



Universidade de Coimbra

Faculdade de Ciências e Tecnologia

Departamento de Engenharia Electrotécnica e Computadores

Ondas ultra-sonoras guiadas na caracterização e controlo não destrutivo de materiais

*Dissertação submetida para obtenção do grau de Doutor em
Engenharia Electrotécnica, na especialidade de Materiais e
Campo Electromagnético.*

Mário João Simões Ferreira dos Santos

Coimbra – Portugal

2004

Dissertação realizada sob a orientação de

João Manuel Domingues Perdigão

Professor Catedrático do Departamento de Engenharia Electrotécnica e
Computadores da Faculdade de Ciências e Tecnologia da
Universidade de Coimbra

e com a co-orientação de

António José Ribeiro Ferreira

Professor Associado do Departamento de Engenharia Electrotécnica e
Computadores da Faculdade de Ciências e Tecnologia da
Universidade de Coimbra

*Aos meus filhos Afonso e Tomás
e à minha esposa Lúcia*



União Europeia
Fundo Social Europeu



Agradecimentos

O trabalho apresentado foi realizado no Laboratório de Tecnologia de Materiais Electrónicos e Ultra-sons (LTMEU) do Departamento de Engenharia Electrotécnica e de Computadores, no âmbito das actividades do Instituto de Ciências e Engenharia de Materiais e Superfícies (ICEMS), contando com o apoio e colaboração de várias pessoas e entidades, às quais apresento desde já os meus sinceros agradecimentos.

Em particular queria agradecer:

Ao Professor Doutor João M. D. Perdigão, orientador científico deste trabalho, pela oportunidade concebida, apoio na resolução de problemas surgidos e pela confiança depositada.

Ao Professor Doutor António J. R. Ferreira, co-orientador deste trabalho, pela sua constante disponibilidade sempre que solicitado.

Aos colaboradores do LTMEU, em particular ao Professor Doutor Sá Furtado, Professor Doutor Pedro Faia e Professor Doutor José Certo por todos os incentivos e apoios no decurso do trabalho.

Ao Engenheiro Nuno Santos, pela sua colaboração no desenvolvimento do protótipo do sistema de caracterização de papel.

Ao Professor Doutor José Domingues pelo auxílio na execução dos ensaios destrutivos das colagens, e ao Engenheiro Rui Leal pela cedência das soldaduras para análise, ambos do Departamento de Engenharia Mecânica.

À Lúcia, pela preciosa ajuda na correcção ortográfica do texto.

Ao Departamento de Engenharia Electrotécnica e Computadores e a todos os funcionários, em especial ao Sr. Silva e Sr. Dias, pela colaboração na construção de várias peças utilizadas no trabalho experimental.

Agradeço, ainda, o financiamento concedido pelo programa PRODEP III no âmbito do concurso nº 4/5.3/PRODEP/2000 (Formação Avançada de Docentes do Ensino Superior).

Resumo

Ondas ultra-sonoras guiadas na caracterização e controlo não destrutivo de materiais

As ondas ultra-sonoras guiadas, contrariamente às ondas de volume utilizadas nos métodos convencionais, necessitam de fronteiras para a sua propagação. Os exemplos mais conhecidos são as ondas de superfície, se o meio de propagação tiver uma só fronteira (meio semi-infinito) e as ondas de Lamb, quando passamos a ter duas fronteiras (placa). Das suas grandes vantagens destacam-se a possibilidade de análise de grandes distâncias sem deslocamento dos transdutores, a capacidade de inspecção de zonas inacessíveis ou a hipótese de sintonização de um determinado modo de propagação de forma a garantir melhor detecção e menores perdas. Estas características conduzem, normalmente, à concepção de sistemas de análise mais rápidos e de baixo custo. O facto de uma grande parte das estruturas e materiais correntes apresentar a forma de colagens, soldaduras ou sistemas multicamada, aliado às vantagens enumeradas, são motivos suficientes para o seu desenvolvimento no presente trabalho.

Inicialmente são apresentados os conceitos básicos e teoria subjacente à propagação de ondas ultra-sonoras e é feita a revisão do estado dos conhecimentos das técnicas usadas em controlo não destrutivo por ultra-sons. De forma a possibilitar a compreensão dos fenómenos associados à propagação das ondas ultra-sonoras guiadas, são efectuadas implementações computacionais e trabalho experimental, que permitem a determinação de parâmetros tais como: velocidade de fase, velocidade de grupo, deslocamentos e atenuação.

Várias aplicações das ondas guiadas, que vão desde a detecção e caracterização de defeitos em placas de alumínio, inspecção de soldaduras, até à análise da integridade de colagens são estudadas, sendo obtidos, de uma forma geral, bons resultados. No último ponto é descrito e apresentado um sistema original, destinado à caracterização de algumas propriedades do papel, que vem demonstrar mais uma das potencialidades associadas ao uso das ondas guiadas em controlo não destrutivo.

Abstract

Ultrasonic guided waves in the characterization and non destructive testing of materials

Ultrasonic guided waves, in opposition to bulk waves used in conventional methods, require boundaries for propagation. Well known examples are surface waves, when the propagation media has only one boundary (semi-infinite media) and Lamb waves, when we have two boundaries (plate). The major benefits of guided waves are the possibility of testing materials over long distances from a single probe position, inspection of difficult to access areas or propagation mode tuning to guarantee better detection and low losses. These benefits give rise to cost effectiveness due to testing simplicity and speed. By the fact that a lot of current structures and materials present a shape of bonding, welding or multi-layer, together with the advantages mentioned, are the main reasons of the development of the present work.

In the beginning the basic concepts and theory of ultrasonic guided wave propagation are presented and a revision of the techniques used in ultrasonic nondestructive testing is done. As a way of understanding the phenomena associated with ultrasonic guided waves some computational implementations and experimental work are developed, that allow important parameter determination, such as: phase velocity, group velocity, displacements and attenuation.

Several applications of guided waves like detection and classification of defects in aluminium plates, welding inspections or analysis of bonding integrity are studied, in a general way with good results. In the last point an original system for paper properties characterization is described and presented, which shows once again the potentialities of guided waves in nondestructive testing.

Índice

<i>Agradecimentos</i>	<i>ix</i>
<i>Resumo</i>	<i>xi</i>
<i>Abstract</i>	<i>xiii</i>
<i>Índice</i>	<i>xv</i>
<i>Abreviaturas</i>	<i>xix</i>
1 INTRODUÇÃO	1
2 PROPAGAÇÃO DE ONDAS ULTRA-SONORAS	7
2.1 Conceitos elementares associados à teoria da elasticidade	7
2.1.1 Deslocamento e deformação	7
2.1.2 Pressão	8
2.1.3 Equação do movimento	10
2.2 Constantes elásticas	11
2.2.1 Materiais isotrópicos	12
2.3 Equação de onda em meios ilimitados e isotrópicos	13
2.4 Materiais anisotrópicos: Equação de Christoffel	16
2.5 Atenuação de ondas ultra-sonoras	17
2.5.1 Absorção	17
2.5.2 Dispersão	18
2.5.3 Coeficiente de atenuação	20
2.5.4 Atenuação em meios homogêneos viscoelásticos: Modelos de Maxwell e Kelvin-Voight	20
2.5.4.1 Modelo de Maxwell	21
2.5.4.2 Modelo de Kelvin-Voight	22
2.6 Resumo	23

3	<i>TÉCNICAS ULTRA-SONORAS NA CARACTERIZAÇÃO DE MATERIAIS</i>	25
3.1	Introdução	25
3.2	Técnicas convencionais	26
3.2.1	Método pulso-eco	26
3.2.2	Método por transmissão	28
3.3	Técnicas dedicadas	29
3.3.1	Imagiologia ultra-sonora	29
3.3.2	Geração e detecção de ultra-sons por meios ópticos	31
3.3.3	Transmissão no ar	32
3.3.4	Geração e detecção de ultra-sons usando transdutores electromagnéticos	33
3.3.5	Método pitch and catch	34
3.3.6	Métodos envolvendo transdutores múltiplos	35
3.4	Caracterização ultra-sonora de quartzitos	36
3.4.1	Trabalho experimental	36
3.4.1.1	Determinação das propriedades físicas e ultra-sonoras	38
3.4.1.2	Fissuras internas	39
3.4.1.3	Análise da isotropia	40
3.4.1.4	Atenuação e análise espectral	43
3.5	Resumo	46
4	<i>ONDAS ULTRA-SONORAS GUIADAS</i>	49
4.1	Introdução	49
4.2	Ondas de Lamb	53
4.2.1	Solução numérica das equações de Rayleigh-Lamb	55
4.2.2	Deslocamentos	61
4.2.3	Geração de ondas de Lamb	65
4.2.4	Identificação dos modos de propagação	72
4.3	Ondas de Lamb de fugas (leaky Lamb waves)	80
4.3.1	Equações de dispersão para uma placa imersa num fluido	81
4.3.2	Atenuação devido a perdas para o fluido	83
4.4	Detecção e caracterização de defeitos em placas de alumínio	89
4.4.1	Seleção do sistema experimental	90
4.4.1.1	Versatilidade e reprodutibilidade	91
4.4.1.2	Perdas	91
4.4.2	Análise de defeitos simulados com profundidades variáveis	94
4.4.3	Análise de defeitos simulados com larguras variáveis	97

4.5	Análise de soldaduras por fricção linear em alumínio	102
4.5.1	Soldadura por fricção linear (<i>SFL</i>)	103
4.5.2	Trabalho experimental	104
4.6	Estudo da integridade de colagens	111
4.6.1	Modelo de propagação de ondas guiadas numa estrutura colada tipo junta sobreposta	112
4.6.1.1	Método da matriz de transferência	114
4.6.1.2	Implementação prática do método da matriz de transferência	116
4.6.1.3	Soluções modais	117
4.6.1.4	Deslocamentos	118
4.6.1.5	Método da matriz global	120
4.6.2	Análise experimental de uma colagem em alumínio	120
4.6.3	Caracterização de colagens com defeitos	124
4.6.3.1	Construção das amostras	125
4.6.3.2	Teste preliminar numa placa colada com um defeito	128
4.6.3.3	Teoria clássica da difracção	129
4.6.3.4	Influência do bordo das placas	132
4.6.3.5	Análise de defeitos simulados	135
4.6.3.6	Ensaio destrutivos	147
4.6.4	Análise de colagens tratadas termicamente	149
4.6.4.1	Aproximação quasi-estática (<i>QSA</i> – Quasi-static approximation) na modelação de interfaces imperfeitas	150
4.6.4.2	Curvas de dispersão da velocidade de fase em função das constantes de rigidez	151
4.6.4.3	Trabalho experimental	151
4.7	Concepção de um sistema de caracterização de papel	154
4.7.1	Propagação de ondas guiadas em papel	155
4.7.2	Cerâmicas bimorfas e unimorfas	158
4.7.3	Construção e caracterização dos transdutores	158
4.7.4	Seleccção da frequência de trabalho	161
4.7.5	Cabeça de medida	163
4.7.6	Sistema de controlo e medida	163
4.7.6.1	Hardware	164
4.7.6.2	Software	165
4.7.7	Resultados experimentais	168
4.8	Resumo	169
5	CONCLUSÕES	173
6	TRABALHOS FUTUROS	177
	REFERÊNCIAS	179

<i>APÊNDICE A</i>	<i>Aplicação da equação de Christoffel em meios anisotrópicos</i>	<i>191</i>
<i>APÊNDICE B</i>	<i>Métodos para obtenção dos modos de propagação de ondas de Lamb numa placa no vazio</i>	<i>195</i>
B.1	Método dos potenciais	195
B.2	Método da ressonância transversa ou onda parcial	200
<i>APÊNDICE C</i>	<i>Determinação experimental da atenuação usando o método pulso-eco</i>	<i>205</i>
<i>APÊNDICE D</i>	<i>Deslocamentos num sistema multicamada</i>	<i>207</i>

Abreviaturas

2DFFT - Transformada de Fourier Bidimensional (*2 Dimensions Fast Fourier Transform*);

Ângulo TSO - *Tensile Stiffness Orientation Angle*;

CD - *Cross Direction*;

CNDU - Controlo Não Destrutivo por Ultra-sons;

FFT - Transformada de Fourier Rápida (*Fast Fourier Transform*);

IQ - Índice de Qualidade;

LLW - Ondas de Lamb de Fugas (*Leaky Lamb Waves*);

MC - Método por Contacto;

MD - *Machine Direction*;

MI - Método por Imersão;

MIL - Método por Imersão Local;

MIME - Método por Imersão em Meio Espaço;

PZT - *Lead Titanate Zirconate Piezoelectric*;

QSA - Aproximação Quasi-Estática (*Quasi-Static Approximation*);

Relação S/R - Relação Sinal/Ruído;

SEM - *Scanning Electronic Microscopy*;

SFL - Soldadura por Fricção Linear (*Friction Stir Welding – FSW*);

TSI - Índice de Rigidez à Tracção (*Tensile Stiffness Index*);

1 INTRODUÇÃO

A acústica pode ser definida como um ramo da ciência que estuda os fenómenos associados à geração, transmissão e recepção de energia na matéria sob a forma de vibrações. O deslocamento dos átomos ou de moléculas da sua configuração original dá origem ao aparecimento de forças internas. São exemplos a tensão que uma mola produz quando sujeita a tracção ou o incremento da pressão quando um fluido é comprimido. Estas forças elásticas, em conjunto com a inércia do sistema, permitem que a matéria funcione como meio de transmissão dos movimentos vibratórios.

No vácuo, devido à ausência de matéria, não existe este tipo de vibrações, em contraste, por exemplo, com a luz ou qualquer tipo de ondas electromagnéticas, onde as oscilações coincidem com alternâncias do estado eléctrico e magnético dos pontos do espaço livre. No ar, uma onda acústica dá origem ao movimento das partículas em torno das suas posições originais, no sentido da propagação, enquanto que uma onda de luz não tem qualquer influência no seu movimento.

Se as vibrações provocadas pelas ondas mecânicas se repetem periodicamente e durante um determinado espaço de tempo, são classificadas de acordo com o seu número de ciclos por segundo, ou seja, pela sua frequência. O ouvido humano serve como detector e define as gamas desses tipos de ondas. O som é audível se chega ao ouvido pelo ar ou através de um corpo. Frequências abaixo de 10 Hz e acima de 20 kHz são inaudíveis para o ouvido humano. Como no caso da luz, onde as altas frequências, que são invisíveis aos nossos olhos são chamadas ultravioletas, também as ondas acústicas acima de 20 kHz são referidas como ultra-sons, ou ondas ultra-sonoras. A gama dos ultra-sons estende-se até 1 GHz, sendo a partir daí comum dizer-se que estamos no regime hipersónico. Para frequências abaixo de 10 Hz temos as chamadas ondas subsónicas ou infra-sónicas.

Os ultra-sons manifestam-se de uma forma variada na natureza e no nosso dia-a-dia. Os exemplos mais conhecidos são talvez a sua utilização, como sistema de navegação, por parte dos morcegos, permitindo-lhes evitar os obstáculos nos seus voos nocturnos ou como sistema de

comunicação das baleias e golfinhos. Noutras situações, adicionalmente ao ruído audível, os ultra-sons são produzidos com grande intensidade, sendo felizmente ignorados pelos nossos ouvidos.

As numerosas aplicações técnicas dos ultra-sons podem ser divididas em dois grandes grupos: testes destrutivos e não destrutivos. Como na medicina, onde os raios-X são usados com duas finalidades perfeitamente diferentes, terapeuticamente na acção em tecidos (tratamento cancerígeno) ou como meio de diagnóstico (radiografias), também os ultra-sons podem ser usados para agir fisicamente num determinado material, ou para explorar as suas condições ou características. No primeiro grupo a energia é usada, por exemplo, para limpar pequenas partículas de superfícies, para mistura de fluidos, destruição de pequenas formações calcárias e noutras aplicações que digam respeito ao uso de força mecânica como vibração. No segundo grupo a energia transmitida é utilizada para detecção (barcos no mar, cardumes, sondagem de profundidades) e localização de defeitos e determinação de propriedades em materiais. É neste segundo grupo de aplicações que se insere o presente trabalho.

Para determinar as propriedades mecânicas de um dado material, um ensaio destrutivo apresenta-se como sendo o método mais directo e mais rápido. Para determinar, por exemplo, a resistência mecânica de um material basta sujeitá-lo a uma força de tracção até atingir a sua rotura. Infelizmente o teste é destrutivo. Por outro lado, os ultra-sons permitem o mesmo tipo de teste, que basicamente usa o mesmo tipo de forças (tracção, compressão, corte, etc.), mas com intensidades muito inferiores, para que o material não seja destruído.

Os testes usando frequências audíveis, vulgarmente designadas por áudio frequências são, talvez, os mais antigos testes não destrutivos conhecidos sendo, alguns deles, ainda hoje utilizados. Uma situação clássica é a análise do som que emite uma peça cerâmica, quando é atingida por um martelo. Qualquer um de nós já teve esse tipo de experiência, verificando que o som que emite uma peça com um defeito é diferente de uma peça sem qualquer tipo de defeito.

Inicialmente, os testes não destrutivos por ultra-sons foram usados na detecção de defeitos. A onda ultra-sonora ao encontrar um defeito num material dá origem a uma onda reflectida, que pode ser usada para identificação e classificação desse defeito. No entanto, as mesmas ondas ultra-sonoras podem ser usadas na caracterização de materiais, sendo obtidas, indirectamente, grandezas como os módulos de elasticidade, tamanho de grão, porosidade ou propriedades mecânicas.

A fácil propagação das ondas ultra-sonoras no interior dos materiais contribuiu de forma decisiva, para que as técnicas ultra-sonoras se tornassem numas das mais importantes no campo do controlo não destrutivo. As duas técnicas mais utilizadas são o método *pulso-eco*, em que um

único transdutor ultra-sonoro é usado como emissor e receptor e o método por *transmissão* que requer dois transdutores, necessitando, para o efeito, do acesso a duas faces opostas do material a examinar. Estas técnicas, actualmente designadas por convencionais apresentam, contudo, grandes limitações quando se pretende ir mais além do que a simples detecção da presença de uma descontinuidade na estrutura de um dado material, nomeadamente, quando o objectivo é a caracterização do material e, eventualmente, do próprio defeito. Perante tais dificuldades, e atendendo à crescente necessidade de uma mais completa e rápida caracterização de materiais, foram desenvolvidas novas técnicas, onde sobressaem pela sua importância, as que envolvem ondas ultra-sonoras guiadas, às quais vamos dar mais ênfase no decurso deste trabalho.

Os métodos convencionais anteriores baseiam-se, essencialmente, na utilização de ondas de volume, ou seja, ondas que existem em meios considerados pelas suas dimensões como ilimitados. Quando as fronteiras dos meios começam a interferir na propagação podemos ter, em certas circunstâncias, ondas guiadas como são exemplos disso as ondas de *Rayleigh* (propagação num sólido semi-infinito), *Lamb* (propagação numa placa) ou de *Stoneley* (propagação ao longo da interface entre dois sólidos), entre outras.

As ondas guiadas, nomeadamente as ondas de *Lamb*, existentes numa placa no vazio, ou as ondas de *Lamb* de fugas (*leaky Lamb waves - LLW*), existentes numa placa imersa num fluido são potencialmente interessantes para a análise de materiais que apresentem este tipo de estrutura, como é o caso das situações estudadas neste trabalho. Uma das grandes vantagens das ondas *Lamb*, relativamente às ondas de volume, prende-se com a sua capacidade de inspecção de grandes distâncias sem deslocamento dos transdutores; outra tem a ver com o facto de ser possível gerar uma variedade de modos de propagação, que estão relacionados com alguns parâmetros, como a frequência, a espessura da placa ou o ângulo de incidência, podendo a sua atenuação ser controlada através da correcta selecção do modo a usar, dando origem a perdas baixas, mesmo para uma placa imersa num fluido. Como consequência vamos ter sistemas de análise muito mais rápidos e de mais baixo custo, quando comparados com os sistemas convencionais.

As razões apontadas deram origem à motivação do autor para a realização deste trabalho de investigação, onde se pretende mostrar as potencialidades da utilização das ondas guiadas em vários campos, que vão desde a detecção e caracterização de defeitos, até à determinação da anisotropia.

Para além do presente capítulo introdutório, onde é dada uma perspectiva genérica sobre os aspectos mais importantes focados neste trabalho, o capítulo 2 pretende apresentar os conceitos e a teoria subjacente à propagação das ondas ultra-sonoras. O capítulo 3 faz essencialmente a

revisão do estado dos conhecimentos das técnicas ultra-sonoras utilizadas na caracterização de materiais. O capítulo 4 contém a maior parte do trabalho desenvolvido nesta dissertação, tanto do ponto de vista teórico como experimental, relativo às ondas guiadas. Finalmente, nos últimos dois capítulos temos as conclusões e as sugestões para trabalhos futuros.

O capítulo 2 pretende familiarizar o leitor com os conceitos mais importantes relacionados com a propagação das ondas ultra-sonoras, como sejam o deslocamento, deformação, pressão, constantes elásticas ou a equação do movimento. Usando essas noções vai ser deduzida a equação de onda para meios ilimitados e isotrópicos e, muito sumariamente, introduzem-se também alguns conceitos relacionados com a propagação em meios anisotrópicos. Finalmente são observados os mecanismos de perdas de energia por absorção e dispersão, bem como os modelos clássicos de atenuação de *Maxwell* e de *Kelvin-Voight*.

O capítulo 3 descreve inicialmente os conhecidos métodos convencionais: *pulso-eco* e por *transmissão*, sendo depois estabelecida uma classificação das inúmeras técnicas descritas na literatura, que vamos designar por técnicas dedicadas. O autor chama a atenção para o grau de subjectividade desta classificação, onde o critério utilizado se baseia no tipo de onda usado, grandeza a medir, tipo de informação recolhida e instrumentação envolvida. É feita então a revisão do estado dos conhecimentos das diversas técnicas descritas. Na parte final deste capítulo é apresentado um trabalho original, que visa efectuar a caracterização ultra-sonora de quartzitos, provenientes de duas regiões geograficamente diferentes, usando o método por *transmissão*.

O capítulo 4 tem como objectivos iniciais a introdução dos conceitos relacionados com ondas de *Lamb* e *LLW* tais como velocidade de fase, velocidade de grupo, deslocamentos ou atenuação, entre outros, fundamentais para a compreensão dos fenómenos associados à propagação ultra-sonora guiada. São efectuadas implementações computacionais, nomeadamente para determinação das curvas de dispersão e dos deslocamentos, devido à sua importância prática no decurso do trabalho. É focada a importância da propagação monomodo e a influência da largura de banda e da abertura de feixe dos transdutores quando usamos incidência oblíqua. Para identificação de um determinado modo de propagação são apresentadas as técnicas da *fase do espectro* e da *amplitude do espectro*, para o caso da propagação monomodo, e a transformada de Fourier bidimensional para sinais multimodo. Com base no modelo de *Kelvin-Voight* é estabelecida a atenuação devido a fugas para o fluido de uma placa imersa.

As secções seguintes deste capítulo vão ser dedicadas à análise de problemas concretos, onde as ondas guiadas podem potencialmente ser usadas. A primeira situação é a detecção e caracterização de defeitos em placas de alumínio usando os modos fundamentais A0 e S0. Para tal vai ser usado um sistema experimental construído para o efeito e um método que designamos

por *método de imersão em meio espaço (MIME)*. A situação seguinte consiste na análise de soldaduras por fricção linear (*SFL*) e na tentativa de corroborar através das ondas guiadas, dados obtidos por intermédio de outros meios de diagnóstico, como a radiografia ou o C-scan acústico. Outro ponto abordado neste capítulo é o estudo da integridade de colagens, tipo junta sobreposta. Usando o modelo da *matriz de transferência*, que considera a colagem como um sistema multicamada vão ser determinados os parâmetros de propagação, de uma forma análoga a uma única placa isolada. As colagens a analisar por intermédio de *LLW* são divididas em dois grupos: um com degradações circulares localizadas, com dimensões variáveis, que simulam eventuais defeitos que surjam durante o processo de concepção das colagens e o outro com diferentes graus de adesão em toda a zona da colagem. Para o primeiro grupo vamos usar modelos de difracção, de forma a podermos prever as dimensões dos defeitos. Para o segundo grupo de colagens vai ser analisada a influência dos diferentes graus de adesão nos parâmetros das ondas guiadas, como por exemplo na velocidade de fase, usando, para o efeito, uma modelação de interfaces imperfeitas. Ambos os grupos de colagens vão ser sujeitos posteriormente a ensaios destrutivos para corroborar os valores obtidos com as técnicas ultra-sonoras.

Finalmente, no último ponto deste capítulo, vai ser construído um sistema de caracterização de papel. Com base na medição da velocidade de propagação de pseudo ondas de *Lamb* na superfície do papel é construído o designado diagrama *TSI*, de onde podem ser retirados diversos tipos de informação de grande importância para os fabricantes de papel. O sistema em causa foi completamente desenvolvido, desde a construção dos transdutores até ao hardware periférico, passando pelo respectivo software de controlo.

Nos capítulos 5 e 6 são apresentadas as conclusões gerais do trabalho desenvolvido e as sugestões para trabalhos futuros, respectivamente.

2 PROPAGAÇÃO DE ONDAS ULTRASONORAS

2.1 Conceitos elementares associados à teoria da elasticidade

2.1.1 Deslocamento e deformação

Quando as partículas de um determinado material sofrem um deslocamento do seu ponto de equilíbrio surgem forças internas, que combinadas com a inércia das partículas dão origem ao movimento oscilatório do meio.

O vector deslocamento \bar{u} é uma grandeza que depende do tempo, pois o movimento das partículas não é instantâneo, logo pode ser definida a velocidade instantânea de deslocamento ou velocidade das partículas como

$$\bar{v} = \frac{\partial \bar{u}}{\partial t}. \quad (2.1)$$

Um corpo é considerado elástico se regressa ao seu estado inicial após ter sofrido uma deformação provocada por uma força. A comparação entre dois pontos próximos, antes e depois da deformação, mostra que os resultados das distâncias diferem de uma quantidade que inclui o termo ε_{ij} que é o tensor deformação dado por (Auld, 1990a; Graff, 1975 e Rose, 1999)

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_k}{\partial x_i} \frac{\partial u_k}{\partial x_j} \right). \quad (2.2)$$

A deformação é um parâmetro que em alguns materiais, como por exemplo a borracha, pode facilmente atingir valores maiores do que a unidade. No entanto, para materiais mais rígidos, os valores da deformação devem ser mantidos abaixo de uma gama de 10^{-3} a 10^{-4} para evitar

deformações permanentes ou roturas. Logo, os termos de 2ª ordem em (2.2) podem ser desprezados, dando origem a

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right), \quad i, j = x, y, z. \quad (2.3)$$

Atendendo a questões de simetria ($\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ji}$), ε é dada por um tensor de 2ª ordem com nove componentes, das quais apenas seis são independentes. Usando a seguinte notação simplificada: $xx = 1$; $yy = 2$; $zz = 3$; $yz = zy = 4$; $xz = zx = 5$; $xy = yx = 6$, a deformação é então dada por

$$\varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{yx} & \varepsilon_{yy} & \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{zx} & \varepsilon_{zy} & \varepsilon_{zz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 & \varepsilon_6 & \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 & \varepsilon_2 & \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 & \varepsilon_4 & \varepsilon_3 \end{bmatrix}. \quad (2.4)$$

Podendo também ser escrita na forma de coluna com seis elementos

$$\varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{bmatrix}. \quad (2.5)$$

2.1.2 Pressão

A vibração das partículas de um corpo em relação à sua posição de equilíbrio dá origem a forças internas desenvolvidas entre as partículas vizinhas. O conjunto destas forças é caracterizado pelo tensor das pressões.

Na figura 2.1 está representado um volume elementar $d\bar{v}$, limitado pelas superfícies $d\bar{s}_j$, ortogonais aos eixos do sistema de coordenadas. Cada uma das três superfícies do volume elementar está sujeita a uma força $d\bar{F}_i$ (a título de exemplo apenas está representada $d\bar{F}_y$). A matriz de pressões é então formada por nove componentes, devido às três superfícies e às forças com três componentes, sendo dada por

$$\sigma_{ij} = \frac{d\bar{F}_i}{d\bar{s}_j}, \quad i, j = x, y, z. \quad (2.6)$$

De acordo com esta definição, em σ_{ij} o índice i define a componente da força e o índice j a superfície sob a qual essa força é exercida.

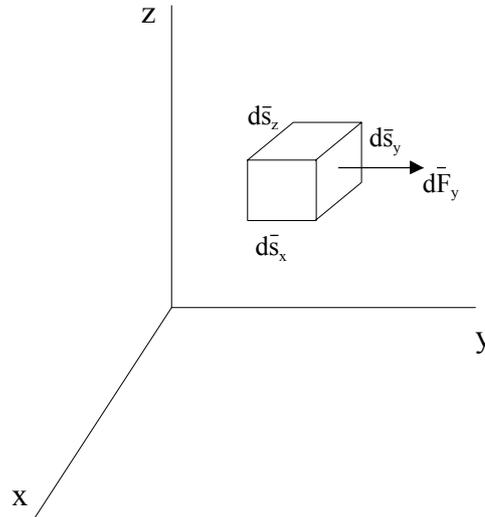


Figura 2.1. Volume elementar.

Para o caso de uma superfície arbitrária, a força exercida pelo meio exterior sobre esta superfície de orientação indeterminada é dada por

$$\begin{bmatrix} dF_x \\ dF_y \\ dF_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ds_x \\ ds_y \\ ds_z \end{bmatrix}. \quad (2.7)$$

Usando considerações relacionadas com o binário associado a um volume elementar, prova-se que a matriz σ também é simétrica, analogamente à matriz ε (Auld, 1990a), sendo dada por

$$\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_1 & \sigma_6 & \sigma_5 \\ \sigma_6 & \sigma_2 & \sigma_4 \\ \sigma_5 & \sigma_4 & \sigma_3 \end{bmatrix}, \quad (2.8)$$

ou na forma de coluna por

$$\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{bmatrix}. \quad (2.9)$$

2.1.3 Equação do movimento

Consideremos novamente um volume elementar $d\bar{v}$ limitado por uma superfície $d\bar{s}$. Associadas a este volume estão as forças externas e as forças internas aplicadas devido à influência de volumes elementares na sua vizinhança, ou seja

$$\bar{F}_i = \int_{d\bar{v}} \bar{F}_e d\bar{v} + \int_{d\bar{s}} \bar{\sigma}_i d\bar{s}, \quad (2.10)$$

admitindo a ausência de forças externas ($F_e=0$) e usando o teorema de *Green (Gauss)*

$$\bar{F}_i = \int_{d\bar{s}} \bar{\sigma}_i d\bar{s} = \int_{d\bar{v}} \nabla \cdot (\bar{\sigma}_i) d\bar{v}, \quad (2.11)$$

onde $\nabla \cdot$ é o operador diferencial divergência dado por $\nabla \cdot = \frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z}$.

Usando a 2ª lei de *Newton*

$$\bar{F} = m \bar{a}, \quad (2.12)$$

e (2.11) obtemos

$$\int_{d\bar{v}} \nabla \cdot (\bar{\sigma}_i) d\bar{v} = \int_{d\bar{v}} \rho \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial t^2} d\bar{v}, \quad (2.13)$$

sendo ρ a massa específica do meio. Finalmente, a equação (2.13) pode ser simplificada dando origem à equação do movimento

$$\nabla \cdot \bar{\sigma} = \rho \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial t^2}. \quad (2.14)$$

Para aplicarmos a expressão anterior a um problema específico temos de usar o operador divergência num sistema de coordenadas adequado. Partindo das expressões que nos dão as pressões exercidas em cada uma das faces ds_x , ds_y e ds_z do elemento de volume considerado na figura 2.1, que são respectivamente

$$\begin{aligned}\sigma_x &= \sigma_{xx} \hat{x} + \sigma_{yx} \hat{y} + \sigma_{zx} \hat{z}, \\ \sigma_y &= \sigma_{xy} \hat{x} + \sigma_{yy} \hat{y} + \sigma_{zy} \hat{z}, \\ \sigma_z &= \sigma_{xz} \hat{x} + \sigma_{yz} \hat{y} + \sigma_{zz} \hat{z},\end{aligned}\tag{2.15}$$

aplicando o operador divergência e reagrupando vamos obter

$$\nabla \cdot \sigma = \left(\frac{\partial}{\partial x} \sigma_{xx} + \frac{\partial}{\partial y} \sigma_{xy} + \frac{\partial}{\partial z} \sigma_{xz} \right) \hat{x} + \left(\frac{\partial}{\partial x} \sigma_{yx} + \frac{\partial}{\partial y} \sigma_{yy} + \frac{\partial}{\partial z} \sigma_{yz} \right) \hat{y} + \left(\frac{\partial}{\partial x} \sigma_{zx} + \frac{\partial}{\partial y} \sigma_{zy} + \frac{\partial}{\partial z} \sigma_{zz} \right) \hat{z},\tag{2.16}$$

que pode ser apresentado de uma forma compacta como

$$(\nabla \cdot \sigma)_i = \frac{\partial}{\partial x_j} \sigma_{ij},\tag{2.17}$$

dando origem a que a equação do movimento apresente a seguinte forma

$$\frac{\partial}{\partial x_j} \sigma_{ij} = \rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2}.\tag{2.18}$$

2.2 Constantes elásticas

Para pequenas deformações de um meio verifica-se, experimentalmente, que existe uma relação linear entre a deformação e a pressão aplicada (lei de *Hooke*). Com o aumento da pressão, essa relação deixa de ser linear mas o corpo regressa, ainda, ao seu estado original quando a pressão é removida. Estamos nas chamadas regiões *elástica linear* e *não linear*. Se, no entanto, a pressão atinge determinado valor (*limite elástico*), a deformação deixa de ser elástica e passa a deformação *plástica*, ou seja, o meio deforma-se permanentemente e em última instância fractura.

Na propagação acústica as deformações plásticas não têm interesse prático e, conseqüentemente, admite-se uma relação linear entre a pressão e a deformação.

Genericamente, a relação entre pressão e deformação num meio, é dada da seguinte forma (Graff, 1975)

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} \varepsilon_{kl}, \quad i, j, k, l = x, y, z, \quad (2.19)$$

onde C_{ijkl} é um tensor de quarta ordem, designado por tensor de rigidez elástica ou constante elástica, que caracteriza o meio quanto à sua deformação.

Como temos nove possibilidades para cada um dos tensores de pressão e de deformação, a equação (2.19) dá origem a 81 constantes elásticas. No entanto, graças à simetria de ε e σ , o número de constantes independentes é reduzido a 36, pois

$$C_{ijkl} = C_{jikl} = C_{ijlk} = C_{jilk}, \quad (2.20)$$

pelo que as constantes elásticas se poderão representar, usando o mesmo tipo de notação que em (2.4), por uma matriz C_{IJ} de 6x6 elementos. Considerações de ordem energética mostram, ainda, que esta matriz é simétrica $C_{IJ} = C_{JI}$, pelo que o número de constantes elásticas se reduz a 21 nos casos mais desfavoráveis. Normalmente este valor é muito inferior devido a restrições impostas pela microestrutura do meio.

2.2.1 Materiais isotrópicos

Os materiais isotrópicos, por definição, apresentam as mesmas propriedades independentemente da direcção considerada. Por esse facto, a matriz de constantes elásticas C vai ser bastante simplificada dando origem a (Auld, 1990a)

$$C = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{11} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{12} & C_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{44} \end{bmatrix}, \quad (2.21)$$

verificando-se ainda a seguinte condição

$$C_{12} = C_{11} - 2C_{44}. \quad (2.22)$$

Através de (2.21) e (2.22) conclui-se que num meio isotrópico apenas existem duas constantes elásticas independentes. Essas constantes são vulgarmente chamadas constantes de *Lamé* λ e μ , definidas como

$$\begin{aligned}\lambda &= C_{12}, \\ \mu &= C_{44}.\end{aligned}\tag{2.23}$$

A expressão (2.19) toma então a seguinte forma

$$\sigma_{ij} = \lambda \Delta \delta_{ij} + 2\mu \varepsilon_{ij},\tag{2.24}$$

conhecida como a relação *pressão-deformação* para meios isotrópicos, onde Δ é a *dilatação* dada por

$$\Delta = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 = \nabla \cdot \mathbf{u},\tag{2.25}$$

e δ_{ij} é o operador de *Kronecker* definido como

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1, & i = j \\ 0, & i \neq j \end{cases}.\tag{2.26}$$

2.3 Equação de onda em meios ilimitados e isotrópicos

O desenvolvimento da equação do movimento num sólido elástico e isotrópico é um assunto abordado por vários autores (Graff, 1975 e Rose, 1999). Partindo das equações (2.18) e (2.24) obtêm-se as conhecidas equações de *Navier* em coordenadas cartesianas

$$(\lambda + \mu) \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) + \mu \nabla^2 u_i + \rho F_{ei} = \rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2}, \quad i = x, y, z.\tag{2.27}$$

Introduzindo os operadores diferenciais gradiente e laplaciano, dados respectivamente por

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial x} \hat{x} + \frac{\partial}{\partial y} \hat{y} + \frac{\partial}{\partial z} \hat{z} \quad \text{e} \quad \nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

(2.27) pode ser dada por

$$(\lambda + \mu) \nabla \nabla \cdot \bar{\mathbf{u}} + \mu \nabla^2 \bar{\mathbf{u}} = \rho \frac{\partial^2 \bar{\mathbf{u}}}{\partial t^2}.\tag{2.28}$$

Usando a relação

$$\nabla^2 \bar{\mathbf{u}} = \nabla \nabla \cdot \bar{\mathbf{u}} - \nabla \times \nabla \times \bar{\mathbf{u}},\tag{2.29}$$

onde $\nabla \times$ é o operador diferencial rotacional dado por

$$\nabla \times \bar{u} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ u_x & u_y & u_z \end{vmatrix},$$

e substituindo em (2.28) obtemos

$$(\lambda + 2\mu)\nabla\nabla\cdot\bar{u} - \mu\nabla\times\nabla\times\bar{u} = \rho\frac{\partial^2\bar{u}}{\partial t^2}. \quad (2.30)$$

A equação de onda pode ainda ser apresentada de uma forma mais simplificada. O vector deslocamento \bar{u} pode ser dado através de uma decomposição de *Helmholtz*, como a soma do gradiente de um escalar e do rotacional de um vector com divergência nula

$$\bar{u} = \nabla\Phi + \nabla\times\bar{\Psi}, \quad \nabla\cdot\bar{\Psi} = 0, \quad (2.31)$$

onde Φ e $\bar{\Psi}$ são, respectivamente, os potenciais escalar e vector. Substituindo (2.31) em (2.28) obtemos

$$(\lambda + \mu)\nabla\nabla\cdot(\nabla\Phi + \nabla\times\bar{\Psi}) + \mu\nabla^2(\nabla\Phi + \nabla\times\bar{\Psi}) = \rho\left(\nabla\frac{\partial^2\Phi}{\partial t^2} + \nabla\times\frac{\partial^2\bar{\Psi}}{\partial t^2}\right), \quad (2.32)$$

usando (2.29), a equação (2.32) pode ser reagrupada da seguinte forma

$$\begin{aligned} & \left((\lambda + 2\mu)\nabla\nabla\cdot(\nabla\Phi) - \rho\nabla\frac{\partial^2\Phi}{\partial t^2} \right) - \mu\nabla\times\nabla\times\nabla\Phi + \\ & + (\lambda + \mu)\nabla\nabla\cdot\nabla\times\bar{\Psi} + \left(\mu\nabla^2\nabla\times\bar{\Psi} - \nabla\times\rho\frac{\partial^2\bar{\Psi}}{\partial t^2} \right) = 0. \end{aligned} \quad (2.33)$$

Considerando as seguintes relações entre os vários operadores diferenciais

$$\nabla\cdot\nabla\Phi = \nabla^2\Phi, \quad \nabla\times\nabla\times\nabla\Phi = 0, \quad \nabla\cdot\nabla\times\bar{\Psi} = 0, \quad (2.34)$$

obtemos

$$\nabla \left((\lambda + 2\mu) \nabla^2 \Phi - \rho \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} \right) + \nabla \times \left(\mu \nabla^2 \bar{\Psi} - \rho \frac{\partial^2 \bar{\Psi}}{\partial t^2} \right) = 0, \quad (2.35)$$

que é satisfeita quando os dois termos da equação se anulam, conduzindo a

$$\nabla^2 \Phi = \frac{1}{V_L^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} \quad \text{e} \quad \nabla^2 \bar{\Psi} = \frac{1}{V_T^2} \frac{\partial^2 \bar{\Psi}}{\partial t^2}, \quad (2.36)$$

onde

$$V_L^2 = \frac{\lambda + 2\mu}{\rho} \quad \text{e} \quad V_T^2 = \frac{\mu}{\rho}. \quad (2.37)$$

Concluimos, então, que a equação de onda (2.28) pode ser dada de uma forma mais simples por (2.36).

Admitindo que em (2.31) $\nabla \times \bar{\Psi}$ é nulo e, conseqüentemente, $\bar{u} = \nabla \Phi$, a equação (2.32) dá origem a

$$\nabla^2 \bar{u} = \frac{1}{V_L^2} \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial t^2}, \quad (2.38)$$

que indica uma onda dilatacional (longitudinal) a propagar-se com velocidade V_L .

De forma similar, considerando que deslocamento em (2.31) apenas é composto por uma parte rotacional $\bar{u} = \nabla \times \bar{\Psi}$, com $\nabla \cdot \bar{\Psi} = 0$, a equação de onda toma a seguinte forma

$$\nabla^2 \bar{u} = \frac{1}{V_T^2} \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial t^2}, \quad (2.39)$$

que indica uma onda rotacional (transversal) com velocidade de propagação V_T .

As equações (2.38) e (2.39) são independentes uma da outra, o que implica que, num meio infinito (sem interferência de fronteiras) se propagam, sem interação, uma onda longitudinal e uma onda transversal. O acoplamento entre estes dois tipos de ondas apenas se verifica nas fronteiras de um material elástico, como consequência da obediência às condições fronteiras.

2.4 Materiais anisotrópicos: Equação de Christoffel

Vamos considerar uma onda plana propagando-se em regime sinusoidal dada por

$$u_i = A_i \exp(i(k_j x_j - \omega t)), \quad i = x, y, z, \quad (2.40)$$

onde k_j é considerado por comodidade como unitário.

Substituindo na equação do movimento (2.18), vamos obter, usando a relação *pressão/deformação* (2.19), a chamada equação de *Christoffel* dada por (Rose, 1999)

$$(\rho\omega^2 \delta_{im} - C_{iklm} k_k k_l) u_m = 0, \quad (2.41)$$

sendo δ_{im} o operador de *Kronecker* e k_k e k_l as constantes de propagação para as direcções k e l .

Considerando o tensor de *Christoffel* dado por

$$\Gamma_{im} = C_{iklm} n_k n_l, \quad (2.42)$$

onde os termos n_k e n_l são os versores das respectivas direcções de propagação ($k_k = kn_k$ e $k_l = kn_l$), podemos obter, simplificando (2.41)

$$(\Gamma_{im} k^2 - \rho\omega^2 \delta_{im}) u_m = (\Gamma_{im} - \rho V^2 \delta_{im}) u_m = 0, \quad (2.43)$$

sendo V a velocidade de propagação.

A equação de *Christoffel* dá-nos três equações homogéneas e três raízes reais, a que correspondem três velocidades. Para a solução não trivial o determinante dos coeficientes da matriz definida por (2.43) tem de ser nulo

$$|\Gamma_{im} - \rho V^2 \delta_{im}| = 0, \quad (2.44)$$

ou seja

$$\begin{vmatrix} (\Gamma_{11} - \rho V^2) & \Gamma_{12} & \Gamma_{13} \\ \Gamma_{21} & (\Gamma_{22} - \rho V^2) & \Gamma_{23} \\ \Gamma_{31} & \Gamma_{32} & (\Gamma_{33} - \rho V^2) \end{vmatrix} = 0, \quad (2.45)$$

em que $\Gamma_{11}, \Gamma_{12}, \Gamma_{13}, \dots$ são obtidos pela expressão do tensor de *Christoffel* (2.42).

Também aqui se pode usar a notação simplificada utilizada anteriormente para C_{iklm} . A título de exemplo para o primeiro valor de Γ_{im} temos

$$\Gamma_{11} = C_{11}n_x^2 + C_{16}n_y n_x + C_{15}n_z n_x + C_{16}n_x n_y + C_{66}n_y^2 + C_{56}n_z n_y + C_{15}n_x n_z + C_{65}n_y n_z + C_{55}n_z^2. \quad (2.46)$$

Podemos então, sabendo a matriz de constantes elásticas para um determinado meio, verificar quais as velocidades e que tipo de ondas estão envolvidas (longitudinais, quasi-longitudinais, transversais ou quasi-transversais), para uma dada direcção de propagação. No apêndice A, temos um exemplo prático onde são determinadas as velocidades e classificados os tipos de ondas numa direcção, para um material com um dado nível de anisotropia.

2.5 Atenuação de ondas ultra-sonoras

Uma onda acústica ao propagar-se num determinado meio sofre um decaimento que está relacionado com diversos tipos de mecanismos físicos. Esses mecanismos podem, no entanto, ser divididos em duas categorias: absorção (perdas no meio) e dispersão (perdas em fronteiras).

A atenuação devido a fenómenos de absorção (α_a) é mais importante quando o volume do meio de transmissão é grande, como acontece na transmissão no ar ou na água (detecção de obstáculos, medição de distâncias, etc.). Por outro lado, a atenuação devido a dispersão (*scattering*) (α_s), destaca-se quando pretendemos estudar pequenos volumes, como na análise de materiais por ultra-sons (caracterização, detecção de defeitos, etc.).

2.5.1 Absorção

As perdas por absorção podem ser divididas em três tipos: condução térmica ou termoelásticas, histerese ou trocas de estados e de origem viscosa (Ristic, 1983 e Kinsler, 1982).

A propagação de uma onda acústica dá origem a deformações do meio e, conseqüentemente, a zonas onde existe um aumento de temperatura (zonas de compressão) e a outras onde existe uma diminuição (zonas de expansão). Este facto vai dar origem a perdas por condução térmica. Estas perdas são proporcionais ao quadrado da frequência, ocorrem na propagação de ondas longitudinais e não nas ondas transversais, pois estas últimas não dão origem a alterações dos volumes elementares durante a propagação.

As perdas por histerese ou trocas de estados, devem-se ao facto de alguns líquidos, vidros e polímeros possuírem grandes cadeias moleculares, que sob a influência de ondas acústicas, se reorientam de forma irreversível causando perdas. Este tipo de perdas é proporcional à frequência.

O principal mecanismo responsável pela atenuação por absorção em sólidos e em líquidos é a viscosidade. O seu aparecimento deve-se ao movimento de partículas vizinhas com velocidades diferentes, quando da propagação de uma onda acústica. Estas perdas podem ser quantificadas por

$$\alpha_v = \frac{\eta \omega^2}{2 V^3 \rho}, \quad (2.47)$$

onde η é o coeficiente de viscosidade dado em Ns/m², ω a frequência angular, V a velocidade de propagação e ρ massa específica. De notar que α_v é directamente proporcional ao quadrado da frequência e inversamente proporcional ao cubo da velocidade. Como, tipicamente, na maior parte dos materiais, o valor da velocidade das ondas transversais é de cerca metade do valor da velocidade das ondas longitudinais, vamos ter perdas de origem viscosa oito vezes superiores.

2.5.2 Dispersão

Os efeitos de dispersão resultam do facto dos materiais não serem perfeitamente homogéneos. As variações na sua estrutura podem ser provocadas por inclusões, poros ou pela própria natureza do material (por exemplo a estrutura de grão em metais ou ligas de diferentes elementos). Mesmo um material que seja composto por um único tipo de cristal pode apresentar dispersão, quando atravessado por ondas acústicas. Caso os seus grãos estejam orientados de forma a originar diferentes propriedades elásticas e diferentes velocidades de propagação em diferentes direcções, temos um fenómeno de anisotropia.

A dispersão pode ser interpretada imaginando um material com estrutura de grão de dimensão comparável ao comprimento de onda de uma onda acústica que o percorre. Ao atingir uma fronteira oblíqua (fronteira de grão), a onda vai dar origem a uma onda reflectida e outra transmitida, com orientações arbitrárias, sendo o processo repetido sucessivamente para as próximas fronteiras de grão. A onda original é então constantemente dividida ao longo do seu percurso e parcialmente convertida em calor, devido aos efeitos de absorção mencionados anteriormente.

O actual estado de conhecimentos reconhece três regimes de atenuação por dispersão (tabela 2.1) (Vary, 1991). Os coeficientes dependem do tamanho de grão D , do comprimento de onda λ (aqui representado por um *lambda* maiúsculo para não existir confusão com a constante de

Lamé), da frequência f e das constantes C_r , C_p e C_d que estão relacionadas com o material em causa. As relações são válidas para as seguintes condições:

- grãos preenchendo a totalidade do volume do meio;
- tamanho de grão uniforme;
- grãos com configuração esférica;
- não existência de orientação preferencial dos eixos.

Tabela 2.1. Coeficientes de atenuação por dispersão para sólidos policristalinos

Comprimento de onda	Tipo de dispersão	Coefficiente de atenuação
$\Lambda \gg \pi D$	Rayleigh	$\alpha_r = C_r D^3 f^4$
$\Lambda \cong \pi D$	Fase	$\alpha_p = C_p D f^2$
$\Lambda \ll \pi D$	Difusiva	$\alpha_d = C_d D^{-1}$

Para materiais heterogéneos a relação entre a dispersão e a frequência toma a seguinte forma

$$\alpha = c f^m, \quad (2.48)$$

onde c e m são constantes dentro de uma gama de frequências onde predomine um determinado tipo de dispersão.

Ambos os tipos de atenuação mencionados anteriormente (absorção e dispersão) dão origem a limitações quando pretendemos analisar determinados materiais. A absorção atenua a energia do sinal transmitido e dos vários ecos provenientes do material. No entanto, este efeito pode ser contrariado com o aumento do sinal emitido, com a amplificação no sistema de recepção ou ainda com a utilização de uma frequência mais baixa.

Mais problemáticos são os efeitos provocados pela dispersão, pois quando queremos detectar um eco proveniente de um defeito no interior de um material ou da face oposta, este pode confundir-se, por exemplo, com os ecos provenientes das fronteiras de grão, levando à introdução de ruído e, conseqüentemente, à impossibilidade de recuperação do sinal pretendido. Este problema não pode ser resolvido como anteriormente, recorrendo ao aumento do sinal emitido ou da amplificação na recepção, pois conduziria, também, ao aumento do ruído. Nesta situação, a única solução é a diminuição da frequência de trabalho. Este fenómeno pode ser comparado com o efeito do nevoeiro no condutor de um automóvel, que leva a que ele perca a visibilidade devido à luz dos seus próprios faróis, de nada valendo o aumento da intensidade luminosa.

2.5.3 Coeficiente de atenuação

A pressão acústica de uma onda plana, que diminui de amplitude apenas devido à atenuação pode ser dada da seguinte forma

$$\sigma = \sigma_0 \exp(-\alpha d), \quad (2.49)$$

onde σ_0 e σ são as pressões acústicas no início e no final de um percurso d de um material com coeficiente de atenuação α .

Por vezes, na literatura, o coeficiente de atenuação aparece, não referenciado à pressão, mas sim à intensidade acústica I . Neste caso temos da mesma forma que anteriormente

$$I = I_0 \exp(-\alpha_I d), \quad (2.50)$$

e como a intensidade é proporcional ao quadrado da pressão, temos que

$$\alpha_I = 2\alpha. \quad (2.51)$$

Aplicando logaritmo natural a (2.49), vamos obter

$$\alpha = \frac{1}{d} \ln \frac{\sigma_0}{\sigma}, \quad (2.52)$$

que nos dá o coeficiente de atenuação expresso em Np/m (*neper por metro*). Outra unidade em que a atenuação aparece expressa é o dB/m (*decibel por metro*). Neste caso temos

$$\alpha = \frac{1}{d} 20 \log\left(\frac{\sigma_0}{\sigma}\right). \quad (2.53)$$

Através de (2.52) e (2.53) facilmente se obtém a relação

$$\alpha_{[dB/m]} = 8.686 \alpha_{[Np/m]}. \quad (2.54)$$

2.5.4 Atenuação em meios homogêneos viscoelásticos: Modelos de Maxwell e Kelvin-Voight

Na teoria geral da elasticidade assume-se que, durante uma deformação, o material armazena energia sem qualquer tipo de perdas. Na realidade, especialmente em materiais mais modernos

como alguns compósitos e polímeros, existe uma grande quantidade de energia dissipada durante a deformação. O comportamento desses materiais combina o comportamento dos materiais elásticos (armazenamento de energia) com o de líquidos viscosos (dissipação de energia), sendo por isso chamados materiais viscoelásticos. A pressão para este tipo de materiais é função da deformação e das derivadas da deformação em relação ao tempo. Se a pressão e a deformação e as suas derivadas estiverem relacionadas de uma forma linear, o material considera-se linearmente viscoelástico. Vamos então descrever os conhecidos modelos para pressões uniaxiais: *Maxwell* e *Kelvin-Voight*.

2.5.4.1 Modelo de Maxwell

A lei de *Hooke* descreve uma relação linear entre pressão e deformação dada por

$$\sigma = C \varepsilon . \quad (2.55)$$

A lei de *Newton* para um líquido viscoso é dada por

$$\sigma = \eta \frac{d\varepsilon}{dt} , \quad (2.56)$$

onde η é o coeficiente de viscosidade. Os materiais viscoelásticos combinam as características dos líquidos e sólidos elásticos representados na figura 2.2. Como a mola e o amortecedor estão em série, a deformação total é dada por

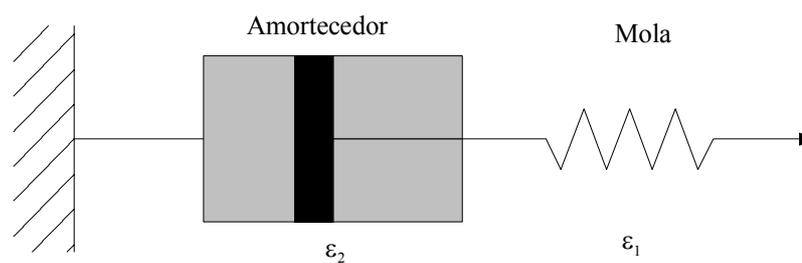


Figura 2.2. Modelo de *Maxwell*.

$$\varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 , \quad (2.57)$$

as suas derivadas são dadas por

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{d\varepsilon_1}{dt} + \frac{d\varepsilon_2}{dt} , \quad (2.58)$$

substituindo (2.55) e (2.56) em (2.58) obtemos

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{d\sigma}{dt} \frac{1}{C} + \frac{\sigma}{\eta}. \quad (2.59)$$

Vamos considerar propagação em regime sinusoidal, ou seja,

$$\varepsilon = \hat{\varepsilon} \exp(i\omega t) \quad \text{e} \quad \sigma = \hat{\sigma} \exp(i\omega t). \quad (2.60)$$

A expressão (2.55) deverá ser então dada por

$$\hat{\sigma} = \hat{C}(\omega) \hat{\varepsilon}, \quad (2.61)$$

onde

$$\hat{C}(\omega) = \hat{C}_1 + i\hat{C}_2, \quad (2.62)$$

é a constante elástica na sua forma complexa.

Substituindo (2.60) em (2.59) e após alguma manipulação vamos obter a parte real e imaginária de C dadas por

$$\hat{C}_1 = \frac{\omega^2 C \eta^2}{C^2 + \omega^2 \eta^2} \quad \text{e} \quad \hat{C}_2 = \omega \frac{C^2 \eta}{C^2 + \omega^2 \eta^2}. \quad (2.63)$$

2.5.4.2 Modelo de Kelvin-Voight

Na figura 2.3 está representado o modelo de *Kelvin-Voight*. Neste caso, o amortecedor está em paralelo com a mola. A pressão total σ é dividida entre σ_1 , aplicada ao amortecedor e σ_2 , aplicada à mola, sendo a deformação ε a mesma para ambos os elementos.

Temos então

$$\sigma = \sigma_1 + \sigma_2, \quad (2.64)$$

ou seja, usando (2.55) e (2.56)

$$\sigma = C\varepsilon + \eta \frac{d\varepsilon}{dt}. \quad (2.65)$$

Repetindo o processo usado para o modelo anterior, vamos obter para a constante elástica complexa

$$C^*(\omega) = C_1^* + iC_2^* . \quad (2.66)$$

Sendo que para regime sinusoidal

$$\begin{aligned} C_1^* &= C, \\ C_2^* &= \eta \omega. \end{aligned} \quad (2.67)$$

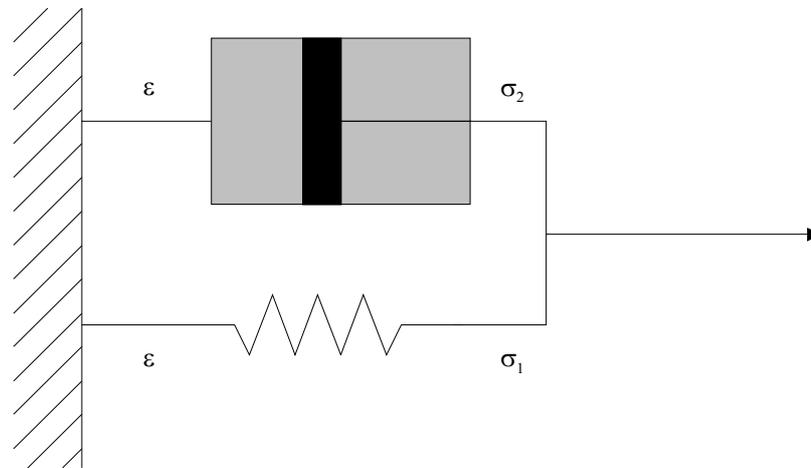


Figura 2.3. Modelo de *Kelvin-Voight*.

Os dois modelos apresentados demonstram que as relações *pressão/deformação* em regime sinusoidal para meios viscoelásticos têm um aspecto semelhante ao observado na teoria da elasticidade, exceptuando o facto das grandezas envolvidas (constantes elástica, velocidades, etc.) serem complexas e dependerem da frequência. A parte real dessas grandezas representa a capacidade de armazenamento de energia, enquanto que a parte imaginária representa as perdas de energia.

2.6 Resumo

Este capítulo tem por objectivo a introdução de noções básicas relacionadas com a teoria da propagação de ondas ultra-sonoras, necessárias para a compreensão do trabalho apresentado nesta tese. São apresentados os conceitos de deslocamento, deformação e pressão para a vibração das partículas de um corpo e é definida a equação do movimento para coordenadas cartesianas. Em conjunto com outras noções, tais como as constantes elásticas e a expressão *pressão-*

deformação para meios isotrópicos foram deduzidas as expressões da equação de onda para meios ilimitados e isotrópicos.

Partindo da equação de *Christoffel* foi apresentada, resumidamente, a forma de verificação do grau de *pureza* de uma onda longitudinal ou transversal, partindo da matriz das constantes elásticas para uma propagação em meios anisotrópicos. No apêndice A é descrito em detalhe um exemplo prático.

Finalmente foram analisados os mecanismos de perdas de energia associados às ondas ultra-sonoras. Esses mecanismos são divididos em dois tipos: absorção, relacionada com perdas no meio e dispersão, relacionada com perdas em fronteiras. Foram, ainda, apresentados os dois modelos clássicos de atenuação em meios homogêneos viscoelásticos: modelo de *Maxwell* e modelo de *Kelvin-Voight*.

3 TÉCNICAS ULTRA-SONORAS NA CARACTERIZAÇÃO DE MATERIAIS

3.1 Introdução

Os ultra-sons são, provavelmente, a técnica não destrutiva com maior aplicação no campo da inspecção de materiais em vários domínios, que vão desde a indústria à medicina. Devido à facilidade com que as ondas acústicas se propagam na maioria dos materiais, os ultra-sons podem ser usados com grandes vantagens relativamente a outros métodos, tanto na detecção de defeitos internos como superficiais. A reduzida instrumentação associada aos métodos convencionais e a facilidade de operação são também outras das razões que os tornam bastante populares.

Devido à grande diversidade de técnicas ultra-sonoras usadas nos mais diversos campos, não existe, na literatura, uma classificação que seja adoptada de forma generalizada, aparecendo uma designação para cada uma das aplicações específicas. No nosso trabalho vamos chamar técnicas convencionais, àquelas que envolvem apenas um ou dois transdutores e cuja instrumentação associada se resume a um emissor (circuito de excitação) e a um sistema de visualização (no caso mais simples um osciloscópio). Os tipos de ondas envolvidos são as ondas de volume (longitudinais ou transversais). A informação recolhida limita-se à medição da amplitude dos sinais recolhidos ou do tempo de propagação desses mesmos sinais no material.

Dentro dessas técnicas convencionais temos dois tipos: o método *pulso-eco* e o método por *transmissão*. No método *pulso-eco* o sinal injectado no material através de um transdutor (emissor) ao encontrar um defeito dá origem a um eco que posteriormente é recolhido pelo mesmo transdutor, ou por outro transdutor colocado na mesma face do material em teste. O método por *transmissão* usa dois transdutores (um como emissor outro como receptor), normalmente colocados em faces opostas do material a analisar, recolhendo informação do seu interior.

3.2 Técnicas convencionais

3.2.1 Método pulso-eco

Os primeiros sistemas de controlo não destrutivos por ultra-sons usavam emissão contínua, sendo a detecção de descontinuidades obtida à custa da variação da intensidade do sinal ultra-sonoro. Estes sistemas eram algo limitados devido a vários factores, tais como o aparecimento de ondas estacionárias, à baixa definição espacial e sensibilidade e, ainda, à necessidade de acesso a ambas as faces do material.

O conceito de sistema *pulso-eco* foi desenvolvido inicialmente na década de 30 para o uso na detecção de submarinos (*sonar*) e, posteriormente, no radar, ambos funcionando em regime pulsado. Usando este conceito, Firestone foi pioneiro no estudo em laboratório de sistemas ultra-sonoros baseados no método *pulso-eco* através do seu reflectoscópio. Este equipamento eliminava algumas das dificuldades inerentes aos anteriores sistemas contínuos, especialmente a sensibilidade, já que, agora, uma descontinuidade era mostrada através da presença de um sinal reflectido, em vez de uma pequena variação no nível do sinal contínuo. Na sequência desta ideia, Firestone em conjunto com Sproule introduzem no mercado, em 1943, o primeiro equipamento comercial usando o método *pulso-eco* por ultra-sons (Graff, 1991).

Actualmente, um sistema *pulso-eco* convencional é composto por três componentes: um transdutor ultra-sonoro, um osciloscópio para visualização dos sinais e um equipamento designado por emissor/receptor. Este último integra o circuito de excitação do transdutor e o andar de recepção, permitindo algum tratamento dos sinais, como por exemplo selecção de nível do sinal aplicado ao transdutor, amortecimento, amplificação, filtragem, etc.

Os transdutores mais frequentemente usados são os piezoeléctricos. O fenómeno da piezoelectricidade traduz-se no aparecimento de cargas eléctricas na superfície de um material, quando este está sujeito a forças mecânicas externas. Quando esse material é colocado sobre a influência de um campo eléctrico verifica-se o chamado efeito piezoeléctrico inverso, originando uma variação da sua forma. Atendendo às suas características, das quais se destacam o elevado coeficiente de acoplamento (conversão de energia eléctrica em acústica e vice-versa), o baixo custo, a facilidade de construção e a baixa complexidade da instrumentação associada, os transdutores piezoeléctricos são, por excelência, os mais usados nas mais diversas aplicações relacionadas com o controlo não destrutivo.

Na figura 3.1, está representado um sistema de detecção de defeitos usando o método *pulso-eco*, onde o material a testar está imerso em água. Neste sistema, o transdutor é excitado com um

pulso eléctrico que o faz vibrar por um curto espaço de tempo. As ondas mecânicas geradas propagam-se no interior do material a testar e sofrem reflexões quando encontram descontinuidades, que tanto podem ser defeitos como variações das suas propriedades. O mesmo transdutor recebe os sinais (ecos) provenientes dessas fronteiras e converte-os em sinais eléctricos. Esses sinais são então amplificados e filtrados pelo emissor/receptor de pulsos, sendo posteriormente visualizados num osciloscópio. A figura 3.2 apresenta o aspecto típico de um sinal recolhido de um material com um defeito no seu interior, como é o caso da peça da figura 3.1. O primeiro sinal provém da superfície da peça, o segundo do defeito no seu interior e o terceiro da face inferior.

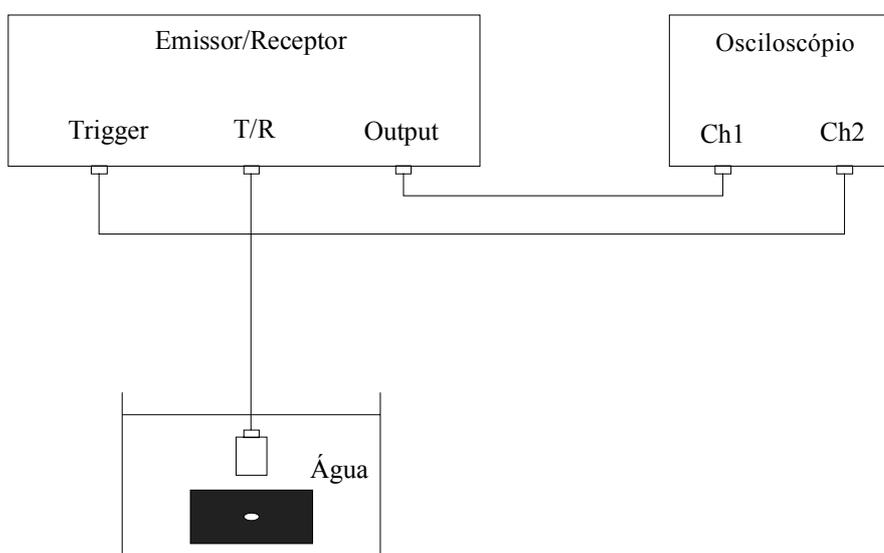


Figura 3.1 Sistema de detecção de defeitos usando o sistema *pulso-eco* por imersão.

Nos sistemas convencionais, o acoplamento entre o transdutor e o objecto a testar, pode ser realizado por contacto directo, através de uma fina camada de líquido de acoplamento (teste por contacto), ou então, como anteriormente, colocando o material a testar mergulhado numa tina com água, de modo a que o meio de acoplamento entre o transdutor e o objecto a testar seja a própria água (teste por imersão).

Quando se pretende realizar uma inspecção minuciosa, em que o operador deseja conhecer exactamente o tipo de anomalia apresentada pelo material, o teste é normalmente executado de forma manual, pelo que o acoplamento por contacto é preferível. O teste por imersão, por outro lado, proporciona um acoplamento uniforme, possibilitando assim, a realização de um varrimento mecânico, quaisquer que sejam as superfícies apresentadas pelos objectos.

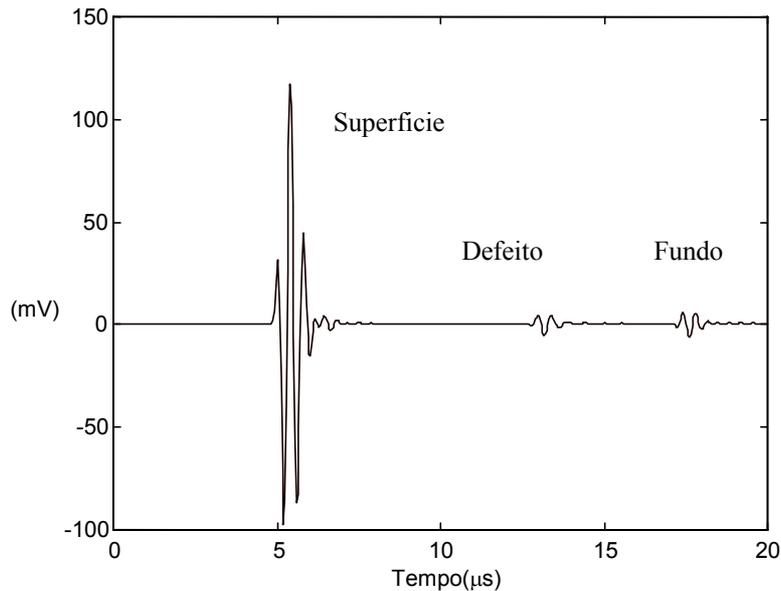
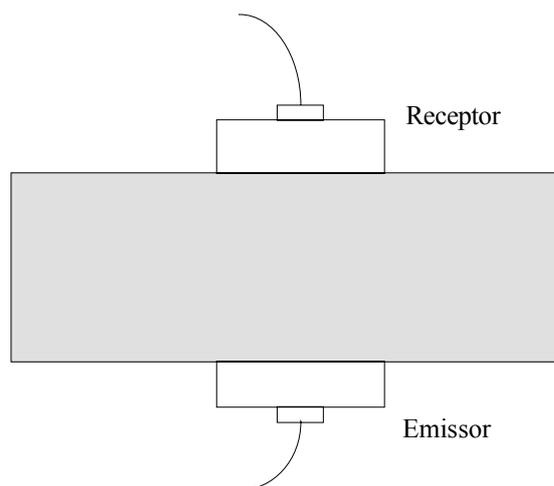


Figura 3.2 Sinal recolhido de uma peça com um defeito no seu interior.

