UNIVERSIDADE D COIMBRA

Diana Sofia Dias Batista

Ensino da matemática: Nada é impossível, só depende da perspetiva!

Relatório de Estágio no âmbito do Mestrado em Ensino da Matemática no 3.º ciclo do Ensino Básico e no Secundário, orientado pela Professora Doutora Helena Maria Mamede Albuquerque e apresentada ao Departamento de Matemática da Faculdade de Ciências e Tecnologia.

Junho de 2022

Nada é impossível, só depende da perspetiva!

Diana Sofia Dias Batista

UNIVERSIDADE D COIMBRA

Mestrado em Ensino da Matemática no 3.º ciclo do Ensino Básico e no Secundário

Master in Mathematics Teaching in the 3rd Cycle of Basic Education and Secondary

Relatório de Estágio | Report of Stage

Junho 2022

Agradecimentos

A Deus, pelo dom da vida e por me capacitar para conseguir vencer os desafios.

Ao meu pai, por olhar por mim.

À minha mãe e à minha irmã, por todo o amor, apoio e preocupação.

Aos meus avós por todo o incentivo e amparo.

Às minhas colegas, Ana Rita e Bibiana, pela união e apoio moral e académico.

Aos meus amigos, pela solidariedade e paciência nas minhas ausências.

Às minhas orientadoras, Professora Doutora Helena Albuquerque e Professora Natividade Correia, pelo apoio disponibilizado, pelas opiniões e críticas e pela forma amiga como guiaram o meu trabalho.

Obrigada.

Resumo

Foi no âmbito do Mestrado em Ensino da Matemática no 3º ciclo do Ensino Básico e no Secundário do Departamento de Matemática da Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra que se realizou, na Escola Secundária José Falcão (ESJF), em Coimbra, no ano letivo 2021/2022, o estágio curricular do Núcleo constituído pelas estagiárias Ana Rita Carvalho, Bibiana Almeida e por mim, Diana Batista, autora do presente relatório, sob orientação científica da Professora Doutora Helena Albuquerque e com a Professora Natividade Correia como Orientadora Cooperante.

No início do ano letivo, foram sorteadas entre as Professoras Estagiárias as três turmas atribuídas pela ESJF à Orientadora Cooperante. A turma na qual a Professora Estagiária realizou a prática letiva supervisionada foi a turma de 12º ano. Além disso, o Núcleo de Estágio assistiu às aulas de todas as turmas, acompanhando a Orientadora Cooperante em toda a sua componente letiva do horário.

Durante o ano letivo, as Professoras Estagiárias prepararam atividades, quer em grupo, quer de forma individual e colaboraram com a Orientadora Cooperante em toda a prática letiva, nomeadamente no apoio aos discentes, na elaboração de fichas de trabalho e momentos de avaliação e participação em momentos inerentes ao funcionamento escolar.

O presente relatório visa descrever e refletir sobre toda a prática docente, incluindo a prática pedagógica, as atividades organizadas, bem como a participação na comunidade escolar e como estas influenciaram as competências e capacidades da Professora Estagiária, ao longo do ano.

Termina-se o presente relatório com uma reflexão crítica acerca da vivência no atual ambiente escolar e como ele afeta o dia-a-dia dos intervenientes.

Palavras-Chave: Estágio Curricular; Ensino da Matemática; Pedagogia; Atividades; Formação Docente;

Abstract

It was within the scope of the Master in Mathematics Teaching in the 3rd cycle of Basic and Secondary Education of the Department of Mathematics of the Faculty of Sciences and Technology of the University of Coimbra that it took place, at Escola Secundária José Falcão (ESJF), in Coimbra, in the year academic year 2021/2022, the curricular internship of the Nucleus made up of interns Ana Rita Carvalho, Bibiana Almeida and myself, Diana Batista, author of this report, under the scientific guidance of Professor Helena Albuquerque and with Professor Natividade Correia as Cooperating Advisor.

At the beginning of the school year, the three classes assigned by the ESJF to the Cooperating Advisor were drawn from among the Trainee Teachers. The class in which the author of this report performed the supervised teaching practice was the 12th grade class. In addition, all interns attended the classes of all classes, accompanying the Cooperating Advisor throughout her teaching component of the timetable.

During the school year, the Intern Teachers prepared activities, either in groups or individually, and collaborated with the Cooperating Advisor throughout the teaching practice, namely in supporting students, in the elaboration of worksheets and moments of evaluation and participation in moments inherent to school functioning.

This report aims to describe and reflect on the entire teaching practice, including pedagogical practice, organized activities, as well as participation in the school community and how these influenced the Intern Teacher's skills and abilities throughout the year.

This report ends with a critical reflection about the experience in the current school environment and how it affects the day-to-day of the participants.

Key-Words: Curricular Internship; Teaching Mathematics; Pedagogy; Activities; Teacher Training;

Conteúdo

Lista de Figuras

Capítulo 1

Introdução

Pedagogia é a ciência que procura estudar a educação e os processos de ensino e aprendizagem. Atualmente, centra-se em teorias, técnicas, métodos e estratégias complexas envolvendo as mais diversas ciências. Na sua língua de origem, o grego, diz-se *paidagogía*, palavra derivada de *paidos agein*, que significa "conduzir a criança". Será, então, o papel do pedagogo conduzir o aprendiz? Mas conduzir para onde? Ou para o quê? E como? Estas questões pairam no pensamento de um futuro professor como incertezas e é para lhes dar resposta que o estágio curricular inserido nos Mestrados em Ensino se revela tão necessário.

Após uma Licenciatura em Matemática (LM) e um ano de Mestrado em Ensino da Matemática no 3º Ciclo do Ensino Básico e no Ensino Secundário (MEM), as bases científicas de um futuro professor são sólidas. Estes ciclos de ensino, na Universidade de Coimbra, desenvolvem o raciocínio e rapidez de pensamento, mas ao fim de, pelo menos, 16 anos com o papel de aluno, tomar o papel de professor pode não ser tarefa fácil. O estágio curricular torna possível, consciente e confiante essa troca de papéis. O futuro professor é apoiado e amparado por um docente experiente, permitindo-lhe cometer e corrigir os pequenos erros que o vão orientar no seu início de carreira.

O Professor é uma personagem de uma história da qual não é protagonista, mas é quem permite que o herói se encontre; o cenário vai muito mais além da sala de aula e a lição também pode ser moral. Quem trabalha e/ou tem interesse pela área da Educação reconhece que o professor tem um impacto relevante na aprendizagem do aluno [13]. É quem lhe dá ferramentas para "a liberdade, a responsabilidade, a valorização do trabalho, a consciência de si próprio, a inserção familiar e comunitária e a participação na sociedade que nos rodeia"conforme definido no Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória (PASEO, [9]). Este documento veio criar quadros de referência que pressupõe, não a uniformidade, mas a flexibilidade e incentivo da qualidade numa sociedade que se sabe ser imperfeita e desigual.

No entanto, se, por um lado, o papel dos professores tem evoluído à medida que vão surgindo novas exigências, expetativas e responsabilidades, por outro lado, esta profissão atravessa uma crise vocacional há alguns anos.

Quer professores quer alunos podem sentir pressão na escola. Alguns alunos sentem ansiedade por causa do peso que dão aos testes e pelo receio do insucesso. Há professores que dizem sentir "uma tristeza tão grande que parece que não aguenta". Os sindicatos exigem medidas, o governo tarda em assumir um compromisso.

O presente relatório encontra-se dividido em capítulos. Começa-se por fazer o enquadramento das componentes do Estágio Curricular, de seguida, reflete-se sobre toda a Prática Pedagógica e os processos envolvidos, prossegue-se com a descrição das atividades desenvolvidas e termina-se com a apresentação daquilo que são as Estruturas de Orientação Pedagógica e Educativa e das respetivas competências. Para concluir, tecem-se algumas considerações finais.

Capítulo 2

Enquadramento dos Componentes do Estágio Curricular

2.1 Escola Secundária José Falcão [2]

2.1.1 Contextualização Histórica

Em 1836, são oficialmente criados os primeiros três liceus em Portugal, entre eles o Liceu de Coimbra. Este Liceu começa por funcionar nas instalações que tinham sido do Colégio das Artes e de quem recebeu professores, passando, então, a constituir uma secção da Universidade de Coimbra (UC).

As matrículas dos alunos eram feitas na secretaria da UC e a direção do colégio era responsabilidade do reitor da universidade.

Mais tarde, o liceu transferiu-se para as antigas instalações do Hospital da Nossa Senhora da Conceição, no Colégio das Onze Mil Virgens, atrás da Sé Nova e, a partir de 1870, passa a estar localizado no Colégio de S. Bento.

Com a implantação da República, a instituição toma o nome de Liceu José Falcão, em homenagem a um grande ideólogo do Republicanismo, ex-aluno e professor do liceu.

Dado o grande aumento da população escolar, em 1928, foi criado o Liceu Júlio Henriques, que funcionava numa das alas do edifício de S. Bento, fazendo vizinhança com o Liceu José Falcão.

Em 1936, é tomada a decisão de aglutinar os dois liceus, dando origem ao Liceu D. João III, para o qual foi construído de raiz o edifício na Avenida Afonso Henriques. Depois de Abril de 1974, o Liceu D. João III recupera o nome de José Falcão, e, em 1978, passa a ser Escola Secundária, a Escola Secundária José Falcão (ESJF) que se mantém nesse edifício até aos dias de hoje.

O Liceu D. João III foi um dos dois liceus de formação de professores em Portugal desde os finais da década de 30 até 1947, sendo mesmo, entre 1947 e 1956, o único liceu a fazer formação de professores a nível nacional.

Atualmente, a Escola Secundária José Falcão continua a ser uma escola de formação de professores e alunos, oferecendo cursos do Ensino Secundário e do 3º Ciclo do Ensino Básico, bem como Cursos Profissionais.

Figura 2.1 Professoras Estagiárias em frente à Escola Secundária José Falcão.

2.1.2 Oferta Educativa

- 3º Ciclo do Ensino Básico;
- Ensino Secundário:
  - Cursos Científico-Humanísticos:
    * Ciências e Tecnologias;
    * Línguas e Humanidades;
    * Ciências Socioeconómicas;
    * Artes Visuais.
  - Cursos Profissionais:
    * Técnico Turismo Ambiental e Rural (TAR);
    * Técnico Multimédia (TM);
    * Técnico Auxiliar de Saúde (TAS).

2.2 Núcleo de Estágio

O núcleo de estágio curricular, no ano letivo 2021/2022, na ESJF, em Coimbra, foi composto por três professoras estagiárias, Ana Rita Carvalho, Bibiana Almeida e Diana Batista, pela orientadora cooperante Professora Natividade Correia, sob a orientação científica da Professora Doutora Helena Albuquerque.

No início do ano letivo foram atribuídas três turmas da ESJF à orientadora cooperante. Embora todas as professoras estagiárias tenham assistido e acompanhado as aulas de todas as turmas, sorteou-se, ainda antes do início das atividades letivas, a distribuição dessas turmas entre as três estagiárias para a iniciação à prática letiva. À autora deste relatório ficou atríbuída a turma 12º3.

2.3 Apresentação e Caraterização das Turmas de Iniciação à Prática Profissional

A disciplina a lecionar nas três turmas era a disciplina de Matemática A. Passa-se, agora, a caracterizar cada uma delas, com maior detalhe para a que foi atribuída à autora deste relatório.

2.3.1 12º3

A turma 3 do 12º ano da ESJF é uma das turmas do curso científico-humanístico de Ciências e Tecnologias. Todos os alunos têm nacionalidade portuguesa, sendo 22 deles do sexo feminino e 5 do sexo masculino, perfazendo um total de 27 alunos, com idade média de 17,86 anos, no ínicio do ano letivo. Durante o ano letivo em questão, uma aluna efetuou a anulação da matrícula à disciplina de Matemática A sendo que, a partir desse momento, a turma 12º3, nas aulas de Matemática A, era constituída apenas por 26 alunos.

Dois alunos, um do sexo feminino e um do sexo masculino, usufruem de Medidas de Suporte à Aprendizagem e Inclusão (MSAI) ao abrigo do decreto/lei 54 de 6 de julho de 2018. A aluna usufrui de medidas universais e o aluno usufrui, cumulativamente, de medidas universais, medidas seletivas e adaptações ao processo de avaliação.

Todos os alunos da turma pretendem seguir estudos no Ensino Superior.

Figura 2.2 Turma 12º3 da ESJF e Professora Estagiária (Fotografia tirada/exposta com autorização de todos os alunos).

2.3.2 10º5

A turma 5 do 10º ano do Curso Científico-Humanístico de Ciências e Tecnologias, no início do ano letivo, era composta por 27 alunos, 15 do género masculino e 12 do género feminino. Estes alunos tinham idades compreendidas entre os 14 e os 15 anos, sendo a média de idades da turma de 14,7 anos. Nesta turma, havia dois alunos que usufruíam de MSAI.

2.3.3 10º7

A turma 7 do 10º ano era, no início do ano letivo, constituída por 27 alunos, 12 raparigas e 15 rapazes. A média das idades dos alunos da turma era igual a 14,96 anos, sendo que estas variavam entre os 14 e os 16 anos. Nesta turma, havia cinco alunos que usufruíam de MSAI, sendo que três deles acumulavam, ainda, com Medidas Seletivas.

Capítulo 3

Prática Pedagógica

3.1 Planificações

3.1.1 Planificação Anual

Em setembro de 2021, no início do ano letivo, foram elaboradas, por docentes da ESJF, as planificações anuais dos diferentes anos de escolaridade e para as diferentes disciplinas. As planificações de Matemática A basearam-se nas Aprendizagens Essenciais (AE, [14]) e no manual adotado [10] pela escola. No Anexo A, encontra-se disponível a Planificação Anual de Matemática A do 12º ano.

3.1.2 Planificação por Período

As planificações anuais são elaboradas para um largo período de tempo, por isso, há que adaptar essas planificações às ocorrências que influenciam o seu cumprimento. Assim sendo, são elaboradas planificações por período ajustadas ao ritmo de aprendizagem, às metodologias, estratégias e atividades e às alterações que se possam dar ao número de aulas dedicadas a cada conteúdo e/ou ao calendário escolar. No Anexo B, encontra-se disponível a Planificação de Matemática A do 12º ano correspondente ao 1º Período do ano letivo 2021/2022, elaborada por professoras da ESJF.

A planificação em questão teve como referencial de base as AE, as estratégias de ensino orientadas para o PASEO e os respetivos descritores.

3.1.3 Planificação de Unidade Temática

Para organizar cada um dos temas como são determinados nas planificações anteriormente descritas, o professor poderá elaborar uma Planificação de Unidade Temática. Esta planificação permite distribuir os conteúdos em função, principlamente, do ritmo de aprendizagem dos discentes e das alterações ao calendário escolar. No Anexo C, encontra-se disponível uma Planificação de Unidade Temática elaborada pela Professora Estagiária para a unidade Trigonometria e Funções Trigonométricas do 12º ano de escolaridade.

3.1.4 Planificação de Aulas

De modo a concretizar as planificações suprarreferidas, o professor planeia cada aula. É na Planificação de Aula que o professor organiza os conteúdos a lecionar, as metodologias e estratégias a serem postas em prática, a concretização em atividades e/ou exercícios e os cuidados a ter com cada uma das turmas e alunos. No Anexo D, encontra-se disponível uma Planificação de Aula elaborada pela Professora Estagiária para uma aula do 12º ano de escolaridade.

Este documento é o mais individual e característico de cada professor, uma vez que, as estratégias e metodologias postas em prática em cada uma das aulas são definidas por ele próprio em função dos recursos que tem à sua disposição, das características dos discentes e das suas técnica e experiência.

3.2 Aulas

Todas as professoras estagiárias acompanharam a Orientadora Cooperante na totalidade da componente letiva do horário da mesma.

Durante o mês de setembro, as professoras estagiárias tomaram apenas a posição de observadoras e, durante todo o ano letivo, mantiveram, cumulativamente com outras, essa posição.

A observação de aulas lecionadas pela Orientadora Cooperante permitiu a reintegração no ambiente escolar, relembrando, primeiro, como é estar do lado do aluno para, depois, poder assumir o papel de docente, vendo todo o processo de (des)construir uma aula de uma nova perspetiva. Permitiu perceber como são expostos conteúdos e que vocabulário será mais adequado ao dos discentes, invocando, sempre, a correção científica.

Todas as aulas dadas pelas professoras estagiárias foram lecionadas sob a supervisão da Orientadora Cooperante.

A Professora Estagiária Diana Batista, tendo ficado responsável pela turma de 12º ano, tomou, nesta turma, as funções de esclarecer dúvidas, apoiando a Orientadora Cooperante, e lecionar alguns temas durante o ano letivo que foram escolhidos em comum com a OC.

Para todas as aulas lecionadas pela Professora Estagiária foi consultada bibliografia variada: Manuais Escolares ([10],[3]), Livros de Estudo para Exame ([6],[12],[4]), livros científicos ([7],[5],[11]) e recursos científicos e didáticos.

3.2.1 Teoria de Conjuntos, Cálculo Combinatório e Probabilidades

As primeiras aulas lecionadas pela Professora Estagiária foram sobre Teoria de Conjuntos. Introduziu-se o conceito de Cardinalidade de um conjunto a partir de conhecimentos adquiridos anteriormente pelos discentes. Com base neste conceito redefiniu-se Probabilidade de um Acontecimento utilizando a regra de Laplace, que foi lecionada no 3º ciclo do Ensino Básico. De seguida, foram lecionadas Técnicas de Contagem, completando, assim, o capítulo de Cálculo Combinatório.

Com todas as ferramentas ao seu alcance, os alunos conseguiram calcular a probabilidade de acontecimentos que, anteriormente, não conseguiriam.

Quanto ao ensino do Triângulo de Pascal, a Professora Estagiária elaborou uma Atividade Guiada, Anexo E, conduzindo os discentes a construir autonomamente o referido triângulo, baseando-se nos próprios conhecimentos sobre Combinações.

Terminou-se o presente tema com a resolução de problemas envolvendo o Triângulo de Pascal, as respetivas propriedades e o desenvolvimento do Binómio de Newton.

Figura 3.1 Aula de resolução de exercícios sobre o tema Probabilidades.

3.2.2 Trigonometria e Funções Trigonométricas

Para organizar a distribuição dos conteúdos e avaliar os recursos disponíveis, a Professora Estagiária começou por elaborar a Planificação de Unidade Temática referida no subcapítulo 3.1.3 do presente relatório.

No 11º ano, os alunos aprendem a resolver problemas envolvendo funções trigonométricas. No 12º ano, os alunos começam por ser introduzidos às fórmulas trigonométricas da soma, da diferença e da duplicação de medidas de amplitude de ângulos. A fórmula do seno da diferença das medidas de amplitude de dois ângulos foi demonstrada com recurso ao Produto Escalar de Vetores e as restantes a partir desta. As aulas seguintes centraram-se no estudo do limite notável.

Após o treino da resolução de limites, os alunos foram capazes de deduzir as expressões algébricas das funções derivadas das funções seno, cosseno e tangente a partir da definição. Após a realização de atividades sobre o tema esperava-se que os alunos fossem capazes de conhecer e aplicar as funções derivadas das funções trigonométricas estudadas.

Por fim, alcançando o último patamar deste tema, foi elaborada uma ficha formativa, Anexo F, sobre a resolução de problemas envolvendo funções trigonométricas num contexto de modelação, que se destinou a fazer parte do trabalho autónomo dos discentes, com posterior correção e explicitação dos exercíos em aula.

No final desta unidade, os alunos realizaram uma prova para avaliação formativa para a qual não foram previamente avisados. A análise desta avaliação é feita no ponto 3.4.3.1. do presente relatório.

3.2.3 Números Complexos

A Professora Estagiária começou por fazer uma introdução e contextualização histórica sobre a origem dos Números Complexos. Na mesma aula, definiu-se o corpo $\mathbb{C}$ com as operações associadas, a unidade imaginária, representaram-se números complexos na sua forma algébrica e, finalmente, realizaram-se operações entre números complexos na sua forma algébrica. Para a consolidação do

Figura 3.2 Atividade sobre Trigonometria e Funções Trigonométricas.

estudo das operações entre complexos na sua forma algébrica, a Professora Estagiária elaborou um puzzle, Anexo G , que, para que os discentes pudessem encaixar as peças, primeiro teriam de escrever todos os números complexos na sua forma algébrica e, só então, montar o puzzle.

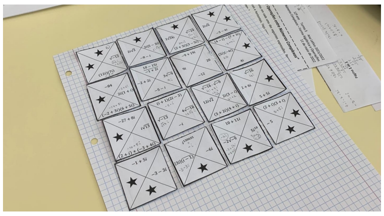


Figura 3.3 Montagem do Puzzle.

De seguida, com recurso à plataforma *Geogebra*, os alunos, que assim o entenderam - podendo trabalhar a pares - e que tinham o telémovel com bateria e acesso à internet, entraram numa sala de aula virtual e manipularam uma construção da autoria da Professora Estagiária, que se descreve de seguida.

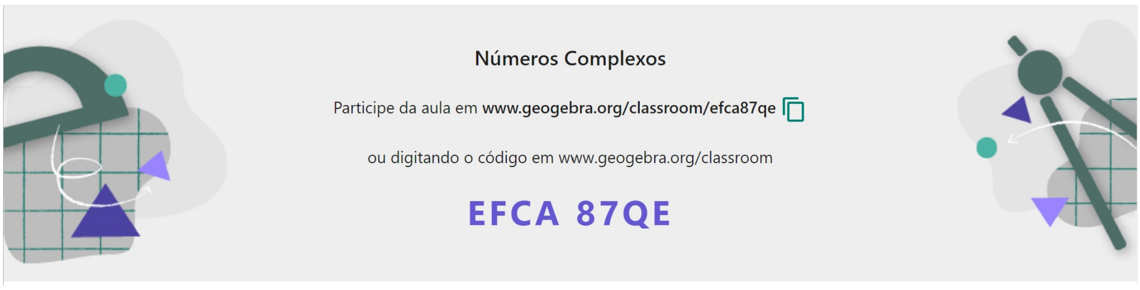


Figura 3.4 Entrada para a Sala de Aula Virtual do Geogebra.

Em primeiro lugar, no plano complexo, está representado o ponto correspondente ao afixo de um número complexo e esse mesmo número complexo escrito na sua forma algébrica.

Passando, agora, a tratar os números complexos unitários, traçou-se o espaço geométrico que os contém: uma circunferência centrada na origem do referencial e de raio igual a uma unidade de medida. Definiu-se e marcou-se o argumento de um número complexo. A marcação deste ângulo já lhes era familiar e, recorrendo aos seus conhecimentos de trigonometria, os discentes

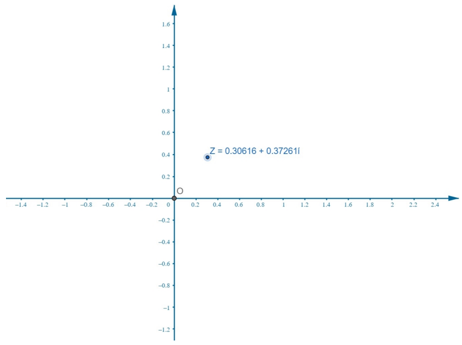


Figura 3.5 Número complexo Z e representação gráfica do respetivo afixo.

concluíram espontaneamente a forma trigonométrica de um número complexo unitário em função do seu argumento.

