



UNIVERSIDADE D  
COIMBRA

Hélder Domingues Fernandes

MODELAÇÃO PELO MÉTODO DOS ELEMENTOS  
FINITOS DO COMPORTAMENTO DE COLUNAS SOB A  
ACÇÃO DO FOGO

Dissertação de Mestrado na Área Científica de Estruturas orientada pelo  
Senhor Professor Fernando Pedro Simões da Silva Dias Simão, coorientada  
pelo Senhor professor João Paulo Correia Rodrigues e apresentada ao  
Departamento de Engenharia Civil da Faculdade de Ciências Tecnologias  
da Universidade de Coimbra

Setembro de 2022

Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra  
Departamento de Engenharia Civil

Hélder Domingues Fernandes

# MODELAÇÃO PELO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS DO COMPORTAMENTO DE COLUNAS SOB A ACÇÃO DO FOGO

FINITE ELEMENT MODELLING OF THE BEHAVIOR OF RESTRAINED COLUMNS IN FIRE

Dissertação de Mestrado na área científica de estruturas orientada pelo Professor Doutor Fernando Pedro Simões da Silva Dias Simão e pelo Professor Doutor João Paulo C. Rodrigues, apresentada ao Departamento de Engenharia Civil da Faculdade de Ciências e Tecnologias da Universidade de Coimbra.

Esta Dissertação é da exclusiva responsabilidade do seu autor. O Departamento de Engenharia Civil da FCTUC declina qualquer responsabilidade, legal ou outra, em relação a erros ou omissões que possa conter.

Setembro de 2022



UNIVERSIDADE DE  
COIMBRA

## **AGRADECIMENTOS**

Sendo este o final de mais uma fase da minha vida, quero agradecer de forma especial a todas as pessoas que me ajudaram a finalizar esta etapa da minha vida académica.

Começo por agradecer ao meu orientador Prof. Fernando Pedro S. S. Dias Simão pela sua disponibilidade, dedicação e ajuda fornecida através da transmissão do seu precioso conhecimento, de igual forma, quero também agradecer ao Coorientador Prof. João Paulo C. Rodrigues pelo apoio e suporte técnico fornecido.

Agradecer também ao Engenheiro Ruben Lopes igualmente pela disponibilidade, assim como todo o apoio incondicional e sugestões fornecidas.

A todos os excelentes professores e funcionários do Departamento de Engenharia civil da FCTUC, que direta ou indiretamente contribuíram para a minha formação académica.

À Diana Rocha, mulher da minha vida, que sempre me apoiou e acreditou em mim de forma incondicional, assim como a todos os meus amigos pela paciência que manifestaram, apoio e pelos momentos de descontração, em especial ao Mário Pires e ao Diogo Gomes, companheiros de aventuras, sem esquecer o Marco Martins e o Caetano Lopes e todos os restantes que me acompanharam no curso, assim como a todos os meus amigos de infância de Gondar, muito obrigado.

Por último, queria agradecer à minha família, aos meus pais, Rosa e Rafael e a minha irmã, Eliana e de forma muito especial à minha avó, Maria Madalena, a quem eu dedico este trabalho, ela foi para mim uma bênção na terra e é agora a minha estrelinha no Céu. Obrigado por todo o esforço feito para que eu pudesse atingir esta fase tão importante na minha vida.

O meu sincero agradecimento a todos!

Finalmente, Obrigado Coimbra, por me fazer sentir a verdadeira saudade de uma amizade e pela oportunidade que tive de realizar este “Sonho a Preto e Branco”!

## RESUMO

A presente dissertação apresenta um estudo sobre o comportamento não linear de pilares de aço laminado a quente, com secção transversal de classe 1, em situação de incêndio. O comportamento depende essencialmente de: i) o alongamento térmico do pilar provocado pelo fogo – estando a coluna restringida axialmente, ficará sob a acção de uma força de compressão aplicada pela estrutura circundante, devido à restrição ao alongamento – e ii) pela degradação das propriedades do aço devido ao aumento severo de temperatura. Por isso, o comportamento de um pilar restringido sob a acção do fogo consiste na sequência de dois fenómenos fundamentais – instabilidade térmica e colapso plástico – em que ambos os fenómenos ocorrem enquanto as propriedades mecânicas do aço se degradam com a temperatura. Isto torna o problema em análise altamente não linear.

Apesar de uma coluna real estar normalmente inserida numa estrutura global, o seu dimensionamento é feito usualmente de forma individual. Por isso, o modelo de coluna restringida em situação de incêndio contempla uma mola disposta axialmente, no topo do pilar, por forma a modelar a restrição que a estrutura circundante provoca na coluna em análise. Além disso, é aplicada uma força axial no topo da coluna por forma a representar a carga de serviço a que a coluna está submetida quando se inicia o incêndio. Este modelo estrutural será analisado através do Método de Elementos Finitos, usando o programa comercial ABAQUS.

O estudo numérico é feito para duas condições de apoio distintas: i) coluna simplesmente apoiada, tomada como caso de referência, e ii) coluna biengastada, por forma a analisar os casos práticos em que a coluna tem continuidade ao longo da estrutura, em relação ao piso em que ocorre o incêndio. Para ambos os casos foram considerados vários valores para a esbelteza reduzida  $\bar{\lambda}$ , por forma a representar uma vasta gama de casos práticos. Na análise também foram adoptados vários valores da carga de serviço e vários valores para a rigidez da mola axial. Além do aquecimento uniforme, tomado como caso de referência no estudo, foi também considerada uma variação longitudinal da temperatura, por forma a representar os casos reais em que existe condução de calor da coluna em análise para a estrutura circundante.

O comportamento da coluna em condições de incêndio é definido pela curva da magnitude da força de restrição, no topo da coluna, em função da temperatura de referência na coluna.

**Palavras-chave:** Aço, Colapso plástico, Coluna restringida, Método dos Elementos Finitos, Fogo, Instabilidade térmica.

## ABSTRACT

This dissertation presents a study on the non-linear behavior of hot-rolled steel columns, with class 1 cross-section, in a fire situation. The behavior essentially depends on: i) the thermal elongation of the column caused by the fire – as the column is axially restrained, it will be under the action of a compressive force applied by the surrounding structure, due to the elongation restriction – and ii) by the degradation of the properties steel due to severe temperature rise. Therefore, the behavior of a restrained column under the action of fire consists of the sequence of two fundamental phenomena – thermal instability and plastic collapse – in which both phenomena occur while the mechanical properties of the steel degrade with temperature. This makes the problem in analysis highly nonlinear.

Although a real column is normally inserted in a global structure, its dimensioning is usually done individually. Therefore, the restrained column model in a fire situation includes a spring arranged axially, on top of the column, in order to model the restriction that the surrounding structure causes on the column under analysis. In addition, an axial force is applied to the top of the column to represent the service load to which the column is subjected when the fire starts. This structural model will be analyzed using the Finite Element Method, using the commercial program ABAQUS.

The numerical study is carried out for two different support conditions: i) simply supported column, taken as a reference case, and ii) bi-embedded column, in order to analyze the practical cases in which the column has continuity along the structure, in relation to to the floor where the fire occurs. For both cases, several values for the reduced slenderness  $\bar{\lambda}$  were considered, in order to represent a wide range of practical cases. In the analysis, several values of the service load and several values for the stiffness of the axial spring were also adopted. In addition to the uniform heating, taken as a reference case in the study, a longitudinal temperature variation was also considered, in order to represent the real cases in which there is heat conduction from the column under analysis to the surrounding structure.

The behavior of the column under fire conditions is defined by the curve of the magnitude of the restraining force, at the top of the column, as a function of the reference temperature in the column.

**Keywords:** Column, Hot rolled steel, Numerical analysis, ABAQUS, Fire, Bending, Axial restriction.

## ÍNDICE

AGRADECIMENTOS .....	i
RESUMO .....	ii
ABSTRACT.....	iii
ÍNDICE DE FÍGURAS .....	vii
ÍNDICE DE TABELAS .....	ix
1 INTRODUÇÃO.....	1
1.1 Estado da Arte .....	2
1.2 Regulamentação relevante .....	6
1.3 Apresentação do trabalho.....	7
2 METODOLOGIA DE ANÁLISE.....	9
2.1 Introdução .....	9
2.2 Modelação pelo Método dos Elementos Finitos.....	14
2.2.1 Descrição sumária do Método dos Elementos Finitos.....	14
2.2.2 Resolução pelo Método de Elementos Finitos.....	15
2.2.3 Ferramentas usadas para a modelação .....	15
2.2.3.1 Considerações gerais sobre o software ABAQUS .....	15
2.2.4 Descrição dos elementos finitos usados .....	17
2.3 Modelos elaborados no ABAQUS.....	18
2.3.1 Modelo 1 - Modelo para determinação do estado inicial.....	18
2.3.2 Modelo 2 - Modelo para a determinação da resistência ao fogo.....	19
2.3.3 Apresentação detalhada dos módulos utilizados .....	20
2.3.3.1 Módulo "PART" .....	20
2.3.3.2 Módulo "Property" .....	20
2.3.3.3 Módulo "ASSEMBLY".....	21
2.3.3.4 Módulo "STEP" .....	22
2.3.3.5 Módulo "INTERACTION".....	24
2.3.3.6 Módulo "LOAD" .....	25

2.3.3.7	Módulo "MESH".....	26
2.3.3.8	Módulo "JOB".....	27
2.3.3.9	Módulo "VISUALIZATION".....	28
3	EXEMPLOS ILUSTRATIVOS.....	29
3.1	Introdução.....	29
3.2	Propriedades mecânicas do aço.....	30
3.3	Condições de apoio adotadas.....	30
3.4	Malha de elementos finitos.....	31
3.5	Parâmetros adimensionais para as propriedades mecânicas na análise de sensibilidade.....	32
3.5.1	Esbelteza reduzida.....	33
3.5.2	Carga de serviço.....	34
3.5.3	Rigidez da mola de restrição.....	34
3.5.4	Variação longitudinal da temperatura.....	34
3.6	Imperfeições iniciais adotadas.....	36
3.7	Validação dos modelos.....	38
3.7.1	Exemplos de comparação.....	40
3.7.1.1	Colunas simplesmente apoiadas.....	40
3.7.1.1.1	Colunas com esbelteza reduzida $\bar{\lambda} = 1,1$ .....	40
3.7.1.1.2	Colunas com esbelteza reduzida $\bar{\lambda} = 2,0$ .....	41
3.7.1.2	Colunas Bi-encastadas.....	41
3.7.1.2.1	Colunas com esbelteza reduzida $\bar{\lambda} = 1,1$ .....	42
3.7.1.2.2	Colunas com esbelteza reduzida $\bar{\lambda} = 2,0$ .....	43
3.8	Análise de sensibilidade.....	44
3.8.1	Variação da Esbelteza reduzida.....	44
3.8.2	Variação de gradientes longitudinais de temperatura.....	46
3.8.3	Variação das Imperfeições iniciais.....	49
3.8.4	Variação da rigidez de restrição.....	50
3.8.5	Variação da carga de serviço.....	52
3.9	Propensão para fenómenos de “snap-back”.....	54

---

3.9.1	Colunas simplesmente apoiadas .....	55
3.9.2	Colunas Bi-encastadas.....	56
3.9.2.1	Colunas Bi-encastadas com $\bar{\lambda} = 1,1$ .....	56
3.9.2.2	Colunas Bi-encastadas com $\bar{\lambda} = 2,0$ .....	57
3.9.3	Exemplos extra com $\lambda = 0,8$ . .....	57
4	ANÁLISE CRÍTICA DOS RESULTADOS.....	60
4.1	Método expedito proposto no EC3.....	61
4.2	Interpretação fenomenológica dos resultados.....	62
4.2.1	Migração das rótulas para os apoios .....	62
4.2.2	“Snap-back” .....	63
5	CONCLUSÃO .....	64
6	BIBLIOGRAFIA.....	65
7	APÊNDICE .....	A-1
7.1	Anexo A - Marcha de Cálculo pelo EC3 parte 1-2.....	A-1
7.2	Anexo B – Resultados obtidos na modelação pelo método dos elementos finitos. B-3	B-3

## ÍNDICE DE FIGURAS

<b>Figura 1.1</b> – Modelo proposto (I. C. Neves, 1995).....	3
<b>Figura 1.2</b> - Modelo adotado para uma coluna simplesmente apoiada em situação de incêndio (Simão, Rodrigues, & Oliveira, 2021).....	8
<b>Figura 2.1</b> – Variação do coeficiente de alongamento térmico $\alpha$ .....	10
<b>Figura 2.2</b> – Variação do módulo de elasticidade $E$ (Simão & Rodrigues, 2020).....	11
<b>Figura 2.3</b> – Variação da tensão de cedência $f_y$ (Simão & Rodrigues, 2020).....	11
<b>Figura 2.4</b> – Interface gráfica do software comercial ABAQUS 6.14-5.....	16
<b>Figura 2.5</b> – Metodologia de nomeação dos elementos no ABAQUS (SIMULIA, 2014)...	17
<b>Figura 2.6</b> – Definição da secção transversal no ABAQUS .....	21
<b>Figura 2.7</b> – Definição da análise “Step-1” modelo 1 no ABAQUS .....	23
<b>Figura 2.8</b> – Definição da análise “Step-1” modelo 2 no ABAQUS .....	24
<b>Figura 2.9</b> – Definição das condições de apoio de colunas bi-rotuladas do Modelo 1 no ABAQUS.....	26
<b>Figura 2.10</b> – Submissão da análise no ABAQUS.....	27
<b>Figura 3.1</b> – Distribuição da temperatura para $Lini = 7.7391$ m e para $kth, 0$ a variar de 0,25 a 1 (Simão et al., 2022) .....	36
<b>Figura 3.2</b> – Exemplo de validação 1 - Coluna simplesmente apoiada com $\bar{\lambda} = 1,1$ .....	41
<b>Figura 3.3</b> – Exemplo de validação 2 - Coluna simplesmente apoiada com $\bar{\lambda} = 2,0$ .....	41
<b>Figura 3.4</b> – Exemplo de validação 3 - coluna bi-encastada com $\bar{\lambda} = 1,1$ .....	42
<b>Figura 3.5</b> – Exemplo de validação 4 - Coluna bi-encastada com $\bar{\lambda} = 1,1$ .....	43
<b>Figura 3.6</b> – Exemplo de validação 5 - Coluna bi-encastada com $\bar{\lambda} = 2,0$ .....	43
<b>Figura 3.7</b> – Análise de sensibilidade 1 - Esbelteza reduzida em.....	45
<b>Figura 3.8</b> – Análise de sensibilidade 2 – Esbelteza reduzida em Colunas Bi-encastadas. .	45
<b>Figura 3.9</b> – Análise de sensibilidade 3 - Gradientes de temperatura em.....	46
<b>Figura 3.10</b> – Análise de sensibilidade 4 - Gradientes de temperatura em.....	47
<b>Figura 3.11</b> – Análise de sensibilidade 5 - Condições de apoio com $kth, 0 = 0.5$ .....	48
<b>Figura 3.12</b> – Análise de sensibilidade 6 - Imperfeições em .....	49
<b>Figura 3.13</b> – Análise de sensibilidade 7 - Imperfeições em colunas Bi-encastadas .....	50
<b>Figura 3.14</b> – Análise de sensibilidade 8 - Rigidez da mola de restrição em colunas simplesmente apoiadas. ....	51
<b>Figura 3.15</b> – Análise de sensibilidade 9 - Rigidez da mola de restrição em colunas bi-encastadas.....	51

<b>Figura 3.16</b> – Análise de sensibilidade 10 – Carga de serviço em .....	52
<b>Figura 3.17</b> – Análise de sensibilidade 11 – Carga de serviço em colunas bi-encastradas....	53
<b>Figura 3.18</b> – Exemplo de “snap-back” 1 - Coluna simplesmente apoiada com $\bar{\lambda} = 1.1$ ...	55
<b>Figura 3.19</b> – Exemplo de “snap-back” 2 - Coluna simplesmente apoiada com $\bar{\lambda} = 1.1$ ...	56
<b>Figura 3.20</b> – Exemplo de “snap-back” 3 - Coluna Bi-encastrada com $\bar{\lambda} = 1.1$ .....	56
<b>Figura 3.21</b> – Exemplo de “snap-back” 4 - Coluna Bi-encastrada com $\bar{\lambda} = 1.1$ .....	57
<b>Figura 3.22</b> – Exemplo de “snap-back” 5 - Colunas simplesmente apoiadas com $\bar{\lambda} = 0.8$	58
<b>Figura 3.23</b> – Exemplo de “snap-back” 6 - Colunas simplesmente apoiadas com $\bar{\lambda} = 0.8$	59
<b>Figura 4.1</b> – Mobilização da resistência plástica para a Combinação de valores nº 25 .....	63

## ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 3.1 – Resultados da análise de sensibilidade no refinamento da malha.....	32
Tabela 3.2 – Propriedades mecânicas adoptados nos exemplos realizados em Abaqus.....	38
Tabela 3.3 – Exemplos para validação dos modelos.....	40
Tabela 3.4 – Exemplos para análise de sensibilidade da esbelteza reduzida.....	44
Tabela 3.5 – Exemplos para análise de sensibilidade de G. longitudinais de temperatura... 46	
Tabela 3.6 – Exemplos para análise de sensibilidade de G. longitudinais de temperatura... 48	
Tabela 3.7 – Exemplos para análise de sensibilidade de imperfeições iniciais. ....	50
Tabela 3.8 – Exemplos para análise de sensibilidade da rigidez da mola de restrição. ....	51
Tabela 3.9 – Exemplos para análise de sensibilidade 10 da carga de serviço. ....	53
Tabela 3.10 – Exemplos para análise de sensibilidade 11 da carga de serviço.....	53
Tabela 3.11 – Exemplos para análise de “snap-back” .....	55
Tabela 3.12 – Exemplos Extra para análise de “snap-back”.....	58
Tabela 7.1 – Processo iterativo para obtenção da temperatura crítica. ....	A-2
Tabela 7.2 – Resultados dos modelos de colunas simplesmente apoiadas com $\bar{\lambda} = 1.1$ . .	B-3
Tabela 7.3 – Resultados dos modelos de colunas simplesmente apoiadas com $\bar{\lambda} = 1.1$ . .	B-3
Tabela 7.4 – Resultados dos modelos de colunas simplesmente apoiadas com $\bar{\lambda} = 1.5$ . .	B-3
Tabela 7.5 – Resultados dos modelos de colunas simplesmente apoiadas com $\bar{\lambda} = 1.5$ . .	B-4
Tabela 7.6 – Resultados dos modelos de colunas simplesmente apoiadas com $\bar{\lambda} = 2.0$ . .	B-4
Tabela 7.7 – Resultados dos modelos de colunas simplesmente apoiadas com $\bar{\lambda} = 2.0$ . .	B-4
Tabela 7.8 – Resultados dos modelos de colunas simplesmente apoiadas com $\bar{\lambda} = 2.0$ . .	B-4
Tabela 7.9 – Resultados dos modelos de colunas simplesmente apoiadas com $\bar{\lambda} = 0.8$ . .	B-5
Tabela 7.10 – Resultados dos modelos de colunas simplesmente apoiadas com $\bar{\lambda} = 0.8$ . .	B-5
Tabela 7.11 – Resultados dos modelos de colunas Bi-encastadas com $\bar{\lambda} = 1.1$ . ....	B-6
Tabela 7.12 – Resultados dos modelos de colunas Bi-encastadas com $\bar{\lambda} = 1.1$ . ....	B-6
Tabela 7.13 – Resultados dos modelos de colunas Bi-encastadas com $\bar{\lambda} = 1.5$ . ....	B-6
Tabela 7.14 – Resultados dos modelos de colunas Bi-encastadas com $\bar{\lambda} = 1.5$ . ....	B-7
Tabela 7.15 – Resultados dos modelos de colunas Bi-encastadas com $\bar{\lambda} = 2.0$ . ....	B-7
Tabela 7.16 – Resultados dos modelos de colunas Bi-encastadas com $\bar{\lambda} = 2.0$ . ....	B-7
Tabela 7.17 – Resultados dos modelos de colunas Bi-encastadas com $\bar{\lambda} = 2.0$ . ....	B-7

## 1 INTRODUÇÃO

Em Engenharia Civil as estruturas devem ser suficientemente resistentes, por forma a que possam ser utilizadas em condições de conforto e segurança. Por isso, existem critérios de dimensionamento que estipulam características mínimas às estruturas, em função de critérios de dimensionamento previamente estabelecidos, de acordo com as características e finalidade da estrutura em causa. Uma das acções mais relevantes para a segurança de uma estrutura é a acção do fogo, devido à ocorrência recorrente de incêndios nos edifícios, com o conseqüente elevado impacto social, cultural, ambiental e económico.

A revolução industrial abriu horizontes para o uso massivo de aço nas estruturas de Engenharia Civil, não só na forma de armaduras em elementos de betão armado mas também sobre a forma de elementos estruturais metálicos (San, 2021), devido à sua elevada resistência mecânica, boa ductilidade e rápida execução da obra (Júri et al., 2013). Os aços mais utilizados na construção metálica são os aços laminados a quente, também designados por aços macios, caracterizados por percentagens de carbono baixas (Simões, 2014).

Se pensarmos num edifício como um conjunto de elementos estruturais dependentes uns dos outros para se manter em pé, podemos dizer que as colunas são os elementos estruturais mais importantes para a caracterização do comportamento global dessa mesma estrutura, em especial em situação de incêndio (Shepherd & Burgess, 2011; Zhang, 2015). Dado que o aumento da temperatura provoca a degradação das características mecânicas do aço, é fundamental que a estrutura, e por conseguinte todos os seus elementos estruturais, possuam a resistência necessária para prevenir um eventual colapso prematuro causado pela ocorrência de um incêndio, por forma a permitir a salvaguarda de vidas humanas e de bens preciosos (Júri et al., 2013).

O estudo aqui apresentado analisa o comportamento de colunas restringidas de aço laminado a quente sob a acção do fogo. Este comportamento é complexo e não linear. Em simultâneo com a degradação das propriedades do aço devido ao aumento extremo da temperatura, ocorre o alongamento térmico do pilar que, estando a coluna restringida axialmente, irá provocar o aumento da força axial de compressão. Por isso, a coluna fica sujeita a um fenómeno de instabilidade de origem térmica, que leva ao colapso plástico da coluna.

Existem várias estratégias para a análise deste problema complexo, sendo o Método dos Elementos Finitos a estratégia numérica usualmente mais utilizada. Devido à sua elevada complexidade e elevado tempo de cálculo, sempre que possível é conveniente a utilização de métodos mais expeditos para uma mais rápida análise da estrutura.

## 1.1 Estado da Arte

O desempenho de edifícios expostos ao fogo sempre foi um tema alvo de grande atenção por parte da comunidade científica. Uma breve resenha histórica de pesquisas referentes ao comportamento estrutural de membros estruturais do tipo viga em situação de incêndio é aqui apresentada, cronologicamente podemos começar por falar das investigações de Hemp, foi ele que desenvolveu os teoremas mais relevantes e também mais usados na análise estrutural de problemas de elasticidade térmica, inicialmente teoremas direcionados para pórticos estruturais gerais (Hemp, 1956b) e mais tarde para membros do tipo viga (Hemp, 1956a), como pilares obedecendo à teoria de flexão de Bernoulli. (Rao & Raju, 1984) deduziram um problema de autovalor para modelar o comportamento pós-encurvadura de pilares submetidos a cargas térmicas e, posteriormente, voltaram à análise de estabilidade de membros estruturais sob carregamento térmico, dando ênfase às colunas cônicas (Raju & Rao, 1984) ou deduzindo uma fórmula simples para caracterizar o comportamento pós-encurvadura de colunas prismáticas (Rao & Raju, 2002).

(Kruppa, 1981) apresentou uma descrição completa de ensaios experimentais de colunas de aço colocadas em fachadas e expostas ao fogo, nessas circunstâncias o aquecimento é aplicado apenas de um lado da coluna enquanto o outro é exposto à temperatura ambiente, fazendo com que a aplicação do aquecimento seja considerada não uniforme, por outro lado a coluna está ligada a outros membros estruturais, como por exemplo vigas, para as quais o aquecimento é transferido, conseqüentemente, gradientes térmicos diferenciais significativos fazem-se sentir ao longo do comprimento da barra e ao longo da seção transversal, influenciando significativamente o comportamento do pilar. Por outro lado, (Abouaf et al., 1983) usaram uma formulação bidimensional de elementos finitos para calcular a deflexão de vigas sob carregamento térmico, enquanto (Birman, 1990) apresentou uma análise de encurvadura de colunas.

(Saab & Nethercot, 1991) analisaram o comportamento de pórticos de aço bidimensionais sob condições de incêndio recorrendo a uma formulação Lagrangeana de elementos finitos, levando em conta a degradação das propriedades mecânicas do aço com o aquecimento,

enquanto (Franssen & Dotreppe, 1992) questionaram a aplicação de alguns métodos de projeto simplificados e compararam-nos com análises numéricas mais sofisticadas de computador baseadas também elas no método dos elementos finitos.

Na sequência disso, (C. I. Neves, 1995) realizou um estudo muito relevante sobre o comportamento de colunas de aço restringidas em situação de incêndio. Neste estudo, este autor propõe o modelo para a coluna em situação de incêndio apresentado na **Figura 1.1**.



**Figura 1.1**– Modelo proposto (I. C. Neves, 1995)

Este modelo considera uma mola axial colocada no topo da coluna, por forma a representar o efeito de restrição que a estrutura adjacente provoca na coluna em análise. Por isso, esta mola deverá estar em repouso no instante inicial do incêndio. Desta forma, é possível ter em conta o efeito da estrutura adjacente na restrição ao alongamento da coluna provocado pelo calor. Além disso, este modelo considera também a aplicação de uma carga axial, por forma a representar a carga de serviço a que a coluna em análise está sujeita quando ocorre o incêndio. No cenário mais desfavorável, o incêndio ocorre apenas na vizinhança da coluna em análise, não se propagando à estrutura adjacente. Nestas circunstâncias, quer a carga de serviço quer a mola axial não são afetadas pelo fogo, devendo por isso os seus valores de referência manter-se ao longo de todo o incêndio. Neste artigo foi feito um estudo paramétrico por forma a avaliar o efeito da rigidez da mola axial de restrição e da excentricidade e da magnitude da força de restrição no comportamento da coluna. Foi também referido que o comportamento da coluna pode ser devidamente caracterizado pela evolução da magnitude da força axial na mola de restrição com a temperatura aplicada, e foi definido como critério de colapso da coluna a temperatura a que a força compressiva de restrição volta a ser nula, sendo que a sua magnitude parte do zero e aumenta quando se inicia o incêndio. A temperatura associada ao colapso da coluna foi designada por “temperatura crítica”, e a aplicação de uma curva de calor permite determinar o tempo entre o início do incêndio e o colapso. Foram ainda identificados alguns padrões de

comportamento, nomeadamente, a diminuição da temperatura crítica com o aumento da esbelteza e principalmente concluiu que a rigidez da estrutura circundante desempenha um papel importante, observando-se por exemplo que o aumento da restrição axial diminui a temperatura crítica.

Entretanto, (Ali et al., 1998) realizaram uma série de testes experimentais e de simulações numéricas de pilares restritos sob fogo e obtiveram uma boa concordância entre as duas estratégias, enquanto que Franssen abordou esse problema usando o método de elementos finitos dedicado a ferramentas numéricas (Franssen, 2000, 2005). Entretanto (Bailey et al., 1999) descrevem a realização de testes em escala real no Laboratório de Cardington e interpretam os dados obtidos usando ferramentas numéricas para análise estrutural.

Nessa mesma altura, (Valente & Neves, 1999) publicaram um outro artigo em que, com ajuda de um programa de computador baseado no Método dos Elementos Finitos, conseguiram confirmar os resultados obtidos anteriormente. Nesta sequência os autores foram mais longe e conseguiram ter em conta os efeitos secundários provocados pela flexão da coluna. Verificaram então que o aumento da restrição à rotação nas extremidades da coluna faz aumentar a temperatura crítica. Verificaram também que a norma EN1993-1-2 (CEN, 2005b) só é aceitável para colunas pouco esbeltas e encastradas nas extremidades. Isto significa que, quando a restrição axial é elevada e a restrição de rotação das extremidades é baixa, a temperatura crítica real das colunas de aço pode ser muito inferior à temperatura crítica calculada de acordo com as simplificações propostas na referida norma.

No ano seguinte, Rodrigues, em conjunto com Valente e Cabrita Neves, realizaram uma investigação experimental sobre a temperatura crítica dos elementos de aço comprimidos com alongamento térmico restringido. O trabalho contou com um total de 168 testes realizados em barras articuladas no laboratório do Instituto Superior Técnico. Foram testados quatro valores de esbelteza diferentes, duas excentricidades da carga de compressão e seis níveis de restrição ao alongamento axial. Os resultados dos testes e os resultados de uma simulação de computador utilizando um programa de elementos finitos mostraram que negligenciar o efeito de restrição axial térmica pode resultar numa sobreavaliação da resistência das colunas de aço sujeitas ao fogo (Rodrigues et al., 2000).

