}(P_0)$ dado por (4.27).

Assim teremos para o a_0

$$S_{a_0} = g_S - g_D \langle \bar{q}_s q_s \rangle \quad (4.79)$$

e para o κ

$$S_{\kappa} = g_S - g_D \langle \bar{q}_u q_u \rangle. \quad (4.80)$$

Finalmente podemos determinar as massas dos mesões a_0 e κ a partir das respectivas relações de dispersão:

$$\boxed{1 - S_{a_0}\Pi_{uu}^S(M_{a_0}, \mathbf{0}) = 0;} \quad (4.81)$$

$$\boxed{1 - S_{\kappa}\Pi_{us}^S(M_{\kappa}, \mathbf{0}) = 0.} \quad (4.82)$$

Os mesões σ e f_0

O calculo para este tipo de mesões é paralelo ao que realizámos para os mesões η e η' . Assim tomamos a estrutura matricial do propagador em (4.75). Agora, o nosso projector S_{ab} e o operador de polarização Π_{ab}^S têm a forma:

$$S_{ab} = \begin{pmatrix} S_{33} & S_{30} & S_{38} \\ S_{03} & S_{00} & S_{08} \\ S_{83} & S_{80} & S_{88} \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad \Pi_{ab}^S = \begin{pmatrix} \Pi_{33}^S & \Pi_{30}^S & \Pi_{38}^S \\ \Pi_{03}^S & \Pi_{00}^S & \Pi_{08}^S \\ \Pi_{83}^S & \Pi_{80}^S & \Pi_{88}^S \end{pmatrix}. \quad (4.83)$$

Seguindo o mesmo raciocínio que na Sec. 4.4.1 temos

$$S_{ab} \rightarrow \begin{pmatrix} S_{33} & 0 \\ 0 & \bar{S}_{ab} \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad \Pi_{ab}^S \rightarrow \begin{pmatrix} \Pi_{33}^S & 0 \\ 0 & \bar{\Pi}_{ab}^S \end{pmatrix}, \quad (4.84)$$

com

$$S_{33} = g_S - g_D \langle \bar{q}_s q_s \rangle, \quad (4.85)$$

$$S_{00} = g_S + \frac{2}{3} g_D (\langle \bar{q}_u q_u \rangle + \langle \bar{q}_d q_d \rangle + \langle \bar{q}_s q_s \rangle), \quad (4.86)$$

$$S_{88} = g_S - \frac{1}{3} g_D (2 \langle \bar{q}_u q_u \rangle + 2 \langle \bar{q}_d q_d \rangle - \langle \bar{q}_s q_s \rangle), \quad (4.87)$$

$$S_{08} = S_{80} = -\frac{1}{3\sqrt{2}} g_D (\langle \bar{q}_u q_u \rangle + \langle \bar{q}_d q_d \rangle - 2 \langle \bar{q}_s q_s \rangle). \quad (4.88)$$

De um modo análogo teremos

$$\Pi_{00}^S(P_0) = \frac{2}{3} [\Pi_{uu}^S(P_0) + \Pi_{dd}^S(P_0) + \Pi_{ss}^S(P_0)], \quad (4.89)$$

$$\Pi_{88}^S(P_0) = \frac{1}{3} [\Pi_{uu}^S(P_0) + \Pi_{dd}^S(P_0) + 4\Pi_{ss}^S(P_0)], \quad (4.90)$$

$$\Pi_{08}^S(P_0) = \Pi_{80}^S(P_0) = \frac{\sqrt{2}}{3} [\Pi_{uu}^S(P_0) + \Pi_{dd}^S(P_0) - 2\Pi_{ss}^S(P_0)], \quad (4.91)$$

onde

$$\Pi_{ii}^S(P_0) = 4(2I_1^i + [P_0^2 - 4M_i^2]I_2^{ii}(P_0)). \quad (4.92)$$

Assim obtemos as expressões

$$D_\sigma^{-1} = (\mathcal{A} + \mathcal{C}) - \sqrt{(\mathcal{C} - \mathcal{A})^2 + 4\mathcal{B}^2} \quad (4.93)$$

e

$$D_{f_0}^{-1} = (\mathcal{A} + \mathcal{C}) + \sqrt{(\mathcal{C} - \mathcal{A})^2 + 4\mathcal{B}^2}, \quad (4.94)$$

a partir das quais podemos determinar as massas dos mesões σ e f_0 recorrendo às condições

$$D_\sigma^{-1}(M_\sigma, \mathbf{0}) = 0, \quad (4.95)$$

$$D_{f_0}^{-1}(M_{f_0}, \mathbf{0}) = 0. \quad (4.96)$$

Aqui, \mathcal{A} , \mathcal{B} e \mathcal{C} são obtidos substituindo na Eq. (4.54), P_{ab} e Π_{ab}^P por S_{ab} e Π_{ab}^S , respectivamente.

Mais uma vez o valor do ângulo θ_S é dado por

$$\tan 2\theta_S = \frac{2\mathcal{B}}{\mathcal{C} - \mathcal{A}}. \quad (4.97)$$

É de notar que todos os mesões escalares (excepto o σ) estão sempre acima do limiar quark–antiquark, o que faz com que os propagadores dos mesões tenham pólos complexos. Mais uma vez assumimos que a equação para os pólos do propagador têm como soluções

$$P_0 = M_S - \frac{1}{2}i\Gamma_S, \quad (4.98)$$

onde M_S é a massa do mesão escalar e Γ_S a largura da ressonância.

4.5 Os parâmetros do modelo

Ao longo deste capítulo temos vindo a descrever os mesões pseudoescalares e escalares no contexto do modelo de NJL com quebra explícita da simetria quiral e com anomalia $U_A(1)$.

Como já referimos anteriormente, o modelo de NJL é um modelo não renormalizável em virtude de as constantes de acoplamento no lagrangiano (4.1) terem dimensões não triviais: g_S ($\propto [\text{massa}]^{-2}$) e g_D ($\propto [\text{massa}]^{-5}$). Como consequência, a contribuição dos estados de energia negativa do mar de Dirac são divergentes e temos que introduzir o “cutoff” ultravioleta.

Os parâmetros que fixam o modelo são $\hat{m} = \text{diag}(m_u, m_d, m_s)$, a matriz de massa de correntes dos quarks, as constantes de acoplamento g_S e g_D e o “cutoff” tridimensional no espaço dos momentos, Λ , que regulariza os integrais divergentes I_1^i e $I_2^{ij}(P)$ no espaço dos momentos.

No nosso estudo vamos utilizar fundamentalmente dois tipos de parametrização (Tabela 4.1):

- 1- uma para o modelo com quebra explícita da simetria quiral e com anomalia $U_A(1)$ a que chamaremos parametrização **NJL**;
- 2- outra para o modelo com quebra explícita da simetria quiral mas sem anomalia $U_A(1)$ à qual chamaremos parametrização **NJL I**.

Tabela 4.1: Conjunto de parâmetros e valores experimentais utilizados no nosso trabalho. Os valores a cheio assinalam os resultados obtidos pelo modelo.

	Quantidades físicas	Parâmetros e outras quantidades
NJL: Quebra explícita da simetria quiral com anomalia $U_A(1)$ ($g_D \neq 0$)	$f_\pi = 92.4$ MeV $M_\pi = 135.0$ MeV $M_K = 497.7$ MeV $M_{\eta'} = 960.8$ MeV $f_K = 97.7$ MeV $\mathbf{M}_\eta = 514.8$ MeV $\mathbf{M}_\sigma = 728.8$ MeV $\mathbf{M}_{a_0} = 873.3$ MeV $\mathbf{M}_\kappa = 1045.4$ MeV $\mathbf{M}_{f_0} = 1194.3$ MeV $\theta_P = -5.8^\circ$ $\theta_S = 16^\circ$	$\Lambda = 602.3$ MeV $g_S \Lambda^2 = 3.67$ $g_D \Lambda^5 = -12.36$ $m_u = m_d = 5.5$ MeV $m_s = 140.7$ MeV $\mathbf{M}_u = \mathbf{M}_d = 367.7$ MeV $\mathbf{M}_s = 549.5$ MeV $\langle \bar{\mathbf{q}}_u \mathbf{q}_u \rangle = \langle \bar{\mathbf{q}}_d \mathbf{q}_d \rangle = -(241.9 \text{ MeV})^3$ $\langle \bar{\mathbf{q}}_s \mathbf{q}_s \rangle = -(257.7 \text{ MeV})^3$
NJL I: Quebra explícita da simetria quiral sem anomalia $U_A(1)$ ($g_D = 0$)	$f_\pi = 92.4$ MeV $f_K = 95.4$ MeV $M_\pi = M_\eta = 135.0$ MeV $M_K = 497.7$ MeV $\mathbf{M}_{\eta'} = 707.5$ MeV $\mathbf{M}_\sigma = \mathbf{M}_{a_0} = 740.1$ MeV $\mathbf{M}_\kappa = 985.38$ MeV $\mathbf{M}_{f_0} = 1194.8$ MeV $\theta_P = -54.74^\circ$ $\theta_S = 35.264^\circ$	$\Lambda = 602.3$ MeV $g_S \Lambda^2 = 4.64$ $g_D \Lambda^5 = 0$ $m_u = m_d = 5.5$ MeV $m_s = 138.75$ MeV $\mathbf{M}_u = \mathbf{M}_d = 368$ MeV $\mathbf{M}_s = 587.4$ MeV

Se estamos apenas a estudar problemas no vácuo, a única preocupação é reproduzir os valores experimentais e/ou fenomenológicos de observáveis físicos. Assim, os nossos seis parâmetros independentes, que se reduzem a cinco uma que fazemos $m_u = m_d$, poderiam ser fixados a partir dos cinco observáveis M_π , M_K , M_η , $M_{\eta'}$ e da constante de decaimento do píon ($\pi^\pm \rightarrow \mu^\pm + \nu_\mu$), f_π . No entanto, nós vamos seguir a metodologia usada na Ref. [24] e fixar o valor de $m_u = 5.5$ MeV, sendo os restantes parâmetros obtidos pelo ajuste dos valores experimentais de M_π , M_K , $M_{\eta'}$ e f_π . Esta parametrização, **NJL**, permite um bom acordo entre os resultados numéricos e os resultados experimentais e/ou fenomenológicos, com exceção da massa do η que é subestimada em cerca de 6%, como se pode ver da Tabela 4.1.

Da condição $m_u = m_d$ constatamos que os três mesões π são degenerados ($P_{11} =$

$P_{22} = P_{33} = P_\pi$) tal como os mesões K^\pm ($P_{44} = P_{55} = g_S + g_D \langle \bar{q}_d q_d \rangle$) e os mesões K^0 (\bar{K}^0) ($P_{66} = P_{77} = g_S + g_D \langle \bar{q}_u q_u \rangle$).

Esta escolha de parâmetros não é aleatória e está relacionada com a transição de fase que pretendemos descrever uma vez que a natureza da transição de fase nos modelos do tipo de NJL depende, geralmente, da escolha dos parâmetros⁶.

A parametrização NJL permite ainda obter outras quantidades relevantes para o nosso estudo, tais como, $g_{\eta\bar{u}u} = 2.29$, $g_{\eta\bar{s}s} = -3.71$ e $\theta(M_{\eta'}^2) = -43.6^\circ$, $g_{\eta'\bar{u}u} = 13.4$, $g_{\eta'\bar{s}s} = -6.72$.

Para finalizar, vamos comentar os valores obtidos para mesões escalares que, como já foi referido, estão acima do limiar $q\bar{q}$ (com excepção para o σ). Ao identificarmos os mesões escalares que surgem no modelo de NJL com os mesões de mais baixa energia $\sigma(f_0(600))$, $f_0(980)$, $a_0(980)$ e $K_0^*(800)$ (designado por κ), como foi sugerido na Sec. 2.4, verificamos que as massas obtidas não estão em bom acordo com os valores experimentais (com efeito, para M_κ , cujo valor é 1045.4 MeV, e M_{f_0} , cujo valor é 1194.3 MeV, verificamos que as massas são aproximadamente equidistantes das massas de $K_0^*(800)$ e $K_0^*(1430)$, e de $f_0(980)$ e $f_0(1370)$, respectivamente). No entanto, para o nosso estudo, assumimos que os mesões escalares possuem uma estrutura $\bar{q}q$. Com efeito, o estudo dos mesões escalares na mesma base dos pseudoescalares é necessária para a discussão do tema da restauração de simetrias. Reconhece-se, todavia, que a descrição em termos de $\bar{q}q$ é muito mais ajustada para os mesões pseudoescalares do que para os escalares.

Finalmente um comentário sobre a parametrização NJL I da Tabela 4.1. Obviamente esta parametrização é menos realista do que a NJL visto que, não tendo anomalia, apenas reproduz alguns resultados do espectro mesónico. No entanto, esta parametrização vai ser útil no Cap. 8 para efeitos da discussão da restauração da simetria $U_A(1)$.

4.6 O modelo de NJL em SU(3) para sistemas quentes e densos

Nesta secção vamos generalizar o modelo de NJL para o caso de sistemas físicos a temperatura e potenciais químicos finitos. Para isso, vamos aplicar o formalismo de Matsubara⁷, que se pode traduzir na substituição

$$\int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} \longrightarrow \frac{1}{-i\beta} \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \sum_n', \quad (4.99)$$

⁶Em [138] discutimos as consequências para a natureza da transição de fase de diferentes parametrizações.

⁷Ver Apêndice D.

onde $\beta = 1/T$, T é a temperatura, a soma é efectuada sobre as denominadas frequências de Matsubara $\omega_n = (2n + 1)\pi T$, $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$, uma vez que $p_0 \longrightarrow i\omega_n + \mu$ com o potencial químico μ . A integração em p_0 dá então origem à soma sobre as denominadas frequências de Matsubara que pode ser escrita como

$$-\frac{1}{\beta} \sum_n h(\omega_n) = \sum_{\text{Re } z_m \neq 0} [(1 - n^+(z_m)) \text{Res}[h(\omega_n), z_m] + (1 - n^-(z_m)) \text{Res}[h(\bar{\omega}_n), z_m]], \quad (4.100)$$

onde

$$n_i^\mp = n_i^\mp(E_i) = \frac{1}{1 + e^{\pm(E_i \pm \mu_i)}} \quad (4.101)$$

são as funções de distribuição de Fermi do quark i .

O novo propagador dos quarks terá agora a forma

$$S(x - y) = \int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} \frac{e^{-ip(x-y)}}{i\not{\partial} - \hat{M} + \gamma_0 \hat{\mu}} \quad (4.102)$$

com

$$\hat{M} = \hat{m} + (\sigma_a \lambda^a + i\gamma_5 \varphi_a \lambda^a), \quad (4.103)$$

podendo ser rescrito como:

$$S_i(\mathbf{x} - \mathbf{y}, \tau - \tau') = \frac{i}{\beta} \sum_n e^{-i\omega_n(\tau - \tau')} \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \frac{e^{-i\mathbf{p}(\mathbf{x} - \mathbf{y})}}{\gamma_0(i\omega_n + \mu_i) - \boldsymbol{\gamma} \cdot \mathbf{p} - M_i}. \quad (4.104)$$

Para recalcularmos as equações do “gap” (4.15, 4.16, 4.17) substituímos $S(p_i)$ (4.18) por (4.104). As massas dos quarks M_i vão então depender da temperatura e dos potenciais químicos através das equações do “gap”

$$M_i = m_i - 2g_S \langle \langle \bar{q}_i q_i \rangle \rangle - 2g_D \langle \langle \bar{q}_j q_j \rangle \rangle \langle \langle \bar{q}_k q_k \rangle \rangle, \quad (4.105)$$

com $i = u, d, s$ e onde $\langle \langle \bar{q}_i q_i \rangle \rangle$ são os condensados de quarks em função de T e de μ_i . Estes condensados são expressos em termos do integral $I_1^i(T, \mu_i)$ (que é calculado substituindo (4.104) em (4.20)) e que apresenta a forma

$$I_1^i(T, \mu_i) = -\frac{N_c}{4\pi^2} \int \frac{p^2 dp}{E_i} (n_i^+ - n_i^-). \quad (4.106)$$

Por sua vez, o integral $I_2^{ij}(P)$ também depende da temperatura T . Para além disso, $I_2^{ij}(P)$ é ainda função de dois potenciais químicos μ_i, μ_j que dependem dos sabores dos quarks

dos mesões considerados. Assim, temos

$$I_2^{ij}(P_0, T, \mu_i, \mu_j) = -N_c \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \left[\frac{1}{2E_i} \frac{1}{(E_i + P_0 - (\mu_i - \mu_j))^2 - E_j^2} n_i^+ \right. \\ \left. - \frac{1}{2E_i} \frac{1}{(E_i - P_0 + (\mu_i - \mu_j))^2 - E_j^2} n_i^- \right. \\ \left. + \frac{1}{2E_j} \frac{1}{(E_j - P_0 + (\mu_i - \mu_j))^2 - E_i^2} n_j^+ \right. \\ \left. - \frac{1}{2E_j} \frac{1}{(E_j + P_0 - (\mu_i - \mu_j))^2 - E_i^2} n_j^- \right]. \quad (4.107)$$

Quando $i = j$, temos a seguinte expressão, com parte imaginária

$$I_2^{ii}(P_0, T, \mu_i) = -\frac{N_c}{2\pi^2} \mathcal{P} \int \frac{p^2 dp}{E_i} \frac{1}{P_0^2 - 4E_i^2} (n_i^+ - n_i^-) \\ - i \frac{N_c}{4\pi} \sqrt{1 - \frac{4M_i^2}{P_0^2}} \left(n_i^+ \left(\frac{P_0}{2} \right) - n_i^- \left(\frac{P_0}{2} \right) \right). \quad (4.108)$$

Usando estes integrais podemos resolver, por exemplo, as Eqs. (4.60) e (4.61), ou (4.95) e (4.96), atendendo às novas expressões:

$$P_{00}^{P(S)}(T, \mu_i) = g_S \mp \frac{2}{3} g_D (\langle \langle \bar{q}_u q_u \rangle \rangle + \langle \langle \bar{q}_d q_d \rangle \rangle + \langle \langle \bar{q}_s q_s \rangle \rangle), \quad (4.109)$$

$$P_{88}^{P(S)}(T, \mu_i) = g_S \pm \frac{1}{3} g_D (2 \langle \langle \bar{q}_u q_u \rangle \rangle + 2 \langle \langle \bar{q}_d q_d \rangle \rangle - \langle \langle \bar{q}_s q_s \rangle \rangle), \quad (4.110)$$

$$P_{08}^{P(S)}(T, \mu_i) = P_{80} = \pm \frac{1}{3\sqrt{2}} g_D (\langle \langle \bar{q}_u q_u \rangle \rangle + \langle \langle \bar{q}_d q_d \rangle \rangle - 2 \langle \langle \bar{q}_s q_s \rangle \rangle), \quad (4.111)$$

e

$$\Pi_{00}^{P(S)}(P_0, T, \mu_i) = \frac{2}{3} \left[\Pi_{uu}^{P(S)}(P_0, T, \mu_i) + \Pi_{dd}^{P(S)}(P_0, T, \mu_i) + \Pi_{ss}^{P(S)}(P_0, T, \mu_i) \right], \quad (4.112)$$

$$\Pi_{88}^{P(S)}(P_0, T, \mu_i) = \frac{1}{3} \left[\Pi_{uu}^{P(S)}(P_0, T, \mu_i) + \Pi_{dd}^{P(S)}(P_0, T, \mu_i) + 4\Pi_{ss}^{P(S)}(P_0, T, \mu_i) \right], \quad (4.113)$$

$$\Pi_{08}^{P(S)}(P_0, T, \mu_i) = \frac{\sqrt{2}}{3} \left[\Pi_{uu}^{P(S)}(P_0, T, \mu_i) + \Pi_{dd}^{P(S)}(P_0, T, \mu_i) - 2\Pi_{ss}^{P(S)}(P_0, T, \mu_i) \right], \quad (4.114)$$

com

$$\Pi_{ii}^P(P_0, T, \mu_i) = 4(2I_1^i + P_0^2 I_2^{ii}) \quad (4.115)$$

e

$$\Pi_{ii}^S(P_0, T, \mu_i) = 4(2I_1^i + (P_0^2 - 4M_i^2) I_2^{ii}). \quad (4.116)$$

Com estes integrais, que são funções da temperatura e dos potenciais químicos, construímos um conjunto de ferramentas que nos permitem efectuar o estudo completo das propriedades dos mesões em matéria quente e/ou densa.

Capítulo 5

A transição de fase no modelo de NJL

O objectivo principal deste capítulo é fazer um estudo da transição de fase no modelo de NJL em termos de uma análise geral da termodinâmica do sistema. Este assunto tem sido abordado por diversos autores que usam a versão SU(2) do modelo [17, 18, 20, 21, 37, 131]. Entendemos ser bastante útil fazer uma revisão da literatura e uma reflexão sobre este assunto, de modo a clarificar determinadas questões. Convém notar que as quantidades relevantes para a discussão da transição de fase podem ser representadas, quer em função da densidade bariónica, quer em função do potencial químico, fornecendo ambas informação complementar. O estudo em função do potencial químico revela-se mais complexo em SU(3), devido à presença do quark estranho. Por essa razão, vamos fazer o estudo em SU(2), em função do potencial químico, uma abordagem que, embora tendo como ponto de partida estudos prévios, procura aprofundar alguns aspectos da literatura, como ponto crítico, por exemplo. Está em progresso uma generalização deste estudo ao sector SU(3), mas, de momento, apresentaremos a nossa análise no modelo em SU(3) apenas baseado no estudo das diferentes quantidades em função da densidade (e/ou temperatura).

Consideramos que é oportuno fazer este estudo previamente à análise do comportamento das excitações mesónicas no meio, que será o tema do próximo capítulo. Posteriormente voltaremos ao problema da transição de fase quirais, com base na análise do comportamento dos parceiros quirais.

5.1 Motivação

Um dos objectivos em física de energias intermédias é a compreensão do comportamento da matéria sujeita à interacção forte como função da temperatura e da densidade, e a transição da fase hadrónica para o plasma de quarks e gluões. Infelizmente, na natureza temos informação sobre muito poucos pontos no plano $T - \rho$, que se reduzem ao vácuo ($T = \rho = 0$) e à matéria nuclear ($T = 0, \rho = \rho_0 = 0.17 \text{ fm}^{-3}$) e é necessário despende

um grande esforço, quer teórico quer experimental, para obter informação sobre outras regiões. O maior problema, segundo alguns autores [155, 156], é que, em geral, não é possível preparar sistemas estáticos com uma dada temperatura e densidade: a evolução da matéria em colisões ultra-relativistas de iões pesados não segue o equilíbrio termodinâmico. Isto deve-se ao facto de a matéria produzida neste tipo de colisões se expandir muito rapidamente¹. Assim, a maior parte dos pontos no plano $T - \rho$ só pode ser medido para um intervalo de tempo muito pequeno, como por exemplo nas trajectórias de matéria que se expande produzida nas referidas colisões. Para $\rho_B = 0$ (onde definimos a densidade bariónica como $\rho_B = \frac{1}{3}(\rho_u + \rho_d + \rho_s)$) e temperatura finita, a maior parte dos dados são obtidos através de cálculos na rede [157, 158], que indicam que a transição de fase quiral e a transição de fase confinamento–desconfinamento ocorrem ambas para a mesma temperatura, $T_c \simeq 160$ MeV [5]. No entanto, quando se toma em consideração densidade finita a informação proveniente dos cálculos na rede disponíveis, devido a dificuldades conceptuais, revela-se ainda pouco sólida.

A natureza da transição de fase nos modelos efectivos do tipo NJL para temperatura e/ou potenciais químicos finitos, tem sido discutida por diversos autores [16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 131]. É consensual que, para $\mu = 0$ e temperatura finita, a transição de fase é um suave “crossover” (as mudanças na estrutura dependem de modo contínuo de T), no entanto, para densidades diferentes de zero, diversos cenários podem ocorrer, dependendo, geralmente, da escolha dos parâmetros. Na aproximação do campo médio para $T = 0$ podemos distinguir três casos [159]:

- *Cenário I*: A transição de fase é de primeira ordem. Neste caso vamos ter um regime em que duas fases coexistem, com uma particularidade que torna este caso bastante interessante: esta fase mista consiste numa fase de densidade elevada ($\rho_B = \rho_B^{cr}$) de quarks leves, ou seja, uma fase de quarks de simetria quiral parcialmente restaurada² (no limite quiral teremos quarks sem massa), sendo que a componente de densidade baixa da fase mista é o próprio vácuo ($\rho_B = \rho_B^{low} = 0$), isto é, encontramos gotas de quarks leves rodeados pelo vácuo não trivial (fase hadrónica). Isto sugere uma interpretação para o modelo no âmbito da filosofia do chamado modelo do saco do MIT [160]. As gotas são a configuração energeticamente mais favorável, e por isso estável, perante a expansão e o colapso. Em contraste, qualquer distribuição uniforme de quarks a baixa densidade é instável tendendo para fase de gotas no vácuo. Estas gotas de quarks (hadrões) têm uma densidade $\rho_B = \rho_B^{cr}$. Para $\rho_B > \rho_B^{cr}$

¹Foi observado em experiências de iões pesados no SPS que a velocidade de expansão atinge velocidades próximas da velocidade da luz na direcção do alvo e de aproximadamente $0.5c$ na perpendicular [156].

²A restauração parcial da simetria quiral será estudada detalhadamente na Sec. 5.4. Para já, é suficiente saber que, quando as massas dos quarks constituintes têm valores muito próximos das respectivas massas de correntes, estamos na presença da restauração parcial da simetria quiral.

temos um gás uniforme de quarks com massa muito pequena, no entanto para estas densidades é provável a ocorrência do plasma de quarks e glúons.

- *Cenário II*: A transição de fase é de primeira ordem. Tal como no *Cenário I*, também aqui vamos ter um regime em que duas fases coexistem, mas com uma importante diferença: neste segundo cenário $\rho_B^{low} \neq 0$. Isto significa que temos uma fase uniforme de quarks massivos para $\rho_B < \rho_B^{low}$. Neste cenário, as densidades baixas também são energeticamente favoráveis e a matéria de quarks é instável perante a expansão.
- *Cenário III*: A transição de uma fase para outra ocorre sob a forma de um “crossover”. Assim temos para todas as densidades uma fase uniforme de quarks. Os quarks são massivos para baixas densidades e para densidades elevadas têm massa quase nula. A pressão é sempre positiva e, se não for aplicada nenhuma força externa ao sistema, este expandir-se-á para grandes volumes, isto é, densidades pequenas. No limite quiral temos então uma transição de fase de segunda ordem.

Os *Cenários II e III* não são realistas, não só porque não existe na natureza um gás uniforme de quarks a densidades baixas, como também porque essa fase é instável. Na verdade, é claro que para a fase hadrónica os graus de liberdade dos quarks não são os correctos, mas apesar disso, este modelo, no *Cenário I*, concorda razoavelmente bem com as previsões de modelos independentes de parâmetros baseados nos teoremas de baixa energia, desde que se façam translações simples entre as quantidades dos nucleões e dos quarks como por exemplo $M_q = M_N/3$, $\sigma_{\pi q} = \sigma_{\pi N}/3$, etc. [155]. A interpretação subjacente – no que diz respeito à transição de fase – é a de que os quarks se comportam mais ou menos livremente apesar de estarem confinados nos nucleões.

No *Cenário I* não existe um gás uniforme de quarks estável para baixas densidades mas sim uma fase de gotas de quarks. Pelo menos se adoptarmos a interpretação de gotas de quarks como um modelo de saco de bariões, o que parece ser um cenário mais realista.

No seu trabalho [159], M. Buballa mostrou que, com uma parametrização conveniente, o modelo de NJL, em SU(2) e SU(3), exhibe uma transição de fase de primeira ordem, o sistema está numa fase mista para $0 \leq \rho_B \leq \rho_B^{cr}$ e a energia por partícula tem um mínimo absoluto para $\rho_B = \rho_B^{cr}$. Então o sistema tem duas fases, uma constituída por gotas de quarks de elevada densidade e massa pequena rodeados por um vácuo não trivial e a outra que consiste numa fase de quarks de simetria quiral parcialmente restaurada no sector SU(2).

5.2 A pressão e a energia por partícula no modelo de NJL

Para o estudo deste problema vamos analisar o comportamento da pressão e da energia por partícula em função da densidade bariônica. O estado de equilíbrio pode ser determinado como o ponto onde o potencial termodinâmico tem um mínimo, com os condensados de quarks $\langle \bar{q}_i q_i \rangle$ como parâmetros variacionais. O potencial termodinâmico bariônico do sistema tem a seguinte forma:

$$\Omega(\rho, T) = E - TS - \sum_{i=u,d,s} \mu_i N_i, \quad (5.1)$$

onde E , S e N_i são, respectivamente, a energia interna, a entropia e o número de partículas do quark i , que são dados pelas seguintes expressões:

$$E = -\frac{N_c}{\pi^2} V \sum_{i=u,d,s} \left\{ \int p^2 dp \frac{p^2 + m_i M_i}{E_i} (n_i^- - n_i^+) \theta(\Lambda^2 - p^2) \right\} - g_s \sum_{i=u,d,s} (\langle \bar{q}_i q_i \rangle)^2 - 2g_D \langle \bar{q}_u q_u \rangle \langle \bar{q}_d q_d \rangle \langle \bar{q}_s q_s \rangle, \quad (5.2)$$

$$S = -\frac{N_c}{\pi^2} V \sum_{i=u,d,s} \int p^2 dp \theta(\Lambda^2 - p^2) \times \{ [n_i^+ \ln n_i^+ + (1 - n_i^+) \ln(1 - n_i^+)] + [n_i^- \ln n_i^- + (1 - n_i^-) \ln(1 - n_i^-)] \}, \quad (5.3)$$

e

$$N_i = \frac{N_c}{\pi^2} V \int p^2 dp (n_i^- + n_i^+ - 1) \theta(\Lambda^2 - p^2). \quad (5.4)$$

V é o volume do sistema e a densidade de quarks é determinada pela relação $\rho_i = N_i/V$.

A pressão e a densidade de energia são definidas como:

$$p(\rho, T) = -\frac{1}{V} [\Omega(\rho, T) - \Omega(0, T)], \quad (5.5)$$

$$e(\rho, T) = \frac{1}{V} [E(\rho, T) - E(0, T)]. \quad (5.6)$$

5.3 O diagrama de fases no modelo de NJL em SU(2)

Como é sabido, o entendimento do diagrama de fases de um sistema é um problema importante da termodinâmica do sistema e que envolve um certo grau de complexidade. Vamos aqui analisar o diagrama de fases do modelo de NJL em SU(2) por ser a sua versão mais simples e já nos dar muita informação física. Embora este estudo se baseie, essencialmente, numa revisão da literatura, inclui uma abordagem que se pretende clarificadora de alguns conceitos.

Tabela 5.1: Parametrização usada para o modelo de NJL em SU(2).

Λ [MeV]	$g_S \Lambda^2$	$g_D \Lambda^5$	$m_u = m_d$ [MeV]	m_s [MeV]
600	2.42	0.0	5.0	0.0

Os primeiros estudos numéricos com vista a compreender o diagrama de fases quiral no plano $T - \mu$ no âmbito do modelo de NJL foram realizados em 1989 por M. Asakawa e K. Yazaki [131] seguidos de muitos outros. Para o trabalho que se vai desenvolver, vamos recorrer às equações do “gap” definidas pelas Eqs. (4.105) e utilizar a parametrização que está apresentada na Tabela 5.1.

5.3.1 A transição de fase quiral para a temperatura zero e densidade finita

Para realizar o estudo da transição de fase quiral a $T = 0$ e densidade finita, vamos começar por analisar o painel esquerdo da Fig. 5.1 que é o resultado da resolução das equações do “gap” (4.15), (4.16) e (4.17), em função do potencial químico. Para tal, usamos a parametrização da Tabela 5.1. Daqui tem-se que $M_s = 0$ e $M_u = M_d = M$, designação que será adoptada ao longo desta discussão. Uma análise detalhada da referida figura leva-nos a concluir que a transição de fase ocorre para um potencial químico crítico, μ_c , que é menor que a massa do quark no vácuo: $\mu_c = 384$ MeV; $M_{vac} = 400$ MeV. Na verdade, a partir do painel esquerdo da Fig. 5.1, consta-se que para $\mu_2 \leq \mu \leq \mu_1$ existem três tipos de soluções para a massa M : as soluções estáveis que são as soluções de M para as quais o potencial termodinâmico (Eq. (5.1)) tem um mínimo absoluto; as soluções instáveis que correspondem às soluções para as quais o referido potencial termodinâmico tem um máximo; e as soluções metaestáveis que, por sua vez, correspondem às soluções para as quais o potencial termodinâmico possui um mínimo local. Elas estão representadas na Fig. 5.1 pelas curvas a cheio, a tracejado e a ponteadado respectivamente.

Isto significa que para todos os valores $\mu < \mu_c$ as soluções estáveis para a massa dos quarks assumem o seu valor no vácuo, isto é, $M = M_{vac}$, caindo esta bruscamente para $M = 0$ (ou M bastante pequeno uma vez que não estamos a trabalhar no limite quiral), na fase onde a simetria quiral é restaurada. Ao mesmo tempo a densidade, que é nula enquanto $M = M_{vac}$, salta de zero para um valor relativamente elevado: a densidade crítica. Isto pode ser visto no painel direito da Fig. 5.1. Para além do vácuo, não existem outras soluções estáveis com a simetria quiral quebrada, assim como também não existe nenhuma outra solução estável com uma densidade menor que a densidade crítica.

Pelos argumentos apresentados, conclui-se que a transição de fase de primeira ordem para $\mu_c < M_{vac}$ corresponde ao *Cenário I* atrás definido. Uma das principais caracte-

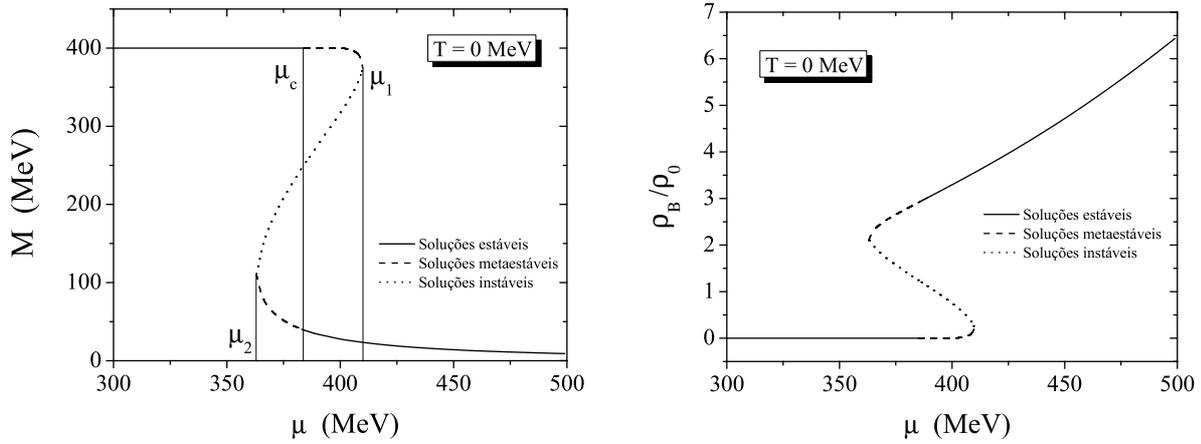


Figura 5.1: Massa do quark e densidade bariónica em função do potencial químico para $T = 0$.

rísticas das transições de fase de primeira ordem é a existência de fases metaestáveis, o equivalente, por exemplo, ao vapor sobressaturado.

Como veremos mais adiante ao analisar a equação de estado, este comportamento, típico de uma transição de fase de primeira ordem, está relacionado com o aparecimento de um estado ligado de quarks à pressão $P = 0$. Isto conduz formação de gotas de quarks finitas em equilíbrio mecânico com o vácuo.

5.3.2 A transição de fase quiral para temperatura e densidade finitas

O estudo apresentado na secção anterior foi efectuado na Ref. [37]. No entanto, e como estamos interessados no estudo do diagrama de fases, é importante alargar este estudo a temperaturas finitas. Assim, vamos apresentar a nossa contribuição para um melhor entendimento do que se passa no diagrama de fases.

Quando introduzimos a temperatura, os factores de ocupação n_i^- e n_i^+ (ver Eq. (4.101)) tornam-se não nulos e o cenário anterior deixa de se verificar. Para este caso a transição de fase é muito semelhante ao caso anterior, como se pode ver na Fig. 5.2, mas tem a particularidade de, quando a transição de fase ocorre, se verificar que $\mu_c > M$ (com $M < M_{vac}$). Isto implica que existe um intervalo, $\mu_2 < \mu < \mu_c$, onde o sistema ainda permanece na fase quiralmente quebrada mas o potencial termodinâmico possui o seu mínimo absoluto para valores de M inferiores a M_{vac} (ver painel esquerdo da Fig. 5.2). Isto faz com que, no referido intervalo, a massa constituinte decresça suavemente enquanto a densidade cresce, também de uma forma suave, com μ (painel direito da Fig. 5.2). Para $\mu = \mu_c$ dá-se a transição de fase e a massa constituinte, assim como a densidade, possuem um compor-

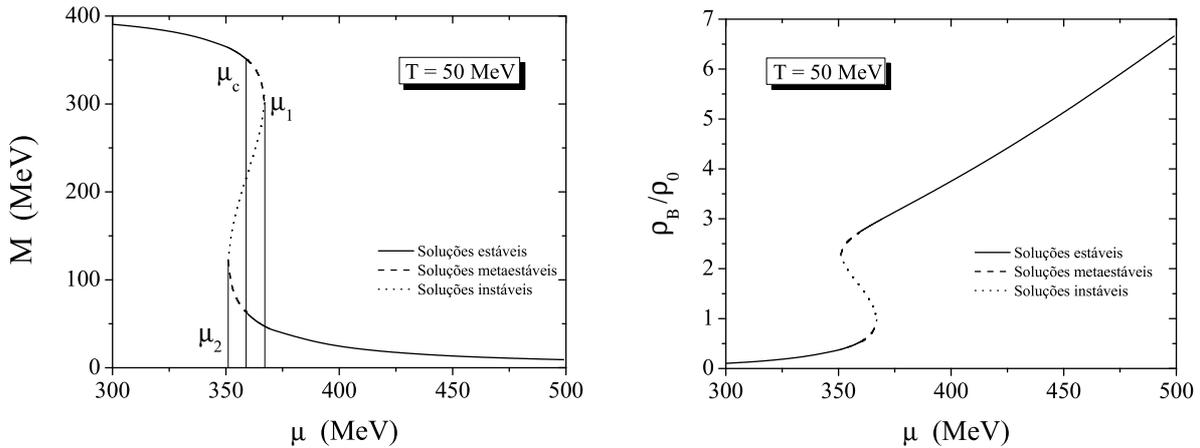


Figura 5.2: Massa do quark e densidade bariônica em função do potencial químico para $T = 50$.

tamento descontínuo semelhante ao caso anterior. No entanto, existe uma fase instável de quarks de baixa densidade, isto é, $\rho_B^{low} \neq 0$. Pode então concluir-se que a transição de fase é de primeira ordem, satisfazendo as condições subjacentes ao *Cenário II*.

Os argumentos aqui expostos permitem clarificar a diferença entre matéria de quarks confinada (em hádrões) e matéria de quarks ligada (em gotas de quarks). Como seria de esperar o mecanismo de ligação é mais fraco do que o de confinamento (inexistente no modelo de NJL). De facto, apesar de existir uma energia de ligação finita para as gotas de quarks, a $T = 0$, verificamos que não é possível impedir a evaporação dos quarks ligados para temperaturas arbitrariamente pequenas.

À medida que a temperatura aumenta, uma nova situação ganha forma. Neste caso, já só ocorrem soluções estáveis de M em função do potencial químico (como mostra o painel esquerdo da Fig. 5.3) sendo que, para estas soluções, o potencial termodinâmico só tem um mínimo. Tal como para a situação anteriormente discutida, neste caso a massa começa por decrescer suavemente não se verificando, no entanto, qualquer descontinuidade na curva à medida que μ aumenta. No limite quiral, uma transição de fase de segunda ordem manifesta-se como uma descontinuidade na derivada da massa, ou da densidade, em função de μ . Para $m \neq 0$ apenas existe um “crossover”, e todas as variáveis variam suavemente. Esta descrição corresponde ao *Cenário III*.

5.3.3 O diagrama de fases

O resultados discutidos nas secções anteriores, nomeadamente no que diz respeito à informação sobre a localização das fronteiras das diferentes fases, podem ser apresen-

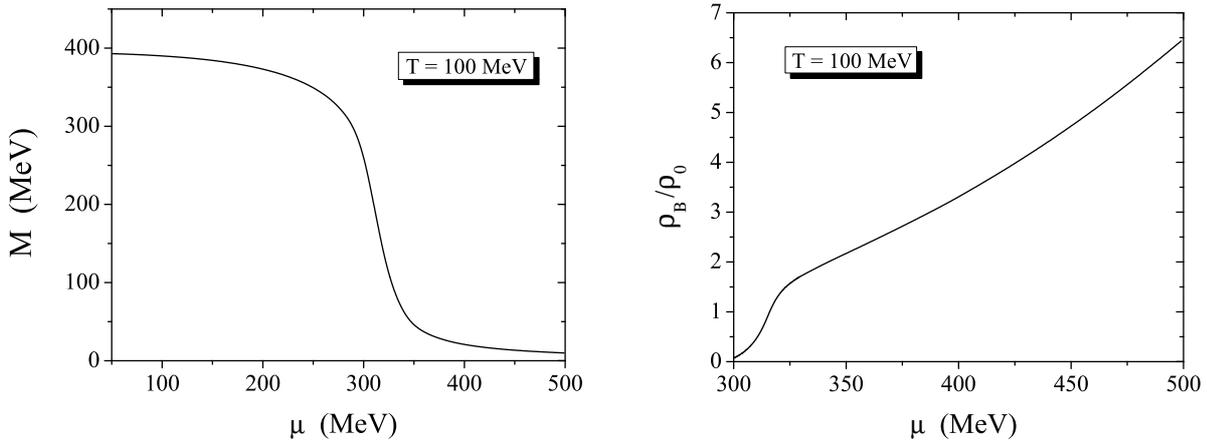


Figura 5.3: Massa do quark e densidade bariônica em função do potencial químico para $T = 100$.

tados no plano $T - \mu$, como mostra o painel esquerdo da Fig. 5.4. A transição de fase de primeira ordem ocorre para baixas temperaturas. A linha a cheio corresponde a estados onde coexistem duas fases na transição de primeira ordem. Ao longo desta linha crítica o potencial termodinâmico Ω tem dois mínimos com igual profundidade, separados por uma barreira que desaparece no ponto crítico (“critical endpoint”) P onde a transição de fase é de segunda ordem. Este padrão é característico de uma transição de fase de primeira ordem: os dois mínimos correspondem, respectivamente, a fases de simetria quebrada e restaurada. As fronteiras da região de coexistência estão assinaladas a tracejado na Fig. 5.4 (painel esquerdo). Estas fases metaestáveis, representadas pelas linhas a tracejado e a azul nos painéis da Fig. 5.4, são soluções da equação do “gap”, mas o seu potencial termodinâmico é superior ao da fase estável (linhas a cheio e a vermelho da Fig. 5.4). A curva $\mu_2(T)$ representa o início das soluções metaestáveis de simetria restaurada na fase de simetria quebrada, enquanto a curva $\mu_1(T)$ representa o final das soluções metaestáveis de simetria quebrada na fase de simetria restaurada. A posição do ponto crítico situa-se a $T = 80$ MeV e a $\mu = 330$ MeV, que corresponde a uma densidade de $\rho_B = 2.2\rho_0$. A zona a amarelo no painel direito da Fig. 5.4 representa a região onde as soluções para as equações do “gap” são instáveis.

Quando $m \neq 0$ a simetria quiral nunca é restaurada exactamente. Por essa razão, para temperaturas elevadas e potenciais químicos baixos, a transição para a fase de simetria quiral restaurada acontece sob a forma de um suave “crossover”, ou seja o condensado de quarks decresce rapidamente mas de uma forma contínua. Neste caso o comportamento das massas constituintes dos quarks não permite, por si só, uma definição clara da fronteira da transição de fase, embora exista uma região onde esta massa varia mais

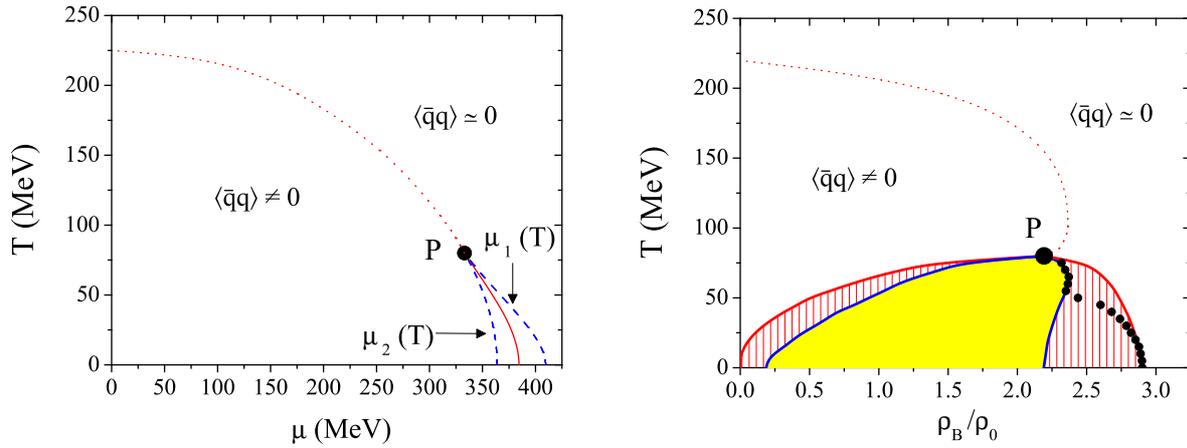


Figura 5.4: O diagrama de fases: no painel esquerdo está representado o diagrama no plano $T - \mu$; no painel direito está representado o diagrama no plano $T - \rho$.

rapidamente com a temperatura ou com o potencial químico. No presente caso, o valor atingido pela massa constituinte no ponto crítico P é tomado como referência, podendo, a partir daí, ser traçada a linha referente ao “crossover” (linha a ponteadado na Fig. 5.4).

Outro aspecto relevante para o estudo do diagrama de fases é a resolução da equação de estado (5.5). No painel direito da Fig. 5.4 estão representadas, pelos pontos a preto, as soluções para o segundo zero da pressão. Para temperaturas relativamente baixas, o segundo zero da pressão coincide com as soluções estáveis para a transição de fase quiral, mas à medida que a temperatura aumenta, o segundo zero da pressão fica localizado bem dentro da região de soluções metaestáveis. Quando a pressão deixa de ter zeros, o mínimo da pressão torna-se um mínimo local, sendo o seu valor coincidente com o valor das soluções metaestáveis, como se vê facilmente no painel direito da Fig. 5.4. Quando atinge o ponto P , a pressão deixa de ter mínimos locais e, neste ponto, a compressibilidade tem um único zero.

Neste ponto da discussão, é importante chamar a atenção para o limite $m = 0$. Para este caso a transição de fase quiral para $\mu = 0$ e $T \neq 0$ é de segunda ordem e quando $T \neq 0$ e $\mu \neq 0$ o ponto P é o ponto *tricrítico*, onde a linha de transição de fase de primeira ordem se torna de segunda ordem. Os nossos cálculos mostram que este ponto está localizado em $\mu = 285$ MeV e $T = 110$ MeV. Quando as massas de correntes são não nulas a simetria quiral da QCD é explicitamente quebrada. Assim, os quarks actuam como um campo magnético num sistema de spins, tal que a transição de fase de segunda ordem se torna numa transição contínua, o “crossover”. Fora do limite quiral a transição de fase de primeira ordem pode manter-se durante algum tempo, acabando, em última instância,

por se tornar num “crossover”.

O diagrama de fases da Fig. 5.4 aparenta estar qualitativamente de acordo com os diagramas de fase da QCD para dois quarks leves. No entanto, uma análise mais cuidada revela diversos problemas [37], dos quais se destaca o facto de a transição de fase ser conduzida pelos graus de liberdade dos quarks e antiquarks. Em particular, a chamada fase hadrónica, ou seja, a fase de simetria quiral quebrada é descrita como um gás de quarks constituintes, em vez de mesões e bariões.

Para além disso, o modelo de NJL dá uma descrição bastante pobre para $\mu = 0$ quando se compara com os resultados dos cálculos na rede. Por exemplo, a temperatura crítica obtida é muito elevada: $T_c^{\text{NJL}} \approx 225$ MeV e $T_c^{\text{Rede}} \approx 173$ MeV. Assim, e ainda de acordo com [37], são necessárias alterações substanciais no modelo com vista ao seu melhoramento. Uma sugestão proposta seria a introdução de uma constante de acoplamento, g_s , dependente da temperatura.

A localização do ponto crítico, no modelo de NJL, também se revela bastante diferente dos resultados obtidos em cálculos na rede. Os nossos resultados apontam a localização do ponto crítico para $T = 80$ MeV e $\mu = 330$ MeV enquanto os cálculos na rede apontam para $T \approx 160$ MeV e $\mu_B = 400$ MeV, ou seja, $\mu = 133$ MeV [75, 76].

Apesar destas limitações, é interessante compreender a informação que se pode extrair deste modelo, uma vez que é uma base sólida para estudos de regiões inacessíveis aos cálculos na rede como é o caso da supercondutividade na cor.

5.4 Transição de fase para $\rho_B = 0$ e temperatura finita em SU(3)

A transição de fase quiral, para temperatura finita e densidade zero no âmbito do modelo de NJL em SU(2), foi estudada por diversos autores que concluíram pela existência de um suave “crossover” entre a fase de simetria quebrada e a fase de simetria quiral restaurada [21, 37]. Esta conclusão resultou de cálculos numéricos que mostram que a massa do quark leve decresce rapidamente (mas de uma forma contínua) e o potencial termodinâmico $\Omega(T, \mu = 0)$ só possui um mínimo para todos os valores da temperatura [21].

Quando se estuda o modelo de NJL em SU(3), a situação altera-se um pouco. De facto o potencial termodinâmico $\Omega(T, \mu_u = \mu_s = 0)$ continua a ter apenas um mínimo [21], pelo que se continua a ter um “crossover” suave para a transição de fase quiral, mas quando se estuda as massas dos quarks, novos dados têm que ser tidos em consideração. Analisando o gráfico da Fig. 5.5 observa-se que a massa do quark não estranho possui o comportamento esperado: para valores da temperatura entre 100 e 250 MeV a massa

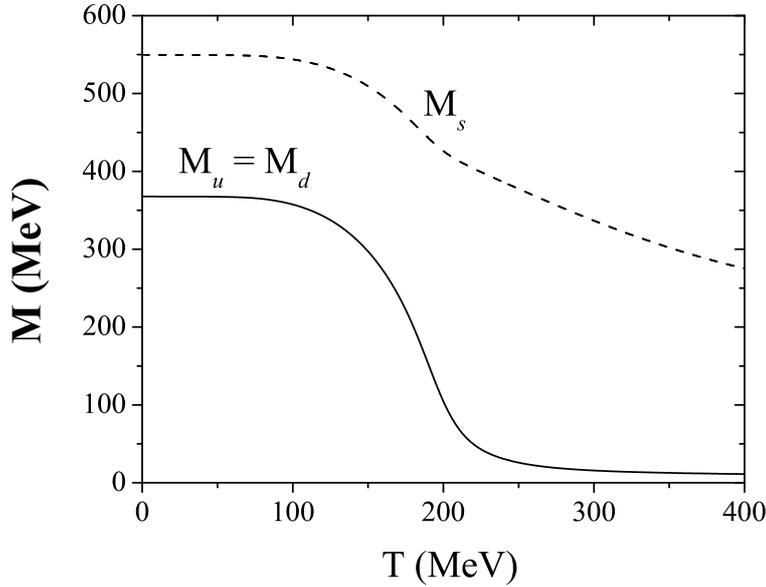


Figura 5.5: Massas constituintes dos quarks M_u , M_d e M_s em função da temperatura.

dos quark decresce acentuadamente tendendo para a sua massa de correntes. A massa do quark estranho também apresenta um decréscimo mas muito mais moderado. De facto, para $T = 400$ MeV, M_s ainda possui um valor duas vezes superior à sua massa de correntes, m_s , sendo este valor de 50% da sua massa para $T = 0$ (enquanto para o quark não estranho este valor é de apenas 0.03% do valor da sua massa para $T = 0$). Assim, podemos afirmar que apenas temos a restauração, ainda que parcial, da simetria quiral no sector SU(2) sendo que a simetria SU(3) não é uma boa simetria mesmo a temperaturas elevadas. De facto, uma vez que $m_u = m_d < m_s$, o subgrupo $SU(2) \otimes SU(2)$ é melhor simetria do lagrangiano (4.1) do que $SU(3) \otimes SU(3)$.

5.5 Transição de fase para $T = 0$ e densidade finita em SU(3)

5.5.1 Matéria de “neutrões” em equilíbrio β

Com o objectivo de discutir o papel do grau de liberdade da estranheza na transição de fase, vamos estudar o comportamento da matéria de quarks à temperatura zero, considerando matéria com e sem equilíbrio β e ainda assumindo diferentes fracções de quarks estranhos [25, 26, 27].

A matéria de “neutrões” em equilíbrio β deverá estar em equilíbrio químico, mantido

por interacções fracas, e possuir neutralidade de carga. Vamos começar por impor as condições

$$\mu_d = \mu_s = \mu_u + \mu_e, \quad (5.7)$$

$$\mu_\mu = \mu_e \quad (5.8)$$

onde μ_u, μ_d, μ_s e μ_e, μ_μ são os potenciais químicos para os quarks e leptões, respectivamente. Estas condições significam que a matéria está em equilíbrio em relação às interacções fracas. Se a energia de Fermi dos electrões for suficientemente elevada (maior do que a massa do muão com $M_\mu = 105.7$ MeV), torna-se energeticamente favorável para o electrão decair num μ^- pela reacção fraca

$$e^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu + \nu_e \quad (5.9)$$

e podemos ter um mar de Fermi de muões negativos degenerados. Os muões podem ainda surgir no meio mediante as seguintes reacções:

$$d \rightarrow u + e^- + \bar{\nu}_e, \quad (5.10)$$

e

$$s \rightarrow u + \mu^- + \bar{\nu}_\mu. \quad (5.11)$$

O potencial químico dos neutrões será

$$\mu_n \equiv \mu_u + 2\mu_d. \quad (5.12)$$

Por outro lado, também é necessário impor a neutralidade da carga através de

$$\frac{2}{3}\rho_u - \frac{1}{3}(\rho_d + \rho_s) - \rho_e - \rho_\mu = 0, \quad (5.13)$$

com

$$\rho_i = \frac{1}{\pi^2}[\mu_i^2 - M_i^2]^{3/2}\theta(\mu_i^2 - M_i^2), \quad (5.14)$$

$$\rho_e = \mu_e^3/3\pi^2 \quad (5.15)$$

e

$$\rho_\mu = \frac{1}{3\pi^2}[\mu_\mu^2 - M_\mu^2]^{3/2}\theta(\mu_\mu^2 - M_\mu^2). \quad (5.16)$$

Para verificar a existência, ou não, de muões no nosso sistema, vamos considerar os electrões como um gás de Fermi livre à temperatura zero onde o papel das interacções electromagnéticas pode ser desprezado. Então, o potencial químico dos electrões é escolhido de forma a ser igual à sua energia de Fermi, isto é,

$$\mu_e = E_e^F = \sqrt{(k_e^F)^2 + M_e^2} \quad (5.17)$$

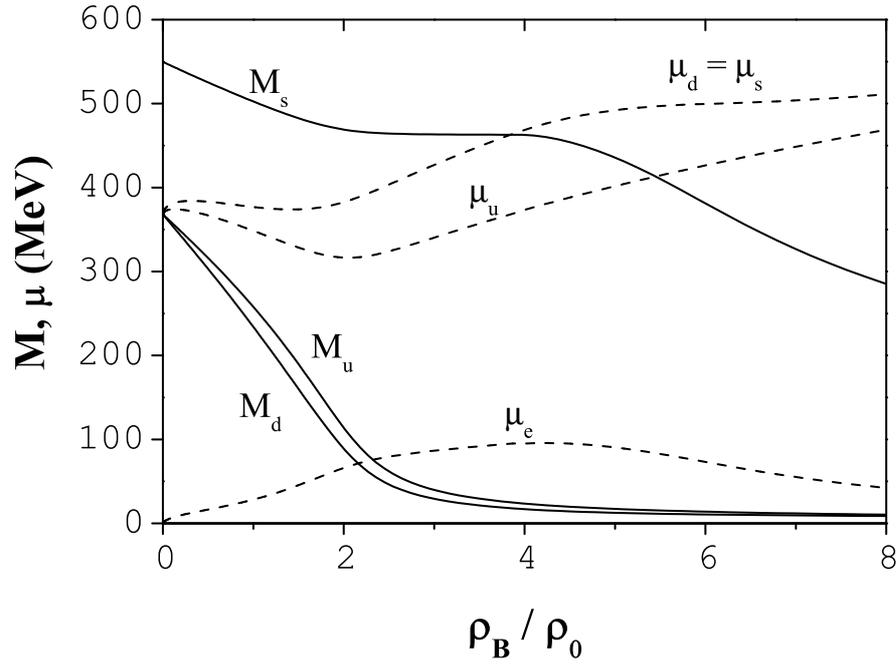


Figura 5.6: Massas constituintes dos quarks M_u , M_d , M_s e potenciais químicos μ_u , μ_d , μ_e para matéria de “neutrões” em equilíbrio β , a $T = 0$.

que no limite ultra-relativista ($E_e^F \gg M_e$) se reduz a

$$\mu_e = k_e^F = (3\pi^2 \rho_e)^{1/3}. \quad (5.18)$$

A condição para a existência de muões no nosso sistema é então

$$\mu_e > M_\mu. \quad (5.19)$$

No entanto, verificamos que $\mu_e^{\max} = 95.7 \text{ MeV} < M_\mu$. Podemos então desprezar a contribuição dos muões na matéria de “neutrões” em equilíbrio β , sendo a nossa condição de neutralidade de carga dada por

$$\frac{2}{3}\rho_u - \frac{1}{3}(\rho_d + \rho_s) - \rho_e = 0. \quad (5.20)$$

Um dos aspectos mais interessantes do modelo de NJL para o tipo de matéria atrás descrita, é a sua utilidade na busca da restauração da simetria quiral. Para procurar compreender este fenómeno, vamos começar por apresentar as massas constituintes dos quarks para matéria de “neutrões” em equilíbrio β que estão representados na Fig. 5.6.

Quando a simetria quiral é quebrada *ab initio*, podemos afirmar que a restauração da simetria quiral acontece quando a massa constituinte dos quarks decresce e atinge o

valor da respectiva massa de correntes, indicando a transição da fase quiral quebrada para a fase quiral simétrica. Ora o que se verifica é que isto só acontece para densidades elevadas, de uma forma assintótica (quando o momento de Fermi se torna igual ao “cutoff”) e para os quarks u e d . Assim só podemos dizer que acontece uma restauração parcial da simetria quiral no sector $SU(2)$.

Outro pormenor que corrobora este argumento, é a constatação, a partir da Fig. 5.6, que as massas dos quarks u e d não ficam degeneradas. Isto implica que existe uma assimetria no isospin mesmo para densidades elevadas. Com vista a clarificar este aspecto vamos definir um parâmetro de assimetria do isospin [161]:

$$\chi_A = \frac{|M_u - M_d|}{M_u + M_d}. \quad (5.21)$$

Da Fig. 5.7 observa-se que χ_A é sempre diferente de zero existindo apenas uma ligeira tendência para a restauração da simetria do sabor expressa pelo decréscimo de χ_A . Esta tendência também é reflectida pela aproximação entre as curvas de $\mu_d = \mu_s$ e de μ_u e pelo decréscimo de μ_e que pode ser visto no Fig. 5.6. Estes argumentos mostram que a simetria quiral só é restaurada de uma forma parcial, sendo que este facto deve ter consequências ao nível do estudo dos mesões sendo de prever que os multipletos de carga não degenerem entre si mesmo para densidades elevadas.

Convém aqui referir que esta situação é específica do tipo de matéria considerado. Se considerarmos matéria completamente simétrica no sabor (que será estudado em detalhe mais à frente) χ_A é sempre zero.

Por outro lado, analisando o sector estranho a partir da Fig. 5.6, torna-se claro que M_s não tende para a massa de correntes do quark estranho, isto apesar do decréscimo acentuado que se verifica para $\rho_B \gtrsim 3.9\rho_0$. Então conclui-se que no sector estranho a simetria quiral não é restaurada.

É curioso referir que o decréscimo que se observa para M_s só ocorre a partir do aparecimento de quarks s de valência no meio. Como se pode ver na Fig. 5.8, só para esta densidade ρ_s deixa de ser zero. Isto leva a que se procurem outros cenários, onde existam quarks de valência no meio para toda a gama de densidades, onde o decréscimo de M_s possa ser bastante mais acentuado levando a uma eventual restauração da simetria quiral no sector estranho. Na verdade, e como veremos adiante, esta hipótese não foi verificada.

Focando agora a atenção nas propriedades termodinâmicas do sistema, vamos procurar obter informação útil sobre as transições de fase que eventualmente ocorram e qual a sua natureza. Para matéria de “neutrões” em equilíbrio β o potencial termodinâmico, a pressão e a energia definidas em (5.5) e (5.6) têm que ser modificadas de modo a incluir as contribuições dos electrões. Isto traduz-se nas seguintes expressões para a pressão e a

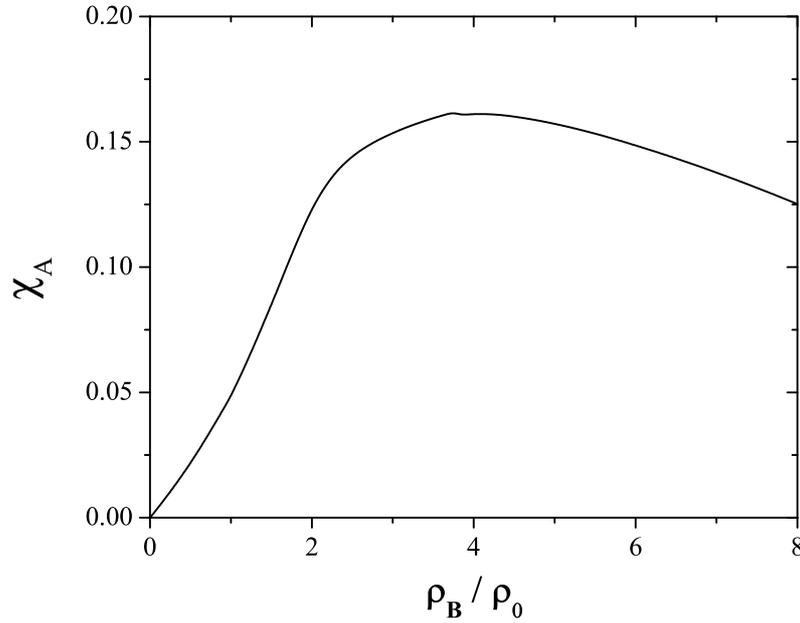


Figura 5.7: χ_A para matéria de “neutrões” em equilíbrio β a $T = 0$.

densidade de energia (ver [159, 162]):

$$P = -e(\rho, 0) + \sum_{i=u,d,s} \mu_i \rho_i + \frac{\mu_e^4}{12\pi^2}, \quad (5.22)$$

$$\mathcal{E} = e(\rho, 0) + \frac{\mu_e^4}{4\pi^2}. \quad (5.23)$$

Daqui concluímos que os zeros da pressão dão origem à seguinte expressão para a densidade de energia:

$$\mathcal{E} = \sum_{i=u,d,s} \mu_i \rho_i + \mu_e \rho_e. \quad (5.24)$$

Usando as condições (5.7) e (5.20) mostra-se directamente que a energia por barião para os zeros da pressão toma a forma

$$\frac{\mathcal{E}}{\rho_B} = \mu_u + 2\mu_d. \quad (5.25)$$

A pressão possui um zero para $\rho_B = 0$ e, neste ponto, a energia por barião toma o valor $M_u + 2M_d$ (uma vez que no vácuo $M_u = M_d$ vamos passar a designar esta quantidade por $3M_{vac}$). Se existir outro zero da pressão que corresponda a um mínimo da energia para $\rho_B \neq 0$, o critério de estabilidade do sistema neste ponto será $\mu_u + 2\mu_d < 3M_{vac}$.

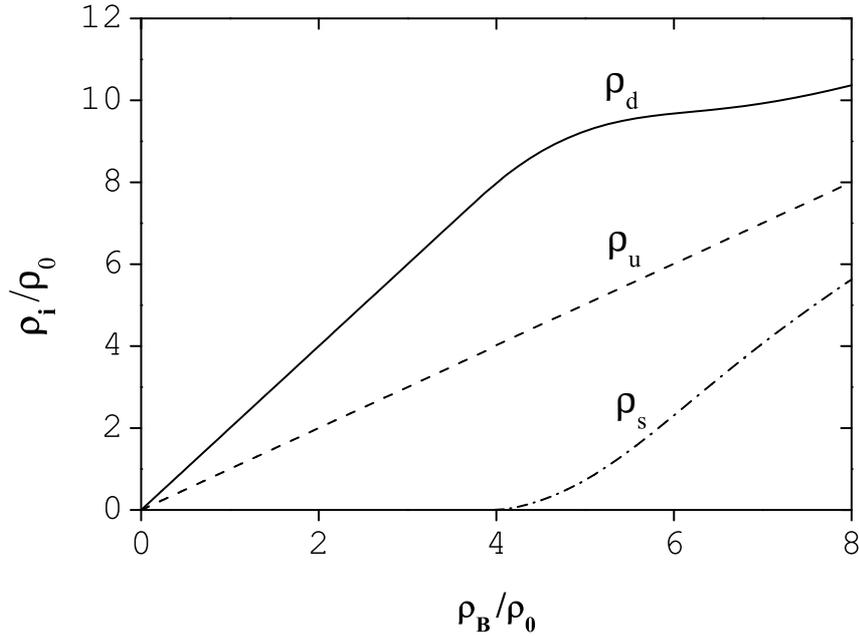


Figura 5.8: Densidades dos quarks constituintes. $\rho_s \neq 0$ apenas se verifica para $\rho_B > 3.9\rho_0$, quando $M_s < \mu_s$.

