

Dimensionamento e Optimização da Geometria em Pontes de Tirantes Metálicas

J.H.O. Negrão e L.M.C. Simões

*Departamento de Engenharia Civil, Faculdade de Ciências e Tecnologia
Universidade de Coimbra, 3049 Coimbra, Portugal*

RESUMO

Este trabalho aborda a optimização de pontes de tirantes metálicas, visando projectá-las de modo a reduzir o custo e simultaneamente diminuir as tensões instaladas (problema de objectivos múltiplos). Admitem-se como variáveis de projecto desta estrutura com comportamento não-linear as áreas das secções dos tirantes, as espessuras equivalentes das lajes que constituem os caixões das torres e tabuleiro (variáveis de dimensionamento) e a altura das torres e a posição das ancoragens dos cabos nas torres e tabuleiro (variáveis geométricas). Utiliza-se um algoritmo baseado em entropia de informação para resolver os problemas de geometria fixa e variável daí decorrentes. Os exemplos estudados dão indicação da influência de se considerarem os esforços que se geram durante as fases construtivas na solução optimizada.

INTRODUÇÃO

Pontes atirantadas contemporâneas são não só muito atraentes do ponto de vista estético, como tem sido frequentemente executadas. O aumento de popularidade deste tipo de pontes pode ser atribuída a: (1) Custo; (2) Utilização eficiente dos materiais estruturais; (3) Rigidez superior em relação às pontes suspensas; (4) Processo de construção rápido; (5) Subestruturas com dimensões reduzidas; (6) Custos de manutenção menores.

Um dos maiores reptos lançados aos engenheiros de estruturas para esta última década do século XX é o projecto deste tipo de estruturas com vãos muito elevados, havendo no Japão planos para construir pontes atirantadas com vãos superiores a 1.500m (ponte Tatara). O aumento do comprimento do vão combinado com o desejo de utilizar lajes do tabuleiro mais esbeltas levanta preocupações acerca do comportamento quando está sujeita a cargas de serviço ou acções dinâmicas (trânsito, vento e sismos).

Enquanto os cabos são normalmente em aço de pré-esforço, as torres e o tabuleiro podem ser em aço endurecido ou betão armado pré-esforçado. Neste trabalho foi estudada uma ponte de tirantes com torre e tabuleiro metálicos.

O tabuleiro comporta-se essencialmente como uma viga sobre apoios elásticos. O apoio é conferido pelos cabos e depende em grande medida da rigidez dos tirantes e nível de tensão. Os tirantes vão provocar esforços de compressão importantes no tabuleiro e nas torres. Uma vez que este tipo de pontes tem uma elevada hiperestatia, o comportamento estrutural, o custo e a estética da obra de arte são em grande medida afectados pelo arranjo e rigidez dos cabos, torres e tabuleiro.

Alguns autores efectuaram estudos paramétricos em que se varia a flexibilidade dos elementos estruturais, a disposição dos cabos, comprimento de vão, etc. [1,2,3]. Contudo, são em número reduzido as referências de aplicação de técnicas de optimização a este tipo de problemas. A publicação de trabalhos no domínio da optimização de pontes atirantadas por cabos iniciou-se no final dos anos 70 no Japão tendo sido resolvidos problemas de dimensionamento de secções de pontes metálicas quer através de critérios de optimalidade, quer através da programação matemática (sequência de programas lineares). Um trabalho recentemente publicado aborda a optimização da configuração dos cabos em simultâneo com a determinação das secções pelo método das variáveis mistas de Fleury [4].

Nesta comunicação resolvem-se problemas de programação com objectivos múltiplos que tem por finalidade melhorar simultaneamente um conjunto de objectivos: custo, tensões e os limites impostos pelas condicionantes construtivas. Impõem-se limites nas variáveis de projecto bem como se reduzem as tensões nas secções críticas do pilar (flexão composta com compressão com verificação de encurvadura local) e do tabuleiro (tensões de compressão e tração máximas). Como objectivo considera-se também a redução de tensões na alma do tabuleiro provocada por flexão composta. Este problema é equivalente a uma formulação minimax, que sendo descontínua e não diferenciável, é por isso difícil de resolver. Utilizando os conceitos de entropia de informação de Shanon, resolve-se este problema de Pareto através da minimização de uma função escalar sem restrições dependente apenas de um parâmetro de controle, que sendo simultaneamente contínua e diferenciável é muito mais fácil de resolver.

Resolve-se o problema de optimização da função escalar através de uma sequência de optimizações de funções escalares aproximadas. Estas aproximações explícitas são calculadas a partir de desenvolvimentos em série de Taylor dos objectivos, pelo que é necessário calcular as derivadas das respostas da estrutura em relação às variáveis de decisão (análise de sensibilidades). São analisadas as sensibilidades das respostas da estrutura à variação dos parâmetros de projecto através de métodos semi-analíticos.

Aplica-se o método de optimização proposto a uma ponte de tirantes simétrica de três vãos e com colocação de cabos radial discretizada em elementos finitos. No problema com geometria fixa consideram-se como variáveis de decisão as secções dos cabos de pré-esforço, as espessuras das lajes que constituem os caixões das torres e tabuleiro. É realçada a melhoria significativa da solução óptima quando se tomam como variáveis de decisão a altura das torres e a localização dos cabos (problema de optimização com geometria variável). Destacam-se igualmente as modificações na solução quando se consideram as tensões que surgem no processo de erecção.

ANÁLISE

A disposição dos tirantes pode ter as seguintes configurações: (1) radial; (2) harpa; (3) estrela; (4) leque. O primeiro que é mais eficiente do ponto de vista estrutural foi escolhido neste

trabalho, ainda que a metodologia seja aplicável a outros arranjos. A ponte de tirantes foi analisada pelo método dos elementos finitos utilizando o programa comercial LUSAS.

