

• C •

FCTUC FACULDADE DE CIÊNCIAS  
E TECNOLOGIA  
UNIVERSIDADE DE COIMBRA

DEPARTAMENTO DE  
ENGENHARIA MECÂNICA



## **Medição Experimental do Coeficiente de Resistência ao Rolamento e do Coeficiente de Arrasto Aerodinâmico de um Veículo Automóvel de Elevada Eficiência Energética**

Dissertação apresentada para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia  
Mecânica na Especialidade de Projecto Sistemas de Produção

**Autor**

**Nuno Filipe Parreira Leitão Santos**

**Orientador**

**Professor Doutor Pedro de Figueiredo Vieira Carvalheira**

**Júri**

**Presidente** Professor Doutor Amílcar Lopes Ramalho  
Professor Associado da Universidade de Coimbra

**Vogal** Professor Doutor António Manuel Gameiro Lopes  
Professor Auxiliar da Universidade de Coimbra

**Coimbra, Julho, 2012**

Os trabalhos escolares são provas para o carácter, não para a inteligência. Quer se trate de ortografia, de poesia ou de cálculo, está sempre em causa aprender a querer.

Alain, em *Les Idées et les Âges*, 1927.

Aos meus pais.



## Agradecimentos

O trabalho que aqui se apresenta só foi possível graças à colaboração e apoio de algumas pessoas, às quais não posso deixar de prestar o meu reconhecimento. Aproveito desde já para prestar os meus mais sinceros agradecimentos a quem de direito. Assim, os meus agradecimentos:

Ao Professor Doutor Pedro de Figueiredo Vieira Carvalheira, orientador da minha Tese de Mestrado, pela confiança que em mim depositou para abordar este tema, pela sua dedicação, paciência, disponibilidade e pelos conhecimentos transmitidos para a realização deste trabalho.

Ao Professor Amílcar Lopes Ramalho, que me deu uma grande ajuda com os seus conhecimentos de análise de rugosidade de perfis.

Ao Eng.º Nuno Cortês e à empresa GeoDouro, que foram incansáveis e que sem os quais teria sido impossível fazer os levantamentos topográficos.

Aos meus colegas de curso a quem muitas vezes recorri por diversos motivos, e que na maior parte das vezes foram uma boa ajuda.

À minha família e amigos, pelo apoio e compreensão demonstrada mesmo quando muito do meu tempo foi investido na realização deste trabalho de forma a obter os melhores resultados.

A todos, um muito obrigado.

---

## Resumo

Este trabalho visa determinar o coeficiente de resistência ao rolamento e o coeficiente de arrasto aerodinâmico de um veículo de elevada eficiência energética, tendo sido objecto deste estudo o protótipo XC20i do Eco Veículo. O trabalho será abordado através de uma metodologia experimental que permitirá a medição dos coeficientes acima mencionados, através de um balanço energético entre pontos consecutivos de uma pista da qual se elaborou a sua topografia discretizada.

O presente trabalho desenvolveu-se essencialmente ao longo de quatro fases. Numa primeira fase foram realizados ensaios em diferentes pistas, com várias pressões de insuflação e com diferentes temperaturas, em cada um dos pavimentos. Na segunda fase foram efetuados os levantamentos topográficos das pistas onde foram realizados os ensaios. Num terceiro passo, foi medida a rugosidade da superfície dos pisos onde foram realizados os ensaios. Por fim foi feito o tratamento de todos os dados obtidos.

Ao longo deste trabalho concluiu-se que a temperatura é um factor de grande importância no valor do coeficiente de rolamento, em que quando o primeiro aumenta o segundo diminui. Concluiu-se também que a pressão de insuflação e a rugosidade dos pisos em que o veículo se desloca também têm uma influência importante no valor do coeficiente de rolamento, embora estes dois parâmetros tenham uma importância muito menos significativa do que a temperatura.

Conclui-se ainda que o coeficiente de arrasto aerodinâmico não sofre alterações significativas ao longo dos ensaios, embora varie com o número de Reynolds.

**Palavras-chave:** Atrito de rolamento, Arrasto aerodinâmico, Temperatura, Rugosidade da superfície, Pressão de insuflação.

---

## Abstract

The main goal of the work presented is to make the experimental measurement of the rolling resistance coefficient and the aerodynamic drag coefficient of a high efficient vehicle. The object of this study was the prototype Eco Veículo XC20i. Both coefficients will be measured by an experimental method that is based on an energy balance between consecutive points of a track with a known discretized topography.

The present work has been developed essentially in four different phases. The first one was dedicated to experimental tests in different tracks, with different tire inflation pressures and road temperatures. On the second one, it was made the surveying of each track where the experimental tests were held. In a third phase the typical roughness of each track was measured. The last phase was dedicated to the analysis of the all the data obtained during the tests and during the measurements.

Throughout this work, it has been concluded that the road temperature is the parameter that has the strongest effect in the rolling resistance coefficient. Apart that, it was concluded too that tire inflation pressure and surface roughness have also important effects in the rolling resistance coefficient.

It was also concluded that the drag coefficient remains without relevant changes during the tests, although it is known that it depends on the Reynolds number.

**Keywords** Rolling resistance, Aerodynamic drag, Temperature, Surface roughness, Inflation pressure.

---

# ÍNDICE

Índice .....	vi
Índice de Figuras .....	viii
Índice de Tabelas .....	x
Simbologia e Siglas .....	11
Simbologia.....	11
Siglas .....	13
1. Introdução.....	14
2. Revisão bibliográfica.....	16
2.1. Forças que se opõem ao movimento de um veículo .....	16
3. Metodologia de cálculo .....	18
3.1. Força de resistência ao rolamento.....	18
3.1.1. Definição de resistência ao rolamento.....	18
3.2. Força de arrasto aerodinâmico .....	19
3.2.1. Forças de arrasto de corpos imersos.....	19
3.2.2. Coeficiente de arrasto aerodinâmico e área frontal .....	21
3.2.3. Forças aerodinâmicas aplicadas a veículos .....	22
3.3. Algoritmo.....	23
3.3.1. Coeficiente de resistência ao rolamento .....	24
3.3.2. Força de arrasto paralela à linha de corda do veículo.....	28
3.3.3. Força lateral aplicada nos pneus.....	29
3.3.4. Força de arrasto dos pneus a curvar ou em plano inclinado lateralmente .....	29
3.3.5. Balanço energético entre cada ponto .....	29
3.3.6. Energia despendida em cada ensaio .....	30
3.3.7. Massa volúmica do ar .....	30
3.3.8. Pressão atmosférica .....	30
3.3.9. Viscosidade dinâmica do ar.....	32
3.3.10. Coeficiente de arrasto aerodinâmico.....	32
3.3.11. Número de Reynolds .....	33
4. Topografia .....	34
4.1.1. Levantamento topográfico do aeródromo da Lousã e da rua Sul do DEM ...	35
4.1.2. Vantagens do método .....	36
5. Rugosidade .....	38
5.1. Rugosidade de uma superfície .....	38
5.2. Parâmetros de rugosidade média .....	39
5.2.1. Parâmetros de amplitude de rugosidade .....	39
5.3. Metodologia usada.....	42
5.4. Parâmetros de rugosidade obtidos .....	43
6. Pneumáticos.....	44
7. Procedimento experimental .....	46
8. Análise e discussão de resultados.....	50
8.1. Coeficiente de resistência ao rolamento dos pneus.....	50

---

8.2. Variação do coeficiente de resistência ao rolamento dos pneus com a rugosidade e a temperatura da superfície da pista .....	51
8.3. Coeficiente de arrasto aerodinâmico.....	52
9. Conclusão .....	55
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	56
ANEXO A .....	57
ANEXO B .....	58
APÊNDICE A – Tabelas dos ensaios.....	59
APÊNDICE B - Topografia do local do ensaio do coeficiente de resistência ao rolamento no aeródromo da Lousã .....	60
APÊNDICE C - Topografia do local do ensaio do coeficiente de arrasto aerodinâmico no aeródromo da Lousã .....	62

## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 3.1. - Forças verticais na superfície de contacto do pneu (Michelin, 2003). .....	19
Figura 3.2. - Forças e momentos exercidas num corpo imerso por acção do escoamento. (White, "Fluid Mechanics" pp. 452) .....	21
Figura 3.3. - Linha de corda (White, "Fluid Mechanics" pp. 453).....	21
Figura 3.4. - Evolução do $C_x$ ao longo do Séc. XX (White, "Fluid Mechanics" pp. 461) ...	22
Figura 3.5. - Comparação da velocidade prevista e da velocidade medida ao longo de um ensaio.....	25
Figura 3.6. - Evolução do $C_R$ a partir do Séc. XIX (Michelin, 2003).....	26
Figura 4.1. - Estação Total "Trimble 5605 DR200+" usada para o levantamento topográfico por cortesia da GeoDouro .....	34
Figura 4.2. - Cota interpolada em função da distância no ensaio do $C_R$ no aeródromo da Lousã. ....	35
Figura 4.3. - Vista no plano XOY dos pontos retirados do levantamento topográfico (pontos da área sombreada devolvem a cota em função da distância).....	36
Figura 4.4. - Cota interpolada em função da distância no ensaio do $C_X$ no aeródromo da Lousã. ....	36
Figura 4.5. - Estação total vs. nível de água .....	37
Figura 4.6. - Diferença percentual nas medidas entre cada um dos métodos.....	37
Figura 5.1 - Micro vs. Macro-rugosidade (Michelin, 2003).....	39
Figura 5.2. - Representação de um perfil de rugosidade $Z(x)$ .....	40
Figura 5.3. - Moldes de gesso com diferentes desmoldantes .....	42
Figura 5.4. - Fotografia retirada ao perfil de uma secção de um molde .....	43
Figura 5.5. - Transição da imagem já filtrada para o Excel .....	43
Figura 6.1. - Pneus <i>MICHELIN</i> 45/75 R16 usados durante os ensaios, em que se pode verificar que o pneu do lado direito já tem as inscrições removidas.....	45
Figura 7.1. - Medição da velocidade do vento, da humidade relativa do ar e das temperaturas do ar e do pavimento.....	48
Figura 7.2. - Medição da pressão de insuflação dos pneus.....	48
Figura 8.1. - Evolução do $C_{RT}$ com a pressão de insuflação para um intervalo de temperatura entre 13,7 e 16,8 °C .....	50
Figura 8.2. - Evolução do $C_{RT}$ com a temperatura da pista para uma pressão constante de 6,0 bar.....	51
Figura 8.3. - Evolução do $C_{RT}$ com a temperatura da superfície da pista e com a rugosidade. .....	52

---

Figura 8.4. - Evolução das forças não-conservativas em função da distância no ensaio do $C_R$ .....	53
Figura 8.5. - Evolução das forças não-conservativas em função da distância no ensaio do $C_X$ .....	53
Figura 8.6. - Evolução do $C_X$ com o número de Reynolds .....	54

## ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 3.1 - Coeficientes de cada roda na Equação (3.12).....	28
Tabela 5.1 - Parâmetros de rugosidade dos pavimentos dos ensaios. ....	43
Tabela 6.1 - Características dos pneus após terem sido alterados.....	44
Tabela 6.2 - Momento de inércia e diâmetro de cada roda do veículo.....	44

## SIMBOLOGIA E SIGLAS

### Simbologia

$C_{RT}$	Coeficiente de resistência ao rolamento dos pneus
$\vec{s}$	Vector posição, m
$A_f$	Área frontal do veículo, m <sup>2</sup>
$C_R$	Coeficiente de resistência ao rolamento dos pneus
$C_{R,eq}$	Coeficiente equivalente de resistência ao rolamento
$C_X$	Coeficiente de arrasto aerodinâmico
$C_\alpha$	Coeficiente de rigidez do pneu a curvar, N/rad
$D_w$	Diâmetro da roda, m
$D_{wk}$	Diâmetro do pneu da roda $k$ , m
$E$	Energia total, J
$F_{RR}$	Força de resistência ao rolamento dos pneus, N
$F_{TCD}$	Força de arrasto do pneu a curvar, N
$F_x$	Componente da força aerodinâmica ao longo do eixo longitudinal do veículo, N
$F_Y$	Força lateral aplicada num veículo no plano da estrada quando o veículo curva ou se desloca numa estrada com declive transversal, N
$g$	Aceleração normal da gravidade, 9,80665 m/s <sup>2</sup>
$h_{fg}$	Entalpia de vaporização da água, J/kg
$I_{ti}$	Momento de inércia do pneu relativamente ao eixo de rotação da roda, kg·m <sup>2</sup>
$I_w$	Momento de inércia de uma roda relativo ao seu eixo de rotação, kg·m <sup>2</sup>
$L$	Comprimento do veículo, m
$L_p$	Comprimento da amostra do perfil de rugosidade, mm
$M_p$	Massa do piloto, kg
$M_t$	Massa total do veículo, kg
$M_{as}$	Massa molar de ar seco, kg/mol

---

$M_{ah}$	Massa molar de ar húmido, kg/mol
$M_{H_2O}$	Massa molar da água, kg/mol
$m_{ti}$	Massa do pneu da roda $i$ , kg
$M_v$	Massa do veículo, kg
$N$	Reacção normal do solo sobre os pneus do veículo, N
$p_{ar}$	Pressão atmosférica, Pa
$p_{máx}$	Pressão de insuflação máxima usada durante os ensaios, kPa
$P_{ti}$	Perímetro do pneu, $i$ , na zona de contacto com o solo, m
$p_v$	Pressão de vapor de água no ar para a temperatura do ar (temperatura de bolbo seco), Pa
$p_{v,s}$	Pressão de vapor de saturação da água, Pa
$R$	Raio da curva, m
$R_a$	Rugosidade média absoluta, mm
$R_{ar}$	Quociente entre a constante dos gases perfeitos e a massa molar do ar, J/kg·K
$Re$	Número de Reynolds
$RH$	Humidade relativa do ar, %
$R_{pm}$	Distância média dos picos ao plano médio, mm
$R_p$	Distância máxima de um pico ao plano médio, mm
$R_q$	Rugosidade média quadrática, mm
$R_u$	Constante universal dos gases perfeitos, 8,314472 J/mol·K
$R_v$	Distância máxima entre o plano médio e os vales, mm
$R_z$	Distância máxima entre picos e vales, mm
$T_a$	Temperatura do ar, K
$T_f$	Binário de arrasto aerodinâmico e de atrito dos rolamentos nas rodas, N·m
$T_p$	Temperatura da superfície da pista, K
$v$	Velocidade do veículo, m/s
$v_{i,m}$	Velocidade instantanea do veículo medida, m/s
$v_{i,p}$	Velocidade instantanea do veículo prevista, m/s
$w_r$	Largura do pneu que está em contacto com o solo, m
$\tilde{x}_{as}$	Fracção molar de ar seco,

---

---

$\tilde{x}_{\text{H}_2\text{O}}$  Fracção molar do vapor de água,

### Símbolos Gregos

$\alpha$  Ângulo de inclinação longitudinal da pista, rad

$\alpha_s$  Ângulo de escorregamento lateral do pneu, rad

$\beta$  Ângulo de inclinação transversal da curva, rad

$\eta_{tr}$  Rendimento do sistema de transmissão

$\mu_a$  Viscosidade dinâmica do ar, Pa.s

$\rho_a$  Massa volúmica do ar, kg/m<sup>3</sup>

$\rho_{ah}$  Massa volúmica do ar húmido, kg/m<sup>3</sup>

$\omega_{wk}$  Velocidade angular da roda  $k$ , rad/s

### Siglas

ANSI - American National Standards Institute

DEM - Departamento de Engenharia Mecânica

FCTUC - Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

ISA - Intelligent Sensing Anywhere

ISO - International Organization for Standardization

## 1. INTRODUÇÃO

Dada a conjectura económica em que o mundo se encontra, em que a crise das dívidas soberanas assombra todas as economias desenvolvidas e de forma particular a economia europeia, é de todo imperativo encontrar novos caminhos para que estas voltem a gerar valor acrescentado com uma menor dependência de combustíveis fósseis, ou seja, de uma forma sustentável e o mais ecológica possível.