Os nossos resultados para a pressão e energia por barião em função de ρ_B/ρ_0 , estão representados na Fig. 5.9 a) e b). Procedendo à sua análise, verifica-se a existência de três zeros para a pressão, a $\rho_B = 0, 0.45\rho_0$ e $2.25\rho_0$ respectivamente, que correspondem a extremos da energia por partícula. Para $\rho_B < 0.2\rho_0$ a pressão e a compressibilidade são positivas; para $0.2\rho_0 < \rho_B < 0.45\rho_0$ a pressão e a compressibilidade são ambas negativas, sendo que $\rho_B = 0.45\rho_0$ corresponde ao máximo da curva da energia por partícula; para $0.45\rho_0 < \rho_B < 2.25\rho_0$ a pressão é negativa mas a compressibilidade já é positiva verificando-se que o terceiro zero da pressão, para $\rho_B = 2.25\rho_0$, corresponde ao mínimo absoluto da energia por partícula. De facto, para $\rho_B = 2.25\rho_0$ temos que $E/A = 1102$ MeV, cerca de três vezes a massa constituinte dos quarks não estranhos no vácuo (curva a cheio na Fig. 5.9 a)) e $\mu_u + 2\mu_d = 1099.4$ MeV é menor do que $3M_{vac} = 1102.9$ MeV. O valor para a densidade crítica será então $\rho_B^{cr} = 2.25\rho_0$. Para $\rho_B > \rho_B^{cr}$, temos um gás de quarks uniforme. Esta situação corresponde ao *Cenário I* onde a fase mista começa para $\rho_B = 0$. O modelo pode então ser interpretado como tendo uma fase hadrônica – gotas de quarks leves u e d com densidade de $\rho_B^{cr} = 2.25\rho_0$ rodeados por um vácuo não trivial – e, acima da densidade crítica, uma fase de quarks com simetria quiral parcialmente restaurada (de novo no sector SU(2)) onde os quarks têm uma massa muito pequena [23, 84, 150, 159, 162, 163].

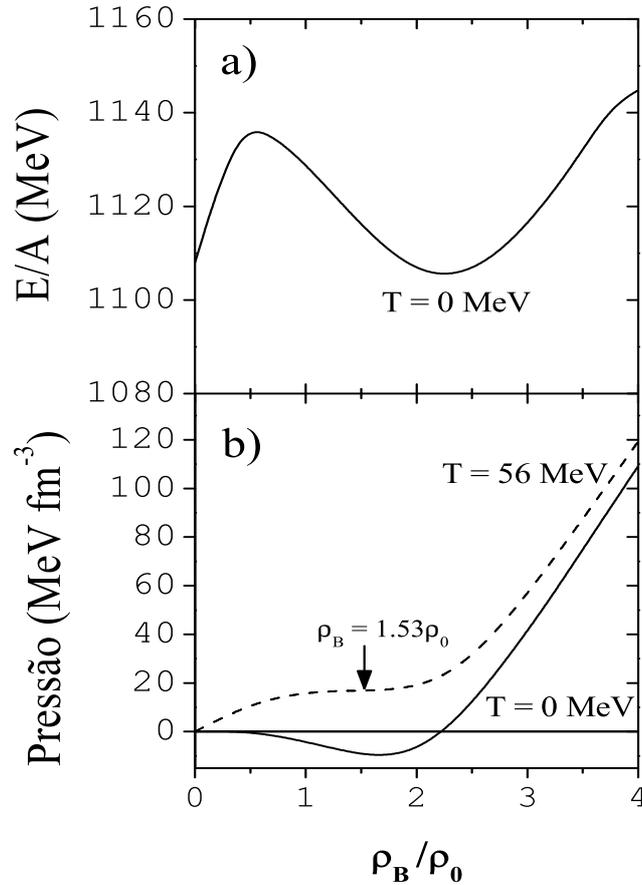


Figura 5.9: Energia por bárion (a) e pressão (b)) em função da densidade. Linha a cheio: $T = 0$, linha a tracejado: $T = 56$ MeV.

5.5.2 Matéria de quarks sem equilíbrio β – o papel do quark estranho

De seguida, a discussão vai ser centrada nos casos onde a matéria não possui equilíbrio β . Apesar de os resultados apontarem para uma descrição qualitativamente semelhante ao caso atrás estudado, alguns aspectos específicos merecem uma análise mais aprofundada. Para isso, vão ser consideradas três situações distintas:

- Caso A – matéria de “neutrões” sem estranheza, ($\rho_d = 2\rho_u$, $\rho_s = 0$);
- Caso B – matéria com potenciais químicos iguais ($\mu = \mu_d = \mu_u = \mu_s$) com simetria de isospin, $\rho_u = \rho_d$, $\rho_s = \frac{1}{\pi^2}(\mu^2 - M_s^2)^{3/2}\theta(\mu^2 - M_s^2)$;
- Caso C – matéria completamente simétrica no sabor ($\rho_d = \rho_u = \rho_s$).

É necessário efectuar alguns comentários sobre o Caso C que é, intuitivamente, o cenário menos realista. Apesar disso, este caso simula uma situação onde a hipótese da

existência de SQM completamente estável pode ser explorada. De facto, os argumentos usados nas Refs. [159, 162, 164] levam à conclusão de que só pode existir SQM estável se o sistema possuir uma fracção elevada de quarks estranhos ($\rho_s \approx \rho_u \approx \rho_d$). As especulações sobre a estabilidade da SQM são suportadas pelas seguintes observações: o decaimento fraco de quarks estranhos em quarks não estranhos pode ser suprimido ou mesmo proibido pela ocorrência do efeito de blindagem de Pauli (“Pauli blocking”), e, adicionalmente, a inclusão de um novo grau de liberdade no sabor permite um decréscimo mais acentuado da massa do quark estranho o que pode produzir uma considerável energia de ligação. Como verificaremos, o Caso C confirma esta tendência quando comparado com o Caso A.

Os argumentos apresentados, apesar da sua simplicidade, conduzem ao estudo destes três tipos de matéria o que pode ser um guia bastante útil na compreensão do papel da estranheza no meio denso que é suposto existir no interior das estrelas de neutrões ou que se pode formar numa fase inicial das colisões de iões pesados. Este estudo também é importante na discussão do comportamento mesónico que será apresentado na próxima secção.

Começemos por analisar a Fig. 5.10. Para os três casos apresentados verifica-se a ocorrência de um mínimo da energia por partícula para $\rho_B \neq 0$, para a mesma densidade onde o valor da pressão é zero. De facto, o valor deste mínimo é inferior à soma das massas constituintes dos quarks no vácuo de modo que estamos na presença de uma transição de fase de primeira ordem com formação de gotas de quarks (hadrões). No entanto, este mínimo da energia é sempre maior que 930 MeV, que é a energia por partícula nos núcleos atómicos, e por isso, não se encontra matéria de quarks absolutamente estável. A energia por partícula mais baixa acontece no Caso B e, a maior energia de ligação, quando comparada com as massas constituintes dos quarks no vácuo, ocorre no Caso C. O mínimo da energia dá-se a $\rho_B = 2.25\rho_0$ em matéria de “neutrões” em equilíbrio β e no Caso A, a $\rho_B = 2.33\rho_0$ para o Caso B, e a $\rho_B = 3.50\rho_0$ para o Caso C. Apenas no último caso se observa a existência de matéria de quarks estranha estável, uma vez que nos outros casos o mínimo acontece em regiões onde os quarks estranhos não existem (ver Fig. 5.11). No entanto, esta matéria de quarks estranha não é absolutamente estável uma vez que o valor do mínimo da energia continua a ser superior a 930 MeV.

Finalmente vamos tecer algumas considerações sobre a restauração da simetria quiral para os Casos A, B e C. Começando por analisar o sector não estranho (ou dos quarks leves), vemos que o Caso A é em tudo semelhante ao caso de matéria de “neutrões” em equilíbrio β . Isto é facilmente comprovado pela observação da Fig. 5.11. Para os Casos B e C a principal diferença prende-se com a não existência de assimetria de isospin, χ_A , para todos os valores da densidades o que implica que M_u é sempre igual a M_d .

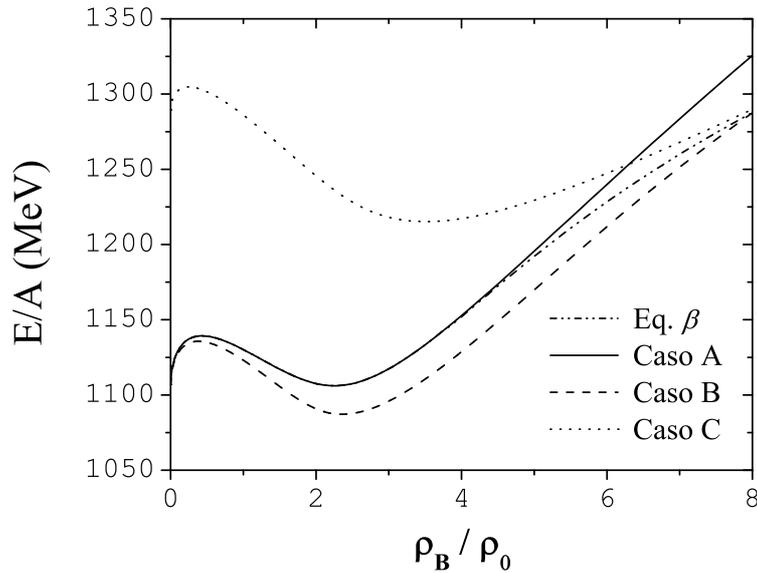


Figura 5.10: Energia por bárion para todos os casos considerados a $T = 0$.

Por seu turno, o comportamento da massa do quark estranho depende fortemente da quantidade de quarks estranhos presentes no meio [164]. Para todos os casos, excepto o Caso C, o decréscimo de M_s até $\rho_B \sim 2\rho_0$ é devido à contribuição do termo de 't Hooft nas equações do “gap”. No Caso A M_s mantém-se praticamente constante uma vez que ρ_s é sempre zero por definição; no Caso B e em matéria de “neutrões” em equilíbrio β , a massa do quark s torna-se inferior ao potencial químico, para $\rho_B \gtrsim 5\rho_0$ e $\rho_B \gtrsim 3.9\rho_0$ respectivamente, observando-se, então, um decréscimo mais pronunciado para M_s . Estas densidades marcam o aparecimento de quarks de valência estranhos que se tornam cada vez mais influentes à medida que a densidade aumenta. No Caso C, os quarks de valência estranhos estão sempre presentes levando a um forte decréscimo da massa do quark s (ver painel esquerdo da Fig. 5.11). Mesmo neste caso M_s ainda está bastante longe do valor de m_s , a massa de correntes do quark s .

5.6 A transição de fase a temperatura e a densidade finitas

Nesta secção abordaremos a transição de fase em matéria quente e densa com especial relevância para a determinação do ponto crítico no sector SU(3). Ao contrário do que fizemos no sector SU(2), aqui usaremos a termodinâmica do sistema para determinar o ponto crítico. Para esse efeito, vamos focar a nossa análise na matéria de “neutrões” em equilíbrio β uma vez que os outros casos apresentados são qualitativamente simila-

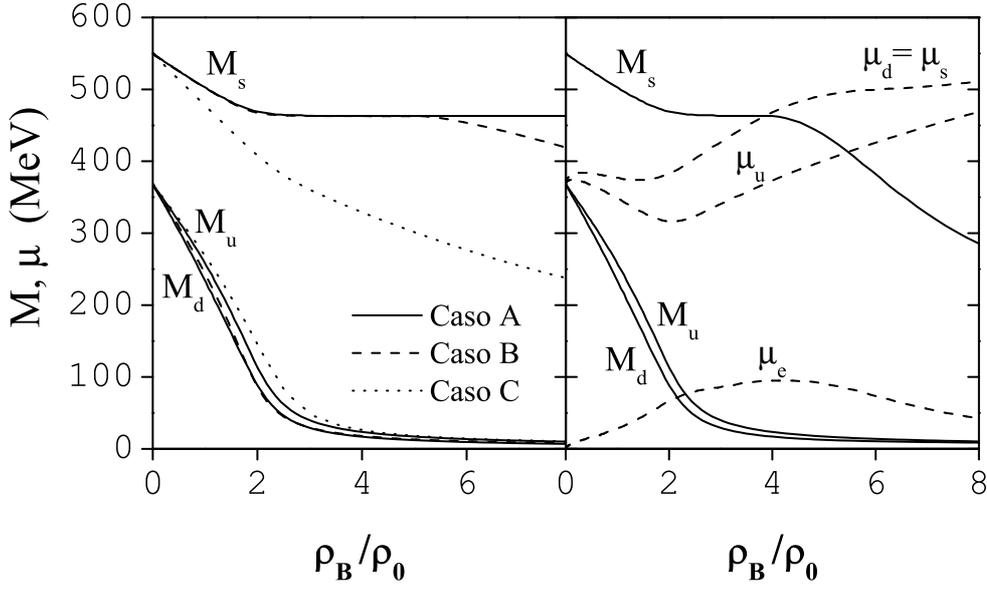


Figura 5.11: Massas constituintes dos quarks M_u , M_d , M_s e potenciais químicos μ_u , μ_d , μ_e em função da densidade para $T = 0$. Painel esquerdo: sem equilíbrio β ($M_u = M_d$ nos Casos A e B). Painel direito: com equilíbrio β .

res. Para temperaturas baixas o mínimo absoluto da energia tende a ser a $\rho_B = 0$, o que implica uma transição de fase de primeira ordem onde as densidades baixas são energeticamente favoráveis sendo a matéria de quarks instável perante a expansão. Com o aumento da temperatura verificamos a existência de um “crossover” para $T > T_{cl} = 56$ MeV. O ponto $T = 56$ MeV, $\rho_B = 1.53\rho_0$, onde a pressão é positiva e a compressibilidade tem o seu único zero (ver Fig. 5.9 b)), é agora identificado como o ponto crítico, que liga a região onde temos uma transição de fase de primeira ordem e a região onde existe um “crossover”. Neste ponto temos uma transição de fase de segunda ordem, porquanto o ponto no final de uma linha de transição de fase de primeira ordem é um ponto crítico de segunda ordem. Os valores dos potenciais químicos são: $\mu_u = 304.5$ MeV, $\mu_d = \mu_s = 353.3$ MeV e $\mu_B = (\mu_u + \mu_d + \mu_s)/3 = 337.0$ MeV.

De modo a termos uma melhor compreensão da natureza da transição de fase em matéria quente e densa, representamos, na Fig. 5.12, a pressão no plano $T - \rho$. A região da superfície com curvatura negativa corresponde à região de temperaturas e densidades onde a transição de fase é de primeira ordem.

De seguida, vamos ilustrar a restauração parcial da simetria quiral em diferentes sectores representado, para isso, as massas constituintes dos quarks no plano $T - \rho$. Na Fig. 5.13 (ver também [17, 18, 19, 21, 23, 25, 26, 27, 131, 165]) constatamos uma das manifes-

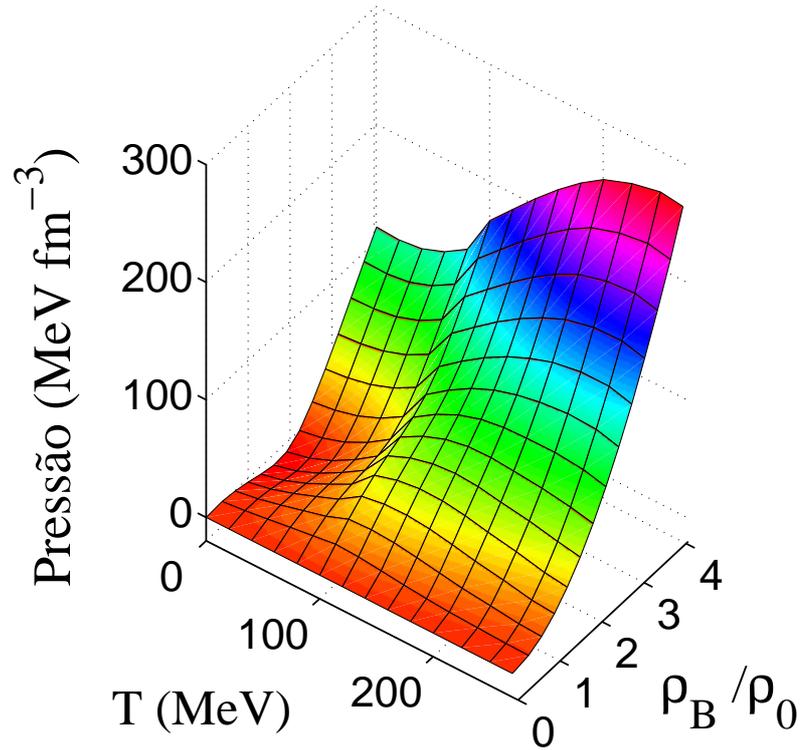


Figura 5.12: Efeito combinado da temperatura (T) e da densidade (ρ_B/ρ_0) em matéria de “neutrões” em equilíbrio β para a pressão.

tações da restauração parcial da simetria quiral no sector não estranho. Esta é indicada pelo decréscimo muito acentuado da massa do quark u seguido de um aplanar da superfície à medida que a temperatura e a densidade aumentam. Na Fig. 5.14, podemos ver que o comportamento da massa do quark s em função da temperatura e da densidade é bastante mais suave reflectindo a fraca tendência para a restauração da simetria quiral no sector estranho. De facto, verificamos que para $T = 400$ MeV e para $\rho_B = 8\rho_0$ a massa do quark s tem um valor aproximado de duas vezes o valor de $m_s = 140.7$ MeV, a massa de correntes do quark s .

Para concluir este capítulo é ilustrativo obter o diagrama de fases para o modelo de NJL em SU(3) para $m_u = m_d = 0$ que está representado na Fig. 5.15. Neste cenário a restauração da simetria quiral no sector SU(2) é completa.

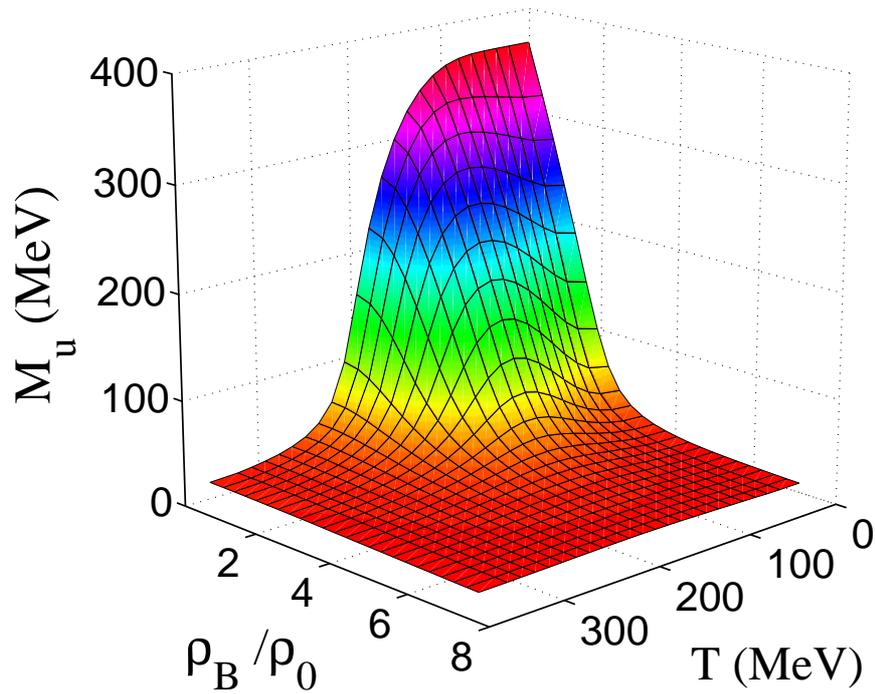


Figura 5.13: Efeito combinado da temperatura (T) e da densidade (ρ_B/ρ_0) em matéria de “neutrões” em equilíbrio β para M_u .

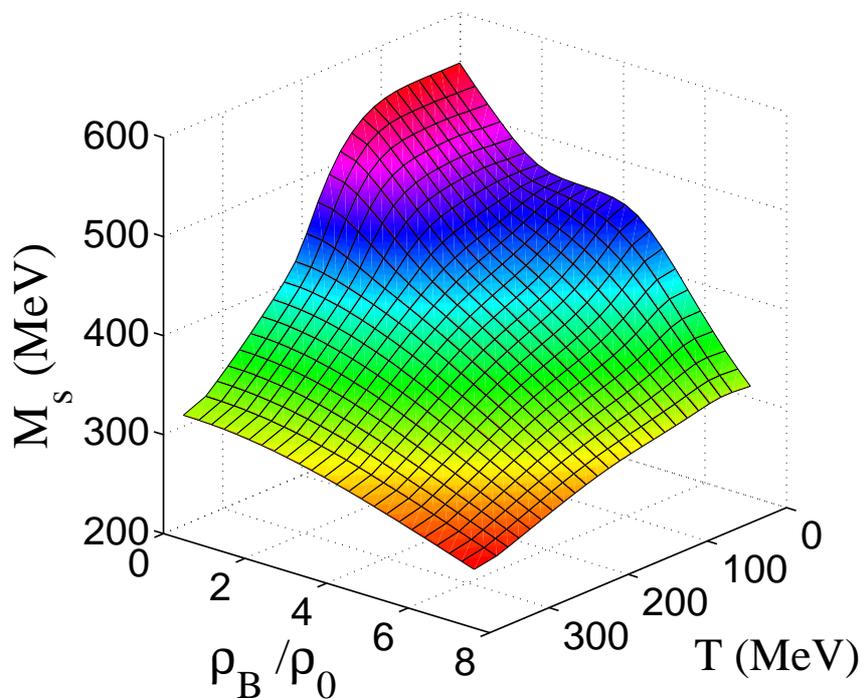


Figura 5.14: Efeito combinado da temperatura (T) e da densidade (ρ_B/ρ_0) em matéria de “neutrões” em equilíbrio β para M_s .

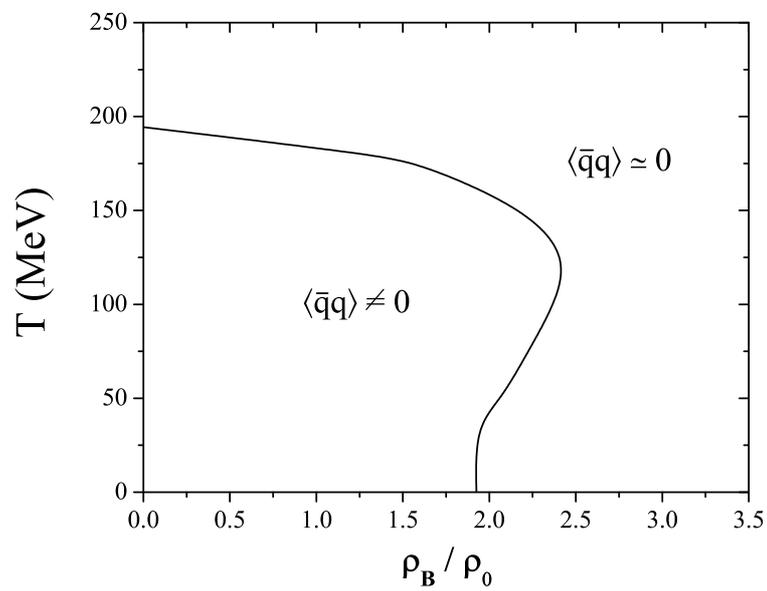


Figura 5.15: Diagrama de fases para o modelo de NJL em SU(3) com $m_u = m_d = 0$. Neste cenário a restauração da simetria quiral no sector SU(2) é completa.

Capítulo 6

Comportamento dos mesões pseudoescalares em meios assimétricos

Como foi visto no capítulo anterior, espera-se que para temperaturas e/ou densidades elevadas ocorram na natureza a restauração de simetrias e o desconfinamento. Isto remete-nos para a importância do estudo dos mesões pseudoescalares: uma vez que a origem destes mesões está associada com o fenómeno da quebra espontânea e explícita de simetrias, o seu comportamento no meio quente e denso pode fornecer indicações sobre a possível restauração de simetrias.

Para a realização deste estudo, vamos privilegiar os meios assimétricos no sabor. O nosso interesse neste tipo de matéria prende-se com a existência de multipletos de carga. Estes multipletos de carga estão degenerados no vácuo e em matéria simétrica mas, em matéria assimétrica no sabor, espera-se que os mesões com diferentes cargas deixem de estar degenerados.

Dada a importância deste assunto, vamos analisar, neste capítulo, o comportamento das massas dos nove mesões pseudoescalares para densidade finita. Num capítulo posterior serão analisados os decaimentos mais importantes destes mesões.

6.1 Considerações gerais

As possíveis modificações das propriedades dos mesões em condições extremas de temperatura e densidade têm um papel muito importante nos dias de hoje no que concerne à física das interacções fortes. Este assunto tem implicações directas nas experiências de colisões de iões pesados, no estudo de objectos compactos em Astrofísica (como estrelas de neutrões) e no estudo do Universo primitivo.

Um exemplo concreto são as modificações das propriedades dos kaões/ antikaões no meio que podem ser observada em colisões nucleares relativistas. De facto, os estudos teóricos [166, 167, 168, 169, 170] e experimentais [171, 172, 173, 174, 175, 176] sobre a

produção de K^\pm a partir de colisões $A + A$ no SIS para a gama de energias $1 - 2 A$ GeV, dão-nos informação sobre as propriedades dos kaões no meio.

O estudo dos mesões pseudoescalares, piões e kaões, é de particular interesse uma vez que, devido à sua natureza de bosões de Goldstone, eles estão associados com a quebra da simetria quiral. Por outro lado, em meios onde existe quebra da simetria de isospin, os multipletos de carga dos piões e dos kaões não estão degenerados entre si.

Em meados da década de oitenta, D. Kaplan e A. Nelson [177, 178] realizaram os primeiros estudos sobre os efeitos nestes mesões de meios assimétricos no sabor. Era esperado que os multipletos de carga destes mesões, que são degenerados no vácuo, se desdobrassem (“splitting”) em matéria assimétrica no sabor, contrariamente ao que se verifica em sistemas a temperatura finita ou em matéria simétrica. Em particular, à medida que a densidade cresce, deve haver um aumento na massa do K^+ e um decréscimo na massa do K^- . É esperado que aconteça um efeito similar para os mesões π^- e π^+ em matéria com assimetria de isospin. O decréscimo da massa de um dos multipletos levanta, naturalmente, a questão da condensação dos mesões, um tópico de grande interesse em Astrofísica. Por exemplo, nas Refs. [177, 178], foi proposto que a interacção kaão-nucleão possa levar à condensação de kaões. Isto limitaria a massa máxima das estrelas de neutrões para cerca de 1.5 massas solares o que leva a especular sobre a existência de muitos buracos negros na nossa galáxia [179].

No vácuo, as massas do K^+ e do K^- são degeneradas devido à simetria de conjugação da carga. Isto não é necessariamente o caso dum sistema com densidade bariónica diferente de zero, uma vez que a presença de mais bariões do que antibariões quebra essa simetria. Devido à interacção repulsiva K^+N , a condensação K^+ é, em princípio, excluída; a estrutura mais complexa da interacção K^-N , que é fortemente atractiva, deixa em aberto uma possível condensação dos mesões K^- .

A maioria das aproximações teóricas, que lidam com kaões em meio assimétrico no sabor, prevê o aumento ligeiro na massa do K^+ e um decréscimo pronunciado na massa do K^- , uma conclusão suportada pela análise de dados sobre átomos kaónicos [180]. Este cenário é qualitativamente consistente com os resultados experimentais obtidos no GSI (nomeadamente nas experiências KaoS e FOPI) [171, 173, 174, 175, 176, 181, 182]. De facto, a produção de K^+ é comparável à de K^- à mesma energia disponível, o que é surpreendente uma vez que a produção K^- é suprimida em uma ordem de magnitude em colisões pp à mesma energia. Dados recentes sobre a produção de kaões, mostram que a razão K^-/K^+ é maior em colisões Ni+Ni do que em colisões nucleão-nucleão, o que indicia um claro aumento da produção de K^- no meio [173, 182]. Do ponto de vista qualitativo, o decréscimo da massa do K^- em matéria densa implica que os antikaões são mais facilmente produzidos em colisões de iões pesados do que em colisões nucleão-nucleão.

O comportamento do píon em matéria simétrica foi estudado intensivamente, sendo definida a densidade crítica para a restauração efectiva da simetria quiral aquela em que o píon fica degenerado com o seu parceiro quiral, σ . Em meios assimétricos o σ fica degenerado com o π^0 [183].

Os estudos do píon em meio assimétrico estão directamente relacionados com o problema da assimetria $u - d$ num mar de nucleões rico em neutrões. Esta assimetria no sabor foi estabelecida nas experiências DY e SIS e estudos teóricos mostram que existe uma diferença significativa para as funções de distribuição do π^+ e do π^- em matéria rica em neutrões [184].

Do ponto de vista teórico, o mecanismo que conduz ao acentuar do desdobramento das massas é atribuído principalmente aos efeitos do princípio de Pauli, no entanto no caso do K^- , a interacção com a ressonância $\Lambda(1405)$ também tem um papel importante [23]. Na verdade a amplitude antikaão–nucleão no canal do isospin $I = 0$ é dominado por esta estrutura ressonante [185], cuja energia é de apenas 27 MeV abaixo do limiar de produção $K^- N$. Presentemente, não é claro se esta ressonância é um estado excitado real de um barião “estranho” ou algum estado intermédio que possa ser gerado dinamicamente usando potenciais mesão–barião na equação de difusão no contexto da matriz-T [186].

No estudo dos efeitos do meio no comportamento hadrónico temos que ter em atenção que o meio é um sistema complexo, onde ocorre uma grande variedade de excitações partícula–lacuna do meio, algumas com os mesmos números quânticos dos hadrões em estudo. As interacções de todas estas excitações têm um papel importante nas modificações das propriedades dos hadrões.

Estudos anteriores [22, 187, 188, 189], em diferentes versões do modelo de NJL, mostraram que o meio pode exibir excitações partícula–lacuna de baixa energia com os números quânticos do K^- (em matéria simétrica) e do π^+ (em matéria de “neutrões”). Outros efeitos de muitos corpos, como o princípio de Pauli, também conduzem a modificações no comportamento das propriedades hadrónicas. O modo como estes efeitos estão relacionados com restauração parcial de simetria de quiral é um problema relevante em física de muitos corpos. Como mostraremos, ambos os efeitos manifestam-se no comportamento do multipletos de sabor dos píões e dos kaões.

No que diz respeito aos mesões η e η' , começamos por frisar que as suas propriedades não são só determinadas pela quebra explícita e espontânea da simetria quiral, mas também pela quebra explícita da simetria $U_A(1)$ devido à anomalia axial da QCD. Como resultado, o singlete η_8 , que seria um bosão de Goldstone se a simetria $U_A(1)$ não fosse explicitamente quebrada, torna-se pesado (ver Fig. 2.1). Para além disso, e por causa da quebra da simetria $SU(3)$ – com a massa do quark estranho consideravelmente maior que

a dos quarks leves – o estado de octeto e o estado de singleto misturam-se, dando origem às partículas observadas η e η' . Esta mistura acontece de forma que o η' é principalmente singleto e por isso mais massivo, e o η é principalmente um estado de octeto e então possui uma massa próxima das massas dos kaões. Se se verificar que a simetria $U_A(1)$ é restaurada para temperaturas e/ou densidades elevadas, espera-se uma modificação considerável das massas dos mesões η e η' assim como das respectivas misturas de componentes estranhas e não estranhas [190, 191]. É esperado um decréscimo da massa do η no meio que providencie uma explicação para o aumento de mesões η de baixo momento transversal em experiências de iões pesados [192].

6.2 Comportamento dos mesões pseudoescalares em meios assimétricos para $T = 0$

Nesta secção, vamos apresentar os nossos resultados para o comportamento dos mesões pseudoescalares em matéria de quarks à temperatura $T = 0$ [25, 26, 27]. Um objectivo deste estudo é procurar compreender o que é que as propriedades dos mesões no meio denso nos dizem acerca da possível restauração de simetrias. Quanto aos objectivos mais específicos temos: por um lado, investigar o comportamento dos multipletos de carga que em meios assimétricos estão desdobrados; e por outro lado, o de explorar, com particular relevância, os mesões que dependem explicitamente da estranheza.

Com esta finalidade vamos estudar dois tipos de matéria com especial atenção para matéria de “neutrões” em equilíbrio β . Como estamos interessados na importância do quark estranho, uma vez que a presença de quarks de valência estranhos está directamente relacionado com alterações do comportamento de diferentes observáveis, vamos também apresentar os resultados para o comportamento dos mesões pseudoescalares em matéria de “neutrões” sem equilíbrio β (Caso A definido na Sec. 5.5).

A influência da estranheza faz-se sentir explicitamente na estrutura dos mesões η , η' e dos kaões, sendo que esta também se reflecte no comportamento dos piões através da interacção de 't Hooft, como podemos constatar pela Eq. (4.33).

6.2.1 O comportamento dos kaões e dos piões

Vamos agora analisar os resultados para as massas dos mesões π^+ , π^0 , π^- e K^+ , K^- , K^0 , \bar{K}^0 , que estão representados em função de ρ_B/ρ_0 nas Figs. 6.1 e 6.2. Como já referimos, vamos comparar os resultados para o Caso A (painel esquerdo das referidas figuras) e para matéria de “neutrões” em equilíbrio β (painel direito) para assim aferir da importância do grau de liberdade da estranheza.

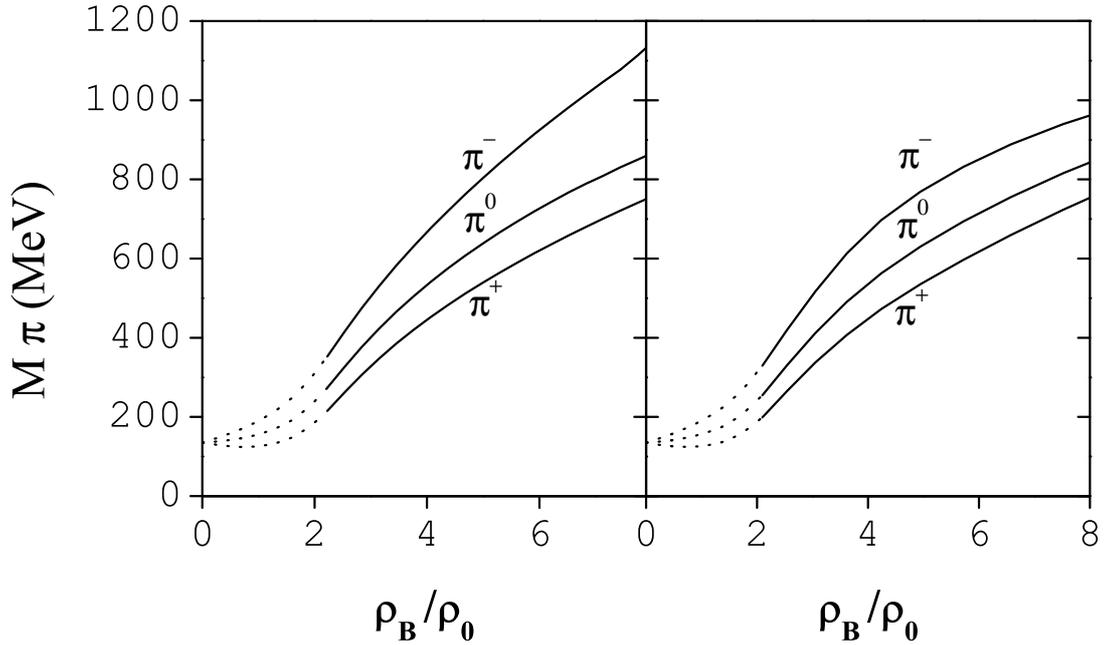


Figura 6.1: Massas dos mesões π^\pm e π^0 em função da densidade bariônica sem equilíbrio β (painel esquerdo) e com equilíbrio β (painel direito) para $T = 0$.

Aquando da discussão da transição de fase, verificámos a existência de uma fase mista, para matéria de “neutrões” com ou sem equilíbrio β , compreendida entre $\rho_B \simeq 0$ e $\rho_B = 2.25\rho_0$, ou seja, as soluções encontradas para as massas dos mesões (linha a ponteadado em todos os gráficos referentes às Figs. 6.1 e 6.2) devem ser interpretadas como valores médios uma vez que não podemos falar de uma definição da densidade para esta gama de intervalos. Só teremos excitações mesónicas para $\rho_B \geq \rho_B^{cr}$ com $\rho_B^{cr} = 2.25\rho_0$.

Os kaões têm sido exaustivamente estudados ao longos dos últimos anos [22, 25, 165, 189]. No âmbito do modelo de NJL verificou-se que a partir das relações de dispersão (Eq. (4.36)) obtemos dois tipos de soluções: estados ligados discretos e uma banda contínua de ressonâncias. Os estados ligados permitidos são de dois tipos: modos de partícula–antipartícula, que são excitações do mar de Dirac, já presentes no vácuo e que estão associados com a quebra espontânea da simetria quiral; e excitações partícula–lacuna do mar de Fermi, que só aparecem no meio e estão associados com a quebra da simetria do sabor. Por outro lado, as soluções não ligadas definem o contínuo de excitações do mar de Fermi e de Dirac [189]. As bandas contínuas definidas como excitações partícula lacuna do mar de Fermi, induzem correlações atractivas (repulsivas) abaixo (acima) das suas fronteiras, tendo um papel importante no aparecimento de novos estados ligados. Este é um com-

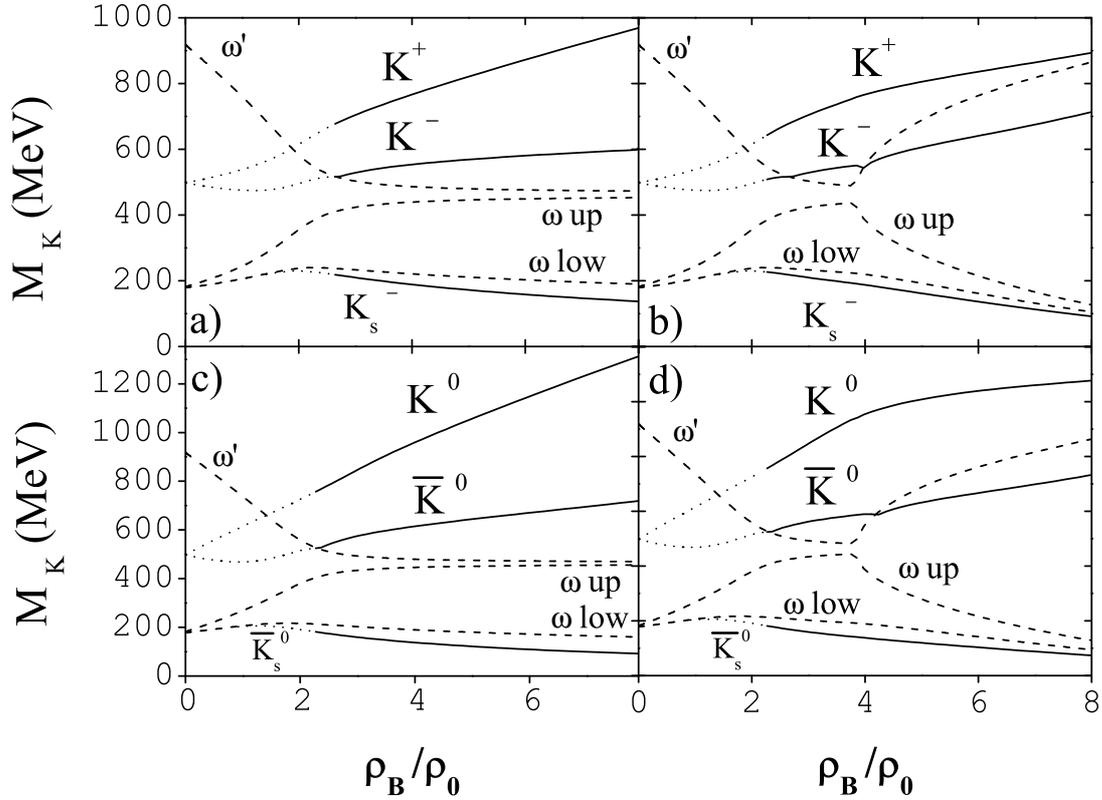


Figura 6.2: Massas dos kaões e antikaões em função da densidade com $T = 0$: Caso A (painéis a) e c)) e matéria em equilíbrio β (painéis b) e d)). ω' é o limite inferior do contínuo do mar de Dirac e ω_{up} , ω_{low} são os limites do contínuo do mar de Fermi.

portamento típico de um sistema de muitos fermiões com quebra da simetria de sabor [22, 187].

Para os kaões, os limites entre as zonas correspondentes aos diferentes tipos de soluções estão representados na Fig. 6.2 pelas linhas a tracejado e resultam directamente do estudo das relações de dispersão (4.36). Assim para o K^- (\bar{K}^0) tem-se $\omega' = \sqrt{M_s^2 + \lambda_s^2} + \sqrt{M_{u(d)}^2 + \lambda_s^2}$ como o limite inferior do mar de Dirac de excitações do contínuo e, $\omega_{up} = \sqrt{M_s^2 + \lambda_s^2} - \sqrt{M_{u(d)}^2 + \lambda_s^2}$ e $\omega_{low} = \sqrt{M_s^2 + \lambda_{u(d)}^2} - \mu_{u(d)}$ como os limites superior e inferior, respectivamente, do contínuo de excitações do mar de Fermi com λ_i o momento de Fermi do quark i .

Das relações de dispersão para o pião (4.35), encontrámos para as excitações $q\bar{q}$ com os números quânticos do π^+ , as seguintes fronteiras: $\omega_{low} = \sqrt{M_u^2 + \lambda_d^2} - \mu_d$, $\omega_{up} = \mu_u - \sqrt{M_d^2 + \lambda_u^2}$ para a banda contínua do mar de Fermi e $\omega'_{low} = \mu_u + \sqrt{M_d^2 + \lambda_u^2}$, $\omega'_{up} =$

$\sqrt{M_u^2 + \lambda^2} + \sqrt{M_d^2 + \lambda^2}$ para a banda contínua do mar de Dirac. Como ocorrem duas bandas contínuas de excitações partícula-lacuna, temos duas soluções para o π^+ sendo que o modo de energia mais elevada nunca cruza ω'_{low} ou seja nunca entra no contínuo de $q\bar{q}$.

Ainda para o caso dos piões, verificou-se em [138] que também podem ocorrer dois tipos de estados ligados $d\bar{u}$: um que provém do mar de Dirac, já presente no vácuo e associado com a quebra espontânea da simetria quiral; o outro associado aos quarks de valência do mar de Fermi, que só aparece no meio e é uma excitação de isospin associada com a assimetria de isospin¹.

No que diz respeito às excitações do mar de Dirac, observamos o aguardado desdobramento em multipletos de carga: o aumento mais pronunciado da massa dos mesões K^+ , K^0 e π^- , comparativamente aos respectivos mesões K^- , \bar{K}^0 e π^+ , é devido ao efeito de blindagem de Pauli. Vamos analisar detalhadamente o efeito de blindagem de Pauli tomando como exemplo o caso dos piões. Como verificámos na Sec. 5.5, M_d decresce mais rapidamente que M_u à medida que a densidade aumenta e, no entanto, o potencial químico dos quarks d , μ_d , é sempre maior que μ_u , o potencial químico dos quarks u , como podemos constatar no gráfico da Fig. 5.6. O espaço das fases ocupado pelos quarks d é maior do que o ocupado pelos quarks u (Recorde-se que $\pi^- = (\bar{u}d)$ e $\pi^+ = (\bar{d}u)$).

A relação entre estes dois efeitos da densidade é relevante para o comportamento dos piões (e também dos kaões). Assim, os dois modos para os piões (π^+ e π^-) que são degenerados no vácuo, no meio assimétrico, separam-se (para matéria simétrica – Caso C – continuam degenerados). De facto, na competição entre a atracção devida ao decréscimo da massa do quark d com a densidade e o efeito repulsivo de blindagem de Pauli, este último é dominante para o π^- e a sua massa cresce como podemos ver no gráfico da Fig. 6.1. O crescimento da massa do modo do π^+ é menos pronunciado, uma vez que os efeitos do princípio de Pauli são menos importantes para este modo.

Voltando aos kaões, à medida que a densidade aumenta e para $\rho_B \simeq \rho_B^{cr}$ os antikaões entram no contínuo (tornando-se estados não ligados). Porém, para o caso de matéria em equilíbrio β , os antikaões tornam-se de novo estados ligados para $\rho_B \sim 4\rho_0$. A diferença de comportamentos dos mesões em matéria com ou sem quarks s de valência (painéis direitos ou esquerdos das Figs. 6.1 e 6.2, respectivamente) é mais evidente no caso dos kaões do que no caso dos piões, como seria de prever, uma vez que o grau de liberdade estranho para os piões apenas contribui explicitamente através do projector P_{ab} (ver (4.9)), enquanto para os kaões a sua contribuição é feita mediante a sua estrutura de quarks.

¹O mar de Fermi para os piões e kaões foi estudado detalhadamente em [22, 25, 138]. Para o π^+ não se representa o modo de baixa energia, π_s^+ , pois ele apenas se verifica para uma gama muito limitada de densidades, entrando no contínuo do mar de Fermi logo após $\rho_B = \rho_B^{cr}$.

Assim o efeito dominante é a redução do desdobramento entre as massas dos kaões e antikaões (Fig. 6.2, painel direito).

Vamos agora analisar o outro tipo de solução, que designamos pelo índice S . Abaixo do limite do contínuo de excitações partícula-lacuna do mar de Fermi, encontramos estados ligados com os números quânticos do K^- , \bar{K}^0 e π^+ , respectivamente. Estes modos de baixa energia só aparecem quando a transição de fase é de primeira ordem.

De facto, foi mostrado em [23, 138, 150] que no modelo de NJL com mesões vectoriais, onde ocorre um “crossover”, o desdobramento das excitações do mar de Dirac é mais pronunciado e os modos de baixa energia não ocorrem, sendo inibidos pela interacção vector-pseudovector.

Uma conclusão geral que advém do nosso estudo da região de altas energias, é que os modos de baixa energia são pouco colectivos nesta região, sendo fracamente ligados, contrariamente ao que acontece para a região de baixas densidades [138]. Esta conclusão é comum aos dois tipos de matéria: Caso A e matéria de “neutrões” em equilíbrio β .

Uma vez que o grau de liberdade da estranheza é mais relevante para os kaões do que para os piões, vamos analisar os kaões mais detalhadamente, em particular o que acontece para o Caso B e C.

No que concerne aos resultados apresentados na Fig. 6.2, a análise das constantes de acoplamento kaão-quark representadas, na Fig. 6.3, fornece informação complementar útil. O valor da constante de acoplamento para os kaões diminui à medida que a densidade aumenta significando que os kaões se tornam estados menos ligados, o que é consistente com o respectivo aumento da massa; para os antikaões a constante de acoplamento é praticamente constante quando os modos se encontram no contínuo, mas, se o mesão sair do contínuo, a sua constante de acoplamento cresce de novo, o que é consistente com a interpretação dada de que eles se tornam estados ligados nessa região de densidades.

Na Fig. 6.4 estão apresentados os resultados para as massas e as constantes de acoplamento kaão-quark para os Casos B e C. No Caso C (matéria completamente simétrica), como era esperado, todos os kaões (carregados e neutros) são degenerados; as suas massas crescem com o aumento da densidade e, consistentemente, as constantes de acoplamento decrescem. Neste cenário os antikaões de baixa energia não existem, como seria de esperar dada a sua natureza de excitações partícula-lacuna devido à assimetria do sabor da matéria. O comportamento no Caso B é qualitativamente semelhante ao caso em que temos matéria em equilíbrio β , o que é natural, uma vez que os quarks de valência estranhos só aparecem a partir de uma determinada densidade. As principais diferenças são as seguintes: os kaões neutros são agora degenerados com os kaões carregados, devido à simetria de isospin; e, por outro lado, os antikaões saem do contínuo a uma densidade

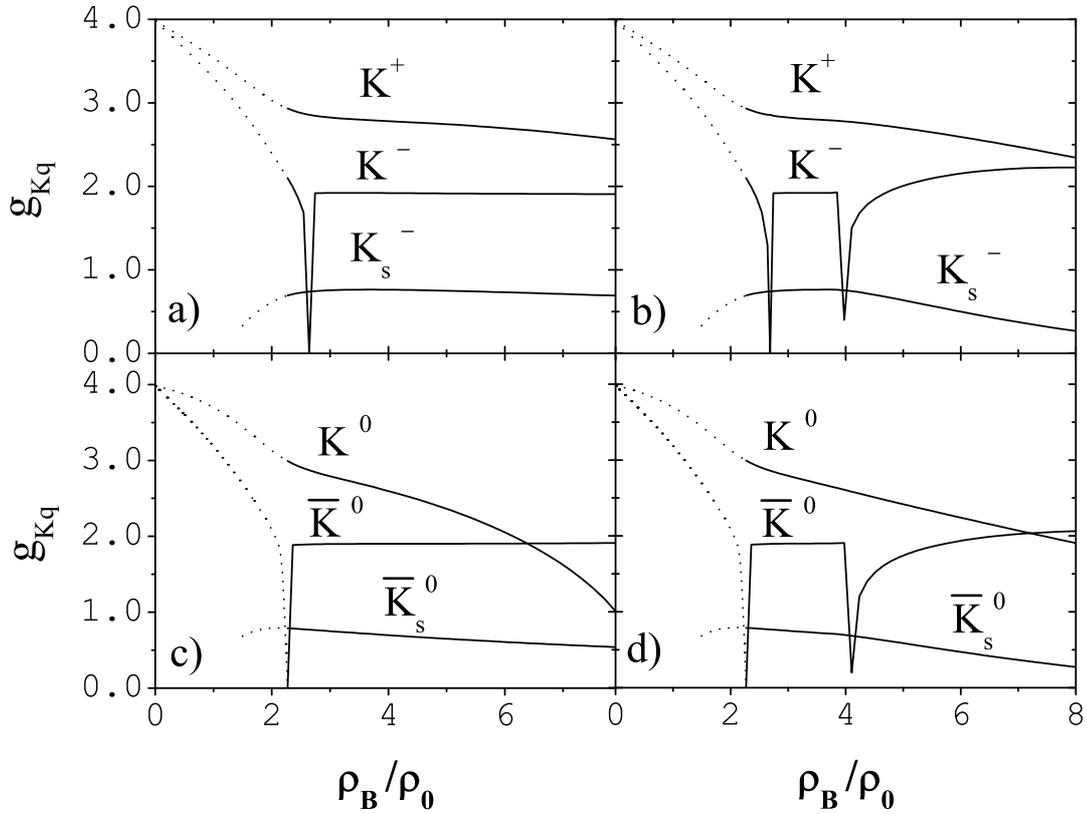


Figura 6.3: Comportamento da constante de acoplamento mesão–quark para os kaões em função da densidade bariónica para $T = 0$: Caso A, painéis a) e c); matéria com equilíbrio β , painéis b) e c).

mais elevada do que em matéria em equilíbrio β sendo estados pouco ligados, o que se deve ao aparecimento comparativamente tardio de uma pequena fracção de quarks de valência estranhos, neste caso.

Finalmente, convém tecer algumas considerações críticas aos nossos resultados. Como o sistema está numa fase mista, abaixo da densidade crítica, não há uma definição clara das massas dos hadrões que, por essa razão, são aqui representados como linhas a ponteadas nesta região (as massas devem ser entendidos como valores médios, com interesse apenas de um ponto de vista qualitativo). Para além disso, também temos que frisar que um mar de Fermi de quarks não é certamente uma boa descrição de uma fase confinada, por conseguinte os resultados obtidos nesta região, com o modelo de NJL, devem ser vistos com alguma precaução. Os resultados para a região de altas densidades são mais fidedignos, uma vez que é suposto que os quarks estão numa fase desconfiada e um

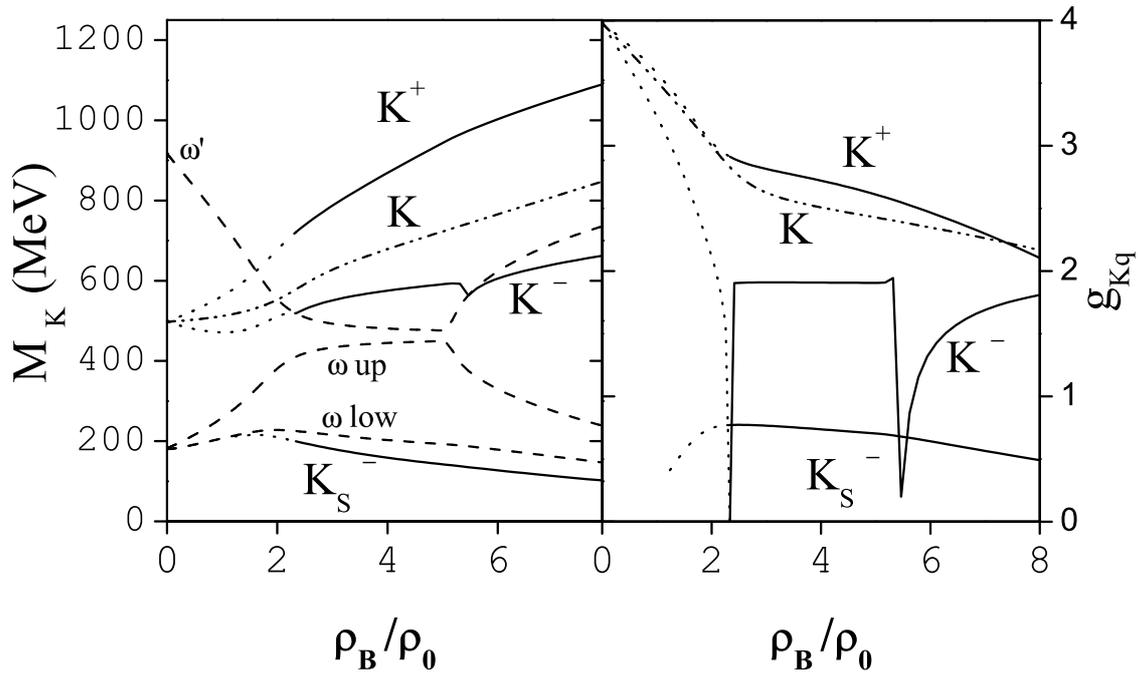


Figura 6.4: Massa dos kaões e antikaões (painel esquerdo) e constantes de acoplamento kaão–quark (painel direito) em função da densidade para o Caso B e Caso C com $T = 0$. No Caso B, K^0 , \bar{K}^0 e \bar{K}_S^0 estão degenerados com K^+ , K^- e K_S^- respectivamente. No Caso C todos os kaões estão degenerados (linha a tracejado-ponteado-ponteado).

mar de Fermi de quarks a tais densidades é uma descrição razoável da matéria naquela região.

Uma questão pertinente que se coloca é a de saber se o modelo permite a possibilidade de condensação de kaões. A ideia da condensação de kaões, e o reconhecimento de sua relevância em Astrofísica, começou a ser explorada nos anos oitenta [177, 178, 193, 194]. No entanto, no nosso estudo, verificou-se que o critério para a ocorrência de condensação de kaões não é satisfeito, uma vez que as massas dos antikaões são sempre maiores que a diferença entre o potencial químico dos quarks estranho e não estranho. Analisando com alguma atenção o antikaão de baixa energia para o caso dos kaões carregados, constata-se que K_S^- aparece à densidade $\rho_B = 1.3\rho_0$ e com uma massa de 220 MeV. Este modo é uma excitação partícula–lacuna do mar de Fermi que começa por estar inserida no contínuo mar de Fermi e, para densidades onde a atracção é suficientemente forte, desacopla do contínuo decrescendo de seguida, lentamente, com o aumento da densidade sendo, no entanto, sempre maior que a diferença $\mu_s - \mu_u$. Isto leva a concluir que não temos condensação de kaões no nosso modelo.

É pertinente fazer notar que podem ser feitos estudos interessantes tomando como base os resultados apresentados, explorando aspectos que aqui não foram tidos em conta. Como já foi referido (ver Fig. 3.4), para densidades elevadas e temperaturas relativamente baixas, o sistema pode sofrer mais do que uma transição de fase. Os cálculos por nós realizados não têm em consideração os efeitos da supercondutividade na cor que se espera que forneça um mecanismo de ligação extra. Este mecanismo é bastante importante para os quarks estranhos, tendo sido mostrado, no contexto de outros modelos, que leva à fase CFL [84, 163, 195, 196], com condensados de kaões, sendo de esperar que tenha consequências interessantes na estrutura das estrelas de neutrões.

6.2.2 O comportamento dos mesões η e η'

O interesse do estudo das propriedades dos mesões η e η' foi em parte motivado pela procura de indicações da possível restauração da simetria $U_A(1)$. Como mostraremos de seguida, o comportamento das massas destes mesões no modelo de NJL, na presente forma, reflecte essencialmente a tendência da restauração da simetria quiral no sector não estranho.

Vamos então analisar os resultados para as massas dos mesões η e η' (Fig. 6.5). Começamos por constatar que a massa do mesão η' se encontra sempre acima do limiar quark-antiquark para $\rho_B < 2.5\rho_0$ sendo um estado ressonante. Para valores acima da referida densidade, o η' torna-se um estado ligado. Isto prende-se com o crescimento dos limites do mar de Dirac com a densidade ($\omega_{u,d} = 2\mu_{u,d}$ e $\omega_s = \sqrt{M_s^2 + \lambda_s^2}$ para $\rho_B \neq 0$, em vez de $\omega_i = 2M_i$ para $\rho_B = 0$). À medida que a densidade aumenta, as massas exibem uma tendência para cruzar entre si. No entanto, a partir de $\rho_B \simeq 3.5\rho_0$ verificamos um progressivo afastamento das massas que é mais pronunciado no Caso A, de matéria de “neutrões” sem quarks de valência estranhos (painel esquerdo da Fig. 6.5), do que no caso de termos matéria de “neutrões” em equilíbrio β (painel direito da Fig. 6.5). Esta ausência de quarks s de valência manifesta-se no comportamento, com a densidade, do ângulo de mistura, θ_P .

Para melhor compreender a diferença entre estes dois cenários na região de elevada densidade, é conveniente analisar com algum pormenor o comportamento do ângulo de mistura $\theta_P(M_\eta)$ que está representado na Fig. 6.6. Como é sabido, a estrutura de quarks dos mesões em estudo depende do ângulo de mistura entre as componentes η_0 e η_8 que é dada por:

$$\begin{pmatrix} \eta \\ \eta' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_P & -\sin \theta_P \\ \sin \theta_P & \cos \theta_P \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \eta_8 \\ \eta_0 \end{pmatrix} \quad (6.1)$$

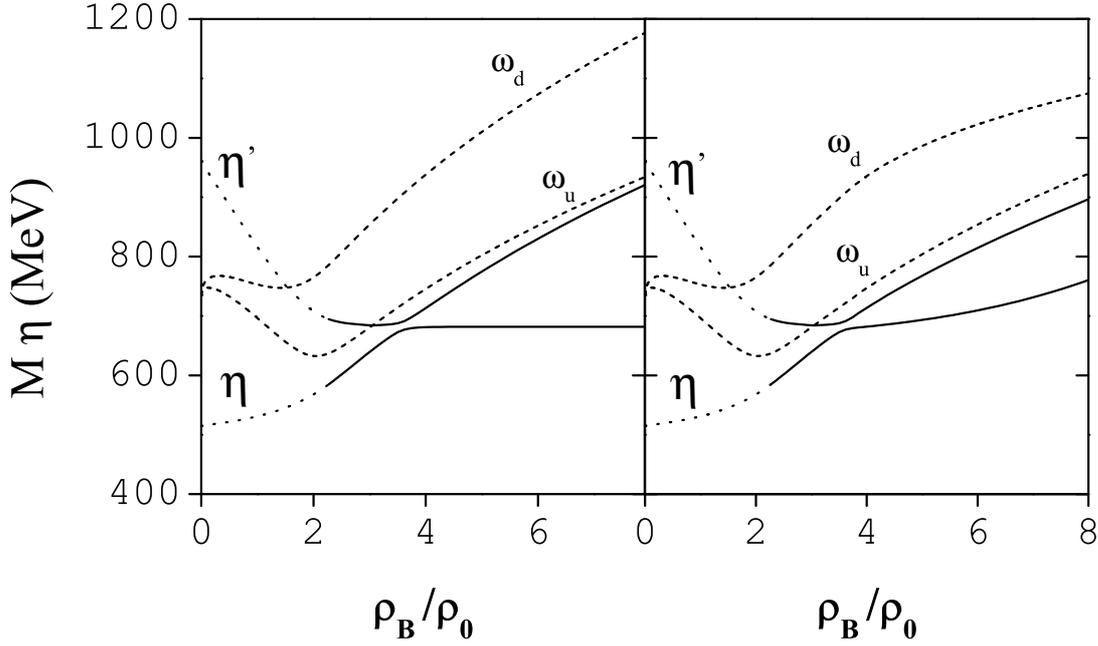


Figura 6.5: Massa dos mesões η e η' em função da densidade bariónica sem (painel esquerdo) e com (painel direito) equilíbrio β a $T = 0$. ω_u, ω_d são os limites do contínuo de Dirac.

ou, equivalentemente,

$$\eta = \cos \theta_P \frac{1}{\sqrt{3}} (\bar{u}u + \bar{d}d - 2\bar{s}s) - \sin \theta_P \sqrt{\frac{2}{3}} (\bar{u}u + \bar{d}d + \bar{s}s), \quad (6.2)$$

$$\eta' = \cos \theta_P \sqrt{\frac{2}{3}} (\bar{u}u + \bar{d}d + \bar{s}s) + \sin \theta_P \frac{1}{\sqrt{3}} (\bar{u}u + \bar{d}d - 2\bar{s}s). \quad (6.3)$$

Apesar de no modelo de NJL o ângulo θ_P ser uma função das massas dos mesões, e de facto temos dois ângulos de mistura, $\theta_P(M_\eta)$ e $\theta_P(M_{\eta'})$, pensamos que é ilustrativo representar $\theta_P(M_\eta)$, que nos dará um entendimento qualitativo da evolução da estrutura de quarks do mesão η . Para o ângulo $\theta_P(M_{\eta'})$ verificou-se que o seu comportamento fornece uma informação qualitativamente semelhante a $\theta_P(M_\eta)$ pelo que, a partir deste momento, apenas nos concentraremos em $\theta_P(M_\eta)$ que passaremos a designar por θ_P .

Para $\rho_B = 0$ temos que $\theta_P = -5.8^\circ$. Acima de $\rho_B \simeq 3.5\rho_0$ o ângulo torna-se positivo e cresce rapidamente fazendo com que a estrutura de quarks dos mesões, $y = (\bar{u}u + \bar{d}d)/\bar{s}s$, se altere: para densidades baixas o mesão η' é mais estranho que o η invertendo-se esta tendência para densidades elevadas. No âmbito do modelo sigma linear foi encontrado um comportamento similar do ângulo de mistura em função da temperatura [197].

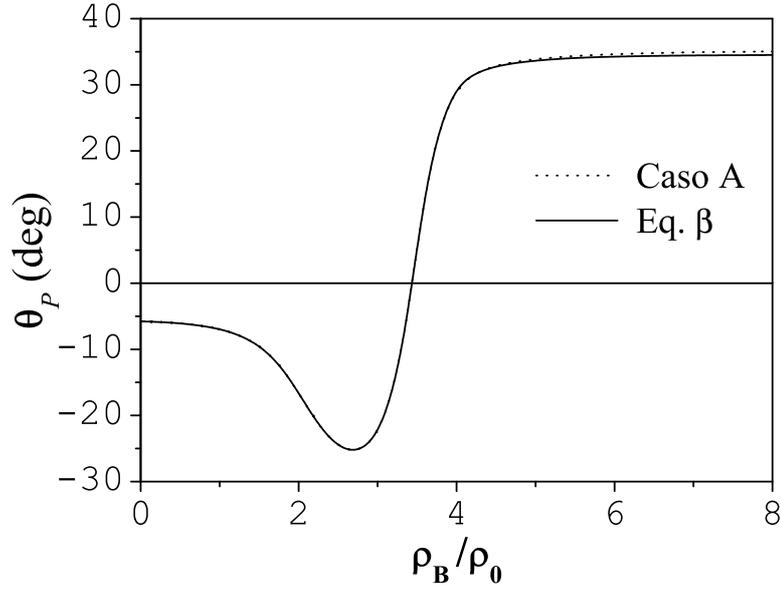


Figura 6.6: Ângulo de mistura, θ_P , em função da densidade bariônica.

Se se verificar a ausência de quarks s no meio (o que implica que a massa do quark s é muito pouco afectada pelo próprio meio, como constatámos no painel esquerdo da Fig. 5.11 na Sec. 5.5), a massa do η deve manter-se praticamente constante na região de densidades onde a sua estrutura de quarks é dominada pelo quark estranho. Isto explica o facto de termos um maior desvio entre as massas do η e do η' no painel esquerdo da Fig. 6.5 [26, 27, 154].

Finalmente, chamamos a atenção para as aproximações que realizámos no estudo dos mesões η e η' no meio. Para isso, vamo-nos focar no projector P_{ab} e em Π_{ab}^P (4.41). Os elementos não diagonais que descrevem a mistura de $\pi^0 - \eta$ e de $\pi^0 - \eta'$ são proporcionais a $\langle \bar{q}_u q_u \rangle - \langle \bar{q}_d q_d \rangle$ para P_{ab} e a $\Pi_{uu}^P(P_0) - \Pi_{dd}^P(P_0)$ para Π_{ab}^P . Uma vez que o nosso objectivo é compreender os efeitos de matéria de quarks simulando matéria de neutrões, esta quantidade é diferente de zero no meio. Assim, é necessário verificar se a violação da simetria de isospin no meio é relevante no comportamento destes mesões.

Nos estudos realizados sobre o decaimento $\eta \rightarrow 3\pi$ no vácuo [198], um assunto que está para além dos horizontes do nosso trabalho, a matriz de mistura usada é um elemento de $O(3)$ que pode ser representado em termos dos ângulos $\theta_P, \epsilon, \epsilon'$. O ângulo θ_P descreve a mistura $\eta - \eta'$ e surge da diferença de massas entre os quarks estranho e não estranhos que quebram a simetria $SU(3)$, enquanto ϵ, ϵ' são importantes para os efeitos da quebra de simetria do isospin, devido à diferença $M_u - M_d$.

A relação entre π^0 , η , η' e η_3 , η_0 , η_8 pode ser escrita na forma:

$$\begin{aligned}\pi^0 &= \eta_0 (\epsilon' \cos \theta_P - \epsilon \sin \theta_P) + \eta_8 (\epsilon' \sin \theta_P + \epsilon \cos \theta_P) + \eta_3 \\ \eta &= \eta_8 \cos \theta_P - \eta_0 \sin \theta_P - \epsilon \eta_3 \\ \eta' &= \eta_0 \cos \theta_P + \eta_8 \sin \theta_P - \epsilon' \eta_3\end{aligned}\quad (6.4)$$

Por razões de simplicidade, usamos a mesma aproximação que usada na Ref. [199] e desprezamos os efeitos da mistura com η_3 nas expressões de η e η' . A matriz de transformação ortogonal usada para obter o inverso dos propagadores dos mesões é então:

$$O = \begin{pmatrix} \epsilon' \cos \theta_P - \epsilon \sin \theta_P & \epsilon' \sin \theta_P + \epsilon \cos \theta_P & 1 \\ -\sin \theta_P & \cos \theta_P & 0 \\ \cos \theta_P & \sin \theta_P & 0 \end{pmatrix}\quad (6.5)$$

Os resultados obtidos mostraram claramente que as contribuições das misturas de $\eta - \pi^0$ e $\eta' - \pi^0$ são negligenciáveis e por isso não foram tidas em conta no nosso estudo.