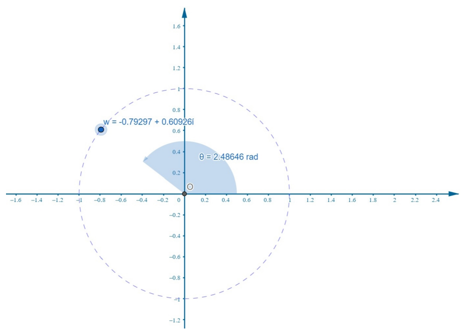


Figura 3.6 Afixo e argumento do número complexo Z, no plano complexo.

A Professora Estagiária apresentou a forma exponencial de um número complexo e relacionou-a com a forma trigonométrica através da Série de Taylor. A apresentação de slides incluiu, sempre, o plano complexo e o respetivo referencial porque poderia ser solicitada à professora uma explicação que necessitasse de outra abordagem.

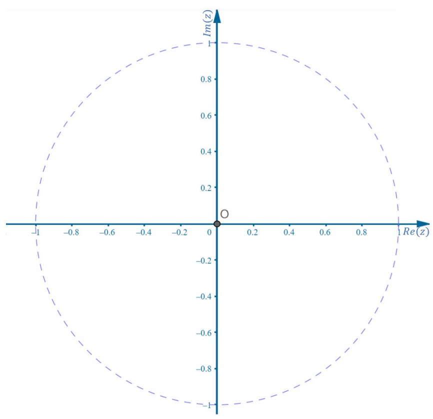


Figura 3.7 Plano Complexo projetado na aula.

As aulas lecionadas pela Professora Estagiária finalizaram-se com uma atividade de correspondência que os alunos realizaram a pares. Cada par recebeu nove cartões que, três a três, correspondiam ao mesmo número complexo escrito de diferentes formas.

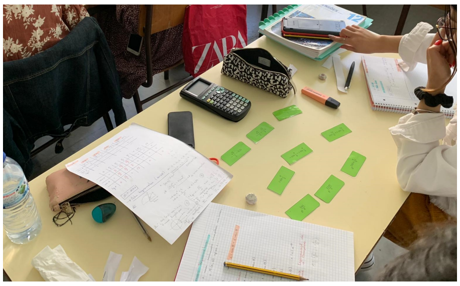


Figura 3.8 Atividade de Correspondência.

3.3 Reforço de Aprendizagens

Na ESJF, o reforço de aprendizagens consiste num apoio mais individualizado, disponibilizado gratuitamente, dado por um professor da respetiva disciplina e que consta no horário das turmas. A autora deste relatório auxiliou e cooperou com a Orientadora Cooperante, Natividade Correia, docente da ESJF responsável por este apoio à turma 12º3, à disciplina de Matemática A.

Embora todos os alunos possam frequentar o reforço de aprendizagens de forma voluntária, alguns frequentam-no por recomendação do professor da disciplina por este verificar que apresentam dificuldades de aprendizagem ou falta de métodos de estudo eficazes. Nestes casos, e depois da devida autorização do encarregado de educação, o apoio passa a ser de caráter obrigatório. No caso de um aluno recomendado para o reforço de aprendizagens apresentar mais de três faltas a este apoio num só período, deixa de ter direito ao mesmo.

Durante o ano letivo, neste apoio, a Professora Estagiária concentrou o seu trabalho e auxílio nos alunos com MSAI por entender que, devido à proximidade entre o professor e o aluno, contribuiria para a aquisição de aprendizagens significativas, permitindo-os atingir Aprendizagens Essenciais que, sem este apoio, se tornariam mais difíceis de adquirir. Além disso, a autora do presente relatório corrigiu e aconselhou cuidadosamente o aprimoramento da escrita matemática destes alunos.

Não foram elaborados materiais pedagógicos específicos para o reforço de aprendizagens.

No final de cada período a Professora Estagiária elaborou um relatório sobre cada um dos discentes propostos para o apoio e como este influenciou o seu desempenho.

No Anexo H, encontra-se o relatório elaborado pela Professora Estagiária no final do 2º período. Por uma questão de proteção de dados e identidade, os nomes e números dos alunos foram suprimidos do documento.

3.4 Avaliação

A atual conceção de avaliação causa receio aos alunos com medo do insucesso. Apesar das mudanças nos métodos de avaliação, os alunos põem as suas expectativas quase exclusivamente nos momentos formais de avaliação, acumulando stress e menosprezando a avaliação diária. Ainda se sente muito a hipervalorização das provas, que se agudiza nos anos de Exames Nacionais, segundo a experiência da autora do presente relatório.

No âmbito do Decreto de Lei nº55/2018 de 6 de julho [1], a avaliação das aprendizagens afirma-se como parte integrante da gestão do currículo enquanto instrumento ao serviço do ensino e da aprendizagem. No âmbito do plano 21|23 Escola+, mais concretamente no âmbito da ação específica *Capacitar para avaliar* do eixo *Ensinar e Aprender*, o projeto de Monotorização, Acompanhamento e Investigação em Avaliação Pedagógica (MAIA) discute questões curriculares e pedagógicas, questões teóricas e práticas de ensino, aprendizagem e avaliação, bem como as questões da formação contínua e do desenvolvimento profissional dos professores.

Este projeto foi implementado pela primeira vez na Escola Secundária José Falcão, em Coimbra, no ano letivo 2021/2022 e, por isso, foram necessários elaborar e aprovar documentos condutores à sua efetivação.

3.4.1 Critérios de Avalição por Domínios

Com a entrada em vigor do Decreto-Lei n.º 55/2018, as escolas portuguesas estão a implementar novos critérios de avaliação, com base as AE e com vista ao desenvolvimento das áreas de competências inscritas no PASEO.

Assim sendo, no início do ano letivo, cada grupo disciplinar da ESJF definiu os diferentes domínios que orientaram e integraram as aprendizagens de cada uma das disciplinas e elaborou os respetivos critérios de avaliação. No Anexo I, encontra-se o documento que define os critérios de avaliação da disciplina de matemática em função dos domínios definidos.

3.4.2 Momentos Formais de Avaliação

Entende-se por Momento Formal de Avaliação a realização de uma prova, individual ou em grupo, na sala de aula, no horário da disciplina, sem a consulta de documentos além do formulário do exame nacional e com recurso a calculadora gráfica.

A Orientadora Cooperante criou agumas nomenclaturas para os momentos formais de avaliação a aplicar nas suas turmas.

Uma Prova Global de Avaliação (PGA), Anexo J, é um Momento Formal de Avaliação que envolve diversos conteúdos, realizado em dois tempos letivos (50 + 50 minutos), para a qual é previamente elaborada e publicada a respetiva matriz, Anexo K.

Uma Prova Parcelar de Avaliação (PPA), Anexo L, é um Momento Formal de Avaliação mais focado no conteúdo a ser lecionado aquando da sua realização, não requerendo a elaboração de uma matriz, para o qual os discentes dispõem de um tempo letivo (50 minutos) para a resolver.

Um Trabalho de Sala de Aula (TSA), Anexo M, é um Momento Formal de Avaliação realizado em grupo, sem limite fixo de tempo para a sua resolução. No Anexo N, podem ser consultados os critérios específicos de correção de um TSA. Este momento formal de avaliação pode seguir várias estruturas, métodos e técnicas. A Professora Estagiária procurou aplicar o Método da Troca de Questões [8], explicitado no Anexo O e para o qual elaborou o enunciado apresentado nesse mesmo anexo.

3.4.3 Avaliação Formativa

O projeto MAIA defende que a principal modalidade de avaliação deve ser de dimensão formativa, uma vez que permite obter informação privilegiada de carácter contínuo e sistemático nos diversos domínios curriculares.

A Avaliação Formativa é parte integrante do ensino e da aprendizagem, tendo por objetivo central a sua melhoria baseada num processo contínuo de intervenção pedagógica, em que se explicitam, enquanto referenciais, as aprendizagens, os desempenhos esperados e os procedimentos de avaliação.

De modo a tomar nota do desempenho dos alunos no dia-a-dia, recorrendo a uma diversidade de processos de recolha de informação, adequados às aprendizagens que se pretendem alcançar e ao grupo de alunos a quem se destinam e permitindo ao professor dar feedback de qualidade a cada um dos discentes, o grupo disciplinar de Matemátiva elaborou a Grelha de Observação, que pode ser consultada no Anexo P.

De seguida passa-se a fazer a análise de dois Momentos Formais de Avaliação, exclusivamente de dimensão formativa, realizados na turma de iniciação à prática profissional da autora deste relatório.

3.4.3.1 Ficha de Trigonometria

Perante uma prova formal de avaliação, de caráter formativo, para a qual não foram avisados, os alunos apresentaram alto grau de frustração e ansiedade, pois não tinham realizado a sua "tradicional"preparação . Além disso, mostraram o seu descontentamento e revolta perante esta avaliação.

Isto mostrou que, apesar de ser uma excelente turma, com excelentes alunos, os discentes não estudam para obter conhecimento, nem para aprender, mas para obter uma certa classificação nas provas formais de avaliação. Desvalorizam o estudo contínuo, acumulando conteúdos que se forçam a interiorizar pontualmente, geralmente, nas vésperas das provas formais de avaliação.

No geral, a introdução de novos conteúdos é ancorada em conhecimentos que os discentes já dominam, mas estes não o fazem no seu estudo, ou seja, não atribuem significado a um conteúdo com base na interação com os seus conhecimentos prévios, demostrando dificuldades na aplicação destes e na construção de um raciocínio.

Assim, com esta atividade, alcançou-se os objetivos de uma avaliação formativa: foi possível compreender o método de estudo dos alunos e adequar as tarefas e desafios a propôr de forma a que os discentes obtivessem aprendizagens significativas.

3.4.3.2 Método da Troca de Questões

O método aplicado nesta atividade permite que os discentes vejam as resoluções de colegas, ou seja resoluções diferentes das suas, das dos explicadores e, em especial, das do professor da disciplina.

No geral, mesmo que os alunos soubessem resolver o exercícios proposto, não reagiram bem a ter de compreender a resolução dos colegas. Demoravam muito tempo para poderem prosseguir com a resolução do exercício.

A discussão final fê-los perceber que, por muito organizada que eles pensem que têm a sua resolução, esta pode ser de difícil compreensão e, assim, permitiu-lhes clarificar e organizar o raciocínio e a sua exposição escrita.

3.4.4 Avaliação dos alunos com Medidas de Suporte à Aprendizagem e Inclusão

O aluno que usufruiu de adaptações ao processo de avaliação apresenta um quadro de dislexia/disortografia. Na tentativa de colmatar estas Perturbações de Aprendizagem Específicas, o Conselho de Turma, contando com a presença da Professora de Educação Especial que acompanha o aluno, definiu que as provas escritas nos Momentos Formais de Avaliação deveriam ser encurtadas, permitindo que o discente gozasse de mais tempo para a realização da mesma, sem interferir com os tempos letivos de outras disciplinas. Além disso, foram estabelecidas a utilização de letra *Arial*, de tamanho 12 e com espaçamento de 1,5 e a leitura de prova. No Anexo Q, encontra-se o enunciado da PGA correspondente à do Anexo J, com as referidas adaptações.

No Relatório Técnico-Pedagógico (RTP) do aluno, salienta-se o valor da diversificação de instrumentos de avaliação da parte dos docente e a frequência de apoio psicopedagógico e de sessões para a melhoria da autoestima e controle da ansiedade, da parte do discente.

Nas aulas lecionadas pela Professora Estagiária, foram utilizados variados métodos de avaliação para o referido aluno e, nas aulas lecionadas pela OC, a autora do presente relatório dedicava-se mais ao esclarecimento de dúvidas específicas do discente, tal como ao acompanhamento e condução de raciocínios do mesmo. Aquando da elaboração de momentos formais de avaliação, a Professora Estagiária elaborou, para cada um desses momentos, um enunciado específico tendo em conta as medidas recomendadas.

Apesar de aplicadas todas as medidas constantes no RTP do aluno, as suas dificuldades continuaram a ser evidentes, não tendo o aluno conseguido atingir as competências e AE definidas à disciplina de Matemática A. Contudo, o aluno aplicou-se e empenhou-se na segunda metade do ano letivo, na tentativa de superar as suas dificuldades. Tendo em conta as classificações nas restantes disciplinas e sendo Matemática A a única disciplina a que ficaria retido, o Conselho de Turma votou a alteração da classificação de nove para onze valores, permitindo que o aluno concluísse a disciplina e o ensino secundário.

3.4.5 Avaliação Intercalar

A (cerca de) meio de cada período, o Conselho de Turma reúne para estudar a situação da turma em vários aspetos, nomeadamente no aproveitamento, no comportamento e na assiduidade.

O professor de cada disciplina elabora, para esta reunião, a Ficha Síntese referente ao período de tempo a ser discutido. Nesta ficha, cada aluno é classificado qualitativamente nos diferentes domínios e respetivos critérios de avaliação de cada disciplina. São, ainda, estudadas e decididas estratégias para o progresso da turma, prestando sempre especial atenção as alunos com MSAI.

3.4.6 Autoavaliação

Com a elaboração de novos critérios de avaliação, foi necessário imaginar e construir uma nova Ficha de Autoavaliação. O Núcleo de Estágio elaborou uma, que se encontra no Anexo R, e que foi proposta ao Grupo Disciplinar de Matemática. A professora Alda Domingues, docente da ESJF, produziu também uma proposta, Anexo S, acabando por ser essa a escolhida e utilizada.

3.4.7 Avaliação Final

Tendo em conta que a turma em questão é um 12º ano, último ano do Ensino Secundário e da escolaridade obrigatória, o Conselho de Turma, na última reunião, alterou, unanimamente, as classificações de determinados discentes, no sentido de valorizar o seu desempenho geral. Estas alterações são baseadas no mérito e esforço de cada aluno, sendo cada caso refletido com prudência.

No Anexo T, encontra-se a Ficha Síntese preenchida pela Professora Estagiária para a reunião acima referida.

O aproveitamento da turma foi considerado Bom, pois a sua média é de 17,4 valores e 17 alunos têm média superior a 17,5 valores.

3.5 Cidadania e Desenvolvimento

Reconhecendo a importância holística de um professor, a autora do presente relatório entende que, apesar de a principal função de um professor de matemática ser ensinar essa ciência, deve, também, partilhar a sua sabedoria noutras áreas. Uma dessas áreas e que, cada vez mais, toma um papel essencial na evolução, pessoal e académica, do estudante é a educação para a cidadania e desenvolvimento.

O tema escolhido, neste ano letivo, na disciplina de Matemática A foi *Instituições e Participação Democráticas*. Assim sendo, a 7 de Março de 2022, a turma 3 do 12º ano da ESJF assistiu a apresentações de trabalhos de alunos do 12º ano do curso Científico-Humanístico de Línguas e Humanidades, inseridas na disciplina de História A, sob a coordenação do professor Januário Pires, sobre os regimes ideológicos na primeira metade do século XX.

Na sequência desta sessão, a Professora Estagiária, tendo consciência de que os discentes eram recentes ou futuros eleitores, fez uma apresentação dos orgãos de soberania do sistema político português e que procedimentos são exigidos para se exercer o voto em Portugal, Anexo U, e terminou apelando a um voto informado e consciente, segundo os ideais que cada um defende.

A Professora Estagiária restringiu-se a factos, não transparecendo nunca a sua posição política ao longo de toda a sessão, apresentação e debate.

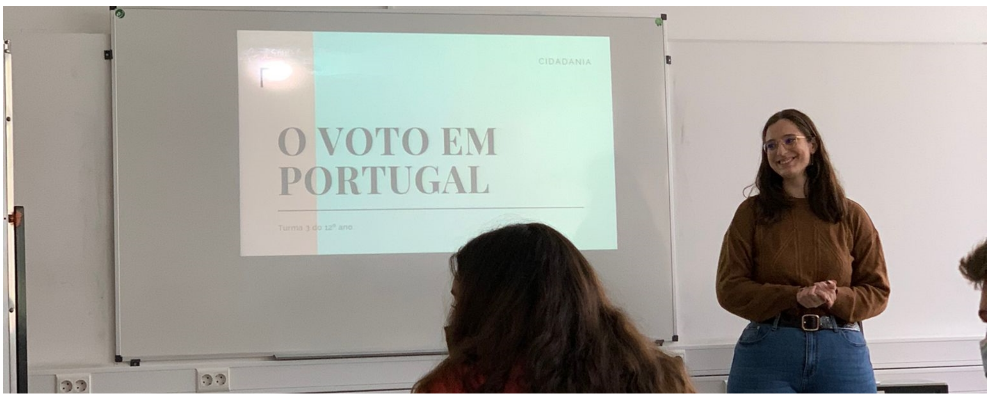


Figura 3.9 Sessão da Professora Estagiária sobre "O Voto em Portugal".

Capítulo 4

Atividades Desenvolvidas

4.1 Atividades Desenvolvidas pelo Núcleo de Estágio

4.1.1 Quem Quer Ser Matemático?

Figura 4.1 Símbolo elaborado para o Concurso.

No dia 21 de Janeiro de 2022 decorreu, no Anfiteatro da ESJF, o concurso "Quem Quer Ser Matemático?"organizado pelo Núcleo de Estágio e aberto a alunos, professores e funcionários.

Para a divulgação do concurso as Professoras Estagiárias elaboraram um cartaz que foi afixado em vários pontos do recinto escolar e publicado no site da ESJF. A atividade foi, também, divulgada via email.

O Núcleo de Estágio elaborou três Fichas de inscrição: uma para alunos, que foi distribuída pelos professores das turmas, a fim de recolherem as inscrições; uma para os professores, Anexo V, que foi afixada da na sala de professores da escola e uma para os funcionários, que foi entregue ao respetivo chefe para ele pudesse, então, recolher as inscrições dos funconários.

Os concorrentes responderam a 20 questões de escolha múltipla. Para cada pergunta foram disponibilizados 3 minutos para que os concorrentes registassem as suas respostas em folha própria. Cada pergunta consistiu num enigma que para serem resolvidos não eram necessários conhecimentos muito específicos de matemática.

No final, foram recolhidas as folhas de resposta e contados os pontos. A cada concorrente foi entregue um certificado de participação e os vencedores foram premiados com cubos mágicos.

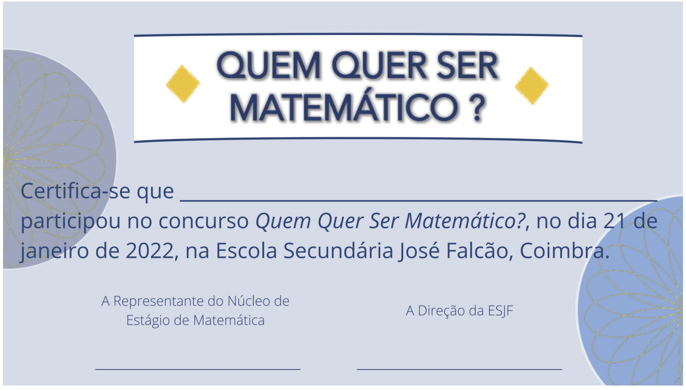


Figura 4.2 Certificado de Participação no Concurso.

Nesta tarde, foi possível juntar a Matemática com a boa disposição de todos os presentes que participaram de forma entusiasta e empenhada, tendo-se gerado um ambiente de agradável convívio e saudável competição.

Figura 4.3 Decorrer do concurso "Quem Quer Ser Matemático?".

Figura 4.4 Professoras Estagiárias com os vencedores do concurso "Quem Quer Ser Matemático?".

4.1.2 Matemática e os Afetos

A Matemática é uma ciência que está presente em tudo na nossa vida. Será que a conseguimos encontrar nos afetos?

No contexto do Dia de São Valentim, o Núcleo de Estágio lançou o concurso "A Matemática e os Afetos", que pretendeu mostrar o quão abrangente é a Matemática e de que forma pode ser utilizado o sentido estético para o fazer.

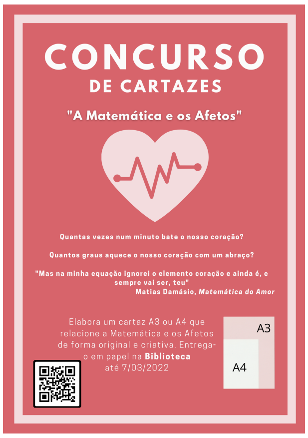


Figura 4.5 Cartaz de Divulgação do Concurso "A Matemática e os Afetos".

Para a divulgação deste concurso foi elaborado um cartaz que foi afixado no recinto escolar e enviado, via email, para os professores do grupo disciplinar de matemática.

O presente concurso visou despertar o interesse pela Matemática, dar visibilidade aos conhecimentos dos alunos, promover a competição entre pares, mostrar como a Matemática está presente em vários contextos, incentivar a melhoria dos resultados escolares, manter o bom clima e as boas relações interpesssoais na escola, envolvendo toda a comunidade educativa e mostrar que, na escola, podem, e devem, haver atividades para além daquelas que são desenvolvidas na sala de aula.

Tal como definido no regulamento do concurso, após a data limite da entrega de cartazes, juntou-se o júri constituído pelas professoras Ana Magalhães, do Departamento de Expressões, Lúcia Neves, do Departamento de Matemática e Ciências Experimentais e Sofia Cardoso, do Deparrtamento de Línguas, para se proceder à avaliação dos cartazes concorrentes.

Figura 4.6 Professoras Estagiárias e vencedoras do concurso "A Matemática e os Afetos".

A seguir, apresenta-se o artigo 7º do regulamento do recurso que corresponde aos critérios segundo os quais foram avaliados os cartazes. De entre todas as participações, foram selecionados os três cartazes com melhor pontuação.

Posteriormente, foram entregues os certificados de participação a todos os concorrentes e os prémios aos três vencedores.

Artigo 7º - Critérios de Seleção

Os cartazes serão avaliados por um(a) professor(a) de Matemática, um(a) professor(a) de Português e um(a) professor(a) de Educação Visual. Para tal, serão considerados os seguintes critérios:

- Presença de elementos referentes aos afetos e relativos à Matemática;
- Correção na escrita do texto incluído no cartaz;
- Originalidade e sentido estético.

A pontuação será atribuída a cada critério, segundo os seguintes parâmetros:

[0; 1] Pontos	]1; 2] Pontos	]2; 3] Pontos
Apresenta várias falhas.	Cumpre o requisito, mas tem algumas falhas.	Cumpre o requisito.

Figura 4.7 Artigo 7º - Critéros de Seleção - do regulamento do concurso "A Matemática e os Afetos".

4.1.3 Semana da Matemática

Foi no contexto do Dia Internacional da Matemática, celebrado a 14 de março, que as Professoras Estagiárias estruturaram um conjunto de atividades para diferentes níveis de ensino para a semana de 14 a 18 desse mês.

Como se pretendia que a sua realização se desse em horário letivo, tornou-se necessário calendarizar e precisar onde se cumpririam e a quem estas se destinariam. Para que todas as atividades planeadas fossem executadas, foi imprescindível solicitar a colaboração dos professores das turmas para que pudessem acompanhar e auxiliar os discentes no decorrer de todo o programa.

4.1.3.1 Exposição

Em colaboração com a biblioteca escolar da ESJF, o Núcleo de Estágio compôs a exposição de todos os cartazes concorrentes do concurso "A Matemática e os Afetos", dando o devido destaque aos vencedores.

