



• U • C •

FCTUC FACULDADE DE CIÊNCIAS
E TECNOLOGIA
UNIVERSIDADE DE COIMBRA

DEPARTAMENTO DE
ENGENHARIA MECÂNICA

Determinação de Curvas de Tracção de Materiais Heterogéneos: Estudo Numérico

Dissertação apresentada para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia
Mecânica na Especialidade de Sistemas de Produção

Autor

Rui Miguel de Oliveira Branco

Orientadores

José Valdemar Fernandes

Nataliya Sakharova

Júri

Presidente	Marta Cristina Cardoso de Oliveira Professora Auxiliar da Universidade de Coimbra
	José Valdemar Fernandes Professor Catedrático da Universidade de Coimbra
	Altino de Jesus Roque Loureiro Professor Associado da Universidade de Coimbra
Vogais	Dulce Maria Esteves Rodrigues Professora Auxiliar da Universidade de Coimbra
	Nataliya Sakharova Investigadora Auxiliar da Universidade de Coimbra

Coimbra, Janeiro de 2011

“Há um tempo em que é preciso abandonar as roupas usadas, que já têm a forma do nosso corpo, e esquecer os nossos caminhos, que nos levam sempre aos mesmos lugares. É o tempo da travessia: e se não ousarmos fazê-la, teremos ficado, para sempre, à margem de nós mesmos.”

Fernando Teixeira de Andrade.

Aos meus Pais e aos meus Padrinhos.

Agradecimentos

O presente trabalho só foi possível graças à colaboração e apoio de algumas pessoas, às quais não posso deixar de prestar o meu reconhecimento.

Em primeiro lugar quero agradecer ao Grupo de Tecnologia Experimental e Computacional – CEMUC, do Departamento de Engenharia Mecânica da Universidade de Coimbra a hospitalidade e os meios postos à disposição.

Ao Professor José Valdemar Fernandes e à Professora Nataliya Sakharova devo a orientação, os esclarecimentos prestados e o incentivo na selecção do tema do trabalho. Quero ainda expressar o meu apreço pelo apoio e esforço dispendido na realização deste trabalho e pela leitura crítica e sugestiva do texto.

À Professora Marta Oliveira desejo manifestar o meu agradecimento pela disponibilidade e interesse demonstrados, a análise crítica, encorajamento e bom humor manifestados no presente estudo.

Ao meu colega Pedro Prates expresse a minha gratidão pelo apoio, partilha de conhecimentos e disponibilidade desde o início desta tarefa.

Aos amigos da “garagem” agradeço o companheirismo, a boa disposição e amizade que sempre demonstraram, contribuindo para um bom ambiente que tornou agradável a execução desta tese.

De uma forma muito particular, à família, pelo apoio incessante, carinho e encorajamento com que me acompanharam ao longo destes anos. A eles, palavras não bastam para manifestar o meu apreço.

Agradeço por fim, a todos os meus amigos, que não enumero por recear esquecer algum, que directa ou indirectamente, contribuíram para a realização deste trabalho.

Resumo

Este trabalho centra-se na análise do comportamento mecânico em tracção de provetes de materiais heterogéneos, desenvolvendo-se e testando-se uma metodologia para determinação de curvas de tracção locais desses materiais. Baseia-se em resultados obtidos por simulação numérica de ensaios de tracção de materiais heterogéneos fictícios, com propriedades plásticas variáveis de região para região, até ao máximo de 5 regiões, ao longo do comprimento do provete.

O modelo seleccionado para descrever o comportamento elasto-plástico dos materiais fictícios considera que o comportamento elástico do material é descrito pela lei de Hooke, a lei de encruamento utilizada é a de Swift e o critério de plasticidade utilizado é o critério isotrópico de von Mises. Consideram-se diferentes parâmetros para descrever o comportamento plástico dos materiais de cada região incluída nos provetes em estudo, de modo a considerar diferentes níveis de heterogeneidade das propriedades mecânicas e regiões distintas em número e dimensão. As simulações numéricas do ensaio de tracção são realizadas com o programa de elementos finitos tridimensional DD3IMP, desenvolvido para simular o processo de conformação plástica de chapas metálicas, entre outros.

A análise dos resultados obtidos com provetes de tracção heterogéneos compostos por diversos materiais fictícios, nomeadamente no que diz respeito à evolução das cargas em função do deslocamento e das trajectórias locais de deformação durante o ensaio, permitiu testar uma metodologia para determinação das curvas de tracção locais e proceder à respectiva validação numérica, assim como estudar as suas potencialidades e limitações. A validação numérica da metodologia proposta consistiu na comparação das curvas de tracção locais assim obtidas com as pré-definidas como dados de entrada no programa de simulação.

Palavras-chave: Provetes heterogéneos, Simulação numérica, Ensaio de tracção, Comportamento mecânico.

Abstract

This work focuses on the analysis of the mechanical behavior in uniaxial tension of samples of heterogeneous materials, leading to the development and testing of a methodology for determining local tensile curves of these materials. It is based on results obtained from the numerical simulation of tensile tests of fictitious heterogeneous materials, with plastic properties varying from region to region, with a maximum of five regions, along the specimen length.

The model chosen to describe the elastic-plastic behavior of the fictitious materials considers that the elastic behavior is described by the Hooke's Law, the isotropic hardening is described by the Swift law and that the yield criterion used is the von Mises isotropic criterion. Different parameters are used to describe the plastic behavior of the materials in each region of the specimen under study, in order to analyze different levels of heterogeneity of mechanical properties and number and size of each region. The numerical simulations of the tensile test are performed with the three-dimensional finite element program DD3IMP, developed to simulate sheet metal forming processes, among others.

The analysis of the results obtained for different tensile specimens, considering several fictitious heterogeneous materials, namely the force evolution with the displacement and the evolution of the local strain paths during the test, allowed to test a methodology for determining the local tensile curves and to perform its numerical validation, identifying its potentialities and limitations. The numerical validation consists in comparing the local tensile curves, obtained through the proposed methodology, with the ones pre-defined as input data to the simulation program.

Keywords Heterogeneous materials, Numerical simulation, Tensile test, Mechanical behaviour.

Índice

ÍNDICE DE FIGURAS	v
ÍNDICE DE TABELAS	viii
SIMBOLOGIA E SIGLAS.....	ix
Simbologia.....	ix
Siglas	ix
1. INTRODUÇÃO.....	1
2. METODOLOGIA.....	4
2.1. Geometria do provete.....	4
2.2. Regiões distintas do provete	5
2.3. Discretização do provete em elementos finitos	6
2.4. Leis de comportamento.....	7
2.5. Programas utilizados.....	8
3. RESULTADOS E DISCUSSÃO	9
3.1. Determinação de curvas de tracção locais: caso simples de homogeneidade de propriedades.....	9
3.2. Provetes constituídos por dois materiais com igual coeficiente de encruamento. 12	
3.2.1. Tensões limite de elasticidade de 100 e 150 MPa.....	13
3.2.2. Tensões limite de elasticidade de 100 e 200 MPa.....	21
3.2.3. Dissemelhança da tensão limite de elasticidade	26
3.3. Provetes constituídos por dois materiais com coeficientes de encruamento e tensões limite de elasticidade distintos.....	32
3.4. Provetes heterogéneos com cinco materiais distintos com gradiente de materiais	42
4. CONCLUSÃO E PERSPECTIVAS.....	49
5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	51

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. Geometria do provete.....	4
Figura 2. Modelo simplificado do provete.	5
Figura 3. Provete de tracção com cinco regiões passíveis de ter propriedades mecânicas diferentes (A, B, C, D e E), mostrando a posição dos nós analisados (pontos a vermelho), no caso do provete ser constituído por duas regiões distintas.	6
Figura 4. Provete de tracção com cinco regiões passíveis de ter propriedades mecânicas diferentes (A, B, C, D e E), mostrando a posição dos nós analisados (pontos a vermelho), no caso do provete ser constituído por cinco regiões distintas.....	6
Figura 5. Malha final do provete simplificado.	7
Figura 6. Evolução da carga vs. deslocamento, para o provete homogéneo.	10
Figura 7. Trajectórias das deformações (definidas por $\varepsilon_2/\varepsilon_1$) em quatro pontos do provete homogéneo, situados ao longo do seu eixo a 0, 2, 4 e 6 mm do centro do provete, em função das respectivas deformações longitudinais (ε_1).	11
Figura 8. Comparação das curvas de tracção <i>experimentais</i> (símbolos), determinadas em quatro pontos do provete homogéneo (situados ao longo do seu eixo a 0, 2, 4 e 6 mm do centro do provete), com a prevista pela lei de Swift (linha), cujos parâmetros estão indicados na Tabela 1.	12
Figura 9. Provetes heterogéneos com fronteira, entre as duas regiões com propriedades plásticas diferentes, distando do centro do provete de: (a) 2mm; (b) 4 mm; (c) 6 mm; e (d) 8 mm.	13
Figura 10. Evolução da carga vs. deslocamento para os provetes heterogéneos estudados nesta subsecção. Distâncias da fronteira ao centro do provete: 2 mm (f2mm); 4 mm (f4mm); 6 mm (f6mm); 8 mm (f8mm);.....	14
Figura 11. Trajectórias de deformação ($\varepsilon_2/\varepsilon_1$) em pontos do provete heterogéneo, em função das respectivas deformações longitudinais (ε_1). A fronteira da região central dista do centro do provete: (a) 2mm; (b) 4 mm; (c) 6 mm; e (d) 8 mm.	16
Figura 12. Desenho esquemático representando os efeitos do constrangimento nas trajectórias de deformação e de tensão, em pontos situados junto à fronteira entre as regiões mais macia e mais dura.	17
Figura 13. Detalhe dos provetes mostrando a distribuição da deformação longitudinal (ε_1), imediatamente antes da carga máxima, cuja fronteira entre regiões dista do centro do provete: (a) 2mm e (b) 8 mm. Nos pontos indicados foram determinadas as trajectórias de deformação ($\varepsilon_2/\varepsilon_1$), cujos valores se mostram na Tabela 3.....	17
Figura 14. Comparação das curvas de tracção <i>experimentais</i> (símbolos), em pontos do provete heterogéneo, com as dos dois materiais fictícios (linhas) em estudo nesta subsecção (ver parâmetros da lei de Swift na tabela 2). A fronteira da região central dista do centro do provete: (a) 2mm; (b) 4 mm; (c) 6 mm; e (d) 8 mm.	20
Figura 15. Evolução da carga vs. deslocamento para os provetes heterogéneos estudados nesta subsecção. Distâncias da fronteira ao centro do provete: 2 mm (f2mm); 4 mm (f4mm); 6 mm (f6mm); 8 mm (f8mm).	22

Figura 16. Trajectórias de deformação ($\varepsilon_2 / \varepsilon_1$) em pontos do provete heterogéneo, em função das respectivas deformações longitudinais (ε_1). A fronteira da região central dista do centro do provete de: (a) 2mm; (b) 4 mm; (c) 6 mm; e (d) 8 mm.	23
Figura 17. Comparação das curvas de tracção <i>experimentais</i> (símbolos), em pontos do provete heterogéneo, com as dos dois materiais fictícios (linhas) em estudo nesta subsecção (ver parâmetros da lei de Swift na Tabela 2). A fronteira da região central dista do centro do provete: (a) 2mm; (b) 4 mm; (c) 6 mm; e (d) 8 mm.	25
Figura 18. Detalhe das curvas de tracção <i>experimentais</i> determinadas no nó situado a 18 mm do centro do provete, para os diversos comprimentos de região central analisados nesta subsecção.	26
Figura 19. Evolução da carga vs. deslocamento para dos provetes heterogéneos estudados nesta subsecção. Distâncias da fronteira ao centro do provete: (a) 2 mm (f2mm); (b) 4 mm (f4mm);.....	28
Figura 20. Trajectórias de deformação ($\varepsilon_2 / \varepsilon_1$) em pontos do provete heterogéneo, em função das respectivas deformações longitudinais (ε_1) nos pontos situados na região macia. A fronteira da região central dista do centro do provete de: (a) 2mm; (b) 4 mm.	29
Figura 21. Evolução da trajectória de deformação ($\varepsilon_2 / \varepsilon_1$) em função da variação da tensão limite de elasticidade ($\Delta\sigma_0$) dos materiais estudados nesta subsecção, em pontos situados na região central a 2 mm da fronteira (figura traçada com base nos valores da Tabela 6).	30
Figura 22. Comparação das curvas de tracção <i>experimentais</i> (símbolos), na região central (macia) do provete heterogéneo, com a do material fictício (linha) em estudo nesta subsecção (ver parâmetros da lei de Swift na Tabela 5). A fronteira da região central dista do centro do provete: (a) 2mm; (b) 4 mm.	31
Figura 23. Evolução da carga vs. deslocamento para três dos provetes heterogéneos estudados nesta secção (ver Tabela 7), com coeficientes de encruamentos da região exterior de: 0,05, 0,10 e 0,15.	33
Figura 24. Trajectórias de deformação ($\varepsilon_2 / \varepsilon_1$) em função das respectivas deformações longitudinais (ε_1), em pontos dos três provetes heterogéneos: (a) MATER100-200-0,05; (b) MATER100-200-0,10; (c) MATER100-200-0,15. A fronteira da região central dista 6 mm do centro dos provetes.	34
Figura 25. Detalhe do provete MATER100-200-0,15 mostrando a distribuição da deformação longitudinal (ε_1), imediatamente após a carga máxima (a fronteira entre regiões dista 6 mm do centro do provete).	36
Figura 26. Comparação das curvas de tracção <i>experimentais</i> (símbolos), em pontos do provete heterogéneo, com as dos materiais fictícios (linhas) que constituem cada provete em estudo nesta secção (ver parâmetros da lei de Swift na Tabela 7): (a) MATER100-200-0,05; (b) MATER100-200-0,10; (c) MATER100-200-0,15.	37
Figura 27. Evolução da carga vs. deslocamento para três dos provetes heterogéneos estudados nesta secção (ver Tabela 8), com tensões limite de elasticidade da região exterior de: 150, 200 e 250 MPa.	39
Figura 28. Trajectórias de deformação ($\varepsilon_2 / \varepsilon_1$) em função das respectivas deformações longitudinais (ε_1), em pontos dos três provetes heterogéneos (ver parâmetros da lei de Swift na Tabela 8): (a) MATER100-150-0,10; (b) MATER100-200-0,10; (c) MATER100-250-0,10.	40
Figura 29. Detalhe do provete MATER100-250-0,10 mostrando a distribuição da deformação longitudinal (ε_1), após a carga máxima (a fronteira entre regiões dista 6 mm do centro do provete).	41

Figura 30. Comparação das curvas de tracção <i>experimentais</i> (símbolos), em pontos do provete heterogéneo, com as dos materiais fictícios (linhas) que constituem cada provete em estudo nesta secção (ver parâmetros da lei de Swift na Tabela 8): (a) MATER100-150-0,10; (b) MATER100-200-0,10; (c) MATER100-250-0,10.	42
Figura 31. Evolução da carga vs. deslocamento para os provetes heterogéneos com gradiente de materiais da Tabela 9.	44
Figura 32. Trajectórias de deformação (ϵ_2 / ϵ_1) em pontos do provete heterogéneo, em função das respectivas deformações longitudinais (ϵ_1) para provetes com gradiente de propriedades: (a) GRAD100-150; (b) GRAD100-200.	44
Figura 33. Detalhe dos provetes mostrando a distribuição da deformação longitudinal (ϵ_1), antes da carga máxima, para provetes com gradiente de materiais, estudados nesta secção: (a) GRAD100-150; (b) GRAD100-200.	45
Figura 34. Comparação das curvas de tracção <i>experimentais</i> (símbolos), em pontos do provete heterogéneo, com as dos materiais fictícios (linhas) que constituem cada provete em estudo nesta secção (ver parâmetros da lei de Swift na Tabela 9): (a) GRAD100-150; (b) GRAD100-200.	47
Figura 35. Detalhe da Figura 34, mas no caso das curvas fictícias considera-se a deformação total (elástica + plástica): (a) MATER100-150; (b) MATER100-200.	48

ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 1. Parâmetros da lei de Swift do material do provete homogéneo.	10
Tabela 2. Parâmetros da lei de Swift dos materiais dos provetes heterogéneos estudados nesta subsecção.	14
Tabela 3. Trajectórias de deformação (ϵ_2 / ϵ_1) nos pontos assinalados na Figura 13.	18
Tabela 4. Parâmetros da lei de Swift dos materiais dos provetes heterogéneos estudados nesta subsecção.	21
Tabela 5. Parâmetros da lei de Swift dos materiais dos provetes heterogéneos estudados nesta subsecção. Nesta tabela “Z” adquire os valores 2 e 4.	27
Tabela 6. Valor da trajectória de deformação (ϵ_2 / ϵ_1) em pontos do provete situados na região central, a 2 mm da fronteira. A fronteira da região central dista do centro do provete de: (a) 2mm; (b) 4 mm.	30
Tabela 7. Parâmetros da lei de Swift dos materiais dos três provetes referidos no início desta secção. O material da região central é igual para os três provetes, que têm comprimento igual a 6 mm.	32
Tabela 8. Parâmetros da lei de Swift dos materiais dos provetes com cruzamento de curvas de tracção estudados nesta secção, variando a tensão limite de elasticidade da região exterior.	38
Tabela 9. Parâmetros da lei de Swift dos materiais dos provetes com cinco regiões e gradiente de propriedades.	43

SIMBOLOGIA E SIGLAS

Simbologia

$\bar{\epsilon}$ – Deformação plástica equivalente

ϵ_0 – Parâmetro da lei de encruamento de Swift

ϵ_1 , ϵ_2 e ϵ_3 – Deformações plásticas logarítmicas, paralela e perpendicular à direcção de tracção, no plano da chapa, e em espessura, respectivamente

ν – Coeficiente de Poisson

$\bar{\sigma}$ – Tensão equivalente segundo von Mises

σ_0 – Tensão limite de elasticidade em tracção uniaxial

σ_1 , σ_2 e σ_3 – Tensões principais paralela e perpendicular à direcção de tracção, no plano da chapa, e em espessura, respectivamente

E – Módulo de Elasticidade

K – Parâmetro da lei de encruamento de Swift

n – Coeficiente de encruamento

O_x , O_y , O_z – Eixos do provete segundo o comprimento, a largura e a espessura, respectivamente

A_0 – Área inicial da secção transversal do provete

A – Área da secção transversal do provete, a cada momento da deformação

F – Força aplicada no provete, a cada momento da deformação

Siglas

CEMUC – Centro de Engenharia Mecânica da Universidade de Coimbra

DD3IMP – Programa de elementos finitos. Contracção de Deep Drawing 3D IMPlicit Code

GID – Programa de pré e pós-processamento para simulação numérica

1. INTRODUÇÃO

O aumento da complexidade de fabrico de estruturas heterogéneas estimulou a preocupação e a reflexão na análise do comportamento mecânico destas estruturas, muito utilizadas ao longo das últimas décadas.

De modo a analisar e compreender o comportamento em serviço de materiais e componentes onde surgem gradientes de propriedades, tornou-se crucial o estudo das suas características plásticas, que podem comprometer o correcto dimensionamento e funcionamento, nomeadamente em juntas soldadas (Leal e Loureiro, 2008; Rodrigues et al., 2004; Rodrigues et al., 2009).

De utilização relativamente recente, a técnica digital de correlação de imagem (*Digital Image Correlation Technique*) veio permitir estudar heterogeneidades de deformação, que acontecem em ensaios mecânicos de materiais (Rodrigues et al., 2010; Leal, 2010). No entanto, os resultados experimentais obtidos com esta técnica podem ser difíceis de interpretar, especialmente quando o objectivo é determinar a curva local de tensão-deformação plástica de materiais heterogéneos. O recurso ao método dos elementos finitos revela-se como uma ferramenta a utilizar para descrever a heterogeneidade de deformação plástica, que pode proporcionar uma interpretação fiável de resultados obtidos com a técnica digital de correlação de imagem. Neste contexto, o comportamento mecânico de um provete heterogéneo no ensaio de tracção uniaxial foi estudado com o recurso à simulação numérica.

Para obter os resultados de simulação numérica apresentados neste trabalho, recorreu-se ao programa de elementos finitos DD3IMP, desenvolvido e permanentemente actualizado no Grupo de Tecnologia Experimental e Computacional do Centro de Engenharia Mecânica da Universidade de Coimbra – CEMUC. Este programa é particularmente dedicado à simulação numérica tridimensional de processos de conformação plástica, nomeadamente à estampagem de chapas (Menezes e Teodosiu, 2000; Oliveira et al., 2008).

Neste estudo seleccionou-se um modelo mecânico em que se considerou um oitavo da geometria de um provete de tracção, por questões de simetria geométrica e de

propriedades do material. Deste modo, a simulação é consideravelmente mais rápida e, consequente, a recolha de resultados mais produtiva. No provete, de 1 mm de espessura, foram pré-definidas cinco regiões susceptíveis de terem comportamento mecânico diferente, com fronteiras distando do seu centro distâncias de 2, 4, 6 e 8mm. Todas as simulações realizadas neste estudo utilizam elementos finitos sólidos, trilineares de oito nós e as discretizações seleccionadas consideram sempre duas camadas de elementos finitos em meia espessura, isto é, cada camada de elementos finitos tem uma espessura de 0,25 mm.