6.3 Breve sumário e conclusões

Fazendo um breve resumo do que foi visto ao longo deste capítulo, tem-se que existe um desdobramento dos multipletos dos mesões pseudoescalares para matéria assimétrica no sabor, sendo ainda importante realçar o aparecimento dos modos de baixa energia com os números quânticos do π^+ , K^+ e K^0 . Os nossos resultados para os kaões mostram ainda que, a separação das massas provocada pelo desdobramento dos mesões aumenta com a densidade, o que é compatível com os resultados experimentais que indicam uma redução (aumento) da produção de kaões (antikaões) no meio [171, 173, 174, 175, 176, 181, 182].

Para a região de densidades elevadas, o desdobramento entre os multipletos de kaões em meios assimétricos depende da presença de quarks estranhos de valência: o afastamento entre as massas é menor para matéria com estranheza, onde a fracção de quarks estranhos é maior, isto se exceptuarmos o caso limite $\rho_u = \rho_d = \rho_s$ onde não existe desdobramento. Por outro lado, os modos de baixa energia para os kaões, que são estados ligados na região de densidades elevadas, não garantem que o modelo apresente condensação de kaões, sendo ainda importante referir que estes modos não existem para matéria de quarks completamente simétrica.

No que diz respeito aos mesões η e η' , as suas massas tendem a aproximar-se até à densidade crítica, mas, após este ponto, afastam-se de novo tornando-se o afastamento mais pronunciado no caso de matéria de “neutrões” sem equilíbrio β (Caso A), o que está relacionado com a alteração do conteúdo de estranheza destes mesões.

No que respeita à restauração de simetrias, o que este estudo evidencia é a restauração parcial da simetria quiral no sector $SU(2)$. Quanto à simetria $U_A(1)$, embora haja um aumento em valor absoluto do ângulo de mistura, ele nunca atinge o valor ideal, pelo que, apesar de podermos conjecturar sobre uma tendência para a restauração desta simetria, ela não ocorre para a gama de densidades estudadas. Voltaremos a esta questão no Cap. 8.

Capítulo 7

Restauração da simetria quiral: perspectiva dos parceiros quirais

No Cap. 5 abordámos as transições de fase com a densidade e/ou temperatura finitas, discutindo a sua natureza bem como os critérios em que nos baseámos para a estabelecer; para o efeito, analisámos as propriedades termodinâmica do vácuo do sistema. No entanto, como já foi dito, o comportamento dos mesões pode revelar assinaturas da transição de fase e o seu estudo reveste-se de grande utilidade, permitindo-nos, nomeadamente, clarificar alguns aspectos.

A questão que aqui se nos coloca, prende-se com a adopção de um critério para identificar o ponto crítico da transição de fase quiral. Visto que estamos a trabalhar em cenários realistas, em que as massas de correntes são diferentes de zero, a questão exige alguma ponderação. Como iremos ver, o estudo do comportamento dos mesões pseudoescalares no plano $T - \rho$, para além do seu interesse intrínseco, tem a utilidade adicional de nos questionar sobre qual o critério mais conveniente para definir a separação entre as fases com simetria quebrada e com simetria restaurada.

Neste capítulo vamos analisar qual a informação que nos é fornecida pelos mesões e focar especialmente o seu comportamento no plano $T - \rho$.

Iniciaremos este estudo (Sec. 7.1.1) com o efeito da temperatura (para $\rho_B = 0$) no comportamento dos mesões pseudoescalares, generalizando, de seguida, a nossa análise ao plano $T - \rho$. Na Sec. 7.2 será estudada a restauração da simetria quiral segundo a perspectiva dos parceiros quirais.

7.1 O comportamento dos mesões pseudoescalares no plano $T - \rho$

Depois de no Cap. 6 termos procedido ao estudo do comportamento dos mesões pseudoescalares em meios assimétricos para a temperatura $T = 0$, vamos, nesta secção,

abordar os efeitos combinados da temperatura e da densidade no comportamento destes mesões. Vamos, no entanto, começar por mostrar quais os efeitos da temperatura na massa dos mesões, no caso simples em que a densidade nula ($\rho_B = 0$), um caso em que os multipletos de carga dos píões e dos kaões estão degenerados entre si.

7.1.1 O efeito da temperatura no comportamento dos mesões pseudo-escalares

Ao iniciarmos a análise do comportamento dos mesões pseudoescalares com temperatura finita e densidade nula, importa referir que este estudo foi realizado com bastante detalhe em [21, 24]. No entanto, é pertinente apresentá-lo aqui para efeitos de comparação com o nossos resultados com a densidade finita e porque traz luz sobre alguns conceitos que vão ser bastante úteis nas próximas secções.

Na Fig. 7.1 apresentamos as massas dos mesões π , K , η e η' em função da temperatura, bem como $2M_u$ e $M_u + M_s$ para $\mu = 0$. Constatamos que para o regime de baixas temperaturas as massas dos mesões (excepto a massa do mesão η' que é sempre um estado não ligado) são sempre menores que a soma das massas dos respectivos quarks constituintes. Para este caso os integrais I_2^{ij} são sempre reais. Quando as massas dos mesões π e η cruzam a linha $2M_u$ e a massa do mesão K cruza a linha $M_u + M_s$, temos a chamada temperatura de transição de Mott (ou simplesmente temperatura de Mott) T_M para cada um dos mesões. A temperatura de Mott é definida como a temperatura para a qual ocorre a transição de um estado ligado para uma ressonância no contínuo de estados não ligados e está relacionada com o facto de os mesões não serem objectos elementares mas serem constituídos por pares quark-antiquark. Este fenómeno é o equivalente à entrada das massas dos mesões no contínuo do mar de Dirac para o caso da densidade.

Tal como para o caso da densidade, acima da temperatura de Mott, temos que ter em conta a parte imaginária dos integrais I_2^{ij} (4.30) e usar a “aproximação de largura finita” [24, 153] descrita na Sec. 4.4.1. Para o nosso conjunto de parâmetros, as temperaturas de Mott para os mesões η e π são: $T_{M\eta} = 180$ MeV e $T_{M\pi} = 212$ MeV. Os mesões π e K têm aproximadamente a mesma temperatura de Mott, com $T_{MK} = 210$ MeV.

7.1.2 Comportamento dos mesões com a temperatura e a densidade

Nesta secção vamos analisar o comportamento dos mesões pseudoescalares em função da temperatura e da densidade.

Como foi discutido na Sec. 5.6, a transição de fase para matéria quente e densa é de primeira ordem para $T < T_{cl} \sim 56$ MeV e $\rho_B > 1.53\rho_0$. Para $T = T_{cl}$ e $\rho_B = 1.53\rho_0$ a transição de fase é de segunda ordem sendo que para $T > T_{cl}$ e $\rho_B < 1.53\rho_0$ verifica-se

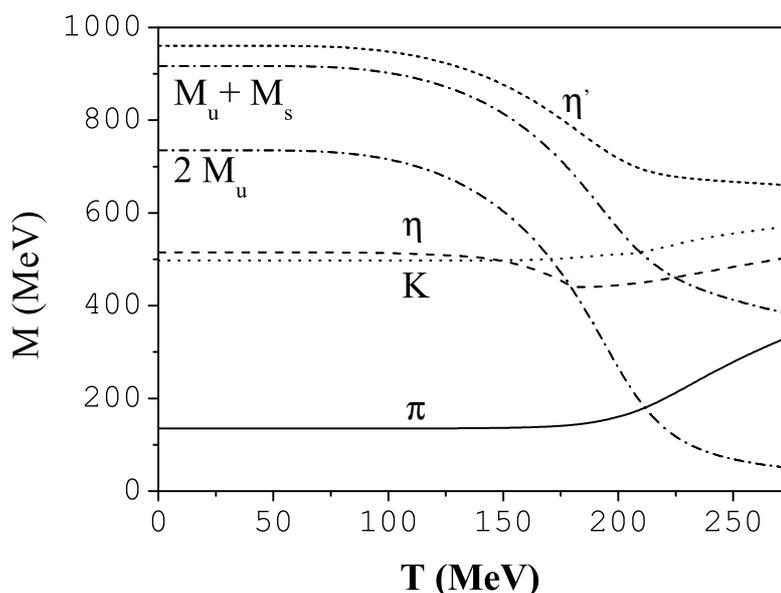


Figura 7.1: Dependência da massa dos mesões com a temperatura: píon (linha a cheio); kaão (linha a ponteadado); η (linha a tracejado); η' (linha a ponteadado estreito). As curvas $2M_u$ e $M_u + M_s$ mostram os limiares dos quarks em função da temperatura. As respectivas temperaturas de Mott são: $T_{M\pi} \simeq T_{MK} = 212$ MeV e $T_{M\eta} = 180$ MeV.

um suave “crossover” entre a região de fase de simetria quebrada e a região de fase de simetria restaurada. De facto, o modelo de NJL é capaz de descrever de uma forma satisfatória a transição de fase quiral mas o mesmo não se verifica para a transição de fase de desconfinamento. Isto é devido à não existência de um mecanismo de confinamento o que faz com que o sistema seja instável perante a expansão. Apesar destas limitações, é ilustrativo representar as massas dos mesões em função da temperatura e da densidade uma vez que, para densidades e/ou temperaturas elevadas, o modelo descreve razoavelmente a fase de quarks onde se espera que os quarks tenham uma massa constituinte muito pequena. Nesta fase os mesões são ressonâncias instáveis que decaem em pares de quark–antiquark.

Para a realização deste estudo, vamos considerar apenas matéria de “neutrões” em equilíbrio β . Como foi discutido na Sec. 6.2.1, para investigar a possível restauração de simetrias é importante estudar os mesões que são originados por quebra de simetria seja ela a simetria quiral ou simetria $U_A(1)$. Os resultados obtidos, e que serão apresentados de seguida, mostram que a restauração da simetria quiral no sector $SU(2)$ é o efeito mais importante no comportamento das massas dos mesões.

De seguida vão ser enumeradas as principais conclusões que se podem tirar do nosso

estudo:

- Uma primeira conclusão prende-se com as diferenças no comportamento mesónico quando comparado com o cenário a temperatura zero discutida no último capítulo e onde foi verificado que alguns mesões ainda eram estados ligados na região de simetria quirial restaurada. Imediatamente para $T \neq 0$, o limiar $\bar{q}q$ para os diferentes mesões passa a ser a soma das massas constituintes dos quarks (tal como no caso $T \neq 0, \rho_B = 0$) de modo que a transição ocorre agora num ponto específico do plano $T - \rho$. Para os piões (Fig. 7.2) e para os kaões (Fig. 7.3) constata-se a existência uma “linha” que separa duas regiões da superfície: uma região onde os mesões são estados ligados (zona a vermelho) e uma região onde os mesões são ressonâncias, ou seja, onde eles estão no contínuo. A esta linha convencionámos chamar “linha de Mott”. Para o caso do mesão η também se verifica a existência desta “linha de Mott” [26, 200] sendo, no entanto, mais difícil de a visualizar na Fig. 7.4. A questão se esta “linha de Mott” ocorre na fase de simetria quirial restaurada ou não, será analisada na próxima secção.
- Uma característica relevante é que os mesões que possuem uma natureza de bosões de Goldstone, apresentam uma “linha de Mott” bem definida. O mesmo não é tão evidente para o η' . De facto, o comportamento do mesão η' é mais complexo uma vez que não é um bosão de Goldstone, e, no modelo de NJL, é descrito como uma ressonância $\bar{q}q$ para $T = \rho_B = 0$ como podemos verificar na Fig. 7.4. Apenas quando temos $T = 0$ e para $\rho_B > 3.0\rho_0$ é que o η' sai do contínuo tornando-se um estado ligado [26, 200].
- Outra conclusão pertinente é que as diferenças de comportamento entre os diferentes multipletos, e que se devem aos efeitos de muitos corpos, só se verificam para temperaturas muito baixas: à medida que a temperatura aumenta os multipletos apresentam uma forte tendência a degenerar entre si.
- Finalmente, constatamos que os modos de mais baixa energia não se manifestam como estados ligados quando a temperatura é diferente de zero. Tal como no caso em que o modelo incorpora a interacção vector-pseudovector, a transição de fase passa a ser um “crossover”, por isso é natural que os modos de baixa energia não apareçam. Isto reforça a conclusão de que estes modos são típicos de transições de fase de primeira ordem.
- Finalmente, uma conclusão importante é o facto de a “linha de Mott” (e a própria temperatura de Mott) ser diferente para diferentes mesões, o que mostra que a tem-

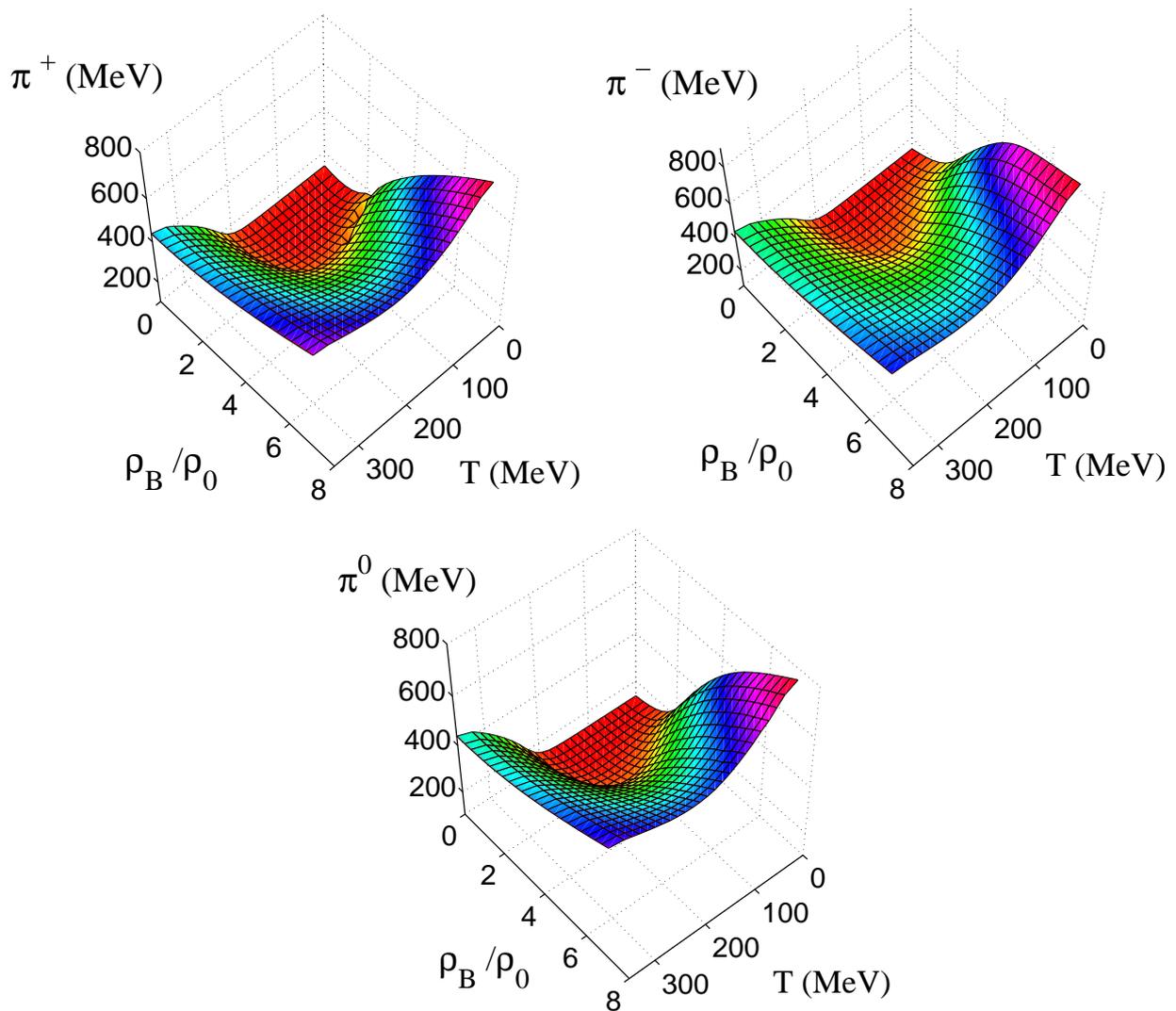


Figura 7.2: Massas dos piões em função da densidade e da temperatura.

peratura de Mott não pode ser um critério unívoco para falar da separação entre fases com simetrias diferentes.

7.2 Restauração efectiva da simetria quiral

No Cap. 5 estudámos a restauração da simetria quiral no modelo de NJL tomando em consideração as propriedades termodinâmicas do sistema. Um dos resultados que se encontrou, foi a existência, no plano $T - \rho$, de uma transição de fase de primeira ordem para temperaturas abaixo de $T_{cl} \sim 56$ MeV. No ponto $T = 56$ MeV, $\rho_B = 1.53\rho_0$ a transição de fase é de segunda ordem (ponto crítico) e para $T > 56$ MeV temos um “crossover” suave.

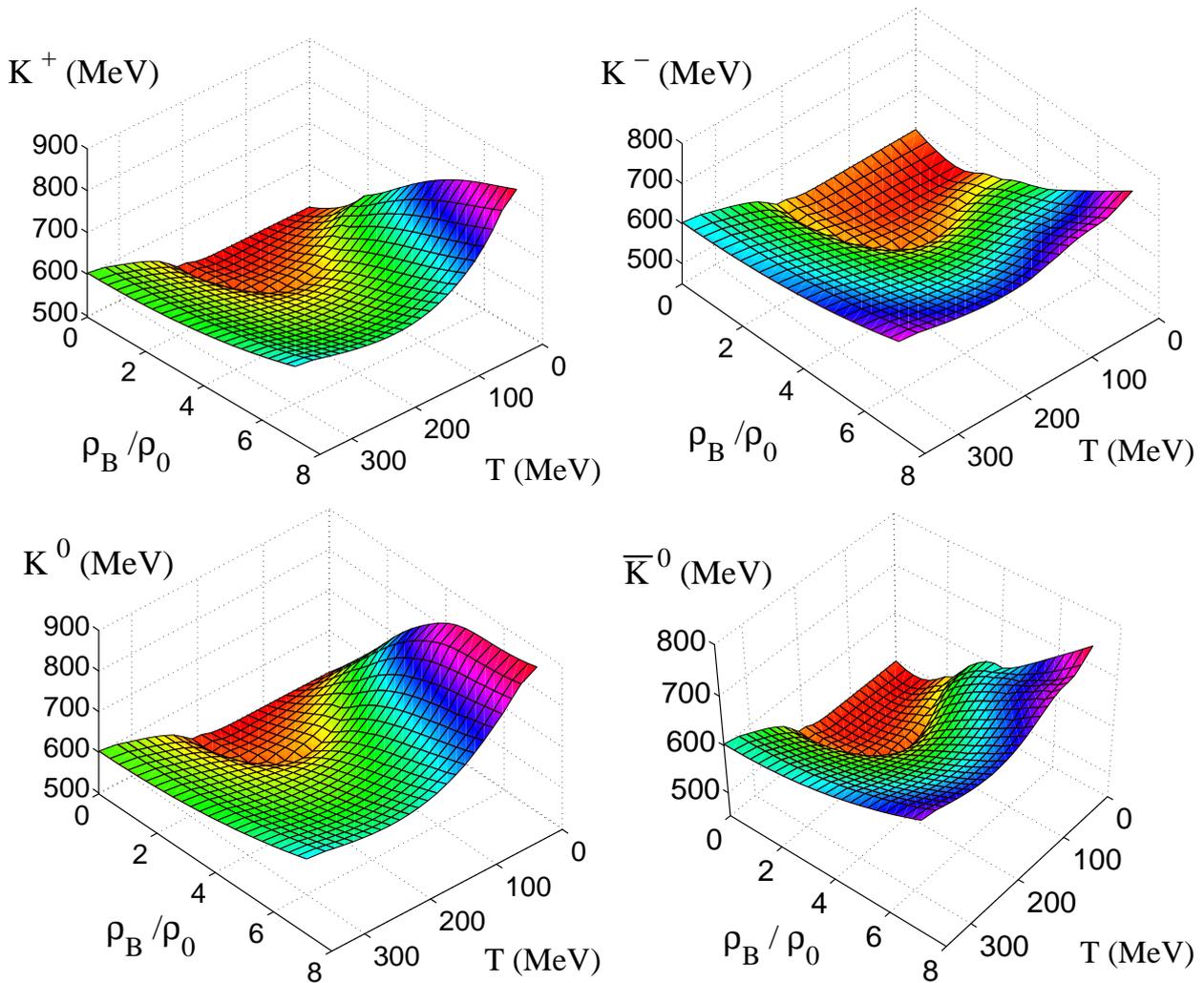


Figura 7.3: Massas dos kaões em função da densidade e da temperatura.

Na secção anterior referiu-se a ambiguidade que é atribuir à temperatura de Mott a separação entre as diferentes regiões uma vez que cada mesão possui uma temperatura de Mott específica. Por outro lado, no estudo efectuado no Cap. 5, identificámos a densidade crítica, para o caso da transição de fase com a densidade, como o segundo zero da pressão (ou equivalentemente, o mínimo absoluto da energia por partícula). A essa densidade ocorre a transição do vácuo para gotas de quarks leves. Nessas gotas a simetria quiral no sector $SU(2)$ estava parcialmente restaurada, visto que as massas dos quarks serem já muito pequenas, embora não precisássemos quão pequenas deveriam ser.

Nesta secção vamos mostrar que é útil assentar um critério para definir a fase de simetria quiral restaurada, a saber: na região para a qual a simetria quiral está **efectivamente** restaurada, os parceiros quirais estão degenerados. Uma vez que a simetria quiral é explicitamente quebrada, o sinal da sua restauração não pode ser o anular das massas

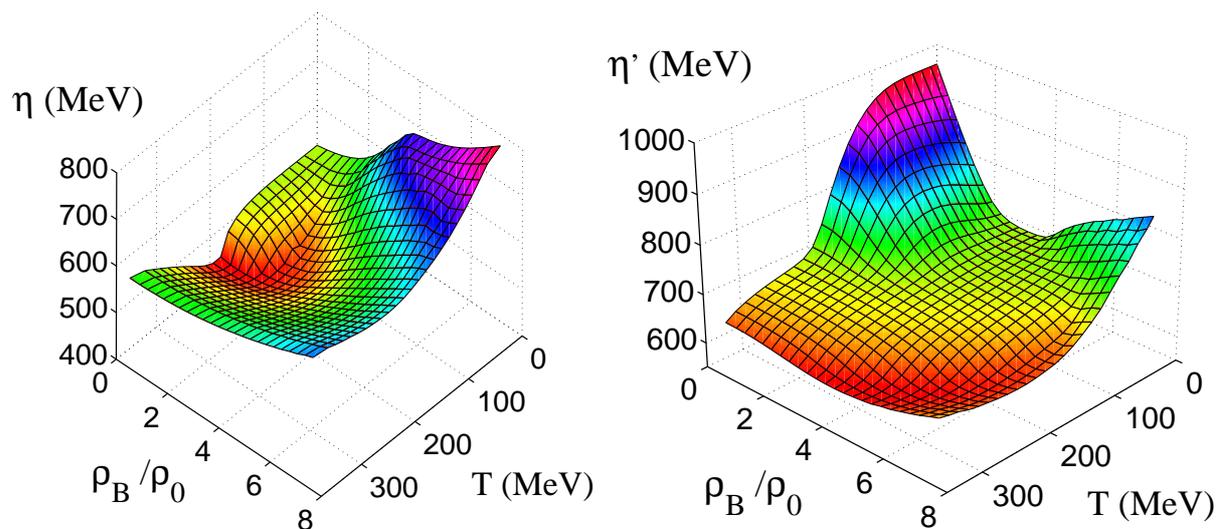


Figura 7.4: Massas dos mesões η e η' em função da densidade e da temperatura.

constituintes dos quarks, M_i , que, ao invés, vão tender assintoticamente para a massa de correntes m_i . A restauração da simetria quiral manifesta-se, sim, pela ocorrência de doublets de paridade, parceiros quirais de paridade oposta que ficam degenerados em massa. Por isso, a identificação dos parceiros quirais e o estudo da sua convergência será o critério para investigar a restauração **efectiva** da simetria quiral.

De facto, isto só acontece no sector SU(2), uma vez que a massa do quark estranho ainda é muito elevada como foi referido na Sec. 5.5. Os parceiros quirais são os mesões π^0 e σ e os mesões η e a_0 . No Cap. 8 estudaremos com detalhe os mesões escalares e pseudoescalares. Como veremos nesses capítulos a degenerescência dos mesões π^0 e σ e dos mesões η e a_0 acontece para a mesma temperatura ou densidade com vista a introduzir as ideias básicas, e por uma questão de simplicidade, aqui trataremos apenas os mesões π^0 e σ .

7.2.1 Comportamento do mesão σ com a temperatura e a densidade

O comportamento do π^0 com a temperatura e a densidade foi discutido na Sec. 7.1.2. Para apresentar o comportamento do mesão σ em função da temperatura e da densidade recorre-se à Eq. (4.95).

Analisando os parceiros quirais de SU(2) (π^0, σ) com a temperatura (Fig. 7.5, painel esquerdo), observa-se que o píon π^0 é sempre um sistema de quarks u e d , não se verificando o mesmo para o mesão σ que possui uma componente de estranheza para $T = 0$ MeV. À medida que a temperatura aumenta a componente de estranheza do σ torna-se cada vez menor até que, para $T \approx 250$ MeV, ele degenera com o π^0 levando à restauração

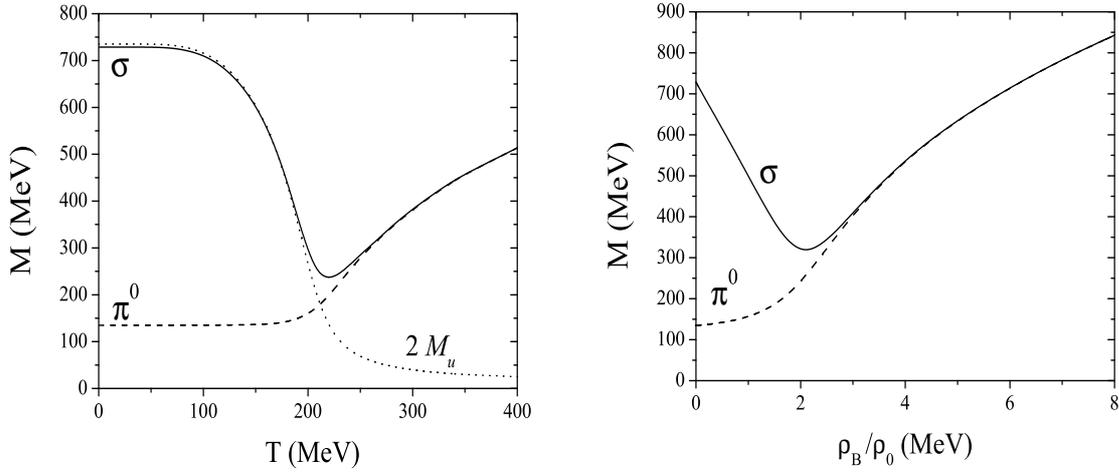


Figura 7.5: Massas dos mesões π^0 e σ em função da temperatura (painel esquerdo) e da densidade (painel direito).

efectiva da simetria quiral no sector não estranho. Aqui importa referir que a degenerescência dos parceiros quirais ocorre numa gama de temperaturas onde os mesões já não são estados ligados. Como vimos na Sec. 7.1.1 o mesão π^0 , dissocia-se em pares $q\bar{q}$ para a temperatura de Mott $T_{M\pi} = 212$ MeV [24, 27]. No caso do σ a sua temperatura de Mott é $T_{M\sigma} = 160$ MeV. Consequentemente, este novo critério diz-nos que a transição de fase ocorre a temperaturas superiores às temperaturas de Mott do pião e do sigma.

O comportamento destes mesões com a densidade é semelhante ao caso $T \neq 0$ e $\rho_B = 0$, como se vê do painel direito da Fig. 7.5, com a diferença que, agora, os parceiros quirais em $SU(2)$ π^0 e σ são sempre estados ligados. Semelhantemente ao caso anterior, à medida que a densidade aumenta o mesão σ vai perdendo a sua componente de estranheza, até que, para $\rho_B = 3\rho_0$, os mesões ficam degenerados.

Uma vez estudados os casos limites vamos calcular a massa do σ em função da temperatura e da densidade. O cenário é o escolhido para os outros mesões pseudoescalares e o resultado está apresentado na Fig. 7.6.

A partir dos gráficos das Figs. 7.2 (para o π^0) e 7.6 podemos obter a curva no plano $T - \rho_B$ que delimita a zona para a qual os mesões estão degenerados (Fig. 7.7). Na Fig. 7.7 também estão representados as “linhas de Mott” para o π^0 e o σ .

A identificação do ponto crítico da restauração da simetria quiral no modelo de NJL tem sido feito a partir de diferentes critérios ao longo dos anos. Por exemplo, M. Asakawa e K. Yazaki usam como critério o decréscimo da massa constituinte dos quarks para metade do seu valor no vácuo ($M_u = M_u(0)/2$) [131]. M. Buballa, por seu turno,

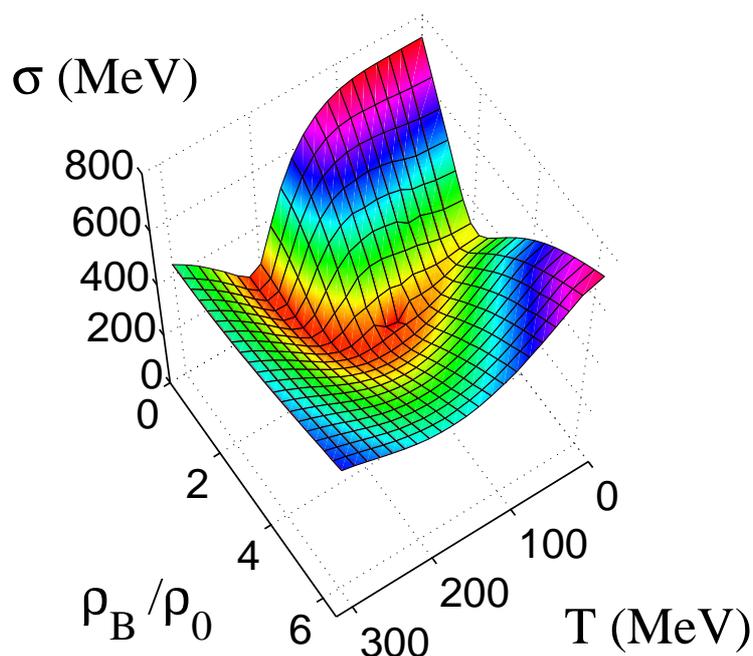


Figura 7.6: Massa do σ em função da densidade e da temperatura.

define a linha de “crossover” pelos pontos de inflexão $\partial^2 M / \partial T^2 = 0$ [37]. Outros autores definem que a temperatura crítica para a restauração da simetria quiral como a temperatura de Mott do pião [153] uma vez que para T_{M_π} a constante de decaimento f_π tende para zero funcionando como um parâmetro de ordem no modelo de NJL.

Ao usarmos o critério da degenerescência da massa dos mesões π^0 e σ para definir o ponto da restauração da simetria quiral, garantimos que todas as quantidades que violam a simetria quiral já são suficientemente pequenas e todas as condições atrás referidas se verificam. Temos, então, a restauração efectiva da simetria quiral. Por exemplo, quando finalmente se verifica $M_\pi = M_\sigma$, as massas constituintes dos quarks u e d já são suficientemente próximas do respectivo valor da a massa de correntes (o condensado de quarks já tem um valor muito baixo).

No estudo que efectuaremos nos próximos capítulos usaremos como critério para a restauração da simetria quiral a degenerescência entre os parceiros quirais π^0 e σ .

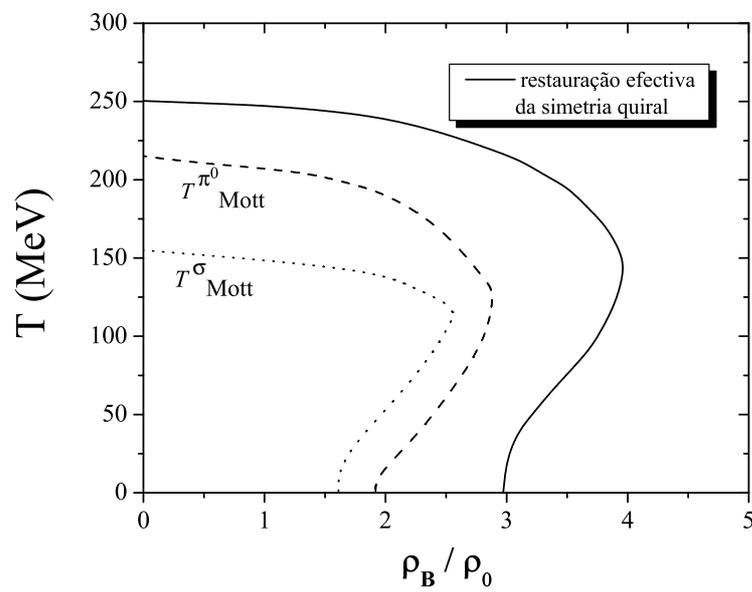


Figura 7.7: Diagrama de fase para o modelo de NJL a partir do estudo dos parceiros quirais: a linha a cheio representa a degenerescência entre os mesões π^0 e σ . Também estão representadas as “linhas de Mott” para estes mesões.

Capítulo 8

Restauração efectiva da simetria quiral e $U_A(1)$ com a temperatura e a densidade

Neste capítulo vamos apresentar um estudo sobre a restauração completa da simetria $U(3)\otimes U(3)$ com temperatura ou densidade finita. A restauração da simetria quiral foi estudada detalhadamente nos capítulos 5 e 7 e, por isso, agora vamos procurar compreender o que acontece com a simetria axial $U_A(1)$. Uma vez que verificámos que a restauração da simetria $U_A(1)$ não ocorre naturalmente como consequência apenas do aumento da temperatura (densidade), vamos estudar a restauração efectiva desta simetria impondo a condição de que o coeficiente da anomalia, a constante de acoplamento g_D , dependa da temperatura (densidade). Para isto, vão ser investigados dois mecanismos que consistem em duas formas diferentes para o coeficiente da anomalia g_D : (i) a forma de g_D é extraída do comportamento da susceptibilidade topológica obtido em cálculos computacionais na rede e, de seguida, procuraremos os sinais da restauração efectiva da simetria axial investigando a convergência dos respectivos parceiros quirais; (ii) a forma de g_D é baseada em argumentos fenomenológicos sugeridos por T. Kunihiro [201]. Estes dois casos serão comparados com os casos limites $g_D = \text{constante}$ e $g_D = 0$.

No caso em que $g_D = 0$, ou seja, onde a interacção efectiva que quebra a simetria $U_A(1)$ está ausente, a parametrização usada será a parametrização **NJL I** que está apresentada na Tabela 4.1. Com esta parametrização, os resultados obtidos para os condensados de quarks a $T = \rho_B = 0$ são bastante satisfatórios. No entanto, os resultados para a parametrização **NJL** mostram claramente a importância do termo da anomalia para a obtenção do espectro mesónico correcto, especialmente no aumento das massas dos mesões η' e a_0 e ainda no desdobramento entre as massas dos mesões π e η , e σ e a_0 .

8.1 Motivação

Como já foi referido no Cap. 3, espera-se que a restauração de simetrias e o desconfinamento possam acontecer em condições extremas de temperatura ou densidade, que serão atingidas em colisões de iões pesados ultra-relativistas ou no interior de estrelas de neutrões. Uma questão interessante, e que ainda se encontra em aberto, é a de saber se a simetria quiral $SU(3) \otimes SU(3)$ e a simetria axial $U_A(1)$ são de facto restauradas e quais os observáveis que contêm informação sobre este fenómeno.

A restauração da simetria quiral, tal como é descrita no âmbito de diversos modelos, tais como o modelo de NJL ou o modelo sigma linear, ocorre como uma consequência natural do aumento da temperatura ou da densidade. No entanto, no que se refere à simetria axial, a situação é diferente: o aumento da temperatura ou da densidade não é suficiente para que os observáveis associados a esta simetria se anulem, pois eles limitam-se a apresentar decréscimos mais ou menos acentuados como já foi referido no Cap. 6 [161, 197, 202, 203, 204, 205, 206, 207, 208].

As simetrias da QCD foram estudadas em detalhe na Sec. 2.1. Em virtude da sua importância para este cálculo, vamos fazer uma breve recapitulação sobre o que foi explorado nessa secção. É bem conhecido que o lagrangiano da QCD (2.1) é simétrico perante as transformações $SU(3) \otimes SU(3)$ e $U_A(1)$, o que implicaria a existência de nove bosões de Goldstone, o que de facto não se verifica, como foi visto na Sec. 2.1. Por outro lado, a simetria $U_A(1)$ não existe ao nível quântico sendo explicitamente quebrada pela anomalia axial [38]. A quebra da simetria $U_A(1)$ pode ser incorporada, a um nível semi-clássico, pelos instantões [39, 40], o que faz com que o mesão η' tenha uma massa próxima de 1 GeV fora do limite quiral. A anomalia $U_A(1)$ é também responsável pela mistura de sabores, que tem o efeito de levantar a degenerescência entre o π^0 e o η , que são degenerados em $U(3)$, mesmo quando a simetria quiral é explicitamente quebrada. Devido à forte mistura entre $(\bar{q}q)_{ns} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\bar{u}u + \bar{d}d)$ e $(\bar{q}q)_s = \bar{s}s$, a mistura ideal não é estabelecida com a consequente violação da regra de OZI tanto para os mesões pseudoescalares como para os mesões escalares. Assim, a restauração da simetria $U_A(1)$ deve ter efeitos observáveis no espectro mesónico, quer para os mesões pseudoescalares como para os mesões escalares, e na fenomenologia dos ângulos de mistura dos mesões.

Assumindo que ambas as simetrias ($SU(N_f) \otimes SU(N_f)$ e $U_A(1)$) são restauradas para temperaturas elevadas, E. Shuryak, em 1994, propôs a existência de dois cenários distintos [183]: no *cenário 1*, $T_{chi} \ll T_{U(1)}$ (sendo T_{chi} a temperatura a que ocorre a restauração da simetria $SU(N_f) \otimes SU(N_f)$ e $T_{U(1)}$ a temperatura a que acontece a restauração da simetria $U_A(1)$) e a restauração completa da simetria $U(N_f) \otimes U(N_f)$ acontece bem dentro da fase do plasma de quarks e gluões; no *cenário 2*, $T_{chi} \approx T_{U(1)}$. O comportamento do mesão

η' [190, 209], ou de observáveis com ele relacionados, como a susceptibilidade topológica χ , podem ajudar a decidir qual o cenário mais realista.

No Cap. 7, assentámos em que o critério a usar para identificar a restauração efectiva da simetria quirial seria o de procurar a degenerescência entre os respectivos parceiros quirais. É geralmente assumido que, se as simetrias $SU(3) \otimes SU(3)$ e $U_A(1)$ forem restauradas, independentemente da restauração acontecer ao mesmo tempo ou não, no final os mesões escalares a_0 e σ e os mesões pseudoescalares π^0 e η ficam degenerados entre si. É esse comportamento que se vai procurar nas próximas secções. Analisaremos também os mesões η' e f_0 , que se espera terem comportamentos mais complexos, procurando a possibilidade (ou não) da sua convergência.

Uma vez que o comportamento da susceptibilidade topológica com a temperatura, segundo os cálculos na rede, é uma das principais motivações para este trabalho, vamos começar por focar a nossa atenção na susceptibilidade topológica.

8.2 A susceptibilidade topológica, χ , no modelo de NJL

A susceptibilidade topológica, χ , é essencial para o estudo do problema da restauração da simetria $U_A(1)$ tendo sido realizados diversos estudos associando o comportamento de χ com a restauração da referida simetria a temperaturas elevadas. De facto, nas teorias de padrão em $SU(3)$, χ pode ser relacionado com a a massa do mesão η' através da fórmula de Witten–Veneziano [210, 211]

$$\frac{2N_f}{f_\pi^2} \chi_{pure}(0) = M_\eta^2 + M_{\eta'}^2 - 2M_K^2. \quad (8.1)$$

Resultados de cálculos computacionais na rede, quer com quarks dinâmicos [212, 213], quer na aproximação “quenched” [214, 215], indicam um decréscimo acentuado do valor de χ para a temperatura de desconfinamento, mostrando uma aparente restauração da simetria $U_A(1)$. Resultados preliminares mostram também um acentuado decréscimo de χ à medida que a densidade bariónica aumenta [216].

Passemos a apresentar a susceptibilidade topológica no âmbito do modelo de NJL. Este cálculo foi primeiramente realizado por K. Fukushima e colaboradores em [217].

Comecemos pela definição de χ . A densidade lagrangiana da QCD é dada por

$$\mathcal{L}_{QCD} = \bar{q} (i\gamma^\mu D_\mu - \hat{m}) q - \frac{1}{4} F_{\mu\nu}^a F_a^{\mu\nu} + \theta Q, \quad (8.2)$$

onde θ é o ângulo de vácuo da QCD, e Q é a densidade de carga topológica definida por

$$Q(x) = \frac{g^2}{32\pi^2} F_{\mu\nu}^a \tilde{F}_a^{\mu\nu}. \quad (8.3)$$

A densidade de energia no vácuo ε pode ser escrita no formalismo dos integrais de caminho como

$$e^{-\varepsilon VT} = \int \mathcal{D}A_\mu \mathcal{D}\bar{q} \mathcal{D}q e^{\int d^4x \mathcal{L}_{\text{QCD}}} \equiv Z, \quad (8.4)$$

onde V é o volume. A susceptibilidade topológica χ é definida como a segunda derivada de ε em ordem a θ para $\theta = 0$,

$$\chi \equiv \left. \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial \theta^2} \right|_{\theta=0} = \int d^4x e^{-kx} \langle 0 | T Q(x) Q(0) | 0 \rangle_{\text{conexos}}, \quad (8.5)$$

onde T é o operador de ordenação temporal, e o índice ‘conexos’ significa que se deve ter em conta a contribuição de todos os diagramas conexos. Consequentemente, para calcular χ no modelo de NJL, é necessário encontrar o $Q(x)$ equivalente que, segundo os autores de [217], é da forma

$$Q(x) = ig_D [\det \Phi - (\det \Phi)^*], \quad (8.6)$$

com $\Phi_{ij} = \bar{q}_i (1 - \gamma_5) q_j$. Após um cálculo consideravelmente extenso, chega-se à expressão da susceptibilidade topológica χ no modelo de NJL¹:

$$\begin{aligned} \chi = & 4g_D^2 \left[2\Pi_{uu}^P(0) \langle \langle \bar{q}_u q_u \rangle \rangle^2 \langle \langle \bar{q}_s q_s \rangle \rangle^2 + \Pi_{ss}^P(0) \langle \langle \bar{q}_u q_u \rangle \rangle^4 \right. \\ & + \left\{ \frac{1}{\sqrt{3}} \langle \langle \bar{q}_u q_u \rangle \rangle (\langle \langle \bar{q}_s q_s \rangle \rangle - \langle \langle \bar{q}_u q_u \rangle \rangle) \begin{pmatrix} \Pi_{88}^P \\ \Pi_{80}^P \end{pmatrix}^t \right. \\ & + \left. \frac{1}{\sqrt{6}} \langle \langle \bar{q}_u q_u \rangle \rangle (2 \langle \langle \bar{q}_s q_s \rangle \rangle + \langle \langle \bar{q}_u q_u \rangle \rangle) \begin{pmatrix} \Pi_{08}^P \\ \Pi_{00}^P \end{pmatrix}^t \right\} \\ & \times 2\hat{K} (1 - 2\hat{\Pi}\hat{K})^{-1} \\ & \times \left\{ \frac{1}{\sqrt{3}} \langle \langle \bar{q}_u q_u \rangle \rangle (\langle \langle \bar{q}_s q_s \rangle \rangle - \langle \langle \bar{q}_u q_u \rangle \rangle) \begin{pmatrix} \Pi_{88}^P \\ \Pi_{08}^P \end{pmatrix} \right. \\ & \left. + \frac{1}{\sqrt{6}} \langle \langle \bar{q}_u q_u \rangle \rangle (2 \langle \langle \bar{q}_s q_s \rangle \rangle + \langle \langle \bar{q}_u q_u \rangle \rangle) \begin{pmatrix} \Pi_{80}^P \\ \Pi_{00}^P \end{pmatrix} \right\} \Big]. \quad (8.7) \end{aligned}$$

8.3 A restauração efectiva da simetria $U_A(1)$ com a temperatura

Vamos começar por abordar a restauração da simetria $U_A(1)$ para o sistema a temperatura finita e a densidade bariónica igual a zero.

¹Por uma questão de simplicidade fazemos $M_u = M_d$.

Em modelos quirais, quando o termo da anomalia é constante, apesar de se verificar um decréscimo nos parâmetros de ordem, a simetria $U_A(1)$ não é restaurada [27, 197, 207] devido ao facto de o condensado de quarks estranhos não decrescer o suficiente [206]. Todavia, a restauração efectiva da simetria $U_A(1)$ pode ser alcançada assumindo que o coeficiente do termo da anomalia (g_D no presente caso) é uma função decrescente da temperatura.

Em 1998, dois estudos independentes no âmbito do modelo de NJL, realizados por R. Alkofer e colaboradores [209] e por T. Kunihiro [201], propuseram que o coeficiente da anomalia, g_D , dependesse da temperatura. Em ambos os estudos foram utilizados argumentos fenomenológicos, sendo que em [201] $g_D(T)$ tem a forma de uma exponencial decrescente. Recentemente, novo impulso foi dado a este problema com o aparecimento dos resultados para a susceptibilidade topológica na rede em função da temperatura $\chi^{\text{Rede}}(T)$ [215]. A partir destes resultados, foi possível modelar formas possíveis para a curva de $g_D(T)$. J. Schaffner-Bielich em 1999 [206] trabalhou nesta perspectiva no âmbito do modelo sigma linear, enquanto K. Fukushima e colaboradores em 2001 [217, 218] obtiveram a forma de $g_D(T)$ no modelo de NJL.

A metodologia por nós adoptada no que respeita à forma de $g_D(T)$, baseia-se no estudo efectuado na Ref. [217]. A partir dos resultados dos cálculos na rede para $\chi^{\text{Rede}}(T)$ [215], representados no painel esquerdo da Fig. 8.1, fazemos o ajuste aos pontos usando uma função de Fermi. A curva obtida está representada a tracejado no painel esquerdo da Fig. 8.1: para $T = 0$, temos $\chi(0) = (179 \text{ MeV})^4$ e, à medida que a temperatura aumenta, χ é praticamente constante até $T \approx 150 \text{ MeV}$ (a temperatura de transição para o desconfinamento [69, 219]), decrescendo abruptamente a partir desse valor de T tendendo assintoticamente para zero. Usando, então, a Eq. (8.7) podemos extrair a dependência temporal do coeficiente da anomalia $g_D(T)$. Na Fig. 8.1, painel esquerdo, está também representada a curva para χ quando usamos, como até aqui, $g_D = -12.36/\Lambda^5 = \text{constante}$.

A discussão sobre a possível restauração das simetrias quiral e axial que se efectuará de seguida, é baseada na análise do comportamento dos parceiros quirais tal como em [206]. Também foi visto no Cap. 7 que, quando se dá a degenerescência entre os parceiros quirais, todos os parâmetros de ordem têm valores suficientemente pequenos podendo ser considerado que a simetria quiral no sector $SU(2)$, se encontra efectivamente restaurada. O nosso estudo será ainda complementado pela análise dos ângulos de mistura.

Na Sec. 5.4, com $T \neq 0$ e $\rho_B = 0$, usou-se um valor de g_D constante e verificou-se que a transição para a fase de simetria quiral restaurada ocorria sobre a forma de um “crossover” e a temperatura encontrada era de $T \approx 250 \text{ MeV}$. Agora, usando $g_D(T)$ representado no painel direito da Fig. 8.1 pela curva a tracejado, concluímos que contrariamente ao en-

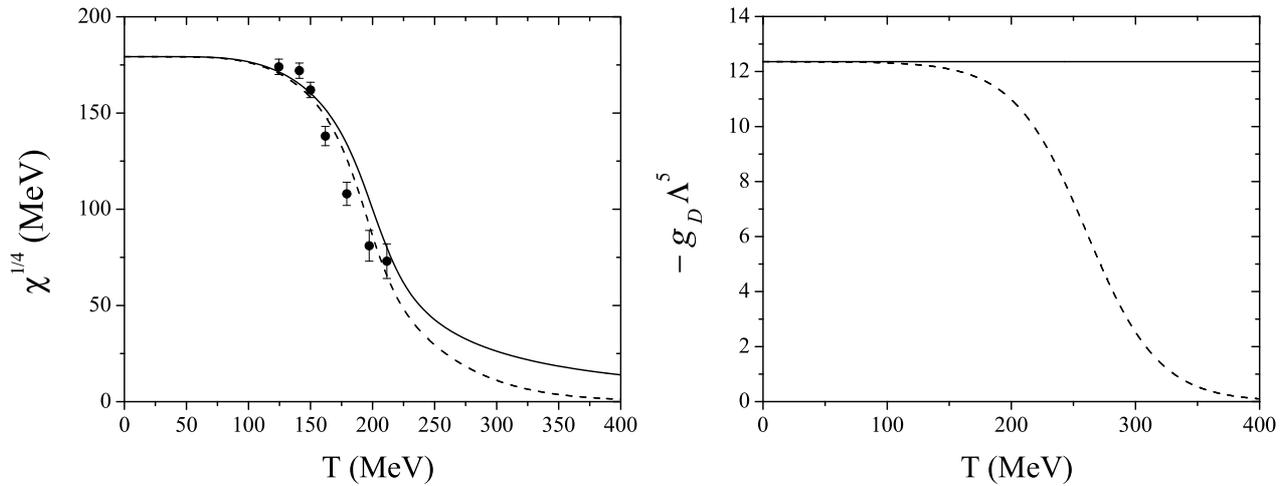


Figura 8.1: Painel esquerdo: pontos para a susceptibilidade topológica calculados na rede com as respectivas barras de erro [215]. A linha a tracejado representa o nosso ajuste aos pontos da rede. A linha a cheio representa o cálculo de χ usando a Eq. (8.7) com g_D constante. Painel direito: g_D em função da temperatura (linha a tracejado) obtida a partir do nosso ajuste para χ .

contrado em [201, 206], a restauração efectiva da simetria quiral no sector não estranho acontece para a mesma temperatura de $T \approx 250$ MeV, atendendo a que os parceiros quirais (π^0, σ) e (a_0, η) se tornam degenerados (Fig. 8.2). Para $T \approx 350$ MeV os quatro mesões a_0, σ, π^0 e η ficam degenerados o que significa a restauração efectiva da simetria $U_A(1)$. De facto, se esta não se verificasse a massa do mesão a_0 aumentaria de tal modo que nunca encontraria a massa do mesão π^0 , sendo este argumento válido para os mesões σ e η , como veremos mais adiante. Com efeito, se recordarmos a Tabela 2.4 o termo de 't Hooft actua de forma oposta para os mesões pseudoescalares e escalares. Assim, só após a restauração efectiva da simetria $U_A(1)$ podemos recuperar a degenerescência entre os parceiros quirais em $SU(3)$ (π^0, a_0) e (η, σ). Porém, as massas dos mesões η' e f_0 não mostram uma tendência clara para convergirem entre si na região de temperaturas estudadas como ilustra a Fig. 8.2. Isto prende-se com o facto de, para $T > 350$ MeV, estes mesões serem sistemas puramente estranhos e a simetria quiral neste sector ainda estar longe de ser restaurada.

O estudo complementar dos ângulos de mistura (θ_P para o sector pseudoescalar e θ_S para o sector escalar) em função da temperatura permite um melhor entendimento dos comportamento dos mesões pela evolução da sua estrutura de quarks, fornecendo informações adicionais sobre a restauração da simetria axial: θ_S têm um valor de 16°

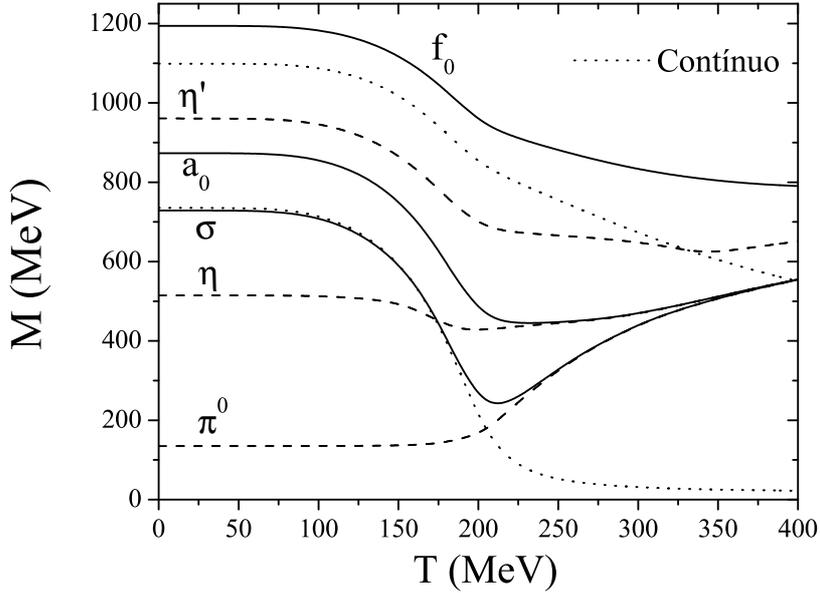


Figura 8.2: Massa dos mesões em função da temperatura. As linhas a ponteadas representam os limiares do contínuo $2M_u$ (linha inferior) e $2M_s$ (linha superior).

para $T = 0$ MeV e cresce suavemente até atingir o valor de 35.264° , o ângulo de mistura ideal; θ_p têm um valor de -5.8° para $T = 0$ e decresce suavemente até atingir o ângulo de mistura ideal -54.7° (ver Fig. 8.3). Isto significa que a mistura de sabores já não se verifica. De facto, o mesão a_0 é sempre um sistema de quarks não estranho (como se constata pela análise da relação de dispersão dada pela Eq. (4.81)) enquanto o mesão η possui uma componente de estranheza para $T = 0$ MeV, tornando-se um sistema de quarks não estranho quando θ_p atinge o valor de -54.7° para $T \approx 350$ MeV. A esta temperatura as massas do a_0 e do η ficam degeneradas (Fig. 8.2). Analisando os parceiros quirais de $SU(2)$ (π^0, σ), observa-se que o pião π^0 é sempre um sistema de quarks u e d , não se verificando o mesmo para o mesão σ que possui uma componente de estranheza para $T = 0$ MeV, como foi referido na Sec. 7.2.1. À medida que a temperatura aumenta a componente de estranheza do σ torna-se cada vez menor até que ele se torna um estado não estranho puro quando θ_s atinge 35.264° para $T \approx 350$ MeV.

Fazendo um resumo da discussão anterior, conclui-se que para $T \approx 350$ MeV os mesões π^0, σ, η e a_0 ficam degenerados, χ tende assintoticamente para zero (por construção) e a regra de OZI é restaurada. Estes resultados indicam a restauração efectiva da simetria $U_A(1)$ com a temperatura para a densidade bariónica nula que é compatível com o cenário 1 proposto por E. Shuryak [183]. De facto, os sinais para a restauração efectiva

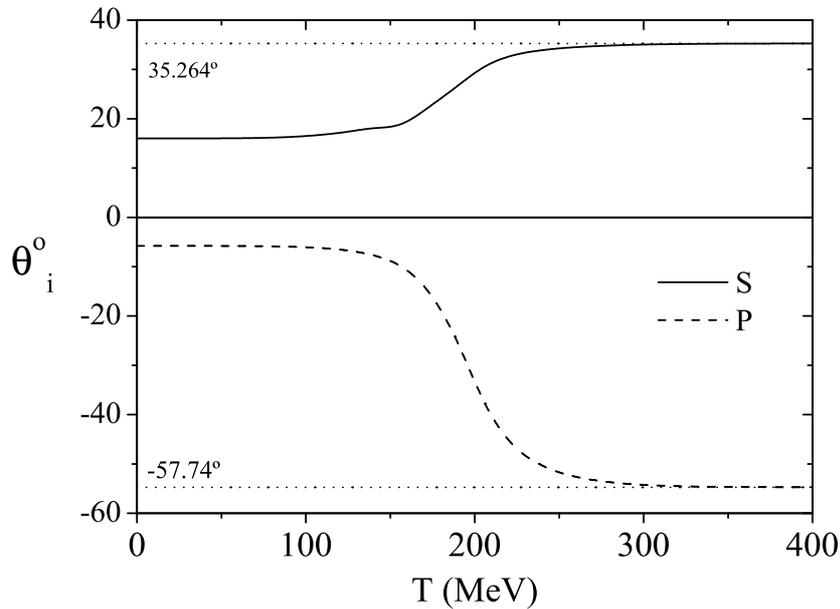


Figura 8.3: Dependência da temperatura para os ângulos de mistura: linha a cheio para o sector escalar; linha a tracejado para o sector pseudoescalar. A linha a ponteados representa o valor para os ângulos de mistura ideais.

da simetria $U_A(1)$ ocorrem para temperaturas moderadas onde os sinais da restauração completa da simetria $U(3) \otimes U(3)$ ainda não são visíveis.

É importante referir que a nossa análise da restauração de simetrias é baseada na degenerescência dos parceiros quirais e que ocorre numa gama de temperaturas onde os mesões já não são estados ligados. Como vimos na Sec. 7.1.1 os mesões π^0 , σ e η dissociam-se em pares $\bar{q}q$ à respectiva temperatura de Mott [24, 27], sendo que os mesões a_0 , η' e f_0 são sempre ressonâncias $\bar{q}q$ pelo que não podemos considerar a sua descrição completamente satisfatória. Apesar das limitações apontadas, fica a descrição do mecanismo que conduz à restauração da simetria $U_A(1)$ no modelo de NJL.

Do estudo levado a cabo nesta secção podemos destacar os seguintes pontos fundamentais:

- A implementação de um critério que combina o comportamento da susceptibilidade topológica, inspirado em cálculos na rede, com a convergência dos parceiros quirais apropriados, permite concluir pela restauração da simetria $U_A(1)$ para temperaturas elevadas;
- Os resultados obtidos para o caso a temperatura finita são compatíveis com o cená-

rio 1 de Shuryak: os sinais para a restauração efectiva da simetria $U_A(1)$ ocorrem para temperaturas onde a restauração completa da simetria $U(3) \otimes U(3)$ ainda não é visível.

8.4 Cenários da restauração da simetria axial e condições do meio

O estudo apresentado na secção anterior incorpora os conceitos chave e metodologias do trabalho apresentado no presente capítulo. Iremos de seguida apresentar as linhas gerais de uma diversificação deste estudo, que inclui diversos cenários para o meio e formas alternativas para o coeficiente da anomalia.

O argumento de que não existe nenhuma razão para que os parâmetros que fixam o modelo no vácuo não dependam da densidade ou da temperatura tem sido investigado há já alguns anos [201, 209, 217]. A forma precisa de $g_D(T)$ para temperaturas abaixo da temperatura de transição quiral não é conhecida [191] e, por isso, no estudo que se segue vão ser considerados três esquemas diferentes para a forma de g_D para $g_D \neq 0$. Assim, após se considerar o caso limite em que o coeficiente da anomalia é constante, vão ser propostos outros dois cenários para estudar a restauração efectiva da simetria axial como está apresentado na Tabela 8.1:

Caso I: o coeficiente da anomalia g_D é constante para toda a gama de temperaturas e densidades. Este tratamento será utilizado como ponto de partida para o nosso estudo.

Caso II: o coeficiente da anomalia g_D é uma função da temperatura ou da densidade. Para o caso $T \neq 0$, a dependência usada foi descrita na secção anterior, ou seja, a forma de g_D é modelada a partir dos cálculos computacionais na rede para a susceptibilidade topológica χ [215]. Para o caso a densidade finita ainda não existem resultados definitivos dos cálculos computacionais na rede para χ . No entanto, e como os resultados preliminares sugerem que χ também decresce, é razoável fazer uma extrapolação para a forma de χ , a partir dos resultados para a temperatura, sendo depois possível extrair a forma de g_D .

Caso III: o coeficiente da anomalia g_D tem a forma de uma exponencial decrescente

$$g_D(T) = g_D(0)e^{-(T/T_0)^2} \quad (8.8)$$

para o caso a temperatura finita. Este comportamento de $g_D(T)$ foi proposto, para o modelo de NJL, por T. Kunihiro com base em considerações fenomenológicas [201]. De facto, M. Velkovsky e E. Shuryak mostraram que, para temperaturas baixas e $T < f_\pi$, a densidade de instantões tem uma dependência bastante fraca em T [220]. Por seu turno, R. Pisarski e F. Wilczek [221] e E. Shuryak [183] argumentam que os efeitos dos instantões devem ser suprimidos de uma ordem de grandeza para a temperatura de transição se os

Tabela 8.1: As diferentes maneiras de quebrar explicitamente a simetria axial em função da temperatura (densidade).

	Coeficiente da anomalia g_D
Caso I	Constante
Caso II	Função de Fermi
Caso III	Exponencial decrescente

instantões forem os responsáveis pela quebra espontânea da simetria axial. Isto indica uma dependência na temperatura bastante forte dos efeitos dos instantões à medida que a temperatura se aproxima da temperatura de transição. Para modelar esta dependência usa-se a expressão (8.8) [201, 220, 222] onde $T_0 \simeq 100 - 200$ MeV [191]. No estudo que vamos efectuar de seguida, toma-se $T_0 = 100$ MeV, o que vai permitir que a restauração efectiva da simetria axial seja simultânea à restauração efectiva da simetria quiral (*cenário 2* de Shuryak), como veremos. A dependência na densidade do coeficiente da anomalia é considerada formalmente semelhante ao caso a temperatura finita tendo a seguinte forma:

$$g_D(\rho) = g_D(0)e^{-(\rho/\rho_0)^2}. \quad (8.9)$$

Para completar o estudo que é proposto, vai ser considerado um outro caso limite: $\mathbf{g}_D = \mathbf{0}$, utilizando a parametrização **NJL I** da Tabela 4.1. Neste caso o lagrangiano (4.1) possui simetria axial. Espera-se que este cenário forneça informação adicional sobre os papeis desempenhados pela anomalia $U_A(1)$ e os efeitos da quebra da simetria quiral e no sabor. Então, para $g_D = 0$ poder-se-á ver quais os mesões que degeneram entre si na presença da simetria $U_A(1)$ e verificar se os resultados obtidos para os Casos I, II e III estão de acordo com os resultados obtidos para $g_D = 0$.

No estudo que se segue, os quatro cenários atrás definidos vão ser analisados em função da temperatura e da densidade no sentido de compreender os padrões de comportamento da simetria axial.

Para um melhor entendimento dos efeitos que a densidade introduz, vamos considerar dois cenários para a matéria de quarks: (i) matéria completamente simétrica; e (ii) matéria de “neutrões” em equilíbrio β .

Uma vez que para todos os casos a simetria quiral é explicitamente quebrada pela presença de massas de correntes não nulas, a restauração efectiva da simetria quiral é assinalada pela degenerescência dos parceiros quirais em detrimento do comportamento dos parâmetros de ordem do vácuo. Também a restauração efectiva da simetria axial será analisada à luz do comportamento dos respectivos parceiros quirais.

8.5 Resultados para matéria a temperatura finita e densidade zero

Como já foi referido, no modelo de NJL, a anomalia é introduzida pela interacção de 't Hooft e os seus efeitos fazem-se sentir explicitamente nas equações do “gap” e nos propagadores dos mesões através de um produto entre o coeficiente da anomalia g_D e os condensados de quarks (ver as expressões S_{ab} e P_{ab} dadas pelas Eqs. (4.8) e (4.9), respectivamente). Estas quantidades actuam como uma espécie de “acoplamento anómalo efectivo” que, daqui em diante, será designado por $\langle g_D \rangle_i = g_D \langle \bar{q}_i q_i \rangle$. O desaparecimento deste acoplamento efectivo deve implicar o desaparecimento dos observáveis associados à anomalia axial. No entanto, e como foi visto na Sec. 8.3, no presente modelo isto não acontece sem ser “forçado”. De facto, para $\langle g_D \rangle_i$ tender para zero é necessário assumir que o coeficiente da anomalia é uma função decrescente da temperatura ou da densidade.

Nesta secção vamos investigar a influência da restauração da simetria $U_A(1)$ no espectro mesónico para temperatura finita.

Para começar, é importante apresentar o comportamento das massas dos quarks bem como das quantidades $\langle g_D \rangle_i$ para os Casos I, II e III em função da temperatura, Fig. 8.4. Uma característica interessante que se depreende da observação do painel superior da Fig. 8.4, é que os observáveis que dependem do coeficiente da anomalia somente através de $\langle g_D \rangle_u$ ($\langle g_D \rangle_d$), não vão ser significativamente afectados pela dependência específica de g_D para temperaturas elevadas. Isto deve-se à restauração parcial da simetria quiral no sector não estranho em virtude dos condensados de quarks $\langle \bar{u}u \rangle$ e $\langle \bar{d}d \rangle$ tenderem assintoticamente para zero. Para $\langle g_D \rangle_s$ o panorama é diferente e espera-se que o seu efeito se faça sentir de maneira específica para cada um dos Casos I, II e III.

Outra nota importante a reter desta figura, no painel inferior, prende-se com a constatação de que a massa do quark s , M_s , é praticamente independente da forma de g_D a partir $T \approx 250$ MeV o que é explicado pelas equações do “gap” (4.105) e pelo facto de $\langle g_D \rangle_u$ tender para zero. Este comportamento tem implicações relevantes nas massas de alguns mesões.