Um dos caminhos para atingir este objectivo é investimento em I&D de veículos energeticamente mais eficientes, de modo a que, por um lado, haja poupança na factura dos combustíveis por parte do consumidor final e, por outro, os fabricantes vejam as suas vendas, e consequentes lucros, a aumentar devido à eficiência energética dos seus veículos.

São várias as forças que induzem resistência ao movimento de um veículo, entre as quais são de destacar as forças de inércia, as forças gravitacionais, as forças de arrasto aerodinâmico e as forças provocadas pela fricção entre de peças móveis.

Este trabalho tem por objectivo efectuar a medição experimental do coeficiente de resistência ao rolamento e do coeficiente de arrasto aerodinâmico de um veículo automóvel de elevada eficiência energética. Em função das várias variáveis de projecto e de operação visa-se identificar as variáveis de que cada coeficiente depende, com vista a operar o veículo com valores mínimos de força de resistência ao rolamento e de força de arrasto aerodinâmico.

Com o intuito de fomentar o estudo de carros energeticamente mais eficientes e consequentemente mais económicos surgiu em França no ano de 1985 uma competição apelidada de *Shell Eco-Marathon* e que desde então ocorre anualmente em diversos continentes. O objectivo desta prova era construir um veículo propulsionado por motor de combustão interna de elevada eficiência energética e baixo consumo. Ao longo dos tempos foram introduzidas diferentes categorias com diferentes energias a moverem os veículos. Os carros em competição devem percorrer uma determinada distância no circuito a uma velocidade média de pelo menos 25 km/h. O vencedor da prova é o veículo que percorra a maior distância com a menor quantidade de energia consumida.

O veículo de elevada eficiência energética estudado ao longo de todo este trabalho é o Eco Veículo. Este carro faz parte de uma equipa do Departamento de Engenharia Mecânica da Faculdade de Ciências e Tecnologias da Universidade de Coimbra que é constituída por alunos e professores do mesmo departamento e que tem o mesmo nome que o referido veículo. Desde 1999 que o Eco Veículo, vulgo Eco, participa anualmente na *Shell Eco-Marathon* que é um evento organizado pela *Shell Europe* e que desde então tem vindo sempre a melhorar os seus resultados.

Foi desenvolvido um programa informático que simula o comportamento do Eco em prova, em que o algoritmo utilizado é baseado num balanço energético entre cada ponto do trajecto que o carro percorre. Como dados de entrada tem em consideração em cada ponto: a topografia do circuito, a energia cinética e a energia potencial do veículo, o trabalho das forças não conservativas da resistência ao rolamento dos pneus, as forças de arrasto dos pneus a curvar, aerodinâmica do veículo e o trabalho da força propulsiva gerada nos instantes em que o motor é ligado durante a prova.

## 2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

### 2.1. Forças que se opõem ao movimento de um veículo

Considere-se, a título de exemplo, que se pretende empurrar um carro. Para o fazer ter-se-á que vencer quatro forças que se vão opor ao movimento do veículo:

- Forças de inércia, que dependem da massa e das variações de velocidade do veículo;
- Forças gravitacionais, que dependem da inclinação do pavimento e da massa;
- Forças de carácter aerodinâmico, que dependem da velocidade do vento, da velocidade do veículo e da forma do mesmo;
- Fricção interna das peças rotativas.

O esforço necessário para mover o carro depende também do solo em que o veículo se move, visto que será bastante mais fácil deslocá-lo se o solo for duro do que se o solo for mole. Analogamente, se os pneus estiverem com a pressão adequada o movimento será muito mais fácil do que com os pneus vazios. É esta a última força que se opõe ao movimento, que é chamada de força de resistência ao rolamento.

Grappe et al. estudaram a influência da pressão de insuflação no coeficiente de resistência ao rolamento de pneus de bicicleta de corrida, e concluíram que o coeficiente de resistência ao rolamento decresce de 0,011 para 0,004 quando a pressão de insuflação aumenta de 150 kPa para 1200 kPa, o que traduz uma redução de 64 % (Grappe et al., 1999).

Janssen e Hall estudaram a influência da temperatura ambiente no valor do coeficiente de resistência ao rolamento de pneus radiais de automóvel. Concluíram que o coeficiente de resistência ao rolamento dos pneus diminui com o aumento da temperatura dos mesmos.

VanBlokland et al. estudaram a variação do coeficiente de resistência ao rolamento com a rugosidade (RMS) de vários pavimentos. Concluíram que o coeficiente de atrito de rolamento varia linearmente com a rugosidade média quadrática do pavimento,

aumentando o  $C_R$  com a rugosidade. Estes ensaios foram realizados com pneus radiais de automóveis ligeiros de medida 225/60 R16.

Santin et al, conceberam e construíram também um veículo de elevada eficiência energética com pneus iguais aos estudados ao longo deste trabalho e referem como parâmetros mais relevantes que influenciam o coeficiente de resistência ao rolamento o tipo de construção do pneu, tipo de material usado na construção dos pneus, o diâmetro dos pneus, a pressão de insuflação dos pneus, a rugosidade do piso e a temperatura dos pneus. É referido também que apesar de saber que os dois últimos pontos são importantes não há estudos relevantes feitos sobre eles, uma vez que são duas variáveis que não são possíveis de controlar enquanto um veículo se encontra em movimento (Santin et al., 2007).

## 3. METODOLOGIA DE CÁLCULO

### 3.1. Força de resistência ao rolamento

#### 3.1.1. Definição de resistência ao rolamento

A força de resistência ao rolamento,  $F_{RR}$ , é principalmente devida às propriedades visco-elásticas dos compostos de borracha usados no fabrico dos pneus. Estes, quando são deformados dissipam energia sobre a forma de calor. Quando o pneu rola ele é deformado pela carga exercida sobre ele, fazendo com que este fique plano na zona de contacto pneu-superfície. A repetida deformação dos pneus causa uma perda de energia devida a um fenómeno de histerese que provoca uma força de resistência ao rolamento. Deste modo, e segundo a norma ISO 8767, a resistência ao rolamento de um pneu é definida como sendo a energia consumida por um pneu por unidade de distância percorrida.

Quando é medida a reacção normal entre a superfície de contacto do pneu e a superfície na qual este se desloca, conclui-se que a força é maior na parte frontal do pneu do que na sua retaguarda. A força resultante de todas estas forças será assim a montante do eixo da roda. Esta translação da força normal ao peso do carro (a resultante –  $N$ , apresentada na Figura 3.1 como  $Z$ ) leva a que haja um binário oposto ao sentido de rotação das rodas. Por sua vez, esta força designada força de resistência ao rolamento, é devida à perda de energia causada pela deformação do pneu na zona de contacto.

Numa medição mais precisa da resistência ao rolamento será necessário ter em consideração o binário de fricção presente em cada uma das rodas, em que este binário é igual nas rodas da frente e maior na roda traseira devido à roda livre da mesma.

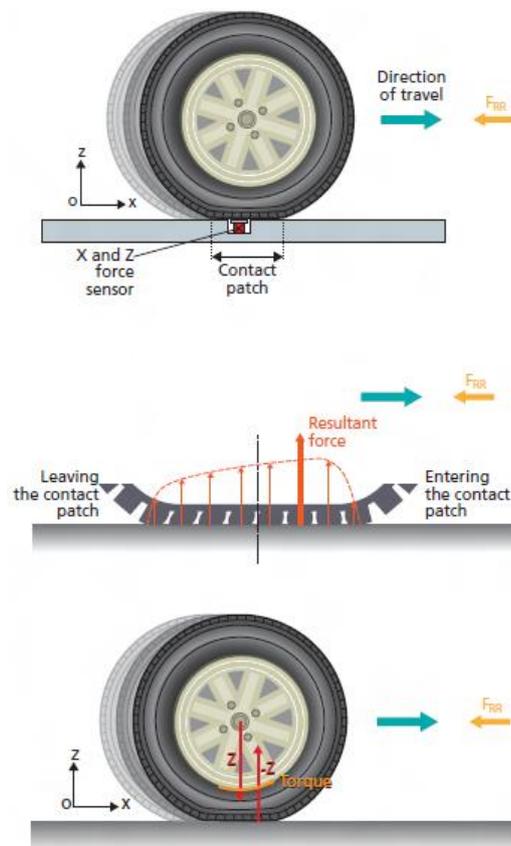


Figura 3.1. - Forças verticais na superfície de contacto do pneu (Michelin, 2003).

## 3.2. Força de arrasto aerodinâmico

As forças de arrasto aerodinâmico de um veículo são devidas à resistência causada pelo fluido que o veículo atravessa durante o seu movimento. Neste caso assume-se a situação de um *streamlined body*, isto é, um corpo fuselado. Estas forças dependem essencialmente da área frontal do veículo, da sua forma, da massa volúmica do fluido e da velocidade à qual o veículo se desloca relativamente ao fluido.

### 3.2.1. Forças de arrasto de corpos imersos

Um qualquer corpo, qualquer que seja a sua forma, quando imerso num escoamento vai estar sujeito a forças e momentos devido à acção do fluido sobre o corpo. Caso a forma do corpo não seja previamente estudada e este tenha uma forma aleatória,

ser-lhe-ão aplicadas forças e momentos em três eixos (ver a Figura 3.2). É usual escolher um eixo de referência paralelo ao escoamento e considera-lo positivo contra o sentido do escoamento. A força exercida no corpo ao longo deste eixo é chamada de força arrasto aerodinâmico,  $F_X$ , e o momento criado em torno deste eixo é apelidado de momento de rolamento. A força de arrasto, denominada na língua inglesa de *drag*, é basicamente uma força que ocorre sempre que um corpo se move contra o escoamento em que está inserido.

Outra força importante a considerar quando se estudam corpos imersos é a força perpendicular à força de arrasto, que em certas aplicações tem um papel tão importante como proporcionar sustentação a um avião. Esta força é chamada de força de sustentação,  $F_L$ , ou *lift*. O momento criado em torno deste eixo é chamado de momento de guinada ou *yawing moment*.

A terceira componente, que embora normalmente não represente nem um ganho nem uma perda, no caso em estudo em determinadas condições poder-se-á replicar num ganho; é denominada de força lateral e em torno deste eixo é gerado um momento de picada ou *pitching moment*. Ao longo deste estudo apenas será relevante estudar a força de arrasto.

Quando o corpo em estudo é simétrico em relação aos eixos da força de arrasto e da força de sustentação (tal como acontece em carros, barcos e aviões), em que o corpo se move directamente contra o escoamento o problema reduz-se a um caso bidimensional onde actuam duas forças e um momento: sustentação, arrasto e momento de picada.

Quando o objecto em estudo contém dois planos de simetria uma última simplificação pode ser feita, desde que a direcção do escoamento em que o corpo está inserido seja paralelo à intersecção dos eixos de simetria acima referidos. Se isto se verificar a intersecção dos eixos é chamada de *corda* (Figura 3.3) do objecto e neste caso o corpo só será dotado de arrasto.

Num escoamento de baixa velocidade, corpos geometricamente iguais com uma orientação e rugosidade relativa igual, o coeficiente de arrasto de ambos será função do número de Reynolds.

$$C_X = f(\text{Re}). \quad (3.1)$$

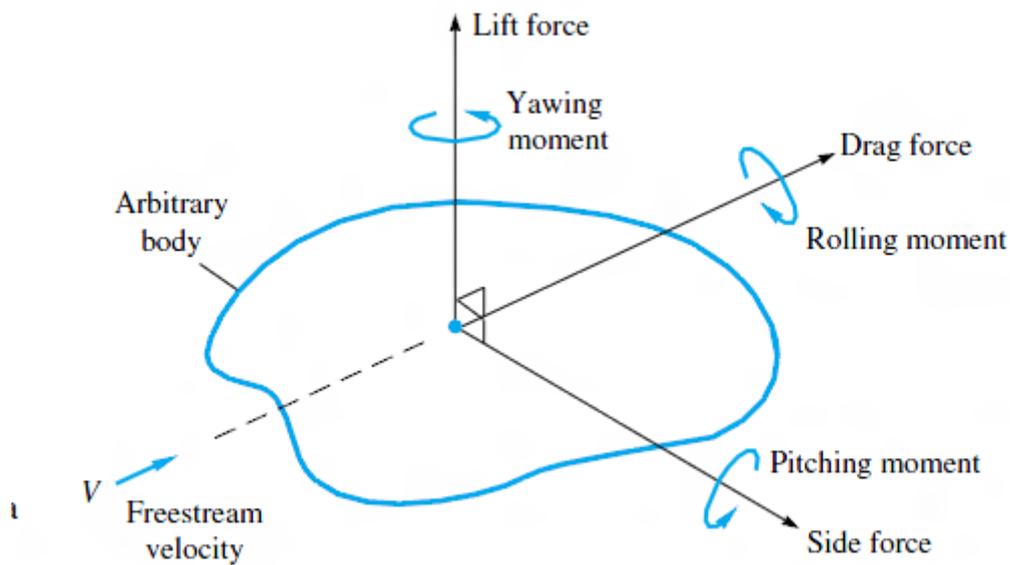


Figura 3.2. - Forças e momentos exercidas num corpo imerso por acção do escoamento. (White, "Fluid Mechanics" pp. 452)

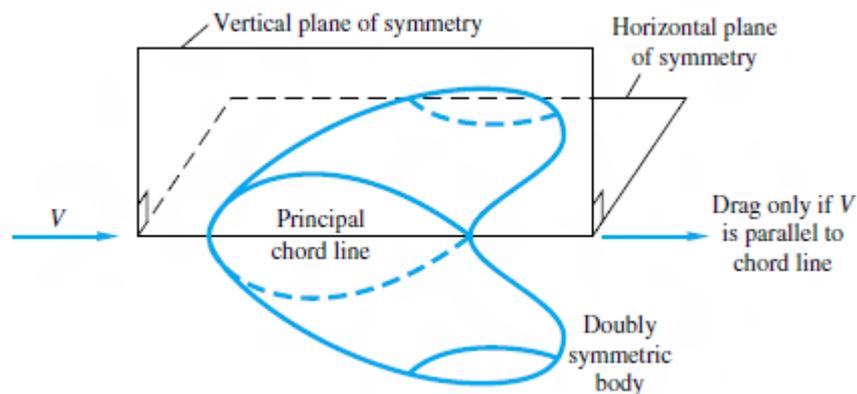


Figura 3.3. - Linha de corda (White, "Fluid Mechanics" pp. 453).

### 3.2.2. Coeficiente de arrasto aerodinâmico e área frontal

O coeficiente de arrasto aerodinâmico está associado a uma área de referência em que esta área varia com a forma e com o tipo de utilização do objecto que se está a estudar. No caso do objecto em estudo a área característica considerada é a área frontal,  $A_f$ . Noutros casos poderá ser de interesse considerar em sua vez a área projectada no plano horizontal ou a área molhada.

Deste modo, o coeficiente de arrasto aerodinâmico será dado pela Equação (3.2).

$$C_x = \frac{F_x}{\frac{1}{2} \times \rho \times v^2 \times A_f} \quad (3.2)$$

Em que  $v$  é a velocidade do fluido relativamente ao corpo e  $\rho$  a massa volúmica do fluido no qual o corpo está imerso.

### 3.2.3. Forças aerodinâmicas aplicadas a veículos

Com o decorrer dos tempos os automóveis foram também alvo de grandes estudos das forças aerodinâmicas neles aplicados, com especial foco no *lift* e *drag*, respectivamente forças de sustentação e arrasto. Com a melhoria da forma dos veículos o coeficiente de arrasto aerodinâmico reduziu drasticamente, como se pode verificar na Figura 3.4.

Os automóveis mais recentes conseguem coeficientes de arrasto que em média é de 0,35 e o mínimo até agora alcançado foi de 0,15 por um veículo com forma de gota de água, que é a forma do veículo em estudo.