Na sequência do trabalho anterior, em 2002, os mesmos autores propuseram um modelo simples para representar o comportamento de compressão e flexão de uma coluna, baseado

nos ensaios e estudos previamente realizados. O modelo por eles apresentado pretende representar de forma simplificada a interação entre uma coluna e a estrutura circundante. A estrutura envolvente é representada por uma mola superior com uma determinada rigidez e a coluna é representada por duas barras rígidas, ligadas por uma rótula acoplada a uma mola. Segundo os autores o sistema proposto não seria adequado para modelar a compressão pura, mas o comportamento qualitativo de compressão e flexão era reproduzido de forma bastante satisfatória pelo modelo (C. I. Neves et al., 2002).

Mais recentemente, (Gupta et al., 2010) realizaram uma análise de pós-encurvadura de colunas Euler-Bernoulli e Timoshenko sob aquecimento severo usando metodologia de elementos finitos e uma formulação intuitiva, enquanto (Gunda, 2014) desenvolveu expressões de forma fechada, expressas analiticamente em termos de um número delimitado de outras funções bem conhecidas, estas expressões focavam-se no pós-encurvadura térmica e comportamentos de vibração livre das colunas Timoshenko.

(Shepherd & Burgess, 2011) forneceram uma descrição do comportamento não linear de pilares restringidos ao fogo, destacando algumas características cruciais, como o cálculo da rigidez de restrição da coluna a partir das propriedades do pórtico circundante e a propensão para fenómenos de snap-back em alguns casos.

(Cai et al., 2016) analisaram a influência da forma de imperfeição na encurvadura térmica de pilares elásticos, (Duan et al., 2016) aplicaram uma Teoria Generalizada de Vigas (GBT) para o comportamento ao fogo de vigas restritas de paredes finas e (Landesmann & Camotim, 2015) estenderam o “Método de Resistência Direta” para a análise de colunas de aço formadas a frio em temperaturas elevadas.

Baseados em tudo o que já tinha sido feito, posteriormente, (Simão & Rodrigues, 2019) apresentaram uma estratégia numérica inovadora para descrever o comportamento de encurvadura de pilares de aço de paredes finas em condições de incêndio. Essa estratégia baseia-se na “Generalized Beam Theory” (GBT), por forma a descrever cinematicamente o comportamento da coluna, e no método de Rayleigh-Ritz (MRR) para a discretização do problema. O modelo estrutural analisado é o de Cabrita Neves (C. I. Neves, 1995), e a análise é baseada numa formulação energética, considerando que o aço segue uma lei constitutiva elasto-plástica sensível à temperatura. Os procedimentos da Estabilidade são aplicados e o comportamento bifurcacional do sistema é respeitado. Desta forma, no início a coluna expande-se, sem deslocamentos transversais, e a força de restrição aumenta. A

dado instante, ocorre a bifurcação do estado de equilíbrio e a coluna passa doravante a exhibir deslocamentos transversais cada vez mais significativos, à medida que a temperatura aumenta. Além disso, a força compressiva de restrição passa a diminuir, mesmo em sistemas elásticos (Simão et al., 2022). Pouco após o estado de bifurcação, as zonas mais solicitadas da coluna plastificam, e forma-se então um mecanismo de colapso plástico. Nesta fase há então um instante em que a força de restrição volta a zero, o que define a temperatura crítica.

Ultimamente (Simão & Rodrigues, 2020) apresentam dois modelos estruturais simplificados para a análise de pilares em condições de incêndio, que se complementam para o traçado completo da curva força de restrição versus temperatura aplicada: o modelo de Shanley adaptado, para definir o comportamento desde o instante inicial de aquecimento, e um modelo de duas barras rígidas unidas por uma rótula plástica, dedicado à análise apenas no domínio plástico. É considerado apenas o aquecimento uniforme, por referência, e todos os aspetos não lineares são tidos em consideração na análise: a degradação das propriedades do aço com o aquecimento, os efeitos de instabilidade provocados pelo aumento da compressão e o comportamento elasto-plástico do aço.

## **1.2 Regulamentação relevante**

Em 1982 a Comissão Europeia iniciou a elaboração dos códigos internacionais para a construção de edifícios, hoje conhecidos como Eurocódigos. Os documentos elaborados entraram em vigor nos 12 países que então pertenciam à Comunidade Económica Europeia (EEC). Posteriormente, outros países aderiram também a esta iniciativa, nomeadamente os países pertencentes à Associação Europeia de Livre Comercio (EFTA). Por isso, foi criado o “Comité Européen de Normalisation” (CEN), órgão responsável pelos atuais Eurocódigos. Existem hoje 9 Eurocódigos, divididos em por volta de cinquenta partes e abrangendo diversas áreas da construção, e estão em vigor em 19 países, incluindo Portugal (Mois, 2020).

A melhor forma de prevenir a ocorrência de desastres e salvaguardar vidas humanas e património relevante passa pelo correcto dimensionamento das estruturas de edifícios. Por isso, atualmente o dimensionamento de estruturas de aço em situação de incêndio é feito através da “NPEN 1993-1-2:2010: Design of steel structures. Parts 1-2; General rules structural fire design; (CEN, EN1993-1-2:2005 +AC:2009)”.

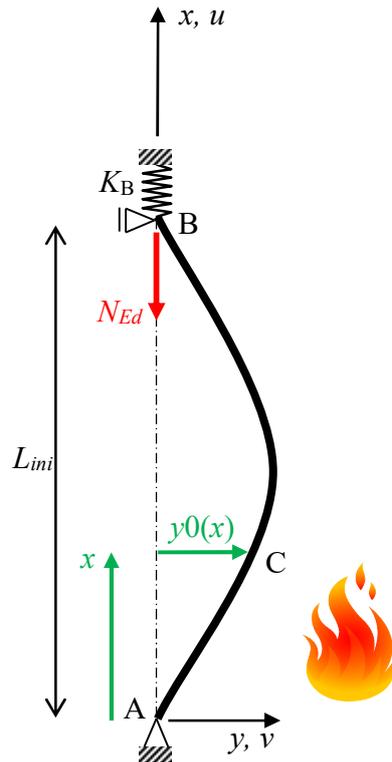
Ainda no âmbito desta dissertação, foram também utilizadas as normas citadas abaixo:

- Eurocode 0 (NPEN 1990:2009): Basis of design; (CEN, EN1990:2002 + AC:2008)
- Eurocode 1 (NPEN 1991-1-1:2009): Actions in structures. Parts 1-1: General actions densities, self-weight, imposed loads for buildings.; (CEN, EN1991-1-1: 2002 + AC:2009)
- Eurocode 3 (NPEN 1993-1-1:2010): Design of steel structures Parts 1-1; General rules and rules for buildings; (CEN, EN1993-1-1, 2005 + AC:2009)

Apesar da comunidade científica ter aprovado as normas atrás referidas, isto não significa que sejam de fácil interpretação ou livres de falhas. De facto, estas normas são extensas e por vezes muito abrangentes, levando-nos assim a obter resultados longe daqueles que se verificam na realidade, provocando no projetista uma sensação de insegurança indesejável. Dado isto, um dos problemas que motivou este estudo foi a falta de modelos simples, fiáveis e de fácil interpretação para a análise de colunas ao fogo.

### **1.3 Apresentação do trabalho**

Neste contexto, no presente trabalho proceder-se-á à modelação numérica por elementos finitos, em ambiente ABAQUS (SIMULIA, 2014), de colunas de aço em situação de incêndio. Tomar-se-á como referência o modelo estrutural desenvolvido por Cabrita Neves e apresentado na **Figura 1.2**.



**Figura 1.2-** Modelo adotado para uma coluna simplesmente apoiada em situação de incêndio (Simão, Rodrigues, & Oliveira, 2021)

Numa primeira fase, proceder-se-á à modelação numérica de ensaios previamente realizados, por forma a calibrar o modelo numérico. Posteriormente, procede-se à análise de sensibilidade deste sistema estrutural a vários fatores, tais como a rigidez da restrição da coluna  $K_B$ , a magnitude da carga de serviço  $N_{Ed}$  e variações longitudinais da temperatura. O comportamento da coluna no fogo é devidamente descrito pela curva dada pela força de restrição  $F_B$  versus uma temperatura de referência  $\theta_{ref}$ , que deverá ser igual à temperatura mais elevada ao longo do elemento (Simão et al., 2022). O trabalho foi feito no domínio das temperaturas, pelo que a aplicação de uma curva de fogo apropriada fornece o intervalo de tempo pretendido, entre o início do incêndio e o colapso da estrutura.

## 2 METODOLOGIA DE ANÁLISE

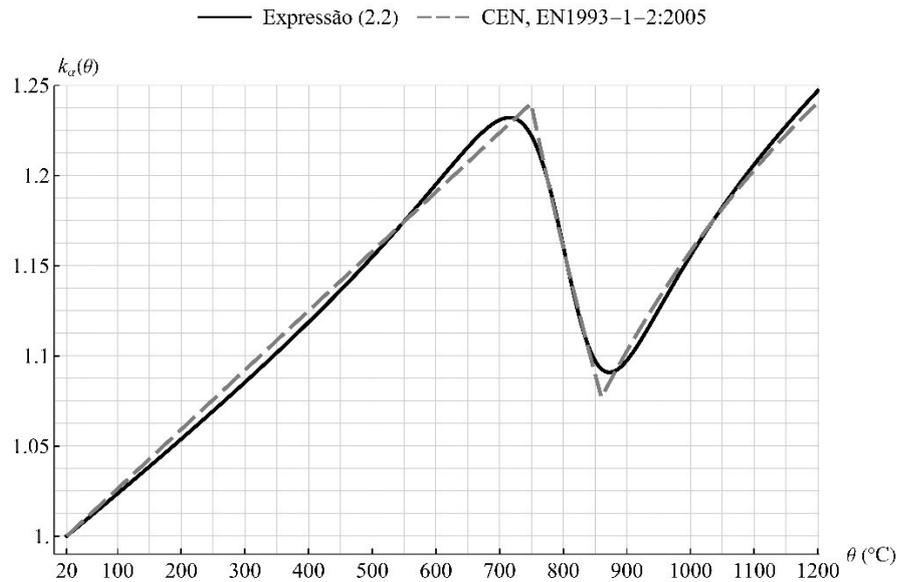
### 2.1 Introdução

Apesar de uma coluna estar inserida num sistema estrutural global, o seu dimensionamento é usualmente efectuado de forma individual. No entanto, a metodologia de dimensionamento deve ter em conta o facto de a coluna normalmente não existir individualmente. Por isso, para a análise de colunas ao fogo recorre-se ao sistema estrutural inicialmente proposto por (I. C. Neves, 1995) e descrito na **Figura 1.2** do capítulo anterior. Este sistema consiste numa coluna prismática de Euler-Bernoulli submetida a flexão segundo o eixo de menor inércia. As condições de apoio em relação a deslocamentos transversais são quaisquer, adoptando-se no presente trabalho as condições de coluna simplesmente apoiada, tomada como referência, e a coluna bi-encastada, por forma a representar uma coluna com continuidade perfeita para os pisos superior e inferior de um edifício. Em relação aos deslocamentos longitudinais, considera-se que são nulos na base da coluna e, na secção superior B, é aplicada uma mola longitudinal por forma a representar a restrição ao alongamento térmico provocada pela estrutura circundante. No cenário mais desfavorável, o fogo ocorre apenas nas imediações da coluna em análise, e o resto da estrutura não é afectado pelo incêndio. Nestas condições, a rigidez da mola de restrição  $K_B$  não é afectada pelo aumento da temperatura na coluna, permanecendo por isso constante ao longo de todo o incêndio. Nesta mesma secção B é aplicada uma carga de serviço  $N_{Ed}$ , que representa o esforço a que a coluna está sujeita no instante imediatamente antes do incêndio. Como se acabou de referir, no cenário mais desfavorável o incêndio ocorre apenas na envolvente da coluna. Nestas condições, a carga  $N_{Ed}$  também permanece constante ao longo de todo o incêndio. Por pretender apenas modelar a restrição ao alongamento provocado pela estrutura envolvente, a mola de restrição na secção B deve estar em repouso após a aplicação da carga de serviço  $N_{Ed}$  e imediatamente antes do início do incêndio, isto é à temperatura ambiente  $\theta_{amb} = 20\text{ }^\circ\text{C}$ . A partir desse ponto, a coluna irá sofrer uma degradação das suas propriedades mecânicas com o aumento da temperatura, tendo isso em consideração os três coeficientes a seguir apresentados, foram determinados fazendo a correspondência dos valores dados por troços no Quadro 3.1 do Eurocódigo 3 parte 1-2 (CEN, 2005b), determinando-se assim funções contínuas e suaves que passarão a ser usadas doravante para caracterizar essas mesmas propriedades mecânicas sendo todas elas iguais a 1 quando  $\theta = \theta_{amb} = 20\text{ }^\circ\text{C}$ . (Simão & Rodrigues, 2020)

Uma das propriedades envolvidas é o módulo de dilatação  $\alpha(\theta)$  que poderá ser descrito por

$$\alpha(\theta) = \alpha k_{\alpha}(\theta) \quad (2.1)$$

onde  $\alpha$  é o módulo de dilatação à temperatura ambiente e  $k_{\alpha}(\theta)$  é o fator que descreve a evolução do módulo com a temperatura, a curva correspondente pode ser vista na **Figura 2.1**, e para o qual pode ser usada a função (2.2) continua e suave a seguir apresentada (Simão & Rodrigues, 2020):



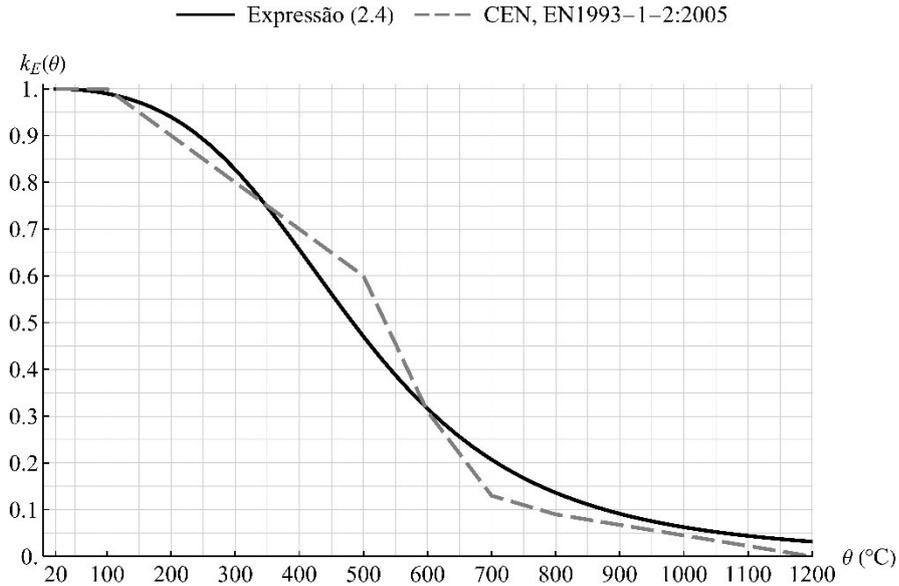
**Figura 2.1** – Variação do coeficiente de alongamento térmico  $\alpha$   
(Simão & Rodrigues, 2020)

$$k_{\alpha}(\theta) = \frac{14102.979563 - 17.939725\theta}{\theta^2 - 162.218697\theta + 6658.448493} + 0.000266668\theta + 0.972984 \quad (2.2)$$

Outra propriedade mecânica afetada pela temperatura é o módulo de elasticidade, também conhecido por módulo de Young  $E$ , o qual pode ser descrito por:

$$E(\theta) = E k_E(\theta) \quad (2.3)$$

onde  $E$  é o valor do módulo de elasticidade à temperatura ambiente e  $k_E(\theta)$  é o fator de redução que descreve a degradação de  $E$  com o aquecimento, aproximado pela função (2.4) e apresentado na **Figura 2.2** (Simão & Rodrigues, 2020):



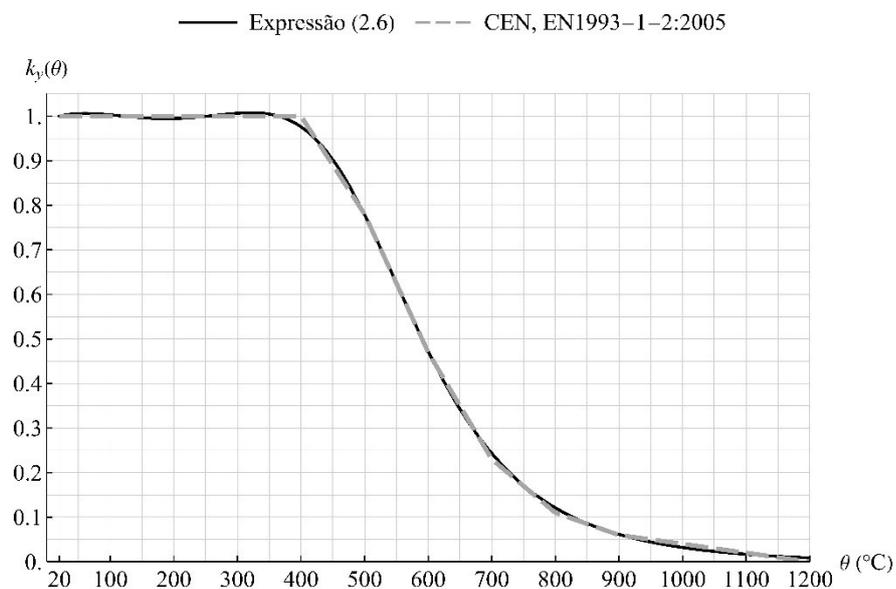
**Figura 2.2** – Variação do módulo de elasticidade  $E$  (Simão & Rodrigues, 2020)

$$k_E(\theta) = \frac{134630.820652 - 201.611600\theta}{\theta^2 - 687.773186\theta + 2745.641013} + \frac{201.611600\theta + 12.356641}{\theta^2 + 607.773186\theta + 2486.713574} \quad (2.4)$$

Finalmente, temos também a tensão de cedência  $f_y$  a ser afetada e assim, sofrer uma degradação à medida que se aumenta a temperatura. A tensão de cedência ao longo do tempo será dada por

$$f_y(\theta) = f_y k_y(\theta) \quad (2.5)$$

onde  $f_y$  é a tensão de cedência à temperatura ambiente e  $k_y(\theta)$  é o fator de redução aproximado pela função (2.4) e apresentado na **Figura 2.3** (Simão & Rodrigues, 2020):



**Figura 2.3** – Variação da tensão de cedência  $f_y$  (Simão & Rodrigues, 2020)

$$k_y(\theta) = \frac{100423.074478 - 137.995255\theta}{\theta^2 - 973.682703\theta + 29} + \frac{.347708}{.605531} + \frac{137.995255\theta + 52}{\theta^2 + 214.078581\theta + 52699.605531} \quad (2.6)$$

O problema em estudo é de elevada complexidade, devido às várias não linearidades envolvidas. Consiste numa sequência i) de um problema de instabilidade, provocado pelo aumento da força de restrição, de compressão, seguido ii) por um problema de colapso plástico, no qual se verifica a perda de rigidez do aço por plasticidade. Tudo isto ocorre enquanto as propriedades mecânicas do aço se degradam devido ao aquecimento, o que aumenta a não linearidade do problema. Por tudo isto, o princípio de sobreposição de efeitos não é aplicável, sendo que todos estes aspectos devem ser considerados em simultâneo na análise do problema.

Neste trabalho, o foco é a análise do problema de estabilidade em regime elasto-plástico de uma coluna ao fogo. Por isso, serão apenas consideradas variações longitudinais de temperatura, e assumir-se-á sempre que as temperaturas são constantes ao longo de uma secção transversal. De facto, existem sempre variações transversais de temperatura numa situação de incêndio, mas estas apenas provocam uma deflexão lateral desde o início do aquecimento, tendo um efeito similar por exemplo à existência de uma imperfeição geométrica inicial. Por isso, não serão consideradas na análise.

Por isso, em qualquer fase do incêndio considera-se que a distribuição das temperaturas depende apenas da coordenada longitudinal  $x$ , isto é que  $\theta = \theta(x)$  (Simão et al., 2022). Nas análises de sensibilidade e nos exemplos que se seguem, adota-se a seguinte fórmula para a temperatura  $\theta(x)$  numa secção genérica da coluna:

$$\theta(x) = \theta_{amb} + \kappa_{th}(x) \times (\theta_{ref} - \theta_{amb}) \quad (2.7)$$

onde  $\kappa_{th}(x)$  é uma função de distribuição pré-estabelecida que depende apenas da coordenada longitudinal  $x$ , e  $\theta_{ref}$  é uma temperatura de referência que aumenta à medida que o incêndio se desenvolve. Seguindo os princípios regulamentares aplicáveis no Eurocódigo 3 parte 1-2 (CEN, 2005b), esta temperatura de referência  $\theta_{ref}$  deve ser igual à temperatura mais alta ao longo da coluna, que ocorre a meia altura da coluna (Simão et al., 2022).

O comportamento de uma coluna ao fogo é assim descrito pela curva que descreve a evolução da força de restrição  $N_B$  com a temperatura de referência  $\theta_{ref}$ . A força compressiva de restrição aplicada pela mola B na coluna é dada por:

$$N_B = K_B(u_B - u_{ref}) \quad (2.8)$$

onde  $u_B$  é o deslocamento longitudinal da secção B e  $u_{ref}$  é um deslocamento de referência, por forma a que  $N_B = 0$  quando  $\theta(x) = \theta_{amb}$  em qualquer ponto da coluna e após a aplicação da carga de serviço  $N_{Ed}$ . Se a coluna for perfeita e se a carga for aplicada precisamente no centro de gravidade da secção transversal B, tem-se:

$$u_{ref} = -\frac{EA}{L_{ini}} \quad (2.9)$$

onde  $E$  é o módulo de elasticidade do aço,  $A$  é a área da secção transversal da coluna e  $L_{ini}$  é o comprimento inicial da coluna.

Na fase inicial do incêndio, é possível observar um aumento do valor da força de restrição  $N_B$  com o aumento da temperatura  $\theta_{ref}$ . Esta fase decorre até a temperatura  $\theta_{ref}$  atingir um valor máximo, quando se dá a instabilização da coluna. A temperatura a que ocorre este estado de instabilidade denomina-se por *temperatura de instabilidade térmica*  $\theta_b$  para colunas perfeitas, ou por *temperatura de pico*  $\theta_{peak}$  para colunas imperfeitas. A partir desse estado a força  $N_B$  diminui quando a temperatura  $\theta_{ref}$  aumenta, mesmo em colunas em regime elástico. Em colunas reais minimamente esbeltas (excluem-se por isso do presente estudo as colunas muito compactas, com esbelteza muito pequena), a plastificação da coluna inicia-se pouco depois do estado de instabilidade térmica. Nesta fase a força de restrição diminui, até que atinge o valor nulo que tinha no início do incêndio. A temperatura que corresponde a  $N_B = 0$  nesta fase de pós-encurvadura define a resistência da coluna ao fogo e é denominada por *temperatura crítica* ou *temperatura de colapso*  $\theta_c$  (Cabrita Neves 1995; Simão et al., 2022).

No entanto e devido à elevada não-linearidade do problema, em certos casos podem ocorrer fenómenos de “snap-back” (C. I. Neves, 1995; Shepherd & Burgess, 2011). Nestes casos e para resolver adequadamente o sistema de equilíbrio da coluna em situação de incêndio, por forma a traçar adequadamente o gráfico  $N_B - \theta_{ref}$ , torna-se necessário proceder a uma análise com “arc-length control” (Crisfield, 1991; Hellweg & Crisfield, 1998) ou controlo de deslocamentos (Bathe, 1996). Nestes casos, o software de Elementos Finitos ABAQUS revelou-se ser muito limitado, comparando com outros métodos (Simão et al., 2022), o que limita a precisão na determinação da temperatura de colapso.

## 2.2 Modelação pelo Método dos Elementos Finitos

### 2.2.1 Descrição sumária do Método dos Elementos Finitos

Na análise de um sistema estrutural pelo Método dos Elementos Finitos, uma estrutura contínua (reticulada, plana ou tridimensional) é aproximada por um conjunto de elementos finitos com uma geometria simples e propriedades conhecidas, ligados entre si nos nós. Ao longo de um elemento finito, os deslocamentos ao longo do elemento finito são definidos a partir dos valores dos deslocamentos dos nós desse elemento. Os deslocamentos dos nós tornam-se então nas incógnitas do problema, a partir dos quais podemos determinar qualquer quantidade ao longo do sistema estrutural, nomeadamente tensões e deformações. A partir dos deslocamentos nos nós de um elemento, podemos determinar quaisquer deslocamentos e quaisquer deformações ao longo desse elemento. Na análise da coluna ao fogo e por o problema em análise envolver fenómenos de estabilidade, adoptou-se a *extensão de engenharia*  $\varepsilon_x$  para definir as extensões de forma não linear em função do campo de deslocamentos (Simão, Rodrigues, & Fernandes 2022):

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 \quad (2.10)$$

Conhecendo-se o campo de deformações em função dos deslocamentos, através de uma relação constitutiva associada ao material, pode determinar-se o estado de tensão no elemento. No exemplo em análise, considerou-se que o aço tem um comportamento elástico-plástico perfeito, sendo que quer o módulo de elasticidade  $E$  quer a tensão de cedência  $f_y$  são dependentes do fogo através das fórmulas (2.3) e (2.5) (Simão & Rodrigues, 2020). Considerando um sistema de forças em equilíbrio com o campo de tensões assim determinado, obtém-se o sistema de equações que define o equilíbrio do elemento:

$$K^e \times u^e = f^e \quad (2.11)$$

Agrupando os elementos associados aos mesmos graus de liberdade e introduzindo as condições de fronteira, obtém-se as condições de equilíbrio do sistema estrutural para o equilíbrio global podem ser reescritas na forma (Simões, 2015):

$$K \times u = f \quad (2.12)$$

O tipo de elemento finito escolhido e a malha definida, devem ser escolhidos para obter resultados próximos do comportamento real da estrutura com o menor esforço computacional possível. A solução exata de um problema de análise de estruturas deve satisfazer simultaneamente, as condições de equilíbrio, as condições de compatibilidade e as relações constitutivas (Martins, 2021).

## 2.2.2 Resolução pelo Método de Elementos Finitos

A primeira fase do método dos elementos finitos prende-se com a definição do modelo numérico ou modelo de cálculo de análise da estrutura. O primeiro passo dessa fase consiste em discretizar a estrutura a analisar, considerada como um domínio contínuo, num conjunto discreto de elementos finitos ligados entre si nos pontos nodais, designado por *malha de elementos finitos*. Em seguida, pode definir-se as propriedades do material, as condições de apoio e as condições de carregamento. A partir dos valores dos deslocamentos dos nós da malha de elementos finitos, calculam-se as deformações e tensões a nível elementar através das seguintes expressões (Martins, 2021):

$$\underline{\varepsilon}^e = \underline{B}^e \times \underline{u}^e \quad (2.13)$$

$$\underline{\sigma}^e = \underline{D} \times \underline{B}^e \times \underline{u}^e \quad (2.14)$$

O campo de deslocamentos no interior de um elemento é aproximado, a partir dos deslocamentos nodais, através de funções contínuas, na forma:

$$\underline{u} \cong \underline{N} \times \underline{u}^e \quad (2.15)$$

Para a maior parte dos problemas a obtenção da expressão analítica da solução exata não é fácil, por isso procura-se uma solução aproximada que satisfaça de forma exata algumas das condições anteriores, sendo as restantes satisfeitas de forma aproximada. Finalmente, é necessário definir como variam os valores dos deslocamentos no interior dos elementos. A aproximação desta variação é feita por interpolação dos valores nodais ( $u_i$ ) utilizando por exemplo funções de forma (Martins, 2021):

$$u(x) \cong N_1(x) \times u_1 + N_2(x) \times u_2 + \dots + N_n(x) \times u_n = \sum_{i=1}^n N_i(x) \times u_i \quad (2.16)$$

A função de forma  $N_i$  tem valor unitário no nó  $i$  e valor nulo nos restantes nós.