8.5.1 Quebra explícita da simetria quiral com anomalia $U_A(1)$

Caso I. Vamos começar pela análise do Caso I, que está representado nos painéis a) e b) da Fig. 8.5, uma vez que ele será comparado com os outros casos em discussão. No painel b) temos a massa do kaão e do seu parceiro quiral κ (como já vimos, os quatro kaões são degenerados para o caso de $T \neq 0$ e $\rho_B = 0$, o mesmo sucede para os quatro mesões escalares κ). No painel a) estão representados os outros mesões escalares e pseudoescalares: σ , f_0 , a_0 , π , η e η' . Em ambos os gráficos, e para todos os gráficos da Fig. 8.5,

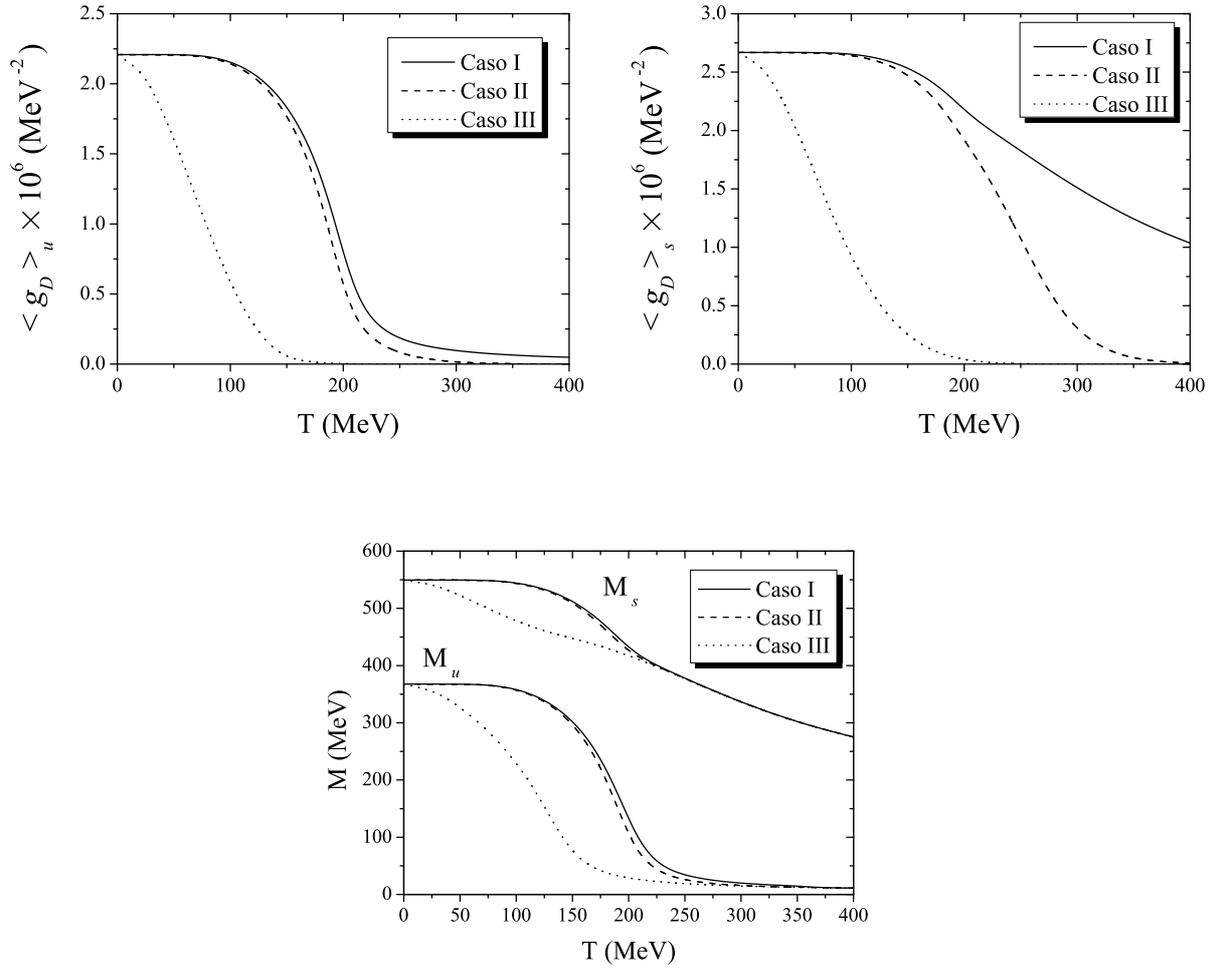


Figura 8.4: Painel superior: $\langle g_D \rangle_i$ em função da temperatura para os Casos em estudo. Painel inferior: dependência da temperatura para as massas dos quarks para os referidos Casos.

as linhas a ponteadas representam o respectivo contínuo.

Fazendo um breve sumário do que vimos até aqui sobre o comportamento dos mesões pseudoescalares para temperatura finita, temos que:

- i) As temperaturas de Mott para os mesões π e η são $T_{M_\eta} = 180 \text{ MeV}$ e $T_{M_\pi} = 212 \text{ MeV}$ respectivamente. Os mesões π e K tornam-se estados não ligados para aproximadamente a mesma temperatura: $T_{M_K} = 210 \text{ MeV}$. Por outro lado, o mesão η' está sempre acima do contínuo $\omega_u = 2M_u$, e o η possui uma componente de estranheza para todas as temperaturas (que se torna mais pequena à medida que a temperatura aumenta), uma vez que o ângulo de mistura θ_P nunca atinge o valor ideal de -54.736° (ver linha a cheio na Fig. 8.6).

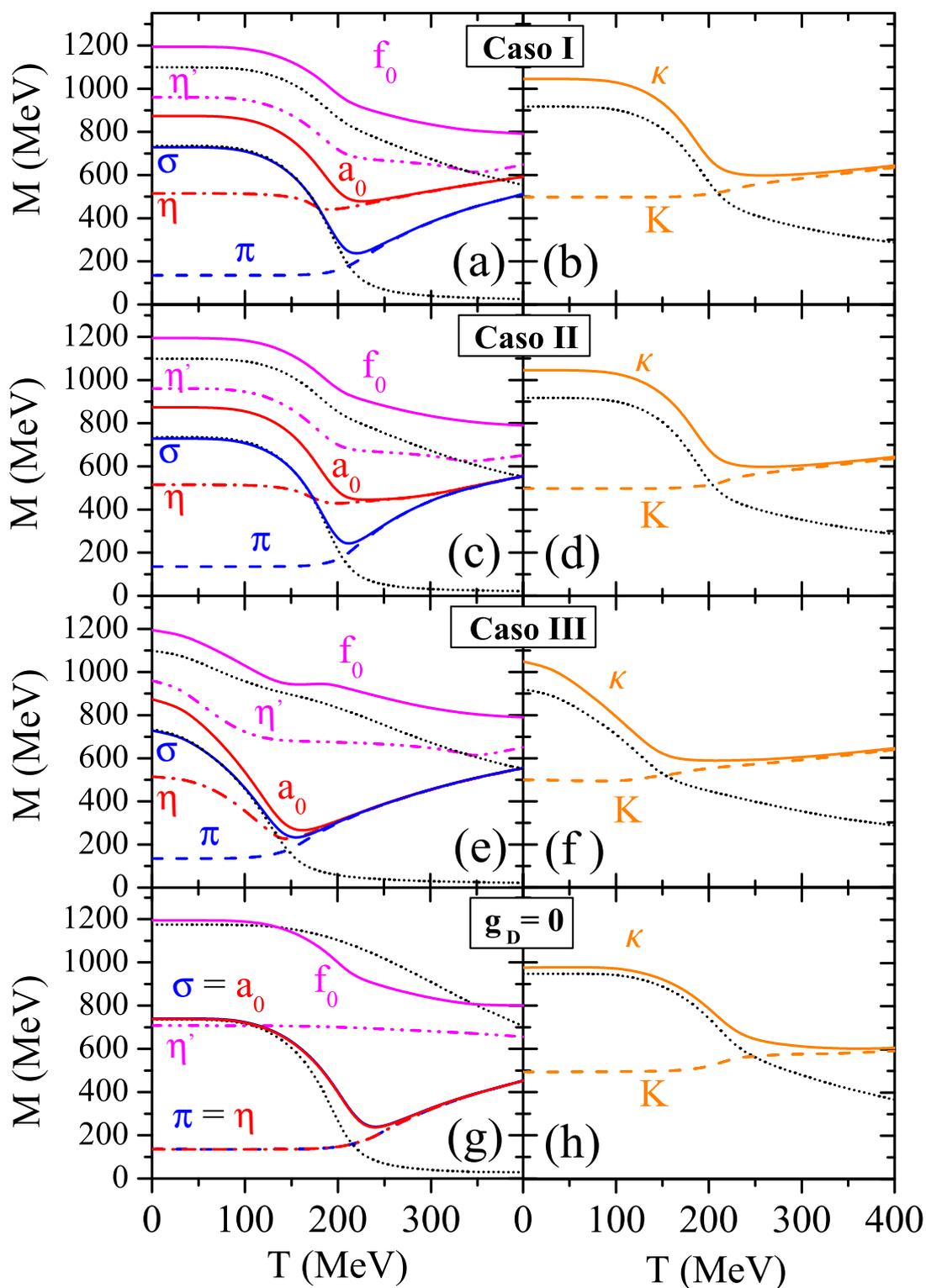


Figura 8.5: Massas dos mesões em função da temperatura para os diferentes casos considerados. Estão também representados os limites do contínuo $2M_u$ e $2M_s$ para o painel esquerdo e $M_u + M_s$ para o painel direito (curvas a ponteadas).

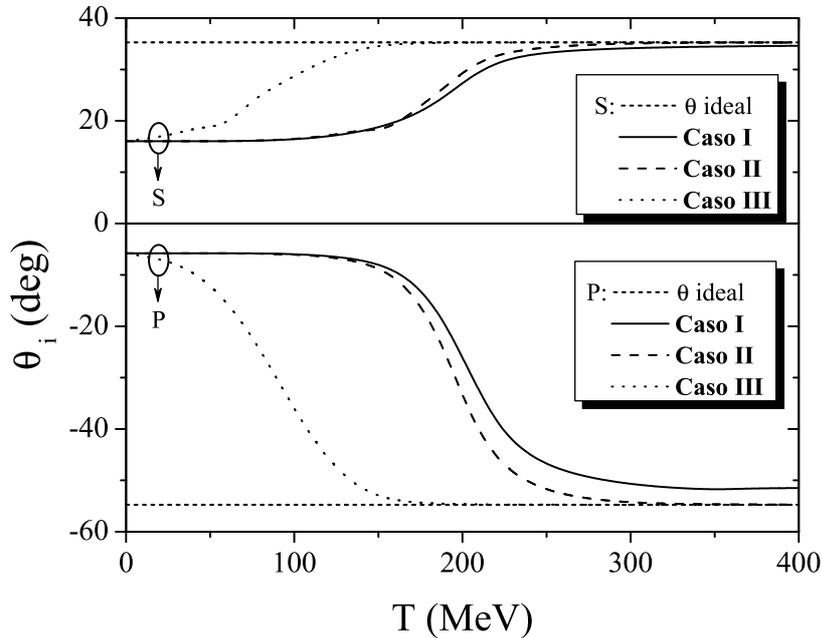


Figura 8.6: Ângulos de mistura escalares e pseudoescalares em função da temperatura para os casos apresentados na Tabela 8.1.

- ii) Quanto ao sector escalar, o mesão σ foi estudado na Sec. 7.2.1. As principais conclusões foram que o σ é um estado ligado até $T_{M_\sigma} = 160$ MeV (todos os outros mesões escalares são ressonâncias como veremos) e possui uma componente de estranheza para $T = 0$. A percentagem de estranheza, $(\bar{q}q)_s = \bar{s}s$, diminui com a temperatura (mas não se torna nula) e o ângulo de mistura tende para o ângulo de mistura ideal, $\theta_S = 35.264^\circ$, sem contudo, o atingir (ver Fig. 8.6). Para $T \gtrsim 250$ MeV a massa do σ fica degenerada com a massa do π .
- iii) No que se refere ao mesão a_0 , ele é sempre um sistema não estranho e é uma ressonância para toda a gama de temperaturas. Tal como para os mesões $\pi - \sigma$, os mesões $\eta - a_0$ tornam-se degenerados à mesma temperatura, como se constata da observação da Fig. 8.5 para o Caso I. Como foi mostrado na Sec. 8.3, este comportamento é um sinal da restauração efectiva da simetria quiral no sector não estranho. O par quiral (η', f_0) tem um comportamento distinto uma vez que os mesões não mostram uma tendência para convergir entre si. Este comportamento é interpretado como uma indicação clara de que a simetria quiral no sector estranho ainda não foi restaurada.

Tabela 8.2: Temperatura de transição para os diferentes casos.

Temp. de transição	Caso I	Caso II	Caso III	$g_D = 0$
SU(2)	250 MeV	250 MeV	225 MeV	300 MeV
$U_A(1)$		350 MeV	225 MeV	

Finalmente, chama-se a atenção para o mesão κ representado no painel b), da Fig. 8.5. Este mesão é sempre um estado não ligado e, à medida que a temperatura aumenta, tende a ficar degenerado com o kaão. Na Tabela 8.2 estão apresentadas as temperaturas a que ocorrem as transições de fase para os diferentes casos abordados nesta secção. As massas dos correspondentes parceiros quirais ficam degeneradas para valores da temperatura superiores às temperaturas referidas.

Resumindo o Caso I, constata-se que os parceiros quirais em SU(2), (π, σ) e (a_0, η) , tornam-se degenerados a $T \approx 250$ MeV e o mesmo acontece para o par (K, κ) para $T \approx 350$ MeV. No que diz respeito aos mesões η' e f_0 , estes mesões não mostram uma tendência para convergir na região de temperaturas estudada. Observando ainda o comportamento da susceptibilidade topológica (ver Fig. 8.7, Caso I), verifica-se que, apesar de decrescer, o seu valor ainda está longe de ser zero. Por todas estas razões, conclui-se que a simetria axial não é restaurada para temperaturas elevadas no presente caso.

Caso II. Os resultados para o Caso II, no que aos mesões $\sigma, f_0, a_0, \pi, \eta$ e η' diz respeito, (painel c) da Fig. 8.5), foi tratado de uma forma bastante detalhada na Sec. 8.3. De recordar que este caso foi o nosso ponto de partida para o estudo da restauração efectiva da simetria $U_A(1)$. De uma forma sucinta vamos apresentar as principais conclusões aí obtidas: para $T \approx 250$ MeV os parceiros quirais em SU(2) ficavam degenerados, ao passo que para $T \approx 350$ MeV o mesmo acontece com os mesões π, σ, η e a_0 . De facto, para este valor da temperatura a susceptibilidade topológica, χ , tende, por construção, para zero de uma forma assintótica (Fig. 8.7, Caso II) e a regra de OZI é restaurada. Estes resultados levaram-nos a concluir pela restauração efectiva da simetria $U_A(1)$ o que não se verificou para o Caso I, como vimos no início desta secção.

Na continuação do estudo do Caso II, vamos proceder à análise dos parceiros quirais que faltam: os mesões K e κ cujo comportamento está representado no painel d) da Fig. 8.5. Como se constata facilmente, o comportamento destes mesões não difere muito do seu comportamento no Caso I (painel b) da referida figura), isto é, o seu comportamento não é significativamente influenciado pela dependência na temperatura de g_D aqui usada. Como se observa na Fig. 8.4, para a gama de temperaturas onde a influência de $g_D(T)$ mais se faz sentir, M_s não se altera significativamente, quando comparado com o Caso I, e é sabido que estes mesões são bastante sensíveis ao comportamento de M_s . Para

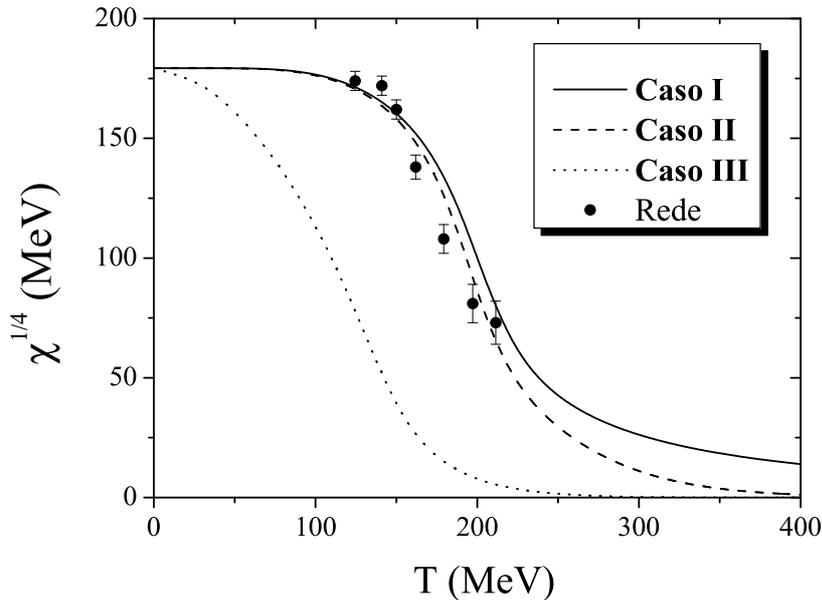


Figura 8.7: Susceptibilidade topológica em função da temperatura para os casos apresentados na Tabela 8.1. Os resultados da rede estão representados com as respectivas barras de erro [215].

as temperaturas onde os parceiros quirais em $SU(3)$ (π, a_0) e (η, σ) ficam degenerados ($T \approx 350$ MeV), a massa M_s já é independente da forma de g_D (ver Fig. 8.4). Isto é explicado pela dependência de M_s da anomalia axial através de $\langle g_D \rangle_u$.

Da análise de todos os mesões ressalta outro pormenor: não se verifica uma tendência clara para a convergência entre os parceiros quirais (K, κ) e os mesões π, σ, η e a_0 . Assim ainda estamos longe de recuperar a degenerescência para os estados pertencentes ao octeto escalar, sendo que o mesmo se passa para o octeto pseudoescalar, o que é contrário ao verificado no modelo sigma linear [207]. Apesar de tudo, espera-se que também isso possa acontecer para o nosso modelo só que para temperaturas mais elevadas.

É ainda importante chamar a atenção para as circunstâncias em que ocorre a restauração efectiva da simetria $U_A(1)$, ou seja, para as temperaturas em que os parceiros quirais em $SU(3)$ ficam degenerados os mesões já são ressonâncias, uma vez que já ultrapassaram as respectivas temperaturas de Mott.

Caso III. Finalmente, o Caso III é bastante semelhante ao Caso II como pode ser visto nos painéis e) e f) da Fig. 8.5. A principal diferença é que a dependência na temperatura de g_D aqui usada faz com que a restauração de ambas as simetrias aconteça aproximadamente à mesma temperatura, sendo este valor mais baixo do que o verificado no Caso II.

De facto, os parceiros quirais em SU(3) (π, a_0) e (η, σ) ficam degenerados para $T \approx 225$ MeV ($T \approx 250$ MeV no Caso II). Ao analisar os ângulos de mistura θ_p e θ_s verifica-se que eles atingem o valor ideal para $T \approx 200$ MeV (Fig. 8.7, Caso III) e a susceptibilidade topológica é muito pequena adquirindo o valor zero para $T \approx 250$ MeV (Caso III da Fig. 8.6). Estes argumentos levam-nos a concluir que estamos na presença do *cenário 2* de Shuryak [183] discutido na Sec. 8.3.

A comparação entre o Caso I e o Caso III ajuda a compreender esta situação. Do painel inferior da Fig. 8.5 observa-se que, para o Caso III, M_s decresce mais rapidamente até $T \approx 250$ MeV, do que no Caso I. Este comportamento coopera com o decréscimo de $g_D(T)$, permitindo que a restauração efectiva das simetrias quiral e axial ocorra à mesma temperatura, $T \simeq 225$ MeV. Isto pode ser visto no comportamento de $\langle g_D \rangle_s$ que tende para zero para $T \simeq 225$ MeV (ver Fig. 8.5). A existência de efeitos cooperativos entre a restauração da simetria axial e a restauração da simetria quiral foi também observada por T. Kunihiro [201], embora a situação descrita por este autor corresponda a um cenário considerado não realista por E. Shuryak [183]: a restauração da simetria axial ocorre primeiro que a restauração da simetria quiral.

Os parceiros quirais (K, κ) são influenciados pela dependência na temperatura de g_D que estamos a utilizar. Isto prende-se directamente com o comportamento de M_s , que sofre alterações mais significativas para $T < 350$ MeV do que no Caso II (ver Fig. 8.4). Para $T \simeq 350$ MeV M_s já se tornou independente da forma de g_D tal como nos casos anteriores.

Podemos perguntar qual o interesse deste Caso III, uma vez que tem uma base puramente fenomenológica, face ao Caso II que tem como suporte os cálculos computacionais na rede. Este cenário tem essencialmente um interesse teórico e exploratório, na medida em que põe em evidência que a restauração efectiva da simetria axial obriga a restauração efectiva da simetria quiral a ocorrer mais cedo. Apesar disso, o presente caso não é suficiente para cumprir com o objectivo importante no cálculo em modelos que é o de descer o limiar da restauração da simetria quiral para o valor encontrado nos cálculos na rede.

8.5.2 Quebra explícita da simetria quiral sem anomalia $U_A(1)$

Os resultados do estudo deste cenário sem anomalia $U_A(1)$ ($\mathbf{g}_D = \mathbf{0}$), estão representados nos painéis g) e h) da Fig. 8.5.

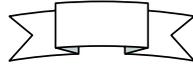
Começando pela análise do pião, verifica-se que a sua massa é sempre degenerada com a massa do η e que ambos os mesões se tornam estados não ligados para $T \gtrsim 210$ MeV. O mesão η é sempre um estado não estranho puro para toda a gama de temperaturas e o ângulo de mistura tem o valor ideal de $\theta_p = -54.736^\circ$.

Por outro lado, o mesão η' é sempre um estado puramente estranho que começa como um estado ligado tornando-se um estado ressonante para $T \gtrsim 110$ MeV, temperatura para a qual o η' cruza o contínuo $\omega_u = 2M_u$. Como nos casos para $g_D \neq 0$, o η' não mostra tendência para ficar degenerado com o mesão escalar f_0 , uma consequência directa de não termos a restauração efectiva da simetria quiral no sector estranho.

Os mesões escalares σ e a_0 encontram-se degenerados para todos os valores da temperatura, são sempre estados não ligados e são sempre sistemas sem componentes de estranheza: o ângulo de mistura tem sempre o valor ideal de $\theta_S = 35.264^\circ$.

À medida que a temperatura aumenta, e devido à ausência do termo de anomalia $U_A(1)$, os mesões σ e a_0 ficam degenerados com mesões π e η ($T \approx 300$ MeV) reflectindo a restauração efectiva da simetria quiral no sector não estranho. Esta convergência entre os parceiros quirais (π, σ) e (η, a_0) ocorre para uma temperatura intermédia entre o Caso II ($T \approx 210$ MeV) e o Caso III ($T \approx 350$ MeV).

Focando a nossa atenção no kaão e no seu respectivo parceiro quiral, κ , verifica-se uma convergência das respectivas massas para temperaturas mais elevadas do que nos casos anteriores. Para $T = 0$ o kaão é um estado ligado (o mesão κ é sempre um estado não ligado) e para $T \gtrsim 250$ MeV torna-se um estado não ligado.



Fazendo um breve sumário dos aspectos mais importantes da discussão anterior, tem-se que, no regime das temperaturas elevadas ($T \approx 300$ MeV), os Casos II e III, onde a simetria axial é efectivamente restaurada, e o cenário com $g_D = 0$ são bastante semelhantes: os parceiros quirais em $SU(3)$ (π, a_0) e (η, σ) são degenerados, e os mesões η' e f_0 têm desdobramentos muito semelhantes. Para o regime a baixas temperaturas, as diferenças mais substanciais que se verificam entre os diversos casos são manifestações dos diferentes papéis desempenhados pelos efeitos da anomalia axial e pelos efeitos da quebra dinâmica da simetria do sabor. Por exemplo, a massa constituinte do quark estranho tem um comportamento bem distinto para cada um destes cenários (como se pode ver do painel inferior da Fig. 8.5). Para terminar concluiu-se que, no Caso III, a restauração efectiva da simetria $U_A(1)$ força a que restauração efectiva da simetria quiral ocorra mais cedo, contrariamente ao que se verifica nos Casos I e II.

8.6 **Motivações para o estudo à temperatura $T = 0$ e a densidade finita**

Como vimos nas secções anteriores, a atenção prestada à restauração da simetria axial com temperatura, é motivada pelos resultados computacionais na rede para o com-

portamento da susceptibilidade topológica [215]. Estes resultados indicam que χ decresce consideravelmente à medida que a temperatura aumenta.

Recentemente, foram realizados estudos para a susceptibilidade topológica, também usando cálculos na rede para a QCD, envolvendo potenciais químicos finitos [216], o que mostra o interesse em investigar a restauração da simetria $U_A(1)$ para $T = 0$ e $\rho_B \neq 0$. Neste caso, ainda não existem resultados definitivos para a dependência de χ , mas os resultados preliminares sugerem que χ é uma função decrescente da densidade, tal como acontece para o caso a temperatura finita.

Devido ao considerável interesse na investigação do comportamento da matéria a densidades elevadas, e a possível restauração de simetrias nestas condições, é de grande interesse a realização de um estudo exploratório da restauração da simetria axial para densidades finitas. De facto, os argumentos teóricos respeitantes à possível restauração da simetria axial com temperatura e com a densidade são semelhantes, pelo que vamos assumir que g_D depende da densidade de uma forma semelhante à dependência da temperatura.

Assim sendo, nas secções que se seguem vamos abordar os casos em que estamos na presença de matéria de quarks completamente simétrica e em que temos matéria de “neutrões” com equilíbrio β .

8.7 Resultados para matéria de quarks completamente simétrica

Para estudar a restauração efectiva da simetrias quiral e axial para meios a temperatura zero e densidade finita, vamos começar por considerar matéria de quarks completamente simétrica ($\rho_u = \rho_d = \rho_s$). Há duas razões para considerarmos este tipo de matéria, à primeira vista pouco realista. Por um lado, como vimos no Cap. 5, ela simula matéria que pode existir temporariamente em colisões de iões pesados, e onde se pode estudar, mesmo que apenas de um modo qualitativo, a possibilidade de existência de SQM estável [27]. Importa aqui referir que, devido a termos sempre quarks de valência estranhos no meio, a massa do quark estranho, M_s , decresce mais rapidamente (ver Fig. 5.11) quando comparada com outros tipos de matéria estando, porém, ainda bastante acima do valor da respectiva massa de correntes m_s mesmo para densidades elevadas [27].

Por outro lado, outra especificidade deste tipo de matéria é o verificar-se a degenerescência dos três piões e dos quatro kaões, tal como no caso $T \neq 0$ e $\rho_B = 0$, o que não se verifica para matéria de “neutrões” em equilíbrio β como se constatou no Cap. 6 e em [25, 27]. Então, este cenário pode fornecer comparações interessantes com o caso $T \neq 0$ e $\rho_B = 0$ da secção anterior.

8.7.1 Quebra explícita da simetria quiral com anomalia $U_A(1)$

A metodologia que vamos utilizar de seguida é análoga à metodologia utilizada para o caso $T \neq 0$ e $\rho_B = 0$. Com efeito, vamos propor os três cenários para o comportamento do coeficiente da anomalia g_D (ver Tabela 8.1) que passaremos a enunciar de seguida e que estão representados na Fig. 8.8. Uma primeira observação desta figura permite constatar que algumas conclusões vão ser muito semelhantes ao caso da temperatura finita e por isso, o nosso estudo será baseado na comparação destas duas situações.

Caso I. Este caso é, do ponto de vista qualitativo, muito semelhante ao Caso I de $T \neq 0$ e $\rho_B = 0$ sendo a única diferença significativa o facto de, no presente caso, a massa do a_0 não degenerar com a massa do η mas sim com a massa do η' (painel a) da Fig. 8.8). De facto, o mesão η' , que para $\rho_{sim} = 0$ é um estado não ligado tornando-se ligado para $\rho_{sim} > 4.5\rho_0$, fica um sistema de quarks não estranhos puro e degenera com o a_0 . Este comportamento deve-se ao forte decréscimo da massa M_S (ver painel esquerdo da Fig. 5.11), pelas razões apontadas acima, de modo que a influência do sector estranho na massa do η' é menos significativa.

O comportamento dos ângulos de mistura θ_P e θ_S (Fig. 8.9) bem como de χ (Fig. 8.10) são em tudo semelhantes ao Caso I a temperatura finita.

Caso II. O estudo do Caso II em matéria de quarks simétrica é inspirado no Caso II a temperatura finita e no estudo efectuado na Sec. 8.5. Como já foi referido, vamos extrapolar os nossos resultados com temperatura finita para o caso da densidade finita. Procedendo em analogia, postulamos uma dependência na densidade para χ formalmente idêntica ao caso da temperatura, ou seja, usando uma função de Fermi (curva a tracejado na Fig. 8.10). Com esta dependência de χ , obtemos a dependência na densidade bariónica de $g_D(\rho_{sim})$.

Usando esta forma de $g_D(\rho_{sim})$ as conclusões encontradas são bastante similares às encontradas para o caso a temperatura finita. Analisando o espectro mesónico, observamos que o π e o σ ficam degenerados, como era esperado, para $\rho_{sim} = 3.5\rho_0$ (painel c) da Fig. 8.8); esta densidade marca o início da restauração efectiva da simetria quiral em SU(2).

Por seu turno, o mesão η possui uma componente de estranheza para $\rho_{sim} = 0$ mas, para $\rho_{sim} \gtrsim 4\rho_0$ MeV, o η caracteriza-se por ser um sistema não estranho puro com um ângulo de mistura ideal $\theta_P = -54.736^\circ$. Então ocorre a degenerescência entre as massas do η e do a_0 , que é um estado ligado para $\rho_{sim} \sim 0.6\rho_0$ e é sempre um sistema de quarks não estranho (a única influência do sector estranho no mesão a_0 é através da Eq. (4.79) e, quando $g_D \rightarrow 0$, a influência do condensado de quarks deixa de se fazer sentir). Quando $g_D \rightarrow 0$, o mesão η' fica um sistema de quarks estranhos. Para $\rho_{sim} \gtrsim 4.5\rho_0$ ele é um

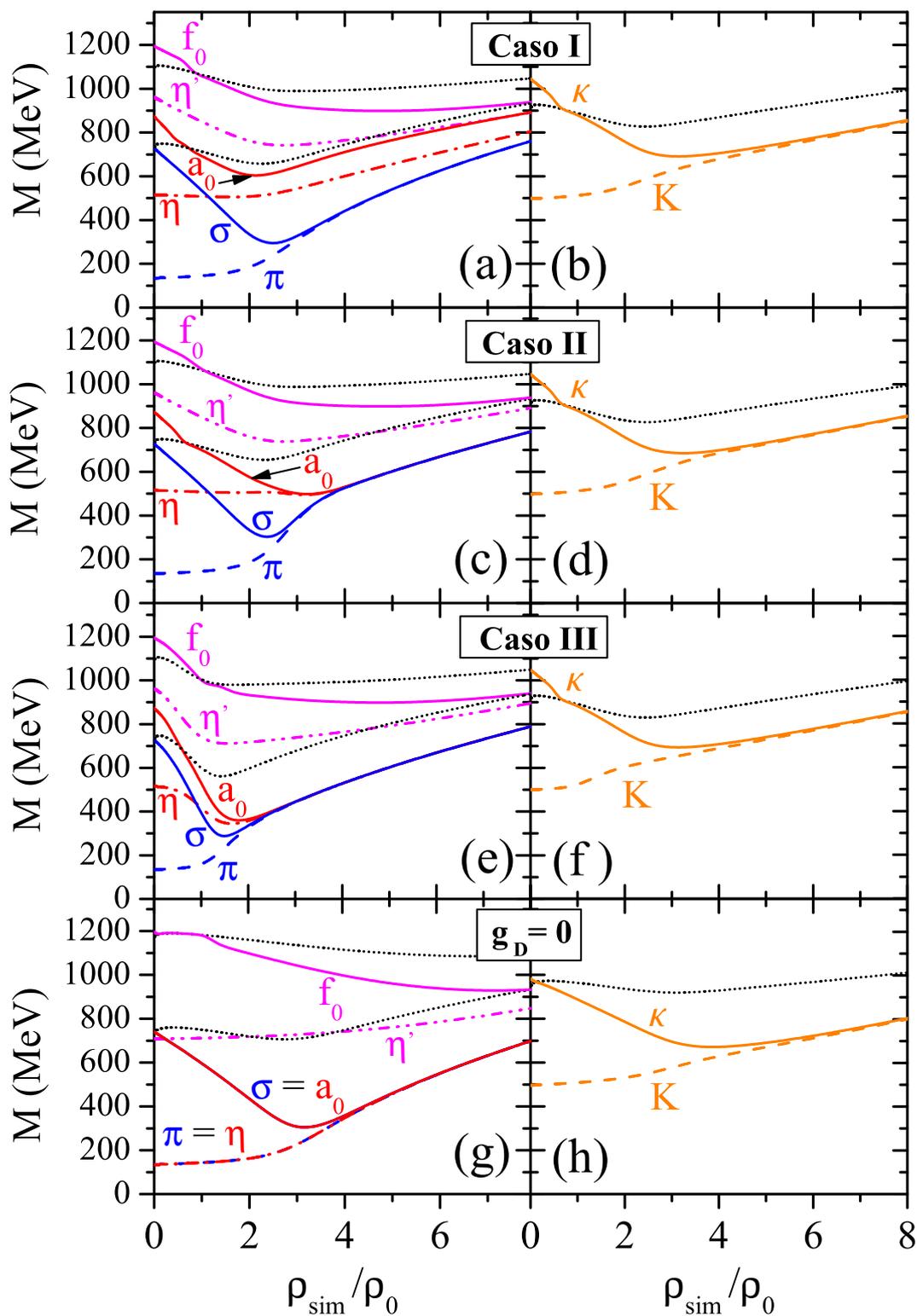


Figura 8.8: Dependência na densidade bariônica das massas dos mesões. As linhas a ponteadas representam os limites do contínuo do mar de Dirac que definem os limiares $q\bar{q}$ para os mesões. Os diferentes casos são considerados.

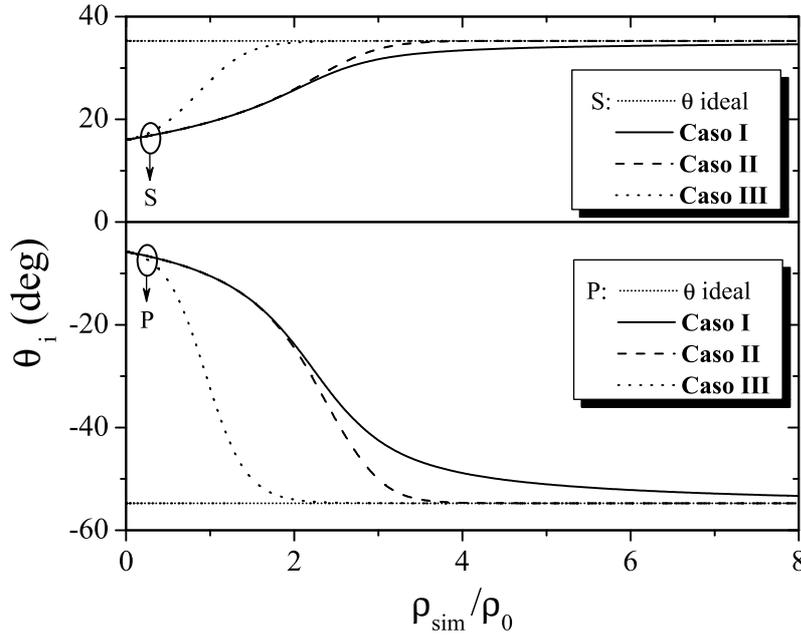


Figura 8.9: Ângulos de mistura escalares e pseudoescalares em função da densidade para os casos apresentados na Tabela 8.1.

estado ligado não mostrando tendência para ficar degenerado com o f_0 que é um estado ressonante para a gama de densidades estudada.

À medida que a densidade aumenta, os parceiros quirais (π, σ) e (η, a_0) ficam todos degenerados ($\rho_{sim} \gtrsim 4\rho_0$). Associando este comportamento com o comportamento dos ângulos de mistura θ_P e θ_S e com o comportamento da susceptibilidade topológica, que tende para zero como mostra a linha a tracejado da Fig. 8.10, concluímos que verificamos a restauração efectiva da simetria $U_A(1)$ com a densidade em matéria de quarks completamente simétrica.

Caso III. Para o Caso III vamos postular a seguinte dependência para g_D : $g_D(\rho_{sim}) = g_D(0) \exp[-(\rho_{sim}/\rho_0)^2]$, que é inspirada no cenário correspondente a temperatura finita. A susceptibilidade topológica para este caso está representada pela linha a ponteados na Fig. 8.10, Caso III. Este caso é muito semelhante ao Caso II e as conclusões seguem o padrão que se encontrou para o Caso III a temperatura finita como se prova da Fig. 8.8, painel e). Assim, a dependência de $g_D(\rho_{sim})$ na densidade que se usa, força a restauração efectiva da simetria quiral a ocorrer para densidades mais baixas, sendo que, ambas as simetrias são restauradas simultaneamente para $\rho_{sim} \approx 3.0\rho_0$ o que remete para um cenário análogo ao *cenário 2* de Shuryak [183].

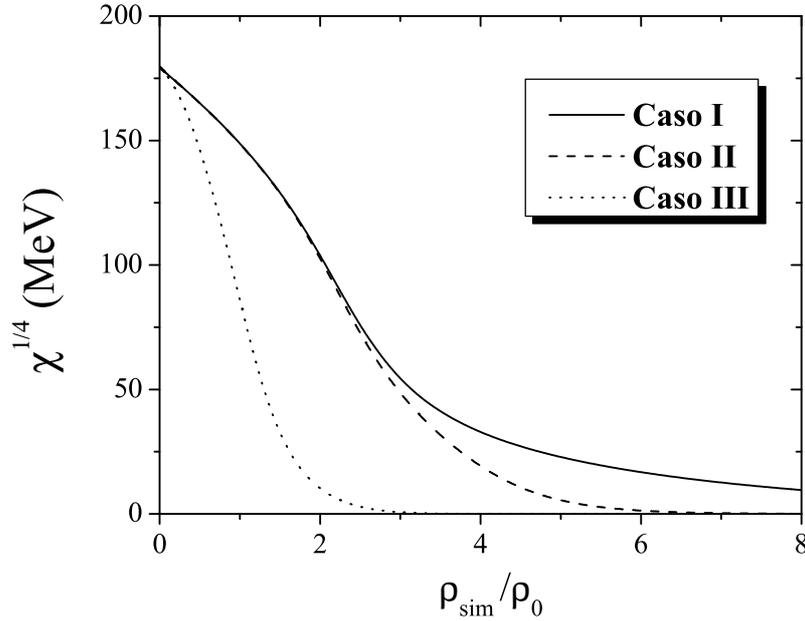


Figura 8.10: Susceptibilidade topológica em função da densidade para os casos apresentados na Tabela 8.1.

De facto, os parceiros quirais em SU(3) (π, a_0) e (η, σ) ficam degenerados para valores de densidades mais baixos ($\rho_{sim} \gtrsim 3.0\rho_0$) do que para o Caso II ($\rho_{sim} \gtrsim 3.5\rho_0$). Também os resultados de χ , que se torna zero a $\rho_{sim} \gtrsim 3.0\rho_0$ (linha a ponteados da Fig. 8.10), e dos ângulos de mistura θ_P e θ_S , que tomam o valor ideal para $\rho_{sim} \gtrsim 2.5\rho_0$ (linha a ponteados da Fig. 8.9) reforçam os argumentos apresentados.

Quanto aos parceiros quirais (K, κ) (painéis direitos da Fig. 8.8), verificamos que nos três casos o comportamento é em tudo semelhante, assim como as respectivas conclusões: os comportamentos de K e κ praticamente não dependem da forma de g_D .

8.7.2 Quebra explícita da simetria quiral sem anomalia $U_A(1)$

Para concluir a análise, vamos atender ao comportamento dos modos mesónicos na ausência da anomalia axial: $\mathbf{g}_D = \mathbf{0}$. A partir dos painéis g) e h) da Fig. 8.8, conclui-se que os mesões apresentam um comportamento muito semelhante ao que se encontrou para o mesmo caso mas para temperatura finita (ver painel inferior da Fig. 8.5). As principais diferenças residem no facto de que, para matéria de quarks completamente simétrica, os mesões π^0 e η são sempre estados ligados e o mesão η' é também um estado ligado excepto no intervalo $2\rho_0 \lesssim \rho_{sim} \lesssim 4\rho_0$ onde se torna um estado não ligado. Como nos

Casos I, II e III o η' não apresenta uma tendência para ficar degenerado com o mesão f_0 como consequência da não restauração da simetria quiral no sector estranho.

Para o sector escalar, verifica-se que o comportamento dos mesões é semelhante ao comportamento verificado para $T \neq 0$. A diferença mais significativa, encontra-se para os mesões a_0 e σ que, para $\rho_{sim} = 0$, possuem massas maiores que o limiar do contínuo $\omega_u = 2M_u$ mas, à medida que a densidade aumenta, imediatamente se tornam estados ligados sendo sempre degenerados entre si.

No que diz respeito ao kaão e ao mesão escalar κ (painel h) da Fig. 8.8), verifica-se uma tendência clara para se tornarem degenerados para densidades elevadas, onde ambos os mesões são estados ligados.

Para finalizar conclui-se que a principal diferença entre este caso e os outros casos considerados anteriormente, é que a restauração efectiva da simetria quiral ocorre para densidades mais elevadas, um comportamento também observado para a situação a temperatura finita e densidade zero.

8.8 Resultados para matéria de “neutrões” em equilíbrio β

Passemos finalmente, ao estudo da restauração efectiva das simetrias quiral e axial em matéria de “neutrões” com equilíbrio β . Este tipo de matéria foi exhaustivamente estudado na Sec. 5.5 e em [27, 162]. Como foi visto na referida secção, a principal característica deste tipo de matéria é o aparecimento de quarks de valência estranhos para densidades superiores a $\rho_B = 3.9\rho_0$ o que leva a um decréscimo mais acentuado da massa do quark s , M_s . Este decréscimo não se deve ao efeito da anomalia uma vez que para as densidades referidas M_s já é independente do coeficiente da anomalia, g_D , como se pode ver do painel inferior da Fig. 8.11. Isto está de acordo com a possibilidade de a matéria de quarks estranha ser especialmente relevante para potenciais químicos bariónicos elevados [118].

De um modo semelhante ao caso para temperatura finita, e como foi estudado na Sec. 5.5, a simetria quiral só é parcialmente restaurada no sector SU(2) para a gama de temperaturas e densidades consideradas [25, 27, 37], uma conclusão que é independente da forma específica de g_D [161]. Por seu turno, os acoplamentos anómalos efectivos, representados no painel superior da Fig. 8.11, embora exibam diferenças para os casos a temperatura finita e a matéria de quarks simétrica, são qualitativamente semelhantes [161].

Outro aspecto relevante para a nossa discussão prende-se com o facto de este cenário ser o único em que a simetria no sabor, que é preservada pelo vácuo (enquanto a simetria quiral é quebrada espontaneamente), é violada para $\rho_B \neq 0$ pelas condições específicas

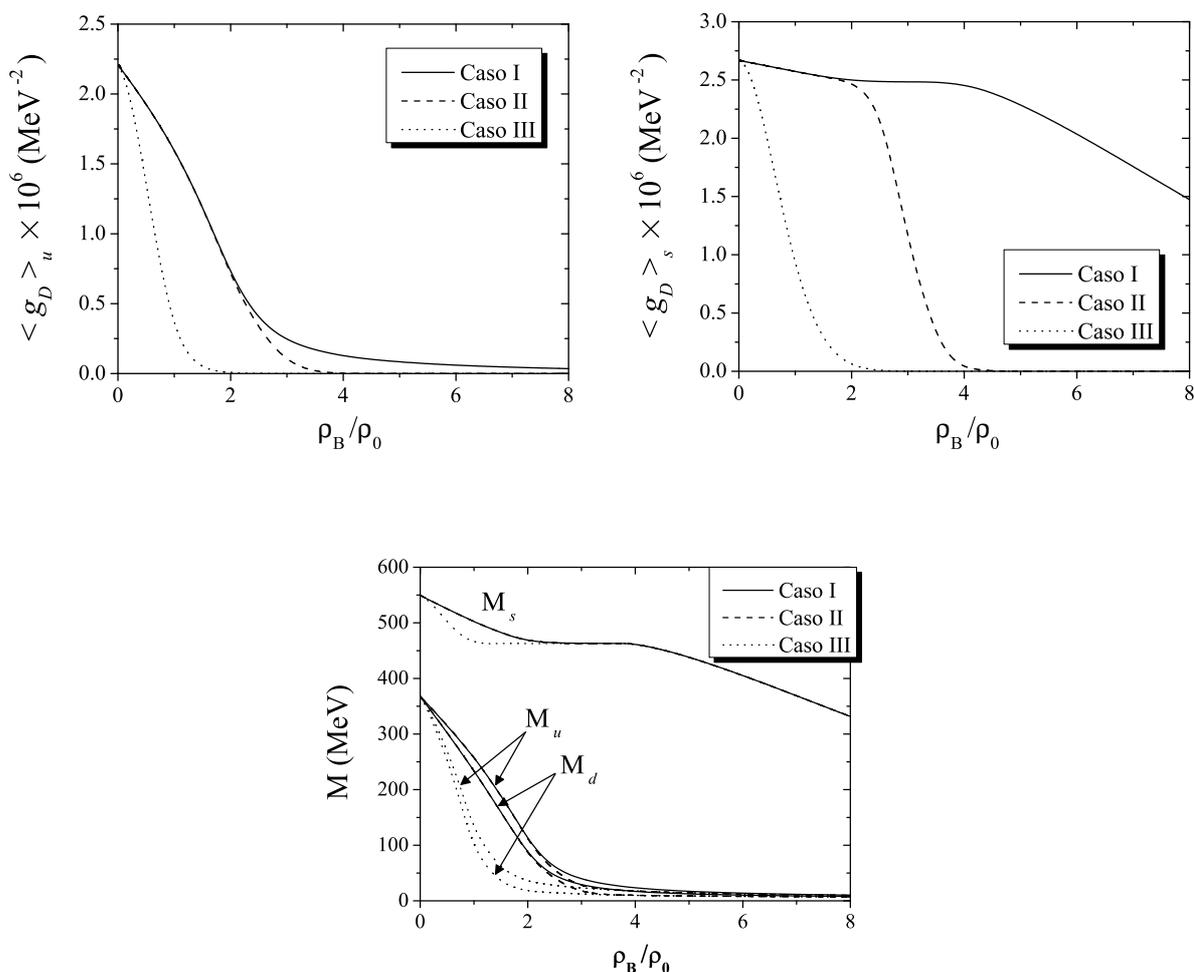


Figura 8.11: Painel superior: $\langle g_D \rangle_i$ em função da densidade para os Casos I, II e III. Painel inferior: dependência da densidade para as massas dos quarks para os referidos Casos.

inerentes ao próprio meio. Isto comporta várias consequências:

- (i) o aparecimento do desdobramento entre os multipletos de carga dos piões e dos kaões;
- (ii) o aparecimento de modos de baixa energia a partir de certa densidade.

Isto conduz à investigação do comportamento dos nove mesões pseudoescalares e os respectivos mesões escalares, bem como a convergência dos parceiros quirais de baixa energia. O estudo que se segue está organizado da seguinte forma:

1. vamos iniciar o nosso estudo pela análise do parâmetro de assimetria quiral que é uma medida da violação da simetria do isospin;

2. a estrutura utilizada será similar à que foi usada para os casos com temperatura finita ou matéria de quarks completamente simétrica e por isso teremos os cenários Caso I, Caso II e Caso III;
3. por uma questão de simplicidade, todas as figuras apresentarão o seguinte figurino: no **painel a)** estarão representados os mesões pseudoescalares neutros π^0 , η e η' e os escalares, σ , a_0 e f_0 ; no **painel b)** estarão representados os piões π^\pm e os respectivos escalares a_0^\pm ; no **painel c)** estarão representados os kaões neutros K^0 e \bar{K}^0 e os respectivos parceiros quirais κ^0 e $\bar{\kappa}^0$; finalmente no **painel d)** estarão representados os kaões carregados K^\pm e os escalares κ^\pm .

8.8.1 O parâmetro de assimetria quiral e as massas dos quarks

Antes de iniciarmos o estudos dos mesões, vamos tecer algumas considerações relevantes para o seu estudo.

Para uma análise qualitativa dos efeitos da quebra (restauração) da simetria quiral, é particularmente útil recuperar a definição do parâmetro de assimetria (5.21) da Sec. 5.5

$$\chi_A = \frac{|M_u - M_d|}{M_u + M_d}$$

e representá-lo em função da densidade bariónica para os diferentes casos em discussão. Como mostra a Fig. 8.12, o parâmetro de assimetria quiral, χ_A , é mais significativo na ausência da anomalia, mas para todos os casos, nota-se uma clara diminuição no seu valor nunca se anulando. Isto revela que existe uma redução na assimetria do isospin num sistema onde a simetria quiral está quebrada como é o caso de matéria de neutrões. As consequências desta assimetria no isospin do meio devem reflectir-se no comportamento dos parceiros quirais. Estes aspectos serão discutidos em detalhe nas próximas secções.

8.8.2 Quebra explícita da simetria quiral com anomalia $U_A(1)$

Caso I. O sector pseudoescalar em matéria de “neutrões” em equilíbrio β foi estudado detalhadamente no Cap. 6 e em [25, 26, 27] e corresponde ao Caso I. Por esta razão, vamos focar a nossa atenção no sector escalar e investigar a possível degenerescência dos parceiros quirais.

No painel a) da Fig. 8.13 estão representadas as massas dos mesões em função da densidade bariónica. Os parceiros quirais em $SU(2)$, π^0 e σ , são sempre estados ligados. Tal como nos casos anteriores, eles degeneram a uma dada densidade, embora, de um modo semelhante aos dos casos em que $g_D = \text{cte}$, o mesão σ mantenha sempre uma pequena percentagem de estranheza visto que θ_S nunca atinge 35.264° , o valor ideal do

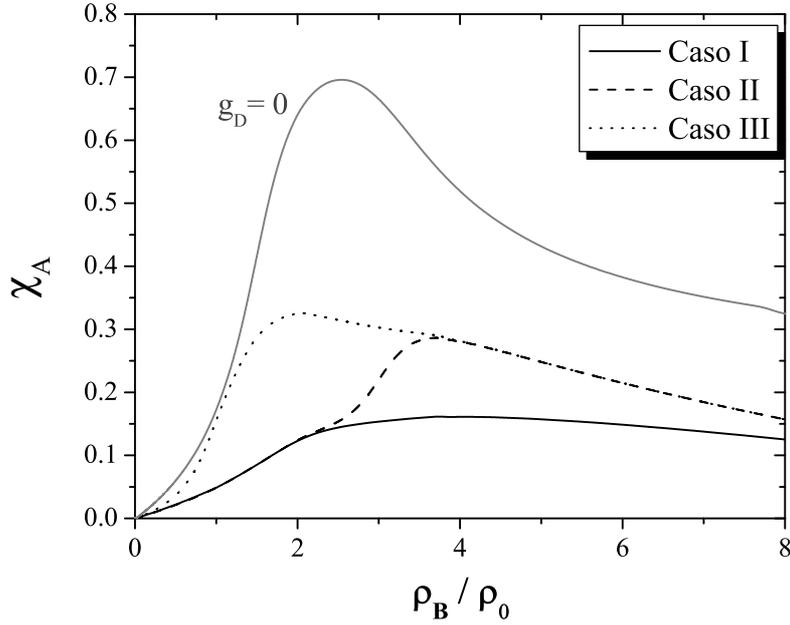


Figura 8.12: Parâmetro de assimetria quiral em função da densidade para os três casos apresentados na Tabela 8.1 e para o caso de $g_D = 0$.

ângulo de mistura, como se vê da Fig. 8.14, Caso I. À medida que a densidade aumenta, estes mesões tornam-se degenerados ($\rho_B \gtrsim 3\rho_0$), um sinal da restauração efectiva da simetria quiral no sector não estranho. Também se verifica que à mesma densidade os outros parceiros quirais em SU(2), o η e o a_0 , ficam degenerados. O mesão η é sempre um estado ligado, contrariamente ao a_0 que começa como uma ressonância, uma vez que a sua massa está acima do contínuo, tornando-se um estado ligado para $\rho_B \gtrsim 0.5\rho_0$. No entanto, a massa do mesão a_0 separa-se da massa do η indo degenerar com a massa do η' . Este comportamento também foi encontrado na Sec. 8.6 e é compreendido à luz do comportamento do ângulo de mistura: o ângulo θ_P começa em -5.8° , muda de sinal a $\rho_B \approx 3.5\rho_0$ tornando-se positivo e cresce rapidamente mas nunca atinge o valor ideal (Caso I da Fig. 8.14). Este comportamento leva à troca de identidades entre o η e o η' pois altera as percentagens as respectivas componentes estranha, $(\bar{q}q)_s = \bar{s}s$, e não estranha, $(\bar{q}q)_{ns} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\bar{u}u + \bar{d}d)$, dos mesões: para densidades baixas o η' possui uma maior componente de estranheza do que o η , ocorrendo o oposto para densidades elevadas [26]. Então a massa do mesão η' vai degenerar com a massa do a_0 que é sempre um mesão não estranho. Para concluir a análise do painel a) falta referir que a ressonância f_0 não mostra tendência para degenerar com qualquer outro mesão. Isto não surpreende pois o

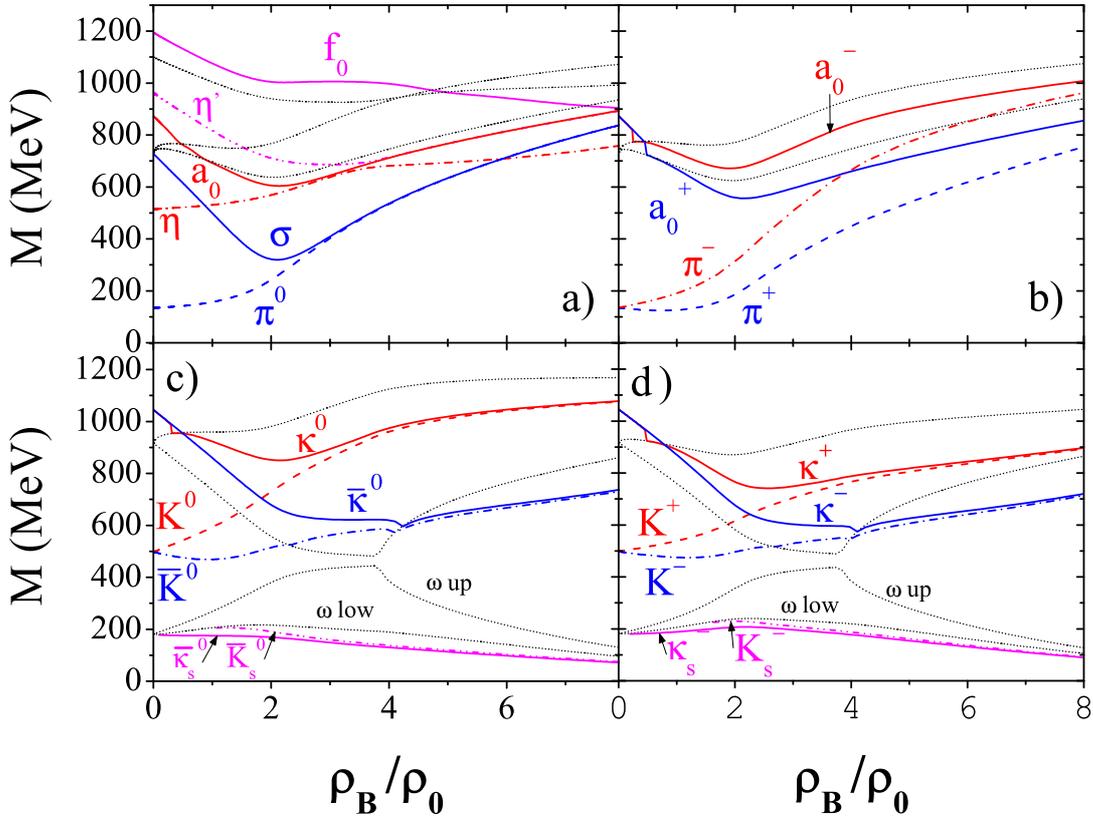


Figura 8.13: Massas dos mesões em função da densidade bariónica para o Caso I: o coeficiente da anomalia, g_D , é constante. As linhas a ponteadas representam os limites do contínuo do mar de Dirac que definem os limiares $q\bar{q}$ para os mesões.

mesão f_0 é sempre um sistema de quarks com uma grande componente de estranheza e a simetria quiral neste sector não é restaurada.

De seguida vamos tomar em atenção o painel b) da Fig. 8.13 onde estão representadas as massas dos mesões π^\pm e respectivos parceiros quirais escalares a_0^\pm . Os mesões π^+ e π^- são sempre estados ligados e as suas massas aumentam com a densidade. Por seu turno os mesões a_0^+ e a_0^- começam como ressonâncias mas para as densidades $\rho_B \approx 0.25\rho_0$ e $\rho_B \approx 0.5\rho_0$ os mesões a_0^- e a_0^+ , respectivamente, tornam-se estados ligados. Ambos os mesões decrescem suavemente até $\rho_B \approx 2\rho_0$ altura em que invertem esta tendência. No entanto, as suas massas nunca ficam degeneradas com as massas dos respectivos parceiros quirais para a gama de densidades considerada. Mais uma vez isto fica-se a dever à não restauração da simetria quiral no sector estranho e à ausência de um mecanismo de restauração da simetria $U_A(1)$ no presente caso. Este facto vai influenciar o compor-

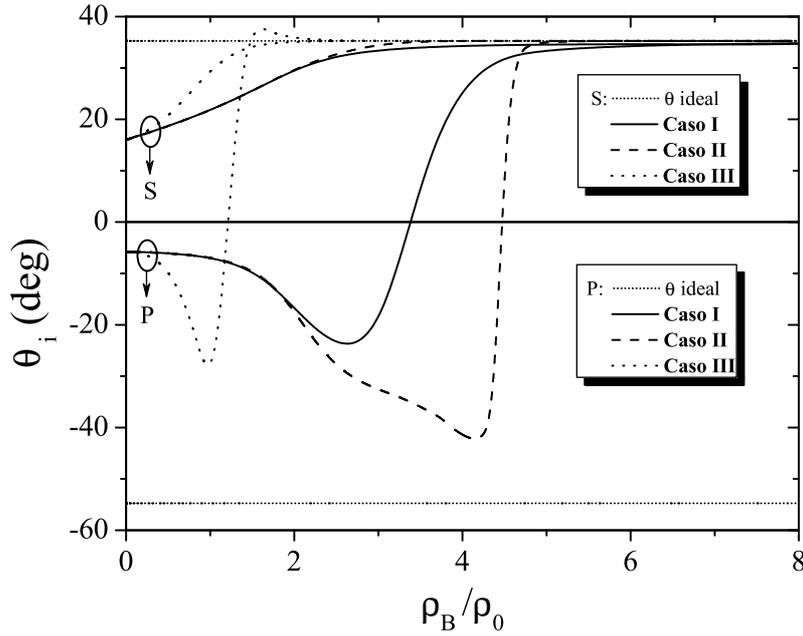


Figura 8.14: Dependência na densidade bariônica dos ângulos de mistura escalares e pseudoescalares para os casos apresentados na Tabela 8.1.

tamento dos mesões π^\pm e a_0^\pm através das Eqs. (4.33) e (4.79), respectivamente, uma vez que o condensado de quarks $\langle \bar{s}s \rangle$ é ainda bastante elevado (ver Fig. 8.11, painel superior direito).

Um cenário completamente diferente é apresentado pelos kaões e seus parceiros quirais. O estudo completo dos kaões foi apresentado na Sec. 6.2.1 e pode ser encontrado em [25, 27]. No painel c) da Fig. 8.13 estão representados os kaões neutros K^0 e \bar{K}^0 e os respectivos parceiros quirais κ^0 e $\bar{\kappa}^0$ enquanto no painel d) da mesma figura estão representados os mesões K^\pm e κ^\pm .

Na Sec. 6.2.1 constatou-se o aparecimento de modos de baixa energia para alguns mesões, que foram representados pelo índice S , nos painéis c) e d) da Fig. 8.13. Estas soluções, que são estados ligados com os números quânticos do K^- , \bar{K}^0 e π^+ , resultam da violação da simetria de isospin pelas condições do meio e a sua natureza foi estudada na Sec. 6.2.1 e em [138]. É então relevante procurar os parceiros quirais escalares destes modos e observar o comportamento do desdobramento entre as massas dos mesões pseudoescalares e escalares em função da densidade. A redução deste desdobramento para os mesões neutros e para os mesões carregados pode ser vista nos painéis c) e d) da Fig. 8.13, respectivamente.

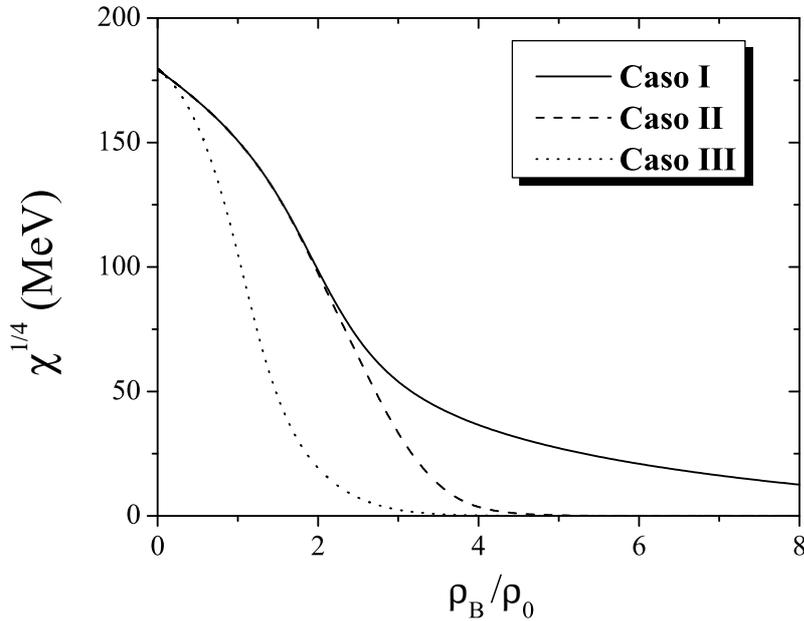


Figura 8.15: Dependência na densidade bariônica da susceptibilidade topológica para os casos apresentados na Tabela 8.1.

Caso II. Para o estudo deste caso, a dependência escolhida para χ está representada pela linha a tracejado da Fig. 8.15.

Como foi referido no Cap. 7, a simetria quiral é efectivamente restaurada no sector não estranho não se verificando o mesmo para o sector estranho. Como concluímos na secção anterior, a transição quiral não é afectada pela dependência do coeficiente da anomalia g_D . No entanto, no que diz respeito aos efeitos da densidade no espectro de massa dos mesões e aos ângulos de mistura, apesar de até certo valor da densidade os resultados serem qualitativamente semelhantes aos casos para $T \neq 0$ ou $\rho_{sim} \neq 0$, para densidades bariônicas elevadas em matéria de “neutrões” em equilíbrio β aparecem alguns aspectos novos e interessantes que passaremos a discutir.

Pela análise dos ângulos de mistura representados na Fig. 8.14 pelas linhas a tracejado, observamos que o comportamento de ângulo θ_S é semelhante ao caso para $T \neq 0$: o seu valor começa em 16° e cresce até ao seu valor ideal de 35.264° . Um comportamento diferente é observado para o ângulo θ_P que muda de sinal para $\rho_B \approx 4\rho_0$: o seu valor inicial é de -5.8° e à medida que a ρ_B aumenta θ_P toma o valor ideal de 35.264° , o que leva a uma mudança de identidade entre os mesões η e η' , como veremos de seguida. Este resultado pode ser um contributo bastante útil para compreender uma questão de algum

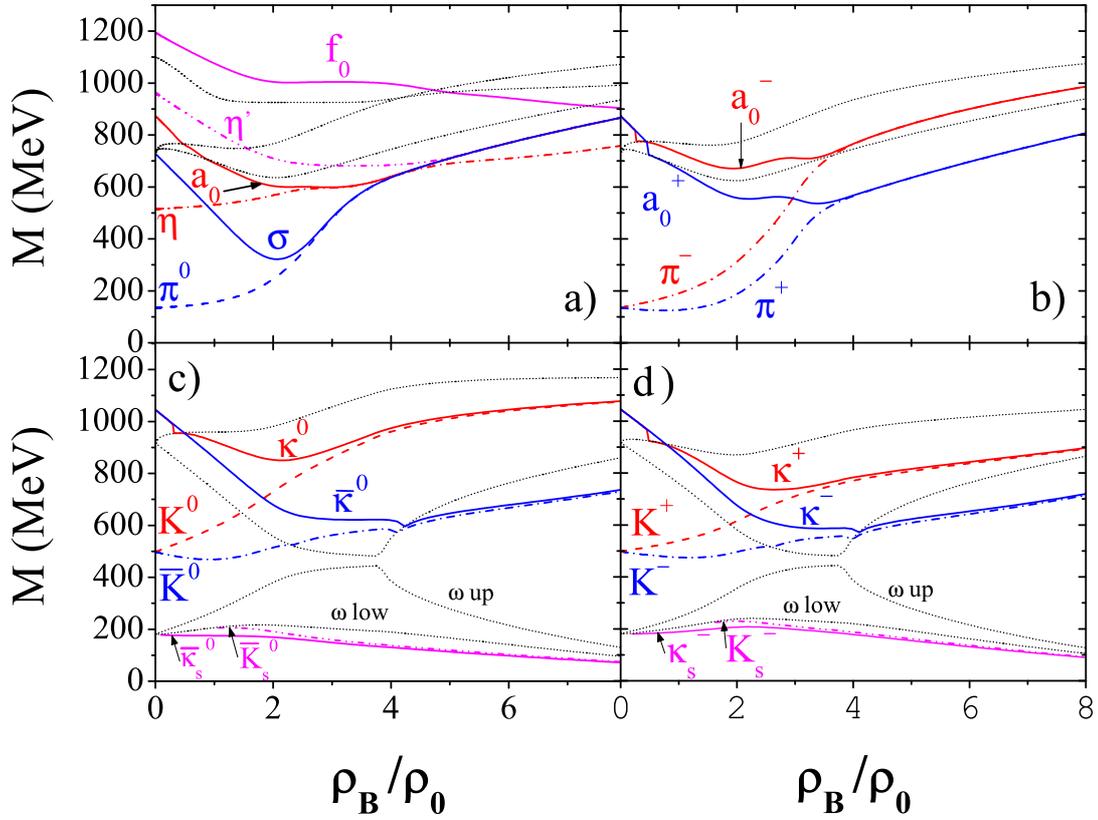


Figura 8.16: Massas dos mesões em função da densidade bariônica para o Caso II: o coeficiente da anomalia, g_D , é obtido a partir de χ cuja forma é uma função de Fermi. As linhas a ponteadas representam os limites do contínuo do mar de Dirac que definem os limiares $q\bar{q}$ para os mesões.

modo controversa: para densidades ou temperaturas elevadas o pião ficará degenerado com o η ou o η' ? Em nosso entender, a resposta está relacionada com a possível mudança do sinal do ângulo de mistura θ_P . A razão encontrada para esta mudança de sinal, que não se verificou na secção anterior onde $T \neq 0$, prende-se com o decréscimo da massa do quark estranho e depende da quantidade de quarks estranhos presentes no meio [161].

As massas dos mesões, em função da densidade, estão representadas no painel a) da Fig. 8.16. O comportamento é semelhante ao caso $T \neq 0$ e $\rho_B = 0$ da secção anterior, com a diferença que os parceiros quirais em SU(2) (π^0, σ) são agora, sempre estados ligados, degenerando à densidade $\rho_B \approx 4.0\rho_0$.