A descrição do comportamento mecânico de materiais metálicos é geralmente efectuada com recurso a modelos cujas equações traduzem os resultados obtidos em ensaios experimentais. No caso da deformação plástica, estes modelos são geralmente baseados no comportamento obtido em tracção ou noutra qualquer trajectória de deformação e em observações macro e microscópicas, e representam de forma realista a evolução das suas propriedades plásticas durante a deformação.

Durante a deformação plástica, a superfície de plasticidade acompanha a evolução da tensão. A posição e o tamanho da superfície evolui por dilatação e/ou translação, descritas pelo tipo de encruamento do material. Além da lei de Hooke generalizada, para descrever o comportamento elástico dos materiais, foram utilizadas as seguintes leis constitutivas para descrever o comportamento plástico (von Mises, 1913; Swift, 1952) a introduzir na simulação numérica pelo método de elementos finitos:

- o critério de plasticidade isotrópico de von Mises:

$$\bar{\sigma} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} \quad (1)$$

em que $\bar{\sigma}$ é a tensão equivalente, e σ_i , com $i = 1, 2$ e 3 , representa as tensões principais, que caracterizam o estado de tensão em cada ponto do provete;

- a lei de encruamento de Swift:

$$\bar{\sigma} = k(\bar{\epsilon} + \epsilon_0)^n \quad (2)$$

em que $\bar{\epsilon}$ é a deformação plástica equivalente e k , ϵ_0 e n são os parâmetros desta lei, sendo n designado por coeficiente de encruamento.

Neste trabalho realizaram-se ensaios de tracção de provetes numéricos heterogéneos, isto é, com propriedades plásticas que variam de modo discreto, ao longo do comprimento do provete. Vários tipos de casos foram tratados, nomeadamente foram realizados ensaios em provetes com duas e cinco regiões com propriedades plásticas

distintas, às quais se associam materiais fictícios, com valores da tensão limite de elasticidade e do coeficiente de encruamento devidamente escolhidos. Deste modo, foi possível realizar um estudo sistemático sobre a influência destes parâmetros, assim como do tamanho e do número de regiões distintas, no comportamento do provete heterogéneo. Particularmente, o estudo incidiu sobre a análise da trajectória de deformação plástica, dentro de cada região. Além disso, validou-se numericamente uma metodologia para determinação das curvas de tracção locais, em pontos situados ao longo do eixo do provete.

2. METODOLOGIA

Neste capítulo apresenta-se o procedimento utilizado na simulação numérica do ensaio de tracção. Inicialmente definem-se a geometria do provete, o seu modelo simplificado e as regiões passíveis de terem propriedades distintas e procedeu-se à discretização do provete em elementos finitos. Posteriormente, apresentam-se as opções tomadas referentes aos modelos constitutivos dos materiais e descrevem-se sucintamente os programas utilizados.

2.1. Geometria do provete

A geometria do provete de tracção, em chapa de 1 mm de espessura, é apresentada na Figura 1. O provete simulado equivalente está representado na Figura 2, em que se destaca um oitavo do provete, utilizado na simulação numérica, de modo a possibilitar maior rapidez de cálculo, sem comprometer a fiabilidade dos resultados. Esta simplificação é possível devido às simetrias geométricas e de comportamento do material, que é considerado isotrópico. Na Figura 2 indicam-se também os eixos Ox , Oy e Oz , em que Ox é paralelo à direcção de tracção, Oz é perpendicular ao plano da chapa e Oy é perpendicular aos dois primeiros.

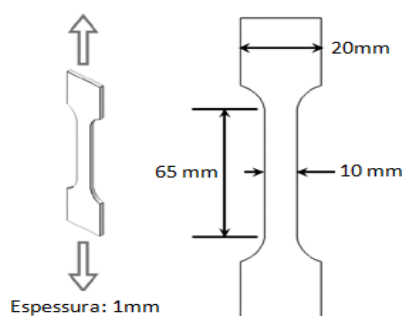


Figura 1. Geometria do provete.

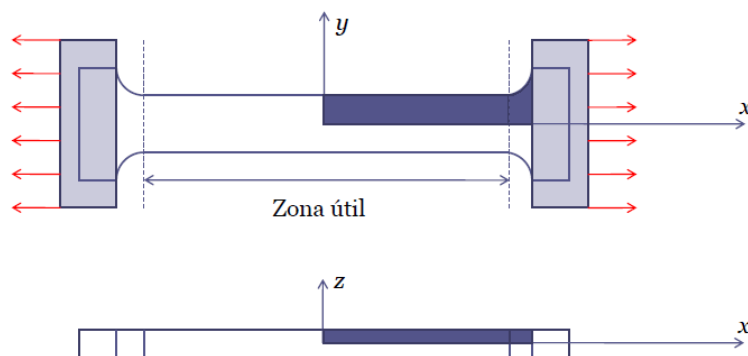


Figura 2. Modelo simplificado do provete.

2.2. Regiões distintas do provete

Com o objectivo de estudar o comportamento mecânico em vários pontos de provetes heterogéneos, predefiniram-se cinco regiões distintas, passíveis de apresentar diferentes comportamentos mecânicos, com fronteiras distando 2, 4, 6 e 8 mm, do centro do provete, como se mostra na Figura 3 e na Figura 4. Nos casos em que foram consideradas apenas duas regiões (central e exterior) com propriedades mecânicas dissemelhantes (cuja fronteira pode situar-se a 2, 4, 6 ou 8 mm do centro), os resultados foram analisados nos nós que são exemplificados na mesma figura, distando 0, 2, 4, 6, e 18 mm do centro do provete, quando não coincidiam com a fronteira entre as duas regiões (Figura 3). Nos casos em que foram consideradas cinco regiões com propriedades mecânicas dissemelhantes, a análise nos pontos situados 0 e 18 mm do centro mantém-se, mas os restantes pontos analisados situam-se agora a 3, 5 e 7 mm do centro (em vez de 2, 4 e 6 mm) (Figura 4). O objectivo foi, também aqui, evitar efectuar a análise em pontos situados na fronteira entre regiões, cujos resultados representam, de algum modo, uma mistura dos comportamentos das regiões adjacentes. Assim, estes últimos pontos situam-se agora no centro das regiões B, C e D, respectivamente.

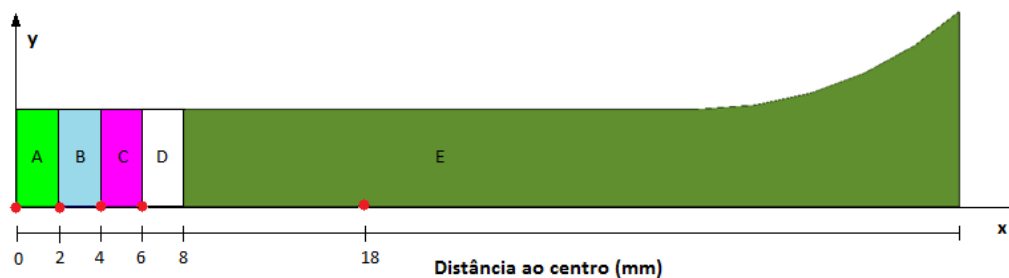


Figura 3. Provete de tracção com cinco regiões passíveis de ter propriedades mecânicas diferentes (A, B, C, D e E), mostrando a posição dos nós analisados (pontos a vermelho), no caso do provete ser constituído por duas regiões distintas.

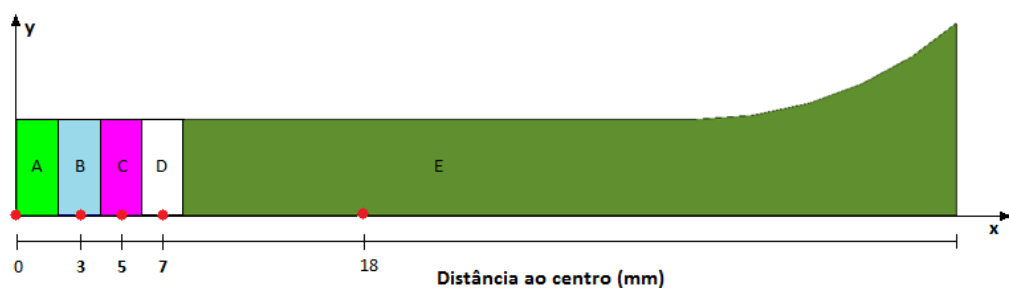


Figura 4. Provete de tracção com cinco regiões passíveis de ter propriedades mecânicas diferentes (A, B, C, D e E), mostrando a posição dos nós analisados (pontos a vermelho), no caso do provete ser constituído por cinco regiões distintas.

2.3. Discretização do provete em elementos finitos

A malha seleccionada para o modelo utilizado na simulação numérica foi escolhida com a finalidade de reproduzir, o mais fielmente possível, as condições de ensaio experimentais. Foram produzidas e testadas várias malhas, dando ênfase à rapidez de processamento de dados, sem prejudicar o rigor pretendido. Concluiu-se que a malha, apresentada na Figura 5, é adequada para o objectivo pretendido. Esta malha é constituída por 20 elementos segundo a direcção Oy e 8 elementos segundo a direcção Ox, para cada uma das 4 primeiras zonas passíveis de apresentar comportamentos mecânicos distintos. Entre o início da 5ª zona e a extremidade do provete continuaram a considerar-se 20 elementos segundo Oy e 58 elementos segundo Ox, cuja dimensão aumenta gradualmente. A região da cabeça do provete foi também considerada no modelo, tendo-se escolhido o mesmo número de elementos segundo Oy e 5 elementos segundo Ox. Para finalizar a discretização, seleccionaram-se 2 camadas de elementos segundo Oz, ou seja, em meia

espessura do provete. Globalmente, esta discretização permite garantir uma razão de dimensão dos elementos finitos próxima de 1, na zona útil do provete.

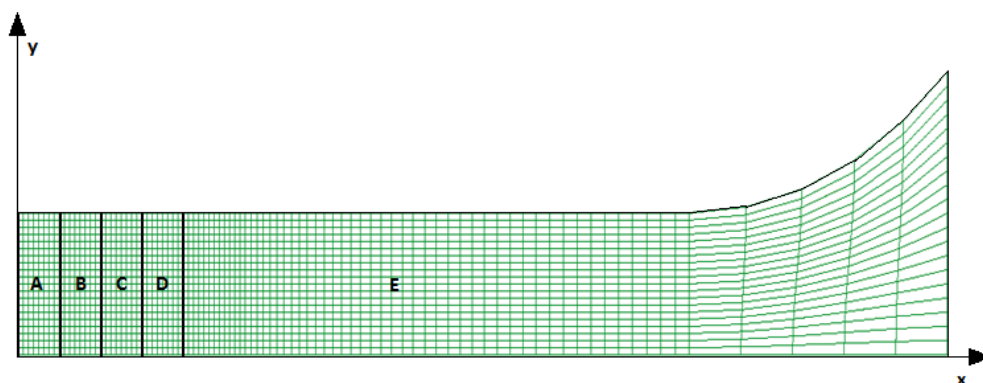


Figura 5. Malha final do provete simplificado.

2.4. Leis de comportamento

Para modelar o comportamento plástico de um material, é necessário descrevê-lo através de uma superfície de plasticidade ou superfície limite de elasticidade, definida por critérios de plasticidade, com encruamento isotrópico e por uma lei de encruamento, isto é, relacionando a tensão real com a deformação plástica.

Com a finalidade de descrever o comportamento plástico na trajectória de tracção dos provetes de materiais heterogéneos fictícios aqui analisados, utilizaram-se as seguintes leis constitutivas para modelar o comportamento elasto-plástico: o comportamento elástico segue a lei de Hooke generalizada; para descrever o comportamento plástico dos materiais foram seleccionados o critério isotrópico de von Mises (equação (1)) com encruamento isotrópico e a lei de encruamento de Swift (equação (2)).

Como os parâmetros da lei de Swift a introduzir no programa de elementos finitos são σ_0 , k , n e não k , ε_0 e n que surgem na equação (1), deve tomar-se em consideração que $\sigma_0 = k\varepsilon_0^n$, sendo σ_0 a tensão limite de elasticidade do material. Além disso, as constantes elásticas do material são também dados de entrada das simulações, em particular o módulo de elasticidade ou módulo de Young, E , e o coeficiente de Poisson, ν .

2.5. Programas utilizados

As simulações numéricas do ensaio de tracção foram realizadas com o programa de elementos finitos DD3IMP, continuamente actualizado no Grupo de Tecnologia Experimental e Computacional – CEMUC (Menezes e Teodosiu, 2000; Oliveira et al., 2008). O programa GID (versão 9.0.4) foi utilizado como pré e pós-processador, para a construção do modelo e visualização dos resultados das simulações numéricas, respectivamente. O tratamento dos resultados foi realizado com o auxílio do Microsoft EXCEL[®], através da elaboração de um modelo de folha de cálculo, de modo a facilitar a comparação directa dos resultados e a construção dos gráficos apresentados neste trabalho.

3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

No decorrer deste estudo, analisaram-se os resultados de ensaios de tracção de provetes constituídos por dois ou mais materiais fictícios, isto é, com heterogeneidade de propriedades ao longo do eixo do provete. Pretendeu realizar-se um estudo sistemático, de modo a compreender diversos aspectos que podem influenciar o comportamento em tracção de materiais heterogéneos, nomeadamente:

- Comportamento plástico de cada região: valores do coeficiente de encruamento e da tensão limite de elasticidade.
- Tamanho e número de regiões (duas ou mais), com comportamentos plásticos distintos.

Durante este estudo, foram efectuadas várias simulações, para cumprir os objectivos acima referidos. Em todos os casos estudados, as características elásticas dos materiais fictícios foram sempre as mesmas, a saber: módulo de elasticidade $E = 72$ GPa e coeficiente de Poisson $\nu = 0,33$. Estes valores foram escolhidos iguais aos do alumínio, para servirem de base ao estudo experimental de soldaduras por fricção linear deste material, cuja investigação se desenrola no Grupo de Tecnologia Experimental e Computacional - CEMUC. As características plásticas dos materiais são indicadas em cada caso, sendo o valor de ε_0 sempre igual a 0,005.

3.1. Determinação de curvas de tracção locais: caso simples de homogeneidade de propriedades

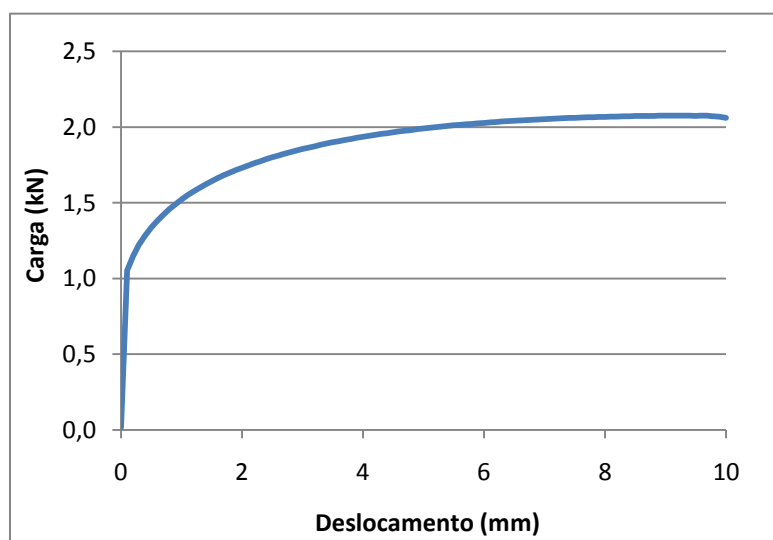
Simulou-se inicialmente um provete homogéneo, ou seja, constituído integralmente por um único material. Neste provete testou-se um procedimento para determinação das curvas de tracção locais, com o objectivo de ser utilizado também no caso de materiais heterogéneos.

Os parâmetros da lei de Swift do material do provete homogéneo estão representadas na Tabela 1.

Tabela 1. Parâmetros da lei de Swift do material do provete homogéneo.

Material:	σ_0 (MPa)	n	k (MPa)
Provete homogéneo	100	0,25	376,06

A evolução da carga em função do deslocamento durante o ensaio de tracção do provete, está representada até à carga máxima na Figura 6.

**Figura 6.** Evolução da carga vs. deslocamento, para o provete homogéneo.

Neste provete foram analisadas as trajetórias de deformação em diversos pontos da amostra, que deverão corresponder à trajetória de tracção pura. O estudo incidiu sobre pontos situados a 0, 2, 4 e 6 mm do centro do provete (designados respectivamente por: “Nó 0mm, “Nó 2mm, “Nó 4mm, “Nó 6mm), ao longo do seu eixo. Para caracterizar as trajetórias de deformação e a sua evolução durante a deformação, escolheu-se a razão $\varepsilon_2/\varepsilon_1$, entre a deformação transversal no plano da chapa, ε_2 , e a deformação na direcção do eixo do provete, ε_1 . Na Figura 7, mostra-se a evolução $\varepsilon_2/\varepsilon_1$ vs. ε_1 para os pontos mencionados.

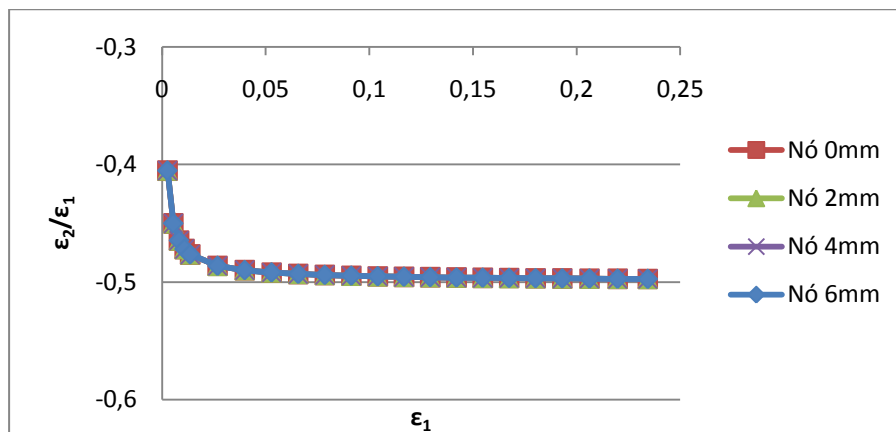


Figura 7. Trajectórias das deformações (definidas por ϵ_2/ϵ_1) em quatro pontos do provete homogéneo, situados ao longo do seu eixo a 0, 2, 4 e 6 mm do centro do provete, em função das respectivas deformações longitudinais (ϵ_1).

A evolução ϵ_2/ϵ_1 vs. ϵ_1 é absolutamente igual em todos os pontos. A razão ϵ_2/ϵ_1 é inicialmente maior do que -0,5, mas tende para este valor, do qual se aproxima para valores de ϵ_1 iguais a 0,05. Este afastamento inicial, do valor -0,5, deve-se ao facto de ϵ_1 e ϵ_2 representarem as deformações totais (elásticas + plásticas) e não só a deformação plástica. Neste último caso, o valor da razão ϵ_2/ϵ_1 deverá ser igual a -0,5, uma vez que o material é isotrópico, isto é, obedece ao critério de von Mises. À medida que a deformação evolui, o valor da deformação plástica aumenta relativamente ao da deformação elástica e, consequentemente, aproxima-se do valor da deformação total.

A metodologia para determinação das curvas de tracção locais é agora indicada e testada para este provete, com propriedades plásticas homogéneas. Ela consiste em utilizar os resultados provenientes do programa DD3IMP, nomeadamente os valores das deformações ϵ_1 em cada nó e a sua evolução, durante a deformação, em função do deslocamento e da força aplicada ao provete. Nestas condições é possível aceder ao valor da área da secção transversal do provete, em cada ponto, e determinar o valor da respectiva tensão normal, σ_1 , de acordo com as seguintes equações:

$$A = \frac{A_0}{e^{\epsilon_1}} \quad (3)$$

$$\sigma_1 = \frac{F}{A} \quad (4)$$

em que A_0 é a área inicial da secção transversal do provete; A e F são, respectivamente, os valores da área e da força aplicada na secção transversal do provete, a cada momento da deformação.

Na Figura 8 comparam-se as curvas reais (σ_1) vs. deformação (ϵ_1) resultantes da simulação, isto é, utilizando o procedimento atrás descrito (para facilitar, de agora em diante, designam-se por *experimentais* as curvas assim obtidas), com as do material fictício em estudo, cujos parâmetros da lei de Swift (Tabela 1) foram escolhidos como dados de entrada no programa DD3IMP. Nesta figura observa-se que as curvas de tracção nos 4 pontos analisados (distanto 0, 2, 4 e 6 mm do centro do provete) acompanham sempre a curva do material fictício, até à carga máxima. Assim, fica concluído o primeiro teste à utilização desta metodologia para determinação de curvas de tracção locais, realizado para o caso de um provete homogéneo.

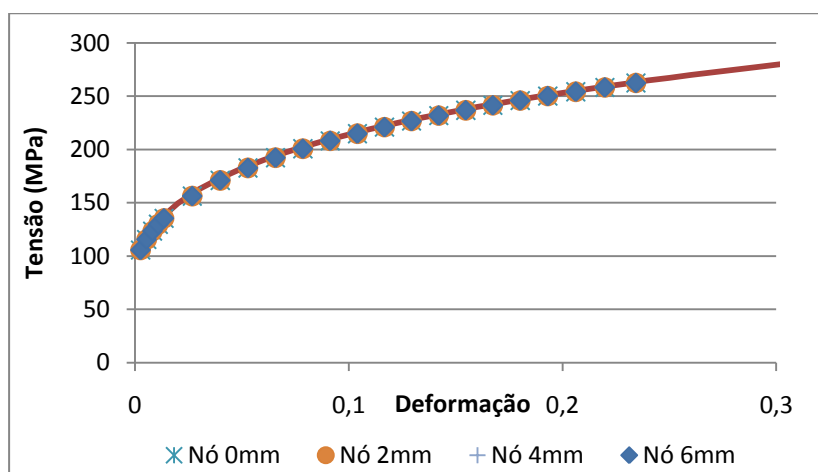


Figura 8. Comparação das curvas de tracção *experimentais* (símbolos), determinadas em quatro pontos do provete homogéneo (situados ao longo do seu eixo a 0, 2, 4 e 6 mm do centro do provete), com a prevista pela lei de Swift (linha), cujos parâmetros estão indicados na Tabela 1.