## 2.2.3 Ferramentas usadas para a modelação

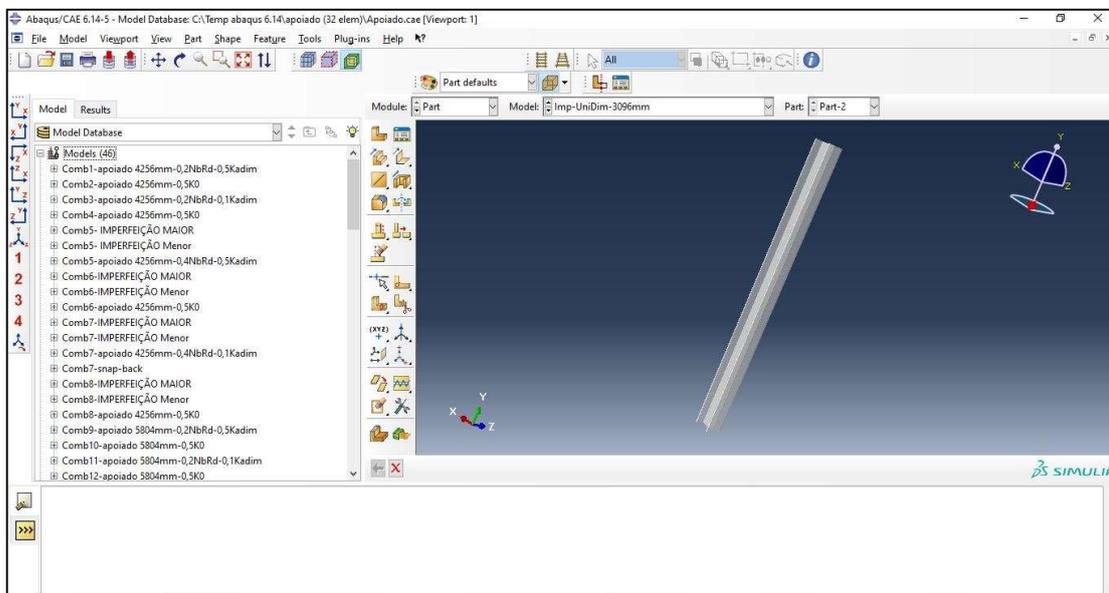
Existem hoje inúmeros programas comerciais muito sofisticados que fazem os mais diversos tipos de análise estrutural através do Método dos Elementos Finitos, para além do ABAQUS. São disto exemplo o SAP, o Ansys e o Nastran (Vaz, 2011). Dado que o objetivo principal deste trabalho é realizar uma simulação numérica de colunas em situação de incêndio através do Método dos Elementos Finitos e além da sua disponibilidade, recorreu-se ao software ABAQUS por ser uma ferramenta de cálculo bastante eficiente para atingir esse objectivo (Matias et al., 2013).

### 2.2.3.1 Considerações gerais sobre o software ABAQUS

O Abaqus/CAE é a interface gráfica do software apresentada na **Figura 2.4**, onde é possível desenvolver os modelos geométricos, definir os diferentes materiais e realizar a montagem

peça a peça do modelo. Nesta secção são estabelecidas diferentes sequências de análise, às quais são atribuídos diferentes tipos de carregamento e condições de fronteira, estes podem variar ao longo do processo de cálculo, conforme o estabelecido. Ainda é possível gerir as simulações a efetuar e visualizar os resultados. Esta secção encontra-se organizada em módulos (Matias et al., 2013):

- o módulo “PART” permite definir a geometria das várias peças que constituem o modelo;
- o módulo “PROPERTY” permite definir as propriedades mecânicas dos materiais;
- o módulo “ASSEMBLY” permite estabelecer a posição que cada "part" ocupa na estrutura, ou seja permite fazer a montagem do modelo;
- o módulo “STEP” permite definir a sequência da análise pretendida;
- o módulo "INTERACTION" permite definir a interação entre as diferentes "parts" que constituem o modelo assim como as superfícies onde atua a ação térmica;
- o módulo “LOAD” permite definir as condições de contorno e os módulos de aplicação das diferentes cargas;
- o módulo “MESH” permite gerar a malha de elementos finitos para cada elemento do modelo;
- finalmente, o módulo “JOB” permite dar início, finalizar e monitorizar o processo de cálculo.



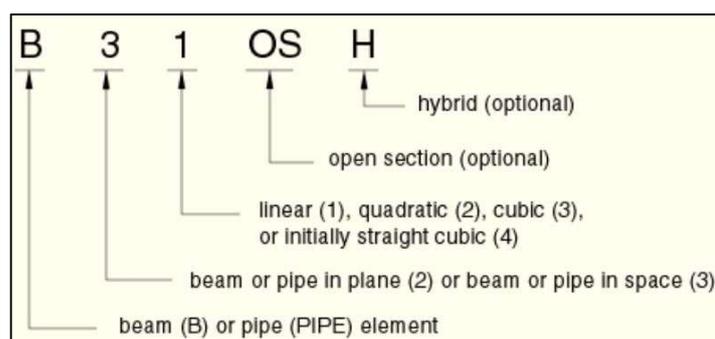
**Figura 2.4** – Interface gráfica do software comercial ABAQUS 6.14-5

Em complemento da interface de modelação apresentada, o Abaqus oferece dois módulos para resolução numérica dos problemas previamente modelados, o Abaqus/Explicit que está mais direcionado para a solução de problemas dinâmicos ou que envolvam uma

mudança de condições fronteira, que apesar de requer menor esforço computacional é considerado um método condicionalmente estável, apresentando maiores problemas de convergência do que o segundo módulo disponível o ABAQUS/Standard, este é mais voltado para problemas lineares e não lineares resolvidos de forma implícita fazendo uso de iterações, determina a solução através da resolução de um sistema de equações em cada incremento do processo, envolvendo processos estáticos, dinâmicos ou térmicos, essa solução baseia-se numa matriz de rigidez do modelo e trata-se de uma solução exata (Matias et al., 2013). Por tudo isto, o ABAQUS/Standard foi o módulo escolhido para resolver o problema altamente não linear, ajustando-se perfeitamente ao contexto deste trabalho, e será usado ao longo de toda a análise.

#### 2.2.4 Descrição dos elementos finitos usados

O ABAQUS oferece uma ampla gama de elementos de viga, para o efeito foram utilizados elementos viga do tipo “Euler-Bernoulli” disponibilizados na biblioteca de elementos do ABAQUS/Standard. Este tipo de elemento pode facilmente ser usado tanto no plano como no espaço, e várias formulações de interpolação podem ser usadas para determinar os valores dos deslocamentos ao longo desse elemento – no presente estudo será utilizada uma interpolação cúbica. Tendo em conta o sistema de nomeação da **Figura 2.5** usado pelo ABAQUS, facilmente se percebe que o elemento escolhido para as modelações deste trabalho é do tipo “B33”.



**Figura 2.5** – Metodologia de nomeação dos elementos no ABAQUS (SIMULIA, 2014)

O elemento em causa é formado por 2 nós e possui 6 graus de liberdade por nó, ou seja, permite três translações e três rotações em cada nó. Apesar da modelação ter sido feita em 3D, a análise foi toda feita no plano, ou seja, foram apenas consideradas duas dimensões.

Na formulação do elemento viga de Euler-Bernoulli assumem-se as hipóteses da teoria clássica de flexão de vigas, daí a sua designação (Martins, 2021):

- Os deslocamentos verticais de todos os pontos contidos numa secção transversal são pequenos e iguais aos do eixo longitudinal do elemento;
- O deslocamento perpendicular ao plano que contém o eixo do elemento (deslocamento segundo  $z$ ) é nulo;
- As secções transversais normais ao eixo da viga antes da deformação permanecem planas e ortogonais a esse eixo após a deformação.

Este conjunto de hipóteses, devolve resultados satisfatórios para vigas esbeltas (SIMULIA, 2014). Tendo isso em consideração, na presente dissertação testou-se esta hipótese até ao limite, analisando colunas com esbelteza reduzida  $\bar{\lambda} = 0.8$ . Para valores de esbelteza reduzida mais baixos do que este, passa-se gradualmente a ter uma coluna curta, para a qual o único comportamento previsível passa a ser o esmagamento, ou seja passa-se a ter fenómenos de plasticidade local devido ao aumento uniforme da força de restrição axial verificada ao longo do eixo da coluna.

## 2.3 Modelos elaborados no ABAQUS

A análise numérica pretendida desenrola-se em duas etapas: a determinação do estado inicial e a aplicação do aquecimento. Cada etapa requer a criação de modelos numéricos apropriados, que serão descritos de seguida.

### 2.3.1 Modelo 1 - Modelo para determinação do estado inicial

Na primeira etapa da análise caracteriza-se o estado da coluna antes do incêndio, isto é à *temperatura ambiente*  $\theta_{amb} = 20^{\circ}\text{C}$  e com a aplicação da carga de serviço  $N_{Ed}$ . Este modelo permite também determinar o primeiro modo de encurvadura da coluna, que servirá para a definição da geometria inicial imperfeita da estrutura. Esta estratégia é necessária porque o software ABAQUS não consegue lidar com as bifurcações que ocorrem quando estão envolvidos fenómenos de instabilidade, que ocorrem inevitavelmente em análises como as que estão a ser efectuadas se a coluna for perfeita. Para esse efeito, introduz-se uma carga unitária no topo da coluna, sem mola de restrição axial e à temperatura ambiente, e procede-se à resolução do correspondente problema de valores-vectores próprios, em que o valor próprio mais baixo corresponde à magnitude da *carga axial crítica*, e o vector próprio correspondente fornece o *modo crítico de instabilidade* relevante. Neste trabalho, este procedimento foi efetuado para duas condições de apoio distintas, nomeadamente coluna simplesmente apoiada e coluna bi-encastrada, e para três valores de esbelteza reduzida diferentes, como se verá nos exemplos apresentados à frente. O resultado final

desta formulação é guardado e é utilizado na etapa seguinte para introdução de imperfeições no modelo principal, que será usado para a análise do comportamento da coluna em situação de incêndio.

No caso das colunas bi-encastada, é necessário definir as restrições aos movimentos de rotação nos apoios e ajustar os comprimentos a usar nas modelações, considerando então o *comprimento inicial*  $L_{ini}$  o dobro do comprimento da coluna simplesmente apoiada correspondente.

### 2.3.2 Modelo 2 - Modelo para a determinação da resistência ao fogo

Os modelos para a análise de resistência ao fogo são baseados nos modelos numéricos para a determinação da configuração inicial da coluna. Os dados obtidos nessa etapa são importados para o modelo para análise ao fogo: os deslocamentos dos nós associados ao modo crítico são multiplicados pelo valor de imperfeição inicial de referência  $\delta_0$  definido no Eurocódigo 3 parte 1-1 (CEN, 2005a). Numa primeira fase aplica-se a carga de serviço  $N_{Ed}$ , por forma a determinar o estado da coluna imediatamente antes do incêndio se iniciar. Desta forma, determina-se o deslocamento axial da secção B, denominado por  $u_{B,ini}$  ou  $u_{ref}$ . Em seguida introduz-se a mola de restrição na secção B, com rigidez  $K_B$  constante ao longo do incêndio. A partir daqui simula-se o incêndio através da introdução de gradientes de temperatura ao longo do modelo, gradientes estes que são sempre constantes ao longo da secção transversal e que podem ser uniformes ou não na direcção axial, como já foi definido pela expressão (2.7). A carga de serviço  $N_{Ed}$  é sempre mantida constante e, no final, obtém-se o deslocamento da secção B no topo da coluna, denominado por  $u_B$ , para cada valor da temperatura de referência  $\theta_{ref}$ . A força de restrição é calculada por:

$$N_B = K_B(u_B - u_{ref}) \quad (2.17)$$

Para cada valor de  $\theta_{ref}$ , e no colapso esta força volta a ser zero (Dias Simão et al., 2021). Em termos práticos e tendo já definida a curva  $N_B$  versus  $\theta_{ref}$  por pontos e para todo o domínio de temperaturas relevante, normalmente entre  $\theta_{re} = \theta_{amb}$  e  $\theta_{ref} = 750^\circ\text{C}$ , a temperatura de colapso  $\theta_c$  é determinada por interpolação linear entre dois pontos consecutivos desta curva, que correspondem ao último valor positivo e ao primeiro valor negativo de  $N_B$ .

### 2.3.3 Apresentação detalhada dos módulos utilizados

Depois de uma apresentação básica do Abaqus, deu-se início ao processo de modelação, no entanto, é preciso ter em atenção que o ABAQUS não usa unidades, os valores atribuídos devem por isso ser consistentes com o sistema internacional de unidades. Posto isto vou de seguida proceder a uma apresentação mais detalhada dos módulos mais importantes para a análise.

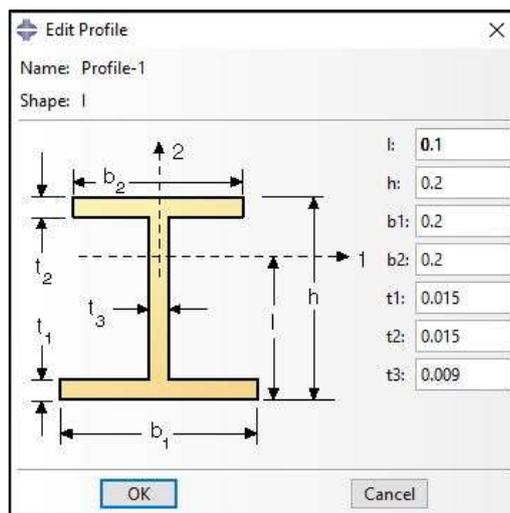
#### 2.3.3.1 Módulo "PART"

Este módulo permite criar, gerir e editar “parts” que constituem o modelo numérico e que vão ser utilizadas posteriormente no módulo “Assembly”. É nesta secção que são definidas todas as características geométricas do elemento assim como um conjunto de regras que definem o seu comportamento (Matias et al., 2013). A geometria do modelo automaticamente nomeado “Model-1” no momento da criação, é aqui definida escolhendo “3D – Deformable – Wire-Planar” com “Size” igual a 20, define-se o elemento finito a considerar e a dimensão aproximada da grelha do modelo, que servirá de guia à geometria do elemento. Depois de definir o elemento, deve-se desenhar a geometria do mesmo, para isso devemos introduzir os pontos que irão definir as extremidades, começando pelo ponto (0,0) para definir a base e o ponto (0,Y) correspondente ao topo da coluna, onde Y corresponde ao comprimento do elemento a modelar, no caso do presente trabalho o melhor será considerar estes valores em metros. Uma vez definidos esses pontos, basta criar um elemento contínuo tendo por extremos esses dois pontos, e podemos passar ao próximo módulo.

#### 2.3.3.2 Módulo "Property"

O módulo "PROPERTY" permite criar e definir propriedades térmicas e mecânicas, para diferentes tipos de materiais. À semelhança do módulo “PART”, permite também definir a geometria de secções e atribuir orientações (normal e tangencial) às diferentes "part" (Matias et al., 2013). Assim depois de Criar a geometria do modelo em “Parts”, o passo que se segue é criar e definir as propriedades do material no presente módulo, o *módulo de Young E* define o comportamento elástico do aço e deve ser introduzido em Pascal mantendo a consistência de acordo com o sistema internacional de unidades, por outro lado o comportamento plástico é introduzido através da consideração da *tensão de cedência  $f_y$*  em newton a dilatação térmica também é aqui definida.

Para além do material é também necessário definir a secção transversal da coluna e para tal, selecciona-se o perfil pretendido na biblioteca oferecida pelo ABAQUS e introduz-se as dimensões, sempre no sistema S.I. Na **Figura 2.6** é possível visualizar a janela com as dimensões usadas no presente trabalho, correspondente a um HEB 200. Atribui-se esta secção a geometria previamente definida e temos imperativamente que orientar o elemento no sentido ascendente colocando -1 na direcção Y (direcção vertical) em “beam section orientation”



**Figura 2.6** – Definição da secção transversal no ABAQUS

### 2.3.3.3 Módulo "ASSEMBLY"

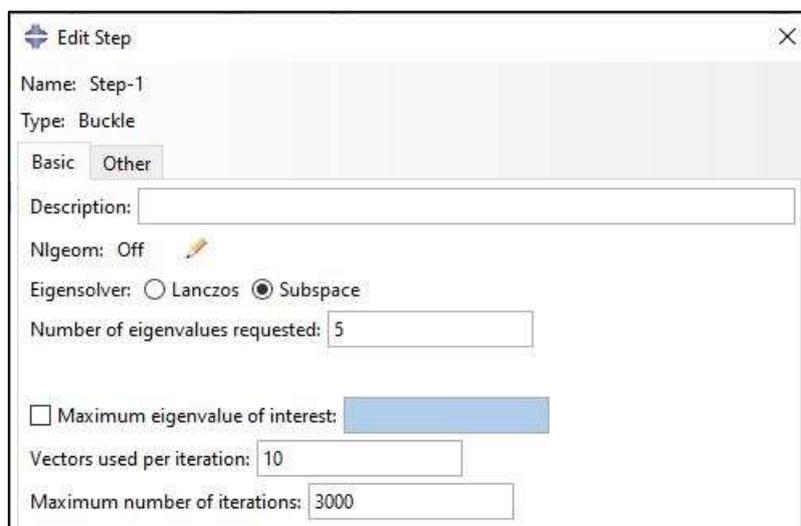
Este módulo é utilizado para organizar e montar o modelo, ou seja, permite definir a posição que cada "part" ocupa em relação às restantes e a um sistema de coordenadas globais. Este pode conter diversas "part", contudo apenas um tipo de montagem é considerado para análise. O posicionamento de cada "part" é conseguido por aplicação sequencial de restrições, através de relação entre faces, arestas, pontos, ou apenas por translações ou rotações. A combinação efetuada com os diversos elementos são denominados de “Instance”, podem ser dependentes e independentes, mantendo estas associadas com a "part" original. Por defeito o Abaqus/CAE cria conjuntos dependentes, estes tipos de conjuntos apenas podem sofrer alterações, como em relação à dimensão da malha, tipo de elementos, partições e alterações da secção, no módulo “parts”. Este módulo permite também a criação de superfícies e conjuntos que permitem uma fácil aplicação de interações, condições de fronteira e cargas (Matias et al., 2013). Desta forma e tendo em conta que apenas é considerada uma “Part” a modelação do nosso problema torna-se simples. No presente trabalho optou-se por considerar uma “instance” do tipo independente comparativamente as dependentes são consideradas mais simples já que permite apenas a

sua alteração no presente módulo, assim evita a deturpação da geometria das peças originais, agilizando todo o processo de análise do trabalho.

#### 2.3.3.4 Módulo "STEP"

O módulo step permite criar e definir os diferentes tipos de análise (elasto-estática, estática dinâmica, difusão de massa, térmica, ou de interação entre ambos). Para cada modelo é possível definir e criar uma ou várias etapas de análise. O facto de as etapas serem sequenciais, permite estabelecer mudanças nas variações de carga e de fronteira do modelo, alterar a interação de peças entre si, remoção ou adição de montagens constituintes do modelo e outras alterações que podem ocorrer no modelo no decorrer da análise. Através desta análise deste módulo é possível ainda alterar processos de análise e saída de dados. O software escreve a saída de resultados a partir da análise da base de dados de saída, sendo possível o utilizador especificar a sua saída através da criação de pedidos, que serão gerados para análises de etapas posteriores. O primeiro "step" a ser criado em todos os modelos é o "step" inicial. Neste "step" encontram-se definidas as condições de fronteira e interações que são aplicadas na fase inicial da análise do modelo. O "step" inicial é seguido por um ou vários outros "step", que podem ser de temperatura, aplicação de cargas etc. O tipo de análise realizada pode ser alterado de "step" para "step". Neste módulo, o programa oferece a possibilidade de o utilizador resolver problemas geometricamente não-lineares, através da ativação do parâmetro de não-linearidade geométrica (\*NLGEOM=ON), desta forma tem em conta o efeito de grandes deslocamentos. Caso se pretenda ter em consideração os deslocamentos infinitesimais, este parâmetro deverá ter de ser desativado (\*NLGEOM=OFF) (Matias et al., 2013). Na presente dissertação, dois modelos são criados, i) modelo para determinação do estado inicial e ii) um modelo para a determinação da resistência ao fogo. Ambos os modelos diferem substancialmente no que a este modulo diz respeito.

Para o primeiro, apenas um "step" será considerado no qual se estipula a realização de uma análise de encurvadura selecionando "buckle" em "Procedure type". A escolha dos parâmetros visíveis na **Figura 2.7** não é condicionante para este procedimento e por isso impõe-se a resolução dos 5 primeiros modos de encurvadura, sabendo que apenas um é suficiente, os restantes servem apenas para controlo dos resultados obtidos. Para evitar que o programa ABAQUS realize um número infinito de iterações, o que levaria ao "crash" da análise numérica, limita-se o número de iterações a 3000 para o número de modos estipulados.



**Figura 2.7** – Definição da análise “Step-1” modelo 1 no ABAQUS

Uma vez terminada a definição e resolução do primeiro modelo ao longo dos próximos módulos, será necessário guardar os resultados e importá-los para o segundo modelo onde determinaremos a resistência ao fogo, o processo é um ciclo que retorna exatamente a este ponto, é então a partir dos resultados do modelo anterior que obtemos o estado inicial do segundo modelo, as imperfeições iniciais serão aqui consideradas assim como a carga de serviço  $N_{Ed}$ , a introdução das imperfeições efetua-se apenas alterando manualmente o “input” do problema, em “Edit Keywords”. Esta é a única forma de realizar este procedimento no Abaqus e serve para criar um ficheiro suplementar em formato “.Fil”, que pode ser usado como “input” para outro modelo com as mesmas características. Assim que escolhermos “Edit Keywords”, abre-se então uma janela de “input” do modelo a ser resolvido, percorremos todos os dados até chegar ao fim e logo a seguir a “\*Output, field, variable=PRESELECT” inserimos as seguintes duas linhas:

\* NODE FILE, GLOBAL = YES

*u*

Por outro lado, no segundo modelo deve-se importar o estado de deformação inicial guardado anteriormente, onde mais uma vez a única forma de realizar este procedimento passa pela alteração manual do “input” do modelo, imediatamente antes de aparecerem estas duas linhas:

\*\*

\*\* *STEP: Step – 1*

Introduzimos as seguintes instruções, dadas pelas seguintes linhas:

\* IMPERFECTION, FILE = "nome do modelo", STEP = 1

1, #. #####

A primeira linha, ajuda o ABAQUS a identificar o ficheiro guardado anteriormente e dá ordem para carregar esses dados antes do novo “Step-1” que será criado. A segunda linha, serve para informar o software de que apenas o primeiro modo é necessário, e onde se vê “#.#####”, introduz-se o valor de imperfeição de referência  $\delta_0$  pelo qual queremos que esse modo seja afetado. Uma vez garantida esta alteração, criamos o novo “step-1” do tipo “Static,General”, que permitirá aplicar a *carga de serviço*  $N_{Ed}$  á temperatura ambiente no modulo “Load” apresentado mais a frente.

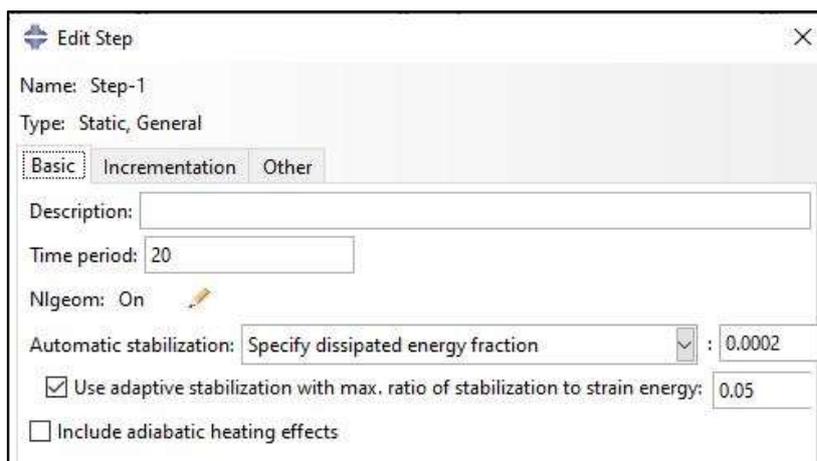


Figura 2.8 – Definição da análise “Step-1” modelo 2 no ABAQUS

Antes disso podemos criar o “Step-2” que servirá para aplicação da temperatura, o processo é semelhante ao “Step-1” mas desta vez será considerada um limite de temperatura em volta dos 850 °C, podendo ser ajustado no decorrer da análise.

### 2.3.3.5 Módulo “INTERACTION”

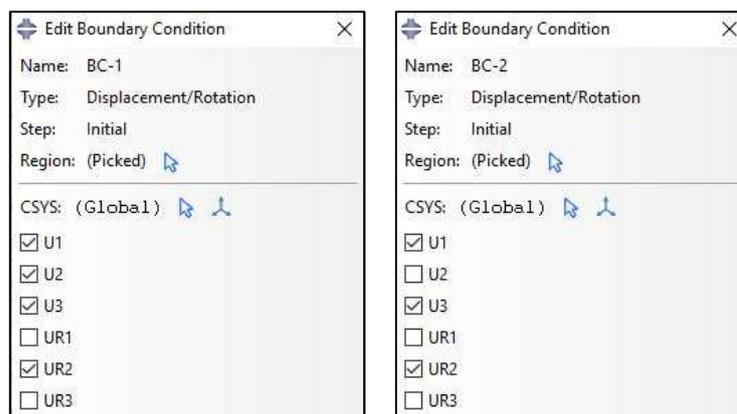
O presente módulo possibilita a definição de interações mecânicas e térmicas. Estas interações podem ser estabelecidas entre as diferentes “instance” do modelo ou entre a superfície do modelo e a sua vizinhança. Neste módulo é possível definir características ao nível de montagem, como no caso dos conectores e dos elementos viga, fissurar regiões do modelo, definir molas e amortecedores entre dois pontos do modelo ou entre um ponto do modelo e o solo, definir a inércia (ponto de massa, inércia de rotação e capacidade de calor) para regiões do modelo (Matias et al., 2013). No modelo 2 a mola, insensível ao fogo, será o conector e servirá para simular o efeito de confinamento da estrutura envolvente a sua introdução é relativamente simples bastando para tal nomear o elemento, que por defeito vem como “ConnSect-1” e escolher a categoria de ligação da mola, que será do tipo “Basic”, escolhermos o tipo de translação pretendida “Axial” e restringimos a rotação. Define-se o seu comportamento como sendo do tipo “Elastic” na direção “F1” para

“Force/Moment”, a rigidez da mola em “D11” deve ser definida através de  $K_{restr}$ . Uma vez o elemento mola criado, devemos acoplar à coluna, e para tal, deve-se criar um ponto de referência que servirá de ponto fixo, que simulará uma ligação à estrutura remanescente. Finaliza-se o processo associando as propriedades da mola ao elemento de corda criado através de “Create Connector Assignment”.

### 2.3.3.6 Módulo "LOAD"

Através deste módulo é possível definir e gerir as condições de carregamento, condições de fronteira, campos e casos de carga. À semelhança dos módulos anteriores, as condições estabelecidas são associadas a diferentes etapas de cálculo. Através da ferramenta "amplitude" é possível estabelecer no presente módulo as dependências de tempo ou frequências que podem ser aplicadas às condições estabelecidas. (Matias et al., 2013). Para que seja possível realizar a análise de encurvadura do Modelo 1 introduziu-se uma carga unitária no topo da coluna, define-se essa carga de  $-1000$  N segundo o eixo pretendido “CF2” eixo vertical “Y”, equivalente a  $-1$  kN como pretendido, com sinal negativo possibilitando uma aplicação da carga no sentido contrário ao sentido ascendente do eixo “Y” considerado como positivo. Por outro lado, no modelo 2 devemos considerar a carga de serviço  $N_{Ed}$  no “Step-1” a qual deverá manter-se-á constante ao longo de toda a simulação do incêndio realizada no “Step-2”.

Em relação às condições de fronteira, temos quatro modelações possíveis os primeiros dois casos referem-se ao modelo 1 em que não existe mola, e, por conseguinte, torna-se simples a sua caracterização, a modelação para colunas bi-rotuladas segue o disposto na **Figura 2.9**, das três translações e três rotações possíveis no espaço, apenas a possibilidade de translação axial “U2” é permitida em conjunto com todas as rotações à exceção da rotação “UR2”, impedida segundo o eixo do elemento em ambas as extremidades.



**Figura 2.9** – Definição das condições de apoio de colunas bi-rotuladas do Modelo 1 no ABAQUS

Em paralelo, ainda para o modelo 1 temos uma segunda possibilidade de condições de apoio, as colunas bi-encastadas com todos os movimentos de translação ou rotação impedidos em ambas as extremidades. Por sua vez o Modelo 2, no qual se inseriu a mola de restrição axial, tem modelações alternativas para cada um do seu respetivo par. Os apoios da coluna “BC-1” e BC-2” não sofrem alterações, tanto nas colunas bi-rotuladas como para as colunas bi-encastadas, no entanto são considerados dois nós suplementares correspondentes a mola, para o nó acoplado ao topo da coluna consideram-se as mesmas restrições que seu respetivo par e para o quarto nó apenas se restringe o movimento segundo “U2” em ambas as situações. Estas condições de fronteira são transversais aos vários “Steps” considerados em todos os modelos.

Recorrendo a opção “Amplitude”, introduzem-se os gradientes de temperatura  $k_{\theta}(x)$  desejados. Tendo em conta a simetria em relação ao meio vão da coluna, apenas é necessário definir 16 “Amplitudes” para as colunas apoiadas e 32 “Amplitudes” para as colunas bi-encastadas. Estes gradientes apenas se fazem sentir no “Step-2” do Modelo 2, selecciona-se o par de elementos e atribui-se a temperatura pré-definida através do parâmetro adimensional  $k_{th,0}$ .