De seguida, vamos analisar o comportamento dos parceiros quirais (η, a_0). O mesão a_0 é sempre um sistema não estranho, como se constata da sua relação de dispersão (4.81),

tal como no caso da temperatura finita. Para $\rho_B < 0.8\rho_0$ o mesão a_0 está acima do contínuo tornando-se um estado ligado para $\rho_B \geq 0.8\rho_0$. No entanto, o mesão η tem um comportamento diferente e bastante interessante. Para $\rho_B = 0$, o mesão η possui uma componente de estranheza e, à medida que a densidade aumenta, torna-se degenerado com o mesão a_0 para o intervalo $4.0\rho_0 \leq \rho_B \leq 4.8\rho_0$ como era de esperar. Neste intervalo de densidades, os mesões (η, a_0) e (π^0, σ) são todos degenerados. De repente, a massa do η separa-se da massa dos outros mesões e torna-se um estado puramente estranho. Isto acontece devido ao comportamento do ângulo θ_P que muda de sinal e atinge o seu valor ideal, 35.264° , para $\rho_B \approx 4.9\rho_0$. Por outro lado, o mesão η' , que é uma ressonância para densidades baixas ficando um estado ligado para $\rho_B > 3.0\rho_0$, torna-se um sistema de quarks não estranho puro indo degenerar com os restantes mesões π^0, σ e a_0 . Assim, o η e o η' trocam de identidades entre si. Como consequência, e contrariamente ao verificado para os resultados com a temperatura e em matéria completamente simétrica, os mesões π^0 e η' ficam degenerados. Por outro lado, a susceptibilidade topológica tende assintoticamente para zero (uma vez que foi este o cenário escolhido desde o início).

Tomando os argumentos anteriormente apresentados e uma vez que todas as quantidades que violam a simetria $U_A(1)$ mostram a tendência de desaparecer, concluímos que a simetria $U_A(1)$ é efectivamente restaurada para $\rho_B > 4\rho_0$.

Tal como acontece no caso a temperatura finita, as massas dos mesões puramente estranhos (neste caso η e f_0) não mostram uma tendência clara para convergirem entre si para as densidades estudadas, levando a concluir que os sinais da restauração da simetria $U_A(1)$ ocorrem para densidades moderadas onde os sinais da restauração completa da simetria $U(3) \otimes U(3)$ ainda não são visíveis.

Analiseemos agora o comportamento dos restantes mesões em função da densidade (painéis b),c) e d) da Fig. 8.16). Uma primeira observação da Fig. 8.16 permite tirar as seguintes ilações: os parceiros quirais (π^+, a_0^+) e (π^-, a_0^-) , painel b), tornam-se degenerados para $\rho_B \approx 4\rho_0$; e os parceiros quirais (K^0, κ^0) , $(\bar{K}^0, \bar{\kappa}^0)$, painel c), e (K^+, κ^+) , (K^-, κ^-) , painel d), não degeneram entre si para as densidades consideradas. Constata-se que os resultados para (π^\pm, a_0^\pm) são afectados pela dependência na densidade de g_D , enquanto que não se verificam diferenças substanciais para os kaões e respectivos parceiros quirais em função das diferentes formas de g_D , como se pode observar da comparação dos painéis c) e d) da Fig. 8.16 com os mesmos painéis da Fig. 8.13.

Para melhor compreender estes comportamentos, recordemos que os efeitos da quebra e restauração da simetria $U_A(1)$ aparecem explicitamente nas equações da “gap” e nos propagadores dos mesões através do acoplamento efectivo $\langle g_D \rangle_i$. Para os propagadores dos mesões π^\pm e dos mesões a_0^\pm , a dependência na anomalia aparece através de $\langle g_D \rangle_s$ que decresce à medida que a densidade aumenta (ver Fig. 8.11, painel superior direito).

Como consequência, para densidades cada vez mais elevadas, $\langle g_D \rangle_s$ afecta cada vez menos as massas dos mesões implicando a convergência das massas dos parceiros quirais. Esta convergência reflecte a restauração efectiva da simetria $U_A(1)$. Uma vez que os propagadores dos kaões e dos mesões κ dependem da anomalia através de $\langle g_D \rangle_u$ ($\langle g_D \rangle_d$), a anomalia tem um efeito muito pequeno nas suas massas. De facto, à medida que a densidade aumenta, as massas dos quarks não estranhos decrescem acentuadamente, como se vê nas curvas a tracejado no painel inferior da Fig. 8.11, o que implica um forte decréscimo nos respectivos condensados. Por outro lado, o factor dominante para o cálculo das massas dos kaões é a massa do quark estranho que, apesar de decrescer, continua bastante elevada. Assim a conclusão que se retira é a de que a restauração efectiva da simetria axial não influencia o comportamento dos kaões e dos seus parceiros quirais.

É ainda importante referir que a convergência entre os diferentes parceiros quirais ocorre sempre para densidades onde os mesões são estados ligados como se constata da Fig. 8.16.

Para terminar, vamos analisar os modos de baixa energia K_S^- e \bar{K}_S^0 . Tal como sucede na Sec. 6.2.1, o critério para a ocorrência de condensação de kaões também não se verifica e, conseqüentemente, a restauração efectiva da simetria $U_A(1)$ neste modelo não conduz à condensação de kaões. Para finalizar o estudo destes modos de baixa energia, é de referir que o seu comportamento é em tudo semelhante para os restantes casos e, por essa razão, as conclusões aqui apresentadas são válidas para o Caso III e para $g_D = 0$.

Caso III. Neste caso vamos postular a seguinte dependência para g_D : $g_D(\rho_B) = g_D(0)\exp[-(\rho_B/\rho_0)^2]$. A susceptibilidade topológica com esta dependência para g_D é dado pela curva a ponteadado na Fig. 8.15. Este caso é muito semelhante ao Caso II para todos os mesões, como podemos ver na Fig. 8.17. Assim, no painel a), verifica-se que a forma $g_D(\rho_B)$ usada força a ocorrência da transição de fase quiral a densidades mais baixas, como acontece para o Caso III em matéria de quarks completamente simétrica e para sistemas a temperatura finita. Para a simetria axial verifica-se que as massas dos parceiros quirais (π^0, a_0) e (η, σ) ficam degeneradas para $\rho_B \approx 2.5\rho_0$ enquanto no Caso II isso só acontece para $\rho_B \approx 4\rho_0$. Agora o intervalo em que estes mesões ficam degenerados é maior: $2.5\rho_0 \leq \rho_B \leq 4.8\rho_0$. Depois a massa do η separa-se das outras massas tornando-se um sistema de quarks estranho puro e os mesões π^0, a_0, η' e σ ficam degenerados.

Neste cenário, χ (Fig. 8.15, curva a tracejado) tende para zero a $\rho_B \simeq 3\rho_0$. O comportamento dos ângulos de mistura (Fig. 8.14, curva a tracejado) é qualitativamente semelhante ao Caso II: θ_S toma o ângulo ideal para $\rho_B \gtrsim 2.5\rho_0$ e θ_P também muda de sinal, embora isto ocorra para valores mais baixos da densidade, $\rho_B \simeq 1.0\rho_0$. No painel b) verifica-se que a degenerescência dos mesões π^\pm e a_0^\pm ocorre para $\rho_B \gtrsim 2.5\rho_0$ ($\rho_B \gtrsim 4.0\rho_0$ no Caso II). Nos painéis c) e d) o efeito com mais relevância é a ocorrência de um decres-

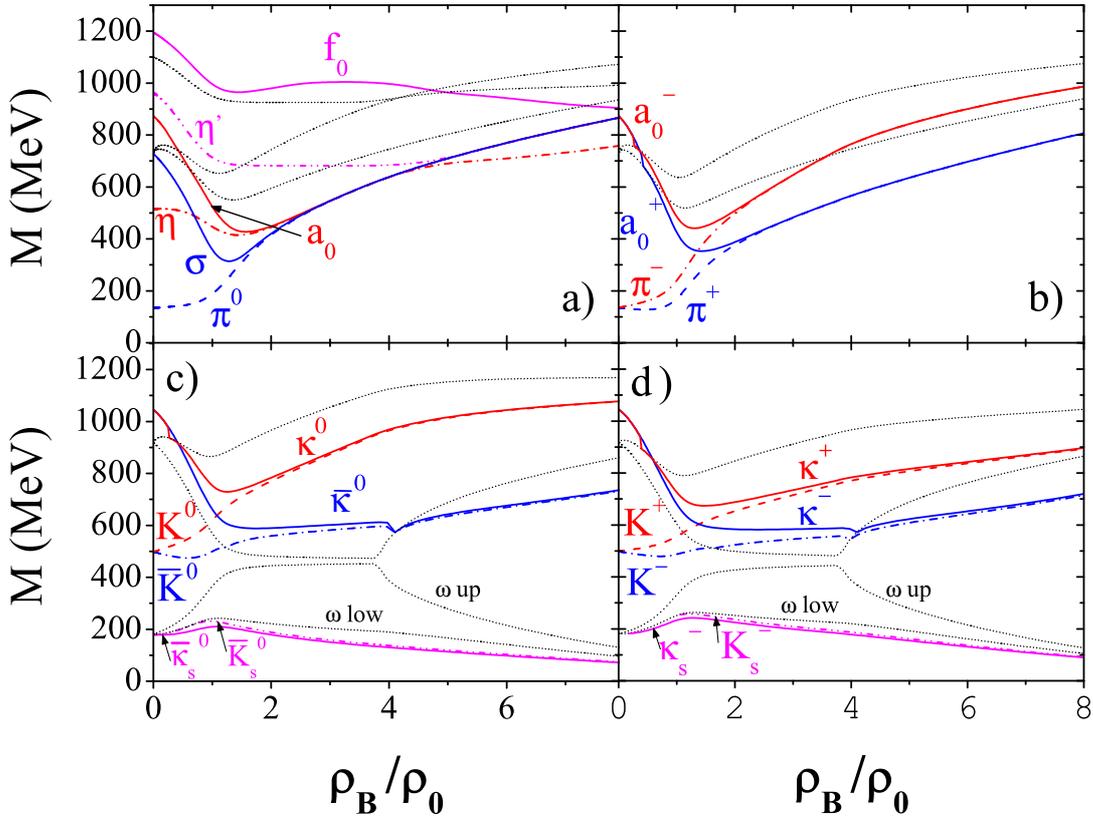


Figura 8.17: Massas dos mesões em função da densidade bariónica para o Caso III: o coeficiente da anomalia, g_D , é dado por uma exponencial decrescente. As linhas a pontado representam os limites do contínuo do mar de Dirac que definem os limiares $q\bar{q}$ para os mesões.

cimento mais acentuado das massas dos mesões κ^\pm e κ^0 ($\bar{\kappa}^0$) do que no Caso II.

8.8.3 Quebra explícita da simetria quiral sem anomalia $U_A(1)$

Antes da análise deste caso, é importante lembrar que a nossa intenção com este cenário sem a anomalia $U_A(1)$ ($g_D = 0$) é, como anteriormente, confirmar quais os parceiros quirais que devem ficar degenerados entre si quando introduzimos o determinante de 't Hooft que quebra a simetria $U_A(1)$ no lagrangiano. De facto, se se verificar a restauração desta simetria com a densidade, os mesões que ficam degenerados devem ser os mesmos que o são para $g_D = 0$.

Os efeitos provocados pelas condições específicas do meio são, de uma forma geral, qualitativamente semelhantes aos casos com temperatura finita e a matéria de quarks si-

métrica. No entanto existem algumas diferenças bastante relevantes: (i) a ausência de mistura nas equações do “gap” (4.105) provoca um decréscimo mais acentuado da massa do quark constituinte M_d quando comparado com M_u , que se reflecte no comportamento do parâmetro de assimetria quiral representado na Fig. 8.12; (ii) a massa do quark estranho, M_s , é praticamente constante para as densidades estudadas uma vez que não existem quarks de valência estranhos no meio devido ao facto de $M_s > \mu_s$ se verificar sempre. Estes dois factos vão ter consequências importantes no comportamento dos mesões que analisaremos de seguida.

Vamos começar pelo painel a) da Fig 8.18. Da sua observação, tem-se que, para $\rho_B < 5.5\rho_0$, este caso é muito semelhante aos casos sem anomalia anteriormente estudados: o π^0 está degenerado com o η e ambos são estados ligados; o mesão σ está sempre degenerado com o a_0 , e, à medida que a densidade aumenta, os quatro mesões tornam-se degenerados. Estes factos assinalam a restauração efectiva da simetria quiral no sector não estranho.

No entanto, para $\rho_B \gtrsim 5.5\rho_0$, surgem diferenças significativas relativamente aos outros casos com $g_D \neq 0$. Devido à ausência da anomalia, não há efeitos de mistura de quarks estranhos e não estranhos nas massas dos mesões η e η' e os ângulos de mistura tomam sempre o valor ideal. Porém, observa-se uma mudança de sinal no ângulo pseudoescalar, θ_P , a $\rho_B \simeq 5.5\rho_0$ ($\theta_P = -54.736^\circ$ para $\rho_B < 5.5\rho_0$, $\theta_P = 35.264^\circ$ para $\rho_B > 5.5\rho_0$), comportamento este que parece ser específico deste tipo de matéria. Isto implica que o mesão η , que é um sistema não estranho puro até esta densidade, se torne um sistema puramente estranho. O oposto acontece com o mesão η' que troca de identidade com o η ficando degenerado com os mesões π^0 , a_0 e σ .

Como nos Casos I, II e III, o mesão f_0 não mostra tendência a ficar degenerado com qualquer outro mesão como consequência da não restauração da simetria quiral no sector estranho. O facto de as massas dos mesões que só possuem estranheza no seu conteúdo permanecerem constantes ($f_0, \eta'(\eta)$) é uma consequência directa do comportamento da massa do quark estranho que também é constante.

No painel b) os mesões a_0^\pm são sempre estados ligados que vão degenerar com os mesões π^\pm como ocorre em todos os casos anteriores. No entanto, é de notar que, para este caso, a degenerescência ocorre para densidades bariónicas diferentes: a_0^- e π^- degeneram para $\rho_B \simeq 3.5\rho_0$; a_0^+ e π^+ degeneram para $\rho_B \simeq 4.1\rho_0$. Isto pode indicar a existência de duas transições de fase de primeira ordem distintas. De facto, M. Frank e colaboradores [223], propõem para este cenário a existência de duas transições para a fase de simetria restaurada: uma para o sector u e outra para o sector d . O comportamento por nós encontrado faz sentido neste contexto.

Nos painéis c) e d) nota-se um decréscimo mais acentuado das massas dos mesões

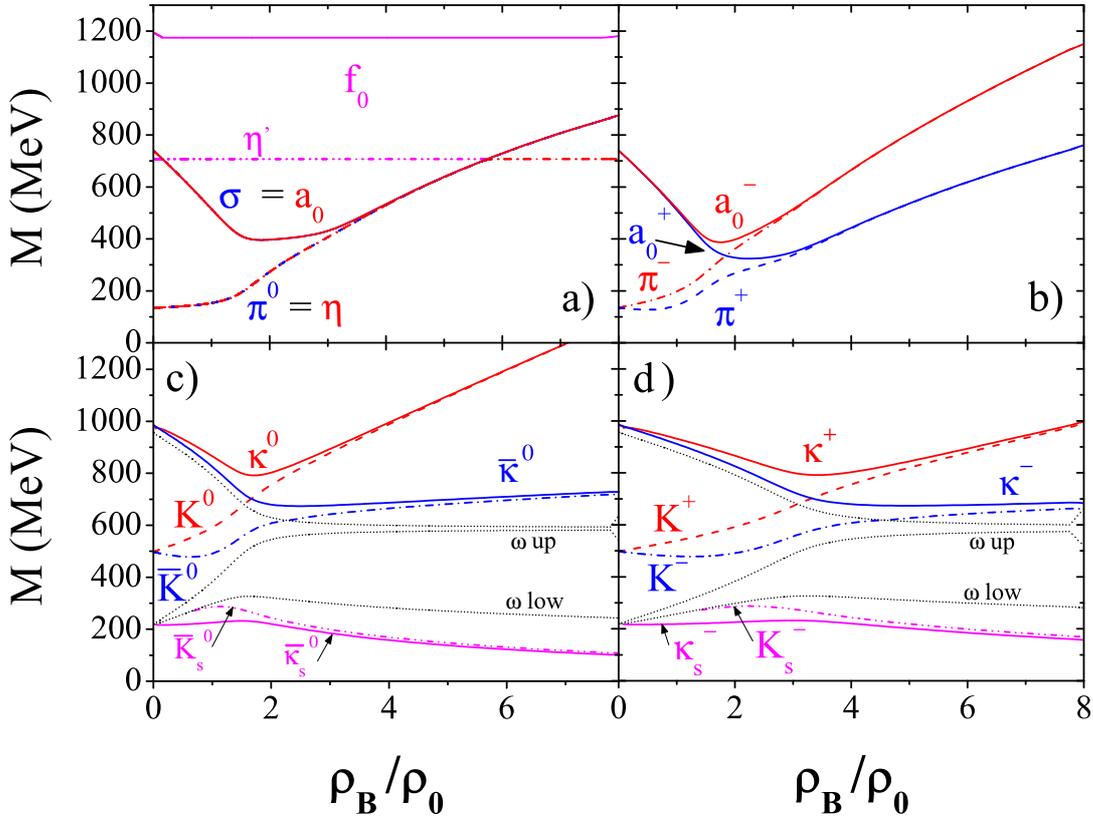


Figura 8.18: Massas dos mesões em função da densidade bariónica para o caso em coeficiente da anomalia, g_D , é nulo. As linhas a ponteadas representam os limites do contínuo do mar de Dirac que definem os limiares $q\bar{q}$ para os mesões.

κ^0 ($\bar{\kappa}^0$) do que para os mesões κ^\pm . Este comportamento fica a dever-se ao facto de a massa M_d ter um decréscimo muito mais pronunciado do que M_u à medida que a densidade aumenta (pelas relações de dispersão (4.82) temos que κ^0 e $\bar{\kappa}^0$ dependem de M_d enquanto κ^\pm dependem de M_u). Para finalizar, tem-se que o desdobramento entre os multipletos de carga dos piões e dos kaões continua a manifestar-se tal como era de esperar.

8.9 Sumário e conclusões

Ao terminar este capítulo, é importante recapitular as principais conclusões obtidas ao longo das secções anteriores.

Assim, foram tomados três cenários (Tabela 8.1) para o estudo da restauração da simetria axial com a temperatura ou a densidade. Para complementar a informação prove-

niente da restauração efectiva da simetria axial, considerou-se o caso extremo $g_D = 0$.

No que à simetria quirial diz respeito, e tomando em consideração as propriedades termodinâmicas do sistema, as conclusões que foram obtidas no âmbito do modelo de NJL com g_D constante (Caso I), para temperaturas ou densidades finitas [21, 27, 24, 155], são passíveis de generalização para os Casos II e III: a simetria quirial é parcialmente restaurada no sector SU(2), enquanto o mesmo não se verifica para o sector estranho. Este facto, que é um reflexo do comportamento das massas dos quarks, tem implicações directas sobre o comportamento dos mesões que se manifesta na não degenerescência de parceiros quirais com elevadas componentes de estranheza.

Quando se tem em consideração as excitações mesónicas, e uma vez que a simetria quirial é explicitamente quebrada pela presença de quarks com massa não nula, a restauração efectiva das simetrias é assinalada pela degenerescência dos respectivos parceiros quirais. Com base neste critério, verificou-se que, para o Caso I ($g_D = \text{constante}$), está sempre patente no espectro de massa dos mesões uma fracção de quebra de simetria $U_A(1)$, mesmo para temperaturas e densidades para as quais a restauração efectiva da simetria quirial no sector não estranho já ocorreu.

No Caso II, a simetria $U_A(1)$ é efectivamente restaurada para temperaturas (densidades) superiores às verificadas para a restauração efectiva da simetria quirial no sector SU(2). Para o Caso III, verificou-se que a restauração de ambas as simetrias ocorre para a mesma temperatura (densidade). Em ambos os casos, para a gama de temperaturas (densidades) estudadas, não se observaram sinais que indicassem a restauração completa da simetria $U(3) \otimes U(3)$ como, por exemplo, a degenerescência dos mesões a_0 e f_0 com o pião. Como se trabalhou num cenário realista ($m_u = m_d \ll m_s$), apenas foi possível constatar a restauração das simetrias no sector não estranho. Mesmo para o caso limite $g_D = 0$, e para temperaturas ou densidades elevadas, se pode verificar os efeitos significativos que o sector estranho induz e que se reflectem no comportamento dos mesões f_0 e η' .

Informação adicional é fornecida pelos ângulos de mistura que atingem os respectivos valores ideais para os Casos II e III, ou seja, para os cenários onde se verifica a restauração efectiva da simetria axial. Quando isto acontece, não ocorre mistura de sabores entre os quarks não estranhos e os quarks estranhos: (i) os mesões σ e η tornam-se estados $\bar{q}q$ sem componente de estranheza, enquanto os mesões f_0 e η' são excitações $s\bar{s}$ puras para o caso a temperatura finita e para matéria de quarks completamente simétrica; (ii) os mesões η e η' mudam de identidade entre si para matéria de “neutrões”.

O ponto de partida foi a presença da anomalia $U_A(1)$ que quebra explicitamente a simetria axial no vácuo, sendo a simetria axial efectivamente restaurada por efeitos térmicos ou pela presença da densidade, e admitindo que o coeficiente da anomalia, g_D , decresce com a temperatura e com a densidade. De todos os casos apresentados, pen-

samos que o o Caso II é o mais relevante do ponto de vista físico, visto que tem como pressuposto resultados dos cálculos na rede.

Os resultados obtidos têm por base a utilização de um modelo esquemático que possui algumas limitações, mas que apesar disso, inclui alguns dos ingredientes principais para uma descrição qualitativa fidedigna a temperaturas elevadas.

Para um estudo mais realista da restauração da simetria $U_A(1)$ com a densidade, é necessário ter em atenção o aparecimento, para densidades elevadas, dos condensados $\langle qq \rangle$, ou seja, ter em consideração a supercondutividade na cor. De facto, a quebra da simetria quiral no modelo de NJL com supercondutividade na cor tem sido alvo de bastante interesse [224, 225] pelo que seria bastante interessante investigar os efeitos da supercondutividade na cor nas massas dos mesões e, por conseguinte, na restauração efectiva das simetrias.

Outro cenário que se vislumbra para a restauração de simetrias, tem como base a implementação de uma constante de acoplamento efectiva g'_S que dependa da temperatura. Esta dependência de g'_S poderia então ser ajustada de modo a que a temperatura para a transição de fase no modelo de NJL coincida com o valor de T_c encontrado para os cálculos na rede. O uso de constantes de acoplamento efectivas pode ser encontrado na literatura, como por exemplo na Ref. [226].

Apesar destes resultados, o papel desempenhado pela simetria $U_A(1)$ para meios a temperatura finita, e principalmente para meios a densidade finita, ainda não foi suficientemente investigado e a questão da sua restauração continua em aberto, esperando-se que novos estudos, quer experimentais quer teóricos (com destaque para os cálculos computacionais na rede), possam ser esclarecedores.

Capítulo 9

Os decaimentos dos mesões pseudoescalares neutros no meio quente e denso

Este capítulo vai ser dedicado ao estudo dos decaimentos dos mesões pseudoescalares no âmbito do modelo de NJL. Para além do interesse do cálculo destes decaimentos no vácuo, uma das principais motivações para este estudo é analisar a influência da restauração de simetrias, que acabámos de estudar, no comportamento dos decaimentos destes mesões. Para isso, vamos estudar os decaimentos anómalos $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$ e $\eta \rightarrow \gamma\gamma$ no vácuo, em função da temperatura e em matéria de “neutrões” em equilíbrio β . Para melhor compreender a importância da restauração efectiva da simetria $U_A(1)$ nestes observáveis, para temperatura ou densidade finitas, vamos recorrer aos cenários representados pelo **Caso I** e pelo **Caso II** definidos no Cap. 8.

9.1 Motivação

O nosso estudo sobre os efeitos do meio nas propriedades mesónicas limitou-se, até agora, ao espectro de massas. Os decaimentos mesónicos constituem uma fonte de informação complementar e importante sobre as modificações induzidas pelo aumento da temperatura e/ou densidade no comportamento dos mesões, designadamente fornecendo informação útil no que se refere à restauração de simetrias: se, como vimos no Cap. 8, a análise das massas destes mesões no meio nos revela informação essencial no que respeita à restauração das simetrias quiral e $U_A(1)$, é pertinente ver o que a esse respeito nos dizem os seus decaimentos. Esta é uma das razões pelas quais estes decaimentos têm atraído a atenção dos físicos ao longo dos anos.

Os decaimentos electromagnéticos dos mesões pseudoescalares neutros π^0 e η são um exemplo desse interesse: cálculos destes decaimentos podem ser encontrados na lite-

ratura no contexto de diferentes modelos [153, 152, 227, 228, 229, 230, 231, 232, 233, 234, 235, 236].

Compreender o processo $\pi^0(\eta) \rightarrow \gamma\gamma$ é especialmente relevante se tivermos em atenção que a grande percentagem de fotões produzidos nas colisões de iões pesados é devido aos decaimentos do π^0 e do η : de acordo com a Ref. [237], 97% dos fotões produzidos nas colisões $^{208}\text{Pb}+^{208}\text{Pb}$ a $\sqrt{s_{NN}} = 17$ GeV provêm dos decaimentos $\pi^0(\eta) \rightarrow \gamma\gamma$. A produção destes mesões é indicada pela ocorrência de pares de fotões com a massa invariante igual à massa destes mesões. De facto, os fotões são a melhor sonda da dinâmica e das propriedades da matéria formada nas colisões de iões pesados, uma vez que, como só interagem electromagneticamente, têm grande probabilidade de escapar do sistema e preservar a história do seu nascimento. Assim, os fotões criados em colisões de iões pesados fornecem informação directa sobre as condições físicas onde foram criados. Por exemplo, se a fase inicial for o plasma de quarks e gluões, os fotões possuirão características diferentes dos que são produzidos em matéria hadrónica densa e estas diferenças poderão ser observadas pelos experimentalistas.

As possíveis modificações das interacções mesónicas anómalas no meio também têm sido motivo de estudo nos últimos anos. Trabalhos efectuados por R. Pisarski [228] e por R. Pisarski e M. Tytgat [229, 238] mostram que, enquanto para os fermiões a anomalia axial não é afectada pelo meio, espera-se o oposto para as interacções mesónicas anómalas.

Os efeitos da temperatura no processo $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$ deram origem a vários trabalhos mas tem sido dedicada menos atenção ao decaimento $\eta \rightarrow \gamma\gamma$. Os cálculos realizados para $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$ indicam um aumento da largura de decaimento perto da temperatura de Mott [152, 153, 228, 236]. O cálculo $\eta \rightarrow \gamma\gamma$ é mais complexo uma vez que, como já foi referido, a estrutura deste mesão é caracterizada pela mistura de quarks estranhos e não estranhos. Como a restauração parcial da simetria quiral acontece apenas para o sector não estranho, o estudo do decaimento electromagnético do η torna-se particularmente interessante.

Ao iniciar o estudo do decaimento $\pi^0(\eta) \rightarrow \gamma\gamma$ com a densidade temos que ter em consideração as diferenças entres os casos $T \neq 0, \rho_B = 0$ e $T = 0, \rho_B \neq 0$. Recordamos aqui que, no primeiro caso, não temos uma verdadeira transição de fase mas antes um “crossover” entre a fase de simetria quebrada e a fase de simetria quiral restaurada e, para além disso, temos os efeitos associados à dissociação em pares $\bar{q}q$ à temperatura de Mott; no segundo caso a transição de fase é de primeira ordem e os mesões são sempre estados ligados. Assim, é importante clarificar se estas diferenças afectam significativamente os decaimentos $\pi^0(\eta) \rightarrow \gamma\gamma$.

O facto dos mesões neutros η e π^0 estarem directamente associados à anomalia $U_A(1)$ acarreta um interesse acrescido ao nosso estudo, uma vez que a anomalia $U_A(1)$ é a res-

ponsável pelo levantamento da degenerescência entre estes mesões. Como as suas massas ficam degeneradas quando ocorre a restauração efectiva da simetria $U_A(1)$ com a temperatura e a densidade, é de grande utilidade investigar o que acontece com os observáveis associados ao decaimento $\pi^0(\eta) \rightarrow \gamma\gamma$ neste cenário e também quando a restauração efectiva da simetria $U_A(1)$ não se verifica.

Outra questão ainda em aberto é a de saber se existirá um aumento ou a supressão dos decaimentos $\pi^0(\eta) \rightarrow \gamma\gamma$ nas experiências de colisões de iões pesados. Apesar de os tempos de vida destes mesões neutros serem muito maiores que as escalas de tempo hadrónicas e os seus decaimentos poderem não ser observados dentro da “fireball”, é importante compreender a física subjacente a estes decaimentos pois esta poderá estar na origem de outros decaimentos mesónicos anómalos mais complexos ($\omega \rightarrow \pi\pi\pi, \omega \rightarrow \rho\pi$) que são bastante relevantes nas experiências na região quente e densa [228].

Começaremos por apresentar, na Sec. 9.2, os resultados do estudo do decaimento anómalo dos mesões π^0 e η no vácuo, em matéria de “neutrões” em equilíbrio β e para temperatura finita em dois cenários diferentes: o **Caso I** e o **Caso II** definidos no Cap. 8. Isto permitir-nos-á estudar os efeitos da restauração da simetria quiral e da simetria axial nestes decaimentos. Também teremos em atenção os resultados obtidos por outros autores que servirão de referência para o nosso estudo a temperatura finita [152, 153, 228, 236].

9.2 O decaimento anómalo $\pi^0, \eta \longrightarrow \gamma\gamma$ a temperatura e a densidade finita

9.2.1 O formalismo do decaimento $H \longrightarrow \gamma\gamma$

Para a descrição dos decaimentos $H \longrightarrow \gamma\gamma$ vamos considerar o diagrama do triângulo para os decaimentos electromagnéticos dos mesões neutros que está representado na Fig. 9.1. A correspondente amplitude invariante é dada por

$$\begin{aligned} \tilde{\mathcal{T}}_H(P, q_1, q_2) = i \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} \text{Tr} \{ \Gamma_H S(p - q_1) \hat{\epsilon}_1 S(p) \hat{\epsilon}_2 S(p + q_2) \} \\ + \text{troca.} \end{aligned} \quad (9.1)$$

Aqui $\text{Tr} = \text{tr}_c \text{tr}_f \text{tr}_\gamma$ é o traço sobre os índices da cor, do sabor e do spin. A função de vértice do mesão, Γ_H , que é uma matriz 3×3 no espaço do sabor, contém a matriz de Dirac $i\gamma_5$ e a correspondente constante de acoplamento $g_{H\bar{q}q}$ (ver por exemplo (4.37)). $S(p)$ é o propagador dos quarks ($S(p) = \text{diag}(S_u, S_d, S_s)$), $\hat{\epsilon}_{1,2}$ é o vector de polarização do fóton com momento $q_{1,2}$. Ao efectuarmos o traço sobre o índice do sabor temos diferentes

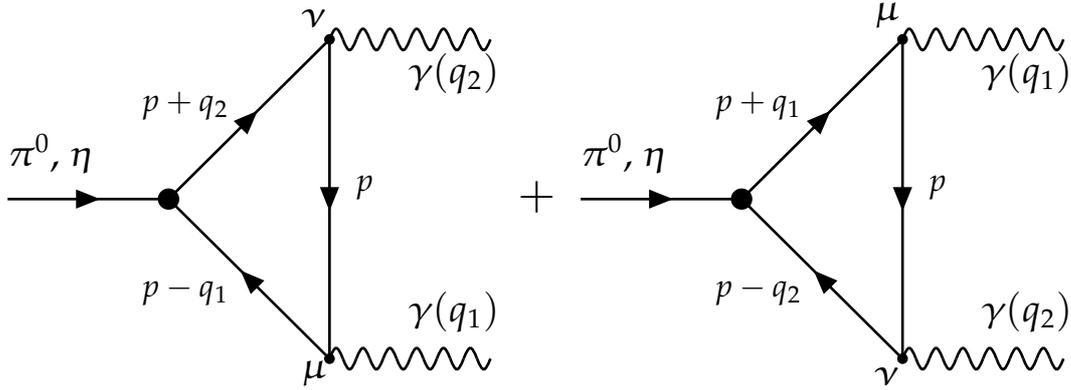


Figura 9.1: O diagrama do triângulo de quarks para o decaimento $H \rightarrow \gamma\gamma$ (diagrama directo e de troca).

factores para cada mesão H : $Q_{H\bar{q}q}$. Estes factores dependem da carga eléctrica e do sabor dos quarks que constituem o mesão H : $Q_\pi = 1/3$, $Q_{\eta_u} = 5/9$ e $Q_{\eta_s} = -\sqrt{2}/9$.

Para realizarmos o nosso estudo, vamos usar o referencial de repouso do mesão ($P = (M_H, \mathbf{0})$) e a condição $P = q_1 + q_2$. Efectuando o traço em (9.1) obtemos

$$\tilde{T}_H(P, q_1, q_2) = \epsilon_{\mu\nu\alpha\beta} \epsilon_1^\mu \epsilon_2^\nu q_1^\alpha q_2^\beta \mathcal{T}_H(P^2, q_1^2, q_2^2), \quad (9.2)$$

onde

$$\mathcal{T}_{\pi^0}(P^2 = M_{\pi^0}^2, q_1^2, q_2^2) = 32\alpha\pi g_{\pi^0\bar{u}u} I_{\pi^0}^\mu \quad (9.3)$$

e

$$\begin{aligned} \mathcal{T}_\eta(P^2 = M_\eta^2, q_1^2, q_2^2) = & \frac{32\alpha\pi}{3\sqrt{3}} \left[\cos\theta_P (5g_{\eta\bar{u}u} I_\eta^\mu - 2g_{\eta\bar{s}s} I_\eta^s) \right. \\ & \left. - \sin\theta_P \sqrt{2} (5g_{\eta\bar{u}u} I_\eta^\mu + g_{\eta\bar{s}s} I_\eta^s) \right]. \end{aligned} \quad (9.4)$$

com α a constante de estrutura fina. Os integrais $I_H^i \equiv I_H^i(P)$ são dados por

$$I_H^i(P) = iM_i \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} \frac{1}{(p^2 - M_i^2)[(p - q_1)^2 - M_i^2][(p + q_2)^2 - M_i^2]}. \quad (9.5)$$

Por uma questão de simplicidade, fez-se a aproximação de considerar $M_u = M_d$. Na verdade, para $T = 0$, $\rho_B = 0$ e também para $T \neq 0$, $\rho_B = 0$ a condição $M_u = M_d$ verifica-se sempre. O mesmo não acontece para matéria de “neutrões” em equilíbrio β devido à quebra da simetria do sabor neste tipo de matéria. No entanto, a aproximação utilizada revela-se muito útil pela simplicidade que introduz no cálculo dos diagramas da Fig. 9.1 e também porque a diferença entre M_u e M_d tem o valor máximo de apenas 30 MeV para $\rho_B \approx 1.7\rho_0$.

Para introduzirmos os efeitos da temperatura e/ou densidade no nosso sistema, vamos aplicar novamente o formalismo de Matsubara [152, 239] (ver Sec. 4.6). Os integrais relevantes para o cálculo são, de novo, (4.20) e (4.27). Em particular $I_H^i(P)$ (9.5) toma a seguinte forma¹:

$$I_H^i(P_0, \mathbf{P} = \mathbf{0}) = -\frac{M_i}{4\pi^2} \int_0^\infty dp \frac{p}{E_i^2} \frac{1}{4E_i^2 - P_0^2} \ln \left(\frac{E_i + p}{M_i} \right) [n_i^+ - n_i^-]. \quad (9.6)$$

Para temperatura finita e densidade zero, $I_H^i(P)$ toma a forma:

$$I_H^i(P_0, \mathbf{P} = \mathbf{0}) = -\frac{M_i}{4\pi^2} \int_0^\infty dp \frac{p}{E_i^2} \frac{1}{4E_i^2 - P_0^2} \ln \left(\frac{E_i + p}{M_i} \right) [1 - 2f(E_i(p))], \quad (9.7)$$

e a temperatura zero e densidade finita, $I_H^i(P)$ é agora da forma:

$$I_H^i(P_0, \mathbf{P} = \mathbf{0}) = -\frac{M_i}{4\pi^2} \int_{\lambda_i}^\infty dp \frac{p}{E_i^2} \frac{1}{4E_i^2 - P_0^2} \ln \left(\frac{E_i + p}{M_i} \right) \quad (9.8)$$

onde λ_i é, como habitualmente, o momento de Fermi do quark i .

Finalmente, a largura de decaimento é obtida de

$$\Gamma_{H \rightarrow \gamma\gamma} = \frac{M_H^3}{64\pi} |\mathcal{T}_{H \rightarrow \gamma\gamma}|^2 \quad (9.9)$$

e a constante de acoplamento do decaimento é

$$g_{H \rightarrow \gamma\gamma} = \frac{\mathcal{T}_{H \rightarrow \gamma\gamma}}{e^2}. \quad (9.10)$$

9.2.2 Resultados para g_D constante: Caso I

Vamos começar por apresentar os nossos resultados para a densidade e a temperatura com g_D constante, ou seja, o Caso I definido no Cap. 8. Depois, vamos investigar a influência da restauração efectiva da simetria $U_A(1)$ no comportamento de $H \rightarrow \gamma\gamma$, usando para isso g_D em função da densidade e da temperatura. Neste estudo vamos restringir ao Caso II do Cap. 8, pois este é o caso que apresenta maior robustez uma vez que é inspirado a partir de cálculos computacionais na rede.

Na Tabela 9.1 estão apresentados os resultados obtidos para $\mathcal{T}_{H \rightarrow \gamma\gamma}$, $\Gamma_{H \rightarrow \gamma\gamma}$ e $g_{H\gamma\gamma}$ ($H = (\pi^0, \eta)$) no vácuo, em comparação com os respectivos valores experimentais [30, 227, 230]. Constata-se que, para a parametrização usada, os resultados obtidos estão em acordo com os resultados experimentais.

Antes de continuar a discussão, é relevante fazer alguns comentários relativos ao cálculo do integral $I_H^i(P)$ (9.6). Como já foi estudado na Sec. 4.2 a acção fermiónica do

¹Ver Apêndice E.

Tabela 9.1: Comparação dos valores experimentais com os resultados numéricos obtidos usando o modelo de NJL.

		NJL	Exp.
π^0	$ T_{\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma} [\text{eV}]^{-1}$	2.5×10^{-11}	$(2.5 \pm 0.1) \times 10^{-11}$
	$\Gamma_{\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma} [\text{eV}]$	7.65	7.78(56)
	$g_{\pi^0 \gamma\gamma} [\text{GeV}]^{-1}$	0.273	0.274 ± 0.010
	$\tau_{\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma} [\text{s}]$	8.71×10^{-17}	8.57×10^{-17}
η	$ T_{\eta \rightarrow \gamma\gamma} [\text{eV}]^{-1}$	2.68×10^{-11}	$(2.5 \pm 0.06) \times 10^{-11}$
	$\Gamma_{\eta \rightarrow \gamma\gamma} [\text{KeV}]$	0.486	0.465
	$g_{\eta\gamma\gamma} [\text{GeV}]^{-1}$	0.292	0.260
	$\tau_{\eta \rightarrow \gamma\gamma} [\text{s}]$	1.36×10^{-18}	1.43×10^{-18}

modelo de NJL (4.12) possui divergências na região do ultravioleta sendo, por isso, necessário o uso do “cutoff” para a regularização dos integrais. No entanto, o integral $I_H^i(P)$ (9.6) não é uma quantidade divergente. Ao escolhermos regularizar a acção desde o início, não é necessário introduzir o “cutoff” no integral I_H^i – como já vimos, apenas os integrais I_1^i (4.20) e I_2^{ij} (4.27) são regularizados [240]. As vantagens de usar $\Lambda \rightarrow \infty$ em integrais que não divergem foi mostrada em [152, 153, 240], onde se consegue obter um bom acordo entre os valores assim obtidos e os respectivos resultados experimentais para os diversos observáveis estudados.

O caso $T = 0$ e $\rho_B \neq 0$

Vamos agora apresentar os nossos resultados para o Caso I em que temos temperatura zero e densidade finita.

Para o cálculo da amplitude de transição do decaimento $H \rightarrow \gamma\gamma$ em função da densidade, necessitamos analisar o comportamento de M_u (Fig. 5.6) e de $g_{H\bar{q}q}$ com a densidade, que está representado na Fig. 9.2. Como vimos na Sec. 5.5, o comportamento de M_u reflecte, essencialmente, a restauração parcial da simetria quiral no sector não estranho. Assim, à medida que a densidade aumenta, os mesões π^0 e η são sempre estados ligados mas as constantes de acoplamento mesão–quark são cada vez mais fracas, principalmente no caso do π^0 , como verificamos pela Fig. 9.2.

Foquemos a nossa atenção no efeito do meio no decaimento em dois fotões do π^0 : os resultados para $T_{\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma}$, $\Gamma_{\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma}$ e $g_{\pi^0 \gamma\gamma}$ estão representados na Fig. 9.3. Para melhor compreender estes resultados, temos que relacioná-los com o papel desempenhado pelo π^0 na quebra e restauração da simetria quiral no sector SU(2). Como vimos anteriormente, os sinais da restauração efectiva desta simetria são, entre outros, o crescimento da massa

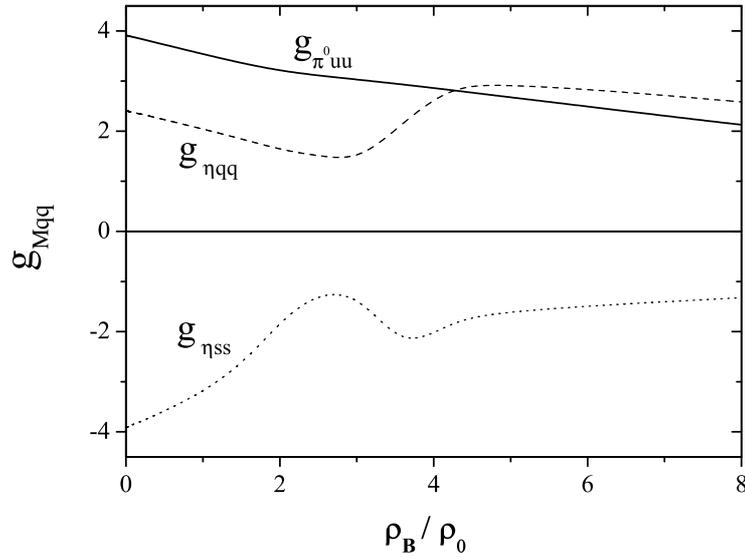


Figura 9.2: Constante de acoplamento mesão–quark–quark em função da densidade bariônica.

do π^0 com o aumento da densidade, as massas dos mesões π^0 e σ degenerarem entre si e a constante de decaimento do π^0 tende assintoticamente para zero.

Por tudo isto, e atendendo à dependência das expressões (9.3), (9.9) e (9.10) na massa do quark não estranho e do pião, é esperado que o comportamento dos observáveis do decaimento $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$ estejam também eles relacionados com a restauração parcial da simetria quiral no sector SU(2).

O comportamento da amplitude de transição, $\mathcal{T}_{\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma}$ (Fig. 9.3 a)), assim como o comportamento de $g_{\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma}$ (Fig. 9.3 c)), é o resultado de um compromisso entre os valores de $I_{\pi^0}^u(P_0 = M_{\pi^0})$ (9.8), que depende da massa do quark u (ver Fig. 5.6), e de $g_{\pi^0 \bar{u}u}$ traduzido na Eq. (9.3). Assim, para $\rho_B = 0$ temos $\mathcal{T}_{\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma} = 2.5 \times 10^{-11} \text{ eV}^{-1}$ sendo este valor praticamente constante para densidades baixas. Isto deve-se ao facto de $I_{\pi^0}^u(P_0 = M_{\pi^0})$ apresentar um crescimento nesta região, capaz de compensar a diminuição suave do valor de $g_{\pi^0 \bar{u}u}$, como podemos ver na Fig. 9.4, linha a cheio. No entanto, à medida que a densidade aumenta, para além do decréscimo de $g_{\pi^0 \bar{u}u}$, verifica-se outro efeito importante: um acentuado decréscimo de M_u cujo efeito se torna dominante no integral $I_{\pi^0}^u(P_0 = M_{\pi^0})$ (9.8) levando ao seu decréscimo (este efeito é visível na Fig. 9.4 quando comparamos as curvas a cheio e a tracejado). Estes efeitos associados conduzem ao decréscimo do valor de $\mathcal{T}_{\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma}$ (e de $g_{\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma}$) com o aumento da densidade.

No que diz respeito à largura de decaimento, $\Gamma_{\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma}$, verificamos a existência de um

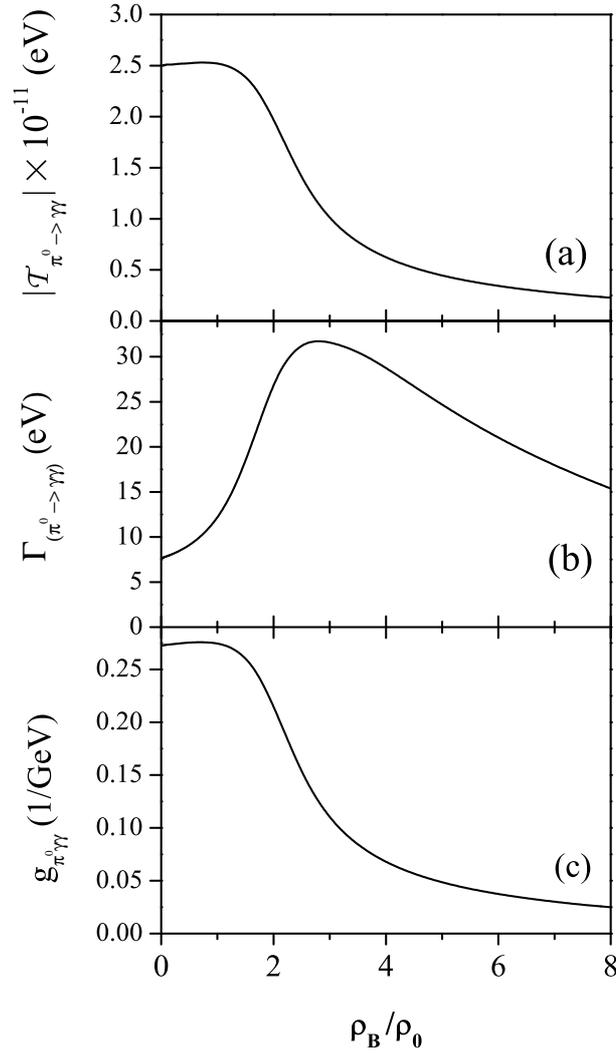


Figura 9.3: O decaimento $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$ em função da densidade bariónica: a) Amplitude de transição; b) Largura de decaimento; c) Constante de acoplamento.

máximo da função para $\rho_B \approx \rho_B^{cr}$ (Fig. 9.3 b)), em virtude de termos dois efeitos competitivos: por um lado $\mathcal{T}_{\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma}$, que decresce e, por outro, a massa do π^0 que aumenta com a densidade. Para $\rho_B \lesssim \rho_B^{cr}$ o efeito dominante é o aumento da massa do π^0 , sendo que para $\rho_B \gtrsim \rho_B^{cr}$ o efeito dominante é a diminuição do valor de $\mathcal{T}_{\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma}$. Isto leva a que, para valores acima da densidade crítica, o decaimento do pião neutro em dois fótons se torne menos favorável, o que reflecte o facto do π^0 se tornar um estado de quarks menos ligado. Este cenário é compatível com resultados experimentais recentes que indicam que os graus de liberdade piónicos são menos relevantes a densidades elevadas [241, 242].

Com vista a clarificar a relação entre o comportamento dos decaimentos anómalos e a restauração da simetria quiral no sector não estranho, podemos calcular a amplitude de

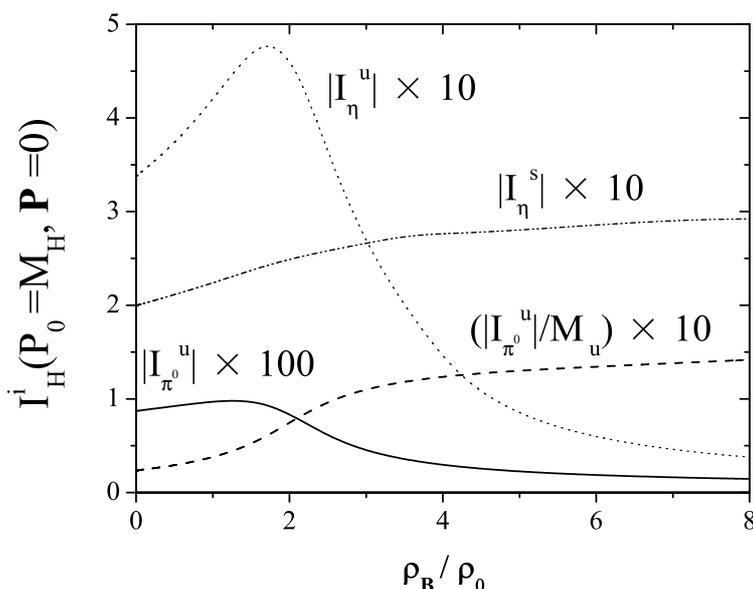


Figura 9.4: O integral $I_H^i(P)$ (9.6) em função da densidade bariônica.

transição no limite quiral, impondo a condição de o momento externo ser igual a zero: ($P_0 = 0$ e $\mathbf{P} = \mathbf{0}$). Então, teremos

$$|\mathcal{T}_{\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma}| \propto \frac{M_u^2}{f_\pi} \frac{1}{\lambda_u^2} \quad (9.11)$$

um resultado similar ao obtido por R. Pisarski [228, 229, 238] que realizou a mesma análise com a temperatura. A Eq. (9.11) permite-nos concluir que o decréscimo da massa M_u é o efeito dominante, levando, eventualmente, ao desaparecimento da amplitude de transição.

Vamos agora estudar o decaimento $\eta \rightarrow \gamma\gamma$. Apesar de se revelar qualitativamente semelhante ao decaimento $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$, existem diferenças que serão alvo de uma análise detalhada. Estas diferenças estão relacionadas com a existência de quarks s na estrutura do mesão η e do comportamento destes quarks em matéria de “neutrões” em equilíbrio β que foi analisado em pormenor na Sec. 5.5.

Relembremos a estrutura de quarks do η que é dada pela Eq. (6.2):

$$|\eta\rangle = \cos\theta_P \frac{1}{\sqrt{3}} |\bar{u}u + \bar{d}d - 2\bar{s}s\rangle - \sin\theta_P \sqrt{\frac{2}{3}} |\bar{u}u + \bar{d}d + \bar{s}s\rangle.$$

Como foi mostrado na Sec. 6.2.2 e na Ref. [26], o ângulo de mistura ($\theta_P = -5.8^\circ$ no vácuo) começa por decrescer com o aumento da densidade tendo um mínimo em $\rho_B \simeq 2.8\rho_0$

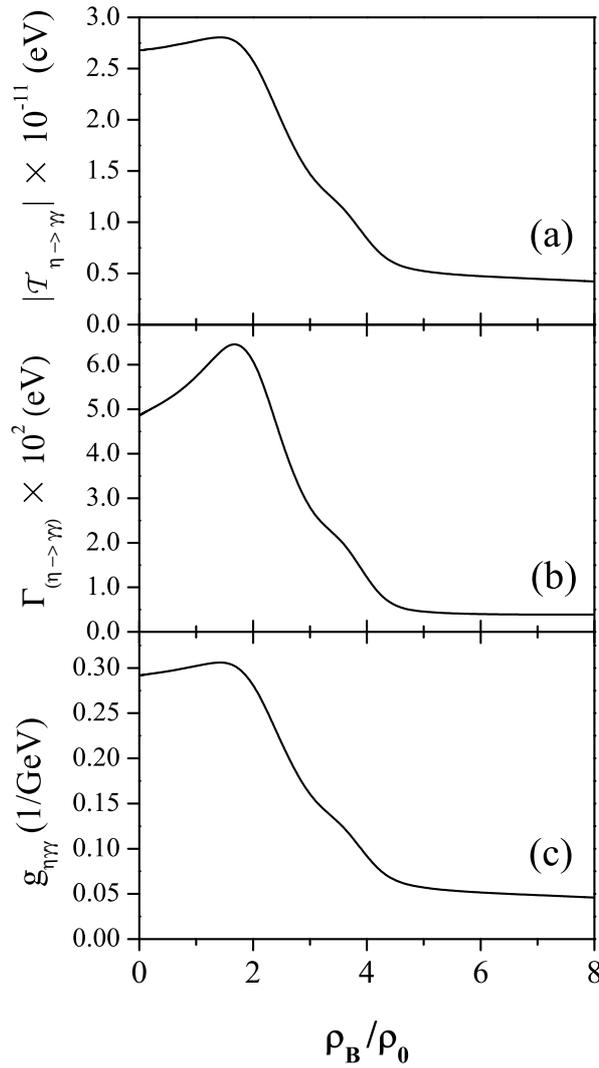


Figura 9.5: O decaimento $\eta \rightarrow \gamma\gamma$ em função da densidade bariônica: a) Amplitude de transição; b) Largura de decaimento; c) Constante de acoplamento.

($\theta_P \simeq -25^\circ$). Para $\rho_B > 2.8\rho_0$ θ_P cresce rapidamente, tornando-se zero para $\rho_B \simeq 3.5\rho_0$, atingindo o valor de $\sim 30^\circ$ quando temos o aparecimento de quarks estranhos de valência no meio para $\rho_B \simeq 3.9\rho_0$. Assim, para densidades elevadas, o comportamento do mesão η é fortemente influenciado pelo comportamento da massa do quark estranho. Apesar da forte influência do quark s no comportamento do mesão η , constatamos, pela observação da Fig. 9.5, que os resultados para os observáveis $\mathcal{T}_{\eta \rightarrow \gamma\gamma}$ e $g_{\eta \rightarrow \gamma\gamma}$ são qualitativamente semelhantes aos resultados encontrados para o decaimento $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$. A principal diferença prende-se com a largura de decaimento $\Gamma_{\eta \rightarrow \gamma\gamma}$ que praticamente desaparece para $\rho > 3.9\rho_0$.

O caso $\rho_B = 0$ e $T \neq 0$

De seguida, vai ser estudado o decaimento anómalo a temperatura finita e a densidade zero.

O comportamento dos mesões π^0 e η com a temperatura foi estudado na Sec. 7.1.1. Fazendo um pequeno apanhado das conclusões aí apresentadas, constatámos que a principal diferença no que concerne ao comportamento das massas dos mesões para $T = 0$, $\rho_B \neq 0$ e $T \neq 0$, $\rho_B = 0$ é que, no último caso, os mesões dissociavam-se em pares $\bar{q}q$, deixando de ser estados ligados, à respectiva temperatura de Mott: as massas dos mesões π^0 e η cruzam o limiar $2M_u$ e as respectivas constantes de acoplamento mesão-quark decrescem rapidamente, indo para zero como veremos adiante. Como resultado, acima deste limiar, necessitámos de introduzir a “aproximação de largura finita” para o cálculo das massas. O mesmo se passa para a determinação das constantes de acoplamento e de decaimento dos mesões o que acarreta um grau de complexidade acrescido. Ora isto, não acontece quando temos temperatura zero e densidade finita. Como vimos na secção anterior, mesmo para densidades elevadas, e apesar de um mais fraco acoplamento aos quarks, os mesões são estados ligados e o comportamento das diferentes quantidades é suave.

No entanto, do ponto de vista físico, o interesse dos decaimentos $H \rightarrow \gamma\gamma$ reside precisamente na região de temperaturas abaixo da temperatura de Mott uma vez que para $T > T_{\text{Mott}}$ temos mesões como ressonâncias. Assim, limitaremos a discussão dos nossos resultados a $T \leq T_{\text{Mott}}^H$.

Na Fig. 9.6 apresentamos os resultados de $\mathcal{T}_{\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma}$, $\Gamma_{\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma}$ e $g_{\pi^0\gamma\gamma}$ em função da temperatura.

A amplitude de transição para o pião depende de $g_{\pi^0\bar{u}u}$ e de $I_{\pi^0}^u(P_0 = M_{\pi^0})$ (9.7) que estão representados no painel esquerdo da Fig. 9.7.

Como foi discutido em [152, 153, 236, 243, 244], à temperatura de Mott ocorrem efeitos resultantes do contínuo de pares $\bar{q}q$ que causam comportamentos complicados na amplitude de transição, um facto que, como já discutimos na secção anterior, não acontece para o caso em que temos densidade finita, onde o comportamento se revelou suave. Assim, à medida que a temperatura aumenta, $g_{\pi^0\bar{u}u}$ decresce abruptamente e, por seu lado, $I_{\pi^0}^u$ cresce de forma também abrupta, como o painel esquerdo da Fig. 9.7 bem ilustra. A combinação destes dois efeitos origina um crescimento suave de $\mathcal{T}_{\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma}$ (Fig. 9.6 a)).

Por sua vez, $\Gamma_{\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma}$, tem um crescimento acentuado perto da temperatura de Mott para o pião ($T_{\text{Mott}}^{\pi^0} \approx 212$ MeV) devido ao aumento da massa do mesão (este efeito é dominante como se vê da Eq. (9.9)), aumento este que é uma manifestação da tendência da restauração da simetria quiral com a temperatura.

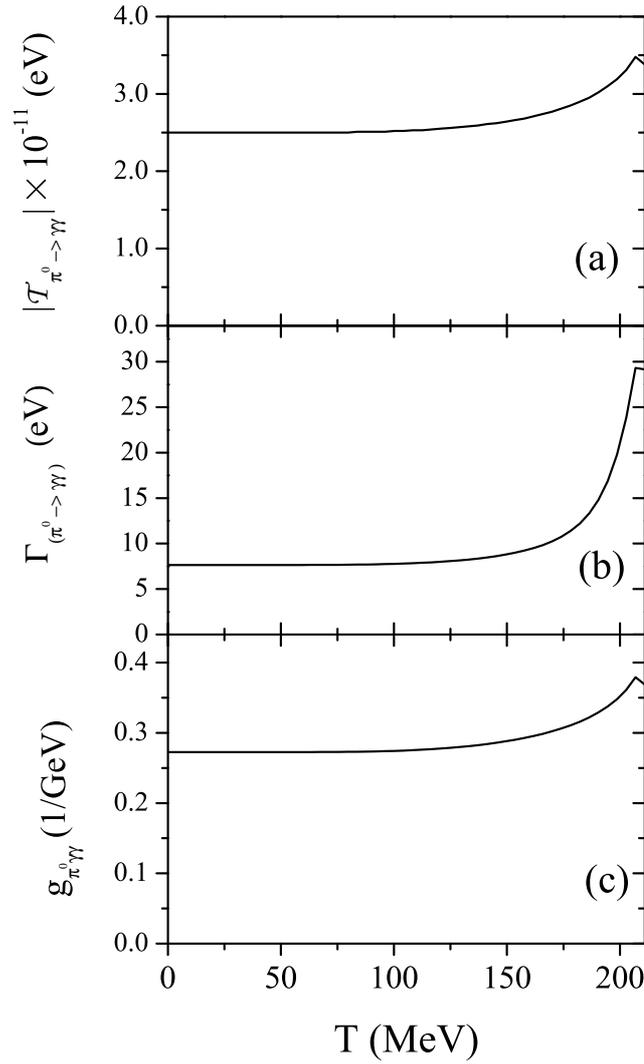


Figura 9.6: O decaimento $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$ em função da temperatura: a) Amplitude de transição; b) Largura de decaimento; c) Constante de acoplamento.

No que diz respeito ao comportamento do decaimento $\eta \rightarrow \gamma\gamma$ com a temperatura, temos que é qualitativamente similar ao decaimento $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$. Os observáveis $\mathcal{T}_{\eta \rightarrow \gamma\gamma}$, $\Gamma_{\eta \rightarrow \gamma\gamma}$ e $g_{\eta\gamma\gamma}$ (Fig. 9.8) dependem das massas dos quarks u e s , das constantes de acoplamento $g_{\eta\bar{s}s}$ e $g_{\eta\bar{u}u}$, dos integrais $I_{\eta}^s(P_0 = M_{\eta})$ e $I_{\eta}^u(P_0 = M_{\eta})$ (Fig. 9.7, painel direito) e também do ângulo de mistura $\theta_P(M_{\eta})$ (ver Fig. 6.6). O comportamento de θ_P é suave, porém, as constantes de acoplamento e os referidos integrais mostram um comportamento análogo ao encontrado para o pião. A diferença mais significativa é que o pico encontrado para $\mathcal{T}_{\eta \rightarrow \gamma\gamma}$, $\Gamma_{\eta \rightarrow \gamma\gamma}$ e $g_{\eta\gamma\gamma}$ acontece antes da temperatura de Mott para o η , $T_{\text{Mott}}^{\eta} \approx 180$ MeV.

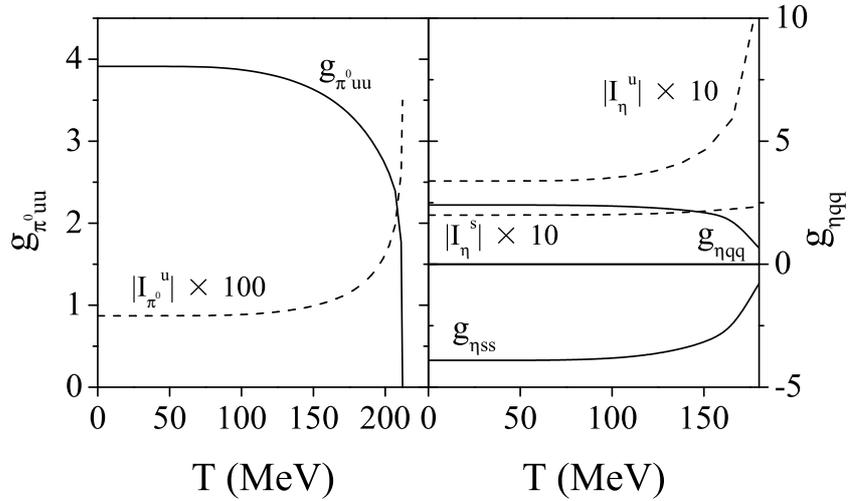
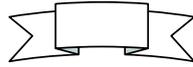


Figura 9.7: Constantes de acoplamento mesão–quark–quark e os integrais $|I^q_H| \times 10$ em função da temperatura, para o π^0 (painel esquerdo) e para o η (painel direito).



Resumindo o nosso estudo para os decaimentos $H \rightarrow \gamma\gamma$, mostrámos que, apesar de a estrutura de quarks dos mesões neutros π^0 e η ser diferente, a densidades elevadas o seu comportamento é semelhante e é principalmente uma manifestação da restauração da simetria quiral. Por outro lado, verificou-se que os resultados dos observáveis destes decaimentos anómalos, são qualitativamente semelhantes para os meios com temperatura ou densidade finita. Com efeito, estes observáveis são significativamente afectados pelo meio, levando a um crescimento acentuado da largura de decaimento perto de $\rho_B = \rho_B^{cr}$ e da temperatura de Mott para cada mesão. No entanto, a relevância destes resultados do ponto de vista experimental tem que ser analisado com sentido crítico. Os resultados experimentais recentes da colaboração “Pioneering High Energy Nuclear Interaction eXperiment” [PHENIX] mostram que existe uma supressão da produção de mesões π^0 na região central das colisões Au+Au comparativamente às regiões periféricas [241, 242]. Isto significa que o decaimento $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$ pode apenas ser interessante para as experiências de colisões de iões pesados a temperaturas ou densidades intermédias. Porém, e apesar da existência de um pico para $\Gamma_{\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma}$ nas referidas regiões de temperatura ou densidade, o valor respectivo do tempo de vida τ é de 2×10^{-17} s, muito maior do que o tempo de vida esperado para a “fireball” na fase hadrónica, cuja ordem de grandeza é 10^{-22} s. Isto implica que o decaimento $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$ deve ocorrer fora da “fireball”. As mesmas considerações podem aplicar-se ao decaimento $\eta \rightarrow \gamma\gamma$ sendo agora o valor má-

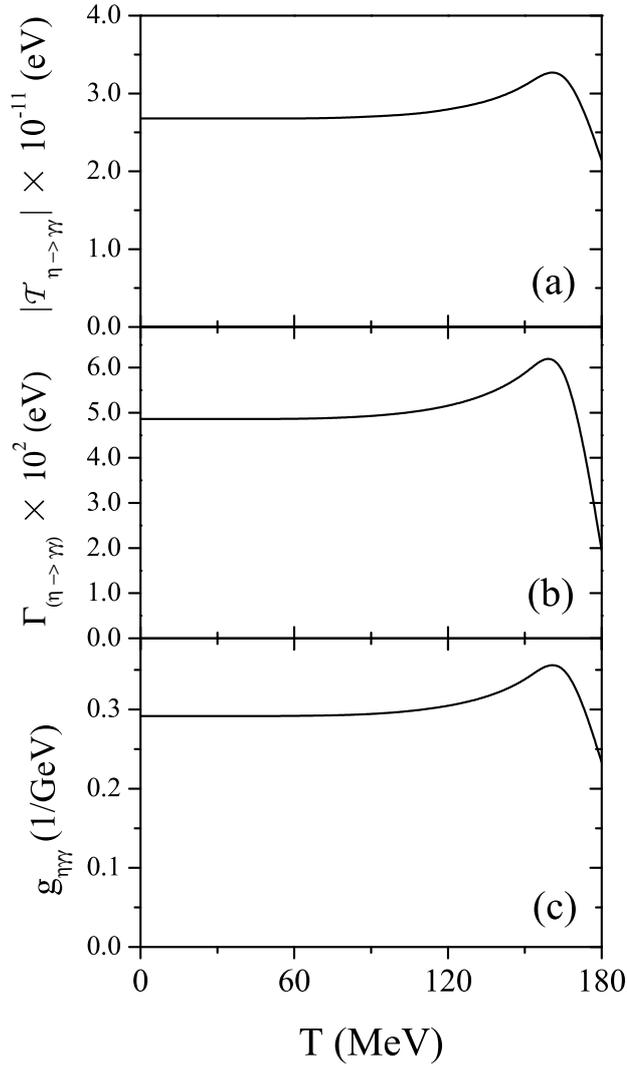


Figura 9.8: O decaimento $\eta \rightarrow \gamma\gamma$ em função da temperatura: a) Amplitude de transição; b) Largura de decaimento; c) Constante de acoplamento.

ximo do tempo de vida aproximadamente 9×10^{-19} s. Apesar de tudo, a física que está subjacente a estes processos é a mesma para outros decaimentos anómalos relevantes do ponto de vista experimental o que nos leva a concluir que, as modificações provocadas pelo meio neste tipo de fenómenos podem, em princípio, ser observadas em mesões mais pesados.

9.2.3 Resultados para $g_D(\rho_B)$ e $g_D(T)$: Caso II

De seguida, vamos estudar as implicações da restauração efectiva da simetria $U_A(1)$ nos decaimentos anómalos $H \rightarrow \gamma\gamma$. Para isso, procede-se como habitualmente, substituindo o coeficiente da anomalia, g_D , que foi tomado como constante, por $g_D(T)$ e $g_D(\rho_B)$

(Caso II das secções 8.5 e 8.8) para o caso da temperatura e da densidade respectivamente.