3.2.2 Método por transmissão

A utilização dos ultra-sons na detecção de discontinuidades deve-se ao facto destas criarem obstáculos à propagação normal das ondas ultra-sonoras. Este efeito pode ser verificado usando o método por *transmissão* (*trough-transmission*) apresentado na figura 3.3, que consiste na colocação de um transdutor emissor de um dos lados do objecto a testar e um receptor na face oposta. Assegurando um bom acoplamento entre os transdutores e o material a testar e mantendo um perfeito alinhamento entre eles, procede-se à medição da amplitude do sinal recebido. Se surgir algum defeito no percurso das ondas ultra-sonoras, o sinal recebido sofre uma redução acentuada em amplitude, podendo mesmo desaparecer para discontinuidades com dimensões próximas ou superiores à largura do feixe acústico (*shadow method*) (Krautkramer, 1990). O método por *transmissão* pode também ser usado com outras finalidades, como por exemplo a medição de espessuras ou a determinação da atenuação ultra-sonora. Habitualmente é usado quando temos materiais com elevada atenuação, pois o trajecto do sinal recuperado pelo receptor corresponde apenas à espessura, enquanto no método *pulso-eco* é o dobro da espessura.

Apesar de ter sido historicamente o método mais utilizado, actualmente apenas é usado quando é impossível usar o método *pulso-eco*. Para além de exigir um bom alinhamento dos transdutores, o que nem sempre é fácil, necessita de dois transdutores, ao contrário do *pulso-eco* que apenas usa um, para além de necessitar do acesso à face oposta da peça.

Figura 3.3 Método por *transmissão*.

3.3 Técnicas dedicadas

Todas as técnicas usadas no controlo não destrutivo por ultra-sons (*CNDU*) têm por base as técnicas convencionais apresentadas anteriormente. Qualquer que seja a configuração usada existe sempre a injeção de uma onda ultra-sonora no material a testar e posterior recolha para processamento. A classificação das inúmeras técnicas usadas em *CNDU* está, normalmente, relacionada com vários factores, sendo os principais: o tipo de ondas usado, a grandeza medida, o tipo de informação fornecida ao utilizador e a instrumentação associada aos sistemas de excitação e recepção. Tendo em conta a grande diversidade destas técnicas vamos apenas abordar aquelas que são usadas mais frequentemente.

3.3.1 Imagiologia ultra-sonora

Depois de um defeito ter sido localizado num dado material é, por vezes, importante ter informação sobre o seu formato e tamanho, para então tomar decisões sobre a sua integridade. Também no campo médico, como é sabido, a obtenção de imagens como meio de diagnóstico é fundamental para avaliar inúmeras situações. Estes dois campos, só por si, tornam a imagiologia ultra-sonora numa das mais importantes aplicações dentro do *CNDU*.

O método *pulso-eco* apresentado anteriormente é, geralmente, usado quando pretendemos obter imagens do interior dos mais diversos meios. Podemos ter três tipos de inspeção: A, B e C-scan, representados na figura 3.4.

O método A-scan apresenta informação unidimensional, referente ao trajecto do feixe ultra-sonoro no interior do material. A profundidade a que se encontra um defeito, eventualmente

situado no interior do material é indicada pelo tempo de propagação medido num osciloscópio. O tamanho desse defeito pode ser estimado pela análise da amplitude do sinal recebido.

Com o B-scan, o material é inspeccionado ao longo de um eixo através do movimento mecânico do transdutor, sendo produzido um corte paralelo à direcção de propagação. A localização ao longo da direcção de inspecção é mostrada no eixo horizontal e os valores do tempo de propagação no eixo vertical. Como a informação produzida se refere a um corte, normalmente este tipo de inspecção não é usado em *CNDU* de materiais, pela necessidade de análise de grandes áreas. Pelo contrário, para diagnóstico médico, o B-scan é o método mais usual devido à importância da visualização de secções longitudinais.

No caso do C-scan, um sistema mecânico de varrimento perpendicular à direcção de propagação recolhe selectivamente os vários sinais referentes a cada ponto de um plano predeterminado, permitindo a construção de uma imagem. Os sistemas actuais usam um computador para controlo da excitação e do movimento do transdutor, aquisição dos sinais e apresentação da imagem pretendida.

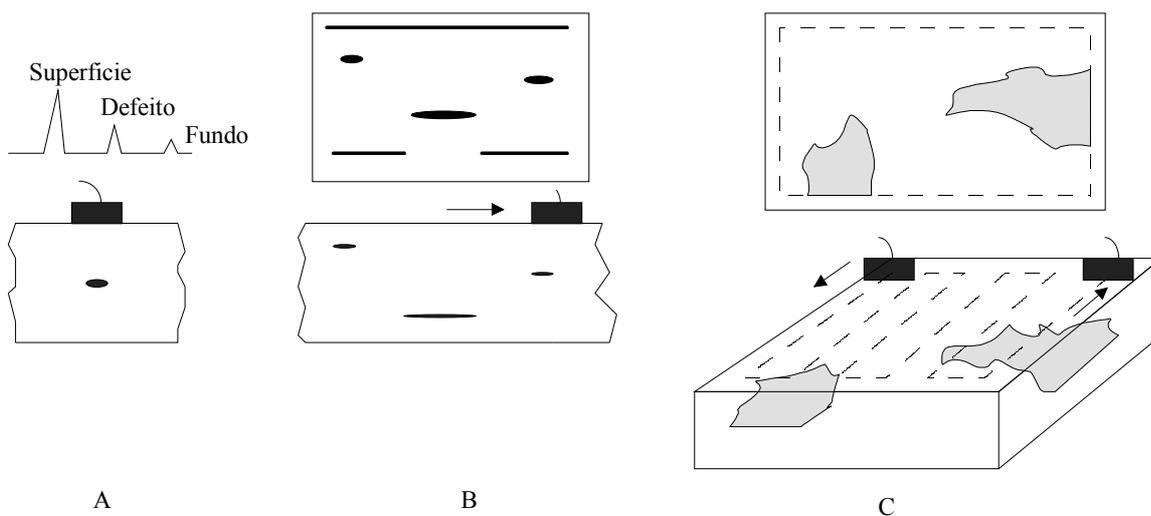


Figura 3.4 Comparação da informação obtida pelos métodos A, B e C-scan e princípio de funcionamento.

As principais técnicas de imagiologia ultra-sonora usadas actualmente têm por base os princípios de funcionamento dos métodos B e C-scan.

No caso do B-scan, o movimento mecânico efectuado pelo transdutor é, geralmente, substituído por um varrimento electrónico do feixe, efectuado por um agregado linear de transdutores, sendo esta técnica designada por ecografia (Macovski, 1979 e Von Ramm, 1983). O varrimento electrónico é obtido à custa da excitação de cada um dos elementos do agregado com sinais desfasados entre si.

O C-scan é um método clássico usado em *CNDU*, sendo a água o tipo de acoplamento mais vulgarmente utilizado (*pulso-eco* por imersão). A gama de frequências típica varia entre 500 kHz e 25 MHz, sendo usado para detecção de defeitos ou para mapeamento de variações das propriedades de materiais (Vary, 1991). Para sistemas em que a frequência de trabalho é superior a 25 MHz, podendo atingir valores de 1 GHz passamos a ter a chamada microscopia ultra-sonora, por analogia com a microscopia óptica. Quate foi pioneiro, em 1974, na introdução do sistema de microscopia ultra-sonora, usando o método C-scan e um transdutor piezoelétrico a funcionar em *pulso-eco*. A imagem é formada à custa da codificação da amplitude do sinal ultra-sonoro recolhido numa escala de cor. Este sistema ficou conhecido por microscopia ultra-sonora de varrimento *SAM* (*Scanning Acoustic Microscopie*) (Quate, 1974). Adicionalmente, outros sistemas foram desenvolvidos, sendo de destacar pela sua importância, a microscopia ultra-sonora de varrimento laser *SLAM* (*Scanning Laser Acoustic Microscopie*) (Kessler, 1972) e a microscopia de varrimento foto-acústico *PAM* (*Photo Acoustic Microscopie*) (Busse, 1985).

3.3.2 Geração e detecção de ultra-sons por meios ópticos

Quando uma determinada zona de um material é irradiada por uma fonte luminosa, dá-se uma expansão térmica que pode produzir uma onda ultra-sonora. Este fenómeno é usado quando pretendemos efectuar um controlo de um material, onde o acoplamento é crítico, não podendo ser efectuado por imersão nem por contacto. Como a transformação de energia luminosa em energia acústica se dá no interior do material não existe necessidade de nenhum meio de acoplamento.

O método de excitação usado é, por excelência, o laser, devido à sua elevada resolução espacial e temporal. Valores usuais de resolução espacial rondam os 10 μm e cerca de 2 ns de resolução temporal. Na detecção é utilizado um interferómetro, que usa a interferência entre o sinal de referência proveniente do laser responsável pela excitação e o sinal proveniente do material a analisar (Scrubby, 1990).

As limitações associadas a estes sistemas estão relacionadas com a grande quantidade e complexidade da sua instrumentação, com o facto do material a testar ter de ser um reflector óptico e ainda com a sua baixa sensibilidade, quando comparados com os que usam transdutores piezoelétricos (Johnson, 1996).

3.3.3 Transmissão no ar

Analogamente à técnica anterior, a transmissão no ar é usada quando os materiais a analisar não permitem o uso dos métodos de acoplamento convencionais por contacto ou imersão. Duas situações típicas são a análise de materiais porosos ou quando a sua temperatura é muito elevada. As primeiras aplicações, envolvendo transmissão de ultra-sons no ar foram desenvolvidas para a detecção de obstáculos. A frequência de trabalho normalmente usada neste tipo de aplicações é inferior a 100 kHz, devido a problemas de atenuação no ar.

Para aplicações em *CNDU*, onde geralmente estamos interessados em analisar o interior do material coloca-se um problema adicional. Devido à diferença entre as propriedades do material a analisar e do ar, as suas impedâncias acústicas vão ser também muito diferentes. A impedância acústica de um material é dada por

$$Z = \rho V, \quad (3.1)$$

sendo ρ a massa específica e V a velocidade de propagação. As suas unidades são o Rayleigh [R] ou o Ns/m^3 .

Para a maior parte dos materiais temos valores 10^5 a 10^6 vezes superiores à impedância acústica do ar, logo o coeficiente de transmissão na interface ar/material é extremamente reduzido e, conseqüentemente, o coeficiente de reflexão quase unitário. A título de exemplo o coeficiente de transmissão entre o ar e o alumínio é de cerca de $97 \cdot 10^{-6}$. Este facto faz com que a amplitude do sinal transmitido para o interior do material seja extremamente reduzida. Como posteriormente vamos recolher o sinal transmitido, ele terá novamente que atravessar outra interface material/ar, com uma adicional diminuição de amplitude.

Para resolver esta questão, relacionada com a desadaptação de impedâncias entre o ar e o material, são actualmente utilizados dois tipos de transdutores: electrostáticos (ou capacitivos) e piezoeléctricos otimizados para transmissão no ar. Os transdutores electrostáticos são os mais frequentes e também aqueles que têm sofrido maior evolução (Kuhl, 1954, Carr, 1993 e Anderson, 1995). Apresentam uma largura de banda considerável, mas com baixas amplitudes dos sinais obtidos. Mais recentemente, Schindel desenvolveu um transdutor capacitivo micromaquinado (*Capacitive Micromachined Ultrasonic Transducer – cMUT*) com melhorias significativas, tanto ao nível da largura de banda como da sensibilidade (Schindel, 1995a). Várias aplicações tais como: medição de espessuras e determinação de módulos elásticos em sólidos (Schindel, 1995b e Hosten, 1996), imagens e caracterização de descolagens e

delaminações em compósitos (Schindel, 1999) e imagens superficiais de alta resolução (Schindel, 1998), foram já efectuadas em laboratório com sucesso.

Os transdutores piezocerâmicos otimizados para transmissão no ar têm largura de banda bastante estreita, logo a sua resposta a impulso é mais longa. Isto é uma limitação quando pretendemos usar ondas de volume, com separação de ecos provenientes das diferentes interfaces do material a analisar. A grande discrepância entre as amplitudes dos sinais provenientes da superfície do material e do seu interior, este último com informação relevante sobre a sua integridade, é outro dos factores que torna difícil um teste convencional em *pulso-eco*, devido à saturação do sistema de amplificação na recepção (Farlow, 1994). A solução, neste caso, é usar incidência oblíqua e excitar outro tipo de ondas no material a analisar, como por exemplo ondas de *Lamb* (Strycek, 1997 e Banks, 1997). A grande vantagem deste tipo de transdutores é a obtenção de elevados níveis de sinal, graças à sua banda estreita, que permite uma grande profundidade de penetração. Uma aplicação típica é a obtenção de imagens acústicas de estruturas de grande dimensão usando um sistema *SAM* em transmissão, muito usado na indústria aeronáutica (Kelly, 1996).

3.3.4 Geração e detecção de ultra-sons usando transdutores electromagnéticos

Uma corrente eléctrica, ao percorrer um fio na vizinhança de um material condutor, vai dar origem ao aparecimento de correntes induzidas nesse condutor. Se, por sua vez, estivermos na presença de um campo magnético, as partículas que constituem a corrente vão ficar sujeitas às chamadas forças de *Lorentz*. Estas forças são transmitidas ao material através de colisões com a sua rede cristalina, com a frequência da corrente que as originam, provocando o aparecimento de uma onda ultra-sonora. É este o princípio físico de funcionamento dos transdutores electromagnéticos (*Electromagnetic Acoustic Transducers – EMAT*), também conhecidos como magneto-indutivos. Na prática, estes transdutores são constituídos por uma bobine que induz a corrente desejada no material e por um íman permanente que produz o campo magnético. A configuração destes dois componentes vai condicionar as forças produzidas no material, de forma a produzir o tipo de onda ultra-sonora desejado, que poderá ser uma onda de volume (longitudinal ou transversal), de *superfície* ou de *Lamb* (Frost, 1979).

As vantagens relativas ao facto de não existir contacto físico com a material a analisar, foram já mencionadas anteriormente. No entanto, este tipo de transdutor não é muito usado em *CNDU* quando se pretende efectuar detecção de defeitos. A razão principal tem a ver com o facto do

material a analisar ter de ser, necessariamente, condutor. As outras razões são a sua fraca eficiência e a baixa directividade do seu diagrama de radiação.

As principais aplicações estão relacionadas com medidas em ambiente a altas temperaturas (Burns, 1988), como por exemplo em processos de fabrico de ligas metálicas (Alers, 1987). Outras aplicações envolvendo materiais muito extensos, como carris (Alers, 1988) ou gasodutos (Thompson, 1972), são encontradas também de forma frequente na literatura.

A detecção de anomalias em placas (Rose, 2001a) ou em tubos (Wang, 1999a) usando ondas de *Lamb* ou ondas de volume com transdutores com focalização otimizada (Ogi, 1999), são exemplos das mais recentes utilizações de *EMAT/s*.

3.3.5 Método *pitch and catch*

O método *pitch and catch* é uma técnica de *CNDU* que usa um transdutor para a emissão e outro para recepção, inclinados relativamente à superfície do material a analisar. Contrariamente ao método por *transmissão*, o trajecto de propagação entre os dois transdutores não é uma linha recta, mas sim um trajecto mais complicado (o feixe pode sofrer uma ou várias reflexões antes de chegar ao receptor). Dependendo da aplicação, assim os transdutores podem ser colocados na mesma face do material, ou em faces opostas. Os transdutores têm de estar perfeitamente alinhados e com inclinações bem definidas, sendo para isso normalmente usados suportes de fixação.

Este método tem inúmeras variantes e aplicações, dependendo do tipo de informação que o utilizador pretende recolher. Vários exemplos como a detecção de defeitos (Singh, 1991), inspecção de carris ferroviários (Bray, 1991) ou de soldaduras (Krautkramer, 1990) por intermédio de ondas de volume podem ser encontradas na literatura.

No entanto, é na inspecção e caracterização de materiais por intermédio de ondas guiadas, especialmente ondas de *Lamb*, que este método é usado com mais frequência. A grande vantagem deve-se ao facto de podermos seleccionar o modo de propagação pretendido, apenas à custa da alteração da orientação dos transdutores. O método *pitch and catch* usando ondas de *Lamb*, também conhecidas por ondas de placa (*plate waves*), está vocacionado especialmente para inspecção de grandes áreas de materiais com espessuras inferiores ou da mesma ordem de grandeza do comprimento de onda dos sinais envolvidos. Devido às perdas reduzidas, as ondas de *Lamb* podem atingir grandes distâncias de propagação com elevadas relações sinal/ruído (S/R).

Como aplicações mais comuns deste método temos a detecção e classificação de defeitos (Alleyne, 1992; Rose, 2000 e Lowe, 2002), inspeção de colagens, (Teller, 1989; Adler, 1990; Rokhlin, 1991 e Lowe, 1992), monitorização de espessuras (Cho, 2003) ou a inspeção de materiais com grandes dimensões como carris ou tubos (Rose, 2001b e Alleyne, 2001).

3.3.6 Métodos envolvendo transdutores múltiplos

O uso dos ultra-sons em testes não destrutivos tem dois propósitos fundamentais: a detecção/caracterização de defeitos e a determinação de propriedades dos materiais. Os testes que usam um ou dois transdutores (*pulso-eco* ou por *transmissão*) têm várias limitações, sendo de destacar: baixas relações S/R para materiais com elevada atenuação, pouca informação fornecida ao utilizador, incapacidade de detecção de todas as descontinuidades devido à geometria do material e também a sua grande morosidade.

O agrupamento de vários transdutores conhecido como agregado (*phased array*) vai minorar estas limitações. Existem basicamente três tipos de agregados: lineares, planares e anulares. Num agregado, os sinais de excitação individual dos seus elementos são controlados eletronicamente. A custo de um determinado desfasamento entre esses vários sinais (daí a origem do nome *phased array*), o feixe do agregado pode ser orientado de forma a produzir uma focalização, com o respectivo aumento da relação S/R, ou um varrimento dinâmico (Gebhardt, 1983). Esta última capacidade é de extrema importância nos sistemas que usam o método B-scan, pois permite a formação de uma imagem em tempo real.

Os agregados eram, até há bem pouco tempo, exclusivamente usados de uma forma generalizada na imagiologia médica, sendo a sua aplicação bastante limitada na indústria devido, essencialmente, à sua complexidade e custo proibitivo. Actualmente, graças à grande massificação e miniaturização dos sistemas de aquisição de dados com velocidades de processamento elevadas, várias aplicações estão em desenvolvimento para uso em laboratório, bem como sistemas comerciais para uso na indústria.

A maior parte das aplicações onde estão envolvidos agregados, relacionam-se com a formação de imagens. A título de exemplo, temos sistemas para detecção e análise de corrosão em materiais metálicos ou delaminações em materiais compósitos (Willsher, 1998) ou detecção de efeitos de fadiga em materiais a alta temperatura utilizando agregados lineares (Kirk, 1996). Outras aplicações usam agregados planares flexíveis, obtidos através da combinação de um material cerâmico e de um polímero num substrato flexível, dedicados a inspeções em superfícies não uniformes (Reynolds, 1998) ou agregados planares de grande densidade, obtidos

por processo de deposição (Lasser, 1998). Uma das áreas em grande destaque ultimamente é a obtenção de imagens tridimensionais em tempo real, à custa do processamento de informação proveniente de imagens a duas dimensões (Austeng, 2002).

3.4 Caracterização ultra-sonora de quartzitos

A medição das velocidades das ondas longitudinais e transversais e a determinação dos módulos elásticos em rochas é um assunto já abordado por alguns autores (Gregory, 1970). No entanto, quando se pretende uma completa caracterização ultra-sonora, com o estabelecimento de correlações entre os diversos parâmetros físicos e ultra-sonoros, outros tipos de análises têm de ser efectuados. Exemplos mais recentes são a análise do comportamento da atenuação ultra-sonora com a frequência, análise espectral (Santos, 1999 e Ferreira, 2001) ou o uso de métodos não convencionais como a excitação por laser (Bernal, 2000).

Os quartzitos são rochas metamórficas que resultam do metamorfismo de arenitos quartzosos. As suas principais características, como a estrutura, friabilidade, cor ou pureza dependem de vários factores: natureza do arenito original, tamanho do grão, composição mineral e do grau de metamorfismo. Devido à grande utilização, nomeadamente na construção civil e na construção de paredões e molhes de protecção costeiros é muito importante a obtenção das suas propriedades físicas, químicas e mecânicas.

O principal objectivo deste trabalho é a caracterização petrofísica e ultra-sonora de dois tipos de quartzitos com o mesmo tipo de composição mineral, provenientes de duas zonas geograficamente distintas. Um grupo é proveniente da zona de Penacova (Coimbra), sendo as suas amostras designadas amostras P e o outro grupo é proveniente de Mouquim (Aveiro), sendo as suas amostras designadas como amostras M.

A influência da porosidade, fissuras, tamanho de grão e anisotropia na velocidade e atenuação ultra-sonoras, vai ser analisada, usando análise espectral em conjunto com o método convencional por *transmissão*.

3.4.1 Trabalho experimental

Na figura 3.5 é apresentado o sistema experimental de teste, baseado no método por *transmissão*, que vai servir para medição dos parâmetros ultra-sonoros. O método por *transmissão* foi usado em detrimento do método *pulso-eco* atendendo, essencialmente, aos elevados valores de atenuação introduzidos pelos meios rochosos. O sistema é composto por um emissor/receptor

(*pulser/receiver*), que excita o transdutor emissor e recebe o sinal do transdutor receptor, após este se ter propagado na amostra. Seguidamente, o sinal é filtrado, amplificado e enviado para um osciloscópio digital. No osciloscópio é feita a correcta visualização do sinal pretendido, sendo posteriormente adquirido pelo computador através do seu porto série. Foram usados dois pares de transdutores (um par de ondas longitudinais e outro de ondas transversais), ambos com frequência central de 2.25 MHz e com 3 MHz de largura de banda (500 kHz a 3.5 MHz).



Figura 3.5 Sistema experimental.

O acoplamento entre as amostras e os transdutores é efectuado através de dois tipos de gel com diferentes densidades, um para medições que envolvem ondas longitudinais, outro para medições que envolvem ondas transversais. Para as ondas transversais, o gel tem de ter necessariamente uma densidade mais elevada, assemelhando-se praticamente a uma pasta, devido à impossibilidade de transmissão deste tipo de ondas em fluidos. Para garantir um perfeito alinhamento dos transdutores, é usada uma peça de suporte, que permite ainda ser actuada por uma chave dinamométrica de forma a manter uma pressão constante para todas as medidas, entre as faces das amostras e os transdutores.

As amostras usadas têm uma forma cúbica com cerca de 30 mm de aresta. Cada conjunto de amostras tipo P e M foi cortado de um bloco original de quartzito, sendo garantida a orientação relativa à estratificação original.

3.4.1.1 Determinação das propriedades físicas e ultra-sonoras

A determinação das velocidades longitudinal e transversal é feita de uma forma imediata pelo cociente entre a distância percorrida (d), que coincide com a espessura da amostra e o respectivo tempo de propagação (t), medido no osciloscópio

$$V = \frac{d}{t}. \quad (3.2)$$

Foram utilizadas nove amostras de cada tipo. Para cada amostra foram efectuadas três medidas, correspondentes a cada um dos seus eixos. O desvio padrão obtido para cada grupo de medidas (velocidades longitudinais e transversais para as amostras P e M) varia entre 1% e 4%, o que indica uma boa homogeneidade das amostras.

Os módulos elásticos para sólidos isotrópicos podem ser determinados usando as relações apresentadas na tabela 3.1 (Vary, 1980), sendo V_L a velocidade longitudinal, V_T a velocidade transversal e ρ a massa específica. Para materiais anisotrópicos como os quartzitos, estas relações deixam de ser exactas, continuando, no entanto, a dar uma boa estimativa do seu valor real.

Tabela 3.1 Relações entre constantes elásticas e velocidades ultra-sonoras em sólidos isotrópicos.

Módulo longitudinal	Módulo transversal	Módulo volumétrico	Módulo de Young	Relação de Poisson
$L = \rho V_L^2$	$S = \rho V_T^2$	$K = L - \frac{4}{3}S$	$E = \frac{S(3L - 4S)}{L - S}$	$\nu = \frac{L - 2S}{2(L - S)}$

Na determinação da massa específica e da porosidade das amostras são usados métodos clássicos, que relacionam o seu peso em seco, o peso saturado com água, o peso submerso da amostra saturada e o seu volume (ISRM, 1979).

Na tabela 3.2 é apresentado o resumo das características físicas e ultra-sonoras das amostras analisadas. Os valores das velocidades longitudinais e transversais e, conseqüentemente os módulos elásticos das amostras P, são inferiores aos das amostras M. Numa primeira análise,

poderíamos atribuir essa variação aos diferentes níveis de porosidade dos dois tipos de amostras. No entanto, a diferença de porosidade entre os dois tipos de amostras é inferior a 1%, sendo as diferenças nas velocidades da ordem dos 20%, o que está em contradição com resultados publicados por vários autores (Panakkal, 1990; Hirose, 1997 e Santos, 1997), logo outros parâmetros, tais como, as fissuras internas e a anisotropia, que iremos analisar seguidamente, poderão ser responsáveis pelas variações das velocidades.

Tabela 3.2 Propriedades físicas e ultra-sonoras dos quartzitos tipo P e M.

Propriedade	P	M
Massa específica (Kg/dm ³)	2.62	2.67
Porosidade (%)	1.26	0.56
Vel. Longitudinal (m/s)	4472	5758
Vel. Transversal (m/s)	3093	3842
Módulo Longitudinal (GPa)	52.4	88.5
Módulo Transversal (GPa)	25.1	39.4
Módulo Volumétrico (GPa)	18.9	35.0
Módulo de Young (GPa)	52.2	86.6

3.4.1.2 Fissuras internas

Um critério prático muito usado em petrologia, para classificação de rochas segundo o seu estado de fissuração, é dado por (ISRM, 1978)

$$\begin{aligned}
 \frac{V_T}{V_L} \leq 0.6 &\longrightarrow \text{rocha pouco fissurada,} \\
 0.6 < \frac{V_T}{V_L} < 0.7 &\longrightarrow \text{rocha fissurada,} \\
 \frac{V_T}{V_L} \geq 0.7 &\longrightarrow \text{rocha muito fissurada.}
 \end{aligned}
 \tag{3.3}$$

Para as amostras P a relação V_T/V_L tem o valor de 0.691 e para as amostras M de 0.667, ou seja, os valores estão no intervalo central de (3.3), que indica que ambas as rochas são moderadamente fissuradas.

Para um cálculo mais exacto do grau de fissuras (*nf*) de cada rocha pode ser usada uma expressão retirada do chamado diagrama de *Humbolt* (Toureq, 1971 e Fernandes, 1998)

$$nf = (100 - IQ) \left(\frac{48.41}{N} \right), \quad (3.4)$$

onde N é a porosidade total referida na tabela 3.2, que engloba a porosidade por fissuras nf e a porosidade fechada np . A grandeza IQ , denominada índice de qualidade, quantifica a acção global de todas as descontinuidades sobre o comportamento da rocha e é calculada em função de um valor teórico da velocidade longitudinal da rocha pura (sem qualquer tipo de porosidade)

$$IQ = \frac{V_L \text{ medido}}{V_L \text{ teórico}} \times 100\%. \quad (3.5)$$

No nosso caso o valor de $V_L \text{ teórico}$ é de 6030 m/s (velocidade de propagação no quartzo). Quando IQ tende para 100%, a rocha aproxima-se do seu modelo perfeito e, inversamente, quando IQ decresce indica que a rocha tem um maior conteúdo de fissuras.

Na tabela 3.3 são apresentados os valores dos diferentes tipos de porosidade obtidos usando a equação (3.4). Os valores demonstram um conteúdo de fissuras muito superior nas amostras P relativamente às amostras M (cerca de seis vezes superior), que poderá ser responsável pela grande variação das velocidades.

Tabela 3.3 Porosidade nas amostras P e M.

Amostra	N (%)	nf (%)	np (%)
P	1.26	0.5	0.76
M	0.56	0.08	0.48

Estes resultados foram ainda qualitativamente comprovados através das imagens ópticas, apresentadas nas figuras 3.6 e 3.7. As amostras P apresentam claramente várias microfissuras por vezes preenchidas com óxido e hidróxido de ferro (zonas em tons alaranjados), enquanto nas amostras M esse efeito é imperceptível.

3.4.1.3 Análise da isotropia

A caracterização petrofísica dos quartzitos usando difracção de raios-X, indica-nos que o seu conteúdo é quase exclusivamente formado por quartzo. A análise da figura 3.6 revela-nos que as amostras P têm uma textura granoblástica, ou seja, o tamanho de grão é uniforme e os grãos de quartzo demonstram formas sub-euédricas a anédricas (grãos com duas faces opostas bem definidas ou sem nenhuma face bem definida). A figura 3.7 indica-nos que para as amostras M,

os cristais de quartzo são alongados segundo a direcção de estiramento da rocha. A maior parte dos cristais são granoblásticos, mas existem também alguns que apresentam características profiroblásticas (tamanho de grão não uniforme).

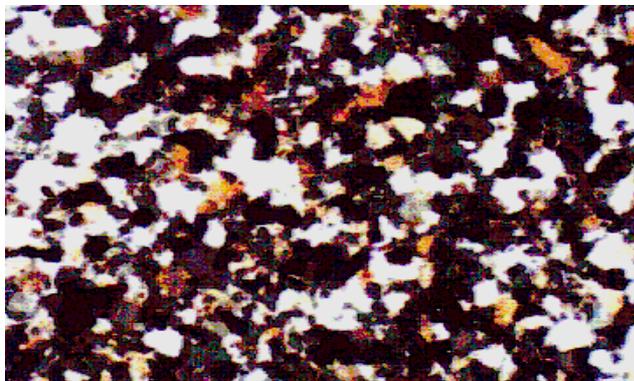


Figura 3.6 Imagem de uma amostra P obtida por microscópio petrográfico (x10).

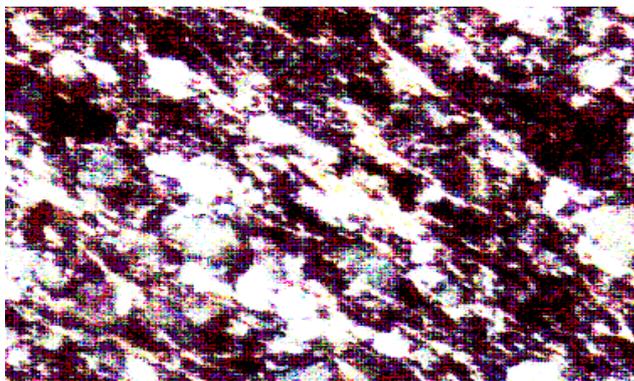


Figura 3.7 Imagem de uma amostra M obtida por microscópio petrográfico (x10).

Na figura 3.8 estão representados os modelos tridimensionais das estruturas de grão e as secções de grão dos diferentes tipos de amostras, bem como o sistema de eixos de orientação das três faces das amostras. Para o cálculo da isotropia foram utilizados métodos clássicos da caracterização petrofísica de rochas, assumindo tamanho médio de grão. Para esse efeito, foi usada a relação entre a largura dos grãos (L) e o seu comprimento (C).

Na tabela 3.4 são apresentadas, para os dois tipos de amostras, as dimensões de grão, as velocidades longitudinais e a isotropia, segundo as várias direcções consideradas. Para as amostras P os valores da velocidade são uniformes e as correspondentes isotropias também. Para as amostras M existe, segundo a orientação II, uma diferença mais significativa no valor da velocidade, a que corresponde uma maior isotropia quando comparada com as restantes orientações. Este facto, leva-nos a concluir que a anisotropia contribui para variações dos valores

da velocidade de propagação, sendo esse contributo menos acentuado do que no caso das fissuras.

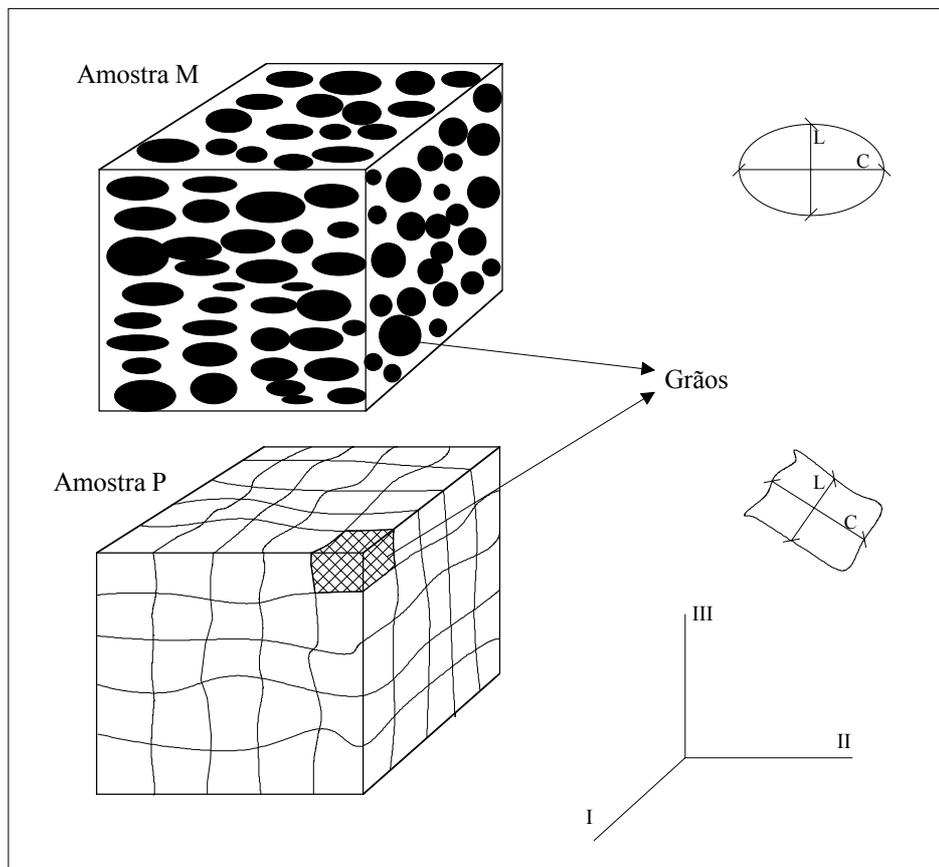


Figura 3.8 Modelos da estrutura de grão das amostras M e P.

Tabela 3.4 Tamanho de grão e isotropia.

Amostra	Orientação	Tamanho de grão (μm)	V_L (m/s)	Isotropia
P	I	207x154	4483	0.74
	II	231x172	4458	0.75
	III	227x175	4475	0.77
M	I	218x113	5718	0.53
	II	185x124	5821	0.68
	III	208x104	5735	0.49

Outra conclusão, bastante interessante, pode ser obtida estabelecendo a relação entre a porosidade e a velocidade, para as várias amostras M e P analisadas. Essa representação é mostrada na figura 3.9, onde cada ponto representa a média de três valores obtidos para a mesma

orientação. Verifica-se para ambos os tipos de amostras, que a velocidade tende para o seu valor teórico com o aumento da isotropia, apesar das diferenças já assinaladas na sua estrutura de grão.

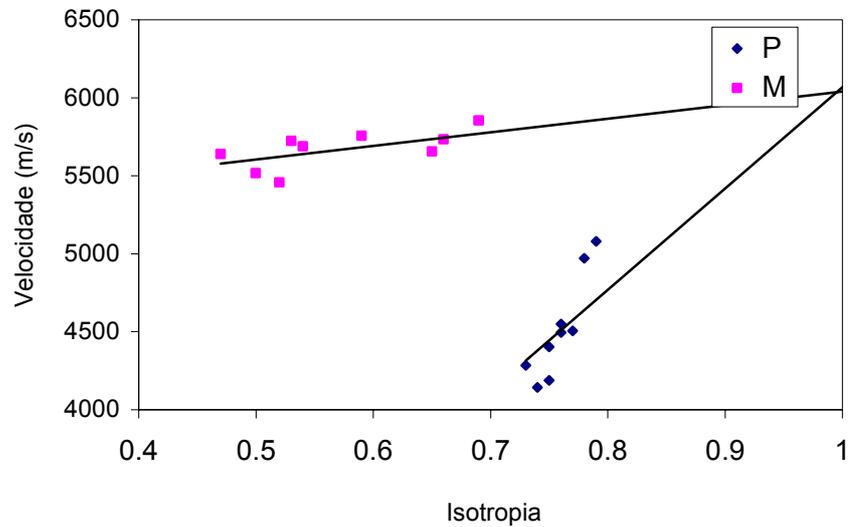


Figura 3.9 Velocidade longitudinal em função da isotropia para as amostras M e P.

3.4.1.4 Atenuação e análise espectral

A análise espectral dos sinais é efectuada aplicando a transformada de Fourier rápida (*Fast Fourier Transform – FFT*) aos sinais adquiridos. Para cálculo da atenuação é usado o chamado processo de desconvolução (Vary, 1987).

A desconvolução, operação inversa da convolução, permite obter a resposta espectral de um determinado material, eliminando toda a influência do sistema envolvente. Isso é conseguido através de uma simples divisão de dois sinais no domínio da frequência. Um dos sinais é o sinal de referência ($B_1(f)$), que se obtém colocando os transdutores em contacto directo (ausência da amostra). O outro corresponde ao sinal obtido após propagação através da amostra ($B_2(f)$).

Estes sinais são dados por

$$B_1(f) = A(f) H(f), \quad (3.6)$$

$$B_2(f) = A(f) T_1(f) T_2(f) H(f) e^{-\alpha(f)L}, \quad (3.7)$$

sendo $A(f)$ o sinal de entrada, $H(f)$ a resposta espectral associada à instrumentação e aos transdutores, $T_1(f)$ o coeficiente de transmissão entre o emissor e a amostra, $T_2(f)$ o coeficiente de transmissão entre a amostra e o receptor, $\alpha(f)$ o coeficiente de atenuação do material e L a espessura da amostra.

Substituindo (3.6) em (3.7) e resolvendo em ordem ao coeficiente de atenuação, vamos obter

$$\alpha(f) = \frac{1}{L} \ln \left(\frac{T_1(f) T_2(f) B_1(f)}{B_2(f)} \right). \quad (3.8)$$

Os coeficientes de transmissão são obtidos usando a conhecida expressão (Kinsler, 1982)

$$T = \frac{2Z_2}{Z_1 + Z_2}, \quad (3.9)$$

onde Z_1 é a impedância acústica do meio de onde a onda provém e Z_2 a impedância acústica do meio para onde a onda se está a propagar.

Os coeficientes de transmissão podem ser considerados constantes, pois a variação de velocidade de propagação é praticamente inexistente dentro da gama de frequência considerada (Sachse, 1978).

Os valores obtidos experimentalmente usando a equação (3.8) englobam todos os fenómenos de atenuação provocados pelo material que, como vimos em 2.5, se dividem em absorção e dispersão. Como a constituição dos dois tipos de amostras analisadas é muito semelhante (essencialmente formada por quartzo), admite-se que a sua atenuação por efeitos de absorção é idêntica. Consequentemente, a dispersão devido à geometria de grão é responsável pelas diferenças que forem observadas nos valores da atenuação medidos.

Na figura 3.10 é apresentada a atenuação média para cada um dos tipos de amostras, medida segundo as três orientações consideradas, verificando-se que o seu comportamento é muito similar.

Atendendo à caracterização petrofísica previamente efectuada, o tamanho médio de grão é de cerca de 140 μm para as amostras M e de 200 μm para as amostras P. De acordo com a tabela 2.1 e atendendo a que temos um comprimento de onda de 2.2 mm, poder-se-ia pensar que o regime predominante de atenuação por dispersão deveria estar entre a dispersão de Rayleigh e a dispersão de fase, ou seja, deveria estar compreendida, entre uma dependência com o quadrado da frequência e uma dependência com a quarta potência da frequência. No entanto, ao fazer o ajuste das curvas experimentais às curvas teóricas que melhor as representam (*fitting*), verificou-se que a atenuação tinha uma dependência da frequência, sendo o seu expoente inferior à unidade, o que está de acordo com o que foi referido em 2.5.2, pois os quartzitos são algo heterogéneos e não obedecem às condições mencionadas, dando origem a uma dependência do tipo referido na equação (2.48).

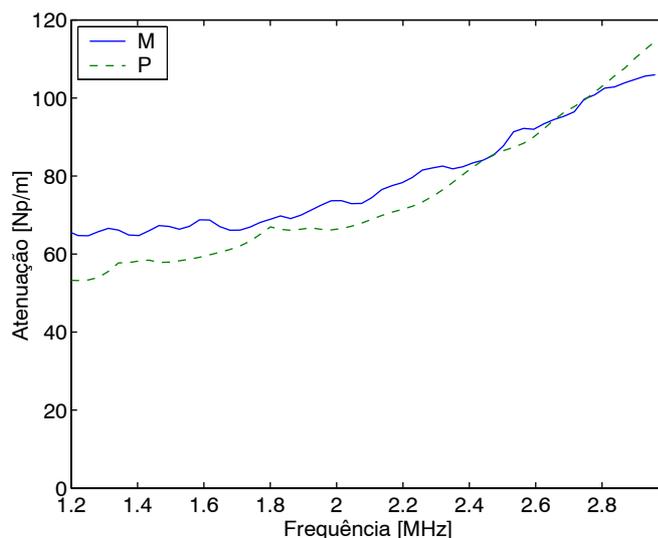


Figura 3.10 Atenuação média das amostras M e P.

Na figura 3.11 (a) está representado o comportamento da atenuação das amostras P para as orientações consideradas. Para a frequência central as variações relativamente ao valor médio são de cerca de 10 a 20%. Na figura 3.11 (b) temos a resposta espectral dos sinais recolhidos nas faces consideradas e a sua comparação com um sinal de referência. Podem verificar-se alguns efeitos de filtragem, especialmente para as altas frequências, que é uma situação normal na maior parte dos materiais. Existe também um deslocamento da frequência central de 1.7 MHz para 1 MHz para o sinal referente à face I.

Para as amostras M, como vemos na figura 3.12 (a), verificaram-se variações muito superiores dos valores da atenuação para cada uma das faces. Relativamente ao valor médio temos variações da ordem dos 40% para a face II e de 70% para a face III. A resposta espectral das amostras M (figura 3.12 (b)), apresenta para duas das faces (I e III) comportamento similar ao das amostras P. Existe uma filtragem das altas frequências, mantendo-se o valor da frequência central. Para a face II, a resposta é bastante filtrada, apresentando oscilações significativas e uma diminuição da frequência central.

Pelo exposto, verifica-se que apesar dos valores de atenuação média, medida segundo todas as orientações para ambos os tipos de amostras serem da mesma ordem de grandeza, os seus valores particulares, para cada uma das orientações têm grandes discrepâncias. Nas amostras P as variações em relação ao valor médio são pouco acentuadas, enquanto nas amostras M essa variação é maior. Este facto pode ser explicado pelos diferentes graus de isotropia. Enquanto nas amostras M a isotropia tem valores próximos entre si, nas amostras P existe para uma das orientações (II) um valor substancialmente mais elevado do que para as restantes. Analogamente, nas respostas espectrais é nítida a alteração de comportamento para essa orientação. Podemos

então concluir que a isotropia é o fenómeno que mais contribui para as variações da atenuação e da resposta espectral.

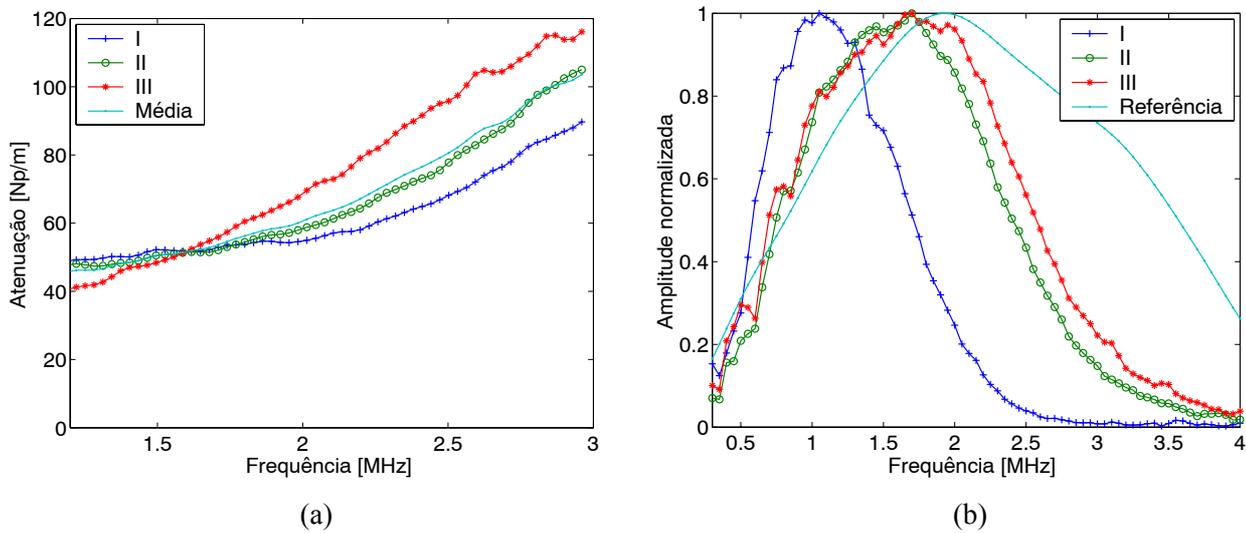


Figura 3.11 Amostras P: (a) atenuação; (b) resposta espectral.

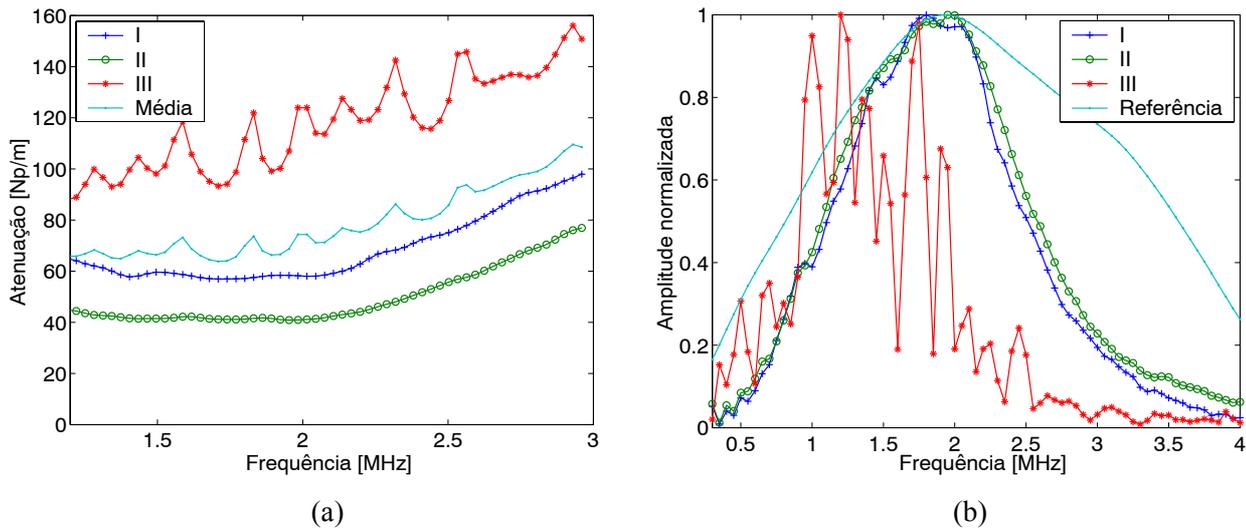


Figura 3.12 Amostras M: (a) atenuação; (b) resposta espectral.

3.5 Resumo

Neste capítulo é feita a descrição dos métodos convencionais *pulso-eco* e por *transmissão*, usados de uma forma generalizada em *CNDU*. As técnicas que derivam destes métodos foram designadas por técnicas dedicadas. A grande diversidade dos parâmetros envolvidos, como sejam, o tipo de onda usado, a grandeza a medir, o tipo de informação recolhida pelo utilizador, ou mesmo a instrumentação utilizada faz com que a sua classificação seja algo subjectiva. Optou-se por dividir essas técnicas em seis grupos: imagiologia ultrassonora, geração e detecção

de ultra-sons por meios ópticos, transmissão no ar, geração e detecção de ultra-sons por intermédio de transdutores electromagnéticos, *pitch and catch* e métodos que envolvem transdutores múltiplos. É então descrito o estado dos conhecimentos através de referências aos trabalhos mais recentes nestas áreas.

Na parte final deste capítulo é apresentado um trabalho original, onde é usado o método por *transmissão* para efectuar a caracterização ultra-sonora de rochas, que atendendo ao facto da sua composição ser quase exclusivamente formada por quartzo, são designadas por quartzitos. São analisados dois tipos de quartzitos (M e P) provenientes de duas regiões geograficamente distintas, que apesar da sua composição mineral idêntica apresentam diferenças significativas ao nível da porosidade, conteúdo de fissuras e à isotropia do seu grão. Verificou-se entre os dois tipos de amostras uma significativa variação dos valores da velocidade de propagação das ondas longitudinais, que é atribuída maioritariamente ao seu conteúdo de fissuras, sendo a anisotropia também responsável por essas diferenças, mas de uma forma muito inferior. Por outro lado, atendendo aos resultados obtidos para os dois tipos de amostras, concluímos que a anisotropia é o factor que contribui de forma mais significativa, para as variações observadas no comportamento da atenuação e nas respostas espectrais.

4 ONDAS ULTRA-SONORAS GUIADAS

4.1 Introdução

As ondas guiadas transportam energia essencialmente ao longo do meio onde estão confinadas, que vulgarmente designamos *guia de ondas*. Numa das áreas do electromagnetismo aplicado, como é o caso das comunicações por micro-ondas, esses guias têm sido frequentemente usados durante várias décadas, associados a outros componentes como os atenuadores, os acopladores direccionais, desfasadores, etc. Para o campo acústico, de um modo geral, os problemas de propagação guiada têm soluções mais complexas, que advêm da própria natureza do campo. No entanto, os métodos analíticos usados, e mesmo algumas das soluções, são bastante similares.

As ondas ultra-sonoras guiadas, contrariamente às ondas de volume, necessitam de fronteiras para a sua propagação. Exemplos clássicos de ondas ultra-sonoras guiadas são as ondas de *Rayleigh* ou de *superfície*, onde o meio de propagação é um sólido semi-infinito, as ondas de *Lamb* ou de *placa*, onde a propagação está confinada a um placa (análogo à propagação electromagnética num guia de ondas) ou as ondas de *Stoneley*, que se propagam ao longo da superfície de contacto entre dois sólidos. Por causa do efeito das fronteiras, para as ondas de *Lamb*, vamos obter um número infinito de modos de propagação com velocidades variáveis. A sua representação dá origem às chamadas curvas de dispersão, que resultam da resolução de um problema que envolve as condições fronteiras para uma estrutura específica.

A principal vantagem do uso das ondas guiadas prende-se com a capacidade de inspecção de grandes distâncias sem deslocamento do transdutor ou transdutores utilizados. Se o receptor estiver posicionado num ponto remoto de um material pode obter informação sobre a linha que une o transmissor ao receptor, que pode ser relacionada, por exemplo, com defeitos na superfície ou no interior do material. Outras vantagens que têm levado vários autores a utilizá-las são: a possibilidade de sintonização de um determinado modo e frequência que garantam melhor capacidade de detecção, a melhoria de sensibilidade relativamente às ondas de volume, a

capacidade de inspeção de zonas inacessíveis e a rapidez e baixo custo, quando é feita comparação com sistemas que envolvem ondas de volume (Rose, 2002).

Um dos principais problemas em *CNDU* usando ondas de *Lamb*, é o seu carácter dispersivo. Quando um modo de propagação é excitado através de um sinal com uma determinada largura de banda, as suas diferentes componentes espectrais vão propagar-se com diferentes velocidades, dando origem a uma deformação do sinal no receptor. Este facto pode dar origem a dificuldades de interpretação do sinal recebido e à diminuição da relação S/R, pois a amplitude máxima da envolvente de um sinal baixa rapidamente se a sua dispersão é elevada. Outro problema prende-se com a dificuldade de geração e utilização de apenas um modo de propagação. Em qualquer das circunstâncias, mesmo para as baixas frequências existem sempre dois modos. Com o aumento da frequência, o número de modos existente também aumenta, o que pode dar origem a problemas na interpretação da informação recolhida no receptor. Mesmo quando é garantida uma geração monomodo, a presença de fronteiras irregulares, defeitos ou outras variações da impedância acústica pode dar origem a vários sinais no receptor, devido à conversão de modos.

Apesar destes constrangimentos, um grande número de autores tem usado as ondas de *Lamb*, essencialmente pela sua capacidade de inspeção de grandes áreas de uma forma rápida.

Os primeiros estudos relacionados com a propagação guiada de ondas acústicas remontam ao século XIX. Em 1885, Rayleigh publicou um artigo sobre a propagação ao longo de uma superfície plana de um meio sólido elástico e infinito (Rayleigh, 1885), e em 1889, um outro sobre a vibração livre de uma placa de dimensões infinitas (Rayleigh, 1889). No seguimento deste trabalho, Lamb fez o estudo da vibração de uma placa sujeita a forças externas (Lamb, 1889). O resultado destes trabalhos deu origem às conhecidas equações de *Rayleigh-Lamb*, para deformação plana de uma placa isotrópica no vazio. Estas equações relacionam as constantes de propagação dos vários modos com a frequência, para uma placa com espessura e constantes elásticas conhecidas. Pela grande importância destas descobertas, as ondas na superfície de um meio sólido semi-infinito, e as ondas guiadas numa placa fina, ficaram conhecidas como ondas de *Rayleigh* e de *Lamb*, respectivamente.

Outros tipos de estruturas foram também estudados durante esta época. Usando a teoria elástica linear, Pochhammer e Chree estabeleceram os conceitos relacionados com a propagação em regime harmónico num varão de comprimento infinito (Pochhammer, 1876 e Chree, 1886). Posteriormente, foi estabelecida a *equação característica* para varões ocos usando os potenciais de *Helmholtz* (Ghosh, 1923). Soluções numéricas dessa *equação característica* para os modos de propagação simétricos e assimétricos, que conduziram às curvas de dispersão, foram obtidas mais tarde (Gazis, 1958).

Em 1967, Viktorov publicou um extenso estudo sobre a propagação ultra-sonora de ondas guiadas, nomeadamente as ondas de *Rayleigh* e de *Lamb*, e suas aplicações no *CNDU*, sendo considerado, ainda hoje, uma referência dentro desse campo (Viktorov, 1967).

A propagação guiada em meios estratificados é outra das áreas de estudo intensivamente abordada por inúmeros autores. Os primeiros trabalhos foram efectuados para análise do comportamento sísmológico da crosta terrestre (Thomson, 1950 e Haskell, 1953). Nessa abordagem foi desenvolvida uma formulação matricial, que relaciona a pressão e o deslocamento na superfície de uma das camadas, com a pressão e deslocamento da superfície adjacente. Esta abordagem é designada como método da *matriz de transferência (transfer matrix)* ou da *matriz de propagação (propagator matrix)*. A grande utilidade desta técnica reside no facto das condições fronteiras duma superfície de um sistema multi-camada poderem ser transferidas para a superfície adjacente e para as camadas seguintes, através de simples multiplicações de matrizes. De facto, o comportamento elástico de todo o sistema multi-camada pode ser representado pela multiplicação sequencial das matrizes de transferência de cada uma das camadas. Finalmente é feito o desenvolvimento da *equação característica* que rege todo o sistema, através da aplicação das condições fronteiras nas superfícies externas. Na sequência deste trabalho, também designado por método *Thompson-Haskell*, vários autores investigaram o problema da resolução da *equação característica*, com as limitações inerentes à capacidade computacional disponível na época (Press, 1961 e Watson, 1970). Alguns problemas, relacionados essencialmente com erros de truncatura, que provocavam instabilidade da solução para valores de frequência elevada ou para sistemas com muitas camadas foram analisados por outros autores (Dunkin, 1965).

Uma solução alternativa para análise da propagação em sistemas multi-camada é o chamado método da *matriz global (global matrix)* (Knopoff, 1964). Novamente a pressão e o deslocamento de cada uma das camadas são representados por uma matriz. A diferença relativamente ao método anterior consiste no facto das várias sub-matrizes, que descrevem as condições fronteiras e a continuidade entre as várias camadas serem reunidas numa só matriz. Esta técnica é mais robusta e pode ser implementada facilmente, no entanto, pode tornar-se lenta quando temos muitas camadas e, conseqüentemente, uma matriz de ordem elevada. Um resumo das técnicas matriciais para modelação de estruturas multi-camada foi recentemente apresentado por Lowe, onde é dada relevância à obtenção da solução numérica complexa da equação de dispersão, usando minimização de funções (Lowe, 1995).

Várias estruturas podem ser consideradas como guias de ondas ultra-sonoras naturais, logo potencialmente indicadas para análise por intermédio deste tipo de ondas. Exemplos disso são:

- varões cilíndricos, quadrados e com outro tipo de perfis;

- tubos;
- estruturas em forma de placa;
- estruturas multicamada;
- deposição de um material noutra considerado semi-infinito;
- interfaces entre dois materiais.

Actualmente, inúmeras aplicações das ondas guiadas podem ser encontradas na literatura.

A detecção de fracturas em carris ferroviários usando ondas guiadas é área de estudo bastante interessante, pois, pelas suas grandes dimensões, a análise por métodos convencionais torna-se bastante morosa (Rose, 2001b e Cawley, 2003). Pelas mesmas razões é feita a análise de cabos de aço (usados por exemplo em pontes), através de transdutores ultra-sonoros magnetoestrictivos (Kwun, 2003). O estudo de tubagens é também, por excelência, um dos campos onde as ondas guiadas têm tido bastantes aplicações, devido à forma generalizada com que são usadas em gasodutos, na indústria química e petroquímica, na geração eléctrica, etc., (Thompson, 1972; Rose, 1996; Quarry, 1999 e Rose, 1999). Associado à análise de tubos, outras aplicações têm surgido, como o uso de agregados lineares, onde os elementos são dispostos circunferencialmente na superfície do tubo (Li, 2001; Wooh, 2001 e Rose, 2003) ou outras técnicas, como o uso de espectrogramas em conjunto com ondas circunferenciais, para caracterização de defeitos em estruturas anulares (Qu, 2003).

Relativamente ao estudo da propagação em placas, inúmeros trabalhos foram até hoje publicados. A interacção de ondas de *Lamb*, com uma grande variedade de defeitos simulados em placas de alumínio foi analisada experimentalmente por Alleyne. Os resultados foram confirmados numericamente, através de elementos finitos e da transformada de Fourier bidimensional (*2DFFT - 2 Dimensions Fast Fourier Transform*) (Allyne, 1992). Outros estudos foram feitos envolvendo defeitos em placas de aço, usando ondas guiadas *SH* (*shear horizontal*) e *EMAT/s* com bons resultados na classificação de defeitos (Rose, 2001a). Song apresenta um estudo teórico e experimental de um sistema, que permite, usando vários transdutores, detectar e medir as dimensões de defeitos em cascos de navios (Song, 2003). O uso de agregados de transdutores para ondas de *Lamb* mostra-se, também, uma técnica promissora na análise de grandes áreas de placas com uma só medição, existindo já protótipos laboratoriais em funcionamento (Wilcox, 2000).

Do ponto de vista de simulação, os métodos tradicionalmente usados são os elementos finitos e os elementos de fronteira. Usando estes dois métodos, grande quantidade de trabalho tem sido desenvolvida na caracterização de defeitos em placas com diversas geometrias (Cho, 1995 e

Alleyne, 1992), simulação e visualização de modos de propagação (Hayashi, 2003) e monitorização da espessura de filmes finos (Cho, 2003), entre outros.

A caracterização de colagens de materiais é outra das áreas onde as ondas guiadas têm sido bastante usadas devido à sua grande importância prática, especialmente na indústria aeronáutica e, mais recentemente, na indústria automóvel. Geralmente a colagem pode ser considerada um sistema multicamada, onde é usado o formalismo matricial descrito anteriormente. Exemplos de alguns trabalhos podem ser encontrados na literatura, onde é evidenciada a maior rapidez na detecção de defeitos em zonas coladas, relativamente aos sistemas que usam ondas de volume (Rose, 1992). A utilização de detecção por interferómetro óptico possibilita medições de velocidade de propagação com elevada precisão, dando origem ao estabelecimento de correlações satisfatórias com o grau qualitativo de colagens em alumínio (Shinger, 1997a e Shinger, 1997b). A *2DFFT*, em conjunto com excitação laser, foi usada por Heller, para verificar o desaparecimento de modos de propagação de ordem mais elevada, em colagens sujeitas a envelhecimento (Heller, 2000). Usando elementos finitos podem ser estimadas as dimensões das zonas de uma colagem em termos de espessura e comprimento (Lowe, 2000), também as redes neuronais, associadas à propagação dos modos fundamentais e ao seu comportamento no domínio da frequência foram usadas na estimação de parâmetros de colagens (Todd, 1999).

Outras aplicações relacionadas com a análise de materiais não homogéneos são, também, frequentemente encontradas em artigos mais recentes. Exemplos disso são o uso de ondas guiadas na detecção de anomalias em compósitos de fibra de carbono (Percival, 1997 e Birt, 1998), na inspeção de placas de betão (Jung, 2001) ou ainda na determinação da anisotropia em papel de escrita (Santos, 2003).

4.2 Ondas de Lamb

As ondas de *Lamb* são ondas elásticas de deformação plana, que surgem em placas isotrópicas situadas no vazio. Essas placas, que funcionam como guias de ondas, dão origem ao aparecimento de um número infinito de modos de propagação, cada um deles com características bem definidas como a velocidade de fase, a velocidade de grupo, o deslocamento das partículas, etc. Atendendo ao seu deslocamento, os vários modos são designados como simétricos e anti-simétricos.

A geometria do nosso problema está representada na figura 4.1. Existem vários métodos para obter os modos guiados existentes na placa. O mais popular é talvez o método dos potenciais (Viktorov, 1967 e Achenbach, 1993), que parte das equações dos potenciais escalar e vectorial

(2.36), e considerando as condições fronteiras nas faces da placa ($z = \pm h$), obtém as expressões que regem os modos de propagação. Outro método bastante conhecido é o chamado método da ressonância transversa ou das ondas parciais (Auld, 1990b). A sua grande vantagem, relativamente ao anterior, é que pode também ser usado quando estamos na presença de placas anisotrópicas. Ambos os métodos são apresentados em detalhe no apêndice B. Outras técnicas mais vocacionadas para estruturas multicamada, como é o caso da *matriz de transferência* e da *matriz global*, podem também ser usadas para placas isoladas, como veremos mais à frente.

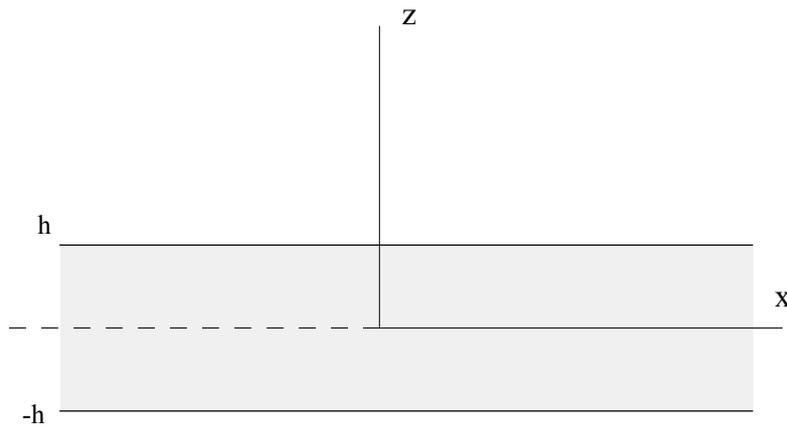


Figura 4.1 Placa no vazio.

As duas primeiras técnicas vão conduzir-nos às conhecidas equações de *Rayleigh-Lamb* dadas por

Modos simétricos

$$\frac{\tan(qh)}{\tan(ph)} = -\frac{4k^2 pq}{(q^2 - k^2)^2}, \quad (4.1)$$

Modos anti-simétricos

$$\frac{\tan(qh)}{\tan(ph)} = -\frac{(q^2 - k^2)^2}{4k^2 pq}, \quad (4.2)$$

com p e q definidos como

$$p = \sqrt{\frac{\omega^2}{V_L^2} - k^2}, \quad (4.3)$$

$$q = \sqrt{\frac{\omega^2}{V_T^2} - k^2}. \quad (4.4)$$

As equações (4.1) e (4.2) podem ser usadas para determinar a velocidade a que um modo se propaga para uma determinada frequência. São conhecidas por *relações de dispersão*, pois como veremos, permitem verificar o carácter dispersivo das velocidades (variação com a frequência). Apesar do seu aspecto simples, para um valor fixo da frequência, as equações são transcendentais e o conjunto das suas soluções é formado por um número infinito de valores reais, imaginários puros e complexos da velocidade. As soluções reais representam modos de propagação não amortecidos, enquanto as soluções imaginárias puras e complexas representam modos que têm um decaimento exponencial.

4.2.1 Solução numérica das equações de Rayleigh-Lamb

O factor chave para compreender o significado físico das curvas de dispersão está associado ao carácter harmónico da propagação, traduzido por $\exp(i(kx - \omega t))$. As relações de dispersão são funções de k e de ω , podendo k tomar valores complexos da forma $\bar{k} = k_r + ik_i$, ou seja, a exponencial anterior é agora dada por

$$\exp(i(k_r - \omega t)) \exp(-k_i x). \quad (4.5)$$

Existem três possibilidades para o sinal de k_i , correspondendo a cada um deles um diferente significado físico:

$k_i < 0$, a amplitude das ondas cresce exponencialmente com a distância;

$k_i = 0$, propagação sem amortecimento;

$k_i > 0$, a amplitude das ondas diminui exponencialmente com a distância.

As ondas com decaimento exponencial são chamadas *evanescentes*, pelo facto de serem fortemente atenuadas relativamente à sua fonte. As ondas com crescimento exponencial não são fisicamente observáveis. Resta-nos a propagação sem amortecimento dada pelos valores reais de k , que corresponde às soluções para uma placa no vazio. À frente veremos, que para uma placa imersa num fluido, se verifica a propagação de ondas guiadas com decaimento com a distância, sendo esse decaimento devido às perdas para o fluido.

As equações (4.1) e (4.2), podem exprimir uma relação entre a frequência f e a constante de propagação k , ou entre a frequência f e a velocidade de fase V_F , sendo a constante de propagação

k dada numericamente pela relação ω/V_F . A forma mais comum de apresentação das curvas de dispersão é considerando nas abcissas o produto da frequência pela espessura da placa (fd), com $d=2h$ e nas ordenadas a velocidade de fase V_F . Vamos então reescrever as equações de forma a separar essas variáveis. Para os modos simétricos vamos ter

$$\frac{\tan\left(\sqrt{\left(\frac{\omega}{V_T}\right)^2 - k^2} h\right)}{\tan\left(\sqrt{\left(\frac{\omega}{V_L}\right)^2 - k^2} h\right)} = -\frac{4k^2 \sqrt{\left(\frac{\omega}{V_L}\right)^2 - k^2} \sqrt{\left(\frac{\omega}{V_T}\right)^2 - k^2}}{\left(\left(\frac{\omega}{V_T}\right)^2 - k^2 - k^2\right)^2}, \quad (4.6)$$

após algumas simplificações, e usando $\omega=2\pi f$ ficamos com

$$\frac{\tan\left(\sqrt{\left(\frac{1}{V_T}\right)^2 - \left(\frac{1}{V_F}\right)^2} \pi fd\right)}{\tan\left(\sqrt{\left(\frac{1}{V_L}\right)^2 - \left(\frac{1}{V_F}\right)^2} \pi fd\right)} = -\frac{4\sqrt{\left(\frac{V_F}{V_L}\right)^2 - 1} \sqrt{\left(\frac{V_F}{V_T}\right)^2 - 1}}{\left(\left(\frac{V_F}{V_T}\right)^2 - 2\right)^2}. \quad (4.7)$$

Vamos reescrever a equação anterior de forma a simplificar o algoritmo de cálculo

$$\frac{\left(\left(\frac{V_F}{V_T}\right)^2 - 2\right)^2}{F} + \frac{4}{G} = 0, \quad (4.8)$$

com F e G definidos da seguinte forma

$$F = \tan\left(\sqrt{\left(\frac{1}{V_L}\right)^2 - \left(\frac{1}{V_F}\right)^2} \pi fd\right) \sqrt{\left(\frac{V_F}{V_L}\right)^2 - 1},$$

$$G = \frac{\tan\left(\sqrt{\left(\frac{1}{V_T}\right)^2 - \left(\frac{1}{V_F}\right)^2} \pi fd\right)}{\sqrt{\left(\frac{V_F}{V_T}\right)^2 - 1}}. \quad (4.9)$$

As soluções são então dadas pelas raízes da equação (4.8).