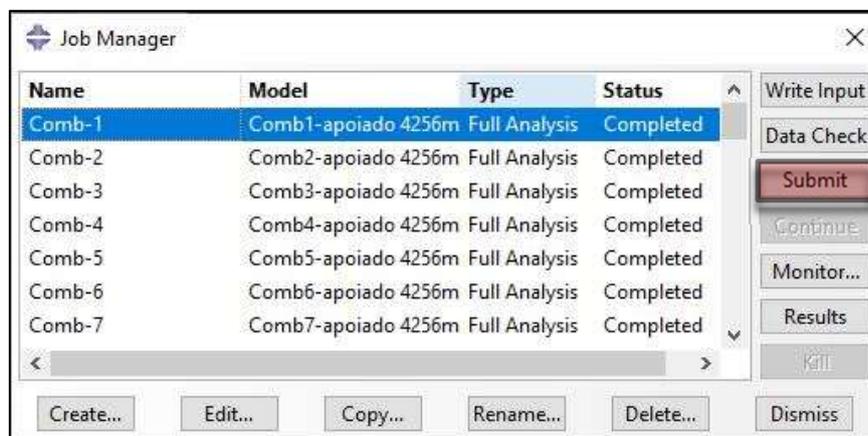
### 2.3.3.7 Módulo "MESH"

Embora todo o modelo já esteja completo, não é possível realizar a análise sem antes definir e criar a malha. O módulo "Mesh" contém ferramentas que tornam possível definir o tipo de elemento finito e o modo de geração de malhas de elementos finitos em partes do modelo ou em montagens criadas com o ABAQUS/CAE. As diferentes ferramentas disponíveis neste módulo permitem especificar desde a dimensão da malha, realizar um controlo da

malha, especificar a forma do elemento assim como criar malhas diferentes para elementos diferentes e diferentes zonas do mesmo elemento. Todos estes elementos podem ser alterados ao longo do modelo sendo automaticamente regenerados. (Matias et al., 2013). O processo é simples, basta definir o comprimento de cada elemento e realizar a marcação de pontos “seeds part instance”, mas garantindo primeiro que a “instance” criada é independente, dessa forma clicando em “Mesh part instance” o ABAQUS automaticamente cria a malha tendo em conta o dimensionamento dos elementos definidos. As colunas bi-rotuladas são modeladas com a ajuda de 32 elementos enquanto as colunas bi-encastadas usam 64 elementos na sua modelação, do ponto de vista prático, faz com que os resultados sejam compatíveis com aqueles que se obtêm teoricamente.

### 2.3.3.8 Módulo "JOB"

Após a elaboração do modelo de elementos finitos e da introdução de todas as informações necessárias no software, a fase seguinte é executar a resolução do modelo. No módulo “Job” é possível criar um trabalho e submeter a sua resolução ao ABAQUS/Standart ou ao ABAQUS/Explicit, e monitorizar o seu progresso. Este módulo permite realizar uma análise por etapas, sendo esta peculiaridade uma vantagem para modelos que necessitem de efetuar uma análise passo a passo mais complexa. Esta característica revela ser extremamente útil uma vez que previne por exemplo erros que possam surgir no decorrer da análise por ela efetuada. É possível examinar os resultados obtidos num "step", antes de prosseguir para o "step" seguinte. (Matias et al., 2013). Mais uma vez este processo é bastante intuitivo, depois de criar o “Job”, este irá aparecer na janela apresentada na **Figura 2.10**, é também aí possível submeter a análise clicando em “Submit”.



**Figura 2.10** – Submissão da análise no ABAQUS

### **2.3.3.9 Módulo "VISUALIZATION"**

Este módulo permite acompanhar a evolução do processo de cálculo. Aqui é possível acompanhar a evolução da temperatura, deslocamentos, forças, tensões e extensões ao longo do tempo, nos diferentes "steps" da análise em todos os nós da malha de elementos finitos (Matias et al., 2013). Tendo em conta que o objetivo desta dissertação é a análise de sensibilidade a vários fatores, é possível exportar os dados para Excel através da opção "Excel utilities".

## 3 EXEMPLOS ILUSTRATIVOS

### 3.1 Introdução

Neste capítulo é validada a estratégia numérica desenvolvida em ambiente Abaqus apresentada no capítulo 2. Os exemplos analisados serão comparados com exemplos iguais analisados por estratégias alternativas, quer usando métodos simplificados (Dias Simão et al., 2021; Simão & Rodrigues, 2022) quer usando métodos mais sofisticados, como é exemplo o método dos voxels (Simão et al., 2022).

Como exemplo de referência é escolhida uma coluna de aço da classe S355, cujas propriedades mecânicas relevantes são:

- Módulo de elasticidade:  $E = 210 \text{ GPa}$
- Coeficiente de dilatação térmica à temperatura ambiente:  $\alpha = 12.16 * 10^{-6}$
- Tensão de cedência:  $f_y = 355 \text{ MPa}$

A secção transversal escolhida é HEB 200, comumente aplicada em colunas, e é de classe 1 segundo a classificação para fenómenos de encurvadura local do (CEN, 2005a). As suas propriedades geométricas são:

- Área da secção transversal:  $A = 78.10 \text{ cm}^2$
- Momento de inércia segundo o eixo fraco:  $I_z = 2003 \text{ cm}^4$
- raio de giração:  $i_z = 5.07 \text{ cm}$
- Medidas da secção transversal: altura  $\rightarrow h = 200 \text{ mm}$  ; Largura  $\rightarrow L = 200 \text{ mm}$
- Espessura da alma:  $t_f = 15 \text{ mm}$  ; espessura dos banzos:  $t_w = 9 \text{ mm}$  ; raio da soldadura:  $r = 18 \text{ mm}$
- Modulo de flexão plástico segundo o eixo fraco:  $W_{pl,z} = 305.8 \text{ cm}^3$  , para o qual corresponde um momento plástico de flexão a temperatura ambiente:  $M_{pl} = 108.559 \text{ kNm}$ .
- Modulo de flexão elástico segundo o eixo fraco:  $W_{el,z} = 220.3 \text{ cm}^3$

Inicialmente foram escolhidos exemplos com valores de esbelteza reduzida  $\bar{\lambda}$  iguais a 1.1, 1.5 e 2, por forma a analisar colunas com esbelteza média e elevada, para as quais as teorias da flexão de Bernoulli e de instabilidade elástica de Euler são claramente aplicáveis. Posteriormente, foram realizadas simulações para valores de  $\bar{\lambda}$  iguais a 0.8, por forma a avaliar a capacidade do ABAQUS em analisar colunas com esbelteza mais reduzida. Como

se verá adiante, para este valor da esbelteza reduzida as colunas em situação de incêndio podem ficar sujeitas a fenómenos de “snap back” (C. I. Neves, 1995; Shepherd & Burgess, 2011), pelo que se pretende avaliar a capacidade do programa ABAQUS em conseguir analisar estes casos de forma consistente. Estes casos assumem especial importância porque o colapso destas colunas em situação real pode conter características de colapso frágil, no sentido em que a coluna colapsa instantaneamente, sofrendo deformações catastróficas instantaneamente.

### 3.2 Propriedades mecânicas do aço

Na presente dissertação assumiu-se um comportamento elasto-plástico dependente da temperatura para o aço, em que a degradação de  $E$  e de  $f_y$  ocorre de acordo com o Eurocódigo 3 parte 1-2 (CEN, 2005b) e as curvas correspondentes aos valores adoptados de  $k_\alpha(\theta)$ ,  $k_E(\theta)$  e  $k_y(\theta)$  (Simão & Rodrigues, 2020) foram apresentados na **Figura 2.1**, **Figura 2.2** e **Figura 2.3** respetivamente. Estes valores foram tidos em conta na modelação aquando da criação do material “aço” no software, tais valores foram compilados e inseridos sobre forma tabular onde para cada grau Celcius é atribuído um valor de elasticidade, plasticidade ou dilatação térmica respetivamente dentro do intervalo  $20\text{ °C} < (\theta = \theta_{ref}) < 1000\text{ °C}$ .

### 3.3 Condições de apoio adotadas

Até à realização desta dissertação, a maioria dos estudos realizados incidiam em colunas simplesmente apoiadas ou também designadas por colunas bi-rotuladas, no entanto é sabido que habitualmente as estruturas são projetadas considerando as suas ligações internas como sendo muito rígidas, olhando para as colunas em particular, por exemplo num edifício, são na sua maioria bi-encastadas (p-p), por isso decidiu-se nesta dissertação, considerar estas duas condições de apoio, bem distintas na sua formulação.

As colunas bi-rotuladas apresentam uma formulação mais simples, contudo muito pouco frequente no contexto das edificações. Consiste num apoio duplo numa das extremidades e um apoio simples na outra permitindo rotações em ambas as extremidades, esta condição de apoio foi modelada por restrição de qualquer translação a excepção daquela que ocorre segundo o seu eixo no topo da coluna, por outro lado permite-se qualquer rotação a excepção daquela que ocorre em volta do seu próprio eixo, doravante poderá ser identificada como (c-c) nas tabelas de resultados deste documento.

Observando um edifício corrente percebe-se que as colunas dos pisos intermédios estão rigidamente ligadas aos adjacentes, portanto a consideração de colunas bi-encastadas faz todo sentido por ser uma situação mais realista. Nestas condições consideram-se colunas bi-encastadas em que nenhum tipo de translação ou rotação é possível para ambas as extremidades, doravante poderá ser identificada por (p-p) nas tabelas de resultados que serão apresentadas.

### 3.4 Malha de Elementos Finitos

A malha de elementos finitos é obtida a partir da discretização dum elemento contínuo de uma estrutura real em elementos menores. Quanto mais refinada for uma malha de elementos finitos, em princípio mais exata será a aproximação efetuada pela modelação. No entanto, isso conduzirá a tempos de computação muito maiores e a uma maior exigência de recursos computacionais, conduzindo assim a tempos de resolução pouco aceitáveis. Além disso, a partir de certa ordem de refinação o ganho em termos de precisão torna-se desprezável, pelo que não faz sentido, a partir desse ponto, proceder a um ainda maior refinamento da malha, que só trará problemas numéricos. Consequentemente, é preciso avaliar até que ponto uma maior refinação da malha de elementos finitos conduz a uma maior precisão do cálculo. Da bibliografia sabe-se que, para analisar correctamente uma coluna a fenómenos de instabilidade elástica utilizando elementos finitos de viga-coluna não lineares que seguem a teoria de flexão de Bernoulli, é sempre necessário adoptar 3 ou mais elementos finitos por coluna (Martins, 2021). Além disso, no problema em análise o refinamento da malha tem também que ter em conta a necessidade de refinamento da discretização para modelar correctamente o espalhamento de plasticidade ao longo da coluna e os gradientes longitudinais de temperatura.

Por tudo isto, é necessário de início proceder a uma análise do refinamento da malha. No Abaqus esse procedimento foi feito recorrendo a uma coluna bi-rotulada de esbelteza  $\bar{\lambda} = 2.0$  correspondente a um comprimento  $L_{ini} = 7.739$  m, na qual se aplica um carregamento  $k_{load} = 0.3$ , que representa 30% da capacidade de carga da coluna ao colapso à temperatura ambiente  $N_{b,Rd}$ , e simula-se a ocorrência de um incêndio impondo um aumento da temperatura uniforme ao longo do eixo e gradual até ao colapso. Para a realização destes modelos considerou-se a rigidez de restrição  $k_{restr} = 0.1$ , simulando um efeito de restrição moderado provocado pela estrutura circundante. A partir daí pode-se iniciar o refinamento da malha começando com um mínimo aceitável de elementos finitos e aumentar a discretização conforme seja oportuno. A pensar na introdução de gradientes de

temperatura, torna-se útil simplificar o processo considerando apenas conjuntos de elementos pares, por forma a manter sempre uma simetria na distribuição de temperaturas durante o aquecimento.

O processo visível na **Tabela 3.1**, representa o estudo efetuado no qual se aumenta a malha até convergir para uma diferença desprezável calculada em função do valor de resistência total definida pela temperatura de colapso  $\theta_c$  obtida para cada malha de elementos.

**Tabela 3.1** – Resultados da análise de sensibilidade no refinamento da malha.

Nº de elementos usados	Temperatura de colapso ( $\theta_c$ )	Diferença
	[°C]	[%]
8 elementos	546,357	-
10 elementos	543,030	0,608
12 elementos	541,099	0,355
14 elementos	539,018	0,384
16 elementos	538,209	0,150
18 elementos	537,579	0,117
20 elementos	537,061	0,096
22 elementos	536,866	0,036
24 elementos	536,634	0,043
26 elementos	536,406	0,042
28 elementos	536,196	0,039
30 elementos	536,140	0,010
32 elementos	536,067	0,013

Tendo em conta as diferenças obtidas, estipulou-se o uso de 32 elementos para modelar as colunas simplesmente apoiadas e 64 elementos para as colunas bi-encastadas, tornando a modelação geometricamente equivalente e obtendo-se um equilíbrio entre complexidade de resolução e rigor nos resultados.

### **3.5 Parâmetros adimensionais para as propriedades mecânicas na análise de sensibilidade**

Os exemplos a seguir apresentados deverão adoptar valores razoáveis para as propriedades mecânicas do modelo. Por isso é conveniente expressar as propriedades do modelo de forma adimensional, para tornar possível a comparação de exemplos distintos mas que adoptam os mesmos valores adimensionais das propriedades.

### 3.5.1 Esbelteza Reduzida

Começando pelo comprimento da coluna deve ter-se em consideração que as condições de apoio afectam o seu comprimento de encurvadura, mas que duas colunas com distintas condições de apoio mas igual comprimento de encurvadura têm igual carga crítica e igual carga de dimensionamento à temperatura ambiente tal como é proposto pelo Eurocódigo 3 parte 1-1 (CEN, 2005a). Por isso, o comprimento de uma coluna deve ser sempre referido em relação à esbelteza reduzida, dada por:

$$\bar{\lambda} = \frac{\lambda}{\lambda_1} = \frac{L_e}{\pi \times \frac{i}{\sqrt{E/f_y}}} \Leftrightarrow L_e = \bar{\lambda} \pi \sqrt{\frac{E}{f_y}} i \quad (3.1)$$

Onde,

- $\bar{\lambda} \rightarrow$  esbelteza adimensional
- $\lambda \rightarrow$  Esbelteza do elemento
- $i \rightarrow$  Raio de giração da secção transversal
- $L_e \rightarrow$  Comprimento de encurvadura em situação de incêndio

Nestas condições, a capacidade de carga de uma coluna à temperatura ambiente é dada no Eurocódigo 3 parte 1-1 por (CEN, 2005a):

$$N_{b,Rd} = \frac{\chi A f_y}{\gamma_{M1}} \quad (3.2)$$

onde

- $\chi \rightarrow$  coeficiente de redução associados ao modo de encurvadura considerado
- $\gamma_{M1} \rightarrow$  coeficiente parcial de segurança para a resistência dos elementos em relação a fenómenos de encurvadura, avaliada através de verificações individuais de cada elemento

Tendo em conta que se pretende avaliar os valores efetivos de resistência, considera-se  $\gamma_{M1} = 1$  e o coeficiente de redução é dado por (CEN, 2005a):

$$\chi = \frac{1}{\varphi + \sqrt{\varphi^2 - \bar{\lambda}^2}} \leq 1,0 \quad (3.3)$$

Com,

$$\varphi = \frac{1}{2} \times [1 + \alpha(\bar{\lambda} - 0.2) + \bar{\lambda}^2] \quad (3.4)$$

O factor de imperfeição  $\alpha$  correspondente á curva de encurvadura, deve ser retirado do quadro 6.2 do Eurocódigo 3 parte 1-1 com a ajuda do quadro 6.1 da mesma norma (CEN, 2005a).

Nos exemplos seguintes serão considerados inicialmente os valores 1.1, 1.5 e 2 para a esbelteza reduzida  $\bar{\lambda}$ . Na fase final do trabalho tornou-se evidente a necessidade de considerar um valor menor do que 1 para  $\bar{\lambda}$ , tendo-se optado pelo valor 0.8, por forma a tornar mais completo o presente estudo.

### 3.5.2 Carga de serviço

Tendo definido o comprimento de uma coluna a analisar através da esbelteza reduzida  $\bar{\lambda}$ , consegue-se assim homogeneizar o valor da capacidade de carga à temperatura ambiente  $N_{b,Rd}$  para colunas com igual valor de  $\bar{\lambda}$ . Como se pode observar na **Figura 1.2**, no modelo deve ser considerada uma carga de serviço  $N_{Ed}$ . Na bibliografia não existe informação em relação ao valor que deve ser adoptado para  $N_{Ed}$ , para uma acção incêndio (Simão, Rodrigues, & Fernandes, 2021). No presente trabalho considera-se que a magnitude de  $N_{Ed}$  é dada em função de um parâmetro adimensional  $k_{load}$ , na forma seguinte:

$$N_{Ed} = k_{load} N_{b,Rd} \Leftrightarrow k_{load} = \frac{N_{Ed}}{N_{b,Rd}} \quad (3.5)$$

Tendo em conta que  $N_{b,Rd}$  é a capacidade de carga de projecto da coluna à temperatura ambiente, é razoável assumir que  $k_{load}$  é significativamente menor do que 1. Nos exemplos seguintes irão por isso ser considerados os valores de 0,2 e 0,4 para  $k_{load}$ .

### 3.5.3 Rigidez da mola de restrição

A rigidez  $K_B$  da mola de restrição na secção B, no topo da coluna **Figura 1.2**, pretende modelar o efeito de restrição ao alongamento provocado pela estrutura que circunda a coluna em análise. Esta rigidez pode ser escrita adimensionalmente através do coeficiente de restrição  $k_{restr}$  na forma seguinte:

$$K_B = k_{restr} \times \frac{EA}{L_{ini}} \Leftrightarrow k_{restr} = \frac{K_B}{\frac{EA}{L_{ini}}} \quad (3.6)$$

Verifica-se desta forma que, variando  $k_{restr}$  entre 0,5 e 0,1, é possível representar os casos relevantes na prática de engenharia, em que o primeiro valor corresponde a um valor alto e o segundo a um valor moderado (a pequeno) da restrição. Deve ter-se sempre presente, na análise, que  $k_{restr}$  deve ser sempre definido em relação ao comprimento inicial da coluna  $L_{ini}$ , independentemente das suas condições iniciais de apoio.

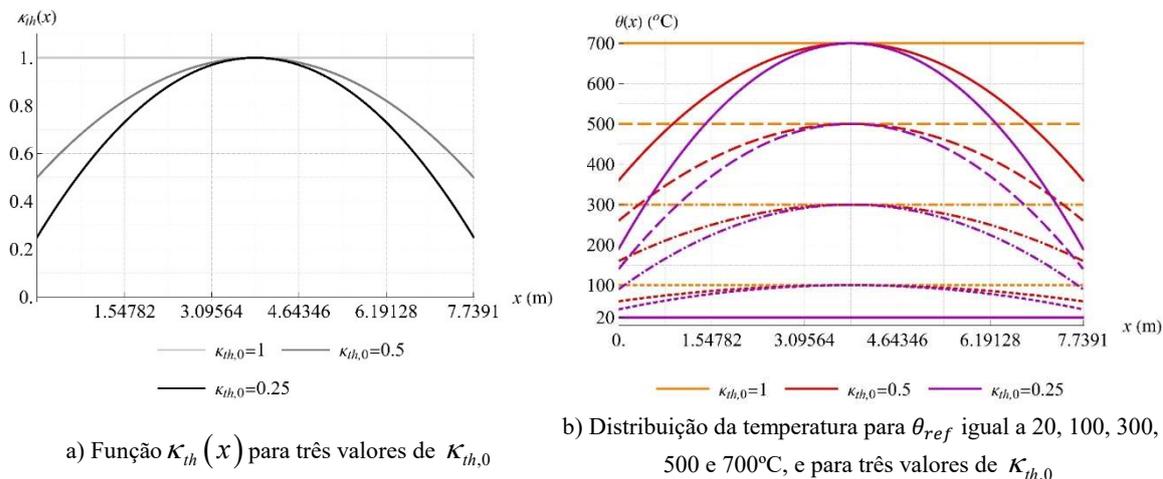
### 3.5.4 Variação longitudinal da temperatura

Nos exemplos que se seguem a variação longitudinal da temperatura é dada a partir da equação (2.7). Desta forma, cada etapa do aquecimento pode ser definida apenas a partir

da temperatura de referência  $\theta_{ref}$ , que segundo o Eurocódigo 3 parte 1-2 (CEN, 2005b) deve ser a maior temperatura observada na coluna. Em colunas reais, a maior temperatura em cada fase do incêndio ocorre sempre nas imediações da secção de meia altura da coluna, porque o calor fornecido à coluna no topo e na base é conduzido para as partes adjacentes da estrutura global. Por isso, adopta-se simplificadaamente a seguinte expressão para a variação longitudinal da temperatura durante todo o incêndio:

$$k_{th}(x) = \frac{4(L_{ini}-x)x+(L_{ini}-2x)^2\kappa_{th0}}{L_{ini}^2} \quad (3.7)$$

Desta forma, a variação longitudinal de temperatura fica a depender apenas do coeficiente adimensional  $\kappa_{th0}$ , que representa o ratio entre a variação de temperatura nas extremidades da coluna em relação à secção de meia altura. Quando este coeficiente é igual a 1, a função  $k_{th}(x)$  assume um valor igual a 1, para qualquer secção transversal da coluna, ou seja para  $\forall x \in [0, L_{ini}]$ . Desta forma, define-se um cenário de aquecimento uniforme ao longo do eixo, que serve como caso de referência. No entanto, nos casos reais observa-se que a temperatura no topo e na base da coluna são sempre menores do que na zona central, para qualquer fase do aquecimento. No início do incêndio, considera-se que toda a estrutura está à temperatura ambiente  $\theta_{amb} = 20^\circ\text{C}$  e, para esta temperatura, não existem quaisquer deformações de origem térmica. No cenário mais desfavorável supõe-se que o incêndio ocorre apenas na vizinhança da coluna em análise. Nessas condições, o calor transmitido à coluna pelo fogo é conduzido, através das partes extremas da coluna no seu topo e na sua base, para a estrutura circundante, que tem supostamente uma capacidade infinita para absorver esse calor. Por isso, nos casos reais essas partes extremas da coluna estão sempre a uma temperatura significativamente mais baixa do que a sua zona central. Para modelar esses casos irá adoptar-se o valor  $\kappa_{th,0} = 0,5$ . Na **Figura 3.1** apresenta-se as correspondentes variações longitudinais de temperatura, dada pela fórmula (2.7), para vários valores de  $\theta_{ref}$ . Finalmente, importa referir que a função  $k_{th}(x)$  deve sempre ser definida em função do comprimento inicial da coluna, quaisquer que sejam as suas condições de apoio.



**Figura 3.1** – Distribuição da temperatura para  $L_{ini} = 7.7391$  m e para  $k_{th,0}$  a variar de 0,25 a 1 (Simão et al., 2022)

### 3.6 Imperfeições iniciais adotadas

Nos casos reais de engenharia, uma coluna contém sempre vários tipos de imperfeições iniciais, devido ao seu processo de fabricação ou devido à montagem da estrutura (Simões, 2014). Estas imperfeições têm várias causas:

- o seu eixo longitudinal nunca é exactamente rectilíneo, e a coluna nunca está precisamente disposta na vertical;
- as forças axiais nunca são aplicadas exactamente no centro de gravidade da secção transversal e ao longo do eixo da coluna;
- existem sempre heterogeneidades do aço e na geometria da secção transversal ao longo da coluna;
- a coluna contém sempre tensões residuais, provocadas pelo seu processo de arrefecimento.

Estas imperfeições afectam o comportamento estrutural da coluna. Para o seu correcto dimensionamento à temperatura ambiente, todas estas causas podem ser representadas em conjunto por uma *imperfeição geométrica inicial equivalente*, na forma de uma semi-onda sinusoidal (Chen & Lui, 1986). Desta forma, a geometria inicial do eixo da coluna toma a seguinte forma (Girão Coelho et al., 2013):

$$y_0(x) = \delta_0 \frac{\pi x}{L_{ini}} \quad (3.8)$$

A estratégia de dimensionamento de colunas com secção transversal de classe 1 à temperatura ambiente do Eurocódigo 3 parte 1-1 (CEN, 2005a), baseia-se numa análise elástica limite, isto é a carga de dimensionamento corresponde ao instante em que se atinge

a cedência na fibra mais solicitada da coluna. Segue por isso a fórmula de Ayrton-Perry, que pode ser escrita na forma seguinte:

$$N_{b,Rd} = A f_y \frac{(1+\eta+\bar{\lambda}^2) - \sqrt{(1+\eta+\bar{\lambda}^2)^2 - 4\bar{\lambda}^2}}{2\bar{\lambda}^2} \quad (3.9)$$

onde  $\eta$  é o parâmetro de imperfeição igual a:

$$\eta = \frac{\delta_0 e}{i^2} \quad (3.10)$$

$e$  é a distância da fibra mais afastada ao eixo neutro de flexão e  $i = \sqrt{\frac{I}{A}}$  é o raio de giração da secção transversal. Segundo (Rondal & Maquoi, 1979), este parâmetro de imperfeição deve ser considerado proporcional à esbelteza reduzida  $\bar{\lambda}$  da coluna, o que permite obter a amplitude máxima característica da semi-onda sinusoidal característica para projecto, na forma seguinte:

$$\eta = \frac{\delta_0 e}{i^2} = \alpha(\bar{\lambda} - 0.2) \Rightarrow \delta_0 = \delta_{ref} = \frac{\alpha i^2}{e}(\bar{\lambda} - 0.2) \quad (3.11)$$

$\alpha$  é um parâmetro de imperfeição obtido por tratamento estatístico de resultados experimentais (Hirt et al., 2005) e está apresentado na Tabela 6.1 do Eurocódigo 3 parte 1-1 (CEN, 2005a).

O valor da imperfeição inicial  $\delta_{ref}$  assim determinado é um valor característico para projecto, pelo que à maioria dos casos reais corresponderá uma amplitude máxima da semi-onda  $\delta_0$  significativamente menor do que  $\delta_{ref}$ .

No entanto, como se verá adiante, a magnitude da imperfeição geométrica inicial na análise numérica da coluna em situação de incêndio não é relevante para a caracterização da sua resistência ao fogo, em claro contraste com o dimensionamento para capacidade de carga a temperatura ambiente. A resistência da coluna ao fogo é definida pela temperatura de colapso ou *temperatura crítica*  $\theta_c$ , como foi referido atrás. Esta temperatura ocorre sempre em fase de pós-encurvadura, quando a coluna está já em regime plástico. Por a resistência da coluna ao fogo ser definida desta forma, longe do estado de instabilidade provocado pelo aumento de temperatura, a magnitude da imperfeição inicial é muito pouco relevante no seu cálculo, no sentido em que uma determinada variação no valor de  $\delta_0$  provoca uma variação irrelevante, quase imperceptível, em  $\theta_c$ . Por isso, a imperfeição geométrica inicial na análise de colunas ao fogo pelo Método dos Elementos Finitos destina-se fundamentalmente a permitir que o software de elementos finitos ABAQUS consiga transitar de forma numericamente estável da trajectória inicial para a trajectória de pós-encurvadura, e as magnitudes máximas  $\delta_0$  adoptadas devem ser significativamente menores do que  $\delta_{ref}$ .

### 3.7 Validação dos modelos

Os exemplos que se seguem servem principalmente para validar as modelações efectuadas em ambiente ABAQUS, através da comparação com outros métodos de análise, nomeadamente métodos simplificados (Dias Simão et al., 2021; Simão & Rodrigues, 2022) e métodos mais sofisticados, como é exemplo o método dos voxels (Simão et al., 2022). Os valores das propriedades mecânicas adoptados nestes exemplos estão apresentados na **Tabela 3.2** a seguir apresentada.