Figura 4.8 Exposição dos cartazes concorrentes ao concurso "A Matemática e os Afetos".

4.1.3.2 MathCityMap

Dedicado aos alunos do 3º Ciclo do Ensino Básico, o Núcleo de Estágio organizou uma atividade inspirada na app *MathCityMap*.

Havendo uma lacuna no alcance de internet a todo o recinto escolar, não foi possível a utilização da referida app, mas, em substituição, o Núcleo de Estágio elaborou roteiros em papel que foram impressos e entregues aos alunos.

Os conhecimentos matemáticos e capacidade de raciocícionio de cada um dos anos do 3º Ciclo do Ensino Básico são bastante descoincidentes, por isso, foram elaborados três roteiros distintos, um para cada ano. Nos Anexos W, X e Y, encontram-se os roteiros para o 7º, 8º e 9º anos, respetivamente.

Figura 4.9 Grupo de alunos a fazer medições para responderem a uma tarefa proposta.

Como gratificação pela participação, as Professoras Estagiárias pensaram e elaboraram medalhas alusivas à Semana da Matemática, que foram oferecidas a todos os discentes participantes.

Figura 4.10 Medalhas alusivas à Semana da Matemática elaboradas pelas Professoras Estagiárias.

4.1.3.3 Palestras

Ainda no âmbito da Semana da Matemática, o Núcleo de Estágio organizou duas palestras destinadas a alunos do Ensino Secundário. Foram convidados dois Professores Doutores do Departamento de

Matemática da Universidade de Coimbra: o Professor Doutor Adérito Araújo, que fez uma exposição intitulada "Alice por detrás do Espelho"e a Professora Doutora Helena Albuquerque, que apresentou "De Pitágoras aos nossos dias: A Matemática e a Música".

Figura 4.11 Homenagem do Professor Doutor Adérito Araújo ao falecido presidente da Associação Académica de Coimbra, Cesário Silva.

A divulgação da presente atividade foi feita através de cartazes afixados na escola.

Figura 4.12 Cartaz de divulgação das palestras proferidas na Semana da Matemática.

Devido às restrições de lotação em virtude da pandemia de COVID-19 ainda em vigor aquando da realização da atividade, as Professoras Estagiárias sentiram a necessidade de definir as turmas a assistir às palestras. Assim sendo, os professores das turmas selecionadas foram contactados no sentido de acompanharem os alunos até ao auditório escolar.

Apesar de ter colaborado na organização destas conferências, não foi possível à Professora Estagiária assistir às mesmas devido ao isolamento em consequência à infeção pela COVID-19.

Figura 4.13 Decorrer da palestra proferida pela Professora Doutora Helena Albuquerque.

4.1.4 Participação e Colaboração noutras Atividades

Além das atividades já referidas, as Professoras Estagiárias colaboraram na organização de outras atividades presentes no Plano Anual de Atividades (PAA), nomeadamente nas Olimpíadas da Matemática e no Canguro Matemático.

4.2 Atividades Desenvolvidas pela Professora Estagiária

4.2.1 Concurso de Fotografias Impossíveis e Jogo da Memória

Utilizando técnicas de perspetiva, podemos criar ilusões em fotografias de modo a que estas transmitam a ideia da captação de uma situação impossível. No dia 2 de maio de 2022, a Professora Estagiária lançou, a nivel nacional, um Concurso de Fotografias Impossíveis cujo objetivo era a captação de uma fotografia nestas condições.

Figura 4.14 Cataz de divulgação do Concurso de Fotografias Impossíveis.

A divulgação do concurso passou pelo contacto via correio eletrónico com várias escolas, especialmente de Coimbra e da Região Autónoma do Açores, e pela divulgação do cartaz nas redes sociais, *Facebook* e *Instagram*, da Professora Estagiária. Foi, também, contactado o coordenador do MEM, Professor Doutor Jaime Carvalho e Silva, no sentido de divulgar a atividade entre os alunos deste.

Até à data-limite de participação estabelecida e presente no respetivo regulamento, foram registadas 17 participações, resultantes num total de 21 fotografias.

Figura 4.15 Fotografia Participante no Concurso.

A 13 de maio de 2022, reuniu-se o júri do concurso para avaliar as participações e a cada participante foi entregue, via email, o respetivo certificado de participação.

Devido ao carácter visual do conhecido Jogo da Memória, aplicaram-se as fotografias selecionadas pelo jurí na concretização de um jogo que foi posteriormente instalado na escola.

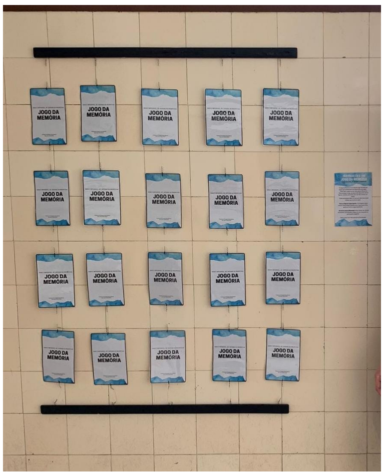


Figura 4.16 Jogo da Memória elaborado pela Professora Estagiária e instalado na ESJF.

4.2.2 Sessões de Construção de Câmaras Escuras

A única geometria presente no atual currículo é a Geometria Euclidiana, onde retas estritamente paralelas não se intersetam, mas esta não é a realidade que nos é comunicada pelo sentido da visão, através da projeção de imagens. O ramo da matemática que se dedica ao estudo das propriedades geométricas invariantes de uma projeção é a Geometria Projetiva, que anda de mão dada com o desenho artístico através das regras de perspetiva, pois relaciona um objeto real tridimensional e a sua representação no plano bidimensional.

Dada a relação entre a origem das Câmaras Escuras e a pintura, através da Perspetiva, a Professora Estagiária realizou uma atividade numa aula do 10º ano do curso de Artes Visuais da Escola Secundária José Falcão, em Coimbra.

Em duas aulas, por sistema de turnos, em regime de coadjuvância com a professora Alexandra Nogueira, nos dias 1 e 2 de junho de 2022, a Professora Estagiária fez uma breve apresentação teórica sobre a perspetiva e o surgimento da necessidade das câmaras escuras como auxílio à pintura na representação do real.

Figura 4.17 Observação de objeto através de Câmara Escura construída na sessão.

A professora da disciplina organizou os alunos por grupos para a realização da atividade e estes procederam à construção de câmaras escuras em caixas de cartão. Chegando a fase de as testar, cada grupo de discentes, à vez, cobriu-se com panos pretos, enquanto os colegas apontavam uma lanterna para um objeto de modo à luz refletida nesse objeto poder incidir na câmara escura do modo pretendido. Finalmente, mostrou-se aos alunos a câmara escura que a Professora Estagiária construíu em madeira, com um espelho integrado no seu interior.

Figura 4.18 Utilização da Câmara Escura em madeira, elaborada pela Professora Estagiária.

Capítulo 5

Estruturas de Orientação Pedagógica e Educativa

5.1 Orgãos da Escola

Cada professor da ESJF integra um Grupo Docente que, por sua vez, integra um Departamento Disciplinar. O Grupo Docente de Matemática integra o Departamento de Matemática e Ciências Experimentais. Para além dos grupos disciplinares são, também, essenciais ao bom funcionamento da escola outros recursos humanos: os assistentes operacionais, os serviços administrativos e os serviços especializados educativos; recursos físicos, para além das salas de aula, a biblioteca é um espaço educativo integrador de múltiplas literacias, decisiva para as aprendizagens e capacitação dos jovens que a ela recorrem.; a nível de qualidade o Quadro de Referência Europeu de Garantia da Qualidade para o Ensino e Formação Profissional (*European Quality Assurance Reference FRamework for Vocational Education and Training - EQAVET*) permite promover e monotorizar o aperfeiçoamento dos sistemas europeus de ensino e formação profissional.

Todos estes recursos precisam de ser orientados e, para isso, existe a Diretora, o Conselho Pedagógico e o Conselho Administrativo. Por último, o Conselho Geral integra todos os elementos já referidos, assegurando a representação da comunidade educativa, salvaguardando a participação de representantes do pessoal docente e não docente, dos pais e encarregados de educação, dos alunos, do município e da comunidade local.

5.2 Direção de Turma

O Diretor de Turma (DT) intervém nos processos de gestão escolar como professor, mediador, gestor e líder. É para combater o trabalho isolado, que exerce a mediação do processo educativo entre os professores, os alunos e os encarregados de educação. Como coordenador do Conselho de Turma, deve criar um sentido de trabalho de equipa biunívoco, no sentido de dar resposta aos problemas da turma e ser capaz de tomar decisões conscientes e coletivas.

Como não foi atribuída, pela ESJF, uma direção de turma à Orientadora Cooperante, a Professora Estagiária procurou estabelecer contacto com o DT do 12º3. Deste modo, a Professora Estagiária contactou o professor de Educação Física desta turma, Vitor Farinha, que, por julgar ser necessário, se mostrou, desde logo, reticente à disponibilização de tempo não constante no seu horário, mostrando o quão sobrecarregado se encontrava. Contudo, após esclarecimento por parte da Professora Estagiária, mostrou-se inteiramente disposto a colaborar em qualquer horário de Direção de Turma.

Posto isto, a Professora Estagiária passou a contribuir para os trabalhos específicos de direção de turma, exercendo algumas funções e efetivando certas tarefas de DT. Esta colaboração permitiu que a professora estagiária assistisse a uma reunião de Diretores de Turma, discutisse a construção do RTP do aluno com MSAI e trocasse emails com alguns encarregados de educação, sempre sob a supervisão do professor Vitor.

Esta colaboração foi, definitivamente, uma mais valia para a Professora Estagiária, permitindo-lhe realizar tarefas que anteriormente desconhecia. Contudo, não foi possível ficar com a ideia real do que é ser um DT porque não surgiram as oportunidades para tomar o papel de mediadora e líder.

5.3 Conselho de Turma

O Conselho de Turma (CT) deve, em colaboração, definir as competências para as quais todos os professores e disciplinas possam contribuir, promovendo-se o debate e a convergência de trabalho coletivo (Roldão, 1995).

O DT, enquanto presidente das reuniões de CT, é o gestor de relações que será tanto mais eficaz quanto melhor a sua estratégia de liderança, contribuindo para um bom funcionamento deste órgão. É de referir que nos Conselhos de Turma também participam os representantes dos encarregados de educação e dos alunos pelo que o DT tem, também aqui, um papel relevante no âmbito da gestão e liderança.

Foi em reuniões de Conselho de Turma que os docentes agendaram os momentos formais de avaliação e, na última, foram discutidas as classificações propostas por cada docente à sua disciplina e decorreram algumas votações para alteração de classificações. No caso do 12º3, todas as alterações de propostas de classificação foram, ou não, efetuadas por decisão unânime.

Para a última reunião do CT, a Professora Estagiária elaborou a síntese do desempenho dos discentes à disciplina de Matemática A que se encontra no Anexo Z, a constar em ata, e a grelha de avaliação final da turma, em *Microsoft Exel*.

5.4 Grupo Disciplinar

Compete ao Grupo Disciplinar de Matemática analisar, definir e aprovar planificações, assim como quais e quantos os momentos formais de avaliação a realizar. Deve, ainda, planificar e adequar os planos de estudo definidos a nível nacional, em coerência com o Projeto Educativo da ESJF e o PAA, planificar e gerir formas de diferenciação pedagógica no domínio da didática da Matemática, para melhorar as aprendizagens e, também, apresentar, aprovar e colaborar na execução do PAA.

5.5 Departamento de Matemática e Ciências Experimentais

Ao Departamento Curricular compete colaborar com o Conselho Pedagógico na construção do Projeto Educativo e na elaboração e execução do plano de formação docente, fomentar a interdisciplinaridade e, ainda, selecionar os manuais escolares tendo em conta os critérios científicos e pedagógicos.

Nas reuniões do Departamento de Matemática e Ciências Experimentais a que a Professora Estagiária assistiu, a coordenadora, Professora Céu Correia, transmitiu as informações provenientes do Conselho Pedagógico e solicitou, quando necessário e oportuno, o parecer dos diferentes Grupos Disciplinares.

5.6 Núcleo de Estágio

No horário atribuído à Orientadora Cooperante, no início do ano letivo, estavam destinados quatro tempos letivos semanais para as reuniões de Núcleo de Estágio. Sobre estas reuniões, foram lavradas atas semanais, cuja redação foi rotativa entre as três Professoras Estagiárias.

Nestes encontros, o Núcleo de Estágio planificou e refletiu sobre a prática letiva, organizou atividades a acrescentar ao PAA, planificou e calendarizou fichas trabalho, momentos formais de avaliação e critérios de correção e refletiu sobre a avaliação e desempenho dos alunos. Mais, a Orientadora Cooperante deu o seu parecer sobre as aulas lecionadas pelas Professoras Estagiárias e facultou sugestões para enriquecimento da prática letiva e conhecimento científico.

Estes momentos foram cruciais para o prosseguimento do estágio curricular e para o desenvolvimento das competências pedagógicas e científicas da Professora Estagiária.

Capítulo 6

Considerações Finais

O Estágio Curricular realizado, integrado no Mestrado em Ensino da Matemática no 3º ciclo do Ensino Básico e no Secundário, é fundamental para a iniciação à prática letiva pois permite a reintegração do futuro professor no ambiente escolar vendo todo o processo de (des)construir uma aula de uma nova perspetiva.

Apesar deste estágio ser integrado no referido Mestrado, não se verificou a oportunidade de acompanhar turmas do Ensino Básico, uma vez que as atribuídas, pela escola, à Orientadora Cooperante eram apenas do Ensino Secundário.

A Escola Secundária José Falcão (ESJF), na qual foi realizado o estágio curricular, pode ser considerada uma escola pública de "elite". Em consequência deste *status*, verificou-se um nível de exigência muito grande dos encarregados de educação para com os alunos e para com os próprios professores e dos alunos para consigo próprios, causando um ambiente de competição que nem sempre foi o mais saudável.

Os encarregados de educação devem fazer parte da vida escolar dos seus educandos de forma colaborativa com os docentes, com vista ao progresso e crescimento dos alunos. No entanto, há professores que se sentem desconfortáveis quando um encarregado de educação questiona os seus métodos ou as suas competências científico-pedagógicas. Nestes casos, a situação deverá ser revista e devidamente esclarecida através do diálogo fundamentado em evidências e colaboração entre as partes para que se conclua o melhor método para o desenvolvimento de competências do aluno. Para isto, ambas as partes precisam de estar abertas a críticas e dispostas à mudança.

É ainda de referir que, na sua grande parte, o poder económico das famílias é alto, por isso, o número de alunos a frequentar explicações é (exageradamente) elevado. Estes são inscritos ainda antes do ano letivo começar, ou seja, ainda antes de terem a noção das suas reais dificuldades, levando-os a que não se empenhem da mesma forma na sala de aula, por sentirem a segurança de um explicador nos bastidores. Embora a autora deste relatório reconheça a importância destes apoios, esta situação permite a demissão do Ensino Público, uma vez que os discentes pagam por explicações, que podem nem ser dadas por professores, e escolhem não frequentar os apoios disponibilizados gratuitamente pela escola.

Os alunos não compreendem o conceito da avaliação por domínios, apesar das várias explicações por parte dos docentes. A alta frequência de explicações dadas por pessoas sem formação educacional vem reforçar esta luta pela mecanização dos conteúdos e não pelas aprendizagens significativas. Este problema não está só nos alunos, está também nos encarregados de educação e até em alguns docentes, tornando-se um problema de toda a comunidade educativa: perceber que a escola valoriza não só o *saber*, mas também o *ser*.

Durante o ano de estágio, verificou-se que a Avaliação Formativa se torna parte integrante do ensino e apredizagem, pois fornece informações fulcrais sobre cada aluno e respetivas competências. A avaliação sistemática e contínua, acompanhada de dois momentos formais de avaliação formativa, permitiu concluir que os alunos da turma de iniciação à prática pedagógica não trabalham para adquirir aprendizagens significativas, limitando o seu estudo à preparação para os momentos formais de avaliação sumativa.

Em consequência do acima referido, alguns discentes apresentam alto grau de ansiedade e exercem pressão sobre eles próprios, devido à competição com os pares.

O projeto MAIA veio reforçar que os alunos não devem ser vistos como máquinas de aquisição de informação, mas antes como pessoas que têm diferentes personalidades, diferentes predisposições, diferentes objetivos e diferentes condições de saúde. Isto, sim, é ser professor!

Ensinar não é debitar conhecimento, ensinar é pegar num diamante em bruto, limá-lo e poli-lo de modo a que ele se veja a si próprio como alguém valioso e multifacetado.

Ao longo da sua vida escolar, um aluno desenvolve competências de acordo com o seu ritmo e sociedade onde está integrado, daí a importância de um ensino adequado e individualizado. Não podemos exigir dos nossos alunos mais do que eles conseguem dar, senão o principal sentimento, quer para professores, quer para alunos, será a frustração. Cabe ao professor perceber o potencial de cada aluno e incentivá-lo a lutar pelo seu máximo desenvolvimento.

Assim sendo, o professor não precisa só de saber ler documentos, livros e legislação; um professor deve saber ler os olhos de um estudante, fomentar a capacidade de superação e sonhar com o melhor para ele.

É este sonho que eu tenho. Quero ser melhor e quero fomentar nos elementos da sociedade que menos experiência de vida têm o sonho de, também eles, lutarem por serem melhores. Cada um, individualmente, saberá o que para ele significa ser melhor: para alguns pode significar dar mais aos outros, abdicando de egoísmos e egocentrismos; para outros pode significar fazer mais por si, privilegiando o seu autocuidado e bem-estar.

Já pensou o que seria se todos lutássemos por este sonho? O colega agradecia, o vizinho agradecia, a comunidade agradecia e o próprio planeta agradecia.

Mas não nos iludamos com utopias: o que para um é autocuidado, para outro pode ser visto como egoísmo, porque cada indivíduo vê o mundo à sua maneira e é nessa diversidade que está a sua beleza.

Enquanto professora, tenho consciência da existência dessa diversidade e dos desafios que me esperam. Mal posso esperar.

Bibliografia

[1] Diário da República (2018). *Decreto-Lei n.º55/2018*.

[2] Escola Secundária José Falcão (2020). História da ESJF. esjf.edu.pt/index.php/a-escola/historia-da-escola. [Online; Acesso em 1 de junho de 2022].

[3] Gomes, F., Viegas, C., and Martins, H. (2005). *XEQMAT - Matemática 12º ano - Volumes 2 e 3*. Texto Editores.

[4] Gonçalves, A. and Silva, C. (2020). *Preparar o Exame Nacional - Matemática A 12*. Areal Editores.

[5] Gonçalves, E. M. and Chueiri, A. M. M. (2008). *Trigonometria*. Cultura Académica Editora.

[6] IAVE (2013). *MATEMÁTICA A - Questões de Exames Nacionais e de Testes Intermédios do 12º ano, 1997-2013, Volume II - Funções*. Editorial do Ministério da Educação e Ciência.

[7] Lima, E. L. (1929). *Curso de Análise, Volume 1*. Instituto de Matemática Pura e Aplicada.

[8] Lopes, J. and Silva, H. (2020). *50 Técnicas de Avaliação Formativa*. Pactor Editora.

[9] Ministério da Educação/Direção-Geral da Educação (DGE) (2017). *Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória*.

[10] Negra, C., Martinho, E., and Martins, H. (2018). *Dimensões 12*. Santillana.

[11] Providência, N. B. (2009). *Análise Complexa*. Gradiva.

[12] Raposo, D. and Gomes, L. (2020). *EXAME Matemática A -12º ano*. Leya, SA.

[13] Reis, A., Seabra, C., Nunes, L., Carneiro, P., Freitas, P., and Ferreira, R. (2021). Estimativas para portugal. *O Impacto Do Professor Nas Aprendizagens Do Aluno*.

[14] República Portuguesa (2018). *Aprendizagens Essenciais - Matemática A - 12º ano*.

[15] Roldão, M. C. (1995). O diretor de turma e a gestão curricular.

Apêndice A

Planificação Anual para a disciplina de Matemática A para o 12º ano de escolaridade da Escola Secundária José Falcão

JOSÉ FALCÃO
ESCOLA SECUNDÁRIA

ANO LETIVO 2021-2022
PLANIFICAÇÃO DE MATEMÁTICA A
12º ANO

Anual

<table>
<tr><th rowspan="2">Período de Planificação
20 de setembro 2021 a 07 de junho de 2022</th><th rowspan="2">DOMÍNIOS</th><th colspan="2">N.º DE TEMPOS (50 MINUTOS)</th></tr>
<tr><th>POR TEMA</th><th>POR PERÍODO</th></tr>
<tr><td rowspan="12"></td><td>▪ DERIVADAS DE FUNÇÕES REAIS DE VARIÁVEL REAL E APLICAÇÕES – FRVR11 (CONCLUSÃO DO PROGRAMA DO 11º ANO)</td><td>18</td><td rowspan="4">1º Período
(18+17+18+4+16)
73</td></tr>
<tr><td>▪ CÁLCULO COMBINATÓRIO- CC12</td><td>17</td></tr>
<tr><td>▪ PROBABILIDADES- PRB12</td><td>18</td></tr>
<tr><td>▪ CIDADANIA E DESENVOLVIMENTO *</td><td>4</td></tr>
<tr><td>▪ FUNÇÕES REAIS DE VARIÁVEL REAL – FRVR12</td><td>20</td><td rowspan="4">2º Período
(20 +18 + 24 + 1+ 13)
76</td></tr>
<tr><td>▪ TRIGONOMETRIA E FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS – TRI12</td><td>18</td></tr>
<tr><td>▪ FUNÇÕES EXPONENCIAIS E FUNÇÕES LOGARÍTMICAS – FEL12</td><td>24</td></tr>
<tr><td>▪ CIDADANIA E DESENVOLVIMENTO*</td><td>1</td></tr>
<tr><td>▪ FUNÇÕES EXPONENCIAIS E FUNÇÕES LOGARÍTMICAS – FEL12</td><td>8</td><td rowspan="4">3º Período
(8 + 22 + 4+ 1 + 8)
43</td></tr>
<tr><td>▪ NÚMEROS COMPLEXOS- NC12</td><td>22</td></tr>
<tr><td>▪ REVISÕES, PREPARAÇÃO PARA EXAME</td><td>4</td></tr>
<tr><td>▪ CIDADANIA E DESENVOLVIMENTO*</td><td>1</td></tr>
<tr><td></td><td>TOTAL</td><td>155</td><td>192</td></tr>
</table>

* Esta distribuição poderá ser reajustada de acordo com o tema escolhido pelos alunos.