A estratégia usada na determinação do traçado da velocidade de fase, para os vários modos de propagação foi a seguinte:

1 – Para o modo fundamental, admite-se que o valor inicial da velocidade de fase é dado, usando a teoria clássica de ondas em placas para baixas frequências (quando f tende para zero), pela expressão (Rose, 1999)

$$V = \sqrt{\frac{E}{\rho(1-\nu^2)}}. \quad (4.10)$$

Sabendo as velocidades longitudinal e transversal e a massa específica do material, este valor pode ser determinado usando as expressões da tabela 3.1.

2 – O próximo ponto e os seguintes, referentes ao modo em causa, são determinados fazendo um incremento em fd , e usando o método de *Newton* para determinar a raiz de (4.8) na vizinhança do valor anteriormente obtido (Mathematica 4.0, 1999).

3 – Para determinar os valores iniciais correspondentes a cada um dos restantes modos de propagação é efectuado um varrimento inicial em fd , admitindo constante o valor V_F , que vai coincidir com o limite superior do traçado. Os valores obtidos para as raízes de (4.8) são então os nossos valores iniciais usados no traçado de cada um dos restantes modos. O procedimento seguinte é análogo ao usado no ponto anterior.

Na determinação das raízes pode verificar-se que, para valores de V_F inferiores a V_L em F e para valores de V_F inferiores a V_T em G vamos ter tangentes de valores imaginários que multiplicam ou dividem por valores imaginários, originando problemas na rotina usada. Outro problema prende-se com a singularidade da função G para $V_F=V_T$.

A primeira situação foi resolvida usando a relação

$$\tan(ix) = i \tanh(x), \quad (4.11)$$

e passando para fora nos restantes radicais o termo i . Ficamos então, após simplificação, com expressões reais, dadas por

$$F = -\tanh\left(\sqrt{\left(\frac{1}{V_L}\right)^2 - \left(\frac{1}{V_F}\right)^2} \pi fd\right) \sqrt{1 - \left(\frac{V_F}{V_L}\right)^2},$$

$$G = \frac{\tanh\left(\sqrt{\left(\frac{1}{V_T}\right)^2 - \left(\frac{1}{V_F}\right)^2} \pi fd\right)}{\sqrt{1 - \left(\frac{V_F}{V_T}\right)^2}}. \quad (4.12)$$

A questão da singularidade foi resolvida usando a relação $\tan(x) \cong x$, quando x tende para zero.

Dando origem nessa situação a

$$G = \frac{\pi fd}{V_T}. \quad (4.13)$$

Para os modos anti-simétricos o procedimento é idêntico ao usado para os modos simétricos, exceptuando que, para o modo fundamental A0, se considera o valor zero para o ponto inicial do traçado.

Na figura 4.2 estão representadas as curvas de dispersão da velocidade de fase, referentes aos quatro primeiros modos simétricos e anti-simétricos, para uma placa de alumínio, com espessura de 3 mm, com $V_L=6300$ m/s e $V_T=3130$ m/s, no vazio, obtidas usando o algoritmo descrito anteriormente.

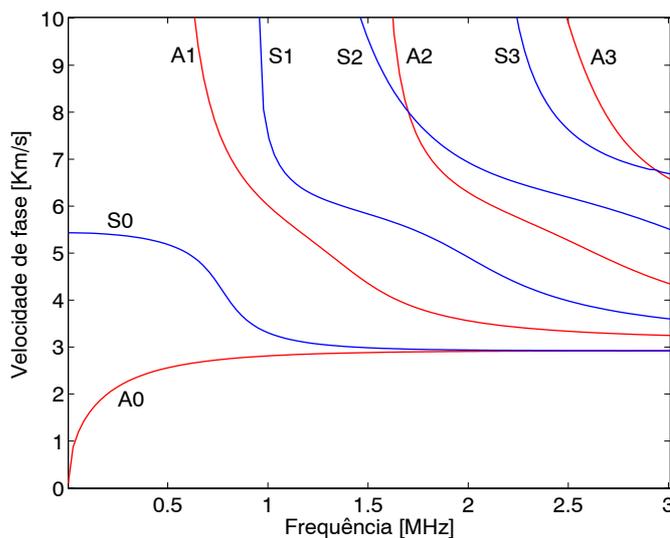


Figura 4.2 Curvas de dispersão da velocidade de fase para uma placa de alumínio com 3 mm de espessura no vazio.

A velocidade de fase é definida fisicamente como a velocidade de uma frente de onda com fase constante. Se fosse possível transmitir uma onda com uma só componente espectral, numa placa com uma espessura conhecida teríamos valores constantes da velocidade de fase para os modos existentes. Como, na prática, um sinal ultra-sonoro tem uma determinada largura de banda, às suas diferentes componentes espectrais vão corresponder diferentes velocidades de fase. Este facto dá origem ao conhecido efeito de *espalhamento* do sinal, ou seja, ao aumento da sua largura com a distância de propagação.

O conceito de velocidade de grupo está associado à velocidade de propagação de um grupo de ondas com frequências próximas. Tipicamente, diz-se que corresponde à velocidade da envolvente de um pacote de ondas (*wave packet*). Na propagação ultra-sonora, os sinais podem ser considerados como pacotes de ondas. Ao medirmos a sua velocidade, usando o método do tempo de voo, temos de usar um ponto de referência, que pode ser, por exemplo, o início do sinal, ou o ponto onde atinge o seu valor máximo. Na prática estamos a medir a velocidade da sua envolvente, ou seja, a velocidade de grupo. Quando estamos na presença de sinais não dispersivos, como o caso das ondas de volume, os sinais não sofrem distorção durante o seu percurso, sendo o valor da velocidade medido, coincidente com a velocidade de fase, pois ambos são constantes. Para sinais dispersivos, como por exemplo as ondas de *Lamb*, não é possível usar este método, pois ambas as velocidades são variáveis para cada componente espectral. Os valores obtidos podem, quando muito, ser considerados uma estimativa grosseira da velocidade de grupo.

Uma simples explicação analítica pode ser feita considerando a propagação harmónica de duas ondas com igual amplitude, mas com frequências ligeiramente diferentes (Cheeke, 2002)

$$u = A \cos(k_1 x - \omega_1 t) + A \cos(k_2 x - \omega_2 t). \quad (4.14)$$

Usando a igualdade trigonométrica

$$A(\cos \alpha + \cos \beta) = 2A \left(\cos\left(\frac{\alpha - \beta}{2}\right) \cos\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right) \right),$$

podemos reescrever (4.14) como

$$u = 2A \cos\left(\frac{1}{2}(k_2 - k_1)x - \frac{1}{2}(\omega_2 - \omega_1)t\right) \cos\left(\frac{1}{2}(k_2 + k_1)x - \frac{1}{2}(\omega_2 + \omega_1)t\right), \quad (4.15)$$

atendendo que a função *cos* é par. Fazendo as seguintes substituições: $\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1$; $\Delta k = k_2 - k_1$;

$\omega = \frac{1}{2}(\omega_2 + \omega_1)$; $k = \frac{1}{2}(k_2 + k_1)$, vamos obter

$$u = 2A \cos\left(\frac{1}{2}\Delta k x - \frac{1}{2}\Delta\omega t\right) \cos(kx - \omega t), \quad (4.16)$$

que representa duas ondas a propagarem-se com diferentes velocidades.

O nosso conjunto inicial de dois sinais pode então ser representado por um pacote de ondas, com um primeiro termo de baixa frequência e um segundo de alta frequência. Este fenómeno é semelhante à modulação por amplitude, onde a portadora é representada pela alta frequência e a envolvente pela baixa frequência. Temos então que a velocidade de grupo é dada por $\Delta\omega/\Delta k$, que no limite dá origem a

$$V_G = \frac{d\omega}{dk}. \quad (4.17)$$

A velocidade do termo de alta frequência representa a velocidade de fase, dada como já vimos anteriormente por ω/k .

Podemos também obter a velocidade de grupo partindo da velocidade de fase. Substituindo $k = \omega/V_F$ em (4.17), vamos obter

$$\begin{aligned} V_G &= \left(\frac{d}{d\omega} \left(\frac{\omega}{V_F} \right) \right)^{-1}, \\ &= \left(\frac{V_F - \omega \frac{dV_F}{d\omega}}{V_F^2} \right)^{-1}, \\ &= \frac{V_F}{1 - \frac{\omega}{V_F} \frac{dV_F}{d\omega}}. \end{aligned}$$

Usando $\omega = 2\pi f$, e introduzindo, por conveniência, o factor d (espessura da placa), a terceira igualdade pode ser escrita como

$$V_G = \frac{V_F}{1 - \frac{fd}{V_F} \frac{d}{d_{fd}}(V_F)}. \quad (4.18)$$

Como se pode observar pela expressão (4.18), as curvas de dispersão da velocidade de grupo podem ser obtidas usando as velocidades de fase previamente determinadas. A figura 4.3 representa essas curvas para a placa anteriormente mencionada.

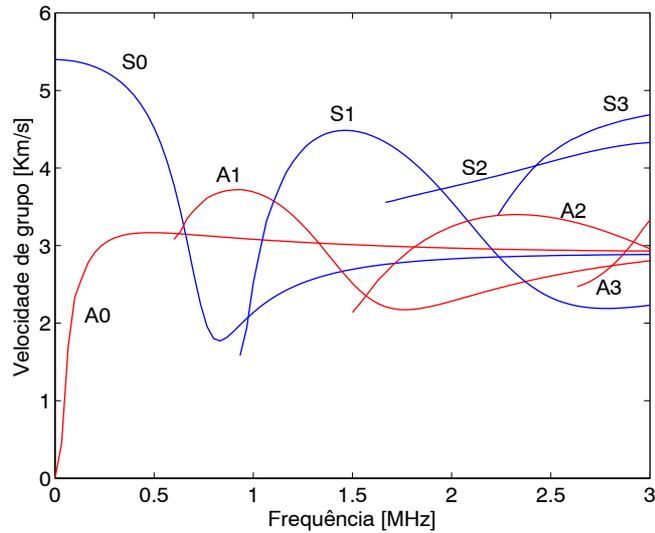


Figura 4.3 Curvas de dispersão da velocidade de grupo para uma placa de alumínio no vazio.

4.2.2 Deslocamentos

O estudo do comportamento do deslocamento das partículas com a variação do parâmetro fd , para um modo em particular é muito importante quando trabalhamos com ondas de *Lamb*. Por exemplo, numa placa imersa num fluido, se queremos uma propagação a grandes distâncias, temos que garantir que o deslocamento perpendicular à placa (*out-of-plane*) é minimizado pois, caso contrário as perdas devido a fugas para o fluido serão elevadas. Do ponto de vista teórico, quando um modo de propagação, para um determinado valor de fd , apenas tem deslocamento no sentido de propagação (*in-plane*) equivale à tentativa de transmissão de uma onda transversal para o fluido que, como sabemos, não é possível.

As expressões para a determinação dos deslocamentos podem ser obtidas usando o método dos potenciais, analisado em detalhe no apêndice B. Com as condições fronteiras para uma placa no vazio podemos encontrar uma relação entre as constantes contidas nas expressões (B.18) e (B.19) e, considerando uma delas unitária pode ser feito um traçado em unidades arbitrárias dos deslocamentos. Para os modos simétricos temos

$$\begin{aligned}
 u_x &= \frac{q^2 - k^2}{2p} \frac{\sin(qh)}{\sin(ph)} \cos(pz) - q \cos(qz), \\
 u_z &= \frac{q^2 - k^2}{2k} \frac{\sin(qh)}{\sin(ph)} \sin(pz) + k \sin(qz),
 \end{aligned}
 \tag{4.19}$$

e para os modos anti-simétricos

$$u_x = -\frac{q^2 - k^2}{2p} \frac{\cos(qh)}{\cos(ph)} \sin(pz) + q \sin(qz),$$

$$u_z = \frac{q^2 - k^2}{2k} \frac{\cos(qh)}{\cos(ph)} \cos(pz) + k \cos(qz),$$
(4.20)

Para determinar os deslocamentos de um determinado modo de propagação usando (4.19) ou (4.20), temos de conhecer previamente a velocidade de fase correspondente obtida da figura 4.2. Com esse valor, e com V_L e V_T que já eram conhecidos podemos então fazer o traçado dos deslocamentos em função da espessura da placa. Nas figuras 4.4 e 4.5 estão representados, a título de exemplo, os deslocamentos do modo simétrico S0 e do modo anti-simétrico A2, para a placa de alumínio considerada anteriormente, para quatro diferentes valores de f .

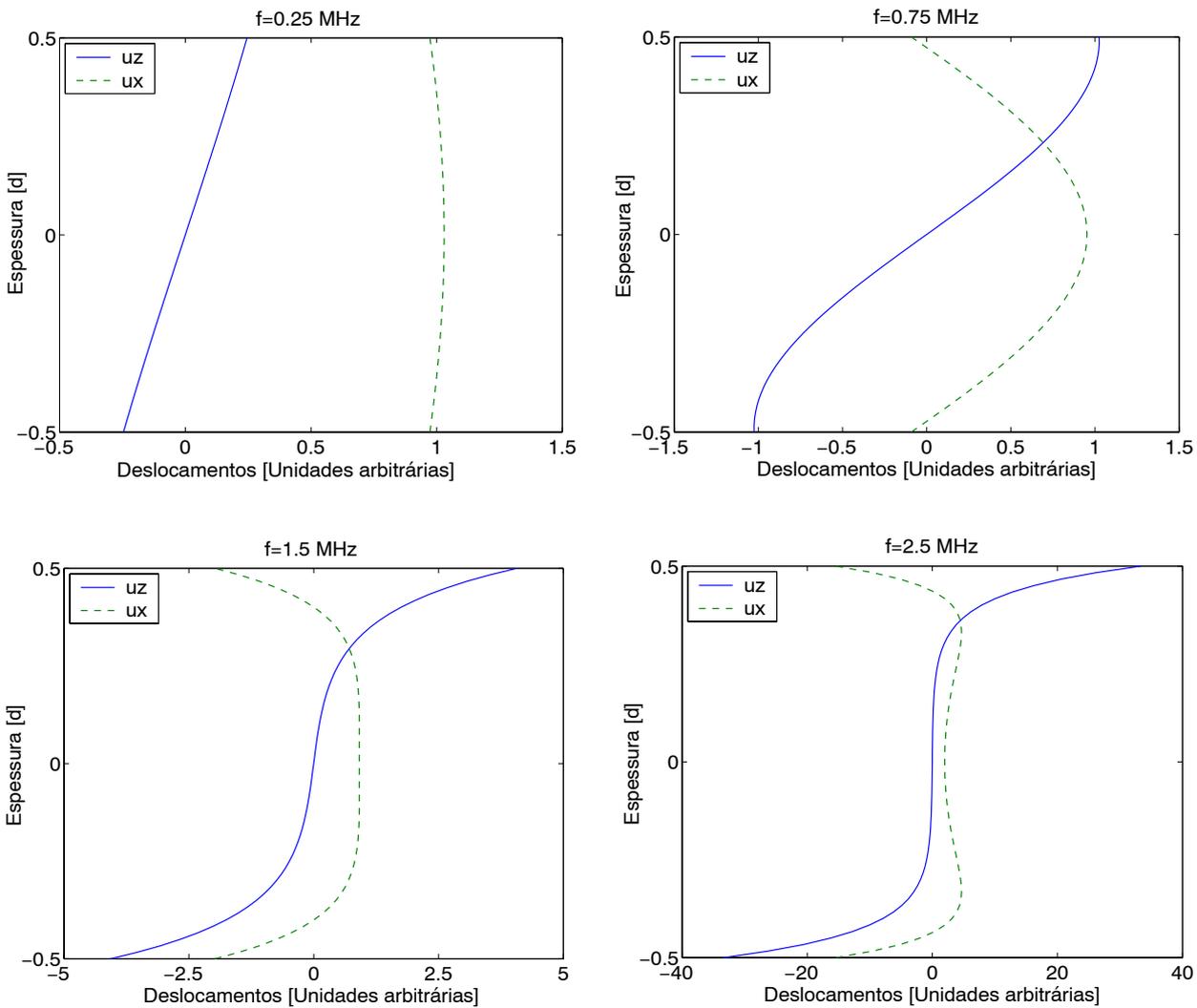


Figura 4.4 Deslocamentos referentes ao modo S0 em quatro diferentes pontos da sua curva de dispersão.

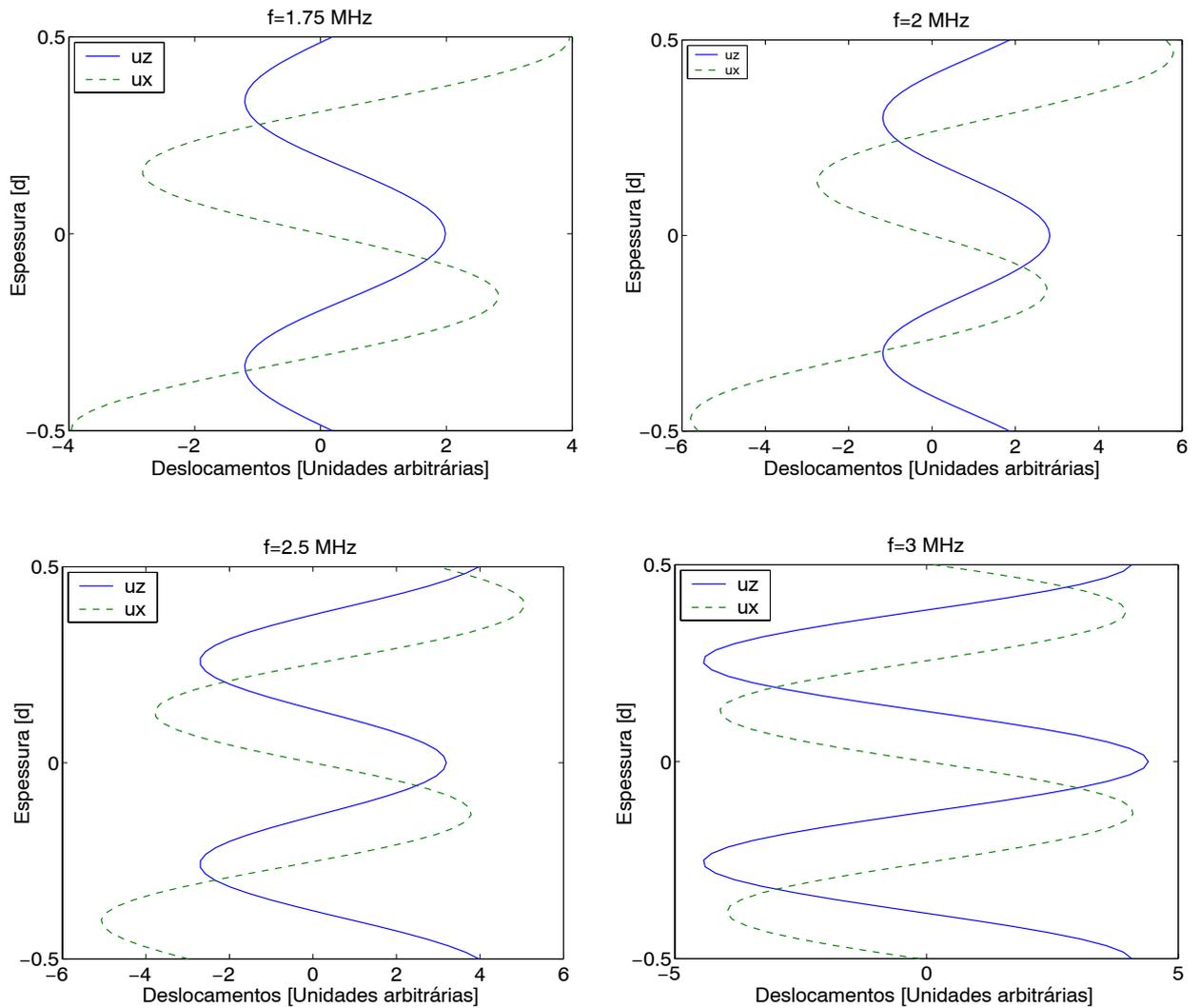


Figura 4.5 Deslocamentos referentes ao modo A2 em quatro diferentes pontos da sua curva de dispersão.

Como se pode observar existem grandes variações no comportamento dos deslocamentos, tornando-se cada vez mais complexos conforme avançamos na frequência. Um dos parâmetros mais importante no uso de ondas de *Lamb* em *CNDU* é, como já referimos, o deslocamento na superfície da placa. Através da variação da frequência, esse parâmetro pode ser facilmente controlado. Na figura 4.4 para uma frequência de 0.25 MHz o deslocamento *in-plane* é praticamente constante e dominante em relação ao deslocamento *out-of-plane*. Quando avançamos para $f=0.75$ MHz verifica-se que existe uma alteração radical, pois, o deslocamento *in-plane* passou a estar mais concentrado no centro da placa, com um valor quase nulo nas suas faces, passando por outro lado, o deslocamento *out-of-plane*, nas faces da placa, a ser dominante. Para cada ponto da placa o deslocamento é genericamente elipsoidal, pois é composto por dois tipos de vibração nas direcções *in-plane* e *out-of-plane*, transformando-se num movimento unidireccional para os casos particulares em que o deslocamento num sentido se anula.

Na figura 4.6 temos dois exemplos desta situação para o modo S0 e para A2, para frequências de 0.25 MHz e 2 MHz respectivamente, para a placa de alumínio com 3 mm de espessura. Para cada modo foi feita a normalização relativamente ao valor máximo de deslocamento. Pode observar-se com o aumento de profundidade a alteração do sentido da vibração elipsoidal das partículas.

Para o modo S0, na metade superior da placa, o sentido é contrário ao verificado na metade inferior devido à alteração de sinal de um dos deslocamentos.

Para o modo A2, atendendo à maior complexidade dos seus deslocamentos vão aparecer mais alterações no sentido da vibração das partículas. Apesar de na figura 4.6 para cada uma das metades da placa a vibração dos pontos representados ter o mesmo sentido, vamos ter alterações de sentido entre pontos consecutivos, conforme se pode confirmar analisando a figura 4.5. Para não sobrecarregar a figura, esses pontos intermédios não foram representados.

Na figura 4.7, temos um *instantâneo* da representação do deslocamento à superfície de uma placa, para os modos simétricos e anti-simétricos, considerando o sentido da propagação da esquerda para a direita (Krautkramer, 1990). Os deslocamentos representados são constituídos pelo vector soma do movimento *in-plane* e *out-of-plane*.

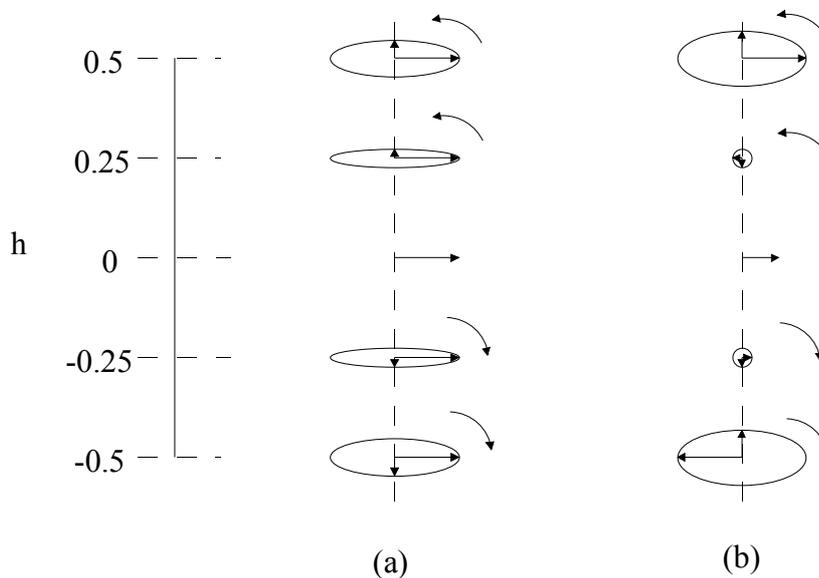


Figura 4.6 Representação do deslocamento para cinco valores de profundidade da placa: (a) S0 ($f=0.25$ MHz); (b) A2 ($f=2$ MHz).

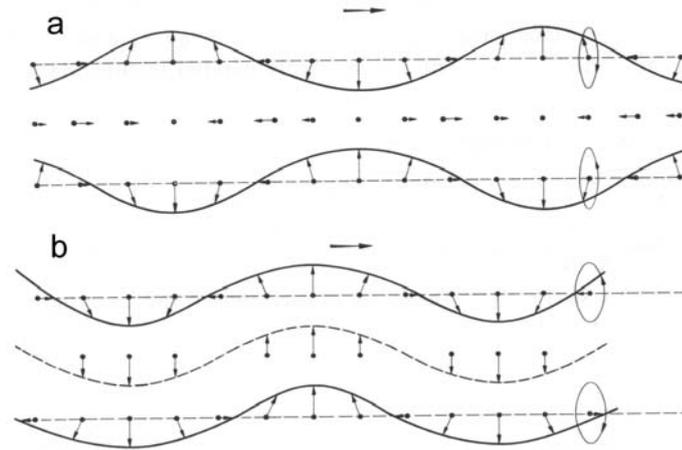


Figura 4.7 Representação do deslocamento: modos simétricos (a); modos anti-simétricos (b).

4.2.3 Geração de ondas de Lamb

Existem várias formas de geração de ondas de *Lamb*, estando provavelmente as mais comuns ilustradas na figura 4.8. A forma clássica mais simples usa um feixe com a inclinação apropriada, que pode ser produzido por um transdutor de ondas longitudinais ou de ondas transversais, e um bloco de acoplamento. Devido à conversão de modos (L em T e T em L) vão aparecer no interior da placa ondas longitudinais e transversais. A sua interferência, em certas circunstâncias, dá origem à formação de um pacote de ondas que se propaga ao longo da placa.

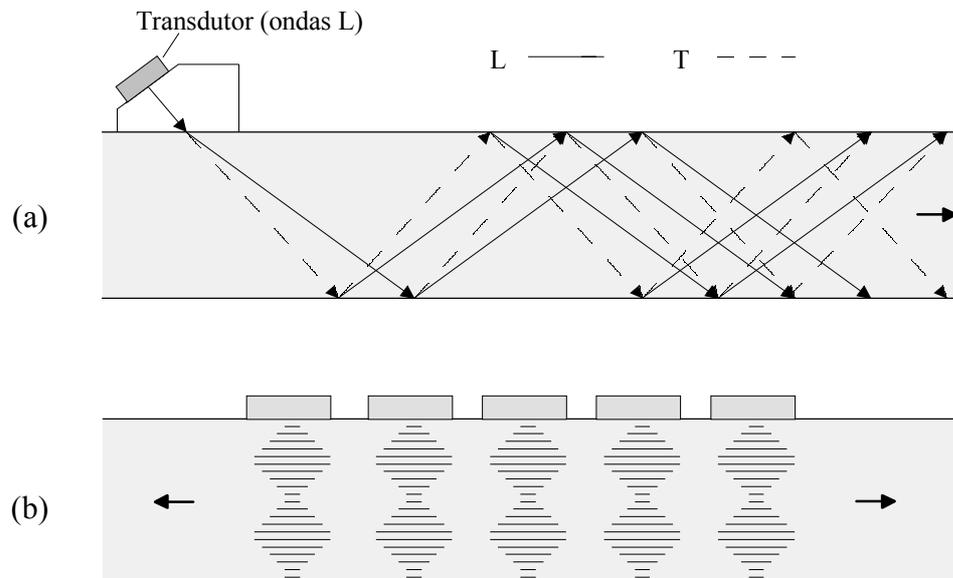


Figura 4.8 Técnicas de geração de ondas de *Lamb*: (a) incidência oblíqua; (b) transdutor comb.

Outra técnica introduzida ultimamente usa um conjunto de transdutores, cujo funcionamento é análogo aos agregados para ondas de volume. São os chamados transdutores *comb* (*comb transducer*) (Rose, 1998a). Através de um correcto espaçamento entre os seus vários elementos e do controlo do atraso temporal dos sinais de excitação consegue-se excitar o modo de propagação desejado na placa. Como vamos usar o primeiro método no decurso deste trabalho, analisá-lo-emos mais em detalhe.

Analogamente aos fenómenos ópticos, quando uma onda ultra-sonora atinge uma interface entre dois meios diferentes com uma determinada inclinação ocorre um fenómeno de refacção, sendo a onda transmitida para o segundo meio com um inclinação diferente. Os ângulos da onda incidente (θ_1) e transmitida (θ_2), formados com a normal, estão relacionados pela conhecida lei de *Snell*, dada por

$$V_1 \sin \theta_2 = V_2 \sin \theta_1, \quad (4.21)$$

onde V_1 e V_2 são as velocidades de propagação nos dois meios.

O princípio de funcionamento do método de excitação de ondas de *Lamb* por intermédio de um feixe inclinado está relacionado com esta lei. Na prática, quando pretendemos excitar um modo de propagação numa placa partimos da sua velocidade de fase, retirada das curvas de dispersão, conhecendo previamente a frequência utilizada e a espessura da placa. Esse valor da velocidade de fase (V_F) vai ser coincidente com V_2 em (4.21), sendo neste caso $\theta_2=90^\circ$, pois a propagação efectua-se ao longo da placa. Conhecendo então o valor de V_1 , que corresponde à velocidade de propagação no bloco de acoplamento (V_A), pode facilmente ser obtido o ângulo de incidência θ , de forma a ser gerado o modo de propagação pretendido

$$\theta = \arcsin\left(\frac{V_A}{V_F}\right). \quad (4.22)$$

Do ponto de vista físico, o fenómeno anterior pode ser entendido através da observação da figura 4.9, onde podemos ver o bloco de acoplamento em detalhe. O comprimento de onda no bloco é dado por Λ_A e o comprimento de onda do modo gerado na placa por Λ_F . A relação entre eles é dada por

$$\Lambda_F = \frac{\Lambda_A}{\sin \theta}, \quad (4.23)$$

que representa o conhecido princípio da coincidência. Após alguma manipulação a expressão anterior dá origem a (4.22).

Concluimos então que usando a inclinação adequada pode ser gerado numa placa, o modo de propagação pretendido.

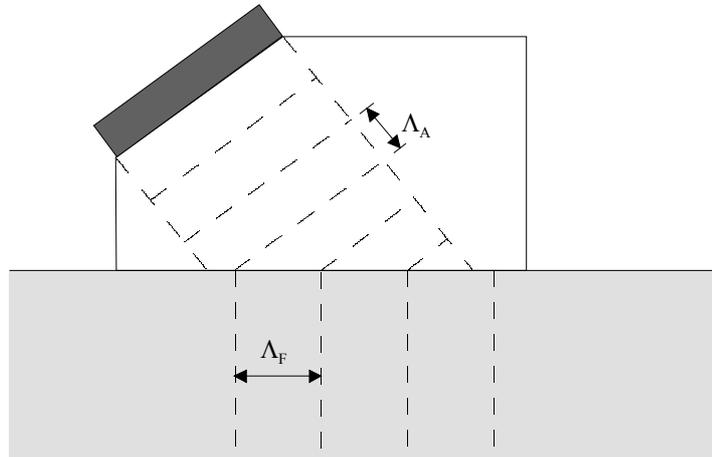


Figura 4.9 Princípio da coincidência.

Em termos práticos, a geração de ondas de *Lamb*, usando o princípio da coincidência vai depender de dois factores: largura de banda do sinal e divergência do feixe do transdutor. A largura de banda do sinal está essencialmente relacionada com o tipo de transdutor utilizado na excitação e com os seus aspectos construtivos.

A divergência do feixe é definida da seguinte forma

$$\phi = \arcsin\left(\frac{1.22 \Lambda}{D}\right), \quad (4.24)$$

onde Λ é o comprimento de onda no meio de propagação considerado e D o diâmetro do cristal activo do transdutor. O ângulo de divergência ϕ é medido para cada um dos lados, relativamente às linhas que delimitam o feixe do transdutor, na figura 4.9. O ângulo de incidência θ vai então ser substituído por dois ângulos $(\theta + \phi)$ e $(\theta - \phi)$, que vão originar dois valores para Λ_F em (4.23) e consequentemente para V_F em (4.22).

Vamos analisar uma situação experimental em que pretendemos gerar o modo *S0* numa placa de alumínio com 2 mm de espessura, usando o método de excitação mencionado anteriormente, com um bloco de acoplamento de acrílico. O primeiro passo é o traçado das curvas de dispersão da velocidade de fase para o material em causa. Para o mesmo material, as curvas de dispersão mantêm o mesmo aspecto com a variação da espessura d , havendo apenas um deslocamento no

eixo das frequências. Com o aumento de d o deslocamento é para a direita e com a sua diminuição para a esquerda. O traçado pode ser feito em função da frequência (f) ou do produto da frequência pela espessura (fd). Neste caso a figura 4.2 pode ser utilizada com um ajuste no eixo da frequência do factor $2/3$, referente à relação das espessuras. Como queremos gerar apenas o modo S0 vamos usar a zona da curva que garanta o maior afastamento dos restantes modos, utilizando um transdutor com frequência central de 750 kHz. A este valor de frequência corresponde, pela curva de dispersão, uma velocidade de fase de 5184 m/s. Com a velocidade de propagação do acrílico é de 2760 m/s, vamos obter usando (4.22)

$$\theta = \arcsin\left(\frac{2760}{5184}\right) = 32.1^\circ. \quad (4.25)$$

Sabendo que o transdutor tem um diâmetro de 25 mm e o comprimento de onda no acrílico para a frequência usada é de 3.68 mm ($\lambda = V_A/f$), a divergência de feixe é dada por (4.24)

$$\phi = \arcsin\left(\frac{1.22 \times 3.68}{25}\right) = 10.3^\circ. \quad (4.26)$$

Os ângulos de incidência são então dados por $(\theta + \phi) = 42.4^\circ$ e $(\theta - \phi) = 21.8^\circ$. Introduzindo estes valores em (4.22) e resolvendo em ordem a V_F vamos obter $V_{F1} = 4093$ m/s e $V_{F2} = 7431$ m/s.

Para determinação do espectro do sinal produzido na placa vamos utilizar o sistema experimental representado esquematicamente na figura 4.10, onde temos dois transdutores, um emissor, outro receptor, a funcionarem na configuração *pitch and catch*. O sistema é composto por um emissor/receptor, que excita o transdutor emissor e recebe a onda de *Lamb* proveniente do transdutor receptor, após esta se ter propagado na placa. Seguidamente, o sinal é filtrado, amplificado e enviado para um osciloscópio digital. No osciloscópio é feita a correcta visualização do sinal pretendido, sendo posteriormente adquirido pelo computador através do seu porto série.

Na figura 4.11 está representado o modo S0 no domínio do tempo e frequência obtido experimentalmente usando um ângulo de incidência $\theta = 32.1^\circ$. Os limites inferior e superior da largura de banda são de 0.2 MHz e 1.1 MHz, respectivamente, considerando que -40 dB é o limiar de ruído nesta situação. Vamos então obter dois pontos que formam uma gama de frequências de excitação, em vez de uma só frequência de excitação. Este facto, associado aos dois valores de V_F originados devido à dispersão de feixe vai conduzir a uma *zona de excitação* delimitada por $f1$ e $f2$ nas abcissas, e por V_{F1} e V_{F2} nas ordenadas, representada na figura 4.12.

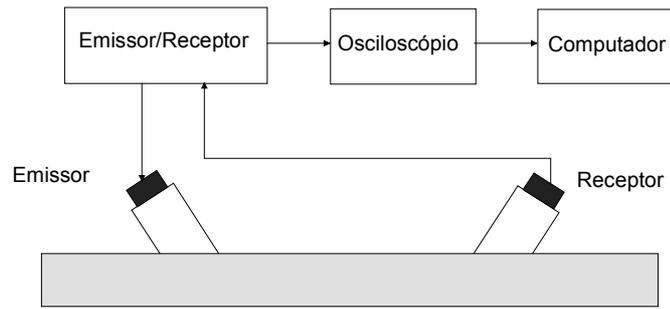


Figura 4.10 Representação esquemática do sistema experimental para geração de ondas de *Lamb* numa placa usando a configuração *pitch and catch*.

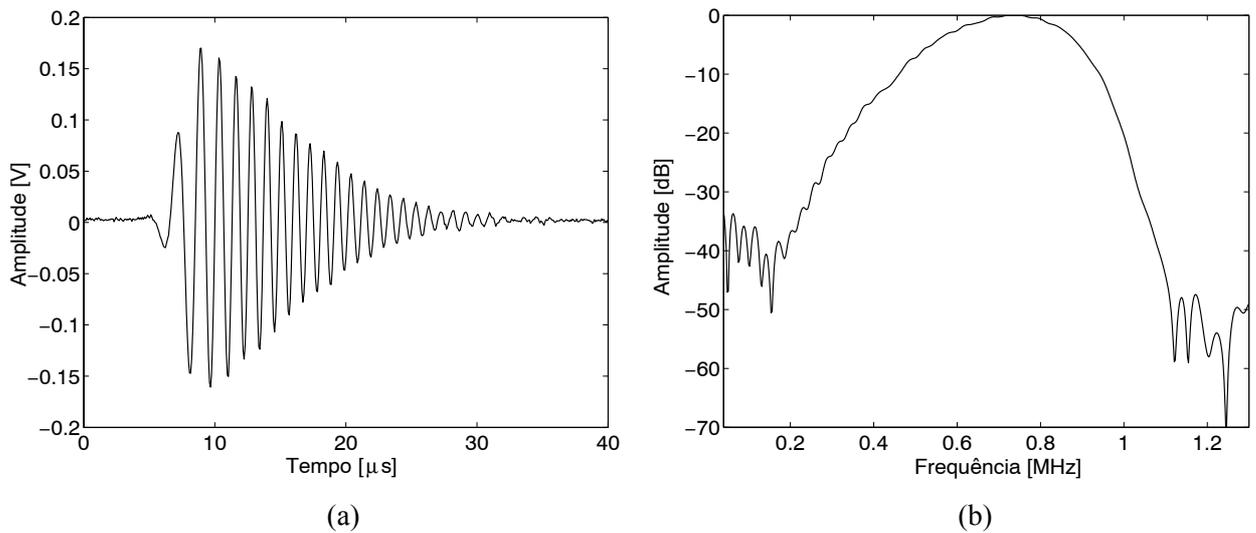


Figura 4.11 Modo S_0 numa placa de alumínio com 2 mm de espessura: (a) domínio do tempo; (b) domínio de frequência.

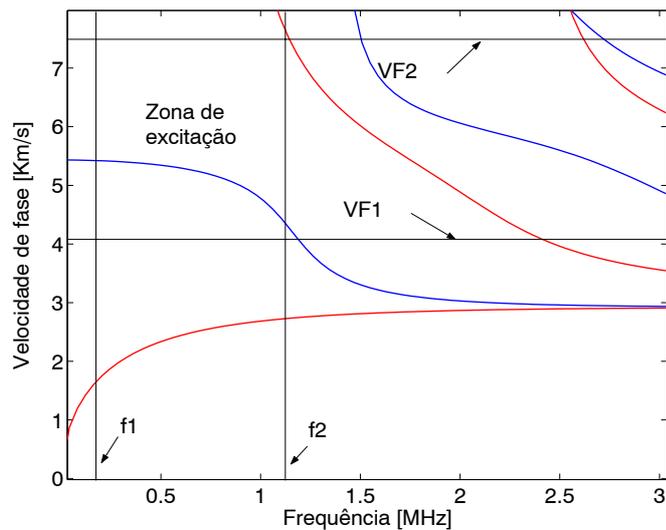


Figura 4.12 Zona de excitação obtida numa placa de alumínio com espessura de 2mm, usando um transdutor com frequência central de 750 kHz e um bloco de acoplamento de acrílico.

Esta *zona de excitação* é de importância fundamental, especialmente quando queremos propagação monomodo, pois é ela que vai definir os modos introduzidos na placa.

Outro aspecto importante, relacionado com a geração de ondas de *Lamb* através do método da coincidência, tem a ver com a variação do grau de excitabilidade de cada modo, dentro da *zona de excitação* determinada anteriormente, a que vamos chamar função F_G . Para isso vão contribuir dois factores: o conteúdo espectral do sinal e a variação da pressão acústica relativamente ao eixo do transdutor, ou seja, o seu diagrama de radiação. Para a nossa situação prática, o conteúdo espectral foi já analisado e está representado na figura 4.11 (b). Para a determinação do diagrama de radiação do transdutor vamos usar a conhecida expressão (Krautkramer, 1990)

$$\sigma(\gamma) = 2\sigma_0 \frac{J_1(X)}{X}, \quad (4.27)$$

onde $\sigma(\gamma)$ é a pressão acústica, σ_0 a pressão acústica no eixo do transdutor, J_1 a função de *Bessel* de 1ª ordem e X é dado por

$$X = \pi \frac{D}{\Lambda} \sin \gamma, \quad (4.28)$$

com D o diâmetro do transdutor, Λ o comprimento de onda no meio de propagação e γ o ângulo medido relativamente ao eixo do transdutor. Para o nosso transdutor de 750 kHz, a radiar no acrílico, os traçados rectangular e polar estão representados na figura 4.13. No traçado rectangular verifica-se que os zeros da função adjacentes ao seu máximo, que definem o lobo principal do diagrama de radiação vão coincidir, como era de esperar, com o valor da divergência de feixe obtido em (4.26). Os lobos secundários geralmente não são considerados, devido à sua baixa amplitude relativamente ao lobo principal. Neste exemplo, o máximo do primeiro lobo secundário vale cerca de 10% do máximo do lobo principal, ou seja, considerando transdutores iguais na emissão e recepção, o valor da amplitude obtida na recepção para essa direcção é de cerca de 1% do valor máximo, o que pode ser perfeitamente desprezável.

Conjugando os andamentos do diagrama de radiação e do conteúdo espectral do sinal gerado vamos obter, então, um traçado tridimensional dentro da zona de excitação dado pela figura 4.14. Outro tipo de visualização interessante é o traçado das suas curvas de nível apresentado na figura 4.15. Comparando com a curva de dispersão 4.12 podemos verificar que, efectivamente, o

máximo de F_G coincide com o modo S0, conforme pretendido, não sendo excitado mais nenhum modo adicional.

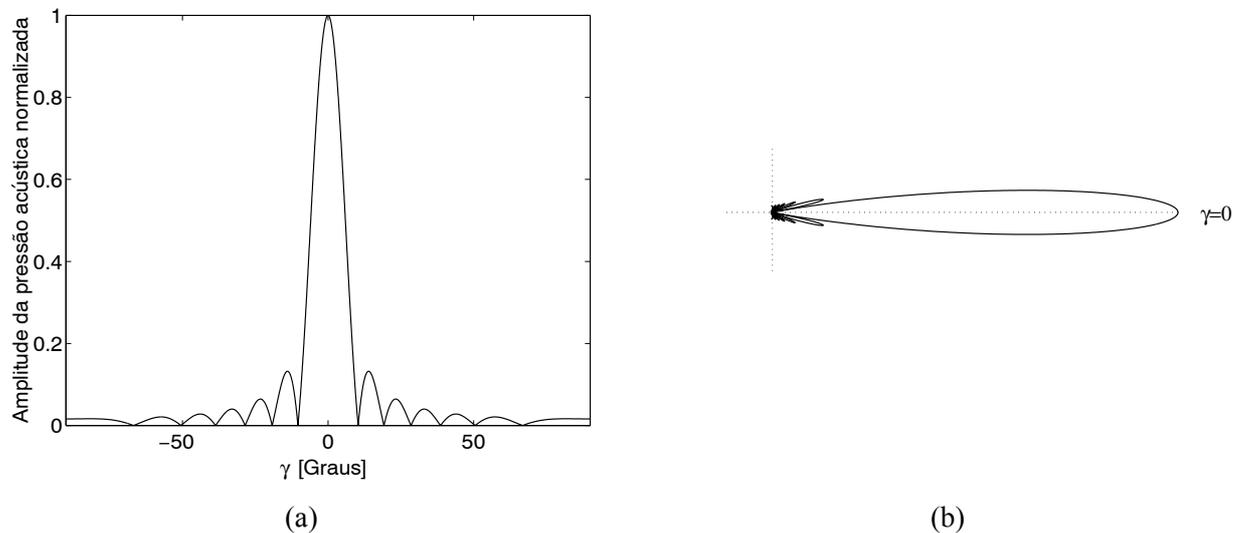


Figura 4.13 Diagrama de radiação do transdutor: (a) traçado rectangular; (b) traçado polar.

Pelo exposto, podemos constatar que, quando usamos o método da coincidência para geração de ondas de *Lamb* e queremos garantir propagação monomodo é de extrema importância a definição da zona de excitação e a da função F_G .

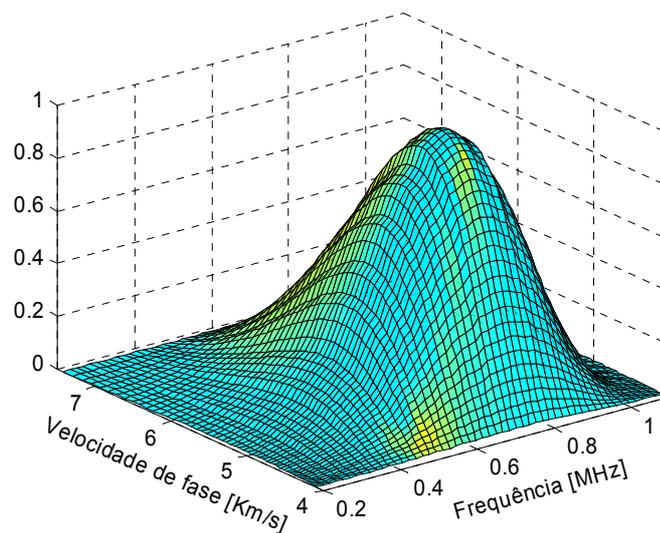


Figura 4.14 Função F_G dentro da zona de excitação.

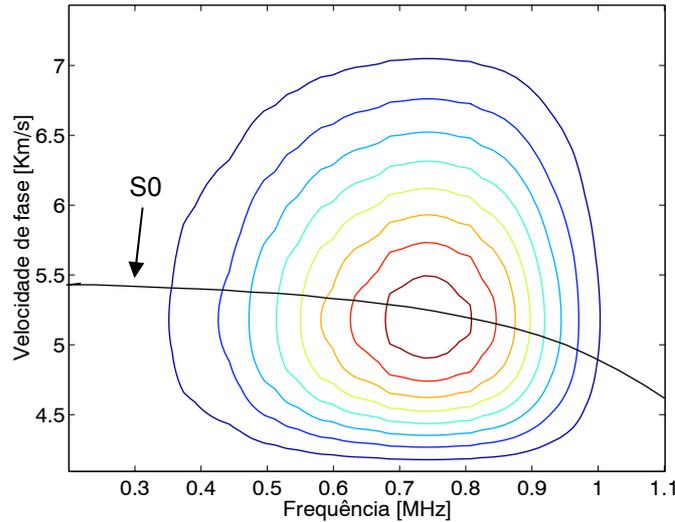


Figura 4.15 Curvas de nível representando F_G e curva de dispersão do modo S0.

4.2.4 Identificação dos modos de propagação

De uma forma geral, a medição da velocidade de sinais ultra-sonoros é possível usando o método do tempo de voo. Considerando a diferença temporal entre dois sinais recolhidos em diferentes localizações, facilmente obtemos a velocidade de propagação se a forma do sinal não se alterar.

Para sinais dispersivos, como é o caso das ondas de *Lamb*, esse tipo de análise no domínio temporal não é possível. É então necessário utilizar métodos no domínio da frequência para uma correcta determinação da velocidade de fase e, conseqüente, identificação do modo de propagação em causa. Um dos métodos mais usados é o da *fase do espectro* (*phase spectrum*) (Sachse, 1978), onde a velocidade de fase é dada por

$$V_F = \frac{2\pi f L}{\Delta\phi}, \quad (4.29)$$

sendo f a frequência e $\Delta\phi$ a diferença de fase entre dois sinais recolhidos em dois pontos que diferem entre si a distância L .

Outro método é o da *amplitude do espectro* (*amplitude spectrum*) (Pialucha, 1989), onde os dois sinais utilizados no método anterior são somados e é aplicada a transformada de Fourier ao seu conjunto. Neste caso a velocidade de fase é dada por

$$V_F = \frac{L f_n}{n}, \quad (4.30)$$

onde f_n é a frequência do pico na n ésima ressonância e n é o ordinal dessa mesma ressonância. Se for efectuada uma subtracção dos sinais em lugar de uma soma aparecem vales a substituir os picos no espectro obtido.

A diferença entre estes dois métodos reside no facto de um fornecer o resultado em termos de pontos discretos (*amplitude do espectro*) e o outro originar uma função contínua (*fase do espectro*).

Para exemplificar a aplicação destes dois métodos vamos continuar com a análise da placa de alumínio de 2 mm de espessura, usada no ponto anterior, utilizando o modo S0. Na figura 4.16 podemos ver os transdutores utilizados e os respectivos blocos de acoplamento para recolha dos dois sinais. Os sinais, designados por a_1 e a_2 são recolhidos pelo transdutor receptor, a 100 e 120 mm do emissor, respectivamente.

No método da *fase do espectro* é necessário determinar a diferença de fase entre os dois sinais envolvidos, e para isso, temos de conhecer a fase de cada um deles.

A transformada de Fourier aplicada a um sinal no domínio do tempo $u(t)$ dá origem, como é sabido, a uma grandeza complexa $\bar{U} = U_1 + iU_2$. O conteúdo espectral de $u(t)$ é dado pelo módulo dessa grandeza

$$G(f) = \sqrt{U_1^2 + U_2^2}, \quad (4.31)$$

enquanto a fase é dada por

$$\phi(f) = \tan^{-1}\left(\frac{U_2}{U_1}\right). \quad (4.32)$$



Figura 4.16 Transdutores e blocos de acoplamento.

Na figura 4.17 temos representadas as fases de a_1 e a_2 obtidas directamente usando a expressão (4.32). O algoritmo de cálculo limita o traçado entre $-\pi$ e π radianos (redução ao primeiro e quarto quadrante), o que dá origem a descontinuidades na frequência para múltiplos de 2π na fase. Para resolver este problema é necessário desembrulhar a função (*unwrap*), que consiste na subtracção de 2π no valor da fase em cada uma dessas descontinuidades, para que a função se torne contínua. O resultado é apresentado na figura 4.18 (a).

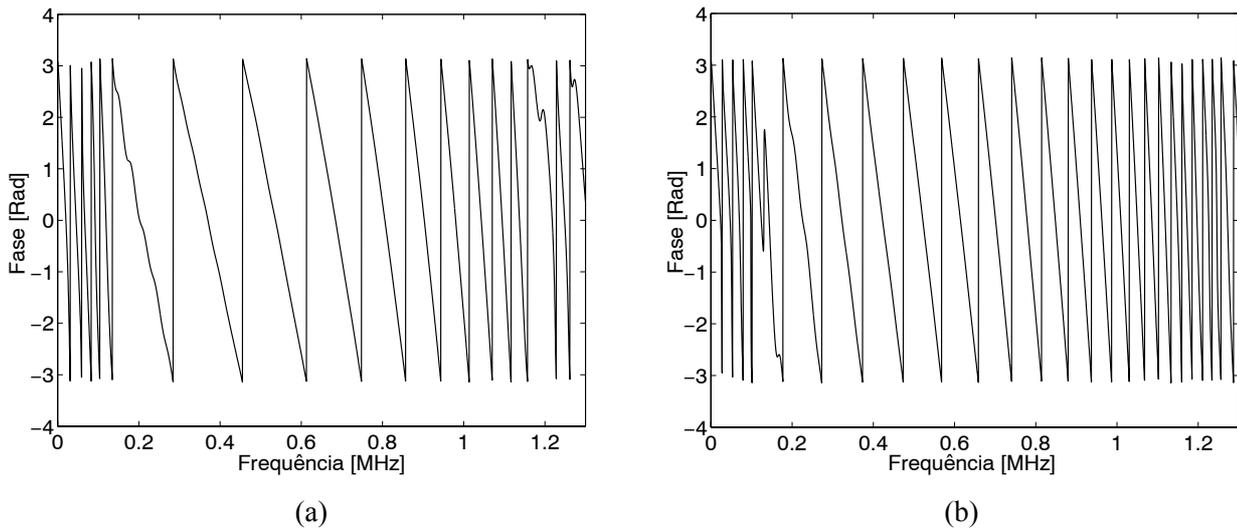


Figura 4.17 Fase dos sinais envolvidos na determinação da velocidade de fase: (a) a_1 ; (b) a_2

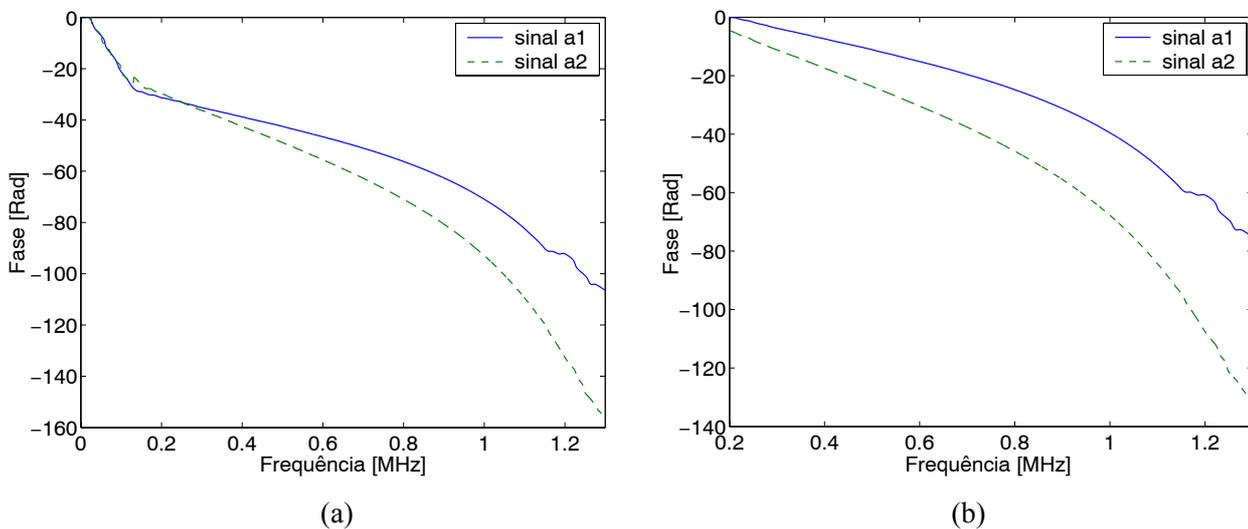


Figura 4.18 Fase dos sinais envolvidos na determinação da velocidade de fase depois de aplicado o algoritmo de *unwrap*: (a) traçado original; (b) traçado corrigido.

Como se pode observar pela figura 4.17, fora da banda passante, o traçado da fase tem um aspecto bastante irregular devido à baixa relação S/R. Particularmente nas baixas frequências, esse facto vai dar origem a problemas quando da aplicação do algoritmo de *unwrap*. As

variações da fase por influência do ruído fazem com que seja introduzido um maior número de múltiplos de 2π do que na realidade deveria, dando origem a valores errados quando do cálculo das diferenças de fase. Para resolver essa situação temos de estimar, para cada um dos sinais, o intervalo de frequência entre duas descontinuidades na banda passante, admitindo que esses intervalos são constantes dentro dessa banda. Como a diferença de fase e, conseqüentemente, a velocidade de fase vão ser determinadas apenas dentro da banda passante vamos verificar quantas descontinuidades deveriam existir até $f=0$ Hz, partindo do ponto inicial da banda passante, que no nosso caso é 0.2 MHz.

Para o sinal a_1 temos um intervalo entre descontinuidades de cerca de 0.15 MHz, o que dá origem a apenas uma descontinuidade desde 0.2 MHz a 0 Hz. Para o sinal a_2 , o intervalo de é de cerca de 0.1 MHz, conduzindo a duas descontinuidades. Temos então que, para $f=0.2$ MHz, as fases corrigidas são dadas por

$$\begin{aligned}\phi'_1 &= \phi_1 - 2\pi, \\ \phi'_2 &= \phi_2 - 4\pi,\end{aligned}\tag{4.33}$$

estando representadas na figura 4.18 (b). A diferença de fase corrigida é dada então por

$$\Delta\phi' = \phi'_1 - \phi'_2 = \phi_1 - \phi_2 + 2\pi.\tag{4.34}$$

Para aplicar o método da *amplitude do espectro* subtraímos os sinais a_1 e a_2 e, posteriormente, calculamos o espectro do seu conjunto. O resultado é apresentado na figura 4.19.

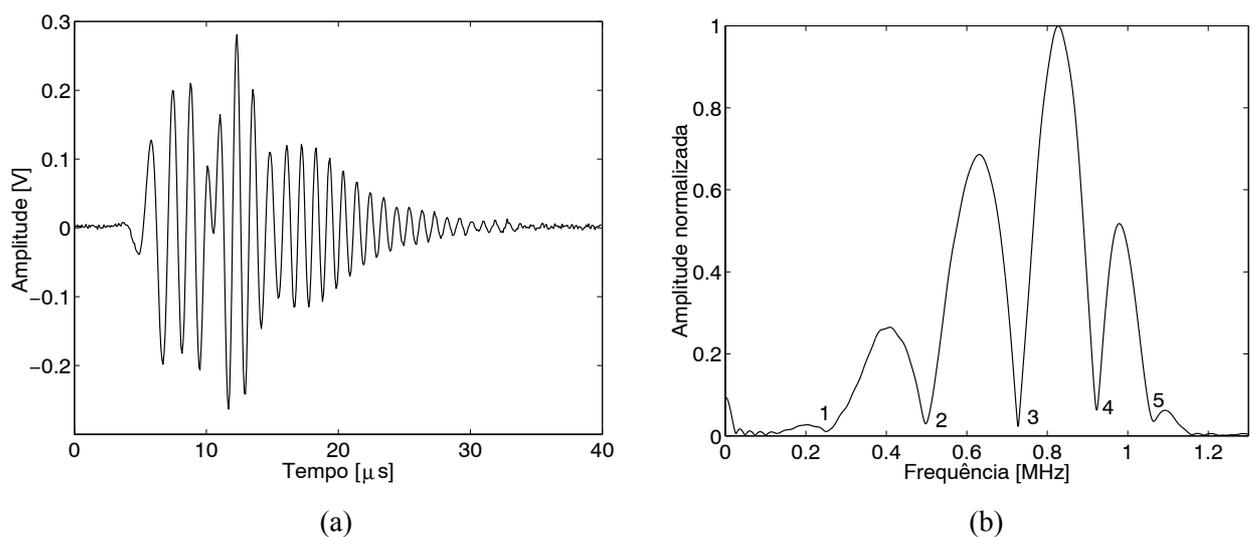


Figura 4.19 Subtração dos sinais a_1 e a_2 : (a) domínio do tempo; (b) domínio da frequência.

Usando depois (4.30) vamos obter, para cada um dos pontos assinalados (de 1 a 5), os correspondentes valores da velocidade de fase.

Na figura 4.20 temos, finalmente, a comparação entre o traçado da velocidade de fase obtido pelos dois métodos experimentais analisados e a correspondente curva teórica. Como pode observar-se os resultados obtidos pelos dois métodos são coincidentes. A concordância com os valores teóricos também é muito boa, sendo as discrepâncias inferiores a 2% devido, essencialmente, a variações locais das propriedades da placa de alumínio, nomeadamente das suas velocidades volumétricas.

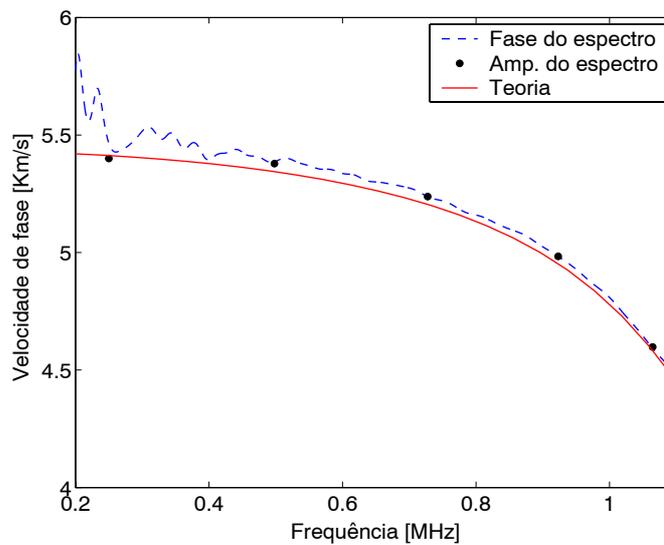


Figura 4.20 Traçado da experimental da velocidade de fase usando os métodos da *fase* e *amplitude de espectro* em comparação com o traçado teórico.

Devido à localização da zona de excitação ou outros factores, como por exemplo, a conversão de modos em defeitos ou em interfaces podemos ter vários modos a propagarem-se em simultâneo numa placa. Nesta situação, os métodos descritos anteriormente para medição da velocidade de fase não podem ser usados, sendo necessário recorrer à transformada de Fourier bidimensional (*2DFFT*) (Alleyne, 1991).

Para a aplicação desta transformada vamos partir da expressão genérica de uma onda de *Lamb*, que pode ser definida como

$$u(x,t) = A(\omega) \exp(i(\omega t - kx - \theta)), \quad (4.35)$$

onde $A(\omega)$ é uma constante dependente da frequência angular ω . Pela equação (4.35) podemos verificar que o seu comportamento é sinusoidal no domínio do tempo e do espaço (ao longo da direcção de propagação). Se tivermos um conjunto de sinais recolhidos em pontos equidistantes

da placa, podemos estabelecer uma transformação de Fourier do domínio do tempo para a frequência e, seguidamente, uma transformação do domínio do espaço para o seu domínio inverso, que corresponde à constante de propagação k . Como veremos à frente, com este tipo de gráfico f/k é possível medir, individualmente, a amplitude de cada um dos modos de propagação.

Na prática temos então que a $2DFFT$ é dada por

$$H(k, f) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} u(x, t) \exp(-i(kx + \omega t)) dx dt. \quad (4.36)$$

Em termos computacionais vamos aplicar a $2DFFT$ a uma matriz com m por n pontos, em que m representa o número de pontos de cada um dos sinais e n o número de sinais recolhidos. Inicialmente é aplicada a transformada de Fourier aos sinais no domínio do tempo, ficando as colunas da matriz com a informação espectral dos vários sinais. Seguidamente é aplicada a transformada de Fourier às linhas da matriz anterior, dando origem a uma matriz que relaciona o espectro dos vários sinais com a sua constante de propagação (f/k).

A transformada de Fourier de um sinal amostrado com uma frequência f_a tem um aspecto simétrico, relativamente a $f_a/2$ (função tipo *espelho*). Este facto, vai dar origem a que na transformada bidimensional, como a operação é efectuada sobre dois eixos perpendiculares, essa simetria apareça em relação a um ponto que tem como abcissa e ordenada, metade das respectivas frequências de amostragem (temporal e espacial). Para resolver esse problema temos que aplicar um algoritmo de inversão dos dados obtidos, para haver concordância com o traçado teórico.

Finalmente, para melhor evidenciar a zona de interesse do nosso traçado é conveniente aplicar janelas de Hanning aos dados da matriz.

Para exemplificar a aplicação da $2DFFT$ vamos usar uma placa de alumínio com 3 mm de espessura ($V_L=6300$ m/s, $V_T=3130$ m/s) e um sistema experimental similar ao usado anteriormente para gerar o modo S0 (figura 4.10). Como é necessário efectuar a recolha de vários sinais, para garantir o mesmo acoplamento os blocos de acrílico foram substituídos por pequenos recipientes estanques, sendo agora o acoplamento efectuada por intermédio de água. Os transdutores usados têm uma frequência central de 500 kHz. Para estes valores de frequência e espessura, usando as curvas de dispersão, vamos obter para a velocidade de fase $V_F=5214$ m/s. Introduzindo este valor em (4.22), sendo agora o material de acoplamento a água com $V_A=1500$ m/s, o ângulo de incidência obtido é de 16.7° .

Seguidamente foram recolhidos 32 sinais com espaçamento de 1 mm entre si. Cada um dos sinais é adquirido com 2500 pontos. Para melhorar a definição do traçado foram acrescentados

zeros (*zero padding*) à matriz original. No domínio do tempo passámos a ter 5120 pontos e no domínio espacial 128. Depois de aplicado o algoritmo descrito vamos obter a figura 4.21, onde podemos ver o traçado 3D normalizado da $2DFFT$.

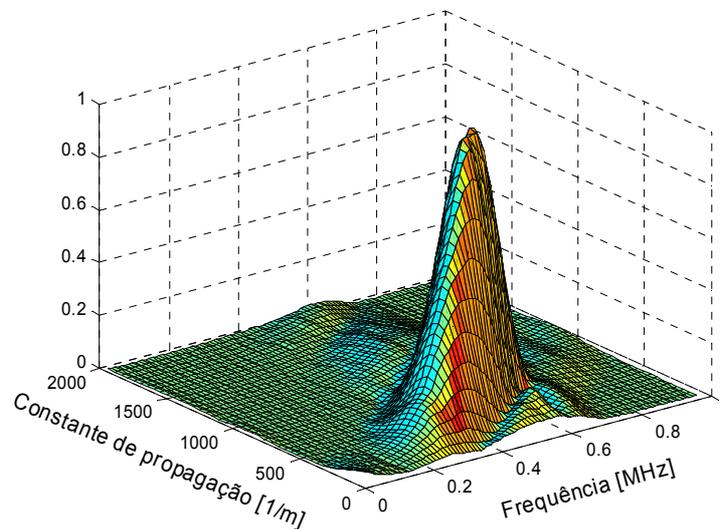


Figura 4.21 Traçado da $2DFFT$ do modo S0 obtido experimentalmente.

Para validar os dados experimentais temos de resolver as equações de *Rayleigh-Lamb* dadas por (4.1) e (4.2), de forma a obter um traçado que relacione a constante de propagação k com a frequência f . O procedimento é análogo ao do ponto 4.2.1, sendo o resultado apresentado para os três primeiros modos na figura 4.22 (a). A comparação entre o comportamento teórico do modo S0 e as curvas de nível obtidas a partir da $2DFFT$ é mostrado na figura 4.22 (b). Como se pode observar a concordância é perfeita.

No exemplo apresentado, como ambos os transdutores estavam sintonizados na emissão e na recepção para o modo S0, a possível existência de outros modos não era detectável. Nesta situação, o uso dos métodos da *amplitude* ou da *fase do espectro* descritos anteriormente poderiam, também, ser usados para a identificação do modo em causa.

Vamos agora analisar uma situação onde temos os modos S0 e A0 em simultâneo. Atendendo à frequência central do transdutor e à espessura da placa usadas neste exemplo, 500 kHz e 3 mm respectivamente, as curvas de dispersão vão ser análogas, pois o produto fd mantém-se (no exemplo anterior a frequência era de 750 kHz e a espessura de 2 mm). Pelas curvas de dispersão verificamos que A0 tem uma velocidade de fase $V_F=2566$ m/s para a frequência central. Usando (4.22) determinamos o ângulo de incidência para excitação de A0, que é de 35.8° . A diferença entre este ângulo e o ângulo de excitação óptima de S0, determinado anteriormente, é 35.8° -

$16.7^\circ=19.1^\circ$, ou seja, em termos práticos, ao excitar o modo S0 com o valor máximo do lobo principal do diagrama de radiação estamos também a excitar o modo A0 com um valor residual correspondente a um lobo secundário.

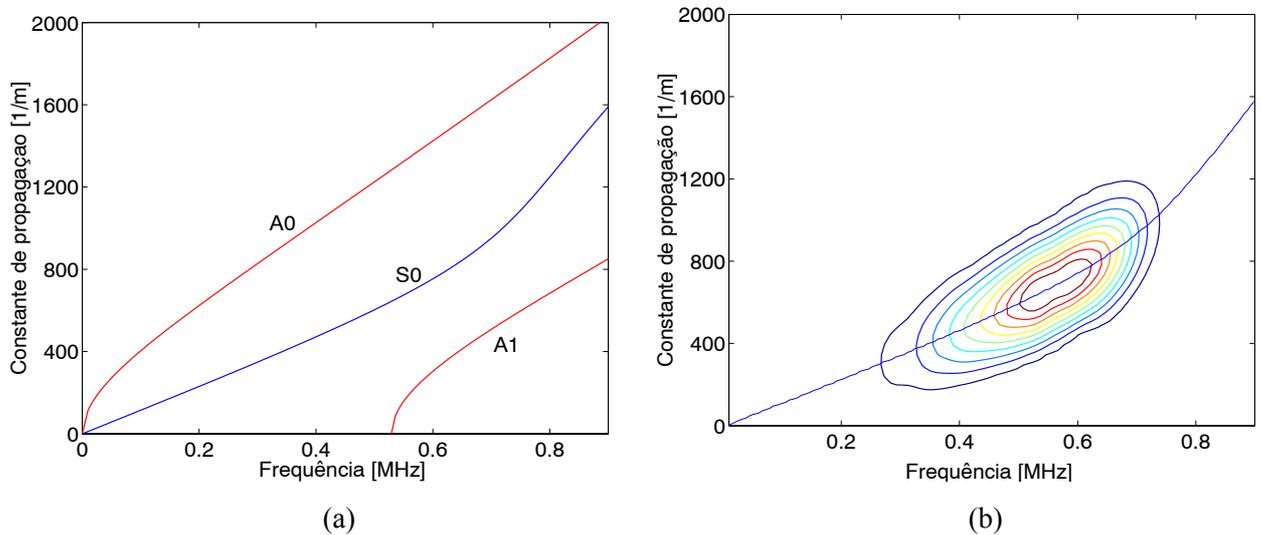


Figura 4.22 Curvas de dispersão f/k para uma placa de alumínio com 3 mm de espessura: (a) traçado teórico; (b) comparação entre os dados experimentais obtidos pela $2DFFT$ e curva teórica referente a S0.