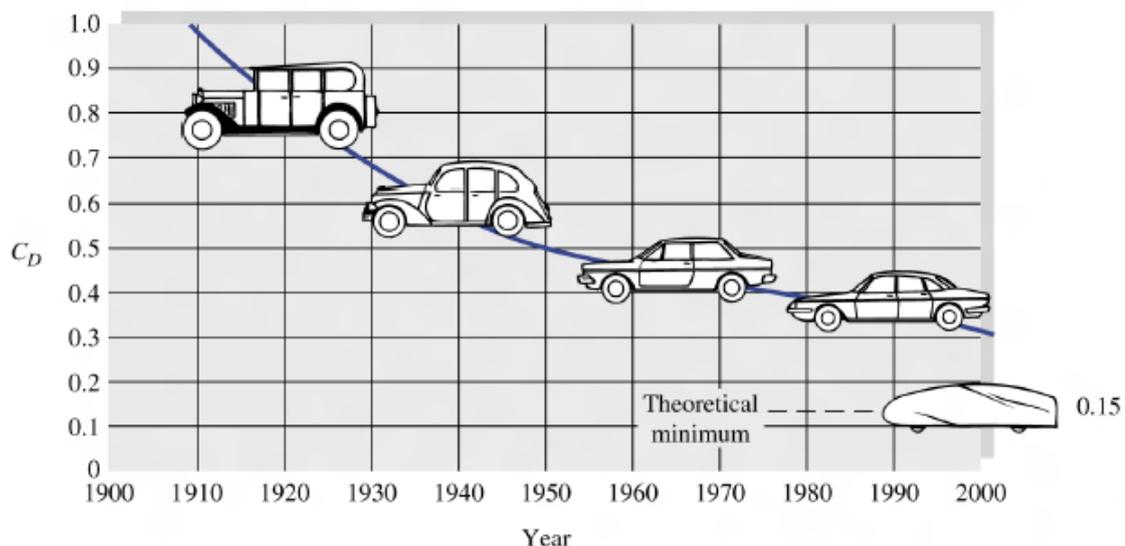


Figura 3.4. - Evolução do  $C_x$  ao longo do Séc. XX (White, "Fluid Mechanics" pp. 461)

### 3.3. Algoritmo

O algoritmo usado para o cálculo de ambos os coeficientes objectivo deste trabalho é baseado numa análise integral. Quando o veículo se desloca de um ponto  $i$  para um ponto  $i+1$  há uma variação da energia total do veículo que é igual ao trabalho de todas as forças não conservativas que actuam no carro. Analiticamente isto pode ser expresso na Equação (3.3).

$$E_{i+1} - E_i = \sum_{j=1}^n \vec{F}_j \times (\vec{s}_{i+1} - \vec{s}_i) \quad (3.3)$$

No cálculo da energia total do veículo na Equação (3.4) é considerada a energia potencial gravítica, a energia cinética devida ao seu movimento de translação e ainda a energia cinética de rotação das rodas do mesmo.

$$E_i = M_t g h_i + \frac{1}{2} M_t v_i^2 + \frac{1}{2} \left( \sum_{k=1}^3 I_{w,k} \frac{4}{D_{w,k}^2} \right) v_i^2 \quad (3.4)$$

Onde  $M_t$  é a massa total do veículo,  $h_i$  é a altura do ponto  $i$  da pista,  $v$  é a velocidade do veículo,  $I_{w,k}$  é o momento de inércia da roda  $k$  em relação ao seu eixo de rotação e  $D_{w,k}$  é o diâmetro da roda  $k$ .

As forças não conservativas consideradas na Equação (3.3) são a força de resistência ao rolamento, a componente da força de arrasto aerodinâmico paralela ao eixo longitudinal do veículo, a força de arrasto causada pelos pneus quando sujeitos a força laterais, isto é segundo o eixo dos  $Y$ , como as que surgem quando o veículo descreve uma curva ou se desloca numa estrada com declive transversal não nulo. A resistência ao rolamento tem sentido oposto ao deslocamento do veículo, consequentemente produz um trabalho negativo. Em condições favoráveis à realização dos ensaios (vento nulo) a força de arrasto também terá sentido oposto ao deslocamento do veículo.

O módulo da força de resistência ao rolamento,  $F_{RR}$ , em cada ponto do balanço energético é dado pela Equação (3.5).

$$|\vec{F}_{RR,i}| = C_{R,i} \cdot M_t \cdot g \left[ \cos \alpha_i \left( \cos \beta_i + \frac{v_i^2}{R_i \cdot g} \times \sin \beta_i \right) \right] \quad (3.5)$$

$\beta_i < 0$  se a altura é menor no lado exterior da curva

$\beta_i > 0$  se a altura é maior no lado exterior da curva

Em que  $C_{R,i}$  é o coeficiente de resistência ao rolamento em cada ponto  $i$  da pista.

Ao longo de todo o processo de cálculo, no coeficiente de resistência ao rolamento do veículo foram incluídos quatro termos, tal como é representado na Equação (3.6). Um dos termos é a resistência ao rolamento dos pneus, assumindo que esta é independente da velocidade do veículo. Os outros três termos são os coeficientes de resistência ao rolamento equivalentes de cada uma das rodas, devidos ao binário de atrito causado pelo atrito interno dos rolamentos, aos atritos aerodinâmicos aplicados em cada roda e ainda na roda traseira o atrito causado pela roda livre do cubo da roda traseira.

### 3.3.1. Coeficiente de resistência ao rolamento

$$C_{R,i} = C_{RT} + \sum_{k=1}^3 C_{R,eq,wk,i} \quad (3.6)$$

O coeficiente de resistência ao rolamento foi medido experimentalmente no aeródromo da Lousã e na rua Sul do DEM. Foi desenvolvido um método que com base na topografia das pistas permite medir este coeficiente para o conjunto das três rodas. Este método consiste na comparação da velocidade entre dois pontos da pista que possuem cotas diferentes. Começando o veículo num ponto mais alto com velocidade nula e terminando numa cota mais reduzida, percorrendo ele esse caminho recto sem que haja acção de uma qualquer força exterior se não a da gravidade, será assim possível ao final de uma distância estabelecida comparar a velocidade que seria de esperar através do balanço energético acima referido com a velocidade verificada. Após ser atingido este ponto do cálculo há que fazer variar o coeficiente de resistência ao rolamento dos pneus de modo a que a diferença média quadrática entre a velocidade esperada e a velocidade verificada seja mínima. Este ajuste é feito pela minimização do resultado da Equação (3.7), em que  $n$  é

igual a 1 no ensaio do coeficiente de resistência ao rolamento, pois só se faz a comparação das velocidades para  $x$  igual a 144 m. Neste ponto a diferença entre a velocidade prevista e a velocidade medida é praticamente nula, como se pode verificar na Figura 3.5. É de referir que estes ensaios são feitos a baixa velocidade, de modo a que a força de arrasto aerodinâmico seja o menor possível, como mostra a Figura 8.4.

$$RMS = \left( \frac{\sum_{i=1}^n (v_{i,m} - v_{i,p})^2}{n} \right)^{1/2} \quad (3.7)$$

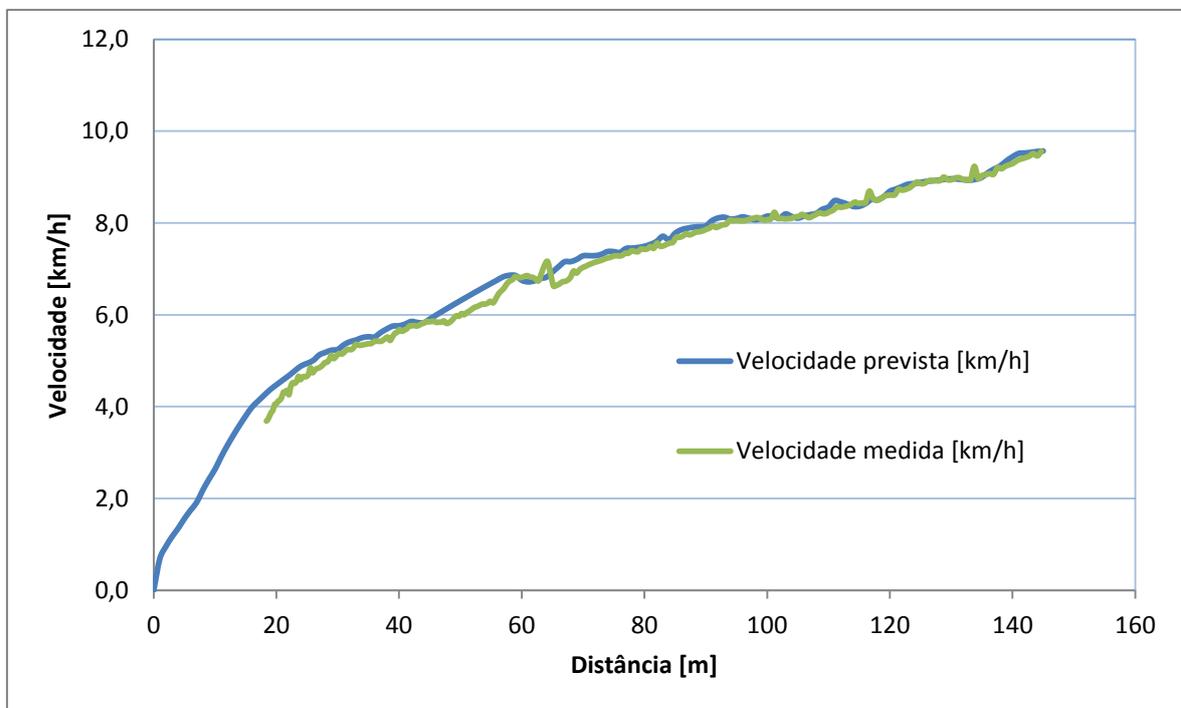


Figura 3.5. - Comparação da velocidade prevista e da velocidade medida ao longo de um ensaio

### 3.3.1.1. Coeficiente de resistência ao rolamento dos pneus

A resistência ao rolamento dos pneus é caracterizada pelo coeficiente de resistência ao rolamento dos pneus ( $C_{RT}$ ), que é dado pela Equação (3.8).

$$C_{RT} = \frac{F_{RR}}{N} \quad (3.8)$$

Sendo  $C_{RT}$  um coeficiente entre duas forças, este será um parâmetro adimensional.  $F_{RR}$  é a força de resistência ao rolamento e  $N$  é a reacção normal do solo sobre os pneus do veículo.

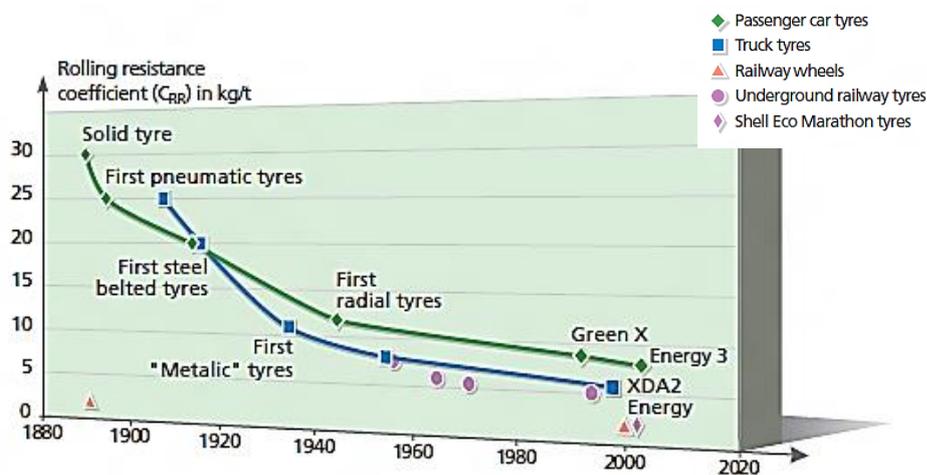


Figura 3.6. - Evolução do  $C_R$  a partir do Séc. XIX (Michelin, 2003).

Note-se que um  $C_R$  de 5 kg/ton é equivalente a 0,005

### 3.3.1.2. Coeficiente de resistência ao rolamento equivalente

O veículo cujo coeficiente de resistência ao rolamento foi medido é dotado de três rodas. O binário de fricção de cada uma das rodas foi medido no laboratório sem que as rodas estejam em contacto com o solo. O binário de atrito das duas rodas frontais é praticamente o mesmo uma vez que ambas as rodas são dotadas da mesma construção tendo como única diferença uma ser simétrica da outra. O binário de atrito nas rodas frontais tem em consideração o binário de atrito aerodinâmico e o binário de resistência ao

rolamento devida à fricção interna dos rolamentos das rodas. A roda traseira para além destas componentes entra também em consideração com o binário de atrito da roda livre do cubo da roda traseira. Para medir cada o binário de atrito de cada uma roda esta é lançada a uma dada velocidade e depois deixada desacelerar devido unicamente á acção do seu binário de atrito. O binário de atrito da roda  $k$ ,  $T_{f,wk}$ , é dado pela Equação (3.9) onde  $I_{wk}$ , é o momento de inércia mássico da roda  $k$  e  $\omega_{wk}$  é a velocidade angular da roda  $k$ .  $k = 1$  para a roda frontal esquerda,  $k = 2$  para a roda frontal direita e  $k = 3$  para a roda traseira.

$$T_{f,wk} = I_{wk} \frac{d\omega_{wk}}{dt} \quad (3.9)$$

A velocidade tangencial num ponto no diâmetro externo da roda, é igual à velocidade do veículo,  $v$ , e relaciona-se com a velocidade angular da roda pela Equação (3.10).

$$v = \omega_{wk} \frac{D_{wk}}{2} \quad (3.10)$$

$$T_{f,wk} = \frac{2I_{wk}}{D_{wk}} \frac{dv}{dt} \quad (3.11)$$

Uma vez que a Equação (3.10) é válida e o diâmetro externo de cada roda  $k$  é constante a Equação (3.9) pode ser escrita na forma da Equação (3.11).

Para medir o binário de atrito de cada roda o seguinte procedimento foi utilizado. A roda foi lançada por meios pneumáticos até uma velocidade tangencial superior a 50 km/h e deixada desacelerar livremente devido unicamente à acção do binário de arrasto aerodinâmico e do binário de atrito dos rolamentos. Durante todo este tempo de desaceleração é registada a evolução da velocidade tangencial da roda com o tempo, o que permite calcular o binário de fricção através da Equação (3.11). Os resultados obtidos são ajustados por um polinómio de segundo grau, pelo método dos mínimos quadrados, apresentado na Equação (3.12) (Carvalheira, 2004) em que  $v_i$  é a velocidade tangencial das rodas.

$$T_{f,wk,i} = a_{2,wk} \cdot v_i^2 + a_{1,wk} \cdot v_i + a_{0,wk} \quad (3.12)$$

Tabela 3.1 - Coeficientes de cada roda na Equação (3.12)

$k$	$a_1$	$a_2$	$a_3$
1	1,6083E-04	3,0149E-04	6,4550E-04
2	1,6083E-04	3,0149E-04	6,4550E-04
3	2,1978E-04	-8,8657E-05	1,6780E-03

Deste modo o coeficiente de resistência ao rolamento equivalente é dado pela Equação (3.13) (Carvalheira, 2004), em que os coeficientes da Equação (3.12) para cada uma das rodas,  $k$ , são apresentados na Tabela 3.1.~

$$C_{R,eq,wk,i} = \frac{2T_{f,wk,i}}{D_w M_t \cdot g} \quad (3.13)$$

### 3.3.2. Força de arrasto paralela à linha de corda do veículo

O módulo da componente da força aerodinâmica segundo o eixo dos XX que actua no veículo no ponto  $i$ ,  $\vec{F}_{Ax,i}$ , e que é paralela à linha de corda do veículo, é dado pela Equação (3.14). Assume-se aqui que o vento só se move relativamente ao carro, isto é, assume-se a inexistência de ventos cruzados. Considera-se somente a existência da componente da velocidade do vento paralela ao deslocamento do veículo, quer na situação em que o vento sopra no sentido oposto ao deslocamento do veículo, ou a na situação em que o vento sopra no sentido do deslocamento do veículo. No primeiro caso a velocidade do vento,  $w_i$ , é positiva. No segundo caso, a velocidade do vento,  $w_i$ , é negativa. Uma vez que não se dispunha de equipamento para medir simultaneamente a velocidade instantânea do vento e do veículo, na Equação (3.14) considerou-se em vez da velocidade instantânea do vento,  $w_i$ , o valor médio da componente da velocidade do vento paralela ao deslocamento do veículo ao longo de cada medida,  $\bar{w}$ . Quando esta última componente não é nula, implica que o ar se está a mover relativamente ao solo.

$$|\vec{F}_{Ax,i}| = C_{x,i} A_f \frac{1}{2} \rho_a \cdot (v_i + w_i)^2 \quad (3.14)$$

### 3.3.3. Força lateral aplicada nos pneus

O módulo da força lateral aplicada nas rodas no plano da estrada quando o veículo curva ou circula numa estrada com inclinação transversal,  $F_Y$ , em cada ponto da pista, é dado pela Equação (3.15).

$$|\vec{F}_{Y,i}| = \left| M_t \cdot g \left( \frac{v_i^2 \cdot \cos \beta_i}{R_i \cdot g} - \sin \beta_i \right) \right| \quad (3.15)$$

em que  $\beta_i$  é o ângulo de inclinação transversal da estrada e  $R_i$  o raio da curva no ponto  $i$ .