<table>
<tr><th rowspan="2">Outras Atividades</th><th colspan="3">N.º de tempos Letivos
(50 minutos)</th><th rowspan="2">TOTAL</th></tr>
<tr><th>1.ºP</th><th>2.ºP</th><th>3.ºP</th></tr>
<tr><td>Apresentação. Avaliação diagnóstica.</td><td>3</td><td>-</td><td>-</td><td>3</td></tr>
<tr><td>Provas de avaliação, questões aula, revisões e correção.</td><td>12</td><td>12</td><td>7</td><td>31</td></tr>
<tr><td>Auto e heteroavaliação</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>3</td></tr>
<tr><td>Total</td><td>16</td><td>13</td><td>8</td><td>37</td></tr>
</table>

Apêndice B

Planificação para o 1º Período para a disciplina de Matemática A para o 12º ano de escolaridade da Escola Secundária José Falcão

ANO LETIVO 2021-2022

PLANIFICAÇÃO DE MATEMÁTICA A

12º ANO

1º Período

TEMA	Aprendizagens Essenciais: conhecimentos, capacidades e atitudes	N.º aulas (× 50 min)	Estratégias de ensino orientadas para o perfil dos alunos	Descritores do Perfil dos Alunos
FRVR11	**Apresentação. Recolha de informações sobre os alunos da turma.** **Resolução de Problemas** • Resolução de problemas variados, ligados a situações concretas que permitam recordar as operações com limites de funções e os casos de indeterminação. • **Avaliação Diagnóstica.**	3	Estabelecer conexões entre diversos temas matemáticos e de outras disciplinas. Utilizar a tecnologia para fazer verificações e resolver problemas numericamente, mas também para fazer investigações, descobertas, sustentar ou refutar conjeturas.	Conhecedor/ sabedor/ culto/ informado (A, B, G, I, J) Criativo (A, C, D, J)
	D**erivadas de funções reais de variável real e aplicações** - Calcular e interpretar geometricamente a taxa média de variação de uma função e a derivada de uma função num ponto; - Determinar Equações de retas tangentes ao gráfico de uma dada função; - Resolver problemas envolvendo a derivada e a taxa média de variação de função, nomeadamente sobre velocidades média e instantânea.	18	Utilizar a tecnologia gráfica e folhas de cálculo, no estudo de funções. Resolver problemas, atividades de modelação ou desenvolver projetos que mobilizem os conhecimentos adquiridos ou fomentem novas aprendizagens.	Crítico/Analítico (A, B, C, D, G) Indagador/ Investigador (C, D, F, H, I)
CC12 e PRB12	- Conhecer a probabilidade no conjunto das partes de um espaço amostral finito; - Identificar acontecimentos impossível, certo, elementar, composto, incompatíveis, contrários e equiprováveis; - Calcular probabilidades utilizando a regra de Laplace; - Conhecer e usar propriedades das probabilidades: - probabilidade de acontecimento contrário; - probabilidade da diferença de acontecimentos; - probabilidade da união de acontecimentos. - Conhecer a probabilidade condicionada e identificar acontecimentos independentes; - Conhecer e aplicar na resolução de problemas: - arranjos com e sem repetição; - permutações e fatorial de um número inteiro não negativo	17 18	Comunicar, utilizando linguagem matemática, oralmente e por escrito, para descrever, explicar e justificar procedimentos, raciocínios e conclusões. Avaliar o próprio trabalho para identificar progressos, lacunas e dificuldades na sua aprendizagem. Enquadrar, do ponto de vista da História da Matemática, os conteúdos abordados que para o efeito se revelem particularmente adequados. .	Respeitador da diferença/do outro (A, B, E, F, H) Sistematizador/ organizador (A, B, C, I)

			.	
Domínio	**Conteúdos**	**N.º aulas (× 50 min)**	**Estratégias de ensino orientadas para o perfil dos alunos**	**Descritores do Perfil dos Alunos**
	- combinações. - Resolver problemas envolvendo o triângulo de Pascal e as suas propriedades e o desenvolvimento do Binómio de Newton.			Questionador (A, F, G, I) Comunicador (A, B, D, E, H) Autoavaliador (transversal às áreas) Participativo/ colaborador (B, C, D, E, F) Responsável/ autónomo (C, D, E, F, G, I, J) Cuidador de si e do outro (B, E, F, G)
	Projeto de Cidadania e Desenvolvimento. **Revisões, provas de avaliação, questões aula e respetiva correção. Auto e heteroavaliação.**	**4** **12+1**		

TOTAL = 73 aulas

Esta planificação teve como referencial de base as *Aprendizagens Essenciais* (homologadas a 31 agosto de 2018) em conjunto com o *Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória*.

Apêndice C

Exemplo de Planificação de Unidade Temática - Trigonometria e Funções Trigonométricas

JOSÉ FALCÃO
ESCOLA SECUNDÁRIA

Planificação de Unidade Temática – Trigonometria e Funções Trigonométricas

12º ano 2021/2022

<table>
<tr><th>Subtópicos</th><th>Objetivos</th><th>Sugestões Metodológicas</th><th>Nº de Aulas</th><th>Datas</th></tr>
<tr><td>Revisões do capítulo “Trigonometria e Funções Trigonométricas” do 11º ano.</td><td rowspan="5">* Conhecer as fórmulas trigonométricas da soma, da diferença e da duplicação;
* Conhecer e aplicar o limite notável $\lim_{x\to 0}\frac{\sin}{x}$;
* Conhecer e aplicar as derivadas das funções seno, cosseno e tangente;
* Resolver problemas de otimização envolvendo funções trigonométricas;
* Resolver problemas envolvendo funções trigonométricas num contexto de modelação;
* Fazer o estudo completo de uma função trigonométrica e esboçar os gráficos das mesmas.</td><td rowspan="5">Sempre que possível utilizar/sugerir a utilização de:
* Calculadora Gráfica;
* Meios tecnológicos;
* Vídeos;
* Dar exemplos reais e/ou realistas;
* Animações;
* Jogos;</td><td>3</td><td>28 e 31 de janeiro de 2022</td></tr>
<tr><td>Fórmulas trigonométricas: seno, cosseno e tangente da diferença e da soma de dois ângulos.</td><td>6</td><td>2 a 9 de fevereiro de 2022</td></tr>
<tr><td>Limite notável: $\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}=1$</td><td>3</td><td>9 a 11 de fevereiro</td></tr>
<tr><td>Derivadas de funções trigonométricas.</td><td>4</td><td>14 a 17 de fevereiro</td></tr>
<tr><td>Esboço de gráficos de funções trigonométricas.</td><td>2</td><td>18 e 21 de fevereiro</td></tr>
<tr><td colspan="5">Observação: No dia 3 de fevereiro de 2022 realizar-se-á uma Prova Parcelar de Avaliação sobre o capítulo anterior, não sendo esta aula contabilizada na presente planificação. Em cada uma das aulas, o grau de dificuldade deverá, em regra, corresponder ao previsto nas Aprendizagens Essenciais (grau de dificuldade igual ao do exame nacional). Contudo, e dado que há alunos que querem e podem ir mais além, fazer, de quando em vez, alguns exercícios vocacionados para o perfil desses alunos. Assim, dever-se-á abordar a derivada da função composta, fórmulas da tangente da soma de dois ângulos e sua aplicação, bem como limites que envolvam o máximo de conhecimentos sobre trigonometria.</td></tr>
<tr><td colspan="5">Avaliação: A avaliação desta Unidade Temática consistirá numa Prova Global de Avaliação, que os alunos realizarão individualmente em sala de aula; uma avaliação formativa utilizando o método da Troca de Questões; realização de trabalho autónomo e todo o desempenho e esforço dos alunos ao longo das aulas.</td></tr>
</table>

Bibliografia: Aprendizagens Essenciais; Manual Adotado (Negra, C., Freitas, P., Tavares, H. Dimensões 11 (volume 2). SANTILLANA); Raposo, D., Gomes, L. EXAME 12 Matemática A. LEYA; Gonçalves, A., Silva, C. Preparar para o Exame Nacional, Matemática A, 12º. AREAL EDITORES; Gomes, L., Raposo, D. Matemática 12 (volume 2). ASA;

Professora Estagiária Diana Batista

Apêndice D

Exemplo de Planificação de Aula para o 12º ano de escolaridade

<table>
<tr><td colspan="3" align="center">Plano de Aula</td></tr>
<tr><td align="center">Disciplina:
Matemática A</td><td align="center">Ano: 12º ano</td><td align="center">Turma: 3</td></tr>
<tr><td colspan="3">Estagiária: Diana Sofia Dias Batista
Orientadora Cooperante: Natividade Correia
Orientadora Científica: Helena Albuquerque</td></tr>
<tr><td align="center">11/05/2022</td><td align="center">10h25-12h15</td><td align="center">S34</td></tr>
<tr><td colspan="3">Tema(s): Números Complexos.
Subtema(s): Forma Algébrica de um número complexo; Operações entre números complexos; Forma Trigonométrica de um número complexo; Forma Exponencial de um número complexo;</td></tr>
<tr><td align="center">Aulas: 167 e 168</td><td colspan="2">Sumário: Revisão dos conteúdos já lecionados do tema “Números Complexos”. Forma Trigonométrica e Forma exponencial de um número complexo.</td></tr>
<tr><td align="center">Conteúdos</td><td colspan="2">Números Complexos: forma algébrica de um número complexo, operações entre números complexos, afixo de um número complexo, forma trigonométrica de um número complexo, argumento de um número complexo e forma exponencial de um número complexo.</td></tr>
<tr><td align="center">Objetivos Específicos</td><td colspan="2">Esta aula tem como objetivos principais rever conteúdos já lecionados e introduzir duas novas formas de escrever um número complexo, a forma trigonométrica e a forma exponencial, ancorando estes conceitos nas aprendizagens já adquiridas pelos discentes quer no tema “Números Complexos”, quer no tema “Trigonometria”. Além disso, acrescenta-se a introdução de todos os conceitos necessários para realizar o objetivo mencionado anteriormente, nomeadamente, o conceito de argumento de um número complexo.</td></tr>
<tr><td align="center">Metodologia</td><td colspan="2">Após revisão oral de conteúdos já lecionados, decorre a montagem de um puzzle, “Forma Algébrica e Operações entre Números Complexos”, que trabalha várias operações entre complexos e as faz corresponder à forma algébrica do número</td></tr>
</table>

	complexo resultante dessas operações. De seguida, através de uma Sala de Aula do *Geogebra*, os discentes são capazes de manipular uma construção nos seus telemóveis. Nessa construção, primeiro, observam-se as partes real e imaginária de um número complexo na sua forma algébrica e, logo após, analisam-se essas mesmas partes, mas de números complexos cujos afixos, no plano complexo, estão contidos na circunferência centrada na origem e cujo raio é de uma unidade, ou seja, o foco dos discentes é centrado nos números complexos unitários e nos respetivos afixos. Ainda, é de notar que, ao longo do movimento do afixo de w, número complexo unitário pertencente à circunferência mencionada, se observa a alteração da medida de amplitude do ângulo de lado origem no semieixo real positivo e lado extremidade na semirreta com origem em O (origem do referencial) e à qual pertence o afixo do complexo a analisar. É introduzido o conceito de argumento de um número complexo e pretende-se que, com os conhecimentos adquiridos sobre trigonometria e, aquando questionados sobre tal, os discentes concluam que cada número complexo tem uma infinidade de argumentos. Ainda, é através da construção em *Geogebra* e com o conceito de argumento que os discentes serão induzidos, através de questões feitas pela docente, à forma trigonométrica de um número complexo. Após a exposição oral dos discentes, a docente volta a explicar o processo através do qual, tendo um número complexo escrito na forma algébrica, se reescreve esse mesmo número complexo na forma trigonométrica, através da projeção de uma apresentação. É nessa apresentação, que, também, é demonstrado todo o processo que nos leva à forma exponencial de um número complexo. Com todos estes conhecimentos os discentes passam a fazer corresponder três cartões entre si que representam o mesmo número complexo. Num primeiro cartão é apresentado sob a forma algébrica, num segundo cartão sob a forma trigonométrica e num terceiro cartão sob a forma exponencial. Repetem para três números complexos diferentes. No final da aula, é feito um resumo dos conceitos mais relevantes, lecionados anteriormente e na aula correspondente à

	presente planificação, através da apresentação de um placar de tamanho A3, que se destina a ficar afixado na sala da turma.
Materiais	**Para a preparação da aula:** ∗ Folhas brancas e coloridas de tamanho A4; ∗ Impressora; ∗ Computador; ∗ Acesso à internet, plataforma *Geogebra* e *Microsoft Power Point;* ∗ Plastificadora; ∗ Folhas de plastificação; ∗ Placard de tamanho A3; ∗ Caneta permanente de bico grosso; **Para a realização da aula:** ∗ Computador (para a professora); ∗ Tesoura; ∗ Cola batom; ∗ Telemóvel (para os alunos); ∗ Projetor; ∗ Puzzle "*Forma Algébrica e Operações entre números complexos*"; ∗ Acesso à internet, plataforma *Geogebra;* ∗ Apresentação em *Microsoft Power Point* "*Forma Trigonométrica e Exponencial de um Número Complexo*"; ∗ Cartões coloridos para atividade de "*Correspondência de Números Complexos*"; ∗ Placard A3 com resumo; ∗ Fita cola; Em caso específico a mencionar mais à frente: acesso à plataforma *Youtube*.
	Anexo(s): Puzzle "*Forma Algébrica e Operações entre números complexos*"; Apresentação em *Microsoft Power Point* "*Forma Trigonométrica e Exponencial de um Número Complexo*"; Documento base para a "*Correspondência de Números Complexos*";

Avaliação	Nesta aula, a avaliação passa pela observação direta da dedicação e interação dos discentes, pela correção da sua linguagem matemática, pela aplicação pertinente dos conteúdos já lecionados e pela atenção e esforço para adquirir os novos conteúdos de forma significativa. Registo das observações em grelha própria.
Bibliografia	**Livros consultados:** Negra, C., Martinho, E., Martins, H. Dimensões 12. SANTILLANA; Gomes, L., Raposo, D. Matemática 12. ASA; Raposo, D., Gomes, L. EXAME 12 Matemática A. LEYA; Gonçalves, A., Silva, C. Preparar para o Exame Nacional, Matemática A, 12º. AREAL EDITORES; **Sites consultados:** **Geogebra:** geogebra.org https://www.varsitytutors.com/hotmath/hotmath_help/topics/polar-form-of-a-complex-number https://www.ufrgs.br/reamat/TransformadasIntegrais/livro-af/rdnceft-nx00fameros_complexos_e_fx00f3rmula_de_euler.html https://www.nagwa.com/pt/lessons/734129302813/ https://nrich.maths.org/complexadventure https://study.com/academy/lesson/complex-number-activities-games.html https://www.teacherspayteachers.com/
Estratégia e Desenvolvimento da Aula	3 min Acomodação dos alunos e da professora na sala de aula. 5 min Revisão oral dos conteúdos já lecionados sobre o tema "Números Complexos", nomeadamente: **1.** (a, b) como elemento de $\mathbb{C}$; **2.** Forma Trigonométrica de um Número Complexo: $a + bi, a, b \in \mathbb{R}$; **3.** Afixo de um número complexo: ponto de coordenadas (a, b); **4.** Plano Complexo: eixos real e imaginário.

	2 min Distribuição e explicação do puzzle "*Forma Algébrica e Operações entre números complexos*": os discentes devem utilizar os conhecimentos adquiridos em aulas anteriores para efetuarem as operações entre números complexos de modo a apresentarem o resultado na forma algébrica. Esse resultado está presente noutra peça do puzzle e estas devem ser unidas pelos lados correspondentes, após recortadas. Assim se procede até que seja formado um novo quadrado 4×4. Esse novo quadrado deve ser colado no caderno do aluno. É possível recortar, também, o enunciado pelo tracejado, de forma a dar sentido ao exercício no caderno diário. 30 min Montagem do puzzle: realização da atividade. Neste momento, a docente circula pela sala, avaliando os alunos e esclarecendo dúvidas, caso existam. 5 min Entrada dos alunos que assim o entendam e queiram na Sala de Aula virtual do *Geogebra*, através de código específico a ser projetado. 5 min Explicação dos elementos da construção apresentada após a entrada na sala virtual e do funcionamento da plataforma, para que os discentes possam manipular a construção com confiança, permitindo a aquisição de aprendizagens significativas. **Intervalo** 10 min Análise, em turma, através da condução da docente, da construção em *Geogebra*. A docente deve permitir que sejam os alunos a mencionar e/ou relembrar a circunferência trigonométrica como uma circunferência centrada na origem de um referencial cartesiano e de raio de uma unidade. Além disso, deve dirigir o pensamento e raciocínio dos alunos ao caminho que permite concluir que: $Seja\ z \in \mathbb{C}, unitário, z = a + bi,$ $M(a, b)\ afixo\ de\ z\ e\ \theta\ o\ ângulo\ formado\ entre\ o\ semieixo$ $real\ positivo\ e\ a\ semirreta\ com\ origem\ em\ O, origem$

	$$do\ referencial, e\ que\ contém\ M\ , então$$ $$\begin{cases} a = \cos\theta \\ b = \sin\theta \end{cases}$$ 10 min A docente volta a explicar a toda a turma o raciocínio que foi conduzido através da apresentação "*Forma Trigonométrica e Exponencial de um Número Complexo*", introduzindo a definição de Argumento de um Número Complexo ($Arg(z) = \theta$), concluindo, em primeiro lugar que: $$z = \cos\theta + i\sin\theta$$ E que a esta forma de escrever um número complexo chamamos de **Forma Trigonométrica de um Número Complexo Unitário**. 5 min Questionar a turma acerca do "número de argumentos" de um número complexo e concluir que existe uma infinidade pois: $$Sejam\ \theta_1\ e\ \theta_2\ argumentos\ de\ um\ número\ complexo\ z,$$ $$\theta_2 - \theta_1 = 2n\pi, n \in \mathbb{Z}$$ 5 min A docente volta a projetar a apresentação "*Forma Trigonométrica e Exponencial de um Número Complexo*" e direciona a atenção dos alunos para a mesma. Mostra, na apresentação, a demonstração da igualdade $$e^{i\theta} = \cos\theta + i\sin\theta$$ E conclui: $$z = e^{i\theta}$$ E que a esta forma de escrever um número complexo chamamos de **Forma Exponencial de um Número Complexo Unitário**. De seguida, generaliza-se para qualquer complexo: $$z = \|z\|e^{i\theta}$$ 10 min Distribuição dos cartões onde estão escritas as diferentes formas de representar um complexo que os discentes terão de fazer corresponder os cartões três a três de modo a obterem três números complexos distintos escritos nas formas algébrica, trigonométrica e exponencial. A circulação da docente pela sala,

	nesta parte da aula, torna-se essencial para esclarecer e orientar os discentes no desafio. 10 min Resumo dos conteúdos lecionados mais relevantes através da apresentação do placard de tamanho A3 que se destina a ficar afixado na sala da turma. Caso a aula decorra de modo mais célere que o esperado, é possível apresentar um vídeo da plataforma Youtube, onde se calculam as raízes de índice 4 de -16 apenas com o intuito de mostrar a utilidade da forma trigonométrica de representar um complexo.
Anotações	

Apêndice E

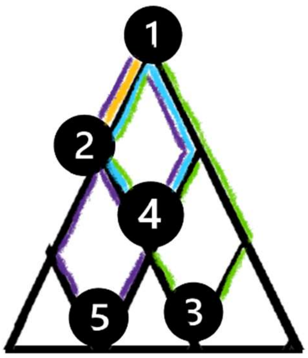
Atividade Guiada sobre o Triângulo de Pascal

Triângulo de Pascal

Data: novembro 2021

Objetivo: Construir o Triângulo de Pascal, reconhecer propriedades das combinações e resolver problemas com recurso às mesmas.

Observe atentamente a figura. À(s) sequência(s) mais curta(s) de movimentos, usando Esquerda (E) e Direita (D), que permite chegar do vértice superior do triângulo a qualquer um dos outros vértices chamamos de **Caminho**(s).



Para ir de 1 para 2, temos o caminho amarelo.
É apenas **um caminho** de um movimento.

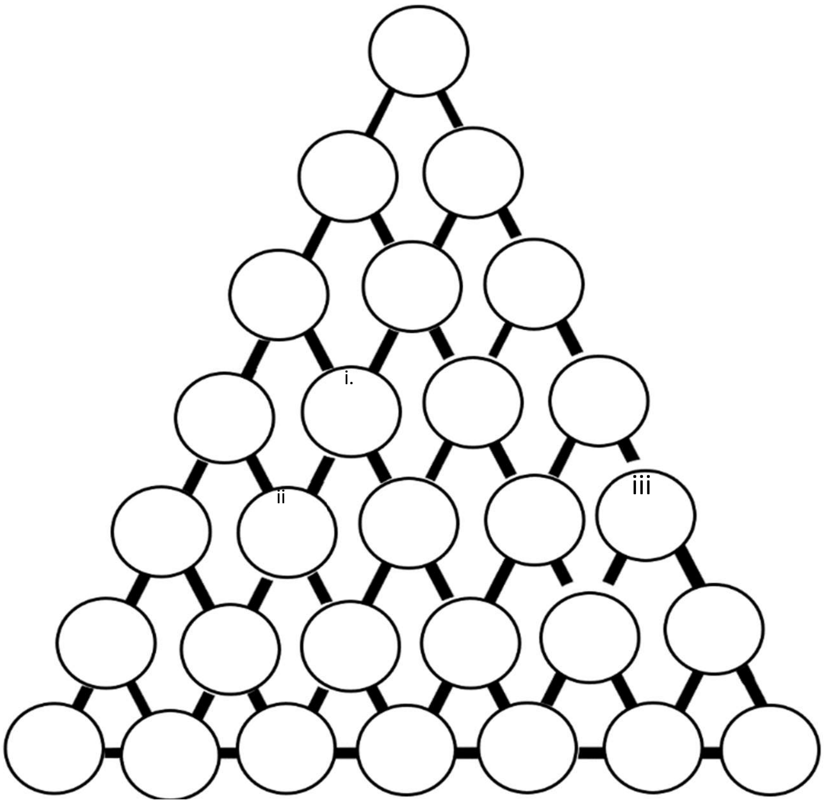
Para ir de 1 para 3, temos os caminhos verdes.
São **três caminhos** de três movimentos.

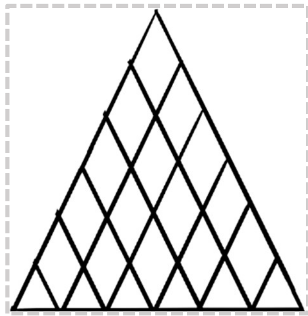
Para ir de 1 para 4, temos os caminhos azuis.
São **dois caminhos** de dois movimentos.

Para ir de 1 para 5, temos os caminhos roxos.
São **três caminhos** de três movimentos.

Cuidado!
Observe e escreva as sequências de **E** e **D** correspondentes a cada cor que serão escritas no quadro.

Conte os caminhos até chegar a cada vértice do seguinte triângulo:





Sugestão: utilize este triângulo para auxílio à contagem dos caminhos.

Repare que, para chegar ao vértice i, temos três caminhos:

___ ___ ___ ___ ___ ___ ___ ___ ___

É necessário efetuar três movimentos em que apenas um deles é para a direita, ou seja, o número de caminhos é igual a __________.

Repare que, para chegar ao vértice ii, temos _________ caminhos:

___ ___ ___ ___ ___ ___ ___ ___

___ ___ ___ ___ ___ ___ ___ ___

É necessário efetuar quatro movimentos em que apenas um deles é para a direita, ou seja, o número de caminhos é igual a __________.

Repare que, para chegar ao vértice iii, temos um único caminho:

___ ___ ___ ___

É necessário efetuar quatro movimentos, todos eles para a direita, ou seja, o número de caminhos é igual a __________.