Na figura 4.23 temos representado o diagrama de radiação normalizado, referente aos transdutores usados, onde podemos ver que para um ângulo, relativo ao centro do transdutor, de 19.1° a amplitude de pressão acústica vale cerca de 6.4% do seu valor máximo. Se no receptor tivermos a mesma inclinação, a amplitude detectada de A0 será igual ao produto dos dois factores 0.064, ou seja, cerca de 0.4% do valor de S0, sendo por esse facto indetectável. Se, pelo contrário, o receptor for sintonizado para a recepção de A0 vamos obter um fenómeno inverso do anterior, ou seja, aplicamos o factor 0.064 ao valor unitário de S0 e um valor unitário ao factor 0.064 referente a A0, dando origem a uma representação dos dois modos, devendo-se as diferenças das suas amplitudes apenas a fenómenos de propagação.

Na figura 4.24 temos a representação tridimensional da $2DFFT$ e a comparação com o traçado teórico. Como tínhamos previsto existem, efectivamente, na placa os dois modos mencionados, estando os resultados perfeitamente de acordo com a teoria. A técnica apresentada revela-se bastante precisa, tanto na correcta identificação dos diferentes modos, como nas suas medidas quantitativas.

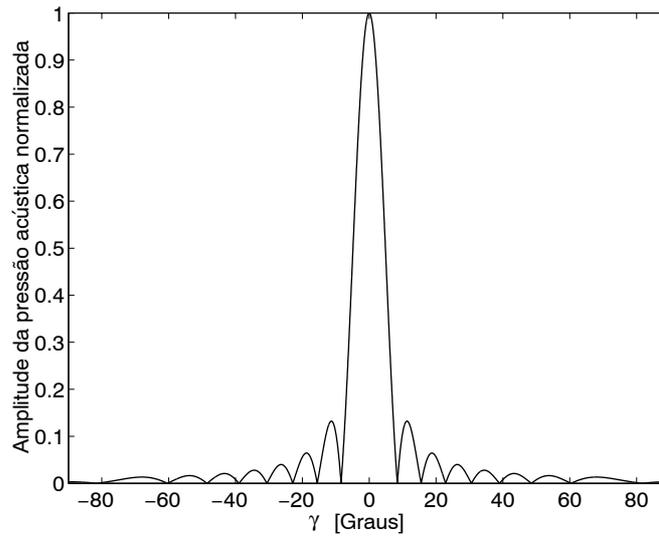


Figura 4.23 Diagrama de radiação do transdutor.

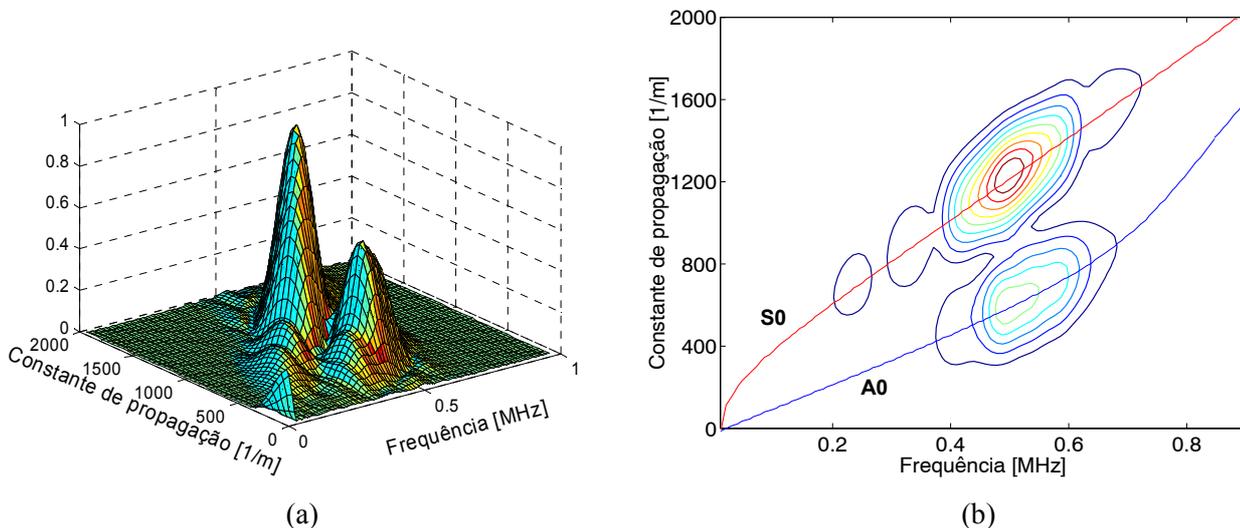


Figura 4.24 Tracado da $2DFFT$ com emissor sintonizado para S_0 e o receptor para A_0 : (a) tridimensional; (b) curvas de nível comparadas com curvas teóricas.

4.3 Ondas de Lamb de fugas (leaky Lamb waves)

Se uma placa estiver imersa num fluido, as ondas de *Lamb* produzidas no seu interior dão origem a perdas de energia radiada através do próprio fluido. As ondas formadas no fluido, atendendo à sua origem, são chamadas ondas de *Lamb* de fugas (*leaky Lamb waves - LLW*). A direcção da radiação destas ondas é obtida pela aplicação da lei de *Snell* de forma análoga ao ponto 4.2.3, ou seja, aplicando o princípio da coincidência dado por (4.22), sendo agora o material de acoplamento o fluido. Usando o mesmo princípio podemos injectar uma onda de *Lamb* na placa, através de uma onda longitudinal no fluido.

Para a maior parte das aplicações, como a impedância acústica do fluido é muito menor do que a do material a analisar, as variações do comportamento da velocidade de fase são bastante pequenas, quando comparadas com os valores obtidos numa placa do vazio. Já no que diz respeito à atenuação devido às fugas para o fluido, esta é fortemente dependente da relação entre os deslocamentos existentes nas faces da placa. Normalmente é maximizada se o valor do deslocamento *out-of-plane* é máximo e tende para zero quando o deslocamento tem um valor mínimo. Na prática, para garantir propagação de um determinado modo a grandes distâncias temos de minimizar a relação entre o deslocamento *out-of-plane* e o deslocamento *in-plane*.

A grande vantagem no uso de *LLW*, relativamente às ondas de *Lamb*, tem a ver com o facto de garantirmos o mesmo acoplamento para diferentes medidas, o que nos permite relacionar quantitativamente essas mesmas medidas.

4.3.1 Equações de dispersão para uma placa imersa num fluido

Para determinar as equações de dispersão de uma placa imersa num fluido vamos usar a metodologia do apêndice B.1, que parte da existência de um potencial escalar e um potencial vector e do estabelecimento das condições fronteiras (método dos potenciais).

O fluido que envolve a placa, atendendo a que não pode suportar ondas transversais, pode ser modelado por dois potenciais escalares, correspondentes aos semi-espacos superior e inferior, dados respectivamente por

$$\begin{aligned}\Phi_{F1} &= C_1 \exp(-i\xi z) \exp(i(k_f x - \omega t)), \\ \Phi_{F2} &= C_2 \exp(i\xi z) \exp(i(k_f x - \omega t)),\end{aligned}\tag{4.37}$$

onde C_1 e C_2 são constantes, k_f é constante de propagação no fluido e ξ é definido como

$$\xi = \sqrt{\frac{\omega^2}{V_f^2} - k_f^2},\tag{4.38}$$

sendo V_f a velocidade das ondas longitudinais no fluido.

Para ($z = \pm h$) vamos obter usando (B.17) o deslocamento e a pressão, que após algumas simplificações são dados por

$$\begin{aligned}u_z &= -i\xi C_1 \exp(-i\xi h), \\ \sigma_{zz} &= -\omega^2 \rho_f C_1 \exp(-i\xi h),\end{aligned}\quad (z = +h)\tag{4.39}$$

$$\begin{aligned} u_z &= i\xi C_2 \exp(-i\xi h), \\ \sigma_{zz} &= -\omega^2 \rho_f C_2 \exp(-i\xi h), \end{aligned} \quad (z = -h) \quad (4.40)$$

onde ρ_f é a massa específica do fluido e por conveniência é omitido o termo $\exp(i(k_x x - \omega t))$ em todas as expressões.

As condições fronteiras impõem continuidade de u_z , σ_{xx} e σ_{xz} . Aplicando novamente (B.17), vamos obter para $z = +h$ e para $z = -h$, respectivamente

$$\begin{aligned} p \cos(ph)A_1 - p \sin(ph)A_2 + ik \sin(qh)B_1 + ik \cos(qh)B_2 + i\xi C_1 \exp(-i\xi h) &= 0, \\ -\mu(q^2 - k^2) \sin(ph)A_1 - \mu(q^2 - k^2) \cos(ph)A_2 + \\ + 2\mu ikq \cos(qh)B_1 - 2\mu ikq \sin(qh)B_2 + \omega^2 \rho_f C_1 \exp(-i\xi h) &= 0, \end{aligned} \quad (4.41)$$

$$2\mu ikp \cos(ph)A_1 - 2\mu ikp \sin(ph)A_2 + \mu(q^2 - k^2) \sin(qh)B_1 + \mu(q^2 - k^2) \cos(qh)B_2 = 0,$$

$$\begin{aligned} p \cos(ph)A_1 + p \sin(ph)A_2 - ik \sin(qh)B_1 + ik \cos(qh)B_2 - i\xi C_2 \exp(-i\xi h) &= 0, \\ \mu(q^2 - k^2) \sin(ph)A_1 - \mu(q^2 - k^2) \cos(ph)A_2 + \\ + 2\mu ikq \cos(qh)B_1 + 2\mu ikq \sin(qh)B_2 + \omega^2 \rho_f C_2 \exp(-i\xi h) &= 0, \end{aligned} \quad (4.42)$$

$$2\mu ikp \cos(ph)A_1 + 2\mu ikp \sin(ph)A_2 - \mu(q^2 - k^2) \sin(qh)B_1 + \mu(q^2 - k^2) \cos(qh)B_2 = 0.$$

As equações anteriores formam um sistema homogêneo com seis equações e seis constantes desconhecidas (A_1 , A_2 , B_1 , B_2 , C_1 e C_2). Para esse sistema ter solução diferente da trivial, o determinante da matriz dos coeficientes tem de ser nulo. Após alguma manipulação dos termos da matriz, nomeadamente da divisão das duas últimas colunas pelo termo $\exp(-i\xi h)$ e pela separação entre modos simétricos e anti-simétricos, vamos obter as equações de dispersão dadas por

$$\begin{aligned} (q^2 - k^2)^2 \frac{\tan(qh)}{\tan(ph)} + 4k^2 pq - \frac{i \rho_f \omega^4 p}{\rho \xi V_T^4} \tan(qh) &= 0, \\ (q^2 - k^2)^2 \frac{\tan(ph)}{\tan(qh)} + 4k^2 pq + \frac{i \rho_f \omega^4 p}{\rho \xi V_T^4} \cot(qh) &= 0. \end{aligned} \quad (4.43)$$

Comparando com as equações de dispersão de uma placa no vazio dadas por (4.1) e (4.2) verificamos a existência de um terceiro termo, que está relacionado com as perdas de energia para o fluido circundante. Resolvendo as equações em ordem à velocidade de fase, as suas soluções aparecem genericamente sob a forma complexa.

Assumindo que as perdas para o fluido, para a maior parte dos materiais homogêneos, podem ser modeladas pelo modelo viscoelástico de *Kelvin-Voight* (Bernard, 2001), a parte real das soluções coincide com a velocidade de fase e a parte imaginária está relacionada com a atenuação, que por sua vez é linearmente proporcional à frequência.

Na figura 4.25 temos o traçado comparativo da velocidade de fase do modo S0 para a placa analisada no ponto anterior, no vazio e imersa em água. Como se pode observar o andamento das duas curvas é muito similar, sendo as discrepâncias máximas inferiores a 1%. Para os outros modos verificou-se que as diferenças entre o comportamento das velocidades era da mesma ordem de grandeza, podendo, então, concluir-se, que do ponto de vista qualitativo, o método de imersão pode ser usado, desde que a atenuação devido a fugas para o fluido não seja limitativa.

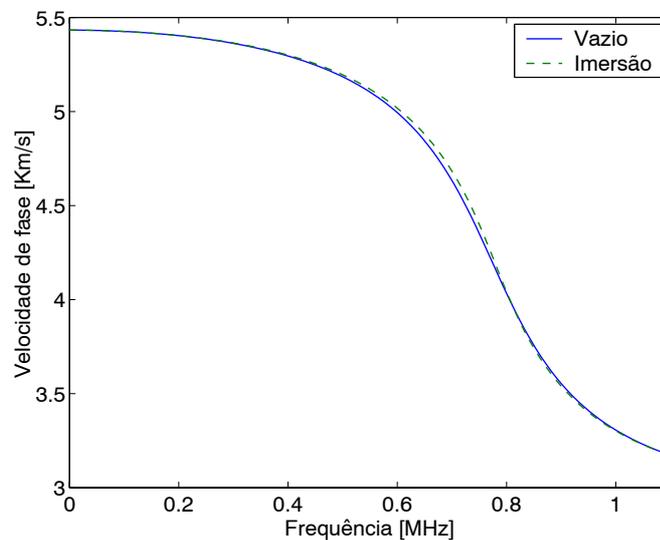


Figura 4.25 Velocidade de fase do modo S0 para uma placa de alumínio com 3 mm de espessura no vazio e imersa em água.

4.3.2 Atenuação devido a perdas para o fluido

Os efeitos da atenuação sejam eles devido às características do meio, ou como anteriormente, devido a perdas de energia para o meio circundante, podem ser analisados considerando a propagação genérica de uma onda em termos do seu deslocamento

$$u = A \exp(i(kx - \omega t)). \quad (4.44)$$

Separando a constante de propagação k em parte real k_r , e imaginária k_i , a equação toma a seguinte forma

$$u = A \exp(i(k_r x - \omega t)) \exp(-k_i x), \quad (4.45)$$

onde o primeiro termo exponencial representa a propagação harmónica e o segundo um decaimento exponencial da onda. Como estamos interessados em resolver as equações (4.43) em ordem às velocidades complexas, podemos exprimir \bar{k} como

$$\bar{k} = \frac{\omega}{\bar{V}} = \frac{\omega}{V_r + iV_i}. \quad (4.46)$$

A expressão anterior pode ser simplificada de forma a obter

$$\bar{k} = \frac{\omega}{V_r} \frac{1 - i \frac{V_i}{V_r}}{1 + \left(\frac{V_i}{V_r}\right)^2}, \quad (4.47)$$

como geralmente $V_i \ll V_r$ temos que $1 \gg \left(\frac{V_i}{V_r}\right)^2$, ou seja, o denominador é aproximadamente unitário,

logo \bar{k} é dado por

$$\bar{k} = \frac{\omega}{V_r} - i \frac{\omega V_i}{V_r^2}, \quad (4.48)$$

ou seja

$$\begin{aligned} k_r &= \frac{\omega}{V_r}, \\ k_i &= \alpha = -\frac{\omega V_i}{V_r^2}. \end{aligned} \quad (4.49)$$

Verifica-se então, que a parte real da velocidade V_r coincide com a velocidade de fase V_F , como tinha sido mencionado anteriormente. O coeficiente de atenuação k_i , também conhecido como α é dado pela relação apresentada, que envolve a frequência angular e as partes real e imaginária da velocidade, com as suas unidades dadas em Np/m .

Podemos confirmar que o coeficiente de atenuação é proporcional à frequência, sendo a expressão (4.49), após simplificação, equivalente a

$$\alpha = -\frac{V_i}{V_r} 2\pi, \quad (4.50)$$

com as unidades em $Np/(comprimento\ de\ onda)$.

Na figura 4.26 temos o andamento da atenuação devido a fugas, referente aos modos fundamentais S0 e A0, na placa de alumínio com 3 mm de espessura imersa em água, referida em 4.2.4. Como podemos verificar existem grandes variações dos valores da atenuação com a frequência, sendo de extrema importância um conhecimento prévio da sua evolução, para uma correcta selecção da frequência e do modo a usar em testes com *LLW*. De notar, que o modo A0 só existe a partir de um valor de frequência aproximadamente igual a 0.15 MHz, pois para valores inferiores a essa frequência, a sua velocidade de fase é inferior à velocidade de propagação na água, o que contraria o princípio da coincidência que nos diz, segundo (4.22), que $V_F > V_A$.

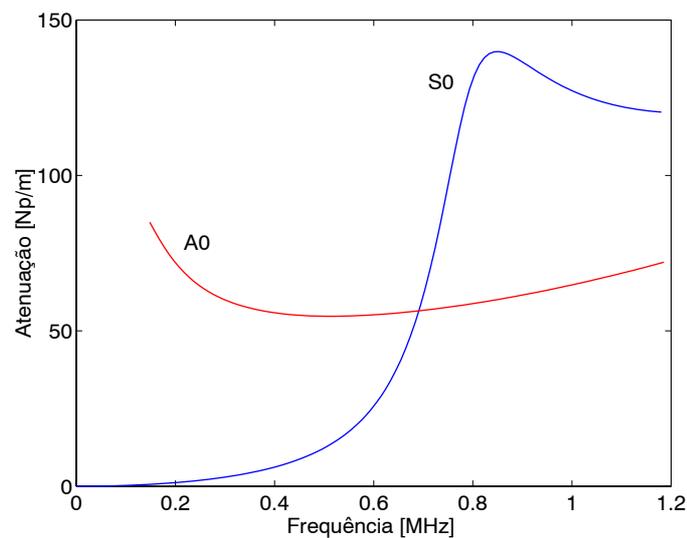


Figura 4.26 Atenuação dos modos fundamentais devido a perdas para o fluido numa placa de alumínio imersa em água.

Outra das formas para verificar a maior ou menor capacidade de um modo se propagar numa placa imersa é através da análise dos deslocamentos nas suas faces. A figura 4.27 mostra a relação entre esses deslocamentos (*out-of-plane* e *in-plane*) obtidos de forma análoga ao ponto 4.2.2, em função da frequência, para o modo S0. Como seria de esperar, o aspecto da curva é bastante similar à curva de atenuação do modo S0 representado na figura 4.26, pois as perdas para o fluido estão directamente relacionadas com o tipo de deslocamento das partículas em contacto com esse fluido.

A influência do fluido nos deslocamentos na placa pode ser determinada da mesma forma que para uma placa no vazio, usando os valores das velocidades complexas, obtidos das curvas de dispersão. Os deslocamentos são agora complexos, sendo a sua parte real praticamente coincidente com os valores para uma placa no vazio. Nas situações analisadas (S0 e A0) as diferenças são inferiores a 1%. Do ponto de vista físico, a existência destes valores complexos representa uma rotação dos eixos das elipses formadas pelos deslocamentos visualizados na figura 4.6, relativamente ao referencial do sistema.

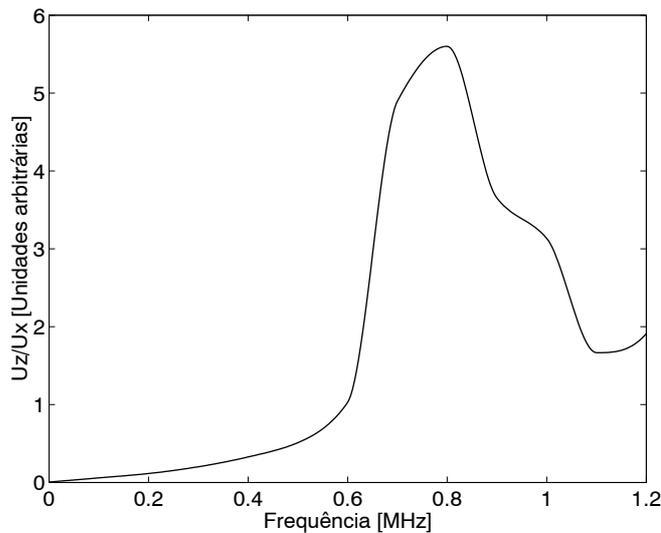


Figura 4.27 Relação entre deslocamentos *out-of-plane* e *in-plane* nas faces da placa para o modo S0.

Para testes experimentais usando *LLW* foi concebido o sistema visualizado na figura 4.28. Do ponto de vista da instrumentação, o sistema é análogo ao usado em 4.2.3 para geração de ondas de *Lamb* numa placa no vazio por contacto. Adicionalmente, temos agora um tanque, onde são colocadas as placas que pretendemos testar e um sistema mecânico que permite movimentos de ambos os transdutores em relação aos três eixos x , y e z . Acoplado a cada um dos transdutores temos ainda andares de rotação, que permitem seleccionar a inclinação adequada para geração e recepção do modo de propagação pretendido usando o método *pitch and catch*.

No modelo teórico anterior não é tida em conta a atenuação intrínseca na placa provocada pelos factores mencionados em 2.5 (absorção e dispersão). O efeito desses valores na atenuação total, quando comparados com a atenuação devido a fugas para o fluido, não é muito significativo. A estratégia para a sua determinação passa pela obtenção da atenuação das ondas longitudinais (α_L) e transversais (α_T), e com estes valores, substituindo na segunda equação de (4.49) e resolvendo em ordem V_i , obter dois valores que representam a parte imaginária das novas velocidades

longitudinal e transversal complexas. Substituindo as velocidades nas equações de dispersão (4.43) vamos obter as novas velocidades de fase complexas, que conduzem à atenuação total.

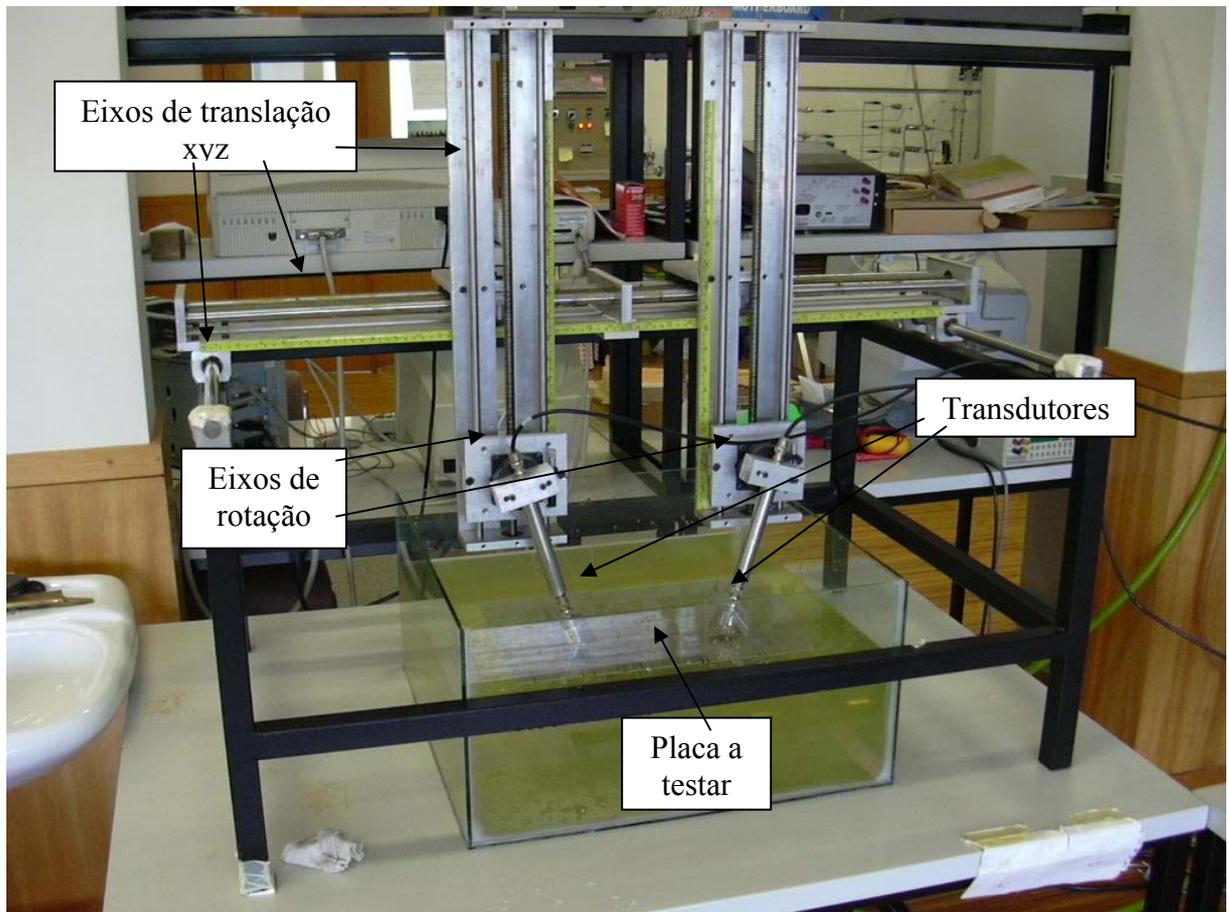


Figura 4.28 Sistema experimental para testes usando *LLW*.

A determinação experimental de α_L e α_T é feita usando o método *pulso-eco* por contacto em incidência perpendicular (apêndice C). Para este método a atenuação é dada por

$$\alpha = \frac{1}{2L} \ln \left(R \frac{A_{n+1}}{A_n} \right), \quad (4.51)$$

onde L é a espessura do material, R o coeficiente de reflexão entre o transdutor e o material e A_{n+1} e A_n são dois sinais consecutivos do fundo do material. As suas unidades são dadas em Np/m .

O coeficiente de reflexão é obtido por

$$R = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1}, \quad (4.52)$$

em que Z_1 e Z_2 são as impedâncias acústicas dos meios considerados.

Para a placa de alumínio de 3 mm de espessura, usando um transdutor com frequência central de 500 kHz foram obtidos, experimentalmente, valores para a atenuação de $\alpha_L=0.5$ Np/m e $\alpha_T=2$ Np/m. Substituindo estes valores em (4.49) vamos obter as partes imaginárias das velocidades, o que dá origem aos valores das velocidades complexas $V_L^*=6300-i6.7$ m/s e $V_T^*=3130-i6.3$ m/s, cujas partes reais vão coincidir com as velocidades longitudinal e transversal características do material.

Para determinar experimentalmente a atenuação total das *LLW* na placa imersa vamos utilizar o sistema apresentado na figura 4.28. Recolhendo dois sinais a_1 e a_2 , com amplitudes A_1 e A_2 , respectivamente, espaçados de uma distância L , a atenuação em Np/m é dada por

$$\alpha_{LLW} = \frac{1}{L} \ln\left(\frac{A_1}{A_2}\right). \quad (4.53)$$

Se em vez das amplitudes dos sinais forem usados os seus espectros, vamos obter, de uma forma análoga a 3.4.1.4, o andamento da atenuação em função da frequência. Na figura 4.29 temos os espectros dos dois sinais considerados e a atenuação obtida aplicando (4.53) dentro da banda passante dos transdutores.

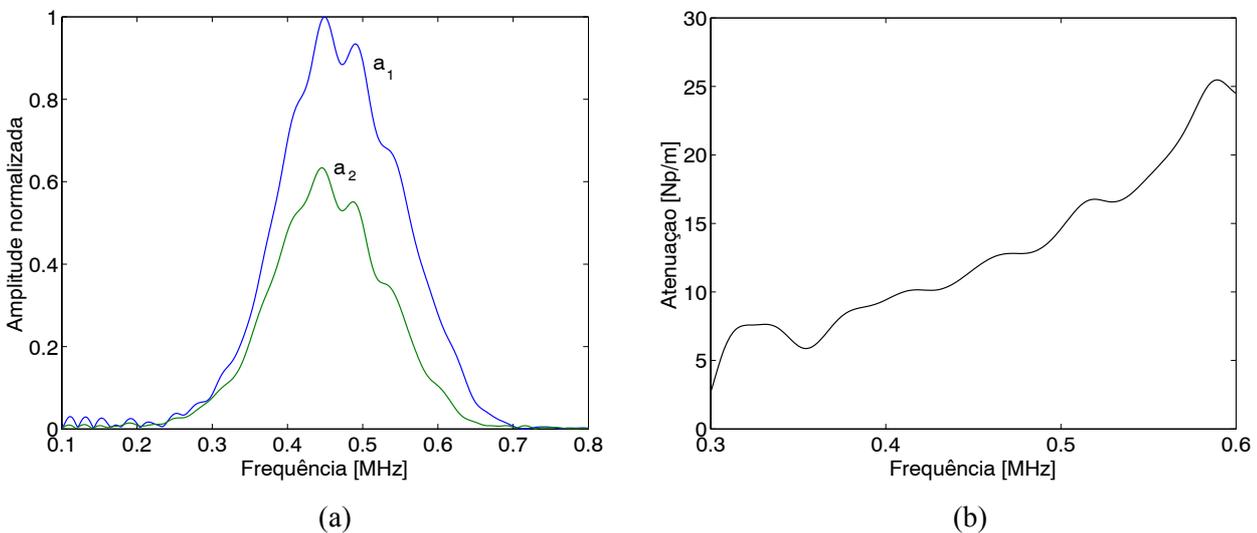


Figura 4.29 (a) Espectros dos sinais a_1 e a_2 ; (b) Atenuação em função da frequência.

Finalmente, temos na figura 4.30, a comparação entre os valores teóricos da atenuação e os valores obtidos experimentalmente. A atenuação teórica, como já foi referido, é obtida substituindo os valores das velocidades nas equações de dispersão (4.49). Para V_L e V_T vamos obter a atenuação devido a fugas, e para V_L^* e V_T^* a atenuação total, que inclui também os efeitos

de amortecimento do próprio material. Como se pode constatar, a concordância entre a atenuação teórica total e experimental é muito boa, podendo verificar-se, também, a importância relativa de cada um dos tipos de atenuação.

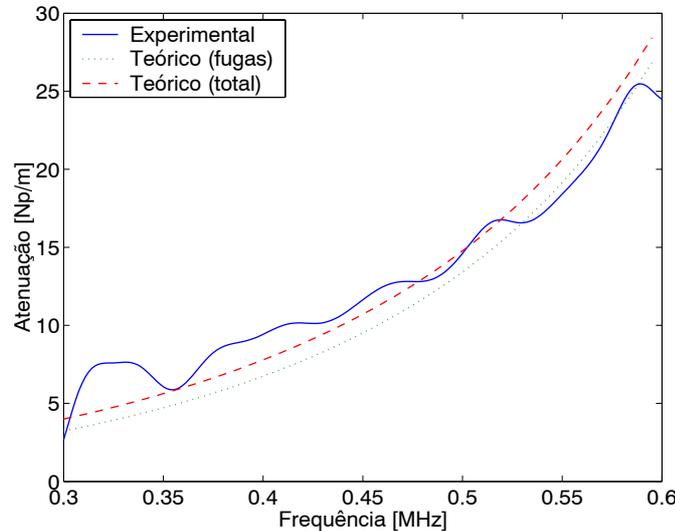


Figura 4.30 Valores teóricos e experimentais da atenuação do modo S0 para uma placa imersa.

4.4 Detecção e caracterização de defeitos em placas de alumínio

Em várias áreas da engenharia industrial como a petroquímica, aeronáutica ou naval existem estruturas de grandes dimensões, como por exemplo: tanques e tubagens para armazenamento e transporte de produtos químicos, estruturas de aviões ou cascos de navios. As inspeções destas grandes áreas, na tentativa de detecção de fendas ou corrosão é muito morosa e, por consequência, economicamente dispendiosa, devido ao facto dos métodos convencionais requererem uma inspeção bidimensional ponto a ponto de toda a estrutura. O uso de ondas de *Lamb* é potencialmente uma solução bastante atractiva para este problema, pois estas podem ser produzidas num determinado ponto da estrutura e propagarem-se a distâncias consideráveis com perdas reduzidas, sendo reflectidas em qualquer defeito existente no material.

Para comprovar as potencialidades das ondas de *Lamb* no campo da detecção e caracterização de defeitos em placas vamos, neste ponto do trabalho, fazer a análise experimental de vários tipos de defeitos simulados artificialmente em placas de alumínio com 3 mm de espessura. São utilizados os modos fundamentais S0 e A0, devido essencialmente à sua melhor discriminação para valores da baixa frequência, conforme se pode verificar pelas curvas de dispersão analisadas em 4.2.1, o que implica a utilização de transdutores com frequência central de 500 kHz.

4.4.1 Seleção do sistema experimental

O sistema experimental para geração de ondas nas placas é similar ao das figuras 4.10 ou 4.28 (contacto ou imersão) que usam uma configuração *pitch and catch*, podendo, igualmente, usar apenas um transdutor a funcionar como emissor e receptor (*pulso-eco*). Na figura 4.31 temos as suas variantes, em função do tipo de acoplamento usado.

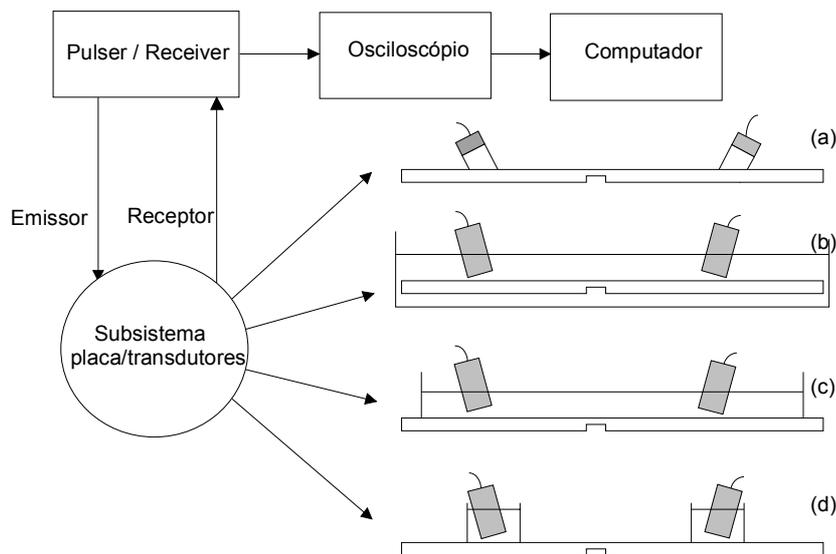


Figura 4.31 Sistemas experimentais para geração de ondas de *Lamb*.

Em (a) e (b) temos os métodos já mencionados anteriormente por contacto (*MC*) e por imersão (*MI*). Em (c) temos o chamado método por imersão em meio espaço (*MIME*), que é uma variante do *MI* estando, neste caso, apenas uma das superfícies da placa em contacto com a água. Para o efeito usa-se um “*tanque*” sem fundo, com comprimento aproximadamente igual à máxima distância possível entre os transdutores. Finalmente, em (d), é apresentado um método já usado em 4.2.4, aquando da obtenção da *2DFFT*, a que vamos chamar de método por imersão local (*MIL*). Neste caso usamos dois pequenos tanques com água onde vai ser feito o acoplamento com a placa, sendo o contacto da placa com o fluido quase inexistente. Nas duas últimas situações a parte inferior das paredes laterais dos tanques tem de ser vedada com uma substância pastosa (massa lubrificante ou vaselina) de forma a evitar fugas de água. Exceptuando *MC*, todos os outros métodos contêm acoplados aos transdutores andares de rotação que permitem a selecção dos ângulos de incidência.

Alguns aspectos práticos que veremos seguidamente têm de ser tomados em consideração, de forma a seleccionar correctamente o sistema mais adequado (Santos, 2004).

4.4.1.1 Versatilidade e reprodutibilidade

A versatilidade é um parâmetro importante relacionado com a escolha de determinado sistema experimental quando queremos efectuar diferentes tipos de medidas. Se pretendemos efectuar a análise do efeito de diferentes modos de propagação numa placa, o *MC* é altamente limitativo, pois ambos os transdutores necessitam de inclinações diferentes, o que não é permitido pelos blocos de acoplamento. Todos os outros métodos têm a possibilidade de alteração desses ângulos. Outra situação testada foi o uso de blocos de acoplamento com inclinação variável para usar no *MC*, em que uma peça onde o transdutor está colado roda sobre um semicilindro, de forma a originar a inclinação desejada. Esta solução conduziu a elevadas reduções da relação S/R quando comparada com a inclinação fixa.

Resultados experimentais revelaram que a reprodutibilidade apenas pode ser garantida se o acoplamento for igual em todas as medidas. Como esperado, no *MC* não é possível manter as mesmas condições de acoplamento entre a placa e o bloco. Os vários testes efectuados deram origem a desvios padrão superiores a 10% para *MC*, enquanto para os restantes sistemas foram sempre inferiores a 2%.

4.4.1.2 Perdas

As perdas nos sistemas referidos podem estar relacionadas com as fugas para o líquido circundante, atenuação do material e perdas por acoplamento.

Tanto do ponto de vista teórico como experimental as perdas do modo *S0* no *MI* foram já analisadas anteriormente (figura 4.30). Para o *MIME* a determinação teórica da atenuação devido a fugas foi efectuada pelo método da *matriz de transferência* (que analisaremos em 4.6.1.1), pelo facto de o sistema não ser simétrico. Como era espectável, e uma vez que o contacto com o fluido se verifica apenas numa das faces da placa, os valores obtidos para a atenuação são metade dos obtidos no *MI*. Para o *MIL* usou-se a mesma estratégia, considerando que o contacto com fluido existe apenas numa das faces em cerca de 40% do trajecto total que separa os dois transdutores, correspondendo à zona dos pequenos tanques que influencia o feixe. Para o *MC* apenas se considerou a atenuação do material, que era já conhecida de 4.3.2.

Os valores experimentais da atenuação foram obtidos usando (4.53) para vários pares de medidas de amplitude, separadas entre si 4 cm, sendo feita depois uma média para diminuir eventuais erros de medida. Como era de esperar, os valores obtidos para o *MC* apresentavam grandes variações entre si, muito superiores aos obtidos pelos restantes métodos.

Na tabela 4.1 temos o resumo dos valores de atenuação experimentais e teóricos, obtidos para os diferentes sistemas experimentais e para a frequência central dos transdutores usados.

De notar, que nos valores teóricos, existe sempre incluída a componente da atenuação devido ao material, que tem o valor de 1.6 Np/m (figura 4.30).

Para os três primeiros métodos existe boa concordância entre os resultados. Para o *MC*, como já foi referido, as diferenças observadas devem-se essencialmente à incapacidade de manutenção do mesmo acoplamento em diferentes medições.

Tabela 4.1 Valores da atenuação para os diferentes sistemas experimentais (Np/m).

	<i>MI</i>	<i>MIME</i>	<i>MIL</i>	<i>MC</i>
Teórico	14.8	8.3	4.2	1.6
Experimental	14.6	9.0	4.4	3

Um outro factor importante que deve ser analisado, quando se estuda as perdas neste tipo de sistemas tem a ver com as perdas por acoplamento entre o transdutor e a placa. Até agora, na análise da atenuação efectuada, apenas são comparados valores referentes à placa propriamente dita (fugas e amortecimento do material), pois são efectuadas comparações entre sinais obtidos nas mesmas circunstâncias, depois de efectuarem trajectos diferentes. Como os três primeiros métodos têm acoplamentos idênticos vamos comparar um deles com o *MC*.

Para estimar a diferença entre as perdas por acoplamento efectuaram-se duas medidas de amplitude para o *MI* e para o *MC* para uma distância entre os transdutores de 16 cm. O valor obtido para o *MI* foi de 2.15 Np superior ao *MC*. As perdas por fugas no *MI* são de 13.2 Np/m (14.8-1.6), o que origina, para a referida distância, perdas de 2.11 Np (13.2x0.16). Como as perdas por amortecimento do material são comuns ao *MI* e ao *MC*, as perdas por acoplamento correspondem à soma de 2.15 com 2.11 o que perfaz um valor de 4.26 Np. Este valor representa uma redução de cerca de 70 vezes na amplitude do sinal, ou seja, a passagem para 1.46% do seu valor inicial. Esta redução está essencialmente relacionada com as perdas nas interfaces transdutor/bloco e bloco/placa. De notar que nesta estimação se admite que a eficiência do transdutor, em ambas as configurações (num caso transdutores de imersão e noutra de contacto) é idêntica, do ponto de vista de conversão da energia eléctrica fornecida em energia mecânica produzida.

Atendendo aos valores obtidos está representado na figura 4.32 o comportamento relativo da atenuação total em todos os sistemas, referenciado às perdas por acoplamento na água.

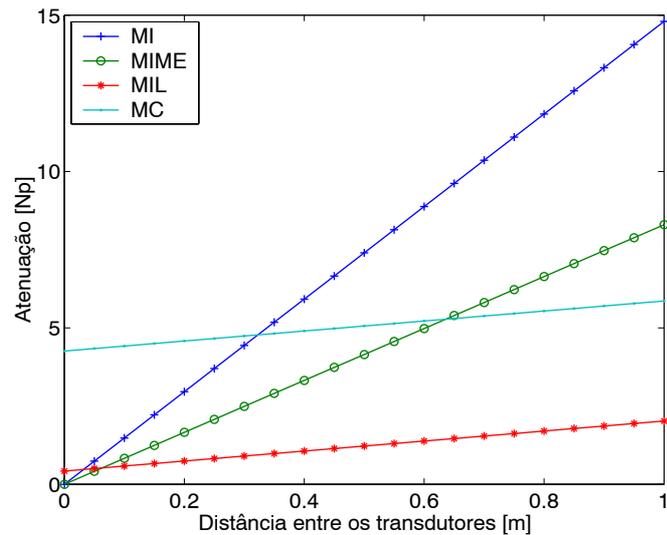


Figura 4.32 Atenuação do modo S0 para os diversos métodos em função da distância entre os transdutores.

Podemos observar pela figura, que a selecção do método a usar está directamente relacionada com as distâncias entre transdutores. Para pequenas distâncias é evidente que qualquer um dos métodos que usa acoplamento por água é preferível ao *MC*, devido às suas elevadas perdas fixas de acoplamento. No entanto, quando as distâncias aumentam o uso, nomeadamente do *MI*, e também do *MIME* começam a ser proibitivos. Em resumo, podemos dizer que tendo em conta a atenuação o *MIL* é o método mais indicado na generalidade das situações.

No nosso caso, como as distâncias de propagação são curtas e os valores de atenuação do modo S0 baixos poderíamos optar pelo *MI*, pois apresenta uma maior versatilidade, especialmente no que diz respeito à movimentação dos transdutores, permitindo uma maior agilidade, quando se pretendem efectuar várias medidas em diferentes localizações da placa. No entanto, verificou-se, experimentalmente, (comprovando os valores da figura 4.26) que mesmo para essas pequenas distâncias, o modo A0 apresentava valores de atenuação muito elevados, o que torna indesejável a utilização deste método para a sua detecção.

Para o *MIL*, as diferentes medidas implicam uma movimentação dos tanques de acoplamento, com a respectiva aplicação da massa lubrificante, o que se revelou um processo muito moroso.

Como solução de compromisso, optou-se pela utilização do *MIME*, pois dá origem à detecção de sinais com relações S/R razoáveis tanto para o modo S0 como para A0.

4.4.2 Análise de defeitos simulados com profundidades variáveis

Os vários defeitos a analisar foram concebidos através da abertura de sulcos rectangulares numa das faces das placas, usando para o efeito uma fresa mecânica e ferramentas de corte com diferentes secções. O seu comprimento é de 6 cm, o que permite garantir que sejam atravessados pela totalidade do feixe. A figura 4.33 mostra uma placa com um conjunto de defeitos com profundidade (h) de 1 mm e com uma largura (w) variável de 3 a 8 mm.



Figura 4.33 Conjunto de defeitos simulados com larguras variáveis e profundidade constante.

O primeiro teste consiste na análise da variação de amplitude dos sinais do modo S0 recebidos em *transmissão* e em *pulso-eco* para diferentes profundidades. A distância entre os transdutores é de 16 cm, estando os defeitos equidistantes dos dois transdutores. Os resultados estão representados na figura 4.34. Seguidamente foi usado o mesmo procedimento para o modo A0, estando os resultados representados na figura 4.35.

Como se pode observar, a correlação linear entre os sinais medidos e a profundidade dos defeitos é muito boa, quando é usado o modo S0 em *transmissão*, apresentando valores mais baixos para o modo A0. Com o aumento da profundidade do defeito temos uma diminuição da secção útil de propagação, com a consequente diminuição de energia que chega ao receptor. Em *pulso-eco*, como o mesmo transdutor funciona como emissor e receptor, ao aumento da profundidade dos defeitos corresponde um aumento da secção da placa onde existe reflexão do sinal, com o consequente aumento da energia recolhida.

Como resultado de vários estudos experimentais e teóricos, é sabido que as ondas guiadas ao encontrarem um defeito dão origem a fenómenos de dispersão (*scattering*) e, consequentemente, a conversão de modos (Hongerholt, 1995 e Cho, 1997). Factores como o modo de propagação

incidente, frequência ou a geometria desse defeito podem dar origem a diferentes fenómenos. No nosso caso vamos analisar a eventual conversão do modo S0 no modo A0 por influência dos defeitos.

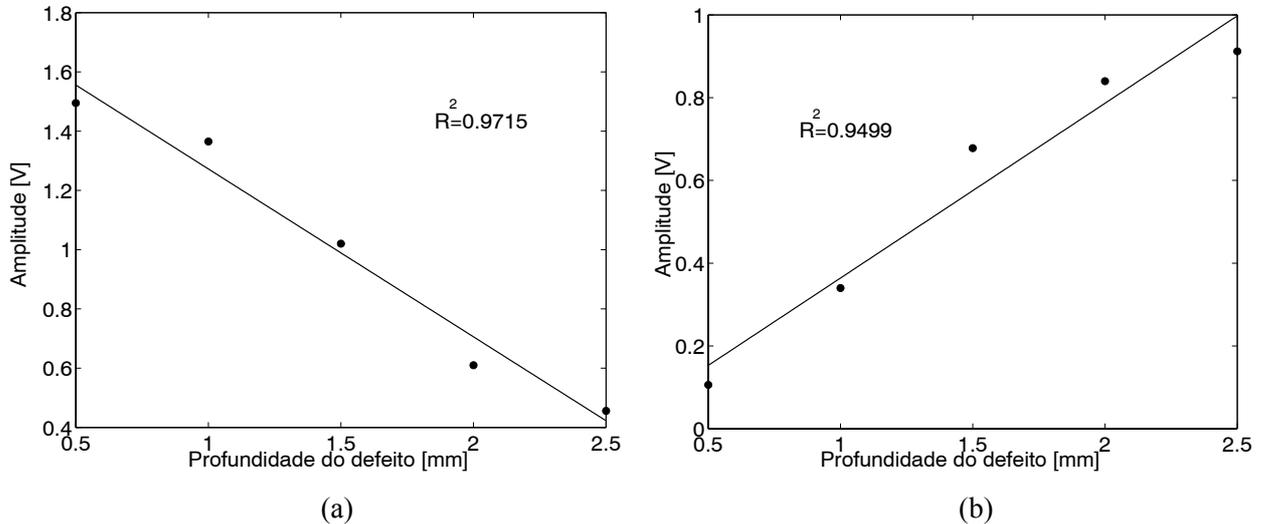


Figura 4.34 Amplitude do modo S0 em função da profundidade dos defeitos: (a) *transmissão*; (b) *pulso-eco*.

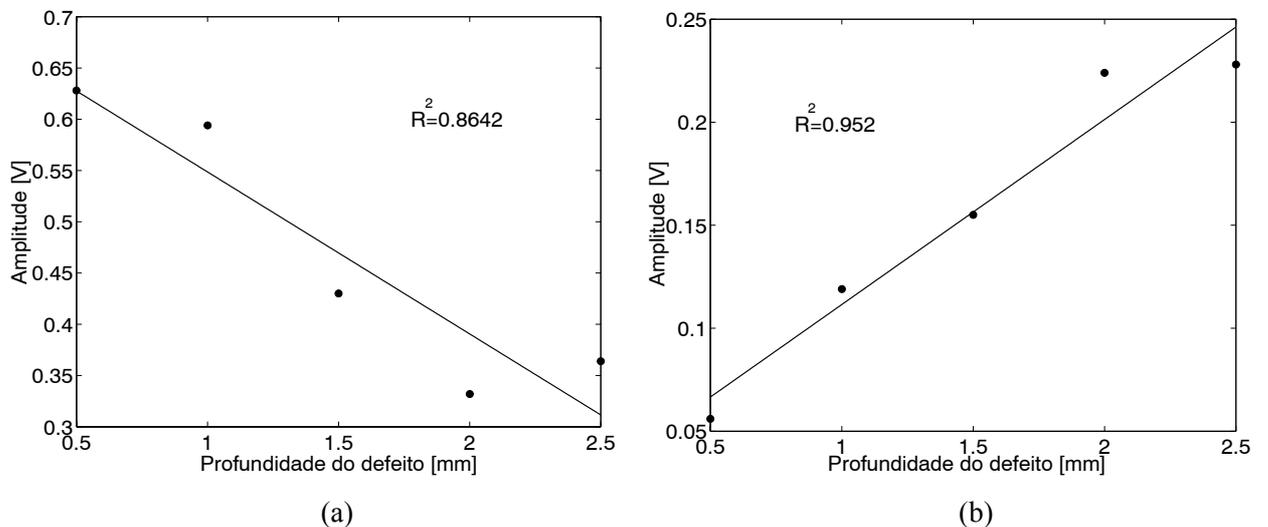


Figura 4.35 Amplitude do modo A0 em função da profundidade dos defeitos: (a) *transmissão*; (b) *pulso-eco*.

Como já tínhamos verificado em 4.2.4, colocando o receptor com a inclinação adequada, verifica-se, usando a $2DFFT$, a existência do modo A0 na placa a propagar-se em simultâneo com o modo S0. Usando a mesma estratégia foi efectuado o mesmo teste para uma placa com um defeito com 2 mm de profundidade. O resultado é apresentado na figura 4.36 (a). Como se pode verificar, comparando com uma placa sem defeitos apresentada na figura 4.36 (b), verifica-

se um aumento de cerca de um factor de dez do sinal referente ao modo A0 sendo, neste caso, S0 camuflado devido ao seu baixo valor relativo.

Para os restantes defeitos aplicámos a $2DFFT$, tendo sido medido posteriormente o seu valor máximo e os resultados em função da profundidade dos defeitos são apresentados na figura 4.37. Todos os resultados apresentados, usando S0 ou A0 para uma largura de defeito $w=5$ mm, demonstram que, potencialmente, podemos usar qualquer uma destas técnicas para estimar a profundidade de defeitos em placas. No entanto, como veremos no ponto seguinte, quando tentámos generalizar estes resultados a defeitos arbitrários, em que a sua extensão também é variável, verificámos que nas medições envolvendo o modo A0 não pode ser estabelecida uma relação linear entre a amplitude de sinal e a profundidade dos defeitos.

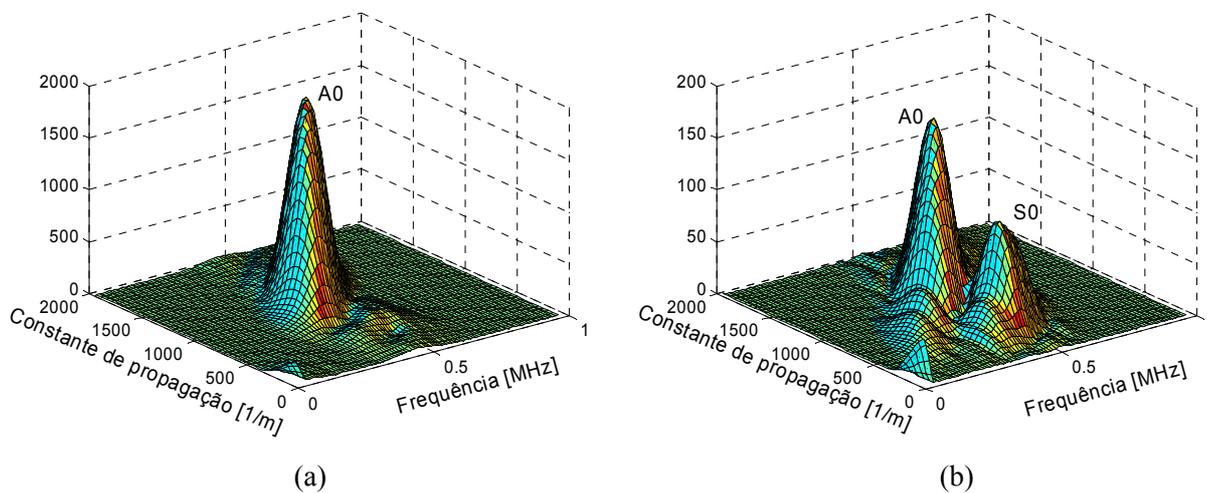


Figura 4.36 Traçado da $2DFFT$ com o emissor orientado para S0 e o receptor para A0: (a) placa com defeito $h=2$ mm; (b) placa sem defeito.

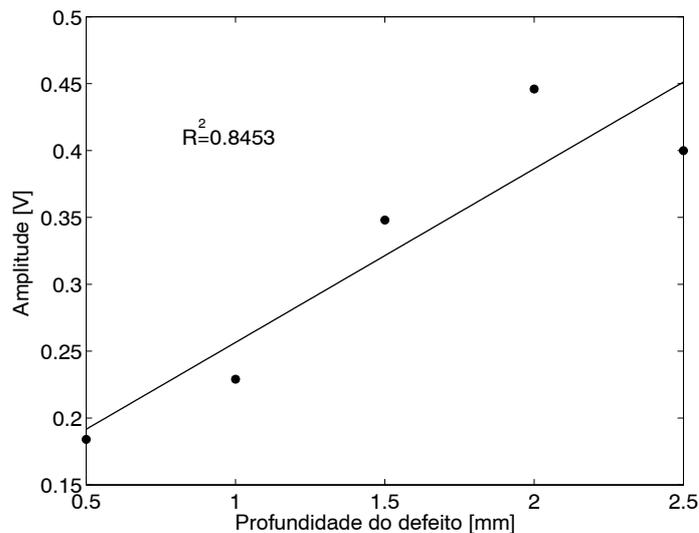


Figura 4.37 Amplitude de A0 devido a conversão de modos em função da profundidade dos defeitos.

4.4.3 Análise de defeitos simulados com larguras variáveis

Para a análise dos efeitos provocados pela variação da largura na propagação de S0 e A0 foram concebidos vários tipos de defeitos. O primeiro conjunto, com larguras de maior dimensão (3, 4, 5, 6, 8, 10, 12, 16, 20 e 25 mm), que se assemelham mais a um fenómeno de corrosão foi feito usando o método do ponto anterior. Um segundo conjunto, com larguras mais pequenas (0.5, 1, 1.5 e 2 mm), que poderão ser considerados mais próximos de fracturas foi elaborado usando serras circulares com diferentes espessuras. Para todos eles foram usadas as cinco diferentes profundidades perfazendo um total de 70 defeitos diferentes.

Na figura 4.38 são apresentados os resultados obtidos para o modo S0 em *transmissão*, sendo observada uma diminuição gradual do nível do sinal recebido com o aumento da profundidade do defeito, que já tinha sido detectada anteriormente para $w=5$ mm. Para os vários valores de w analisados foram estabelecidas correlações entre h e o nível do sinal, analogamente ao que foi feito na figura 4.34 (a), dando origem a valores do quadrado do coeficiente de correlação (R^2) próximos da unidade. O valor mais baixo foi de 0.9621 e o mais elevado 0.9988, sendo o valor médio de 0.9843. Com a variação de w e h constante (figura 4.34 (b)), as flutuações do sinal recebido são pequenas, tornando-se mais significativas para valores de w da ordem de grandeza do comprimento de onda, que neste caso é de sensivelmente 10 mm. Podemos então afirmar que o modo S0 em *transmissão* permite, de uma forma inequívoca, a caracterização dos defeitos em termos da sua profundidade revelando-se, no entanto, insensível às variações da sua extensão.

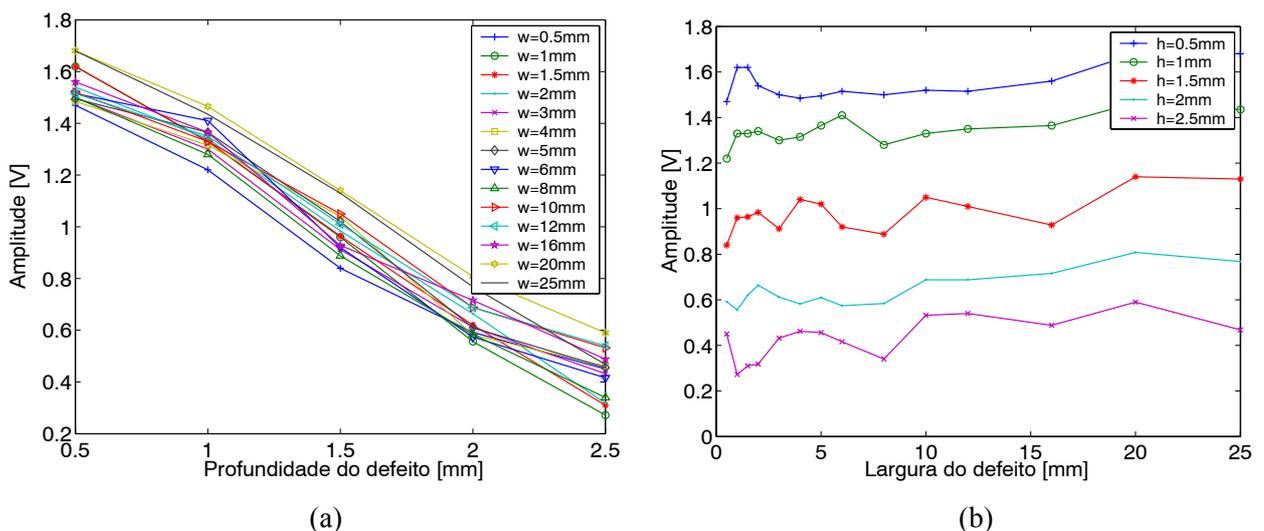


Figura 4.38 Modo S0 em *transmissão*: (a) w constante e h variável; (b) w variável e h constante.

Para o modo A0 em *transmissão* (figura 4.39 (a)), os resultados obtidos para os vários valores de w contrariam, em parte, a tentativa de estabelecimento de uma relação linear entre o sinal

recebido e h . De facto, pode constatar-se que os sinais baixam desde $h=0.5$ mm até $h=1.5$ mm, verificando-se seguidamente um aumento até $h=2.5$ mm. Como referimos anteriormente, apesar de o transdutor emissor estar inclinado de forma a gerar o modo A0, por influência do lobo secundário do diagrama de radiação vamos ter também, de forma residual, o modo S0 na placa. Para além disso, em ambos os vértices dos defeitos vamos ter fenómenos de conversão de modos de A0 em S0, e de S0 em A0. Logo, o sinal recebido é o resultado da combinação do sinal gerado inicialmente e dos sinais gerados devido às conversões de modos, dando origem ao andamento com h apresentado.

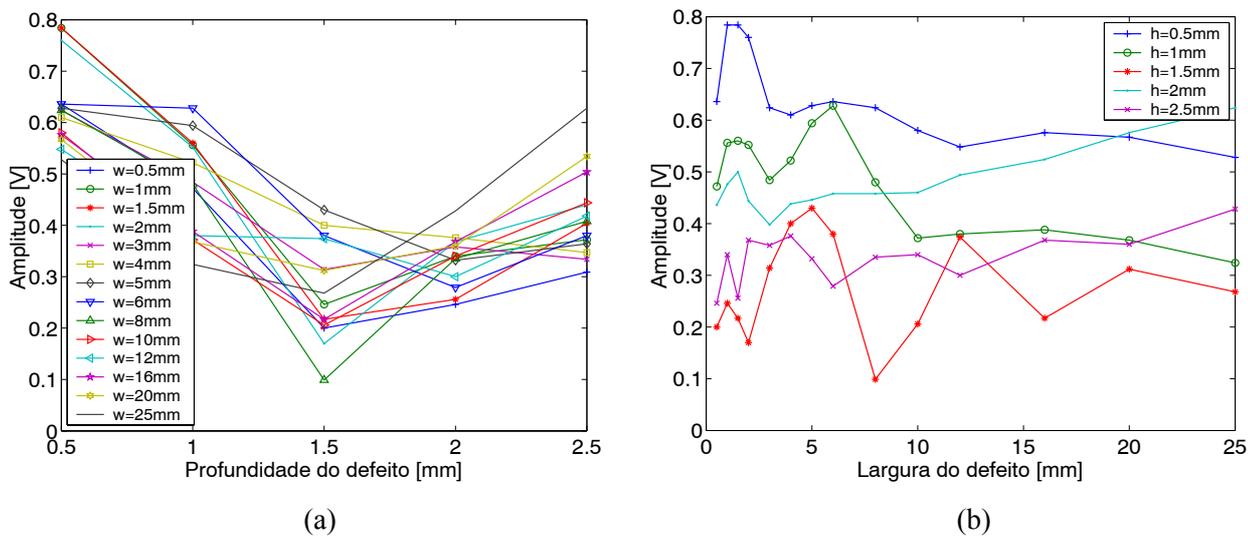


Figura 4.39 Modo A0 em *transmissão*: (a) w constante e h variável; (b) w variável e h constante.

A figura 4.40 (a) mostra a análise dos sinais obtidos por conversão de modos. Neste caso o emissor está sintonizado para S0 e o receptor para A0. O comportamento com o aumento de h é contrário ao anterior: aumento na generalidade da amplitude dos sinais até 1.5 mm e diminuição até 2.5 mm. Para melhor compreender este fenómeno alterou-se a configuração para A0 no emissor e para S0 no receptor, o que equivale a trocar o emissor com o receptor, ou seja, na prática estamos a recolher o sinal obtido por conversão de A0 em S0. Como era de esperar, os resultados obtidos foram exactamente iguais, pois do ponto de vista físico nada foi alterado. Podemos então comparar as figuras 4.39 (a) e 4.40 (a) e verificar que os resultados estão coerentes do ponto de vista qualitativo. A partir de $h=1.5$ mm os fenómenos de conversão de modos começam a ser importantes e um aumento de A0 é acompanhado por uma diminuição de S0.

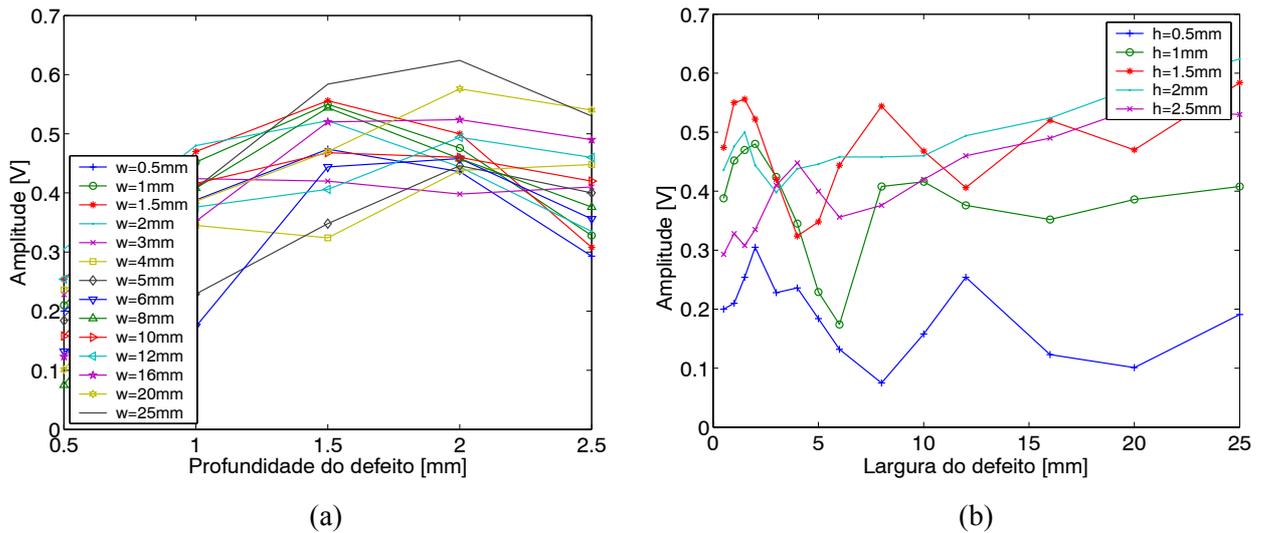


Figura 4.40 Modo S0 no emissor e A0 no receptor (*transmissão*): (a) w constante e h variável; (b) w variável e h constante.

Relativamente às variações da largura dos defeitos (figuras 4.39 (b) e 4.40 (b)), os resultados são novamente inconclusivos, não podendo ser verificada nenhuma correlação entre a amplitude dos sinais recebidos e as suas dimensões.

Na figura 4.41 estão representados os resultados obtidos usando o modo S0 em *pulso-eco*. Tal como em *transmissão* existe uma boa correlação linear entre a amplitude dos sinais e h para todos os valores de w (figura 4.41 (a)). O valor médio obtido para R^2 foi de 0.9776. Os resultados obtidos para os vários valores de w com h constante são apresentados na figura 4.41 (b). Neste caso podemos detectar um padrão formado por picos e vales mais ou menos constante em todas as curvas. A razão destas variações está relacionada com a interferência existente entre os dois sinais reflectidos no defeito, um no seu início e o outro no seu final. A reflexão no final do defeito é obviamente retardada relativamente ao sinal reflectido no seu início, logo, a sua sobreposição vai dar origem a um fenómeno construtivo ou destrutivo, dependendo do seu atraso relativo. Para procurar justificar o andamento das curvas vamos considerar que, do ponto de vista geométrico, no início do defeito temos uma diminuição de impedância (diminuição da secção) e no seu final um aumento de impedância (aumento da secção), o que dá origem, usando a equação (4.52), ao aparecimento de uma inversão de fase no final do defeito relativamente ao seu início. Com este pressuposto, a interferência construtiva deverá ocorrer para uma largura de defeito de um quarto de comprimento de onda, pois corresponde a um trajecto adicional da onda reflectida no final do defeito de meio comprimento de onda, dando origem a uma inversão de fase que, aliada à inversão de fase referida anteriormente, faz com que o sinal fique em fase. Se a este valor for somado meio comprimento de onda, ou um seu múltiplo verifica-se, igualmente, uma

reconstrução no sinal recebido, ou seja, para valores de w igual a $3/4$, $5/4$, ... do comprimento de onda. Usando o mesmo raciocínio, facilmente se constata que a interferência destrutiva ocorre para valores de w iguais aos múltiplos de meio comprimento de onda.

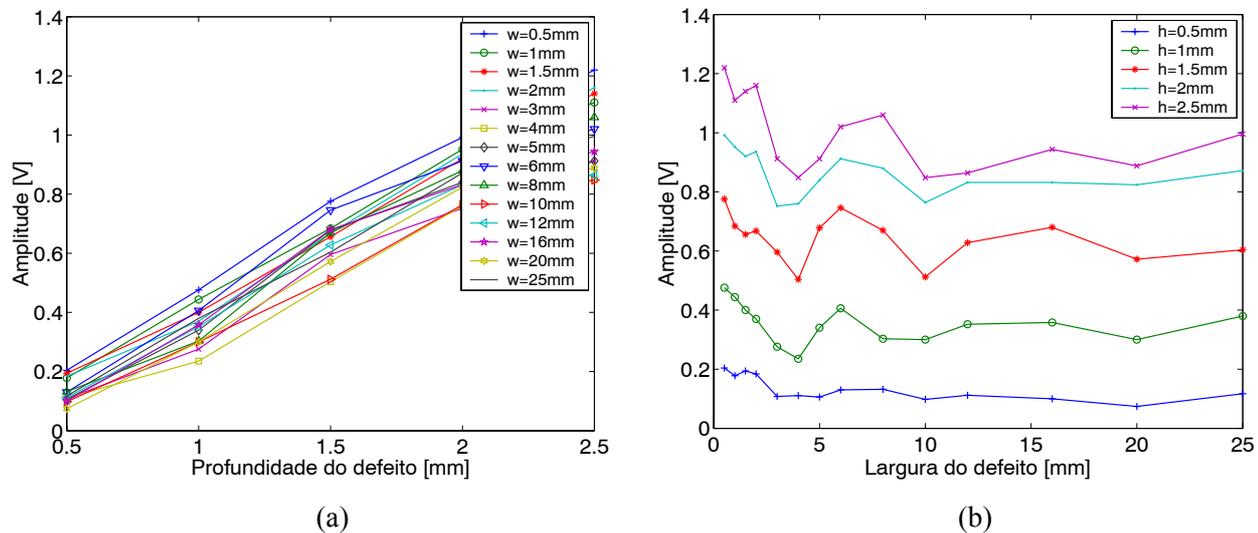


Figura 4.41 Modo S0 em *pulso-eco*: (a) w constante e h variável; (b) w variável e h constante.