**Tabela 3.2** – Propriedades mecânicas adoptados nos exemplos realizados em ABAQUS

$\theta_{ref}$ (°C)	$k_{\alpha}(\theta)$	$\alpha(\theta)$	$k_E(\theta)$	$E(\theta)$ (Pa)	$k_y(\theta)$	$f_y(\theta)$ (Pa)
20	1	1,22E-05	1	2,1E+11	1	3,55E+08
30	1,002927	1,22E-05	0,999849	2,1E+11	1,002877	3,56E+08
40	1,005861	1,22E-05	0,999395	2,1E+11	1,004759	3,57E+08
50	1,008801	1,23E-05	0,998634	2,1E+11	1,005793	3,57E+08
60	1,011747	1,23E-05	0,997558	2,09E+11	1,006121	3,57E+08
70	1,014701	1,23E-05	0,996157	2,09E+11	1,005879	3,57E+08
80	1,017661	1,24E-05	0,994418	2,09E+11	1,005193	3,57E+08
90	1,020629	1,24E-05	0,992325	2,08E+11	1,004182	3,56E+08
100	1,023605	1,24E-05	0,989861	2,08E+11	1,002953	3,56E+08
110	1,026589	1,25E-05	0,987006	2,07E+11	1,001602	3,56E+08
120	1,02958	1,25E-05	0,983737	2,07E+11	1,000217	3,55E+08
130	1,032581	1,26E-05	0,980031	2,06E+11	0,998871	3,55E+08
140	1,03559	1,26E-05	0,975863	2,05E+11	0,997631	3,54E+08
150	1,038609	1,26E-05	0,971206	2,04E+11	0,996551	3,54E+08
160	1,041638	1,27E-05	0,966035	2,03E+11	0,995674	3,53E+08
170	1,044676	1,27E-05	0,960321	2,02E+11	0,995036	3,53E+08
180	1,047725	1,27E-05	0,95404	2E+11	0,994662	3,53E+08
190	1,050785	1,28E-05	0,947165	1,99E+11	0,994566	3,53E+08
200	1,053856	1,28E-05	0,939673	1,97E+11	0,994755	3,53E+08
210	1,056938	1,29E-05	0,931542	1,96E+11	0,995226	3,53E+08
220	1,060034	1,29E-05	0,922752	1,94E+11	0,995965	3,54E+08
230	1,063142	1,29E-05	0,913287	1,92E+11	0,996951	3,54E+08
240	1,066263	1,3E-05	0,903135	1,9E+11	0,998148	3,54E+08
250	1,069398	1,3E-05	0,892287	1,87E+11	0,999516	3,55E+08
260	1,072548	1,3E-05	0,88074	1,85E+11	1,000999	3,55E+08
270	1,075713	1,31E-05	0,868495	1,82E+11	1,002532	3,56E+08
280	1,078894	1,31E-05	0,855559	1,8E+11	1,004038	3,56E+08
290	1,082092	1,32E-05	0,841945	1,77E+11	1,005426	3,57E+08
300	1,085307	1,32E-05	0,827671	1,74E+11	1,006596	3,57E+08
310	1,08854	1,32E-05	0,812762	1,71E+11	1,007432	3,58E+08
320	1,091792	1,33E-05	0,797246	1,67E+11	1,007809	3,58E+08
330	1,095064	1,33E-05	0,78116	1,64E+11	1,007586	3,58E+08
340	1,098357	1,34E-05	0,764544	1,61E+11	1,006617	3,57E+08
350	1,101672	1,34E-05	0,747444	1,57E+11	1,004743	3,57E+08
360	1,10501	1,34E-05	0,729909	1,53E+11	1,0018	3,56E+08
370	1,108372	1,35E-05	0,711992	1,5E+11	0,99762	3,54E+08
380	1,111759	1,35E-05	0,693749	1,46E+11	0,992039	3,52E+08
390	1,115172	1,36E-05	0,675239	1,42E+11	0,984893	3,5E+08
400	1,118613	1,36E-05	0,656521	1,38E+11	0,976033	3,46E+08
410	1,122083	1,36E-05	0,637656	1,34E+11	0,965326	3,43E+08
420	1,125583	1,37E-05	0,618702	1,3E+11	0,95266	3,38E+08

430	1,129114	1,37E-05	0,59972	1,26E+11	0,937953	3,33E+08
440	1,132679	1,38E-05	0,580768	1,22E+11	0,921158	3,27E+08
450	1,136279	1,38E-05	0,561899	1,18E+11	0,902268	3,2E+08
460	1,139915	1,39E-05	0,543167	1,14E+11	0,881316	3,13E+08
470	1,143588	1,39E-05	0,524622	1,1E+11	0,858381	3,05E+08
480	1,1473	1,4E-05	0,506309	1,06E+11	0,833585	2,96E+08
490	1,151053	1,4E-05	0,48827	1,03E+11	0,807092	2,87E+08
500	1,154848	1,4E-05	0,470544	9,88E+10	0,779103	2,77E+08
510	1,158686	1,41E-05	0,453163	9,52E+10	0,749847	2,66E+08
520	1,162568	1,41E-05	0,436159	9,16E+10	0,719577	2,55E+08
530	1,166495	1,42E-05	0,419555	8,81E+10	0,688561	2,44E+08
540	1,170466	1,42E-05	0,403375	8,47E+10	0,65707	2,33E+08
550	1,174481	1,43E-05	0,387634	8,14E+10	0,625372	2,22E+08
560	1,178538	1,43E-05	0,372348	7,82E+10	0,593724	2,11E+08
570	1,182635	1,44E-05	0,357526	7,51E+10	0,562366	2E+08
580	1,186768	1,44E-05	0,343175	7,21E+10	0,531513	1,89E+08
590	1,190929	1,45E-05	0,3293	6,92E+10	0,501356	1,78E+08
600	1,195109	1,45E-05	0,315902	6,63E+10	0,472054	1,68E+08
610	1,199296	1,46E-05	0,30298	6,36E+10	0,443741	1,58E+08
620	1,20347	1,46E-05	0,290529	6,1E+10	0,41652	1,48E+08
630	1,207607	1,47E-05	0,278547	5,85E+10	0,390468	1,39E+08
640	1,211672	1,47E-05	0,267024	5,61E+10	0,365635	1,3E+08
650	1,215622	1,48E-05	0,255953	5,38E+10	0,342051	1,21E+08
660	1,219397	1,48E-05	0,245325	5,15E+10	0,319727	1,14E+08
670	1,222917	1,49E-05	0,235128	4,94E+10	0,298656	1,06E+08
680	1,22608	1,49E-05	0,225352	4,73E+10	0,278818	98980549
690	1,228754	1,49E-05	0,215984	4,54E+10	0,260183	92365046
700	1,230768	1,5E-05	0,207012	4,35E+10	0,242711	86162536
710	1,231911	1,5E-05	0,198423	4,17E+10	0,226357	80356885
720	1,231925	1,5E-05	0,190204	3,99E+10	0,211072	74930394
730	1,230506	1,5E-05	0,182342	3,83E+10	0,196801	69864360
740	1,22732	1,49E-05	0,174823	3,67E+10	0,183492	65139548
750	1,222029	1,49E-05	0,167635	3,52E+10	0,171089	60736571
760	1,214349	1,48E-05	0,160764	3,38E+10	0,159539	56636193
770	1,204129	1,46E-05	0,154197	3,24E+10	0,148788	52819570
780	1,191451	1,45E-05	0,147923	3,11E+10	0,138784	49268422
790	1,176717	1,43E-05	0,141928	2,98E+10	0,129479	45965170
800	1,160683	1,41E-05	0,1362	2,86E+10	0,120825	42893020
810	1,144397	1,39E-05	0,130729	2,75E+10	0,112778	40036023
820	1,12902	1,37E-05	0,125503	2,64E+10	0,105293	37379105
830	1,115611	1,36E-05	0,12051	2,53E+10	0,098333	34908078
840	1,10492	1,34E-05	0,11574	2,43E+10	0,091858	32609631
850	1,0973	1,33E-05	0,111184	2,33E+10	0,085835	30471314
860	1,09273	1,33E-05	0,10683	2,24E+10	0,08023	28481509
870	1,090917	1,33E-05	0,102671	2,16E+10	0,075012	26629399
880	1,091419	1,33E-05	0,098696	2,07E+10	0,070155	24904927
890	1,093754	1,33E-05	0,094898	1,99E+10	0,06563	23298758
900	1,097467	1,33E-05	0,091268	1,92E+10	0,061415	21802238
910	1,102168	1,34E-05	0,087797	1,84E+10	0,057485	20407349
920	1,107541	1,35E-05	0,08448	1,77E+10	0,053822	19106670
930	1,113342	1,35E-05	0,081307	1,71E+10	0,050404	17893339
940	1,119388	1,36E-05	0,078273	1,64E+10	0,047214	16761008
950	1,125548	1,37E-05	0,075371	1,58E+10	0,044236	15703814
960	1,131726	1,38E-05	0,072595	1,52E+10	0,041454	14716335
970	1,137859	1,38E-05	0,069938	1,47E+10	0,038855	13793564
980	1,143903	1,39E-05	0,067395	1,42E+10	0,036425	12930876
990	1,149831	1,4E-05	0,064961	1,36E+10	0,034152	12123996
1000	1,155627	1,41E-05	0,062631	1,32E+10	0,032025	11368975

### 3.7.1 Exemplos de comparação

Tendo em conta o leque alargado de resultados e todo o estudo efetuado em volta do problema em análise, foi possível selecionar casos, para os quais se dispõe as curvas de resistência pelo método dos voxels (Simão et al., 2022).

Uma forma fácil de organizar a análise é separando as colunas pelas suas condições de apoio e de seguida avaliar os valores extremos de esbelteza reduzida correspondente a cada caso. Na **Tabela 3.3** são apresentados os parâmetros usados nos exemplos juntamente com a comparação de resultados obtidos para cada método.

**Tabela 3.3** – Exemplos para validação dos modelos

Ex. n.	Comb	$L_e$ (m)	Tipo apoio	$L_{ini}$ (m)	$\bar{\lambda}$	$k_{load}$	$N_{b,Rd}$ (kN)	$N_{Ed}$ (kN)	$k_{restr}$	$K_B$ (kN/m)	$\kappa_{exp0}$	$\theta_c$ (°C) voxels	$\theta_c$ (°C) Abaqus	$\theta_c$ (°C) EC3 1-2
E.V. 1	C. 5	4.256	p-p	4.256	1.1	0.4	1342.6	537.04	0.5	$1.926 \times 10^5$	1	404,40	396,63	558,31
E.V. 2	C. 21	7,739	p-p	7,739	2.0	0.4	543,93	217.57	0.5	$1.059 \times 10^5$	1	481,14	481,93	546,30
E.V. 3	C. 27	4.256	c-c	8,513	1.1	0.2	1342.6	268.52	0.1	$1.926 \times 10^4$	1	562,97	553,75	697,18
E.V. 4	C. 29	4.256	c-c	8,513	1.1	0.4	1342.6	537.04	0.5	$9.632 \times 10^4$	1	407,03	399,18	558,31
E.V. 5	C. 45	7,739	c-c	15,47	2.0	0.4	543,93	217.57	0.5	$5.298 \times 10^4$	1	481,14	481,90	546,30

#### 3.7.1.1 Colunas simplesmente apoiadas

##### 3.7.1.1.1 Colunas com esbelteza reduzida $\bar{\lambda} = 1,1$

Começando pela situação mais simples em que uma coluna simplesmente apoiada é exposta ao fogo, com uma esbelteza reduzida  $\bar{\lambda} = 1,1$  ou seja  $L_{ini} = 4,2565$  m, para a qual se considerou a combinação de valores expostos na **Tabela 3.3**, é possível verificar de forma inequívoca na **Figura 3.2**, que a progressão no domínio elástico é exatamente igual até atingir o pico. A partir daí dá-se a encurvadura da coluna e o percurso das curvas de resistências no domínio plástico após alguma estabilização também converge.

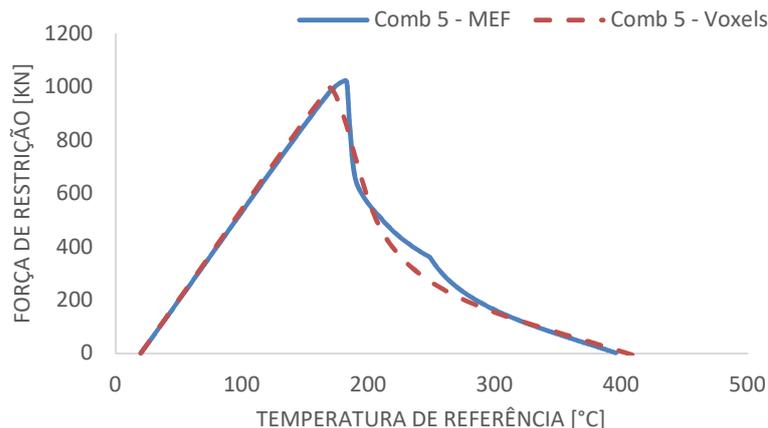


Figura 3.2 – Exemplo de validação 1 - Coluna simplesmente apoiada com  $\bar{\lambda} = 1,1$

### 3.7.1.1.2 Colunas com esbelteza reduzida $\bar{\lambda} = 2,0$

No exemplo da Figura 3.3 uma situação em condições semelhantes á anterior é considerada apenas se aumenta a esbelteza reduzida  $\bar{\lambda}$  para 2,0, com isso verifica-se uma sobreposição de valores praticamente perfeita, validando as modelações feitas pelo método dos elementos finitos para colunas simplesmente apoiadas.

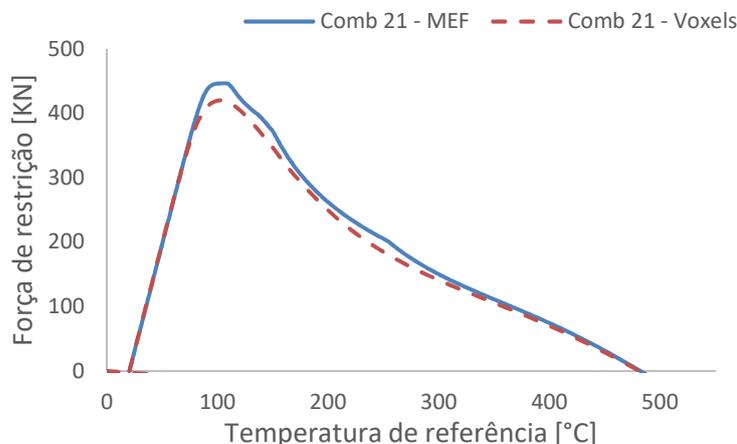


Figura 3.3 – Exemplo de validação 2 - Coluna simplesmente apoiada com  $\bar{\lambda} = 2,0$

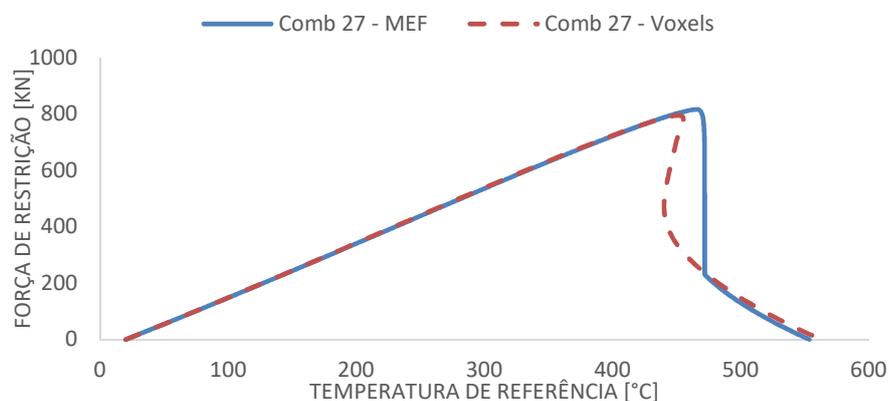
### 3.7.1.2 Colunas Bi-encastadas

Desde o início deste trabalho o foco sempre esteve nas colunas bi-encastadas por ainda não haver diversidade de estudos que incidam nestas condições, de tal forma que passar-se-á a apresentar exemplos de casos em extremos opostos por forma a validar também o padrão das modelações pelo MEF, para além de as confrontar com o método dos voxels e outros, já mencionados.

### 3.7.1.2.1 Colunas com esbelteza reduzida $\bar{\lambda} = 1,1$

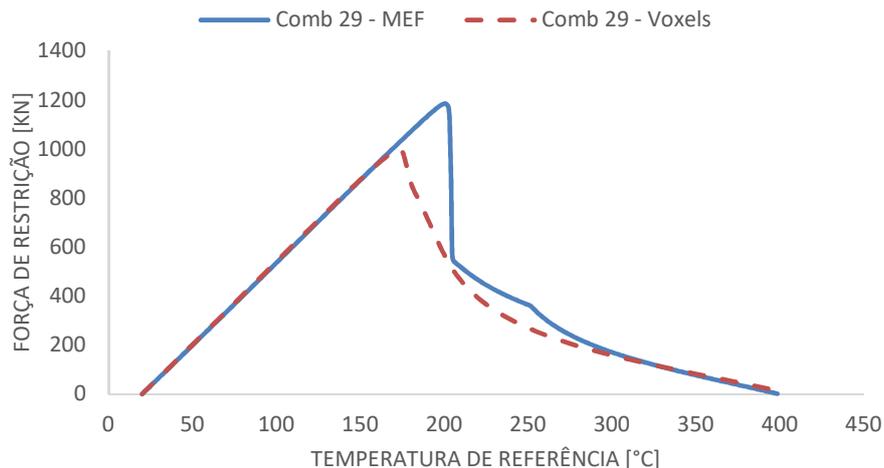
O exemplo de validação 3 apresentado na **Figura 3.4** e valores definidos na **Tabela 3.3** é de grande interesse porque dele podem ser retiradas várias conclusões importantes ao desenvolvimento deste trabalho. Primeiro observa-se que à semelhança dos exemplos de colunas simplesmente apoiadas, as curvas que definem a resistência de colunas bi-encastadas expostas ao fogo também apresentam uma evolução muito semelhante quando comparadas com resultados obtidos pelo método dos voxels, onde só por si seria suficiente para validar as modelações feitas, mas existe de facto outro aspeto neste exemplo que deve ser referido.

Olhando para as duas curvas vemos variações nos resultados bem evidenciadas, logo após atingir o pico de força de restrição acontece a encurvadura seguida de o “snap-back”, fenómeno aqui caracterizado por um retrocesso na temperatura de referência, nem sempre ocorre pelo que na maioria das vezes simplifica a resolução dos modelos. Ainda assim neste exemplo específico, é com bons olhos que vemos esse fenómeno, porque apesar de ele acontecer tal como demonstra o método dos voxels, assim que a resistência plástica é mobilizada as duas curvas convergem e evoluem de forma praticamente paralela e justapostas até ao colapso.



**Figura 3.4** – Exemplo de validação 3 - coluna bi-encastada com  $\bar{\lambda} = 1,1$

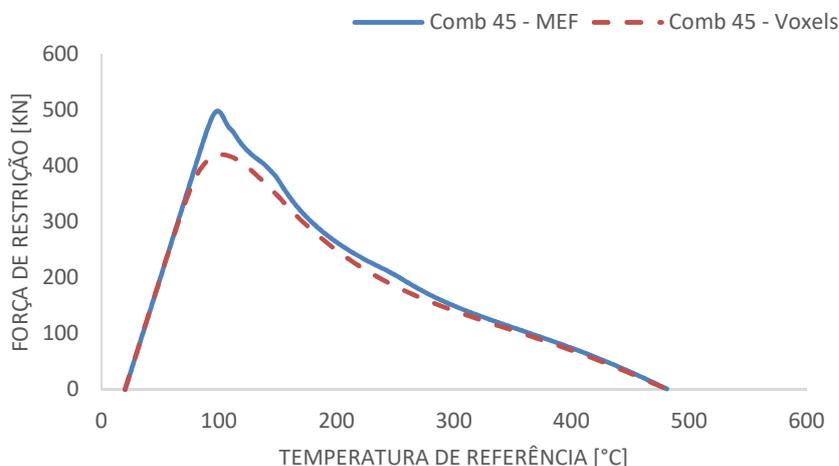
Na **Figura 3.5** é analisado outro exemplo da **Tabela 3.3**, desta vez escolhido por não haver “snap-back” e verifica-se mais uma vez a concordância de resultados entre métodos diferentes.



**Figura 3.5** – Exemplo de validação 4 - Coluna bi-encastada com  $\bar{\lambda} = 1,1$

### 3.7.1.2.2 Colunas com esbelteza reduzida $\bar{\lambda} = 2,0$

Repetindo o processo e analisando agora colunas mais esbeltas em condições semelhantes as anteriores como é visível na **Tabela 3.3**, verifica-se o mesmo padrão nos resultados obtidos e apresentados na **Figura 3.6**, revelando consistência nas modelações efetuadas pelo método dos elementos finitos para colunas bi-encastadas.



**Figura 3.6** – Exemplo de validação 5 - Coluna bi-encastada com  $\bar{\lambda} = 2,0$

Através de todas as comparações efetuadas foi possível validar e avaliar todos os modelos em função de vários aspetos e verificou-se consistência nos resultados mesmo variando as esbeltezas ou condições de apoio.

### 3.8 Análise de sensibilidade

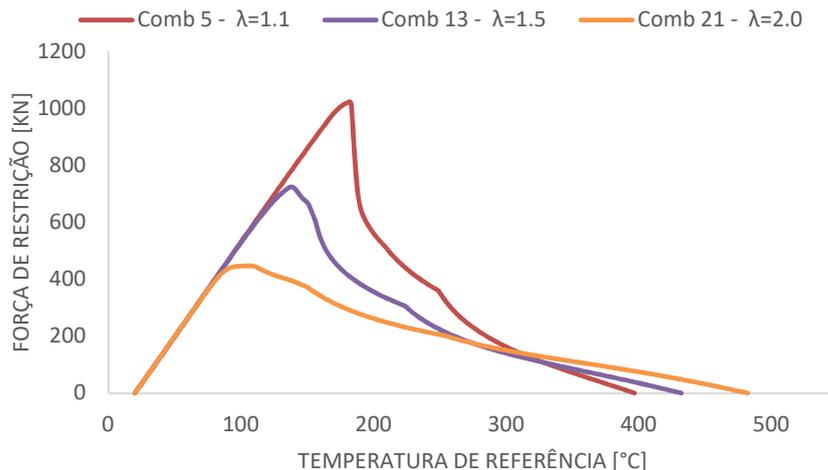
O real impacto de um parâmetro com carácter variável numa estrutura ou elemento é avaliado através da análise de sensibilidade a qual consiste na análise dos resultados tendo em conta a variabilidade de apenas um parâmetro mantendo os restantes iguais. Após alcançar o refinamento definitivo da malha de elementos finitos, analisam-se os restantes parâmetros passíveis de serem alterados: a esbelteza, condições de apoio, carga de serviço e rigidez da mola de restrição axial. As imperfeições iniciais apenas influenciam a temperatura de pico e não a resistência ao fogo propriamente dita, o que na realidade sucede com outros parâmetros tal como se demonstrará. A presente análise de sensibilidade é aqui exposta através de exemplos concretos realçando os casos de maior importância e expondo as observações relevantes feitas ao longo do trabalho.

#### 3.8.1 Variação da Esbelteza reduzida

A primeira análise a ser efetuada é relativa a variação da esbelteza reduzida, na **Tabela 3.4** são apresentadas duas análises onde se verifica que a esbelteza reduzida está indiretamente associada à resistência de uma coluna, pensava-se que colunas mais esbeltas seriam menos resistentes ao fogo, contudo ficou provado nesta dissertação através da análise feita na **Figura 3.7** e na **Figura 3.8** que á medida que a esbelteza reduzida aumenta, a resistência ao fogo de colunas simplesmente apoiadas também aumenta, apesar do pico da força de restrição se dar para temperaturas inferiores.

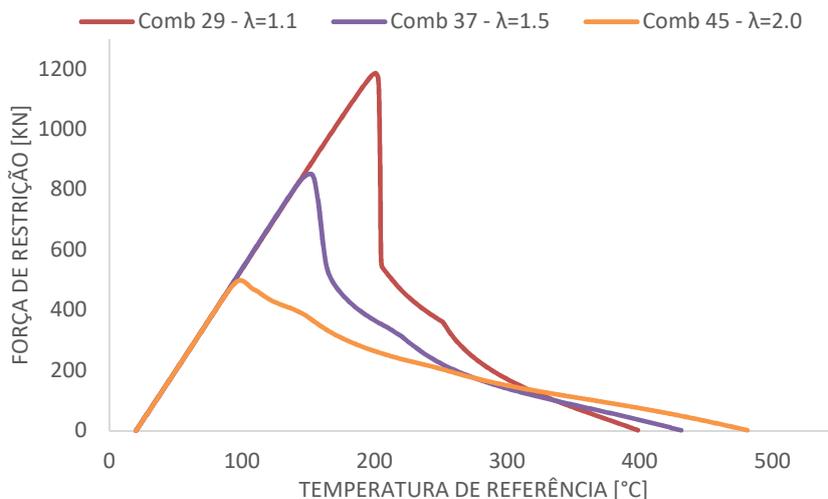
**Tabela 3.4** – Exemplos para análise de sensibilidade da esbelteza reduzida

Ex. n.	Comb	$L_e$ (m)	Tipo apoio	$L_{ini}$ (m)	$\bar{\lambda}$	$k_{load}$	$N_{b,Rd}$ (kN)	$N_{Ed}$ (kN)	$k_{rest}$	$K_B$ (kN/m)	$\kappa_{\eta,0}$	$\theta_c$ (°C) Abaqus	$\theta_c$ (°C) EC3 1-2
A.S. 1	C. 5	4,256	p-p	4,256	1.1	0.4	1342.6	537.040	0.5	$1.9265 \times 10^5$	1	396,63	558,31
	C. 13	5,804	p-p	5,804	1.5	0.4	872,07	348.828	0.5	$1.4128 \times 10^5$	1	431,41	549,99
	C. 21	7,739	p-p	7,739	2.0	0.4	543,93	217.572	0.5	$1.0596 \times 10^5$	1	481,93	546,30
A.S. 2	C. 29	4,256	c-c	8,513	1.1	0.4	1342.6	537.040	0.5	$9.6329 \times 10^4$	1	399,18	558,31
	C. 37	5,804	c-c	11,608	1.5	0.4	872,07	348.828	0.5	$7.0641 \times 10^4$	1	431,58	549,99
	C. 45	7,739	c-c	15,478	2.0	0.4	543,93	217.572	0.5	$5.2980 \times 10^4$	1	481,90	546,30



**Figura 3.7** – Análise de sensibilidade 1 - Esbelteza reduzida em Colunas simplesmente apoiadas

Independentemente das condições de apoio da coluna considerada, é possível verificar na **Figura 3.8** que a resistência efetivamente aumenta quando a esbelteza reduzida  $\bar{\lambda}$  também aumenta.



**Figura 3.8** – Análise de sensibilidade 2 – Esbelteza reduzida em Colunas Bi-encastadas.

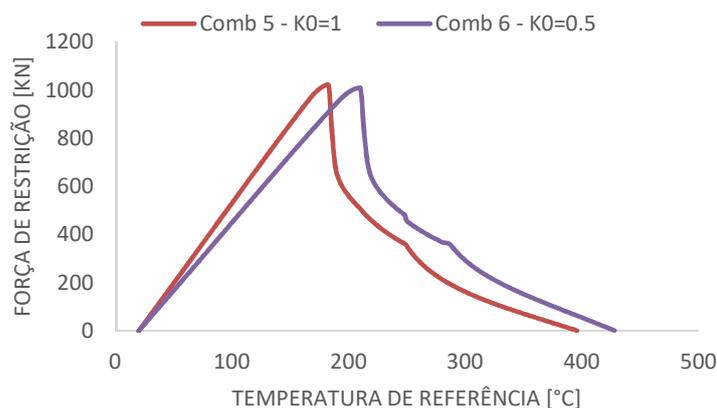
Comparando os resultados obtidos para colunas bi-encastadas com esbelteza reduzida compreendida entre 1.1 e 2.0 é possível identificar uma diferença considerável de 100°C nas temperaturas de colapso dessas colunas.

### 3.8.2 Variação de gradientes longitudinais de temperatura.

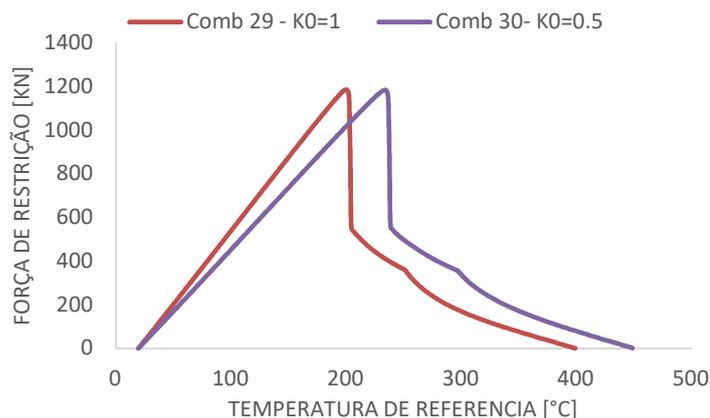
O colapso de colunas bi-rotuladas e bi-encastradas é sensível a gradientes de temperatura como se pode ver na **Figura 3.9** e na **Figura 3.10** respetivamente, na análise é feita uma comparação direta entre uma coluna com variação uniforme da temperatura ao longo do eixo com outra em que estão presentes gradientes de temperatura, mantendo todos os restantes parâmetros iguais como se pode ver na **Tabela 3.5**, em ambos os casos mostra-se que a temperatura de colapso é diferente, isto justifica-se pelo facto de haver menos aquecimento nas extremidades e por consequência menos dilatação o que faz com que o colapso seja atingido apenas para valores de temperatura superiores.