As pontes de tirantes metálicas têm não-linearidade devido a: (1) Mudança de geometria dos tirantes devido ao peso próprio para as diferentes condições de carregamento; (2) Grandes deformações; (3) Flexão composta no tabuleiro e nas torres; (4) Relações constitutivas não-lineares do aço. A análise comparativa dos modelos linear e não-linear elástico mostrou, entretanto que o desvio entre as duas soluções é muito pouco significativo (inferior a 1%). Estudos paramétricos preliminares realizados em outros modelos [5] pelos autores conduziram a idêntica conclusão. Admitiu-se que o módulo de elasticidade considerado correspondia ao valor secante equivalente obtido pelo método de Ernst. Dado os níveis de tensão instalados nos cabos, este valor difere muito pouco do E instantâneo, pelo que a não-linearidade proveniente da causa (1) é pouco acentuada. A causa (4) não é considerada no problema abordado, uma vez que se trabalha a nível de tensões de serviço e se admite o comportamento linear dos aços.

Ainda que vários investigadores se tenham concentrado no modelo bidimensional para a análise não-linear estática de pontes atirantadas, muito poucos se dedicaram ao problema tridimensional. Com o aumento do vão e a utilização de geometrias complexas para as torres que determinam o posicionamento dos tirantes é imperativo utilizar a análise tridimensional não-linear [6]. A análise plana constitui, não obstante, um meio simples e eficiente de estimar a viabilidade de uma solução inicial. O estudo comparativo entre o modelo plano e o correspondente modelo tridimensional com carga centrada no eixo longitudinal confirmou esta observação mostrando que para este carregamento as duas soluções são praticamente idênticas.

ERECCÃO

O método de erecção por avanços sucessivos de pontes atirantadas por cabos consiste no agrupamento de módulos constituídos por segmentos de tabuleiro e os cabos a eles associados nos dois lados da torre de apoio. Durante este processo são geradas subestruturas parciais até que finalmente se liga a última estrutura parcial a uma secção adjacente central e/ou aos encontros. As estruturas parciais são normalmente mais flexíveis que a ponte completa, estando submetida a cargas com características diferentes das utilizadas para dimensionar a ponte. O construtor tem pois que estudar um processo de erecção que evite tensões elevadas em qualquer das estruturas parciais. Para evitar estes esforços podem utilizar-se apoios temporários, contrapesos e/ou ajustamentos temporários nas tensões dos cabos. Além disso é necessário verificar a posição geodésica dos pontos de controlo de modo a obter uma configuração final correcta.

Independentemente da escolha do processo de erecção é pois necessário analisar todas as subestruturas parciais e verificar as tensões (Fig. 1).

FORMULAÇÃO DO PROBLEMA DE OPTIMIZAÇÃO COM OBJECTIVOS MÚLTIPLOS

Variáveis de Decisão:

Neste estudo consideram-se as secções transversais das torres e do tabuleiro em caixão. Como parâmetros fixos são especificados os comprimentos dos vãos, número de cabos, dimensões globais das secções transversais das torres e dos pilares e o tipo de material utilizado.

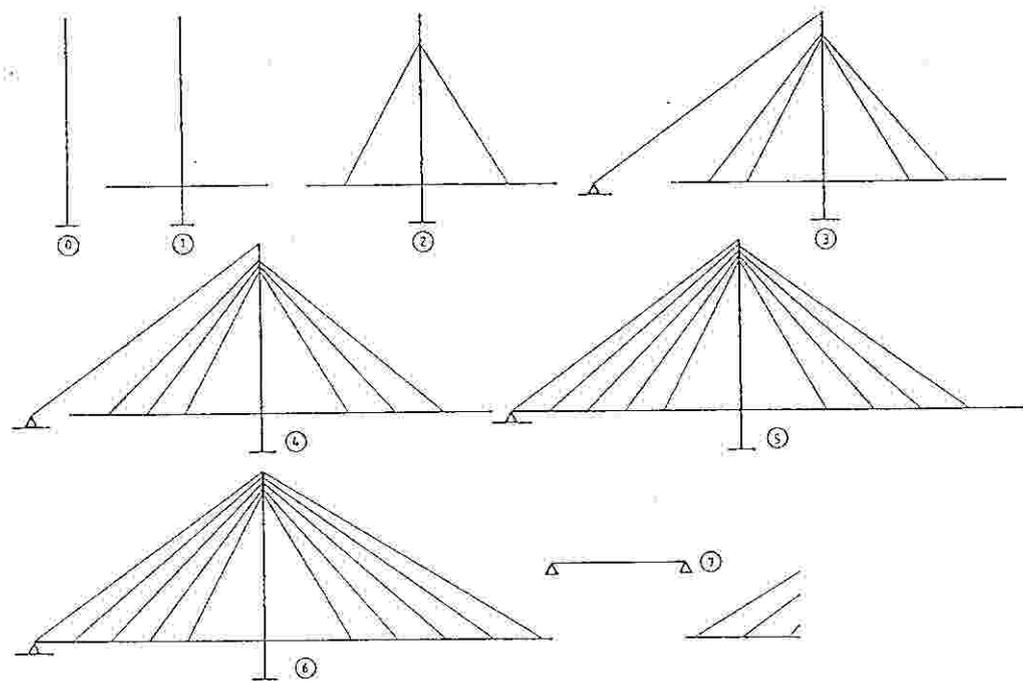


Figura 1 Fases Construtivas

Para o problema de dimensionamento com geometria fixa escolhem-se como variáveis de decisão a área da secção de cada cabo de pré-esforço A_c e as espessuras dos banzos superiores e inferiores do tabuleiro t_{gu} , t_{gl} e da secção em caixão das torres $t_{tu}(=t_{tl})$ indicadas na Fig.2. A simetria é quebrada pela existência de ligação horizontal tabuleiro-pilar só no pilar da esquerda. As análises sobre meia estrutura e a estrutura completa para carregamento uniforme conduzem, no entanto, a resultados praticamente idênticos, o que justifica o estudo admitindo simetria completa. Assim se reduz o número das variáveis de decisão independentes para se obter um dimensionamento com interesse prático. As espessuras destas placas são espessuras equivalentes que já incluem a contribuição da rigidez transversal. O vector X agrupa estas variáveis de dimensionamento.