Nas secções seguintes testa-se esta metodologia em casos de determinação das curvas de tracção locais de provetes heterogéneos, o que constitui um dos objectivos desta tese.

3.2. Provetes constituídos por dois materiais com igual coeficiente de encruamento

Nesta secção analisam-se os resultados de tracção de provetes heterogéneos, constituídos por dois materiais distintos e com diferentes comprimentos da região central. Três subsecções são consideradas: nas duas primeiras os materiais constituintes do provete têm o mesmo valor do coeficiente de encruamento e tensões limite de elasticidade diferentes (esta diferença aumenta da primeira para a segunda secção). Em ambas

subsecções são considerados provetes com diferentes comprimentos da região central, iguais a 2, 4, 6 e 8 mm, como se mostra na Figura 9. Na terceira subsecção fixa-se o comprimento da região central do provete (igual a 2 e 4 mm) e varia-se o valor da tensão limite de elasticidade da região exterior. Em todas estas subsecções, o valor do coeficiente de encruamento dos materiais é $n = 0,25$.

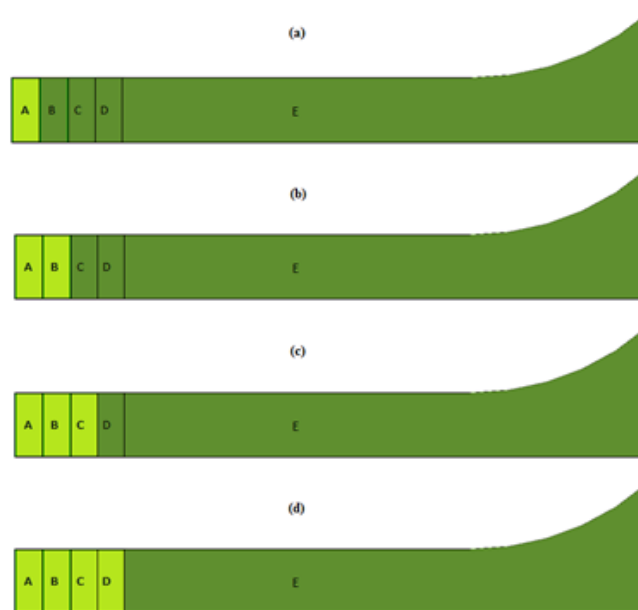


Figura 9. Provetes heterogéneos com fronteira, entre as duas regiões com propriedades plásticas diferentes, distando do centro do provete de: (a) 2mm; (b) 4 mm; (c) 6 mm; e (d) 8 mm.

Para facilitar a leitura das figuras desta secção, utiliza-se a seguinte designação para o provete constituído por dois materiais: “MATERXXX-YYY-fZmm”, em que XXX e YYY são os valores da tensão limite de elasticidade da região central e da região exterior do provete, respectivamente, e Z indica o comprimento da região central, em milímetros. Nas figuras, os nós a que se referem os resultados são referenciados pela sua distância ao centro do provete, por exemplo, “Nó Kmm”, indica que a distância deste nó ao centro do provete é de K mm.

3.2.1. Tensões limite de elasticidade de 100 e 150 MPa

As propriedades plásticas dos dois materiais dos provetes aqui analisados estão indicadas na Tabela 2. Ambos os materiais têm o coeficiente de encruamento $n = 0,25$, mas têm valores de tensão limite de elasticidade diferentes: 100 MPa, o material na região central do provete, e 150 MPa, o material da região remanescente (mais exterior). Foram

considerados quatro casos distintos no que respeita ao tamanho destas regiões, com comprimentos da região central iguais a 2, 4, 6 e 8 mm, conforme se indicou na Figura 9.

Tabela 2. Parâmetros da lei de Swift dos materiais dos provetes heterogéneos estudados nesta subsecção.

Materiais:	σ_0 (MPa)	n	k (MPa)
Região central	100	0,25	376,06
Região exterior	150	0,25	564,09

A evolução da carga em função do deslocamento, durante o ensaio de tracção, está representada na Figura 10, para quatro comprimentos distintos da região central do provete. O valor da carga máxima diminui e o valor do respectivo deslocamento aumenta quando o comprimento desta região aumenta.

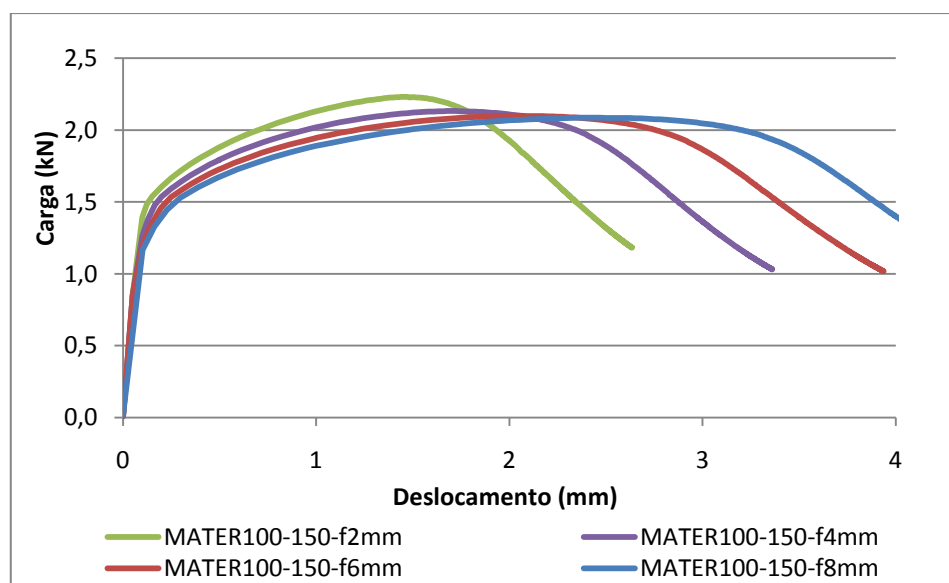
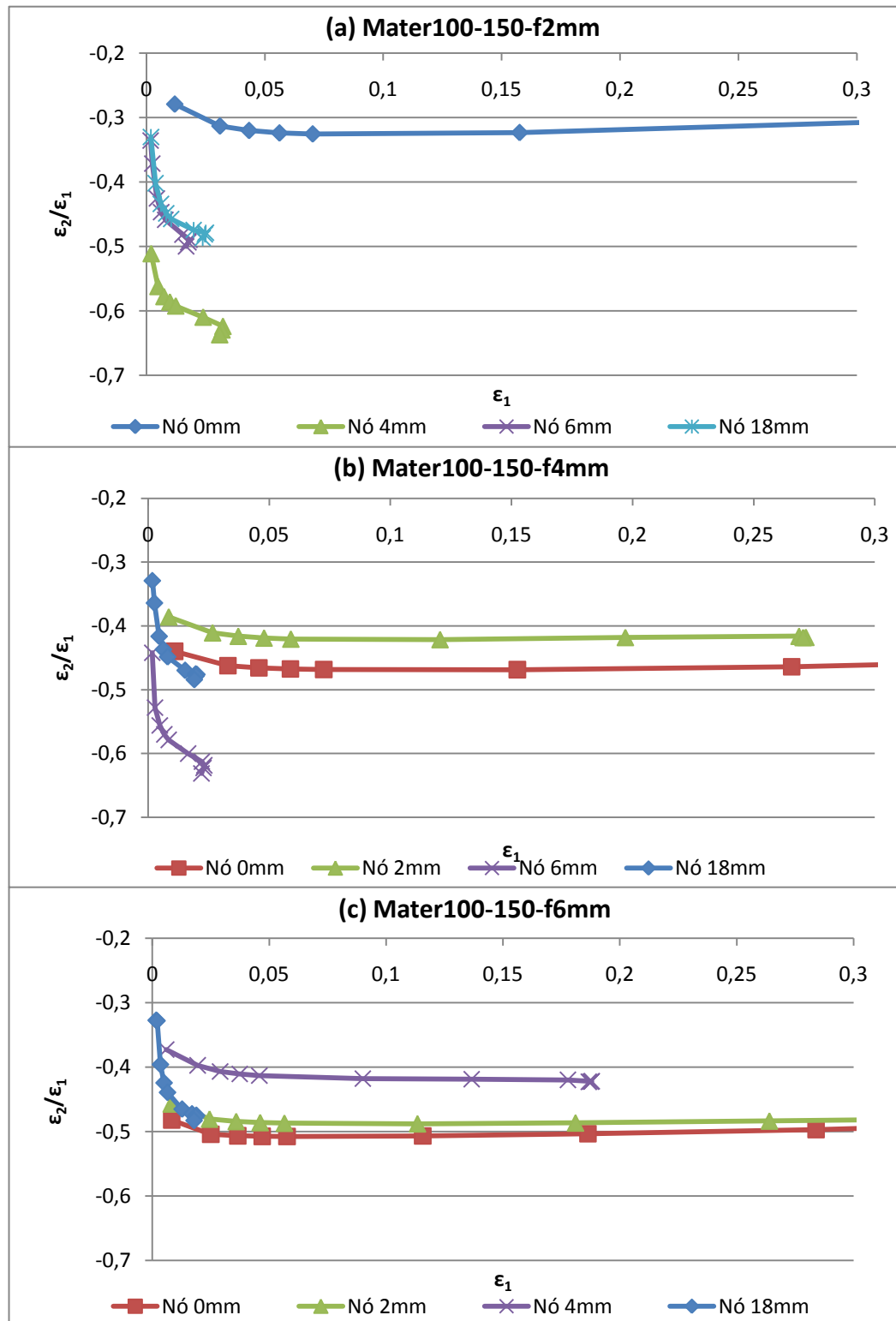


Figura 10. Evolução da carga vs. deslocamento para os provetes heterogéneos estudados nesta subsecção. Distâncias da fronteira ao centro do provete: 2 mm (f2mm); 4 mm (f4mm); 6 mm (f6mm); 8 mm (f8mm);

Para os diferentes casos indicados na Figura 10, analisaram-se as trajectórias de deformação e a sua evolução durante a deformação, isto é, representou-se a razão $\varepsilon_2/\varepsilon_1$ em função de ε_1 , como se mostra na Figura 11. Os resultados indicados foram obtidos até valores de deslocamento superiores ao correspondente à carga máxima. A deformação nos pontos mais centrais do provete não está integralmente representada, uma vez que a escala

foi alargada de modo a tornar bem perceptível a evolução da trajectória de deformação dos restantes pontos.



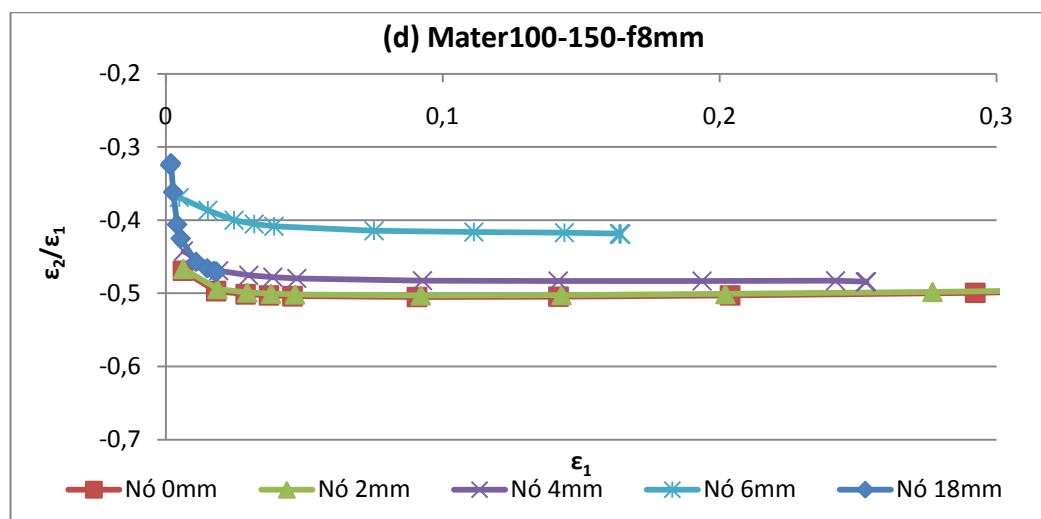


Figura 11. Trajectórias de deformação (ϵ_2/ϵ_1) em pontos do provete heterogéneo, em função das respectivas deformações longitudinais (ϵ_1). A fronteira da região central dista do centro do provete: (a) 2mm; (b) 4 mm; (c) 6 mm; e (d) 8 mm.

É visível na Figura 11 que nem todas as trajetórias de deformação tendem para a trajetória à tracção ($\epsilon_2/\epsilon_1 = -0,5$). Isto deve-se ao facto da heterogeneidade de propriedades plásticas criar constrangimentos que alteram a trajetória de deformação (e de tensão), como se mostra esquematicamente na Figura 12. De facto, estes constrangimentos são tais que, fazem tender as trajetórias para valores de ϵ_2/ϵ_1 superiores a -0,5, no caso da região mais macia, e inferiores a -0,5 no caso da região mais dura, para pontos situados próximos e equidistantes da fronteira (ver Figura 11 (a) e Figura 11 (b), para pontos a 2 mm da fronteira). À medida que os pontos se afastam da fronteira, este efeito atenua-se (ver, por exemplo, Figura 11 (a), para a região exterior do provete e Figura 11 (b), (c) e (d), para a região central). Concluindo, os constrangimentos acima referidos fazem sentir-se essencialmente junto à fronteira entre as duas regiões.

Na Figura 11 observa-se ainda que, na região mais macia do provete (região central), as deformações atingidas, até ao fim do ensaio, são manifestamente superiores às da região remanescente. Na região macia (central), à medida que os pontos se afastam da fronteira entre as duas regiões, a deformação atingida aumenta.

Na Figura 13 mostram-se exemplos da distribuição da deformação longitudinal ϵ_1 , imediatamente antes da carga máxima, para as simulações dos provetes “MATER100-150-f2mm” e “MATER100-150-f8mm”, cuja fronteira entre regiões dista do centro do provete 2 e 8 mm, respectivamente.

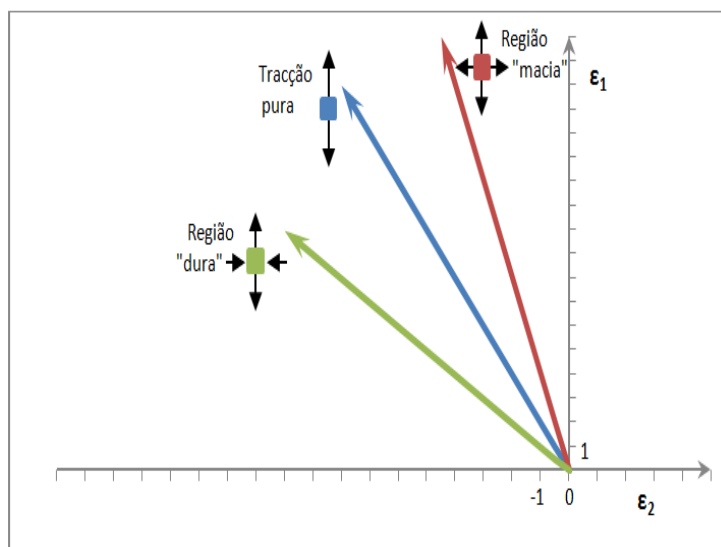


Figura 12. Desenho esquemático representando os efeitos do constrangimento nas trajectórias de deformação e de tensão, em pontos situados junto à fronteira entre as regiões mais macia e mais dura.

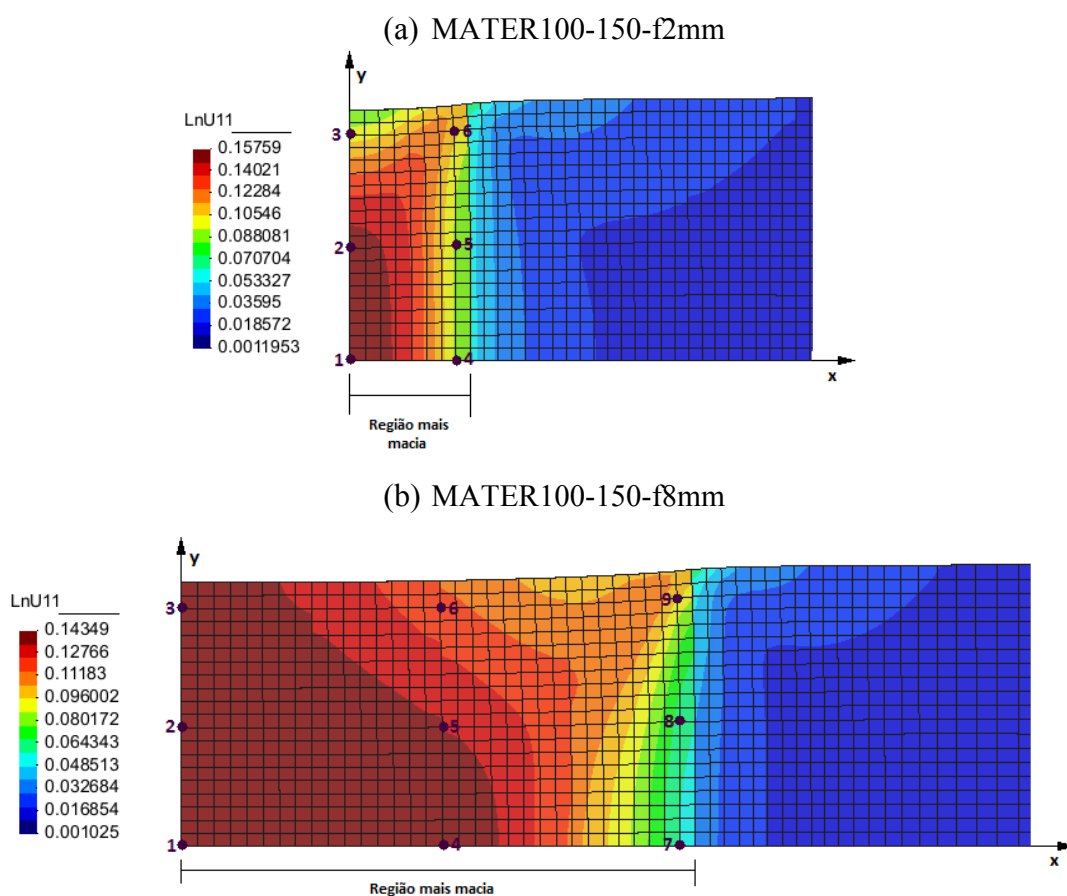


Figura 13. Detalhe dos provetes mostrando a distribuição da deformação longitudinal (ϵ_1), imediatamente antes da carga máxima, cuja fronteira entre regiões dista do centro do provete: (a) 2mm e (b) 8 mm. Nos pontos indicados foram determinadas as trajectórias de deformação (ϵ_2 / ϵ_1), cujos valores se mostram na Tabela 3.