Podemos, então, reescrever o triângulo da seguinte forma:

	Linha
$_{\_}C_{\_}$	_
$_{\_}C_{\_}$ $_{\_}C_{\_}$	_
$_{\_}C_{\_}$ $_{\_}C_{\_}$ $_{\_}C_{\_}$	_
$_{\_}C_{\_}$ $_{\_}C_{\_}$ $_{\_}C_{\_}$ $_{\_}C_{\_}$	_
$_{\_}C_{\_}$ $_{\_}C_{\_}$ $_{\_}C_{\_}$ $_{\_}C_{\_}$ $_{\_}C_{\_}$	_
$_{\_}C_{\_}$ $_{\_}C_{\_}$ $_{\_}C_{\_}$ $_{\_}C_{\_}$ $_{\_}C_{\_}$ $_{\_}C_{\_}$	_

Qual é o 3º elemento da linha 7? ______________________________________.

E o 10º elemento da linha 13?____.

Se escolhermos a linha n do triângulo, $n \in \mathbb{N}_0$, quantos elementos tem essa linha? ____.

Propriedades das Combinações:

(Análise do Triângulo de Pascal)

1) Qual o primeiro elemento de cada linha? E o último?

$${}^{n}C_{\_}=\_\_\_\_\_={}^{n}C_{\_}$$

2) Simetria: elementos equidistantes dos extremos de uma linha são iguais.

$${}^{n}C_{p} = {}^{n}C_{\_\_\_}$$

Exemplos: ${}^{4}C_{1} = {}^{4}C_{3} \rightarrow 1+3=4$

${}^{6}C_{2} = {}^{6}C_{4} \rightarrow 4+2=6$

3) Cada elemento de uma linha é formado pela adição dos dois números mais próximos da linha anterior.

$${}^{n}C_{p-1} + {}^{n}C_{p} = {}^{\_\_}C_{\_\_\_}$$

Exercício: Demonstrar a propriedade 3).

4) Observe o segundo e o penúltimo elementos de cada linha. O que pode concluir?

$${}^{n}C_{1}=\_\_\_\_\_={}^{n}C_{n-1}$$

5) A soma dos elementos da linha n do Triângulo de Pascal é ______.

Preencha o seguinte quadro com as primeiras quatro linhas do Triângulo de Pascal e calcule a soma dos elementos de cada linha. Observe atentamente e preencha a última coluna. O que pode concluir?

Triângulo de Pascal		Soma dos elementos da linha		Relação entre a soma dos elementos e n
	→		→	
	→		→	
	→		→	
	→		→	

FIM

A professora,

Diana Batista

Apêndice F

Ficha Formativa sobre Trigonometria e Funções Trigonométricas

Funções Trigonométricas **Data:** fevereiro de 2022

1. Calcule, caso existam, os limites seguintes.

1.1. $\lim_{x\to 0}\left(\frac{\sin(5x)}{x}\right)$

1.2. $\lim_{x\to 0}\left(\frac{\sin(\pi-x)}{3x}\right)$

1.3. $\lim_{x\to\left(\frac{\pi}{2}\right)^+}\left(\frac{\tan(x)}{1-\sin x}\right)$

1.4. $\lim_{x\to 0}\left(\frac{\cos\left(-\frac{\pi}{2}-x\right)}{\sin(3x)}\right)$

1.5. $\lim_{x\to 0}\left(\frac{\tan x\cdot\sin\left(\frac{\pi}{2}+x\right)}{5x}\right)$

1.6. $\lim_{x\to\frac{\pi}{2}}\left(\frac{\cos(x)}{-\frac{\pi}{2}+x}\right)$

1.7. $\lim_{x\to 0}\left(\frac{\sin(-x)}{x^2}\right)$

1.8. $\lim_{x\to 0}\left(\frac{\tan(3x)}{x}\right)$

1.9. $\lim_{x\to 0}\left(\frac{x\sin x}{1-\cos x}\right)$

1.10. $\lim_{x\to 0}\left(\frac{\sin x}{2x}\right)$

1.11. $\lim_{x\to 0}\left(\frac{3\,\mathrm{si}\ \ (-\pi+x)}{x}\right)$

1.12. $\lim_{x\to\pi^-}\left(\frac{x+3\cos(x)}{x-\pi}\right)$

1.13. $\lim_{x\to 0}\left(\frac{\sin(3\pi+x)}{\cos\left(\frac{\pi}{2}+2x\right)}\right)$

1.14. $\lim_{x\to 0}\left(\frac{\sin(2x)}{\sin(3x)}-\frac{\tan^2 x}{x}\right)$

1.15. $\lim_{x\to\frac{\pi}{2}}\left(\frac{\pi-2x}{\cos x}\right)$

1.16. $\lim_{x\to 0}\left(\frac{\sin x}{x^3}\right)$

1.17. $\lim_{x\to 0}\left(\frac{1-\tan x}{\cos(2x)}\right)$

1.18. $\lim_{x\to\frac{\pi}{2}}\left(\frac{\sin(x)-1}{\cos x}\right)$

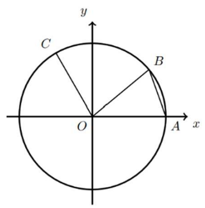
2. Sejam h a função, de domínio $[0,\frac{\pi}{2}[$, definida por $h(x)=\sin x+\cos^2 x$. Estude, sem recorrer à calculadora, a função h quanto à monotonia e quanto à existência de extremos relativos, e determine, caso existam, esses extremos.

3. A equação $\tan^2\theta=1$, no intervalo $\left[0,\frac{3\pi}{2}\right]$, tem:

(A) quatro soluções;
(B) três soluções;
(C) duas soluções;
(D) uma solução;

4. Na figura ao lado, está representada a circunferência trigonométrica. Sabe-se que:

- os pontos A, B e C pertencem à circunferência;
- o ponto A pertence ao semieixo positivo Ox e o ponto B pertence ao primeiro quadrante;
- a amplitude do ângulo BOC é igual ao dobro da amplitude do ângulo AOB;
- a área do triângulo $[AOB]$ é igual a k $\left(0<k<\frac{1}{2}\right)$;



Mostra que a ordenada do ponto C é dada, em função de k, por $6k-32k^3$.

5. Seja f a função, de domínio $\mathbb{R}$, definida por $f(x)=3\sin^2(x)$. Qual das expressões seguintes define a função f'', segunda derivada de f?

(A) $6\sin(2x)\cos(x)$ **(B)** $\sin(x)\cos(2x)$ **(C)** $6\cos(2x)$ **(D)** $6\sin(2x)$

6. Seja g a função, de domínio $\left[\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{2}\right]$, definida por $g(x)=x\cos x+\sin x$. Mostre, sem recorrer à calculadora, que existe pelo menos um ponto pertencente ao gráfico da função g tal que a reta tangente ao gráfico da função nesse ponto tem declive $-\frac{1}{2}$.

7. Resolve as equações seguintes:

a) $2\sqrt{3}\cos x+3=0$, em $[0,\pi]$

b) $\sin x+\sin\left(\frac{\pi}{3}+x\right)=0$, em $[-\frac{\pi}{2},\pi[$.

8. Considere, para um certo número real positivo k, as funções f e g, de domínio $\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$, definidas por $f(x)=k\sin(2x)$ e $g(x)=k\cos x$. Sejam, num referencial ortonormado do plano, A, B e C os potos de interseção dos gráficos de f e g, sendo A o ponto de menor abcissa e C o ponto de maior abcissa. Sabe-se que o triângulo $[ABC]$ é retângulo em B. Determine, sem recorrer à calculadora, o valor de k.

9. Da amplitude α de um certo ângulo orientado sabe-se que $\tan(\pi-\alpha)\times\cos(-\frac{\pi}{2}+\alpha)>0$.
Qual das afirmações seguintes é verdadeira?

(A) $\alpha\in]-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}[$ **(B)** $\cos\alpha<0$

(C) $\sin\alpha=-\sqrt{\frac{1}{1+\tan^2\alpha}}$ **(D)** α pertence ao quarto quadrante

10. Considere a função h, de domínio $\mathbb{R}$, definida por $h(x)=\frac{5}{4+3\,\mathrm{co}\ \ (2x)}$.

10.1. Qual é a taxa média de variação da função h entre $\frac{\pi}{6}$ e $\frac{7\pi}{6}$?

(A) 1 (B) $\frac{1}{2}$ (C) 0 (D) $-\frac{1}{2}$

10.2. Determine, sem recorrer à calculadora, as abcissas dos pontos do gráfico da função h, pertencentes ao intervalo $]-\pi,\pi[$, cuja ordenada é 2.

11. Considere, para um certo número real k, a função f, contínua em $]\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{2}[$, definida por

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{\cos x}{x-\frac{\pi}{2}}, & \dfrac{\pi}{4}\leq x<\dfrac{\pi}{2}\\ k-3, & x=\dfrac{\pi}{2}\end{cases}$$

Qual é o valor de k?

(A) 0 **(B)** 1 **(C)** 2 **(D)** 4

12. Sejam f e g as funções, de domínio $\mathbb{R}$, definidas, respetivamente, por $f(x)=x^2$ e $g(x)=\cos x$.

12.1. Qual é o declive da reta tangente ao gráfico da função $f\circ g$ no ponto de abcissa $\frac{\pi}{4}$?

(A) -2 (B) -1 (C) 1 (D) 2

12.2. Mostre, recorrendo ao Teorema de Bolzano-Cauchy, que a equação $f(x)=g(x)$ tem, pelo menos, uma solução no intervalo $]0,\frac{\pi}{3}[$.

13. Os valores de k para os quais $\sin\alpha=2k+0{,}5$ e $\alpha\in]0,\frac{\pi}{6}[$ são:

(A) $\left[-\frac{1}{4},0\right]$ **(B)** $\left[0,\frac{1}{2}\right]$ **(C)** $]-\frac{1}{4},0[$ **(D)** $]0,\frac{1}{2}[$

14. Considere a função f, definida em $]0,\pi[$ por $f(x)=\frac{\sin x}{2+\cos}$.

14.1. Determine $\lim_{x\to 0}\frac{f(\pi-x)}{x}$.

14.2. Estude a função f quanto à monotonia e determine, caso existam, os extremos relativos.

15. Os valores de x que são soluções da equação $|\sin x-1|=1$ são:

(A) $x=k\pi, k\in\mathbb{Z}$
(B) $x=\frac{3\pi}{2}+2k\pi, k\in\mathbb{Z}$
(C) $x=\frac{\pi}{2}+k\pi, k\in\mathbb{Z}$
(D) $x=\frac{\pi}{2}+2k\pi, k\in\mathbb{Z}$

16. Seja g a função definida em $]0,\pi[$, por $g(x)=\frac{1}{4}\cos(2x)-\cos x$.

16.1. Estude a função g quanto ao sentido das concavidades do seu gráfico e quanto à existência de pontos de inflexão. Na sua resposta, apresente:

- o(s) intervalo(s) em que o gráfico de g tem concavidade voltada para baixo;
- o(s) intervalo(s) em que o gráfico de g tem concavidade voltada para cima;
- as coordenadas do(s) ponto(s) de inflexão do gráfico de g, caso este(s) exista(m).

16.2. Seja f a função, de domínio $]-\frac{\pi}{2},0[$, definida por $f(x)=g(-x)+g(\frac{\pi}{2}-x)$. Qual das expressões seguintes também pode definir a função f?

(A) $\sin x+\cos x$ **(B)** $-\sin x-\cos x$

(C) $\sin x-\cos x$ **(D)** $-\sin x+\cos x$

17. Se $|\sin x|=1$, então é possível concluir que:

(A) $x=k\pi, k\in\mathbb{Z}$
(B) $x=\frac{k\pi}{2}, k\in\mathbb{Z}$
(C) $x=-\frac{\pi}{2}+2k\pi, k\in\mathbb{Z}$
(D) $x=-\frac{\pi}{2}+k\pi, k\in\mathbb{Z}$

18. Seja g a função, de domínio $[0,\pi]$, definida por $g(x)=2\sin x+\sin^2 x$. Seja r a reta tangente ao gráfico da função g que tem declive máximo. Determine o declive da reta r. Apresente a sua resposta na forma $\frac{a\sqrt{b}}{c}$, com a, b e c números naturais.

19. Sendo $\alpha\in]-\pi,0[$, então podemos afirmar que:

(A) $\sin\alpha\times\cos\alpha$ é sempre negativo;
(B) A equação $\sin\alpha=\frac{1}{2}$ tem duas soluções;
(C) A equação $\cos\alpha=\frac{1}{2}$ não tem solução;
(D) A equação $\tan\alpha=\frac{1}{2}$ tem uma solução;

20. Considere a função f definida em $]0,\pi[$ por $f(x)=\frac{x}{\sin x}$. Qual das equações seguintes defina uma assíntota do gráfico da função f?

(A) $x=0$ **(B)** $x=\pi$ **(C)** $x=1$ **(D)** $x=\frac{\pi}{2}$

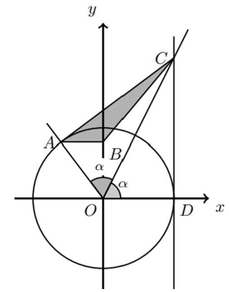
21. Considere a função g, do domínio $\mathbb{R}$, definida por $g(x)=k-4\cos(kx+3)$, com $k\in\mathbb{R}^+$.

21.1. Qual deve ser o valor de k de modo que o contradomínio da função f seja $]-2,6]$?

21.2. Determine o valor de k de modo que o período positivo mínimo da função f seja 4π.

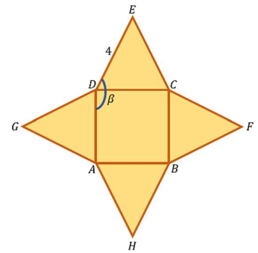
22. Na figura ao lado está representada, num referencial $o.n.\,xOy$, a circunferência d centro na origem e raio 1. Sabe-se que:

- o ponto A está no segundo quadrante e pertence à circunferência;
- o ponto D tem coordenadas $(1,0)$;
- o ponto C pertence ao primeiro quadrante e tem abcissa igual à do ponto D;
- o ponto B pertence ao eixo Oy e é tal que o segmento de reta $[AB]$ é paralelo ao eixo Ox;
- os ângulos AOC e COD são geometricamente iguais e cada um deles tem amplitude α, $(\alpha\in]\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{2}[)$.



Mostre que a área do triângulo $[ABC]$, representado a sombreado, é dada por $\frac{\tan\alpha\cos^2(2\alpha)}{2}$.

23. Na figura ao lado, está representada uma planificação de uma pirâmide quadrangular regular cujas arestas laterais medem 4. Seja β a amplitude, em radianos, do ângulo ADE, $(\beta\in]\frac{\pi}{2},\pi[)$. A aresta da base da pirâmide e, consequentemente, a área de cada uma das faces laterais variam em função de β.



23.1. Mostre que a área lateral da pirâmide é dada, em função de β, por $-64\sin\beta\cos\beta$.

Sugestão: começa por exprimir a área de uma face lateral em função de amplitude do ângulo CDE, que poderá designar por α.

23.2. Determine o valor da área lateral da pirâmide, sabendo que $\tan\beta=-\frac{1}{3}$.

23.3. Qual é o valor β para o qual a área lateral da pirâmide é igual a $16\sqrt{2}$?

24. Considere o desenvolvimento de $\left(2x\sin\alpha+\frac{\cos^2\alpha}{x}\right)^2$, em que $\alpha\in\mathbb{R}$ e $x\neq 0$. Determine os valores de α, pertencentes ao intervalo $]\pi,2\pi[$, para os quais o termo independente de x, neste desenvolvimento, é igual a 1. Resolva este item recorrendo a métodos analíticos, sem utilizar a calculadora.

25. Considere a função f, de domínio $\mathbb{R}$, definida por $f(x) = -5 + k\sin(3kx - 2)$, com $k \in \mathbb{R}^+$.

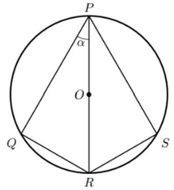
25.1. Qual deve ser o valor de k de modo que o contradomínio da função f seja $[-7, -3]$?

25.2. Determine o valor de k de modo que o período positivo mínimo da função f seja $\frac{\pi}{6}$.

26. Seja f a função, de domínio A e contradomínio $]-1, +\infty[$, definida por $f(x) = \tan x$. Qual dos seguintes pode ser o conjunto A?

(A) $]-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}[$ **(B)** $]\frac{3\pi}{4}, \frac{3\pi}{2}[$ **(C)** $]\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4}[$ **(D)** $]\frac{5\pi}{4}, \frac{3\pi}{2}[$

27. Na figura ao lado, estão representados uma circunferência de O e raio 2 e os pontos P, Q, R e S. Sabe-se que:



- os pontos P, Q, R e S pertencem à circunferência;
- $[PR]$ é um diâmetro de uma circunferência;
- $\overline{PQ} = \overline{PS}$;
- α é a amplitude, em radianos, do ângulo QPR;
- $\alpha \in 0, \frac{\pi}{2}[$;
- $A(\alpha)$ é a área do quadrilátero $[PQRS]$, em função de α.

Para um certo número real θ, com $\theta \in]0, \frac{\pi}{2}[$, tem-se que $\tan\theta = 2\sqrt{2}$. Determine o valor exato de $A(\theta)$, recorrendo a métodos analíticos, sem utilizar a calculadora. Comece por mostrar que $A(\alpha) = 16\sin\alpha\cos\alpha$.

28. Para um certo número real k, é contínua em $\mathbb{R}$ a função f definida por

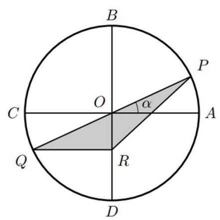
$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{\sin(3x+3)}{4x+4}, & se\ x \neq -1 \\ k+2, & se\ x = -1 \end{cases}$$

Qual é o valor de k?

(A) $-\frac{5}{3}$ **(B)** $-\frac{5}{4}$ **(C)** $\frac{5}{4}$ **(D)** $\frac{5}{3}$

29. Na figura ao lado, está representada uma circunferência de centro no ponto O e raio 1.

Sabe-se que:



- os diâmetros $[AC]$ e $[BD]$ são perpendiculares;
- o ponto P pertence ao arco AB;
- $[PQ]$ é um diâmetro da circunferência;
- o ponto R pertence a $[OD]$ e é tal que $[QR]$ é paralelo a $[AC]$.

Seja α a amplitude, em radianos, do ângulo AOP ($\alpha \in]0, \frac{\pi}{2}[$).
Qual das seguintes expressões dá a área do triângulo $[PQR]$, representado a sombreado, em função de α ?

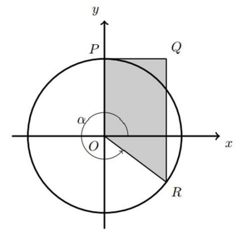
(A) $\frac{\cos(2\alpha)}{4}$ **(B)** $\frac{\sin(2\alpha)}{4}$ **(C)** $\frac{\cos(2\alpha)}{2}$ **(D)** $\frac{\sin(2\alpha)}{2}$

30. Num dia de vento, são observadas oscilações no tabuleiro de uma ponte suspensa, construída sobre um vale. Mediu-se a oscilação do tabuleiro da ponte durante um minuto. Admita que, durante esse minuto, a distância de um ponto P do tabuleiro a um ponto fixo do vale é dada, em metros por

$$h(t) = 20 + \frac{1}{2\pi}\cos(2\pi t) + t\sin(2\pi t) \quad (t \text{ é medido em minutos e pertence a } [0,1])$$

Sejam M e m, respetivamente, o máximo e o mínimo absolutos da função h no intervalo $[0,1]$. A amplitude A da oscilação do tabuleiro da ponte, neste intervalo, é dada por $A = M - m$. Determine o valor de A, recorrendo a métodos analíticos e utilizando a calculadora apenas para efetuar eventuais cálculos numéricos. Apresente o resultado em metros.

31. Na figura ao lado, estão representados o círculo trigonométrico e um trapézio retângulo $[OPQR]$. Sabe-se que:



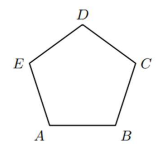
- o ponto P tem coordenadas $(0,1)$;
- o ponto R pertence ao quarto quadrante e à circunferência.

Seja α a amplitude de um ângulo orientado cujo lado origem é o semieixo positivo Ox e cujo lado extremidade é a semirreta $\dot{O}R$. Qual das expressões seguintes dá a área do trapézio $[OPQR]$, em função de α?

(A) $\frac{\cos\alpha}{2} + \sin\alpha\cos\alpha$ **(B)** $\frac{\cos\alpha}{2} - \sin\alpha\cos\alpha$

(C) $\cos\alpha + \frac{\sin\alpha\cos\alpha}{2}$ **(D)** $\cos\alpha - \frac{\sin\alpha\cos\alpha}{2}$

32. Na figura ao lado, está representado um pentágono regular $[ABCDE]$.



Sabe-se que $\overline{AB} = 1$. Mostre que $\frac{\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AD}}{\|\overrightarrow{AD}\|} = 1 - 2\sin^2\left(\frac{\pi}{5}\right)$.

Nota: $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AD}$ designa o produto escalar do vetor $\overrightarrow{AB}$ pelo vetor $\overrightarrow{AD}$.

33. Seja a um número real. Considere a função f, de domínio $\mathbb{R}$, definida por $f(x) = a\sin x$. Seja r a reta tangente ao gráfico de f no ponto de abcissa $\frac{2\pi}{3}$. Sabe-se que a inclinação da reta r é igual a $\frac{\pi}{6}$ radianos. Determine valor de a.

34. Determine $k \in \mathbb{R}$ de modo que $\tan x = k^2 - 5 \ \wedge x \in]0, \frac{\pi}{2}[$.

35. Sejam f e g as funções, de domínio $\mathbb{R}$, definidas, respetivamente, por

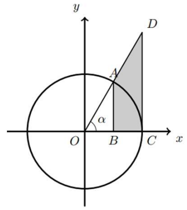
$$f(x) = 1 - \cos(3x) \text{ e } g(x) = \sin(3x)$$

Seja a um número real pertencente ao intervalo $]\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}[$. Considere as retas r e s tais que:

- a reta r é tangente ao gráfico da função f no ponto de abcissa a;
- a reta s é tangente ao gráfico da função g no ponto de abcissa $a + \frac{\pi}{6}$.

Sabe-se que as retas r e s são perpendiculares. Mostre que $\sin(3a) = -\frac{1}{3}$.

36. Na figura ao lado, está representado o círculo trigonométrico.



Sabe-se que:

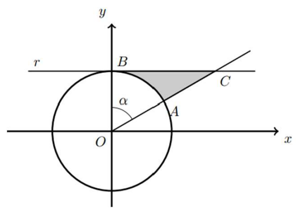
- o ponto A pertence ao primeiro quadrante e à circunferência;
- o ponto B pertence ao eixo Ox;
- o ponto C tem coordenadas $(1,0)$;
- o ponto D pertence à semirreta $\dot{O}A$;

Seja α a amplitude do ângulo COD ($\alpha \in]0, \frac{\pi}{2}[$). Qual das expressões seguintes dá a área do quadrilátero $[ABCD]$, representado a sombreado, em função de α?