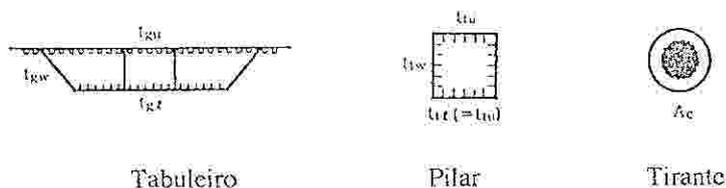


Figura 2

Para variáveis geométricas tomam-se as distâncias das amarrações dos cabos à extremidade esquerda deste no tabuleiro principal y_{ck} e a menor altura dos cabos em relação ao tabuleiro principal h_c . Supõem-se constantes as distâncias entre cabos na torre (l_{ij}). Os elementos de y_{ck} e o escalar h_c constituem o vector das variáveis de decisão geométricas y .

Objectivos

No contexto do problema de optimização, para obter um conjunto óptimo de variáveis de decisão é necessário minimizar simultaneamente um conjunto de objectivos normalizados. Neste trabalho tenta reduzir-se o custo e os valores máximos das tensões de serviço nos cabos, secções críticas do tabuleiro e da torre. Consideram-se como condições de carregamento o peso que actua na ponte durante o processo de erecção (peso próprio+sistema de avanços sucessivos) e as cargas originadas pelo peso próprio da estrutura, transito e impacto durante a fase de serviço. Estipulam-se valores mínimos para as espessuras efectivas das placas e dimensões das chapas entre montantes e travessas de rigidez dos elementos da torre, para contemplar os efeitos de encurvadura local. Esta é considerada mediante a introdução de uma tensão admissível igual ou inferior à do material e que depende das características do material e das dimensões e condições de travamento da peça sujeita a risco de encurvadura. A expressão que fornece o valor desta tensão é [7]:

$$f = k \frac{\pi^2 E}{12 (1-\nu^2) (b/t)^2} \quad (1)$$

em que se tomou para k o valor 7.0.

O custo total de uma ponte é dependente de vários factores técnicos, económicos e sociais, alguns dos quais não são fáceis de quantificar. O objectivo convencionalmente adoptado é o custo dos materiais utilizados que poderá incluir os custos de execução. Se \underline{C} representar um custo de referência, tem-se:

$$C(x,y) = w(y)l = x \leq \underline{C} \quad \Rightarrow \quad g_1(x,y) = \frac{C(x,y)}{\underline{C}} - 1 \leq 0 \quad (2a)$$

em que o custo por unidade de área/espessura $w(y)$ depende do comprimento do membro.

Os objectivos a seguir indicados representam as tensões em cada cabo em secções dos tabuleiros e da torre e limites impostos nas variáveis de decisão. As tensões críticas nas banzos superiores e inferiores das placas em cada elemento do tabuleiro e torre são calculadas nos pontos indicados na Fig.3

Tensões admissíveis em secções críticas do tabuleiro principal:

$$g_2(x,y) = \frac{\sigma_a}{\sigma_a^U} - 1 \leq 0 \quad (2b)$$

$$g_3(x,y) = -\frac{\sigma}{\sigma_a^L} + 1 \leq 0 \quad (2c)$$

onde σ_a são as tensões provocadas pelas cargas especificadas em projecto e σ_a^L , σ_a^U , são as tensões admissíveis à compressão e tracção.

Tensões admissíveis em secções críticas da torre

$$g_4(x,y) = -\frac{\sigma_c + \sigma_{bcy}}{f} - 1 \leq 0 \quad (2d)$$

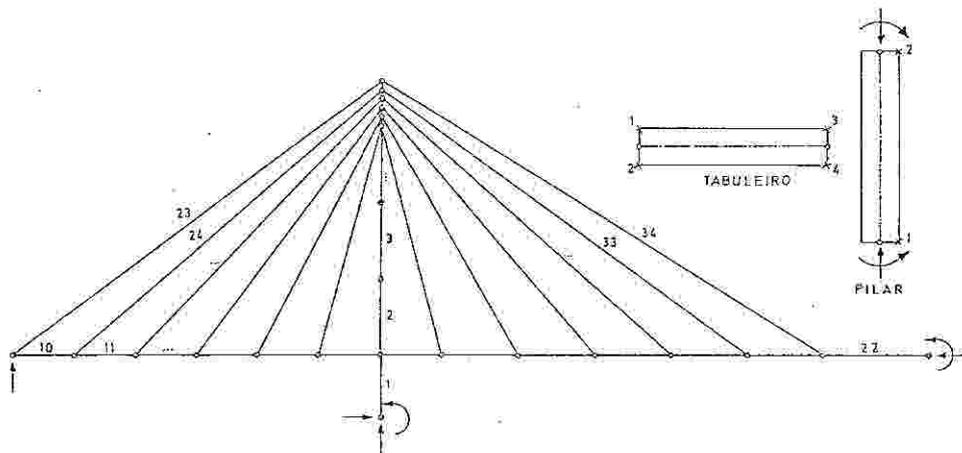


Figura 3 Modelação Estrutural e Secções Críticas

$$g_5(x,y) = -\frac{\sigma_c + \sigma_{bcy}}{\sigma_{cal}} - 1 \leq 0 \quad (2e)$$

onde σ_c e σ_{bcy} são, respectivamente, as tensões de compressão por esforço axial e flexão provocadas pelas cargas de projecto; f é a tensão admissível para encurvadura local e σ_{cal} são tensões admissíveis dos aços utilizados.