De uma forma geral, os valores experimentais estão de acordo com estes pressupostos. Para todas as profundidades de defeito existe uma diminuição da amplitude do sinal provocada pela interferência destrutiva nas proximidades de w igual a 5 e 10 mm, valores esses, que correspondem a meio e um comprimento de onda, respectivamente. O aumento dos valores da amplitude, correspondentes a interferências construtivas, verifica-se para w igual a $1/4$ e $3/4$ do comprimento de onda (2.5 e 7.5 mm). As discrepâncias observadas prendem-se com a eventual influência de A_0 , que pode existir devido à conversão de modos, bem como pelo facto de estarmos a efectuar medições para valores de w discretos com a correspondente falta de informação relativa aos pontos intermédios.

Outra das discrepâncias verifica-se quando w tende para zero, partindo do máximo relativo em $w=2.5$ mm, que na prática ocorre para w aproximadamente igual a 2 mm. Do ponto de vista teórico deveríamos ter uma diminuição gradual de amplitude, no entanto, experimentalmente existe uma pequena diminuição de 2 mm para 1.5 mm, seguida de um aumento até ao valor de w mais baixo utilizado, que foi de 0.5 mm. Isto pode ser justificado pelo facto de começar a existir radiação através da água nas paredes dos defeitos, atendendo às pequenas larguras em jogo, dando origem a um fortalecimento do sinal recolhido.

Para valores de w superiores ao comprimento de onda os fenómenos de interferência deixam, aparentemente, de ocorrer devido ao aumento da atenuação dos sinais provocada pelo aumento

da distância percorrida, ou, a existirem, poderem estar camuflados pelo facto dos valores experimentais estarem mais espaçados, conduzindo a uma perda de definição espacial.

Finalmente, temos na figura 4.42 os resultados para o modo A0, também em *pulso-eco*. Com a variação de h (figura 4.42 (b)) podemos verificar facilmente que existem dois grupos de curvas com comportamentos distintos. Para valores de w pequenos (de 0.5 mm a 2 mm) os traçados têm um andamento bastante irregular, enquanto para os restantes valores praticamente não existe variação da amplitude do sinal. Novamente aqui deverão existir fenómenos associados a conversão de modos que se sobrepõem ao modo original e que estão relacionados com os baixos valores de w . Não é possível, então, estabelecer uma correlação linear entre as amplitudes dos sinais e h para defeitos com valores de w conhecidos.

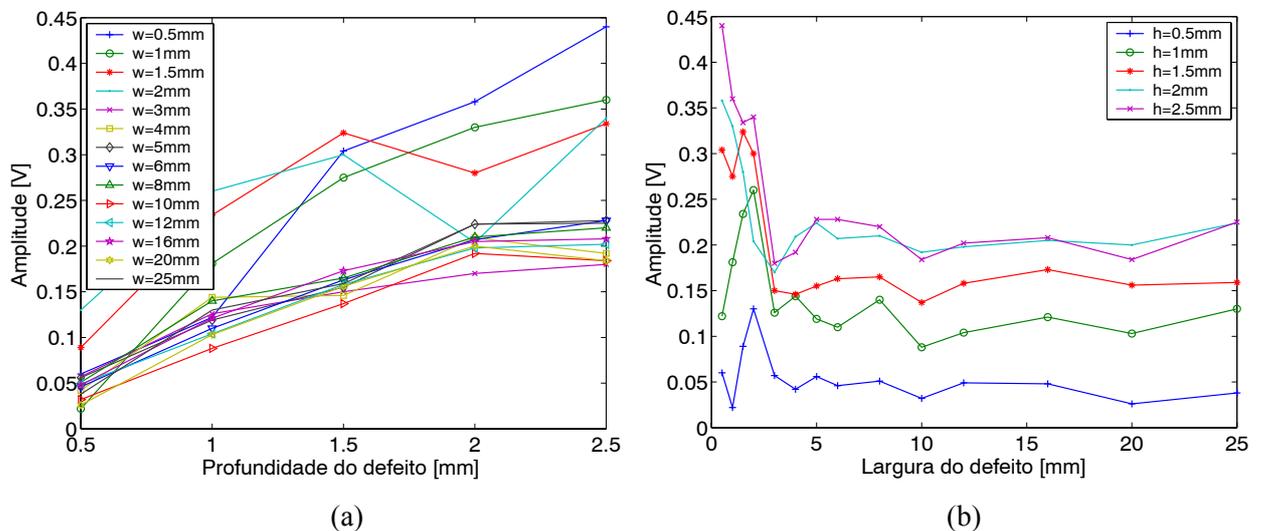


Figura 4.42 Modo A0 em *pulso-eco*: (a) w constante e h variável; (b) w variável e h constante.

A análise da variação de w com h constante também não dá origem a nenhum tipo de padrão que seja conclusivo do ponto de vista da sua identificação. De notar que os valores das amplitudes em jogo são, neste caso, bastante inferiores ao caso anterior em que foi usado S0, essencialmente devido à atenuação. Logo é perfeitamente normal que as conversões de modos sejam, agora, mais importantes e perturbem mais as medições do modo original.

De forma a validar os resultados obtidos para os diversos defeitos analisados foram construídas, adicionalmente, novas placas com defeitos com $h=1.5$ mm e com w variável de 3 a 25 mm. Usando o modo S0 em *transmissão* foram medidas as amplitudes dos sinais recebidos para os vários defeitos. Na figura 4.43 estão representados esses valores, normalizados em relação a um valor de referência obtido numa placa sem qualquer defeito, em conjunto com os valores relativos ao primeiro conjunto de placas. Conforme se observa, a coerência entre as duas séries

de medidas é muito boa, sendo as diferenças detectadas da ordem de 1%, o que valida o nosso método, tanto no que diz respeito ao método de construção dos defeitos, como à reprodutibilidade das medidas.

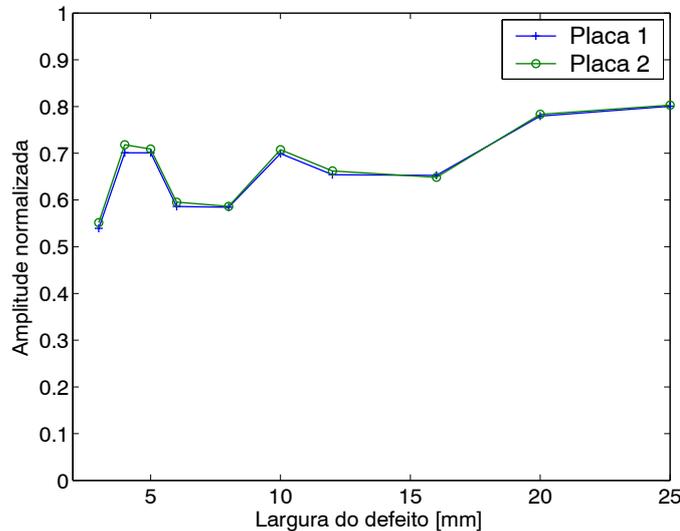


Figura 4.43 Amplitudes normalizadas em função de w para defeitos com $h=1.5$ mm, efectuadas em duas placas diferentes usando S0 em *transmissão*.

Em termos conclusivos podemos afirmar que quando pretendemos caracterizar defeitos em placas com espessuras da ordem de grandeza do exemplo analisado devemos usar o modo S0 em detrimento do modo A0. De uma forma geral, é possível estabelecer uma boa correlação linear entre a amplitude dos sinais recebidos, quer em *transmissão* quer em *pulso-eco*, com a profundidade dos defeitos. Em relação à análise da extensão (largura) dos defeitos, o método *pulso-eco* usando S0 permite, com algumas limitações, avaliar as suas dimensões.

4.5 Análise de soldaduras por fricção linear em alumínio

A soldadura, é sem dúvida, o método mais usado quando pretendemos proceder à união de materiais metálicos. Devido às suas características, nomeadamente ao eventual aparecimento de defeitos quando da sua formação, é um potencial domínio para o uso de testes não destrutivos por ultra-sons. A outra técnica não destrutiva também usada para a análise de soldaduras baseia-se na utilização dos raios-X. As grandes vantagens das técnicas ultra-sonoras sobre as radiográficas prendem-se, essencialmente, com a maior simplicidade da instrumentação associada e com a sua inocuidade. Existem, na literatura, inúmeros trabalhos publicados sobre a análise de soldaduras convencionais usando técnicas ultra-sonoras. São exemplos, o uso de ondas directas ou inclinadas em conjunto com blocos de calibração (ASTM, 1986), inspeção de

soldaduras em aços austeníticos (IIW, 1984) ou de soldaduras por pontos (Rokhlin, 1984). Ultimamente, outras motivações para além da simples detecção de defeitos têm levado alguns autores à análise mais aprofundada deste assunto. O desenvolvimento de equipamentos portáteis para aplicações industriais (Rabinovich, 2000), o uso de agregados (Ithurralde, 2000) ou a obtenção de imagens tridimensionais (Shoef, 2000) são alguns desses exemplos.

Neste ponto do nosso trabalho vamos introduzir uma técnica de soldadura em alumínio denominada *soldadura por fricção linear* (*friction stir welding – FSW*), que pode ser considerada como a mais importante e útil inovação técnica na última década do século XX, no âmbito da tecnologia de ligação metálica por soldadura (Quintino, 2001). Apesar desta técnica ser relativamente recente podem ser encontrados alguns trabalhos onde é feito o estudo da sua integridade usando técnicas ultra-sonoras, nomeadamente por métodos convencionais (Capitani, 2002) e outros associados a agregados (Lamarré, 2000).

O nosso estudo vai incidir sobre a análise de defeitos formados neste tipo de soldaduras, que estão relacionados com as condições de cada soldadura e com a natureza dos materiais envolvidos. Não ser usados métodos clássicos de diagnóstico para a obtenção de imagens das soldaduras, como é o caso dos raios-X, e também do C-scan ultra-sonoro. Finalmente são utilizadas ondas guiadas, que se afiguram como um método inovador neste campo, de forma a corroborar os resultados obtidos pelos métodos clássicos.

4.5.1 Soldadura por fricção linear (SFL)

A *soldadura por fricção linear* (*SFL*) foi inicialmente desenvolvida para a soldadura de ligas de alumínio, tendo-se conseguido resultados notáveis em aplicações com espessuras da ordem de 1 a 10 mm, elevada produtividade e evitando-se problemas normais na soldadura destes materiais, como a porosidade e fissuração (Dawes, 1996).

A *SFL* estende-se numa fase mais recente para a soldadura de outros materiais, igualmente complexos de soldar pelas restantes técnicas de soldadura, como por exemplo, as ligas de titânio, cobre ou magnésio.

Esta técnica, inventada e patenteada pelo *TWI* (*The Welding Institute*) apresenta as características de um processo autogéneo (sem adição de material) e de ligação no estado sólido. A ligação metálica realiza-se, portanto, a temperaturas inferiores à temperatura de fusão dos materiais envolvidos, o que em comparação com o processo de soldadura por fusão, resulta numa garantia de reprodutibilidade dos níveis de qualidade definidos, menores distorções e tensões residuais, como consequência directa da menor quantidade de energia térmica envolvida.

Na figura 4.44 temos representado o processo de formação de uma *SFL*. À ferramenta cilíndrica rotativa, que tem na sua extremidade um pino com comprimento ligeiramente inferior à penetração de soldadura requerida, é aplicada uma carga compressiva. As peças a soldar estão colocadas topo a topo ou sobrepostas e firmemente constrangidas.

Só após a base da ferramenta se encontrar em contacto com a superfície de trabalho, o que acontece depois do pino ter penetrado em toda a sua extensão na junta de soldadura é que entre a ferramenta e a mesa é desenvolvido um movimento relativo linear (de translação).

Durante o movimento da ferramenta ao longo da junta gera-se calor, devido ao atrito desenvolvido na base da ferramenta e na parte da frente do pino, sendo o material transportado, por fluxo plástico, para a parte de trás do pino, evitando a formação de poros e resultando no cordão de soldadura. Este processo estacionário decorre sob uma força de forjagem aplicada pela base da ferramenta.

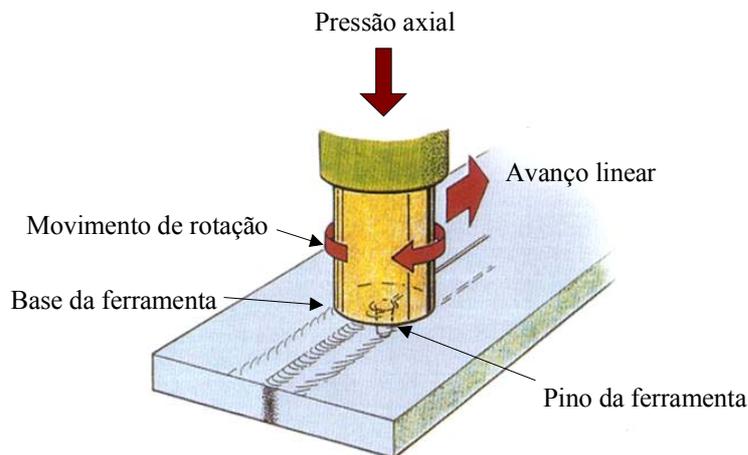


Figura 4.44 Processo de formação de uma soldadura por fricção linear.

4.5.2 Trabalho experimental

As soldaduras analisadas foram efectuadas em placas de liga de alumínio 5083-O com 3 mm de espessura, por intermédio uma máquina de *SFL* equipada com um pino com 6 mm de diâmetro e 2.8 mm de comprimento. Na figura 4.45 temos um exemplo de uma soldadura obtida por este processo, onde se observa que a sua largura é de cerca de 15 mm, o que coincide praticamente com a dimensão da base da ferramenta.

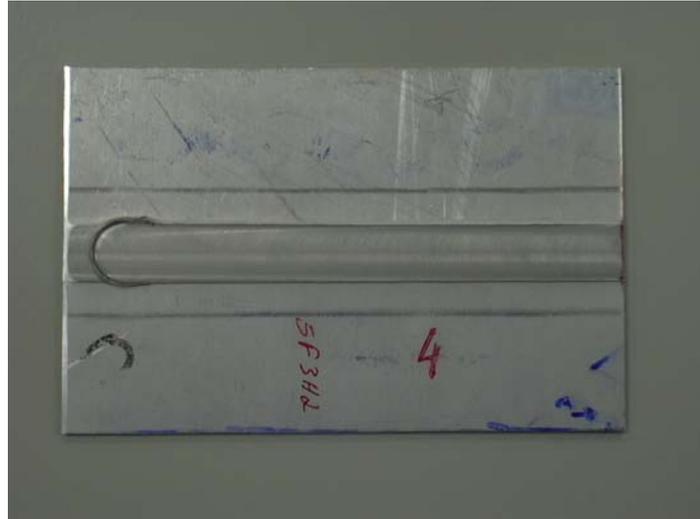


Figura 4.45 Soldadura por fricção linear em placas de alumínio com 3 mm de espessura.

Os parâmetros mais importantes neste tipo de soldadura são a velocidade de rotação da ferramenta, a pressão axial exercida, a velocidade de avanço da ferramenta e o tempo de penetração no material (Leal, 2003). Neste caso foi verificada a influência da velocidade de avanço da ferramenta na formação de defeitos, mantendo os restantes parâmetros constantes. Os valores usados variaram desde 150 a 400 mm/min.

Para a obtenção das imagens ecográficas C-scan foi usado um sistema *pulso-eco* por imersão com um transdutor com frequência central de 10 MHz. Como para este valor de frequência vamos ter no alumínio um comprimento de onda de cerca de 0.6 mm, considerando a velocidade das ondas longitudinais no alumínio de 6300 m/s, verificámos não ser possível recolher uma imagem referente ao plano que continha os defeitos que, como veremos à frente, estão situados sensivelmente a meio da espessura das placas. Isto deve-se ao facto de o transdutor usado ser pouco amortecido (duração temporal do sinal recolhido elevada), dando origem a que a cauda do sinal da superfície camufle o sinal proveniente do defeito. Para resolver este problema optámos por recolher o sinal proveniente do fundo das placas, que sofre duas vezes a influência do defeito, no trajecto descendente e ascendente e está bem discriminado, temporalmente, em relação ao sinal da superfície. A figura 4.46 ilustra esta situação.

Para o valor inicial de velocidade (150 mm/min) não foram visualizados quaisquer defeitos nas soldaduras através das radiografias e do C-scan. Ao aumentarmos o valor da velocidade para 300 mm/min verificou-se o aparecimento de defeitos, especialmente no início e no final da soldadura, como podemos ver pela figura 4.47 (soldadura A). Devido ao facto da soldadura ter um comprimento de aproximadamente 20 cm verificou-se para o C-scan, que ligeiras discrepâncias existentes no paralelismo do sistema utilizado, davam origem a problemas na formação da

imagem, quando o transdutor efectuava o varrimento segundo essa direcção. Resolvemos então sectionar a imagem em duas como se vê em 4.47 (a). A concordância entre as duas imagens produzidas (final da primeira e início da segunda) não é perfeita, o que está relacionado com a movimentação da peça após a obtenção da primeira imagem, com a consequente perda do referencial inicial. A delimitação da zona da soldadura é bem visível através das linhas em tom azul. Dentro dessa zona, ligeiramente deslocada para cima, em relação ao centro da soldadura (seta) aparece uma outra linha que corresponde a defeitos produzidos pelo processo de soldadura. Como veremos noutros exemplos este deslocamento é verificado para todas as placas analisadas. A linha vai diminuindo de intensidade até à zona central da placa voltando novamente a aumentar até ao final. As manchas a azul dentro na zona da soldadura devem-se à rugosidade provocada pelo processo de soldadura, que vai dar origem a perturbações no sinal recolhido (exemplo no interior do círculo). Na radiografia (figura 4.47 (b)) a zona de defeitos inicial é bem visível sendo, no entanto, mais difícil detectar os defeitos no final da placa devido à falta de contraste.

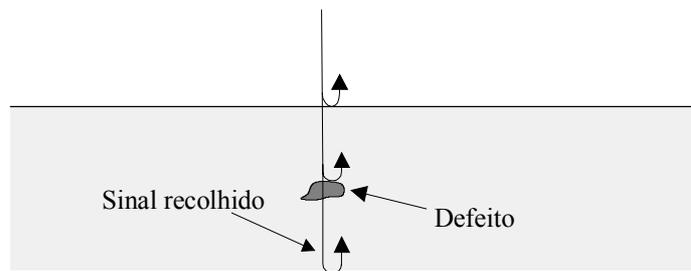
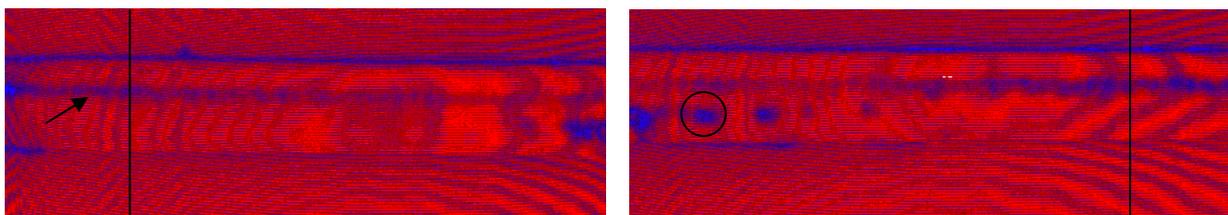


Figura 4.46 Sinais provenientes de uma placa com um defeito.



(a)

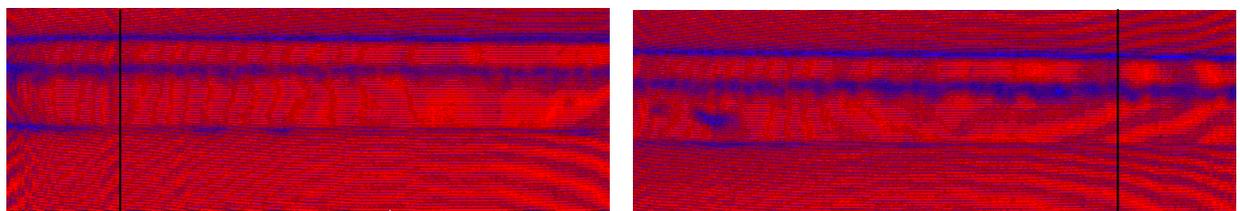


(b)

Figura 4.47 Soldadura A obtida com velocidade de 300 mm/min: (a) C-scan; (b) radiografia.

Na situação seguinte foi utilizada uma velocidade de 400 mm/ min. Os resultados do C-scan e da radiografia estão representados na figura 4.48 (soldadura B). Podemos constatar por ambos os métodos que existe um aumento dos defeitos detectados, relativamente à situação anterior.

Outro tipo de situação testada foi a passagem da máquina várias vezes na mesma soldadura. Os resultados obtidos foram curiosos, pois verificou-se que repetindo as condições anteriores para a segunda e terceira passagens apareceram defeitos com dimensões apreciáveis (figuras 4.49 (soldadura C) e 4.50 (soldadura D)) e nas passagens seguintes (quarta e quinta passagens) esses defeitos praticamente desaparecem (figuras 4.51 e 4.52 (soldaduras E e F, respectivamente)). Nestes casos, o C-scan é formado apenas por uma imagem pois a soldadura original tinha uma dimensão menor, não sendo necessário fazer a sua divisão.

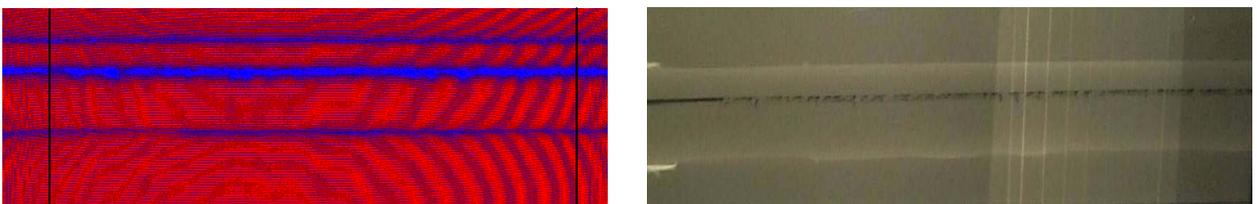


(a)



(b)

Figura 4.48 Soldadura B obtida com velocidade de 400 mm/min: (a) C-scan; (b) radiografia.



(a)

(b)

Figura 4.49 Soldadura C obtida com velocidade de 400 mm/min e duas passagens: (a) C-scan; (b) radiografia.

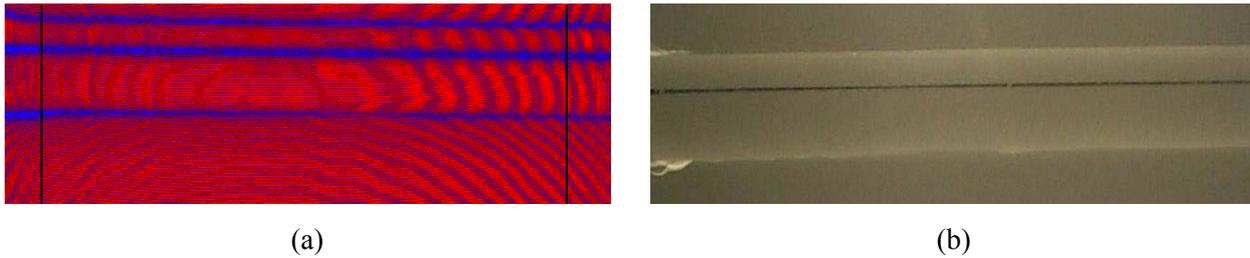


Figura 4.50 Soldadura D obtida com velocidade de 400 mm/min e três passagens: (a) C-scan; (b) radiografia.

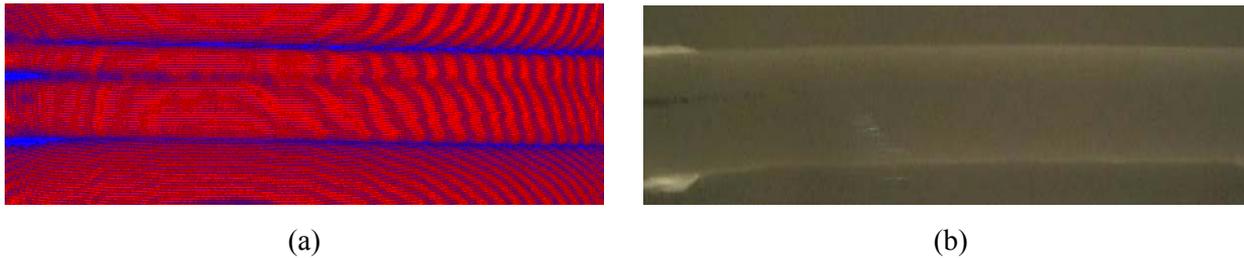


Figura 4.51 Soldadura E obtida com velocidade de 400 mm/min e quatro passagens: (a) C-scan; (b) radiografia.

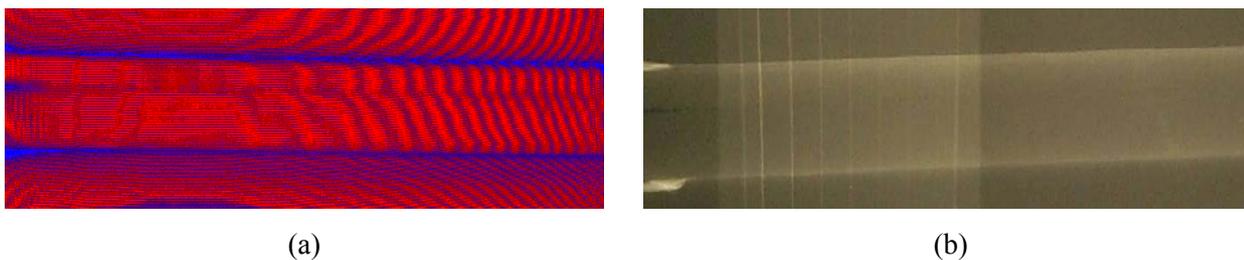


Figura 4.52 Soldadura F obtida com velocidade de 400mm/min e cinco passagens: (a) C-scan; (b) radiografia.

Outra forma utilizada para confirmar a existência de defeitos nas soldaduras foi recorrendo à sua observação ao microscópio. Na figura 4.53 temos a fotografia de um corte efectuado numa zona da soldadura B, onde é evidente a existência de vários defeitos com dimensões médias da ordem do 30 μm . A figura 4.54 mostra fotografias referentes à soldadura C, sendo perfeitamente visível, mesmo na fotografia macro, a existência de um defeito com dimensões bastante maiores do que os anteriores (cerca de 300 μm). Estes resultados estão perfeitamente de acordo com as radiografias e com os C-scan obtidos anteriormente.

Finalmente vamos analisar as soldaduras com defeitos (A, B, C e D) usando ondas guiadas. Pelas razões referidas em 4.4.1.2 vamos utilizar o modo S0 por imersão com a configuração *pitch and catch* em *transmissão* (sistema experimental da figura 4.28). Num plano perpendicular a cada uma das soldaduras vão ser injectados sinais de um dos seus lados e recolhidos no lado oposto,

com espaçamento entre si de 1 cm. A inclinação dos transdutores é apropriada para sintonizar S0. Devido às dimensões dos transdutores e para garantir que todo o feixe atravessasse a soldadura, não é possível analisar as extremidades das placas, assim, os sinais recolhidos referem-se apenas às zonas das soldaduras delimitadas pelos traços verticais assinalados nas imagens C-scan.

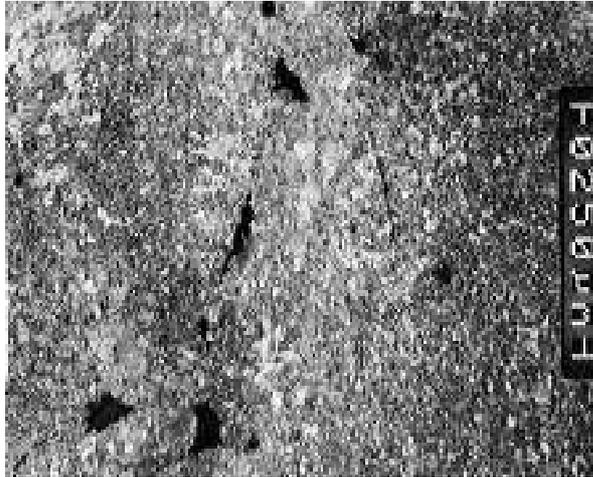
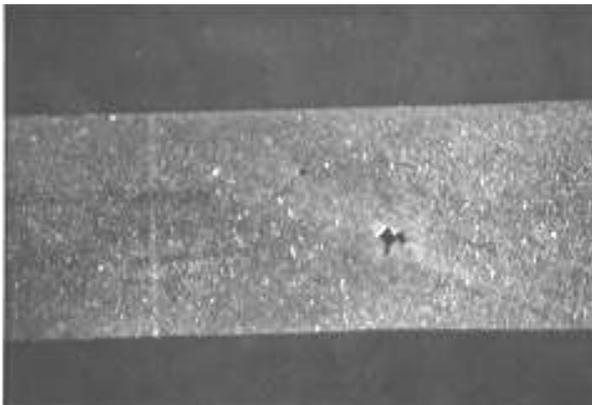
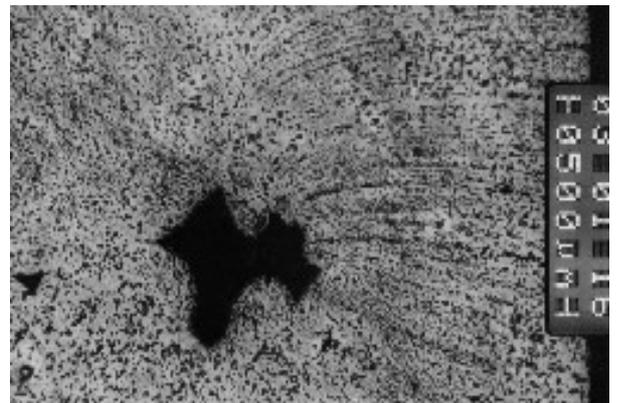


Figura 4.53 Fotografia dos defeitos formados na soldadura B (x150).



(a)



(b)

Figura 4.54 Fotografias dos defeitos formados na soldadura C: (a) (x10); (b) (x66).

Na figura 4.55 podemos ver as amplitudes dos sinais recolhidos ao longo das soldaduras, normalizadas relativamente a uma placa sem defeitos. As dimensões úteis analisadas foram de 15 cm para A e B e de 9 cm para C e D, pelas razões já apontadas. Para a soldadura A verifica-se que no seu início não existe grande variação relativamente ao valor de referência, notando-se um decaimento a partir do primeiro terço do seu comprimento, que se acentua na sua parte final. Este resultado está de acordo com o C-scan apresentado na figura 4.47 (a), onde se observa a existência de defeitos pouco significativos na zona inicial que vão aumentando até ao seu final.

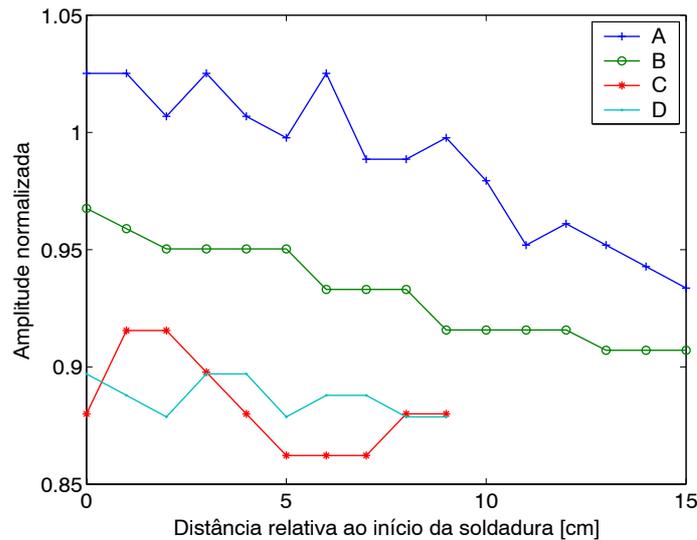


Figura 4.55 Amplitude normalizada do modo S0 ao longo da soldadura.

A soldadura B apresenta valores inferiores para os sinais recolhidos e um decaimento à medida que nos afastamos do seu início. O C-scan apresentado na figura 4.48 (a) confirma, efectivamente, que os defeitos vão aumentando da esquerda para a direita e que apresentam aspecto mais significativo do que para a soldadura A. Para as soldaduras C e D, que têm defeitos com maiores dimensões, as amplitudes são inferiores em cerca de 15% relativamente ao valor de referência, mantendo-se sensivelmente constantes ao longo das soldaduras. Novamente este facto é evidente nos C-scan (figuras 4.49 e 4.50).

Como se pode verificar, os resultados obtidos demonstram que as ondas guiadas, mais concretamente através da utilização do modo fundamental S0, podem ser usadas para uma caracterização essencialmente qualitativa de soldaduras por fricção linear em alumínio. As suas grandes vantagens, relativamente a outros métodos, como os raios-X ou o C-scan ultra-sonoro prendem-se com a simplicidade da instrumentação usada e com a rapidez na obtenção da informação. No caso dos raios-X são bem conhecidos os problemas associados ao seu uso, especialmente a necessidade de um grande isolamento dos operadores. No C-scan temos de ter um sistema de emissão, uma placa de aquisição de dados, outra de controlo de posicionamento e ainda o sistema mecânico de movimento XY, tudo isto integrado num computador pessoal. No caso das ondas guiadas, se pretendemos analisar a variação de amplitude de um sinal ao longo de uma linha (neste caso a soldadura) basta-nos, para isso, um gerador de pulsos (excitação) e um simples osciloscópio, onde possamos medir os sinais recolhidos. Essa tarefa pode demorar alguns segundos, enquanto que a produção de uma imagem por C-scan consome alguns minutos, dependendo da sua área. Resumindo, podemos afirmar que as ondas guiadas, apesar de terem

algumas limitações, podem de certa forma servir para avaliar este tipo de soldaduras e estabelecer critérios de aceitação/rejeição.

4.6 Estudo da integridade de colagens

Os adesivos estruturais foram desenvolvidos inicialmente na indústria aeronáutica e aeroespacial, por permitirem a obtenção de boas relações resistência/peso, tanto em estruturas de aviões comerciais como em naves espaciais, mísseis ou foguetões. Atendendo à sua resistência mecânica e fácil aplicação podem ser usados para ligar quase todos os materiais e nas mais diversas aplicações. Assim, os adesivos estruturais assumem-se, cada vez mais, como um método de ligação alternativo à soldadura por pontos e à rebitagem.

A crescente utilização deste tipo de juntas coladas, nomeadamente em placas metálicas, deu origem à necessidade do aparecimento de técnicas de caracterização não destrutiva. A espectroscopia ultra-sonora, através da análise dos fenómenos de interferência construtiva e destrutiva, que conduzem a variações no espectro do sinal recolhido foi o método mais utilizado durante bastante tempo (Chang, 1976 e Guyott, 1986). Este método, analogamente ao C-scan, para além de necessitar de acesso à zona da colagem, propriamente dita, é bastante moroso, pois a inspecção da referida zona é feita ponto a ponto.

Por outro lado, os métodos que utilizam ondas guiadas são potencialmente mais atraentes pois, para além de não necessitarem de acesso directo à zona colada permitem um tempo de inspecção bastante inferior, quando comparados com os métodos que utilizam ondas de volume. As ondas guiadas podem ser injectadas numa das placas que formam a colagem, propagarem-se na zona da colagem e serem recebidas na outra placa.

Geralmente os problemas existentes nas colagens estão relacionados com imperfeições localizadas, que aparecem durante a sua formação (por exemplo formação de bolhas de ar) ou com más adesões generalizadas em toda a zona de colagem, que se podem dever, por exemplo, a sujidade nas placas a colar, ou ao uso de um adesivo inadequado para os materiais em causa.

Nesta secção vamos fazer a análise de colagens tipo junta sobreposta (*lap joint*) de placas de alumínio da série 5083, que usam como adesivo resina epóxi. Vamos simular defeitos localizados no seu interior e verificar o seu efeito difractivo no feixe das ondas guiadas, numa tentativa de estabelecer relações quantitativas entre os sinais obtidos e a dimensão dos defeitos.

Outro grupo de amostras vai ser sujeito a tratamento térmico para alteração da qualidade das colagens e posterior análise de eventuais variações de parâmetros das ondas guiadas. Em ambos os casos as amostras vão também ser sujeitas a ensaios destrutivos.

4.6.1 Modelo de propagação de ondas guiadas numa estrutura colada tipo junta sobreposta

A propagação das ondas guiadas numa colagem, tipo junta sobreposta (*lap joint*), pode ser considerada como um caso particular da propagação em meios multicamada. As formas de análise deste tipo de problemas baseiam-se no método da *matriz de transferência*, também conhecido como *Thompson-Haskell*, em homenagem aos seus autores ou no método da *matriz global*. Em ambos os métodos são estabelecidas as condições fronteiras entre as interfaces dos diversos meios, dando origem a uma matriz que descreve as relações entre as amplitudes das ondas envolvidas e os deslocamentos e pressões em qualquer ponto da estrutura.

Na abordagem do problema vamos partir do princípio que a sua solução é dada através de uma decomposição de *Helmholtz*, analogamente ao método dos potenciais descrito no apêndice B.1. Ou seja, as ondas longitudinais (L) são regidas por uma função escalar Φ , e as ondas transversais (T) por uma função vectorial $\bar{\Psi}$, cuja direcção é normal à direcção de propagação e à vibração das partículas. Estas funções (potenciais) são dadas por

$$\begin{aligned}\Phi &= A_L \exp(-ipz) \exp(i(kx - \omega t)), \\ \bar{\Psi} &= A_T \exp(-iqz) \exp(i(kx - \omega t)),\end{aligned}\tag{4.54}$$

onde A_L e A_T são as amplitudes das ondas longitudinais e transversais, e as grandezas p e q são definidas no apêndice B.1. Tal como no método dos potenciais vamos admitir deformação plana e que a propagação se dá no plano xz , implicando que Φ dependa de x e z , e que $\bar{\Psi}$ dependa de y .

No próximo passo do desenvolvimento do modelo de propagação vamos considerar a existência de oito ondas genéricas em cada interface: ondas longitudinais e transversais que chegam da camada de “*cima*” e partem para a camada de “*baixo*” ($L+, T+$) e ondas longitudinais e transversais que partem da camada de “*baixo*” e chegam à camada de “*cima*” ($L-, T-$). Ou seja, existem quatro ondas em cada camada. Na figura 4.56 temos ilustrada esta situação para um sistema com cinco camadas (três placas e dois semi-espacos), que coincide com o modelo de uma colagem.

Usando a expressão (B.15) e (B.16) em (4.54) vamos obter os deslocamentos e pressões para as ondas longitudinais. As componentes com interesse prático no desenvolvimento do modelo são aquelas que têm continuidade nas interfaces: u_x , u_z , σ_{zz} e σ_{xz} dadas por

$$\begin{aligned} u_x &= k A_{L\pm} \exp(\pm i pz), \\ u_z &= \pm p A_{L\pm} \exp(\pm i pz), \end{aligned} \tag{4.55}$$

$$\begin{aligned} \sigma_{zz} &= (\omega^2 - 2V_T^2 k^2) i \rho A_{L\pm} \exp(\pm i pz), \\ \sigma_{xz} &= \pm 2V_T^2 k p i \rho A_{L\pm} \exp(\pm i pz). \end{aligned} \tag{4.56}$$

De forma análoga para as ondas transversais temos

$$\begin{aligned} u_x &= \pm q A_{T\pm} \exp(\pm i qz), \\ u_z &= -k A_{T\pm} \exp(\pm i qz), \end{aligned} \tag{4.57}$$

$$\begin{aligned} \sigma_{zz} &= \pm 2V_T^2 k q i \rho A_{T\pm} \exp(\pm i qz), \\ \sigma_{xz} &= (\omega^2 - 2V_T^2 k^2) i \rho A_{T\pm} \exp(\pm i qz). \end{aligned} \tag{4.58}$$

Em todas as expressões é omitido o factor comum $\exp(i(kx - \omega t))$.

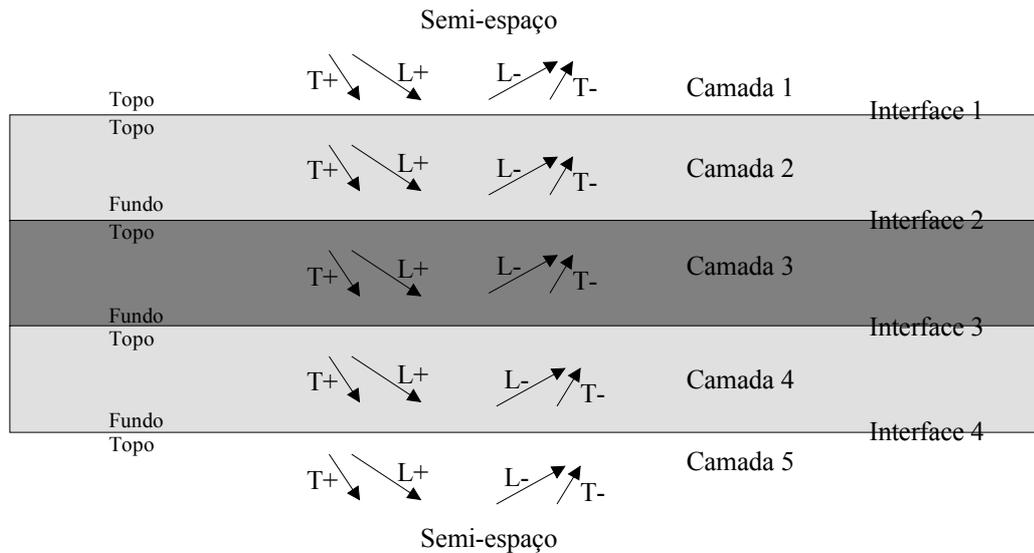


Figura 4.56 Sistema com três camadas embebido em meios semi-infinitos.

Usando, por conveniência, as seguintes substituições

$$\begin{aligned} G_p &= \exp(i pz), \\ G_q &= \exp(i qz), \\ B &= (\omega^2 - 2V_T^2 k^2), \end{aligned} \tag{4.59}$$

podemos condensar as expressões (4.55) a (4.58) na forma matricial como

$$\begin{Bmatrix} u_x \\ u_z \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{xz} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} kG_p & \frac{k}{G_p} & qG_q & \frac{-q}{G_q} \\ pG_p & \frac{-p}{G_p} & -kG_q & \frac{-k}{G_q} \\ i\rho BG_p & \frac{i\rho B}{G_p} & -2i\rho kV_T^2 qG_q & \frac{2i\rho kV_T^2 q}{G_q} \\ 2i\rho kV_T^2 pG_p & \frac{-2i\rho kV_T^2 p}{G_p} & i\rho BG_q & \frac{i\rho B}{G_q} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} A_{L+} \\ A_{L-} \\ A_{T+} \\ A_{T-} \end{Bmatrix}. \quad (4.60)$$

A matriz anterior, que vamos denominar como $[D]$, descreve a relação existente entre as amplitudes das ondas numa camada arbitrária em função dos deslocamentos e pressões.

4.6.1.1 Método da matriz de transferência

O método da *matriz de transferência* consiste na condensação do sistema multicamada num conjunto de quatro equações, que relacionam as condições fronteiras na primeira interface, com as condições fronteiras da última interface. No processo, as equações referentes às interfaces intermédias são eliminadas, o que implica que a propagação em todas as camadas seja descrita somente em termos das condições fronteiras externas. O princípio básico da *matriz de transferência* para meios estratificados deve ser atribuído a Thomson, que mostrou que as matrizes podem ser usadas para descrever a transmissão através de um número arbitrário de meios dispostos em camadas (Thomson, 1950). Mais tarde, Haskell corrigiu um erro existente nesse trabalho, tendo demonstrado que o método podia também ser usado para determinar soluções modais para ondas de superfície (Haskell, 1953).

No exemplo da figura 4.56 vamos referenciar as diversas camadas de l_1 a l_3 e as interfaces de i_1 a i_4 . Cada uma das camadas tem a sua própria origem localizada no seu topo (crescendo no sentido descendente), excepto para l_1 que tem a sua origem na interface com l_2 de forma a evitar o aparecimento de $z=\infty$.

Assumindo que os deslocamentos e pressões são conhecidos na primeira interface i_1 , as amplitudes das quatro ondas no topo da camada l_2 podem ser determinadas usando (4.60)

$$\begin{Bmatrix} A_{L+} \\ A_{L-} \\ A_{T+} \\ A_{T-} \end{Bmatrix}_{l_2} = [D]_{l_2, \text{topo}}^{-1} \begin{Bmatrix} u_x \\ u_z \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{xz} \end{Bmatrix}_{l_2, \text{topo}}. \quad (4.61)$$

Na segunda interface i_2 , os deslocamentos e as pressões no fundo da camada l_2 são dados por

$$\begin{pmatrix} u_x \\ u_z \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{xz} \end{pmatrix}_{l_2, \text{ fundo}} = [D]_{l_2, \text{ fundo}} \begin{pmatrix} A_{L+} \\ A_{L-} \\ A_{T+} \\ A_{T-} \end{pmatrix}_{l_2}, \quad (4.62)$$

substituindo (4.61) em (4.62) vamos obter

$$\begin{pmatrix} u_x \\ u_z \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{xz} \end{pmatrix}_{l_2, \text{ fundo}} = [D]_{l_2, \text{ fundo}} [D]_{l_2, \text{ topo}}^{-1} \begin{pmatrix} u_x \\ u_z \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{xz} \end{pmatrix}_{l_2, \text{ topo}}. \quad (4.63)$$

O produto das matrizes $[D]$ nesta equação relaciona os deslocamentos e pressões entre o topo e o fundo de uma camada e é denominada matriz da camada $[L]$ que, para a camada l_2 é dada por

$$[L]_{l_2} = [D]_{l_2, \text{ fundo}} [D]_{l_2, \text{ topo}}^{-1}. \quad (4.64)$$

A matriz $[D]_{l_2, \text{ topo}}^{-1}$ é obtida fazendo para $z=0$ a inversão da matriz $[D]$ contida na equação (4.60) (pois cada camada tem uma referência própria). Os coeficientes da matriz $[L]$ são então dados explicitamente por

$$\begin{aligned} L_{11} &= \frac{V_T^2 k^2}{\omega^2} \left(G_p + \frac{1}{G_p} \right) + \frac{B}{2\omega^2} \left(G_q + \frac{1}{G_q} \right), & L_{12} &= \frac{Bk}{2\omega^2 p} \left(G_p - \frac{1}{G_p} \right) + \frac{kV_T^2 q}{\omega^2} \left(-G_q + \frac{1}{G_q} \right), \\ L_{13} &= \frac{k}{2i\omega^2 \rho} \left(G_p + \frac{1}{G_p} - G_q - \frac{1}{G_q} \right), & L_{14} &= \frac{k^2}{2i\omega^2 \rho p} \left(G_p - \frac{1}{G_p} \right) + \frac{q}{2i\omega^2 \rho} \left(G_q - \frac{1}{G_q} \right), \\ L_{21} &= \frac{pV_T^2 k}{\omega^2} \left(G_p - \frac{1}{G_p} \right) + \frac{Bk}{2\omega^2 q} \left(-G_q + \frac{1}{G_q} \right), & L_{22} &= \frac{B}{2\omega^2} \left(G_p + \frac{1}{G_p} \right) + \frac{V_T^2 k^2}{\omega^2} \left(G_q + \frac{1}{G_q} \right), \\ L_{23} &= \frac{p}{2i\omega^2 \rho} \left(G_p - \frac{1}{G_p} \right) + \frac{k^2}{2i\omega^2 \rho q} \left(G_q - \frac{1}{G_q} \right), & L_{24} &= L_{13}, \\ L_{31} &= \frac{i\rho B V_T^2 k}{\omega^2} \left(G_p + \frac{1}{G_p} - G_q - \frac{1}{G_q} \right), & L_{32} &= \frac{i\rho B^2}{2\omega^2 p} \left(G_p - \frac{1}{G_p} \right) + \frac{2i\rho V_T^4 k^2 q}{\omega^2} \left(G_q - \frac{1}{G_q} \right), \\ L_{33} &= L_{22}, & L_{34} &= L_{12}, \\ L_{41} &= \frac{2i\rho V_T^4 k^2 p}{\omega^2} \left(G_p - \frac{1}{G_p} \right) + \frac{i\rho B^2}{2\omega^2 q} \left(G_q - \frac{1}{G_q} \right), & L_{42} &= L_{31}, \\ L_{43} &= L_{21}, & L_{44} &= L_{11}. \end{aligned} \quad (4.65)$$

Para a interface seguinte (i_2) mantém-se a continuidade nos deslocamentos e pressões, ou seja

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} u_x \\ u_z \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{xz} \end{Bmatrix}_{l_3, \text{topo}} &= \begin{Bmatrix} u_x \\ u_z \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{xz} \end{Bmatrix}_{l_2, \text{fundo}}, \\ &= [L]_{l_2} \begin{Bmatrix} u_x \\ u_z \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{xz} \end{Bmatrix}_{l_2, \text{topo}}. \end{aligned} \quad (4.66)$$

Claramente, este processo pode continuar a ser aplicado camada a camada para todas as camadas do sistema, resultando a equação

$$\begin{Bmatrix} u_x \\ u_z \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{xz} \end{Bmatrix}_{l_n, \text{topo}} = [S] \begin{Bmatrix} u_x \\ u_z \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{xz} \end{Bmatrix}_{l_2, \text{topo}}, \quad (4.67)$$

onde n é o número da camadas do sistema (no nosso caso $n=5$) e $[S]$ é a matriz do sistema formada pelo produto das matrizes das várias camadas, dada por

$$[S] = [L]_{l_2} [L]_{l_3} \dots [L]_{l_{(n-1)}}. \quad (4.68)$$

Se os semi-espacos considerados não forem o vácuo poderá ser útil descrever a propagação nesses mesmos semi-espacos, não em termos de deslocamentos e pressões, mas sim em termos de amplitudes. Nesse caso teremos então

$$\begin{Bmatrix} A_{L+} \\ A_{L-} \\ A_{T+} \\ A_{T-} \end{Bmatrix}_{\text{ln}} = [D]_{\text{ln, topo}}^{-1} [S] [D]_{l_1, (z=0)} \begin{Bmatrix} A_{L+} \\ A_{L-} \\ A_{T+} \\ A_{T-} \end{Bmatrix}. \quad (4.69)$$

4.6.1.2 Implementação prática do método da matriz de transferência

Para determinação da resposta de um sistema embebido num sólido, quatro das oito amplitudes contidas em (4.69) têm de ser conhecidas, de forma a permitir a determinação das restantes

amplitudes através de manipulação da equação. Tipicamente admite-se que uma das ondas que chega à placa tem amplitude unitária e que as restantes são nulas (excitação numa das faces do sistema com uma onda inclinada).

Se o sistema está imerso, ou semi-imerso num fluido, as equações têm de ser reescritas para que não seja possível a existência de ondas transversais no meio circundante. Uma abordagem prática desta situação é feita considerando uma velocidade transversal para o fluido muito baixa, por exemplo, várias ordens de grandeza abaixo da velocidade longitudinal (Lowe, 1995).

4.6.1.3 Soluções modais

Se ambos os semi-espacos considerados no nosso sistema forem o vácuo, uma solução modal obriga a que as pressões sejam nulas nas interfaces externas i_1 e i_{n-1} . Ou seja, a equação (4.67) pode agora ser escrita como

$$\begin{Bmatrix} u_x \\ u_z \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}_{l_n, topo} = [S] \begin{Bmatrix} u_x \\ u_z \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}_{l_2, topo} . \quad (4.70)$$

expandindo esta equação em relação aos termos do lado esquerdo, correspondentes à pressão nula, obtemos

$$\begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{31} & S_{32} \\ S_{41} & S_{42} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_x \\ u_y \end{Bmatrix}, \quad (4.71)$$

onde a matriz dois por dois é uma submatriz de $[S]$ (linhas 3 e 4 e colunas 1 e 2). Para a equação (4.71) ser satisfeita, o determinante desta submatriz tem de ser nulo. Definindo o determinante como a *equação característica* (f) do sistema temos que

$$f = S_{31}S_{42} - S_{41}S_{32} = 0. \quad (4.72)$$

Se os semi-espacos do sistema não forem o vácuo, as pressões nas interfaces externas não são necessariamente nulas e temos de usar (4.69). Admitindo na figura 4.56 que as ondas que chegam ao sistema, $L+$ e $T+$ na camada l_1 e $L-$ e $T-$ na camada l_5 são nulas, vamos ter

$$\begin{Bmatrix} A_{L+} \\ 0 \\ A_{T+} \\ 0 \end{Bmatrix}_{I_n} = [S'] \begin{Bmatrix} 0 \\ A_{L-} \\ 0 \\ A_{T-} \end{Bmatrix}_{I_l}, \quad (4.73)$$

com $[S']$ definida como

$$[S'] = [D]_{I_n, topo}^{-1} [S][D]_{I_l, (z=0)}. \quad (4.74)$$

Tal como que anteriormente, vamos obter a *equação característica* do sistema, dada agora por

$$f' = S'_{22} S'_{44} - S'_{42} S'_{24} = 0. \quad (4.75)$$

4.6.1.4 Deslocamentos

A determinação dos deslocamentos para um sistema multicamada é análoga ao de uma placa isolada analisada em 4.2.2. Enquanto na placa isolada (no vazio) tínhamos apenas quatro incógnitas resultantes de outras tantas equações definidas pelas condições fronteiras (pressões nulas na faces da placa), no caso da figura 4.56 vamos ter quatro incógnitas adicionais por cada interface. O número total de incógnitas é então de doze que correspondem às amplitudes $L+$, $T+$, $L-$ e $T-$ nas camadas l_2 , l_3 , e l_4 , admitindo que o sistema está no vazio. Se o sistema estivesse embebido num fluido iríamos ter mais duas incógnitas correspondentes a $L-$ na superfície externa superior e $L+$ na superfície externa inferior, dado não ser possível a existência de ondas transversais. Como o andamento dos deslocamentos não sofre grande influência devido ao fluido, vamos analisar, seguidamente, a situação em que o sistema está no vazio.

As condições fronteiras são as seguintes:

Interface i_1 :

$$\sigma_{zz} = \sigma_{xz} = 0, \quad (4.76)$$

Interface i_2 :

$$\begin{Bmatrix} u_x \\ u_z \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{xz} \end{Bmatrix}_{I_2, fundo} = \begin{Bmatrix} u_x \\ u_z \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{xz} \end{Bmatrix}_{I_3, topo} \Rightarrow [D]_{I_2, fundo} \begin{Bmatrix} A_{L+} \\ A_{L-} \\ A_{T+} \\ A_{T-} \end{Bmatrix}_{I_2} = [D]_{I_3, topo} \begin{Bmatrix} A_{L+} \\ A_{L-} \\ A_{T+} \\ A_{T-} \end{Bmatrix}_{I_3}, \quad (4.77)$$

Interface i_3 :

$$[D]_{i_3, fundo} \begin{Bmatrix} A_{L+} \\ A_{L-} \\ A_{T+} \\ A_{T-} \end{Bmatrix}_{i_3} = [D]_{i_4, topo} \begin{Bmatrix} A_{L+} \\ A_{L-} \\ A_{T+} \\ A_{T-} \end{Bmatrix}_{i_4}, \quad (4.78)$$

Interface i_4 :

$$\sigma_{zz} = \sigma_{xz} = 0. \quad (4.79)$$

O conjunto das equações (4.76) a (4.79) pode ser integrado numa mesma matriz $[G]$ de 12x12 elementos dando origem a

$$[G] \begin{Bmatrix} A_{L+}^2 \\ A_{L-}^2 \\ A_{T+}^2 \\ A_{T-}^2 \\ A_{L+}^3 \\ A_{L-}^3 \\ A_{T+}^3 \\ A_{T-}^3 \\ A_{L+}^4 \\ A_{L-}^4 \\ A_{T+}^4 \\ A_{T-}^4 \end{Bmatrix} = 0, \quad (4.80)$$

onde os índices das amplitudes estão relacionados com a respectiva camada.

Como inicialmente é imposto que o determinante de $[G]$ seja nulo (solução modal), a equação (4.80) vai dar origem a um sistema indeterminado. Para resolver esse problema, tal como fizemos para uma placa isolada, vamos considerar uma amplitude unitária, podendo ignorar uma das equações e reduzir o sistema a 11 equações e 11 incógnitas. Depois de conhecidas todas as amplitudes pode ser feito o traçado dos deslocamentos em termos de unidades arbitrárias. No apêndice D é descrito este método em detalhe.

4.6.1.5 Método da matriz global

O método da *matriz global*, inicialmente desenvolvido por Knopoff, para aplicações relacionadas com a sismologia (Knopoff, 1964) pode ser usado como alternativa ao método da *matriz de transferência*. A grande vantagem deste método é a sua robustez, especialmente para valores elevados de fd e o facto da mesma matriz poder ser usada para todas as categorias de solução (sistema embebido num sólido ou no vácuo). A desvantagem tem a ver com a dimensão da matriz, que conduz a uma grande diminuição de velocidade na obtenção das soluções.

Nesta abordagem uma única matriz representa todo o sistema. O número total de equações é de $4(n-1)$, onde n representa o número de camadas existentes, que coincide com a ordem da matriz. O conjunto total das equações do sistema é formado com base em conjuntos de quatro equações, que satisfazem as condições fronteiras em cada uma das camadas, da mesma forma que no método da *matriz de transferência*.

No nosso trabalho, apesar deste método ter sido testado com sucesso, foi usado o método da *matriz de transferência* em detrimento da *matriz global*, pois revelou-se bastante mais rápido e estável, para a gama de fd utilizada. Atendendo a esse factor, não nos vamos alongar mais na sua explicação, remetendo os interessados para alguns dos vários trabalhos existentes na literatura (Mal, 1988 e Lowe, 1992).

4.6.2 Análise experimental de uma colagem em alumínio

Por razões já apontadas anteriormente, como sejam a baixa atenuação e boa discriminação espacial para as baixas frequências vamos, neste ponto, utilizar novamente o modo de propagação S_0 por imersão na configuração *pitch and catch* (sistema experimental da figura 4.28) com os mesmos transdutores de 500 kHz.

A liga de alumínio utilizada nas colagens é a 5083-O, com 4 mm de espessura, bastante utilizada, por exemplo, na indústria náutica. O adesivo é do tipo epóxi da Vantico (Araldite 2014) com dois componentes. As placas têm um comprimento de 20 cm e largura de 12.5 cm, sendo a colagem efectuada em toda a largura com uma extensão de 6 cm, ficando uma zona útil em cada uma das placas de 14 cm. Depois de aplicar a cola na zona referida é exercida uma pressão uniforme de 0.1 Kg/cm^2 em toda a sua área, de forma a obter uma espessura de aproximadamente 0.15 mm, que segundo o fabricante garante uma resistência máxima de rotura. Na figura 4.57 é apresentado um exemplo de uma dessas colagens.



Figura 4.57 Exemplo de uma colagem tipo junta sobreposta em alumínio.

As velocidades volumétricas (longitudinal e transversal), nesta liga de alumínio, foram determinadas experimentalmente através do método *pulso-eco* por contacto sendo, para esse efeito, efectuadas medições em cerca de dez pontos diferentes e posteriormente feita uma média desses valores.

Para este tipo de ligas, os fabricantes fornecem dados que nos permitem, também, fazer a sua determinação teórica. Esses dados são o módulo transversal e o módulo de Young ou de elasticidade. Usando a tabela 3.1, a velocidade transversal é imediatamente obtida do módulo transversal, enquanto que para determinar a velocidade longitudinal temos de calcular o módulo longitudinal, usando a expressão do módulo de Young, e depois calcular a velocidade longitudinal. As diferenças entre os valores experimentais e teóricos foram inferiores a 0.5%, o que podemos considerar como bastante aceitável.

O primeiro teste consistiu na identificação do modo S0 numa placa isolada, que vamos designar como placa de referência, com dimensões idênticas às placas coladas que pretendemos analisar. Para isso, tal como em 4.2.3, foi determinada a velocidade de fase do modo S0 para a frequência central, usando a equação de dispersão, considerando $V_L=6300$ m/s e $V_T=3130$ m/s ($V_F=4822$ m/s). Com a expressão (4.22) foi obtido o ângulo de incidência de forma a sintonizar o emissor e receptor ($\theta=18.1^\circ$). Na figura 4.58 temos o espectro do sinal obtido nas condições anteriores.

Verifica-se, que o valor central do espectro é aproximadamente 0.41 MHz, situando-se abaixo do valor obtido para as placas de 3 mm analisadas anteriormente, o que está de acordo com resultados de outros autores (Rose, 1998b), podendo ser explicado como um fenómeno similar à ressonância em incidência perpendicular. Para optimização de emissão e recepção foram então

recalculados os ângulos para o novo valor de V_F (5125 m/s) calculado para $f=0.41$ MHz, dando origem a $\theta=17.1^\circ$.

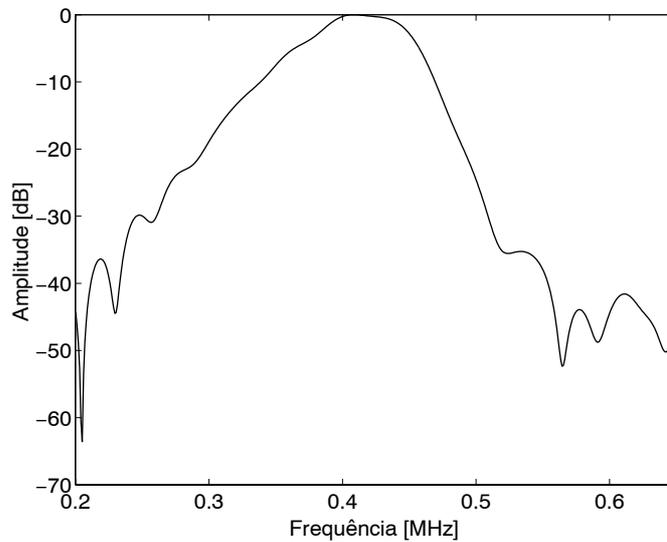


Figura 4.58 Espectro do modo S0 numa placa de alumínio com 4 mm de espessura.

Com estes ângulos de incidência foram medidas as amplitudes dos sinais recebidos para a placa colada e para a placa de referência, para uma distância entre os transdutores de 14 cm. O sinal obtido para a placa colada foi cerca de 0.427 Np superior ao da placa de referência, o que indica que na zona de colagem, os modos dominantes devem ter uma atenuação devido à influência do fluido inferior ao modo S0 originalmente injectado.

Para determinar a perdas intrínsecas na colagem, relativamente às da placa de referência, foi efectuado um teste usando o método de imersão local (inexistência de fugas para o fluido) nas duas placas, e verificou-se para a placa colada uma diminuição do sinal de 0.392 Np. Conjugando as duas situações podemos concluir que, na zona colada, as perdas devido a fugas para fluido são inferiores em 0.819 Np, relativamente a uma placa isolada (0.427+0.392). As perdas na placa isolada podem ser determinadas tanto experimentalmente, através da medição da amplitude em dois pontos da placa, como teoricamente pelo método descrito em 4.3.2. O valor obtido experimentalmente foi de 14.79 Np/m, o que conduz, para uma distância de 6 cm (equivalente à zona colada), a perdas de 0.8874 Np. As perdas por fugas na zona colada são então dadas pela diferença entre este último valor e o valor para a placa de referência, ou seja, 0.0684 Np, o que equivale a uma redução de 7% do nível inicial do sinal.

Para validar as medidas experimentais é necessário conhecer os modos de propagação existentes na zona colada e o seu comportamento, os quais são determinados pelas curvas de dispersão, sabendo as propriedades dos materiais que formam essa zona colada (adesivo e aderentes). As

propriedades da cola (V_{Lc} , V_{Tc} e ρ_c) foram determinadas, experimentalmente, num cilindro construído para o efeito, sendo obtidos os seguintes valores: $V_{Lc}=2540$ m/s; $V_{Tc}=1055$ m/s e $\rho_c=1.077$ g/cm³. Com estes elementos e com as propriedades já conhecidas do alumínio foram determinadas as curvas de dispersão da velocidade de fase, usando a expressão (4.75) e uma aplicação computacional que permite manipulação de variáveis simbólicas (Mathematica, 1999). Essas curvas estão representadas na figura 4.59.

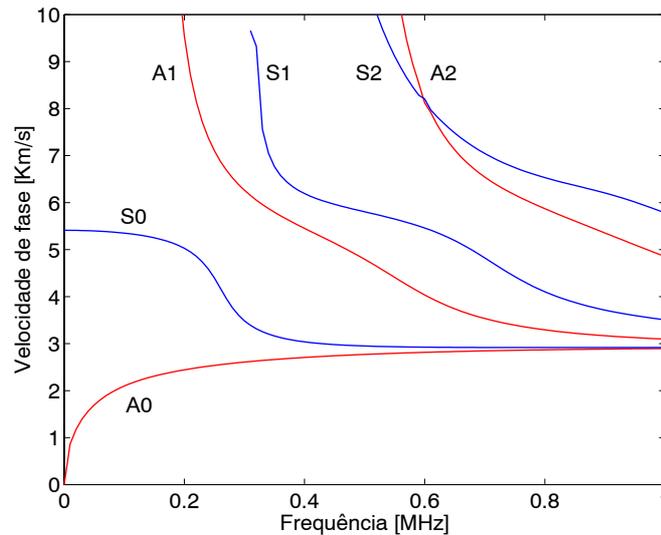


Figura 4.59 Curvas de dispersão da velocidade de fase para uma colagem de duas placas de alumínio imersas em água (espessura das placas de alumínio 4 mm e espessura da cola 0.15 mm).

Como podemos observar, para a frequência central ($f=0.41$ MHz) vão coexistir na zona colada da placa quatro modos de propagação: A0, S0, A1 e S1. Na realidade, esta designação (modos simétricos e anti-simétricos) não está formalmente correcta, pois só devem ser consideradas ondas de *Lamb* aquelas que se propagam numa placa isolada. No entanto, devido às semelhanças do seu comportamento, vamos manter esta terminologia.

Na prática, o modo S0 inicialmente emitido num dos lados da colagem vai dar origem por conversão de modos no início da colagem, aos modos A0, S0, A1 e S1. Por sua vez, os quatro modos existentes na zona colada vão, novamente, ser convertidos em S0 no final da colagem. Para uma placa no vazio, a maior ou menor relação de conversão entre estes modos depende essencialmente, da similaridade entre os seus deslocamentos (Lowe, 2000). Para uma placa imersa, como é o nosso caso, a atenuação é o parâmetro fundamental que vai determinar qual ou quais, os modos dominantes.

Na tabela 4.2 são apresentados os valores da atenuação por fugas para a água dos quatro modos existentes na zona colada e o correspondente factor de redução para um percurso de 6 cm

admitindo amplitude inicial unitária. Para sua determinação é utilizada a expressão (4.49), depois de serem obtidas, previamente, as velocidades complexas, usando o método da *matriz de transferência*. Como tínhamos verificado anteriormente que a atenuação total na colagem dá origem a uma de redução de 7%, o modo dominante na colagem tem de ser, necessariamente, S1 como se depreende facilmente da tabela 4.2 pois, caso contrário, qualquer um dos outros modos conduziria a uma redução bem mais acentuada do nível do sinal.

Tabela 4.2 Atenuação devido a fugas para o fluido dos modos de propagação existentes na zona colada, e correspondentes factores de redução, relativos a uma amplitude inicial unitária para uma distância de 6 cm.

	<i>A0</i>	<i>S0</i>	<i>A1</i>	<i>S1</i>
Atenuação (Np/m)	22.7	37.5	10.5	0.1
Factor de redução	0.256	0.105	0.53	0.994

A análise dos deslocamentos na zona colada permite confirmar os resultados anteriores. O seu comportamento para cada um dos modos, obtido pelo método descrito em 4.6.1.4 está representado na figura 4.60. As grandes diferenças nas atenuações podem ser justificadas pelo andamento dos deslocamentos *in-plane* e *out-of-plane* na face externa da colagem. Por exemplo, para S1 constatamos que o deslocamento é essencialmente *in-plane*, dando origem a valores de atenuação extremamente baixos. Para A1, os dois tipos de deslocamento são similares, dando origem a valores de atenuação já assinaláveis. Finalmente, para A0 e S0, os deslocamentos *out-of-plane* são superiores aos deslocamentos *in-plane* conduzindo a atenuações mais elevadas.

4.6.3 Caracterização de colagens com defeitos

Um dos problemas mais frequentes durante o processo de elaboração de uma colagem é o aparecimento de bolhas de ar na zona do adesivo ou a ausência do próprio adesivo. Os métodos típicos para a sua localização e caracterização baseiam-se na espectroscopia ultra-sonora e na imagiologia por C-scan, com a consequente morosidade associada. Como veremos, as ondas guiadas podem também ser usadas na detecção e, de certa forma, na caracterização desse tipo de defeitos. Para esse efeito, vamos analisar colagens com defeitos simulados de geometria circular, que é a forma mais frequentemente detectada.