### 3.3.4. Força de arrasto dos pneus a curvar ou em plano inclinado lateralmente

O módulo da força de arrasto dos pneus a curvar ou em plano inclinado lateralmente no ponto  $i$ ,  $\vec{F}_{TCD,i}$ , é dado pela Equação (3.16).

$$|\vec{F}_{TCD,i}| = |\vec{F}_{Y,i}| \sin \left( \frac{|\vec{F}_{Y,i}|}{C_\alpha} \right) \quad (3.16)$$

em que  $C_\alpha$  é o coeficiente de arrasto do pneu a curvar.

### 3.3.5. Balanço energético entre cada ponto

Deste modo, tendo todas as forças que actuam no veículo, poder-se-á fazer o balanço energético em cada um dos pontos  $i$  da pista. Assim, tendo em conta as considerações feitas anteriormente, pode ser escrita a Equação (3.17),

$$E_{i+1} - E_i = \left( -|\vec{F}_{RR,i}| - |\vec{F}_{Ax,i}| - |\vec{F}_{TCD,i}| \right) (\vec{s}_{i+1} - \vec{s}_i), \quad (3.17)$$

onde  $s$  representa a posição do veículo.

### 3.3.6. Energia despendida em cada ensaio

O total da energia despendida durante cada ensaio é calculado considerando que ela é igual à soma do trabalho de todas as forças dissipadas aplicadas no veículo durante o ensaio e é dado pela Equação (3.18).

$$E_{Ensaio} = \sum_{i=0}^{n-1} (F_{RR,i} + F_{Ax,i} + F_{TCD,i}) (S_{i+1} - S_i) \quad (3.18)$$

### 3.3.7. Massa volúmica do ar

Na Equação (3.14) a massa volúmica do ar,  $\rho_a$ , é calculada assumindo que o ar é húmido e que se comporta de acordo com a equação dos gases perfeitos, tal como representa a Equação (3.19).

$$\rho_a = \frac{p_{ar}}{R_{ar} \times T_a} \quad (3.19)$$

em que  $p_{ar}$  é a pressão atmosférica,  $R_{ar}$  é o quociente entre a constante universal dos gases perfeitos,  $R_u$ , e a massa molar do ar húmido,  $M_{ah}$ , e  $T_a$  é a temperatura do ar em K.

### 3.3.8. Pressão atmosférica

A pressão atmosférica no local do ensaio (Aeródromo da Lousã ou Rua Sul do DEM) é calculada a partir da pressão atmosférica ao nível do mar medida num local próximo do local do ensaio (e.g. Aeródromo de Cernache), com base na massa volúmica do ar e na diferença de altitude entre o nível do mar  $h_{NM} = 0$  m, e a altitude nos locais dos ensaios, respectivamente  $h = 198$  m e  $h = 46$  m, pela Equação (3.20).

$$p_{ar} = p_{NM} + \rho_a \times g \times (h_{NM} - h) \quad (3.20)$$

A pressão de vapor de água no ar para a temperatura do ar (temperatura de bolbo seco),  $p_v(T_a)$  [Pa], é dada pelo produto da humidade relativa do ar pela pressão de vapor de

saturação da água, para a temperatura do ar (temperatura de bolbo seco),  $p_{v,s}(T_a)$  [Pa], de acordo com a Equação (3.21).

$$p_v(T_a) = \frac{RH_{\%}}{100} \times p_{v,s}(T_a) \quad (3.21)$$

A pressão de vapor de saturação da água é uma grandeza que está tabelada em função da temperatura da água. A equação de Clausius-Clapeyron (Çengel e Boles, 1989), Equação (3.22), utiliza aqui os valores de referência da pressão de vapor da água saturada e da entalpia de mudança de fase da água para a temperatura de 298,15 K = 25 °C, temperatura média do intervalo para o qual se pretende aplicar a equação. Esta equação dá valores para a pressão de vapor de saturação em função da temperatura que têm um erro relativo inferior a 2,14 % e um erro relativo médio de 0,69 % relativamente aos valores tabelados da pressão de vapor de saturação da água em função da temperatura da água no intervalo de temperatura [273,15 K; 323,15 K] ou [0 °C; 50 °C].

$$p_{v,s}(T) = p_{v,s}(T_{ref}) \times e^{\frac{h_{fg}(T_{ref}) \times M_{H_2O}}{R_u} \left( \frac{1}{T_{ref}} - \frac{1}{T} \right)} \quad (3.22)$$

$$T_{ref} = 298,15 \text{ K}$$

$$h_{fg}(298,15 \text{ K}) = 2442,3 \times 10^3 \text{ J/kg}$$

$$p_{v,s}(298,15 \text{ K}) = 3169 \text{ Pa}$$

A fracção molar de vapor de água no ar húmido é dada pela Equação (3.23).

$$\tilde{x}_{H_2O} = \frac{p_v}{p} \quad (3.23)$$

A fracção molar de ar seco é dada pela Equação (3.24).

$$\tilde{x}_{as} = 1 - \tilde{x}_{H_2O} \quad (3.24)$$

A massa molar do ar húmido é dada pela Equação (3.25).

$$M_{ah} = \tilde{x}_{as} M_{as} + \tilde{x}_{H_2O} M_{H_2O} \quad (3.25)$$

$$M_{H_2O} = (2 \times 1,0079 + 15,9994) \times 10^{-3} \text{ kg/mol} = 18,0152 \times 10^{-3} \text{ kg/mol}$$

$$M_{as} = 28,964 \times 10^{-3} \text{ kg/mol}$$

A massa volúmica do ar húmido é calculada pela equação dos gases perfeitos, Equação (3.26).

$$\rho_{ah} \left[ \text{kg/m}^3 \right] = \frac{p \times M_{ah}}{R_u \times T_a} \quad (3.26)$$

### 3.3.9. Viscosidade dinâmica do ar

A viscosidade dinâmica do ar,  $\mu_a$ , é calculada usando a Equação (3.27) que é uma aproximação pelo método dos mínimos quadrados aos dados publicados (Incropera et al., 2006) para ar atmosférico e válida num intervalo de [250 K, 350 K], ou seja [-23,15; 76,85°C].

$$\mu_a = 1,711 \times 10^{-5} + 4,860 \times 10^{-8} (T_a - 273,15) \quad (3.27)$$

### 3.3.10. Coeficiente de arrasto aerodinâmico

Na Equação (3.14) o coeficiente de arrasto,  $C_{X,i}$ , é função do número de Reynolds do escoamento em torno do veículo e que se rege pela Equação (3.28). O coeficiente  $C_X(\text{Re} = 10^6)$  e o expoente  $b$  são determinados experimentalmente e válidos para  $4,5E5 < \text{Re} < 1,0E6$ .

$$C_{X,i} = C_X(\text{Re} = 10^6) \left( \frac{\text{Re}_i}{10^6} \right)^b \quad (3.28)$$

Se a componente da velocidade do vento que tem a direcção da corda do veículo tiver o mesmo sentido da velocidade do veículo e módulo superior a esta, a força de arrasto aerodinâmico passará a ter o mesmo sentido da velocidade do veículo. Neste caso

considera-se que o escoamento em torno do veículo é o de um corpo rombo, sendo o  $C_x$  considerado de 0,40 e independente do número de Reynolds.

### 3.3.11. Número de Reynolds

O número de Reynolds do escoamento em torno do veículo é dado pela Equação (3.29), em que  $L$  é o comprimento do veículo, em metros. De acordo o que foi referido na Secção 3.3.2 considerou-se em vez da velocidade instantânea do vento,  $w_i$ , o valor médio da componente da velocidade do vento paralela ao deslocamento do veículo ao longo de cada medida,  $\bar{w}$ .

$$\text{Re}_i = \frac{\rho_a(v_i + w_i)L}{\mu_a} \quad (3.29)$$

## 4. TOPOGRAFIA

Uma vez que o processo de cálculo de ambos os coeficientes se baseia na quantificação da variação da energia total do veículo de um ponto  $i$  para um ponto  $i+1$ , será crucial para o estudo ter um levantamento topográfico da pista onde são feitos os ensaios, de modo a ter resultados com a maior precisão possível em cada um dos pontos calculados. Para isso foram realizados levantamentos topográficos de todos os sítios onde foram realizados ensaios.

Com este levantamento foram obtidos dados referentes à topografia da pista pela qual passa o veículo com uma resolução de 1,5 m. Deste modo, e uma vez que ambos os ensaios são feitos com o veículo a deslocar-se em linha recta, ter-se-á uma medição real da cota e da inclinação lateral da estrada onde passa o veículo com um erro que se pode considerar desprezável uma vez que a estação total é capaz de efectuar medições com um desvio típico de 3 mm.



Figura 4.1. - Estação Total "Trimble 5605 DR200+" usada para o levantamento topográfico por cortesia da GeoDouro

#### 4.1.1. Levantamento topográfico do aeródromo da Lousã e da rua Sul do DEM

Iniciado o levantamento topográfico, começou-se por fazer um enquadramento de todo o aeródromo de modo a que posteriormente se tivesse uma vista em planta das pistas. Assim é possível ter noção da localização no espaço de cada ensaio no ANEXO A e no ANEXO B.

De seguida foi feito o levantamento das duas secções da pista onde se fazem, respectivamente os ensaios para a medição do  $C_R$  e do  $C_X$ . Nestas duas últimas secções são medidas as cotas ao longo da trajectória recta feita pelo veículo. Depois de tratadas numa folha de cálculo desenvolvida para o efeito, devolvem a “Altura” a usar em cada ponto  $i$  no cálculo dos coeficientes em estudo. Para além destas cotas foram também retirados mais dois pontos opostos e equidistantes, perpendicularmente ao eixo formado pela trajectória de modo a retirar o ângulo do declive transversal,  $\beta$ , em função da distância (Figura 4.3).

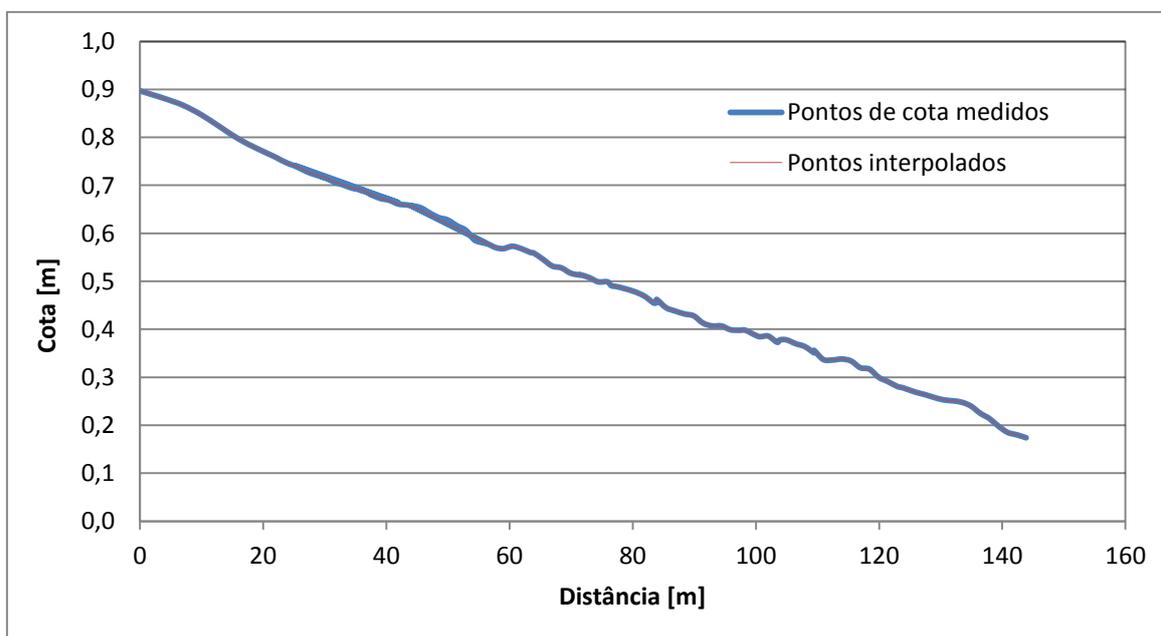


Figura 4.2. - Cota interpolada em função da distância no ensaio do  $C_R$  no aeródromo da Lousã.

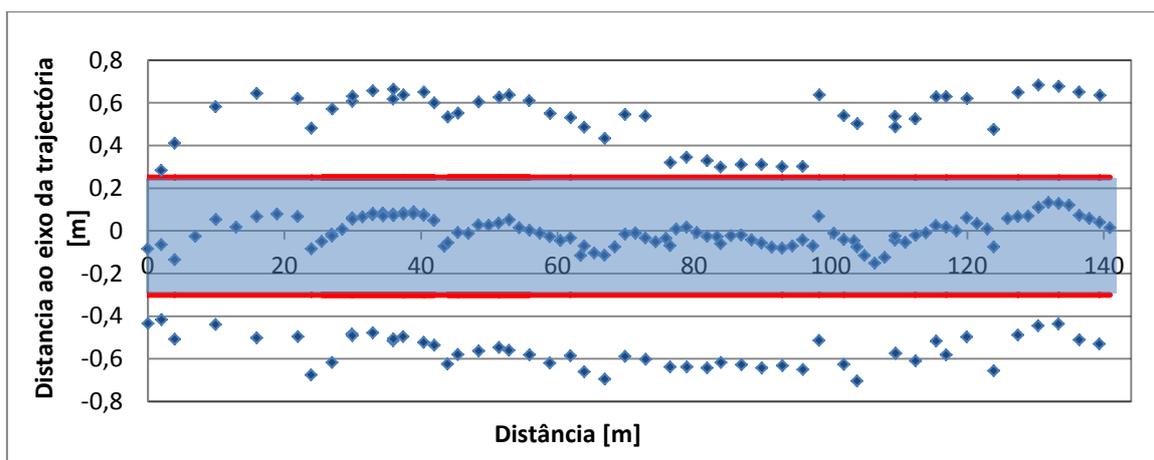


Figura 4.3. - Vista no plano XOY dos pontos retirados do levantamento topográfico (pontos da área sombreada devolvem a cota em função da distância).