Tensões nos cabos de pré-esforço:

$$g_6(x,y) = \frac{\sigma_k}{\sigma_k^U} - 1 \leq 0 \quad (2f)$$

onde σ_k são as tensões instaladas nos cabos provocadas pelas cargas especificadas em projecto e σ_k^U são as tensões admissíveis à tração.

Limites na variação das variáveis de dimensionamento: Os limites inferiores impostos nas áreas dos cabos de pré-esforço e nas espessuras das lajes dos banzos são garantidos se,

$$g_7(x) = -\frac{x}{xL} + 1 \leq 0 \quad (2g)$$

Condições que estabelecem os limites absolutos a respeitar pelas variáveis geométricas:

$$g_8(y) = \frac{y}{yU} - 1 \leq 0 \quad (2h)$$

$$g_9(y) = -\frac{y}{yL} + 1 \leq 0 \quad (2i)$$

Com a finalidade de garantir o não cruzamento dos cabos, introduz-se o objectivo:

$$g_{10}(y) = -\frac{y_{cki}}{y_{cki-1}} + 1 \leq 0 \quad (2j)$$

Depois da determinação de x e y , determinam-se as espessuras mínimas da alma das placas de cada elemento do tabuleiro e torre que satisfazem os critérios de segurança para estas peças sujeitas à flexão composta.

Formulação Minimax

A determinação das variáveis de dimensionamento x e geométricas y que minimizam o máximo dos objectivos constitui o problema de optimização minimax:

$$\text{Mín}_{x,y} \text{Max}_j (g_1, \dots, g_j \dots g_{10}) = \text{Mín}_{x,y} \text{Max}_{j \in J} \langle g_j(x,y) \rangle \quad (3)$$

Como o problema minimax é descontínuo e não diferenciável quaisquer destas características fazem com que a solução directa por meios numéricos seja difícil.

Entropia é uma medida natural da quantidade de desordem (ou informação) num sistema. Uma entropia elevada corresponde ao caos, ao passo que valores reduzidos identificam um sistema ordenado. No caso de optimização, a entropia pode ser interpretada como grau de optimalidade da solução testada. Tendo por base a entropia de informação, demonstra-se em [8] que a solução minimax pode ser indirectamente obtida através da minimização de uma função escalar sem restrições que depende apenas de um parâmetro de controle. No mesmo artigo prova-se que a validade das hipóteses do método são muito simples, necessitando apenas da utilização da desigualdade aritmética-geométrica de Cauchy. Por consequência, todos os resultados são demonstrados deterministicamente sem ser necessário recorrer à interpretação probabilística de entropia.

OPTIMIZAÇÃO DA FUNÇÃO ESCALAR

O problema minimax pode ser resolvido por minimização de uma função escalar contínua e diferenciável:

$$\text{Max}_{j \in J} \langle g_j(x,y) \rangle = \text{Mín} (1/p) \log \{ \sum_{j=1,J} \exp[p g_j(x,y)] \} \quad (4)$$

em ordem às variáveis x e y para uma sequência crescente de valores $p \geq 1$. Como esta função escalar é uma aproximação convexa dos critérios, podem empregar-se algoritmos para optimização convexa. Resolve-se o problema de optimização implícita através de uma sequência de modelos explícitos aproximados. Formula-se o problema explícito tomando os desenvolvimentos em série de Taylor de todos os objectivos $g_j(x,y)$ truncados a seguir ao termo linear:

$$\text{Mín} (1/p) \log \{ \sum_{j=1,J} \exp [g_j(x_0, y_0) + \sum_{i=1, N} \frac{\partial g_j}{\partial y_i} (x_i - x_{0i}) + \sum_{k=1, \beta} \frac{\partial g_j}{\partial x_k} (y_k - y_{0k})] \} \quad (5)$$

Resolve-se (5) iterativamente, sendo x_0 e y_0 definidos a partir da solução óptima da iteração anterior. Repete-se este procedimento até que as variações nas variáveis de decisão x e y de iteração para iteração sejam pequenas. Utilizou-se no presente trabalho um valor de p entre 10 e 30, na primeira iteração sendo esta constante aumentada para 100, nos ciclos seguintes.

Embora neste método não sejam tão importantes os limites impostos às variáveis de decisão como nos algoritmos baseados em sequências de programas lineares (ou quadráticos), é conveniente assegurar que sejam realistas as aproximações efectuadas na definição do problema explícito. Para optimizar a função escalar foi utilizada um algoritmo de optimização de uma função contínua sem restrições de 2ª ordem [9].

ANALISE DE SENSIBILIDADES

Método Semi-analítico

Para formular e resolver o problema de escolha de direcções utilizada na minimização da função escalar é necessário calcular os valores numéricos das funções $g_j(x,y)$ e das suas derivadas em ordem às variáveis de decisão. No caso das variáveis de dimensionamento as matriz de rigidez K e o vector P são funções das variáveis de decisão x_i , e a obtenção das expressões das derivadas não é imediata.