**Tabela 3.5** – Exemplos para análise de sensibilidade de G. longitudinais de temperatura

Ex. n.	Comb	$L_e$ (m)	Tipo apoio	$L_{ini}$ (m)	$\bar{\lambda}$	$k_{load}$	$N_{b,Rd}$ (kN)	$N_{Ed}$ (kN)	$k_{restr}$	$K_B$ (kN/m)	$\kappa_{exp,0}$	$\theta_c$ (°C) Abaqus	$\theta_c$ (°C) EC3 1-2
A.S. 3	C. 5	4.2565	p-p	4.2565	1.1	0.4	1342.6	537.040	0.5	$1.9265 \times 10^5$	1	396,636	558,316
	C. 6	4.2565	p-p	4.2565	1.1	0.4	1342.6	537.040	0.5	$1.9265 \times 10^5$	0.5	430,374	558,316
A.S. 4	C. 29	4.256	c-c	8,513	1.1	0.4	1342.6	537.040	0.5	$9.6329 \times 10^4$	1	399,187	558,316
	C. 30	4.256	c-c	8,513	1.1	0.4	1342.6	537.040	0.5	$9.6329 \times 10^4$	0.5	450,334	558,316



**Figura 3.9** – Análise de sensibilidade 3 - Gradientes de temperatura em Colunas Simplesmente apoiadas.



**Figura 3.10** – Análise de sensibilidade 4 - Gradientes de temperatura em colunas bi-encastadas

A observação mais interessante desta dissertação foi poder confirmar que no caso do aquecimento acontecer de forma não uniforme ao longo do eixo da coluna, situação muito corrente em fogos de compartimento de edifícios, as condições de apoio do elemento exposto ao fogo desempenham um papel importante no que diz respeito à situação limite de colapso, pois considerando duas colunas com propriedades semelhantes e condições de apoio distintas como apresentado na **Tabela 3.5** consegue-se verificar uma divergência da evolução da curva que representa o comportamento ao fogo tal como se pode ver na **Figura 3.11** de facto a partir dos 400 °C percebe-se essa divergência comparando a C.18 com a C.42, a qual pode ser ainda mais acentuada quanto maior forem os gradientes de temperatura presentes em relação ao meio vão da coluna, como é o caso comparando com a C.42.1 o que revela que efetivamente as condições de apoio influenciam a resistência total da estrutura quando estão presentes gradientes longitudinais de temperatura.

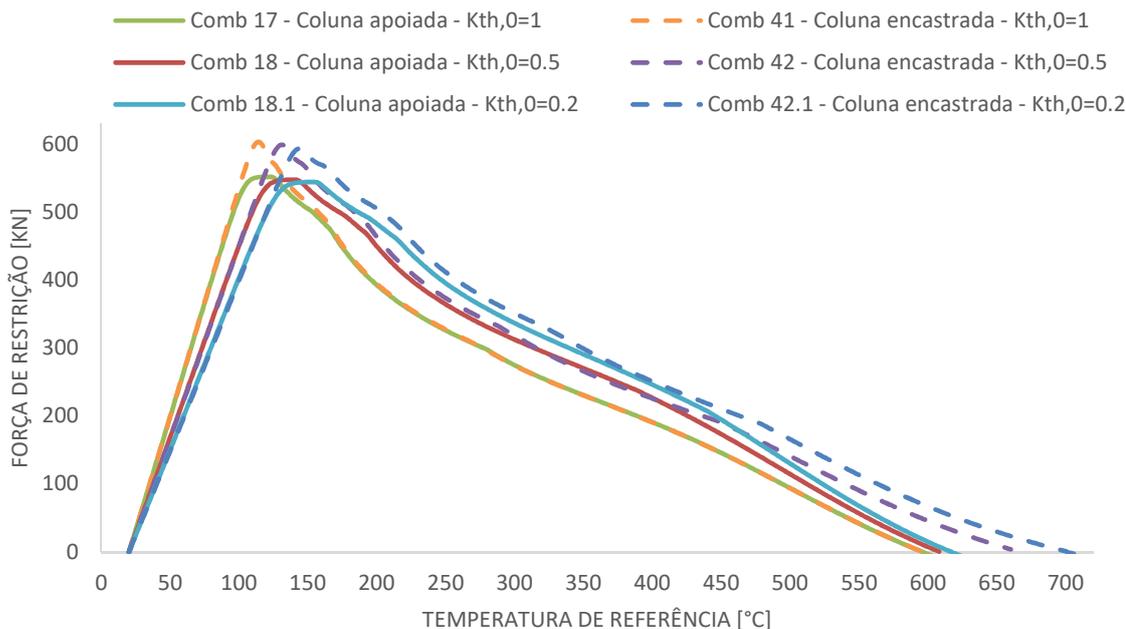


Figura 3.11 – Análise de sensibilidade 5 - Condições de apoio com  $\kappa_{th,0} = 0.5$

Portanto, a principal descoberta validada pela Figura 3.11 é de que colunas com a mesma esbelteza reduzida e nas mesmas condições (iguais valores de  $k_{load}$  e  $k_{restr}$ , por exemplo), o gradiente de temperatura provoca um aumento da temperatura de colapso significativamente diferente se a coluna é simplesmente apoiada ou bi-encastada – isto faz com que duas colunas com a mesma esbelteza reduzida tenham temperaturas de colapso completamente diferentes, e ocorre porque as zonas plásticas junto às extremidades da coluna, no caso bi-encastado, estão mais frias do que a zona central, enquanto na coluna simplesmente apoiada há apenas uma zona plastificada, na zona de meia altura da coluna e que está mais quente.

Tabela 3.6 – Exemplos para análise de sensibilidade de G. longitudinais de temperatura

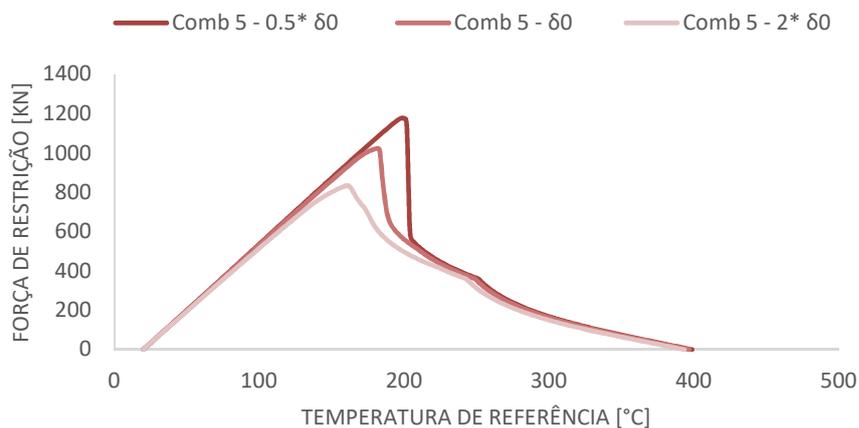
Ex. n.	Comb	$L_e$ (m)	Tipo apoio	$L_{ini}$ (m)	$\bar{\lambda}$	$k_{load}$	$N_{b,Rd}$ (kN)	$N_{Ed}$ (kN)	$k_{restr}$	$K_B$ (kN/m)	$\kappa_{th,0}$	$\theta_c$ (°C) Abaqus	$\theta_c$ (°C) EC3 1-2
A.S. 5	C. 17	7,739	p-p	7,7391	2	0.2	543,9	108.7	0.5	$1.059 \times 10^5$	1	596,22	699.61
	C. 41	7,739	c-c	15,478	2	0.2	543,9	108.7	0.5	$5.298 \times 10^4$	1	596,5	698,84
	C. 18	7,739	p-p	7,7391	2	0.2	543,9	108.7	0.5	$1.059 \times 10^5$	0.5	608,77	699.61
	C. 42	7,739	c-c	15,478	2	0.2	543,9	108.7	0.5	$5.298 \times 10^4$	0.5	666,83	698,84
	C. 18.1	7,739	p-p	7,739	2	0.2	543,9	108.7	0.5	$1.059 \times 10^5$	0.2	617,11	699.61
	C. 42.1	7,739	c-c	15,47	2	0.2	543,9	108.7	0.5	$5.298 \times 10^4$	0.2	700,85	698,84

Analisando a **Tabela 3.6** é possível identificar ainda uma diferença para as modelações C.41 e C.42 em ABAQUS a rondar os 70°C no caso de existir um gradiente de temperatura  $k_{th,0} = 0.5$ , situação perfeitamente plausível na realidade, do mesmo modo comparando uma situação mais extrema entre a C.41 e a C.42.1 vê-se uma diferença de 104.35°C, no entanto não é tão frequente observar na prática gradientes de temperatura  $k_{th,0} = 0.2$ , posto isto o mesmo não se verifica para os resultados obtidos pelo Eurocódigo 3 parte 1-2 (CEN, 2005b) apresentados na **Tabela 3.4** e **Tabela 3.5** desta análise de sensibilidade relativa aos gradientes longitudinais de temperatura.

### 3.8.3 Variação das Imperfeições iniciais

As imperfeições são introduzidas no modelo por forma a descrever uma situação mais realista, mas não é apenas e só isso, serve também para ultrapassar o problema de bifurcação do equilíbrio, muito comum nos programas de elementos finitos.

Através da análise visível na **Figura 3.12** e da **Figura 3.13**, vê-se que o estado crítico de instabilidade é pouco relevante para a resistência ao fogo, uma vez que apesar da encurvadura acontecer para valores mais baixos de temperatura o colapso acontece para valores praticamente idênticos como se pode ver na **Tabela 3.7**, tanto para colunas apoiadas como para colunas encastradas.



**Figura 3.12** – Análise de sensibilidade 6 - Imperfeições em colunas simplesmente apoiadas

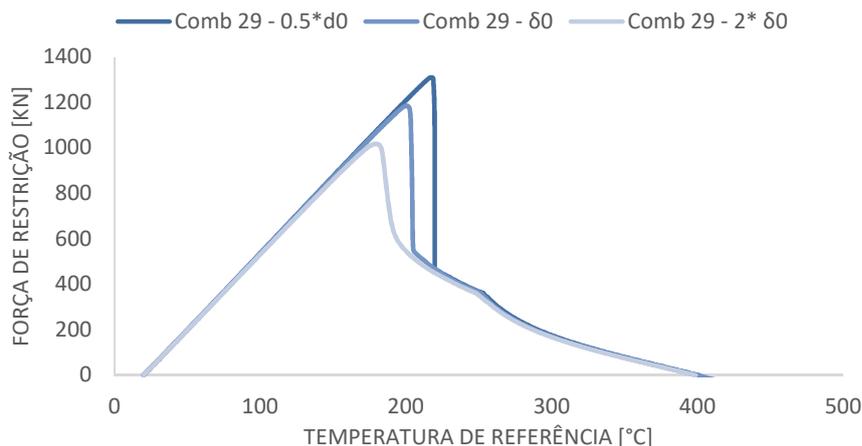


Figura 3.13 – Análise de sensibilidade 7 - Imperfeições em colunas Bi-encastadas

Tabela 3.7 – Exemplos para análise de sensibilidade de imperfeições iniciais

Ex. n. / Comb.	$\delta 0$	$L_e$ (m)	Tipo apoio	$L_{ini}$ (m)	$\bar{\lambda}$	$k_{load}$	$N_{b,Rd}$ (kN)	$N_{Ed}$ (kN)	$k_{restr}$	$K_B$ (kN/m)	$k_{eff,0}$	$\theta_c$ (°C) Abaqus	$\theta_c$ (°C) EC3 1-2
A.S. 6	0.5	4.256	p-p	4.256	1.1	0.4	1342.6	537.04	0.5	$1.9265 \times 10^5$	1	398,02	558,31
/	1											396,63	558,31
C.5	2											393,27	558,31
A.S. 7	0.5	4.256	c-c	8,513	1.1	0.4	1342.6	537.04	0.5	$9.6329 \times 10^4$	1	400,30	558,31
/	1											399,18	558,31
C.29	2											398,33	558,31

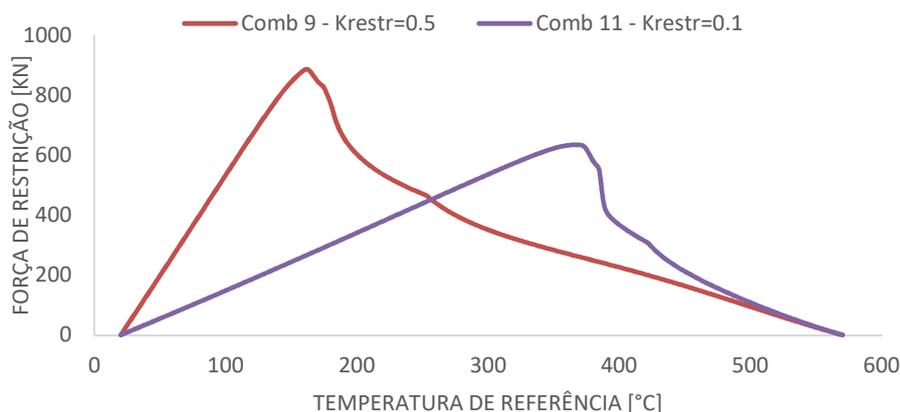
Com a presente análise relativa às imperfeições geométricas iniciais presentes em colunas sob acção do fogo pode-se concluir que estas têm apenas uma influência residual no colapso da coluna ao fogo, facilmente se justifica pelo facto do colapso decorrer já longe do estado de instabilidade térmica.

### 3.8.4 Variação da rigidez de restrição

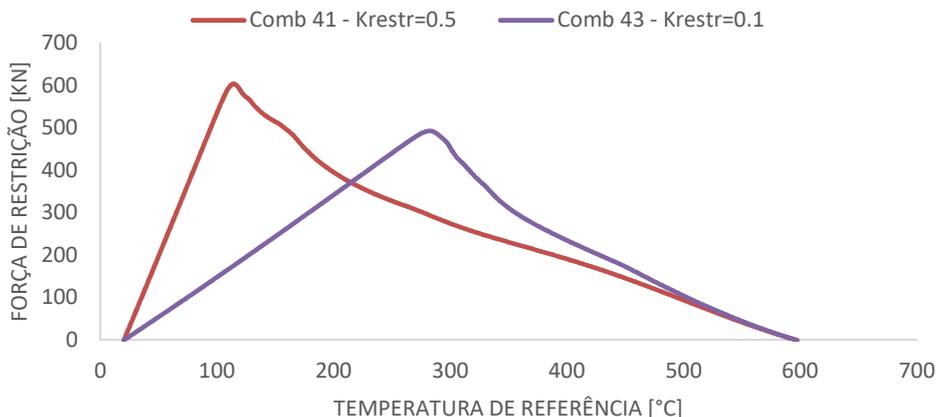
A rigidez de restrição causada pela estrutura circundante, não traduz uma alteração direta na resistência ao fogo das colunas como é visível na Tabela 3.8, no entanto é possível verificar na Figura 3.14 e na Figura 3.15 uma diferença na passagem pelo estado crítico, o que em alguns casos, acredita-se que possam estar ligados a fenómenos de “snap-back” (Simão et al., 2022).

**Tabela 3.8** – Exemplos para análise de sensibilidade da rigidez da mola de restrição

Ex. n.	Comb	$L_e$ (m)	Tipo apoio	$L_{ini}$ (m)	$\bar{\lambda}$	$k_{load}$	$N_{b,Rd}$ (kN)	$N_{Ed}$ (kN)	$k_{restr}$	$K_B$ (kN/m)	$\kappa_{mp,0}$	$\theta_c$ (°C) Abaqus	$\theta_c$ (°C) EC3 1-2
A.S. 8	C.9	5,804	p-p	5,804	1.5	0.2	872,07	174.41	0.5	$1.4128 \times 10^5$	1	569,66	697,49
	C.11								0.1	$2.8256 \times 10^4$		569,69	697,49
A.S. 9	C.41	7,739	c-c	15,47	2.0	0.2	543,93	108.78	0.5	$5.2980 \times 10^4$	1	596,50	698,84
	C.43								0.1	$1.0596 \times 10^4$		596,50	698,84



**Figura 3.14** – Análise de sensibilidade 8 - Rigidez da mola de restrição em colunas simplesmente apoiadas.



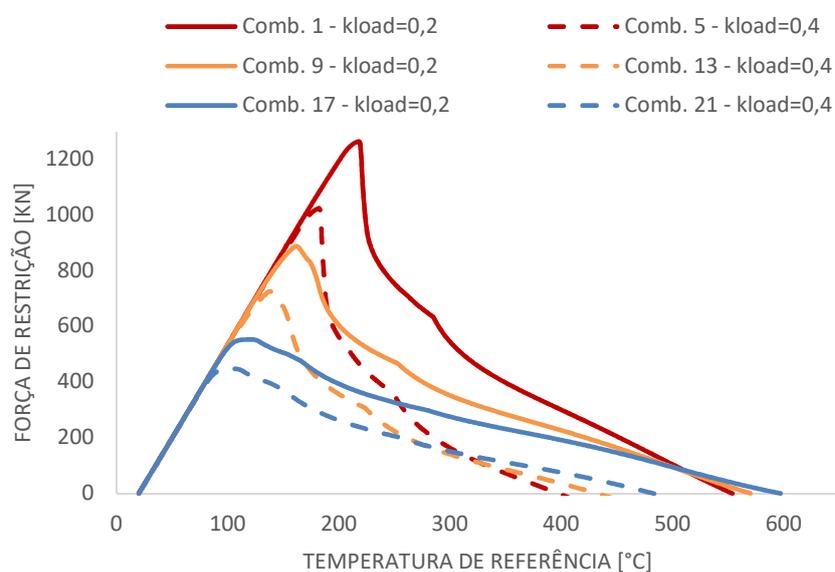
**Figura 3.15** – Análise de sensibilidade 9 - Rigidez da mola de restrição em colunas bi-encastadas.

Apesar da rigidez de restrição de uma coluna sujeita a um incêndio não ser fortemente afetada pelo aumento da temperatura é ainda assim notório o impacto que esta sofre na passagem pelo estado crítico, é por isso completamente diferente uma coluna ter restrição ao alongamento, mesmo que pequeno, ou não ter qualquer restrição.

### 3.8.5 Variação da carga de serviço

A principal função de uma coluna é suportar e retransmitir as cargas para os pisos inferiores ou às fundações, por isso no modelo deve ser considerada uma carga de serviço  $N_{Ed}$  que aqui é definida em função do parâmetro  $k_{load}$  através do qual se define o nível de utilização desejado, traduzindo-se assim na carga de serviço  $N_{Ed}$  a que a coluna está sujeita. Na prática esta carga não deve ultrapassar os 40% correspondendo assim a um  $k_{load} = 0,4$ , por outro lado raramente é inferior a 20%, ou seja  $k_{load} = 0,2$ . Nos exemplos da **Figura 3.16** e da **Figura 3.17** é possível ver uma análise de sensibilidade á carga de serviço utilizando o intervalo de utilização mencionado.

Na análise da **Figura 3.16** são comparados pares de exemplos de colunas simplesmente apoiadas com características semelhantes fazendo-se variar apenas a carga de serviço  $N_{Ed}$ , no gráfico compara-se a combinação 1 com a 5, a combinação 9 com a 13 e a combinação 17 com a 21, e o padrão é sempre o mesmo, a temperatura de colapso diminui sempre que se aumenta a carga de serviço tal como é apresentado na **Tabela 3.9**.

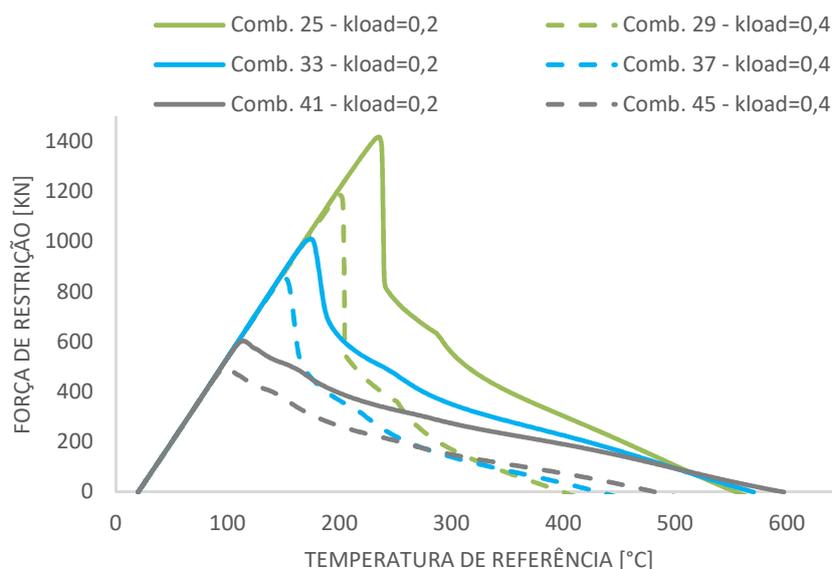


**Figura 3.16** – Análise de sensibilidade 10 – Carga de serviço em colunas simplesmente apoiadas

**Tabela 3.9** – Exemplos para análise de sensibilidade 10 da carga de serviço

Ex. n.	Comb	$L_e$ (m)	Tipo apoio	$L_{ini}$ (m)	$\bar{\lambda}$	$k_{load}$	$N_{b,Rd}$ (kN)	$N_{Ed}$ (kN)	$k_{rest}$	$K_B$ (kN/m)	$K_{\varphi,0}$	$\theta_c$ (°C) Abaqus	$\theta_c$ (°C) EC3 1-2
	C.1	4,256	p-p	4,256	1.1	0.2	1342.6	268.520	0.5	$1.9265 \times 10^5$	1	553,316	697,186
	C.5	4,256	p-p	4,256	1.1	0.4	1342.6	537.040	0.5	$1.9265 \times 10^5$	1	396,636	558,316
A.S.	C.9	5,804	p-p	5,804	1.5	0.2	872,07	174.414	0.5	$1.4128 \times 10^5$	1	569,667	697,495
10	C.13	5,804	p-p	5,804	1.5	0.4	872,07	348.828	0.5	$1.4128 \times 10^5$	1	431,417	549,997
	C.17	7,739	p-p	7,739	2.0	0.2	543,93	108.786	0.5	$1.0596 \times 10^5$	1	596,222	699,610
	C.21	7,739	p-p	7,739	2.0	0.4	543,93	217.572	0.5	$1.0596 \times 10^5$	1	481,931	546,302

Olhando agora para a **Figura 3.17** que retrata a análise de sensibilidade da carga de serviço  $N_{Ed}$  apresentada na **Tabela 3.10** referente a colunas bi-encastadas, é possível ver uma comparação semelhante a anterior mas desta vez relacionando o par de combinações 25-29, 33-37 e 41-45 verifica-se que a carga de colapso diminui com o aumento da carga de serviço.



**Figura 3.17** – Análise de sensibilidade 11 – Carga de serviço em colunas bi-encastadas

**Tabela 3.10** – Exemplos para análise de sensibilidade 11 da carga de serviço

Ex. n.	Comb	$L_e$ (m)	Tipo apoio	$L_{ini}$ (m)	$\bar{\lambda}$	$k_{load}$	$N_{b,Rd}$ (kN)	$N_{Ed}$ (kN)	$k_{rest}$	$K_B$ (kN/m)	$K_{\varphi,0}$	$\theta_c$ (°C) Abaqus	$\theta_c$ (°C) EC3 1-2
	C.25	4,256	c-c	8,513	1.1	0.2	1342.6	268.52	0.5	$9.6329 \times 10^4$	1	554,039	697,186
	C.29	4,256	c-c	8,513	1.1	0.4	1342.6	537.04	0.5	$9.6329 \times 10^4$	1	399,187	558,316
A.S.	C.33	5,804	c-c	11,608	1.5	0.2	872,07	174.41	0.5	$7.0641 \times 10^4$	1	569,917	697,495
11	C.37	5,804	c-c	11,608	1.5	0.4	872,07	348.82	0.5	$7.0641 \times 10^4$	1	431,583	549,997
	C.41	7,739	c-c	15,478	2.0	0.2	543,93	108.78	0.5	$5.2980 \times 10^4$	1	596,5	698,84
	C.45	7,739	c-c	15,478	2.0	0.4	543,93	217.57	0.5	$5.2980 \times 10^4$	1	481,909	546,302

Independentemente das condições de apoio da coluna estudada, verifica-se que o aumento da carga de serviço faz reduzir a temperatura de colapso praticamente de forma linear, para além disso é possível confirmar uma redução menor a medida que a esbelteza reduzida da coluna aumenta, o que confirma a análise feita no ponto **3.8.1** deste documento.

### **3.9 Propensão para fenómenos de “snap-back”**

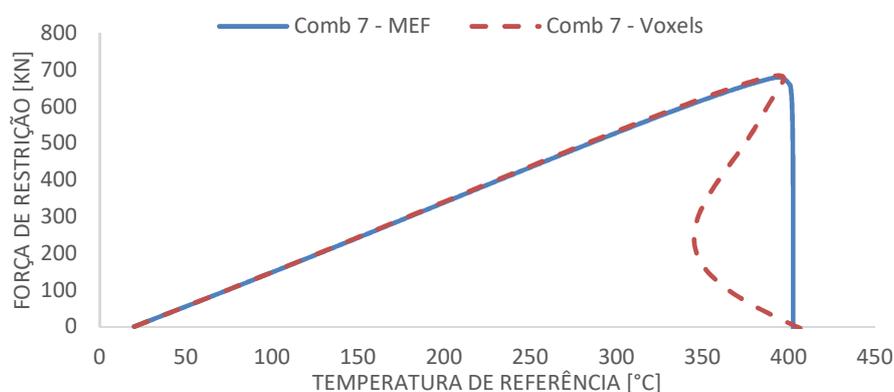
Na apresentação do exemplo de validação 3 e também na abordagem á variação da rigidez de restrição, abriu-se a discussão sobre o fenómeno de “snap-back”, e por isso iremos incidir um pouco mais sobre este assunto, já que é notório a propensão que alguns exemplos realizados e apresentados na **Tabela 3.11** tiveram para a sua ocorrência. Com o desenrolar do trabalho foi possível notar limitações do software comercial ABAQUS em lidar com este fenómeno, o mesmo revelou ser muito instável em comparação com outros métodos tal como se poderá ver a seguir. O “snap-back” fez-se notar para colunas pouco esbeltas, não observando diferenças significativas no caso de colunas com condições de apoio distintas. Este fenómeno ocorre em elementos sólidos ou coesos devido a comportamentos instáveis e foi descrito pela primeira vez no âmbito da Mecânica Estrutural com referência à análise de encurvadura de cascas cilíndricas finas, sob compressão axial. Apesar da evolução, hoje em dia os fenómenos de encurvadura, designados de “snap-through” e “snap-back”, ainda são considerados problemas difíceis de resolver dentro da análise não linear (Carpinteri & Monetto, 1998). No caso de análises feitas através do Método dos Elementos Finitos, como é o caso nesta dissertação, a solução não linear é baseada num procedimento iterativo incremental que pode falhar dependendo do esquema de controlo adotado, se for controlado pela carga, podem ocorrer fenómenos de “snap” dinâmicos e a possível resposta pós-limite descendente não poderá ser observada, obtendo-se um “crash” na força de restrição do modelo (Carpinteri & Monetto, 1998). Uma boa forma de ultrapassar este aspeto no Abaqus, passa por inserir um fator de dissipação de energia tal como se pode ver na **Figura 2.8**, assim o “snap” dinâmico ocorrido é dissipado, apenas assim se consegue reencontrar o caminho pós-critico certo após alguma estabilização do modelo.

**Tabela 3.11** – Exemplos para análise de “snap-back”

Ex. n.	Comb	$L_e$ (m)	Tipo apoio	$L_{ini}$ (m)	$\bar{\lambda}$	$k_{load}$	$N_{b,Rd}$ (kN)	$N_{Ed}$ (kN)	$k_{resist}$	$K_B$ (kN/m)	$\kappa_{T\eta,0}$	$\theta_c$ (°C) voxels	$\theta_c$ (°C) Abaqus	$\theta_c$ (°C) EC3 1-2
SB.1	C. 7	4.256	p-p	4.256	1.1	0.4	1342.6	537.040	0.1	$3.8531 \times 10^4$	1	404,461	402,535	558,316
SB.2	C. 8	4.256	p-p	4.256	1.1	0.4	1342.6	537.040	0.1	$3.8531 \times 10^4$	0.5	440,292	438,052	558,316
SB.3	C.31	4.256	c-c	8,513	1.1	0.4	1342.6	537.040	0.1	$1.9265 \times 10^4$	1	407,635	422,115	558,316
SB.4	C.32	4.256	c-c	8,513	1.1	0.4	1342.6	537.040	0.1	$1.9265 \times 10^4$	0.5	461,843	492,534	558,316

### 3.9.1 Colunas simplesmente apoiadas

Nos gráficos a seguir apresentados é possível ver efetivamente dois casos em que existe “snap-back”, para uma coluna pouco esbelta verifica-se a queda de resistência de forma abrupta para as modelações feitas no ABAQUS, traduzindo-se muitas vezes num “crash” por falta de convergência do método, em que por vezes alterando a dimensão dos incrementos o ABAQUS consegue ultrapassar estas limitações, mas nem sempre será o caso, a forma mais eficiente de ultrapassar este problema consiste efetivamente em inserir um fator de dissipação de energia muito baixo no modelo.