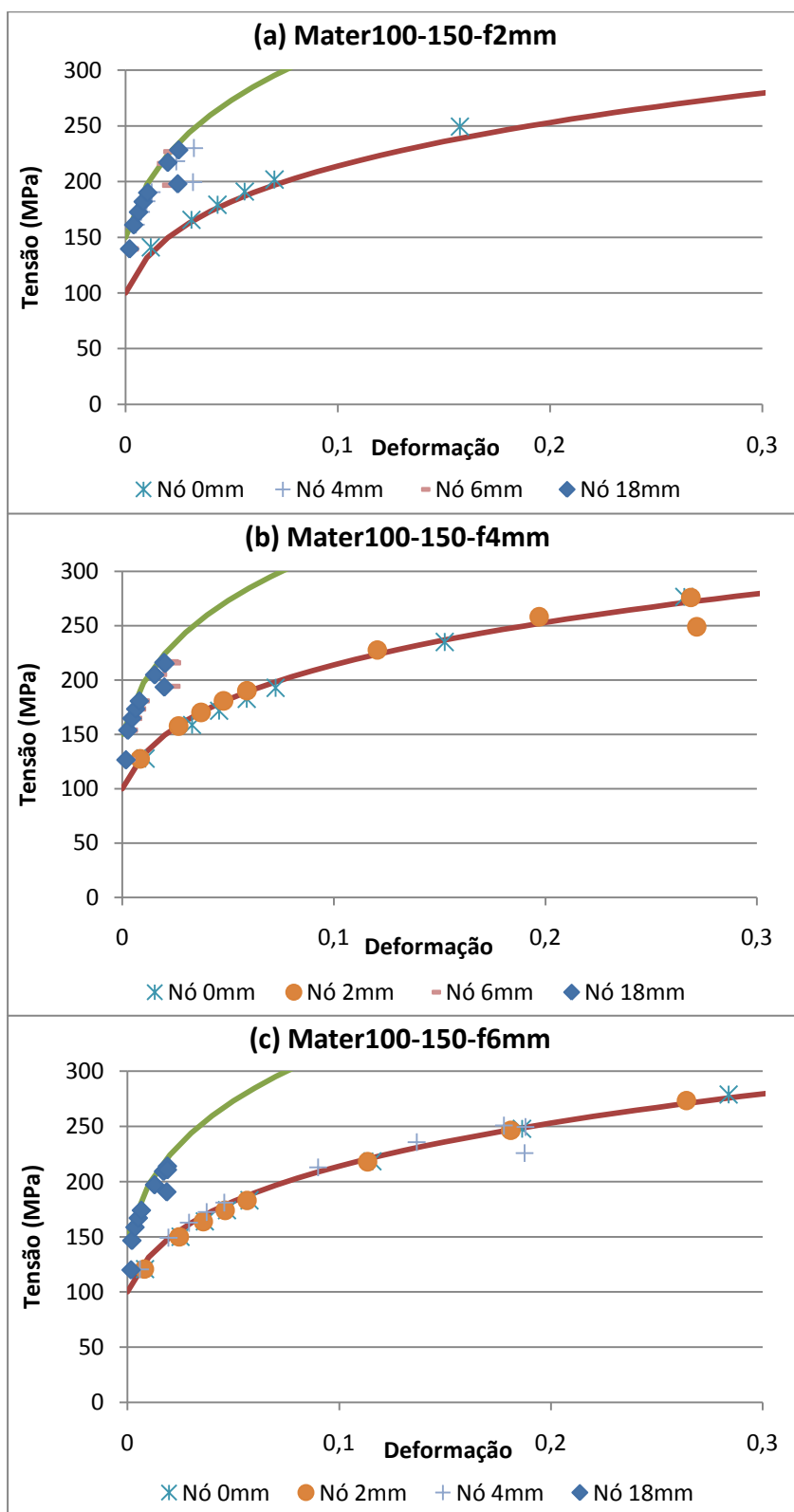
Estas figuras revelam o modo como o constrangimento influencia a distribuição da deformação (ε_1), na proximidade da fronteira entre regiões. Na região central, o valor de (ε_1) tende a diminuir com a proximidade da fronteira, enquanto que na região exterior acontece o oposto. A severidade destas alterações é maior em pontos próximos ao eixo do que junto ao bordo do provete, ou seja, o constrangimento tem efeitos mais notórios ao longo do eixo do provete. Fizeram-se análises complementares em pontos da região central de cada um dos provetes da Figura 13 (a localização destes pontos está indicada nesta figura), para determinação das respectivas trajectórias de deformação. Os resultados, apresentados na Tabela 3, confirmam que os efeitos do constrangimento se atenuam à medida que nos afastamos do eixo do provete.

Tabela 3. Trajectórias de deformação ($\varepsilon_2/\varepsilon_1$) nos pontos assinalados na Figura 13.

Materiais:	Pontos:								
MATER100-150-f2mm	1	2	3	4	5	6			
$\varepsilon_2/\varepsilon_1$	-0,32	-0,38	-0,48	-0,34	-0,37	-0,49			
MATER100-150-f8mm	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\varepsilon_2/\varepsilon_1$	-0,50	-0,50	-0,50	-0,49	-0,49	-0,49	-0,37	-0,39	-0,49

Estes resultados indiciam que o efeito do constrangimento sobre a alteração da trajectória é atenuado quando a largura do provete diminui. O estudo deste efeito (não realizado no âmbito deste trabalho), pode conduzir a uma optimização da dimensão da largura do provete, de modo a minimizar a alteração de trajectória (definida pelo afastamento ao valor $\varepsilon_2/\varepsilon_1 = -0,5$), sem contudo se perder a noção de que, tratando-se de uma chapa fina, a largura deverá ser maior do que a espessura do provete de tracção.

Nesta fase da análise, comparam-se as curvas de tracção *experimentais*, determinadas de acordo com o procedimento descrito na secção anterior (equações (3) e (4)), com as curvas de cada um dos dois materiais fictícios em estudo nesta secção, como se mostra na Figura 14. Nesta figura assinalou-se propositadamente a queda em tensão observada nas curvas *experimentais*, após a carga máxima, para os pontos analisados (o ponto central é o único para o qual tal não acontece). Os parâmetros da lei de Swift destes materiais, utilizados como dados de entrada no programa DD3IMP, estão indicados na Tabela 2.



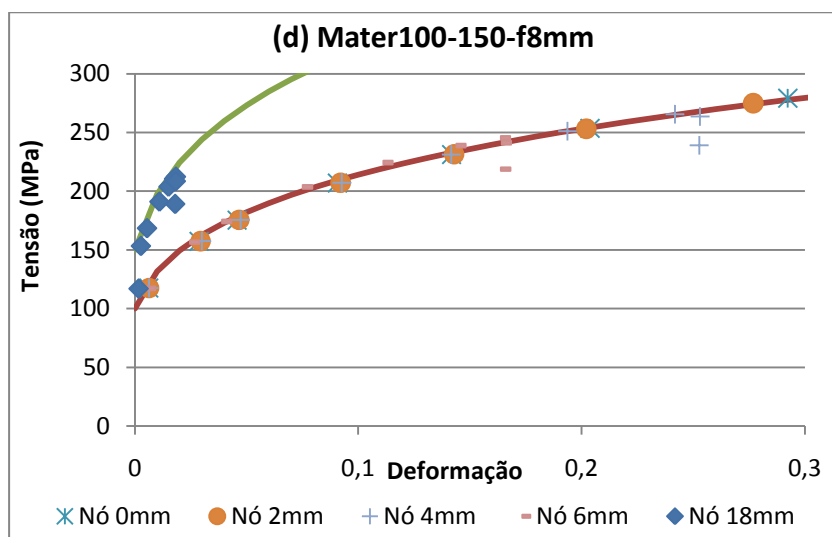


Figura 14. Comparação das curvas de tracção *experimentais* (símbolos), em pontos do provete heterogéneo, com as dos dois materiais fictícios (linhas) em estudo nesta subsecção (ver parâmetros da lei de Swift na tabela 2). A fronteira da região central dista do centro do provete: (a) 2mm; (b) 4 mm; (c) 6 mm; e (d) 8 mm.

Todas as curvas de tracção *experimentais* dos pontos analisados acompanham convenientemente a curva do material fictício correspondente. Assim, atesta-se que a metodologia usada neste estudo e acima descrita, a propósito do provete homogéneo, também é válida neste caso de provetes heterogéneos. Porém, para os pontos situados na região exterior do provete (mais dura), a deformação atingida cessa a cerca de 3% de deformação (na Figura 14 assinalou-se propositadamente a queda de tensão das curvas *experimentais*, que ocorre nestes pontos, imediatamente a seguir à carga máxima). Ao contrário, na região central (mais macia), a deformação atinge valores mais elevados, e consentâneos com o comportamento do material em tracção pura. Estas diferenças, já referidas a propósito das trajectórias de deformação, devem-se ao facto das tensões necessárias para deformar a região central do provete, até valores de deformação relativamente elevados, serem menores do que as requeridas para deformar a região exterior, até pequenos valores de deformação, e à intensa redução de secção que ocorre na região central (note-se que esta região do provete é caracterizada por um nível de curva de tracção inferior à da região exterior).

3.2.2. Tensões limite de elasticidade de 100 e 200 MPa

De modo a compreender o efeito da diferença de nível das curvas de tracção nos resultados de ensaios em provetes heterogéneos constituídos por dois materiais, analisa-se agora o caso em que as propriedades plásticas dos materiais fictícios são as indicadas na Tabela 4. Como na subsecção anterior, ambos os materiais têm o coeficiente de encruamento $n = 0,25$ e o valor da tensão limite de elasticidade do material da região central é 100 MPa; porém, o material na região mais exterior do provete tem um valor de tensão limite de elasticidade igual a 200 MPa (em vez de 150 MPa). Tal como na subsecção anterior, foram considerados quatro casos distintos no que respeita ao comprimento da região central que é igual a 2, 4, 6 e 8 mm, conforme se indicou na Figura 9 (ver subsecção precedente).

Tabela 4. Parâmetros da lei de Swift dos materiais dos provetes heterogéneos estudados nesta subsecção.

Materiais:	σ_0 (MPa)	n	k (MPa)
Região central	100	0,25	376,06
Região exterior	200	0,25	752,12

A evolução da carga em função do deslocamento, durante o ensaio de tracção, está representada na Figura 15, para quatro comprimentos distintos da região central do provete. Tal como nos casos da subsecção anterior, o valor da carga máxima diminui e o valor do respectivo deslocamento aumenta quando o comprimento desta região aumenta. Porém, na situação actual, o deslocamento até à carga máxima é, em cada caso, inferior ao atingido para o caso correspondente da subsecção anterior. Isto deve-se ao facto de, no caso actual, os pontos da região mais exterior do provete atingirem menores valores de deformação (como se mostra mais à frente), uma vez que a tensão necessária para deformar esta região é mais elevada, no caso actual.

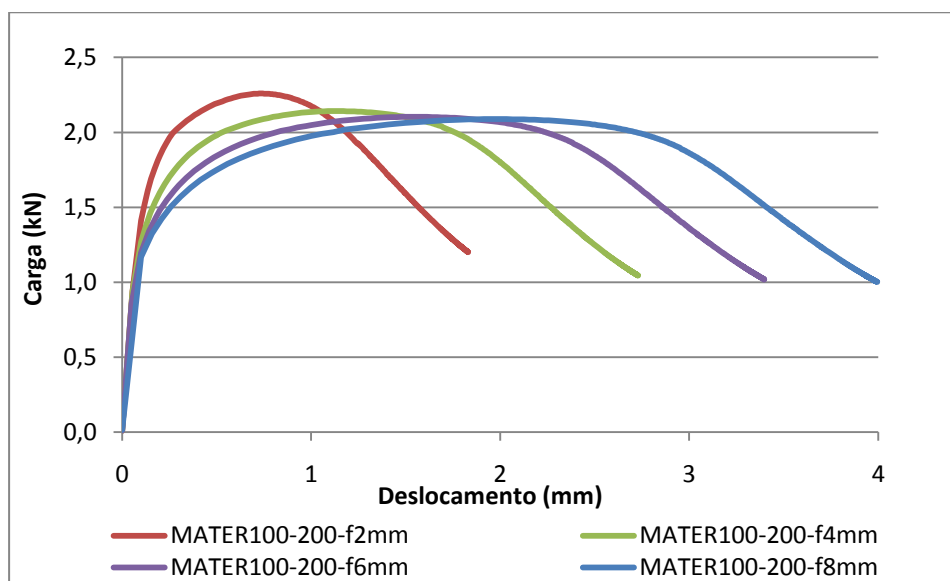
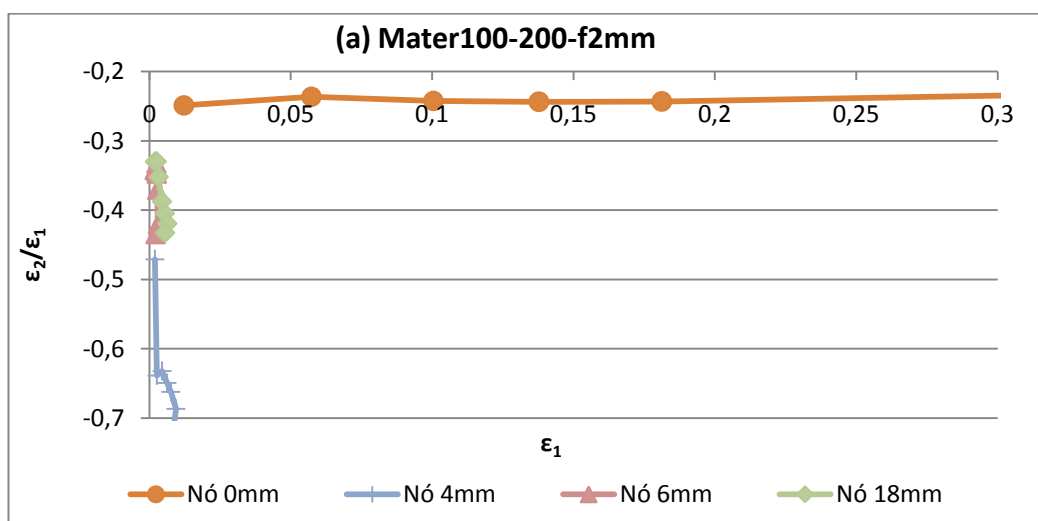


Figura 15. Evolução da carga vs. deslocamento para os provetes heterogéneos estudados nesta subsecção. Distâncias da fronteira ao centro do provete: 2 mm (f2mm); 4 mm (f4mm); 6 mm (f6mm); 8 mm (f8mm).

Os resultados referentes à evolução das trajectórias de deformação durante a deformação, até deslocamentos superiores aos correspondentes à carga máxima, mostram-se na Figura 16.

No essencial, as conclusões são idênticas às retiradas a partir da Figura 11. Porém, os efeitos dos constrangimentos são mais severos. Assim, no caso actual, as deformações máximas atingidas na região exterior do provete são extremamente pequenas (inferiores a 1%) e as alterações de trajectória em pontos da região central são mais severas.



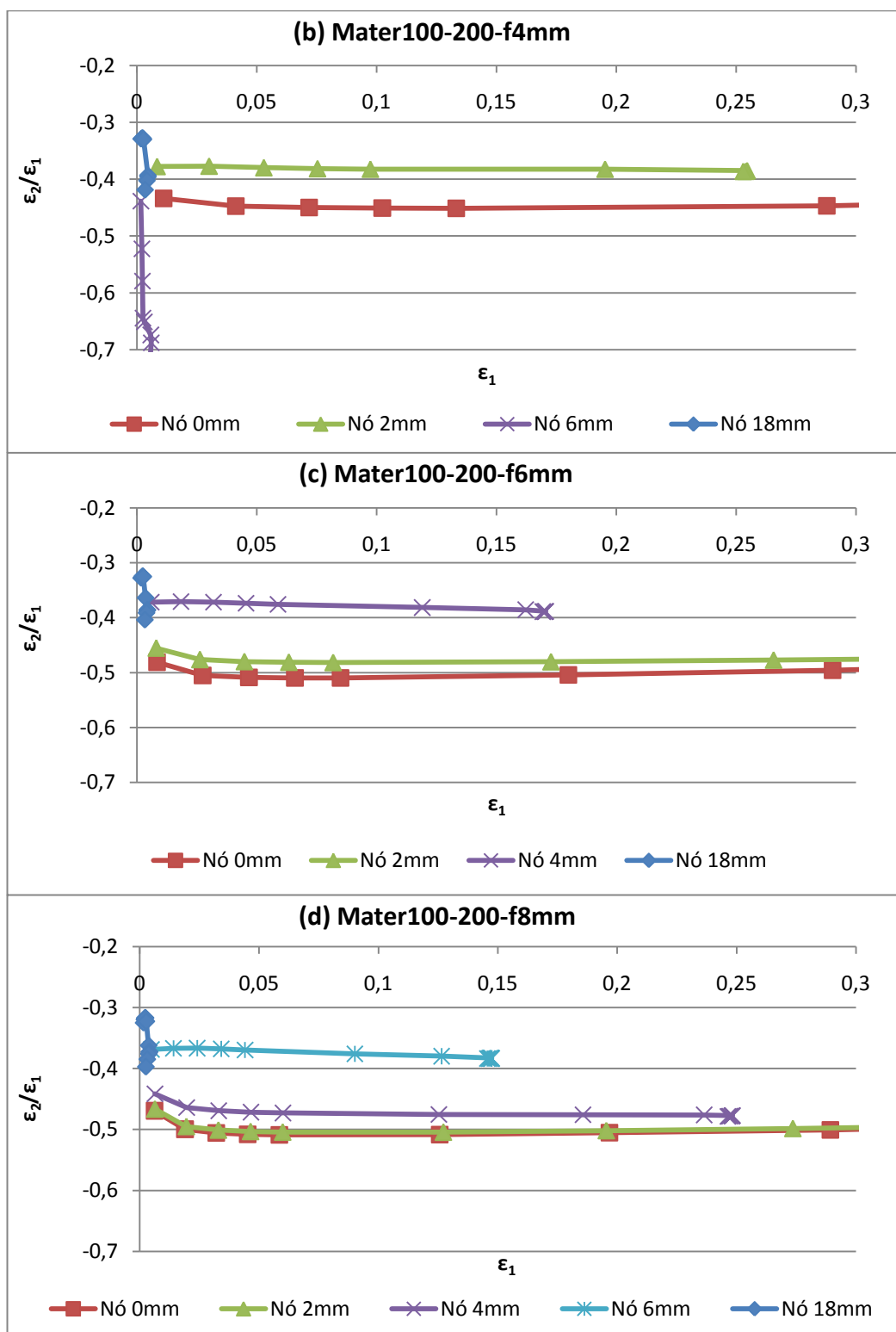
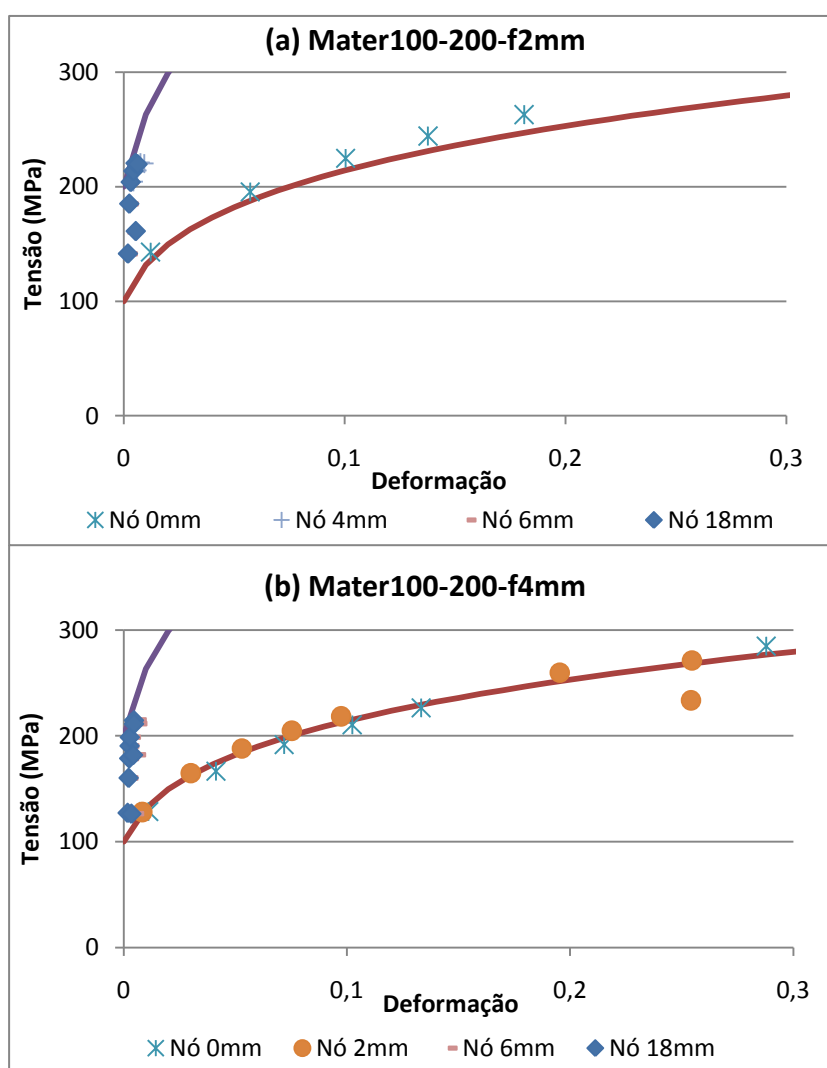


Figura 16. Trajectórias de deformação (ϵ_2/ϵ_1) em pontos do provete heterogéneo, em função das respectivas deformações longitudinais (ϵ_1). A fronteira da região central dista do centro do provete de: (a) 2mm; (b) 4 mm; (c) 6 mm; e (d) 8 mm.

A comparação das curvas de tracção *experimentais* com as curvas de cada um dos dois materiais fictícios em estudo nesta secção mostra-se na Figura 17. Nesta figura assinalou-se propositadamente a queda em tensão observada nas curvas *experimentais*, após a carga máxima, para os pontos analisados (o ponto central é o único para o qual tal não acontece). Os parâmetros da lei de Swift destes materiais, utilizados como dados de entrada no programa DD3IMP, estão indicados na Tabela 4. As curvas *experimentais* foram traçadas até valores de deslocamento superiores aos obtidos à carga máxima.