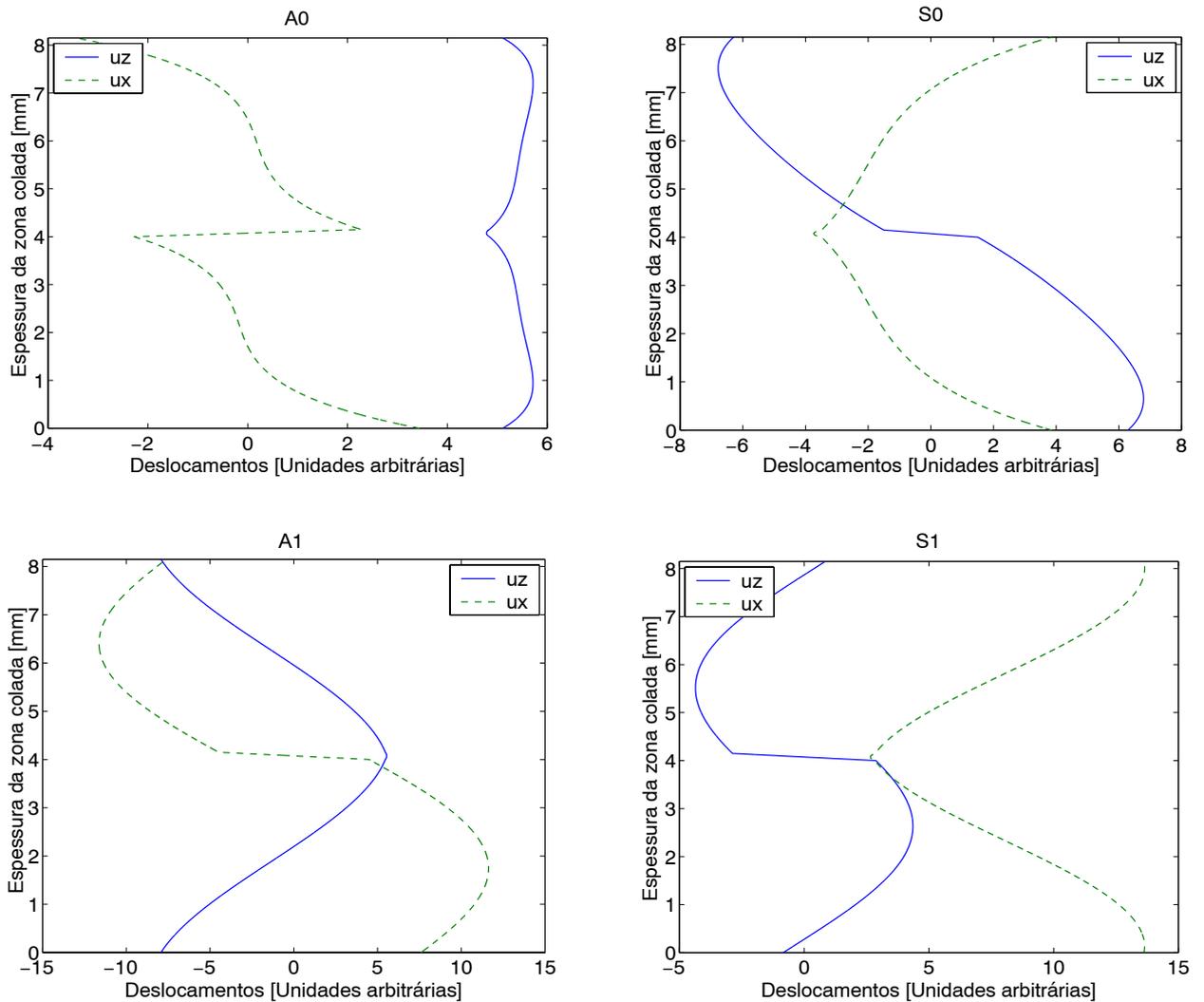


Figura 4.60 Deslocamentos dos quatro modos existentes na zona colada.

4.6.3.1 Construção das amostras

O parâmetro mais importante quando da caracterização de defeitos em colagens é, sem dúvida, a sua dimensão, por isso, vamos tentar conceber defeitos com dimensões conhecidas, de forma a estabelecer relações dessas dimensões com outras grandezas observadas.

Na primeira fase da concepção das amostras com defeitos foram efectuados alguns testes em placas de acrílico coladas em alumínio, pelo facto de poder ser feita uma inspeção visual e, posteriormente, uma confirmação através de uma imagem obtida por intermédio do sistema de C-scan acústico usado em 4.5.2.

Na figura 4.61 podemos ver uma fotografia de uma dessas colagens e a correspondente imagem C-scan. As dimensões do defeito produzido são de aproximadamente 4x7 mm. Para originar o defeito limitamo-nos a usar cola, apenas na peça de acrílico e a deixar uma pequena zona central sem cola, exercendo, depois, uma pressão uniforme sobre a peça. A concordância entre as duas

imagens é excelente, indicando que o C-scan pode ser usado na detecção de defeitos em colagens.

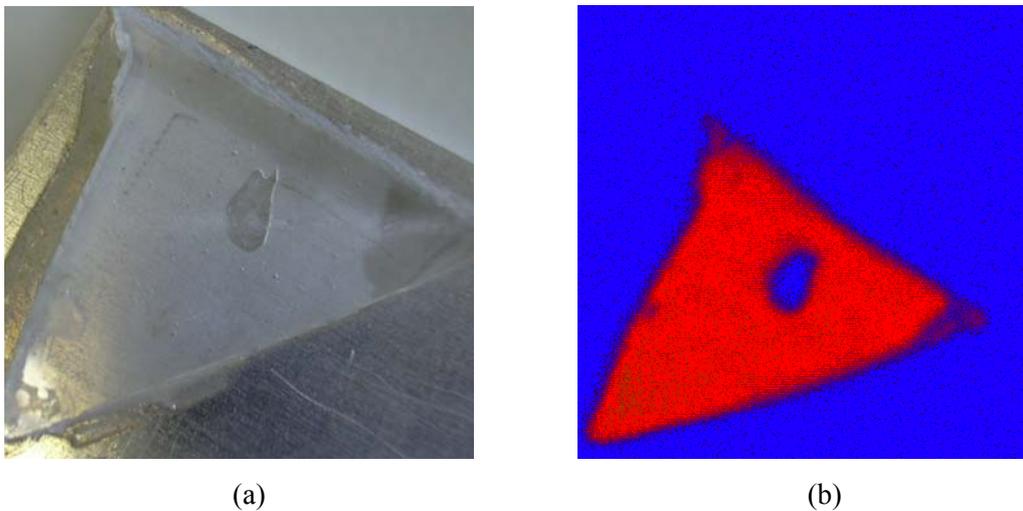


Figura 4.61 Colagem de teste em acrílico: (a) fotografia; (b) C-scan.

O próximo passo consistiu na formação de defeitos em placas de alumínio. Usando a estratégia anterior foi deixado um círculo com cerca de 3 cm de diâmetro, sem cola, em quatro amostras diferentes, sendo seguidamente exercida uma pressão uniforme de forma a obter a espessura de cola pretendida. Na figura 4.62 são apresentados detalhes das imagens C-scan para as quatro amostras, relativas à zona dos defeitos. Como se pode observar, as dimensões são bastante irregulares entre si devido à dificuldade em conseguir uma camada uniforme de cola para todas as amostras, que pelo efeito da pressão, vai dar origem às irregularidades observadas. Por esse facto, este método não pode ser usado quando se pretende conceber defeitos com dimensões conhecidas.

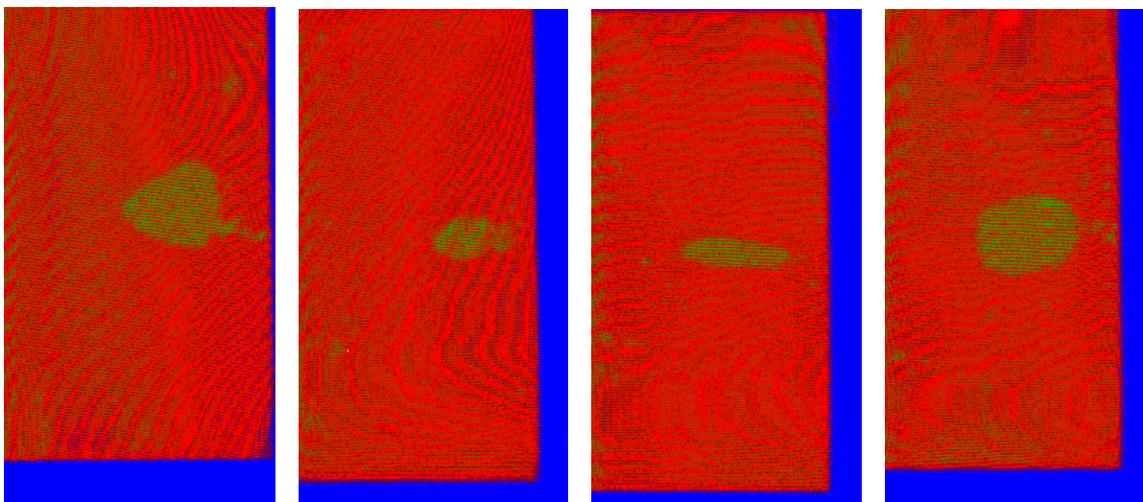


Figura 4.62 Defeitos obtidos em quatro diferentes colagens.

Um outro método de simulação de defeitos em colagens muito usado, nomeadamente quando se quer verificar a influência desses defeitos na resistência de uma colagem, utiliza uma fita adesiva colada num dos aderentes. A zona da fita funciona, na prática, como uma não colagem, ou seja, um defeito. No nosso caso como pretendemos efectuar a análise com ondas guiadas, o efeito da fita adesiva no feixe ultra-sonoro não é o mesmo do que a ausência de colagem, logo, este método é inadequado.

Uma técnica muito usada em *CNDU* consiste na comparação entre o tipo de sinal obtido do material a testar e um outro sinal obtido de um padrão. Em algumas situações, esse padrão consiste num material sem qualquer problema (colagem, soldadura, bloco, etc.) sendo, nesse caso, desejável que o sinal proveniente do material a testar seja o mais semelhante possível ao do padrão. Noutras situações, esses padrões contêm problemas, procurando o utilizador comparar as suas respostas com os eventuais problemas existentes no material a analisar. Um dos métodos mais utilizado na concepção de colagens padrão com defeitos, para posterior comparação com outras colagens a testar, consiste na preparação de uma camada de cola não curada, à qual é cortada uma área correspondente à área do defeito pretendido. Nessas áreas é inserido um outro material não adesivo, de forma a simular uma não colagem, sendo finalmente sobrepostos os aderentes (Hagemaiier, 1991). Devido às dificuldades associadas, especialmente à manipulação do adesivo semi-curado, não foi possível implementar esta técnica sendo, no entanto, também duvidoso que o efeito do material não adesivo colocado na cola fosse idêntico aos efeitos de uma não colagem, quando da análise com ondas guiadas.

Finalmente, foi usada com sucesso, uma técnica de simulação de defeitos que consiste na retirada de uma espessura de material de um dos aderentes, correspondente à espessura da cola. Seguidamente, essa zona é coberta por fita adesiva de forma a produzir uma zona de não colagem. Como a fita adesiva tem uma espessura de cerca de 25 μm , que é pequena quando comparada com a espessura da cola, a sua presença não vai alterar significativamente o comportamento do defeito simulado. Para comprovar este facto foi construído, usando este processo, um defeito com dimensões similares ao quarto defeito apresentado na figura 4.62, que é aproximadamente circular. Os resultados dos testes efectuados nestes dois defeitos foram praticamente coincidentes, no que diz respeito à sua influência num feixe de ondas guiadas, o que nos permite concluir que este método é adequado para a concepção de defeitos simulados. Na figura 4.63 é apresentada, a título de exemplo, uma imagem C-scan de um defeito produzido com 7 mm de diâmetro. A diferença de cor na zona dos defeitos, relativamente às imagens anteriores, está relacionada com alterações da sua impedância acústica provocada pela introdução da fita adesiva.

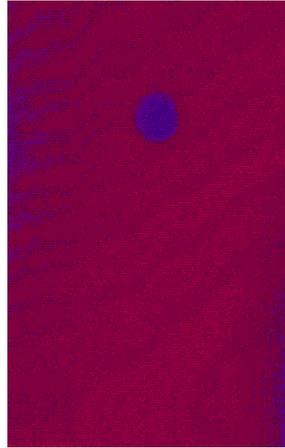


Figura 4.63 Defeito com 7 mm de diâmetro obtido com a técnica descrita.

4.6.3.2 Teste preliminar numa placa colada com um defeito

O primeiro teste foi efectuado numa colagem com um defeito com 20 mm de diâmetro. O sinal é injectado numa das placas coladas e recebido na outra do lado oposto da colagem, analogamente à secção anterior, sendo feito um varrimento ao longo de toda a sua extensão com espaçamento de 5 mm entre cada ponto. Para o primeiro e último ponto os transdutores estão encostados aos bordos da placa. Os valores de amplitude, normalizados relativamente a uma placa sem defeitos, estão apresentados na figura 4.64, em função do deslocamento dos transdutores. As variações de amplitude observadas são bastante elevadas, chegando a atingir valores superiores a 100%. Numa abordagem inicial poderíamos pensar, que estas variações estariam relacionadas com a atenuação, pois a zona da descolagem pode ser interpretada fisicamente como duas placas semi-imersas, com diferentes valores de atenuação em relação à placa colada. Essa hipótese não nos parece, no entanto, credível, pois a acontecer esses fenómenos deveriam ter uma influência sempre crescente, conforme nos afastamos ou aproximamos do centro do defeito. Na realidade, o que acontece é um decaimento da amplitude do sinal quando o feixe começa a interceptar o defeito, minimizando-se quando o centro do transdutor coincide com o bordo do defeito (3 cm). Seguidamente o valor aumenta, maximizando-se quando o centro do transdutor coincide com o centro do defeito (4.5 cm). Para a segunda metade da placa, o comportamento é, a menos de pequenas diferenças, análogo ao da primeira metade. Este comportamento tem de estar necessariamente relacionado com fenómenos de difracção das ondas guiadas ao interceptarem a zona descolada.

No início e final da placa temos, também, variações acentuadas do nível dos sinais medidos, que devem estar relacionadas com a interferência de sinais reflectidos do bordo da placa, que se devem à divergência de feixe do diagrama de radiação das ondas guiadas. Para a justificação

destes fenómenos vamos introduzir no ponto seguinte alguns conceitos relacionados com a teoria clássica da difracção (Ristic, 1983).

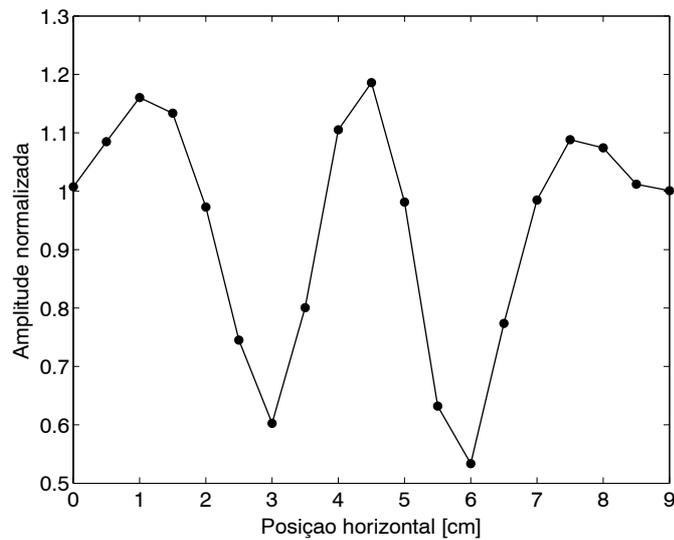


Figura 4.64 Amplitude normalizada em função da posição na colagem.

4.6.3.3 Teoria clássica da difracção

Na figura 4.65 temos uma onda acústica, plana e uniforme, a incidir num obstáculo considerado idealmente rígido, ou seja, que não permite a transmissão de energia. Todos os pontos ao longo do eixo dos yy/s considerados fontes pontuais, vão dar origem, de acordo com o princípio de *Huygens*, a novas fontes esféricas. A pressão σ no ponto B é então dada por

$$\sigma(B) = \int_{y=a}^{\infty} d\sigma, \quad (4.81)$$

onde $d\sigma$ é a pressão no ponto B devido à fonte pontual dy . Admitindo propagação harmónica é sabido que a solução para ondas esféricas é dada por

$$d\sigma = \frac{\sigma_0}{r} \exp(ik(r+q)) dy, \quad (4.82)$$

sendo, neste caso, feita uma simplificação no denominador ($r \approx r+q$), pois como r é muito maior do que q podemos admitir que apenas vai influenciar o valor da fase, o que é perfeitamente válido para a geometria do nosso problema. Substituindo (4.82) em (4.81) vamos obter

$$\sigma(B) = \sigma_0 \frac{\exp(ikr)}{r} \int_{y=a}^{\infty} \exp(ikq) dy. \quad (4.83)$$

Observando a figura 4.65 podemos estabelecer a seguinte relação

$$(r+q)^2 = r^2 + y^2, \quad (4.84)$$

considerando a relação entre r e q mencionada anteriormente vamos ter, após algumas simplificações

$$q = \frac{y^2}{2r}. \quad (4.85)$$

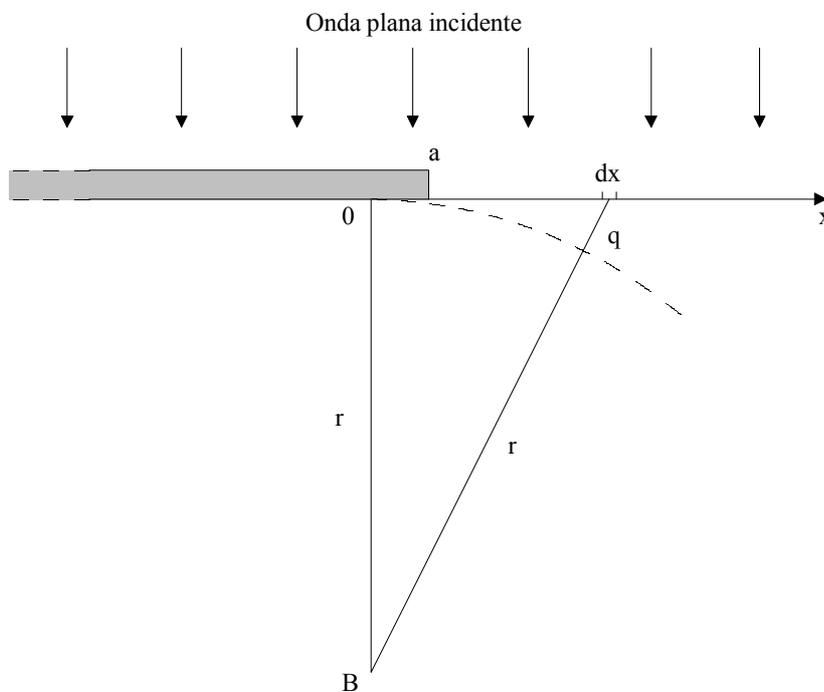


Figura 4.65 Onda plana incidente num obstáculo com comprimento $(-\infty, a)$.

Vamos agora considerar uma mudança de variável dada por $u=my$, com $m^2=2/(r\lambda)$, onde λ é o comprimento de onda. A variável de integração é agora u , dando origem a que $dy=du/m$, passando o limite de integração inferior para ma . Substituindo em (4.83) vamos obter

$$\sigma(B) = \frac{\sigma_0 \exp(ikr)}{mr} \int_{y=ma}^{\infty} \exp\left(\frac{i\pi u^2}{2}\right) du, \quad (4.86)$$

que contém o integral complexo de *Fresnel*, que vamos designar por \tilde{Z} (Tuma, 1987). Este integral pode ser decomposto como

$$\tilde{Z}(u) = C(u) + iS(u), \quad (4.87)$$

onde $C(u)$ e $S(u)$ são os *cos* e *sin* integrais de *Fresnel*, provenientes da decomposição da exponencial complexa, definidos como

$$\begin{aligned} C(u) &= \int_0^u \cos\left(\frac{\pi \alpha^2}{2}\right) d\alpha, \\ S(u) &= \int_0^u \sin\left(\frac{\pi \alpha^2}{2}\right) d\alpha. \end{aligned} \quad (4.88)$$

O integral da expressão (4.86) é então dado por

$$\left[\tilde{Z}(\infty) - \tilde{Z}(ma)\right] = C(\infty) - C(ma) + i[S(\infty) - S(ma)]. \quad (4.89)$$

Como $C(\infty)=S(\infty)=0.5$ (Tuma, 1987) a expressão (4.86) é dada por

$$\sigma(B) = \frac{\sigma_0 \exp(ikr)}{mr} [0.5 - C(ma) + i(0.5 - S(ma))]. \quad (4.90)$$

A intensidade de radiação é dada pela parte real do vector de Poynting, que traduz a potência média radiada através de uma determinada superfície e relaciona-se com a pressão de uma forma quadrática (Krautkramer, 1990)

$$I = \frac{\sigma \sigma^*}{2Z}, \quad (4.91)$$

onde σ^* representa o conjugado da pressão e Z a impedância acústica do meio. Usando a expressão (4.90) a intensidade é dada por

$$I = \frac{I_0}{2} \left[(0.5 - C(ma))^2 + (0.5 - S(ma))^2 \right], \quad (4.92)$$

onde I_0 é uma constante dada por $\sigma_0^2 A / (2Zr)$.

Na figura 4.66 está representado um exemplo do comportamento da intensidade de radiação no ponto B , normalizada em relação a I_0 , em função do deslocamento do extremo do obstáculo

definido pelo ponto a . Neste caso a onda tem uma velocidade de propagação de 5100 m/s e frequência de 400 kHz. A distância r do ponto B ao obstáculo é de 20 cm. Quando o obstáculo se desloca para a direita, a intensidade de radiação no ponto B vai decrescendo gradualmente, pois vamos entrar na chamada *zona de sombra*. Quando o deslocamento é no sentido oposto vamos obter oscilações na intensidade da onda observada no ponto B, provocadas pelos fenómenos de difracção, tendendo para o valor unitário, quando o obstáculo se afasta até $-\infty$. Se estes fenómenos não fossem considerados, no intervalo $]-\infty, 0]$, a intensidade seria unitária e no intervalo $[0, +\infty[$ seria nula.

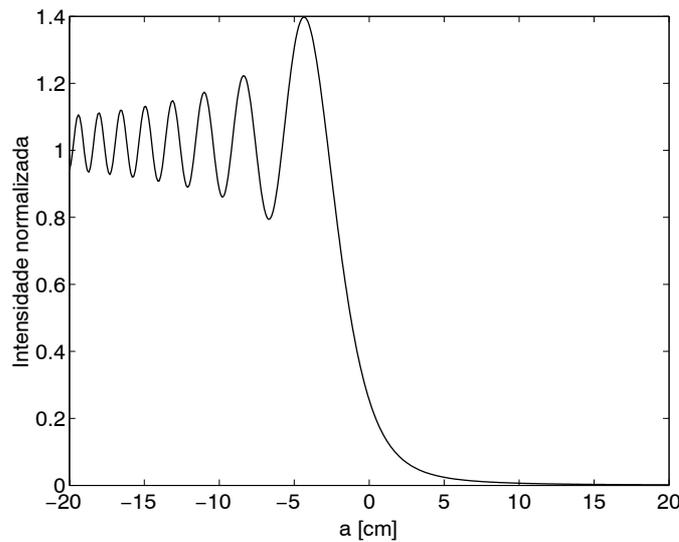


Figura 4.66 Intensidade da onda difractada em função do deslocamento do obstáculo.

4.6.3.4 Influência do bordo das placas

Para analisar, com mais detalhe, a influência do bordo das placas nas amplitudes dos sinais recolhidos foi efectuado um teste experimental numa placa isolada com dimensões laterais superiores às de uma colagem, de forma que haja garantia que o bordo oposto não interfere nas medidas. Partindo do ponto inicial, que coincide com início da intersecção do feixe com a placa, deslocaram-se os transdutores com passo de 1 mm até a um ponto onde apenas existe o efeito da incidência directa do feixe. O resultado normalizado em relação ao valor de amplitude devido a incidência directa pode ver-se na figura 4.67. Desde o início da intersecção do feixe com a placa até à sua completa intersecção, que corresponde a uma posição horizontal de 25 mm, existe um aumento gradual da amplitude do sinal, que é justificável pelo aumento da secção de transmissão. A partir desse valor observa-se uma flutuação do sinal recebido, pois passamos a ter um sinal directo sobreposto a um outro sinal reflectido no bordo, provocado pela divergência do

feixe das ondas guiadas. Como a distância ao bordo vai variar, a fase correspondente do sinal também varia surgindo, assim, as oscilações observadas. Para uma distância superior a 66 mm esse efeito deixa de ser visível.

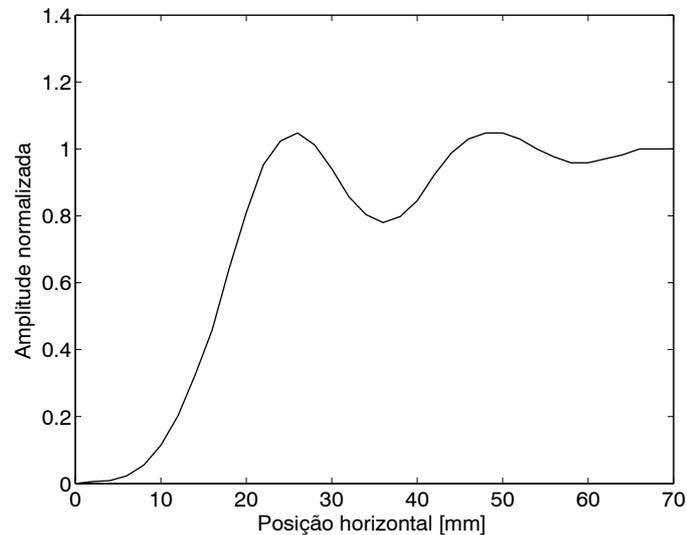


Figura 4.67 Efeito do bordo da placa na amplitude do sinal medido (medidas experimentais).

A evolução da parte inicial da curva da figura 4.67 pode ser justificada pelo formato circular dos transdutores, pois a área resultante da sua intersecção com a placa não é uma função linear com o deslocamento, necessitando de ser calculada para afectação do valor da intensidade recolhida, admitindo que a pressão emitida e recolhida variam, linearmente, com a área dos transdutores.

A expressão da área de um segmento de círculo é dada por (Tuma, 1987)

$$A = \frac{h}{6s}(3h^2 + 4s^2), \quad (4.93)$$

estando as grandezas h e s apresentadas na figura 4.68 relacionadas com o raio r da seguinte forma

$$r = \frac{h}{2} + \frac{s^2}{8h}. \quad (4.94)$$

Como temos um transdutor emissor e outro receptor, a evolução da área de intersecção vai dar origem a um factor quadrático. Na figura 4.69 temos a sua comparação com os valores experimentais, sendo muito boa a concordância obtida. As pequenas discrepâncias observadas, especialmente na parte final do traçado, estão relacionadas com os efeitos de difracção do feixe, que originam uma onda reflectida no bordo, que por sua vez interfere com a onda directa.

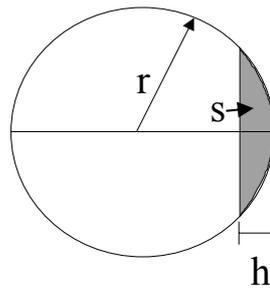


Figura 4.68 Segmento de um círculo com raio r .

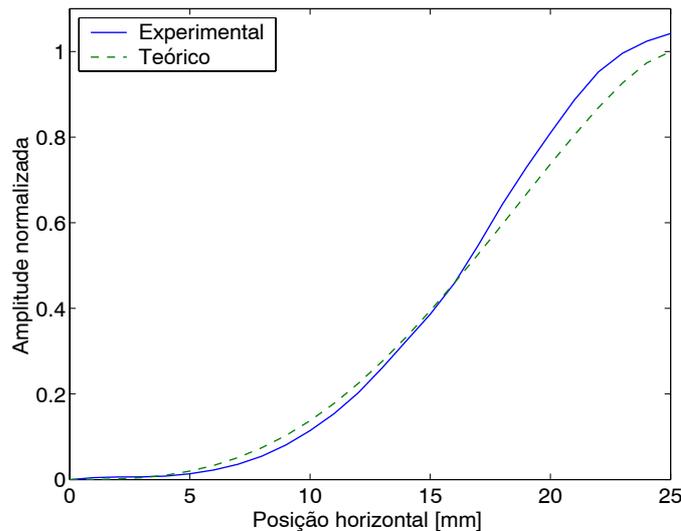


Figura 4.69 Intensidade normalizada em função da penetração do feixe na placa.

Quando passa a existir total intersecção do feixe com a placa, a onda reflectida no bordo está relacionada com o comportamento do diagrama de radiação do transdutor. Devido às suas dimensões finitas, os transdutores vão ter um diagrama de radiação que rege o comportamento da pressão em função do ângulo medido em relação ao seu eixo. Em 4.2.3 foi analisada essa situação, no plano que contém o eixo do transdutor e é perpendicular à placa onde se pretendem gerar as ondas guiadas. Se a análise for feita num plano que contém o eixo do transdutor e que, por sua vez, faz um ângulo com a placa igual ao ângulo de incidência do transdutor podemos analisar a divergência das ondas guiadas na placa.

A verificação experimental do diagrama de radiação foi efectuada para uma placa isolada com dimensões superiores às placas coladas. Usando o transdutor emissor numa posição fixa, o receptor rodou desde 0° a 90° com um passo de 5° , sendo registados os respectivos valores da amplitude. O resultado, em conjunto com o traçado teórico obtido por (4.27), está representado na figura 4.70. A concordância dos dois traçados é muito boa, havendo apenas pequenas

diferenças em relação aos lobos secundários, podendo a expressão (4.27) ser usada, de uma forma geral, para descrever a evolução do diagrama de radiação de ondas guiadas.

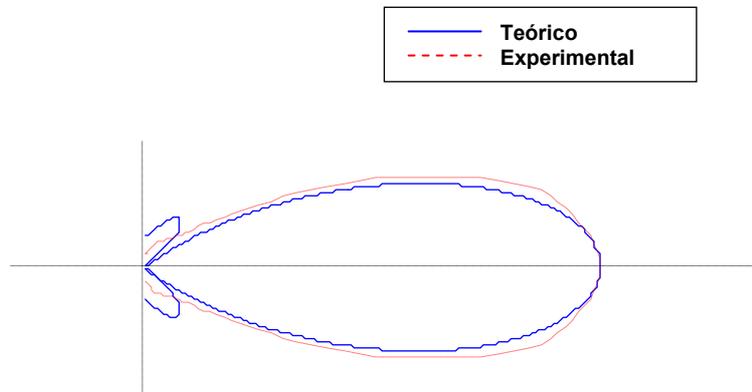


Figura 4.70 Traçado teórico e experimental do diagrama de radiação das ondas guiadas.

O sinal recebido (figura 4.67) é então resultante da onda directa, adicionada à onda reflectida no bordo, que é determinada pelos diversos contributos relativos do feixe, multiplicados pelo valor do diagrama de radiação ao quadrado, pois tanto o emissor como o receptor têm o mesmo diagrama de radiação.

Em resumo, o cálculo teórico exacto da evolução da curva na figura 4.67 pode revelar-se um processo algo complexo, que sai do âmbito deste nosso trabalho.

4.6.3.5 Análise de defeitos simulados

Como vimos anteriormente, os fenómenos de propagação das ondas guiadas numa colagem, podem ser descritos usando uma modelação multicamada. Para as dimensões das placas consideradas vão coexistir na zona colada vários modos de propagação que, ao encontrarem discontinuidades no seu trajecto, dão origem a processos complexos de difracção. Neste ponto vamos usar um modelo simplificado para tentar justificar o comportamento das ondas guiadas.

Antes da efectuar a análise dos defeitos nas colagens, optámos por testar o modelo de difracção apresentado em 4.6.3.3 em geometrias mais simples. Para isso, foram usadas placas isoladas, contendo buracos com diferentes dimensões da mesma ordem de grandeza dos defeitos simulados. Os resultados experimentais normalizados, obtidos para incrementos de 5 mm no deslocamento dos transdutores estão representados na figura 4.71. Os pontos iniciais e finais dos traçados são recolhidos, quando a face exterior dos transdutores coincide com o bordo da placa,

sendo visíveis os efeitos de difracção. Como o diâmetro do transdutor é de cerca de 3 cm (2.5 cm do cristal e 0.5 cm do encapsulamento) ficamos com um deslocamento útil de 9.5 cm. A zona de interesse, onde não se verifica influência dos bordos situa-se entre 3 e 6.5 cm. Nesta zona, para o buraco com diâmetro mais pequeno (0.5 cm), praticamente não existem perturbações na amplitude do sinal, o que é justificado pelo facto da sua dimensão ser aproximadamente igual a metade do comprimento de onda, tornando-o indetectável.

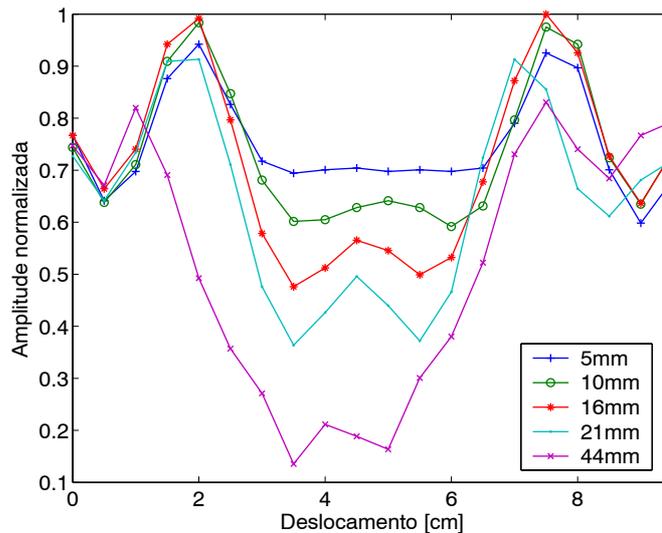


Figura 4.71 Valores experimentais da amplitude normalizada em função do deslocamento dos transdutores para placas com buracos de diferentes diâmetros.

Para as restantes dimensões dos buracos verifica-se uma diminuição da amplitude do sinal com o aumento do diâmetro, o que é perfeitamente compreensível, pois a zona de *sombra*, onde não existe transmissão directa, vai também aumentar. No entanto, se fosse esse o único fenómeno existente, teríamos para cada uma das curvas um decaimento, quando o feixe começa a intersectar o buraco, seguido de um aumento da amplitude, quando a secção do feixe obstruída pelo buraco diminui. Na realidade, para cada um dos diâmetros analisados verifica-se a existência de um máximo local, quando os transdutores estão alinhados com os buracos, analogamente ao verificado na colagem inspeccionada em 4.6.3.2, apesar de agora a amplitude relativa ser muito inferior. Vamos então verificar se o modelo clássico de difracção pode explicar este comportamento.

Vamos considerar algumas simplificações, nomeadamente que o campo radiado pelo transdutor emissor é uniforme e que o obstáculo é plano com largura igual ao diâmetro do buraco. Nestas circunstâncias, quando deslocamos os transdutores para que o feixe comece a interceptar um buraco, dá-se um fenómeno análogo ao deslocamento para a esquerda do obstáculo representado

na figura 4.65. O feixe da onda incidente tem agora largura definida, que vai diminuindo com o deslocamento dos transdutores, até eventualmente se anular, caso o buraco tenha um diâmetro superior ao do feixe. Se o buraco tiver um diâmetro inferior ao feixe, com o deslocamento lateral passamos a ter, a dada altura, um feixe que diminui de largura e por sua vez um outro do lado oposto cuja largura vai aumentando.

Para determinar os efeitos destes feixes com largura variável vamos considerar a figura 4.72. Se admitirmos que o feixe tem uma largura d e está centrado em $y=0$, os limites de integração em (4.86) passam agora a ser dados por $md/2$ e $-md/2$. Considerando que os obstáculos estão agora fixos e o ponto de observação B se move paralelamente a y , $I(d)$ representa uma família de curvas de intensidade de radiação para os diferentes valores de d , dada por

$$I(d) = \frac{I_0}{2} \left\{ \left[C\left(m\left(y + \frac{d}{2}\right)\right) - C\left(m\left(y - \frac{d}{2}\right)\right) \right]^2 + \left[S\left(m\left(y + \frac{d}{2}\right)\right) - S\left(m\left(y - \frac{d}{2}\right)\right) \right]^2 \right\}. \quad (4.95)$$

Na figura 4.73 temos a sua representação em função do deslocamento horizontal, para uma onda com os mesmos parâmetros da figura 4.66 e para três diferentes valores de d .

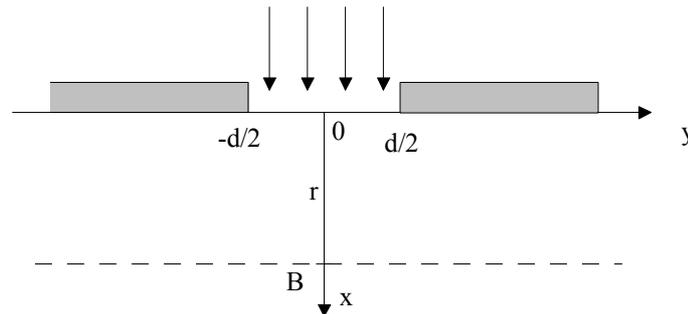


Figura 4.72 Onda plana com largura definida.

Para a determinação da intensidade que é, efectivamente, recolhida pelo transdutor receptor temos, então, de fazer a integração da função $I(d)$, obtida para cada valor de d , ao longo da sua largura, tendo em atenção o que mencionámos anteriormente. Quando o diâmetro do buraco é inferior à largura de feixe temos um contributo para a intensidade total que vai diminuindo com o deslocamento e um outro que vai surgir do lado oposto do defeito, que vai aumentando com esse deslocamento. Na figura 4.74 estão representados os valores normalizados obtidos para um defeito com 20 mm de diâmetro, depois de extraída a sua raiz quadrada, de forma a existir coerência com os valores experimentais (admite-se que a pressão é directamente proporcional à amplitude medida). Em conjunto com essa curva temos representada uma outra obtida admitindo

a não existência de efeitos de difracção, ou seja, a pressão recebida depende apenas da incidência directa e é proporcional à secção irradiada. Como podemos observar, os valores obtidos quando comparados com os valores experimentais da figura 4.71 demonstram que este modelo de difracção não é adequado para a geometria deste problema. Apesar de, relativamente à zona de decaimento, a concordância ser melhor do que para o modelo sem difracção (decaimento de cerca de 50 % para um deslocamento de cerca de 1 cm) continuamos sem explicação para o seu aumento na zona central. Para os outros buracos o comportamento é similar.

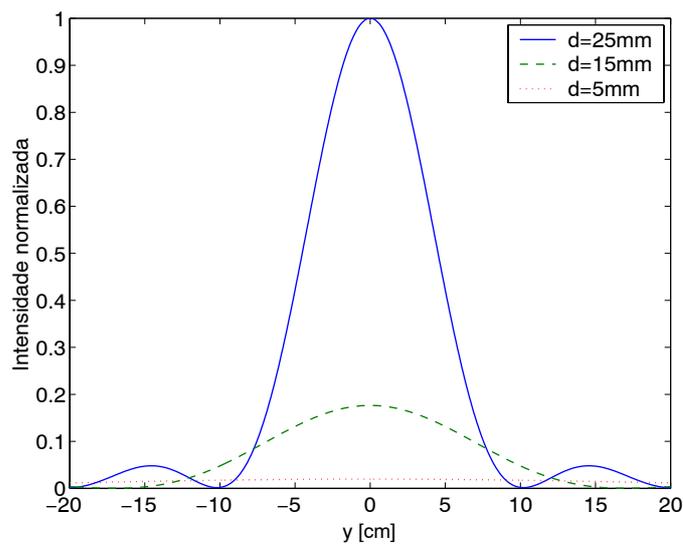


Figura 4.73 Intensidade de radiação em função do deslocamento horizontal para diferentes larguras de feixe.

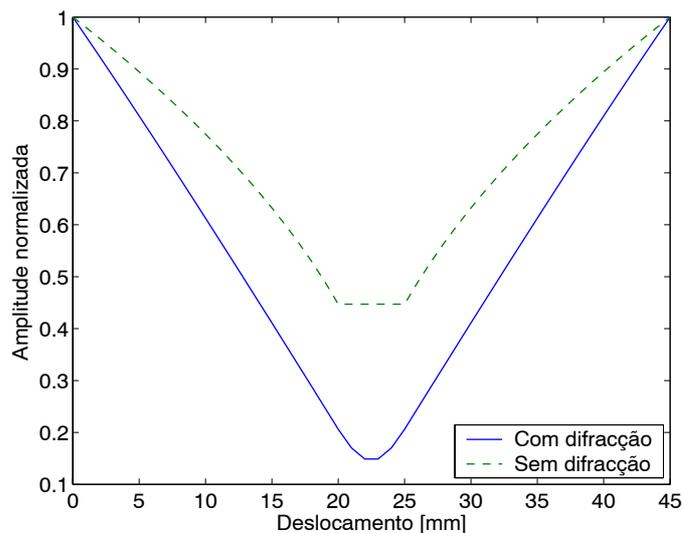


Figura 4.74 Valores normalizados de pressão acústica em função dos deslocamento para um buraco com 20 mm de diâmetro usando modelos com e sem difracção.

Atendendo ao exposto, tudo leva a crer, que o aumento da amplitude quando os transdutores estão perfeitamente alinhados com os buracos, tem de estar relacionado com o seu formato circular, não podendo ser feita a simplificação anterior, que os transforma num obstáculo plano.

O tratamento deste tipo de problemas em que as fontes de difracção têm formatos conhecidos tem sido feito por vários autores (Graff, 1975 e Malecki, 1993). Basicamente, o obstáculo pode ser visto como uma fonte de uma *onda de perturbação*, que vai ser sobreposta ao campo existente, ou seja, ao campo que existiria caso o obstáculo não estivesse presente. A perturbação vai depender do campo incidente e das condições fronteiras na superfície do obstáculo.

Mais recentemente foram desenvolvidos modelos para a análise da difracção de ondas guiadas provocada por buracos em placas (Fromme, 2002) ou por descontinuidades cilíndricas (Shinger, 1995 e Norris, 1995). Qualquer um dos modelos utilizados nestas abordagens é bastante complexo, pois tem em consideração as componentes longitudinal e transversal das ondas guiadas e a sua interligação.

No nosso caso vamos usar um modelo simplificado em que consideramos as ondas guiadas como ondas planas a propagarem-se no plano da placa (xy).

Partindo da expressão do potencial da onda incidente no obstáculo dado por

$$\Phi_1 = \Phi_{1\max} \exp(i(\omega t - kx)), \quad (4.96)$$

e usando por conveniência coordenadas polares r e θ , conforme ilustrado na figura 4.75 vamos obter

$$\Phi_1 = \Phi_{1\max} \exp(i(\omega t - kr \cos \theta)). \quad (4.97)$$

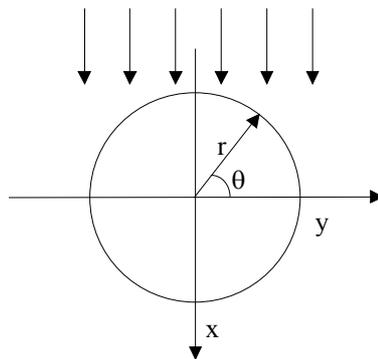


Figura 4.75 Geometria do problema usando coordenadas polares.

De forma a comparar as condições fronteiras, a exponencial que rege o comportamento da onda plana pode ser expandida numa série de Fourier de ordem m (Malecki, 1993)

$$\exp(-ikr \cos \theta) = \sum_{m=0}^{\infty} C_m \cos m\theta, \quad (4.98)$$

com

$$C_m = \frac{\varepsilon}{2\pi} \int_0^{2\pi} \exp(-ikr \cos \theta) \cos m\theta d\theta, \quad (4.99)$$

onde $\varepsilon=1$ para $m=0$, e $\varepsilon=2$ para $m=1,2,3,\dots$

Os coeficientes C_m são dados pelas funções de *Bessel* de ordem m , ou seja, ignorando o termo relativo ao seu carácter harmónico, o potencial da onda incidente é dado por

$$\Phi_1 = \Phi_{1\max} \sum_{m=0}^{\infty} \varepsilon (-i)^m J_m(kr) \cos m\theta. \quad (4.100)$$

Para a determinação do potencial da onda de dispersão vamos admitir, por conveniência, e atendendo à nossa geometria, que temos uma onda cilíndrica cuja fonte está situada no centro do buraco. É como se o nosso obstáculo fosse um cilindro com altura infinita, situado perpendicularmente ao plano de propagação.

A onda cilíndrica caracteriza-se pelo facto de as suas fontes serem *quasi-pontuais* e idênticas, distribuídas ao longo de uma linha. Ao longo dessa linha é então produzida uma onda com comportamento que é função de θ e não depende de z . A forma de tal onda cilíndrica pode ser encontrada em várias publicações, sendo o seu potencial dado por

$$\Phi_d = \Phi_{1\max} \sum_{m=0}^{\infty} A_m H_m^{(2)}(kr) \cos m\theta, \quad (4.101)$$

onde $H_m^{(2)}$ é uma função de *Hankel* de segunda espécie e de ordem m , e A_m são constantes a determinar pelas condições fronteiras.

No bordo do buraco em que $r=a$, sendo a o seu raio, as condições fronteiras dizem-nos que os deslocamentos radiais devido à onda incidente e difractada têm de ser idênticos, ou seja

$$\frac{\partial}{\partial r} \Phi_1 = \frac{\partial}{\partial r} \Phi_d, \quad (4.102)$$

que dá origem a

$$\Phi_{1\max} \sum_{m=0}^{\infty} \left[\varepsilon(-i)^m \frac{\partial}{\partial r} J_m(ka) - A_m \frac{\partial}{\partial r} H_m^{(2)}(ka) \right] \cos m\theta = 0. \quad (4.103)$$

As constantes A_m são então dadas por

$$A_m = \frac{\varepsilon(-i)^m \frac{\partial}{\partial r} J_m(ka)}{A_m \frac{\partial}{\partial r} H_m^{(2)}(ka)}. \quad (4.104)$$

Para determinar as derivadas na expressão anterior temos de recorrer às seguintes relações (Tuma, 1987)

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial z} [J_m(z)] &= \frac{1}{2} [J_{m-1}(z) - J_{m+1}(z)], \\ \frac{\partial}{\partial z} [H_m^{(2)}(z)] &= \frac{1}{2} [H_{m-1}^{(2)}(z) - H_{m+1}^{(2)}(z)], \\ \frac{\partial}{\partial z} [J_0(z)] &= -J_1(z), \\ \frac{\partial}{\partial z} [H_0^{(2)}(z)] &= -H_1^{(2)}(z), \end{aligned} \quad (4.105)$$

o que nos conduz às expressões finais das constantes A_m

$$A_0 = \frac{J_1(ka)}{H_1^{(2)}(ka)}, \quad (4.106)$$

$$A_m = 2(-i)^m \frac{J_{m+1}(ka) - J_{m-1}(ka)}{H_{m+1}^{(2)}(ka) - H_{m-1}^{(2)}(ka)}. \quad (4.107)$$

O potencial referente ao campo difractado é então dado de uma forma explícita por

$$\Phi_d = \Phi_{1\max} \left[\frac{J_1(ka)}{H_1^{(2)}(ka)} H_0^{(2)}(kr) + \sum_{m=1}^{\infty} 2(-i)^m \frac{J_{m+1}(ka) - J_{m-1}(ka)}{H_{m+1}^{(2)}(ka) - H_{m-1}^{(2)}(ka)} H_m^{(2)}(kr) \right] \cos m\theta. \quad (4.108)$$

Na expressão anterior foram apenas considerados os termos até $m=30$, pois verificou-se numericamente que os termos de ordem superior não influenciavam o resultado final. Admitindo que o campo incide nos buracos da esquerda para a direita temos na figura 4.76 a representação dos diagramas de difracção para as dimensões indicadas, obtidos pela expressão (4.108), para o modo S0 ($k=\omega/V=2.\pi.410.10^3/5100=505 \text{ m}^{-1}$). O diagrama respeitante ao buraco com diâmetro

de 44 mm não está representado, porque as suas dimensões são superiores à largura do feixe. Por comodidade $\Phi_{I_{max}}$ é considerado unitário. Em todas as situações o seu máximo é dado para $\theta=0^\circ$, ou seja, numa direcção paralela ao campo incidente, sendo esse valor crescente com a dimensão dos buracos.

Para determinar o campo designado por Φ_r , recolhido pelo receptor para os vários valores de a , vamos considerar que quando não existe nenhum obstáculo, o campo recebido é dado apenas por Φ_I , que multiplica pelo diâmetro do transdutor. Quando o feixe começa a ser interceptado pelos buracos o campo recebido reduz-se na razão directa da largura do feixe interceptado, começando então a ser somado Φ_d , que atinge um valor máximo para $\theta=0^\circ$, ou seja, quando os transdutores estão alinhados com o buraco. É precisamente para esse valor que existe interesse prático na sua análise quantitativa.

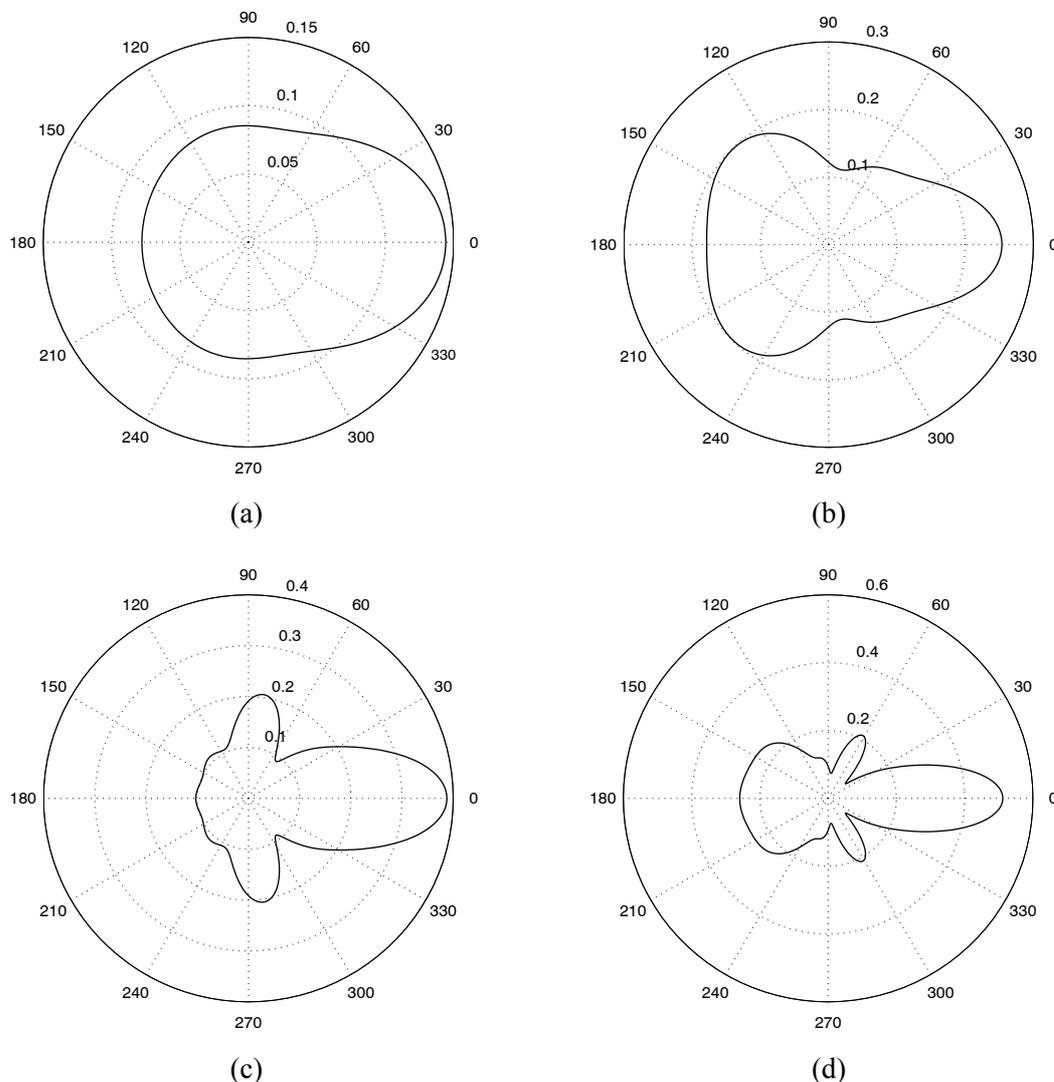


Figura 4.76 Diagramas de difracção de buracos com diferentes diâmetros: (a) 5 mm; (b) 10 mm; (c) 16 mm; (d) 21 mm.

Genericamente no receptor temos

$$\Phi_r = \int_{l_1} \Phi_1 dl + \int_D \Phi_d dl, \quad (4.109)$$

em que l_1 é secção do feixe não obstruído pelo buraco e D o diâmetro do transdutor. Como o transdutor receptor, que tem um diâmetro de 2.5 cm, está situado a 14 cm do centro dos buracos (origem do nosso referencial), quando os transdutores estão alinhados com os buracos, o ângulo que o extremo do transdutor faz com a origem é de cerca de 5.1° ($\theta_1 = \arctan(1.25/14)$). Como se verificou que para este ângulo nos diagramas de difracção, não existiam variações significativas, relativamente ao valor máximo considerou-se como aproximação, que o campo difractado é constante ao longo da superfície do transdutor receptor, ou seja, a expressão (4.109) pode ser simplificada considerando os dois campos constantes, sendo dada por

$$\Phi_r = \Phi_1 l_1 + \Phi_d D. \quad (4.110)$$

Na figura 4.77 temos representados os valores teóricos obtidos por (4.110) e os valores experimentais já apresentados anteriormente na figura 4.71, para a situação em que os transdutores estão alinhados com os buracos, em função da variação dos seus diâmetros. Foi efectuada uma normalização relativamente aos seus valores máximos.

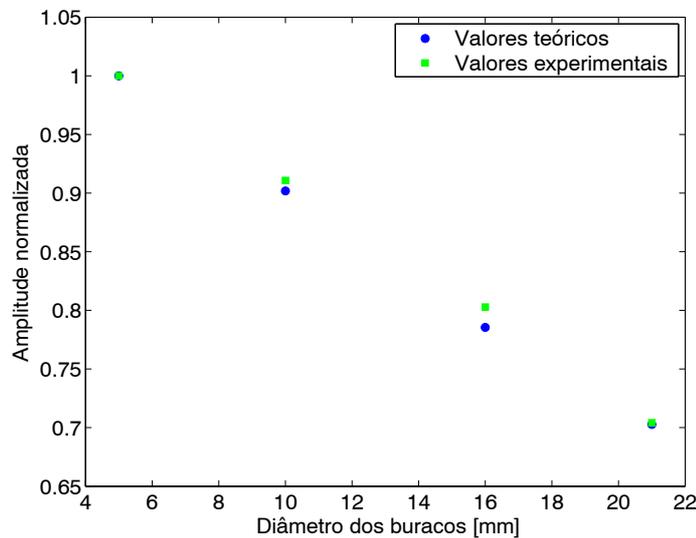


Figura 4.77 Valores teóricos e experimentais das amplitudes normalizadas, obtidas com os transdutores alinhados com buracos.

Como podemos ver, a concordância entre valores teóricos e experimentais é muito boa, sendo possível afirmar, apesar das simplificações efectuadas, nomeadamente considerando a onda

guiada como uma onda plana, que este modelo é adequado para análise quantitativa das dimensões de buracos circulares em placas.

Vamos então verificar se este modelo utilizado na propagação em placas com buracos pode ser usado na análise de defeitos em colagens. Através do método descrito em 4.6.3.1 foram concebidos defeitos circulares com 3, 7, 10, 12 e 20 mm de diâmetro. Estas dimensões são da ordem de grandeza dos defeitos reais em colagens, para além de serem inferiores ao diâmetro do feixe, o que garante a aplicabilidade do modelo de difracção. Os resultados experimentais, normalizados em relação ao valor central do menor defeito, obtidos como anteriormente, em função do deslocamento dos transdutores, estão apresentados na figura 4.78. Neste caso foram ignorados os pontos que sofrem influência dos bordos da placa. Podemos verificar para o ponto central (transdutores alinhados com o defeito), que existe um aumento da amplitude com o aumento da dimensão dos defeitos. Este fenómeno é análogo ao verificado para o campo difractado nos buracos, com a diferença que agora na zona do defeito, a onda directa se divide e continua a propagar-se nas duas placas descoladas, enquanto que para os buracos era interrompida.

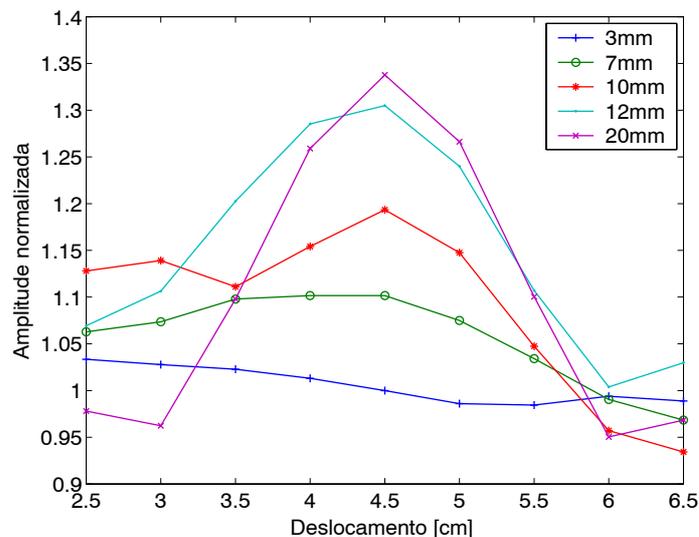


Figura 4.78 Valores experimentais da amplitude normalizada em função do deslocamento dos transdutores para placas coladas com defeitos de diferentes diâmetros.

Como vimos em 4.6.2, o modo dominante na colagem é S1. Quando temos uma zona descolada, em termos da propagação das ondas guiadas, esta equivale a duas placas semelhantes, semi-imersas, com características idênticas a uma placa isolada. Atendendo às suas dimensões e à frequência usada, os únicos modos admissíveis são A0 e S0, ou seja, nessa zona o modo S1 vai dar origem por conversão de modos a A0 e S0. A figura 4.79 ilustra essa situação.

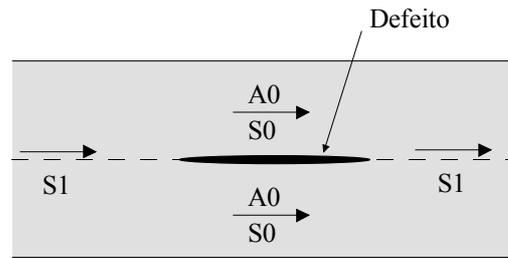


Figura 4.79 Modos de propagação dominantes na zona colada com e sem defeitos.

Enquanto que a atenuação de S1 é praticamente desprezável, para A0 e S0 os valores são substancialmente mais elevados.

Do ponto de vista prático, quando pretendemos determinar as dimensões de um defeito na colagem temos que entrar em consideração com os efeitos de difracção de S1, e com a atenuação adicional de A0 e S0 para o seu ponto central (valores máximos da figura 4.78).

Para determinar os efeitos de difracção vamos admitir como aproximação, que a zona de descolagem ocupa toda a espessura da colagem, ou seja, a colagem é reduzida a uma estrutura simplificada a duas dimensões, análoga à geometria representada na figura 4.75.

O efeito da atenuação adicional provocada por A0 e S0 na zona descolada é contabilizado, admitindo que o factor de conversão é idêntico para ambos os modos, logo é dado pela média das suas atenuações. A atenuação de A0 e S0, obtida usando o método apresentado em 4.3.2, é de 6.5 e 20.8 Np/m, respectivamente, dando origem a uma atenuação média de 13.65 Np/m, que para os 6 cm de comprimento da nossa colagem representa uma atenuação de 0.819 Np. Para cada defeito temos então que aplicar à onda directa um factor de redução (ξ), dado pela relação entre a área de descolagem e a área total do feixe, que multiplica pela atenuação. A expressão (4.110) toma então agora a seguinte forma

$$\Phi_r = (\Phi_1 \xi + \Phi_d) D, \quad (4.111)$$

pois, neste caso, tanto a onda directa como a difractada são totalmente captadas pelo receptor. Os resultados teóricos e experimentais normalizados em relação ao defeito de 3 mm, obtidos para o centro dos defeitos, estão representados na figura 4.80.

Qualitativamente existe uma coerência razoável entre os valores teóricos e experimentais. As discrepâncias são inferiores a 10% e podem ser atribuídas, principalmente ao facto, de no modelo usado, considerarmos que a perturbação do campo é provocada por um obstáculo que ocupa toda a secção de propagação e também por não termos a garantia que a conversão de modos nos defeitos seja da mesma ordem de grandeza para A0 e S0. Outros factores, como por

exemplo, pequenas alterações na geometria do defeito pretendido durante o processo de concepção podem, também, estar na origem das discrepâncias analisadas. Apesar de tudo, podemos dizer que o modelo em causa pode ser usado quando se pretende uma estimativa das dimensões de defeitos em colagens.

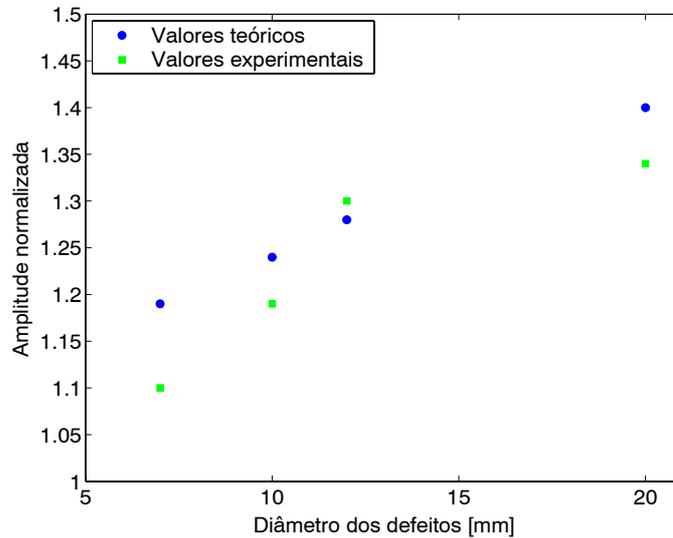


Figura 4.80 Valores teóricos e experimentais das amplitudes normalizadas, obtidas com os transdutores alinhados com os defeitos.

Analisando novamente a figura 4.78 verifica-se, como dissemos, um aumento gradual da amplitude com a dimensão do defeito, quando este está alinhado com os transdutores. Quando o feixe das ondas guiadas está a interceptar parcialmente o defeito, de uma forma geral, os valores observados de amplitude diminuem com o aumento da dimensão do defeito. Nesta zona da colagem os fenómenos de difracção não podem ser analisados com o modelo apresentado, pois o obstáculo não está completamente imerso no campo incidente. Foi então estabelecida uma relação empírica, usando o valor máximo obtido para o centro dos defeitos (A_{max}) e os valores mínimos obtidos na situação de intersecção parcial (A_{min1} e A_{min2}). Estes valores mínimos, deveriam, teoricamente, ser iguais, no entanto, devido a eventuais problemas de paralelismo nas placas ou falta de simetria nos defeitos verificaram-se algumas disparidades entre eles. Para minimizar os eventuais erros experimentais foi usado o seu valor médio. O parâmetro designado por Δ_a , é então dado pela expressão

$$\Delta_a = \frac{A_{max}}{(A_{min1} + A_{min2})/2} \quad (4.112)$$

Considerando também um defeito com diâmetro de 30 mm foi estabelecida a relação entre o parâmetro anterior Δ_a e o diâmetro dos defeitos, que está representada na figura 4.81.

A correlação verificada é excelente, o que nos indica que o parâmetro Δ_a pode servir para determinação da dimensão de defeitos circulares em colagens, com elevado grau de precisão. Obviamente que para outras configurações, nomeadamente com placas de diferente espessura, esta correlação terá de ser validada devido ao seu carácter empírico.

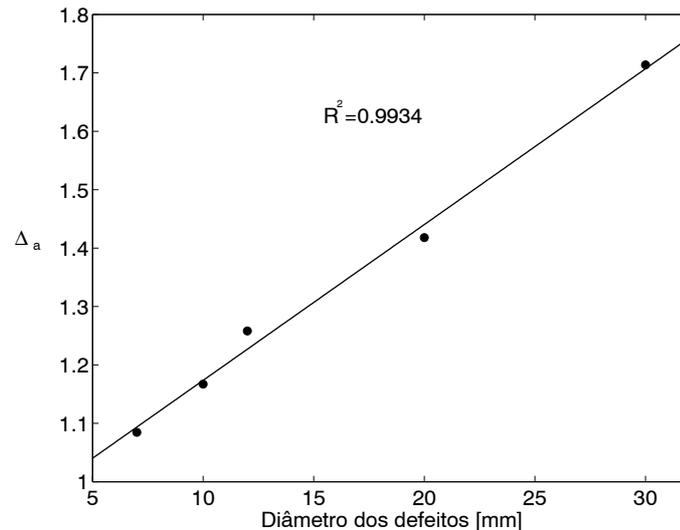


Figura 4.81 Parâmetro Δ_a em função do diâmetro dos defeitos.

4.6.3.6 Ensaios destrutivos

Para efectuar os ensaios destrutivos das placas coladas foi necessário proceder ao seu corte, para que a sua largura não ultrapassasse 5 cm, por limitações físicas das amarras disponíveis na máquina de tracção utilizada. Os valores da tensão de rotura para as colagens com os diferentes diâmetros de defeitos estão representados na figura 4.82. Os resultados obtidos foram algo diferentes do que inicialmente poderíamos supor. Aparentemente não existe relação directa entre a área do defeito e a tensão de rotura. Os valores obtidos são todos da mesma ordem de grandeza, apesar de termos para o defeito mais pequeno uma relação entre a área do defeito e a área total da colagem de cerca de 0.2 %, e para o defeito maior 41.8%. Este facto tem, então, que estar relacionado com uma distribuição não uniforme das tensões ao longo das colagens e, por conseguinte, a zona dos defeitos deve corresponder a tensões mínimas, quando dos testes de rotura.

Neste tipo de junta colada, segundo a norma ASTM D 1002 (ASTM, 1996), a tensão de rotura pode ser definida como sendo o cociente entre a carga para a qual ocorre o colapso (P) e a área de colagem

$$\sigma = \frac{P}{bl}, \quad (4.113)$$

onde b e l são a largura e o comprimento da junta, respectivamente.

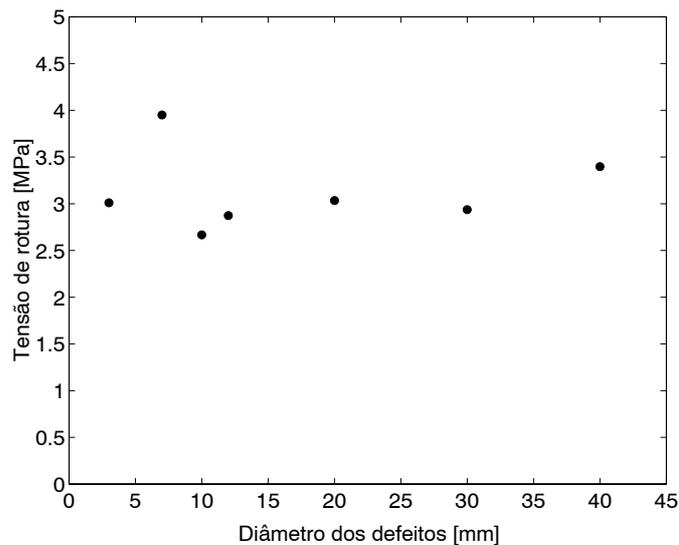


Figura 4.82 Tensão de rotura em função do diâmetro dos defeitos nas colagens.

No entanto, esta análise, ao assumir que os aderentes são rígidos (devido ao seu módulo de elasticidade ser muito superior ao da cola) e que as juntas apenas se deformam ao corte dão origem a simplificações que não traduzem a realidade. Deste modo, a tensão de corte apresenta um valor médio constante ao longo da junta, a qual não corresponde à sua verdadeira distribuição de tensões. Dada a simplicidade do seu cálculo, este valor pode ser entendido como uma primeira aproximação, existindo, no entanto, outros métodos capazes de modelar matematicamente com uma maior exactidão o estado de tensões na junta. Estes modelos matemáticos envolvem vários parâmetros, como as propriedades dos materiais, e a sua resolução passa pela aplicação de métodos analíticos e/ou numéricos (Goland, 1944; Hart-Smith, 1973; Zhao, 1990 e Oplinger, 1991). Verifica-se, no entanto, que a via analítica se torna impraticável na resolução de geometrias e condições fronteiras complexas, pelo que é vulgar, nestas situações, utilizar técnicas numéricas, sendo o método dos elementos finitos o mais utilizado (Harris, 1994; Yadagiri, 1987 e Lin, 1993).