Utiliza-se o método semi-analítico para cálculo das sensibilidades das respostas da estrutura que consiste nos seguintes passos:

1- Obter o vector de carga virtual Q_p por diferenças finitas, fazendo $\Delta x_i = (0, 0, \dots, \Delta x_i, \dots, 0)$

$$Q_p = \sum_{c \in E} (-K_c(x + \Delta x_i) u + K_c(x) u + P_c(x + \Delta x_i) - P_c(x)) / \Delta x_i \quad (6a)$$

em que o índice c e o conjunto E só se refere aos elementos finitos que dependem da variável de decisão x_i

2- Calcula-se $\partial u / \partial x_i$ a partir de,

$$\partial u / \partial x_i = K^{-1} Q_p \quad (6b)$$

3- Determina-se a aproximação linear para os parâmetros $x + \Delta x_i$,

$$u(x + \Delta x_i) \cong u(x) + \partial u / \partial x_i \Delta x_i \quad (6c)$$

4- Para obter $\partial g / \partial x_i$ calculam-se as sensibilidades das respostas R por diferenças finitas:

$$\partial R / \partial x_i \cong [R(x + \Delta x_i, u + \Delta u) - R(x, u)] / \Delta x_i \quad (6d)$$

Utiliza-se o mesmo procedimento para determinar as respostas relativamente a modificações das variáveis geométricas y .

APLICAÇÕES

Apresentam-se nesta secção resultados numéricos para uma ponte de tirantes de três vãos, sendo indicados nos quadros 1 e 2 as cargas de projecto e o tipo de materiais utilizados. A fim de aferir os resultados com os obtidos na Ref. [4], foram utilizados materiais e carregamentos análogos.

Quadro 1 - Carregamentos

Fases Construtivas	Cargas dist. permanentes	Tabuleiro (1) Pilar (2) Aço	80 kN/m 20 kN/m 77 kN/m ³
	Carga pontual	Tabuleiro	100 kN
Fase de Serviço	Cargas dist. tabuleiro	Permanente (1),(3) Sobrecarga (1)	68 kN/m 45 kN/m

(1) Correspondente à largura total do tabuleiro

(2) Vertical

(3) Cumulativa às cargas da fase construtiva

Quadro 2 - Materiais e Factores de Custo

Zona	Classe de Aço	E (GPa)	σ (MPa)	Factor de Custo
Tabuleiro	SS41	210	137	500
Pilar (abaixo dos cabos)	SM50	210	181	700
Pilar (acima dos cabos)	SM58	210	255	700
Cabos	Aço Especial	200	510	900

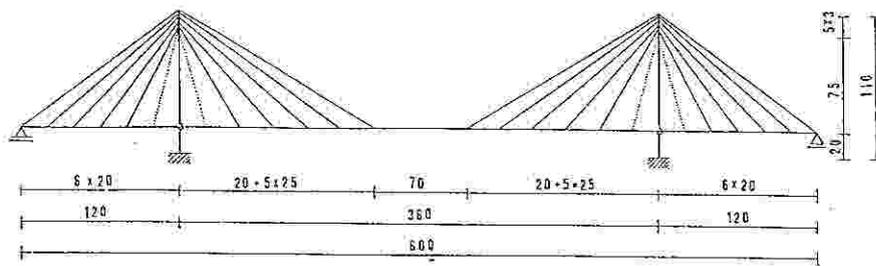


Figura 4 Geometria da Ponte

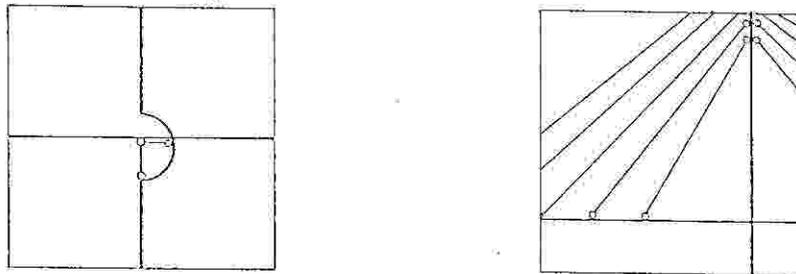


Figura 5 Ligações

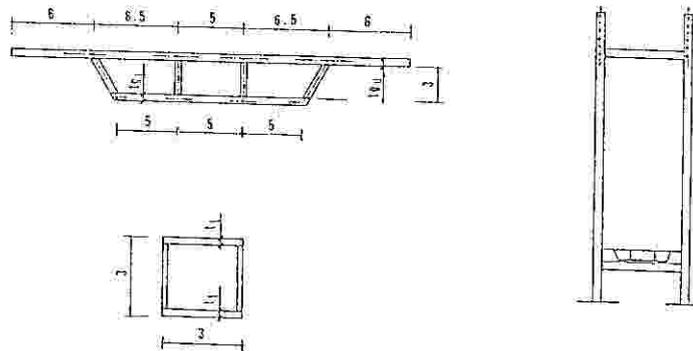


Figura 6 Secções Transversais

No estudo em que não é variada a posição dos cabos, o número de variáveis de decisão é de 47, assim distribuídas: 2×13 espessuras dos banzos dos elementos dos tabuleiros, 9 espessuras dos banzos dos elementos do pilar e 12 secções dos tirantes. Os objectivos são para além do custo, a limitação de tensões: de compressão em cada extremidade dos elementos dos pilares (18), nos banzos superior e inferior de cada extremidade dos elementos do tabuleiro ($2 \times 2 \times 13$) e de tracção nos cabos (12). A consideração de variáveis geométricas, tendo já presente que são dispensáveis os dois cabos adjacentes aos pilares por se verificar estarem comprimidos numa análise preliminar, introduz mais 10 variáveis, considerando fixas as posições destes cabos e do cabo extremo. Dada a simetria da ponte consideram-se 47 ou 57 variáveis de decisão (consoante o caso) e 83 objectivos. Estabeleceu-se a solução inicial atribuindo às variáveis de decisão valores que conduzissem a uma estrutura aproximadamente admissível, violando moderadamente os objectivos estabelecidos. Os valores iniciais atribuídos foram os seguintes:

$$t_{gu}, t_{gl} = 30 \text{ mm}; \quad t_{lu}, t_{ll} = 60 \text{ mm}; \quad A_c = 300 \text{ cm}^2$$

Supõe-se que a topologia é fixa e para isso são limitadas inferiormente as áreas dos tirantes. A constatação referida anteriormente a respeito da dispensabilidade dos cabos adjacentes aos pilares justificou a adoção de limites inferiores simbólicos para estes (0.1 cm²). Para investigar a importância de se poder variar a geometria na solução final compararam-se os resultados obtidos pelo algoritmo de otimização quando só se considera a variação de x (supondo h_c fixo a 75 m) e a determinação simultânea de x e y .