**Figura 3.18** – Exemplo de “snap-back” 1 - Coluna simplesmente apoiada com  $\bar{\lambda} = 1.1$

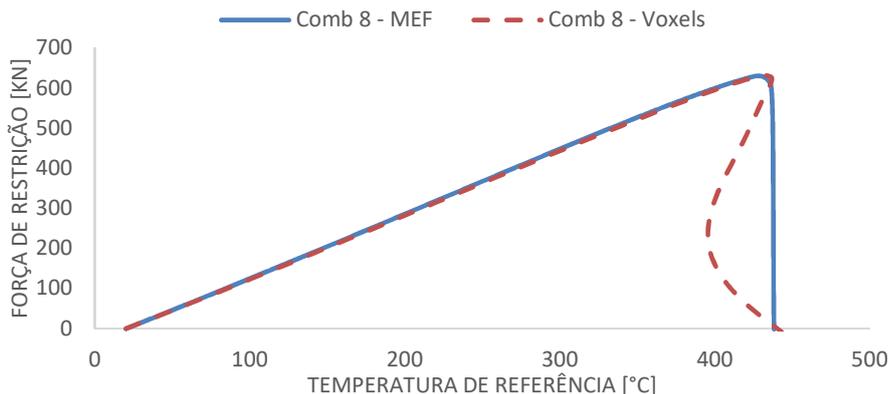


Figura 3.19 – Exemplo de “snap-back” 2 - Coluna simplesmente apoiada com  $\bar{\lambda} = 1.1$

### 3.9.2 Colunas Bi-encastadas

#### 3.9.2.1 Colunas Bi-encastadas com $\bar{\lambda} = 1,1$

Alterando apenas as condições de apoio e mantendo a esbelteza das colunas, o “snap-back” também se fez sentir, no entanto desta vez pode-se ver na **Figura 3.20** e na **Figura 3.21** que a temperatura de colapso sofre ligeiras oscilações comparando com o método dos voxels.

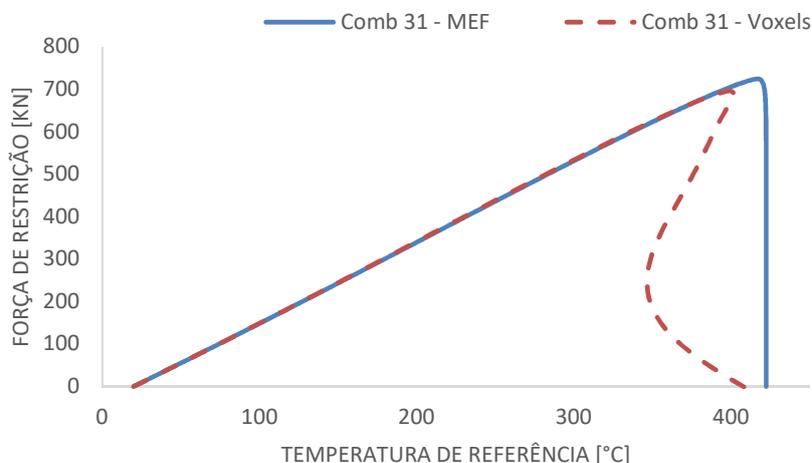
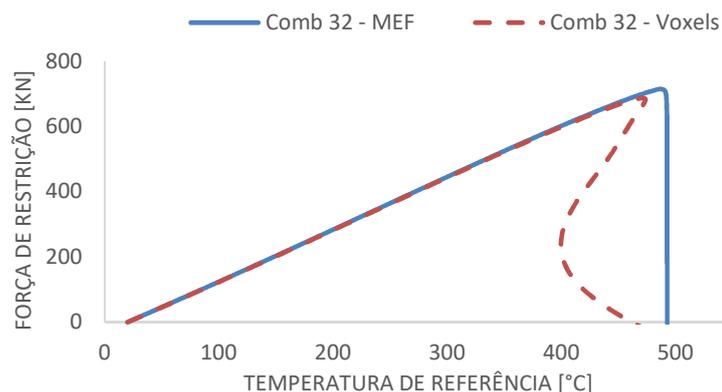


Figura 3.20 – Exemplo de “snap-back” 3 - Coluna Bi-encastada com  $\bar{\lambda} = 1.1$



**Figura 3.21** – Exemplo de “snap-back” 4 - Coluna Bi-encastada com  $\bar{\lambda} = 1.1$

### 3.9.2.2 Colunas Bi-encastadas com $\bar{\lambda} = 2.0$

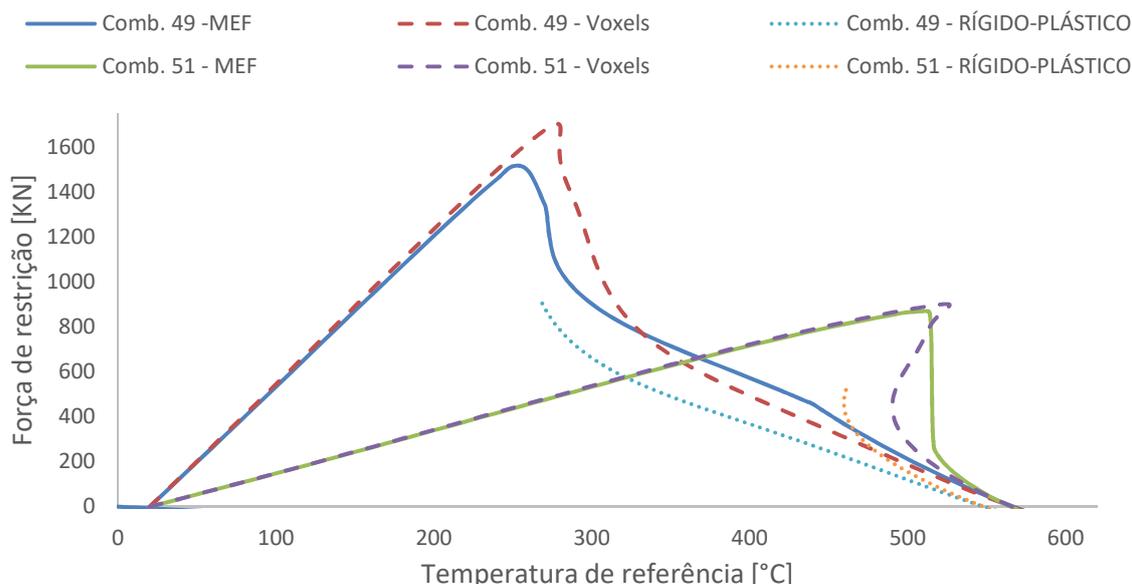
Por outro lado, ficou provado que as colunas mais esbeltas não são propícias a ocorrência de “snap-back”, não se verificando tal fenómeno em nenhuma das modelações previamente programadas, isso acontece porque a encurvadura dá-se para temperaturas mais baixas, quando o material ainda está no patamar elástico do seu comportamento mecânico, o que faz com que a própria força de restrição seja inferior e por consequência no momento da encurvadura, não há tanta energia acumulada para provocar o tal “golpe” dinâmico.

### 3.9.3 Exemplos extra com $\lambda = 0,8$ .

Após verificar a ocorrência do fenómeno de “snap-back” em alguns modelos de colunas pouco esbeltas no decorrer do trabalho, tornou-se necessário realizar modelos com esbeltezas inferiores aquelas que foram consideradas. Apesar de não estarem previamente planeados pretendeu-se com isso melhor entender este fenómeno e também atingir o objetivo de verificar se o ABAQUS realmente conseguia ultrapassar consistentemente as dificuldades relativas ao fenómeno de “snap-back” em colunas com esbelteza reduzida perto de 0,8. De referir que abaixo deste valor invertem-se os pressupostos em relação ao eixo da peça, ou seja, passamos a ter a segunda dimensão do elemento como eixo de referência, portanto o eixo da peça linear passa a ser outro. Por outro lado, temos também problemas de encurvadura local na modelação em ABAQUS o que torna impossível a importação de um modo de encurvadura com forma senoidal, para introdução de imperfeições.

No exemplo de “snap-back” 5 descrito na **Tabela 3.12** e apresentado na **Figura 3.22**, o facto de a esbelteza ser inferior à unidade implica uma perda mínima de resistência por falta de estabilidade da coluna o que faz com que a encurvadura, em alguns casos, ocorra

já no domínio plástico, ou seja para valores de temperatura de referência superior a 400 °C obtendo-se então o ponto do colapso antes de ocorrer a encurvadura da coluna fazendo assim com que a coluna em estudo colapse por deterioração das propriedades mecânicas. É possível ver ainda no gráfico da **Figura 3.23** a forma como todas as curvas convergem para valores semelhantes de temperatura de colapso, mesmo quando aumentamos a rigidez da estrutura circundante dada por  $k_{restr}$ , no entanto apesar do valor de colapso ser semelhante verifica-se a ocorrência de “snap-back” no modelo para a combinação nº 51.

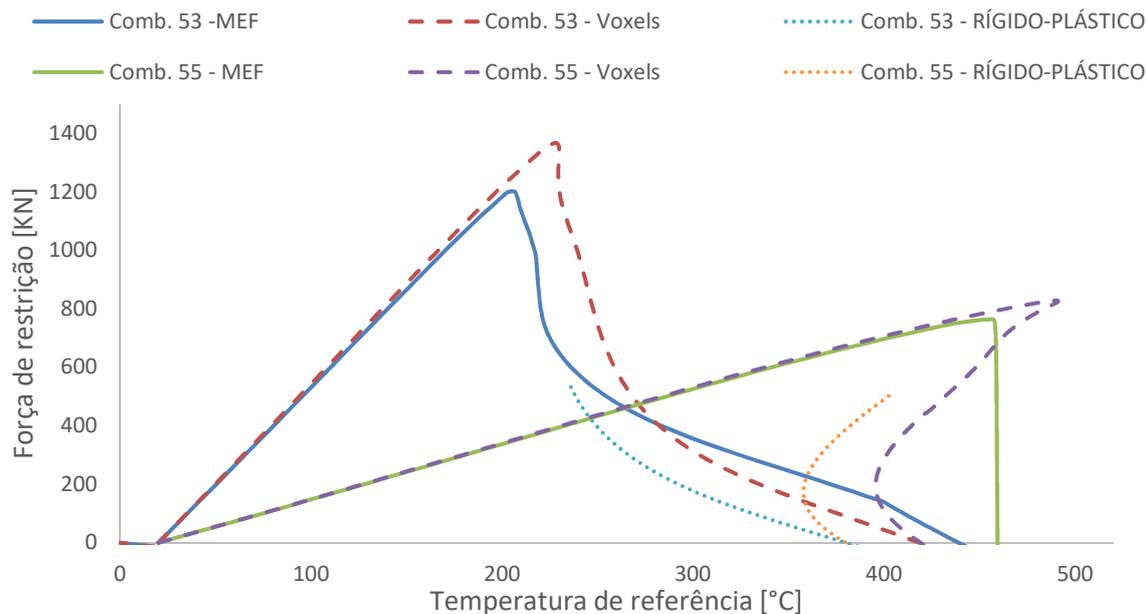


**Figura 3.22** – Exemplo de “snap-back” 5 - Colunas simplesmente apoiadas com  $\bar{\lambda} = 0.8$

**Tabela 3.12** – Exemplos Extra para análise de “snap-back”

Ex. n.	Comb	$L_e$ (m)	Tipo apoio	$L_{ini}$ (m)	$\bar{\lambda}$	$k_{load}$	$N_{b,Rd}$ (kN)	$N_{Ed}$ (kN)	$k_{restr}$	$K_B$ (kN/m)	$\kappa_{\pi\rho}$	$\theta_c$ (°C) voxels	$\theta_c$ (°C) Abaqus	$\theta_c$ (°C) EC3 1-2
SB.5	C.49	3,095	p-p	3,095	0.8	0.2	1835,86	367.172	0.5	$2.6490 \times 10^5$	1	566.103	566,734	699,515
	C.51											566.116	565,098	699,515
SB.6	C.53	3,095	p-p	3,095	0.8	0.4	1835,86	734.344	0.5	$2.6490 \times 10^5$	1	418.330	438,902	572,043
	C.55											418.984	459,224	572,043

Em alguns casos, a coluna nem chega a mobilizar a sua resistência plástica depois de atingir o ponto crítico de encurvadura, pelo facto de já estarmos numa zona muito avançada do domínio plástico, como acontece para a combinação de valores nº 55 da **Figura 3.23**. Ainda para a mesma combinação, é possível observar alguma discrepância na temperatura de colapso  $\theta_c$  entre os dois métodos, algo que não sucedeu nos modelos de colunas simplesmente apoiadas para  $\bar{\lambda} = 1.1$ , apresentados no **ponto 3.9.1** desta dissertação.



**Figura 3.23** – Exemplo de “snap-back” 6 - Colunas simplesmente apoiadas com  $\bar{\lambda} = 0.8$

A análise de esbeltezas reduzidas menores do que 1 revelaram ser uma ótima escolha já que à medida que a esbelteza reduzida diminui, em especial para esses casos, as colunas ficam mais propensas a fenômenos de “snap-back”. Conclui-se então que isso deve-se a que, quando se dá a instabilidade térmica e a coluna começa a apresentar deslocamentos laterais significativos, ou seja quando se passa da trajectória fundamental (a que emerge do estado de repouso) para a trajectória de pós-encurvadura, e sabendo-se que a plasticidade inicia-se pouco depois deste estado de instabilidade térmica, essa passagem ocorre quando a temperatura de referência  $\theta_{ref}$  já é superior a 400 °C, ou seja quando já se iniciou a degradação da tensão de cedência com a temperatura .

## 4 ANÁLISE CRÍTICA DOS RESULTADOS

O trabalho efetuado permitiu obter resultados para diversos modelos todos eles apresentados no **Anexo B** do apêndice, os quais de forma geral, permitiram realizar uma análise numérica bastante conclusiva, para além dos valores numéricos, conseguiu-se também visualizar alguns fenómenos físicos que serão expostos neste capítulo.

No decorrer do trabalho, mas principalmente aquando da apresentação de alguns exemplos, alguma discussão crítica já foi feita, no entanto há ainda algumas partes que devem ser mais aprofundadas, isto porque ao longo do trabalho foi notória a discrepância obtida entre os resultados obtidos através do MEF e aqueles que advêm da metodologia exposta na alínea 4.2.3.2 da parte 1-2 do Eurocódigo 3 (CEN, 2005b).

Efetivamente praticamente 100 % das combinações analisadas obtiveram um valor superior em 50 °C, chegando mesmo a atingir em alguns casos temperaturas de colapso superiores em 150 °C, como foi o caso da combinação de valores nº 5 apresentada na **Tabela 3.3**, o que revela ser extremamente perigoso.

Tendo em conta a análise de sensibilidade efetuada, existem certos fatores, para os quais teremos influência direta até ao momento do colapso como é o caso da carga de serviço, é fácil visualizar a influência deste parâmetro porque sempre que se aumenta a temperatura de colapso diminui praticamente de forma linear.

Por outro lado, ficou provado que a rigidez da mola que simula a restrição da estrutura circundante não tem uma influência direta na temperatura de colapso, o que não quer dizer que não exerça qualquer efeito na resistência de uma coluna ao fogo nem que não deva entrar na análise. Por outras palavras, o facto de existir e, existindo, a sua variação ter um efeito muito reduzido no colapso ao fogo não quer dizer que existir restrição ou não conduz a resistências ao fogo idênticas, o que não é verdade. O mesmo se verifica quando a imperfeição inicial da coluna varia: essas variações têm um efeito residual na resistência ao fogo.

Os restantes parâmetros como a esbelteza e a variação do aquecimento ao longo do eixo do elemento com auxílio de gradientes provocam resultados mais difíceis de interpretar, no entanto é notória a diferença nas temperaturas de colapso obtidas para estes casos.

A combinação para a qual obtive o valor crítico mais baixo de temperatura foi a combinação 5 com 396.6 °C, e aquela onde obtive o valor mais alto foi para a combinação 44 com 672.7 °C. As duas situações são muito distintas, e aqui verifica-se a influencia dos dois parâmetros atrás referidos.

Observando os resultados obtidos, a conclusão fundamental que pode ser retirada da análise numérica feita em ambiente ABAQUS, é que a temperatura de colapso é afetada pela forma como a temperatura evolui ao longo do eixo longitudinal da coluna, esta variação é mais acentuada para colunas bi-encastadas, chegando a atingir um aumento de resistência em termos de temperatura de colapso de 15.5 % superior.

#### **4.1 Método expedito proposto no EC3**

O Engenheiro projetista é treinado para desenvolver soluções estruturais cada vez mais eficientes e seguras. Tendo em conta toda a complexidade do problema em análise a modelação aqui desenvolvida permitiu uma comparação de resultados com outra forma de análise e dimensionamento aceite em projeto, o Eurocódigo 3 parte 1-2 (CEN, 2005b), na seção 4.2.3.2 dessa norma é proposto um procedimento simplificado, que resumidamente consiste na determinação da temperatura de colapso  $\theta_c$  apenas em função da carga de serviço  $N_{Ed}$  (ou vice-versa). Nesse procedimento a capacidade de carga do elemento é definida para condições normais de temperatura ambiente incluindo também a degradação da tensão de cedência do aço devido ao aquecimento. Apesar disso essa metodologia não é aconselhável por três razões principais:

- i) a estratégia de dimensionamento da capacidade de carga à temperatura ambiente adoptada no Eurocódigo 3 parte 1-1 (CEN, 2005a) baseia-se numa análise elástica limite, considerando a encurvadura de (Rondal & Maquoi, 1979), enquanto a resistência ao fogo dos pilares é definida para uma fase avançada do domínio plástico (C. I. Neves, 1995);
- ii) a metodologia assume implicitamente o princípio da superposição de efeitos (Ghali & Neville, 2017) que claramente não é aqui aplicável dadas as diversas não linearidades do problema;

- iii) iii) Apenas considera padrões de variação uniformes de temperatura ao longo do sentido longitudinal da coluna, o que nunca ocorre na prática.

Posto isto, e tendo em conta o ponto i), já foi demonstrado nesta dissertação que duas colunas com a mesma esbelteza reduzida e, portanto, as mesmas cargas de dimensionamento em condições de temperatura ambiente, podem apresentar temperaturas de colapso bastante diferentes, por outro lado olhando para ii) sabe-se que um pilar inserido num pórtico está restringido e é submetido a duas forças distintas: a carga de serviço  $N_{Ed}$  e a força de restrição  $N_B$ . A metodologia apresentada na seção 4.2.3.2 do Eurocódigo 3 parte 1-2 (CEN, 2005b) determina que o colapso ocorre quando  $N_B$  retorna a zero e, nesse caso, apenas  $N_{Ed}$  permanece. Nessa estratégia, a temperatura de colapso  $\theta_c$  depende apenas de  $N_{Ed}$  e não é afetada pelo efeito restritivo, portanto seria legítimo dimensionar a coluna á encurvadura considerando apenas  $N_{Ed}$  e degradando a tensão de cedência devido ao aquecimento, no entanto, o princípio da superposição de efeitos (Ghali & Neville, 2017) não é aqui aplicável devido às várias não linearidades envolvidas, nomeadamente geométricas (relacionadas com a encurvadura), materiais (relacionadas com a plasticidade) e térmicas (relacionadas com a degradação das propriedades mecânicas com o aquecimento), e consequentemente a metodologia apresentada no Eurocódigo 3 parte 1-2 (CEN, 2005b) fornece valores muito inseguros para o dimensionamento. No Anexo A do Apêndice é possível ver a aplicação prática da metodologia proposta pelo Eurocódigo 3 parte 1-2 (CEN, 2005b) para a combinação de valores nº17 representativa da marcha de cálculo, os valores estão definidos na **Tabela 7.6** do **Anexo A** do Apêndice.

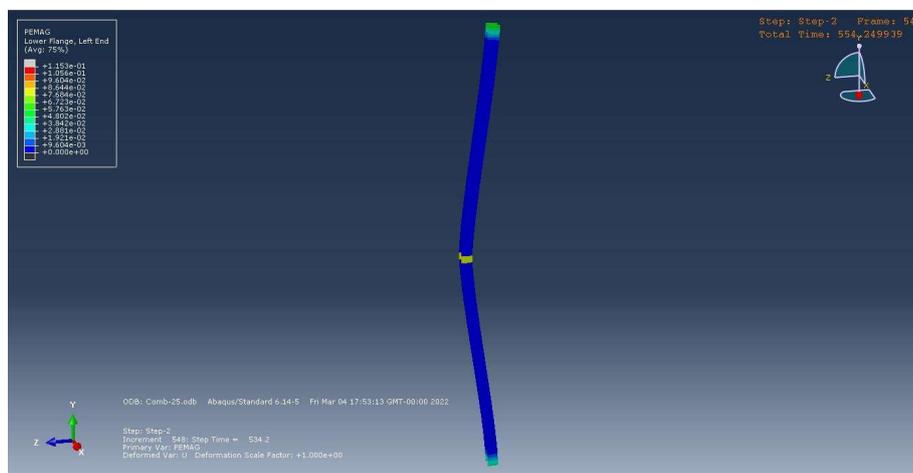
Consequentemente, o procedimento expedito do Eurocódigo 3 parte 1-2 (CEN, 2005b) não respeita o verdadeiro comportamento dos pilares de aço ao fogo, por outro lado alguns dos exemplos aqui apresentados como é o caso do método dos voxels (Simão et al., 2022) cumpre com esses requisitos e como tal poderá ser uma mais valia a sua consideração aquando da próxima reformulação da norma (CEN, 2005b).

## **4.2 Interpretação fenomenológica dos resultados**

### **4.2.1 Migração das rótulas para os apoios**

Com a realização dos diversos exemplos atrás apresentados, foi possível verificar que as rótulas plásticas tendem a formar-se nas zonas mais quentes, primeiramente a meio vão para qualquer tipo de coluna e a seguir nas extremidades somente nas colunas bi-

encastradas como é evidenciado na **Figura 4.1**, isto acontece porque após a formação da primeira rotula plástica a meio vão, devido aos vários fatores já mencionados e no caso das colunas bi-encastradas os esforços concentram-se nas extremidades, porque serão os novos pontos mais solicitados em termos de rotação após a formação da primeira rótula plástica.



**Figura 4.1** – Mobilização da resistência plástica para a Combinação de valores  $n \geq 25$

#### 4.2.2 “Snap-back”

Ao longo do trabalho desenvolvido foi possível ver o “snap-back” nas modelações efetuadas. Vimos sobretudo que o ABAQUS tem dificuldades em ultrapassar esse fenómeno, as curvas de resistência não foram obtidas em toda a sua extensão, por haver um “salto” na solução, apesar disso, e tendo em vista que o objetivo da dissertação era a modelação pelo método dos elementos finitos para determinação da resistência total de colunas expostas ao fogo em função da temperatura de colapso  $\theta_c$ , tal não se tornou prejudicial a qualquer conclusão retirada neste trabalho.

## 5 CONCLUSÃO

A modelação numérica do comportamento de colunas de aço restringidas ao fogo é extremamente complexa, por causa das várias não-linearidades do problema. Neste trabalho, foram simulados alguns exemplos que possibilitaram uma análise de sensibilidade a vários fatores. Foi possível verificar que parâmetros como as imperfeições e a rigidez de restrição axial provocada pela estrutura circundante não desempenham um papel importante na resistência do elemento. Em contrapartida, observou-se que a esbelteza da coluna tem forte influência no colapso das colunas em situação de incêndio. Ficou provada também a existência de uma grande discrepância entre os resultados obtidos através do Eurocódigo 3 (CEN, 2005b) e os correspondentes resultados obtidos através de modelações pelo método dos Elementos Finitos usando o software comercial ABAQUS (SIMULIA, 2014). Fazendo uma retrospectiva, este trabalho contribui de forma significativa para o desenvolvimento de métodos expeditos para avaliação da resistência e dimensionamento de colunas sobre a ação do fogo. O trabalho abriu novas perspectivas para a análise de colunas em situação de incêndio, e confirmou a ocorrência de fenómenos mais complexos como é o caso de “snap-back”.

Em trabalhos futuros, perspectiva-se que a análise do comportamento de colunas ao fogo deva ser abordada através de métodos energéticos, comparando a energia térmica fornecida à coluna com a energia dissipada nas zonas plásticas durante o incêndio. Por outro lado, este trabalho incidiu essencialmente sobre colunas expostas ao fogo. No entanto e após as necessárias adaptações, metodologias similares deverão ser aplicadas a outros tipos de elementos estruturais, por exemplo a vigas, a placas, a cascas e a lajes. Por esta via será previsivelmente mais fácil caracterizar o colapso global de estruturas, nomeadamente pórticos, e analisar a sua robustez em situação de incêndio. Com o aumento da complexidade do problema, prevê-se que a utilização de métodos energéticos para relacionar o problema mecânico com o problema térmico, seja ainda mais aconselhável. Sabendo que colunas menos esbeltas colapsam a uma temperatura menor do que colunas mais esbeltas, e que as rótulas plásticas tendem a migrar para as zonas mais quentes em colunas bi-encastadas, propõe-se também que seja feito o estudo numérico da evolução da temperatura na fase de arrefecimento do combate ao incêndio, na situação inversa àquela que foi feita neste trabalho, ou seja, depois de atingir a temperatura de pico e de a coluna ter começado a entrar em regime plástico, deverá então impor-se um arrefecimento não homogéneo, para perceber se as tensões internas e a migração das rótulas podem ainda levar ao colapso da coluna em estudo durante o combate ao incêndio.

## 6 BIBLIOGRAFIA

- Abouaf, M., Chenot, J.-L., & Marcelin, J.-L. (1983). A two-dimensional finite element idealization for thermo-elastic deflection in beams. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 19(10), 1453–1465. <https://doi.org/10.1002/nme.1620191004>
- Ali, F. A., Shepherd, P., Randall, M., Simms, I. W., O'Connor, D. J., & Burgess, I. (1998). The effect of axial restraint on the fire resistance of steel columns. *Journal of Constructional Steel Research*, 46(1–3), 305–306. [https://doi.org/10.1016/S0143-974X\(98\)80036-9](https://doi.org/10.1016/S0143-974X(98)80036-9)
- Bailey, C. G., Moore, D. B., & Lennon, T. (1999). The structural behaviour of steel columns during a compartment fire in a multi-storey braced steel-frame. *Journal of Constructional Steel Research*, 52(2), 137–157. [https://doi.org/10.1016/S0143-974X\(99\)00036-X](https://doi.org/10.1016/S0143-974X(99)00036-X)
- Bathe, K. J. (1996). *Finite Element procedures*. Upper Saddle River (NJ): Prentice Hall .
- Birman, V. (1990). Buckling and bending of beams subject to a nonuniform thermal field. *Mechanics Research Communications*, 17(1), 41–45. [https://doi.org/10.1016/0093-6413\(90\)90032-8](https://doi.org/10.1016/0093-6413(90)90032-8)
- Cai, J., Liu, Y., Feng, J., & Xu, Y. (2016). Thermal behavior of elastic columns with second-mode imperfections. *Mechanics Research Communications*, 71, 16–19. <https://doi.org/10.1016/j.mechrescom.2015.11.004>
- Carpinteri, A., & Monetto, I. (1998). Snap back happens in cohesive elements due to unstable behavior. *International Journal of Fracture*.
- CEN. (2005a). Eurocode 3: Design of Steel Structures – Part 1-1: General rules and rules for buildings, EN 1993-1-1. *Brussels: European Committee for Standardization (CEN)*.
- CEN. (2005b). Eurocode 3: Design of Steel Structures – Part 1-2: General rules – Structural fire design, EN 1993-1-2. *Brussels: European Committee for Standardization (CEN)*.
- Chen, W. F., & Lui, E. M. (1986). *Structural stability – Theory and implementation*. Upper Saddle River (NJ): Prentice Hall .
- Crisfield, M. A. (1991). *Non-linear Finite Element analysis of solids and structures* (Vol. 1). Chichester: John Wiley & Sons .

- Dias Simão, P., Rodrigues, J. P. C., & Oliveira, R. L. G. (2021). Simple analytical models for restrained steel columns in fire. *Engineering Structures*, 236, 112119. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2021.112119>
- Duan, L., Zhao, J., Liu, S., & Zhang, D. (2016). A B-splines-based GBT formulation for modeling fire behavior of restrained steel beams. *Journal of Constructional Steel Research*, 116, 65–78. <https://doi.org/10.1016/j.jcsr.2015.09.001>
- Franssen, J.-M. (2000). Failure temperature of a system comprising a restrained column submitted to fire. *Fire Safety Journal*, 34(2), 191–207. [https://doi.org/10.1016/S0379-7112\(99\)00047-8](https://doi.org/10.1016/S0379-7112(99)00047-8)
- Franssen, J.-M. (2005). *SAFIR: A thermal/structural program for modelling structures under fire: Vol. 42(3)*. American Institute of Steel Construction: AISC Engineering Journal.
- Franssen, J.-M., & Dotreppe, J.-C. (1992). Fire resistance of columns in steel frames. *Fire Safety Journal*, 19(2–3), 159–175. [https://doi.org/10.1016/0379-7112\(92\)90031-7](https://doi.org/10.1016/0379-7112(92)90031-7)
- Ghali, A., & Neville, A. M. (2017). *Structural analysis - A unified classical and matrix approach*. Boca Raton (FL) : CRC Press.
- Girão Coelho, A. M., Simão, P. D., & Wadee, M. A. (2013). Imperfection sensitivity of column instability revisited. *Journal of Constructional Steel Research*, 90, 265–282. <https://doi.org/10.1016/j.jcsr.2013.08.006>
- Gunda, J. B. (2014). Thermal post-buckling & large amplitude free vibration analysis of Timoshenko beams: Simple closed-form solutions. *Applied Mathematical Modelling*, 38(17–18), 4548–4558. <https://doi.org/10.1016/j.apm.2014.02.019>
- Gupta, R. K., Gunda, J. B., Ranga Janardhan, G., & Venkateswara Rao, G. (2010). Thermal post-buckling analysis of slender columns using the concept of coupled displacement field. *International Journal of Mechanical Sciences*, 52(4), 590–594. <https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2009.12.005>
- Hellweg, H.-B., & Crisfield, M. A. (1998). A new arc-length method for handling sharp snap-backs. *Computers & Structures*, 66(5), 704–709. [https://doi.org/10.1016/S0045-7949\(97\)00077-1](https://doi.org/10.1016/S0045-7949(97)00077-1)
- Hemp, W. S. (1956a). S. (1956) Thermo-Elastic Formulae for the Analysis of Beams: Stress Distributions within a Structure due to Temperature Gradients and their Influence on Strength and Stiffness. *Aircraft Engineering and Aerospace Technology*, 236(112119).