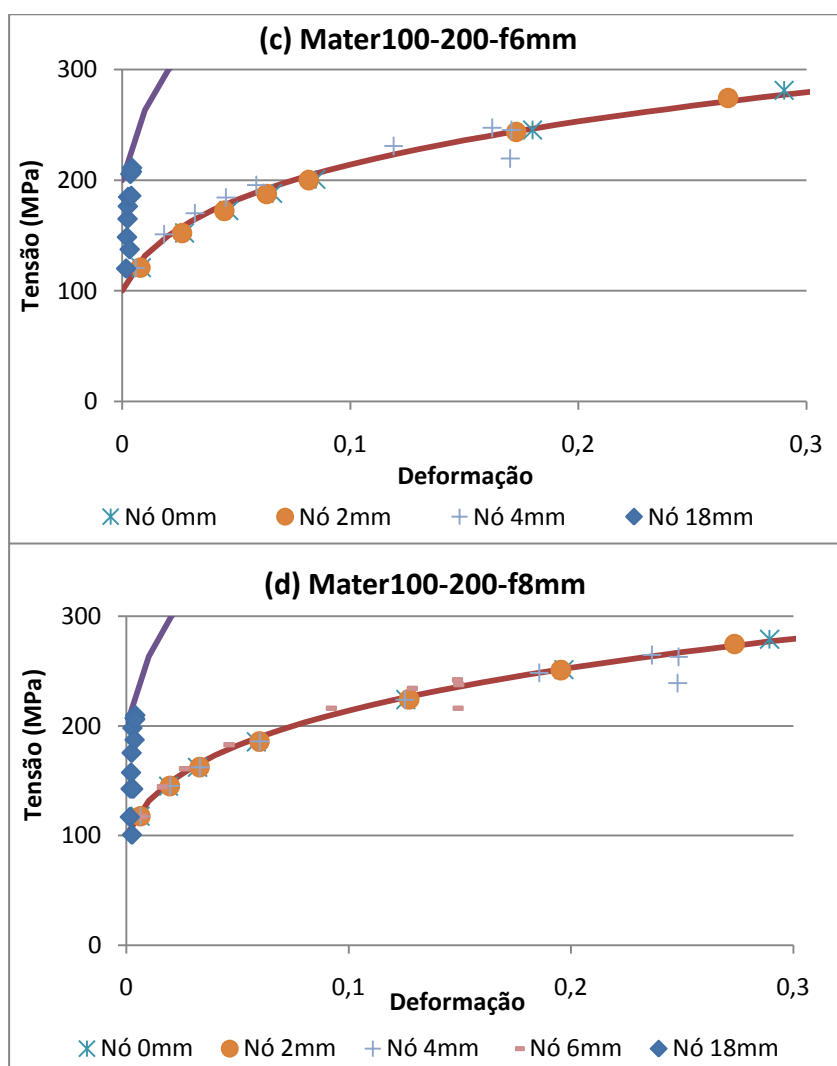


Figura 17. Comparação das curvas de tracção *experimentais* (símbolos), em pontos do provete heterogéneo, com as dos dois materiais fictícios (linhas) em estudo nesta subsecção (ver parâmetros da lei de Swift na Tabela 2). A fronteira da região central dista do centro do provete: (a) 2mm; (b) 4 mm; (c) 6 mm; e (d) 8 mm.

Tal como nos casos da subsecção anterior, as curvas de tracção *experimentais* dos pontos analisados, acompanham a curva do material fictício correspondente, o que continua a assegurar a validade da determinação daquelas curvas. Porém, a deformação atingida em pontos situados na região exterior do provete (mais dura) é de tal modo pequena que mal permite determinar convenientemente o valor da tensão limite de elasticidade. Na Figura 18, detalha-se o início das curvas de tracção *experimentais* determinadas no “Nó 18mm”.

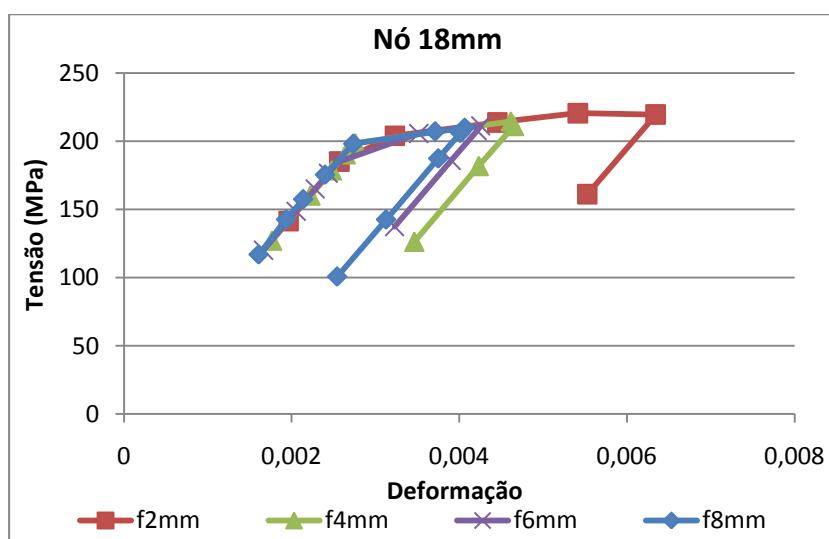


Figura 18. Detalhe das curvas de tracção *experimentais* determinadas no nó situado a 18 mm do centro provete, para os diversos comprimentos de região central analisados nesta subsecção.

A curva correspondente ao ensaio com o provete em que a fronteira se situa a 2 mm do centro, é a melhor determinada; nas restantes, apenas o facto da carga e da descarga não serem coincidentes permite afirmar que o limite de elasticidade foi ultrapassado (o valor de tensão do ponto mais elevado de cada curva é muito próximo da tensão limite de elasticidade do material). Além disso, no caso do comprimento da região central ser igual a 2 mm (Figura 17 (a)), a curva *experimental* correspondente ao ponto situado no centro do provete (“Nó 0mm”), mostra ligeiros afastamentos relativamente à do material fictício, ao contrário de todos os outros casos das actual e anterior subsecções, devido ao severo efeito do constrangimento que provoca forte alteração de trajectória no “Nó 0mm” (comparar Figura 16 (a) com Figuras 17 (b), (c) e (d) e Figura 11 (a), (b), (c) e (d)).

3.2.3. Dissemelhança da tensão limite de elasticidade

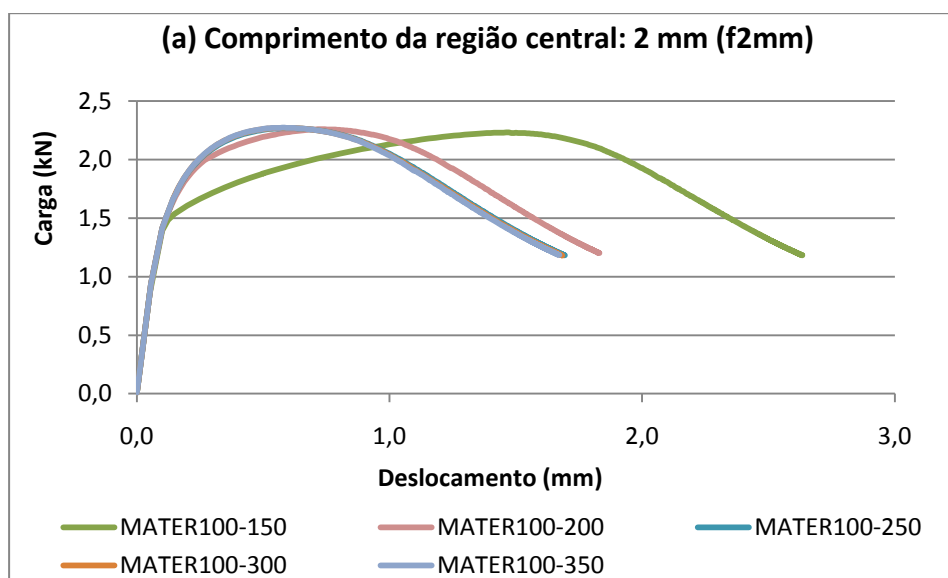
Nesta subsecção estuda-se o efeito da diferença entre os valores das tensões limites de elasticidade das duas regiões (central e exterior) do provete, no seu comportamento mecânico. Para tal, consideram-se provetes nos quais a região central apresenta um valor da tensão limite de elasticidade igual a 100 MPa e do coeficiente de encruamento igual a 0,25, como nos casos anteriores. O comprimento desta região foi considerado igual a 2 e 4 mm. Na região exterior do provete, o valor do coeficiente de encruamento manteve-se também igual ao dos casos anteriores ($n = 0,25$), mas o valor da

tensão limite de elasticidade fez-se variar desde 150 até 350 MPa, com intervalos de 50 MPa. Assim, este estudo inclui os casos já estudados na subsecção anterior com tensão limite de elasticidade da região exterior do provete iguais a 150 e 200 MPa e acrescenta ainda casos de tensão limite de elasticidade iguais a 250, 300 e 350 MPa. Ou seja, para cada um dos comprimentos da região central (2 e 4 mm), são considerados cinco ensaios diferentes, o que perfaz um total de dez ensaios. As propriedades plásticas dos provetes estão indicadas na Tabela 5.

Tabela 5. Parâmetros da lei de Swift dos materiais dos provetes heterogéneos estudados nesta subsecção. Nesta tabela “Z” adquire os valores 2 e 4.

Materiais:	σ_0 (MPa)	n	k (MPa)
Região central	100	0,25	376,06
MATER100-150-fZmm Região exterior	150	0,25	564,09
MATER100-200-fZmm Região exterior	200	0,25	752,12
MATER100-250-fZmm Região exterior	250	0,25	940,15
MATER100-300-fZmm Região exterior	300	0,25	1128,18
MATER100-350-fZmm Região exterior	350	0,25	1316,21

Na Figura 19 comparam-se as curvas de evolução da carga em função do deslocamento, agrupando-as pelo tamanho de região macia, ou seja, pela distância da fronteira ao centro do provete (2 e 4 mm).



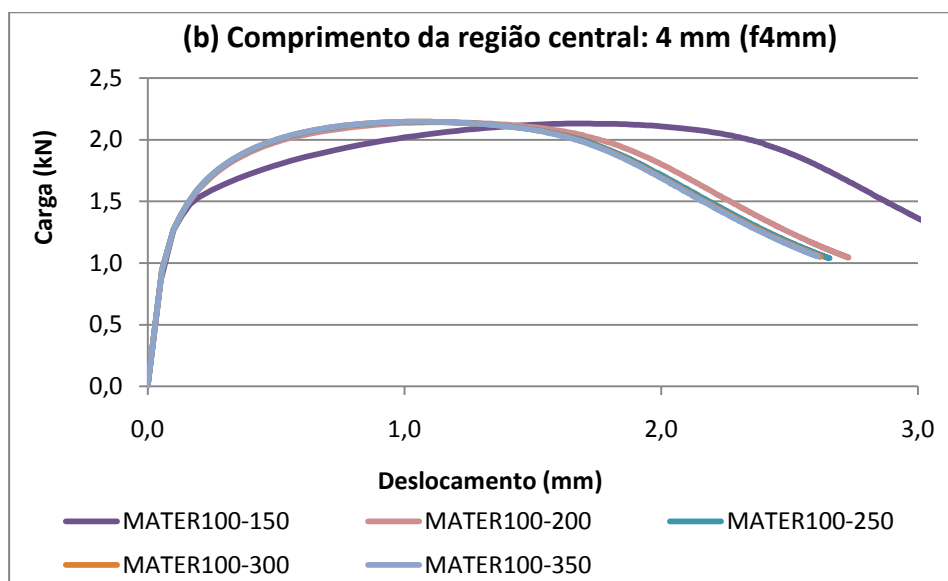


Figura 19. Evolução da carga vs. deslocamento para dos provetes heterogéneos estudados nesta subsecção. Distâncias da fronteira ao centro do provete: (a) 2 mm (f2mm); (b) 4 mm (f4mm);

Esta figura evidencia que, em cada tipo de provetes (2 ou 4 mm de região central), o valor da carga máxima atingida quase não depende das propriedades mecânicas do material da região exterior, uma vez que a estricção ocorre na região central, cujas propriedades são as mesmas. No entanto, uma pequena diferença de valores de carga máxima ocorre entre os dois tipos de provetes, que está relacionada com a severidade de constrangimento imposto, maior quando o comprimento da região central é igual a 2 mm. Pode também constatar-se que, quando a tensão limite do material da região exterior tem valores iguais a 250, 300 e 350 MPa, as curvas carga vs. deslocamento são coincidentes (a curva respeitante ao material da região exterior com tensão limite de elasticidade igual a 150 MPa é muito próxima destas, particularmente quando o comprimento da região central é 4 mm), para cada tipo de provetes. A proximidade das curvas deve-se ao facto dos provetes com tensão limite de elasticidade igual ou superior a 250 MPa na região exterior, não deformarem nesta região durante o ensaio, concentrando-se a deformação apenas na região central (ver Figura 16 (a) e (b) - ensaios “Mater100-200-f2mm” e “Mater100-200-f4mm”), devido aos elevados valores da tensão limite de elasticidade daquela região. Isto é, a região exterior do provete funciona como *cabeça* de um provete de tracção, cuja zona útil tem o mesmo comprimento em cada tipo de provete.

Na Figura 20 mostram-se as trajetórias de deformação em pontos da região central, situados a 2 mm da fronteira entre regiões, com o objectivo de estudar as

alterações de trajectória, devidas ao constrangimento, em pontos próximos da fronteira onde o constrangimento é mais severo.

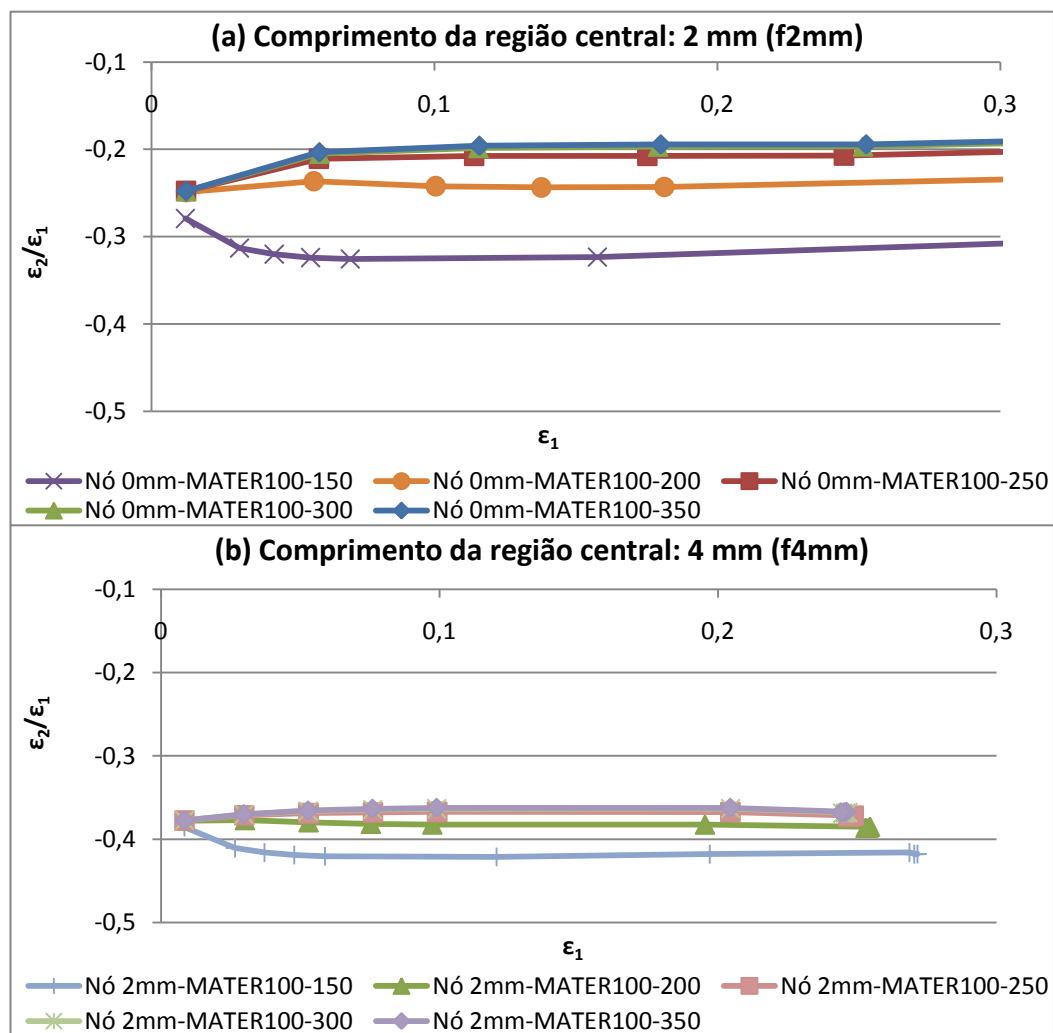


Figura 20. Trajectórias de deformação (ϵ_2/ϵ_1) em pontos do provete heterogéneo, em função das respectivas deformações longitudinais (ϵ_1) nos pontos situados na região macia. A fronteira da região central dista do centro do provete de: (a) 2mm; (b) 4 mm.

Os resultados da Figura 20 permitem concluir que, em ambos os tipos de provetes, a alteração de trajectória, ou seja, o afastamento do valor ($\epsilon_2/\epsilon_1 = -0,5$), aumenta quando a tensão limite de elasticidade da região exterior aumenta. Além disso, este afastamento parece saturar para valores da tensão limite de elasticidade do material da região exterior inferiores a 350 MPa (o maior valor estudado). Para comprovar esta saturação construiu-se a Tabela 6 em que, para cada valor da diferença, $\Delta\sigma_0$, entre as tensões limite de elasticidade das regiões exterior e central se indica o correspondente valor da trajectória de deformação, ϵ_2/ϵ_1 (para valores de ϵ_1 tais que ϵ_2/ϵ_1 se mostre estável – evolução horizontal – na Figura 20), para os dois tipos de provetes. Estes

resultados estão representados graficamente na Figura 21. Fica claro nesta figura que a relação $\varepsilon_2/\varepsilon_1$ estabiliza para o valor de $\Delta\sigma_0$ igual a 200 MPa, ou seja quando a tensão limite de elasticidade do material da região exterior é igual a 300 MPa. Acima deste valor, a região exterior do provete funciona como cabeça de provete em relação à parte central, a única que deforma.

Tabela 6. Valor da trajectória de deformação ($\varepsilon_2/\varepsilon_1$) em pontos do provete situados na região central, a 2 mm da fronteira. A fronteira da região central dista do centro do provete de: (a) 2mm; (b) 4 mm.

		(a) f2mm-Nó 0mm	(b) f4mm-Nó 2mm
	$\Delta\sigma_0$ (MPa)	$\varepsilon_2/\varepsilon_1$	$\varepsilon_2/\varepsilon_1$
MATER100-150	50	-0,31	-0,42
MATER100-200	100	-0,24	-0,38
MATER100-250	150	-0,21	-0,37
MATER100-300	200	-0,20	-0,36
MATER100-350	250	-0,20	-0,36

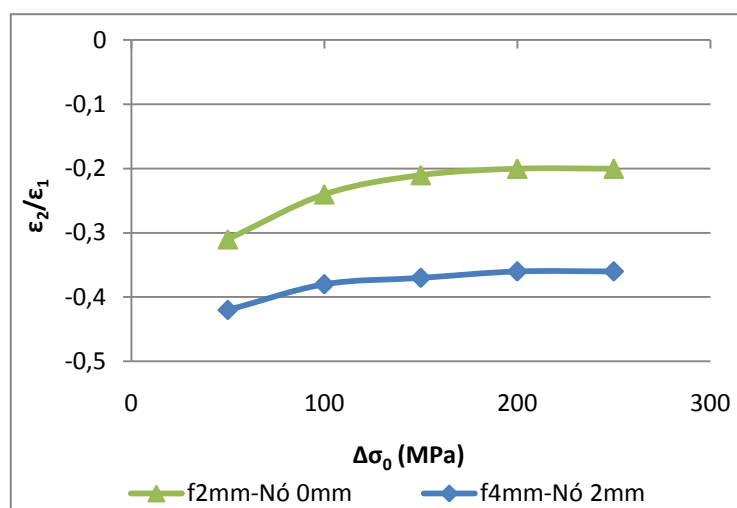


Figura 21. Evolução da trajectória de deformação ($\varepsilon_2/\varepsilon_1$) em função da variação da tensão limite de elasticidade ($\Delta\sigma_0$) dos materiais estudados nesta subsecção, em pontos situados na região central a 2 mm da fronteira (figura traçada com base nos valores da Tabela 6).

A comparação das curvas de tracção *experimentais* com as curvas dos materiais fictícios em estudo nesta secção mostra-se na Figura 22, para pontos situados a 2 mm da fronteira. Mais uma vez, assinalou-se propositadamente a queda em tensão observada, nas curvas *experimentais*, após a carga máxima. Os parâmetros da lei de Swift destes materiais estão indicados na Tabela 5. As curvas *experimentais* foram traçadas até valores de deslocamento superiores aos obtidos à carga máxima. O afastamento entre as curvas de tracção *experimentais* e a do material fictício, visível a partir dum valor de deformação de 0,10, para os provetes de comprimento da região central igual a 2 mm, é

certamente devido ao forte constrangimento observado nestes provetes (ver Tabela 6 e/ou Figura 21).