Sintetizam-se as soluções obtidas no quadro 3, sendo indicado nas figuras 7, 8 e 9 o arranjo dos cabos para o estudo com geometria variável, os diagramas de esforços no tabuleiro e pilares para a situação de carga distribuída, a distribuição de espessuras dos banzo do tabuleiro.

Quadro 3 - Resultados obtidos

Geometria fixa		Geom. variável	
Cabos	Ac (cm ²)	Cabos	Ac (cm ²)
1	367.8	1	339.8
2	93.6	2	118.6
3	40.3	3	80.0
4	177.1	4	177.0
5	60.5	5	177.0
6	0.0	6	0.0
7	0.0	7	0.0
8	90.6	8	151.0
9	173.4	9	141.3
10	96.0	10	135.2
11	117.4	11	277.2
12	353.8	12	260.6

Elemento	Geom. fixa	G. variável
	Tgu-Tgl (mm)	Tgu-Tgl (mm)
1	18.0-15.0	18.0-15.0
2	18.0-15.0	18.0-15.0
3	18.0-15.0	18.0-15.0
4	18.0-15.0	18.0-15.0
5	18.0-15.0	18.0-15.0
6	18.0-46.9	18.0-44.6
7	18.0-47.4	18.0-44.8
8	18.0-15.0	18.0-15.0
9	18.0-15.0	18.0-15.0
10	18.0-15.0	18.0-15.0
11	18.0-15.0	18.0-15.0
12	18.0-15.0	18.0-15.0
13	18.0-21.8	18.0-25.4

Elemento	Pilar	
	Geom. fixa	G. variável
	Tt (mm)	Tt (mm)
1	21.6	21.4
2	15.4	12.6
3	12.0	12.6
4	12.2	12.6
5	26.2	15.0
6	23.2	12.6
7	15.2	21.6
8	12.0	12.6
9	12.0	12.6

Cabo	Posição dos cabos no tabuleiro	
	Geom. inic.	Geom. final
	X (m)	X (m)
1	0.0	0.0
2	20.0	4.3
3	40.0	22.5
4	60.0	56.2
5	80.0	73.6
6	100.0 *	100.0 *
7	140.0 *	140.0 *
8	165.0	165.9
9	190.0	179.4
10	215.0	211.1
11	240.0	229.2
12	265.0	281.5

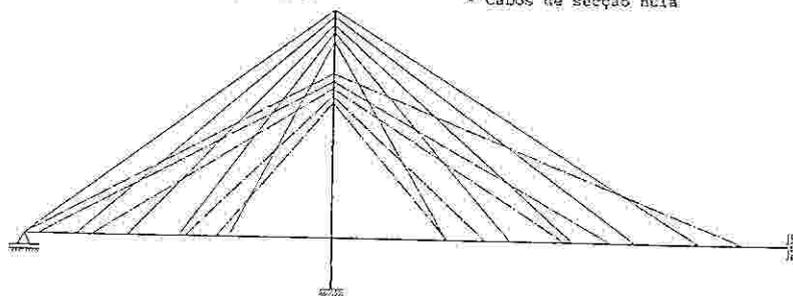
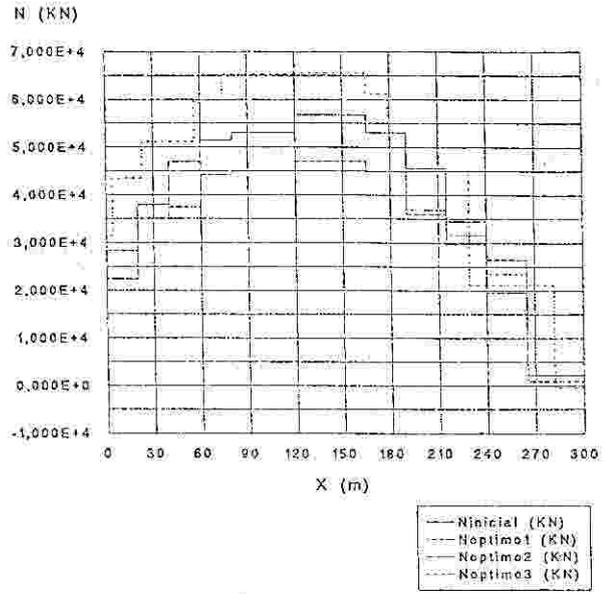
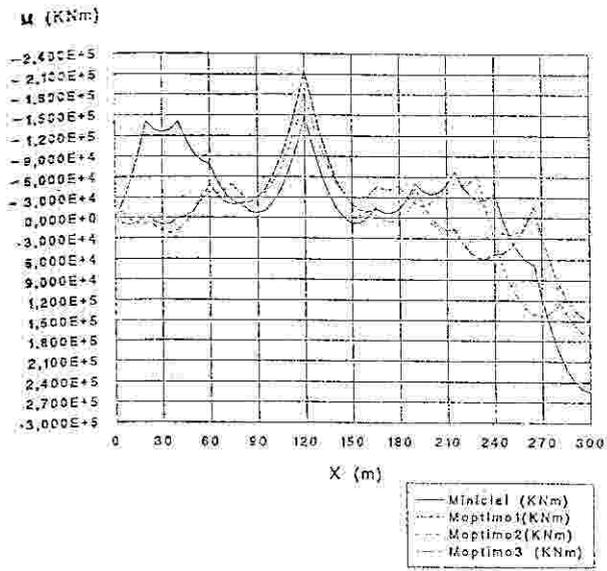