(A) $\frac{\tan\alpha}{2} - \frac{\sin(2\alpha)}{2}$ **(B)** $\frac{\tan\alpha}{2} - \frac{\sin(2\alpha)}{4}$

(C) $\tan\alpha - \frac{\sin(2\alpha)}{4}$ **(D)** $\tan\alpha - \frac{\sin(2\alpha)}{2}$

37. Na figura ao lado, estão representadas, num referencial $o.n.\,xOy$, a circunferência de centro O e a reta r. Sabe-se que:



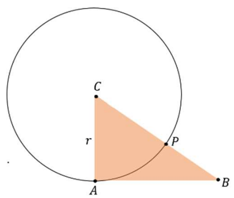
- os pontos A e B pertencem à circunferência;
- o ponto B tem coordenadas $(0,1)$;
- a reta r é tangente à circunferência no ponto B;
- o ponto C é o ponto de interseção da reta r com a semirreta $\dot{O}A$;
- α é a amplitude, em radianos, do ângulo AOB, com $\alpha \in 0, \frac{\pi}{2}[$.

Qual das expressões seguintes representa, em função de α, a área da região a sombreado?

(A) $\frac{\sin\alpha-\alpha}{2}$ **(B)** $\frac{\tan\alpha-\alpha}{2}$

(C) $\frac{\tan\alpha}{2}$ **(D)** $\frac{\alpha}{2}$

38. Na figura está representado um círculo de raio r e centro C. O ponto P desloca-se sobre a circunferência, no sentido contrário ao do ponteiro do relógio, de tal modo que a reta AB é sempre tangente à circunferência no ponto A. Sabe-se, ainda, que α é a amplitude do ângulo ACB e $\alpha \in \left[0, \frac{\pi}{3}\right]$. A área do triângulo retângulo $[ABC]$ é dada, em função de r e α, por:



(A) $\frac{r^2\tan\alpha}{2}$ **(B)** $\frac{r^2\sin\alpha}{2}$ **(C)** $r^2\tan\alpha$ **(D)** $r^2\cos\alpha$

SOLUÇÕES

1.1. 5	**1.2.** $\frac{1}{3}$	**1.3.** $-\infty$	**1.4.** $-\frac{1}{3}$	**1.5.** $\frac{1}{5}$
1.6. -1	**1.7.** $-\infty$	**1.8.** 3	**1.9.** 2	**1.10.** $\frac{1}{2}$
1.11. -3	**1.12.** $-\infty$	**1.13.** $\frac{1}{2}$	**1.14.** $\frac{2}{3}$	**1.15.** 2
1.16. $+\infty$	**1.17.** 1	**1.18.** 0	**3.** (B)	**5.** (C)
7.a) $\left\{-\frac{5\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right\}$	**7.b)** $\left\{-\pi, -\frac{2\pi}{3}, 0, \frac{\pi}{3}\right\}$	**8.** $\sqrt{\frac{8}{27}}\pi$	**9.** (B)	**10.1.** (C)
10.2. $\left\{-\frac{2\pi}{3}, -\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}\right\}$	**11.** (C)	**12.1.** (B)	**13.** (C)	**14.1.** 1
15. (A)	**16.2.** (B)	**17.** (D)	**18.** $\frac{3\sqrt{3}}{2}$	**19.** (D)
20. (B)	**21.1.** $k=2$	**21.2.** $k=\frac{1}{2}$	**23.2.** $19{,}2$	**23.3.** $\left\{\frac{5\pi}{8}, \frac{7\pi}{8}\right\}$
24. $\left\{\frac{13\pi}{12}, \frac{17\pi}{12}\right\}$	**25.1.** $k=2$	**25.2** $k=4$	**26.** (B)	**27.** $\frac{32\sqrt{2}}{9}$
28. (B)	**29.** (D)	**30.** $1\,m$	**31.** (D)	**33.** $a=-\frac{2\sqrt{3}}{3}$
34. $k \in]-\infty, -\sqrt{5}[\cup]\sqrt{5}, +\infty[$		**36.** (B)	**37.** (B)	**38.** (A)

Apêndice G

Puzzle sobre Forma Algébrica e Operações entre Números Complexos

JOSÉ FALCÃO
ESCOLA SECUNDÁRIA

12º ano Turma 3 Ano Letivo 2021/2022
Números Complexos – Forma Algébrica e Operações
11 de maio de 2022

Puzzle "*Forma Algébrica e Operações entre Números Complexos*"

Efetue as operações necessárias em cada uma das seguintes expressões de modo a apresentar um número complexo na sua forma algébrica. Recorte os quadrados pelas linhas pretas verticais e horizontais. Faça corresponder, duas a duas, as expressões representantes do mesmo número complexo. Se estiver correto, deverá ser formado outro quadrado 4×4. Depois de completo, cole o quadrado numa folha do caderno.

i^{130635} $\lvert 3i\rvert(\overline{i-1})$ $-6i$ ★	★ ★ $\sqrt{-12}$ $(12i)(7i)$	★ $2\sqrt{34}i$ $\sqrt{-24}$ $(2+3i)(3-5i)$	-84 ★ $2i(1+i)$ $(-2+3i)(6+5i)$
$10+11i$ $-2\sqrt{-9}$ $5i^{10}$ ★	$(2+i)(3+i)$ -5 ★ ★	$-1+5i$ ★ $-3-3i$ ★	$-27+8i$ ★ $i\sqrt{13}$ $(2+i)+(-3+4i)$
★ $2i\sqrt{6}$ ★ $-3-4i$	$(i+1)(2i-3)$ $\sqrt{-13}$ $4\sqrt{-18}$ $-i$	$\sqrt{-16}\cdot\sqrt{-9}$ $12i\sqrt{2}$ $2i(3-i)$ $(3+2i)(4+i)$	$\sqrt{-16}$ $2+6i$ ★ $5+5i$
$(4-i)-(7+3i)$ $(5i)(-4i)$ ★ $4i$	$21-i$ $9i$ 20 -12	$\dfrac{10-15i}{-1+2i}$ $-2+2i$ $3\sqrt{-9}$ $-5-i$	★ $2i\sqrt{3}$ $2i\lvert 5-3i\rvert$ $-8-i$

A Professora Estagiária, Diana Batista

Apêndice H

Relatório do Reforço de Aprendizagens do 12º3 do 3º Período

JOSÉ FALCÃO ESCOLA SECUNDÁRIA DIREÇÃO DE TURMA	**APOIO / REFORÇO DAS APRENDIZAGENS** **RELATÓRIO 2º PERÍODO** ANO LETIVO 2021 /2022

Disciplina: Matemática A **Turma:** 12º3

Nº	**Nome**	**Síntese e Assiduidade**
[redacted]	[redacted]	O discente não usufruiu convenientemente do aporte disponibilizado pela escola, tendo comparecido apenas duas vezes no apoio para reforço de aprendizagens.

Assiduidade												
Janeiro			Fevereiro				Março					Abril
12	19	26	2	9	16	23	2	9	16	23	30	6
F	F	F	P	F	P	F	F	F	F	F	F	F

Nº	**Nome**	**Síntese e Assiduidade**
[redacted]	[redacted]	A aluna poderia ter privilegiado o apoio disponibilizado para reforço das aprendizagens. Não apresentou evolução, reforçando o quão necessário é o apoio para o seu aproveitamento.

Assiduidade												
Janeiro			Fevereiro				Março					Abril
12	19	26	2	9	16	23	2	9	16	23	30	6
F	P	P	P	F	F	P	F	F	F	F	F	F

Nº	**Nome**	**Síntese e Assiduidade**
[redacted]	[redacted]	O [redacted] conseguiu ultrapassar algumas das suas dificuldades, tendo a classificação proposta à disciplina refletido o trabalho desenvolvido. Mostrou empenho em superar as adversidades.

Assiduidade												
Janeiro			Fevereiro				Março					Abril
12	19	26	2	9	16	23	2	9	16	23	30	6
P	P	P	P	P	P	P	P	F	F	P	P	P

Nº	**Nome**	**Síntese e Assiduidade**
[redacted]	[redacted]	Frequência não autorizada pelo Encarregado de Educação.

Assiduidade												
Janeiro			Fevereiro				Março					Abril
12	19	26	2	9	16	23	2	9	16	23	30	6

Nº	**Nome**	**Síntese e Assiduidade**
[redacted]	[redacted]	Não compareceu no apoio para o reforço de aprendizagens.

Assiduidade												
Janeiro			Fevereiro				Março					Abril
12	19	26	2	9	16	23	2	9	16	23	30	6
F	F	F	F	F	F	F	F	F	F	F	F	F

[redacted]	[redacted]	Frequência não autorizada pelo Encarregado de Educação.												
		Assiduidade												
		Janeiro			Fevereiro				Março					Abril
		12	19	26	2	9	16	23	2	9	16	23	30	6

[redacted]	[redacted]	Frequência não autorizada pelo Encarregado de Educação.												
		Assiduidade												
		Janeiro			Fevereiro				Março					Abril
		12	19	26	2	9	16	23	2	9	16	23	30	6

[redacted]	[redacted]	Apesar da assiduidade da discente, a falta de esforço da mesma torna dificultoso o reforço de aprendizagens. As lacunas que a aluna apresenta são profundas e acentuadas. Não apresentou evolução, reforçando o quão necessário é o apoio para o seu aproveitamento.												
		Assiduidade												
		Janeiro			Fevereiro				Março					Abril
		12	19	26	2	9	16	23	2	9	16	23	30	6
		P	F	F	P	P	P	P	P	F	F	P	P	P

[redacted]	[redacted]	Não compareceu no apoio para o reforço de aprendizagens.												
		Assiduidade												
		Janeiro			Fevereiro				Março					Abril
		12	19	26	2	9	16	23	2	9	16	23	30	6
		F	F	F	F	F	F	F	F	F	F	F	F	F

[redacted]	[redacted]	A aluna não possui os conhecimentos básicos para que seja possível, neste apoio, colmatar as lacunas apresentadas. A discente não usufruiu convenientemente do apoio disponibilizado pela escola, tendo comparecido apenas três vezes.												
		Assiduidade												
		Janeiro			Fevereiro				Março					Abril
		12	19	26	2	9	16	23	2	9	16	23	30	6
		F	F	P	P	F	P	F	F	F	F	F	F	F

Avaliação global do apoio:

O apoio para reforço das aprendizagens só gera evolução se os discentes usufruírem convenientemente deste e estiverem dispostos a ultrapassar as suas dificuldades. Nos casos em que estas condições se verificaram, o trabalho desenvolvido é traduzido na classificação proposta à disciplina. Isto leva a crer que o apoio é um êxito quando o discente está disposto a dedicar-se e a envidar esforços nesse sentido, caso contrário, os resultados são demasiado supérfluos para se traduzir numa progressão observável.

Coimbra, 12/04/2022, A Professora do Apoio: *Natividade Correia*

A Professora da Disciplina: *Natividade Correia*

Apêndice I

Critérios de Avaliação por Domínios Curriculares do Grupo Disciplinar de Matemática

Critérios de avaliação - Matemática

Critérios transversais	Domínios de Avaliação	Ponderação	Tarefas*	Processo de recolha de informação	PASEO	Avaliação
Saber científico, Técnico, Tecnológico, Artístico e Ambiental	• Conhecimento e compreensão de conceitos e procedimentos matemáticos; • Interpretação e representação de informação, ideias e conceitos representados em diferentes suportes incluindo textos, tabelas e gráficos;	40	• Fichas de trabalho; • Trabalho de pesquisa ou projeto; • Atividades em sala de aula; • Portefólio; • Caderno diário; • Atividades do PAA ou de Cidadania e Desenvolvimento; • Provas de avaliação escrita globais; • Provas de avaliação escrita parciais (questões aula, testes diagnósticos ou formativos, composições matemáticas).	• Grelhas de observação direta; • Listas de verificação; • Autoavaliação dos alunos; • Grelhas de classificação de tarefas.	Conhecedor/Sabedor/Culto/Informado: A, B, E, G, I, J Indagador/Investigador: A, C, D, E, F, H, I Sistematizador/Organizador: A, B, C, E, F, I Criativo: A, C, D, J Crítico/Analítico: A, B, C, D, E, G, H Comunicador: A, B, D, E, H, I Questionador: A, B, D, F, G, I Respeitador da diferença/do outro: A, B, E, F, H Cuidador de si/do outro B, E, F, G Participativo/Colaborador: B, C, D, E, F Responsável/Autónomo: C, D, E, F, G, I, J	Formativa Sumativa
Raciocínio, Resolução de Problemas	• Elaboração de conexões entre diversos assuntos ou temas matemáticos e de outras disciplinas; • Modelação e resolução de problemas utilizando raciocínio matemático;	40				
Investigação e comunicação	• Comunicação em linguagem matemática, oral e escrita, na descrição, na justificação, no estabelecimento de raciocínios, procedimentos e conclusões; • Organização da informação utilizando uma linguagem lógica;	10				
Desenvolvimento Pessoal e Interpessoal	• Eficácia em tempo útil; • Realização autónoma de tarefas; • Análise, seleção e interpretação crítica de informação.	10				

** As tarefas previstas serão definidas/adaptadas pelo professor de acordo com as caraterísticas e o nível de escolaridade da turma.*

Apêndice J

Exemplo de Enunciado de uma Prova Global de Avaliação

JOSÉ FALCÃO
ESCOLA SECUNDÁRIA

ANO LETIVO 2021/2022

TESTE 4 – MATEMÁTICA A

12º ANO – TURMA 3

PROFESSORAS: Natividade Correia e Diana Batista

Data: 25-05-2022

Duração do teste: 100 minutos.

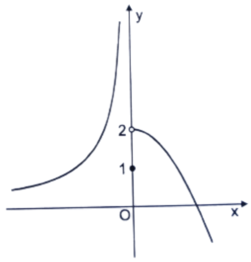
Utilize apenas caneta ou esferográfica de tinta azul ou preta.
É permitido o uso de régua, compasso, esquadro e transferidor.
É permitido o uso de calculadora gráfica.
Não é permitido o uso de corretor. Risque aquilo que pretende que não seja classificado.
Apresente as suas respostas de forma legível.
Apresente apenas uma resposta para cada item.
A prova inclui um formulário.
As cotações dos itens encontram-se no final da prova.

Na resposta aos itens de escolha múltipla, selecione a opção correta. Escreva, na folha de respostas, o número do item e a letra que identifica a opção escolhida.

Na resposta aos itens de construção apresente todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias. Quando, para um resultado, não é pedida uma aproximação, apresente sempre o valor exato.

1. A função f definida por $f(x) = \sin x \cdot e^{\sin x}$ de domínio $\mathbb{R}$ tem período 2π. Estude a função quanto à monotonia e existência de extremos no intervalo $[0,2\pi]$ e determine o seu contradomínio.

2. Na figura está parte da representação gráfica de uma função g de domínio $\mathbb{R}$ e contínua em $\mathbb{R}\backslash\{0\}$. Considere a sucessão de termo geral $u_n = \frac{1}{n}$. Indique o valor de $\lim\limits_{x\to+\infty} g(u_n)$.



(A) $+\infty$ **(B)** 0 **(C)** 1 **(D)** 2

3. Considere a linha do triângulo de Pascal em que o produto do segundo elemento pelo penúltimo elemento é 484. Qual é a probabilidade de escolher, ao acaso, um elemento dessa linha que seja superior a 1000?

(A) $\frac{15}{23}$ **(B)** $\frac{17}{23}$ **(C)** $\frac{6}{11}$ **(D)** $\frac{8}{11}$

4. Considere os números complexos $z_1 = -1 + \sqrt{3}\, i$ e $z_2 = 2e^{i\,\frac{\pi}{6}}$.

4.1. Mostre que $z_1 = 2e^{i\left(\frac{2\pi}{3}\right)}$.

4.2. Determine, na forma trigonométrica, os valores não nulos de z para os quais $z^2 \times z_1 = \bar{z}$.

4.3. Determine o menor número natural n tal que $(z_2)^n$ é um número real positivo.

4.4. As imagens geométricas de z_1 e z_2 são vértices consecutivos de um polígono regular com centro na origem do referencial. De que polígono se trata?

5. Uma turma é constituída por rapazes e por raparigas, num total de 20 alunos. Sabe-se que:

- $\frac{1}{4}$ dos rapazes tem olhos verdes;
- escolhido, ao acaso, um aluno da turma, a probabilidade de ele ser rapaz e de ter olhos verdes é $\frac{1}{10}$

Quantos rapazes tem a turma?

6. Considere a função real de variável real f definida por $f(x) = \begin{cases} \sin x & se\ x \leq 0 \\ x & se\ \ x > 0 \end{cases}$. Então, a função g definida por $g(x) = \frac{f(x)}{x}$:

(A) é contínua no ponto 0.

(B) tem limite finito, mas não é contínua no ponto 0.

(C) tem limite infinito no ponto 0.

(D) não tem limites no ponto 0.

7. Sejam f e g as funções definidas em $\mathbb{R}^+$ por $f(x) = \log_2 x$ e $g(x) = \log_3 x$. Qual o conjunto solução da condição $f(x) > g(x)$?

(A) $\mathbb{R}^+$ **(B)** $]0,1[$ **(C)** $\emptyset$ **(D)** $]1, +\infty[$

8. Admita que uma certa população de seres vivos evolui de acordo com a seguinte lei: o número de indivíduos da população, t dias após um certo instante inicial, é dado aproximadamente por $P(t) = ae^{kt}$ $(t \in \mathbb{R}_0^+)$ em que:

- a é o número de indivíduos da população no instante inicial $(a > 0)$;
- k é uma constante real;

8.1. Seja r um número real positivo. Considere que, ao fim de n dias, contados a partir do instante inicial, o número de indivíduos da população é igual a r vezes o número de indivíduos que existiam no referido instante inicial. Mostre que se tem $k = \frac{\ln(r)}{n}$ (ln designa logaritmo de base e).

8.2. Admita que, às zero horas do dia 1 do corrente mês, se iniciou, em laboratório, uma cultura de bactérias, em pequena escala, na qual se juntaram:

- 500 indivíduos de uma estirpe A;
- 500 indivíduos de uma estirpe B;

Nunca foram introduzidos mais indivíduos destas duas estirpes nesta cultura.

As condições da cultura são desfavoráveis para a estirpe A, mas são favoráveis para a estirpe B. De facto,

- decorrido exatamente um dia, a estirpe A estava reduzida a 250 indivíduos;
- decorridos exatamente seis dias, a estirpe B tinha alcançado 1000 indivíduos.

8.2.1. Quer a estirpe A, quer a estirpe B, evoluíram de acordo com a lei acima referida. No entanto, o valor da constante k para estirpe A é diferente do valor dessa constante para a estirpe B. Utilizando a igualdade da alínea 8.1., verifique que:

- no caso da estirpe A, o valor da constante k, com quatro casas decimais, é $k_A = -0{,}6931$;
- no caso da estirpe B, o valor da constante k, com quatro casas decimais, é $k_B = 0{,}1155$;

8.2.2. Durante a primeira semana, houve um momento em que o número total de indivíduos destas duas estirpes, existentes na cultura, atingiu o valor mínimo. Utilizando os valores k_A e k_B referidos na alínea anterior e recorrendo às capacidades gráficas da sua calculadora, determine o dia e a hora em que tal aconteceu (hora arredondado às unidades). Apresente, na sua resposta:

- a expressão da função que dá o número total de indivíduos destas duas estirpes, existentes na cultura, em função do tempo;
- o gráfico dessa função, para $t \in [0,7]$, no qual deve estar devidamente assinalado o ponto necessário à resolução do problema;
- a coordenada relevante desse ponto, arredondada às milésimas.

9. Considere a função f, de domínio $\mathbb{R}$, definida por $f(x) = \begin{cases} \frac{e^{x-4}-3x+11}{4-x} & se\ x < 4 \\ \ln(2e^x - e^4) & se\ x \geq 4 \end{cases}$. Sem recorrer à calculadora,

9.1. Averigue se a função f é contínua em $x = 4$.

9.2. O gráfico da função f tem uma assíntota oblíqua quando x tende para $+\infty$, de equação $y = x + b$, $\quad b \in \mathbb{R}$. Determine b.

10. Seja $\mathbb{C}$ o conjunto dos números complexos e w um número complexo não nulo. Prove que se w e $\overline{w}$ são raízes de ordem n de um mesmo número complexo z, então $z \in \mathbb{R}$.

F I M

COTAÇÕES

1.	2.	3.	4.1.	4.2.	4.3.	4.4.	5.	6.	7.	8.1.	8.2.1.	8.2.2.	9.1.	9.2.	10.	Total
15	10	10	5	15	15	10	15	10	10	10	15	15	15	15	15	**200**

Apêndice K

Exemplo de uma Matriz de uma Prova Global de Avaliação

ANO LETIVO 2021-2022
MATRIZ DA PROVA DE AVALIAÇÃO
MATEMÁTICA A

12º ANO – TURMA 3
PROFESSORA: NATIVIDADE MORGADO

Data da prova de avaliação: 30 de maio de 2022

Temas / Aprendizagens Essenciais	Caraterização da prova

PROBABILIDADES E CÁLCULO COMBINATÓRIO
- Conhecer a probabilidade no conjunto das partes de um espaço amostral;
- Identificar acontecimentos impossível, certo, elementar, composto, incompatíveis, contrários e equiprováveis;
- Calcular probabilidades utilizando a regra de Laplace;
- Conhecer e usar propriedades das probabilidades:
    - probabilidade do acontecimento contrário;
    - probabilidade da diferença de acontecimentos;
    - probabilidade da união de acontecimentos;
- Conhecer a probabilidade condicionada e identificar acontecimentos independentes;
- Conhecer e aplicar na resolução de problemas:
    - arranjos com e sem repetição;
    - permutações e fatorial de um número inteiro não negativo;
    - combinações.
- Resolver problemas envolvendo o Triângulo de Pascal e as suas propriedades e o desenvolvimento do Binómio de Newton.
 	
FUNÇÕES
Limites e derivadas de funções polinomiais e racionais
- Conhecer o conceito de limite segundo Heine;
- Determinar:
    - limite de uma função num ponto aderente ao respetivo domínio;
    - limites laterais;
    - limites no infinito;
- Operar com limites e casos indeterminados em funções;
- Calcular limites recorrendo ao levantamento algébrico de indeterminações;
- Determinar equações de retas tangentes ao gráfico de uma função;
- Resolver problemas envolvendo a derivada e a taxa média de variação de uma função.
 	
Continuidade e assíntotas
- Estudar a continuidade de uma função num ponto e num subconjunto do domínio;
- Identificar e justificar a continuidade de funções polinomiais, racionais e irracionais;
- Conhecer a continuidade da soma, diferença, produto e quociente de funções contínuas;
- Conhecer e aplicar o teorema dos valores intermédios (Bolzano-Cauchy);
 	
Derivadas, monotonia e concavidades
- Identificar graficamente e determinar as assíntotas verticais, horizontais e oblíquas ao gráfico de uma função;
- Conhecer e aplicar a derivada da soma, da diferença, do produto e do quociente de funções diferenciáveis;
- Conhecer e aplicar a derivada de funções do tipo $f(x) = x^a$ (com a racional e $x > 0$);
	A prova inclui:
	
	● 4 itens de seleção (escolha múltipla) cuja cotação é de 10 pontos cada.
	● itens de construção (resposta aberta) cuja cotação é de 160 pontos.
	
	A sequência dos itens pode não corresponder à sequência dos domínios do programa.
	
	A prova inclui formulário e tem a duração de 100 minutos.