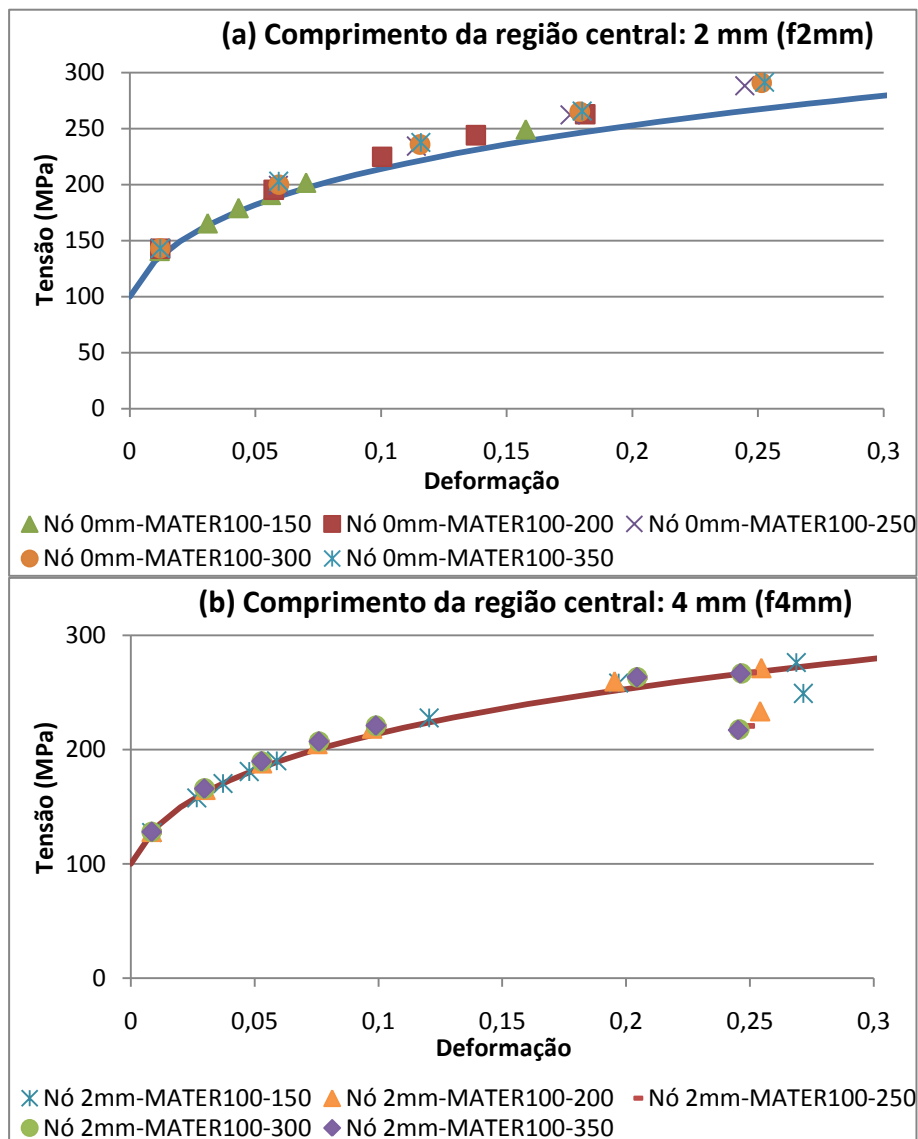


Figura 22. Comparação das curvas de tracção *experimentais* (símbolos), na região central (macia) do provete heterogéneo, com a do material fictício (linha) em estudo nesta subsecção (ver parâmetros da lei de Swift na Tabela 5). A fronteira da região central dista do centro do provete: (a) 2mm; (b) 4 mm.

3.3. Provetes constituídos por dois materiais com coeficientes de encruamento e tensões limite de elasticidade distintos

Nesta secção, analisam-se provetes constituídos por dois materiais distintos, de tal modo que as curvas de tracção se cruzam. O comprimento da região central é sempre igual a 6 mm.

Para tornar compreensível a leitura das figuras desta secção, utiliza-se a seguinte designação para o provete constituído por dois materiais: “MATERXXX-YYY-n,nn”, em que XXX e YYY são os valores da tensão limite de elasticidade da região central e da região exterior do provete, respectivamente, e n,nn indica o valor do coeficiente de encruamento da região exterior. Nas figuras, os nós a que se referem os resultados são referenciados pela sua distância ao centro do provete, por exemplo, “Nó Kmm”, indica que a distância deste nó ao centro do provete é de K mm.

As propriedades plásticas dos materiais de três destes provetes, cujas curvas de tracção dos materiais constituintes de cada provete se cruzam para valores de deformação próximos do menor valor do coeficiente de encruamento destes materiais, estão descritas na Tabela 7. Estes três provetes caracterizam-se por terem uma região central com tensão limite de elasticidade de 100 MPa e coeficiente de encruamento $n = 0,35$. Para a região remanescente, mais exterior, atribui-se à tensão limite de elasticidade um valor fixo e igual a 200 MPa e aos coeficientes de encruamento valores iguais a 0,05, 0,10 e 0,15, para cada um dos três provetes.

Tabela 7. Parâmetros da lei de Swift dos materiais dos três provetes referidos no início desta secção. O material da região central é igual para os três provetes, que têm comprimento igual a 6 mm.

Materiais:	σ_0 (MPa)	n	k (MPa)
Região central	100	0,35	638,79
MATER100-200-0,05 Região exterior	200	0,05	260,66
MATER100-200-0,10 Região exterior	200	0,10	339,73
MATER100-200-0,15 Região exterior	200	0,15	442,78

A evolução da carga em função do deslocamento, durante o ensaio de tracção, está representada na Figura 23. Como pode observar-se, os valores da carga máxima atingida nos ensaios e do correspondente deslocamento aumentam quando o valor do coeficiente de encruamento da região exterior dos provetes aumenta.

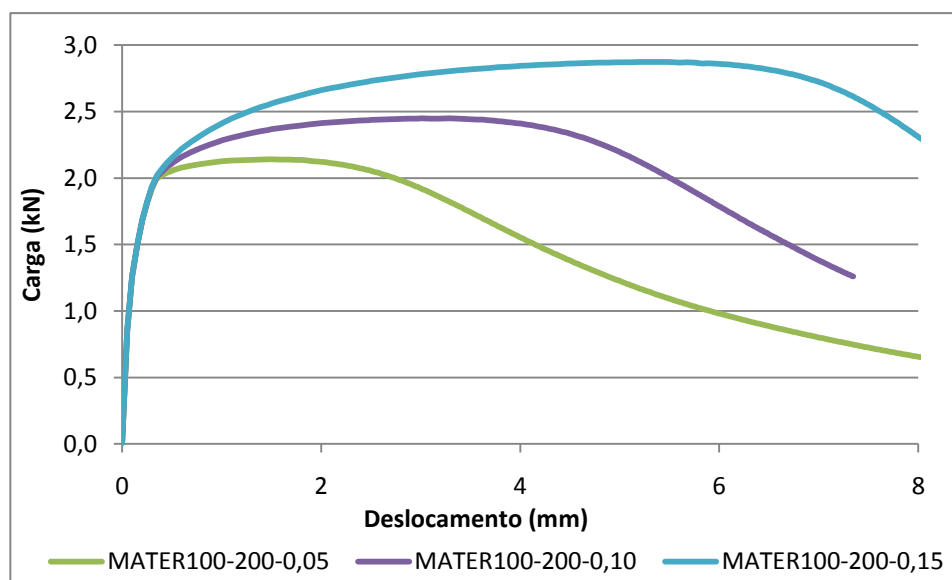
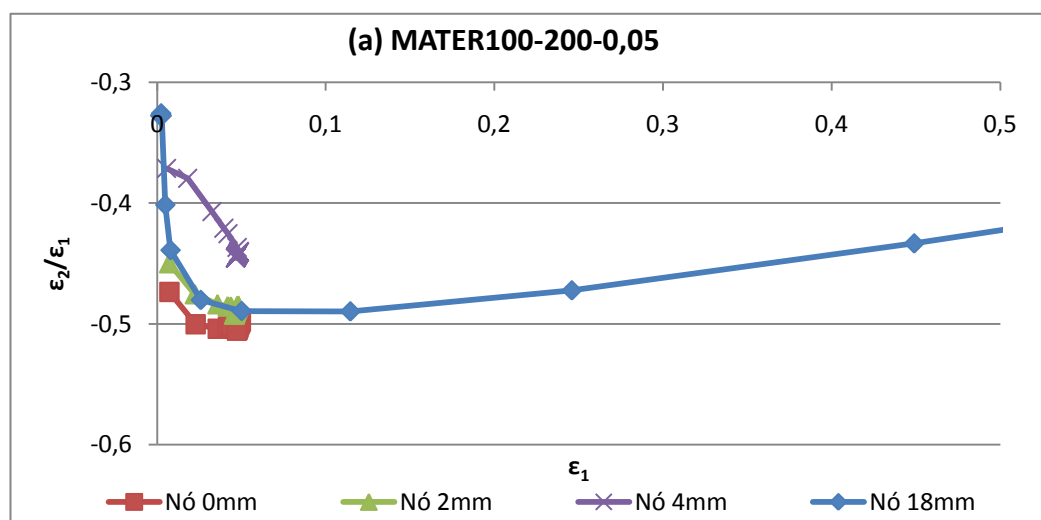


Figura 23. Evolução da carga vs. deslocamento para três dos provetes heterogéneos estudados nesta secção (ver Tabela 7), com coeficientes de encruamentos da região exterior de: 0,05, 0,10 e 0,15.

Na Figura 24, analisam-se as trajectórias de deformação, definidas por $\varepsilon_2/\varepsilon_1$, em função de ε_1 , para os três casos da Figura 23. De modo idêntico às secções anteriores, mostram-se os resultados até valores de deslocamento superiores ao correspondente da carga máxima.



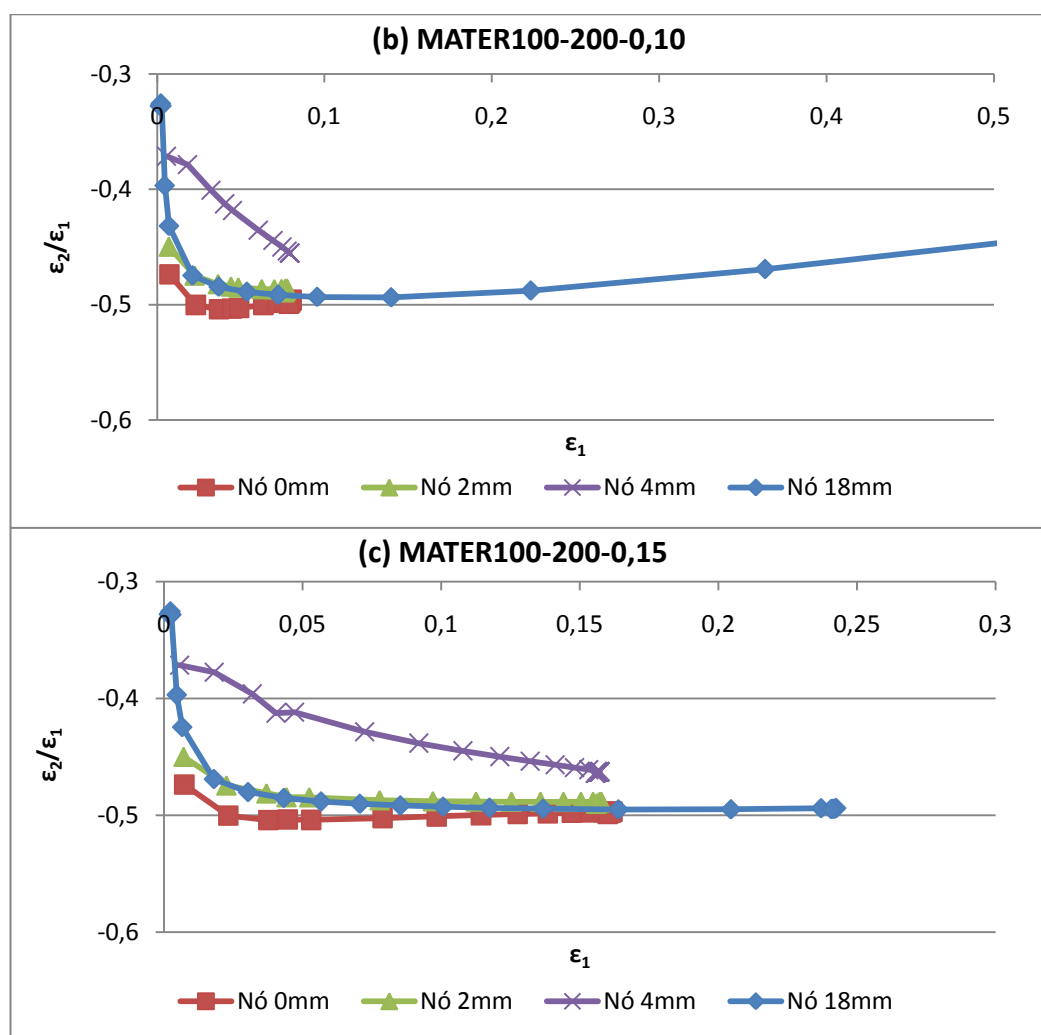


Figura 24. Trajectórias de deformação (ϵ_2/ϵ_1) em função das respectivas deformações longitudinais (ϵ_1), em pontos dos três provetes heterogéneos: (a) MATER100-200-0,05; (b) MATER100-200-0,10; (c) MATER100-200-0,15. A fronteira da região central dista 6 mm do centro dos provetes.

Da Figura 24 deduz-se que as trajectórias de deformação nos nós da região central situados a 0 e 2 mm do centro do provete tendem rapidamente para a trajectória à tracção ($\epsilon_2/\epsilon_1 = -0,5$). As trajectórias do nó que dista 4 mm do centro do provete, isto é, o nó da região central mais próximo da fronteira entre regiões distintas, mostram um comportamento diferente, em particular a razão ϵ_2/ϵ_1 não atinge o valor -0,5. Este comportamento é semelhante ao descrito em secções anteriores para o mesmo comprimento da região central do provete. Já as trajectórias de deformação do “Nó 18mm”, situado na região exterior do provete, mostram um comportamento diferente do descrito nas secções anteriores, para o mesmo comprimento da região central do provete. No caso presente, a deformação que ocorre neste nó é elevada (mesmo maior do que a dos nós da região central), pois apesar do material desta região ter uma tensão limite de

elasticidade elevada (relativamente à região central), o seu coeficiente de encruamento é pequeno (relativamente à região central). Em consequência, a deformação começa por iniciar-se na região central do provete e, após alguma deformação, quando a força, F_c , necessária para prosseguir a deformação plástica nesta região ($F_c = A_c \sigma_c$; em que A_c e σ_c são, respectivamente, a área da secção transversal e a correspondente tensão normal em pontos da região central do provete, nesse momento da deformação) iguala a força F_0 necessária, para deformar a região exterior ($F_0 = A_0 \sigma_{0e}$; em que A_0 e σ_{0e} são, respectivamente, a área da secção transversal e a respectiva tensão normal, no início da deformação, em pontos da região exterior do provete), a deformação ocorre também nesta região. Nesse momento tem-se: $\sigma_c = \sigma_{0e} A_0 / A_c$. Isto é, a deformação plástica inicia-se na região exterior quando a tensão na região central do provete, σ_c , é superior à tensão limite de elasticidade da região exterior, σ_{0e} , uma vez que a razão A_0 / A_c é superior a 1, nesse momento. Com a continuação do ensaio, as duas regiões continuam a deformar-se enquanto a força crescer. Finalmente, a localização da deformação ocorre na região exterior do provete que, nesse momento, oferece menor resistência (tem menor valor do coeficiente de encruamento), e assim é a única região que continua a deformar-se.

De referir ainda que, as trajectórias de deformação do nó situado a 18 mm do centro tendem a afastar-se do valor $\varepsilon_2 / \varepsilon_1 = -0,5$, para grandes valores de deformação (ε_1), no caso dos provetes MATER100-200-0,05 e MATER100-200-0,10 (ver Figura 24 (a) e Figura 24 (b), em que propositadamente a escala das deformações foi marcada até ao valor 0,5). De facto, este nó situa-se na região do provete onde ocorre a estrição e, como tal, um constrangimento não desprezável ocorre neste nó, após a carga máxima. No caso do provete MATER100-200-0,15, a deformação cessa em todos os nós (incluindo o “Nó 18mm”) a valores de deformação inferiores a 0,25. A deformação cessa no “Nó 18mm” devido ao facto de se situar fora da secção transversal de maior localização, como se observa na Figura 25 (o mesmo deverá ocorrer no caso dos provetes MATER100-200-0,05 e MATER100-200-0,10, mas para valores de deformação superiores aos representados na Figura 24 (a) e Figura 24 (b)).

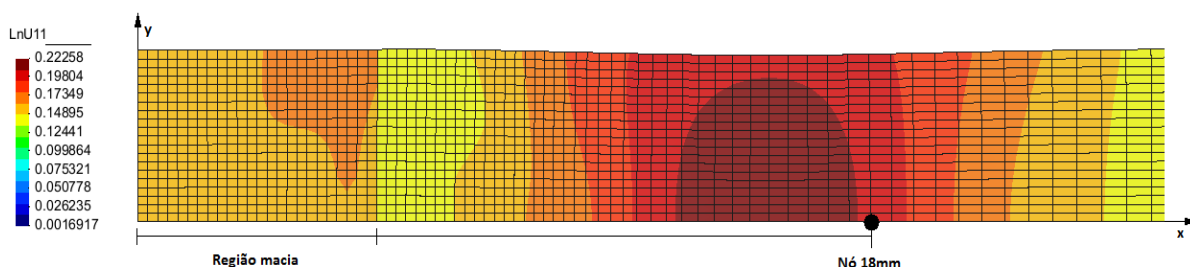
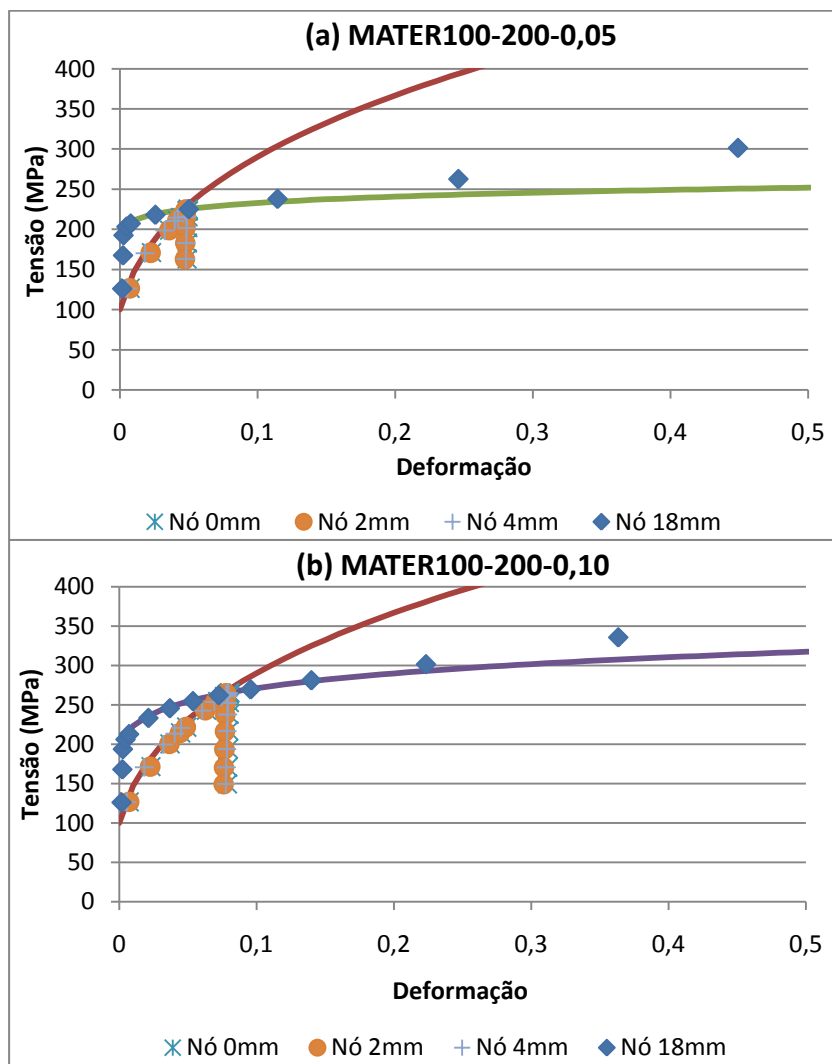


Figura 25. Detalhe do provete MATER100-200-0,15 mostrando a distribuição da deformação longitudinal (ϵ_1), imediatamente após a carga máxima (a fronteira entre regiões dista 6 mm do centro do provete).

Na Figura 26 comparam-se as curvas tensão vs. deformação dos provetes MATER100-200-0,05, MATER100-200-0,10 e MATER100-200-0,05 (Tabela 7). Também aqui, as curvas são traçadas até valores elevados de deformação (0,5), para os dois primeiros casos.



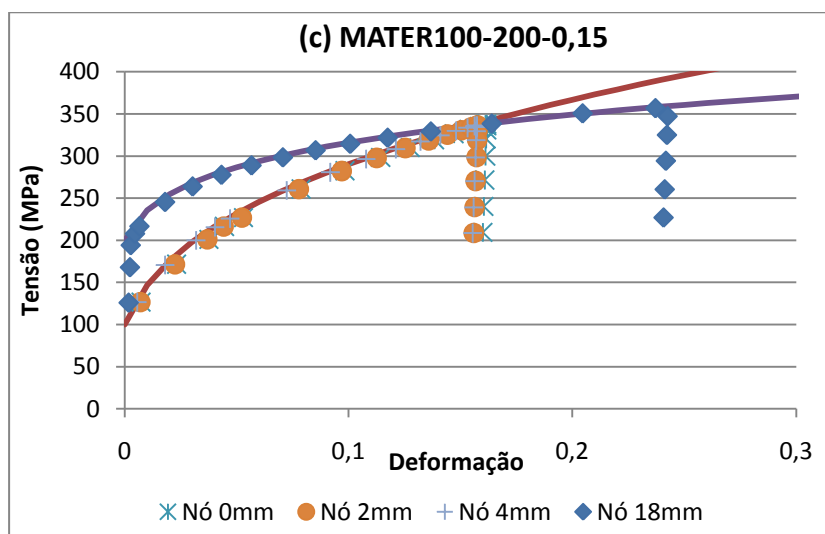


Figura 26. Comparação das curvas de tracção *experimentais* (símbolos), em pontos do provete heterogéneo, com as dos materiais fictícios (linhas) que constituem cada provete em estudo nesta secção (ver parâmetros da lei de Swift na Tabela 7): (a) MATER100-200-0,05; (b) MATER100-200-0,10; (c) MATER100-200-0,15.