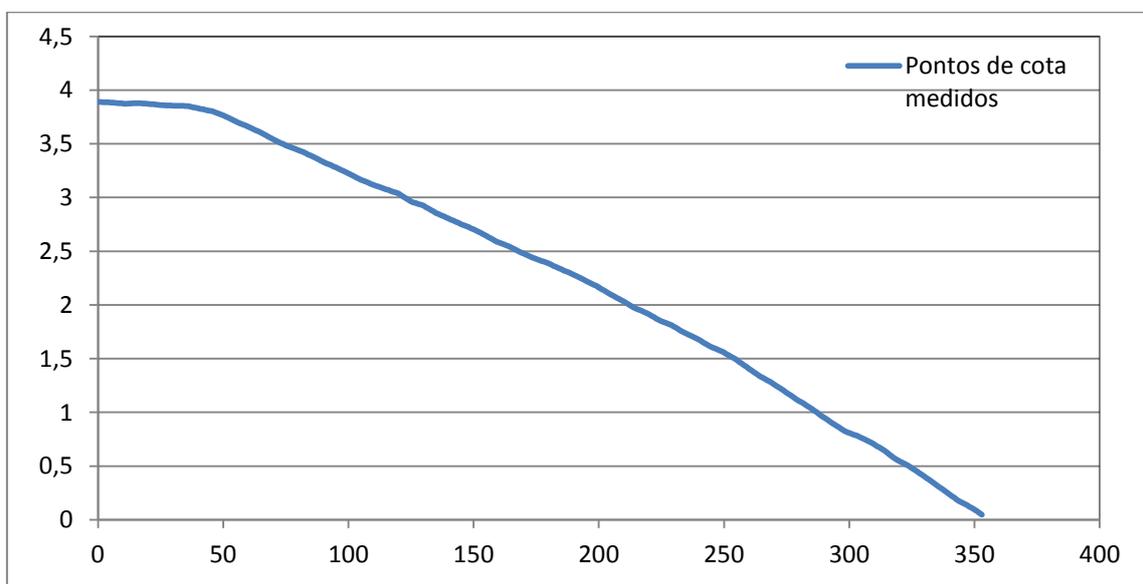


Figura 4.4. - Cota interpolada em função da distância no ensaio do  $C_x$  no aeródromo da Lousã.

#### 4.1.2. Vantagens do método

Anteriormente à execução desta dissertação a topografia das pistas usadas na determinação dos coeficientes em estudo estavam feitas com recurso a um método ancestral, em que era usada uma mangueira de nível e pelo princípio hidrostático dos vasos comunicantes se sabia a diferença de cota entre dois pontos. Este método era usado fazendo medições sucessivas com um espaçamento de 20 m, o que resultaria no final em

pouca exactidão nos pontos interpolados e um erro acumulado no final da última medição já considerável (cerca de 2 mm por cada). Usando uma Estação Total o erro deixará de ser sistemático passando a ser aleatório e muito reduzido (3 mm). Desta forma, poder-se-á ver a diferença das medições utilizando cada um dos métodos na Figura 4.5 e na Figura 4.6.

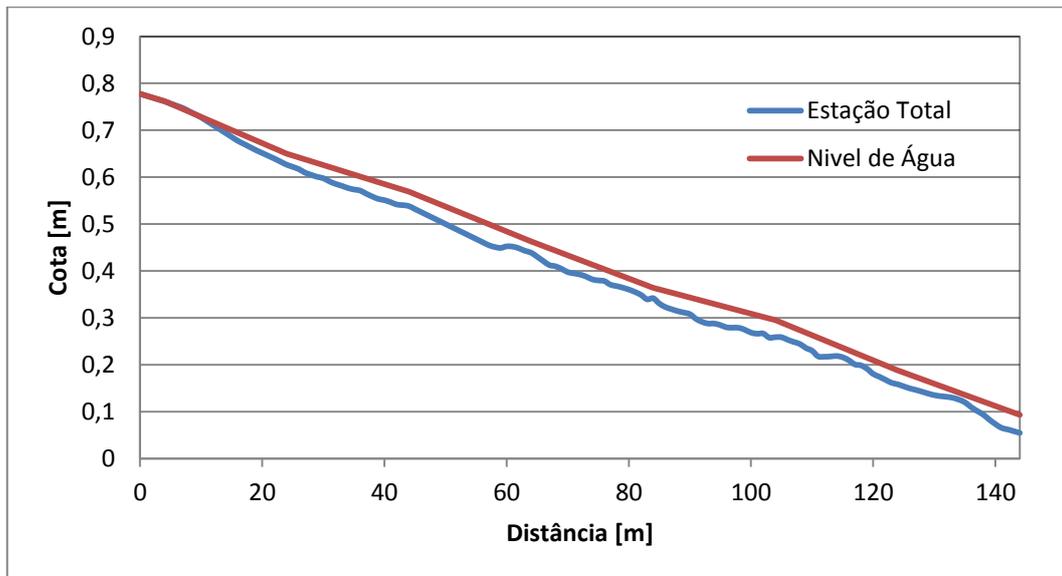


Figura 4.5. - Estação total vs. nível de água

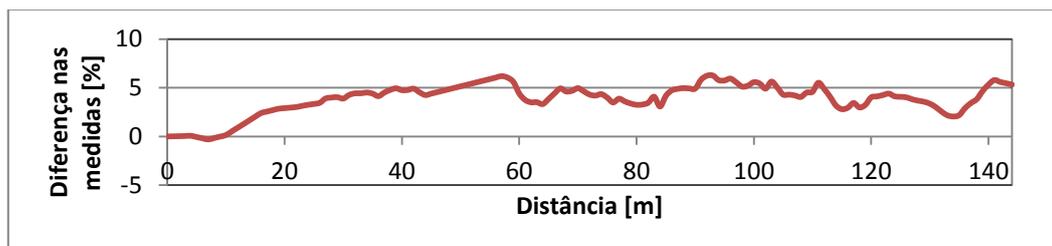


Figura 4.6. - Diferença percentual nas medidas entre cada um dos métodos

## 5. RUGOSIDADE

Empiricamente é sabido que a rugosidade de duas superfícies vai influenciar o atrito existente entre elas. Sendo um dos objectivos deste trabalho medir o coeficiente de atrito de rolamento de um veículo de elevada eficiência energética terá todo o interesse estudar os parâmetros de rugosidade dos pavimentos onde os ensaios foram efectuados, de modo a estudar a evolução da variável em estudo.

### 5.1. Rugosidade de uma superfície

A textura de uma superfície é o desvio repetitivo ou aleatório da superfície nominal que dá origem à topografia tridimensional da superfície. Textura de uma superfície inclui a rugosidade desta (nano, micro e macro-rugosidade), o declive e as suas fissuras.

Nano e micro-rugosidade são constituídas por flutuações nas superfícies dotadas de pequenos comprimentos de onda, caracterizadas por picos e vales de várias amplitudes e espaçamentos. Estes são grandes quando comparados com dimensões moleculares. Ambas as classes tratam características intrínsecas à produção de peças de elevada precisão, como por exemplo as camisas de cilindros de motores. A rugosidade do pavimento que neste estudo interessa averiguar é uma rugosidade com irregularidades de maiores comprimentos de onda e que é denominada de macro-rugosidade.

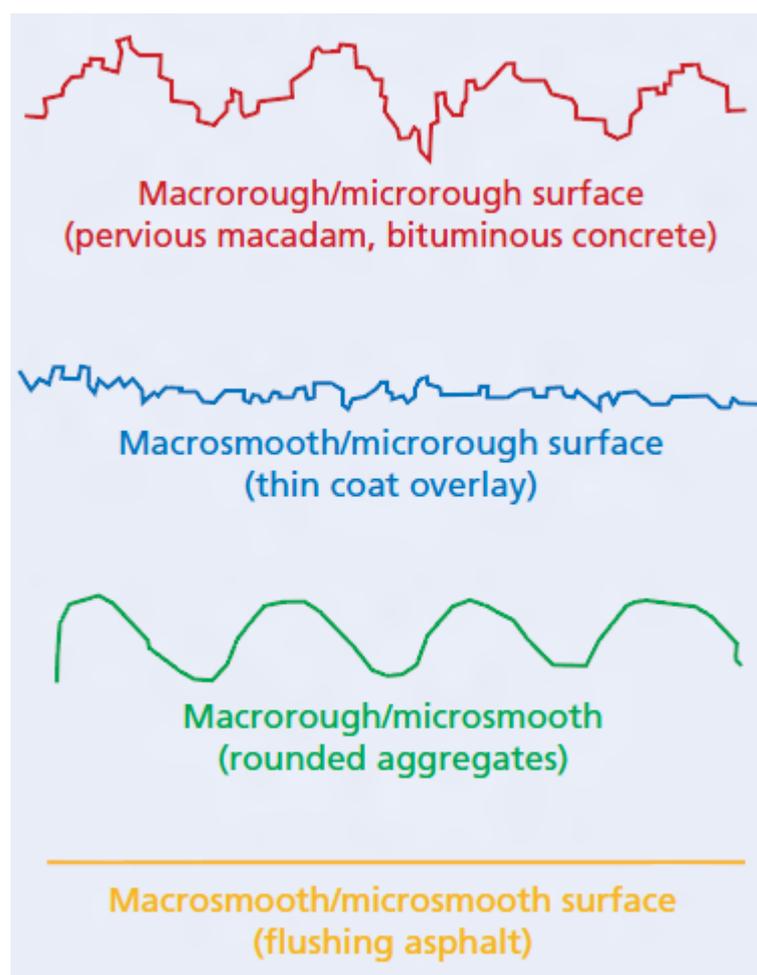


Figura 5.1 - Micro vs. Macro-rugosidade (Michelin, 2003)

## 5.2. Parâmetros de rugosidade média

### 5.2.1. Parâmetros de amplitude de rugosidade

Na maioria das vezes, rugosidade é comumente designada como a variação de altura de uma superfície relativamente a um plano de referência. É medida tanto ao longo de uma simples linha de perfil quer ao longo de linhas de perfil paralelas que juntas constituem um mapa de superfície. É usual uma determinada rugosidade ser caracterizada por um de cada um dos dois modelos propostos quer pelo *American National Standards Institute (ANSI)* quer pela *International Organization for Standardization (ISO)*. Estes propõem a rugosidade absoluta ( $R_a$ ), a variância ( $\sigma$ ) e a média quadrática ( $R_q$  ou  $RMS$ ). Outro método de medida da rugosidade de um perfil é um parâmetro  $R_t$  (ou  $R_y$ ,  $R_{max}$ ) que descreve as distâncias entre picos e vales. Outros quatro métodos para descrever a

rugosidade, mas que têm um uso limitado são:  $R_p$  (que representa a máxima distância de um pico ao plano médio ou simplesmente a máxima altura de pico),  $R_v$  (distância máxima entre o plano médio e os vales),  $R_z$  (distância máxima entre picos e vales) e  $R_{rpm}$  (distância média dos picos ao plano médio), (Bhushan, 2000).

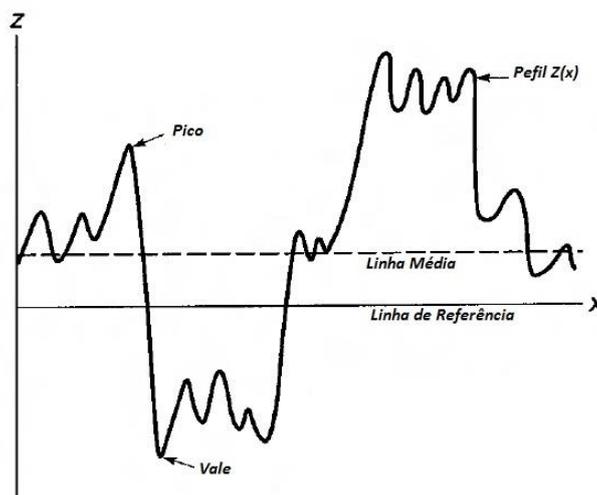


Figura 5.2. - Representação de um perfil de rugosidade  $Z(x)$

Considerando o perfil  $Z(x)$ , representado na Figura 5., em que as alturas de cada ponto do perfil são definidas em relação à linha de referência (eixo dos  $XX$ ) e em que a linha média é definida de tal modo que a área do perfil acima da linha é igual à área do perfil que se encontra abaixo da mesma.  $R_a$  é a média aritmética dos valores absolutos da distância (medida na vertical) entre o perfil e a linha média medida ao longo de todo o perfil.

#### 5.2.1.1. Rugosidade média absoluta

Em linguagem matemática, a rugosidade média absoluta pode ser expressa pela Equação (5.1).

$$R_a = \frac{1}{L} \int_0^L |Z - m| dx \quad (5.1)$$

Ou seja,

$$R_a = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |Z_i - m| \quad (5.2)$$

E em que  $N$  é o número total de pontos conhecidos e  $m$  é a linha média e é dada pela Equação (5.3).

$$m = \frac{1}{L} \int_0^L Z dx \quad (5.3)$$

Onde  $L$  é o comprimento da amostra do perfil.

#### 5.2.1.2. Variância

A variância é em teoria das probabilidades uma medida de dispersão estatística que indica o quanto um valor pode estar longe do valor esperado. Assim, a variância é dada pela Equação (5.4).

$$\sigma^2 = \frac{1}{L} \int_0^L (Z - m)^2 dx \quad (5.4)$$

Ou seja:

$$\sigma^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (Z_i - m)^2 \quad (5.5)$$

Em que  $N$  é o total do número de pontos conhecido.

#### 5.2.1.3. Média quadrática

A média quadrática,  $R_q$ , é a raiz quadrada da média aritmética da distância medida na vertical entre a linha de referência e o perfil  $Z$ .  $R_q$  é dado pela Equação (5.6):

$$R_q^2 = \frac{1}{L} \int_0^L (Z^2) dx \quad (5.6)$$

Quando  $m = 0$ , tem-se:

$$\sigma = R_q \quad (5.7)$$

### 5.3. Metodologia usada

Para fazer uma análise de rugosidade aos pavimentos onde foram feitos os ensaios deste estudo, foram usados vários moldes de gesso que foram colocados ao longo dos locais por onde o carro se desloca. Deste modo têm-se representações da rugosidade das superfícies que estão em contacto com os pneus ao longo de vários pontos da pista.

Após os moldes serem retirados, estes foram seccionados e de seguida as faces resultantes destas secções foram polidas de modo a ter um perfil que reproduz a rugosidade do piso. Nas secções de cada perfil foi colado papel milimétrico de modo a poder ter uma escala conhecida no perfil a estudar. Posteriormente foram retiradas fotografias a cada perfil num ambiente de luminosidade controlada de modo a obter imagens com a maior definição possível.

Seguidamente todas as fotografias obtidas foram submetidas a um tratamento de imagem em que o contorno do perfil é filtrado e exportado para um ficheiro de texto. Num próximo passo foi desenvolvida uma folha de cálculo que executa uma ponte entre o Visual Basic e o MS Excel de modo a tratar o ficheiro de texto obtido através do tratamento da imagem. Por fim, é devolvida automaticamente a rugosidade média absoluta ( $R_a$ ), a rugosidade média quadrática ( $R_q$ ) e a amplitude máxima ( $R_z$ ).



Figura 5.3. - Moldes de gesso com diferentes desmoldantes

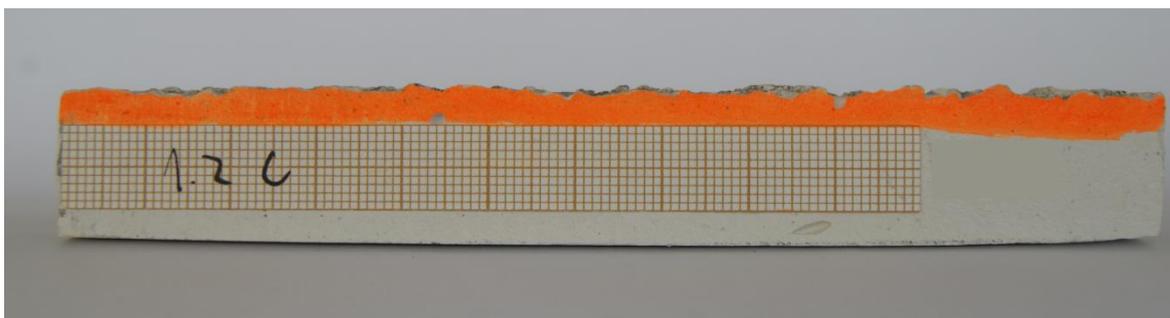


Figura 5.4. - Fotografia retirada ao perfil de uma secção de um molde

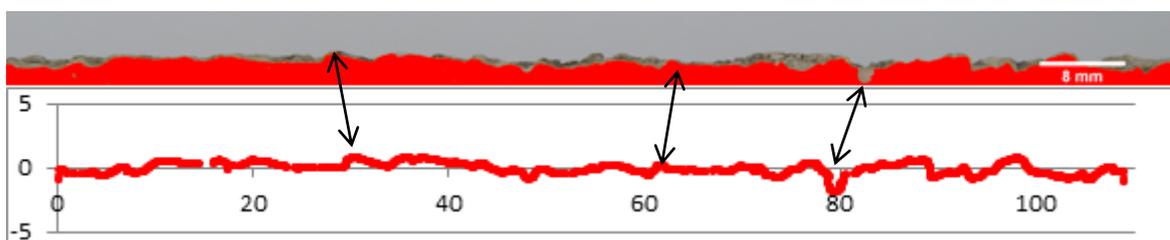


Figura 5.5. - Transição da imagem já filtrada para o Excel

## 5.4. Parâmetros de rugosidade obtidos

Após executados o procedimento e a análise de dados acima mencionados foi possível determinar os valores de parâmetros de macro-rugosidade, apresentados na Tabela 5.1, para os pavimentos do Aeródromo da Lousã e da Rua Sul do DEM.