Figura 7 Geometrias Inicial e Final

O algoritmo convergiu após 9 iterações quando y é fixo e 5 quando se considera a geometria variável. A altura ótima do cabo inferior verificou-se ser 64.4 m acima do tabuleiro (Fig. 10). Comparativamente com os resultados do exemplo testado em [4], verifica-se relativamente aos valores das soluções correspondentes aí apresentados uma diferença de 15% para menos no caso do modelo de geometria fixa (e 12% quando se consideram as fases construtivas e de 10% no de geometria variável. Também o número de iterações no qual se conseguiu a convergência é menor, nomeadamente neste último modelo. Entre os resultados agora obtidos, a solução de geometria variável revela-se 4% mais barata que a de geometria fixa.

DIAGRAMAS DE MOMENTOS FLECTORES

DIAGRAMAS DE ESFORÇO NORMAL



MOMENTOS FLECTORES NO PILAR

ESFORÇOS NORMAIS NO PILAR

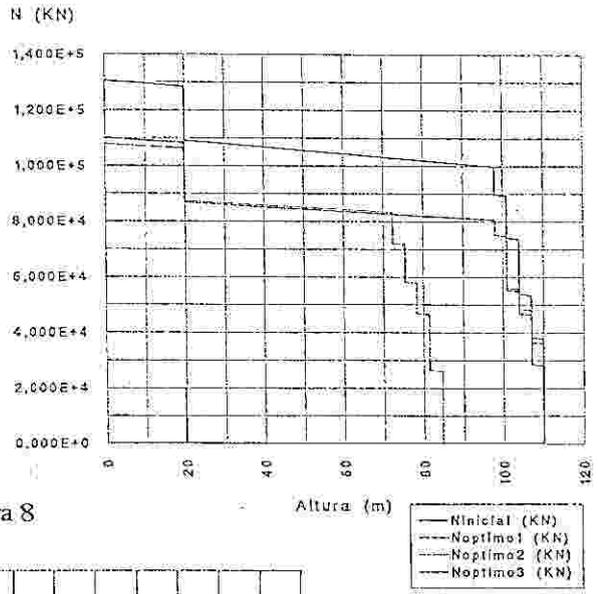
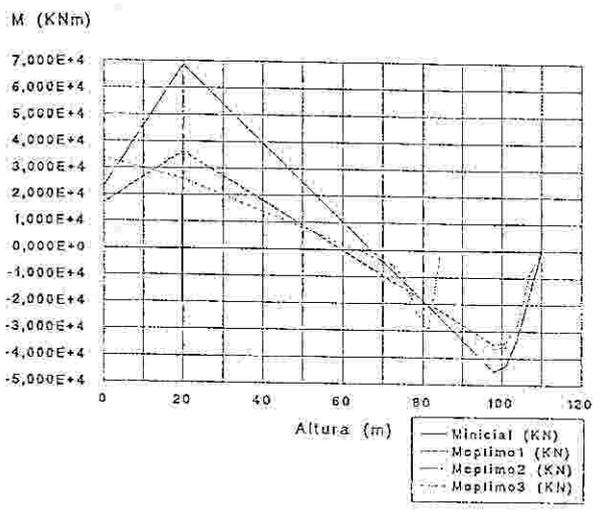