- Caracterizar a função derivada de uma função e interpretá-la graficamente;
- Relacionar o sinal e os zeros da função derivada de segunda ordem com o sentido das concavidades e pontos de inflexão;
- Resolver problemas de otimização envolvendo funções diferenciáveis;

Funções Trigonométricas
- Conhecer e aplicar as fórmulas trigonométricas da soma, da diferença e da duplicação;
- Conhecer e aplicar o limite notável $\lim\limits_{x \to 0} \frac{\sin x}{x}$;
- Conhecer e aplicar as derivadas das funções seno, cosseno e tangente;
- Resolver problemas envolvendo funções trigonométricas num contexto de modelação;

Funções exponenciais e logarítmicas
- Estudar a sucessão de termo geral $u_n = \left(1 + \frac{x}{n}\right)^n$, com $x \in \mathbb{R}$ e definição de número de Neper;
- Conhecer as propriedades das funções reais de varável real do tipo $f(x) = a^x$, $(a > 1)$: monotonia, sinal, continuidade, limites e propriedades algébricas;
- Caracterizar uma função logarítmica como função inversa de uma função exponencial de base a, com $a > 1$, referindo logaritmos neperiano e decimal;
- Conhecer as propriedades das funções reais de variável real do tipo $f(x) = \log_a x$: monotonia, sinal, continuidade, limites e propriedades algébricas dos logaritmos;
- Conhecer e aplicar os limites notáveis $\lim\limits_{x \to 0} \frac{e^x - 1}{x}$, $\lim\limits_{x \to \infty} \frac{e^x}{x^k}$ e $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{\ln x}{x}$;
- Conhecer e aplicar a derivada da função exponencial e função logarítmica;

Números Complexos
- Representar números complexos na forma algébrica e na forma trigonométrica;
- Representar geometricamente números complexos;
- Operar com números complexos na forma algébrica (adição, multiplicação e divisão);
- Operar com números complexos na forma trigonométrica (multiplicação, divisão, potenciação e radiação);
- Explorar geometricamente as operações com números complexos e resolver problemas envolvendo as propriedades algébricas e geométricas dos números complexos;
- Resolver e interpretar as soluções de equações em $\mathbb{C}$.

Material a Utilizar:
O aluno deve ser portador, para além da calculadora gráfica, de material de escrita (caneta ou esferográfica de tinta azul ou preta indelével), folhas de teste (timbradas pela escola) e material de desenho (régua, compasso, esquadro e transferidor).

Observações:
A prova tem por referência o Programa e as Aprendizagens Essenciais de Matemática A do Ensino Secundário.
Não é permitido o uso de corretor.
Deve riscar o que não pretender que seja classificado.
Não são corrigidas as questões escritas a lápis.

Apêndice L

Exemplo de Enunciado de uma Prova Parcelar de Avaliação

Na resposta a todas as questões desta prova deve apresentar todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias. Quando, para um resultado, não é pedida uma aproximação, apresente sempre o valor exato.

1. Considere a sucessão (u_n) de termo geral

$$u_n = \begin{cases} 2n & se\ n \text{ é } par \\ n+1 & se\ n \text{ é } ímpar \end{cases}$$

1.1. Averigue a monotonia da sucessão (u_n).

1.2. (u_n) é convergente? Justifique.

2. Considere uma progressão geométrica monótona crescente (v_n). Sabe-se que $v_4 = 32$ e que $v_8 = 8192$. Determine uma expressão do termo geral de (v_n).

Apresente essa expressão na forma $a \times b^n$, em que a e b são números reais.

3. De uma progressão geométrica (w_n) sabe-se que k, $k+6$ e $k+18$, $k \in \mathbb{R}$, são três termos consecutivos. Sabe-se ainda que a soma dos sete primeiros termos é igual a 381. Determine w_1.

4. Um certo capital C_0 foi investido, durante n anos, num regime de juros compostos a uma taxa anual nominal de $r\%$, com capitalizações anuais.

4.1. Sabendo que o capital triplicou em 50 anos, qual foi a taxa de juro? Apresente o resultado na forma de percentagem com duas casas decimais.

4.2. Mostre que, se $r = 0{,}91\%$, o número, n, de anos que terão de decorrer para que o capital inicial seja desvalorizado em 50% é dado por: $n = \frac{\log_3(0{,}5)}{\log_3(1{,}0091)}$.

5. Considere a função f, de domínio $]-\infty,-1[\cup]1,+\infty[$, definida por: $f(x) = \ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)$

Resolva o item seguinte recorrendo a métodos analíticos, sem utilizar a calculadora. Seja a um número real maior do que 1. Mostre que a reta secante ao gráfico de f nos pontos de abcissas a e $-a$ passa na origem do referencial.

F I M

QUESTÕES	1.1.	1.2.	2.	3.	4.1.	4.2.	5.	TOTAL
COTAÇÃO	15	14	14	12	15	18	12	100

Apêndice M

Exemplo de Enunciado de Trabalho de Sala de Aula

ANO LETIVO 2021-2022

TRABALHO DE GRUPO EM SALA DE AULA

MOMENTO FORMAL DE AVALIAÇÃO – MATEMÁTICA A

12º ANO – TURMA 3

PROFESSORAS: Natividade Correia e Diana Batista

Data: março 2022

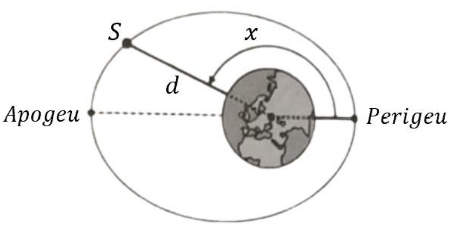
Nomes: ____ **Nºs** ___________

Duração do trabalho: 50 minutos.

É permitido o uso de régua.
É permitido o uso de calculadora gráfica.
Não é permitido o uso de corretor.
Apresente as suas respostas de forma legível.
Em cada uma das respostas, deve fundamentar todos os cálculos efetuados.

1. Seja f uma função de domínio $\mathbb{R}$, com derivada finita em todos os pontos do seu domínio, e crescente. Sejam a e b dois quaisquer números reais. Considere as retas r e s, tangentes ao gráfico de f nos pontos de abcissa a e b, respetivamente. Prove que as retas r e s não podem ser perpendiculares.

2. Um satélite S tem uma órbita em torno da Terra, tal como se representa na figura.



Tenha em atenção que os elementos nela desenhados não estão à escala.

Na elipse estão assinalados dois pontos:

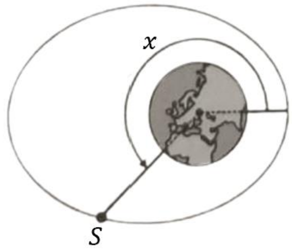
- o apogeu, que é o ponto da órbita mais afastado do centro da Terra;
- o perigeu, que é o ponto da órbita mais próximo do centro da Terra.

O ângulo x, assinalado na figura, tem o seu vértice no centro da Terra, o seu lado origem passa no perigeu, o seu lado extremidade passa no satélite e a sua amplitude está compreendida entre 0 e 2π radianos. A distância d, em km, do satélite ao centro da Terra, é dada por $d(x) = \frac{7\,820}{1+0{,}07\cos x}$.

Considere que a Terra é uma esfera de raio $6\,378\ km$.

2.1. Determine a altitude do satélite (distância à superfície da Terra) quando este se encontra no apogeu. Apresente o resultado em km, arredondado às unidades.

2.2. Num certo instante, o satélite está na posição indicada na figura seguinte.



A distância do satélite ao centro da Terra é, então, de $8\,200\ km$. Determine o valor de x, em radianos, nesse instante, arredondando às unidades.

3. Num certo dia de verão, as temperaturas, em graus centígrados, fora e dentro de uma determinada habitação, são dadas, respetivamente, por:

$$f(t) = 25 + 10\cos\left(\frac{\pi(t+10)}{12}\right) \quad \text{e} \quad d(t) = 21{,}5 + 3{,}5\cos\left(\frac{\pi(t+9)}{12}\right)$$

(t designa o tempo, em horas, contado a partir das 0 horas desse dia)

Recorrendo às capacidades gráficas da sua calculadora, recolha os dados que lhe permitam calcular:

- a amplitude térmica dentro de casa;
- a amplitude térmica fora de casa;
- o desfasamento térmico (tempo que decorre entre as ocorrências das temperaturas máximas, fora e dentro de casa).

Transcreva para a sua folha de resposta os gráficos obtidos, bem como os valores encontrados. Numa pequena composição, refira o que se pode concluir acerca das condições de isolamento da referida habitação (admita que uma habitação se considera bem isolada se a amplitude térmica dentro de casa for inferior à terça parte da amplitude térmica fora de casa e se o desfasamento térmico for superior a uma hora e meia).

FIM

Apêndice N

Critérios de correção de um Trabalho de Sala de Aula

ANO LETIVO 2021-2022 TRABALHO DE GRUPO EM SALA DE AULA

PROFESSORAS: Natividade Correia e Diana Batista

março de 2022

Critérios Específicos de Correção

1. ………………………………………………..…………………… 25 pontos

Justificar que $f'(a)$, declive de r, é positivo ……………………………………………… 8 pontos

Justificar que $f'(b)$, declive de s, é positivo ……………………………………………… 8 pontos

Estabelecer a relação entre a perpendicularidade de duas retas e os seus declives, neste caso, seria $f'(a) = -\frac{1}{f'(b)}$ ……………………………………………………………………. 5 pontos

Organização da resposta …………………………………………………………………… 4 pontos

2. 2.1. …………………………………………………………………… 25 pontos

Indicar que no apogeu $x = \pi$ ……………………………………………………………… 7 pontos

Determinar $d(\pi)$ ……………………………………………………………………………… 7 pontos

Calcular, r, o raio da Terra ……………………………………………………………… 7 pontos

Subtrair r de $d(\pi)$ ……………………………………………………………………………… 4 pontos

2.2. …………………………………………………………………… 25 pontos

Resolver $d(x) = 8200$ ……………………………………………………………………… 10 pontos

Indicar que $S \in 3ºQ$……………………………………………………………………… 10 pontos

Selecionar e indicar a resposta ………………………………………………………… 5 pontos

3. …………………………………………………………………………… 25 pontos

Indicar que a amplitude térmica corresponde à subtração da temperatura mínima da temperatura máxima ……………………………………………………………………… 2 pontos

Determinar, no intervalo pedido:

O máximo e mínimo de $d(t)$ ……………………………………………………… 2 + 2 pontos

O máximo e mínimo de $f(t)$ ……………………………………………………… 2 + 2 pontos

O maximizante de $f(t)$ e de $d(t)$……………………………………………………… 2 + 2 pontos

Calcular:

Amplitude térmica fora de casa ………………………………………………………… 2 pontos

Amplitude térmica dentro de casa ……………………………………………………… 2 pontos

Concluir as condições de isolamento da casa ……………………………………… 4 pontos

A presentação dos gráficos solicitados ……………………………………………… 3 pontos

Apêndice O

Método da Troca de Questões - Explicação e Enunciado Aplicado

Trocar Perguntas

Descrição:

Trocar Perguntas oferece oportunidade aos alunos de colaborarem na avaliação das suas próprias ideias e na análise do pensamento dos outros colegas. Os alunos começam a trabalhar em pares para responder a uma pergunta, acabando parcialmente a resposta. Quando o tempo estabelecido pelo professor termina, cada par troca a resposta parcialmente concluída com outro par, para que este a termine, também num tempo limitado pelo professor. Esta fase pode implicar modificar a resposta, adicionando, alterando ou substituindo o que o par que a recebe achar necessário.

Finalidades:

O envolvimento dos alunos nesta Técnica de Avaliação Formativa (TAF) possibilita-lhes explicitar e consciencializar conhecimentos prévios, melhorar a compreensão de conceitos e, ainda, desenvolver competências de síntese e de argumentação.

Como funciona:

- O professor elabora uma questão a que os alunos têm de responder, com base nos seus conhecimentos prévios ou experiências anteriores, apresentando vários argumentos. As perguntas também podem ser sobre a aplicação dos conceitos que os alunos estão a aprender no momento.
- Seguidamente, o professor organiza os alunos aos pares, escreve ou projeta a pergunta no quadro (um indício visual da pergunta no quadro é muito útil) e deve também lê-la em voz alta.
- Dá aos alunos alguns minutos para começarem a elaborar colaborativamente a resposta à pergunta apresentada. Os alunos devem saber que precisam de desenvolver a resposta o suficiente para que o outro par possa dar continuidade ao seu raciocínio, mas não de tal maneira que não dê possibilidade de o outro par a completar.
- Os pares trocam entre si as suas respostas parcialmente concluídas e cada par melhora a resposta que recebeu. Acrescentam as suas próprias ideias para melhorar, ampliar e completar a resposta. Nesta fase, o professor deve incentivar os alunos a retirar as partes com que não concordam e a modificá-las ou a trocá-las pelas suas próprias ideias.
- Quando terminam, os pares que trocaram as respostas entre si partilham as respostas completas, defendendo as suas razões para as alterações feitas e dão feedback sobre o raciocínio usado pelo par que iniciou a resposta.

– No final, o professor pede a alguns dos pares para partilharem os seus exemplos. Toda a turma se pronuncia dando feedback.

Como contribui para o ensino:

Os professores ouvem atentamente os alunos, sobre como trocam ideias e como reúnem provas sobre a natureza e a profundidade da sua compreensão. Assim, podem planificar novas oportunidades para abordar o conceito em questão se surgirem dificuldades. Dependendo da informação recolhida, o professor pode decidir sobre a necessidade de diferenciar as atividades de aprendizagem para certos grupos de alunos. Usando TAF no meio da sequência de ensino, o professor pode avaliar em que medida os alunos estão a fazer progressos para atingir os objetivos de aprendizagem (descritores de desempenho) e os critérios de sucesso.

Como contribui para a aprendizagem:

Proporciona oportunidades aos alunos para pensarem sobre o que sabem, analisarem o pensamento dos seus pares e chegarem a um consenso.

O confronto com outras perspetivas proporciona feedback que permite aos alunos reestruturarem ou tornarem mais complexo o seu conhecimento.

Outras sugestões de utilização:

A TAF Trocar Perguntas também pode ser usada para associar trabalho de pares e trabalho individual. Um aluno inicia a resposta e, em seguida, troca-a com outro colega para completar a resposta e partilhar ideias.

Também pode envolver alunos de turmas diferentes. As respostas à pergunta feita pelo professor são trocadas entre pares de alunos de duas turmas que estão a estudar o mesmo tema.

A reter:

O professor deve certificar-se de que dá tempo suficiente para que os alunos se envolvam numa discussão profícua sobre as ideias e para que se pronunciem sobre a questão. No fim da partilha dos exemplos de respostas selecionados com a turma, deve também mostrar como é que um "perito" responderia à pergunta. Sem esta oportunidade, os alunos podem ser levados a aceitar conceções alternativas ou afirmações inexatas que foram feitas pelos seus pares.

Fonte: LOPES, José, SILVA, Helena; *50 Técnicas de Avaliação Formativa*; Pactor Editora, 2ª Edição.

ANO LETIVO 2021/2022
TRABALHO DE PARES – MATEMÁTICA A
12º ANO   TURMA 3

Técnica de Avaliação – Troca de Questões

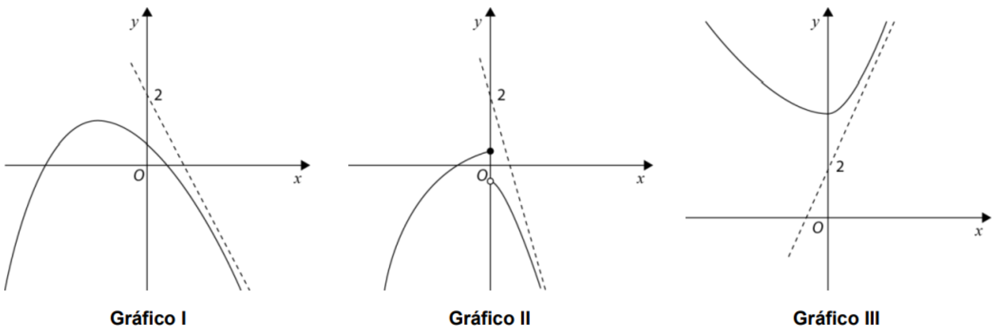
Grupo de Arranque	Número: Número:	Nome: Nome:
Grupo de Conclusão	Número: Número:	Nome: Nome:

1. Seja $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ uma função tal que:

f tem derivada finita em todos os pontos do seu domínio;

$f'(x) \times f''(x) < 0$, para qualquer $x \in \mathbb{R}^-$;

$\lim\limits_{x\to+\infty}(f(x)+x) = 2.$



Nenhuma das representações gráficas a seguir apresentadas é a representação gráfica da função f. Elabore uma composição na qual apresente, para cada uma das representações gráficas, uma razão pela qual essa representação gráfica não pode ser a representação gráfica da função f.

Grupo de Arranque	

<table>
<tr><td rowspan="4">Grupo de Conclusão</td><td colspan="2">☐ Concordo com o apresentado pelo Grupo de Arranque. Concluí a atividade no espaço disponibilizado em baixo</td></tr>
<tr><td rowspan="2">☐ Não concordo com o apresentado pelo Grupo de Arranque.</td><td>☐ Efetuei emendas no que eles apresentaram e concluí a atividade no espaço disponibilizado em baixo.</td></tr>
<tr><td>☐ Resolvi toda a atividade no espaço disponibilizado em baixo.</td></tr>
<tr><td colspan="2"></td></tr>
</table>

ANO LETIVO 2021/2022
TRABALHO DE PARES – MATEMÁTICA A
12º ANO   TURMA 3

Técnica de Avaliação – Troca de Questões

Grupo de Arranque	Número: Número:	Nome: Nome:
Grupo de Conclusão	Número: Número:	Nome: Nome:

2. Admita que, num certo dia de Verão, na praia de Buarcos, a temperatura do ar e a temperatura da água do mar, às t horas desse dia, são dadas, em graus celsius (℃), respetivamente por:

$$A(t) = 20 + 8\sin\frac{\pi(t-8{,}3)}{12} \qquad M(t) = 10 + 2\cos\frac{\pi(t-17{,}6)}{12}$$

a) Indique em que altura do dia, em horas e minutos, a temperatura do ar atingiu o valor máximo.

b) Determine durante quanto tempo a água do mar esteve, nesse dia, a uma temperatura superior a 11℃.

c) Recorrendo às capacidades gráficas da calculadora, determine o instante em que foi máxima a diferença entre a temperatura do ar e a temperatura da água, nesse dia, na praia de Buarcos. Apresente o resultado em horas e minutos, arredondados às unidades. Explique como procedeu e na sua explicação deve incluir o gráfico, ou os gráficos, obtido(s) na calculadora e assinalar as coordenadas de algum, ou alguns, pontos relevantes (apresente as coordenadas arredondadas às centésimas).

Grupo de Arranque	

<table>
<tr><td rowspan="4">Grupo de Conclusão</td><td>☐</td><td colspan="3">Concordo com o apresentado pelo Grupo de Arranque. Concluí a atividade no espaço disponibilizado em baixo</td></tr>
<tr><td rowspan="2">☐</td><td rowspan="2">Não concordo com o apresentado pelo Grupo de Arranque.</td><td>☐</td><td>Efetuei emendas no que eles apresentaram e concluí a atividade no espaço disponibilizado em baixo.</td></tr>
<tr><td>☐</td><td>Resolvi toda a atividade no espaço disponibilizado em baixo.</td></tr>
<tr><td colspan="4"></td></tr>
</table>

ANO LETIVO 2021/2022
TRABALHO DE PARES – MATEMÁTICA A
12º ANO   TURMA 3

Técnica de Avaliação – Troca de Questões

Grupo de Arranque	Número: Número:	Nome: Nome:
Grupo de Conclusão	Número: Número:	Nome: Nome:

3. Seja f uma função contínua de domínio $[a, b]$ com $f(a) = 5$ e $f(b) = 2$. Então a equação $f(x) = 6$:

(A) Nunca é impossível.

(B) Pode ser impossível.

(C) É sempre impossível.

(D) É sempre possível se f não é monótona.

Justifique a sua resposta apresentando pelo menos um motivo para a exclusão de cada uma das restantes opções.

Grupo de Arranque	

<table>
<tr><td rowspan="4">Grupo de Conclusão</td><td colspan="2">☐ Concordo com o apresentado pelo Grupo de Arranque. Concluí a atividade no espaço disponibilizado em baixo</td></tr>
<tr><td rowspan="2">☐ Não concordo com o apresentado pelo Grupo de Arranque.</td><td>☐ Efetuei emendas no que eles apresentaram e concluí a atividade no espaço disponibilizado em baixo.</td></tr>
<tr><td>☐ Resolvi toda a atividade no espaço disponibilizado em baixo.</td></tr>
<tr><td colspan="2"></td></tr>
</table>

Apêndice P

Grelha de Observação de Atitudes

Escola Secundária José Falcão
Ano letivo 20__- 20__

REGISTO DE ATITUDES NA AULA DE MATEMÁTICA | TURMA___ |__ºP

N.º	Aula n.º																							MÉDIA
	Aluno / Data																							

LEGENDA:
RP – Não é pontual; **RM** – Falta de Material; **RT** – Lento nas tarefas;
CA – Comportamento não adequado; **C**N – Não cumpre normas; **CR** – Não respeita;
PI – não interessado; **PC –** não colabora; **PA** – sem autonomia.

Escola Secundária José Falcão
Ano letivo 20__- 20__

REGISTO DE PARTICIPAÇÃO NA AULA DE MATEMÁTICA | TURMA___ |__ºP

N.º	Aula n.º																							MÉDIA
	Aluno / Data																							

LEGENDA:
A – Empenho na tarefa
B – Argumenta matematicamente com os pares
C – Aplica diretamente conhecimentos
D – Aplica conhecimentos a novas situações
E – Revela espírito crítico

1 – Mau (4 valores)
2 – Insuficiente (8 valores)
3 – Suficiente (12 valores)
4 – Bom (15 valores)
5 – Muito Bom (18 valores)
6 – Excelente (20 valores)

Apêndice Q

PGA adaptada, com MSAI

ANO LETIVO 2021/2022

TESTE 2 – MATEMÁTICA A - MSAI

12º ANO – TURMA 3

PROFESSORAS: Natividade Correia e Diana Batista

Data: 25-05-2022

JOSÉ FALCÃO
ESCOLA SECUNDÁRIA

Duração do teste: 100 minutos.

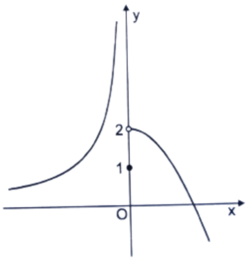
Utilize apenas caneta ou esferográfica de tinta azul ou preta.
É permitido o uso de régua, compasso, esquadro e transferidor.
É permitido o uso de calculadora gráfica.
Não é permitido o uso de corretor. Risque aquilo que pretende que não seja classificado.
Apresente as suas respostas de forma legível.
Apresente apenas uma resposta para cada item.
A prova inclui um formulário.
As cotações dos itens encontram-se no final da prova.

Na resposta aos itens de escolha múltipla, selecione a opção correta. Escreva, na folha de respostas, o número do item e a letra que identifica a opção escolhida.

Na resposta aos itens de construção apresente todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias. Quando, para um resultado, não é pedida uma aproximação, apresente sempre o valor exato.