Tabela 5.1 - Parâmetros de rugosidade dos pavimentos dos ensaios.

<i>Rugosidade Aeródromo da Lousã VS Rua Sul do DEM</i>						
Medição	$R_a$ (mm)	$R_q$ (mm)	$R_z$ (mm)	$R_q/R_a$	$R_q M_{édia}$ (mm)	
1 Lousã 1.2B	0,29	0,35	2,01	1,21	0,39	
2 Lousã 1.2C	0,38	0,47	2,68	1,26		
3 Lousã 1.3B	0,28	0,36	1,78	1,26		
4 Lousã 1.3D	0,32	0,39	2,11	1,21		
5 DEM Sul 1.1	0,44	0,56	2,88	1,27	0,67	
6 DEM Sul 2.1	0,51	0,64	2,72	1,25		
7 DEM Sul 2.2	0,67	0,79	3,43	1,19		
8 DEM Sul 1.2	0,52	0,67	3,32	1,29		

## 6. PNEUMÁTICOS

O Eco Veículo está equipado com pneus radiais sem câmara-de-ar *MICHELIN* 45/75 R16, especialmente desenvolvidos para veículos participantes em competições de elevada eficiência energética, como é o caso da Shell Eco-Marathon. Estes pneus são caracterizados por terem um coeficiente de resistência ao rolamento extremamente baixo. O valor do coeficiente de resistência ao rolamento destes pneus depende bastante das suas condições de utilização, encontrando-se normalmente num intervalo entre 0,0008 e 0,0020 (Michelin, 2003; Santin et al., 2007). É de referir que estes pneus foram alterados, tendo-lhes sido retiradas as inscrições das paredes laterais dos mesmos de modo a diminuir o momento de arrasto aerodinâmico dos mesmos. Antes desta modificação  $m_{ti} = 0,445 \pm 0.005$  kg e  $I_{ti} = 2,26E-2$  kg·m<sup>2</sup>. As restantes características apresentadas na Tabela 6.1 mantiveram-se constantes depois desta modificação. Na mesma Tabela são apresentadas as características dos pneus usados em todos os ensaios. Os pneus foram utilizados sem câmara-de-ar em todos os ensaios.

**Tabela 6.1 - Características dos pneus após terem sido alterados**

$D_{wk}$ /m	$P_{ti}$ /m	$m_{ti}$ /kg	$I_{ti}$ /kg·m <sup>2</sup>	$w_r$ /m	$p_{máx}$ /kPa
0,474	1,489	0,395±0.005	2,01E-2	0,028	600

$P_{ti}$  é o perímetro do pneu na zona de contacto com o solo,  $m_{ti}$  é a massa do pneu,  $I_{ti}$  é o momento de inércia do pneu relativamente ao eixo de rotação da roda,  $w_r$  é a largura do pneu que está em contacto com o solo,  $p_{máx}$  é a máxima pressão de insuflação que foi usada durante os ensaios e  $D_{wk}$  é o diâmetro dos pneus.

Na Tabela 6.2 são apresentados os valores dos momentos de inércia o diâmetro de cada uma das rodas do veículo.

**Tabela 6.2 - Momento de inércia e diâmetro de cada roda do veículo.**

$k$	$D_{wk}$ /m	$I_{wk}$ /kg·m <sup>2</sup>
1	0,474	0,0552
2	0,474	0,0552
3	0,474	0,0548



**Figura 6.1.** - Pneus *MICHELIN 45/75 R16* usados durante os ensaios, em que se pode verificar que o pneu do lado direito já tem as inscrições removidas.

## 7. PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

Para que um problema possa ser resolvido de modo a perceber todas as variáveis que o influenciam e o modo como estas o fazem, é necessário manter o máximo de variáveis constantes, de modo a que, caso seja possível, apenas variar uma delas entre cada ensaio. Deste modo todos os ensaios deste estudo foram realizados contabilizando as mudanças nas variáveis que influenciam os parâmetros do processo de cálculo.

De início são realizados ensaios de medição do coeficiente de resistência ao rolamento, em que nestes ensaios a velocidade máxima atingida é de cerca de 10 km/h ao final de 144 m. Ao se realizarem estes ensaios a velocidades tão baixas, a importância que as forças de arrasto aerodinâmico terão no trabalho realizado pelas forças não conservativas não será dominante. De qualquer forma este parâmetro é tido em conta desde o primeiro ensaio pois já se tem previamente um valor do coeficiente de arrasto medido experimentalmente.

Em cada um dos ensaios do  $C_R$  e do  $C_X$ , para obter todas as variáveis necessárias ao processo de cálculo foi necessário medir as seguintes variáveis:

- Velocidade média do vento durante o ensaio, com recurso a um anemómetro da marca RS e modelo 180-7111. Foi medida a velocidade média do vento paralela ao deslocamento do veículo a uma distância ao solo de 305 mm, que corresponde a metade da altura do veículo. O anemómetro foi montado num tripé de uma máquina fotográfica com o seu eixo rotativo paralelo ao deslocamento de veículo. Este anemómetro opera num intervalo de velocidade de 0,4 m/s a 25 m/s, com uma resolução de 0,1 m/s e com uma precisão de  $\pm(4.0\% \text{ FSD}+1 \text{ digito})$ . Este anemómetro grava a velocidade do vento durante o ensaio e no final deste ele devolve a velocidade mínima, média e máxima do vento registada ao longo do ensaio. O sentido do vento foi determinado com recurso a um fio de lã colocado na turbina do anemómetro;
- Temperatura do ar, usando um Termómetro/Higrómetro da marca TES e modelo 1360. Este Termómetro/Higrómetro trabalha dentro de um intervalo de temperatura desde os  $-20^\circ\text{C}$  aos  $50^\circ\text{C}$ , com uma resolução de  $0,1^\circ\text{C}$  e com uma precisão de  $\pm$

0,8°C. O intervalo de funcionamento para a leitura da humidade relativa é de 30 % RH a 90 % RH, com uma resolução de 0,1% RH e uma precisão de  $\pm 0,3\%$  RH.

- Humidade relativa do ar, com recurso ao aparelho apresentado no ponto anterior;
- Pressão atmosférica ao nível médio do mar, com recurso à página do Instituto Português de Meteorologia que fornece a pressão atmosférica com cadência horária para o aeródromo de Cernache, em Coimbra. Sendo este ponto geográfico relativamente perto do aeródromo da Lousã considera-se a pressão atmosférica ao nível do mar igual para ambos os sítios e posteriormente realiza-se a correcção para a altitude do aeródromo da Lousã;
- Temperatura do pavimento onde é realizado cada ensaio, com um termómetro da marca Hanna Instruments e modelo Checktemp1 HI 98509. Este termómetro tem uma resolução de 0,1 °C e operando num intervalo de temperaturas de -20 a 90 °C tem uma precisão de  $\pm 0,3$  °C;
- Velocidade instantânea do veículo, com recurso a um velocímetro desenvolvido pela ISA que regista a velocidade ao longo do tempo na sua memória interna, e num intervalo de 3,70 a 99,99 km/h, com uma cadência de 250 ms e com uma resolução de 0,01 km/h.
- Pressão de insuflação dos pneus, utilizando um manómetro digital da marca Schrader 60226-67. Este manómetro tem um intervalo de medição de 0,35 a 10,00 bar (35 a 1000 kPa), com uma resolução de 0,05 bar (5 kPa) e uma precisão de  $\pm 1,0\%$ . A temperatura de funcionamento deste aparelho é de -10 °C a +50 °C.
- Massa do veículo, com a balança digital AND HB-60KB. Esta balança tem uma capacidade máxima de 60 kg, com uma resolução de 0,001 kg com uma precisão de  $\pm 0,002$  kg. Em cada uma das medidas a balança foi nivelada usando o nível de água nela presente para o efeito;
- Massa da piloto, com a balança referida no ponto anterior.



Figura 7.1. - Medição da velocidade do vento, da humidade relativa do ar e das temperaturas do ar e do pavimento.



Figura 7.2. - Medição da pressão de insuflação dos pneus

Após todos estes dados serem introduzidos numa folha de cálculo que contém todo o algoritmo de cálculo do  $C_R$ , como discriminado anteriormente no Capítulo 3, e utilizando numa primeira análise um valor do  $C_X$  do veículo medido experimentalmente obter-se-á um valor do coeficiente de resistência ao rolamento para cada ensaio. De referir que foram feitos ensaios em que os pneus operaram numa gama de pressão desde 3,0 bar

até 6,0 bar com incrementos sucessivos de 0,5 bar e com dois ensaios para cada pressão de insuflação.

Depois de terem sido realizados os ensaios de determinação do  $C_R$  e obtidos valores para este último, são realizados os ensaios de determinação do  $C_X$  em que o coeficiente de resistência ao rolamento introduzido neste cálculo é o obtido anteriormente. Entra-se assim num processo iterativo que permite aperfeiçoar o valor de ambos os coeficientes.

## 8. ANÁLISE E DISCUSSÃO DE RESULTADOS

### 8.1. Coeficiente de resistência ao rolamento dos pneus

Depois de terem sido realizados dezenas de ensaios foi constatado que os parâmetros que mais influenciam o coeficiente de resistência ao rolamento dos pneus são a pressão de insuflação dos pneus e a temperatura da superfície da pista, sendo que o ultimo parâmetro é o mais importante.

Após a realização de sucessivos ensaios a pressões diferentes, cujos resultados são apresentados na Figura 8.1, concluiu-se que a pressão óptima é 5,5 bar, uma vez que a diferentes temperaturas os valores mínimos de  $C_{RT}$  ocorrem sempre para pressões de insuflação num intervalo de 5,0 a 6,0 bar. Opta-se por este valor de pressão óptima pois verifica-se que neste intervalo a variável em estudo não varia mais do que 7 % de um extremo para o outro, tomando-se assim por referência o valor médio.

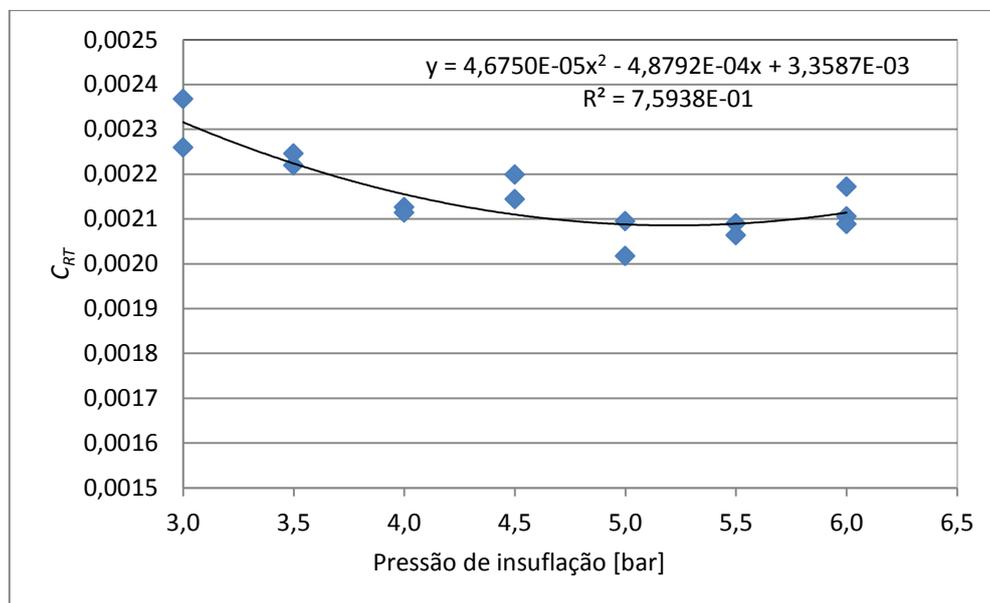


Figura 8.1. - Evolução do  $C_{RT}$  com a pressão de insuflação para um intervalo de temperatura entre 13,7 e 16,8 °C

Analisando o parâmetro chave, isto é, a temperatura da superfície da pista, concluiu-se que com um incremento da temperatura da ordem de 15 °C há uma redução do

coeficiente de resistência ao rolamento de aproximadamente 50 %, o que claramente reflecte a forte dependência que a variável estudada tem da temperatura da pista.

Pode-se observar na Figura 8.2 a evolução do  $C_{RT}$  com o aumento da temperatura a uma pressão de insuflação constante de 6,0 bar. A partir deste gráfico obtém-se uma regressão polinomial do segundo grau, dada pela Equação (8.1), que descreve a evolução acima mencionada.

$$C_{RT} = 6,9016 \times 10^{-6} \cdot T_p^2 - 3,684 \times 10^{-4} \cdot T_p + 5,8605 \times 10^{-3} \quad (8.1)$$

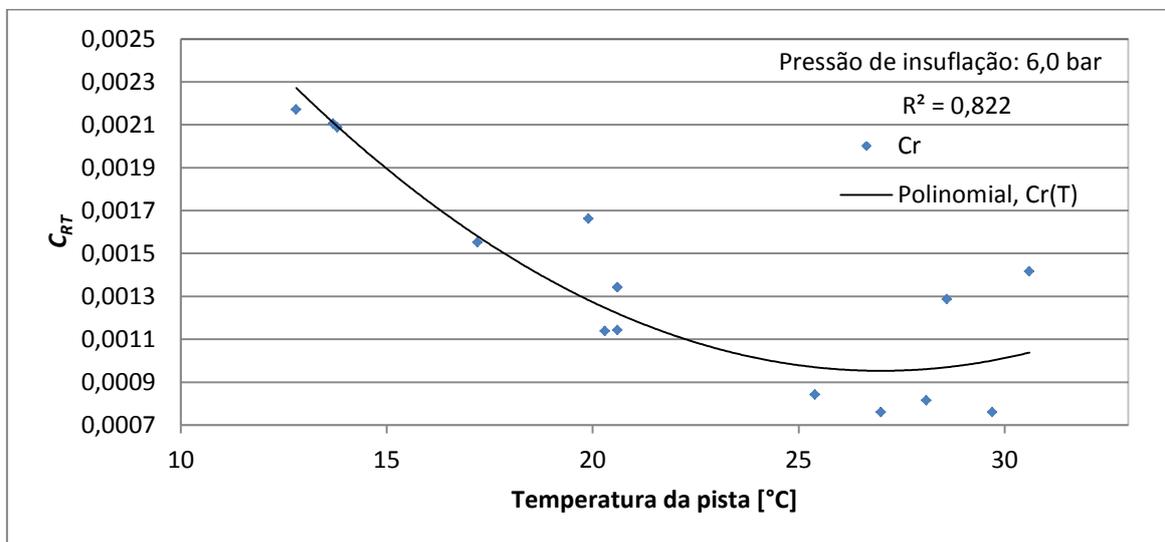


Figura 8.2. - Evolução do  $C_{RT}$  com a temperatura da pista para uma pressão constante de 6,0 bar

## 8.2. Variação do coeficiente de resistência ao rolamento dos pneus com a rugosidade e a temperatura da superfície da pista

Depois de medidas as rugosidades de cada um dos pavimentos de cada um dos ensaios e de depois de determinados os respectivos coeficientes de resistência ao rolamento verificou-se que este último parâmetro aumenta com o aumento da rugosidade. Tal conclusão pode ser observada na Figura 8.3 que descreve o comportamento do  $C_{RT}$  em função da temperatura e da rugosidade média quadrática do piso.