Podem observar-se que as curvas *experimentais* acompanham convenientemente as curvas de tracção dos materiais fictícios correspondentes. A deformação na região mais central do provete cessa para um valor de deformação próximo do ponto em que as curvas dos dois materiais fictícios se cruzam, ou seja próximo do valor do coeficiente de encruamento do material da região exterior (que detém o menor valor de n). Para valores de deformação elevados (acima de sensivelmente 0,25, isto é, após a carga máxima) como as que ocorrem no “Nó 18mm”, as curvas *experimentais* afastam-se das curvas de tracção dos materiais fictícios correspondentes, devido ao estrangulamento típico da estrição. Embora não tenha sido referido anteriormente, este resultado é comum a todos os casos estudados (após a carga máxima), quer a localização ocorra na região central (referimo-nos ao “Nó 0mm”) quer na região exterior, como no caso corrente.

Com o objectivo de melhor compreender o comportamento de provetes constituídos por dois materiais fictícios com as curvas de tracção a cruzarem-se, analisam-se também provetes constituídos por dois materiais distintos, de tal modo que aquelas curvas se cruzam para valores de deformação claramente afastados do menor valor do coeficiente de encruamento destes materiais (acima e abaixo deste valor). As propriedades plásticas dos materiais dos provetes, dos três ensaios agora analisados, estão descritas na Tabela 8, em que se considera também um dos materiais da Tabela 7, para comparação. Os provetes caracterizam-se por terem uma região central com tensão limite de elasticidade de

100 MPa, coeficiente de encruamento $n = 0,35$ e um comprimento de 6 mm. Para a região remanescente, mais exterior, atribui-se ao coeficiente de encruamento um valor fixo e igual a 0,10 e à tensão limite de elasticidade valores iguais a 150, 200 e 250 MPa, para cada um dos três provetes.

Tabela 8. Parâmetros da lei de Swift dos materiais dos provetes com cruzamento de curvas de tracção estudados nesta secção, variando a tensão limite de elasticidade da região exterior.

Materiais:	σ_0 (MPa)	n	k (MPa)
Região central	100	0,35	638,79
MATER100-150-0,10 Região exterior	150	0,10	254,797
MATER100-200-0,10 Região exterior	200	0,10	339,73
MATER100-250-0,10 Região exterior	250	0,10	424,66

A evolução da carga em função do deslocamento durante o ensaio de tracção, dos provetes da Tabela 8, está representada na Figura 27. Esta figura mostra que os valores da carga máxima e do deslocamento correspondente aumentam quando a tensão limite de elasticidade da região exterior aumenta, em especial no caso do provete MATER100-250-0,10. Embora este comportamento seja óbvio no que diz respeito à carga máxima, já o comportamento referente ao deslocamento é mais interessante de analisar. De facto, o valor do deslocamento na carga máxima não é muito diferente para os casos em que os materiais das regiões mais exteriores do provete têm valores de tensão limite de elasticidade de 150 e 200 MPa (provetes MATER100-150-0,10 e MATER100-200-0,10). Porém, no caso em que o material da região mais exterior do provete tem 250 MPa de tensão limite de elasticidade (proвете MATER100-250-0,10), o deslocamento é claramente maior do que nos dois primeiros. Isto relaciona-se com o modo como as deformações se distribuem entre as duas regiões do provete, como veremos em seguida.

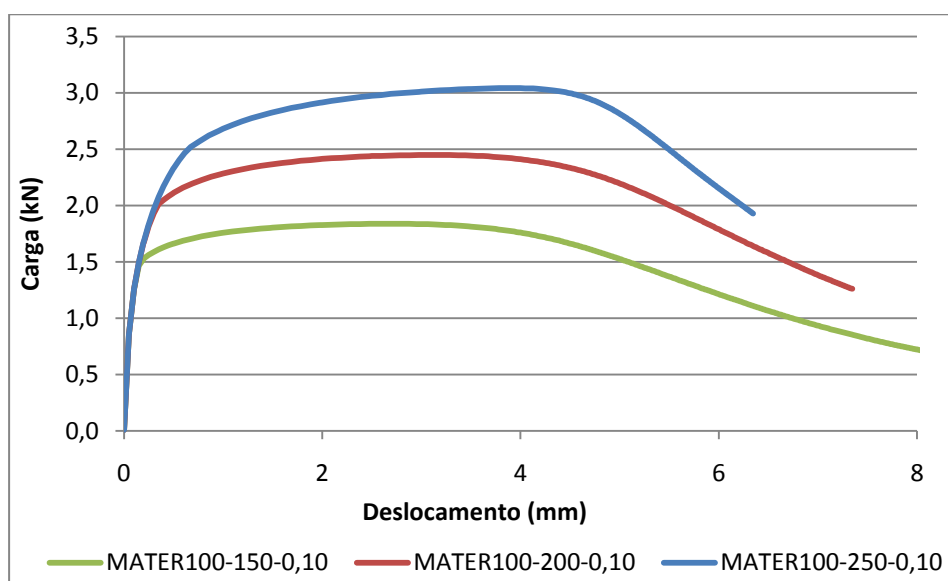


Figura 27. Evolução da carga vs. deslocamento para três dos provetes heterogéneos estudados nesta secção (ver Tabela 8), com tensões limite de elasticidade da região exterior de: 150, 200 e 250 MPa.

Na Figura 28 analisam-se as trajectórias de deformação, definidas por $\varepsilon_2/\varepsilon_1$, em função de ε_1 , para os três casos da Figura 27. No essencial, o comportamento destes provetes é idêntico ao dos três primeiros casos desta secção (ver Figura 24): as trajectórias de deformação de todos os nós analisados tendem rapidamente para a trajectória à tracção ($\varepsilon_2/\varepsilon_1 = -0,5$), com excepção da trajectória do nó que dista 4 mm do centro do provete. Porém, no caso do provete MATER100-250-0,10, devido ao elevado valor da tensão limite de elasticidade da região exterior, o “Nó 18mm” atinge valores de deformação inferiores aos restantes (menores do que os correspondentes ao cruzamento das curvas), contrariamente ao que acontece em todos os outros casos. Isto acontece porque, embora também neste caso a estricção ocorra na região exterior do provete, como se mostra na Figura 29, a secção transversal de maior localização de deformação situa-se muito perto da fronteira com a região mais macia, ou seja, claramente afastada do “Nó 18mm” (comparar com Figura 25).

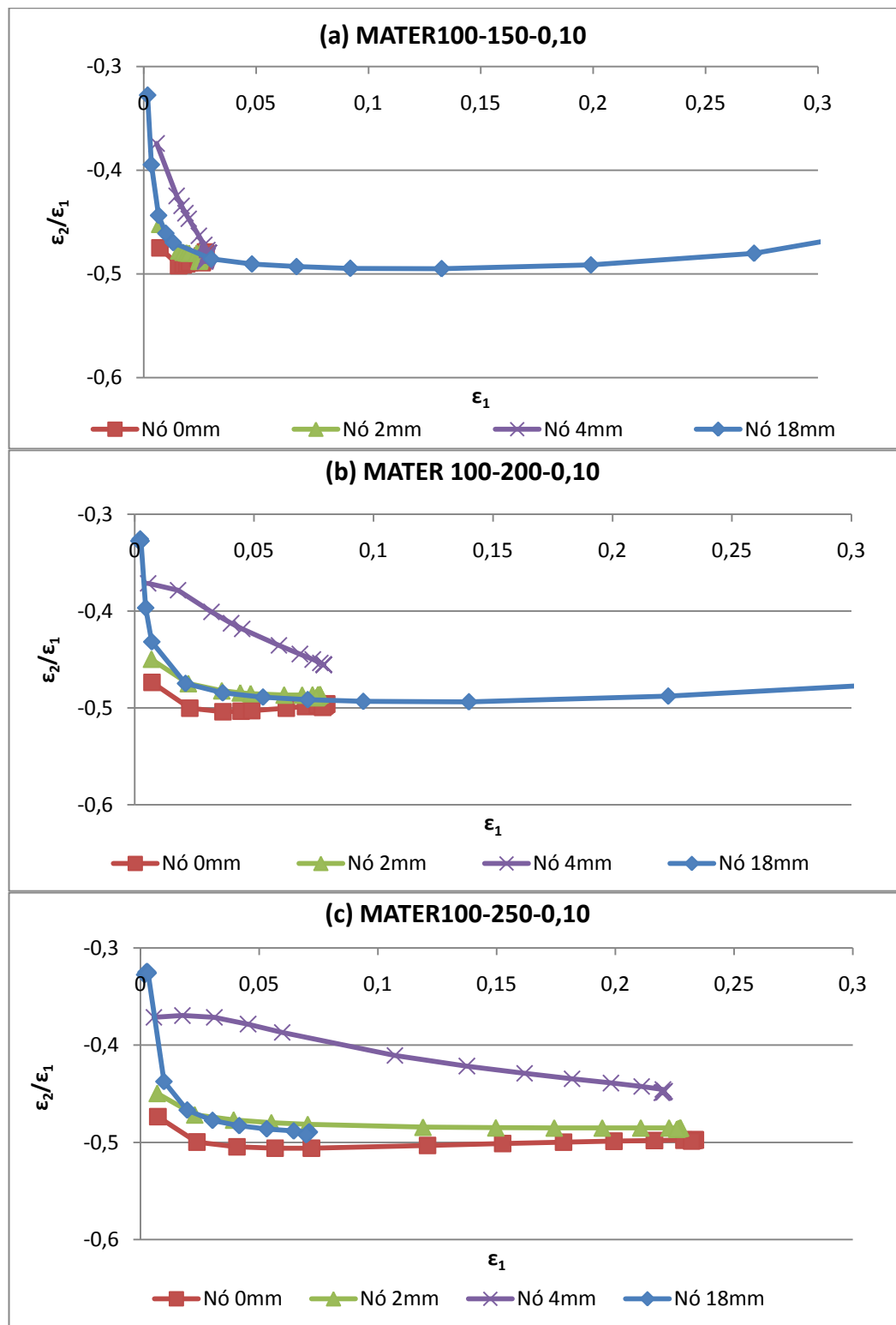


Figura 28. Trajectórias de deformação ($\varepsilon_2/\varepsilon_1$) em função das respectivas deformações longitudinais (ε_1), em pontos dos três provetes heterogéneos (ver parâmetros da lei de Swift na Tabela 8): (a) MATER100-150-0,10; (b) MATER100-200-0,10; (c) MATER100-250-0,10.

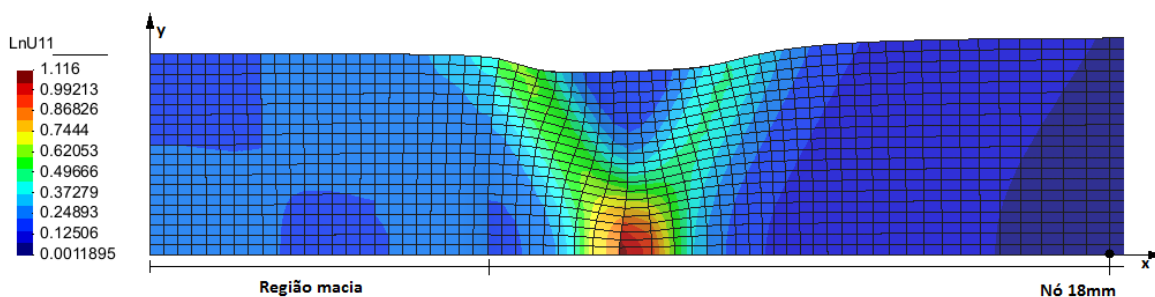
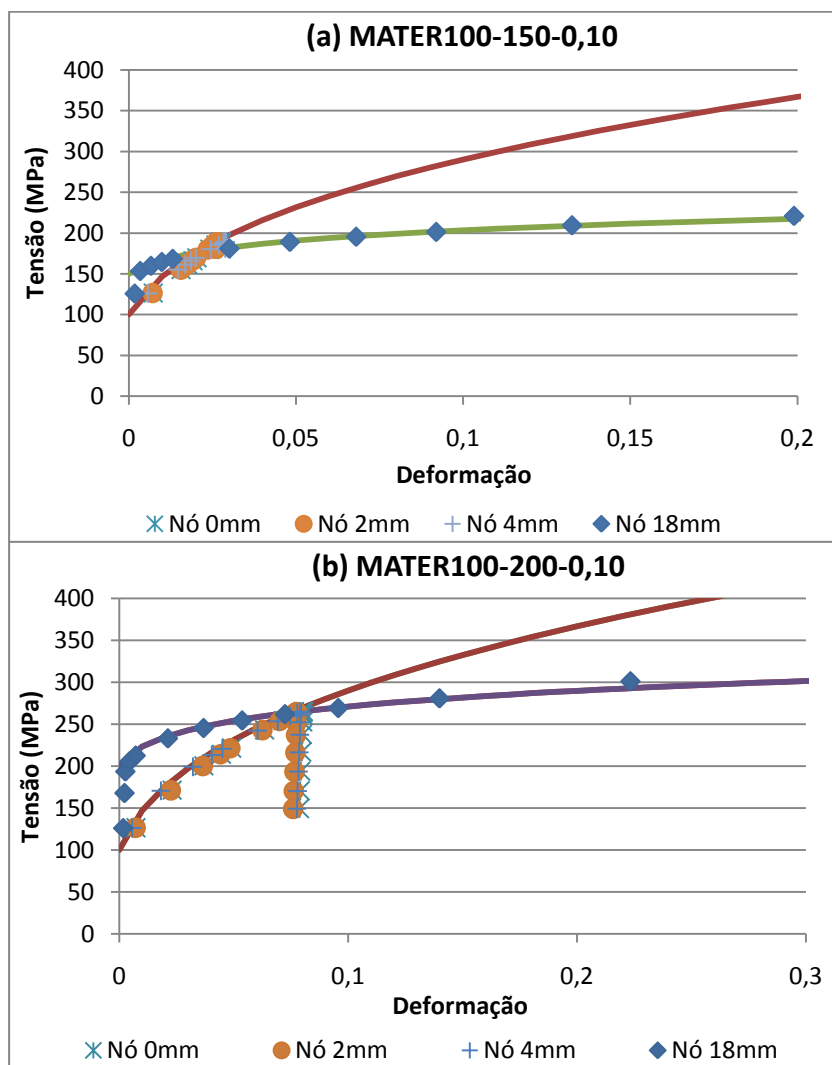


Figura 29. Detalhe do provete MATER100-250-0,10 mostrando a distribuição da deformação longitudinal (ϵ_1), após a carga máxima (a fronteira entre regiões dista 6 mm do centro do provete).

A Figura 30 compara as curvas de tracção *experimentais* com as curvas dos três materiais fictícios da Tabela 8. Como tem sido regra, os dois tipos de curvas são idênticas, o que confirma a validade da metodologia de determinação da curva *experimental* aqui utilizada.



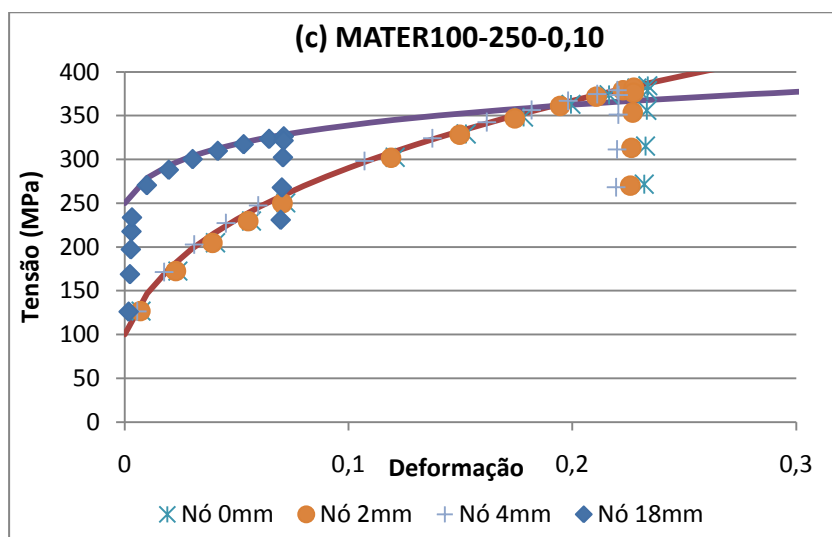


Figura 30. Comparação das curvas de tracção *experimentais* (símbolos), em pontos do provete heterogéneo, com as dos materiais fictícios (linhas) que constituem cada provete em estudo nesta secção (ver parâmetros da lei de Swift na Tabela 8): (a) MATER100-150-0,10; (b) MATER100-200-0,10; (c) MATER100-250-0,10.

3.4. Provetes heterogéneos com cinco materiais distintos com gradiente de materiais

De modo a analisar casos mais próximos de situações reais, nesta secção consideram-se provetes de tracção constituídos por cinco materiais distintos, escolhidos de tal modo que a tensão limite de elasticidade destes materiais aumenta gradualmente do centro para a periferia do provete; porém o valor do coeficiente de encruamento mantém-se fixo e igual a 0,25. O comprimento das quatro regiões mais próximas do centro do provete é igual a 2 mm. As propriedades plásticas dos materiais dos dois provetes estudados são apresentadas na Tabela 9. As cinco regiões do provete caracterizam-se por terem uma tensão limite de elasticidade de 100, 112, 124, 136 e 150 MPa para o primeiro provete, e 100, 125, 150, 175 e 200 MPa para o segundo provete. As regiões e os pontos analisados nesta secção estão ilustrados na Figura 4. A posição de alguns pontos analisados difere das secções anteriores. Assim, a análise dos pontos situados a 0 e 18 mm do centro mantém-se, mas os restantes situam-se agora a 3, 5 e 7 mm do centro (em vez de 2, 4 e 6 mm). O objectivo desta modificação foi evitar efectuar a análise em pontos situados na fronteira entre regiões, cujos resultados representam, de algum modo, uma mistura dos comportamentos das regiões adjacentes. Assim estes últimos pontos situam-se agora no centro das regiões B, C e D, respectivamente (ver Figura 4).

Para facilitar a leitura das figuras desta secção, utiliza-se a seguinte designação para o provete constituído por cinco materiais: “GRADXXX-YYY”, em que XXX e YYY são os valores da tensão limite de elasticidade da região mais central e da região mais exterior do provete, respectivamente. Nas figuras, os nós a que se referem os resultados são referenciados pela sua distância ao centro do provete, por exemplo, “Nó Kmm”, indica que a distância deste nó ao centro do provete é de K mm.

A evolução da carga em função do deslocamento, durante o ensaio de tracção, está representada na Figura 31, para os dois provetes em análise. Constatam-se que o valor do deslocamento na carga máxima é claramente inferior, no caso do provete em que a tensão limite de elasticidade evolui mais rapidamente (e para valores mais elevados), no sentido das regiões mais exteriores do provete.

Tabela 9. Parâmetros da lei de Swift dos materiais dos provetes com cinco regiões e gradiente de propriedades.

Materiais:	Regiões	σ_0 (MPa)	n	k (MPa)
GRAD100-150	A	100	0,25	376,06
	B	112	0,25	421,19
	C	124	0,25	466,31
	D	136	0,25	511,44
	E	150	0,25	564,09
GRAD100-200	A	100	0,25	376,06
	B	125	0,25	470,08
	C	150	0,25	564,09
	D	175	0,25	658,11
	E	200	0,25	752,12

Para os dois provetes apresentados na Tabela 9, analisam-se na Figura 32, as trajectórias de deformação, definidas por $\varepsilon_2/\varepsilon_1$, e a sua evolução durante a deformação, ε_1 , até valores de deslocamento superiores ao correspondente à carga máxima e na Figura 33 mostram-se exemplos da distribuição da deformação longitudinal ε_1 , antes da carga máxima.

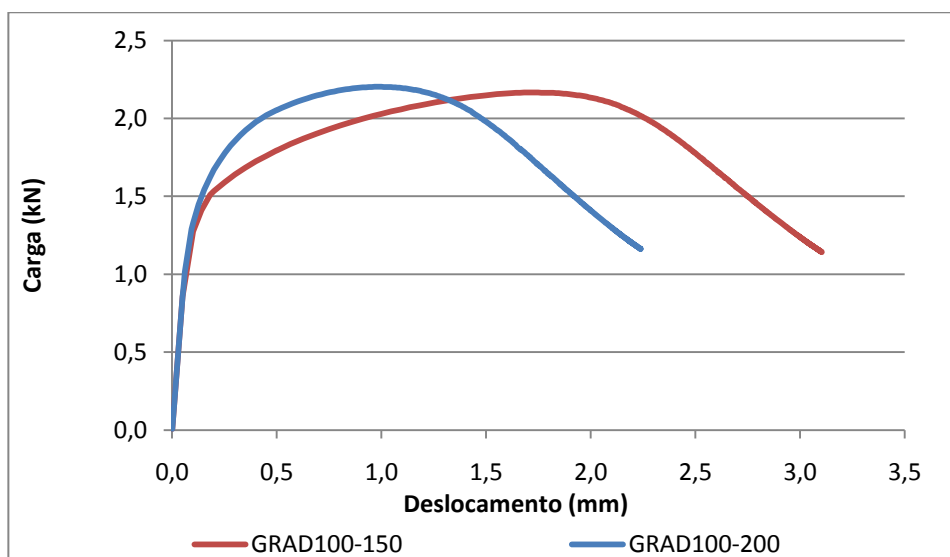


Figura 31. Evolução da carga vs. deslocamento para os provetes heterogéneos com gradiente de materiais da Tabela 9.