Começemos por analisar o decaimento $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$ que está representado na Fig. 9.9. De facto constata-se que para este decaimento não se verificam alterações significativas entre as duas situações, quer para $\rho_B = 0$ e $T \neq 0$ (painéis a), b) e c) da Fig. 9.9), quer para $\rho_B \neq 0$ e $T = 0$ (painéis d), e) e f) da Fig. 9.9).

No que ao decaimento $\eta \rightarrow \gamma\gamma$ diz respeito, a situação mostra-se bem mais interessante, principalmente para o caso em que temos densidade finita.

Para o caso $\rho_B = 0$ e $T \neq 0$ (linha a pontado para os painéis a), b) e c) da Fig. 9.10) os comportamentos da amplitude de transição, da largura de decaimento e da constante de acoplamento são bastante semelhantes ao caso em que temos g_D constante, Caso I. Na verdade como só estudamos o decaimento $\eta \rightarrow \gamma\gamma$ até à temperatura de Mott do mesão η ($T_{\text{Mott}}^\eta \approx 180$ MeV), ainda não podemos observar os efeitos da restauração efectiva da simetria $U_A(1)$ no decaimento uma vez que esta só acontece para $T \approx 350$ MeV.

Para o caso $\rho_B \neq 0$ e $T = 0$ (linha a pontado nos painéis d), e) e f) da Fig. 9.10) a influência da restauração efectiva da simetria axial é notória: $\mathcal{T}_{\eta \rightarrow \gamma\gamma}$, $\Gamma_{\eta \rightarrow \gamma\gamma}$ e $g_{\eta\gamma\gamma}$ tendem para zero para $\rho_B \gtrsim 4.0\rho_0$. Esta é a densidade para a qual a massa do η degenera com a massa do σ (ver painel a) da Fig. 8.16), χ tende para zero e θ_P troca de sinal (ver Figs. 8.15 e 8.14, respectivamente). Apesar de para $\rho_B \gtrsim 4.8\rho_0$ o mesão η se separar do seu parceiro quiral em $SU(3)$ e se tornar um sistema de quarks completamente estranho (o que conduz à troca de identidades entre o η e o η') o seu decaimento já não é afectado. Um efeito da restauração da simetria $U_A(1)$ é, então, a supressão do decaimento $\eta \rightarrow \gamma\gamma$.

Voltando ao decaimento $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$, um assunto que ficou por abordar foi o factor de forma para a transição $\gamma^* \rightarrow \pi^0\gamma$, um assunto de grande interesse experimental e que será objecto de estudo no próximo capítulo.

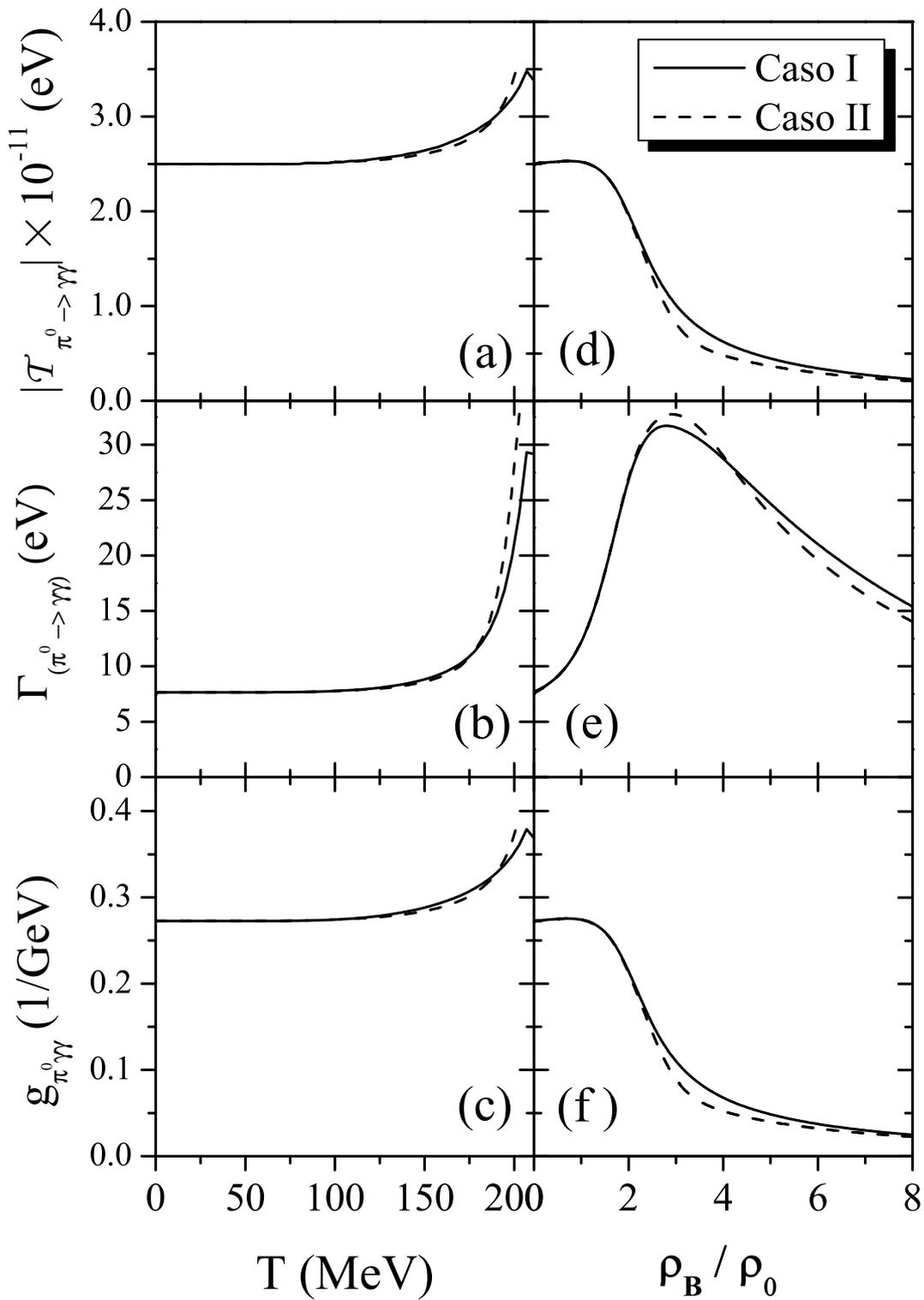


Figura 9.9: O decaimento $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$: amplitude de transição, largura de decaimento e constante de acoplamento em função da temperatura (painéis a), b) and c)) e em função da densidade bariónica (painéis d), e) and f)).

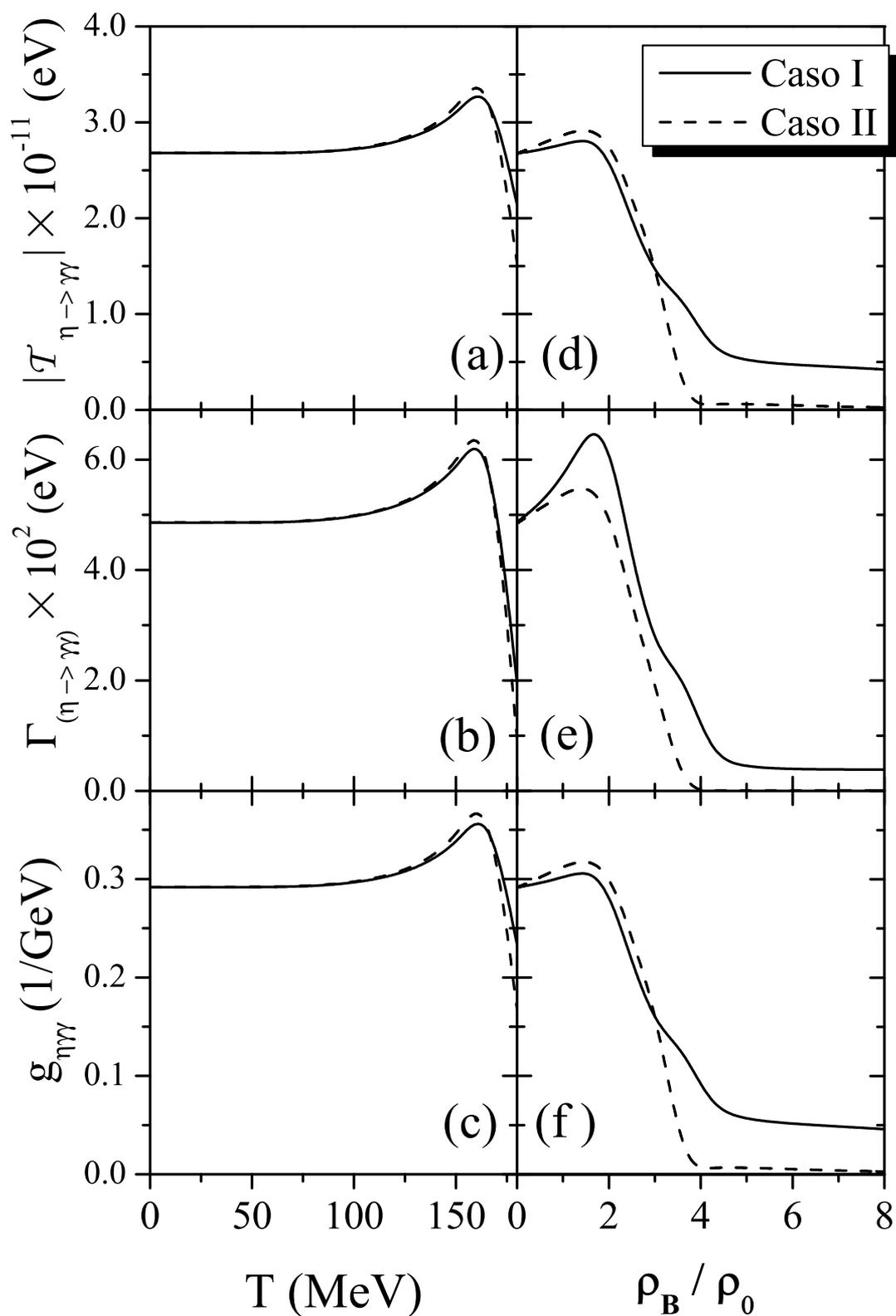


Figura 9.10: O decaimento $\eta \rightarrow \gamma\gamma$: amplitude de transição, largura de decaimento e constante de acoplamento em função da temperatura (painéis a), b) e c)) e em função da densidade bariónica (painéis d), e) e f)).

Capítulo 10

Uma alternativa ao modelo de NJL – o modelo relativista de quarks constituintes

10.1 Introdução

O modelo de NJL, e os modelos subsequentes por ele motivados, revelaram-se instrumentos poderosos para o estudo da estrutura composta dos hádrons. Apesar do seu relativo sucesso, as suas limitações, em especial a ausência de um mecanismo de confinamento e o facto de ser um modelo não renormalizável, reduzem a sua aplicabilidade a uma faixa do espectro hadrónico relativamente estreita.

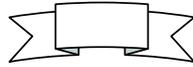
No que respeita à aplicação do modelo de NJL às propriedades mesónicas, o modelo consegue descrever de uma forma bastante satisfatória os mesões pseudoescalares leves. No que concerne aos mesões pseudoescalares pesados, F. Gottfried e S. Klevansky [245], procuraram obter as massas destes mesões e o seu comportamento com a temperatura no âmbito do modelo de NJL, embora, o trabalho não tenha tido continuação no cálculo de outros observáveis.

As reconhecidas limitações do modelo, mas, por outro lado, também as suas vantagens, levaram a que ao longo dos anos se tenha procurado construir generalizações mais realistas que preservassem algumas das suas características mais interessantes do ponto de vista físico.

Estas generalizações usam interacções de quatro quarks não-locais, usualmente numa forma separável [246, 247, 248, 249, 250, 251, 252, 253]. Assim as funções de onda dos hádrons e as características globais hadrónicas podem ser relacionadas [252, 254, 255].

O objectivo deste capítulo é o de apresentar um modelo não local, inspirado no modelo de NJL, modelo esse que procura colmatar algumas das limitações do modelo de NJL. De seguida, calcularemos, a título de exemplo, alguns processos físicos no âmbito

deste modelo. A ideia básica será a de procurar mostrar que está aberta uma perspectiva de trabalho, utilizando tudo aquilo que se pode aprender com o modelo de NJL e ultrapassando algumas das suas limitações.



Na redacção deste capítulo, começaremos por apresentar, na próxima secção, os conceitos básicos do modelo não local sendo que, as secções seguintes serão dedicadas ao seu formalismo, com especial atenção à técnica usada para calcular o espectro de massa dos mesões pseudoescalares e à forma como se determinam os seus parâmetros. Uma vez fixado o modelo, trataremos de calcular o factor de forma para a transição $\gamma^* \rightarrow \pi^0 \gamma$ cujos resultados iremos comparar com os valores experimentais e com os resultados que se obtêm para o modelo de NJL. Para terminar faremos um breve sumário onde também abordaremos as perspectivas que se abrem com o uso deste modelo.

10.2 Conceitos básicos do modelo

Como foi referido diversas vezes, um dos principais problemas do modelo de NJL é a ausência de confinamento para as interacções de quarks. Com vista a resolver este problema, foi introduzida uma formulação especial do confinamento dos quarks por G. V. Efimov, M. A. Ivanov e T. Mizutani [256, 257]. Nestes trabalhos, foi assumido que os vértices hádrão–quark são locais mas os propagadores dos quarks dentro do “loop” de quarks são descritos por funções analíticas que têm a grande vantagem de proporcionar, simultaneamente, o confinamento dos quarks e a convergência ultravioleta de todos os diagramas, isto é, os integrais envolvidos não dependem de um “cutoff” como no modelo de NJL original, visto que aqui o “cutoff” é infinito. Este formalismo, que tem por base o modelo de NJL com interacções separáveis, foi usado com bastante sucesso quer para o estudo de mesões (nomeadamente os piões) quer para o estudo de bariões [258].

O uso deste tipo de modelos baseia-se no pressuposto de que toda a informação relevante sobre a estrutura composta dos hádrões está concentrada nos elementos de matriz dos processos físicos, nomeadamente nos factores de forma electromagnéticos que caracterizam a resposta de um estado ligado a uma interacção com um fóton.

Inspirados neste tipo de modelos, surgiram outros modelos relativistas de quarks constituintes [MRQC], cuja base é a interacção lagrangiana que descreve a transição dos hádrões em quarks, e vice versa, através de uma função de vértice efectiva relacionada com a distribuição dos momentos dos constituintes [258]. A forma da função de vértice é escolhida de modo a garantir a convergência na região do ultravioleta e, ao mesmo tempo,

fornecer uma descrição fenomenológica das interacções da QCD a longas distâncias entre quarks e gluões¹.

A estratégia usada neste modelo, baseia-se numa interacção lagrangiana efectiva escrita em termos das variáveis dos quarks e dos hadrões. Então, usando as regras de Feynman, os elementos da matriz S que descrevem as interacções hadrão–hadrão, são determinados por um conjunto de diagramas de quarks. O modelo apresenta como parâmetros: os valores das massas dos quarks leves e pesados e os parâmetros de escala que definem o tamanho da distribuição dos quarks constituintes dentro do hadrão.

As formas das funções de vértice e dos propagadores dos quarks podem ser encontradas a partir da análise das equações de Bethe–Salpeter [BSE] e das equações de Dyson–Schwinger [DSE], respectivamente (para detalhes sobre este formalismo ver por exemplo Ref. [13]). A DSE foi utilizada para procurar uma descrição precisa, uniforme e unificada dos observáveis dos mesões leves e pesados [259, 260, 261].

Outros modelos, como o caso do modelo que estamos a tratar, usam uma aproximação fenomenológica onde a função de vértice é modelada por uma forma gaussiana (ou lorentziana), e o parâmetro de escala é determinado pelo ajuste aos decaimentos leptónicos dos mesões.

Como veremos, este modelo, encarado como uma generalização do modelo de NJL, pode ser tratado usando as técnicas de bosonização usadas até agora.

10.3 Do modelo de NJL com interacção separável ao modelo MRQC

Na literatura, podemos encontrar diferentes maneiras de fundamentar o modelo MRQC. Iremos seguir aqui o caminho de generalizar o modelo de NJL, incluindo uma interacção separável, impondo, de seguida, as restrições que conduzem ao modelo MRQC.

Uma vez que nos interessa aqui apresentar as concepções teóricas, faremos, por uma questão de simplicidade, a análise em $SU(2)$ sendo que a generalização para $SU(3)$ e $SU(6)$ é imediata.

Vamos começar por considerar a extensão não local do modelo de NJL em $SU(2)$ definido pelo lagrangiano:

¹De facto, o modelo continua a ser um modelo efectivo de quarks onde os graus de liberdade gluónicos não aparecem explicitamente.

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(x) = & \bar{q}(x)(i\partial - \hat{m})q(x) \\ & + \frac{1}{2}G \{ [\bar{q}(x)\varphi(x)q(x)] [\bar{q}(y)\varphi(y)q(y)] + [\bar{q}(x)i\gamma_5\vec{\tau}(x)\varphi(x)q(x)] [\bar{q}(y)i\gamma_5\vec{\tau}(y)\varphi(y)q(y)] \} \end{aligned} \quad (10.1)$$

onde $\varphi(x)$ é o factor de forma e $\vec{\tau}$ as matrizes de Pauli².

Recorrendo ao uso das técnicas descritas no Apêndice C.1, onde foram introduzidos os campos auxiliares σ e π , podemos generalizar a mudança de variável feita com estes campos ao presente caso. Assim, teremos

$$\sigma \rightarrow \sigma + G(\bar{q}\varphi q) \quad (10.2)$$

$$\vec{\pi} \rightarrow \vec{\pi} + G(\bar{q}i\gamma_5\vec{\tau}\varphi q). \quad (10.3)$$

Obtemos então para a acção efectiva:

$$W_{ef} = \int d^4x \left(-\frac{\sigma^2 + \vec{\pi}^2}{2G} \right) - i\text{Tr} \ln [i\partial - \hat{m} - (\sigma\varphi(x) + i\gamma_5\vec{\tau}\vec{\pi}\varphi(x))]. \quad (10.4)$$

O propagador dos quarks pode ser escrito como:

$$S_F(x-y) = \frac{\delta^4(x-y)}{i\partial - \hat{m} - (\sigma\varphi(x) + i\gamma_5\vec{\tau}\vec{\pi}\varphi(x))} \quad (10.5)$$

$$= \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} \frac{e^{-ip(x-y)}}{i\partial - \hat{m} - (\sigma\varphi(x) + i\gamma_5\vec{\tau}\vec{\pi}\varphi(x))}. \quad (10.6)$$

Como habitualmente, para determinar a equação do “gap”, minimizamos a acção efectiva em ordem aos campos clássicos $\Phi = \{\sigma, \vec{\pi}\}$:

$$\left. \frac{\partial W_{ef}}{\partial \Phi} \right|_{\Phi=\Phi_c} = 0. \quad (10.7)$$

O resultado vem

$$M_i(k) - m_i = -8iGN_c\varphi(k) \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} \varphi(p) \frac{M_i(p)}{p^2 - M_i^2(p^2)} \quad (10.8)$$

com

$$M_i(p) = m_i + \sigma\varphi(p^2) \quad (10.9)$$

onde $\varphi(p^2)$ é a transformada de Fourier do factor de forma do vértice.

²Ver Apêndice A.

A resolução das equações do “gap” (10.8) comporta diversos problemas, especialmente se se estiver interessado na sua generalização para sistemas a temperatura ou densidade finitas. A perspectiva que aqui adoptaremos, e que foi introduzida por I. V. Anikin e colaboradores em [258], consiste em aproximar a massa dos quarks, que depende do momento, a uma constante. Assim teremos uma massa efectiva M_i para os quarks que vai ser usada como um parâmetro ajustável. A forma como ajustamos M_i será mostrada mais adiante. Aqui é importante referir que a imposição desta restrição simplifica consideravelmente o problema uma vez que não nos preocupamos com a resolução das equações do “gap”.

De seguida, e como foi feito na Sec. 4.4.1, podemos expandir a acção efectiva (10.4) nos campos mesónicos. Tendo em atenção apenas o sector pseudoescalar, temos que a acção efectiva quadrática de mesões é dada por:

$$W_{ef}^{(2)} = \frac{1}{2} \sum_{\Phi=\sigma,\pi} \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} \Phi(p) \left[-\frac{1}{G} + \Pi_{\Phi}(p^2) \right] \Phi(-p) \quad (10.10)$$

onde o operador polarização é escrito da forma

$$\Pi_{\Phi}(p^2) = iN_c \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} \varphi_{\Phi}^2(p^2) \text{tr} (\Gamma_{\Phi} S_2(p_2) \Gamma_{\Phi} S_1(p_1)) \quad (10.11)$$

onde $\Gamma_{\Phi} = I$ para $\Phi = \sigma$, ou $\Gamma_{\Phi} = i\gamma_5$ para $\Phi = \pi$. Por outro lado, e tendo em atenção que agora $M_i = \text{cte}$, temos que a função de Green do quark i toma a forma:

$$S_i(p_i) = \frac{1}{\not{p}_i + M_i}. \quad (10.12)$$

Se o campo Φ estiver devidamente normalizado, a acção efectiva de bosões tem a forma geral

$$W_{ef}^{(2)} = \frac{1}{2} \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} \tilde{\Phi}(p) (p^2 - M_{\Phi}^2) \tilde{\Phi}(-p). \quad (10.13)$$

O processo usual para obter a acção efectiva nesta forma consiste em definir o campo $\tilde{\Phi}(p)$ como:

$$\tilde{\Phi}(p) = \mathcal{N}_{\Phi}^{-1} \Phi(p) \quad (10.14)$$

e desenvolver $\Pi_{\Phi}(p^2)$ em torno do pólo $p^2 = M_{\Phi}^2$. A acção efectiva (10.10) fica

$$\begin{aligned} W_{ef}^{(2)} &= \frac{1}{2} \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} \tilde{\Phi}(p) \mathcal{N}_{\Phi}^2 \left[-\frac{1}{G} + \Pi_{\Phi}(M_{\Phi}^2) + (p^2 - M_{\Phi}^2) \frac{\partial \Pi_{\Phi}}{\partial p^2} \Big|_{p^2=M_{\Phi}^2} + \dots \right] \tilde{\Phi}(-p) \\ &= \frac{1}{2} \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} \tilde{\Phi}(p) (p^2 - M_{\Phi}^2) \tilde{\Phi}(-p) \end{aligned} \quad (10.15)$$

Fazendo o limite $p^2 \rightarrow M_\Phi^2$ e uma vez que $-\frac{1}{G} + \Pi_\Phi(M_\Phi^2) = 0$, teremos

$$\begin{aligned} \lim_{p^2 \rightarrow M_\Phi^2} W_{ef}^{(2)} &= \frac{1}{2} \int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} \tilde{\Phi}(p)(p^2 - M_\Phi^2) \left[\mathcal{N}_\Phi^2 \frac{\partial \Pi_\Phi}{\partial p^2} \Big|_{p^2=M_\Phi^2} \right] \tilde{\Phi}(-p) \\ &= \frac{1}{2} \int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} \tilde{\Phi}(p)(p^2 - M_\Phi^2) \tilde{\Phi}(-p) \end{aligned} \quad (10.16)$$

de onde resulta,

$$\mathcal{N}_\Phi^2 = \left[\frac{\partial \Pi_\Phi}{\partial p^2} \Big|_{p^2=M_\Phi^2} \right]^{-1}. \quad (10.17)$$

Designemos \mathcal{N}_Φ por $g_{\Phi\bar{q}q}$ – constante de acoplamento mesão–quark. Esta designação faz sentido se lembrarmos que, quando se usa o campo normalizado, surgem na acção termos do tipo $\int d^4x \mathcal{N}_\Phi \Phi \bar{q}q$, tornando-se evidente que \mathcal{N}_Φ pode ser interpretado como uma constante de acoplamento mesão–quark.

A condição para calcular a constante de acoplamento mesão–quark pode então ser escrita como:

$$g_{\Phi}^2 \Pi'_\Phi - 1 = 0. \quad (10.18)$$

Esta formulação do modelo de NJL com interacção separável pode ser generalizada para descrever as interacções de qualquer estado físico. Assim, para os mesões escalares e pseudoescalares o lagrangiano de mesões pode ser escrito na forma:

$$\mathcal{L}(x) = \mathcal{L}_0(x) + \mathcal{L}_{\text{int}}(x), \quad (10.19)$$

com

$$\mathcal{L}_0(x) = \frac{1}{2} H(x) (\square - M_H^2) H(x) \quad (10.20)$$

e

$$\mathcal{L}_{\text{int}}(x) = g_H H(x) \int dx_1 \int dx_2 \delta \left(x - \frac{x_1 + x_2}{2} \right) \varphi \left((x_1 - x_2)^2 \right) \bar{q}_2(x_2) \Gamma_H q_1(x_1) \quad (10.21)$$

onde $\mathcal{L}_{\text{int}}(x)$ descreve o acoplamento de um mesão $H(q_1\bar{q}_2)$ aos seus quarks constituintes q_1 e \bar{q}_2 .

Neste ponto, é importante referir que na Ref. [258], os autores fazem notar que a acção efectiva (10.4) pode ser reescrita de forma que a acção efectiva de mesões possa ser obtida da teoria quântica de campos definida pelo lagrangiano

$$\mathcal{L}(x) = \mathcal{L}_0(x) + \mathcal{L}_{\text{int}}(x), \quad (10.22)$$

onde

$$\mathcal{L}_0 = \bar{q}(i\cancel{\partial} - M_q)q + \frac{1}{2}s(\square - M_s^2)s + \frac{1}{2}\bar{\pi}(\square - M_\pi^2)\pi \quad (10.23)$$

e

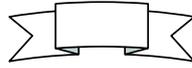
$$\mathcal{L}_{\text{int}} = \frac{g_s}{\sqrt{2}} s(x) J_s(x) + \frac{g_\pi}{\sqrt{2}} \vec{\pi}(x) \vec{J}_P(x) \quad (10.24)$$

se as constantes de renormalização dos campos mesónicos forem iguais a zero

$$Z_\varphi = 1 - \frac{g_\varphi^2}{2} \Pi'_\varphi(M_\varphi^2) = 0. \quad (10.25)$$

Esta condição reflecte a natureza composta dos hadrões (estados ligados em teoria quântica de campos) e é denominada por condição de “composição” e foi originalmente proposta em [262, 263].

A condição de “composição” tem sido usada em diversos trabalhos para determinar a constante de acoplamento g_φ , no entanto, no nosso modelo vamos recorrer à condição (10.18) que é o equivalente de (10.25).



Vamos então fazer um pequeno sumário sobre os principais aspectos do modelo de NJL com interacção separável:

1. Não estamos interessados em resolver a equação do “gap”. De facto os problemas associados à sua resolução só estão completamente esclarecidos para o vácuo. Várias tentativas para resolver a equação do “gap” a temperatura finita foram feitas [264, 265, 266], mas os resultados não foram completamente esclarecedores. Para ultrapassar esta questão, usamos uma massa efectiva constante para os quarks, M_i , que é um parâmetro ajustável.
2. Neste modelo, a quebra da simetria quiral manifesta-se pelo aparecimento de dupletos de paridade e, por isso, a sua análise é baseada no critério, já definido na Sec. 7.2, de observar o desdobramento dos parceiros quirais.
3. Para evitar o aparecimento de partes imaginárias nas amplitudes físicas, impõe-se a seguinte condição para a massa do mesão M_H , ou seja:

$$M_H < M_1 + M_2. \quad (10.26)$$

Esta condição garante-nos que os mesões são sempre estados ligados.

10.4 O modelo relativista de quarks constituintes

O modelo relativista de quarks constituintes que aqui vai ser usado foi desenvolvido nas Refs. [267, 268, 269] e é uma extensão do modelo de NJL com interacção separável,

como vimos na secção anterior. Este modelo permite estudar diversos observáveis relacionados com os mesões pseudoescalares apresentando o hadrão como sendo um estado ligado de quarks constituintes relativistas de massa M_q [258, 270].

De seguida serão apresentados os detalhes do modelo que é essencialmente baseado numa interacção lagrangiana efectiva que descreve o acoplamento entre os hadrões e os seus quarks constituintes.

Tendo em consideração o lagrangiano (10.21), podemos generaliza-lo e escrever o acoplamento de um mesão $H(q_1\bar{q}_2)$ aos seus quarks constituintes q_1 e \bar{q}_2 como:

$$\mathcal{L}_{\text{int}}(x) = g_H H(x) \int dx_1 \int dx_2 F_H(x, x_1, x_2) \bar{q}_2(x_2) \Gamma_H \lambda_H q_1(x_1) + \text{h.c.} \quad (10.27)$$

Aqui, λ_H e Γ_H são as matrizes de Gell-Mann e Dirac, respectivamente, que incluem os números quânticos do sabor e do spin do campo de mesões $H(x)$. A função F_H está relacionada com a parte escalar da amplitude de Bethe-Salpeter e caracteriza o tamanho finito do mesão. Para satisfazer a invariância translacional, a função F_H tem de satisfazer a identidade $F_H(x + a, x_1 + a, x_2 + a) = F_H(x, x_1, x_2)$ para qualquer tetravector a . Neste modelo, usa-se uma forma particular para a função de vértice dada por [271]

$$F_H(x, x_1, x_2) = \delta \left(x - \frac{M_1 x_1 + M_2 x_2}{M_1 + M_2} \right) \varphi_H \left((x_1 - x_2)^2 \right) \quad (10.28)$$

onde φ_H é a função de correlação de dois quarks constituintes com massas M_1, M_2 .

O acoplamento de um hadrão específico com os seus quarks constituintes é dado pela constante de acoplamento g_H da Eq. (10.27) que é determinada pela condição (10.18).

Para calcular o espectro de massa introduz-se o operador polarização para os mesões descrito pelo diagrama de Feynman da Fig. 10.1. É importante aqui referir que o cálculo destes diagramas de Feynman é bastante sensível à forma como se escolhe os momentos dentro do “loop”. Na literatura encontram-se diferentes maneiras para calcular este “loop” o que dá origem a diferentes parametrizações para o modelo (ver por exemplo as Refs. [269] e [271]). A nossa contribuição original vai ser procurar uma parametrização única para o espectro mesónico [272], calculando o “loop” sempre da mesma maneira, independentemente de estarmos a considerar mesões leves ou pesados, por forma a que os cálculos de processos físicos que daí advém tenham todos a mesma base. Pensamos que, desta maneira, o modelo MRQC se torna mais robusto. Assim, para o diagrama de Feynman da Fig. 10.1 definiremos

$$p_1 = p - \frac{M_1}{M_1 + M_2} P \quad (10.29)$$

e

$$p_2 = p + \frac{M_2}{M_1 + M_2} P \quad (10.30)$$

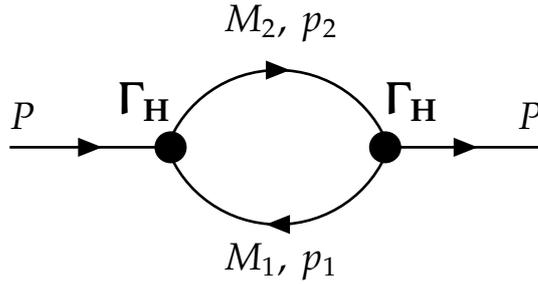


Figura 10.1: Diagrama de Feynman do operador de polarização do mesão.

quem podem ser reescritos na forma

$$p_i = p + a_i P, \quad i = 1, 2 \quad (10.31)$$

com

$$a_1 = -\frac{M_1}{M_1 + M_2} \quad (10.32)$$

e

$$a_2 = \frac{M_2}{M_1 + M_2}. \quad (10.33)$$

O momento do factor de forma é definido por

$$Q = \frac{M_1}{M_1 + M_2} p_1 + \frac{M_2}{M_1 + M_2} p_2, \quad (10.34)$$

ou seja,

$$Q = \frac{M_1}{M_1 + M_2} \left(p - \frac{M_1}{M_1 + M_2} P \right) + \frac{M_2}{M_1 + M_2} \left(p + \frac{M_2}{M_1 + M_2} P \right) = p. \quad (10.35)$$

Neste caso, o momento não depende de P e tem-se a seguinte definição para a função de Green do quark i :

$$S_i(p_i) = \frac{1}{\not{p}_i + M_i} = \frac{-\not{p}_i + M_i}{p_i^2 + M_i^2}, \quad i = 1, 2. \quad (10.36)$$

O operador de polarização do mesão é escrito como

$$\Pi_H(P) = N_c \int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} \text{tr} (\Gamma_H S_2 \Gamma_H S_1), \quad (10.37)$$

onde a função de vértice Γ_H toma a seguinte forma:

$$\Gamma_H = g_H \varphi_H(p^2) \Gamma_H. \quad (10.38)$$

Aqui, $\varphi_H(p^2)$ é a transformada de Fourier da função $\varphi_H((x_1 - x_2)^2)$. No caso que se está a estudar tem-se

$$\Pi_H(P^2) = N_c g_H^2 \int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} \varphi_H^2(p^2) \text{tr} (\Gamma_H S_2(p_2) \Gamma_H S_1(p_1)). \quad (10.39)$$

Com vista ao uso de variáveis sem dimensões faz-se a mudança de variáveis $\frac{p^2}{\Lambda_H^2} \equiv p^2$ e $\frac{M_i}{\Lambda_H} \equiv M_i$:

$$\Pi_H(P^2) = \frac{N_c g_H^2}{16\pi^2} \Lambda_H^2 \int \frac{d^4 p}{\pi^2} F(p^2) \text{tr} (\Gamma_H S_2(p_2) \Gamma_H S_1(p_1)) \quad (10.40)$$

onde $F(p^2)$ é o produto de todas as funções de vértice φ_H e $1/\Lambda_H$ caracteriza o tamanho do mesão.

Para determinar a constante de acoplamento g_H necessitamos de calcular $\Pi'_H(P^2)$, ou seja,

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial P^2} \Pi_H(P^2) &= \frac{1}{2P^2} P_\mu \frac{\partial}{\partial P_\mu} \Pi_H(P^2) \\ &= \frac{1}{2P^2} P_\mu \frac{\partial}{\partial P_\mu} \left(\frac{N_c g_H^2}{16\pi^2} \Lambda_H^2 \int \frac{d^4 p}{\pi^2} F(p^2) \text{tr} (\Gamma_H S_2(p_2) \Gamma_H S_1(p_1)) \right) \end{aligned} \quad (10.41)$$

onde se usa

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial P_\mu} S_i(p_i) &= -\frac{1}{\not{p}_i + M_i} (i a_i \gamma_\mu) \frac{1}{\not{p}_i + M_i} \\ &= -i a_i S_i(p_i) \gamma_\mu S_i(p_i). \end{aligned} \quad (10.42)$$

Recorrendo à Eq. (10.18) pode obter-se g_H a partir de

$$1 = \frac{N_c g_H^2}{16\pi^2} \Lambda_H^2 J_H \quad (10.43)$$

com

$$J_H = -i \frac{2P_\mu}{P^2} \int \frac{d^4 p}{\pi^2} F(p^2) \frac{1}{4} \text{tr} \{ a_1 \Gamma_H S_2 \Gamma_H S_1 \gamma^\mu S_1 + a_2 \Gamma_H S_2 \gamma^\mu S_2 \Gamma_H S_1 \}. \quad (10.44)$$

Finalmente, a constante de decaimento dos mesões pseudoescalares f_H é definida pelo diagrama da Fig. 10.2:

$$f_H P_\mu = N_c g_H \int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} \varphi(p^2) \text{tr} (\Gamma_H(p, P) S_2(p_2) (\gamma_\mu \gamma_5) S_1(p_1)). \quad (10.45)$$

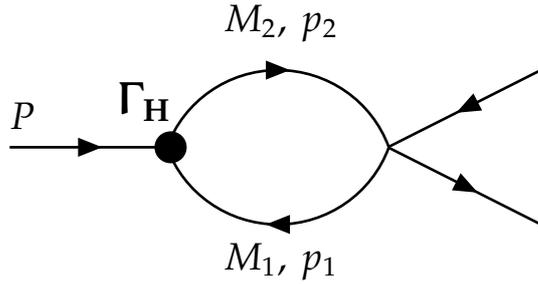


Figura 10.2: Diagrama de Feynman para o decaimento leptônico dos mesões.

10.5 Os mesões pseudoescalares

Seguidamente vamos apresentar o cálculo do operador de polarização dos mesões pseudoescalares e explicar como se fixam os parâmetros do modelo. Usamos, para efeitos comparativos, um factor de forma gaussiano e um lorentziano. Mais uma vez fazemos notar que este tipo de tratamento do modelo já foi feito por outros autores. A nossa contribuição consiste em usar uma técnica nova para o cálculo dos integrais que resultam da forma como escolhemos o nosso “loop”.

Como foi visto na secção anterior, o operador de polarização do mesão é dado pela Eq. (10.40) e descrito pelo diagrama de Feynman da Fig. 10.1. Para os mesões pseudoescalares tem-se que $\Gamma_H = i\gamma_5$, ficando $\Pi_P(P^P)$ da forma:

$$\begin{aligned}
 \Pi_P(P^P) &= \frac{N_c g_P^2}{16\pi^2} \Lambda_P^2 \int \frac{d^4 p}{\pi^2} F(p^2) \text{tr}((i\gamma_5) S_2 (i\gamma_5) S_1) \\
 &= \frac{N_c g_P^2}{4\pi^2} \Lambda_P^2 \int \frac{d^4 p}{\pi^2} F(p^2) \frac{p_1 p_2 + M_1 M_2}{(p_1^2 + M_1^2)(p_2^2 + M_2^2)} \\
 &= \frac{N_c g_P^2}{4\pi^2} \Lambda_P^2 \int \frac{d^4 p}{\pi^2} F(p^2) \frac{p^2 + a_1 a_2 P^2 + M_1 M_2}{[(p + a_1 P)^2 + M_1^2] [(p + a_2 P)^2 + M_2^2]} \\
 &= \frac{N_c g_P^2}{4\pi^2} \Lambda_P^2 \left[M_1 M_2 \text{Int} + 2\text{Int}_{21} + a_1 a_2 P^2 (\text{Int} - \text{Int}_{22}) \right]. \tag{10.46}
 \end{aligned}$$

Os integrais Int , Int_{21} e Int_{22} estão apresentados na Tabela F.1 do Apêndice F.1. A técnica usada para calcular estes integrais é exemplificada no Apêndice F.2 para o caso do integral Int .

Por seu turno a constante de decaimento f_P tomará a forma

$$\begin{aligned}
 P_\mu f_P &= \frac{N_c g_P}{16\pi^2} \Lambda_P^2 \int \frac{d^4 p}{\pi^2} \varphi(p^2) \text{tr}(\gamma_\mu \gamma_5 S_2 (i\gamma_5) S_1) \\
 f_P &= \Lambda_P^2 \left(\frac{N_c g_P}{4\pi^2} \right) \frac{P_\mu}{P^2} \int \frac{d^4 p}{\pi^2} \varphi(p^2) \frac{1}{4} \text{tr}(\gamma_\mu \gamma_5 S_2 (i\gamma_5) S_1). \tag{10.47}
 \end{aligned}$$

Após alguns cálculos, obtém-se a expressão

$$f_P = -\Lambda_P \frac{3g_P}{4\pi^2} [M_1(-a_2 \text{Int} + \text{Int}_1) + M_2(a_1 \text{Int} - \text{Int}_1)]. \quad (10.48)$$

A constante de acoplamento g_P^2 pode ser obtida a partir de

$$1 = \frac{N_c g_P^2}{16\pi^2} \Lambda_P^2 J_P \quad (10.49)$$

com

$$J_P = -i \frac{2P_\mu}{P^2} \int \frac{d^4 p}{\pi^2} F(p^2) \frac{1}{4} \text{tr} \{ a_1 (i\gamma_5) S_2 (i\gamma_5) (S_1 \gamma^\mu S_1) + a_2 (i\gamma_5) (S_2 \gamma^\mu S_2) (i\gamma_5) S_1 \}. \quad (10.50)$$

Finalmente, este integral pode ser escrito como

$$\begin{aligned} J_P = 8 \left[\frac{P^2}{4} \left(a_1^3 I_{211} + a_2^3 I_{121} - a_1^3 a_2 I_{21} - a_1 a_2^3 I_{12} - 2a_1^2 I_{2122} - 2a_2^2 I_{1222} \right. \right. \\ \left. \left. + 2a_1^2 a_2 I_{211} + 2a_1 a_2^2 I_{121} + a_1 I_{2132} + a_2 I_{1232} - a_1 a_2 (I_{1222} + I_{2122}) \right) \right. \\ \left. + \frac{M_1^2}{4} (a_1 a_2 I_{21} - a_1 I_{211}) + \frac{M_2^2}{4} (a_1 a_2 I_{12} - a_2 I_{121}) \right. \\ \left. + \frac{M_1 M_2}{2} (a_2 I_{121} + a_1 I_{211} - a_2^2 I_{12} - a_1^2 I_{21}) \right. \\ \left. + a_1^2 I_{2121} + a_2^2 I_{1221} - \frac{3}{4} a_1 I_{2131} - \frac{3}{4} a_2 I_{1231} - \frac{1}{4} a_1 a_2 (I_{2121} + I_{1221}) \right]. \quad (10.51) \end{aligned}$$

A lista de integrais aqui usados é dada na Tabela F.1 do Apêndice F.1.

10.6 Os parâmetros do modelo

No início desta secção, vamos especificar a função $\varphi(p^2)$ que se encontra na definição da função de vértice Γ_H (Eq. (10.38)).

Como foi visto na Sec. 10.4, qualquer escolha para $\varphi(p^2)$ é apropriada desde que a função decresça suficientemente depressa na região ultravioleta do espaço euclidiano, fazendo com que os diagramas de Feynman se tornem finitos de modo a que não existam divergências nesta região.

Para o estudo que se segue, duas funções diferentes vão ser consideradas:

- **Caso 1:** $\varphi(p^2)$ tem a forma de uma gaussiana

$$\varphi(p^2) = \exp \left(-\frac{p^2}{\Lambda_H^2} \right); \quad (10.52)$$

- **Caso 2:** $\varphi(p^2)$ tem uma forma de um dipolo lorentziano

$$\varphi(p^2) = \frac{1}{\left(1 + \frac{p^2}{\Lambda_H^2}\right)^2}. \quad (10.53)$$

Como já foi referido, Λ_H é um parâmetro ajustável para o modelo que estamos a considerar. Para a sua determinação utilizam-se, quando disponíveis, os valores experimentais ou os resultados dos cálculos computacionais na rede para a constante de decaimento leptónico f_H ($H = \pi, D, D_s, B, B_s, B_c$). Usando as Eqs. (10.48) e (10.49) tem-se que o melhor ajuste para as constantes de decaimento f_H é obtido quando as massas constituintes dos quarks tomam os valores dados na Tabela 10.1. Os valores do parâmetro Λ_H estão dados na Tabela 10.2 para Caso 1 e na Tabela 10.3 para o Caso 2. Nas referidas tabelas são também dados os valores usados para as massas dos mesões assim como as respectivas constantes de decaimento (Como o valor de $f_{B_c^+}$ ainda não é conhecido e os estudos teóricos apontam para um valor de 300 – 600 MeV, utiliza-se valor de $f_{B_c^+} = 360$ MeV, o mesmo que é usado em [271]).

Tabela 10.1: Massa constituinte dos quarks para o MRQC.

M (GeV)	M_u	M_s	M_c	M_b
gaussiano	0.236	0.333	1.700	5.121
lorentziano	0.252	0.349	1.725	5.121

Das Tabelas 10.2 e 10.3 conclui-se que, tanto para o Caso 1 como para o Caso 2, os valores de Λ_H obedecem a $\Lambda_{M_i} < \Lambda_{M_j}$ se $M_i < M_j$. Isto corresponde à chamada lei de ordenação para os tamanhos dos estados ligados pesados–leves [271].

Agora que os parâmetros do modelo foram fixados, vai-se ter em atenção as propriedades dos mesões, em particular o decaimento do pião em dois fotões.

Tendo fixado os parâmetros do modelo temos todos os ingredientes para calcular processos físicos relativos a uma larga gama do espectro mesónico, para os quais existem resultados experimentais.

10.7 O factor de forma para a transição $\gamma^* \rightarrow \pi^0\gamma$

Uma vez que, como já foi referido no início deste capítulo, o objectivo deste capítulo é apresentar e fazer um trabalho exploratório no modelo MRQC, vamos apenas apresentar o cálculo e um estudo comparativo do factor de forma para a transição $\gamma^* \rightarrow \pi^0\gamma$, aliás já estudada na literatura, inclusivamente no contexto de versões deste modelo [258, 269]. Como este processo está bem estudado experimentalmente, entendemos que é útil fazer

Tabela 10.2: Parâmetros obtidos para o factor de forma gaussiano.

	π^+	K^+	D^+	D_s^+	B^+	B_s^0	B_c^+
M_M (GeV)	0.139	0.493	1.869	1.970	5.279	5.370	6.4
f_M (GeV)	0.131	0.160	0.211	0.224	0.180	0.200	0.360
Λ_M (GeV)	0.975	1.571	1.793	1.793	1.813	1.868	1.965
$N_M = \sqrt{2}g_M$	4.399	2.711	3.577	3.193	5.780	5.220	6.110

Tabela 10.3: Parâmetros obtidos para o factor de forma lorentziano.

	π^+	K^+	D^+	D_s^+	B^+	B_s^0	B_c^+
M_M (GeV)	0.139	0.493	1.869	1.970	5.279	5.370	6.4
f_M (GeV)	0.131	0.160	0.211	0.224	0.180	0.200	0.360
Λ_M (GeV)	0.950	1.534	1.770	1.772	1.802	1.895	1.901
$N_M = \sqrt{2}g_M$	5.430	3.253	4.489	4.072	6.657	5.922	7.814

um estudo comparativo dos resultados experimentais com os cálculos no modelo MRQC (com os factores de forma gaussiano e lorentziano) e no modelo de NJL. Este cálculo foi feito usando a técnica por nós desenvolvida e apresentada anteriormente.

O estudo dos decaimentos dos mesões pseudoescalares neutros em dois fotões, fornece informação importante sobre a sua estrutura electromagnética.

Diversos trabalhos tem sido dedicados ao estudo de processos exclusivos envolvendo grandes momentos transversos. O factor de forma $F_{\pi^0\gamma^*\gamma}(Q^2)$ para a transição mesão–fotão pode ser medido usando eventos de dois fotões em que um dos fotões está longe da camada de massa (“off shell”), ou seja, com $q^2 = Q^2$. Do ponto de vista experimental, o espalhamento e^+e^- fornece a informação que permite estudar as propriedades das interacções fortes. Estes processos são descritos pela electrodinâmica quântica (QED) como interacções entre dois fotões emitidos pelos electrões que sofreram o espalhamento. Estes fotões podem produzir um par de quarks que interagem mediante a interacção forte e que são observados na forma de hadrões. Então, pela medida do tetramomento dos electrões espalhados é possível estudar a dinâmica das interacções fortes (para maiores detalhes ver Refs. [227, 273]).

Para produção de um mesão pseudoescalar no espalhamento e^+e^- tem-se

$$e^+e^- \rightarrow e^+e^-H, \tag{10.54}$$

onde H é um π^0 , η ou η' . As quantidades de interesse para estes estudo são, então, os factores de forma associados com as transições entre os fotões e os hadrões. Para o nosso estudo apenas estamos interessados no mesão π^0 .

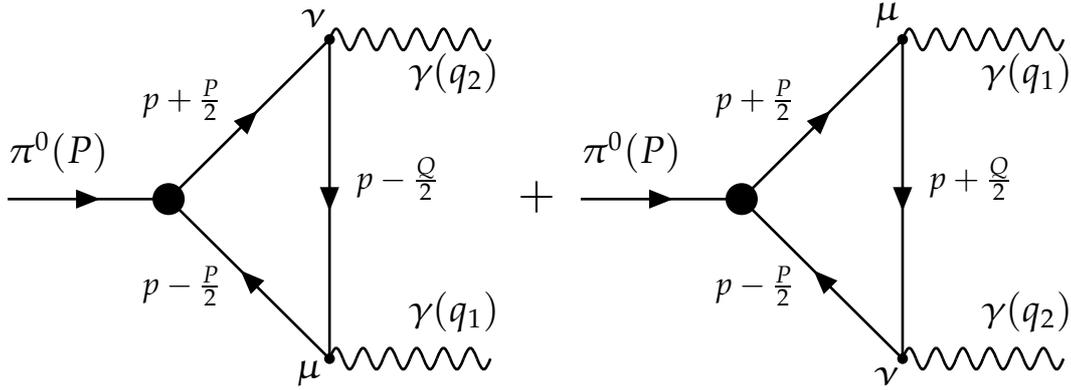


Figura 10.3: O diagrama do triângulo de quarks para o decaimento $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$ (diagrama directo e de troca).

10.7.1 O factor de forma para $\gamma^* \rightarrow \pi^0 \gamma$

Para realizar o estudo do factor de forma do decaimento $\gamma^* \pi^0 \rightarrow \gamma$ parte-se da amplitude de transição $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$ que é descrita pelos diagramas de triângulo da Fig. 10.3 e podem ser escritos na forma³

$$\mathcal{T}(\pi^0(P) \rightarrow \gamma(q_1, \varepsilon_1)\gamma(q_2, \varepsilon_2)) = \mathcal{T}^{(1)}(q_1, \varepsilon_1; q_2, \varepsilon_2) + \mathcal{T}^{(2)}(q_2, \varepsilon_2; q_1, \varepsilon_1), \quad (10.55)$$

onde $\mathcal{T}^{(1)}$ é dado por

$$\mathcal{T}^{(1)}(q_1, \varepsilon_1; q_2, \varepsilon_2) = N_c Q_{\pi^0} \int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} \text{tr} \left[\Gamma_H S_i \left(p + \frac{P}{2} \right) \hat{\varepsilon}_1 S_i \left(p - \frac{Q}{2} \right) \hat{\varepsilon}_2 S_i \left(p - \frac{P}{2} \right) \right] \quad (10.56)$$

com as condições de cinemática $P = q_1 + q_2$ e $Q = q_1 - q_2$, onde q_1 e q_2 são os momentos dos fótons. A amplitude $\mathcal{T}^{(2)}$ pode ser escrita substituindo $\varepsilon_1 \leftrightarrow \varepsilon_2$ e $q_1 \leftrightarrow q_2$ em (10.56). A função Γ_H é a função de vértice do pião e toma a seguinte forma:

$$\Gamma_H = \Gamma_{\pi^0} = N_{\pi^0} \varphi_{\pi^0}(p^2)(i\gamma_5). \quad (10.57)$$

Introduzindo esta equação em (10.56) e efectuando o traço, tem-se para a amplitude

$$\mathcal{T}(\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma) = i\epsilon_{\mu\nu\alpha\beta} \epsilon_1^\mu \epsilon_2^\nu q_1^\alpha q_2^\beta \left(N_c (e_u^2 - e_d^2) \right) F_{\pi^0\gamma\gamma}, \quad (10.58)$$

onde as cargas dos quarks são dadas por $e_u = 2/3e$, $e_d = -1/3e$, sendo e a carga do electrão, e $F_{\pi^0\gamma\gamma}$ é o factor de forma do decaimento de um pião em dois fótons que é

³Os diagramas de triângulo para o decaimento $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$ já foram apresentados no Cap. 9. Aqui, por uma questão de conveniência, vamos escolher uma outra distribuição dos momentos.

definido pela equação

$$F_{\pi^0\gamma\gamma}(P^2, q_1^2, q_2^2) = \frac{MN_{\pi^0}}{4\pi^2} I(P^2, q_1^2, q_2^2), \quad (10.59)$$

com

$$I(P^2, q_1^2, q_2^2) = \int \frac{d^4p}{\pi^2} \varphi_{\pi^0}(p^2) \frac{1}{((p + \frac{P}{2})^2 + M^2)((p - \frac{P}{2})^2 + M^2)((p - \frac{Q}{2})^2 + M^2)}, \quad (10.60)$$

onde M é a massa do quark u (este integral difere do integral dado pela Eq. (9.5) na Sec. 9.2, não só pela presença de $\varphi_{\pi^0}(p^2)$, como também pela maneira como se escolheram os momentos para o cálculo do diagrama do triângulo). De seguida, reescreve-se o integral $I(\bar{P}^2, \bar{q}_1^2, \bar{q}_2^2)$ como

$$I(\bar{P}^2, \bar{q}_1^2, \bar{q}_2^2) = \int \frac{d^4p}{\pi^2} \varphi_{\pi^0}(p^2) \frac{1}{((p + \frac{\bar{P}}{2})^2 + \bar{M}^2)((p - \frac{\bar{P}}{2})^2 + \bar{M}^2)((p - \frac{\bar{Q}}{2})^2 + \bar{M}^2)}, \quad (10.61)$$

onde se utilizaram as quantidades sem dimensões $\bar{M} = M/\Lambda_{\pi^0}$, sendo usada a mesma notação para \bar{P} e \bar{q}_i . Para uniformizar a notação, vai utilizar-se $\bar{M} = M/\Lambda_{\pi^0} \equiv M$, o mesmo se aplicando a \bar{P} e \bar{q}_i . Isto implica que

$$F_{\pi^0\gamma\gamma}(P^2, q_1^2, q_2^2) = \frac{MN_{\pi^0}}{4\pi^2\Lambda_{\pi^0}} I(P^2, q_1^2, q_2^2). \quad (10.62)$$

Recorrendo à parametrização de Feynman e após algumas manipulações algébricas⁴, o integral $I(P^2, q_1^2, q_2^2)$ pode ser escrito como

$$I(P^2, q_1^2, q_2^2) = 2 \int d^3\alpha \delta(1 - \sum_{i=1}^3 \alpha_i) \int \frac{d^4p}{\pi^2} \varphi_{\pi^0}(p^2) \frac{1}{[(p + R)^2 + D]^3}, \quad (10.63)$$

com

$$R = -1/2 [(1 - 2\alpha_1)q_1 - (1 - 2\alpha_2)q_2], \quad (10.64)$$

$$D = M^2 + (\alpha_1\alpha_2)q_1^2 + (\alpha_2\alpha_3)q_2^2 + (\alpha_1\alpha_2)P^2 \quad (10.65)$$

e

$$\alpha_3 = 1 - \alpha_1 - \alpha_2. \quad (10.66)$$

Usando agora as transformações de Laplace para a função $\varphi_{\pi^0}(p^2)$ obtém-se

$$I(P^2, q_1^2, q_2^2) = \int_0^\infty dt \left(\frac{t}{1+t} \right)^2 \int_0^1 d\alpha_1 \int_0^{1-\alpha_1} d\alpha_2 \left[-\frac{d}{dz} \varphi_{\pi^0}(z) \right], \quad (10.67)$$

⁴O cálculo detalhado encontra-se no Apêndice F.3.

onde

$$z = tD + \frac{t}{1+t}R^2, \quad (10.68)$$

$$R^2 = \frac{1}{4} \left[2\alpha_3(1-2\alpha_1)q_1^2 + 2\alpha_3(1-2\alpha_2)q_2^2 - (1-2\alpha_1)(1-2\alpha_3)P^2 \right]. \quad (10.69)$$

Finalmente, quando um dos fotões está bem fora da camada de massa (é altamente virtual) e o outro fotão está na camada de massa, tem-se $q_1^2 = Q^2$ e $q_2^2 = 0$ ficando o integral

$$I(P^2, Q^2, 0) = \frac{2}{Q^2 - P^2} \int_0^\infty dt \frac{t}{1+t} \int_0^1 d\alpha \frac{1}{1+2\alpha t} (\varphi_{\pi^0}(z_1) - \varphi_{\pi^0}(z_2)), \quad (10.70)$$

com

$$z_1 = tM^2 + \frac{t}{1+t} \left(\frac{1}{4} + t\alpha(1-\alpha) \right) P^2, \quad (10.71)$$

$$z_2 = z_1 + \frac{t}{1+t} (1-\alpha) \left(\frac{1}{2} + \alpha t \right) (Q^2 - P^2). \quad (10.72)$$

Um caso particularmente interessante acontece para $q_1^2 = 0$, $q_2^2 = 0$ (os fotões estão ambos na camada de massa):

$$I(P^2, 0, 0) = \int_0^\infty \frac{tdt}{(t+M^2)^3} \varphi_{\pi^0}(t). \quad (10.73)$$

De facto, a constante de decaimento do pião em dois fotões neste modelo é obtida de (10.58) para q_1^2 e q_2^2 nulos, ou seja

$$g_{\pi^0 \gamma \gamma} = F_{\pi^0 \gamma \gamma}(M_{\pi^0}^2, 0, 0) \simeq \frac{MN_{\pi^0}}{4\pi^2 \Lambda_{\pi^0}} \int_0^\infty \frac{tdt}{(t+M^2)^3} \varphi_{\pi^0}(t). \quad (10.74)$$

A a largura de decaimento vem então dada por

$$\begin{aligned} \Gamma(\pi^0 \rightarrow \gamma \gamma) &= \frac{M_{\pi^0}^3}{64\pi} e^4 g_{\pi^0 \gamma \gamma}^2 \\ &= \frac{\pi}{4} M_{\pi^0}^3 \alpha^2 g_{\pi^0 \gamma \gamma}^2. \end{aligned} \quad (10.75)$$

Outro caso limite interessante, é quando $Q^2 \rightarrow \infty$ para um dos fotões, no limite quiral ($M_{\pi^0} = 0$). Quando isto se verifica, tem-se a relação para $I(0, Q^2, 0)$:

$$Q^2 I(0, Q^2, 0) = \frac{1}{M^2} \int_0^\infty dt \frac{\ln \left(1 + 2 \frac{t}{M^2} \right)}{1 + \frac{t}{M^2}} \varphi_{\pi^0}(t). \quad (10.76)$$

Finalmente, podemos escrever a expressão para o factor de forma do pião para a transição $\gamma^* \pi^0 \rightarrow \gamma$

$$\begin{aligned} F_{\pi^0 \gamma^* \gamma}(Q^2) &= F_{\pi^0 \gamma \gamma}(M_{\pi^0}^2, Q^2, 0) \\ &= \frac{MN_{\pi^0}}{4\pi^2 \Lambda_{\pi^0}} \frac{2}{Q^2 + M_{\pi^0}^2} \int_0^\infty dt \frac{t}{1+t} \int_0^1 d\alpha \frac{1}{1+2\alpha t} (\varphi_{\pi^0}(z_1) - \varphi_{\pi^0}(z_2)), \end{aligned} \quad (10.77)$$

onde

$$z_1 = tM^2 - \frac{t}{1+t} \left(\frac{1}{4} + t\alpha(1-\alpha) \right) M_{\pi^0}^2, \quad (10.78)$$

$$z_2 = z_1 + \frac{t}{1+t} (1-\alpha) \left(\frac{1}{2} + \alpha t \right) (Q^2 + M_{\pi^0}^2). \quad (10.79)$$

10.7.2 De volta ao modelo de NJL

A partir da Eq. (10.63) pode estudar-se o caso limite em que $\varphi_{\pi^0}(p^2) \rightarrow 1$ (também chamado limite local), ou seja, o modelo de NJL. Ao realizar este estudo pretende-se verificar o comportamento do factor de forma do decaimento $\gamma^* \pi^0 \rightarrow \gamma$ no modelo de NJL. Como se constatou no Cap. 9 (ver Tabela 9.1), os valores encontrados, no âmbito do modelo de NJL, para o decaimento $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$ estavam em acordo com os resultados experimentais. Para a realização desse estudo considerou-se que ambos os fotões estavam na camada de massa ($q_1^2 = q_2^2 = 0$). Agora, é importante fazer o estudo do decaimento $\gamma^* \pi^0 \rightarrow \gamma$, quando um dos fotões está fora da camada de massa, e ver qual o comportamento do seu factor de forma, e conseqüentemente da largura de decaimento, em função da virtualidade do fotão.

Assim, o integral (10.61) para o modelo de NJL toma a seguinte forma:

$$I(M_{\pi^0}^2, Q^2, 0) = \int_0^1 dx \frac{\ln \left[\frac{M^2 + Q^2 x(1-x)}{M^2 - M_{\pi^0}^2 x(1-x)} \right]}{(Q^2 + M_{\pi^0}^2)x}. \quad (10.80)$$

Tal como foi estudado na secção anterior, podem-se determinar os casos limite $q_1^2 = q_2^2 = 0$, $P^2 = -M_{\pi^0}^2$, cujo resultado é

$$I(M_{\pi^0}^2, 0, 0) = \int_0^1 dx \frac{\ln \left[\frac{M^2}{M^2 - M_{\pi^0}^2 x(1-x)} \right]}{M_{\pi^0}^2 x} \quad (10.81)$$

e $q_1^2 = -Q^2$, $P^2 = 0$ onde o integral fica

$$I(0, -Q^2, 0) = - \int_0^1 dx \frac{\ln \left[\frac{M^2 - Q^2 x(1-x)}{M^2} \right]}{Q^2 x}. \quad (10.82)$$

O caso limite representado pela Eq. (10.81) coincide com o resultado obtido nas Refs. [233, 235].

10.7.3 Discussão dos resultados

Para a discussão dos resultados numéricos da transição $\gamma^* \rightarrow \pi^0 \gamma$, vão ser considerados os dois casos apresentados na Sec. 10.6. Vai-se também proceder à comparação entre

os resultados obtidos neste modelo MRQC e os resultados experimentais assim como com o modelo de NJL.

Começemos por analisar a constante de acoplamento para o decaimento de um pião em dois fótons que é obtida da Eq. (10.74). Usando o factor de forma gaussiano, dado pela Eq. (10.52), e para os parâmetros do pião que se encontram na Tabela 10.2 com $M = 0.236$ GeV, tem-se que $g_{\pi^0\gamma\gamma} = 0.258$ GeV⁻¹, sendo o valor experimental de $g_{\pi^0\gamma\gamma}^{\text{exp}} = 0.276$ GeV⁻¹. Para o Caso 2 (Eq. 10.53) obtém-se $g_{\pi^0\gamma\gamma} = 0.256$ GeV⁻¹ com $M = 0.252$ GeV e os parâmetros da Tabela 10.3.

Para o estudo do factor de forma da transição $\gamma^* \rightarrow \pi^0\gamma$ vai ser apresentada a quantidade $Q^2 F_{\pi^0\gamma^*\gamma}(Q^2)$ em função de Q^2 para se poder comparar com os resultados experimentais que estão apresentados na Fig. 10.4.

Os dados experimentais disponíveis para o factor de forma para esta transição foram obtidos pela colaboração CELLO [274], para $Q^2 < 2.2$ GeV, e pela colaboração CLEO [227], para $2 \text{ GeV} < Q^2 < 10$ GeV.

Para fazer o ajuste aos resultados experimentais, utiliza-se então, a função obtida em [227]

$$\left| F_{\pi^0\gamma^*\gamma}(Q^2, q^2) \right|^2 = \frac{1}{(4\pi\alpha)^2} \frac{64\pi\Gamma(\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma)}{M_{\pi^0}^3} \frac{1}{\left(1 + \frac{Q^2}{\Lambda_{\pi^0}^2}\right)^2} \frac{1}{\left(1 + \frac{q^2}{\Lambda_{\pi^0}^2}\right)^2}, \quad (10.83)$$

onde se faz $q^2 = 0$ e $\Lambda_{\pi^0} = 0.776$ GeV [227].

Os resultados de $Q^2 F_{\pi^0\gamma^*\gamma}(Q^2)$ para os Casos 1 e 2 estão representadas na Fig. 10.4 pelas curvas a cheio e a ponteadado respectivamente. A curva a tracejado dá o ajuste aos resultados experimentais (Eq. (10.83)). Como se constata da referida figura, as curvas estão em bom acordo com os resultados experimentais. Em ambos os casos conclui-se que $Q^2 F_{\pi^0\gamma^*\gamma}(Q^2)$ tende para o chamado limite de Brodsky–Lepage⁵: $\lim_{Q^2 \rightarrow \infty} Q^2 F_{\pi^0\gamma^*\gamma}(Q^2) = 2f_\pi$ para $Q^2 \rightarrow \infty$ [275].

De seguida, vai ser considerado o raio para a transição $\gamma^* \pi^0 \rightarrow \gamma$ que é definido por

$$\langle r_{\pi\gamma}^2 \rangle = -6 \frac{dF_{\pi\gamma\gamma^*}(Q^2)}{dQ^2}. \quad (10.84)$$

Para o Caso 1 tem-se

$$\langle r_{\pi\gamma}^2 \rangle = 0.45 \text{ fm}^2 \quad (10.85)$$

e para o Caso 2

$$\langle r_{\pi\gamma}^2 \rangle = 0.47 \text{ fm}^2. \quad (10.86)$$

⁵Em 1981 S. J. Brodsky e G. P. Lepage usaram cálculos perturbativos da QCD para encontrar o comportamento assintótico dos factores de forma para as transições $\gamma^*\gamma \rightarrow \pi^0$ no limite $Q^2 \rightarrow \infty$.

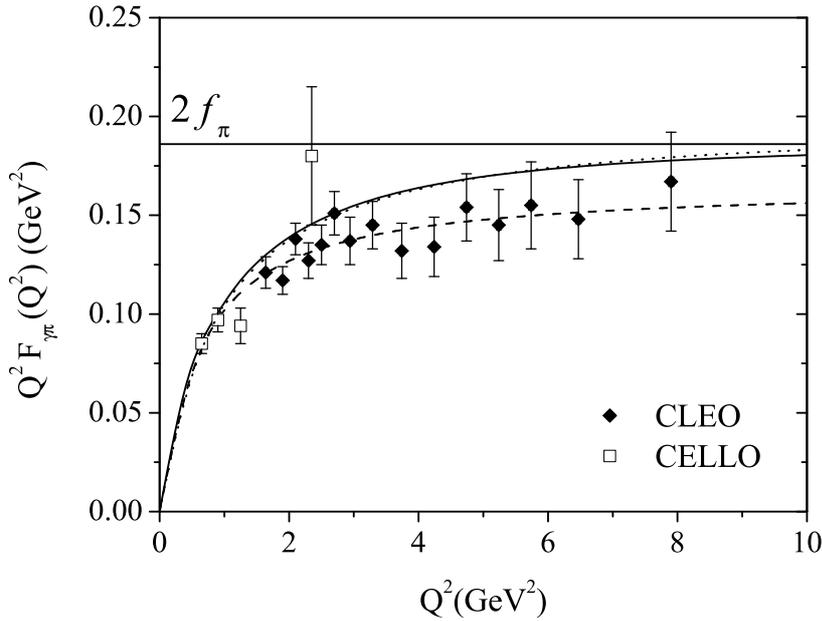


Figura 10.4: Resultados para o factor de forma $Q^2 F_{\pi^0 \gamma^* \gamma}(Q^2)$ obtidos no modelo MQCR para o Caso 1 (curva a cheio) e para o Caso 2 (curva a ponteadado) em comparação com os dados experimentais dados por [274] (CELLO) e [227] (CLEO). O ajuste é dado pela curva a tracejado.

O resultado experimental foi obtido pela experiência CELLO que mediu um raio de $\langle r_{\pi^0 \gamma}^2 \rangle = 0.42 \pm 0.04 \text{ fm}^2$ [274]. Os valores encontrados estão próximos dos valores encontrados em [261] e em [269].