- Hemp, W. S. (1956b). Fundamental Principles and Theorems of Thermo-Elasticity. *Aeronautical Quarterly*, 7(3), 184–192. <https://doi.org/10.1017/S0001925900010222>
- Hirt, M. A., Bez, R., & Nussbaumer, A. (2005). *Construction métallique: notions fondamentales et méthodes de dimensionnement* (Vol. 10). Press Polytechniques et Universitaires Romandes.
- Júri, D. J. C. G. R. de A., Arguente, D. C. C., Vogal, D. F. P. A. dos S., & Almeida, D. J. C. G. R. (2013). *Alex Mesquita Licenciado em Ciências de Engenharia*.
- Kruppa, J. (1981). Some results on the fire behaviour of external steel columns. *Fire Safety Journal*, 4(4), 247–257. [https://doi.org/10.1016/0379-7112\(81\)90028-X](https://doi.org/10.1016/0379-7112(81)90028-X)
- Landesmann, A., & Camotim, D. (2015). DSM to predict distortional failures in cold-formed steel columns exposed to fire: Effect of the constitutive law temperature-dependence. *Computers & Structures*, 147, 47–67. <https://doi.org/10.1016/j.compstruc.2014.09.021>
- Martins, A. M. B. (2021). Cap. 1 – Método dos Elementos Finitos. In *ANÁLISE AVANÇADA DE ESTRUTURAS*.
- Matias, A. S. F., Rodrigues, J. P. C., & Santiago, A. M. da C. (2013). *Modelação do comportamento ao fogo de ligações mistas de aço e betão*.
- Mois, J. G. R. (2020). *Modelação de estruturas Mistas de aço e Betão em edifícios*.
- Neves, C. I. (1995). *The Critical Temperature of Steel Columns with Restrained Thermal Elongation*.
- Neves, C. I., Valente, J. C., & Rodrigues, J. P. C. (2002). Thermal restraint and fire resistance of columns. In *Fire Safety Journal* (Vol. 37).
- Neves, I. C. (1995). *The Critical Temperature of Steel Columns with Restrained Thermal Elongation*.
- Raju, K. K., & Rao, G. V. (1984). Finite element analysis of thermal postbuckling of tapered columns. *Computers & Structures*, 19(4), 617–620. [https://doi.org/10.1016/0045-7949\(84\)90108-1](https://doi.org/10.1016/0045-7949(84)90108-1)
- Rao, G. V., & Raju, K. K. (1984). Thermal postbuckling of columns. *AIAA Journal*, 22(6), 850–851. <https://doi.org/10.2514/3.8695>
- Rao, G. V., & Raju, K. K. (2002). Thermal Postbuckling of Uniform Columns: A Simple Intuitive Method. *AIAA Journal*, 40(10), 2138–2140. <https://doi.org/10.2514/2.1553>
- Rodrigues, J. P. C., Neves, I. C., & Valente, J. C. (2000). Experimental research on the critical temperature of compressed steel elements with restrained thermal elongation. In *Fire Safety Journal* (Vol. 35).

- Rondal, J., & Maquoi, R. (1979). Single equation for SSRC column-strength curves. *American Society of Civil Engineers: ASCE - Journal of Structural Engineering*, 247–250.
- Saab, H. A., & Nethercot, D. A. (1991). Modelling steel frame behaviour under fire conditions. *Engineering Structures*, 13(4), 371–382. [https://doi.org/10.1016/0141-0296\(91\)90024-7](https://doi.org/10.1016/0141-0296(91)90024-7)
- San, soluções. (2021, October 20). *A História do Aço na Construção Civil*. <https://www.gruposansolucoes.com/blog/a-historia-do-aco-na-construcao-civil>
- Shepherd, P. G., & Burgess, I. W. (2011). On the buckling of axially restrained steel columns in fire. *Engineering Structures*, 33(10), 2832–2838. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2011.06.007>
- Simão, P. D., & Rodrigues, J. P. C. (2019). *GBT RAYLEIGH-RITZ ANALYSIS OF SLENDER ELASTO-PLASTIC STEEL COLUMNS UNDER FIRE CONDITIONS*. <https://www.researchgate.net/publication/337732352>
- Simão, P. D., & Rodrigues, J. P. C. (2020a). *SIMPLE STRUCTURAL MODELS FOR COMPUTATIONAL ANALYSIS OF RESTRAINED COLUMNS UNDER FIRE CONDITIONS*. <https://orcid.org/0000-0002-5197-5989>
- Simão, P. D., & Rodrigues, J. P. C. (2022). *Simple structural models to compute the fire resistance of restrained steel columns using energy principles*.
- Simão, P. D., Rodrigues, J. P. C., & Fernandes, H. D. (2021). *A meshless method for the post-buckling elasto-plastic analysis of restrained steel columns in fire based on the voxel concept*.
- Simão, P. D., Rodrigues, J. P. C., & Fernandes, H. D. (2022). *A GBT Rayleigh-Ritz method for the post-buckling elasto-plastic analysis of restrained steel columns in fire based on the voxel concept*.
- Simão, P. D., Rodrigues, J. P. C., & Oliveira, R. L. G. (2021). Simple analytical models for restrained steel columns in fire. *Engineering Structures*, 236. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2021.112119>
- Simões, L. M. da C. (2015). *ANÁLISE DE ESTRUTURAS: Vol. vol.II* (1ª ed.). Gráfica ediliber.
- simões, R. A. D. (2014). *manual de DIMENSIONAMENTO DE ESTRUTURAS METÁLICAS* (A. Lamas, Ed.; 3ª Edição).
- SIMULIA. (2014). *Abaqus analysis User's Manual 6.14*. © Dassault Systèmes.
- Valente, J. C., & Neves, I. C. (1999). Fire resistance of steel columns with elastically restrained axial elongation and bending. In *Journal of Constructional Steel Research* (Vol. 52). [www.elsevier.com/locate/jcsr](http://www.elsevier.com/locate/jcsr)

Vaz, L. E. (2011). *MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS EM ANÁLISE DE ESTRUTURAS*. [www.elsevier.com.br](http://www.elsevier.com.br)

Zhang, C. (2015). *Reliability of steel columns protected by intumescent coatings subjected to natural fires*. Berlin-Heidelberg: Springer .

## 7 APÊNDICE

### 7.1 Anexo A - Marcha de Cálculo pelo EC3 parte 1-2

O problema em estudo contempla uma coluna exposta ao fogo, restringida axialmente.

Assim considera-se que esta apenas estará sujeita a forças de compressão.

Combinação 17 com  $L = 7.7391m$  e  $N_{ed} = 108786 N$ , simplesmente apoiada e aquecimento uniforme.

Segundo a norma 1993-1-2

Começa-se por determinar a classe do perfil HEB 200, utilizado no exemplo.

$$c = 77.5 \text{ mm} ; d = 134 \text{ mm} ; tf = 15 \text{ mm} ; tw = 9 \text{ mm}$$

O Aço utilizado no exemplo é da classe S355, assim:

$$\varepsilon = 0.85 \sqrt{\frac{235}{f_y}} = 0.691 \quad (7.1)$$

Com,  $f_y = 355 \text{ MPa}$

A classe da alma fletida é:

$$\frac{d}{tw} \leq 33\varepsilon \leftrightarrow \frac{134}{9} \leq 22.80 \leftrightarrow 14.8 \leq 22.80 \rightarrow \text{classe 1} \quad (7.2)$$

Por outro lado, a classe do banzo comprimido é de:

$$\frac{c}{tf} \leq 9\varepsilon \leftrightarrow \frac{77.5}{15} \leq 6.22 \leftrightarrow 5.16 \leq 6.22 \rightarrow \text{classe 1} \quad (7.3)$$

Conclui-se assim que a coluna *HEB200* em situação de incêndio é de *classe 1*.

O coeficiente de esbelteza adimensional modificado depende da temperatura, pelo que é necessário recorrer a um processo iterativo para determinação da temperatura crítica.

Começando por calculá-lo para 20°C.

A esbelteza à temperatura ambiente vale:

$$\lambda = \frac{l_{fi}}{i} = \frac{1 \times 7739}{50.7} = 152.64 \quad (7.4)$$

Com o raio de giração  $i = 50.7 \text{ mm}$

E,

$$L_{fi} = C_{apoio} \times L = 7739 \text{ mm} \quad (7.5)$$

Com  $C_{apoio} = 1$  (*coluna simplesmente apoiada*)

A esbelteza adimensional  $\bar{\lambda}$  é dada por:

$$\bar{\lambda} = \frac{\lambda}{\lambda_1} = \frac{152.64}{76.39} \cong 2 \quad (7.6)$$

Logo,

$$\bar{\lambda}_\theta = \bar{\lambda} \left[ \frac{K_{y,\theta}}{K_{E,\theta}} \right]^{0.5} = 2 \times [1 \times 1]^{0.5} = 2 \quad (7.7)$$

O fator de redução para a encurvadura deve ser determinado de acordo com:

$$\chi_{fi} = \frac{1}{\varphi_\theta + \sqrt{\varphi_\theta^2 - \bar{\lambda}_\theta^2}} = 0.188 \quad (7.8)$$

Com,

$$\varphi_\theta = \frac{1}{2} \times [1 + \alpha \bar{\lambda}_\theta + \bar{\lambda}_\theta^2] = 3.03 \quad (7.9)$$

E,

$$\alpha = 0.65 \sqrt{\frac{235}{f_y}} = 0.528 \quad (7.10)$$

Valor de cálculo do esforço de compressão resistente no instante  $t = 0$ :

$$N_{b,fi,0,Rd} = \chi_{fi} \times A \times f_y = 0.188 \times 78.10 \times 0.355 = 521.2394 \text{ KN} \quad (7.11)$$

Vindo o grau de utilização,

$$\mu_0 = \frac{N_{b,fi,d}}{N_{b,fi,0,Rd}} = \frac{108,786}{521.239} = 0.208 \quad (7.12)$$

A que corresponde a temperatura crítica de:

$$\theta_{\alpha,cr} = 39.19 \times \ln \left[ \frac{1}{0.9674 \times \mu_0^2} \right] + 482 = 719.07 \text{ }^\circ\text{C} \quad (7.13)$$

O processo iterativo para determinação da temperatura crítica encontra-se indicado na tabela seguinte:

**Tabela 7.1** – Processo iterativo para obtenção da temperatura crítica

	$\theta_\alpha$ °C	$K_{y,\theta}$	$K_{E,\theta}$	$\bar{\lambda}_\theta$ mm	$\varphi_\theta$	$\chi_{fi}$	$N_{b,fi,0,Rd}$ kN	$\mu_0$	$\theta_{\alpha,cr}$
<b>iteração 1</b>	20,00	1,00	1,00	2,00	3,02	0,19	523,78	0,21	719,30
<b>iteração 2</b>	719,30	0,21	0,19	2,11	3,28	0,17	479,33	0,23	705,94
<b>iteração 3</b>	705,94	0,23	0,20	2,15	3,37	0,17	464,66	0,23	701,25
<b>iteração 4</b>	701,25	0,24	0,21	2,16	3,40	0,17	459,64	0,24	699,61

Ao fim de quatro iterações chegamos ao valor de  $\theta_{\alpha,cr} = 699.61 \text{ }^\circ\text{C}$ .

É importante referir que segundo o anexo nacional da norma 1993 1-2 (CEN, 2005b), na ausência do cálculo da temperatura crítica exposto na alínea 4.2.4, para casos em que possa ocorrer fenómenos de instabilidade como aquele que acontece neste problema em estudo, deve ser adotada uma temperatura crítica de  $500^\circ\text{C}$ .

## 7.2 Anexo B – Resultados obtidos na modelação pelo método dos elementos finitos.

### Resultados obtidos na modelação de colunas simplesmente apoiadas

**Tabela 7.2** – Resultados dos modelos de colunas simplesmente apoiadas com  $\bar{\lambda} = 1.1$

Exemplo n.	$L_e$ (m)	Tipo de apoio	$L_{ini}$ (m)	$\bar{\lambda}$	$k_{load}$	$N_{b,Rd}$ (kN)	$N_{Ed}$ (kN)	$k_{restr}$	$K_B$ (kN/m)	$\kappa_{th,0}$	$\theta_c$ (°C) (voxels)	$\theta_c$ (°C) (Abaqus)	$\theta_c$ (°C) (EC3-1-2)
Comb 1		p-p			0.2		268.520	0.5	$1.9265 \times 10^5$	1	-	553.316	697,186
Comb 2	4.2565	p-p	4.2565	1.1	0.2	1342.6	268.520	0.5	$1.9265 \times 10^5$	0.5	-	567.842	697,186
Comb 3		p-p					268.520	0.1	$3.8531 \times 10^4$	1	-	552.996	697,186
Comb 4		p-p					268.520	0.1	$3.8531 \times 10^4$	0.5	-	566.880	697,186

**Tabela 7.3** – Resultados dos modelos de colunas simplesmente apoiadas com  $\bar{\lambda} = 1.1$

Exemplo n.	$L_e$ (m)	Tipo de apoio	$L_{ini}$ (m)	$\bar{\lambda}$	$k_{load}$	$N_{b,Rd}$ (kN)	$N_{Ed}$ (kN)	$k_{restr}$	$K_B$ (kN/m)	$\kappa_{th,0}$	$\theta_c$ (°C) (voxels)	$\theta_c$ (°C) (Abaqus)	$\theta_c$ (°C) (EC3-1-2)
Comb 5		p-p			0.4		537.040	0.5	$1.9265 \times 10^5$	1	404,408	396,636	558,316
Comb 6	4.2565	p-p	4.2565	1.1	0.4	1342.6	537.040	0.5	$1.9265 \times 10^5$	0.5	-	430,374	558,316
Comb 7		p-p					537.040	0.1	$3.8531 \times 10^4$	1	404,461	402,535	558,316
Comb 8		p-p					537.040	0.1	$3.8531 \times 10^4$	0.5	440,292	438,052	558,316

**Tabela 7.4** – Resultados dos modelos de colunas simplesmente apoiadas com  $\bar{\lambda} = 1.5$

Exemplo n.	$L_e$ (m)	Tipo de apoio	$L_{ini}$ (m)	$\bar{\lambda}$	$k_{load}$	$N_{b,Rd}$ (kN)	$N_{Ed}$ (kN)	$k_{restr}$	$K_B$ (kN/m)	$\kappa_{th,0}$	$\theta_c$ (°C) (voxels)	$\theta_c$ (°C) (Abaqus)	$\theta_c$ (°C) (EC3-1-2)
Comb 9		p-p			0.2		174.414	0.5	$1.4128 \times 10^5$	1	-	569,667	697,495
Comb 10	5,8043	p-p	5,8043	1.5	0.2	872,07	174.414	0.5	$1.4128 \times 10^5$	0.5	-	583,538	697,495
Comb 11		p-p					174.414	0.1	$2.8256 \times 10^4$	1	-	569,692	697,495
Comb 12		p-p					174.414	0.1	$2.8256 \times 10^4$	0.5	-	583,108	697,495

**Tabela 7.5** – Resultados dos modelos de colunas simplesmente apoiadas com  $\bar{\lambda} = 1.5$

Exemplo. n.	$L_e$ (m)	Tipo de apoio	$L_{ini}$ (m)	$\bar{\lambda}$	$k_{load}$	$N_{b,Rd}$ (kN)	$N_{Ed}$ (kN)	$k_{restr}$	$K_B$ (kN/m)	$\kappa_{th,0}$	$\theta_c$ (°C) (voxels)	$\theta_c$ (°C) (Abaqus)	$\theta_c$ (°C) (EC3-1-2)
Comb 13		p-p			0.4		348.828	0.5	$1.4128 \times 10^5$	1	-	431,417	549,997
Comb 14	5,8043	p-p	5,8043	1.5	0.4	872,07	348.828	0.5	$1.4128 \times 10^5$	0.5	-	458,571	549,997
Comb 15		p-p					348.828	0.1	$2.8256 \times 10^4$	1	-	431,256	549,997
Comb 16		p-p					348.828	0.1	$2.8256 \times 10^4$	0.5	-	458,208	549,997

**Tabela 7.6** – Resultados dos modelos de colunas simplesmente apoiadas com  $\bar{\lambda} = 2.0$

Exemplo. n.	$L_e$ (m)	Tipo de apoio	$L_{ini}$ (m)	$\bar{\lambda}$	$k_{load}$	$N_{b,Rd}$ (kN)	$N_{Ed}$ (kN)	$k_{restr}$	$K_B$ (kN/m)	$\kappa_{th,0}$	$\theta_c$ (°C) (voxels)	$\theta_c$ (°C) (Abaqus)	$\theta_c$ (°C) (EC3-1-2)
Comb 17		p-p			0.2		108.786	0.5	$1.0596 \times 10^5$	1	-	596,222	699.610
Comb 18	7,7391	p-p	7,7391	2.0	0.2	543,93	108.786	0.5	$1.0596 \times 10^5$	0.5	-	608,778	699.610
Comb 19		p-p					108.786	0.1	$2.1192 \times 10^4$	1	-	596,156	699.610
Comb 20		p-p					108.786	0.1	$2.1192 \times 10^4$	0.5	-	608,479	699.610

**Tabela 7.7** – Resultados dos modelos de colunas simplesmente apoiadas com  $\bar{\lambda} = 2.0$

Exemplo. n.	$L_e$ (m)	Tipo de apoio	$L_{ini}$ (m)	$\bar{\lambda}$	$k_{load}$	$N_{b,Rd}$ (kN)	$N_{Ed}$ (kN)	$k_{restr}$	$K_B$ (kN/m)	$\kappa_{th,0}$	$\theta_c$ (°C) (voxels)	$\theta_c$ (°C) (Abaqus)	$\theta_c$ (°C) (EC3-1-2)
Comb 21		p-p			0.4		217.572	0.5	$1.0596 \times 10^5$	1	481,145	481,931	546,302
Comb 22	7,7391	p-p	7,7391	2.0	0.4	543,93	217.572	0.5	$1.0596 \times 10^5$	0.5	568,833	500,818	546,302
Comb 23		p-p					217.572	0.1	$2.1192 \times 10^4$	1	-	481,849	546,302
Comb 24		p-p					217.572	0.1	$2.1192 \times 10^4$	0.5	-	500,416	546,302

**Tabela 7.8** – Resultados dos modelos de colunas simplesmente apoiadas com  $\bar{\lambda} = 2.0$

Exemplo. n.	$L_e$ (m)	Tipo de apoio	$L_{ini}$ (m)	$\bar{\lambda}$	$k_{load}$	$N_{b,Rd}$ (kN)	$N_{Ed}$ (kN)	$k_{restr}$	$K_B$ (kN/m)	$\kappa_{th,0}$	$\theta_c$ (°C) (voxels)	$\theta_c$ (°C) (Abaqus)	$\theta_c$ (°C) (EC3-1-2)
Comb 18.1	7,7391	p-p	7,7391	2.0	0.2	543,93	108.786	0.5	$1.0596 \times 10^5$	0.2	-	617,111	699.610

**Tabela 7.9** – Resultados dos modelos de colunas simplesmente apoiadas com  $\bar{\lambda} = 0.8$

Exemplo. n.	$L_e$ (m)	Tipo de apoio	$L_{ini}$ (m)	$\bar{\lambda}$	$k_{load}$	$N_{b,Rd}$ (kN)	$N_{Ed}$ (kN)	$k_{restr}$	$K_B$ (kN/m)	$\kappa_{th,0}$	$\theta_c$ (°C) (voxels)	$\theta_c$ (°C) (Abaqus)	$\theta_c$ (°C) (EC3-1-2)
Comb 49	3,095	p-p	3,095	0.8	0.2	1835,86	367.172	0.5	$2.6490 \times 10^5$	1	566.103	566,734	699,515
Comb 50		p-p					367.172	0.5	$2.6490 \times 10^5$	0.5	-	-	699,515
Comb 51		p-p					367.172	0.1	$5.2980 \times 10^4$	1	566.116	565,098	699,515
Comb 52		p-p					367.172	0.1	$5.2980 \times 10^4$	0.5	-	-	699,515

**Tabela 7.10** – Resultados dos modelos de colunas simplesmente apoiadas com  $\bar{\lambda} = 0.8$

Exemplo. n.	$L_e$ (m)	Tipo de apoio	$L_{ini}$ (m)	$\bar{\lambda}$	$k_{load}$	$N_{b,Rd}$ (kN)	$N_{Ed}$ (kN)	$k_{restr}$	$K_B$ (kN/m)	$\kappa_{th,0}$	$\theta_c$ (°C) (voxels)	$\theta_c$ (°C) (Abaqus)	$\theta_c$ (°C) (EC3-1-2)
Comb 53	3,095	p-p	3,095	0.8	0.4	1835,86	734.344	0.5	$2.6490 \times 10^5$	1	418.330	438,902	572,043
Comb 54		p-p					734.344	0.5	$2.6490 \times 10^5$	0.5	-	-	572,043
Comb 55		p-p					734.344	0.1	$5.2980 \times 10^4$	1	418.984	459,224	572,043
Comb 56		p-p					734.344	0.1	$5.2980 \times 10^4$	0.5	-	-	572,043

**Resultados obtidos na modelação de colunas bi-encastadas**

**Tabela 7.11 – Resultados dos modelos de colunas Bi-encastadas com  $\bar{\lambda} = 1.1$**

Exemplo. n.	$L_e$ (m)	Tipo de apoio	$L_{ini}$ (m)	$\bar{\lambda}$	$k_{load}$	$N_{b,Rd}$ (kN)	$N_{Ed}$ (kN)	$k_{restr}$	$K_B$ (kN/m)	$\kappa_{th,0}$	$\theta_c$ (°C) (voxels)	$\theta_c$ (°C) (Abaqus)	$\theta_c$ (°C) (EC3-1-2)
Comb 25	4,256	c-c	8,513	1.1	0.2	1342.6	268.520	0.5	$9.6329 \times 10^4$	1	-	554,039	697,186
Comb 26		c-c					268.520	0.5	$9.6329 \times 10^4$	0.5	-	639,993	697,186
Comb 27		c-c					268.520	0.1	$1.9265 \times 10^4$	1	562,977	553,754	697,186
Comb 28		c-c					268.520	0.1	$1.9265 \times 10^4$	0.5	-	662,873	697,186

**Tabela 7.12 – Resultados dos modelos de colunas Bi-encastadas com  $\bar{\lambda} = 1.1$**

Exemplo. n.	$L_e$ (m)	Tipo de apoio	$L_{ini}$ (m)	$\bar{\lambda}$	$k_{load}$	$N_{b,Rd}$ (kN)	$N_{Ed}$ (kN)	$k_{restr}$	$K_B$ (kN/m)	$\kappa_{th,0}$	$\theta_c$ (°C) (voxels)	$\theta_c$ (°C) (Abaqus)	$\theta_c$ (°C) (EC3-1-2)
Comb 29	4,256	c-c	8,513	1.1	0.4	1342.6	537.040	0.5	$9.6329 \times 10^4$	1	407,039	399,187	558,316
Comb 30		c-c					537.040	0.5	$9.6329 \times 10^4$	0.5	461,407	450,334	558,316
Comb 31		c-c					537.040	0.1	$1.9265 \times 10^4$	1	407,635	422,115	558,316
Comb 32		c-c					537.040	0.1	$1.9265 \times 10^4$	0.5	461,843	492,534	558,316

**Tabela 7.13 – Resultados dos modelos de colunas Bi-encastadas com  $\bar{\lambda} = 1.5$**

Exemplo. n.	$L_e$ (m)	Tipo de apoio	$L_{ini}$ (m)	$\bar{\lambda}$	$k_{load}$	$N_{b,Rd}$ (kN)	$N_{Ed}$ (kN)	$k_{restr}$	$K_B$ (kN/m)	$\kappa_{th,0}$	$\theta_c$ (°C) (voxels)	$\theta_c$ (°C) (Abaqus)	$\theta_c$ (°C) (EC3-1-2)
Comb 33	5,804	c-c	11,608	1.5	0.2	872,07	174.414	0.5	$7.0641 \times 10^4$	1	-	569,917	697,495
Comb 34		c-c					174.414	0.5	$7.0641 \times 10^4$	0.5	-	645,500	697,495
Comb 35		c-c					174.414	0.1	$1.4128 \times 10^4$	1	-	569,769	697,495
Comb 36		c-c					174.414	0.1	$1.4128 \times 10^4$	0.5	-	661,378	697,495

**Tabela 7.14** – Resultados dos modelos de colunas Bi-encastadas com  $\bar{\lambda} = 1.5$

Exemplo. n.	$L_e$ (m)	Tipo de apoio	$L_{ini}$ (m)	$\bar{\lambda}$	$k_{load}$	$N_{b,Rd}$ (kN)	$N_{Ed}$ (kN)	$k_{restr}$	$K_B$ (kN/m)	$\kappa_{th,0}$	$\theta_c$ (°C) (voxels)	$\theta_c$ (°C) (Abaqus)	$\theta_c$ (°C) (EC3-1-2)
Comb 37		c-c			0.4		348.828	0.5	$7.0641 \times 10^4$	1	-	431,583	549,997
Comb 38	5,804	c-c	11,608	1.5	0.4	872,07	348.828	0.5	$7.0641 \times 10^4$	0.5	-	482,000	549,997
Comb 39		c-c					348.828	0.1	$1.4128 \times 10^4$	1	-	431,657	549,997
Comb 40		c-c					348.828	0.1	$1.4128 \times 10^4$	0.5	-	485,233	549,997

**Tabela 7.15** – Resultados dos modelos de colunas Bi-encastadas com  $\bar{\lambda} = 2.0$

Exemplo. n.	$L_e$ (m)	Tipo de apoio	$L_{ini}$ (m)	$\bar{\lambda}$	$k_{load}$	$N_{b,Rd}$ (kN)	$N_{Ed}$ (kN)	$k_{restr}$	$K_B$ (kN/m)	$\kappa_{th,0}$	$\theta_c$ (°C) (voxels)	$\theta_c$ (°C) (Abaqus)	$\theta_c$ (°C) (EC3-1-2)
Comb 41		c-c			0.2		108.786	0.5	$5.2980 \times 10^4$	1	-	596,500	698,840
Comb 42	7,739	c-c	15,478	2.0	0.2	543,93	108.786	0.5	$5.2980 \times 10^4$	0.5	-	666,833	698,840
Comb 43		c-c					108.786	0.1	$1.0596 \times 10^4$	1	-	596,500	698,840
Comb 44		c-c					108.786	0.1	$1.0596 \times 10^4$	0.5	-	681,167	698,840

**Tabela 7.16** – Resultados dos modelos de colunas Bi-encastadas com  $\bar{\lambda} = 2.0$

Exemplo. n.	$L_e$ (m)	Tipo de apoio	$L_{ini}$ (m)	$\bar{\lambda}$	$k_{load}$	$N_{b,Rd}$ (kN)	$N_{Ed}$ (kN)	$k_{restr}$	$K_B$ (kN/m)	$\kappa_{th,0}$	$\theta_c$ (°C) (voxels)	$\theta_c$ (°C) (Abaqus)	$\theta_c$ (°C) (EC3-1-2)
Comb 45		c-c			0.4		217.572	0.5	$5.2980 \times 10^4$	1	481,146	481,909	546,302
Comb 46	7,739	c-c	15,478	2.0	0.4	543,93	217.572	0.5	$5.2980 \times 10^4$	0.5	568,833	529,100	546,302
Comb 47		c-c					217.572	0.1	$1.0596 \times 10^4$	1	481,165	481,909	546,302
Comb 48		c-c					217.572	0.1	$1.0596 \times 10^4$	0.5	568,788	531,727	546,302

**Tabela 7.17** – Resultados dos modelos de colunas Bi-encastadas com  $\bar{\lambda} = 2.0$

Exemplo. n.	$L_e$ (m)	Tipo de apoio	$L_{ini}$ (m)	$\bar{\lambda}$	$k_{load}$	$N_{b,Rd}$ (kN)	$N_{Ed}$ (kN)	$k_{restr}$	$K_B$ (kN/m)	$\kappa_{th,0}$	$\theta_c$ (°C) (voxels)	$\theta_c$ (°C) (Abaqus)	$\theta_c$ (°C) (EC3-1-2)
Comb 42.1	7,7391	c-c	15,478	2.0	0.2	543,93	108.786	0.5	$5.2980 \times 10^4$	0.2	-	700,857	698,840