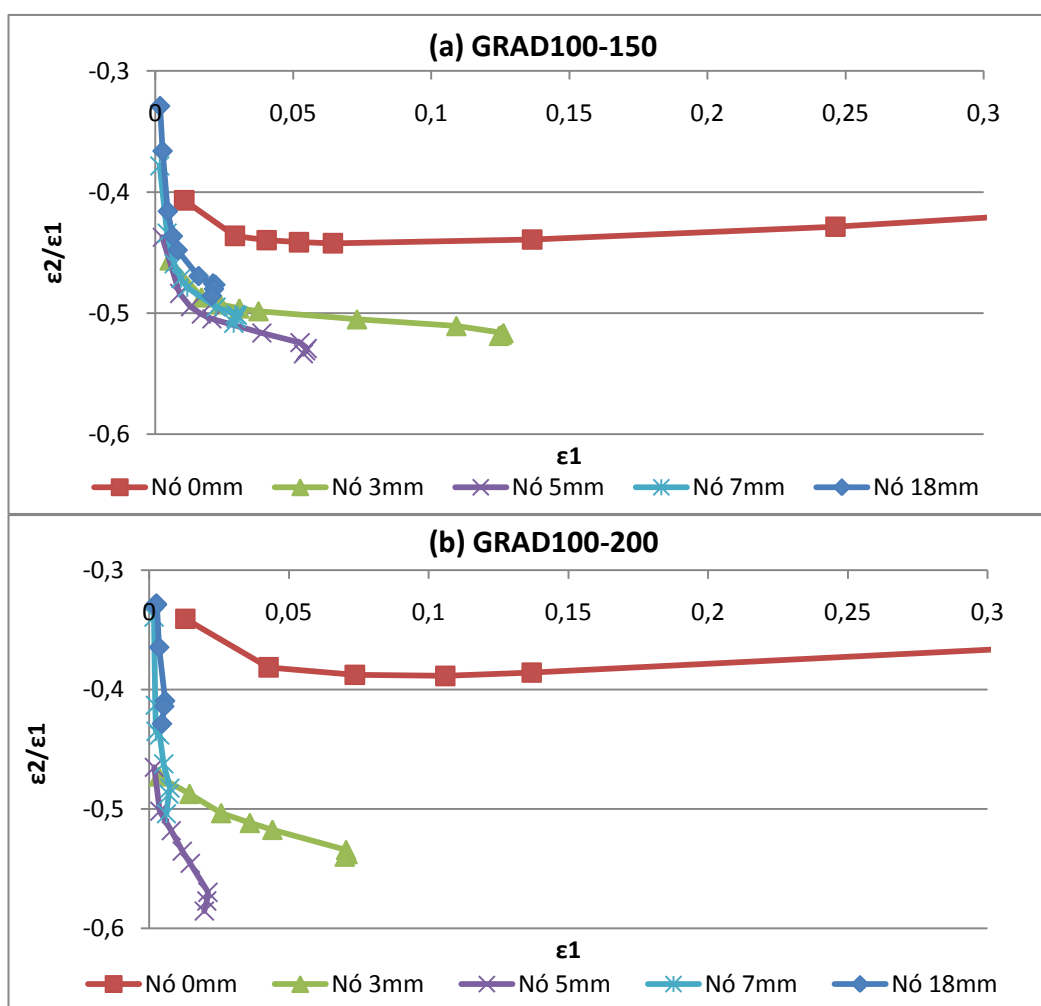


Figura 32. Trajectórias de deformação (ϵ_2/ϵ_1) em pontos do provete heterogéneo, em função das respectivas deformações longitudinais (ϵ_1) para provetes com gradiente de propriedades: (a) GRAD100-150; (b) GRAD100-200

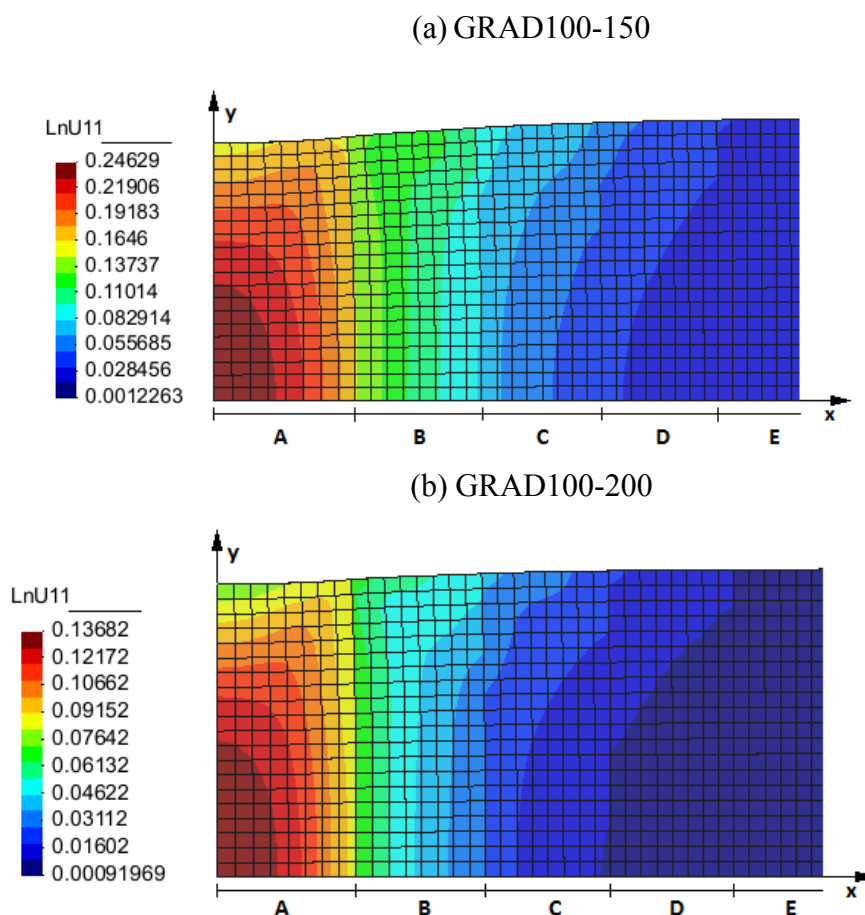


Figura 33. Detalhe dos provetes mostrando a distribuição da deformação longitudinal (ε_1), antes da carga máxima, para provetes com gradiente de materiais, estudados nesta secção: (a) GRAD100-150; (b) GRAD100-200.

Em cada um dos provetes, os resultados são diferenciados para o nó central, cuja trajectória de deformação mostra tendência clara para estabilizar para valores de $\varepsilon_2/\varepsilon_1$ superiores a -0.5 (ao contrário dos restantes). Este nó situa-se numa posição singular, pois de entre os nós analisados, é o único que se situa numa região que faz fronteira com outras duas com tensão limite de elasticidade mais elevadas (de notar que apenas se simulou metade do comprimento do provete de tracção). São prova disso as distribuições de deformação que se mostram na Figura 33: Na região A, as linhas de isovalor orientam-se para a esquerda, a partir do eixo do provete, e nas restantes regiões orientam-se para a direita.

Os resultados referentes ao provete GRAD100-150 (Figura 32 (a)) indicam que os constrangimentos devidos à existência de fronteiras entre materiais distintos são relativamente pequenos, devido à evolução suave da tensão limite de elasticidade ao longo do provete. No “Nó 0mm”, o valor de $\varepsilon_2/\varepsilon_1$ está ligeiramente acima de -0.45 e o valor

mais pequeno de $\varepsilon_2/\varepsilon_1$ é cerca de -0,52, para os “Nó 3 mm” e “Nó 5mm”. No caso do provete GRAD100-200 (Figura 32 (b)), a situação é diferente, pois os valores de $\varepsilon_2/\varepsilon_1$ afastam-se de modo mais perceptível da tracção pura ($\varepsilon_2/\varepsilon_1 = -0,5$). Deve notar-se que, nos dois casos agora analisados, a distância dos nós “Nó 3mm”, “Nó 5mm” e “Nó 7mm” à fronteira mais próxima é de 1 mm, contrariamente aos dos provetes analisados nas secções anteriores que é de 2 mm (o grau de estrangimento aumenta quando os nós se aproximam da fronteira).

Estes resultados apontam para a utilidade de realizar estudos suplementares com provetes possuindo cinco, ou mesmo mais, regiões com propriedades plásticas distintas, em que o comprimento de cada região seja inferior aos actuais 2 mm (o que exige alterações da malha do provete), com o objectivo de apurar o comportamento plástico em condições mais realistas, nomeadamente no que diz respeito às trajectória de deformação.

Contudo, os resultados desta secção (e também das anteriores), em que a distribuição de propriedades plásticas é certamente mais severa do que nos casos reais, são convincentes sobre a validade de utilização da metodologia para determinação de curvas de tracção locais. De facto, na Figura 34 constata-se uma vez mais, que todos os pontos das curvas *experimentais* acompanham as curvas de tracção correspondentes à do material fictício correspondente, até a curva de carga iniciar a descida, momento a partir do qual a deformação cessa em todas as regiões com excepção da região mais próxima do centro do provete.

Para melhor apreciar a validade de utilização da metodologia para determinação do início das curvas de tracção locais, quando a deformação atingida no ponto em análise é pequena, na Figura 35 reproduz-se a Figura 34, mas alargando a escala das deformações, para discernir melhor a evolução das curvas de tracção a pequenos valores de deformação. Nesta figura, ao contrário das anteriores (desta secção e das secções precedentes), o valor da deformação respeitante aos materiais fictícios representa a deformação total (elástica + plástica), como é conveniente para efectuar a comparação a pequenos valores de deformação (nas curvas *experimentais* ε_1 continua a representar a deformação total). Estes resultados mostram que também no início da deformação, as curvas *experimentais* são determinadas convenientemente, como também foi constatado nos ensaios anteriores, mas não evidenciado.

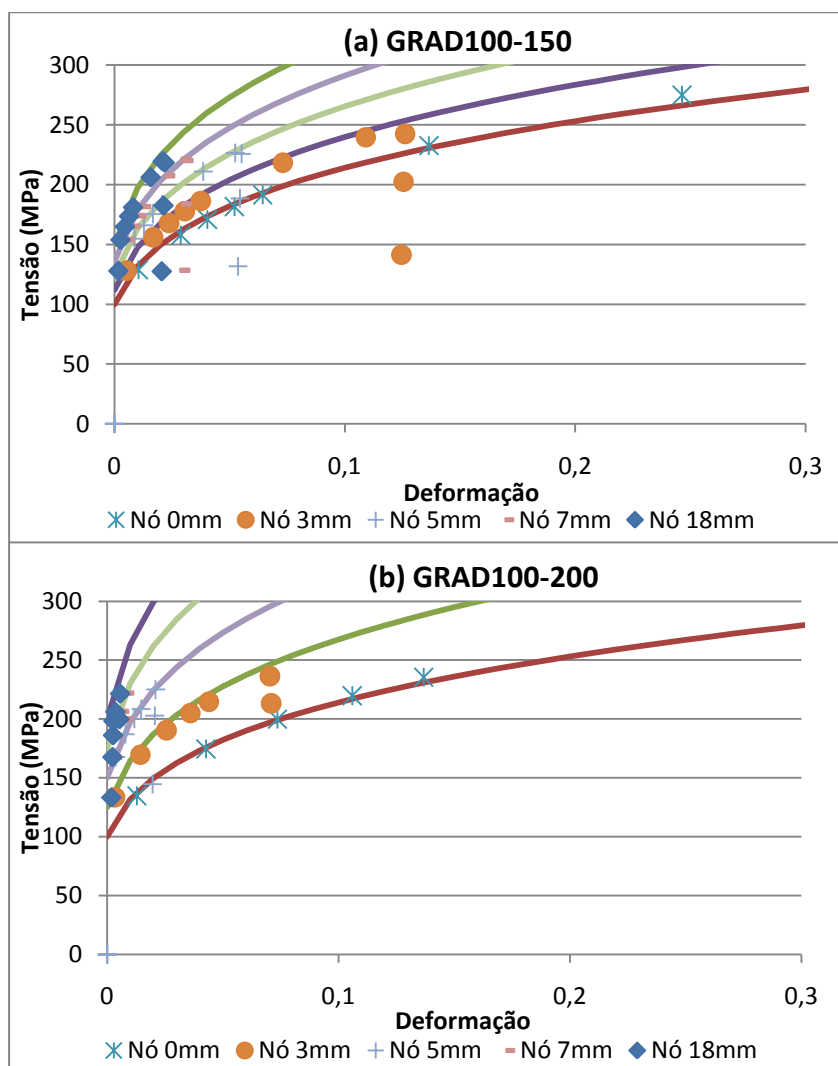


Figura 34. Comparação das curvas de tracção *experimentais* (símbolos), em pontos do provete heterogéneo, com as dos materiais fictícios (linhas) que constituem cada provete em estudo nesta secção (ver parâmetros da lei de Swift na Tabela 9): (a) GRAD100-150; (b) GRAD100-200.

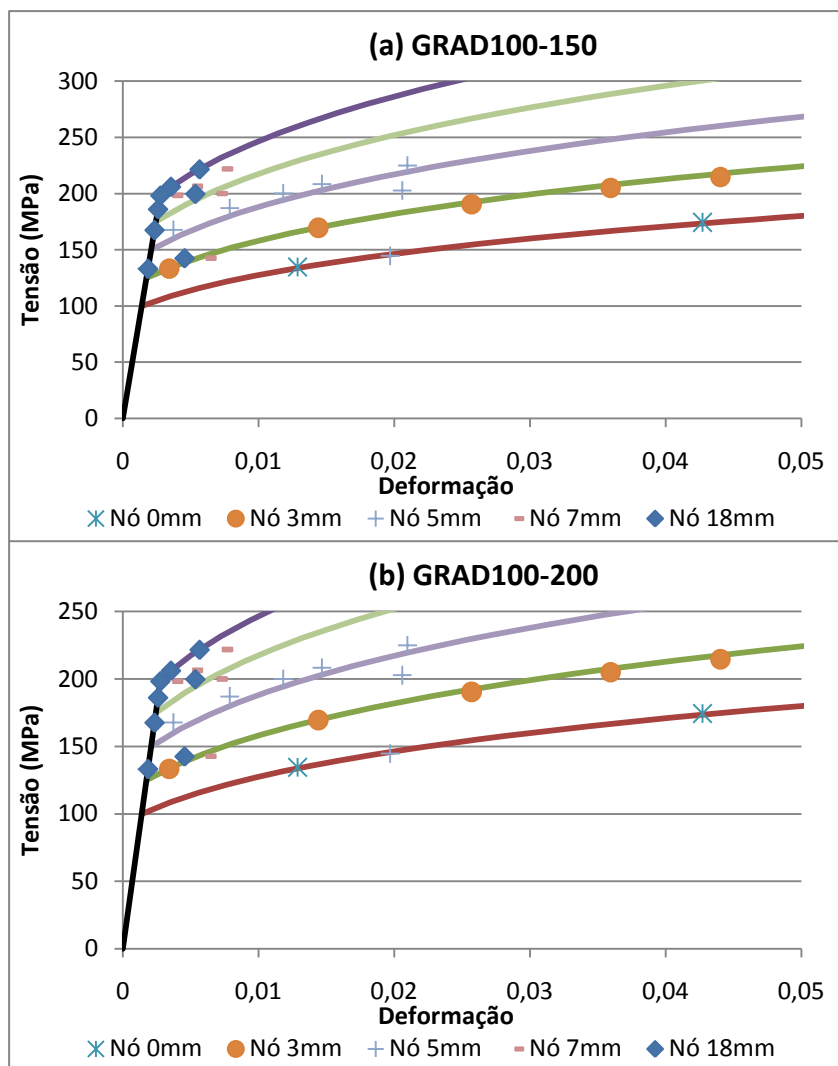


Figura 35. Detalhe da Figura 34, mas no caso das curvas fictícias considera-se a deformação total (elástica + plástica): (a) MATER100-150; (b) MATER100-200

4. CONCLUSÃO E PERSPECTIVAS

Neste trabalho realizaram-se ensaios de tracção de provetes numéricos heterogéneos, isto é, com propriedades plásticas que variavam, de modo discreto, ao longo do comprimento do provete. Vários tipos de casos foram examinados, nomeadamente foram realizados ensaios em provetes com duas e cinco regiões com propriedades plásticas distintas, às quais se associam materiais fictícios com valores de tensão limite de elasticidade e de coeficiente de encruamento convenientemente escolhidos. Deste modo, foi possível realizar um estudo sistemático sobre a influência destes parâmetros, assim como do tamanho e do número de regiões com comportamento distinto, no comportamento do provete heterogéneo. Além disso, testou-se e validou-se numericamente uma metodologia para determinação das curvas de tracção locais, isto é, em um ou mais pontos de cada uma das referidas regiões.

As principais conclusões e perspectivas resultantes deste trabalho podem ser assim resumidas:

- A variação de propriedades mecânicas ao longo do comprimento dos provetes cria estrangimentos, que provocam alterações de trajectória de deformação plástica comparativamente à tracção pura.

- A intensidade dos estrangimentos, definida pelo afastamento da trajectória de deformação ($\varepsilon_2/\varepsilon_1$) relativamente à tracção pura ($\varepsilon_2/\varepsilon_1 = -0,5$), é mais acentuada na proximidade das fronteiras entre regiões e diminui do eixo para o bordo do provete; depende também do tamanho da região mais pequena (no caso de provetes com duas regiões) e da “diferença” de propriedades mecânicas entre regiões;

- A metodologia sugerida para determinação de curvas de tracção locais foi numericamente testada e validada com sucesso; nalguns (poucos) casos de forte estrangimento, o afastamento entre as curvas de tracção *experimentais* e as do material fictício é visível, devido à forte e brusca variação de propriedades mecânicas entre regiões; estas situações dificilmente ocorrem em casos reais, em que a variação de propriedades mecânicas ao longo do eixo do provete é, geralmente, mais suave;

- A metodologia aqui testada numericamente recorre ao mesmo tipo de variáveis (resultados) que as obtidas experimentalmente pela técnica digital de correlação de imagem (*Digital Image Correlation Technique*), pelo que pode ser utilizada experimentalmente desde que esta técnica esteja disponível.

- Os resultados indiciam que a utilização de provetes de largura menor do que a indicada pelas normas, para o caso da tracção pura, pode conduzir a menores constrangimentos, com conseqüente menor afastamento da trajectória de tracção pura, melhorando a determinação das curvas de tracção locais, se necessário.

- Os resultados apontam também para a utilidade de realizar estudos suplementares com provetes constituídos por cinco ou mais regiões com propriedades plásticas distintas, em que o comprimento de cada região seja inferior aos actuais 2 mm, com o objectivo de apurar o comportamento plástico em condições mais realistas; nestas condições, é útil também estudar casos de forte gradiente de propriedades mecânicas ao longo do comprimento do provete;

- Finalmente, será proveitoso testar casos de materiais com comportamento plástico anisotrópico, definido pelo critério de plasticidade de critério de Hill (1950), ou outros.

5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Hill, R. (1950), “The Mathematical Theory of Plasticity”, Clarendon Press, Oxford.
- Leal, R. M. Loureiro, A. (2008), “Effect of overlapping friction stir welding passes in the quality of welds of aluminium alloys”, *Materials & Design* 29, 982-991.
- Leal R.M. (2010), “ Soldadura por fricção linear de elementos de baixa espessura - ligações homogéneas e heterogéneas”, Tese de Doutoramento em Engenharia Mecânica na Especialidade de Tecnologia da Produção. Faculdade de Ciências e Tecnologia - Universidade de Coimbra, Coimbra.
- Menezes, L.F., Teodosiu, C. (2000), “Three-dimensional numerical simulation of the deep-drawing process using solid finite elements”, *Journal of Materials Processing Technology* 97, 100–106.
- Oliveira, M.C., Alves, J.L., Menezes, L.F. (2008), “Algorithms and strategies for treatment of large deformation frictional contact in the numerical simulation of deep drawing process”, *Archives of Computational Methods in Engineering* 15, 113–162.
- Rodrigues, D.M., Menezes, L.F., Loureiro A. (2004), “The influence of the HAZ softening on the mechanical behaviour of welded joints containing cracks in the weld metal”, *Engineering Fracture Mechanics* 71, 2053-2064.
- Rodrigues, D. M., Loureiro, A., Leitão, C., Leal, R. M., Chaparro, B. M., Vilaca, P. (2009), “Influence of friction stir welding parameters on the microstructural and mechanical properties of AA 6016-T4 thin welds”, *Materials & Design* 30, 1913-1921.
- Rodrigues, D. M., Leitão C., Louro R., Gouveia H, Loureiro A. (2010), “High speed friction stir welding of aluminium alloys”, *Science and Technology of Welding and Joining* 15, 676-681.
- Swift H.W. (1952), “Plastic instability under plane stress”, *Journal of the Mechanics of Physics of Solids*, 1, 1-18.
- von Mises, R. (1913), “Mechanik der festen Körper im plastisch deformablen Zustand” *Göttingen Nachrichten Mathematisch Physikalische* 1, 582–592.