Quando se toma o limite em que o parâmetro Λ_{π^0} tende para infinito, ou equivalentemente $\varphi_{\pi^0}(p^2) \rightarrow 1$, tem-se o modelo de NJL. Para estudar este cenário, recorre-se aos valores de $M_{\pi^0} = 0.135 \text{ GeV}$, $M_u = 0.368 \text{ GeV}$, $g_{\pi^0 \bar{q}q} = 3.9$ e $f_{\pi^0} = 0.0924 \text{ GeV}$ obtidos no Cap. 4. Para $Q^2 = 0$ (usa-se o integral dado pela Eq. (10.81)) temos os resultados que foram determinados na Tabela 9.1 do Cap. 9. Na Fig. 10.5 está representada a quantidade $Q^2 F_{\pi^0 \gamma^* \gamma}(Q^2)$ para o modelo de NJL bem como as curvas obtidas para a Fig. 10.4. A observação da Fig. 10.5 leva a concluir pela má descrição da transição $\gamma^* \pi^0 \rightarrow \gamma$ em função Q^2 por parte do modelo de NJL.

De facto está-se na presença de um processo físico onde a descrição proveniente do modelo de NJL falha claramente, ao contrário da descrição obtida com o modelo MRQC.

Para concluir a nossa análise à transição $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$, representa-se a largura de decaimento $\Gamma(\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma)$, que é dada pela Eq. (10.75), na Fig. 10.6. Aqui, os Casos 1 e 2 estão representadas pelas curvas a cheio e a ponteadado respectivamente sendo a curva a tracejado o ajuste aos resultados experimentais. Também se pode ver o resultado obtido para

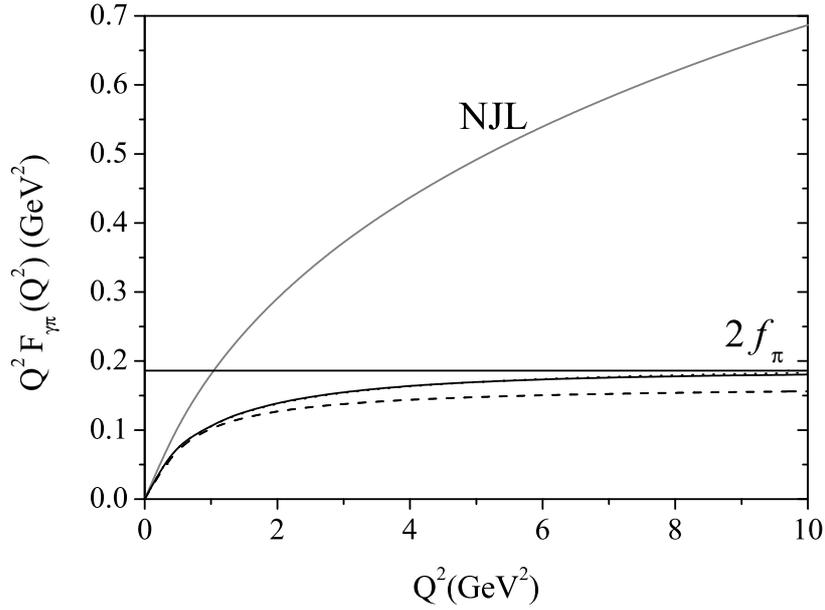


Figura 10.5: Resultados para o factor de forma $Q^2 F_{\pi\gamma^*\gamma}(Q^2)$ obtidos no modelo MQCR (ver Fig. 10.4) e no modelo de NJL (curva a cinzento).

o modelo de NJL que é dado pela curva a cinzento. Da análise da referida figura infere-se que não há diferenças entre os resultados para o Caso 1 e para o Caso 2 dados pelo modelo MRQC; os resultados que se obtém usando o modelo de NJL mostram claramente que, este modelo, não descreve correctamente o comportamento obtido experimentalmente para a largura de decaimento $\Gamma(\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma)$, quando $Q^2 \neq 0$. É importante referir que, como vimos no Cap. 9, os resultados obtidos com o modelo de NJL para $Q^2 = 0$ estão em bom acordo com os resultados experimentais. De facto, isso conduziu-nos ao estudo da transição $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$ para temperatura ou densidade finitas. Agora, porém, são necessários modelos mais robustos para compreender fenómenos onde o modelo de NJL não dá uma resposta satisfatória.

Agora que o formalismo está devidamente implementado, quer para o modelo de NJL quer para o modelo MRQC, e os resultados analisados para o decaimento $\gamma^* \pi^0 \rightarrow \gamma$, outros decaimentos podem ser estudados, como por exemplo o decaimento $\gamma^* \eta \rightarrow \gamma$ ou o decaimento $\gamma^* \sigma \rightarrow \gamma$. Com efeito, o trabalho com vista à sua realização já foi iniciado.

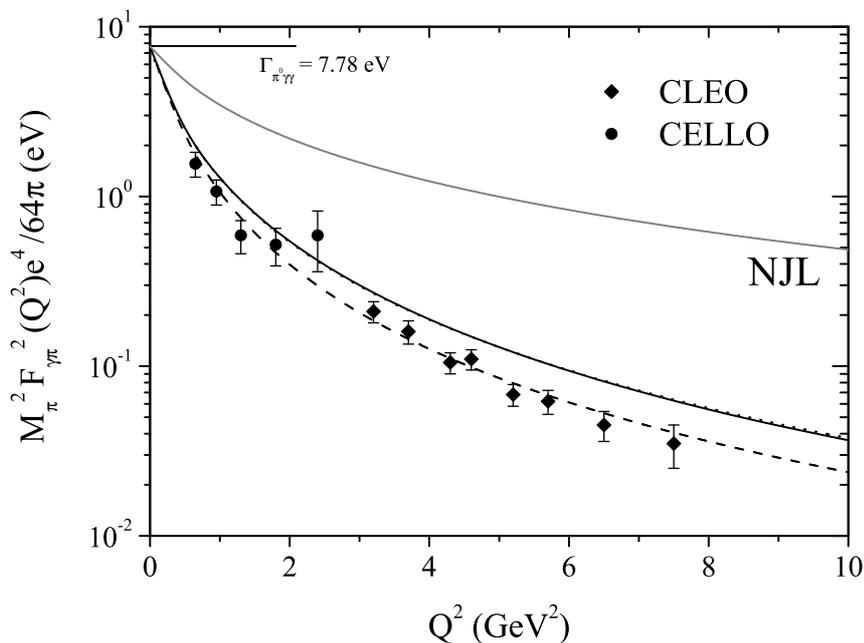


Figura 10.6: Resultados para $\Gamma(\pi \rightarrow \gamma\gamma)$ usando o modelo MQCR para o Caso 1 (curva a cheio) e para o Caso 2 (curva a pontilhado) em comparação com os dados experimentais onde ajuste é dado pela curva a tracejado. Os resultados para o modelo de NJL são dados pela curva a cinzento.

10.8 O modelo MRQC: breve resumo e perspectivas futuras

Como se constatou ao longo deste capítulo, o modelo MRQC, cujo ponto de partida foi o modelo de NJL com interações separáveis, apresenta um conjunto de características interessantes e que são um importante passo em frente relativamente ao modelo de NJL. Com efeito, para além de descrever efeitos típicos do confinamento dos quarks, no modelo MRQC verifica-se a convergência ultravioleta de todos os diagramas, ou seja, não existem integrais divergentes.

Recorrendo agora ao modelo MRQC, e usando uma técnica própria, calculou-se o factor de forma para a transição $\gamma^* \rightarrow \pi^0 \gamma$ cujos resultados estão de acordo com os resultados experimentais, ao contrário do que se verifica para o modelo de NJL.

A importância deste modelo também é extensível à investigação dos mesões escalares, em particular ao estudo do mesão σ . A evidência experimental directa da massa do mesão σ , que foi anunciada pela colaboração “Fermilab E791 Collaboration” [E791] [276, 277, 278] no processo de decaimento do mesão D ($D^+ \rightarrow \sigma \pi^+ \rightarrow 3\pi$), em muito contribuiu

para o aumento do interesse no referido mesão.

Os primeiros estudos sobre o decaimento $\sigma \rightarrow \pi\pi$ no âmbito de modelos tipo MRQC foram desenvolvidos em [269]. Este decaimento é muito interessante pois está associado a um conjunto de processos importantes tais como os decaimentos $D^+ \rightarrow \sigma\pi^+ \rightarrow 3\pi$ e $B^+ \rightarrow \sigma\pi^+ \rightarrow 3\pi$ ou $J/\psi \rightarrow \sigma\omega \rightarrow \pi^+\pi^-\omega$ (a evidência para a existência do mesão σ nos decaimentos do mesão vectorial J/ψ foi encontrada pela colaboração "Beijing Spectrometer Collaboration"[BES] no "Beijing Electron-Positron Collider"[BEPC], [279]). Todos estes decaimentos podem ser tratados no âmbito do modelo MRQC, inclusive o decaimento do mesão vectorial J/ψ .

Um dos objectivos mais interessantes que se espera vir a atingir é o de introduzir temperatura ou densidade neste modelo. O problema que aqui se coloca é que, até hoje, não se conseguiu extrair, de uma forma satisfatória, uma dependência da temperatura ou da densidade para as massas dos quarks. Se este problema for resolvido, diversos processos relacionados com o meio poderiam ser calculados, bastando para isso, aplicar o formalismo de Matsubara. Formas para tentar contornar este problema estão em estudo [272].

Entretanto, o modelo de NJL, apesar das suas limitações, pode fornecer novos dados sobre o meio. Tomando como exemplo o decaimento $\sigma \rightarrow \pi\pi$, tem-se que a constante de acoplamento toma o valor

$$g_{\sigma\pi\pi}^{\text{NJL}} = 2.17 \text{ GeV}, \quad (10.87)$$

estando este valor dentro da margem de erro de $g_{\sigma\pi\pi}$ determinado experimentalmente pela colaboração BES [280]. Neste caso usou-se $M_{\pi^0} = 0.135 \text{ GeV}$, $M_\sigma = 728.8 \text{ MeV}$, $M_u = 0.368 \text{ GeV}$, $g_{\pi^0\bar{q}q} = 3.9$ obtidos no Cap. 4, sendo que $g_{\sigma\bar{q}q} = g_{\pi^0\bar{q}q}$. O valor para a largura de decaimento é de

$$\Gamma_\sigma^{\text{NJL}} = 179.6 \text{ MeV} \quad (10.88)$$

que fica um pouco abaixo do valor experimental dado em [280]. Não obstante este resultado, é motivador usar o modelo de NJL para alargar o estudo do decaimento $\sigma \rightarrow \pi\pi$ aos meios quentes e densos. De facto, em SU(3) e em matéria de neutrões, é de esperar que possam ocorrer diferenças no comportamento de $g_{\sigma\pi\pi}^{\text{NJL}}$ e de $\Gamma_\sigma^{\text{NJL}}$ para os decaimentos $\sigma \rightarrow \pi^+\pi^-$ e $\sigma \rightarrow \pi^0\pi^0$ (isto não acontece quando temos apenas temperatura uma vez que os pião estão degenerados, tal como no vácuo). Este trabalho está em progresso.

Capítulo 11

Sumário e conclusões

Ao longo deste trabalho foram vários os temas abordados, assim como os resultados que daí se obtiveram. É chegada a altura de fazer uma súpula das principais conclusões que fomos obtendo durante o decorrer do presente trabalho.

O modelo de Nambu–Jona-Lasinio revelou-se um modelo de indiscutível utilidade para abordar problemas como a restauração das simetrias quirais e axial em meios assimétricos e/ou a temperatura finita, bem como para estudar os efeitos do meio nos observáveis dos mesões escalares e pseudoescalares.

De seguida, apresentaremos um breve sumário sobre os principais tópicos da nossa investigação bem como enunciaremos as principais conclusões a que chegámos:

- O formalismo da funcional geradora aplicado a este modelo é um formalismo consistente e elegante que permite descrever numa forma unificada processos no vácuo e a densidade e/ou temperatura finita. Com a determinação das equações do “gap” e dos propagadores dos mesões escalares e pseudoescalares, um leque variado de processos físicos ficou disponível ao nosso estudo.
- Abordámos a transição de fase no modelo de NJL a partir da análise geral da termodinâmica do sistema. Por uma questão de simplicidade, começámos pela análise do sector $SU(2)$ onde resolvemos as equações do “gap” em função do potencial químico. Também analisámos a informação fornecida pela pressão e pela energia por partícula. Isto conduziu-nos à representação do diagrama de fases em $SU(2)$. Por fim, estendemos o nosso estudo ao sector $SU(3)$.

As principais conclusões, em $SU(2)$, são:

- Para temperaturas elevadas e potenciais químicos baixos, a transição para a fase de simetria quiral restaurada acontece sob a forma de um suave “crossover”, ou seja o condensado de quarks (ou equivalentemente a massa dos quarks) decresce rapidamente mas de uma forma contínua.

- Para $T = 0$ e $\rho_B \neq 0$ a transição de fase é de primeira ordem.
- A posição do ponto crítico situa-se a $T = 80$ MeV e a $\mu = 330$ MeV, correspondendo a uma densidade de $\rho_B = 2.2\rho_0$. Neste ponto a pressão deixa de ter mínimos locais e a compressibilidade tem um único zero.

Para o sector SU(3) vimos que:

- Quando consideramos a transição de fase a temperatura finita, podemos afirmar que apenas temos a restauração, ainda que parcial, da simetria quiral no sector SU(2); no sector estranho a simetria quiral não é restaurada.
 - Para $T = 0$ e $\rho_B \neq 0$ a transição de fase é de primeira ordem e ocorre para $\rho = 2.25\rho_0$, para o caso de matéria de “neutrões” em equilíbrio β . Para $\rho_B > 2.25\rho_0$, temos um gás de quarks uniforme. Esta situação corresponde ao caso em que temos uma fase mista que começa para $\rho_B = 0$. O modelo pode então ser interpretado como tendo uma fase hadrónica – gotas de quarks leves u e d com densidade de $\rho_B^{cr} = 2.25\rho_0$ rodeados por um vácuo não trivial – e, acima da densidade crítica, uma fase de quarks com simetria quiral parcialmente restaurada (de novo no sector SU(2)), tendo os quarks uma massa muito pequena.
 - A posição do ponto crítico situa-se agora a $T = 56$ MeV e a $\rho_B = 1.53\rho_0$.
- Uma vez estudado o vácuo, passou-se ao estudo das excitações mesónicas, nomeadamente os mesões pseudoescalares. A partir da acção efectiva de mesões determinámos os propagadores para os nove mesões pseudoescalares. Devido ao facto de o modelo de NJL não possuir confinamento, alguns mesões podem decair em pares quark–antiquark, deixando de ser estados ligados e passando a ser ressonâncias. Para ultrapassar esta limitação usámos a “aproximação de largura finita”. Munidos destas ferramentas, estudámos o comportamento dos nove mesões em meios assimétricos. As principais conclusões que obtivemos foram:
 - existe um desdobramento dos multipletos dos mesões pseudoescalares para matéria assimétrica no sabor;
 - para densidades elevadas o desdobramento entre os multipletos de kaões depende da presença de quarks estranhos de valência;
 - verificou-se o aparecimento de modos de baixa energia com os números quânticos do π^+ , K^+ e K^0 ;
 - os modos de baixa energia para os kaões não garantem que o modelo de NJL apresente condensação de kaões;

-
- os comportamentos dos mesões η e η' estão relacionados com as alterações do seu conteúdo de estranheza no meio e, embora levem a crer que há um atenuar da anomalia, através de uma tendência dos ângulos de mistura para os respectivos valores ideais, não indicam que haja restauração da simetria $U_A(1)$.
 - No mundo real, a definição de um critério para estabelecer o ponto crítico é bastante mais complexa do que no limite quirial. Analisámos este problema e concluímos pela opção do seguinte critério: na região onde a simetria quirial está efectivamente restaurada os parceiros quirais estão degenerados. Assim, após a identificação dos parceiros quirais, o estudo da sua convergência é essencial para investigar a restauração efectiva da simetria quirial. Para o caso da temperatura finita, a restauração da simetria quirial para o sector não estranho acontece para $T \approx 250$ MeV. Para o caso $T = 0$ e $\rho_B \neq 0$ a restauração da simetria quirial para o sector não estranho dá-se a $\rho_B = 3\rho_0$.
 - Adoptado o critério para a restauração efectiva da simetria quirial, procurámos compreender o que acontece com a simetria $U_A(1)$. Uma vez que se verificou que a restauração desta simetria não ocorre naturalmente como consequência apenas do aumento da temperatura (densidade), impôs-se a condição de o coeficiente da anomalia, g_D , depender da temperatura (densidade). Para a realização do nosso estudo, investigámos duas formas diferentes para o coeficiente da anomalia g_D : (i) a forma de g_D foi extraída do comportamento da susceptibilidade topológica obtido em cálculos computacionais na rede (Caso II); (ii) a forma de g_D foi baseada em argumentos fenomenológicos (Caso III). Estes dois casos foram comparados com os casos limite $g_D = \text{constante}$ (Caso I) e $g_D = 0$. Os sinais da restauração efectiva da simetria axial foram investigados procurando a convergência dos respectivos parceiros quirais. As principais conclusões foram:
 - Para os Casos II e III a simetria quirial é parcialmente restaurada no sector $SU(2)$, enquanto o mesmo não se verifica para o sector estranho.
 - Verificou-se que, para o Caso I, está sempre patente no espectro de massa dos mesões uma fracção de quebra de simetria $U_A(1)$, mesmo para temperaturas e densidades para as quais a restauração efectiva da simetria quirial no sector não estranho já ocorreu.
 - No Caso II, a simetria $U_A(1)$ é efectivamente restaurada para temperaturas (densidades) superiores às relativas à restauração efectiva da simetria quirial no sector $SU(2)$. Para o Caso III, verificou-se que a restauração de ambas as simetrias ocorre à mesma temperatura (densidade). Em ambos os casos, para a

gama de temperaturas (densidades) estudadas, não se observaram sinais que indicassem a restauração completa da simetria $U(3) \otimes U(3)$ como, por exemplo, a degenerescência dos mesões a_0 e f_0 com o pião. Como se trabalhou num cenário realista ($m_u = m_d \ll m_s$), apenas foi possível constatar a restauração das simetrias no sector não estranho. Mesmo para o caso limite $g_D = 0$, e para temperaturas ou densidades elevadas, se pode verificar os efeitos significativos que o sector estranho induz e que se reflectem no comportamento dos mesões f_0 e η (η').

- Informação adicional foi fornecida pelos ângulos de mistura que tomam os respectivos valores ideais para os Casos II e III, ou seja, para os cenários onde se verifica a restauração efectiva da simetria axial. Quando isto acontece, não ocorre mistura de sabores entre os quarks não estranhos e os quarks estranhos.
- O passo seguinte foi calcular os decaimentos electromagnéticos dos mesões π^0 e η . Para além do interesse deste estudo devido ao facto de uma grande percentagem de fótons produzidos nas colisões de iões pesados ser proveniente dos decaimentos dos mesões π^0 e η , uma das motivações para este estudo foi analisar a influência da restauração das simetrias, no comportamento dos decaimentos anómalos $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$ e $\eta \rightarrow \gamma\gamma$ no vácuo, em função da temperatura e em matéria de “neutrões” em equilíbrio β . Recorrendo aos cenários representados pelo Caso I e pelo Caso II, procurou-se compreender melhor a importância da restauração efectiva da simetria $U_A(1)$ nestes observáveis, para temperatura ou densidade finitas. Para o Caso I as principais conclusões foram:
 - no vácuo, os resultados numéricos reproduzem satisfatoriamente os dados experimentais;
 - o estudo para os decaimentos $H \rightarrow \gamma\gamma$, revelou que, apesar de a estrutura de quarks dos mesões neutros π^0 e η ser diferente, a densidades elevadas o seu comportamento é semelhante e é principalmente uma manifestação da restauração da simetria quiral no sector $SU(2)$;
 - os resultados dos observáveis destes decaimentos anómalos, são qualitativamente semelhantes para os meios com temperatura ou densidade finita. De facto estes observáveis são significativamente afectados pelo meio, levando a um crescimento acentuado da largura de decaimento perto de $\rho_B = \rho_B^{cr}$ e da temperatura de Mott para cada mesão. No entanto, a largura de decaimento nunca é suficientemente elevada para que estes decaimentos sejam observados no interior da “fireball”.

Para o Caso II concluímos que:

- o decaimento $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$ não apresenta alterações significativas quando comparado com o Caso I, quer para $\rho_B = 0$ e $T \neq 0$, quer para $\rho_B \neq 0$ e $T = 0$;
 - o decaimento $\eta \rightarrow \gamma\gamma$ também não apresenta alterações significativas comparativamente ao Caso I, para $\rho_B = 0$ e $T \neq 0$. Para $\rho_B \neq 0$ e $T = 0$ a situação mostra-se bem mais interessante, sendo notória a influência da restauração efectiva da simetria $U_A(1)$ que conduz à supressão do decaimento $\eta \rightarrow \gamma\gamma$.
- O modelo de NJL revelou-se um instrumento poderoso para o estudo da estrutura composta dos mesões pseudoescalares em meios quentes e densos. Apesar do seu relativo sucesso, vimos que as suas limitações, em especial a ausência de um mecanismo de confinamento e o facto de ser um modelo não renormalizável, reduzem a sua aplicabilidade. Isto levou a que se procurasse construir generalizações ao modelo de NJL mais realistas, que preservassem algumas das suas características mais interessantes do ponto de vista físico. O modelo relativista de quarks constituintes aqui usado é um desses modelos. Usando uma técnica própria para fixar os parâmetros, calculou-se, a título de exemplo, o factor de forma para a transição $\gamma^* \rightarrow \pi^0\gamma$ cujos resultados estão de acordo com os resultados experimentais, ao contrário do que se verifica para o modelo de NJL. Este modelo abre novas perspectivas nomeadamente ao nível do estudo dos mesões pesados (e dos seus decaimentos) bem como do mesão σ , cuja importância é inegável.

O trabalho realizado revelou-se profícuo em resultados novos. Com estes resultados esperamos ter contribuído para o esclarecimento de algumas questões relevantes para a física actual. Por outro lado, há questões que continuam em aberto e outras que foram, entretanto, levantadas, o que abre portas a futuras pesquisas. De entre as possíveis perspectivas de trabalho, salientamos as seguintes:

- Aprofundar, no contexto do modelo de NJL, o estudo do diagrama de fases em $SU(3)$, nomeadamente no plano $T - \mu$, um trabalho que se tem revelado mais complexo do que em $SU(2)$ devido à presença do quark estranho. Seria também importante introduzir uma constante de acoplamento, g_S , dependente da temperatura de modo a obter um ponto crítico para a transição de fase próximo dos valores obtidos nos cálculos computacionais na rede.
- Estudar a influência da supercondutividade na cor para os kaões, procurando sinais da condensação de kaões.

- Introduzir temperatura ou densidade no âmbito do modelo MRQC com vista ao estudo dos mesões pseudoescalares pesados e também do mesão σ .

A relevância deste tipo de cálculos para a experiência¹ é bastante motivadora para a investigação que se perspectiva no futuro.

¹Do ponto de vista experimental, as experiências planeadas pelo "Joint Institute for Nuclear Research" [JINR] para os anos de 2005 e 2006 no "JINR Nuclotron", usando colisões de iões pesados Ag+Ag e U+U a energias intermédias, pretendem contribuir para melhorar o entendimento sobre as propriedades dos mesões escalares e os fenómenos relacionados com o desconfinamento dos hádrões. O mesmo se espera das experiências do projecto "Compressed Baryonic Matter", no GSI, onde está prevista a produção de matéria a densidades elevadas e temperaturas moderadas (para mais pormenores consultar http://www.gsi.de/fair/experiments/CBM/index_e.html).

Apêndice A

Matrizes de Dirac e matrizes de spin e isospin

As convenções que vamos usar são as do livro de Bjorken e Drell [281] e adoptaremos unidades tais que $\hbar = c = 1$, sendo o factor de conversão $\hbar c = 197.3 \text{ MeV fm}$. O tensor da métrica é definido por

$$g_{\mu\nu} = g^{\mu\nu}, g_{00} = 1, g_{kk} = -1, g_{\mu\nu} = 0 \text{ se } \mu \neq \nu. \quad (\text{A.1})$$

As componentes do espaço \mathbf{k} e do tempo k_0 do tetravector $k^\mu = (k_0, \mathbf{k})$ são tais que:

$$kk = k_\mu k^\mu = k_0^2 - \mathbf{k} \cdot \mathbf{k}. \quad (\text{A.2})$$

As derivadas relativamente às coordenadas covariantes (x_μ) e contravariantes (x^μ) são respectivamente

$$\partial^\mu \equiv \frac{\partial}{\partial x_\mu} = \left(\frac{\partial}{\partial t}, \nabla \right), \quad (\text{A.3})$$

$$\partial_\mu \equiv \frac{\partial}{\partial x^\mu} = \left(\frac{\partial}{\partial t}, -\nabla \right). \quad (\text{A.4})$$

As matrizes de Dirac $\gamma^\mu = (\gamma^0, \boldsymbol{\gamma})$ satisfazem as relações de anti-comutação

$$\{\gamma^\mu, \gamma^\nu\} = \gamma^\mu \gamma^\nu + \gamma^\nu \gamma^\mu = 2g^{\mu\nu}, \quad (\text{A.5})$$

e gozam das seguintes propriedades

$$\begin{aligned} (\gamma^0)^\dagger &= \gamma^0, (\gamma^k)^\dagger = -\gamma^k \\ (\gamma^0)^2 &= 1, (\gamma^k)^2 = -I. \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

As matrizes γ^0 e $\boldsymbol{\gamma}$ respectivamente, hermitica e anti-hermitica, e exprimem-se em termos das matrizes de β e $\boldsymbol{\alpha}$ de acordo com

$$\gamma^0 = \gamma_0 = \beta, \quad (\text{A.7})$$

$$\gamma = \beta\alpha. \quad (\text{A.8})$$

As matrizes α e β são da forma

$$\alpha = \begin{pmatrix} 0 & \sigma \\ \sigma & 0 \end{pmatrix}, \quad \beta = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & -I \end{pmatrix}, \quad (\text{A.9})$$

em que I é a matriz identidade 2×2 e σ é um vector tridimensional tendo as matrizes de Pauli por componentes

$$\sigma^1 = \sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma^2 = \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma^3 = \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad (\text{A.10})$$

que satisfazem às seguintes relações de comutação

$$[\sigma_i, \sigma_j] = 2i\epsilon_{ijk}\sigma_k, \quad (\text{A.11})$$

em que ϵ_{ijk} é o símbolo de Levi-Civita definido como $\text{tr}\sigma_i\sigma_j\sigma_k = 2i\epsilon_{ijk}$.

A matriz γ_5 é definida por

$$\gamma_5 = \gamma^5 = i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3, \quad (\text{A.12})$$

e satisfaz às propriedades

$$\{\gamma^5, \gamma^\mu\} = 0, \quad (\gamma^5)^2 = I. \quad (\text{A.13})$$

Na representação (A.7) e (A.8) a matriz γ_5 tem a forma

$$\gamma_5 = \begin{pmatrix} 0 & I \\ I & 0 \end{pmatrix}. \quad (\text{A.14})$$

Estas matrizes verificam, entre outras as seguintes relações de comutação

$$\begin{aligned} [\beta, \gamma_5] &= 2\beta\gamma_5, \\ [\beta, \gamma_5\sigma] &= 2\beta\gamma_5\sigma, \\ [\beta\sigma_i, \gamma_5\sigma_j] &= 2\beta\gamma_5\delta_{ij}, \\ [\gamma_5\sigma_i, \gamma_5\sigma_j] &= 2i\epsilon_{ijk}\sigma_k. \end{aligned} \quad (\text{A.15})$$

O traço para as matrizes de Dirac são dados por

$$\begin{aligned} \text{tr}I &= 4 \\ \text{tr}\gamma^\mu &= 0, \quad \text{tr}\gamma^5 = 0 \\ \text{tr}(\gamma^5\gamma^\mu) &= 0 \\ \text{tr}(\gamma^\mu\gamma^\nu) &= 4g^{\mu\nu}. \end{aligned} \quad (\text{A.16})$$

O traço de um número ímpar de matrizes de Dirac é zero.

Apêndice B

Matrizes de $SU(N)$

Vamos denotar por τ_a as matrizes $N^2 - 1$, hermíticas e de traço nulo da álgebra $SU(N)$. As matrizes $\frac{1}{2}\tau_a$ são os geradores do grupo $SU(N)$. As matrizes são normalizadas a:

$$\text{tr}\tau_a\tau_b = 2\delta_{ab} \quad (a, b) = 1, 2, \dots, N^2 - 1. \quad (\text{B.1})$$

Para $N = 2$, as matrizes τ_a são as matrizes de Pauli (A.10). Para $N = 3$, as matrizes τ_a são as oito matrizes de Gell-Mann:

$$\begin{aligned} \lambda_0 &= \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}; & \lambda_1 &= \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}; & \lambda_2 &= \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}; \\ \lambda_3 &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}; & \lambda_4 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}; & \lambda_5 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 \end{pmatrix}; & \dots & \\ \lambda_6 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}; & \lambda_7 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix}; & \lambda_8 &= \sqrt{\frac{1}{3}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (\text{B.2})$$

As matrizes τ_a e $i\tau_a$ definem o espaço das matrizes $N \times N$ complexas, tal que:

$$\tau_a\tau_b = \frac{2}{N}\delta_{ab} + (d_{abc} + if_{abc})\tau_c \quad (\text{B.3})$$

e as relações de comutação têm a seguinte forma

$$\begin{aligned} [\tau_a, \tau_b] &= \tau_a\tau_b - \tau_b\tau_a = 2if_{abc}\tau_c & \{\tau_a, \tau_b\} &= \tau_a\tau_b + \tau_b\tau_a = \frac{4}{N}\delta_{ab} + 2d_{abc}\tau_c \\ \text{tr}[\tau_a, \tau_b]\tau_c &= 4if_{abc} & \text{tr}\{\tau_a, \tau_b\}\tau_c &= 4d_{abc} \end{aligned} \quad (\text{B.4})$$

É assumida a soma sobre os índices repetidos. As funções de estrutura do grupo f_{abc} e d_{abc} são simétricas e antissimétricas respectivamente. Então para $N = 2$, temos $f_{abc} = \epsilon_{abc}$ e $d_{abc} = 0$. Para $N = 3$, os termos não nulos são dados na Tabela B.1.

Tabela B.1: Funções de estrutura de grupo não nulas para SU(3).

abc	f_{abc}	abc	f_{abc}	abc	f_{abc}
123	1	118	$1/\sqrt{3}$	355	$1/2$
147	$1/2$	146	$1/2$	366	$-1/2$
156	$-1/2$	157	$1/2$	377	$-1/2$
246	$1/2$	228	$1/\sqrt{3}$	448	$-1/(2\sqrt{3})$
257	$1/2$	247	$-1/2$	558	$-1/(2\sqrt{3})$
345	$1/2$	256	$1/2$	668	$-1/(2\sqrt{3})$
367	$-1/2$	338	$1/\sqrt{3}$	778	$-1/(2\sqrt{3})$
458	$\sqrt{3}/2$	344	$1/2$	888	$-1/\sqrt{3}$
678	$\sqrt{3}/2$				

Qualquer matriz $N \times N$ pode ser expandida numa base de matrizes τ_a :

$$K = a_0 + a_a \tau_a \quad a_0 = \frac{1}{N} \text{tr} K \quad a_a = \frac{1}{2} \text{tr} \tau_a K \quad (\text{B.5})$$

Para SU(2) e SU(3) o determinante da matriz K é dado por:

$$\begin{aligned} \det K &= a_0^2 - a_a^2 & (N = 2) \\ \det K &= a_0^3 - a_0 a_a^2 + \frac{2}{3} d_{abc} a_a a_b a_c & (N = 3) \end{aligned} \quad (\text{B.6})$$

Para um estudo mais pormenorizado, ver por exemplo [149].

Apêndice C

Modelo de NJL em $SU(3)$: alguns cálculos detalhados

C.1 Bosonização

O formalismo da funcional geradora foi estudado com detalhe em [18, 138]. Aqui vamos fazer um breve sumário deste formalismo. Para isso, parte-se do lagrangiano dado por (4.7)

$$\mathcal{L} = \bar{q} (i\cancel{\partial} - \hat{m}) q + \frac{1}{2} \left\{ (\bar{q}\lambda^a q) S_{ab} (\bar{q}\lambda^b q) + (\bar{q}(i\gamma_5)\lambda^a q) P_{ab} (\bar{q}(i\gamma_5)\lambda^b q) \right\}, \quad (\text{C.1})$$

onde,

$$S_{ab} = g_S \delta_{ab} + g_D D_{abc} \langle \bar{q}\lambda^c q \rangle \quad (\text{C.2})$$

e

$$P_{ab} = g_S \delta_{ab} - g_D D_{abc} \langle \bar{q}\lambda^c q \rangle. \quad (\text{C.3})$$

Então teremos a funcional geradora dada por:

$$\begin{aligned} Z[\eta, \bar{\eta}] = & \frac{1}{N} \int Dq \int D\bar{q} \exp \left(i \int d^4x [\bar{q}(i\cancel{\partial} - \hat{m})q \right. \\ & \left. + \frac{1}{2} \left\{ (\bar{q}\lambda^a q) S_{ab} (\bar{q}\lambda^b q) + (\bar{q}(i\gamma_5)\lambda^a q) P_{ab} (\bar{q}(i\gamma_5)\lambda^b q) \right\} \right. \\ & \left. + \bar{q}\eta + \bar{\eta}q \right]. \end{aligned} \quad (\text{C.4})$$

O modelo fica agora em condições de aplicarmos as técnicas de bosonização usuais. Para isso, vamos introduzir campos auxiliares da forma

$$C_1 = \int D\sigma_a \int D\sigma_b \exp \left(-i \int d^4x \frac{1}{2} \sigma_a S_{ab}^{-1} \sigma_b \right) \quad (\text{C.5})$$

e

$$C_2 = \int D\varphi_a \int D\varphi_b \exp \left(-i \int d^4x \frac{1}{2} \varphi_a P_{ab}^{-1} \varphi_b \right). \quad (\text{C.6})$$

Efectuando as mudanças de variável

$$\sigma_a \rightarrow \sigma_a + S_{ab}(\bar{q}\lambda_b q) \quad (\text{C.7})$$

e

$$\varphi_a \rightarrow \varphi_a + P_{ab}(\bar{q}i\gamma_5\lambda^b q), \quad (\text{C.8})$$

teremos:

$$\begin{aligned} C = & \int D\sigma_a \int D\sigma_b \int D\varphi_a \int D\varphi_b \exp \left(-\frac{i}{2} \int d^4x [\sigma_a S_{ab}^{-1} \sigma_b + \varphi_a P_{ab}^{-1} \varphi_b \right. \\ & + 2(\bar{q}\lambda^a q)\sigma_a + 2(\bar{q}i\gamma_5\lambda^a q)\varphi_a \\ & \left. + (\bar{q}\lambda^a q)S_{ab}(\bar{q}\lambda^b q) + (\bar{q}(i\gamma_5)\lambda^a q)P_{ab}(\bar{q}(i\gamma_5)\lambda^b q) \right]. \end{aligned} \quad (\text{C.9})$$

Introduzindo C na funcional geradora, temos

$$\begin{aligned} Z[\eta, \bar{\eta}] = & \frac{1}{N} \int Dq \int D\bar{q} \int D\sigma_a \int D\sigma_b \int D\varphi_a \int D\varphi_b \\ & \exp \left(i \int d^4x [\bar{q}[i\partial - \hat{m} - (\lambda^a \sigma_a + i\gamma_5 \lambda^a \varphi_a)]q \right. \\ & + \frac{1}{2} \left\{ (\bar{q}\lambda^a q)S_{ab}(\bar{q}\lambda^b q) + (\bar{q}(i\gamma_5)\lambda^a q)P_{ab}(\bar{q}(i\gamma_5)\lambda^b q) \right\} \\ & \left. + \bar{q}\eta + \bar{\eta}q \right]. \end{aligned} \quad (\text{C.10})$$

Integrando sobre os campos de fermiões, vamos ficar com:

$$Z[\eta, \bar{\eta}] = \int D\sigma_a \int D\sigma_b \int D\varphi_a \int D\varphi_b \exp(iW_{ef}) Z_F[\eta, \bar{\eta}] \quad (\text{C.11})$$

onde a acção efectiva é dada por

$$\begin{aligned} W_{ef}[\varphi, \sigma] = & \int d^4x \left[-\frac{1}{2}(\sigma_a S_{ab}^{-1} \sigma_b + \varphi_a P_{ab}^{-1} \varphi_b) \right] \\ & - i\text{Tr} \ln [i\partial - \hat{m} - (\sigma_a \lambda^a + i\gamma_5 \varphi_a \lambda^a)] \end{aligned} \quad (\text{C.12})$$

que é a Eq. (4.12).

C.2 Cálculo das equações do “gap”

Para determinar as equações do “gap”, vamos proceder como habitualmente minimizando W_{ef} (dado pela Eq. (4.12)) em ordem a σ_a e a φ_a . O resultado vem dado por

$$-\frac{\sigma_a}{S_{ab}} + i\text{Tr} \frac{\lambda^a}{i\partial - \hat{m} - (\lambda^a \sigma_a + i\gamma_5 \lambda^a \varphi_a)} = 0 \quad (\text{C.13})$$

e

$$-\frac{\varphi_a}{P_{ab}} + i\text{Tr} \frac{i\gamma_5 \lambda^a}{i\bar{\not{\partial}} - \hat{m} - (\sigma_a \lambda^a + i\gamma_5 \varphi_a \lambda^a)} = 0. \quad (\text{C.14})$$

Ao efectuarmos o traço de (C.14), verificamos que $\varphi_a = 0^1$. Por outro lado, tendo em consideração que apenas os traços das matrizes diagonais são diferentes de zero, temos

$$\frac{\sigma_a}{g_S \delta_{ab} + g_D D_{abc} \langle \bar{q} \lambda^c q \rangle} = i\text{Tr} \lambda^a \begin{pmatrix} \frac{1}{i\bar{\not{\partial}} - M_u} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{i\bar{\not{\partial}} - M_d} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{i\bar{\not{\partial}} - M_s} \end{pmatrix} \quad (\text{C.15})$$

onde,

$$\begin{cases} M_u = m_u + \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \sigma_0 + \sigma_3 + \frac{1}{\sqrt{3}} \sigma_8 \\ M_d = m_d + \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \sigma_0 - \sigma_3 + \frac{1}{\sqrt{3}} \sigma_8 \\ M_s = m_s + \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \sigma_0 - \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_8 \end{cases} . \quad (\text{C.16})$$

Vamos começar por resolver

$$\frac{\sigma_a}{g_S} = i\text{Tr} \lambda^a \begin{pmatrix} \frac{1}{i\bar{\not{\partial}} - M_u} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{i\bar{\not{\partial}} - M_d} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{i\bar{\not{\partial}} - M_s} \end{pmatrix} \quad (\text{C.17})$$

que pode ser rescrito como,

$$\begin{cases} \frac{\sigma_0}{g_S} = i\sqrt{\frac{2}{3}} \text{tr} \left(\frac{1}{i\bar{\not{\partial}} - M_u} + \frac{1}{i\bar{\not{\partial}} - M_d} + \frac{1}{i\bar{\not{\partial}} - M_s} \right) \\ \frac{\sigma_3}{g_S} = i\text{tr} \left(\frac{1}{i\bar{\not{\partial}} - M_u} - \frac{1}{i\bar{\not{\partial}} - M_d} \right) \\ \frac{\sigma_8}{g_S} = i\frac{1}{\sqrt{3}} \text{tr} \left(\frac{1}{i\bar{\not{\partial}} - M_u} + \frac{1}{i\bar{\not{\partial}} - M_d} - 2\frac{1}{i\bar{\not{\partial}} - M_s} \right) \end{cases} . \quad (\text{C.18})$$

Combinando as Eqs. (C.16) e (C.18) podemos escrever a equação:

$$M_i - m_i = -2g_S \langle \bar{q}_i q_i \rangle \quad (\text{C.19})$$

com $i = u, d, s$. Esta equação também é conhecida como equação do “gap” em SU(3) sem determinante de 't Hooft.

Quando introduzimos o determinante de 't Hooft temos de calcular

$$\frac{\sigma_a}{g_D D_{abc} \langle \bar{q} \lambda^c q \rangle} = i\text{Tr} \lambda^a \begin{pmatrix} \frac{1}{i\bar{\not{\partial}} - M_u} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{i\bar{\not{\partial}} - M_d} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{i\bar{\not{\partial}} - M_s} \end{pmatrix}, \quad (\text{C.20})$$

que designaremos por σ_{aD} . Mais uma vez, só as matrizes diagonais são relevantes, o que nos conduz a:

$$\begin{cases} \sigma_{0D} = D_{0bc} \langle \bar{q} \lambda^c q \rangle \langle \bar{q} \lambda^b q \rangle \\ \sigma_{3D} = D_{3bc} \langle \bar{q} \lambda^c q \rangle \langle \bar{q} \lambda^b q \rangle \\ \sigma_{8D} = D_{8bc} \langle \bar{q} \lambda^c q \rangle \langle \bar{q} \lambda^b q \rangle \end{cases} . \quad (\text{C.21})$$

¹Ver (A.16).

Uma vez que os valores das constantes de estrutura são simétricos e que em D_{abc} a é fixo, temos em (C.21)

$$\begin{cases} \sigma_{0D} = D_{000}\langle\bar{q}\lambda^0q\rangle^2 + D_{088}\langle\bar{q}\lambda^8q\rangle^2 + D_{033}\langle\bar{q}\lambda^3q\rangle^2 \\ \sigma_{3D} = 2D_{330}\langle\bar{q}\lambda^0q\rangle\langle\bar{q}\lambda^3q\rangle + 2D_{338}\langle\bar{q}\lambda^3q\rangle\langle\bar{q}\lambda^8q\rangle \\ \sigma_{8D} = D_{888}\langle\bar{q}\lambda^8q\rangle^2 + D_{833}\langle\bar{q}\lambda^3q\rangle^2 + 2D_{880}\langle\bar{q}\lambda^8q\rangle\langle\bar{q}\lambda^0q\rangle \end{cases} \quad (C.22)$$

Sabendo que $D_{000} = \sqrt{\frac{2}{3}}$; $D_{088} = D_{033} = -\frac{1}{\sqrt{6}}$; $D_{338} = \frac{1}{\sqrt{3}}$ e $D_{888} = -\frac{1}{\sqrt{3}}$, podemos manipular algebricamente a expressão (C.22) de tal forma que, combinado com a Eq. (C.19), temos agora para as equações do “gap”:

$$M_u - m_u = -2g_S\langle\bar{q}_uq_u\rangle - 2g_D\langle\bar{q}_dq_d\rangle\langle\bar{q}_sq_s\rangle, \quad (C.23)$$

$$M_d - m_d = -2g_S\langle\bar{q}_dq_d\rangle - 2g_D\langle\bar{q}_uq_u\rangle\langle\bar{q}_sq_s\rangle, \quad (C.24)$$

$$M_s - m_s = -2g_S\langle\bar{q}_sq_s\rangle - 2g_D\langle\bar{q}_uq_u\rangle\langle\bar{q}_dq_d\rangle. \quad (C.25)$$

C.3 Cálculo das relações de dispersão dos mesões

Vamos mostrar, a título de exemplo, como se calculam as relações de dispersão para o π^+ e para o π^- no vácuo. Começaremos por determinar as relações de dispersão para o modelo de NJL em SU(3) sem determinante de 't Hooft, fazendo, de seguida, a generalização para o caso em que tomamos em consideração este termo.

Para os mesões π^+ e π^- as matrizes de Gell-Mann que intervêm são λ^1 e λ^2 . A acção efectiva toma a seguinte forma:

$$\begin{aligned} W_{ef}^{(2)} = & \frac{1}{2} \left[\int d^4x \left(-\frac{\pi_1^2 + \pi_2^2}{g_S} \right) + i\text{Tr} \left(\frac{1}{i\partial - \hat{M}} i\gamma_5 \lambda^1 \frac{1}{i\partial - \hat{M}} i\gamma_5 \lambda^1 \right) \pi_1^2 \right. \\ & \left. + i\text{Tr} \left(\frac{1}{i\partial - \hat{M}} i\gamma_5 \lambda^2 \frac{1}{i\partial - \hat{M}} i\gamma_5 \lambda^2 \right) \pi_2^2 \right], \end{aligned} \quad (C.26)$$

uma vez que os traços dos termos cruzados são nulos.

Vamos agora definir

$$\lambda_+ = \frac{1}{\sqrt{2}} (\lambda_1 + i\lambda_2) \quad (C.27)$$

e

$$\lambda_- = \frac{1}{\sqrt{2}} (\lambda_1 - i\lambda_2) \quad (C.28)$$

em que λ_+ cria um π^- (destrói π^+) e λ_- cria um π^+ (destrói π^-). De facto, temos

$$\pi^- = \sqrt{2}\bar{q}_uq_d = \bar{q}\lambda_+q \quad (C.29)$$

e

$$\pi^+ = \sqrt{2}\bar{q}_dq_u = \bar{q}\lambda_-q \quad (C.30)$$

com

$$q = \begin{pmatrix} q_u \\ q_d \\ q_s \end{pmatrix}. \quad (\text{C.31})$$

Seja ainda

$$\pi_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}(\pi_+ + \pi_-) \quad (\text{C.32})$$

e

$$\pi_2 = -\frac{i}{\sqrt{2}}(\pi_+ - \pi_-). \quad (\text{C.33})$$

Então, usando a transformada de Fourier para $\pi(x)$

$$\pi(x) = \int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} e^{ipx} \pi(p),$$

podemos escrever,

$$\pi_1^2 + \pi_2^2 = \pi_+(p)\pi_-(-p) + \pi_-(p)\pi_+(-p). \quad (\text{C.34})$$

Calculando os traços e substituindo (C.34) em (C.26), a acção efectiva toma a seguinte forma:

$$\begin{aligned} W_{ef}^{(2)} &= \frac{1}{2} \int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} \{ [\pi_+(p)\pi_-(-p) + \pi_-(p)\pi_+(-p)] \\ &\quad \times \left[\frac{i}{2} \text{Tr} \left(\frac{1}{\not{k} - \hat{M}} i\gamma_5 \lambda^+ \frac{1}{(\not{k} + \not{p}) - \hat{M}} i\gamma_5 \lambda^- \right) \right. \\ &\quad \left. + \frac{i}{2} \text{Tr} \left(\frac{1}{\not{k} - \hat{M}} i\gamma_5 \lambda^- \frac{1}{(\not{k} + \not{p}) - \hat{M}} i\gamma_5 \lambda^+ \right) - \frac{1}{g_S} \right] \}. \quad (\text{C.35}) \end{aligned}$$

Vamos agora calcular explicitamente os traços:

•

$$\begin{aligned} &\frac{i}{2} \text{Tr} \left(\frac{1}{\not{k} - \hat{M}} i\gamma_5 \lambda^+ \frac{1}{\not{k} + \not{p} - \hat{M}} i\gamma_5 \lambda^- \right) \\ &= i \text{tr} \left(\frac{1}{\not{k} - M_u} i\gamma_5 \frac{1}{\not{k} + \not{p} - M_d} i\gamma_5 \right) \\ &= -i \text{tr}_D \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{1}{\not{k} - M_u} \gamma_5 \frac{1}{\not{k} + \not{p} - M_d} \gamma_5 \\ &= \Pi_{ud}^P(p) \quad (\text{C.36}) \end{aligned}$$

•

$$\begin{aligned}
& \frac{i}{2} \text{Tr} \left(\frac{1}{\not{k} - \hat{M}} i\gamma_5 \lambda^- \frac{1}{\not{k} + \not{p} - \hat{M}} i\gamma_5 \lambda^+ \right) \\
&= i \text{tr} \left(\frac{1}{\not{k} - M_d} i\gamma_5 \frac{1}{\not{k} + \not{p} - M_u} i\gamma_5 \right) \\
&= -i \text{tr}_D \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{1}{\not{k} - M_d} \gamma_5 \frac{1}{\not{k} + \not{p} - M_u} \gamma_5 \\
&= \Pi_{du}^P(p) = \Pi_{ud}^P(-p)
\end{aligned} \tag{C.37}$$

pele que podemos escrever a acção efectiva como

$$\begin{aligned}
W_{ef}^{(2)} &= \frac{1}{2} \int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} \left[\left(\Pi_{ud}^P(p) - \frac{1}{g_S} + \Pi_{ud}^P(-p) - \frac{1}{g_S} \right) \right. \\
&\quad \left. \times (\pi_+(p)\pi_-(-p) + (\pi_-(p)\pi_+(-p))) \right].
\end{aligned} \tag{C.38}$$

Como a criação de um π^+ é equivalente à destruição de um π^- com a mesma quantidade de movimento e a criação de um π^- é equivalente à destruição de um π^+ também com a mesma quantidade de movimento, podemos reescrever a acção efectiva como

$$W_{ef}^{(2)} = \frac{1}{2} \int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} [\pi_+(p) \mathbf{K}_{\pi^+}^{-1} \pi_+(-p) + \pi_-(p) \mathbf{K}_{\pi^-}^{-1} \pi_-(-p)]. \tag{C.39}$$

Finalmente para os propagadores dos piões vamos ter

• π^- :

$$\mathbf{K}_{\pi^-} = \frac{g_S}{g_S \Pi_{ud}^{\pi^-} - 1}; \tag{C.40}$$

• π^+ :

$$\mathbf{K}_{\pi^+} = \frac{g_S}{g_S \Pi_{ud}^{\pi^+} - 1}. \tag{C.41}$$

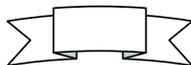
Calculando $\Pi_{ud}^P(p)$, $\Pi_{ud}^P(-p)$ e os pólos dos propagadores, vamos obter as relações de dispersão para os piões.

Para o π^- a relação de dispersão toma a forma (onde usamos o referencial de repouso do mesão, $\mathbf{P} = \mathbf{0}$)

$$4g_S(I_1^u + I_1^d + [P_0^2 - (M_u - M_d)^2]I_2^{ud}(P_0)) - 1 = 0, \tag{C.42}$$

com $P_0 = M_{\pi^-}$.

Para π^+ , só temos que fazer $P_0 \rightarrow -M_{\pi^+}$.



Quanto consideramos o termo de 't Hooft, a acção efectiva para o pião toma agora a forma:

$$W_{ef}^{(2)} = \frac{1}{2} \left[\int d^4x \left(-\pi_a P_{ab}^{-1} \pi_b \right) + i \text{Tr} \left(\frac{1}{i\partial - \hat{M}} i\gamma_5 \lambda^a \frac{1}{i\partial - \hat{M}} i\gamma_5 \lambda^b \right) \pi_a \pi_b \right]. \quad (\text{C.43})$$

Mais uma vez as matrizes de Gell-Mann que interessam são λ^1 e λ^2 , sendo não nulas as constantes de estrutura $D_{118} = D_{228} = \frac{1}{\sqrt{3}}$ e $D_{110} = D_{220} = -\frac{1}{\sqrt{6}}$. Assim, só vamos ter termos diagonais:

$$\begin{aligned} W_{ef}^{(2)} = \frac{1}{2} \left[\int d^4x \left(-\frac{\pi_1^2}{P_{11}} \right) + i \text{Tr} \left(\frac{1}{i\partial - \hat{M}} i\gamma_5 \lambda^1 \frac{1}{i\partial - \hat{M}} i\gamma_5 \lambda^1 \right) \pi_1^2 \right. \\ \left. + \int d^4x \left(-\frac{\pi_2^2}{P_{22}} \right) + i \text{Tr} \left(\frac{1}{i\partial - \hat{M}} i\gamma_5 \lambda^2 \frac{1}{i\partial - \hat{M}} i\gamma_5 \lambda^2 \right) \pi_2^2 \right] \end{aligned} \quad (\text{C.44})$$

Usando, tal como anteriormente, as transformadas de Fourier e fazendo algumas manipulações algébricas, podemos reescrever a acção efectiva como:

$$\begin{aligned} W_{ef}^{(2)} = \frac{1}{2} \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} \pi_+(p) \left[1 - \frac{i}{2} \left(\frac{P_{11} + P_{22}}{2} \right) \text{Tr} \left(\frac{1}{\not{k} - \hat{M}} i\gamma_5 \lambda^+ \frac{1}{\not{k} + \not{p} - \hat{M}} i\gamma_5 \lambda^- \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{1}{\not{k} - \hat{M}} i\gamma_5 \lambda^- \frac{1}{\not{k} + \not{p} - \hat{M}} i\gamma_5 \lambda^+ \right) \right] \pi_-(-p) \\ + \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} \pi_-(p) \left[1 - \frac{i}{2} \left(\frac{P_{11} + P_{22}}{2} \right) \text{Tr} \left(\frac{1}{\not{k} - \hat{M}} i\gamma_5 \lambda^+ \frac{1}{\not{k} + \not{p} - \hat{M}} i\gamma_5 \lambda^- \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{1}{\not{k} - \hat{M}} i\gamma_5 \lambda^- \frac{1}{\not{k} + \not{p} - \hat{M}} i\gamma_5 \lambda^+ \right) \right] \pi_+(-p). \end{aligned} \quad (\text{C.45})$$

Por conseguinte, concluímos que a introdução do determinante de 't Hooft se traduz na substituição da constante de acoplamento tal que

$$g_S \rightarrow \frac{P_{11} + P_{22}}{2} \quad (\text{C.46})$$

ou, escrito na sua forma final,

$$g_S \rightarrow P_\pi = P_{33} = g_S + g_D \langle \bar{q}_s q_s \rangle. \quad (\text{C.47})$$

Finalmente temos para a relação de dispersão do pião com determinante de 't Hooft:

$$4P_\pi (I_1^u + I_1^d + [P_0^2 - (M_u - M_d)^2] I_2^{ud}(P_0)) - 1 = 0. \quad (\text{C.48})$$

onde, como habitualmente, $P_0 = M_{\pi^-}$ para o π^- e $P_0 = -M_{\pi^+}$ para o π^+ .



O cálculo das relações de dispersão para os mesões K^+ e K^- é em tudo semelhante ao cálculo atrás efectuado. Para o kaão acção efectiva fica,

$$W_{ef}^{(2)} = \frac{1}{2} \left[\int d^4x \left(-K_a P_{ab}^{-1} K_b \right) + i \text{Tr} \left(\frac{1}{i\cancel{\partial} - \hat{M}} i\gamma_5 \lambda^a \frac{1}{i\cancel{\partial} - \hat{M}} i\gamma_5 \lambda^b \right) K_a K_b \right]. \quad (\text{C.49})$$

As matrizes que nos interessam são λ^4 e λ^5 , sendo não nulas as seguintes constantes de estrutura: $D_{443} = D_{553} = \frac{1}{2}$ e $D_{440} = D_{550} = -\frac{1}{\sqrt{6}}$.

Fazendo um raciocínio igual ao feito para o pião, temos para relação de dispersão do K com determinante de 't Hooft:

$$4P_K(I_1^u + I_1^s + [P_0^2 - (M_u - M_s)^2]I_2^{us}(P_0)) - 1 = 0 \quad (\text{C.50})$$

onde

$$P_K = g_S + g_D \langle \bar{q}_u q_u \rangle \quad (\text{C.51})$$

e com $P_0 = M_{K^+}$ para o K^+ e $P_0 = -M_{K^-}$ para o K^- .

Apêndice D

O formalismo de Matsubara

O formalismo de Matsubara [282] (ou formalismo do tempo imaginário) pode ser entendido dentro do contexto dos integrais de caminho [239, 283], o que nos permite fazer a ponte entre a descrição de sistemas físicos a temperatura zero e a temperatura finita.

Começamos por verificar que é possível exprimir a função de partição dum sistema com temperatura finita como um integral de caminho.

Sabemos que a amplitude de transição tem a representação funcional dada por

$$\langle \psi(\mathbf{x}_1, t_1) | \psi(\mathbf{x}_2, t_2) \rangle = \langle \psi_1 | e^{-iH(t_1-t_2)} | \psi_2 \rangle = A \int \mathcal{D}\psi e^{iS}, \quad (\text{D.1})$$

onde ψ é o campo quântico, A é uma constante de normalização irrelevante e a acção S é definida como

$$S[\psi] = \int_{t_2}^{t_1} dt \int d^3x \mathcal{L}, \quad (\text{D.2})$$

sendo \mathcal{L} a densidade lagrangiana do sistema, como habitualmente. O integral de caminho é definido sobre os caminhos que satisfazem

$$\begin{aligned} \psi(\mathbf{x}_1, t_1) &= \psi_1 \\ \psi(\mathbf{x}_2, t_2) &= \psi_2, \end{aligned} \quad (\text{D.3})$$

sendo ψ_1 e ψ_2 os pontos fixados.

Por outro lado, a função partição para qualquer sistema quântico é escrita na forma

$$\begin{aligned} Z(\beta) &= \text{Tr} e^{-\beta\mathcal{H}} \\ &= \int d\psi_1 \langle \psi_1 | e^{-\beta\mathcal{H}} | \psi_1 \rangle \end{aligned} \quad (\text{D.4})$$

com $\beta = 1/T$, $\mathcal{H} = \hat{H} - \mu\hat{N}$ onde $\hat{N} = \bar{\psi}\psi$ é o operador número de partículas

Passar para o formalismo do tempo imaginário, significa fazer a mudança de variável $t \rightarrow i\tau$. Dadas as Eqs. (D.1) e (D.3), se identificarmos

$$t_1 - t_2 = -i\beta, \quad (\text{D.5})$$

e tendo em atenção (D.4) podemos escrever a função partição como

$$Z(\beta) = A \int \mathcal{D}\psi e^{-\tilde{S}_E}, \quad (\text{D.6})$$

Então, a função partição de um sistema com temperatura T e potencial químico μ finitos, pode ser escrita como um integral de caminho onde \tilde{S}_E , a acção euclidiana, é da forma:

$$\tilde{S}_E = \int_0^\beta d\tau \int d^3x (\mathcal{L} + \beta\mu N). \quad (\text{D.7})$$

Note-se que o contorno da integração no plano do tempo complexo, no presente formalismo, é ao longo do eixo imaginário negativo da seguinte maneira:

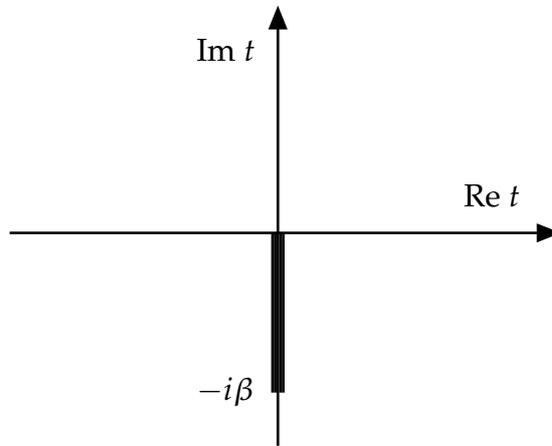


Figura D.1: Contorno da integração no plano do tempo complexo.

Ao descrever sistemas com temperatura finita estamos a fazer o integral em τ num intervalo finito. O problema é análogo à quantização de estados quânticos numa caixa, sendo a nossa “caixa” unidimensional na direcção de τ . A topologia do espaço-tempo nesta descrição é $\mathbf{R}^3 \times S^1$.

Os campos ψ devem, pois, satisfazer a condição de (anti)periodicidade

$$\psi(\mathbf{x}, \beta) = \mp \psi(\mathbf{x}, 0), \quad (\text{D.8})$$

consoante estamos na presença de campos fermiônicos ou bosónicos (ver [283] capítulos 1 e 4). Esta condição leva a que os níveis de energia sejam discretos

$$\omega_n = \begin{cases} \frac{(2n+1)\pi}{\beta} & \text{para fermiões} \\ \frac{2n\pi}{\beta} & \text{para bosões,} \end{cases} \quad (\text{D.9})$$

onde ω_n são as frequências de Matsubara.

Concluindo, o formalismo de Matsubara permite, por conseguinte, evidenciar um paralelismo entre as descrições de sistemas com temperatura zero e com temperatura finita. A diferença essencial é que, neste último caso, os campos ψ têm que ser expandidos numa base apropriada uma vez que devem satisfazer a condições de (anti)periodicidade.

Quando aplicamos este formalismo ao modelo de NJL, as implicações a nível de cálculo traduzem-se na substituição

$$\int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} \longrightarrow \frac{1}{-i\beta} \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \sum_n, \quad (\text{D.10})$$

onde $\beta = 1/T$, T é a temperatura, a soma é efectuada sobre as denominadas frequências de Matsubara $\omega_n = (2n + 1)\pi T$, $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$, uma vez que $p_0 \longrightarrow i\omega_n + \mu$ com o potencial químico μ . A integração em p_0 dá então origem à soma sobre as denominadas frequências de Matsubara que pode ser escrita como

$$-\frac{1}{\beta} \sum_n h(\omega_n) = \sum_{\text{Re } z_m \neq 0} [(1 - n^+(z_m)) \text{Res}[h(\omega_n), z_m] + (1 - n^-(z_m)) \text{Res}[h(\bar{\omega}_n), z_m]], \quad (\text{D.11})$$

onde

$$n_i^\mp = n_i^\mp(E_i) = \frac{1}{1 + e^{\pm(E_i \pm \mu_i)}} \quad (\text{D.12})$$

são as funções de distribuição de Fermi do quark i .

Apêndice E

Cálculo do integral $I_H^i(P)$

Neste apêndice vamos realizar o cálculo do integral $I_H^i(P)$. Começaremos por calcular em detalhe $I_H^i(P)$ para $T = \rho_B = 0$ e depois generalizaremos o seu cálculo para $T \neq 0$ e $\rho_B \neq 0$. O diagrama correspondente é dado na Fig. E.1. Para realizarmos o nosso estudo, vamos usar o referencial de repouso do mesão ($P = (M_H, \mathbf{0})$) e a condição $P = q_1 + q_2$.

O integral $I_H^i(P)$ é então dado por

$$I_H^i(P) = iM_i \int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} \frac{1}{(p^2 - M_i^2)[(p - q_1)^2 - M_i^2][(p + q_2)^2 - M_i^2]}, \quad (\text{E.1})$$

que pode ser reescrito como

$$I_H^i(P) = iM_i \int \frac{dp_0}{2\pi} \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \frac{1}{(p_0^2 - E_i^2)[(p_0 - q_1^0)^2 - \alpha_1][(p_0 + q_2^0)^2 - \alpha_2]} \quad (\text{E.2})$$

onde, como habitualmente, $E_i = \sqrt{\mathbf{p}^2 + M_i^2}$,

$$\alpha_1 = (\mathbf{p} - \mathbf{q}_1)^2 + M_i^2 = \mathbf{q}_1^2 + E_i^2 - 2\mathbf{p} \cdot \mathbf{q}_1 \quad (\text{E.3})$$

e

$$\alpha_2 = \mathbf{q}_2^2 + E_i^2 + 2\mathbf{p} \cdot \mathbf{q}_2. \quad (\text{E.4})$$

Das condições de cinemática temos $q_1^0 = |\mathbf{q}_1| = q_2^0 = |\mathbf{q}_2| = \frac{M_H}{2}$ e $\mathbf{q}_1 = -\mathbf{q}_2$. Isto implica que $\alpha_2 = \alpha_1$.

Fazendo como é usual $p_0 \rightarrow -ip_0$, vamos ter

$$I_H^i(P_0 = M_H, \mathbf{P} = \mathbf{0}) = M_i \int \frac{dp_0}{2\pi} \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \frac{1}{(p_0^2 - E_i^2) \left[\left(p_0 - i\frac{M_H}{2} \right)^2 + \alpha_1 \right] \left[\left(p_0 + i\frac{M_H}{2} \right)^2 + \alpha_1 \right]} \quad (\text{E.5})$$

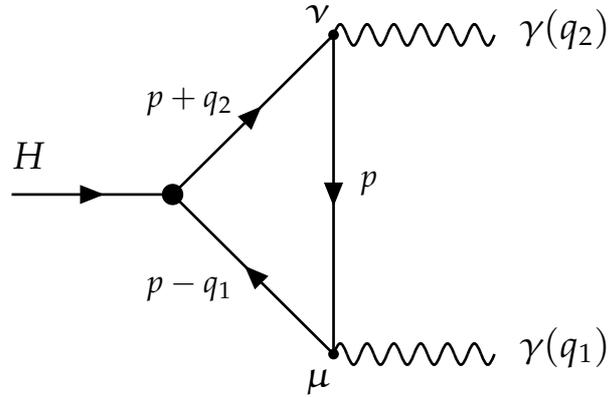


Figura E.1: O diagrama do triângulo de quarks para o decaimento $H \rightarrow \gamma\gamma$.

com

$$\alpha_1 = E_i^2 + \frac{M_H^2}{4} - M_H |\mathbf{p}| z \quad (\text{E.6})$$

onde $z = \cos \theta$. Os pólos de (E.5) no meio plano superior são dados por

$$p_0 = iE_i, \quad (\text{E.7})$$

$$p_0 = i \left(\frac{M_H}{2} + \sqrt{\alpha_1} \right) \quad (\text{E.8})$$

e

$$p_0 = i \left(\sqrt{\alpha_1} - \frac{M_H}{2} \right). \quad (\text{E.9})$$

Usando agora o teorema dos resíduos temos

$$I_H^i(\dots) = -M_i \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \left\{ \frac{1}{2E_i \left[\alpha_1 - \left(E_i - \frac{M_H}{2} \right)^2 \right] \left[\alpha_1 - \left(E_i + \frac{M_H}{2} \right)^2 \right]} \right. \\ \left. + \frac{1}{2\sqrt{\alpha_1} \left[E_i^2 - \left(\frac{M_H}{2} + \sqrt{\alpha_1} \right)^2 \right] \left[\alpha_1 - (\sqrt{\alpha_1} + M_H)^2 \right]} \right. \\ \left. + \frac{1}{2\sqrt{\alpha_1} \left[E_i^2 - \left(\frac{M_H}{2} - \sqrt{\alpha_1} \right)^2 \right] \left[\alpha_1 - (\sqrt{\alpha_1} - M_H)^2 \right]} \right\}. \quad (\text{E.10})$$

Tendo em atenção que $\alpha_1 = (\mathbf{p} - \mathbf{q}_1)^2 + M_i^2$, podemos fazer, nas duas últimas parcelas

do nosso integral, a mudança de variável $\mathbf{p} - \mathbf{q}_1 \rightarrow \mathbf{p}$ o que implica

$$\alpha_1 \rightarrow E_i^2; \quad (\text{E.11})$$

$$\sqrt{\alpha_1} \rightarrow E_i; \quad (\text{E.12})$$

$$E_i^2 \rightarrow \alpha'_1, \quad (\text{E.13})$$

com

$$\alpha'_1 = E_i^2 + \frac{M_H^2}{4} + M_H |\mathbf{p}| z. \quad (\text{E.14})$$

O nosso integral pode então ser reescrito como:

$$\begin{aligned} I_H^i(\dots) = & -M_i \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \frac{1}{2E_i} \left\{ \frac{1}{\left[\alpha_1 - \left(E_i - \frac{M_H}{2} \right)^2 \right] \left[\alpha_1 - \left(E_i + \frac{M_H}{2} \right)^2 \right]} \right. \\ & + \frac{1}{\left[\alpha'_1 - \left(\frac{M_H}{2} + E_i \right)^2 \right] \left[E_i^2 - \left(E_i + \frac{M_H}{2} \right)^2 \right]} \\ & \left. + \frac{1}{\left[\alpha'_1 - \left(\frac{M_H}{2} - E_i \right)^2 \right] \left[E_i^2 - \left(E_i - \frac{M_H}{2} \right)^2 \right]} \right\}. \quad (\text{E.15}) \end{aligned}$$

Após alguns cálculos algébricos obtém-se a seguinte expressão

$$\begin{aligned} I_H^i(\dots) = & -M_i \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \frac{1}{2M_H^2 E_i} \frac{M_H^2 - 2M_H |\mathbf{p}| z}{(4E_i^2 - M_H^2) [E_i^2 - (|\mathbf{p}| z)^2]} \\ = & -\frac{M_i}{4\pi^2} \int_0^\infty p^2 dp \int_{-1}^1 dz \frac{1}{2M_H E_i (4E_i^2 - M_H^2)} \\ & \times \left[\frac{M_H}{E_i^2 - (|\mathbf{p}| z)^2} - \left(\frac{1}{E_i - |\mathbf{p}| z} - \frac{1}{E_i + |\mathbf{p}| z} \right) \right]. \quad (\text{E.16}) \end{aligned}$$

Para realizar a integração em z vamos usar

$$\int_{-1}^1 dz \frac{1}{A - Bz} = -\frac{1}{B} \ln \left| \frac{A - B}{A + B} \right|. \quad (\text{E.17})$$

Finalmente, o integral $I_H^i(P)$ toma a forma:

$$I_H^i(P_0 = M_H, \mathbf{P} = \mathbf{0}) = -\frac{M_i}{4\pi^2} \int_0^\infty dp \frac{p}{E_i^2} \frac{1}{4E_i^2 - M_H^2} \ln \left(\frac{E_i + p}{M_i} \right). \quad (\text{E.18})$$

A generalização para o caso a temperatura e/ou densidade finita é feito usando o formalismo de Matsubara. Assim, como habitualmente faz-se a substituição

$$\int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} \rightarrow \frac{1}{-i\beta} \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \sum_n \quad (\text{E.19})$$

onde, mais uma vez, $\beta = 1/T$, a soma é feita sobre as frequências de Matsubara $\omega_n = (2n + 1)\pi T$, com $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$, e tal que $p_0 \rightarrow i\omega_n + \mu$. Agora o cálculo é mais elaborado, mas o raciocínio é paralelo ao feito anteriormente. O resultado final vem então dado por

$$I_H^i(P) = -\frac{M_i}{4\pi^2} \int_0^\infty dp \frac{p}{E_i^2} \frac{1}{4E_i^2 - M_H^2} \ln\left(\frac{E_i + p}{M_i}\right) [n_i^+ - n_i^-]. \quad (\text{E.20})$$

Apêndice F

Cálculo dos integrais

F.1 Tabela de Integrais

Tabela F.1: Tabela de integrais.