Utilizando o critério de cedência de *Von Mises* (Mori, 1990) temos na figura 4.83, os resultados obtidos por Reis usando simulação por elementos finitos, para as tensões na linha média da cola ao longo de uma colagem com 6 cm de comprimento e 2 cm de largura (Reis, 2001). A carga aplicada é de 1000 N. As tensões de *Von Mises* representam a resultante de todas as tensões existentes numa junta sobreposta.

Como o modelo utiliza geometria bidimensional, os resultados obtidos não dependem da largura da colagem e podem ser extrapolados para o nosso caso. Como podemos verificar, os valores das tensões nas extremidades da colagem são cerca de uma ordem de grandeza superiores, relativamente aos valores mínimos, que são observados na zona central. Como os defeitos foram introduzidos nessa zona central das colagens, o seu contributo para a diminuição da tensão de rotura é baixo, quando comparado com eventuais imperfeições da colagem nos seus extremos, que devem contribuir de uma forma crítica para o seu colapso. Mesmo para a colagem com o maior defeito, com diâmetro de 4 cm, a sua zona de não colagem apresenta sempre o valor mínimo de tensão. Podemos então concluir que os resultados experimentais estão de acordo com a teoria, estando a variação dos valores de tensão de rotura observada, relacionada com a falta de homogeneidade do processo de concepção das colagens e não com as dimensões dos defeitos introduzidos.

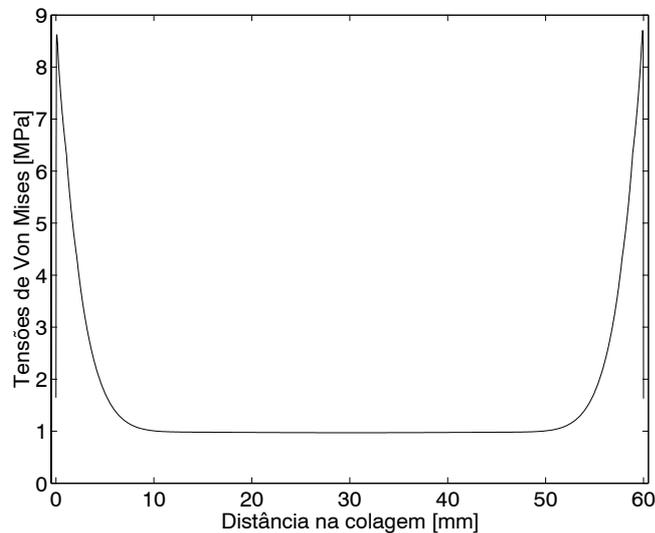


Figura 4.83 Tensões de *Von Mises* ao longo da colagem.

4.6.4 Análise de colagens tratadas termicamente

A possibilidade de utilização de ondas guiadas para determinação do grau de adesão entre materiais colados tem sido um assunto abordado por vários autores (Pilarski, 1985; Nagy, 1989;

Adler, 1990 e Shinger, 1997a). Neste ponto vamos, através de tratamento térmico, tentar obter diferentes graus de adesão em colagens e verificar a sua influência na propagação das ondas guiadas.

4.6.4.1 Aproximação quasi-estática (QSA – Quasi-static approximation) na modelação de interfaces imperfeitas

Nas últimas duas décadas, o modelo *QSA* tem sido frequentemente usado para descrever a interacção de ondas ultra-sonoras com interfaces imperfeitas. Este modelo é uma aproximação para baixas frequências e pode ser usado quando a espessura da interface é muito menor que o comprimento de onda, como é o caso de uma colagem.

De acordo com o modelo *QSA*, as imperfeições da interface vão dar origem a uma descontinuidade no deslocamento que é proporcional à pressão. Admite-se, também, que as componentes da pressão são contínuas em toda a interface. Temos então que as pressões são dadas por (Pecorari, 1999 e Baltazar, 1999)

$$\begin{aligned}\sigma_{xz}^n &= K_T^n (u_x^{n+} - u_x^{n-}), \\ \sigma_{zz}^n &= K_N^n (u_z^{n+} - u_z^{n-}),\end{aligned}\tag{4.114}$$

onde K_T^n e K_N^n são as constantes normal e transversa de rigidez da interface imperfeita n .

Podemos, então, usar o método da *matriz de transferência* apresentado em 4.6.1.1 para determinar a influência da degradação das condições fronteiras nas curvas de dispersão de fase.

Resolvendo (4.114) em relação ao deslocamento num dos lados da interfaces vamos obter

$$\begin{aligned}u_x^{n-} &= u_x^{n+} - \frac{\sigma_{xz}^n}{K_T^n}, \\ u_z^{n-} &= u_z^{n+} - \frac{\sigma_{zz}^n}{K_N^n}.\end{aligned}\tag{4.115}$$

Em termos matriciais, as condições fronteiras para uma interface arbitrária são então dadas por

$$\begin{Bmatrix} u_x \\ u_z \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{xz} \end{Bmatrix}_{n-} = [K] \begin{Bmatrix} u_x \\ u_z \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{xz} \end{Bmatrix}_{n+},\tag{4.116}$$

sendo a matriz $[K]$ dada por

$$[K] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -\frac{1}{K_T} \\ 0 & 1 & -\frac{1}{K_N} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (4.117)$$

Usando (4.66) e (4.67), a matriz do sistema para a colagem degradada é então dada por

$$[S_d] = [L]_2 [K] [L]_3 [K] [L]_4, \quad (4.118)$$

podendo as curvas de dispersão ser obtidas, tal como anteriormente, fazendo o determinante de $[S_d]$ nulo.

4.6.4.2 Curvas de dispersão da velocidade de fase em função das constantes de rigidez

Para obter as curvas de dispersão da velocidade de fase temos de encontrar as soluções modais do sistema. Tal como em 4.6.1.3, o determinante da matriz do sistema tem de ser nulo. Admitindo que as constantes de rigidez representam o grau de colagem entre as interfaces, e atendendo a (4.115), teoricamente temos, para K_N e K_T nulos, uma descolagem completa e para K_N e K_T infinitos, uma colagem perfeita. De forma a simplificar o modelo e tendo em conta resultados experimentais obtidos por vários autores (Baltazar, 1999 e Rose, 1999), bem como a relação típica entre velocidades longitudinal e transversal vamos admitir a seguinte relação

$$K_N = 2 K_T. \quad (4.119)$$

Usando então (4.118) verificámos que o andamento das curvas da velocidade de fase apenas sofre alterações para o intervalo $10^{12} < K_T < 10^{14}$. Para valores de K_T superiores a 10^{14} o comportamento é idêntico ao de uma colagem perfeita e para valores inferiores a 10^{12} ao de uma descolagem completa. Na figura 4.84 temos, a título de exemplo, o comportamento do modo A1 para o referido intervalo de valores de K_T .

4.6.4.3 Trabalho experimental

Para o estudo do grau de adesão foram concebidas 16 colagens com dimensões idênticas às do ponto 4.6.2. Seguidamente foram divididas em quatro grupos, sendo cada um dos grupos sujeito

a diferentes temperaturas (25° , 75° , 100° e 200°), que vamos designar por grupos A_{25} , A_{75} , A_{100} e A_{200} , respectivamente.

O método de análise por ondas guiadas é também o mesmo que utilizámos em 4.6.2. O primeiro teste foi efectuado através da medição da amplitude e da velocidade de fase do modo S_0 para as várias amostras, na zona livre das colagens. Não foram obtidas quaisquer variações nos seus valores. Como o sinal S_0 recolhido é fruto de conversão dos modos dominantes na zona colada, aparentemente, esses fenómenos não são sensíveis à degradação do nível de colagem aqui analisada.

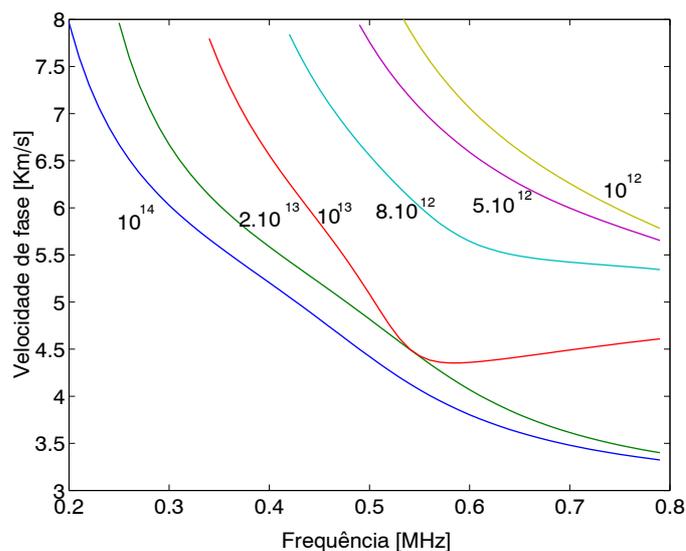


Figura 4.84 Variação do comportamento da velocidade de fase do modo A1 para diferentes valores da constante de rigidez K_T ($K_N=2K_T$).

No segundo conjunto de testes tentámos observar variações da velocidade de fase sobre a zona colada. Como tínhamos constatado anteriormente, na zona da colagem, o modo dominante é S_1 , devido, essencialmente, à atenuação e às características do seu deslocamento. Pelo facto do seu deslocamento *out-of-plane* na face externa da colagem ser muito baixo, quando comparado com o deslocamento *in-plane*, faz com que a sua detecção seja praticamente impossível, uma vez que não existe radiação para a água. Este facto levou-nos a tentar detectar A1, pois neste caso os deslocamentos *in-plane* e *out-of-plane* são da mesma ordem de grandeza. Usando então a orientação adequada dos transdutores foram recolhidos sinais separados entre si de apenas 1 cm por causa das limitações físicas das placas e foi determinada a velocidade de fase, usando o método da *fase do espectro*. Na figura 4.85 temos os valores experimentais para as colagens A_{25} e A_{200} em conjunto com os valores teóricos de A1 e S1. Os valores experimentais são obtidos fazendo uma média de valores adquiridos em vários pontos de uma mesma placa e, por sua vez,

fazendo uma média entre as colagens do mesmo grupo, de forma a minimizar os erros de medida. Optámos por representar A_{25} e A_{200} , porque teoricamente seriam aqueles onde existiriam maiores diferenças. O andamento da velocidade de fase para esses dois tipos de amostras é no entanto muito similar.

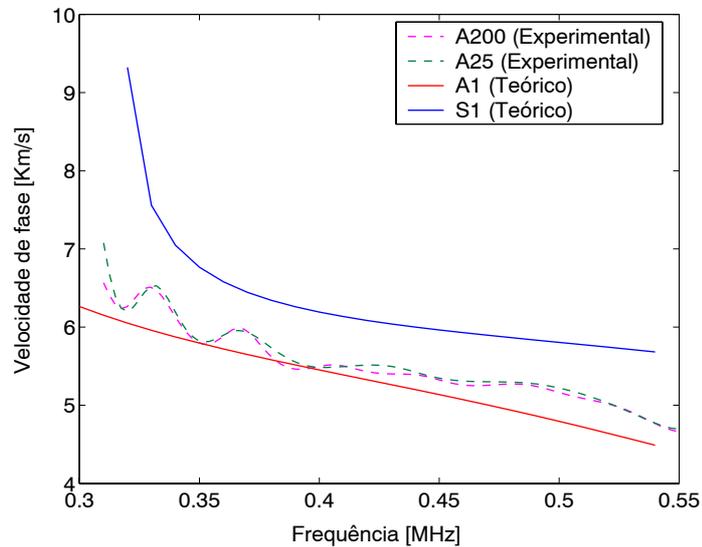


Figura 4.85 Valores experimentais da velocidade de fase do modo A1 para as colagens A_{25} e A_{200} e valores teóricos de A1 e S1.

De forma a podermos justificar este comportamento procedemos aos ensaios destrutivos das colagens para verificar o seu grau de adesão. A metodologia foi idêntica à usada em 4.6.3.6. Neste caso, de cada um dos grupos A_{25} a A_{200} , foi retirada uma colagem e transformada em duas amostras, para garantir maior fiabilidade dos testes. Os resultados estão representados na figura 4.86. Verifica-se, que com o aumento da temperatura existe um aumento da tensão de rotura, mantendo-se uma boa coerência entre os pares de medidas efectuadas para cada temperatura. O valor máximo de tensão de rotura é sensivelmente duplo do valor mínimo.

Se admitirmos que, analogamente, a relação entre as constantes de rigidez das amostras A_{200} e A_{25} também é dupla, podemos justificar o facto da variação da velocidade de fase do modo A1 ser tão pequena. Na figura 4.84 podemos ver que para variações de K_T em torno de 10^{13} temos grandes variações da velocidade de fase, no entanto quando K_T aumenta, essas variações deixam de ser significativas. Por exemplo, quando K_T varia entre 10^{14} e $5 \cdot 10^{13}$ temos uma variação inferior a 0.5% do valor da velocidade de fase. Com o aumento de K_T acima de 10^{14} as variações começam a ser praticamente inexistentes.

Na prática, as nossas colagens, apesar de terem diferentes graus de adesão, apresentam valores de constantes de rigidez elevados, dando origem a variações muito baixas na velocidade de fase,

não sendo possível fazer a sua discriminação. Conclui-se então, que o método de análise e o modelo apresentados não são os mais indicados para a caracterização deste tipo de adesão, podendo, no entanto, ser aplicado quando se pretender analisar interfaces com níveis de adesão mais baixos.

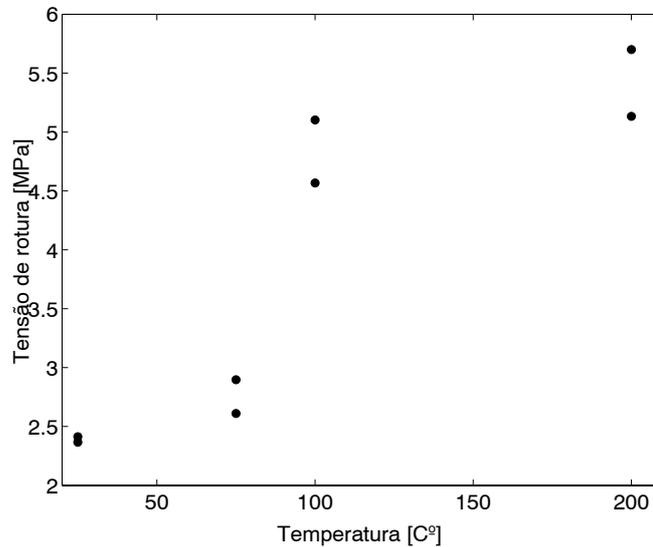


Figura 4.86 Tensão de rotura em função do tratamento térmico.

4.7 Concepção de um sistema de caracterização de papel

Nas últimas duas décadas tem havido um crescente interesse no uso de técnicas não destrutivas, nomeadamente ultra-sonoras, na caracterização de propriedades mecânicas do papel. Vários autores têm efectuado trabalhos, tanto do ponto de vista teórico como experimental, numa tentativa de estabelecer correlações entre parâmetros mecânicos e ultra-sonoros.

A estrutura do papel pode ser considerada como uma placa ortotrópica, ou seja, que tem simetria em relação a três planos ortogonais. Atendendo a esse facto, Habeger estabeleceu as suas equações características para as ondas guiadas e as respectivas curvas de dispersão da velocidade de fase, bem como a aproximação para baixas frequências (Habeger, 1979).

Aos métodos que não envolvem contacto directo com o papel, como a transmissão no ar ou por intermédio de meios ópticos, tem sido dado grande relevo, pela possibilidade da sua utilização *on-line*, durante o processo de fabrico do papel (McIntyre, 2001; Kazys, 2001 e Johnson, 1996).

No nosso trabalho foi desenvolvido um sistema controlado por um computador pessoal, que permite efectuar medições das velocidades no plano do papel, que podem ser relacionadas com algumas das suas propriedades mecânicas. Devido às suas características, no papel não podem ser usadas as técnicas clássicas por imersão ou por contacto usando uma fina camada de líquido

de acoplamento. Foram então desenvolvidos transdutores baseados em cerâmicas piezoeléctricas de titanato zirconato de chumbo (*PZT - Lead Titanate Zirconate Piezoelectric Ceramics*). Estas cerâmicas são montadas numa configuração conhecida como bimorfa, muito usada em aplicações como o controlo de posicionamento, amortecimento de vibrações ou como sensores para pequenas vibrações (Wang, 1999b). Os transdutores, dispostos circunferencialmente, vão ser integrados numa *cabeça de medida* que, em conjunto com *hardware* específico, vão formar o nosso sistema de caracterização de papel.

A grande vantagem deste sistema, relativamente a outros que usam apenas um par de transdutores acoplados a sistemas de rotação, reside no facto de permitir efectuar medições em todas as direcções do plano do papel em tempo real.

4.7.1 Propagação de ondas guiadas em papel

Como referimos anteriormente, a estrutura do papel pode ser considerada como uma placa ortotrópica, sendo os seus eixos de simetria ao longo da *machine direction (MD)*, *cross-direction (CD)* e da espessura. As designações *MD* e *CD* estão relacionadas com o processo de fabrico, sendo que *MD* coincide com a direcção do enrolamento do papel no sistema de produção e *CD* é perpendicular a *MD*. Como o papel é essencialmente formado por fibras de celulose com formato longilíneo, o movimento durante o processo de fabrico leva a que essas fibras fiquem tendencialmente alinhadas com *MD*, dando origem a um fenómeno de anisotropia. Na figura 4.87 temos uma imagem obtida por *SEM (Scanning Electronic Microscopy)*, onde esse tipo de estrutura é bem visível.



Figura 4.87 Imagem da microestrutura do papel obtida por *SEM*.

O estabelecimento das equações de dispersão das ondas guiadas em placas ortotrópicas é bastante mais complexo do que para os materiais isotrópicos, que analisámos em 4.2. No entanto, para regimes de baixa frequência, o modo fundamental S_0 pode ser considerado como independente da frequência, sendo a sua velocidade dada por (Habeger, 1979 e Khoury, 1999)

$$V_{S_0}^2 = \frac{E}{\rho(1 - \nu_{xy}\nu_{yx})}, \quad (4.120)$$

onde E é o módulo de Young, ρ a massa específica e ν_{xy} e ν_{yx} são as relações de Poisson no plano do papel (plano xy). Experimentalmente verifica-se, para a maior parte dos papéis, que o termo $(1 - \nu_{xy}\nu_{yx})$ é aproximadamente unitário, logo, a relação anterior pode ser simplificada, tomando a forma

$$V_{S_0}^2 = \frac{E}{\rho}. \quad (4.121)$$

O módulo de Young normalizado em relação à massa específica, que coincide com o quadrado da velocidade é designado por índice de rigidez à tracção (TSI – *Tensile Stiffness Index*), sendo um parâmetro aceite como uma boa estimativa para a resistência mecânica do papel numa dada direcção

$$TSI = V_{S_0}^2. \quad (4.122)$$

Ou seja, através da medição da velocidade de propagação em baixas frequências podemos estimar, de uma forma aceitável, a resistência mecânica do papel. Variações de TSI superiores a 10% em MD normalmente são indicadoras de problemas no processo de fabrico. Por outro lado, como este parâmetro está relacionado com a elasticidade do papel, a sua não uniformidade ao longo de um rolo pode dar origem a quebras em sistemas de impressão de alta velocidade (Lindblad, 2001).

Outro dos parâmetros fundamentais para os fabricantes de papel é a monitorização de anisotropia, pois esta fornece, também, informação sobre eventuais problemas existentes no processo de fabrico. Tipicamente, a velocidade de propagação é máxima para MD e mínima para CD , devido ao alinhamento das fibras. Esta característica está relacionada com os diferentes graus de compressibilidade que as fibras apresentam com a variação da direcção propagação. Efectuando, então, medidas de velocidade em diferentes direcções no plano do papel podemos

determinar a orientação das fibras, e conseqüentemente, a anisotropia. Este conjunto de medidas efectuado em todas as direcções é conhecido por diagrama *TSI*.

Como referimos, em condições óptimas de fabrico, o valor máximo do diagrama *TSI* coincide com *MD*, no entanto, esse valor máximo pode, por vezes, apresentar um desvio angular de *MD*, que é designado por ângulo *TSO* (*Tensile Stiffness Orientation Angle*). O controlo deste parâmetro é de extrema importância para os fabricantes de papel, sendo desejável que mantenha o valor mais baixo possível, caso contrário, é necessário introduzir alterações nos parâmetros de fabrico. Para papéis comuns, o ângulo *TSO* deve ser inferior a 5° e para papéis de cópia ou impressão inferior a 3°. Para valores superiores, o principal problema, especialmente em papel de impressão, é o aparecimento de irregularidades na sua textura e o conseqüente encravamento quando sujeito a variações de temperatura, como por exemplo no processo de impressão laser. Este fenómeno está relacionado com o retirar da humidade que geralmente existe no papel (Lindblad, 2001). Para além deste problema, como o armazenamento é efectuado em grandes pilhas pode existir o risco de queda devido à sua não uniformidade.

Na figura 4.88 temos o aspecto de um diagrama *TSI* com os parâmetros de interesse assinalados.

O valor do ângulo *TSO* está propositadamente exagerado para uma melhor visualização.

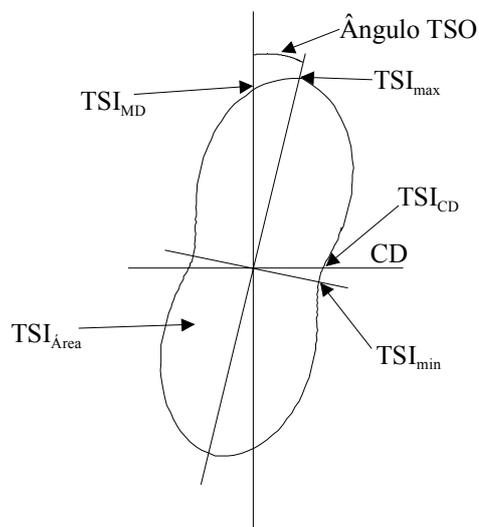


Figura 4.88 Diagrama *TSI*.

Para além dos parâmetros mencionados, o diagrama *TSI* pode dar mais informações, que serão ou não relevantes, mediante o tipo de papel a analisar. Exemplos disso são a relação $TSI_{MD/CD}$ ou o valor de TSI_{Area} .

4.7.2 Cerâmicas bimorfas e unimorfas

A estrutura de cerâmicas unimorfas e bimorfas é extremamente simples. Na figura 4.89 estão representadas as suas configurações. No caso das cerâmicas bimorfas temos duas possíveis configurações: série ou paralelo. Na configuração série (figura 4.89 (a)), as duas cerâmicas com polarização inversa são coladas, sendo aplicada uma tensão eléctrica ao conjunto. Na configuração paralela (figura 4.89 (b)), as duas cerâmicas têm o mesmo tipo de polarização, sendo aplicadas duas tensões, uma à face superior e a outra à face inferior, relativamente ao eléctrodo central. Em ambos os casos uma das cerâmicas sofre uma expansão e a outra uma contracção, dando origem a um movimento de flexão na extremidade livre do bimorfo. No caso da estrutura unimorfa a cerâmica piezoeléctrica é colada a um material elástico, que pode ser por exemplo um metal. Quando é excitada por uma tensão eléctrica dá origem a uma expansão ou contracção. Uma vez que o material elástico tende a resistir a essa deformação original, também, um movimento de flexão. Qualquer bimorfo pode ser usado como unimorfo se não for aplicada nenhuma tensão a uma das cerâmicas. Uma das grandes vantagens dos bimorfos e unimorfos é o facto de serem, dentro dos sensores piezoeléctricos, aqueles que permitem as maiores amplitudes de deslocamento. Dependendo da sua geometria podem gerar deslocamentos desde a dezena de micrones até alguns milímetros.

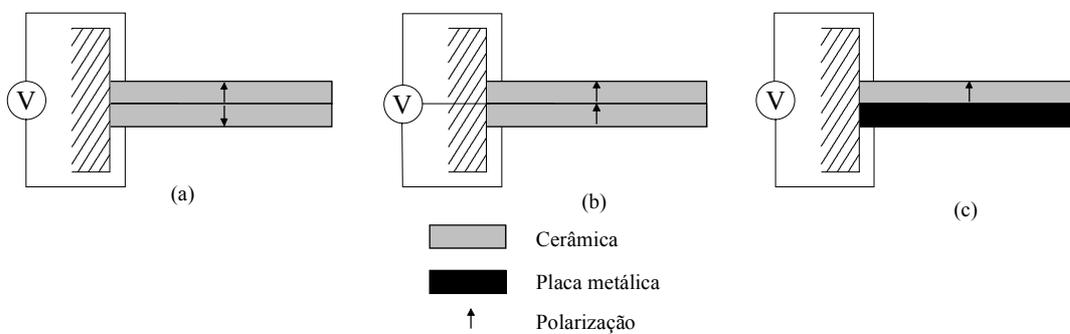


Figura 4.89 Configuração esquemática de cerâmicas: (a) e (b) bimorfas e (c) unimorfas.

4.7.3 Construção e caracterização dos transdutores

Na construção dos transdutores foram usadas cerâmicas bimorfas, compostas por finas camadas de material piezoeléctrico, isoladas entre si. Este tipo de bimorfo permite elevados valores de campo eléctrico (3 MV/m), dando origem a deslocamentos de elevada amplitude, mesmo para baixos valores da tensão aplicada (Ferroperm, 2000). Num dos seus topos temos eléctrodos para ligação ao sistema de excitação/recepção.

A cerâmica *PZT* seleccionada é do tipo Pz29 (designação comercial) devido, essencialmente, ao facto de ser a que origina maiores deslocamentos quando comparada com outros tipos e, também, por ter menos efeitos de histerese. Por questões de ergonomia e tendo em conta as dimensões standard produzidas pelo fabricante, foram seleccionadas cerâmicas com as dimensões de 21x7.8x1.8 mm (comprimento/largura/espessura).

O encapsulamento dos transdutores é feito por intermédio de duas peças em alumínio que envolvem a cerâmica, sendo unidas por intermédio de quatro parafusos, para que seja fácil controlar o comprimento livre da cerâmica aquando dos testes experimentais.

Do ponto de vista teórico, a frequência de ressonância do modo fundamental de um bimorfo *PZT*, fixo numa das suas extremidades (figura 4.90), é dada por (Yao, 1999)

$$f_r = \frac{3.52 t}{4\pi l^2} \sqrt{\frac{E}{3\rho}}, \quad (4.123)$$

onde t é a espessura, l o comprimento livre, E o módulo de Young e ρ a massa específica. Como se pode ver pela expressão anterior, a frequência de ressonância pode ser controlada através do comprimento livre do bimorfo.

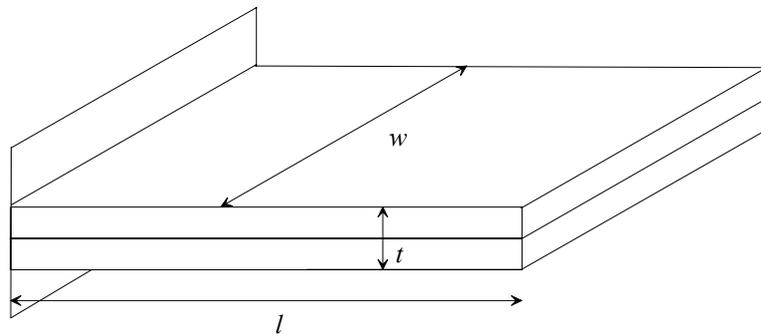


Figura 4.90 Estrutura de um bimorfo fixa numa das suas extremidades.

Para a caracterização dos transdutores, do ponto de vista eléctrico, foi usando um analisador de impedâncias. Na figura 4.91 temos a resposta em frequência obtida para um teste preliminar num transdutor com $l=16$ mm. O parâmetro representado em função da frequência é a parte real da impedância, pois é ele quem vai condicionar a eficiência da entrega de potência por parte do circuito de excitação. Podemos verificar a existência de três picos de ressonância (A, B e C). O ponto A corresponde ao valor teórico dado por (4.123), enquanto os pontos B e C são harmónicos de ordem superior.

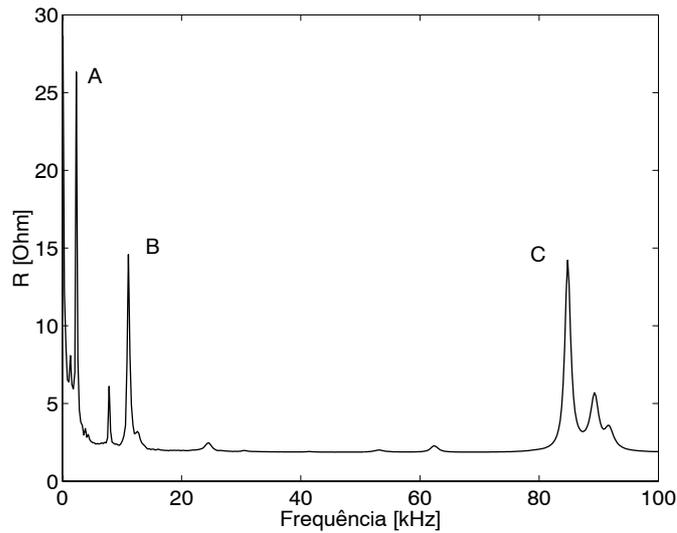


Figura 4.91 Resposta em frequência de um transdutor com um comprimento livre de 16 mm.

Variando l entre 4 e 16 mm foi analisado o comportamento das ressonâncias observadas anteriormente. Como normalmente, devido a aspectos construtivos, os parâmetros das cerâmicas têm grandes variações, a análise foi efectuada para oito transdutores diferentes, de forma a minimizar eventuais erros. Os valores médios estão representados na figura 4.92 (a).

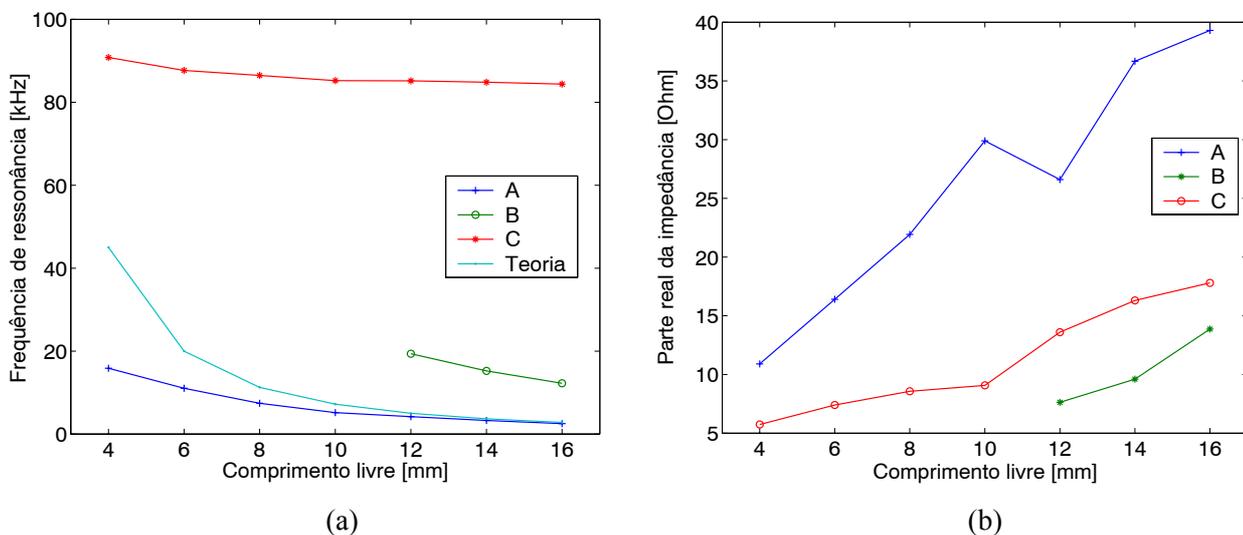


Figura 4.92 Comportamento do transdutor com a variação de l : (a) frequência de ressonância; (b) parte real da impedância.

Os valores teóricos foram obtidos usando as características do material fornecidas pelo fabricante. Verifica-se que para valores mais elevados de l existe uma boa concordância entre os valores teóricos e experimentais para o modo fundamental, começando a existir diferenças, cada vez mais significativas com a sua diminuição, que devem estar relacionadas com imperfeições no encapsulamento. A ressonância B apenas existe para valores de l entre 12 e 16 mm. A

ressonância C mantém-se sempre para os valores de l analisados, sendo o seu valor aproximadamente constante em torno de 85 kHz.

Na figura 4.92 (b) estão representados os valores da parte real da impedância, para cada uma das ressonâncias, verificando-se um aumento generalizado com o aumento de l .

4.7.4 Selecção da frequência de trabalho

A frequência de trabalho dos transdutores é um dos parâmetros mais importantes do nosso sistema de medida. Numa primeira abordagem deste problema podemos considerar quatro factores a ter em consideração para a sua escolha:

- a) garantir uma propagação eficaz da onda acústica no papel para que no receptor exista uma boa relação S/R;
- b) deve situar-se acima do limite superior da banda áudio para que o sistema seja acusticamente menos ruidoso;
- c) como pretendemos efectuar medições de velocidade, as frequências mais elevadas permitem melhor precisão na detecção;
- d) preferencialmente coincidir com um dos pontos de ressonância para otimizar a transferência de energia.

O factor a) é sem dúvida o mais importante, pois só uma boa relação S/R na recepção permite uma medição da velocidade com elevado grau de precisão. Os factores b) e c) indicam que a frequência utilizada deve ser a mais elevada possível. Finalmente, para análise do factor d), devemos ter em consideração os resultados obtidos na secção anterior.

A propagação no papel vai, no entanto, depender de outros parâmetros que não foram analisados até agora, como sejam, por exemplo, o comportamento da atenuação ou a variação do acoplamento cerâmica/papel com a frequência. Logo, a correcta selecção da frequência a usar, terá de ser feita por intermédio de testes experimentais, para que os sinais na recepção sejam maximizados.

Foram então feitos vários testes usando dois transdutores, um como emissor e outro como receptor, separados 14 cm e em contacto com uma folha de papel. Como vemos pela figura 4.91, fora das zonas de ressonância a impedância apresentada pelos transdutores é extremamente baixa (cerca de 3 Ω). Como pretendemos fazer a análise do comportamento dos transdutores com a variação da frequência, para esses pontos, torna-se problemática uma entrega de energia eficiente, quando um transdutor funciona como emissor. Foi então concebido um circuito *push-*

pull para integrar entre o circuito emissor e o transdutor de forma a melhorar a adaptação de impedâncias.

Na figura 4.93 podemos ver, a título de exemplo, a influência da adaptação de impedâncias na amplitude do sinal recebido, quando a excitação é feita por um *burst*.

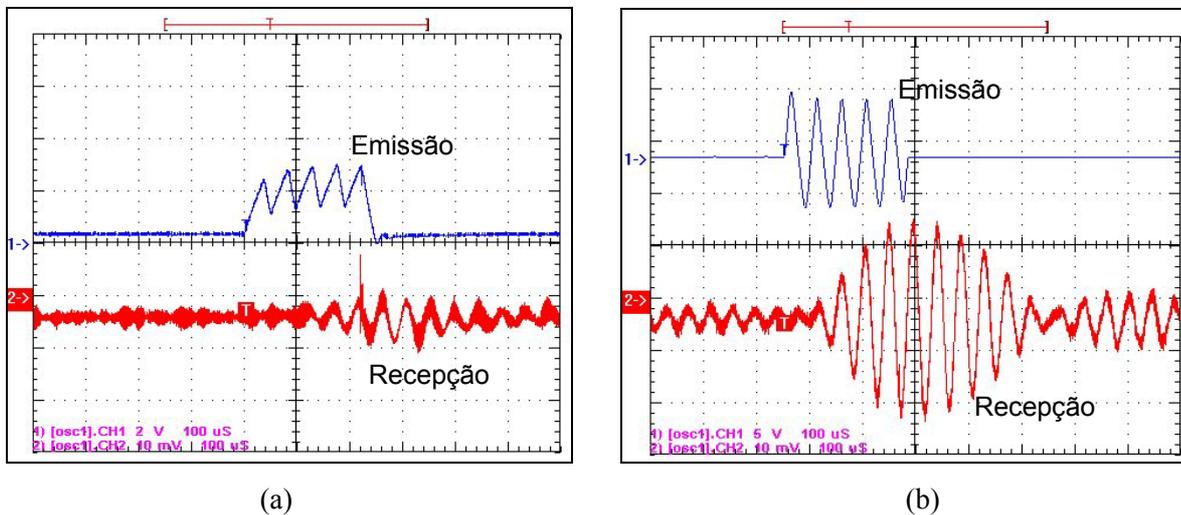


Figura 4.93 Influência da adaptação de impedâncias: (a) sem adaptação impedâncias; (b) com adaptação de impedâncias.

Um primeiro conjunto de testes foi efectuado usando como sinal de excitação um pulso negativo com cerca de 100 V de amplitude. Alterando a sua largura, de forma a alterar a o seu conteúdo espectral, foi efectuado um varrimento da frequência central desde 85 a 20 kHz, não tendo sido obtido qualquer tipo de sinal no receptor. Este resultado foi verificado para diferentes valores de l . Conclui-se, então, que este tipo de excitação não é adequado para o sistema.

No segundo conjunto de testes foi usada uma outra forma de excitação, à custa de um *burst* com 8 V de amplitude (figura 4.93 (b)). Como anteriormente, foi efectuado um varrimento descendente na frequência desde 85 kHz. Para valores próximos de 35 kHz começamos a detectar a existência de sinal no receptor. Continuando com o varrimento descendente verificou-se, que o nível do sinal foi aumentando até atingirmos cerca de 18 dB de relação S/R para uma frequência de 21 kHz, mantendo-se aproximadamente constante até cerca de 16 kHz. Para frequências inferiores e valores de l baixos começamos a entrar em zonas de ressonância, como podemos ver pela figura 4.92 (a), dando origem a melhorias na relação S/R. No entanto, verificou-se que o sistema começava a tornar-se bastante ruidoso, devido à entrada na banda áudio, o que torna estas frequências impraticáveis.

Em resumo, após vários testes experimentais, optámos pelo uso de um *burst*, com uma frequência de excitação de 21 kHz e com um comprimento livre do bimorfo $l=5$ mm. Apesar

desta configuração não conduzir a nenhum dos modos ressonantes é a que apresenta melhor compromisso entre os factores de selecção apresentados.

4.7.5 Cabeça de medida

A cabeça de medida do nosso sistema é composta por 8 pares de transdutores emissores/receptores, dispostos circunferencialmente, dando origem a 8 diferentes medidas de velocidade na superfície do papel. Na construção do diagrama *TSI* vamos ter 16 pontos, pois a cada medida de velocidade correspondem dois pontos, devido à simetria do diagrama em relação ao seu ponto central. Entre os transdutores e o suporte da cabeça de medida, formado por uma placa cilíndrica em alumínio, foi necessário introduzir um isolamento acústico, feito à custa de um anel de borracha, uma vez que se verificou a existência sinais parasitas, que se propagavam pelo corpo do suporte, adulterando as medidas pretendidas. Na figura 4.94 podemos ver o aspecto inferior da cabeça de medida.

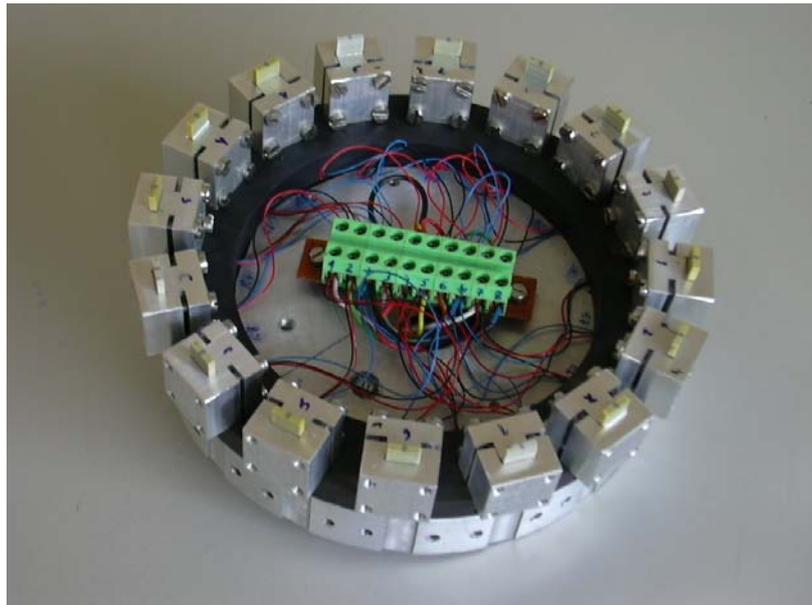


Figura 4.94 Cabeça de medida.

4.7.6 Sistema de controlo e medida

Para a construção do diagrama *TSI*, o nosso sistema vai ter que excitar, sequencialmente, os 8 transdutores que funcionam como emissores e medir os tempos de propagação das ondas acústicas produzidas por cada um deles no papel, até atingirem os transdutores receptores

diametralmente opostos. Para determinar as velocidades basta dividir os tempos de propagação obtidos, pela distância entre os transdutores.

Todo o sistema é controlado por uma placa de aquisição e por software desenvolvido em ambiente *LabView* (National, 2002).

4.7.6.1 Hardware

Na figura 4.95 está representado o diagrama de blocos do sistema de controlo e medida. Atendendo aos resultados obtidos em 4.7.4 a excitação é efectuada por intermédio de um *burst* com frequência de 21 kHz. Como pretendemos efectuar 8 medidas sequenciais, associadas a cada um dos pares emissor/receptor, vamos usar desmultiplexagem no subsistema de emissão, para que o mesmo circuito de excitação possa ser usado para todos os emissores. Na recepção temos um multiplexer, para permitir a utilização de apenas um andar de filtragem e de amplificação para todas as medidas.

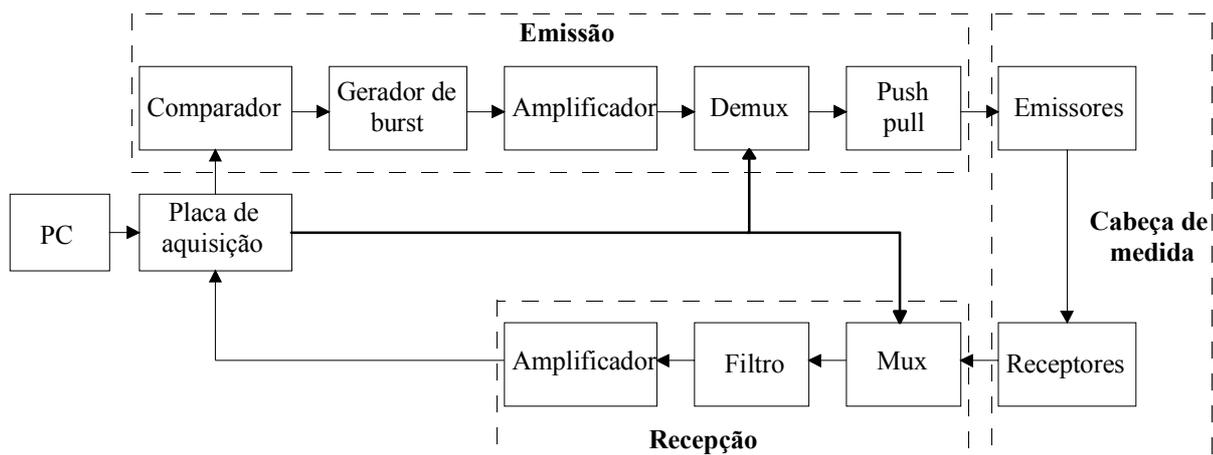


Figura 4.95 Diagrama de blocos do sistema de controlo e medida.

No circuito de emissão é introduzido um comparador pelo facto de a saída digital da placa ter níveis de tensão de 0 e 5 V e o circuito gerador do *burst* necessitar de tensões de inibição/desinibição de +/- 12 V. O sinal na saída do gerador de *burst* tem uma amplitude baixa, logo é necessário fazer a sua amplificação para os níveis referidos em 4.7.4. Atendendo às características do sinal de entrada torna-se necessário usar um amplificador operacional com elevados valores de *slew-rate*. Neste caso, o amplificador usado tem 20 V/ μ s. Depois de amplificado é feita a desmultiplexagem do sinal, para que se possam excitar todos os emissores sequencialmente. Para isso usámos 3 saídas digitais da placa de aquisição nas entradas de selecção do desmultiplexer para seleccionar o canal pretendido. Finalmente, antes dos sinais

excitarem os emissores passam pelos andares *push-pull* responsáveis pela adaptação de impedâncias.

Depois da propagação no papel, os sinais são recolhidos pelos elementos receptores da cabeça de medida, sendo feita a sua multiplexagem usando como sinais de selecção as mesmas 3 saídas digitais da emissão. À saída do multiplexer os níveis dos sinais são relativamente baixos, apresentando relações S/R inferiores a 20 dB, o que se revelou insuficiente para os nossos objectivos. É então necessário proceder à filtragem desses sinais e posterior amplificação.

Para além do seu baixo nível verificámos que a frequência dos sinais era bastante inferior à frequência do sinal de excitação. Os valores variam entre 12 e 13 kHz. Este facto é justificado atendendo à figura 4.92 (a), onde podemos ver que para o comprimento livre usado ($l=5\text{mm}$), a frequência de ressonância do modo fundamental está próxima destes valores, ou seja, na prática, os transdutores emissores são excitados com um sinal de 21 kHz e os transdutores receptores produzem um sinal com uma frequência variável entre si, referente à sua ressonância natural. Para combater esta situação necessitámos de construir um filtro com uma banda passante mais larga, para que a sua influência nos diversos sinais fosse análoga. Para além disso, foi desenvolvido um filtro digital por software na placa de aquisição, que ajusta a sua frequência central dinamicamente para cada uma das diferentes medidas. Desta forma conseguimos aumentar a relação S/R dos sinais adquiridos para uma gama de valores que varia entre 55 e 60 dB.

Devido a problemas provocados por interferências, surgidas através das massas dos circuitos de emissão e recepção, foi necessário usar fontes de alimentação independentes e isolamento por intermédio de optoacopladores dos sinais de controlo da placa. Para além disso, por causa das grandes diferenças de amplitude entre os sinais de excitação dos transdutores e os sinais à saída dos receptores foi também necessário isolá-los fisicamente, usando para o efeito cabos diferentes entre o hardware de controlo e a cabeça de medida. Como os sinais provenientes do sistema de recepção são flutuantes em relação à massa da placa, a aquisição terá de ser feita em modo diferencial.

4.7.6.2 Software

Neste ponto vamos designar como canal cada par de transdutores emissor/receptor e leitura de um canal ao processo que vai desde a excitação do emissor à aquisição do sinal proveniente do receptor.

Cada canal é lido sequencialmente, uma ou mais vezes, consoante se pretenda ou não obter a média de várias leituras. Através do sinal adquirido é determinada a velocidade de propagação nas 8 direcções, dando origem a 16 pontos na sua forma polar (amplitude e fase), sendo a referência a fase do canal 1. Finalmente, usando um desenvolvimento em série de Fourier é construído o diagrama polar.

O sistema permite que o utilizador efectue, caso pretenda, médias para as leituras do mesmo canal, o que conduz ao aumento da relação S/R e a uma maior precisão nas medições das velocidades. Em contrapartida o tempo de execução de um ciclo de leitura é directamente proporcional ao número de médias a executar, logo, mediante a aplicação, terá de existir uma solução de compromisso entre a precisão e rapidez das medidas.

A implementação de um filtro por software surge com o intuito de minimizar o facto de os transdutores não terem todos a mesma frequência de ressonância, devido a estarem inseridos num suporte. Experiências demonstram que uma pequena variação no espaço livre do transdutor ou no próprio aperto do suporte resultam em diferenças significativas da frequência de ressonância. Assim, é possível adquirir o sinal, calcular a sua frequência fundamental, ajustar o filtro para essa frequência e proceder-se, então, à filtragem do sinal com um filtro perfeitamente sintonizado. A utilização deste filtro minimiza a importância das médias na redução de ruído do sinal uma vez que é bastante mais rápido. No entanto, a utilização das médias permite uma maior uniformização e precisão nas medidas. A utilização dos dois métodos, em conjunto, é uma mais valia para o resultado final.

Como pretendemos calcular as velocidades de propagação temos de medir com o máximo de exactidão o tempo que o sinal leva a percorrer a distância entre os transdutores. O parâmetro crítico vai ser, então, a detecção do início do sinal que, como já referimos, varia tanto em amplitude como na sua forma, com aspectos físicos dos transdutores. O algoritmo de detecção de início do sinal faz, em primeiro lugar, a análise de uma porção inicial do sinal em que apenas existe ruído. Desta análise, resulta uma estimativa para o nível máximo de ruído existente, à qual é adicionada uma margem de segurança de 5 mV. É a partir deste nível máximo de ruído que se vão procurar picos no sinal sendo considerado apenas o primeiro. De seguida, é então detectado o zero imediatamente antes deste primeiro pico. A posição deste zero indica o início de sinal. Na figura 4.96 temos ilustrado o aspecto de um sinal genérico adquirido pelo sistema.

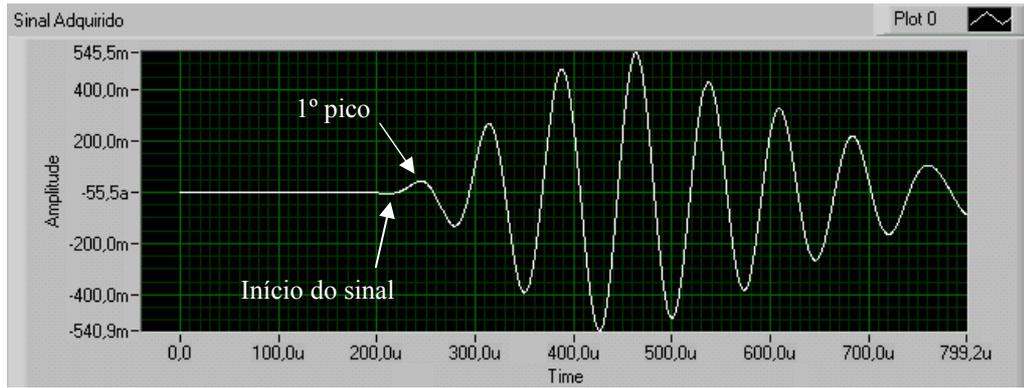


Figura 4.96 Aspecto de um sinal genérico adquirido pelo sistema.

A frequência de amostragem máxima da placa é de 1.25 Ma/s (mega-amostras por segundo), o que corresponde a um período de amostragem de 0.8 μ s. Ou seja, admitindo uma correcta identificação do início do sinal, o erro cometido na medição do tempo de propagação é de $0.8/2=0.4$ μ s. Como os valores máximos da velocidade no papel são da ordem dos 3800 m/s, para a distância entre transdutores do sistema de 14 cm, vamos obter tempos de propagação inferiores a 37 μ s, logo, os erros de medida são inferiores a 1%.

O tempo de início de sinal assinalado não é o tempo real da propagação. Existem atrasos, como é o caso dos tempos de *setup* da placa de aquisição, de activação dos optoacopladores, multiplexers e restante *hardware* associado. Os próprios transdutores também introduzem algum atraso. Por isso, foram realizadas algumas medidas em papéis com velocidades conhecidas de modo a estimar a totalidade destes atrasos. Este parâmetro pode ser ajustado, encontrando-se num ficheiro acessível ao utilizador.

Uma vez conhecidos os tempos de propagação podemos, finalmente, construir o nosso diagrama polar *TSI*. Pelo facto de termos poucos pontos foi necessário fazer uma interpolação para efectuar um traçado mais aproximado da realidade. Atendendo à periodicidade em $T=2\pi$ da função inicial, a função desejada foi aproximada pela sua série de Fourier definida por

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n \cos \frac{2n\pi t}{T} + b_n \sin \frac{2n\pi t}{T} \right), \quad (4.124)$$

sendo os coeficientes a_n e b_n dados por

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) \cos \frac{2n\pi t}{T} dt, \quad (4.125)$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) \sin \frac{2n\pi t}{T} dt.$$

Após alguns testes verificámos que o desenvolvimento até à 3ª ordem era suficiente para a obtenção de um traçado coerente. Na figura 4.97 temos um exemplo onde podemos ver os dados experimentais e o traçado obtido pela aproximação pela série de Fourier.

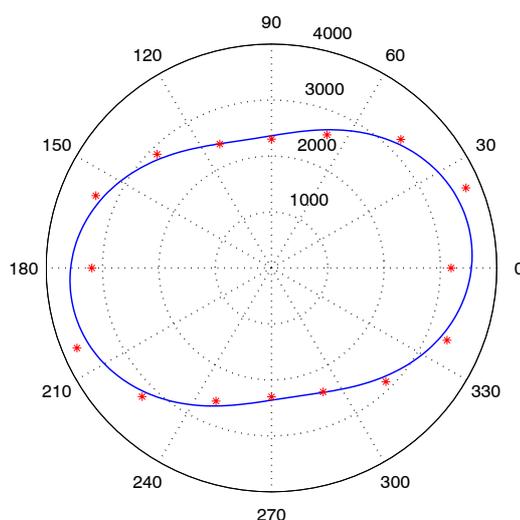


Figura 4.97 Valores experimentais e traçado aproximado por série de Fourier.

4.7.7 Resultados experimentais

Na figura 4.98 podemos ver o aspecto da interface gráfica com o utilizador do nosso sistema.

Neste exemplo foi determinado o diagrama *TSI* de um papel comercial, estando *MD* propositadamente desalinhado com a origem polar da cabeça de medida para evidenciar o ângulo *TSO*. Na zona inferior direita temos os valores de *TSI* máximo e do respectivo ângulo *TSO* e o *TSI* mínimo e o seu ângulo. As unidades de *TSI* são o Nm/g que derivam da expressão (4.121). Na zona superior direita temos dois botões, que nos permitem seleccionar uma execução do traçado com ou sem médias, ou ainda em termos simplesmente das velocidades. Para além disso, o sistema tem outras possibilidades acessíveis pelo menu, como sejam a análise de cada um dos canais para detecção de eventuais problemas que surjam nas medidas ou a configuração de parâmetros da placa de aquisição.

O sistema foi aferido usando para o efeito papéis com diagramas *TSI* conhecidos, tendo sido obtidas precisões médias da ordem dos 2%.

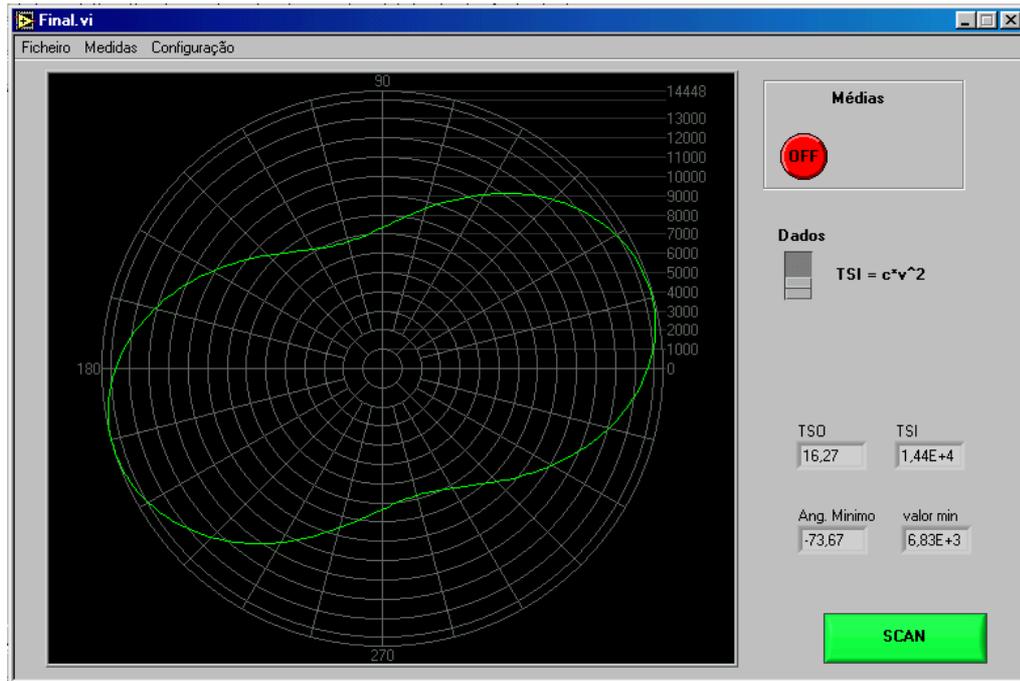


Figura 4.98 Interface gráfica com o utilizador do sistema.

4.8 Resumo

Na parte inicial deste capítulo são estabelecidas as equações de *Rayleigh-Lamb* para uma placa no vazio, sendo implementado, com sucesso, um algoritmo para determinação das curvas de dispersão da velocidade de fase e velocidade de grupo, características dos seus vários modos de propagação. O cálculo dos deslocamentos ao longo da espessura da placa é também um parâmetro determinante, especialmente quando pretendemos efectuar testes em placas imersas. Usando a mesma metodologia que anteriormente, ou seja, partindo das condições fronteiras, foram determinadas as expressões que regem o seu andamento, sendo apresentados exemplos para uma melhor compreensão física do fenómeno. Do ponto de vista prático foram introduzidos os métodos mais usuais utilizados na geração e detecção de ondas de *Lamb*: incidência oblíqua e transdutor *comb*. Como o primeiro método, que é baseado no princípio da *coincidência* foi usado ao longo deste trabalho, a sua análise foi feita mais em detalhe. Aspectos relacionados com a largura de banda do transdutor e com a abertura de feixe foram analisados, estando os resultados experimentais em perfeita consonância com cálculos teóricos. Para a correcta identificação de um determinado modo de propagação foram utilizados dois métodos documentados na literatura: *fase do espectro* e *amplitude do espectro*. Os resultados obtidos foram coincidentes, existindo discrepâncias para os valores teóricos inferiores a 2%, devido a variações de parâmetros físicos das placas utilizadas. Quando coexistem vários modos de propagação em simultâneo numa

placa, os métodos anteriores mostram-se ineficazes para a sua identificação. Para solucionar essa situação foi usada uma transformada de Fourier bidimensional (*2DFFT*), que permite um traçado tridimensional em função da frequência e do número de onda.

Seguidamente analisámos uma placa imersa num fluido. As ondas de *Lamb* que se propagam no seu interior dão origem a radiação através desse mesmo fluido, sendo os efeitos dessa radiação conhecidos como ondas de *Lamb* de fugas (*leaky Lamb waves - LLW*). Neste caso, as condições fronteiras nas faces da placa são diferentes, dando origem a soluções complexas, estando a parte imaginária relacionada com as perdas para o fluido e a parte real com a velocidade de fase. No entanto, verificou-se que no caso do alumínio imerso em água, como a relação entre as impedâncias é grande, as velocidades de fase obtidas diferem em menos de 1%. Usando o modelo de *Kelvin-Voight* foi determinada a atenuação na placa devido a fugas para o fluido. Na determinação experimental da atenuação foi usado um sistema construído para efectuar testes com *LLW* usando o método *pitch and catch*. A concordância entre os resultados teóricos e experimentais foi muito boa, o que nos permite afirmar que o modelo usado é apropriado para prever o comportamento da atenuação devido a fugas.

Na secção seguinte deste capítulo foi efectuada a detecção e caracterização de defeitos em placas de alumínio. Numa primeira fase, efectuámos um estudo comparativo entre as várias possibilidades disponíveis para o sistema experimental, concluindo como solução de compromisso, que o método mais indicado era o *MIME* (*método de imersão em meio espaço*). Usando esse método foram testados defeitos com diferentes geometria (profundidade e largura) usando os modos de propagação fundamentais *S0* e *A0*. Verificou-se, para todas as geometrias, que a amplitude do modo *S0*, tanto em *pulso-eco* como em *transmissão*, apresenta muito boa correlação com a profundidade dos defeitos. O mesmo não se pode dizer para o modo *A0* que, devido a fenómenos de conversão de modos e valores de atenuação mais elevada, não apresenta uma variação conclusiva. Para as variações da largura dos defeitos, apenas o modo *S0* permite justificar, parcialmente, o andamento das curvas de amplitude, podendo, ainda que com limitações ser utilizado para avaliação das dimensões dos defeitos em termos de largura.

Outro assunto abordado neste capítulo foi a possibilidade do uso de *LLW* na análise de soldaduras por fricção linear em alumínio (*SFL*). Atendendo ao facto deste tipo de soldaduras ser muito utilizado em placas, as ondas guiadas apresentam-se como potencialmente indicadas na detecção de defeitos que surjam durante o processo de concepção. Os resultados obtidos pelas imagens radiográficas e por C-scan ultra-sonoro foram confirmados, posteriormente, com a medição de amplitude do modo *S0*, verificando-se um decaimento de amplitude com o aumento das dimensões dos defeitos.

A colagem tipo junta sobreposta (*lap joint*) em placas de alumínio foi o assunto analisado na secção seguinte deste capítulo. Inicialmente foi desenvolvido o modelo de propagação na estrutura colada, com base no método da *matriz de transferência*, que consiste na condensação do sistema constituído pela cola e respectivos aderente, num conjunto descrito por quatro equações, onde se relacionam as condições fronteiras no primeiro interface, com as condições fronteiras do último interface. A partir daí, determinaram-se as soluções modais impondo, para tal, que a matriz do sistema tenha o seu determinante nulo, sendo para o efeito usada uma ferramenta computacional com possibilidade de manipulação de variáveis simbólicas. Os deslocamentos foram determinados, admitindo que uma das amplitudes das ondas desconhecidas é unitária, conduzindo à resolução de um sistema com 11 incógnitas, sendo os traçados obtidos em termos de unidades arbitrárias. Os resultados experimentais obtidos usando *LLW* numa colagem protótipo confirmam a teoria.

Seguidamente foram construídas colagens com defeitos de dimensões conhecidas criados artificialmente. Inicialmente foi justificado o comportamento da amplitude da onda recebida devido à influência do bordo da placa. Após a confirmação das dimensões dos defeitos por intermédio de C-scan ultra-sonoro, as colagens foram sujeitas a testes por ondas guiadas em transmissão (*pitch and catch*), tendo-se verificado a influência difractiva dos defeitos no feixe. Numa tentativa de quantificar essa influência, relativamente às dimensões dos defeitos, foi desenvolvido um modelo bidimensional aproximado, baseado na teoria clássica da difracção, tendo sido inicialmente aplicado a placas isoladas com buracos. Mesmo para essa situação, o modelo verificou-se inadequado. Partiu-se, então, para um outro modelo que tem em consideração a geometria do defeito, sendo este considerado como fonte de uma *onda de perturbação* que vai ser sobreposta ao campo incidente. Neste caso, o campo incidente é decomposto num somatório de funções de *Bessel* e o campo difractado num somatório de funções de *Hankel*, continuando a placa a ser considerada como um sistema a duas dimensões. A concordância obtida entre valores experimentais e teóricos para os buracos foi excelente, verificando-se que para as colagens existem algumas discrepâncias. Através dos resultados experimentais foi criado um parâmetro empírico, que se verificou ter uma muito boa correlação com as dimensões dos defeitos, e que, aparentemente, pode ser utilizado para a sua estimação. Finalmente estas placas com defeitos foram submetidas a ensaios destrutivos, sendo o seu comportamento justificado pela distribuição de tensões neste tipo de junta, quando sujeitas a esforços de tracção.

Para finalizar este ponto referente à análise de colagens, foi efectuado um tratamento térmico num grupo de amostras, de forma a alterar o seu grau de adesão e verificar a influência na

propagação das ondas guiadas. Do ponto de vista teórico desenvolveu-se o modelo *QSA*, usado para descrever interfaces imperfeitas, analisando-se a influência da variação dos seus parâmetros na velocidade de fase. Com o tratamento térmico das colagens obtivemos um aumento generalizado do grau de adesão com a temperatura, comprovado, à posteriori, através de ensaios destrutivos. No entanto, as medidas da velocidade de fase na zona colada não apresentam variações que nos permitam concluir sobre a validade do método para os níveis de adesão testados.

O último assunto abordado neste capítulo e na presente dissertação consistiu no projecto e concepção de um sistema de caracterização de papel usando ondas guiadas. O principal objectivo deste sistema é a construção do chamado diagrama *TSI*, partindo da medição das velocidade de propagação no plano do papel. Os transdutores utilizados foram construídos partindo de cerâmicas *PZT* a funcionarem numa configuração bimorfa. Após alguns testes experimentais optou-se por utilizar uma excitação tipo *burst* com uma frequência de 21 kHz. Os 16 transdutores utilizados, 8 emissores e 8 receptores, são dispostos circunferencialmente numa chamada cabeça de medida. Através de multiplexagem, tanto no andar emissor como receptor, conseguiu-se uma redução substancial dos circuitos a utilizar. Os outros factores a realçar prendem-se com os algoritmos de detecção do início de sinal, bem como do traçado do diagrama pretendido, que se demonstraram bastante eficientes, conduzindo a precisões assinaláveis. O sistema vai excitar sequencialmente os emissores e medir os tempos de propagação de forma a determinar as velocidades. O controlo e medida é baseado numa placa de aquisição de dados e hardware específico, controlados via PC, por software desenvolvido em ambiente *Lab-View*. Os resultados obtidos demonstram, nomeadamente pelo seu grau de precisão, que o sistema desenvolvido se apresenta como uma alternativa viável, comparativamente aos sistemas convencionais, que usam apenas um par de transdutores associados a sistemas de rotação do papel.

5 CONCLUSÕES

Os objectivos do presente trabalho eram a compreensão dos fenómenos associadas à propagação de ondas ultra-sonoras guiadas, nomeadamente ondas de *Lamb* e ondas de *Lamb* de fugas (*LLW*) e o estudo de potenciais aplicações na caracterização e controlo de materiais.

Os resultados obtidos foram de certa forma encorajadores, levando a crer que as técnicas que utilizam ondas ultra-sonoras guiadas se apresentam como bastante interessantes para o uso em *CNDU*, especialmente quando comparadas com outros métodos que utilizam ondas de volume.

Neste capítulo vamos então apresentar as conclusões gerais do trabalho desenvolvido.

- Apesar de não envolver directamente a utilização de ondas guiadas, no capítulo 3 foi apresentado um trabalho original, que serviu para ilustrar um exemplo de aplicação do método convencional por *transmissão*. Aí foram analisados dois tipos de quartzitos com diferentes níveis de porosidade, fissuras e geometria do seu grão, tendo-se verificado a existência de diferenças nas suas velocidades ultra-sonoras, atribuídas, essencialmente às fissuras, sendo também ligeiramente influenciadas pela isotropia do grão. Por outro lado, constatámos também, que a isotropia é a principal responsável pelas variações no andamento da resposta espectral e atenuação. Os resultados permitem-nos concluir que esta técnica se revela atractiva para caracterização de materiais rochosos, podendo ser usada complementarmente aos métodos petrofísicos tradicionais;
- O algoritmo desenvolvido para determinação das curvas de dispersão das velocidades de fase e de grupo das ondas de *Lamb* mostrou-se robusto e bastante rápido;
- Foi verificado tanto do ponto de vista teórico como experimental que a largura de banda e a abertura de feixe do transdutor são fundamentais, quando é usada incidência oblíqua na geração de ondas de *Lamb*;

- Foram implementados dois métodos de medição da velocidade de fase: *fase do espectro* e *amplitude do espectro* sendo os resultados coincidentes. Para analisar situações em que temos propagação multimodo foi desenvolvido o algoritmo da *2DFFT*, tendo-se verificado concordância com a teoria;
- Relativamente às *LLW* e atendendo aos resultados obtidos, podemos afirmar que o modelo de *Kelvin-Voight* é adequado para modelar as perdas para o fluido;
- A medição da amplitude do modo fundamental *S0*, quer em *transmissão* ou em *pulso-eco*, mostrou uma boa correlação linear com a profundidade de defeitos criados artificialmente, em placas de alumínio. Para variações da largura dos defeitos, a amplitude do sinal recebido em *pulso-eco* obedece a um padrão de certa forma justificável. Podemos então afirmar que a utilização do modo *S0* se revela como uma forma eficiente de detecção e caracterização de defeitos em placas que, em situações reais, podem ir desde fendas localizadas até fenómenos de corrosão mais generalizada;
- Na análise de soldaduras por fricção linear, os resultados obtidos mais uma vez com o modo *S0* em *transmissão*, confirmam a informação previamente obtida por intermédio de raios-X e C-scan. Verifica-se uma diminuição da amplitude dos sinais recebidos com o aumento da dimensão dos defeitos. Apesar de não fornecer informação do ponto de vista qualitativo, comparável com outros meios de diagnóstico, pode ser usado para estabelecimento de critérios de aceitação/rejeição de uma forma muito mais rápida e económica;
- Usando o método da *matriz de transferência*, em detrimento do método da *matriz global* devido a questões de convergência e rapidez, foram feitas implementações de forma a determinar o comportamento dos modos de propagação de *LLW* numa colagem, nomeadamente, em termos das velocidades de fase e deslocamento. Testes experimentais comprovaram a validade do modelo;
- Um dos problemas frequentes, durante a concepção de colagens, é o aparecimento de bolhas de ar no adesivo. Para analisar o comportamento difractivo, e posterior detecção e

quantificação desse tipo de defeitos em colagens em alumínio, tipo junta sobreposta, foram criados artificialmente defeitos circulares com dimensões variáveis em várias colagens. Devido à sua fácil discriminação foi novamente usado o modo S0. Numa primeira fase foram analisadas estruturas mais simples, que consistiam em placas de alumínio isoladas com buracos de dimensões variáveis. O modelo de difracção simplificado usado considera a onda guiada como uma onda plana a duas dimensões (plano da placa) e o obstáculo como uma fonte de uma *onda de perturbação* que se vai sobrepor ao campo incidente. Os resultados obtidos para os pontos de amplitude máxima foram excelentes permitindo-nos concluir que esta aproximação é válida, para determinação do campo difractado pelos buracos.