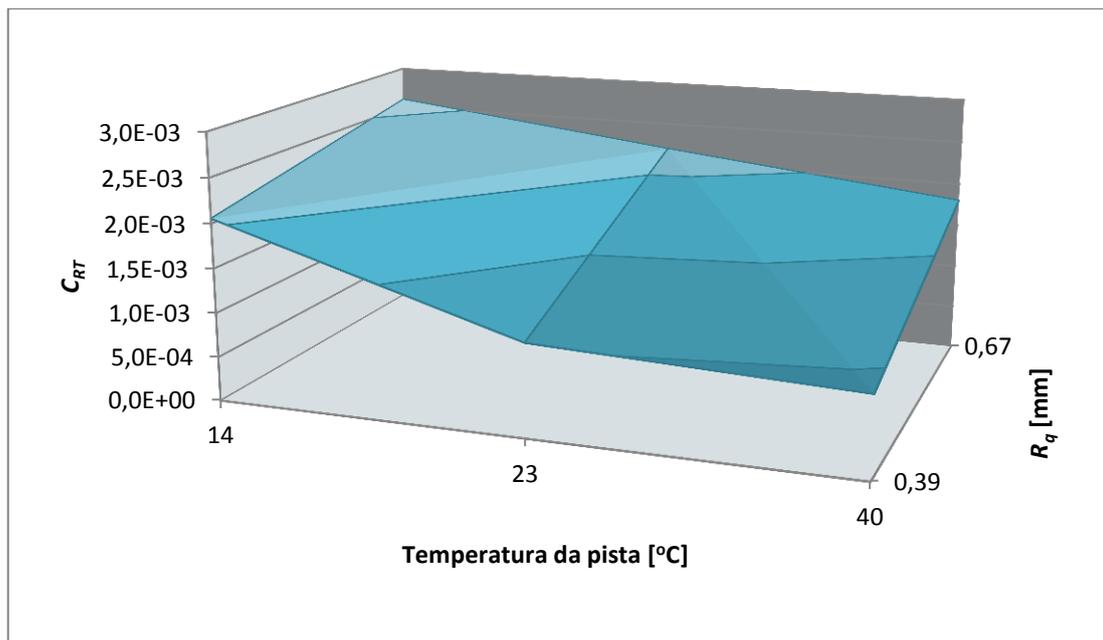


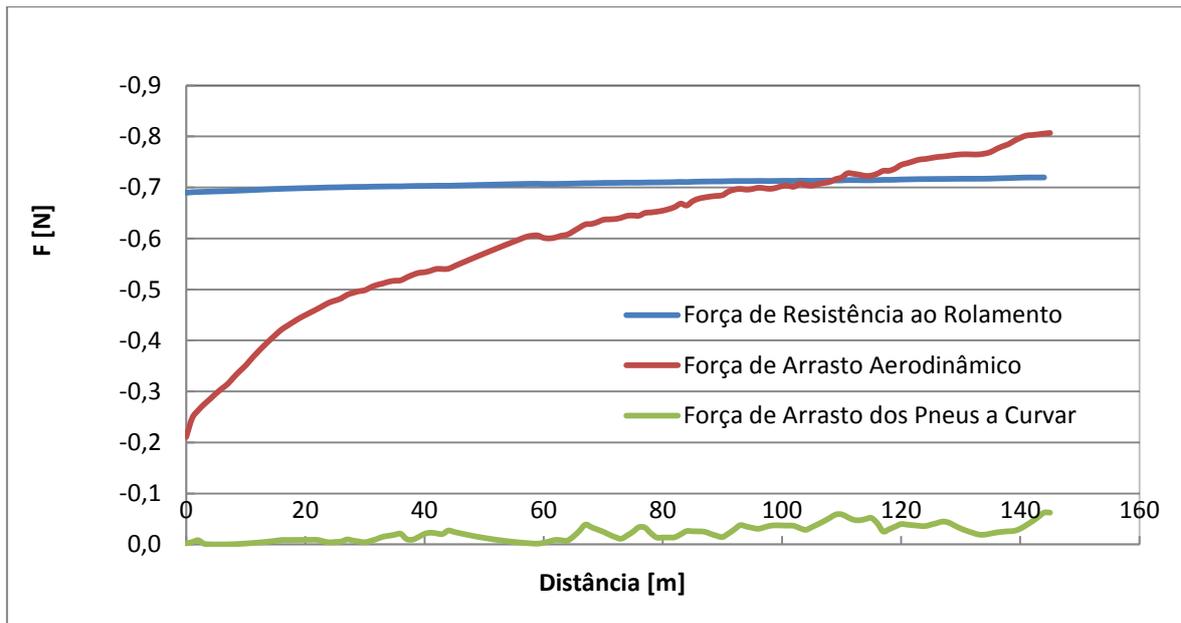
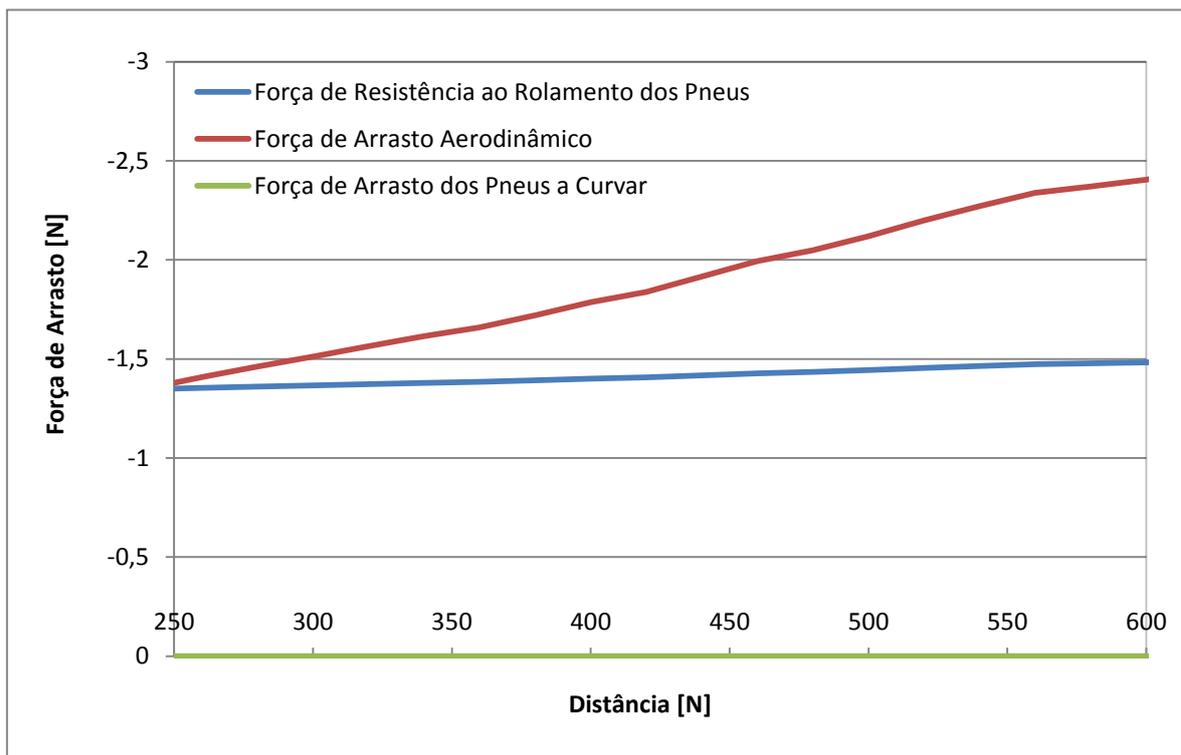
Figura 8.3. - Evolução do  $C_{RT}$  com a temperatura da superfície da pista e com a rugosidade.

### 8.3. Coeficiente de arrasto aerodinâmico

Após determinado o coeficiente de resistência ao rolamento, introduzindo na folha de cálculo de determinação do  $C_X$  o  $C_R$  obtido anteriormente, determinou-se que o coeficiente de arrasto aerodinâmico e a maneira como este varia com o número de Reynolds.

Usando uma folha de cálculo que tem o processo iterativo descrito no Capítulo 3 e que permite calcular as forças de arrasto aerodinâmico a que o veículo está sujeito, e consequentemente o  $C_X$  para a topografia da pista onde foram realizados os ensaios e já com o valor do  $C_R$  determinado anteriormente.

Deste modo foram determinados os parâmetros que descrevem a evolução do coeficiente de arrasto aerodinâmico com o número de Reynolds, Equação (3.28),  $C_X(\text{Re} = 1\text{E}6) = 0,202$ ,  $b = -0,484$ .

Figura 8.4. - Evolução das forças não-conservativas em função da distância no ensaio do  $C_R$ Figura 8.5. - Evolução das forças não-conservativas em função da distância no ensaio do  $C_x$

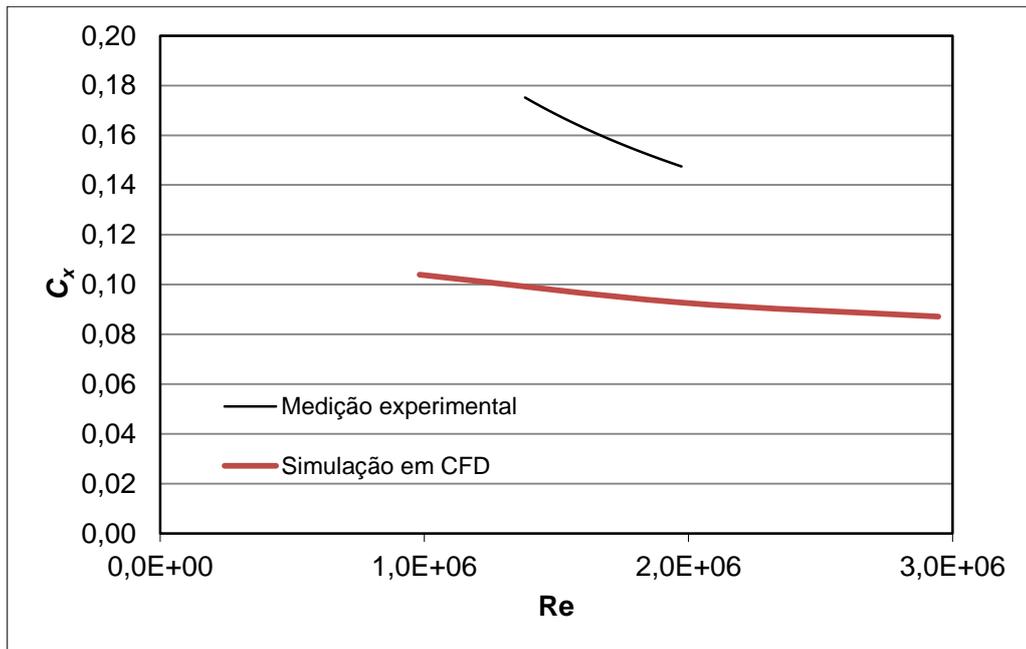


Figura 8.6. - Evolução do  $C_x$  com o número de Reynolds

## 9. CONCLUSÃO

Com este trabalho pode-se concluir que o coeficiente de rolamento é altamente influenciado pela temperatura da superfície da pista que está em contacto com os pneus. Este parâmetro é também influenciado pela rugosidade do piso em que o veículo se desloca e pela pressão de insuflação dos pneus, sendo que estes dois últimos não têm uma influência tão grande na variação do  $C_R$  como a temperatura da superfície da pista.

Comparando os valores de coeficiente de resistência ao rolamento do veículo de elevada eficiência energética com os de um veículo de uso diário, considerando o último como sendo um dos mais eficientes do mercado e conseqüentemente tem um  $C_R$  da ordem de 0,006 a 0,012, pode-se concluir que o Eco Veículo é altamente eficiente conseguindo valores de coeficiente de rolamento cerca de 85 % mais reduzidos do que um veículo do dia-a-dia.

Concluiu-se ainda que o coeficiente de arrasto aerodinâmico é fortemente dependente do número de Reynolds e que o valor medido no Eco Veículo XC20i está próximo dos mínimos teóricos. Sendo o  $C_X(\text{Re}=10^6) = 0,202$  e  $b = -0,484$  significa que se conseguem valores de coeficiente de arrasto aerodinâmico cerca de 40 % mais reduzidos do que os dos automóveis disponíveis no mercado.

---

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Bhushan, B. (Ed.), “Modern Tribology Handbook”, Volume one, CRC Press, 2000.

Carvalheira, P. F. V., Simulation of the performance of an extra-low fuel consumption vehicle, Proceedings of the International Conference on Modeling and Simulation, Marina del Rey, CA, USA, March 1 – 3, 2004, pp. 414-126.

Çengel, Yunus A. and Boles, Michael A., Thermodynamics: An Engineering Approach, McGraw-Hill International Editions, Mechanical Engineering Series, 1989.

Grappe, F., Candau, R., Barbier, B., Hoffman, M. D., Belli, A., and Rouillon, J.D., Influence of tyre pressure and vertical load on coefficient of rolling resistance and simulated cycling performance, Ergonomics, 1999, Vol. 10, pp. 1361-1371.

Incropera, F. P., DeWitt, D. P., Bergman, T. L. and Lavine, A. S., “Fundamentals of Heat and Mass Transfer”, 6th Ed., 2006.

Janssen, M.L. and Hall, G.L., “Effect of Ambient Temperature on Radial Tire Rolling Resistance,” Society of Automotive Engineers, paper 800090, 1980.

Michelin, “The Tyre. Rolling Resistance and Fuel Savings”, 2003.

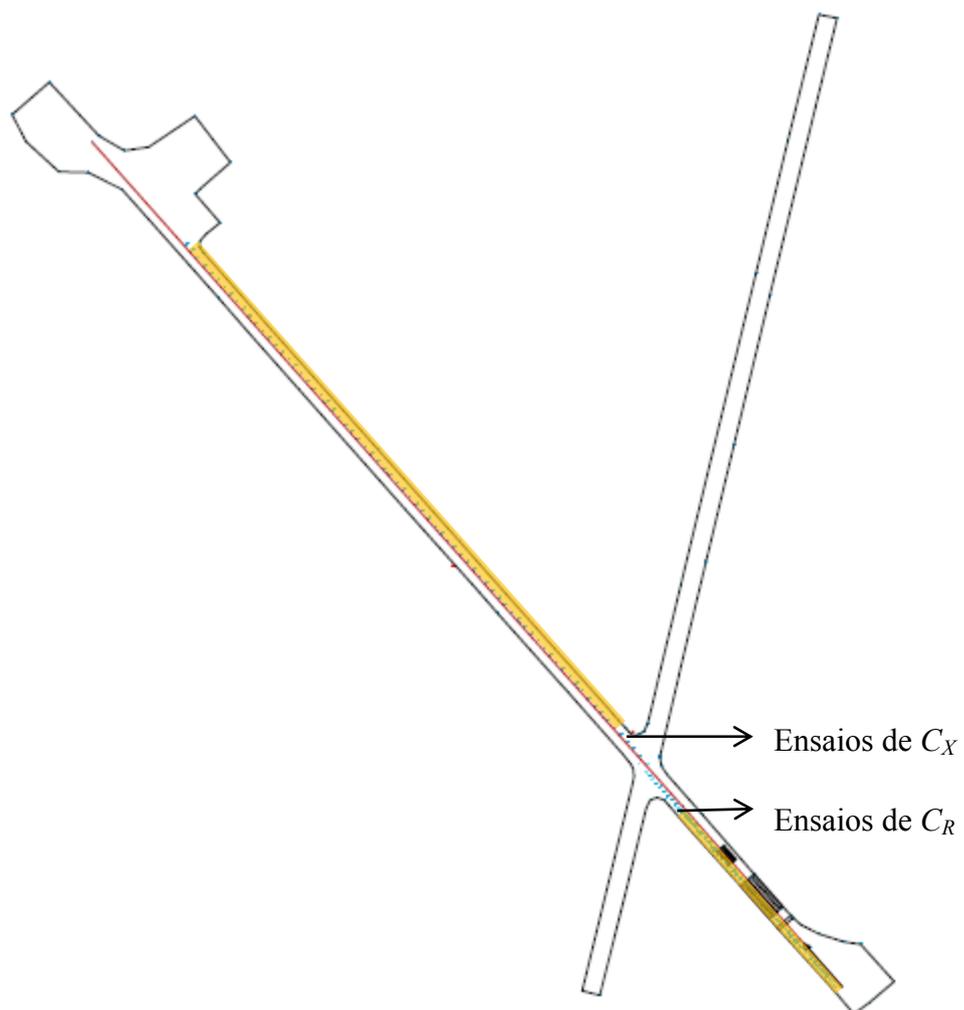
Santin, J.J., Onder C.H., Bernard, J., Isler, D., Kobler, P., Kolb, F., Weidmann, N., Guzzella, L., “The World’s Most Fuel Efficient Vehicle”, vdf Hochschulverlag AG an der ETH Zürich, 2007.