Int	$= \int_0^\infty d\alpha \frac{\alpha}{(1+\alpha)^2} \int_0^1 d\tau F(z_0)$
Int_1	$= \int_0^\infty d\alpha \frac{\alpha^2}{(1+\alpha)^3} \int_0^1 d\tau AF(z_0)$
Int_{21}	$= \int_0^\infty d\alpha \frac{\alpha^2}{(1+\alpha)^2} \int_0^1 d\tau F(z_0) z'_0$
Int_{22}	$= \int_0^\infty d\alpha \frac{\alpha^3}{(1+\alpha)^4} \int_0^1 d\tau A^2 F(z_0)$
I_{21}	$= \int_0^\infty d\alpha \frac{\alpha^2}{(1+\alpha)^2} \int_0^1 d\tau \tau F'(z_0)$
I_{12}	$= \int_0^\infty d\alpha \frac{\alpha^2}{(1+\alpha)^2} \int_0^1 d\tau (1-\tau) F'(z_0)$
I_{211}	$= \int_0^\infty d\alpha \frac{\alpha^3}{(1+\alpha)^3} \int_0^1 d\tau AF'(z_0)$
I_{121}	$= \int_0^\infty d\alpha \frac{\alpha^3}{(1+\alpha)^3} \int_0^1 d\tau (1-\tau) AF'(z_0)$
I_{2121}	$= \int_0^\infty d\alpha \frac{\alpha^2}{(1+\alpha)^3} \int_0^1 d\tau \tau F(z_0)$
I_{1221}	$= \int_0^\infty d\alpha \frac{\alpha^2}{(1+\alpha)^3} \int_0^1 d\tau (1-\tau) F(z_0)$
I_{2122}	$= \int_0^\infty d\alpha \frac{\alpha^4}{(1+\alpha)^4} \int_0^1 d\tau \tau A^2 F'(z_0)$
I_{1222}	$= \int_0^\infty d\alpha \frac{\alpha^4}{(1+\alpha)^4} \int_0^1 d\tau (1-\tau) A^2 F'(z_0)$
I_{2131}	$= \int_0^\infty d\alpha \frac{\alpha^3}{(1+\alpha)^4} \int_0^1 d\tau \tau AF(z_0)$
I_{1231}	$= \int_0^\infty d\alpha \frac{\alpha^3}{(1+\alpha)^4} \int_0^1 d\tau (1-\tau) AF(z_0)$
I_{2132}	$= \int_0^\infty d\alpha \frac{\alpha^5}{(1+\alpha)^5} \int_0^1 d\tau \tau A^3 F'(z_0)$
I_{1232}	$= \int_0^\infty d\alpha \frac{\alpha^5}{(1+\alpha)^5} \int_0^1 d\tau (1-\tau) A^3 F'(z_0)$

Para os integrais para os quais é necessário, A toma a seguinte forma:

$$A = \alpha a_1 + (1 - \alpha)a_2. \quad (\text{F.1})$$

F.2 O integral Int

Nesta secção pretende-se exemplificar a técnica que permite o cálculo dos integrais que se usam no Sec. 10.5. Com esse fim em vista, vai-se tomar o caso do integral

$$Int = \int \frac{d^4 p}{\pi^2} F(p^2) \frac{1}{(p_1^2 + M_1^2)(p_2^2 + M_2^2)} \quad (\text{F.2})$$

onde $F(p^2)$ é o produto de todas as funções de vértice. Para calcular este integral vai-se reescrever o seu denominador recorrendo à parametrização de Feynman

$$\frac{1}{A^m B^n} = \frac{\Gamma(m+n)}{\Gamma(m)\Gamma(n)} \int_0^1 d\alpha \frac{\alpha^{m-1}(1-\alpha)^{n-1}}{(A\alpha + B(1-\alpha))^{m+n}}. \quad (\text{F.3})$$

Para este caso tem-se que $m = n = 1$. Então

$$\frac{1}{(p_1^2 + M_1^2)(p_2^2 + M_2^2)} = \int d\alpha \frac{1}{((p_1^2 + M_1^2)\alpha + (p_2^2 + M_2^2)(1-\alpha))^2}. \quad (\text{F.4})$$

Usando agora $p_1 = p + a_1 P$ e $p_2 = p - a_2 P$ (onde por uma questão de simplicidade se faz $a_1 = -a_2 = 1/2$), o denominador da equação anterior vem dado por

$$\left(\left[\left(p + \frac{P}{2} \right)^2 + M_1^2 \right] \alpha + \left[\left(p - \frac{P}{2} \right)^2 + M_2^2 \right] (1-\alpha) \right)^2 = \left((p+R)^2 + D \right)^2 \quad (\text{F.5})$$

com

$$R = P\left(\alpha - \frac{1}{2}\right) \quad (\text{F.6})$$

e

$$D = \alpha M_1^2 + (1-\alpha)M_2^2 + \frac{P^2}{4} \left(1 - 4\left(\alpha - \frac{1}{2}\right)^2 \right). \quad (\text{F.7})$$

Agora podemos escrever para Int :

$$Int = \int \frac{d^4 p}{\pi^2} F(p^2) \int_0^1 d\alpha \frac{1}{((p+R)^2 + D)^2}. \quad (\text{F.8})$$

Usando a representação integral

$$\frac{1}{((p+R)^2 + D)^2} = \int_0^\infty t dt e^{-t((p+R)^2 + D)} \quad (\text{F.9})$$

e a transformada de Laplace para a função $F(p^2)$

$$F(p^2) = \int ds \tilde{F}(s) e^{-sp^2}, \quad (\text{F.10})$$

pode-se escrever

$$Int = \int_0^1 d\alpha \int \frac{d^4 p}{\pi^2} \int ds \int_0^\infty t dt \tilde{F}(s) e^{-s p^2 - t((p+R)^2 + D)}. \quad (F.11)$$

Após alguns cálculos algébricos mais ou menos demorados, obtém-se

$$Int = \int_0^1 d\alpha \int s^2 ds \int_0^\infty t dt \tilde{F}(s) \int \frac{d^4 p}{\pi^2} e^{-s(1+t)p^2} e^{-s(tD + \frac{t}{1+t}R^2)}. \quad (F.12)$$

Recorrendo a

$$\int \frac{d^4 p}{\pi^2} e^{-s(1+t)p^2} = \frac{1}{s^2(1+t)^2} \quad (F.13)$$

e fazendo a integração em s , o integral Int fica:

$$Int = \int_0^\infty \frac{t}{(1+t)^2} dt \int_0^1 d\alpha F \left[tD + \frac{t}{1+t} R^2 \right] \quad (F.14)$$

que vai ser escrito como

$$Int = \int_0^\infty \frac{t}{(1+t)^2} dt \int_0^1 d\alpha F[z_0] \quad (F.15)$$

com

$$z_0 = t(\alpha M_1^2 + (1-\alpha)M_2^2) + \frac{1}{4}P^2 \frac{t}{1+t} + P^2 \frac{t^2}{1+t} \alpha(1-\alpha). \quad (F.16)$$

F.3 O integral $I(P^2, q_1^2, q_2^2)$

Vamos proceder ao cálculo do integral $I(P^2, q_1^2, q_2^2)$. Vamos começar por apresentar a sua forma geral que pode ser escrita como

$$I(P^2, q_1^2, q_2^2) = \int \frac{d^4 p}{\pi^2} F(p^2) \frac{1}{(p_1^2 + M_1^2)(p_2^2 + M_2^2)(p_3^2 + M_3^2)} \quad (F.17)$$

onde $p_1 = p + \frac{P}{2}$, $p_2 = p - \frac{P}{2}$ e $p_3 = p \pm \frac{Q}{2}$ sendo as condições de cinemática dadas por $P = q_1 + q_2$ e $Q = q_1 - q_2$ com q_1 e q_2 os momentos dos fotões.

Para calcular este integral vai-se reescrever o seu denominador recorrendo à parametrização de Feynman

$$\frac{1}{ABC} = 2 \int [d\alpha] \frac{1}{(A\alpha_1 + B\alpha_2 + C\alpha_3)^3}. \quad (F.18)$$

Aqui tem-se que

$$\begin{aligned} \int [d\alpha](\dots) &= \int_0^1 d\alpha_1 \int_0^1 d\alpha_2 \int_0^1 d\alpha_3 \delta(1 - \alpha_1 - \alpha_2 - \alpha_3)(\dots) \\ &= \int_0^1 d\alpha_1 \int_0^{1-\alpha_1} d\alpha_2(\dots). \end{aligned} \quad (F.19)$$

O denominador em (F.18) vem dado por

$$\begin{aligned} & \alpha_1(p^2 + (pP) + \frac{1}{4}P^2 + M_1^2) \\ & + \alpha_2(p^2 - (pP) + \frac{1}{4}P^2 + M_2^2) + \alpha_3(p^2 \pm (pQ) + \frac{1}{4}Q^2 + M_3^2) \\ & = (p + R)^2 + D \end{aligned} \quad (\text{F.20})$$

onde

$$R = \frac{1}{2} (q_1(\alpha_1 - \alpha_2 \pm \alpha_3) + q_2(\alpha_1 - \alpha_2 \mp \alpha_3)) , \quad (\text{F.21})$$

e

$$\begin{aligned} D &= \frac{1}{2}q_1^2\alpha_3((\alpha_1 + \alpha_2) \mp (\alpha_1 - \alpha_2)) \\ &+ \frac{1}{2}q_2^2\alpha_3((\alpha_1 + \alpha_2) \pm (\alpha_1 - \alpha_2)) + P^2(\alpha_1\alpha_2) + \alpha_1M_1^2 + \alpha_2M_2^2 + \alpha_3M_3^2. \end{aligned} \quad (\text{F.22})$$

Como vai ser necessária mais adiante, vamos calcular a quantidade R^2 :

$$R^2 = \frac{1}{2}q_1^2\alpha_3(\alpha_3 \pm (\alpha_1 - \alpha_2)) + \frac{1}{2}q_2^2\alpha_3(\alpha_3 \mp (\alpha_1 - \alpha_2)) - \frac{1}{4}P^2(1 - 2\alpha_1)(1 - 2\alpha_2). \quad (\text{F.23})$$

Assim, temos que

$$\frac{1}{ABC} = 2 \int [d\alpha] \frac{1}{((p + R)^2 + D)^3}. \quad (\text{F.24})$$

Agora vai ser usada a representação integral

$$\frac{1}{((p + R)^2 + D)^3} = \frac{1}{2} \int t^2 dt e^{-t((p+R)^2+D)} \quad (\text{F.25})$$

e a transformada de Laplace para a função $F(p^2)$:

$$F(p^2) = \int ds \tilde{F}(s) e^{-sp^2}. \quad (\text{F.26})$$

Agora, o integral $I(P^2, q_1^2, q_2^2)$ pode ser escrito como

$$\begin{aligned} I(P^2, q_1^2, q_2^2) &= \int \frac{d^4p}{\pi^2} F(p^2) \frac{1}{(\dots)(\dots)(\dots)} \\ &= \int [d\alpha] ds \tilde{F}(s) t^2 dt \int \frac{d^4p}{\pi^2} e^{-sp^2} e^{-t((p+R)^2+D)}. \end{aligned} \quad (\text{F.27})$$

Recorrendo à relação

$$sp^2 + t((p + R)^2 + D) = (s + t) \left(p + \frac{t}{s + t} R \right)^2 + tD + \frac{st}{s + t} R^2, \quad (\text{F.28})$$

e fazendo a mudança de variáveis $t = st, dt = sdt$ tem-se:

$$\begin{aligned}
I(P^2, q_1^2, q_2^2) &= \int [d\alpha] ds \tilde{F}(s) s^3 t^2 dt e^{-s(tD + \frac{t}{1+t}R^2)} \int \frac{d^4 p}{\pi^2} e^{-s(1+t)p^2} \\
&= \int [d\alpha] ds \tilde{F}(s) s^3 t^2 dt e^{-s(tD + \frac{t}{1+t}R^2)} \frac{1}{s^2(1+t)^2} \\
&= \int [d\alpha] ds \tilde{F}(s) s \frac{t^2}{(1+t)^2} dt e^{-s(tD + \frac{t}{1+t}R^2)} \\
&= \int_0^1 d\alpha_1 \int_0^{1-\alpha_1} d\alpha_2 \int \frac{t^2}{(1+t)^2} dt \left[-\frac{d}{dz} F(z) \right]. \tag{F.29}
\end{aligned}$$

Aqui z é dado pela expressão

$$\begin{aligned}
z &= tD + \frac{t}{1+t}R^2 \\
&= \frac{1}{2}q_1^2 \frac{t}{1+t} (1 + t(\alpha_1 + \alpha_2) \mp t(\alpha_1 - \alpha_2)) (1 - (\alpha_1 + \alpha_2)) \\
&\quad + \frac{1}{2}q_2^2 \frac{t}{1+t} (1 + t(\alpha_1 + \alpha_2) \pm t(\alpha_1 - \alpha_2)) (1 - (\alpha_1 + \alpha_2)) \\
&\quad + P^2 \frac{t}{1+t} \left(-\frac{1}{4} + \frac{1}{2}(\alpha_1 + \alpha_2) + t(\alpha_1\alpha_2) \right) \\
&\quad + t \left(M_3^2 + \alpha_1(M_1^2 - M_3^2) + \alpha_2(M_2^2 - M_3^2) \right) \tag{F.30}
\end{aligned}$$

onde

$$\begin{aligned}
(1 + t(\alpha_1 + \alpha_2) \mp t(\alpha_1 - \alpha_2)) &= \begin{pmatrix} 1 + 2t\alpha_2 \\ 1 + 2\alpha_1 \end{pmatrix} \\
(1 + t(\alpha_1 + \alpha_2) \pm t(\alpha_1 - \alpha_2)) &= \begin{pmatrix} 1 + 2t\alpha_1 \\ 1 + 2\alpha_2 \end{pmatrix}. \tag{F.31}
\end{aligned}$$

Lista de Tabelas

2.1	Massa de correntes dos quarks retiradas de [30].	8
2.2	Simetrias da QCD no limite quiral.	10
2.3	Espectro dos mesões pseudoescalares.	11
2.4	Os efeitos da interacção de 't Hooft nos estados $\bar{q}q$ pseudoescalares e escalares.	16
3.1	Massas de estrelas de neutrões: os sistemas binários de estrelas de neutrões são indicados por en-en (as estrelas companheiras têm (c) adicional), os sistemas anã branca–estrela de neutrões são indicados por ab-en, e estrelas binárias de raios-x–estrela de neutrões são indicadas por brx.	28
4.1	Conjunto de parâmetros e valores experimentais utilizados no nosso trabalho. Os valores a cheio assinalam os resultados obtidos pelo modelo.	50
5.1	Parametrização usada para o modelo de NJL em SU(2).	59
8.1	As diferentes maneiras de quebrar explicitamente a simetria axial em função da temperatura (densidade).	114
8.2	Temperatura de transição para os diferentes casos.	119
9.1	Comparação dos valores experimentais com os resultados numéricos obtidos usando o modelo de NJL.	148
10.1	Massa constituinte dos quarks para o MRQC.	173
10.2	Parâmetros obtidos para o factor de forma gaussiano.	174
10.3	Parâmetros obtidos para o factor de forma lorentziano.	174
B.1	Funções de estrutura de grupo não nulas para SU(3).	194
F.1	Tabela de integrais.	211

Lista de Figuras

2.1	Espectro dos mesões pseudoescalares no modelo de NJL. Este esquema ilustra ainda a quebra das simetrias quiral e axial. Os valores experimentais das massas estão representados na coluna da direita. Adaptado de Klimt <i>et al.</i> [42]	13
3.1	Diagrama de fases da QDC para dois sabores. Figura adaptada de [58].	20
3.2	O diagrama de fases da QCD no contexto das colisões nucleares relativistas. Adaptado de [67].	23
3.3	Densidade de energia em função da temperatura em cálculos computacionais na rede. Esquema adaptado de [69].	24
3.4	Esquema do diagrama de fases da QCD com três sabores e massas dos quarks realistas, adaptado de [87].	27
3.5	Esquema da evolução da “firebal”. Adaptado de [118].	32
3.6	Esquema para a hipótese da existência de SQM: para $\mu_d > M_s$, a NSQM (painel da esquerda) pode baixar a sua energia convertendo-se em SQM (painel da direita) através do decaimento fraco de quarks d em quarks s . Adaptado de [37].	33
5.1	Massa do quark e densidade bariónica em função do potencial químico para $T = 0$	60
5.2	Massa do quark e densidade bariónica em função do potencial químico para $T = 50$	61
5.3	Massa do quark e densidade bariónica em função do potencial químico para $T = 100$	62
5.4	O diagrama de fases: no painel esquerdo está representado o diagrama no plano $T - \mu$; no painel direito está representado o diagrama no plano $T - \rho$	63
5.5	Massas constituintes dos quarks M_u , M_d e M_s em função da temperatura.	65
5.6	Massas constituintes dos quarks M_u , M_d , M_s e potenciais químicos μ_u , μ_d , μ_e para matéria de “neutrões” em equilíbrio β , a $T = 0$	67
5.7	χ_A para matéria de “neutrões” em equilíbrio β a $T = 0$	69

5.8	Densidades dos quarks constituintes. $\rho_s \neq 0$ apenas se verifica para $\rho_B > 3.9\rho_0$, quando $M_s < \mu_s$	70
5.9	Energia por barião (a) e pressão (b)) em função da densidade. Linha a cheio: $T = 0$, linha a tracejado: $T = 56$ MeV.	71
5.10	Energia por barião para todos os casos considerados a $T = 0$	73
5.11	Massas constituintes dos quarks M_u, M_d, M_s e potenciais químicos μ_u, μ_d, μ_e em função da densidade para $T = 0$. Painel esquerdo: sem equilíbrio β ($M_u = M_d$ nos Casos A e B). Painel direito: com equilíbrio β	74
5.12	Efeito combinado da temperatura (T) e da densidade (ρ_B/ρ_0) em matéria de “neutrões” em equilíbrio β para a pressão.	75
5.13	Efeito combinado da temperatura (T) e da densidade (ρ_B/ρ_0) em matéria de “neutrões” em equilíbrio β para M_u	76
5.14	Efeito combinado da temperatura (T) e da densidade (ρ_B/ρ_0) em matéria de “neutrões” em equilíbrio β para M_s	76
5.15	Diagrama de fases para o modelo de NJL em SU(3) com $m_u = m_d = 0$. Neste cenário a restauração da simetria quiral no sector SU(2) é completa.	77
6.1	Massas dos mesões π^\pm e π^0 em função da densidade bariónica sem equilíbrio β (painel esquerdo) e com equilíbrio β (painel direito) para $T = 0$	83
6.2	Massas dos kaões e antikaões em função da densidade com $T = 0$: Caso A (painéis a) e c)) e matéria em equilíbrio β (painéis b) e d)). ω' é o limite inferior do contínuo do mar de Dirac e $\omega_{up}, \omega_{low}$ são os limites do contínuo do mar de Fermi.	84
6.3	Comportamento da constante de acoplamento mesão–quark para os kaões em função da densidade bariónica para $T = 0$: Caso A, painéis a) e c); matéria com equilíbrio β , painéis b) e c).	87
6.4	Massa dos kaões e antikaões (painel esquerdo) e constantes de acoplamento kaão–quark (painel direito) em função da densidade para o Caso B e Caso C com $T = 0$. No Caso B, K^0, \bar{K}^0 e \bar{K}_S^0 estão degenerados com K^+, K^- e K_S^- respectivamente. No Caso C todos os kaões estão degenerados (linha a tracejado-ponteados-ponteados).	88
6.5	Massa dos mesões η e η' em função da densidade bariónica sem (painel esquerdo) e com (painel direito) equilíbrio β a $T = 0$. ω_u, ω_d são os limites do contínuo de Dirac.	90
6.6	Ângulo de mistura, θ_p , em função da densidade bariónica.	91

- 7.1 Dependência da massa dos mesões com a temperatura: pião (linha a cheio); kaão (linha a ponteadado); η (linha a tracejado); η' (linha a ponteadado estreito). As curvas $2M_u$ e $M_u + M_s$ mostram os limiares dos quarks em função da temperatura. As respectivas temperaturas de Mott são: $T_{M\pi} \simeq T_{MK} = 212$ MeV e $T_{M\eta} = 180$ MeV. 97
- 7.2 Massas dos piões em função da densidade e da temperatura. 99
- 7.3 Massas dos kaões em função da densidade e da temperatura. 100
- 7.4 Massas dos mesões η e η' em função da densidade e da temperatura. . . . 101
- 7.5 Massas dos mesões π^0 e σ em função da temperatura (painel esquerdo) e da densidade (painel direito). 102
- 7.6 Massa do σ em função da densidade e da temperatura. 103
- 7.7 Diagrama de fase para o modelo de NJL a partir do estudo dos parceiros quirais: a linha a cheio representa a degenerescência entre os mesões π^0 e σ . Também estão representadas as “linhas de Mott” para estes mesões. . . . 104
- 8.1 Painel esquerdo: pontos para a susceptibilidade topológica calculados na rede com as respectivas barras de erro [215]. A linha a tracejado representa o nosso ajuste aos pontos da rede. A linha a cheio representa o cálculo de χ usando a Eq. (8.7) com g_D constante. Painel direito: g_D em função da temperatura (linha a tracejado) obtida a partir do nosso ajuste para χ 110
- 8.2 Massa dos mesões em função da temperatura. As linhas a ponteadado representam os limiares do contínuo $2M_u$ (linha inferior) e $2M_s$ (linha superior). 111
- 8.3 Dependência da temperatura para os ângulos de mistura: linha a cheio para o sector escalar; linha a tracejado para o sector pseudoescalar. A linha a ponteadado representa o valor para os ângulos de mistura ideais. 112
- 8.4 Painel superior: $\langle g_D \rangle_i$ em função da temperatura para os Casos em estudo. Painel inferior: dependência da temperatura para as massas dos quarks para os referidos Casos. 116
- 8.5 Massas dos mesões em função da temperatura para os diferentes casos considerados. Estão também representados os limites do contínuo $2M_u$ e $2M_s$ para o painel esquerdo e $M_u + M_s$ para o painel direito (curvas a ponteadado). 117
- 8.6 Ângulos de mistura escalares e pseudoescalares em função da temperatura para os casos apresentados na Tabela 8.1. 118
- 8.7 Susceptibilidade topológica em função da temperatura para os casos apresentados na Tabela 8.1. Os resultados da rede estão representados com as respectivas barras de erro [215]. 120

8.8	Dependência na densidade bariônica das massas dos mesões. As linhas a ponteadas representam os limites do contínuo do mar de Dirac que definem os limiares $q\bar{q}$ para os mesões. Os diferentes casos são considerados.	125
8.9	Ângulos de mistura escalares e pseudoescalares em função da densidade para os casos apresentados na Tabela 8.1.	126
8.10	Susceptibilidade topológica em função da densidade para os casos apresentados na Tabela 8.1.	127
8.11	Painel superior: $\langle g_D \rangle_i$ em função da densidade para os Casos I, II e III. Painel inferior: dependência da densidade para as massas dos quarks para os referidos Casos.	129
8.12	Parâmetro de assimetria quiral em função da densidade para os três casos apresentados na Tabela 8.1 e para o caso de $g_D = 0$	131
8.13	Massas dos mesões em função da densidade bariônica para o Caso I: o coeficiente da anomalia, g_D , é constante. As linhas a ponteadas representam os limites do contínuo do mar de Dirac que definem os limiares $q\bar{q}$ para os mesões.	132
8.14	Dependência na densidade bariônica dos ângulos de mistura escalares e pseudoescalares para os casos apresentados na Tabela 8.1.	133
8.15	Dependência na densidade bariônica da susceptibilidade topológica para os casos apresentados na Tabela 8.1.	134
8.16	Massas dos mesões em função da densidade bariônica para o Caso II: o coeficiente da anomalia, g_D , é obtido a partir de χ cuja forma é uma função de Fermi. As linhas a ponteadas representam os limites do contínuo do mar de Dirac que definem os limiares $q\bar{q}$ para os mesões.	135
8.17	Massas dos mesões em função da densidade bariônica para o Caso III: o coeficiente da anomalia, g_D , é dado por uma exponencial decrescente. As linhas a ponteadas representam os limites do contínuo do mar de Dirac que definem os limiares $q\bar{q}$ para os mesões.	138
8.18	Massas dos mesões em função da densidade bariônica para o caso em coeficiente da anomalia, g_D , é nulo. As linhas a ponteadas representam os limites do contínuo do mar de Dirac que definem os limiares $q\bar{q}$ para os mesões.	140
9.1	O diagrama do triângulo de quarks para o decaimento $H \rightarrow \gamma\gamma$ (diagrama directo e de troca).	146
9.2	Constante de acoplamento mesão–quark–quark em função da densidade bariônica.	149

9.3	O decaimento $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$ em função da densidade bariónica: a) Amplitude de transição; b) Largura de decaimento; c) Constante de acoplamento.	150
9.4	O integral $I_H^i(P)$ (9.6) em função da densidade bariónica.	151
9.5	O decaimento $\eta \rightarrow \gamma\gamma$ em função da densidade bariónica: a) Amplitude de transição; b) Largura de decaimento; c) Constante de acoplamento.	152
9.6	O decaimento $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$ em função da temperatura: a) Amplitude de transição; b) Largura de decaimento; c) Constante de acoplamento.	154
9.7	Constantes de acoplamento mesão–quark–quark e os integrais $ I_H^q \times 10$ em função da temperatura, para o π^0 (painel esquerdo) e para o η (painel direito).	155
9.8	O decaimento $\eta \rightarrow \gamma\gamma$ em função da temperatura: a) Amplitude de transição; b) Largura de decaimento; c) Constante de acoplamento.	156
9.9	O decaimento $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$: amplitude de transição, largura de decaimento e constante de acoplamento em função da temperatura (painéis a), b) and c)) e em função da densidade bariónica (painéis d), e) and f)).	158
9.10	O decaimento $\eta \rightarrow \gamma\gamma$: amplitude de transição, largura de decaimento e constante de acoplamento em função da temperatura (painéis a), b) e c)) e em função da densidade bariónica (painéis d), e) e f)).	159
10.1	Diagrama de Feynman do operador de polarização do mesão.	169
10.2	Diagrama de Feynman para o decaimento leptónico dos mesões.	171
10.3	O diagrama do triângulo de quarks para o decaimento $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$ (diagrama directo e de troca).	175
10.4	Resultados para o factor de forma $Q^2 F_{\pi\gamma^*\gamma}(Q^2)$ obtidos no modelo MQCR para o Caso 1 (curva a cheio) e para o Caso 2 (curva a ponteadado) em comparação com os dados experimentais dados por [274] (CELLO) e [227] (CLEO). O ajuste é dado pela curva a tracejado.	180
10.5	Resultados para o factor de forma $Q^2 F_{\pi\gamma^*\gamma}(Q^2)$ obtidos no modelo MQCR (ver Fig. 10.4) e no modelo de NJL (curva a cinzento).	181
10.6	Resultados para $\Gamma(\pi \rightarrow \gamma\gamma)$ usando o modelo MQCR para o Caso 1 (curva a cheio) e para o Caso 2 (curva a ponteadado) em comparação com os dados experimentais onde ajuste é dado pela curva a tracejado. Os resultados para o modelo de NJL são dados pela curva a cinzento.	182
D.1	Contorno da integração no plano do tempo complexo.	204
E.1	O diagrama do triângulo de quarks para o decaimento $H \rightarrow \gamma\gamma$	208

Bibliografia

- [1] Y. Nambu e G. Jona-Lasinio, *Phys. Rev.* **122** (1961) 345.
- [2] Y. Nambu e G. Jona-Lasinio, *Phys. Rev.* **124** (1961) 246.
- [3] J. C. Collins e M. J. Perry, *Phys. Rev. Lett.* **34** (1975) 1353.
- [4] N. Cabibbo e G. Parisi, *Phys. Lett.* **B59** (1975) 67.
- [5] F. Karsch, *Prog. Theor. Phys. Suppl.* **153** (2004) 106, hep-lat/0401031.
- [6] O. Scavenius, A. Mocsy, I. N. Mishustin, e D. H. Rischke, *Phys. Rev.* **C64** (2001) 045202, nucl-th/0007030.
- [7] F. Karsch, *J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.* **30** (2004) S887.
- [8] F. Karsch, *J. Phys.* **G31** (2005) S633, hep-lat/0412038.
- [9] Z. Fodor e S. D. Katz, *J. High Energy Phys.* **0203** (2002) 14.
- [10] Z. Fodor e S. D. Katz, *JHEP* **04** (2004) 050, hep-lat/0402006.
- [11] P. J. A. Bicudo, G. Krein, J. E. F. T. Ribeiro, e J. E. Villate, *Phys. Rev.* **D45** (1992) 1673–1685.
- [12] P. J. A. Bicudo, *Phys. Rev. Lett.* **72** (1994) 1600–1603.
- [13] C. D. Roberts e A. G. Williams, *Prog. Part. Nucl. Phys.* **33** (1994) 477, hep-ph/9403224.
- [14] C. D. Roberts, *Nucl. Phys.* **A605** (1996) 475, hep-ph/9408233.
- [15] M. K. Volkov, *Annals Phys.* **157** (1984) 282.
- [16] V. Bernard e U. G. Meissner, *Nucl. Phys.* **A489** (1988) 647.
- [17] S. Klimt, M. Lutz, e W. Weise, *Phys. Lett.* **B249** (1990) 386.
- [18] S. P. Klevansky, *Rev. Mod. Phys.* **64** (1992) 649.

- [19] M. C. Ruivo, C. A. de Sousa, B. Hiller, e A. H. Blin, *Nucl. Phys.* **A575** (1994) 460.
- [20] J. Cugnon, M. Jaminon, e B. Van den Bossche, *Nucl. Phys.* **A598** (1996) 515, nucl-th/9701063.
- [21] T. Hatsuda e T. Kunihiro, *Phys. Rept.* **247** (1994) 221, hep-ph/9401310.
- [22] M. C. Ruivo e C. A. de Sousa, *Phys. Lett.* **B385** (1996) 39.
- [23] M. C. Ruivo, C. A. de Sousa, e C. Providência, *Nucl. Phys.* **A651** (1999) 59.
- [24] P. Rehberg, S. P. Klevansky, e J. Hufner, *Phys. Rev.* **C53** (1996) 410, hep-ph/9506436.
- [25] P. Costa e M. C. Ruivo, *Europhys. Lett.* **60 (3)** (2002) 356, hep-ph/0111301.
- [26] P. Costa, M. C. Ruivo, e Y. L. Kalinovsky, *Phys. Lett.* **B560** (2003) 171, hep-ph/0211203.
- [27] P. Costa, M. C. Ruivo, Y. L. Kalinovsky, e C. A. de Sousa, *Phys. Rev.* **C70** (2004) 025204, hep-ph/0304025.
- [28] S. Weinberg, *Phys. Rev. Lett.* **31** (1973) 494.
- [29] H. Fritzsch, M. Gell-Mann, e H. Leutwyler, *Phys. Lett.* **B47** (1973) 365.
- [30] S. Eidelman *et. al.*, (**Particle Data Group** Collaboration), *Phys. Lett.* **B592** (2004) 1.
- [31] G. 't Hooft, *Phys. Lett.* **B33** (1971) 173.
- [32] D. J. Gross e F. Wilczek, *Phys. Rev. Lett.* **30** (1973) 1343.
- [33] H. D. Politzer, *Phys. Rev. Lett.* **30** (1973) 1346.
- [34] J. Goldstone, *Nuovo Cimento* **19** (1961) 154.
- [35] J. Goldstone, A. Salam, e S. Weinberg, *Phys. Rev.* **127** (1962) 965.
- [36] C. Itzykson e J. B. Zuber, *Quantum Field Theory*. McGraw-Hill, New York, 1980.
- [37] M. Buballa, *Phys. Rep.* **407** (2005) 205, hep-ph/0402234.
- [38] S. Weinberg, *Phys. Rev.* **D11** (1975) 3583.
- [39] G. 't Hooft, *Phys. Rev. Lett.* **37** (1976) 8.
- [40] G. 't Hooft, *Phys. Rev.* **D14** (1976) 3432.

- [41] U. Vogl e W. Weise, *Prog. Part. Nucl. Phys.* **27** (1991) 195.
- [42] S. Klimt, M. Lutz, U. Vogl, e W. Weise, *Nucl. Phys.* **A516** (1990) 429.
- [43] J. Bardeen, L. N. Cooper, e J. R. Schrieffer, *Phys. Rev.* **106** (1957) 162.
- [44] T. Feldmann, P. Kroll, e B. Stech, *Phys. Rev.* **D58** (1998) 114006, hep-ph/9802409.
- [45] T. Feldmann e P. Kroll, *Phys. Scripta* **T99** (2002) 13, hep-ph/0201044.
- [46] K. Kawarabayashi e N. Ohta, *Nucl. Phys.* **B175** (1980) 477.
- [47] H. Leutwyler, *Nucl. Phys. Proc. Suppl.* **64** (1998) 223, hep-ph/9709408.
- [48] R. Kaiser e H. Leutwyler, *Eur. Phys. J.* **C17** (2000) 623, hep-ph/0007101.
- [49] E. Van Beveren *et. al.*, *Z. Phys.* **C30** (1986) 615.
- [50] E. van Beveren e G. Rupp, *Phys. Rev. Lett.* **91** (2003) 012003, hep-ph/0305035.
- [51] C. M. Shakin, *Phys. Rev.* **D65** (2002) 114011.
- [52] T. Hatsuda, T. Kunihiro, e H. Shimizu, *Phys. Rev. Lett.* **82** (1999) 2840.
- [53] E. M. Aitala *et. al.*, (E791 Collaboration), *Phys. Rev. Lett.* **89** (2002) 121801, hep-ex/0204018.
- [54] Y.-B. Dai e Y.-L. Wu, hep-ph/0304075.
- [55] F. E. Close e N. A. Törnqvist, *J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.* **28** (2002) R249, hep-ph/0204205.
- [56] S. Narison, *Nucl. Phys.* **A675** (2000) 54c, hep-ph/9909470.
- [57] J. Schaffner-Bielich, *J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.* **30** (2004) R245, nucl-th/0408012.
- [58] M. G. Alford, hep-ph/0003185.
- [59] J. B. Natowitz *et. al.*, *Phys. Rev.* **C65** (2002) 034618, nucl-ex/0106016.
- [60] B. A. Freedman e L. D. McLerran, *Phys. Rev.* **D16** (1977) 1169.
- [61] U. Heinz e M. Jacob, nucl-th/0002042.
- [62] J. Adams *et. al.*, (STAR Collaboration), nucl-ex/0501009.

- [63] M. Gyulassy, *J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.* **30** (2004) S911.
- [64] T. Lee, *Nucl. Phys.* **A750** (2005) 1.
- [65] B. Friman, *J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.* **30** (2004) S895.
- [66] R. Brockmann e W. Weise, *Phys. Lett.* **B367** (1996) 40.
- [67] P. Braun-Munzinger e J. Stachel, *J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.* **28** (2002) 1971.
- [68] F. Karsch, E. Laermann, e A. Peikert, *Nucl. Phys.* **B605** (2001) 579,
hep-lat/0012023.
- [69] F. Karsch, *Lect. Notes Phys.* **583** (2002) 209, hep-lat/0106019.
- [70] F. Karsch, K. Redlich, e A. Tawfik, *Phys. Lett.* **B571** (2003) 67.
- [71] C. R. Allton *et. al.*, *Phys. Rev.* **D68** (2003) 014507.
- [72] M. A. Halasz, A. D. Jackson, R. E. Shrock, M. A. Stephanov, e J. J. M. Verbaarschot,
Phys. Rev. **D58** (1998) 096007, hep-ph/9804290.
- [73] J. Berges e K. Rajagopal, *Nucl. Phys.* **B538** (1999) 215, hep-ph/9804233.
- [74] P. de Forcrand e O. Philipsen, *Nucl. Phys.* **B673** (2003) 170.
- [75] S. Ejiri *et. al.*, hep-lat/0312006.
- [76] Z. Fodor e S. D. Katz, hep-lat/0402006.
- [77] P. Braun-Munzinger, D. Magestro, K. Redlich, e J. Stachel, *Phys. Lett.* **B518** (2001)
41.
- [78] M. Stephanov, K. Rajagopal, e E. Shuryak, *Phys. Rev. Lett.* **81** (1998) 4816,
hep-ph/9806219 ;.
- [79] M. Stephanov, K. Rajagopal, e E. Shuryak, *Phys. Rev.* **D60** (1999) 114028,
hep-ph/9903292.
- [80] S. Ejiri *et. al.*, hep-lat/0408046.
- [81] B. Berdnikov e K. Rajagopal, *Phys. Rev.* **BD61** (2000) 105017.
- [82] B. C. Barrois, *Nucl. Phys.* **B129** (1977) 390.
- [83] D. Bailin e A. Love, *Phys. Rept.* **107** (1984) 325.

- [84] M. G. Alford, K. Rajagopal, e F. Wilczek, *Phys. Lett.* **B422** (1998) 247, hep-ph/9711395.
- [85] R. Rapp, T. Schafer, E. V. Shuryak, e M. Velkovsky, *Phys. Rev. Lett.* **81** (1998) 53, hep-ph/9711396.
- [86] M. G. Alford, *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.* **51** (2001) 131, hep-ph/0102047.
- [87] T. Schäfer, hep-ph/0304281.
- [88] D. H. Rischke, *Prog. Part. Nucl. Phys.* **52** (2004) 197, nucl-th/0305030.
- [89] M. G. Alford, K. Rajagopal, e F. Wilczek, *Nucl. Phys.* **B537** (1999) 443, hep-ph/9804403.
- [90] T. Schafer, *Phys. Rev. Lett.* **85** (2000) 5531, nucl-th/0007021.
- [91] P. F. Bedaque e T. Schafer, *Nucl. Phys.* **A697** (2002) 802, hep-ph/0105150.
- [92] D. B. Kaplan e S. Reddy, *Phys. Rev.* **D65** (2002) 054042, hep-ph/0107265.
- [93] M. G. Alford, J. A. Bowers, e K. Rajagopal, *Phys. Rev.* **D63** (2001) 074016, hep-ph/0008208.
- [94] J. A. Bowers e K. Rajagopal, *Phys. Rev.* **D66** (2002) 065002, hep-ph/0204079.
- [95] I. Shovkovy e J. Huang, *Phys. Lett.* **B564** (2003) 205.
- [96] M. Alford, C. Kouvaris, e K. Rajagopal, *Phys. Rev. Lett.* **92** (2004) 222001, hep-ph/0311286.
- [97] P. Braun-Munzinger, I. Heppe, e J. Stachel, *Phys. Lett.* **B465** (1999) 15, nucl-th/9903010.
- [98] J. Bell, A. Hewish, J. D. H. Pilkington, P. F. Scott, e R. A. Collins, *Nature* **217** (1968) 709.
- [99] R. Freedman e W. Kaufmann, *Universe*. W.H. Freeman & Company, 1998.
- [100] S. E. Thorsett e D. Chakrabarty, *Astrophys. J.* **512** (1999) 288.
- [101] R. A. Hulse e J. H. Taylor, *Astrophys. J.* **195** (1975) 51.
- [102] S. Reddy, *J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.* **30** (2004) S879.
- [103] J. Schaffner-Bielich, *J. Phys.* **G31** (2005) S651, astro-ph/0412215.

- [104] P. Haensel, J. L. Zdunik, e R. Schaeffer, *Astron. Astrophys.* **160** (1986) 121.
- [105] C. Alcock, E. Farhi, e A. Olinto, *Astrophys. J.* **310** (1986) 261.
- [106] G. Baym, C. Pethick, e P. Sutherland, *Astrophys. J.* **170** (1971) 299.
- [107] R. Feynman, N. Metropolis, e E. Teller, *Phys. Rev.* **75** (1949) 1561.
- [108] G. Baym, H. A. Bethe, e C. Pethick, *Nucl. Phys.* **A175** (1971) 225.
- [109] J. Cleymans *et. al.*, *8th Int. Conf. on Strangeness in Quark Matter*. J. Phys. G: Nucl. Part. Phys., 2005.
- [110] J. Rafelski e B. Muller, *Phys. Rev. Lett.* **48** (1982) 1066.
- [111] P. Koch, B. Muller, e J. Rafelski, *Phys. Rept.* **142** (1986) 167.
- [112] J. B. Kogut *et. al.*, *Nucl. Phys.* **B225** (1983) 326.
- [113] J. B. Kogut, D. K. Sinclair, e K. C. Wang, *Phys. Lett.* **B263** (1991) 101.
- [114] C. Greiner, D.-H. Rischke, H. Stocker, e P. Koch, *Phys. Rev.* **D38** (1988) 2797.
- [115] L. P. Csernai e J. I. Kapusta, *Phys. Rev.* **D46** (1992) 1379.
- [116] R. Ramanathan, Y. K. Mathur, K. K. Gupta, e A. K. Jha, *Phys. Rev.* **C70** (2004) 027903, hep-ph/0406092.
- [117] R. Ramanathan, Y. K. Mathur, K. K. Gupta, A. K. Jha, e S. S. Singh, hep-ph/0502046.
- [118] E. Gladysz-Dziadus *et. al.*, hep-ex/0209008.
- [119] O. P. Theodoratou e A. D. Panagiotou, *Astropart. Phys.* **13** (2000) 173.
- [120] E. Witten, *Phys. Rev.* **D30** (1984) 272.
- [121] C. Alcock e A. Olinto, *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.* **38** (1988) 161.
- [122] C. Alcock e E. Farhi, *Phys. Rev.* **D32** (1985) 1273.
- [123] M. Malheiro, M. Fiolhais, e A. R. Taurines, *J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.* **29** (2003) 1045, astro-ph/0304096.
- [124] V. Bernard, *Phys. Rev.* **D34** (1986) 1601.

- [125] C. A. de Sousa, *O Vácuo e as Excitações Mesónicas em Modelos do Tipo NJL*. Tese de doutoramento, Universidade de Coimbra, Coimbra, 1989.
- [126] V. Bernard e U. G. Meissner, *Phys. Rev.* **D38** (1988) 1551.
- [127] J. Da Providencia, M. C. Ruivo, e C. A. De Sousa, *Phys. Rev.* **D36** (1987) 1882.
- [128] W. Broniowski e B. Hiller, *Phys. Lett.* **B392** (1997) 267, nucl-th/9609053.
- [129] J. Hufner, S. P. Klevansky, E. Quack, e P. Zhuang, *Phys. Lett.* **B337** (1994) 30–36, hep-ph/9407380.
- [130] P. Zhuang e Z. Yang, *Chin. Phys. Lett.* **18** (2001) 344–346, nucl-th/0008041.
- [131] M. Asakawa e K. Yazaki, *Nucl. Phys.* **A504** (1989) 668.
- [132] V. Bernard, U. G. Meissner, e I. Zahed, *Phys. Rev. Lett.* **59** (1987) 966.
- [133] M. Jaminon, G. Ripka, e P. Stassart, *Nucl. Phys.* **A504** (1989) 733.
- [134] C. V. Christov, E. Ruiz Arriola, e K. Goeke, *Nucl. Phys.* **A556** (1993) 641–652, hep-ph/9303213.
- [135] C. Schuren, F. Doring, E. Ruiz Arriola, e K. Goeke, *Nucl. Phys.* **A565** (1993) 687–739.
- [136] T. Kunihiro e T. Hatsuda, *Phys. Lett.* **B206** (1988) 385.
- [137] V. Bernard, R. L. Jaffe, e U. G. Meissner, *Nucl. Phys.* **B308** (1988) 753.
- [138] P. Costa, *Transições de Fase e Comportamento de Mesões Pseudoescalares em Matéria Assimétrica*. Tese de mestrado, Universidade de Coimbra, Coimbra, 2001.
- [139] Y. L. Kalinovsky, L. Muenchow, e T. Tovmasian, *Phys. Lett.* **B283** (1992) 367.
- [140] D. Ebert, Y. L. Kalinovsky, L. Munchow, e M. K. Volkov, *Int. J. Mod. Phys.* **A8** (1993) 1295.
- [141] D. Ebert, Y. L. Kalinovsky, e M. K. Volkov, *Phys. Lett.* **B301** (1993) 231.
- [142] T. Eguchi e H. Sugawara, *Phys. Rev.* **D10** (1974) 4257.
- [143] D. Ebert e M. K. Volkov, *Z. Phys.* **C16** (1983) 205.
- [144] S.-z. Huang e J. Tjon, *Phys. Rev.* **C49** (1994) 1702, hep-ph/9308362.
- [145] H. Mineo, W. Bentz, e K. Yazaki, *Phys. Rev.* **C60** (1999) 065201, nucl-th/9907043.

- [146] N. Ishii, W. Bentz, e K. Yazaki, *Nucl. Phys.* **A587** (1995) 617.
- [147] K. Schertler, S. Leupold, e J. Schaffner-Bielich, *Phys. Rev.* **C60** (1999) 025801, astro-ph/9901152.
- [148] M. Hanauske, L. M. Satarov, I. N. Mishustin, H. Stoecker, e W. Greiner, *Phys. Rev.* **D64** (2001) 043005, astro-ph/0101267.
- [149] G. Ripka, *Quarks Bound By Chiral Fields*. Oxford University Press, 1997.
- [150] M. C. Ruivo, P. Costa, e C. A. de Sousa in *Exploring quark matter* (G. Bureau, D. Blaschke, e S. Schmidt, eds.), (Rostock, Germany, 16-23 Mar., 2002), p. 218, Rostock University Press, 2001. hep-ph/0109234.
- [151] M. C. Ruivo in *Effective Theories of Low Energy QCD* (A. Blin et. al., eds.), vol. 508, (Coimbra, Portugal, 10-15 Sep., 1999), p. 237, AIP, New York, 2005.
- [152] S. P. Klevansky, *Nucl. Phys.* **A575** (1994) 605.
- [153] D. Blaschke et. al., *Nucl. Phys.* **A592** (1995) 561.
- [154] P. Costa, M. C. Ruivo, e Y. L. Kalinovsky in *II International Workshop on Hadron Physics – Effective Theories of Low Energy QCD* (A. Blin et. al., eds.), vol. 660, (Coimbra, Portugal, 25-29 Sep., 2002), p. 242, AIP, New York, 2003. hep-ph/0304103.
- [155] M. Buballa, *Nucl. Phys.* **A611** (1996) 393, nucl-th/9609044.
- [156] I. N. Mishustin, L. M. Satarov, H. Stocker, e W. Greiner, *Phys. Rev.* **C62** (2000) 034901, hep-ph/0002148.
- [157] F. Karsch e E. Laermann, *Phys. Rev.* **D50** (1994) 6954, hep-lat/9406008.
- [158] K. Kanaya, *Prog. Theor. Phys. Suppl.* **129** (1997) 197, hep-ph/9712370.
- [159] M. Buballa e M. Oertel, *Nucl. Phys.* **A642** (1998) 39, hep-ph/9807422.
- [160] A. Chodos, R. L. Jaffe, K. Johnson, C. B. Thorn, e V. F. Weisskopf, *Phys. Rev.* **D9** (1974) 3471.
- [161] P. Costa, M. C. Ruivo, C. A. de Sousa, e Y. L. Kalinovsky, *Phys. Rev.* **D71** (2005) 116002, hep-ph/0503258.
- [162] M. Buballa e M. Oertel, *Phys. Lett.* **B457** (1999) 261, hep-ph/9810529.

- [163] K. Rajagopal e F. Wilczek, hep-ph/0011333.
- [164] P. Wang, V. E. Lyubovitskij, T. Gutsche, e A. Faessler, *Phys. Rev.* **C67** (2003) 015210, hep-ph/0205251.
- [165] C. A. de Sousa, P. Costa, M. C. Ruivo, e Y. L. Kalinovsky in *Quark Confinement and the Hadron Spectrum VI: 6th Conference on Quark Confinement and the Hadron Spectrum* (N. Brambilla et. al., eds.), vol. 756, (Villasimios, Italy, 21-25 Sep., 2004), p. 348, AIP, New York, 2005. hep-ph/0411325.
- [166] W. Cassing, E. L. Bratkovskaya, U. Mosel, S. Teis, e A. Sibirtsev, *Nucl. Phys.* **A614** (1997) 415, nucl-th/9609050.
- [167] E. L. Bratkovskaya, W. Cassing, e U. Mosel, *Nucl. Phys.* **A622** (1997) 593, nucl-th/9703047.
- [168] W. Cassing e E. L. Bratkovskaya, *Phys. Rept.* **308** (1999) 65.
- [169] W. Cassing, L. Tolos, E. L. Bratkovskaya, e A. Ramos, *Nucl. Phys.* **A727** (2003) 59, nucl-th/0304006.
- [170] J. Schaffner-Bielich, V. Koch, e M. Effenberger, *Nucl. Phys.* **A669** (2000) 153, nucl-th/9907095.
- [171] H. Herrman, (FOPI Collaboration), *Nucl. Phys.* **A610** (1996) 49.
- [172] D. Best et. al., (FOPI Collaboration), *Nucl. Phys.* **A625** (1997) 307, nucl-ex/9704005.
- [173] R. Barth et. al., (KaoS Collaboration), *Phys. Rev. Lett.* **78** (1997) 246.
- [174] F. Laue et. al., (KaoS Collaboration), *Phys. Rev. Lett.* **82** (1999) 1640.
- [175] C. Sturm et. al., (KaoS Collaboration), *Phys. Rev. Lett.* **86** (2001) 39.
- [176] A. Förster et. al., (KaoS Collaboration), *J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.* **28** (2002) 2011.
- [177] D. B. Kaplan e A. E. Nelson, *Phys. Lett.* **B175** (1986) 57.
- [178] A. E. Nelson e D. B. Kaplan, *Phys. Lett.* **B192** (1987) 193.
- [179] G. E. Brown e B. H. A., *Astrophys. J.* **423** (1994) 659.
- [180] E. Friedmann, A. Gal, e C. J. Batty, *Nucl. Phys.* **A579** (1994) 518.
- [181] A. H. Schröter et. al., *Z. Phys.* **A 350** (1994) 101.

- [182] F. A. *et. al.*, *Phys. Rev. Lett.* **91** (2003) 152301.
- [183] E. V. Shuryak, *Comments Nucl. Part. Phys.* **21** (1994) 235, hep-ph/9310253.
- [184] J. C. Peng e G. T. Garvey, hep-ph/9912370.
- [185] V. Koch, *Phys. Lett.* **B337** (1994) 7, nucl-th/9406030.
- [186] A. Mishra, E. L. Bratkovskaya, J. Schaffner-Bielich, S. Schramm, e H. Stöcker, *Phys. Rev.* **C70** (2004) 044904.
- [187] W. Broniowski e B. Hiller, *Nucl. Phys.* **A643** (1998) 161.
- [188] C. A. de Sousa e M. C. Ruivo, *Europhys. Lett.* **37 (9)** (1997) 609.
- [189] C. A. de Sousa e M. C. Ruivo, *Nucl. Phys.* **A625** (1997) 713.
- [190] J. I. Kapusta, D. Kharzeev, e L. D. McLerran, *Phys. Rev.* **D53** (1996) 5028, hep-ph/9507343.
- [191] Z. Huang e X.-N. Wang, *Phys. Rev.* **D53** (1996) 5034, hep-ph/9507395.
- [192] C. M. Ko, V. Koch, e G.-Q. Li, *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.* **47** (1997) 505, nucl-th/9702016.
- [193] H. Yabu, S. Nakamura, F. Myhrer, e K. Kubodera, *Phys. Lett.* **B315** (1993) 17, nucl-th/9305008.
- [194] C. H. Lee, *Phys. Rept.* **275** (1996) 255.
- [195] T. Schafer, *Nucl. Phys.* **A715** (2003) 879, nucl-th/0208070.
- [196] Y.-m. Kim, D.-P. Min, e M. Rho, hep-ph/0110223.
- [197] J. T. Lenaghan, D. H. Rischke, e J. Schaffner-Bielich, *Phys. Rev.* **D62** (2000) 085008, nucl-th/0004006.
- [198] H. Leutwyler, *Phys. Lett.* **B374** (1996) 181, hep-ph/9601236.
- [199] S. Gardner, *Phys. Rev.* **D59** (1999) 077502, hep-ph/9806423.
- [200] P. Costa, M. C. Ruivo, e Y. L. Kalinovsky, *Phys. Lett.* **B577** (2003) 129, hep-ph/0307164.
- [201] T. Kunihiro, *Phys. Lett.* **B219** (1989) 363.

- [202] P. Costa, M. C. Ruivo, C. A. de Sousa, e Y. L. Kalinovsky, *Phys. Rev.* **D70** (2004) 116013, hep-ph/0408177.
- [203] M. C. Ruivo, P. Costa, C. A. de Sousa, e Y. L. Kalinovsky, *J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.* **31** (2005) S1183, hep-ph/0411246.
- [204] P. Costa, M. C. Ruivo, C. A. de Sousa, e Y. L. Kalinovsky in *Quark Confinement and the Hadron Spectrum VI: 6th Conference on Quark Confinement and the Hadron Spectrum* (N. Brambilla et. al., eds.), vol. 756, (Villasimios, Italy, 21-25 Sep., 2004), p. 351, AIP, New York, 2005. hep-ph/0411326.
- [205] P. Costa, M. C. Ruivo, C. A. de Sousa, e Y. L. Kalinovsky in *Hadronic Physics: Joint Meeting Heidelberg-Liège-Paris-Rostock; HLPR 2004* (J. P. Lansberger et. al., eds.), vol. 775, (Spa, Belgium, 16-18 Dec., 2004), p. 173, AIP, New York, 2005. hep-ph/0502217.
- [206] J. Schaffner-Bielich, *Phys. Rev. Lett.* **84** (2000) 3261, hep-ph/9906361.
- [207] J. Schaffner-Bielich e J. Randrup, *Phys. Rev.* **C59** (1999) 3329, nucl-th/9812032.
- [208] D. Roder, J. Ruppert, e D. H. Rischke, *Phys. Rev.* **D68** (2003) 016003, nucl-th/0301085.
- [209] R. Alkofer, P. A. Amundsen, e H. Reinhardt, *Phys. Lett.* **B218** (1989) 75.
- [210] E. Witten, *Nucl. Phys.* **B156** (1979) 269.
- [211] G. Veneziano, *Nucl. Phys.* **B159** (1979) 213.
- [212] M. C. Chu, S. M. Ouellette, S. Schramm, e R. Seki, *Phys. Rev.* **D62** (2000) 094508, hep-lat/9712023.
- [213] B. Allés, M. D'Elia, A. Di Giacomo, e P. W. Stephenson, *Nucl. Phys. Proc. Suppl.* **73** (1999) 518, hep-lat/9808004.
- [214] M. C. Chu e S. Schramm, *Phys. Rev.* **D51** (1995) 4580, nucl-th/9412016.
- [215] B. Allés, M. D'Elia, e A. Di Giacomo, *Nucl. Phys.* **B494** (1997) 281, hep-lat/9605013.
- [216] B. Allés, M. D'Elia, M. P. Lombardo, e M. Pepe, *Nucl. Phys. Proc. Suppl.* **94** (2001) 441, hep-lat/0010068.

- [217] K. Fukushima, K. Ohnishi, e K. Ohta, *Phys. Rev.* **C63** (2001) 045203, nucl-th/0101062.
- [218] K. Fukushima, K. Ohnishi, e K. Ohta, *Phys. Lett.* **B514** (2001) 200, hep-ph/0105264.
- [219] E. Laermann, *Nucl. Phys. Proc. Suppl.* **63** (1998) 114, hep-lat/9802030.
- [220] M. Velkovsky e E. V. Shuryak, *Phys. Rev.* **D56** (1997) 2766, hep-ph/9603234.
- [221] R. D. Pisarski e F. Wilczek, *Phys. Rev.* **D29** (1984) 338.
- [222] R. D. Pisarski e L. G. Yaffe, *Phys. Lett.* **B97** (1980) 110.
- [223] M. Frank, M. Buballa, e M. Oertel, *Phys. Lett.* **B562** (2003) 221.
- [224] F. Gastineau, R. Nebauer, e J. Aichelin, *Phys. Rev.* **C65** (2002) 045204, hep-ph/0101289.
- [225] C. Ratti e W. Weise, *Phys. Rev.* **D70** (2004) 054013, hep-ph/0406159.
- [226] V. Koch, T. S. Biro, J. Kunz, e U. Mosel, *Phys. Lett.* **B185** (1987) 1–5.
- [227] J. Gronberg *et. al.*, (CLEO Collaboration), *Phys. Rev.* **D57** (1998) 33, hep-ex/9707031.
- [228] R. D. Pisarski, *Phys. Rev. Lett.* **76** (1996) 3084, hep-ph/9601316.
- [229] R. D. Pisarski, T. L. Trueman, e M. H. G. Tytgat, *Phys. Rev.* **D56** (1997) 7077, hep-ph/9702362.
- [230] A. E. Dorokhov in *37th Rencontres De Moriond On QCD And Hadronic Interactions*, (Les Arcs, France, 16-23 Mar., 2002), 2002. hep-ph/0206088.
- [231] A. E. Dorokhov, *JETP Lett.* **77** (2003) 63, hep-ph/0212156.
- [232] I. V. Anikin, A. E. Dorokhov, e L. Tomio, *Phys. Lett.* **B475** (2000) 361, hep-ph/9909368.
- [233] M. Takizawa, Y. Nemoto, e M. Oka, *Phys. Rev.* **D55** (1997) 4083, hep-ph/9608403.
- [234] M. Takizawa, Y. Nemoto, e M. Oka, *Austral. J. Phys.* **50** (1997) 187, hep-ph/9602346.
- [235] Y. Nemoto, M. Oka, e M. Takizawa, *Phys. Rev.* **D54** (1996) 6777, hep-ph/9602253.

- [236] T. Hashimoto, K. Hirose, T. Kanki, e O. Miyamura, *Phys. Rev.* **D37** (1988) 3331.
- [237] I. J. Johnson, (STAR Collaboration), *Nucl. Phys.* **A715** (2003) 691,
nucl-ex/0211003.
- [238] R. D. Pisarski e M. H. G. Tytgat in *31st Rencontres De Moriond: QCD And High-Energy Hadronic Interactions*, (Les Arcs, France, 23-30 Mar., 1996), 1997.
hep-ph/9705316.
- [239] J. I. Kapusta, *Finite-temperature Field Theory*. Cambridge University Press, 1989.
- [240] M. Jaminon, M. C. Ruivo, e C. A. de Sousa, *Int. J. Mod. Phys.* **A17** (2002) 4903.
- [241] K. Adcox *et. al.*, (PHENIX Collaboration), *Phys. Rev. Lett.* **88** (2002) 022301,
nucl-ex/0109003.
- [242] S. S. Adler *et. al.*, (PHENIX Collaboration), *Phys. Rev. Lett.* **91** (2003) 072301,
nucl-ex/0304022.
- [243] P. Costa, M. C. Ruivo, e Y. L. Kalinovsky, *Phys. Rev.* **C70** (2004) 048202,
hep-ph/0403263.
- [244] P. Costa, M. C. Ruivo, e Y. L. Kalinovsky, *J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.* **31** (2005) S1171, hep-ph/0411173.
- [245] F. O. Gottfried e S. P. Klevansky, *Phys. Lett.* **B286** (1992) 221.
- [246] C. D. Roberts, R. T. Cahill, e J. Praschifka, *Ann. Phys.* **188** (1988) 20.
- [247] J. Praschifka, R. T. Cahill, e C. D. Roberts, *Int. J. Mod. Phys.* **A4** (1989) 4929.
- [248] D. Diakonov e V. Y. Petrov, *Nucl. Phys.* **B272** (1986) 457.
- [249] S. M. Schmidt, D. Blaschke, e Y. L. Kalinovsky, *Phys. Rev.* **C50** (1994) 435.
- [250] M. Buballa e S. Krewald, *Phys. Lett.* **B294** (1992) 19.
- [251] R. D. Bowler e M. C. Birse, *Nucl. Phys.* **A582** (1995) 655, hep-ph/9407336.
- [252] F. Gross e J. Milana, *Phys. Rev.* **D45** (1992) 969.
- [253] C. J. Burden, C. D. Roberts, e A. G. Williams, *Phys. Lett.* **B285** (1992) 347.
- [254] T. Goldman e R. W. Haymaker, *Phys. Rev.* **D24** (1981) 724.
- [255] F. Gross e J. Milana, *Phys. Rev.* **D45** (1992) 969.

- [256] G. V. Efimov e M. A. Ivanov, *The Quark Confinement Model of Hadrons*. IOP Publishing, Bristol & Philadelphia, 1993.
- [257] M. A. Ivanov e T. Mizutani, *Phys. Rev.* **D45** (1992) 1580.
- [258] I. V. Anikin, M. A. Ivanov, N. B. Kulimanova, e V. E. Lyubovitskij, *Z. Phys.* **C65** (1995) 681.
- [259] M. A. Ivanov, Y. L. Kalinovsky, e C. D. Roberts, *Phys. Rev.* **D60** (1999) 034018, nucl-th/9812063.
- [260] M. A. Ivanov, Y. L. Kalinovsky, P. Maris, e C. D. Roberts, *Phys. Lett.* **B416** (1998) 29, nucl-th/9704039.
- [261] M. A. Ivanov e V. E. Lyubovitskij, *Phys. Lett.* **B408** (1997) 435, hep-ph/9705423.
- [262] A. Salam, *Nuovo Cim.* **25** (1962) 224.
- [263] S. Weinberg, *Phys. Rev.* **130** (1963) 776.
- [264] I. General, D. Gomez Dumm, e N. N. Scoccola, *Phys. Lett.* **B506** (2001) 267, hep-ph/0010034.
- [265] D. Gomez Dumm e N. N. Scoccola, *Phys. Rev.* **D65** (2002) 074021, hep-ph/0107251.
- [266] C. Gocke, D. Blaschke, A. Khalatyan, e H. Grigorian, hep-ph/0104183.
- [267] M. A. Ivanov, M. P. Locher, e V. E. Lyubovitskij, *Few Body Syst.* **21** (1996) 131, hep-ph/9602372.
- [268] A. Faessler, T. Gutsche, M. A. Ivanov, J. G. Korner, e V. E. Lyubovitskij, *Eur. Phys. J. direct* **C4** (2002) 18, hep-ph/0205287.
- [269] A. Faessler, T. Gutsche, M. A. Ivanov, V. E. Lyubovitskij, e P. Wang, *Phys. Rev.* **D68** (2003) 014011, hep-ph/0304031.
- [270] I. Anikin, M. A. Ivanov, N. Kulimanova, e V. E. Lyubovitskij, *Phys. Atom. Nucl.* **57** (1994) 1021.
- [271] M. A. Ivanov, J. G. Korner, e P. Santorelli, *Phys. Rev.* **D63** (2001) 074010, hep-ph/0007169.
- [272] P. Costa, M. C. Ruivo, C. A. de Sousa, e Y. L. Kalinovsky, *em preparação*.

- [273] V. Savinov, (CLEO Collaboration), hep-ex/9507005.
- [274] H. J. Behrend *et. al.*, (CELLO Collaboration), *Z. Phys.* **C49** (1991) 401.
- [275] S. J. Brodsky e G. P. Lepage, *Phys. Rev.* **D24** (1981) 1808.
- [276] E. M. Aitala *et. al.*, (E791 Collaboration), *Phys. Rev. Lett.* **86** (2001) 770, hep-ex/0007028.
- [277] R. Gatto, G. Nardulli, A. D. Polosa, e N. A. Tornqvist, *Phys. Lett.* **B494** (2000) 168, hep-ph/0007207.
- [278] C. Gobel, (E791 Collaboration), *Frascati Phys. Ser.* **20** (2001) 373, hep-ex/0012009.
- [279] N. Wu, hep-ex/0104050.
- [280] W. Huo, X. Zhang, e T. Huang, *Phys. Rev.* **D65** (2002) 097505, hep-ph/0112025.
- [281] J. D. Bjorken e S. D. Drell, *Relativistic Quantum Fields*. McGraw-Hill, New York, 1965.
- [282] T. Matsubara, *Prog. Theor. Phys.* **14** (1955) 351–378.
- [283] A. Das, *Finite Temperature Field Theory*. World Scientific, Singapore, 1999.