Para as colagens com defeitos, utilizando o mesmo modelo, constatámos a existência de apenas alguma coerência do ponto de vista qualitativo. As discrepâncias são da ordem dos 10% justificadas, essencialmente, pelo facto de os defeitos não ocuparem toda a espessura da zona de propagação, ao contrário das placas com buracos. Outros factores, tais como pequenas alterações na geometria dos defeitos ou a incerteza relacionada com a quantificação da conversão de modos podem, também, contribuir para estas discrepâncias.

Foi, no entanto, estabelecido um parâmetro empírico que, relacionando os valores máximos e mínimos medidos experimentalmente para cada um dos defeitos, apresenta uma correlação linear com a dimensão dos defeitos muito boa e que, aparentemente, pode servir para a sua determinação.

Destaca-se o carácter inovador do trabalho efectuado neste ponto, que se insere num campo onde geralmente existe apenas a preocupação na detecção dos defeitos e não na sua análise qualitativa;

- De forma a analisar o grau de adesão no mesmo tipo de colagens consideradas anteriormente, agora sujeitas a tratamento térmico, foi usado o modelo *QSA*, que de uma forma geral é usado na modelação de interfaces imperfeitas, em conjunto com o método da *matriz de transferência*. Do ponto de vista teórico é apresentada a influência do grau de adesão no andamento da velocidade de fase dos modos de propagação. O modo analisado em detalhe é A1, pelo facto de ser este o de mais fácil detecção experimental na zona da colagem. No entanto, verificou-se que os diferentes graus de adesão não deram origem, na prática, a variações detectáveis. A justificação deve-se ao facto do método não ser sensível a variações dos níveis de adesão como os que analisámos e que

tinham valores duplos entre a melhor e a pior adesão. Podemos então concluir que o modelo em causa pode ser usado apenas para análise de níveis de degradação de colagens superiores aos apresentados;

- No sistema de caracterização de papel desenvolvido verificou-se que as cerâmicas bimorfas se apresentam como uma boa solução para a geração e a detecção de ondas ultra-sonoras guiadas, resolvendo os problemas típicos ligados ao acoplamento entre os transdutores e o papel. Através de uma excitação de banda estreita (*burst*), com amplitudes relativamente baixas, conseguimos obter relações S/R aceitáveis. Usando 16 transdutores foi construída uma cabeça de medida, que associada a hardware e software de controlo e medida, permite a construção do diagrama TSI em tempo real.

Usando multiplexagem analógica conseguiu-se uma substancial redução de componentes, tanto no andar de emissão como de recepção. Salienta-se, também, os algoritmos de detecção de sinal e de construção do diagrama que, pela sua eficiência, e apesar da baixa frequência utilizada (21 kHz) dão origem a precisões da ordem dos 2%.

Na prática, o sistema concebido é substancialmente mais económico e mais rápido, quando comparado com os sistemas tradicionais, que usam apenas um par de transdutores associados a um movimento da rotação do papel.

6 TRABALHOS FUTUROS

A utilização dos diversos tipos de ondas ultra-sonoras guiadas apresenta-se como indicada para a análise de materiais, especialmente quando as suas estruturas têm grandes dimensões e permitem um confinamento da propagação. Para além das aplicações que foram estudadas neste trabalho, qualquer outro material que se apresente como um guia de ondas natural pode, potencialmente ser analisado, usando este tipo de ondas. Em nosso redor existem inúmeras estruturas tais como tubos, varões, interfaces entre materiais ou deposições de camadas finas em substratos, que podem constituir assuntos a abordar em trabalhos futuros.

Relativamente ao trabalho desenvolvido nesta dissertação existem também algumas sugestões a ter em consideração, que poderão ser úteis para a confirmação dos resultados obtidos e para obter informação mais detalhada e precisa sobre alguns dos fenómenos observados.

- Na detecção e caracterização de defeitos em placas podem ser usados defeitos simulados mais próximos da realidade, em complemento da análise que foi feita, utilizando defeitos com formato quadrangular. Os fenómenos reais, como por exemplo, a corrosão podem ser mais bem simulados usando defeitos elipsoidais com excentricidades variáveis;
- Para melhor compreender a propagação nas colagens com defeitos, novos modelos mais completos são necessários, atendendo à complexidade dos fenómenos envolvidos. Pensamos, no entanto, que este ponto só por si é uma vasta área de estudo;
- Os efeitos difractivos dos defeitos nas colagens, apesar dos resultados obtidos com o modelo apresentado serem razoáveis, devem ser confirmados para colagens com uma geometria diferente, nomeadamente espessura das placas aderentes, bem como para outras frequências de trabalho. Também a relação empírica obtida entre amplitude dos

sinais e a dimensão dos defeitos requer validação experimental noutras condições de teste;

- Para aferir a relação entre as dimensões dos defeitos e as tensões de rotura das colagens são necessários outros tipos de testes destrutivos, em que a força aplicada seja perpendicular ao plano das placas, contrariamente aos testes efectuados que, como verificámos, dão origem a uma distribuição não uniforme de tensões ao longo da colagem;
- Para garantir, de uma forma inequívoca, que o modelo *QSA* utilizado para modelar interfaces imperfeitos tem validade, é necessário efectuar testes em colagens com níveis de degradação relativos, superiores às colagens analisadas;
- Para corroborar os resultados apresentados nesta dissertação, a simulação por intermédio de elementos finitos seria, sem sombra de dúvida, uma ferramenta de enorme importância;
- Em relação ao trabalho efectuado na caracterização do papel, para além dos resultados obtidos, o sistema pode evoluir no sentido de medição de outros parâmetros ultrasonoros, como por exemplo a atenuação, de forma a determinar outras propriedades físicas do papel. Também o desenvolvimento de novos transdutores que utilizem outro tipo de acoplamento pode ser considerado, de forma a permitir a medição de outras grandezas, nomeadamente, a velocidade na direcção da espessura papel;
- De um modo geral, para os meios anisotrópicos, como é o caso dos quartzitos e do papel podem ser usados outros métodos para uma mais completa caracterização, utilizando os conceitos associados à equação de *Christoffel*.

REFERÊNCIAS

- Achenbach, J.**, *Wave Propagation in Elastic Solids*, North-Holland, N.Y., 1993.
- Adler, L.**, Billy, M. e Quentin, G., “Evaluation of friction-welded aluminium-steel bonds using dispersive guided modes of a layered substrate”, *J. Appl. Phys.*, 68, (12), 6072-6076, 1990.
- Alers, G.**, “EMAT rail flaw detection system”, *Contract Report DTFR-53-86-C00015*, Washington DC: Department of Transportation, 1988.
- Alers, G.**, “Monitoring pipe and tube wall properties during fabrication in a steel mill”, *Intelligent Processing of Materials and Advanced Sensors*, Wadley, H., Rath, B. e Wolf, S., American Institute of Metallurgical Engineers, 1987.
- Alleyne, D.** e Cawley, P., “A two-dimensional Fourier transform for the measurement of propagating multimode signals”, *J. Acoust. Soc. Am.*, 89, 1159-1168, 1991.
- Alleyne, D.** e Cawley, P., “The interaction of Lamb waves with defects”, *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelec. Freq. Control*, 39, (3), 381-396, 1992.
- Alleyne, D.**, Pavlakovic, B. e Lowe, M., “Rapid long-range inspection of chemical plant pipework”, *Insight*, 43, 93-96, 2001.
- Anderson, M.**, Hill, J. e Fortunko, C., “Broadband electrostatic transducers: modelling and experiments”, *J. Acoust. Soc. Am.*, 97, 262-272, 1995.
- ASTM**, American Society for Testing and Materials, “Standard practice for ultrasonic contact examination of weldments”, E164, 1986.
- ASTM**, American Society for Testing and Materials, “Standard test method for apparent shear strength of single-lap-joint adhesively bonded metal specimens by tension loading (metal-to-metal)”, Annual Book of ASTM Standards, Section 15, Vol. 15.06, D 1002-94, 1996.
- Auld, B.**, *Acoustic Fields and Waves in Solids*, Second Edition, Vol. I, Robert E. Krieger, Florida, 1990a.
- Auld, B.**, *Acoustic Fields and Waves in Solids*, Second Edition, Vol. II, Robert E. Krieger, Florida, 1990b.

- Austeng**, A. e **Holm**, S., “Sparse 2-D arrays for 3-D phased array imaging – design methods”, *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelec. Freq. Control*, 49, (8), 1073-1086, 2002.
- Baltazar**, A., **Rokhlin**, S. e **Pecorari**, C., “On the relationship between ultrasonic and microstructural properties of imperfect interfaces in layered solids”, *Review of Progress in Quantitative Nondestructive Evaluation*, Vol. 19, 1463-1470, Thompson e Chimenti, Kluwer Academic/Plenum Publishers, 1999.
- Banks**, R., **Farlow**, R. e **Hayward**, G., “A frequency-agile ultrasonic Lamb wave scanner for NDE systems”, *Insight*, 39, (11), 780-784, 1997.
- Bernal**, M., **Capporaletti**, G., **Rebollo**, M., **Quintain**, F. e **Raffo**, C., “Determination of rocks porosity by means of nondestructive techniques that use ultrasound generated laser”, *15th WCNDT*, World Congress in Nondestructive Testing, Roma, 2000.
- Bernard**, A. e **Lowe**, M., “Guided waves energy velocity in absorbing and non-absorbing plates”, *J. Acoust. Soc. Am.*, 110, 186-196, 2001.
- Birt**, E., “Damage detection in carbon-fibre composites using ultrasonic Lamb waves”, *Insight*, 40, (5), 335-339, 1998.
- Bray**, D., “Ultrasonic testing applications in the transportation industries”, *Nondestructive Testing Handbook: Ultrasonic Testing*, 2nd Edition, Vol. 7, ASNT, 1991.
- Burns**, L., **Alers**, G. e **MacLauchlan**, D., “A compact electromagnetic acoustic transducer receiver for ultrasonic testing at elevated temperature”, *Review of Progress in Quantitative Nondestructive Evaluation*, Vol. 7B, 1677-1683, Thompson, D. e Chimenti, D., Plenum Press, N. Y., 1988.
- Busse**, C., “Imaging with optically generated thermal waves”, *IEEE Trans. Sonics Ultrasonic*, S432, 335-364, 1985.
- Capitani**, V., **Camassa**, A. e **Piazza**, U., “Comparison of conventional and new non-destructive testing methods for friction stir welding evaluation”, *8th ECNDT*, European Congress on Nondestructive Testing, Barcelona, 2002.
- Carr**, H. e **Wykes**, C., “Diagnostic measurements in capacitance transducers”, *Ultrasonics*, 31, (1), 13-20, 1993.
- Cawley**, P., **Lowe**, M., **Alleyne**, D., **Pavlakovic**, B. e **Wilcox**, P., “Practical long range guided wave testing: applications to pipes and rail”, *Materials Evaluation*, 61, (1), 66-74, 2003.
- Chang**, H., **Flynn**, P., **Gordon**, P. e **Bell**, J., “Principles and application of ultrasonic spectroscopy in NDE of adhesive bonds”, *IEEE Trans. Sonics Ultrasonic*, SU-23, 5, 334-338, 1976.

- Cho**, Y., *Defect detection and characterization potential with guided waves*, Ph.D. Thesis, Pennsylvania State University, 1995.
- Cho**, Y., Hongerholt, D. e Rose, J., “Lamb wave scattering analysis for reflector characterization”, *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelec. Freq. Control*, 44, (1), 44-52, 1997.
- Cho**, Y., “Guided wave monitoring of thickness variation for thin film materials”, *Materials Evaluation*, 61, (3), 418-422, 2003.
- Chree**, C., “Longitudinal vibrations of a circular bar”, *Quarterly Journal of Mathematics*, 21, 287-298, 1886.
- Dawes**, C. e Thomas, W., “Friction stir joining of aluminium alloys”, *TWI Bulletin*, 1995.
- Dunkin**, J., “Computation of modal solutions in layered, elastic media at high frequencies”, *Bull. Seism. Soc. Am.*, 55, 335-358, 1965.
- Farlow**, R. e Hayward, G., “Real-Time ultrasonic techniques suitable for implementing noncontact NDT systems employing piezoceramic composite transducers”, *Insight*, 36, 926-935, 1994.
- Fernandes**, N., Santos, M., Ferreira, A., Perdigão, J. e Velho, J., “*Quartzite’s Behaviour Under Oceanic Environment: Physical Characterisation Using Ultrasound Propagation and Aging*”, *EUROMAT’98*, Materials in Oceanic Environment, Vol. I, 403-410, L. Faria, Lisboa, Portugal, 1998.
- Ferreira**, A., Santos, M., Fernandes, N., Velho, J. e Perdigão, J., “Ultrasonic control of quartzite’s: attenuation and velocity discrepancies interpretation”, *Materials Evaluation*, 59, (6), 779-782, 2001.
- Ferroperm** Piezoceramics A/S, “Ceramic multilayer bender”, *Application Note*, 1-16, 2000.
- Fromme**, P. e Sayir, M., “Measurement of the scattering of a Lamb wave by a through hole in a plate”, *J. Acoust. Soc. Am.*, 111, (3), 1165-1170, 2002.
- Frost**, H., “Electromagnetic-ultrasound transducers: Principles, practice and applications”, *Physical Acoustics*, Vol.14, Mason and Thurston, N. Y., 1979.
- Gazis**, D., “Exact analysis of the plane-strain vibrations of thick-walled hollow circular cylinders”, *J. Acoust. Soc. Am.*, 39, 786-794, 1958.
- Gebhardt**, W., Bonitz, W. e Woll, H., “Defect reconstruction and classification by phased arrays”, *Materials Evaluation*, 40, (1), 90-95, 1982.
- Ghosh**, J., “Longitudinal vibrations of a hollow cylinder”, *Bull. of Calcutta Math. Soc.*, 14, 31-40, 1923.
- Goland**, M. e Reissner, E., “The stresses in cemented joints”, *J. Appl. Mech.*, 66, A17-A27, 1944.

- Graff, K.**, *Wave Motion in Elastic Solids*, Dover Publication, N. Y., 1975.
- Graff, K.**, “Historical overview of ultrasonic test development”, *Nondestructive Testing Handbook: Ultrasonic Testing*, 2nd Edition, Vol. 7, ASNT, 1991.
- Gregory, A. e Podio, A.**, “Dual-mode ultrasonic apparatus for measuring compressional and shear wave velocities of rock samples”, *IEEE Trans. Sonics Ultrasonic*, SU-17, (2), 77-85, 1970.
- Guyott, C., Cawley, P. e Adams, R.**, “The non-destructive testing of adhesively bonded structures: a review”, *J. Adhesion*, 20, 129-159, 1986.
- Habeger, C., Mann, R. e Baum, G.**, “Ultrasonic plate waves in paper”, *Ultrasonics*, 17, (1), 57-62, 1979.
- Hagemaiier, D.**, “Ultrasonic reference standards and control of tests”, *Nondestructive Testing Handbook: Ultrasonic Testing*, 2nd Edition, Vol. 7, ASNT, 1991.
- Harris, J. e Adams, R.**, “Strength prediction of bonded single lap joints by non-linear finite element methods”, *Int. J. Adhes. Adhesives*, 4, 65-78, 1984.
- Hart-Smith, L.**, “Adhesive-bonded single-lap joints”, NASA CR-113336, NASA Langley Research Centre, Hampton, Virginia, USA, 1973.
- Haskell, N.**, “Dispersion of surface waves on multilayered media”, *Bull. Seism. Soc. Am.*, 43, 17-34, 1953.
- Hayashi, T. e Rose, J.**, “Guided wave simulation and visualization by a semianalytical finite element method”, *Materials Evaluation*, 61, (1), 75-79, 2003.
- Heller, K., Jacobs, L. e Qu, J.**, “Characterization of adhesive bond properties using Lamb waves”, *NDT&E International*, 33, 555-563, 2000.
- Hirose, N.**, “Effect of sintered density on Young’s modulus and Poisson’s ratio”, *Proceedings of the Ultrasonic World Congress*, Yokohama, Japan, 340-341, 1997.
- Hongerholt, D., Cho, Y. e Rose, J.**, “Defect characterization and sizing potential with guided waves: experiments”, *Review of Progress in Quantitative Nondestructive Evaluation*, Seattle, 1995.
- Hosten, B., Huchins, D. e Schindel, D.**, “Measurement of elastic constants in composite materials using air-coupled ultrasonic bulk waves”, *J. Acoust. Soc. Am.*, 99, (4), 2116-2123, 1996.
- IIW**, International Institute of Welding, “Handbook on the ultrasonic examination of austenitic welds”, DOC V-795, 1985.
- ISRM**, International Society for Rock Mechanics, “Suggested methods for determining sound velocity”, *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.*, Vol. 15, 1978.

- ISRM**, International Society for Rock Mechanics, “Suggested methods for determining water content, porosity, density, absorption and related properties swelling and slecke-durability index properties”, *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.*, Vol. 16, 1979.
- Ithurralde**, G., Simonet, D., Choffy, J. e Laurent, B., “NDT approach and multi-sensors tools for the inspection of aeronautic welds”, *15th WCNDT*, World Congress in Nondestructive Testing, Roma, 2000.
- Johnson**, M., *Investigation of the Mechanical Properties of Copy Paper using Laser Generated and Detected Lamb Waves*, Ph.D. Thesis, Georgia Institute of Technology, 1996.
- Jung**, Y., Kandu, T. e Ehsani, M., “Internal discontinuity detection in concrete by Lamb waves”, *Materials Evaluation*, 59, (3), 418-423, 2001.
- Kazys**, R. e Stolpe, P., “Ultrasonic non-destructive on-line estimation of the tensile stiffness of a running paper web”, *NDT&E International*, 34, 259-267, 2001.
- Kelly**, S., Farlow, R. e Hayward, G., “Applications of trough-air ultrasound for rapid NDE scanning in the aerospace industry”, *J. Acoust. Soc. Am.*, 99, (4), 2116-2123, 1996.
- Kessler**, L., *Acoustic Holography*, Academic Press, 1972.
- Khoury**, M., Tourtollet, G. e Schroder, A., “Contactless measurement of the elastic Young’s modulus of paper by ultrasonic technique”, *Ultrasonics*, 37, (2), 133-139, 1999.
- Kinsler**, L. E., Frey, A. R., Coppens, A. B. e Sanders, J. V., *Fundamentals of Acoustics*, Third Edition, John Willey, N. Y., 1982.
- Kirk**, K., Cornwell, I., McNab, A., Cohran, A. e Haywarde, G., “An array-based system for monitoring cracks in industrial plant at high temperatures”, *Insight*, 38, (10), 722-727, 1996.
- Knopoff**, L., “A matrix method for elastic wave problems”, *Bull. Seism. Soc. Am.*, 54, 431-438, 1964.
- Krautkramer**, J. e Krautkramer H., *Ultrasonic Testing of Materials*, 4th Edition, Springer-Verlag, Berlin, 1990.
- Kuhl**, W., Schodder G. e Schroder, F., “Condenser transmitters and microphones with solid dielectric for air-borne ultrasonics”, *Acustica*, 4, (5), 519-532, 1954.
- Kwun**, H., Kim, S. e Light, G., “The magnetostrictive sensor technology for long range guided wave testing and monitoring of structures”, *Materials Evaluation*, 61, (1), 80-84, 2003.
- Lamarré**, A. e Moles, M., “Ultrasound phased array inspection technology for evaluation of friction stir welds”, *15th WCNDT*, World Congress in Nondestructive Testing, Roma, 2000.
- Lamb**, H., “The flexure of an elastic plate”, *Proceedings of London Math. Soc.*, Vol. XVII, 1885.

- Lasser**, M. e **Harrison**, G., “Real time, large area ultrasound imaging system using two-dimensional array technique”, *The e-Journal of Nondestructive Testing*, 3, (3), 1998.
- Leal**, R. e **Loureiro**, A. “Defects formation in friction stir welding of aluminium alloys”, *II International Materials Symposium*, Materiais 2003, Lisboa, 2003.
- Li**, J. e **Rose**, J., “Implementing guided wave mode control by use of a phased transducer array”, *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelec. Freq. Control*, 48, (3), 761-768, 2001.
- Lin**, C. e **Lin**, Y., “A finite element model of single-lap adhesive joint”, *Int. J. Solids Struct.*, 30, 1679-1692, 1993.
- Lindblad**, G. e **Furst**, T., *The ultrasonic measuring technology on paper and board*, Lorentzen & Wettre, Sweden, 2001.
- Lowe**, M., *Plate waves for the NDT of diffusion bonded titanium*, Ph.D. Thesis, Department of Mechanical Engineering, Imperial College, London, 1992.
- Lowe**, M., “Matrix techniques for modelling ultrasonic waves in multilayered media”, *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelec. Freq. Control*, 42, (4), 525-542, 1995.
- Lowe**, M., **Challis**, R. e **Chan**, C., “The transmission of Lamb waves across adhesively bonded lap joints”, *J. Acoust. Soc. Am.*, 107, (3), 1333-1345, 2000.
- Lowe**, M. e **Diligent**, O., “Low-frequency reflection characteristics of the S_0 Lamb wave from a rectangular notch in a plate”, *J. Acoust. Soc. Am.*, 111, (1), 64-74, 2002.
- Macovski**, A., “Ultrasonic imaging using arrays”, *Proc. of the IEEE*, Vol.67, (4), 484-495, 1979.
- Mal**, A., “Guided waves in layered solids with interfaces zones”, *Int. J. Engng. Sci.*, 26, 873-881, 1988.
- Malecki**, I., *Physical Foundations of Technical Acoustics*, Pergamon Press, United Kingdom, 1993.
- Mathematica 4.0**, Wolfram Research, Inc., USA, 1999.
- McIntyre** C., **Hutchins** D., **Billson** D. e **Stor-Pellinen** J., “The use of air-coupled ultrasound to test paper”, *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelect. Freq. Contr.*, 48, (3), 717-727, 2001.
- Mori**, K. e **Sugibayashi**, T., “Prediction the strength of stepped-lap joint with adhesive resin under tensile shear load”, *JSME International Journal Series I*, 33, (3), 349-355, 1990.
- Nagy**, P. e **Adler**, L., “Nondestructive evaluation of adhesive joints by guided waves”, *J. Appl. Phys.*, 66, (10), 4658-4663, 1989.
- National**, I., *LabView – Graphical Programming Software*, 2002.
- Norris**, A. e **Vemula**, C., “Scattering of flexural waves on thin plates”, *Journal of Sound and Vibration*, 181, (1), 115-125, 1995.

- Ogi**, H., Masahiko, H. e Ohtani, T., “Line-focusing electromagnetic acoustic transducers for detection of slit defects”, *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelec. Freq. Control*, 46, (2), 341-346, 1999.
- Oplinger**, D., “A layered beam theory for single lap joints”, Army Materials Technology Laboratory, Report MTL TR91-23, 1991.
- Panakkal**, J., Willems e Arnold, W., “Nondestructive evaluation of elastic parameters of sintered powders”, *J. Mater. Sci.*, Vol. 25, 1397-1402, 1990.
- Pecorari**, C. e Kelly, P., “The quasi-static approximation for cracked interfaces in layered systems”, *Review of Progress in Quantitative Nondestructive Evaluation*, Vol. 19, 1471-1478, Thompson e Chimenti, Kluwer Academic/Plenum Publishers, 1999.
- Percival**, W. e Birt, E., “A study of Lamb wave propagation in carbon-fibre composites”, *Insight*, 39, (19), 728-735, 1997.
- Pialucha**, T., Guyott, C. e Cawley, P., “Amplitude spectrum method for the measurement of phase velocity”, *Ultrasonics*, 27, 270-279, 1989.
- Pilarski**, A., “Ultrasonic evaluation of the adhesion degree in layered joints”, *Materials Evaluation*, 43, (1), 765-770, 1985.
- Pochhammer**, L., *J. fur Math*, 81, 324-336, 1876.
- Press**, F., Harkrider, D. e Seafeldt, C., “A fast, convenient program for computation of surface-wave dispersion curves in multilayered media”, *Bull. Seism. Soc. Am.*, 51, 495-502, 1961.
- Qu**, J. e Jacobs, L., “Guided circumferential waves and their applications in characterizing cracks in annular components”, *Materials Evaluation*, 61, (1), 85-93, 2003.
- Quarry**, M. e Rose, J., “Multimode guided wave inspection of piping using comb transducers”, *Materials Evaluation*, 57, (10), 1089-1090, 1999.
- Quate**, C., “Acoustic microscope-scanning version”, *App. Phys. Lett.*, 24, 136-138, 1974.
- Quintino**, L. e Vilaça, P., “Soldadura por fricção linear”, *Comunicação Interna*, Secção de Tecnologia Mecânica do Instituto Superior Técnico, 2001.
- Rabinovich**, S., Jassby, K., Livni, O. e Aharoni, R., “Progress in spotweld test and classification tools”, *15th WCNDT*, World Congress in Nondestructive Testing, Roma, 2000.
- Rayleigh**, L., “On waves propagation along the plane surface of an elastic solid”, *Proceedings of London Math. Soc.*, Vol. XVII, 1885.
- Rayleigh**, L., “On the free vibrations of an infinite plate of homogenous isotropic elastic matter”, *Proceedings of London Math. Soc.*, Vol. XX, 1889.

- Reis, P.**, *Resistência de uniões estruturais em polipropileno reforçado com fibra de vidro*, Tese de Doutorado, Departamento de Engenharia Electromecânica, Universidade da Beira Interior, 2001.
- Reynolds, P.** e Hayward, G., “Design and construction of a new generation of a flexible ultrasonic transducer array”, *Insight*, 40, (2), 101-106, 1998.
- Ristic, V.**, *Principles of Acoustics Devices*, John Willey, N. Y., 1983.
- Rokhlin, S.**, Chan, M. e Adler, L., “Quantitative evaluation of spot welds by ultrasonic waves”, *Review of Progress in Quantitative Nondestructive Evaluation*, Vol. 3B, Thompson, D e Chimenti, D., New York, Plenum Press, 1984.
- Rokhlin, S.**, “Lamb wave interaction with lap-shear adhesive joints: Theory and experiment”, *J. Acoust. Soc. Am.*, 89, (4), 2758-2765, 1991.
- Rose, J.** e Ditri, J., “Pulse-echo and trough transmission Lamb wave techniques for adhesive bond inspection”, *British Journal of NDT*, 34, (12), 591-594, 1992.
- Rose, J.**, Jiao, D. e Spanner, J., “Ultrasonic guided wave NDT for piping”, *Materials Evaluation*, 54, (11), 1310-1313, 1996.
- Rose, J.**, Pelts, S. e Quarry, M., “A comb transducer model for guided wave NDE”, *Ultrasonics*, 36, (1), 163-168, 1998a.
- Rose, J.**, Zhu, W. e Zaidi, M., “Ultrasonic NDT of titanium diffusion bonding with guided waves”, *Materials Evaluation*, 56, (4), 535-539, 1998b.
- Rose, J.**, *Ultrasonic Waves in Solid Media*, Cambridge University Press, United Kingdom, 1999.
- Rose, J.** e Soley, L., “Ultrasonic guided waves for anomaly detection in aircraft components”, *Materials Evaluation*, 58, (9), 1080-1086, 2000.
- Rose, J.** e Zhao, X., “Anomaly throughwall depth measurement potential with shear horizontal guided waves”, *Materials Evaluation*, 59, (10), 1234-1238, 2001a.
- Rose, J.**, Avioli, M. e Cho, Y., “Elastic wave analysis for broken rail detection”, *Review of Progress in Quantitative Nondestructive Evaluation*, Maine, 2001b.
- Rose, J.**, “Standing on the shoulders of giants: an example of guided wave inspection”, *Materials Evaluation*, 60, (1), 53-59, 2002.
- Rose, J.**, Sun, Z., Mudge, P. e Avioli, M., “Guided wave flexural mode tuning and focusing for pipe testing”, *Materials Evaluation*, 61, (2), 162-167, 2003.
- Sachse, W.** e Pao, Y., “On the determination of phase and group velocities of dispersive waves on solids”, *J. Appl. Phys.*, 49, (8), 4320-4327, 1978.
- Santos, M.**, Ferreira, A. e Perdigão, J., “Microstructure characterization of α -Fe₂O₃ ceramics by ultrasounds”, *Proceedings of the Ultrasonic World Congress*, Yokohama, Japan, 326-327, 1997.

- Santos**, M., Fernandes, N., Ferreira, A., Perdigão, J. e Velho, J., “Ultrasonic control of quartzites: anisotropic behaviour interpretation”, *UI/WCU99*, Ultrasonic International '99 / 1999 World Congress on Ultrasonic, Technical University of Denmark, Copenhagen, Denmark, 1999.
- Santos**, M., Ferreira, A., Perdigão, J. e Velho, J., “Low frequency ultrasonic transducers based on bimorph ceramic”, *Euroensors XVII*, 17th European Conference on Solid-State Transducers, Guimarães, Portugal, 2003.
- Santos**, M., Ferreira, A. e Perdigão, J., “Practical considerations on ultrasonic guided wave propagation: immersion and contact methods”, *Materials Evaluation*, 62, (4), 443-449, 2004.
- Schindel**, D., Huchins, D., Zou, L. e Sayer, M., “The design and characterization of micromachined air-coupled capacitance transducers”, *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelec. Freq. Control*, 42, (1), 42-50, 1995a.
- Schindel**, D. e Hutchins, D., “Trough-thickness characterization of solids by wideband air-coupled ultrasound”, *Ultrasonics*, 33, (1), 11-17, 1995b.
- Schindel**, D., “Ultrasonic imaging of solid surfaces using a focussed air-coupled capacitance transducer”, *Ultrasonics*, 35, (8), 587-594, 1998.
- Schindel**, D., “Air-coupled ultrasonic measurements of adhesively bonded multi-layer structures”, *Ultrasonics*, 37, 185-200, 1999.
- Scruby**, C. e Drain, L., *Laser Ultrasonics: Techniques and Applications*, Adam Hilger, Philadelphia, 1990.
- Shoef**, Y., Shoef, G., Passi, G. e Segal, I., “Evaluation of type and dimensions of discontinuities through three dimensional ultrasonic imaging”, *15th WCNDT*, World Congress in Nondestructive Testing, Roma, 2000.
- Singh**, G. e Davies, J., “Multiple transducer ultrasonic techniques”, *Nondestructive Testing Handbook: Ultrasonic Testing*, 2nd Edition, Vol. 7, ASNT, 1991.
- Singher**, L., Segal, Y. e Shamir J., “Analysis of guided wave interaction with a cylindrical flaw by the method of moments”, *Ultrasonics*, 33, 281-287, 1995.
- Singher**, L., “Bond strength measurement by ultrasonic guided waves”, *Ultrasonics*, 35, 305-315, 1997a.
- Singher**, L., “Interaction of a guided wave with a nonuniform adhesion bond”, *Ultrasonics*, 35, 385-391, 1997b.
- Song**, W., Rose, J. e Whitesel, H., “An ultrasonic wave technique for damage testing in a ship hull”, *Materials Evaluation*, 61, (1), 94-98, 2003.
- Strycek**, J., Grandia, W. e Loertscher, H. “Wave modes produced by air-coupled ultrasound”, *The e-Journal of Nondestructive Testing*, 2, (5), 1997.

- Teller**, C., Diercks, K. e Bar-Cohen, Y., “Recent advances in the application of leaky Lamb waves to the nondestructive evaluation of adhesives bonds”, *J. Adhes.*, 30, 243-261, 1989.
- Thompson**, R., Alers, G. e Tennison, M., “Application of direct electromagnetic Lamb wave generation to gas pipeline inspection”, *Ultrasonic Symposium Proceedings*, N. Y., IEEE, 1972.
- Thomson**, W., “Transmission of elastic waves through a stratified solid medium”, *J. Appl. Phys.*, 21, 89-93, 1950.
- Todd**, C. e Challis, R., “Quantitative classification of adhesive bondline dimensions using Lamb waves and artificial neural networks”, *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelec. Freq. Control*, 46, (1), 167-181, 1999.
- Tourenq**, C., “Propagation des ondes et discontinuités des roches”, Symposium International de la Société de Mécanique des Roches, Nancy, 1971.
- Tuma**, J., *Engineering Mathematics Handbook*, McGraw-Hill Book Company, New York, 1987.
- Vary**, A., “Ultrasonic measurement of material properties”, *Research Techniques in Nondestructive Testing*, Vol. 4, R. Sharpe, Academic Press, 1980.
- Vary**, A. e Kautz, H., “Transfer function concept for ultrasonic characterization of material microstructure”, *Materials Analysis by Ultrasonics*, New Jersey, Noyes Data Corporation, 1987.
- Vary**, A., “Material property characterisation”, *Nondestructive Testing Handbook: Ultrasonic Testing*, 2nd Edition, Vol. 7, ASNT, 1991.
- Viktorov**, I., *Rayleigh and Lamb Waves*, Plenum Press, New York, 1967.
- Von Ramman**, O. e Smith, S., “Beam steering with linear arrays”, *Trans. On Biomedical Engineering*, Vol. BME-30, (8), 438-452, 1983.
- Wang**, W., “Applications of guided wave techniques in the petrochemical industry”, *Review of Progress in Quantitative Nondestructive Evaluation*, Vol. 18, 277-284, Thompson, D., Kluwer Academic Press, N. Y., 1999a.
- Wang**, Q., Du, X., Xu, B. e Cross, L., “Electromechanical coupling and output efficiency of piezoelectric bending actuators”, *IEEE Trans. Ultrason., Ferroelect. Freq. Contr.*, 46, (3), 638-646, 1999b.
- Watson**, T., “A note on fast computation of Rayleigh wave dispersion in the multilayered elastic half-space”, *Bull. Seism. Soc. Am.*, 60, 161-166, 1970.
- Wilcox**, P., Lowe, M. e Cawley, P., “Lamb and SH wave transducer arrays for the inspection of large areas of thick plates”, *15th WCNDT*, World Congress in Nondestructive Testing, Roma, 2000.
- Willsher**, S. e Smith, R., “Multi-element ultrasonic scanning of in-service airframes”, *Insight*, 40, (3), 154-159, 1998.

- Wooh**, S. e Shi, Y., “Synthetic phase tuning of guided waves”, *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelec. Freq. Control*, 48, (1), 209-223, 2001.
- Yadagiri**, S., Reddy, C. e Reddy T., “Viscoelastic analysis of adhesively bonded joints”, *Computers & Structures*, 27, 445-454, 1987.
- Yao**, K., Zhu, W., Uchino, K., Zhang, Z. e Lim, L., “Design and fabrication of a high performance multilayer piezoelectric actuator with bending deformation”, *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelect. Freq. Contr*, 46, (4), 1020-1027, 1999.
- Zhao**, X., Adams, R. e Pavier, M., “A new approach to determining the bending moment factors in a single lap joint”, *Adhesion'90*, Fourth International Conference, Plastics and Rubber Institute, London, 1990.

APÊNDICE A Aplicação da equação de Christoffel em meios anisotrópicos

A propagação de ondas planas em meios anisotrópicos pode ser caracterizada, usando a equação de Christoffel (2.41). Para isso, temos que achar uma relação de dispersão (variação da velocidade com a direcção de propagação), obtida através da resolução da equação (2.45). Essa equação dá origem a três diferentes valores de velocidades (um longitudinal e dois transversais), sendo posteriormente obtido para cada um deles a chamada *superfície de velocidade inversa* (*slowness surface*), que descreve o comportamento do inverso da velocidade com a direcção de propagação.

Outro tipo de análise que pode, igualmente, ser feito é a verificação, para um determinado tipo de onda, se esta é puramente longitudinal ou transversal. Para isso teremos de verificar qual a relação entre o seu deslocamento e a direcção de propagação. Seguidamente vamos exemplificar este tipo de análise.

Vamos considerar, a título de exemplo, um material com anisotropia cúbica que tem a seguinte matriz de constantes elásticas (Auld, 1990a):

$$C = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{11} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{12} & C_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{44} \end{bmatrix}. \quad (\text{A.1})$$

Vamos admitir uma propagação segundo a direcção: $n_x = 1/\sqrt{2}$; $n_y = 1/\sqrt{2}$ e $n_z = 0$, sendo o versor da direcção de propagação unitário, conforme representado na figura A.1. Usando (2.42) vamos obter para os valores do tensor de Christoffel

$$\begin{aligned}
\Gamma_{11} &= \frac{1}{2}(C_{11} + C_{66}) + C_{16}, \\
\Gamma_{21} = \Gamma_{12} &= \frac{1}{2}(C_{16} + C_{26} + C_{12} + C_{66}), \\
\Gamma_{31} = \Gamma_{13} &= \frac{1}{2}(C_{51} + C_{56} + C_{41} + C_{46}), \\
\Gamma_{32} = \Gamma_{23} &= \frac{1}{2}(C_{65} + C_{64} + C_{25} + C_{24}), \\
\Gamma_{22} &= \frac{1}{2}(C_{66} + C_{22}) + C_{26}, \\
\Gamma_{33} &= \frac{1}{2}(C_{55} + C_{44}) + C_{54}.
\end{aligned} \tag{A.2}$$

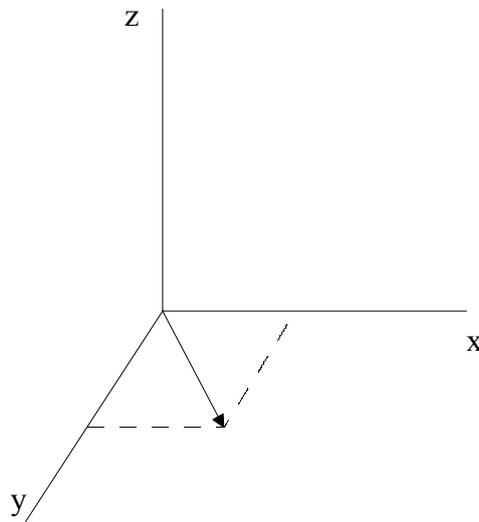


Figura A.1 Onda plana a propagar-se na direcção (1,1,0).

Atendendo a A.1 podemos, após simplificação, obter

$$\begin{aligned}
\Gamma_{11} &= \frac{1}{2}(C_{11} + C_{44}), \\
\Gamma_{21} = \Gamma_{12} &= \frac{1}{2}(C_{12} + C_{44}), \\
\Gamma_{22} &= \frac{1}{2}(C_{11} + C_{44}), \\
\Gamma_{33} &= \frac{1}{2}C_{44}, \\
\Gamma_{31} = \Gamma_{13} = \Gamma_{32} = \Gamma_{23} &= 0.
\end{aligned} \tag{A.3}$$

Substituindo em (2.45) vamos obter

$$\begin{vmatrix} \frac{1}{2}(C_{11} + C_{44}) - \rho V^2 & \frac{1}{2}(C_{12} - C_{44}) & 0 \\ \frac{1}{2}(C_{12} - C_{44}) & \frac{1}{2}(C_{11} + C_{44}) - \rho V^2 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2}C_{44} - \rho V^2 \end{vmatrix} = 0. \quad (\text{A.4})$$

Resolvendo em ordem à velocidade V , as soluções são

$$\begin{aligned} V_1 &= \sqrt{\frac{C_{11} + C_{12} + 2C_{44}}{2\rho}}, \\ V_2 &= \sqrt{\frac{C_{44}}{2\rho}}, \\ V_3 &= \sqrt{\frac{C_{11} - C_{12}}{2\rho}}, \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

que correspondem às três diferentes ondas a propagarem-se nas referidas direcções.

Para verificar o tipo de cada uma das ondas consideradas temos de resolver o seguinte sistema de equações, para cada uma das velocidades obtidas

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{2}(C_{11} + C_{44}) - \rho V^2 & \frac{1}{2}(C_{12} - C_{44}) & 0 \\ \frac{1}{2}(C_{12} - C_{44}) & \frac{1}{2}(C_{11} + C_{44}) - \rho V^2 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2}C_{44} - \rho V^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \end{bmatrix} = 0. \quad (\text{A.6})$$

A matriz principal em (A.6) pode ter o seguinte aspecto simplificado

$$\begin{bmatrix} a & b & 0 \\ b & a & 0 \\ 0 & 0 & c \end{bmatrix}, \quad (\text{A.7})$$

que após alguma manipulação dá origem a

$$\begin{bmatrix} a & b & 0 \\ 0 & a^2 - b^2 & 0 \\ 0 & 0 & c \end{bmatrix}. \quad (\text{A.8})$$

Substituindo por V_1 , o sistema de equações (A.6) fica

$$\begin{bmatrix} -\frac{1}{2}(C_{44} + C_{12}) & \frac{1}{2}(C_{44} + C_{12}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2}(C_{12} - C_{11} - C_{44}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \end{bmatrix} = 0. \quad (\text{A.9})$$

Pela terceira linha concluímos que $u_z=0$ e pela primeira, que $u_x=u_y$, o que implica que temos uma onda longitudinal pura, pois o deslocamento é na direcção da propagação.

Para V_2 obtemos para o sistema

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{2}C_{11} & \frac{1}{2}(C_{44} + C_{12}) & 0 \\ 0 & \frac{1}{4}(C_{11}^2 - C_{44}^2 - C_{12}^2 - C_{12}C_{44}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \end{bmatrix} = 0. \quad (\text{A.10})$$

Pela segunda linha temos que $u_y=0$ e, conseqüentemente, pela primeira linha também $u_x=0$. Logo, o deslocamento será exclusivamente em z , sendo a onda puramente transversal.

Para V_3 o sistema fica

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{2}(C_{12} + C_{44}) & \frac{1}{2}(C_{44} + C_{12}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2}(C_{44} + C_{12} - C_{11}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \end{bmatrix} = 0. \quad (\text{A.11})$$

Pela terceira linha temos que $u_z=0$ e pela primeira linha $u_x=-u_y$, logo, o deslocamento é perpendicular à direcção de propagação, sendo a onda transversal pura.

APÊNDICE B Métodos para obtenção dos modos de propagação de ondas de Lamb numa placa no vazio

B.1 Método dos potenciais

Para a geometria do nosso problema (figura 4.1), o vector deslocamento \bar{u} depende das direcções de x e y . Usando a estratégia adoptada em 2.3, as equações onda que regem a propagação da onda longitudinal e transversal tomam a seguinte forma

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} - \frac{1}{V_L^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} &= 0, \\ \frac{\partial^2 \bar{\Psi}}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \bar{\Psi}}{\partial y^2} - \frac{1}{V_T^2} \frac{\partial^2 \bar{\Psi}}{\partial t^2} &= 0.\end{aligned}\tag{B.1}$$

Como procuramos a solução para o regime sinusoidal de (B.1), que represente propagação na direcção de x e ondas estacionárias na direcção de z , os potenciais serão da forma

$$\begin{aligned}\Phi &= D_1(z) \exp(i(kx - \omega t)), \\ \bar{\Psi} &= D_2(z) \exp(i(kx - \omega t)),\end{aligned}\tag{B.2}$$

com $D_1(z)$ e $D_2(z)$ desconhecidos.

Substituindo a primeira equação de (B.2) na primeira equação de (B.1) vamos obter

$$-k^2 D_1(z) \exp(i(kx - \omega t)) + \frac{\partial^2 D_1(z)}{\partial z^2} \exp(i(kx - \omega t)) - \frac{1}{V_L^2} (-\omega^2) D_1(z) \exp(i(kx - \omega t)) = 0,\tag{B.3}$$

após simplificação vamos obter uma equação diferencial de segunda ordem homogénea, dada por

$$\frac{\partial^2 D_1(z)}{\partial z^2} - (k^2 - k_L^2) D_1(z) = 0, \quad (\text{B.4})$$

onde k_L é definido como

$$k_L = \frac{\omega}{V_L}. \quad (\text{B.5})$$

A resolução de (B.4) conduz a duas soluções dadas por

$$D_1(z) = A \exp(\pm \sqrt{k^2 - k_L^2} z), \quad (\text{B.6})$$

onde A é uma constante. Apenas a solução que contém a exponencial negativa é fisicamente praticável pois, caso contrário, o potencial iria aumentar com a profundidade até um valor infinito. O potencial escalar é então dado por

$$\Phi = A \exp(-(ipz)) \exp(i(kx - \omega t)), \quad (\text{B.7})$$

onde

$$p = \sqrt{\frac{\omega^2}{V_L^2} - k^2} = \sqrt{k_L^2 - k^2}. \quad (\text{B.8})$$

Analogamente, pode ser usada a mesma estratégia para determinação do potencial vector, dando origem a

$$\bar{\Psi} = B \exp(-(iqz)) \exp(i(kx - \omega t)), \quad (\text{B.9})$$

onde B é uma constante, e q é dado por

$$q = \sqrt{\frac{\omega^2}{V_T^2} - k^2} = \sqrt{k_T^2 - k^2}, \quad (\text{B.10})$$

com k_T analogamente definido como

$$k_T = \frac{\omega}{V_T}. \quad (\text{B.11})$$

Utilizando a fórmula de *Euler*, as expressões obtidas para os potenciais podem ser representadas como

$$\begin{aligned} \Phi(z) &= A_1 \sin(pz) + A_2 \cos(pz), \\ \bar{\Psi}(z) &= B_1 \sin(qz) + B_2 \cos(qz), \end{aligned} \quad (\text{B.12})$$

onde A_1 , A_2 , B_1 e B_2 são constantes e é omitido o termo $\exp(i(kx - \omega t))$ em todas as expressões.

Como resultado da decomposição de *Helmholtz* referida em 2.3, o vector deslocamento é dado por

$$\bar{u} = \nabla\Phi + \nabla \times \bar{\Psi}, \quad (\text{B.13})$$

usando as expressões (B.7) e (B.9) em (B.13), atendendo que ambos os potenciais só dependem de x e de z vamos obter, depois de aplicar o operador gradiente ao potencial escalar e o rotacional ao potencial vector

$$\bar{u} = \frac{\partial\Phi}{\partial x} \hat{x} + \frac{\partial\Phi}{\partial z} \hat{z} - \frac{\partial\bar{\Psi}}{\partial z} \hat{x} + \frac{\partial\bar{\Psi}}{\partial x} \hat{z}, \quad (\text{B.14})$$

dividindo o deslocamento \bar{u} segundo as direcções consideradas obtemos

$$\begin{aligned} u_x &= \frac{\partial\Phi}{\partial x} - \frac{\partial\bar{\Psi}}{\partial z}, \\ u_z &= \frac{\partial\Phi}{\partial z} + \frac{\partial\bar{\Psi}}{\partial x}. \end{aligned} \quad (\text{B.15})$$

Substituindo na relação *pressão-deformação* para materiais isotrópicos (2.24) são obtidas as pressões

$$\begin{aligned} \sigma_{xx} &= \lambda \left(\frac{\partial^2\Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\Phi}{\partial z^2} \right) + 2\mu \left(\frac{\partial^2\Phi}{\partial x^2} - \frac{\partial^2\bar{\Psi}}{\partial x\partial z} \right), \\ \sigma_{zz} &= \lambda \left(\frac{\partial^2\Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\Phi}{\partial z^2} \right) + 2\mu \left(\frac{\partial^2\Phi}{\partial z^2} + \frac{\partial^2\bar{\Psi}}{\partial x\partial z} \right), \\ \sigma_{xz} &= \mu \left(2 \frac{\partial^2\Phi}{\partial x\partial z} + \frac{\partial^2\bar{\Psi}}{\partial x^2} - \frac{\partial^2\bar{\Psi}}{\partial z^2} \right). \end{aligned} \quad (\text{B.16})$$

Para a nossa situação temos, então, que os deslocamentos e pressões são dados por

$$\begin{aligned}
 u_x &= i k \Phi - \frac{d\bar{\Psi}}{dx}, \\
 u_z &= \frac{d\Phi}{dz} + i k \bar{\Psi}, \\
 \sigma_{zz} &= \lambda \left(-k^2 \Phi + \frac{d^2\Phi}{dz^2} \right) + 2\mu \left(\frac{d^2\Phi}{dz^2} + i k \frac{d\bar{\Psi}}{dz} \right), \\
 \sigma_{xz} &= \mu \left(2 i k \frac{d\Phi}{dz} - k^2 \bar{\Psi} - \frac{d^2\bar{\Psi}}{dz^2} \right).
 \end{aligned} \tag{B.17}$$

A pressão σ_{xx} não é considerada pois, como veremos adiante, não é necessária quando do estabelecimento das condições fronteiras.

Devido ao facto das expressões dos potenciais (B.12) envolverem somente funções sinusoidais, os deslocamentos e as pressões serão também necessariamente do mesmo tipo. Como a função *sin* é uma função ímpar e a função *cos* é par, vamos dividir as soluções em modos simétricos e anti-simétricos. Para o deslocamento segundo z , a vibração é simétrica (relativamente ao centro da placa ($z=0$)) se contém termos em *sin*, e é anti-simétrica se contém termos em *cos*. O oposto é válido para a direcção x . Da expressão (B.17) vamos então obter

Modos simétricos

$$\begin{aligned}
 u_x &= i k A_2 \cos(pz) - q B_1 \cos(qz), \\
 u_z &= -p A_2 \sin(pz) + i k B_1 \sin(qz), \\
 \sigma_{zz} &= -\lambda (k^2 + p^2) A_2 \cos(pz) + 2\mu (-p^2 A_2 \cos(pz) + i k q B_1 \cos(qz)), \\
 \sigma_{xz} &= \mu (-2 i k p A_2 \sin(pz) - k^2 B_1 \sin(qz) + q^2 B_1 \sin(qz)).
 \end{aligned} \tag{B.18}$$

Modos anti-simétricos

$$\begin{aligned}
 u_x &= i k A_1 \sin(pz) + q B_2 \sin(qz), \\
 u_z &= p A_1 \cos(pz) + i k B_2 \cos(qz), \\
 \sigma_{zz} &= -\lambda (k^2 + p^2) A_1 \sin(pz) + 2\mu (-p^2 A_1 \sin(pz) - i k q B_2 \sin(qz)), \\
 \sigma_{xz} &= \mu (2 i k p A_1 \cos(pz) - k^2 B_2 \cos(qz) + q^2 B_2 \cos(qz)).
 \end{aligned} \tag{B.19}$$

De notar que esta separação dos modos de propagação em simétricos e anti-simétricos, apenas é válida para meios isotrópicos. Para meios anisotrópicos, apesar de existirem também ondas de *Lamb*, esta separação apenas é possível se a propagação se efectuar ao longo de um eixo de simetria (Auld, 1990b).

Neste momento as constantes A_1 , A_2 , B_1 e B_2 são ainda desconhecidas. Para a sua determinação vão ser usadas as condições fronteiras

$$\sigma_{zz} = \sigma_{xz} = 0, \quad (\text{B.20})$$

numa das faces da placa, ou seja, para $z = \pm d/2 = \pm h$.

Os deslocamentos e as pressões resultantes vão depender do tipo de modo em causa (simétrico ou anti-simétrico). No entanto, aplicando as condições fronteiras vamos obter um sistema homogéneo, com duas equações, que contém as constantes A_2 e B_1 para os modos simétricos, e um outro para os modos anti-simétricos, que contém A_1 e B_2 . Ou seja, para esses sistemas terem soluções diferentes da trivial, os determinantes das matrizes dos coeficientes têm de ser nulos. Usando (B.20), vamos então obter para os modos simétricos as seguintes equações

$$\begin{aligned} A_2 \left((-\lambda(k^2 + p^2) - 2\mu p^2) \cos(ph) \right) + B_1 (i2\mu kq \cos(qh)) &= 0, \\ A_2 (-\mu 2ikp \sin(ph)) + B_1 (\mu(q^2 - k^2) \sin(qh)) &= 0, \end{aligned} \quad (\text{B.21})$$

que dá origem após algumas simplificações a

$$\frac{\tan(qh)}{\tan(ph)} = \frac{-\mu 4k^2 pq}{(\lambda k^2 + \lambda p^2 + 2\mu p^2)(q^2 - k^2)}. \quad (\text{B.22})$$

O denominador de (B.22) pode ainda ser simplificado, usando a definição da velocidade de propagação das ondas longitudinais, dada por (2.37)

$$\lambda = V_L^2 \rho - 2\mu. \quad (\text{B.23})$$

Temos então

$$\begin{aligned} \lambda k^2 + \lambda p^2 + 2\mu p^2 &= \lambda(k^2 + p^2) + 2\mu p^2, \\ &= (V_L^2 \rho - 2\mu)(k^2 + p^2) + 2\mu p^2, \\ &= \rho V_L^2 (k^2 + p^2) - 2\mu k^2. \end{aligned} \quad (\text{B.24})$$

Usando agora a definição da velocidade de propagação das ondas transversais dada também por (2.37)

$$V_T^2 = \frac{\mu}{\rho}, \quad (\text{B.25})$$

e a equação (B.8), vamos obter para (B.24)

$$\rho \omega^2 - 2\rho V_T^2 k^2, \quad (\text{B.26})$$

o que vai dar origem a

$$\rho V_T^2 \left(\left(\frac{\omega}{V_T} \right)^2 - 2k^2 \right) = \rho V_T^2 (q^2 - k^2) = \mu (q^2 - k^2), \quad (\text{B.27})$$

substituindo na equação de dispersão (B.22), vamos obter

$$\frac{\tan(qh)}{\tan(ph)} = -\frac{4k^2 pq}{(q^2 - k^2)^2}. \quad (\text{B.28})$$

Usando um procedimento análogo vamos obter para os modos anti-simétricos

$$\frac{\tan(qh)}{\tan(ph)} = -\frac{(q^2 - k^2)^2}{4k^2 pq}. \quad (\text{B.29})$$

B.2 Método da ressonância transversa ou onda parcial

Para meios isotrópicos e com geometrias planares, a aplicação do método de sobreposição de ondas parciais é bastante simples, podendo o problema da propagação guiada ser tratado de uma forma analítica. A análise pode ainda ser simplificada, usando o princípio da ressonância transversa, que nos diz que, numa placa no vazio sem perdas, as soluções modais consistem em ondas guiadas ao longo da placa e ondas estacionárias na direcção transversa (perpendicular à direcção de propagação). Por este facto, as ondas parciais devem ter um ângulo de incidência e constantes de propagação adequados, para que as suas sucessivas reflexões na face inferior e superior da placa dêem origem à uma reconstrução no sentido da propagação.

Na figura B.1 está esquematicamente representada a formação de ondas de *Lamb* numa placa no vazio, à custa da injeção de uma onda longitudinal inclinada. Devido à conversão de modos, cada onda incidente dá origem a duas ondas reflectidas, uma longitudinal e outra transversal, que são as nossas ondas parciais. As condições para que haja reconstrução, no sentido da propagação

e, conseqüentemente, um modo de propagação com uma velocidade de fase bem definida, podem ser obtidas analiticamente, sem o estabelecimento das condições fronteiras e apenas recorrendo às expressões dos coeficientes de reflexão nas faces da placa.

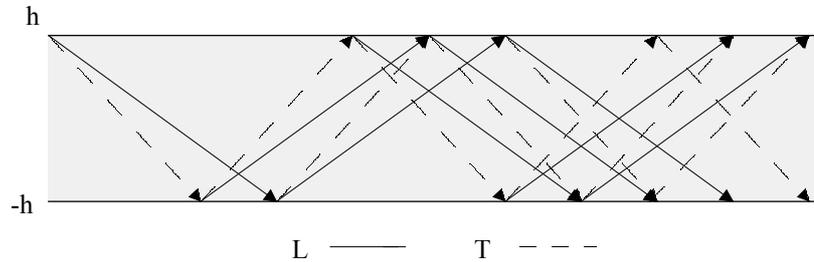


Figura B.1 Ondas parciais numa placa isotrópica no vácuo.

Temos então que as condições de ressonância transversa são dadas por

$$\begin{aligned} \pm A_L \exp(i ph) &= A_L R_{LL} \exp(-i ph) + A_T R_{LT} \exp(-i qh), \\ \pm A_T \exp(i qh) &= A_L R_{TL} \exp(-i ph) + A_T R_{TT} \exp(-i qh), \end{aligned} \quad (\text{B.30})$$

onde A_L e A_T são as amplitudes das ondas parciais longitudinal e transversal respectivamente, R representa o coeficiente de reflexão, onde o primeiro índice indica o tipo de onda incidente e o segundo índice o tipo de onda reflectida (L para longitudinal e T para transversal) e, finalmente, p e q são grandezas já definidas anteriormente. O facto de ambas as expressões conterem \pm está relacionado com carácter simétrico ou anti-simétrico da vibração da placa.

Para uma melhor compreensão física do problema temos, na figura B.2, a representação geométrica da relação entre as grandezas envolvidas na propagação de ondas de $Lamb$.

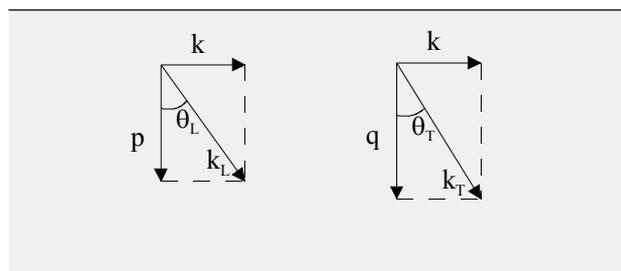


Figura B.2 Relação entre grandezas envolvidas na propagação de ondas de $Lamb$.

O sistema de equações (B.30) pode ser dado matricialmente como

$$\begin{bmatrix} R_{LL} \exp(-i ph) \mp \exp(i ph) & R_{LT} \exp(-i qh) \\ R_{TL} \exp(-i ph) & R_{TT} \exp(-i qh) \mp \exp(i qh) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_L \\ A_T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (\text{B.31})$$

Para existir propagação modal temos então de garantir que o determinante da primeira matriz é nulo, ou seja

$$R_{LL} R_{TT} \exp(-i(p+q)h) \mp R_{LL} \exp(-i(p-q)h) \mp R_{TT} \exp(-i(q-p)h) + \exp(i(p+q)h) - R_{TL} R_{LT} \exp(-i(p+q)h) = 0. \quad (\text{B.32})$$

Usando as relações entre os coeficientes de reflexão dadas por (Auld, 1990a)

$$\begin{aligned} R_{TT} &= -R_{LL}, \\ R_{LT} &= \frac{1 - R_{LL}^2}{R_{TL}}, \end{aligned} \quad (\text{B.33})$$

vamos obter, após algumas simplificações, nomeadamente a conversão das exponenciais complexas em funções sinusoidais, a seguinte expressão

$$\pm R_{LL} = \frac{\sin((p+q)h)}{\sin((p-q)h)}. \quad (\text{B.34})$$

Usando a relação trigonométrica

$$\sin(a \pm b) = \sin a \cos b \pm \cos a \sin b, \quad (\text{B.35})$$

podemos desenvolver o membro direito de (B.34) de forma a obter

$$\pm R_{LL} = \frac{1 + \frac{\tan(qh)}{\tan(ph)}}{1 - \frac{\tan(qh)}{\tan(ph)}}, \quad (\text{B.36})$$

que equivale a termos

$$\frac{\tan(qh)}{\tan(ph)} = -\frac{1 + R_{LL}}{1 - R_{LL}}, \quad (\text{B.37})$$

para os modos simétricos e

$$\frac{\tan(qh)}{\tan(ph)} = -\frac{1 - R_{LL}}{1 + R_{LL}}, \quad (\text{B.38})$$

para os modos anti-simétricos.

O coeficiente de reflexão R_{LL} é dado por (Auld,1990a)

$$R_{LL} = \frac{\sin(2\theta_T)\sin(2\theta_L) - \left(\frac{V_L}{V_T}\right)^2 \cos^2(2\theta_T)}{\sin(2\theta_T)\sin(2\theta_L) + \left(\frac{V_L}{V_T}\right)^2 \cos^2(2\theta_T)}, \quad (\text{B.39})$$

onde θ_L e θ_T são os ângulos formados com a normal pela onda longitudinal e transversal, respectivamente, (figura B.2). Usando a expressão anterior, o segundo membro de (B.37) dá origem a

$$-\frac{\sin(2\theta_T)\sin(2\theta_L)}{\left(\frac{V_L}{V_T}\right)^2 \cos^2(2\theta_T)}, \quad (\text{B.40})$$

aplicando as expressões trigonométricas

$$\begin{aligned} \sin(2a) &= 2 \sin a \cos a, \\ \cos(2a) &= 1 - 2 \sin^2 a, \end{aligned} \quad (\text{B.41})$$

vamos obter para (B.40)

$$-\frac{4 \sin \theta_T \cos \theta_T 2 \sin \theta_L \cos \theta_L}{\left(\frac{V_L}{V_T}\right)^2 (1 - 2 \sin^2 \theta_T)^2}. \quad (\text{B.42})$$

Substituindo os ângulos θ_L e θ_T pelas relações apresentadas na figura B.2 e após algumas simplificações, obtemos

$$-\frac{4k^2 pq}{(q^2 - k^2)^2}, \quad (\text{B.43})$$

ficando a expressão (B.37) coincidente com a relação de dispersão obtida através do método dos potenciais. Para os modos anti-simétricos o procedimento é análogo.

APÊNDICE C Determinação experimental da atenuação usando o método pulso-eco

Na figura C.1 está representado esquematicamente um material com espessura L , sujeito a um teste usando o método *pulso-eco* por contacto. Para determinar a atenuação do material temos que relacionar dois sinais consecutivos provenientes da face oposta ao transdutor, que podem ser por exemplo A_1 e A_2 .

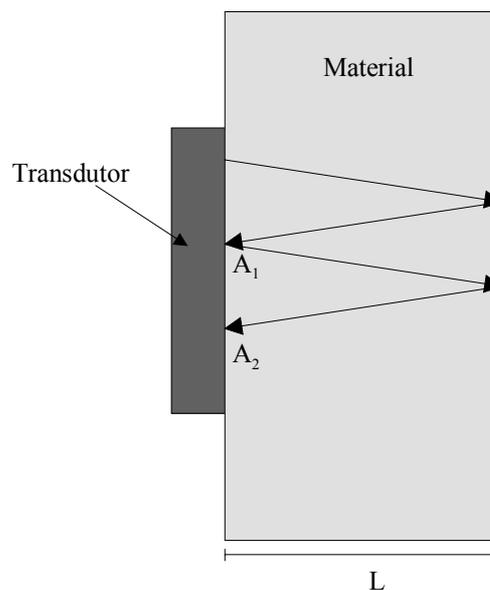


Figura C.1 Método *pulso-eco* por contacto.

Vamos considerar que o sinal imediatamente antes de entrar no material (saída do transdutor) é dado por A_0 . O coeficiente de transmissão transdutor-material é dado por T_{TM} e o coeficiente de transmissão material-transdutor por T_{MT} . Da mesma forma são definidos os coeficientes de reflexão como R_{TM} e R_{MT} . Como a face oposta está em contacto com o ar, cuja impedância

acústica é muito inferior à do material podemos considerar que o seu coeficiente de reflexão é unitário.

O sinal A_1 é então dado por

$$A_1 = A_0 T_{TM} \exp(-2\alpha L), \quad (\text{C.1})$$

e o sinal A_2 por

$$A_2 = A_0 R_{MT} T_{TM} \exp(-4\alpha L). \quad (\text{C.2})$$

Fazendo o cociente entre A_1 e A_2 e simplificando vamos obter

$$\alpha = \frac{1}{2L} \ln(R_{MT} \frac{A_1}{A_2}). \quad (\text{C.3})$$

De notar que, para casos em que a impedância do material é superior à impedância do transdutor, R_{MT} tem um valor negativo, o que é traduzido fisicamente como uma inversão de fase do sinal. Nesta situação, o valor do coeficiente de reflexão a usar em (C.3) é o seu valor absoluto.

APÊNDICE D Deslocamentos num sistema multicamada

Para a determinação dos deslocamentos num sistema multicamada, como o da figura 4.56, admitimos que uma das amplitudes da equação (4.80) é unitária, por exemplo $A_{L+}^2 = 1$. Como referimos, nesta situação ficamos com 11 incógnitas, o que nos leva a considerar apenas 11 equações, desprezando por exemplo a que deriva de $\sigma_{xx}=0$ na interface i_l .

Para cada camada temos de conhecer as propriedades do material: velocidade longitudinal V_{Ln} , velocidade transversal V_{Tn} , massa específica ρ_n e espessura d_n . Tal como em 4.6.1 são definidos ainda os seguintes parâmetros

$$\begin{aligned}
 p_n &= \sqrt{\frac{\omega^2}{V_{Ln}^2} - k^2}, \\
 q_n &= \sqrt{\frac{\omega^2}{V_{Tn}^2} - k^2}, \\
 G_{pn} &= \exp(i p_n d_n), \\
 G_{qn} &= \exp(i q_n d_n), \\
 B_n &= (\omega^2 - 2 V_{Tn}^2 k^2),
 \end{aligned} \tag{D.1}$$

onde n pode ser 2, 3 ou 4. Depois de conhecer a velocidade de fase de um modo de propagação para uma determinada frequência, obtida por (4.72), as grandezas definidas em (D.1) podem ser conhecidas, pois $k = \omega/V_F$ e $\omega = 2\pi f$.

Temos então para i_l pela expressão (4.60), tendo em atenção que $z=0$

$$\sigma_{xz} = 2i\rho_2 k V_{T2}^2 p_2 - 2i\rho_2 k V_{T2}^2 p_2 A_{L-}^2 + i\rho_2 B_2 A_{T+}^2 + i\rho_2 B_2 A_{T-}^2 = 0, \tag{D.2}$$

ou seja

$$-2i\rho_2 k V_{T_2}^2 p_2 A_{L-}^2 + i\rho_2 B_2 A_{T+}^2 + i\rho_2 B_2 A_{T-}^2 = -2i\rho_2 k V_{T_2}^2 p_2. \quad (D.3)$$

Para i_2 as condições fronteiras estão definidas em (4.77). Para u_x temos

$$kG_{p_2} + \frac{k}{G_{p_2}} A_{L-}^2 + q_2 G_{q_2} A_{T+}^2 - \frac{q_2}{G_{q_2}} A_{T-}^2 = kA_{L+}^3 + kA_{L-}^3 + q_3 A_{T+}^3 - q_3 A_{T-}^3, \quad (D.4)$$

atendendo que no primeiro membro $z=d_1$ e no segundo $z=0$. Isolando o termo independente da amplitude, da mesma forma que anteriormente, obtemos

$$\frac{k}{G_{p_2}} A_{L-}^2 + q_2 G_{q_2} A_{T+}^2 - \frac{q_2}{G_{q_2}} A_{T-}^2 - kA_{L+}^3 - kA_{L-}^3 - q_3 A_{T+}^3 + q_3 A_{T-}^3 = -kG_{p_2}. \quad (D.5)$$

Continuando com este procedimento para as restantes condições fronteiras podemos, então, obter as 11 equações que podem ser condensadas da seguinte forma

$$[G_1] \begin{bmatrix} A_{L-}^2 \\ A_{T+}^2 \\ A_{T-}^2 \\ A_{L+}^3 \\ A_{L-}^3 \\ A_{T+}^3 \\ A_{T-}^3 \\ A_{L+}^4 \\ A_{L-}^4 \\ A_{T+}^4 \\ A_{T-}^4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ Q_3 \\ Q_4 \\ Q_5 \\ Q_6 \\ Q_7 \\ Q_8 \\ Q_9 \\ Q_{10} \\ Q_{11} \end{bmatrix}. \quad (D.6)$$

Invertendo a matriz $[G_1]$ vamos obter as amplitudes

$$[A] = [G_1]^{-1} [Q]. \quad (D.7)$$

O sistema (D.6) pode ser apresentado de uma forma explícita, em que a matriz $[G_1]$ é dada por

$$\begin{bmatrix} -2i\rho_2 k V_{T2}^2 p_2 \\ -kG_{p2} \\ -G_{p2} p_2 \\ -i\rho_2 B_2 G_{p2} \\ -2i\rho_2 k V_{T2}^2 p_2 G_{p2} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (\text{D.9})$$

Depois de conhecidos os valores das amplitudes basta-nos aplicar (4.60) para obtermos os respectivos deslocamentos e, eventualmente, as pressões ao longo das várias camadas.