VanBlokland, G.J., Schwanen, W, Boere, S. W., “Influence of road surface characteristics on rolling resistance”, Müller – BBM Gruppe, 2009.

White, Frank M., “Fluid Mechanics” 4th Edition, McGraw-Hill, 1999.

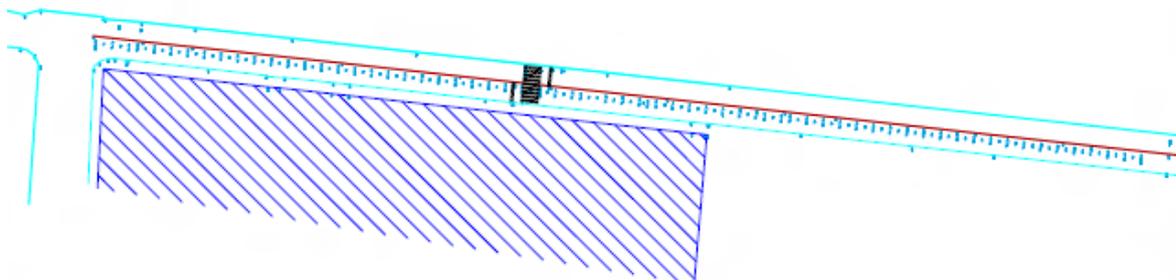
## ANEXO A

- Levantamento topográfico do Aeródromo da Lousã



## ANEXO B

- Levantamento topográfico da rua Sul do DEM



## APÊNDICE A – TABELAS DOS ENSAIOS

**APÊNDICE B - TOPOGRAFIA DO LOCAL DO ENSAIO  
DO COEFICIENTE DE RESISTÊNCIA AO ROLAMENTO  
NO AERÓDROMO DA LOUSÃ**

x [m]	h [m]	$\beta$ [Graus]	x [m]	h [m]	$\beta$ [Graus]	x [m]	h [m]	$\beta$ [Graus]
0	0,897	-0,538	49	0,626	-1,458	98	0,398	-2,288
1	0,893	-0,818	50	0,619	-1,355	99	0,394	-2,314
2	0,889	-1,082	51	0,613	-1,252	100	0,388	-2,307
3	0,885	-0,435	52	0,607	-1,149	101	0,385	-2,299
4	0,881	0,175	53	0,600	-1,046	102	0,386	-2,286
5	0,876	0,060	54	0,594	-0,943	103	0,377	-2,139
6	0,871	-0,055	55	0,587	-0,840	104	0,378	-2,025
7	0,867	-0,170	56	0,581	-0,737	105	0,378	-2,199
8	0,860	-0,284	57	0,575	-0,634	106	0,373	-2,373
9	0,853	-0,399	58	0,570	-0,531	107	0,368	-2,547
10	0,847	-0,513	59	0,568	-0,459	108	0,364	-2,721
11	0,838	-0,613	60	0,572	-0,693	109	0,355	-2,894
12	0,830	-0,713	61	0,571	-0,927	110	0,349	-2,906
13	0,822	-0,813	62	0,568	-1,136	111	0,337	-2,768
14	0,813	-0,913	63	0,562	-1,070	112	0,336	-2,630
15	0,805	-1,013	64	0,558	-1,041	113	0,337	-2,605
16	0,797	-1,110	65	0,550	-1,495	114	0,338	-2,665
17	0,790	-1,115	66	0,540	-1,949	115	0,335	-2,725
18	0,783	-1,120	67	0,532	-2,357	116	0,329	-2,440
19	0,777	-1,125	68	0,529	-2,202	117	0,320	-1,904
20	0,771	-1,130	69	0,524	-2,047	118	0,318	-2,069
21	0,765	-1,135	70	0,517	-1,885	119	0,311	-2,233
22	0,759	-1,132	71	0,514	-1,659	120	0,300	-2,390
23	0,752	-0,944	72	0,512	-1,432	121	0,294	-2,355
24	0,746	-0,769	73	0,507	-1,263	122	0,287	-2,321
25	0,741	-0,836	74	0,501	-1,576	123	0,281	-2,287
26	0,736	-0,903	75	0,499	-1,888	124	0,278	-2,265
27	0,729	-1,179	76	0,498	-2,201	125	0,273	-2,354
28	0,724	-1,043	77	0,490	-2,172	126	0,269	-2,444
29	0,720	-0,907	78	0,487	-1,764	127	0,265	-2,533
30	0,717	-0,780	79	0,484	-1,387	128	0,262	-2,474
31	0,710	-1,009	80	0,480	-1,390	129	0,258	-2,294
32	0,705	-1,238	81	0,474	-1,393	130	0,254	-2,114
33	0,701	-1,463	82	0,468	-1,417	131	0,252	-1,955
34	0,696	-1,556	83	0,459	-1,686	132	0,251	-1,811
35	0,693	-1,650	84	0,461	-1,934	133	0,249	-1,667
36	0,691	-1,730	85	0,450	-1,922	134	0,245	-1,656
37	0,684	-1,224	86	0,442	-1,910	135	0,239	-1,742
38	0,678	-1,159	87	0,438	-1,888	136	0,229	-1,829
39	0,673	-1,440	88	0,434	-1,725	137	0,221	-1,885
40	0,670	-1,721	89	0,430	-1,562	138	0,213	-1,919
41	0,666	-1,813	90	0,427	-1,439	139	0,202	-1,954
42	0,661	-1,760	91	0,417	-1,744	140	0,193	-2,100
43	0,660	-1,707	92	0,411	-2,049	141	0,185	-2,322
44	0,658	-1,973	93	0,407	-2,325	142	0,181	-2,543
45	0,651	-1,870	94	0,407	-2,243	143	0,178	-2,764
46	0,645	-1,767	95	0,404	-2,160	144	0,174	-2,985
47	0,638	-1,664	96	0,399	-2,092	145	0,170	
48	0,632	-1,561	97	0,398	-2,190			

# **APÊNDICE C - TOPOGRAFIA DO LOCAL DO ENSAIO DO COEFICIENTE DE ARRASTO AERODINÂMICO NO AERÓDROMO DA LOUSÃ**

x [m]	h [m]	$\beta$ [Graus]	x [m]	h [m]	$\beta$ [Graus]	x [m]	h [m]	$\beta$ [Graus]
0	3,890	0,005	49	3,773	1,973	98	3,247	1,271
1	3,889	0,241	50	3,764	1,795	99	3,236	1,294
2	3,888	0,170	51	3,754	1,617	100	3,225	1,316
3	3,887	0,099	52	3,743	1,438	101	3,214	1,301
4	3,886	0,029	53	3,731	1,260	102	3,202	1,274
5	3,885	-0,042	54	3,720	1,082	103	3,189	1,248
6	3,884	-0,105	55	3,709	0,903	104	3,177	1,222
7	3,881	-0,083	56	3,698	0,849	105	3,165	1,196
8	3,879	-0,061	57	3,688	1,107	106	3,155	1,169
9	3,876	-0,039	58	3,678	1,364	107	3,146	1,143
10	3,874	-0,016	59	3,668	1,622	108	3,137	1,117
11	3,872	0,030	60	3,658	1,880	109	3,127	1,091
12	3,874	0,181	61	3,648	2,029	110	3,118	1,065
13	3,875	0,333	62	3,637	1,991	111	3,109	1,127
14	3,877	0,484	63	3,627	1,954	112	3,101	1,210
15	3,878	0,636	64	3,616	1,917	113	3,093	1,294
16	3,879	0,788	65	3,605	1,879	114	3,085	1,377
17	3,877	0,939	66	3,593	1,836	115	3,077	1,460
18	3,875	1,091	67	3,580	1,783	116	3,069	1,474
19	3,874	1,242	68	3,567	1,729	117	3,061	1,479
20	3,872	1,394	69	3,554	1,676	118	3,053	1,484
21	3,870	1,499	70	3,541	1,622	119	3,045	1,489
22	3,868	1,441	71	3,529	1,569	120	3,036	1,494
23	3,866	1,384	72	3,518	1,515	121	3,021	1,499
24	3,864	1,327	73	3,507	1,462	122	3,006	1,504
25	3,861	1,270	74	3,497	1,408	123	2,991	1,509
26	3,860	1,213	75	3,486	1,355	124	2,976	1,514
27	3,858	1,156	76	3,476	1,314	125	2,962	1,519
28	3,857	1,099	77	3,468	1,289	126	2,955	1,524
29	3,856	1,041	78	3,459	1,265	127	2,947	1,529
30	3,855	0,984	79	3,451	1,240	128	2,939	1,535
31	3,854	1,004	80	3,443	1,216	129	2,932	1,540
32	3,853	1,152	81	3,433	1,191	130	2,924	1,545
33	3,853	1,299	82	3,422	1,167	131	2,910	1,550
34	3,853	1,446	83	3,411	1,142	132	2,896	1,556
35	3,852	1,594	84	3,401	1,118	133	2,883	1,561
36	3,851	1,726	85	3,390	1,093	134	2,869	1,566
37	3,846	1,812	86	3,379	1,069	135	2,856	1,596
38	3,841	1,898	87	3,367	1,044	136	2,846	1,735
39	3,836	1,984	88	3,355	1,020	137	2,835	1,875
40	3,831	2,070	89	3,343	0,995	138	2,825	2,014
41	3,825	2,155	90	3,331	0,971	139	2,814	2,153
42	3,821	2,241	91	3,321	0,999	140	2,804	2,275
43	3,816	2,327	92	3,310	1,049	141	2,794	2,321
44	3,811	2,413	93	3,300	1,098	142	2,783	2,366
45	3,806	2,499	94	3,290	1,148	143	2,773	2,411
46	3,800	2,508	95	3,280	1,197	144	2,763	2,457
47	3,791	2,330	96	3,269	1,227	145	2,753	2,453
48	3,782	2,152	97	3,258	1,249	146	2,743	2,276

x [m]	h [m]	$\beta$ [Graus]	x [m]	h [m]	$\beta$ [Graus]	x [m]	h [m]	$\beta$ [Graus]
147	2,734	2,099	196	2,212	2,319	245	1,609	1,829
148	2,724	1,922	197	2,200	2,383	246	1,599	1,849
149	2,714	1,746	198	2,188	2,447	247	1,589	1,869
150	2,704	1,619	199	2,177	2,511	248	1,579	1,889
151	2,692	1,661	200	2,163	2,489	249	1,569	1,909
152	2,680	1,703	201	2,149	2,422	250	1,556	1,840
153	2,668	1,745	202	2,135	2,355	251	1,543	1,766
154	2,656	1,787	203	2,121	2,289	252	1,530	1,691
155	2,644	1,829	204	2,107	2,222	253	1,516	1,616
156	2,631	1,872	205	2,094	2,155	254	1,503	1,542
157	2,618	1,914	206	2,082	2,089	255	1,487	1,467
158	2,605	1,956	207	2,069	2,022	256	1,471	1,393
159	2,592	1,998	208	2,057	1,955	257	1,455	1,318
160	2,581	2,013	209	2,045	1,888	258	1,439	1,243
161	2,573	2,005	210	2,031	1,920	259	1,423	1,169
162	2,564	1,996	211	2,017	1,989	260	1,406	1,094
163	2,555	1,987	212	2,003	2,059	261	1,390	1,019
164	2,546	1,978	213	1,989	2,128	262	1,374	0,945
165	2,536	1,970	214	1,975	2,197	263	1,357	0,870
166	2,524	1,961	215	1,965	2,177	264	1,341	0,796
167	2,512	1,952	216	1,955	2,130	265	1,328	0,785
168	2,500	1,943	217	1,945	2,084	266	1,315	0,774
169	2,488	1,935	218	1,936	2,037	267	1,302	0,764
170	2,477	1,960	219	1,926	1,990	268	1,289	0,753
171	2,467	2,019	220	1,913	1,944	269	1,276	0,742
172	2,457	2,078	221	1,900	1,897	270	1,261	0,731
173	2,447	2,137	222	1,887	1,851	271	1,246	0,720
174	2,437	2,195	223	1,873	1,804	272	1,230	0,709
175	2,428	2,254	224	1,860	1,758	273	1,215	0,699
176	2,419	2,313	225	1,850	1,711	274	1,200	0,696
177	2,411	2,371	226	1,840	1,664	275	1,184	0,831
178	2,403	2,430	227	1,831	1,618	276	1,168	0,967
179	2,394	2,489	228	1,821	1,571	277	1,152	1,102
180	2,385	2,479	229	1,812	1,525	278	1,136	1,237
181	2,374	2,417	230	1,799	1,531	279	1,120	1,372
182	2,364	2,355	231	1,785	1,551	280	1,106	1,507
183	2,353	2,293	232	1,771	1,570	281	1,092	1,643
184	2,343	2,231	233	1,757	1,590	282	1,078	1,778
185	2,332	2,169	234	1,744	1,610	283	1,064	1,913
186	2,322	2,107	235	1,732	1,630	284	1,050	2,027
187	2,312	2,045	236	1,722	1,650	285	1,033	2,022
188	2,301	1,983	237	1,711	1,670	286	1,017	2,017
189	2,291	1,921	238	1,700	1,690	287	1,000	2,012
190	2,280	1,934	239	1,689	1,710	288	0,983	2,006
191	2,269	1,998	240	1,675	1,730	289	0,967	2,001
192	2,258	2,062	241	1,661	1,749	290	0,951	1,996
193	2,246	2,126	242	1,647	1,769	291	0,935	1,991
194	2,235	2,191	243	1,633	1,789	292	0,919	1,986
195	2,224	2,255	244	1,619	1,809	293	0,904	1,981

x [m]	h [m]	$\beta$ [Graus]	x [m]	h [m]	$\beta$ [Graus]
294	0,888	1,964	343	0,187	1,195
295	0,874	1,912	344	0,173	1,210
296	0,859	1,860	345	0,160	1,441
297	0,845	1,809	346	0,148	1,671
298	0,830	1,757	347	0,135	1,902
299	0,817	1,705	348	0,123	2,133
300	0,809	1,653	349	0,110	2,363
301	0,800	1,602	350	0,095	2,363
302	0,792	1,550	351	0,079	2,363
303	0,783	1,498	352	0,063	2,363
304	0,774	1,472	353	0,047	2,363
305	0,762	1,517			
306	0,750	1,562			
307	0,739	1,607			
308	0,727	1,652			
309	0,715	1,697			
310	0,701	1,741			
311	0,688	1,786			
312	0,674	1,831			
313	0,661	1,876			
314	0,645	1,915			
315	0,627	1,944			
316	0,610	1,973			
317	0,592	2,002			
318	0,574	2,032			
319	0,558	2,061			
320	0,546	2,090			
321	0,534	2,119			
322	0,522	2,148			
323	0,510	2,177			
324	0,497	2,226			
325	0,481	2,302			
326	0,466	2,378			
327	0,450	2,454			
328	0,435	2,530			
329	0,419	2,606			
330	0,403	2,682			
331	0,387	2,758			
332	0,370	2,834			
333	0,354	2,910			
334	0,337	2,869			
335	0,321	2,683			
336	0,304	2,497			
337	0,288	2,311			
338	0,271	2,125			
339	0,254	1,939			
340	0,238	1,753			
341	0,221	1,567			
342	0,204	1,381			