Figura 8

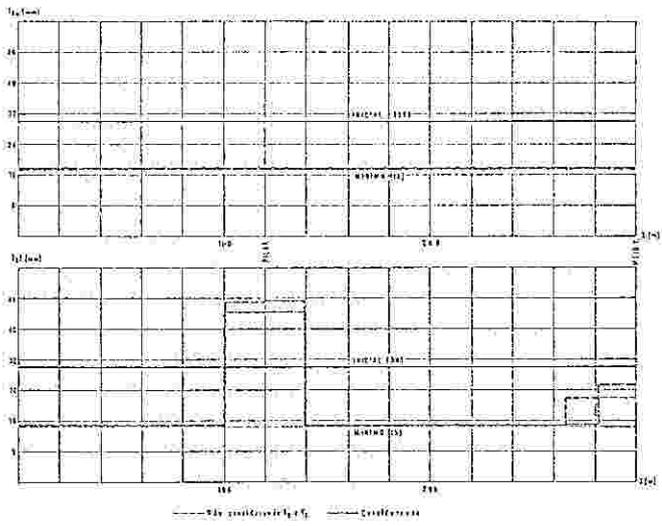


Figura 9

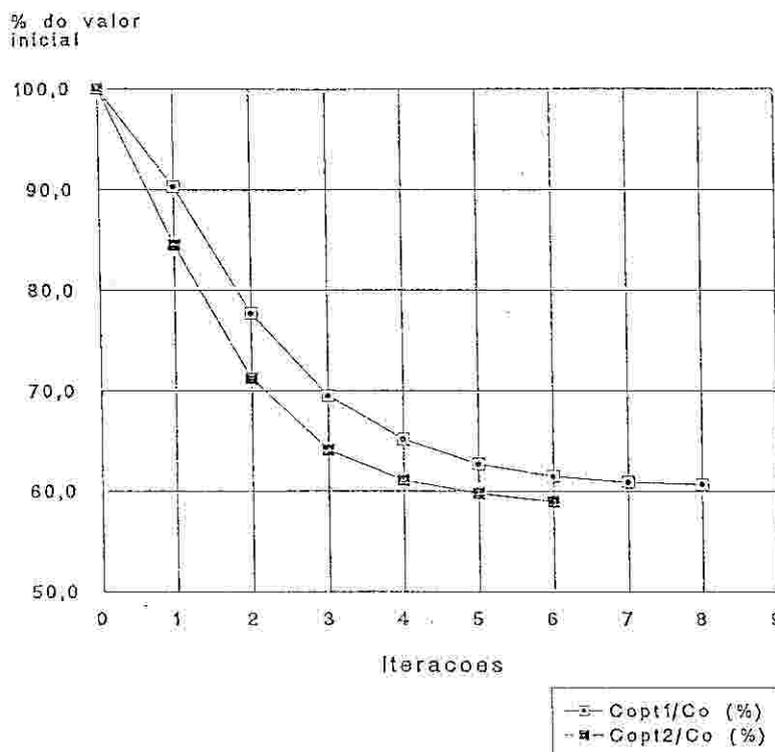


Figura 10 Convergência para o Ótimo

Para aquele arranjo de cabos de pré-esforço verifica-se que os dois cabos extremos no vão lateral são paralelos e estão ancorados no encontro. As suas áreas são 2.0 a 6.0 vezes maiores que as dos cabos intermédios. No vão central a situação é semelhante, sendo as áreas dos cabos centrais de 2.0 a 3.9 vezes superiores às dos cabos intermédios. As áreas dos cabos menos afastados da torre são determinados pela área mínima (≈ 0.0), o que indica que são desnecessários.

Todas as soluções optimizadas apresentam distribuições semelhantes de momentos flectores no tabuleiro, evidenciando, em relação à situação inicial, um maior equilíbrio entre as zonas de momento negativo e positivo, cujos máximos são, no ótimo, da mesma ordem de grandeza. No entanto, enquanto que para a zona do pilar a tensão uniforme devida ao grande esforço normal e a máxima tensão de flexão (relativa ao banco inferior) são aditivas em valor, na secção central são subtractivas, sendo ainda que o esforço normal é reduzido. Daí que, nas soluções óptimas, os bancos inferiores sejam bastante espessos ($\approx 48\text{mm}$) sobre o pilar e pouco superiores ao mínimo ($\approx 23\text{mm}$) a meio vão. Na generalidade do tabuleiro prevalecem as espessuras mínimas especificadas.

A variação percentual em volume foi ligeiramente menos acentuada que em custo o que traduz a incidência preferencial do algoritmo de optimização sobre as peças de custo unitário mais elevado (cabos e pilares). O quadro seguinte apresenta os valores que apoiam esta observação.

Quadro 4

Volumens	Inicial	Geom. fixa		Geom. variável	
		Ótimo	Δ %	Ótimo	Δ %
Tabuleiro	901.5	592.9	-34.2	591.9	-34.3
Pilares	229.4	113.7	-50.4	86.1	-62.5
Cabos	147.6	84.0	-43.1	87.0	-41.1
Global	1 278.5	790.6	-38.2	765.0	-40.2
Custo	744 150	451 600	-39.3	434 500	-41.6

CONCLUSÕES

Nesta comunicação foi proposto um algoritmo com base em entropia para a optimização de pontes atirantadas metálicas. É possível retirar as seguintes conclusões:

- a) Obtem-se com eficiência soluções de Pareto para o problema com objectivos múltiplos através da minimização de uma função convexa não linear.
- b) O algoritmo é capaz de determinar de uma forma rápida e simples as posições óptimas dos blocos de ancoragem no tabuleiro principal e torre bem como as dimensões das secções dos membros.
- c) O custo total da ponte atirantada depende em boa medida do posicionamento das zonas de ancoragem no tabuleiro e torre. Deste modo a consideração das posições dos cabos e a altura da torre como variáveis de decisão é importante.
- d) Relativamente à disposição dos cabos na solução óptima dos exemplos numéricos estudados verifica-se que os cabos superiores são paralelos e estão ancorados no encontro do vão lateral.
- e) A generalidade do método permite a sua adequação a situações em que o custo inclua factores de outra ordem além do preço dos materiais, desde que quantificáveis.
- f) Do mesmo modo se pode inferir da aplicabilidade do algoritmo de optimização a modelos mais rigorosos e/ou complexos do ponto de vista estrutural (betão armado com retracção e fluência, acções dinâmicas e térmicas, etc.)

REFERÊNCIAS

1. Gimsing, N Cable Supported Bridges - Concept and Design, Wiley Interscience Publication, 1983.
2. Podolny, W e Scalzi, J.B., Construction and Design of Cable Stayed Bridges, Wiley Interscience, 1986.
3. Walther, R., Houriet, B., Jnler, W e Moia, P Cable Stayed Bridges, T. Telford, London, 1988.
4. Ohkubo, S. e Taniwaki, K. Shape and Sizing Optimization of Cable-Stayed Bridges", in Optimization of Structural Systems and Industrial Applications (Hernandez, S and Brebbia, C.A. Ed) Elsevier Applied Science, 1991.
5. Hegab, H.I.A. Parametric Investigation of Cable-Stayed Bridges, J.Struct Engrg., Vol.114, N°8, 1988.
6. Nazmy, A.S. e Abdel-Ghaffar, A.M. Three-dimensional Nonlinear Static Analysis of Cable Stayed Bridges, Computers and Structures, Vol.34, N°2, 1990.
7. Merritt, F.S. Structural Steel Designer's Handbook, MacGraw-Hill, 1972.
8. Templeman, A.B. Entropy-based Minimax Applications in Shape Optimal Design, in Proc. GAMM Seminar on Discretization Methods and Structural Optimization (Eschenauer, H.A. and Thierauf, G. Ed), Springer Verlag, 1989.
9. Vanderplaats, G.N. Numerical Optimization Techniques for Engineering Design with Applications, McGraw-Hill, 1984.