1. A função f definida por $f(x) = \sin x \cdot e^{\sin x}$ de domínio $\mathbb{R}$ tem período 2π. Estude a função quanto à monotonia e existência de extremos no intervalo $[0{,}2\pi]$ e determine o seu contradomínio.

2. Na figura está parte da representação gráfica de uma função g de domínio $\mathbb{R}$ e contínua em $\mathbb{R}\backslash\{0\}$. Considere a sucessão de termo geral $u_n = \frac{1}{n}$. Indique o valor de $\lim\limits_{x \to +\infty} g(u_n)$.



(A) $+\infty$ **(B)** 0 **(C)** 1 **(D)** 2

3. Considere a linha do triângulo de Pascal em que o produto do segundo elemento pelo penúltimo elemento é 484. Qual é a probabilidade de escolher, ao acaso, um elemento dessa linha que seja superior a 1000?

(A) $\frac{15}{23}$ **(B)** $\frac{17}{23}$ **(C)** $\frac{6}{11}$ **(D)** $\frac{8}{11}$

4. Considere os números complexos $z_1 = -1 + \sqrt{3}\, i$ e $z_2 = 2e^{i\frac{\pi}{6}}$.

4.1. Mostre que $z_1 = 2e^{i\left(\frac{2\pi}{3}\right)}$.

4.2. Determine, na forma trigonométrica, os valores não nulos de z para os quais $z^2 \times z_1 = \bar{z}$.

4.3. Determine o menor número natural n tal que $(z_2)^n$ é um número real positivo.

5. Uma turma é constituída por rapazes e por raparigas, num total de 20 alunos. Sabe-se que:

- $\frac{1}{4}$ dos rapazes tem olhos verdes;
- escolhido, ao acaso, um aluno da turma, a probabilidade de ele ser rapaz e de ter olhos verdes é $\frac{1}{10}$

Quantos rapazes tem a turma?

6. Considere a função real de variável real f definida por $f(x) = \begin{cases} \sin x & se\ x \leq 0 \\ x & se\ \ x > 0 \end{cases}$. Então, a função g definida por $g(x) = \frac{f(x)}{x}$:

(A) é contínua no ponto 0.

(B) tem limite finito, mas não é contínua no ponto 0.

(C) tem limite infinito no ponto 0.

(D) não tem limites no ponto 0.

7. Sejam f e g as funções definidas em $\mathbb{R}^+$ por $f(x) = \log_2 x$ e $g(x) = \log_3 x$. Qual o conjunto solução da condição $f(x) > g(x)$?

(A) $\mathbb{R}^+$ **(B)** $]0,1[$ **(C)** $\emptyset$ **(D)** $]1, +\infty[$

8. Admita que uma certa população de seres vivos evolui de acordo com a seguinte lei: o número de indivíduos da população, t dias após um certo instante inicial, é dado aproximadamente por $P(t) = ae^{kt}$ $(t \in \mathbb{R}_0^+)$ em que:

- a é o número de indivíduos da população no instante inicial $(a > 0)$;
- k é uma constante real;

8.1. Seja r um número real positivo. Considere que, ao fim de n dias, contados a partir do instante inicial, o número de indivíduos da população é igual a r vezes o número de indivíduos que existiam no referido instante inicial. Mostre que se tem $k = \frac{\ln(r)}{n}$ ($\ln$ designa logaritmo de base e).

8.2. Admita que, às zero horas do dia 1 do corrente mês, se iniciou, em laboratório, uma cultura de bactérias, em pequena escala, na qual se juntaram:

- 500 indivíduos de uma estirpe A;
- 500 indivíduos de uma estirpe B;

Nunca foram introduzidos mais indivíduos destas duas estirpes nesta cultura.

As condições da cultura são desfavoráveis para a estirpe A, mas são favoráveis para a estirpe B. De facto,

- decorrido exatamente um dia, a estirpe A estava reduzida a 250 indivíduos;
- decorridos exatamente seis dias, a estirpe B tinha alcançado 1000 indivíduos.

Apêndice R

Ficha de Auto Avaliação proposta pelo Núcleo de Estágio

Ficha de Autoavaliação – Matemática A

Ensino Secundário

Nome ____Nº______ Ano______ Turma_____

Momentos Formais de Avaliação	1º período			2º período			3º período		
	Saber científico	Raciocínio e Resolução de problemas	Investigação e Comunicação	Saber científico	Raciocínio e Resolução de problemas	Investigação e Comunicação	Saber científico	Raciocínio e Resolução de problemas	Investigação e Comunicação
MFA 1									
MFA 2									
MFA 3									
MFA 4									
Média									
	D1	D2	D3	D1	D2	D3	D1	D2	D3

Desenvolvimento pessoal e interpessoal		1º período						2º período						3º período					
		Mau (4)	Medíocre (8)	Suficiente (12)	Bom (15)	Muito bom (18)	Excelente (20)	Mau (4)	Medíocre (8)	Suficiente (12)	Bom (15)	Muito bom (18)	Excelente (20)	Mau (4)	Medíocre (8)	Suficiente (12)	Bom (15)	Muito bom (18)	Excelente (20)
Responsabilidade	Pontualidade																		
	Material																		
	Organização																		
	Média (A)																		
Comportamento	Linguagem e postura																		
	Cumprimento de normas e regras																		
	Respeito, solidariedade e tolerância																		
	Média (B)																		
Participação	Atenção e interesse																		
	Colaboração e persistência																		
	Autonomia																		
	Média (C)																		
D4 = $\frac{A+B+C}{3} \times 0{,}10$																			

	1º período	2º período*	3º período**
Saber científico (Média D1)			
Raciocínio e Resolução de problemas (Média D2)			
Investigação e Comunicação (Média D3)			
Desenvolvimento pessoal e interpessoal (D4)			

* Média ponderada do 1º e 2º períodos
** Média ponderada do 1º, 2º e 3º períodos

A minha classificação			

1º período	
Pontos fortes	**Pontos a melhorar**

2º período	
Pontos fortes	**Pontos a melhorar**

3º período	
Pontos fortes	**Pontos a melhorar**

	1º período	2º período	3º período
Autoavaliação			
Data			
Rúbrica do aluno			
Rúbrica do professor			

Apêndice S

Ficha de Auto Avaliação aprovada pelo Grupo Disciplinar de Matemática

FICHA DE AUTOAVALIAÇÃO 10º, 11º e 12º ANOS – MATEMÁTICA A

Ano Letivo 2021/2022

Nome ______________________________ N.º ______ Ano ______ Turma ______

1º Período		2º Período		3º Período	
Saber Científico, Técnico, Tecnológico, Artístico e Ambiental $P_1 = \frac{\boldsymbol{D_1} =}{Total\ \boldsymbol{D_1} =} \times 200 =$ ____	$\boldsymbol{S_1 = P_1 \times 0,4}$ $=$ ________	**Saber Científico, Técnico, Tecnológico, Artístico e Ambiental** $P_1 = \frac{\boldsymbol{D_1} =}{Total\ \boldsymbol{D_1} =} \times 200 =$ ____	$\boldsymbol{S_1 = P_1 \times 0,4}$ $=$ ________	**Saber Científico, Técnico, Tecnológico, Artístico e Ambiental** $P_1 = \frac{\boldsymbol{D_1} =}{Total\ \boldsymbol{D_1} =} \times 200 =$ ____	$\boldsymbol{S_1 = P_1 \times 0,4}$ $=$ ________
Raciocínio e Resolução de Problemas $P_2 = \frac{\boldsymbol{D_2} =}{Total\ \boldsymbol{D_2} =} \times 200 =$ ____	$\boldsymbol{S_2 = P_2 \times 0,4}$ $=$ ________	**Raciocínio e Resolução de Problemas** $P_2 = \frac{\boldsymbol{D_2} =}{Total\ \boldsymbol{D_2} =} \times 200 =$ ____	$\boldsymbol{S_2 = P_2 \times 0,4}$ $=$ ________	**Raciocínio e Resolução de Problemas** $P_2 = \frac{\boldsymbol{D_2} =}{Total\ \boldsymbol{D_2} =} \times 200 =$ ____	$\boldsymbol{S_2 = P_2 \times 0,4}$ $=$ ________
Investigação e Comunicação $P_3 = \frac{\boldsymbol{D_3} =}{Total\ \boldsymbol{D_3} =} \times 200 =$ ____	$\boldsymbol{S_3 = P_3 \times 0,1}$ $=$ ________	**Investigação e Comunicação** $P_3 = \frac{\boldsymbol{D_3} =}{Total\ \boldsymbol{D_3} =} \times 200 =$ ____	$\boldsymbol{S_3 = P_3 \times 0,1}$ $=$ ________	**Investigação e Comunicação** $P_3 = \frac{\boldsymbol{D_3} =}{Total\ \boldsymbol{D_3} =} \times 200 =$ ____	$\boldsymbol{S_3 = P_3 \times 0,1}$ $=$ ________
RESPEITO ___ AUTONOMIA ___ COOPERAÇÃO ___ ESPÍRITO CRÍTICO E AUTOAVALIAÇÃO ___ $P_4 = \frac{\boldsymbol{D_4} =}{Total\ \boldsymbol{D_4} =} \times 200 =$ ____	$\boldsymbol{S_4 = P_4 \times 0,1}$ $=$ ________	RESPEITO ___ AUTONOMIA ___ COOPERAÇÃO ___ ESPÍRITO CRÍTICO E AUTOAVALIAÇÃO ___ $P_4 = \frac{\boldsymbol{D_4} =}{Total\ \boldsymbol{D_4} =} \times 200 =$ ____	$\boldsymbol{S_4 = P_4 \times 0,1}$ $=$ ________	RESPEITO ___ AUTONOMIA ___ COOPERAÇÃO ___ ESPÍRITO CRÍTICO E AUTOAVALIAÇÃO ___ $P_4 = \frac{\boldsymbol{D_4} =}{Total\ \boldsymbol{D_4} =} \times 200 =$ ____	$\boldsymbol{S_4 = P_4 \times 0,1}$ $=$ ________
SOMA: $S_1 + S_2 + S_3 + S_4 =$		**SOMA:** $S_1 + S_2 + S_3 + S_4 =$		**SOMA:** $S_1 + S_2 + S_3 + S_4 =$	
A minha classificação:		**A minha classificação:**		**A minha classificação:**	

REFLEXÃO CRÍTICA SOBRE O TRABALHO REALIZADO (Pontos fortes e Pontos fracos)		
1.º PERÍODO		
	Data	**Assinatura:**
2.º PERÍODO		
	Data	**Assinatura:**
3.º PERÍODO		
	Data	**Assinatura:**

Apêndice T

Ficha Síntese do 12º3 do Final do 3º Período

JOSÉ FALCÃO
ESCOLA SECUNDÁRIA

Ficha Síntese de Informação Periódica de Avaliação

		Saber científico, Técnico, Tecnológico, Artístico e Ambiental			Raciocínio, Resolução de Problemas			Investigação e comunicação			Desenvolvimento Pessoal e Interpessoal			
Ano: **12º** Turma: **3** Data: 06/06/2022 Disciplina: Matemática A Professoras: Natividade Correia e Diana Batista		**40%**			**40%**			**10%**			**10% por Observação direta**			
Nº	Nome	Provas parcelares	Trabalhos sala de aula	Provas globais	Provas parcelares	Trabalhos sala de aula	Provas globais	Provas parcelares	Trabalhos sala de aula	Provas globais	Respeito	Autonomia	Cooperação	Espírito Crítico e Autoavaliação
[redacted]	[redacted]	MI	MI	MI	MI	MI	MI	Insuf	Insuf	Insuf+	Suf+	MI	Insuf+	Insuf
[redacted]	[redacted]	MB	MB	B+	MB	MB	B+	MB	MB	MB	MB	MB	MB	MB
[redacted]	[redacted]	MB	MB	MB	MB	MB	MB	MB	MB	B+	MB	MB	MB	B+
[redacted]	[redacted]	MB	MB	Suf	B+	MB	B	B+	MB	MB	MB	MB	MB	B+
[redacted]	[redacted]	B	Suf	Suf	Suf	Suf-	Suf -	Suf	Suf -	Suf	MB	Suf -	Suf -	Suf
[redacted]	[redacted]	MB	MB	MB	B+	MB	B+	MB	MB	MB	MB	MB	MB	B+
[redacted]	[redacted]	MB	B+	B	B+	B+	B+	B	B+	B+	MB	B	Suf+	Suf
[redacted]	[redacted]	MB	MB	B+	MB	MB	B	B	B+	B+	MB	MB	MB	B+
[redacted]	[redacted]	Insuf	Suf-	Insuf	Insuf	Suf-	Insuf	Insuf	Insuf	MI	MB	Insuf	Suf-	Insuf
[redacted]	[redacted]	B+	B+	Suf+	B+	B+	B+	B+	MB	MB	MB	MB	MB	MB
[redacted]	[redacted]	MB	MB	B+	MB	MB	B+	MB	MB	MB	MB	MB	MB	MB
[redacted]	[redacted]	B+	MB	B+	B+	B+	B	B	B+	B+	MB	MB	MB	B+
[redacted]	[redacted]	MB	MB	MB	MB	MB	MB	MB	MB	MB	MB	MB	B+	MB
[redacted]	[redacted]	Suf	B-	Suf	Suf	B-	Suf+	B	B	B	MB	B	Suf+	Suf
[redacted]	[redacted]	Suf	Suf+	Suf-	Insuf	Suf	Suf	Suf	Suf	Suf	B+	Suf-	Suf-	Suf-
[redacted]	[redacted]	MB	MB	MB	MB	MB	MB	MB	MB	MB	MB	MB	MB	MB
[redacted]	[redacted]	Insuf-	MI	MI	MI	MI	Insuf	Insuf	Insuf+	Insuf	MB	Insuf	Insuf	Insuf
[redacted]	[redacted]	MB	MB	MB	MB	MB	MB	MB	MB	MB	MB	MB	MB	MB
[redacted]	[redacted]	Suf-	Suf-	Insuf	Insuf	Suf-	Insuf	Insuf	Suf-	Insuf	MB	Suf -	Suf-	Suf-
[redacted]	[redacted]	Insuf	Insuf	Insuf	Insuf	Insuf	Insuf	Suf-	Suf	Insuf	MB	Suf-	Suf	Suf-
[redacted]	[redacted]	Insuf	Suf-	Insuf	MI	Suf-	Suf -	Insuf	Insuf	Insuf	MB	Insuf	Suf-	Suf-
[redacted]	[redacted]	MB	MB	MB	MB	MB	MB	MB	MB	MB	MB	MB	MB	MB
[redacted]	[redacted]	Suf	Suf-	Suf-	Suf-	Suf-	Suf	Suf	Insuf	Insuf+	MB	Insuf	Insuf	Insuf
[redacted]	[redacted]	MI	MI	MI	MI	MI	MI	MI	MI	MI	MB	MI	MI	MI
[redacted]	[redacted]	MB	MB	MB	B+	B+	B+	B+	MB	B+	MB	MB	MB	MB
[redacted]	[redacted]	B+	B+	Suf+	Suf+	B+	B -	Suf+	MB	MB	MB	MB	B	B

Observações:

Notações_ Referencial Comum dos Critérios de Avaliação:
MI (Muito Insuficiente); INSUF (Insuficiente); SUF (Suficiente); B (Bom); MB (Muito Bom); NO (Não Observado)

Escola Secundária José Falcão de Coimbra

____

(A Professora)

Apêndice U

Apresentação Cidadania - O Voto em Portugal

CIDADANIA

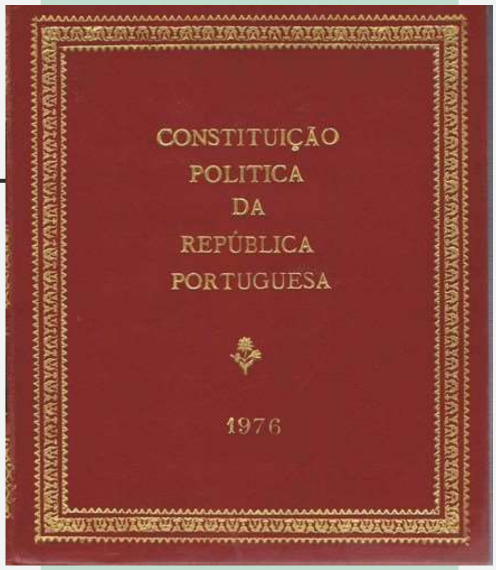
O VOTO EM PORTUGAL

Turma 3 do 12º ano

Constituição da República

É A LEI SUPREMA DO PAÍS.

- Direitos fundamentais dos cidadãos;
- Princípios por que se rege o Estado;
- Grandes orientações políticas;
- Estabelece as regras de organização do Estado;
- Define a estrutura do Estado:
  - Órgãos de soberania;
  - Órgãos de poder político;



Presidente da República

CHEFE DE ESTADO

- Representa a República Portuguesa;
- Garante a independência Nacional, a unidade do Estado e o regular funcionamento das instituições democráticas;
- É o Comandante Supremo das Forças Armadas;
- "Defender, cumprir e fazer cumprir a Constituição da RP".

7 de março de 2022

3

Assembleia da República

PARLAMENTO NACIONAL

- É um órgão de soberania;
- Composto por todos os deputados eleitos;
- Compete assegurar a aprovação das leis fundamentais da República;
- Vigilância pelo cumprimento da Constituição, das leis e dos atos do Governo e da Administração.

4

GOVERNO

Exerce funções políticas, legislativas e administrativas.

- Conduzir a política geral do país e dirigir a Administração Pública;
- Executar a política do Estado;
- Negociar com outros Estados ou organizações internacionais;
- Propor leis à Assembleia da República;
- Estudar problemas e decidir sobre as melhores soluções;
- Fazer regulamentos técnicos para que as leis possam ser cumpridas;
- Decidir onde se gasta o dinheiro público.

Tribunais

ÚNICO ÓRGÃO DE SOBERANIA NÃO ELEITO

- Administram a justiça;
- São independentes e autónomos;
- Juízes independentes, inamovíveis e as suas decisões sobrepõem-se às de qualquer outra autoridade.
- Tribunal Constitucional - leis ou disposições que o tribunal julgue inconstitucionais deixam automaticamente de estar em vigor;

7 de março de 2022

Como Votar?

CUIDADOS A TER

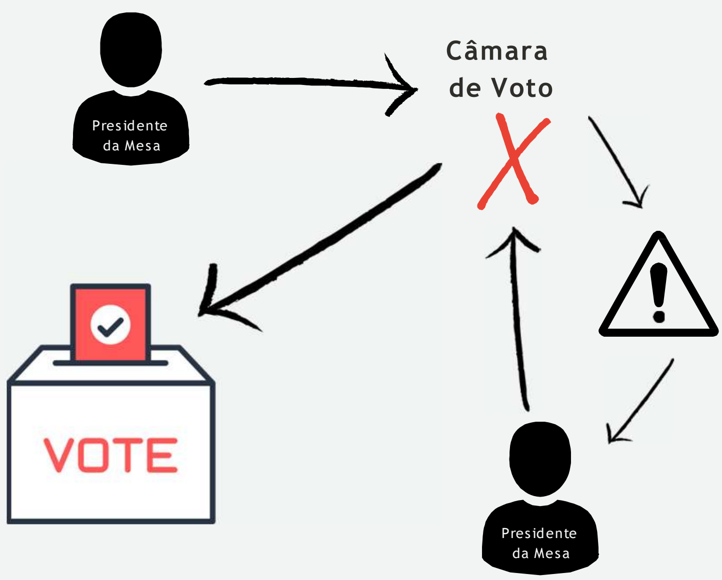
Cartão de Identificação

Data e Local

Boletim de Voto

7

Processo de Voto



7 de março de 2022

8

Voto Nulo

- Quando é assinalado mais do que um quadrado;
- Quando há dúvidas sobre que quadrado está assinalado;
- Quando é assinalado o quadrado de uma lista que tenha desistido ou não tenha sido admitida;
- Cortes, desenhos, rasuras, escrita QUALQUER palavra;
- No caso do voto antecipado, pode também ser anulado caso não esteja devidamente fechado;

Voto Branco

- Todo o Boletim de Voto que não tenha qualquer tipo de marca, é considerado voto em branco.

Não têm influencia no apuramento do número de votos obtidos por cada candidatura e na sua conversão em mandatos;
Numa situação de nº maioritário, a eleição é válida e os mandatos serão apurados tendo em conta os votos validamente expressos.

Onde posso votar?

https://www.recenseamento.maigov.pt/

7 de março de 2022

"Um voto é como uma arma, a sua utilidade depende do caráter do beneficiado."

Theodore Roosevelt

11

Direito ao Voto: Tipos de Sufrágio

Sufrágio:

Voto; Eleição por meio de votos

Sufrágio Restrito

Existem restrições de índole económica, cognitiva, intelectual, social, cultural, racial ou de género.

Sufrágio Universal

Restrições mínimas, estando relacionadas com a idade ou nacionalidade dos cidadãos.

7 de Março de 2022

12

Direito ao Voto: Tipos de Sufrágio

Sufrágio Igual

A cada cidadão corresponde um voto.

Sufrágio Plural

Um cidadão pode votar em mais do que um círculo eleitoral ou acumular votos num mesmo círculo.

7 de Março de 2022

13

Direito ao Voto: Tipos de Sufrágio

Sufrágio Direto

Os eleitores votam diretamente nos seus representantes, sem existência de intermediários.

Sufrágio Indireto

Elegem-se delegados que procedem à eleição direta.

Exemplo: EUA, onde o Presidente e Vice-Presidente são escolhidos por um colégio eleitoral que resulta de sufrágio universal.

7 de Março de 2022

14

Voto no Feminino

Nova Zelândia	Portugal	Arábia Saudita
1893	1911	2015

O Caso Português

Cortes Constituintes de 1820

- Primeiro Parlamento português;
- Sufrágio Indireto;
- Cidadãos masculinos, com mais de 25 anos, que exercessem ocupação considerada útil votavam para eleger os grandes eleitores que, por sua vez, escolhiam os eleitores de comarca e era deste que saía a escolha dos deputados às cortes constituintes.

Estado Novo

Um passado (não) tão distante

Quem podia votar?

- Homens maiores de 21 anos ou emancipados.

- Mulheres que fossem chefes de família, possuidoras de habilitação secundária ou superior.

- Cidadãos analfabetos que pagassem impostos em montante superior a 100 escudos.

7 de Março de 2022

Foi só a partir da revolução do 25 de abril de 1974 que as eleições se passaram a realizar por sufrágio universal nos moldes que hoje conhecemos.

.

ATUALIDADE

- Os cidadãos com idade superior a 18 anos estão automaticamente recenseados;
- Cidadãos estrangeiros que residam em Portugal podem também votar, desde que inscritos e sejam oriundos de:

-Estados Membros da União Europeia;

-Argentina, Brasil, Cabo Verde, Chile, Colômbia, Islândia, Noruega, Nova Zelândia, Peru, Uruguai e Venezuela;

Apêndice V

Quem Quer Ser Matemático? - Ficha de Inscrição de Professores

FICHA DE INSCRIÇÃO - QUEM QUER SER MATEMÁTICO?

21 de janeiro de 2022 – 15h às 17h

Inscrições até dia 17 de janeiro

NOME	GRUPO DISCIPLINAR

Apêndice W

MathCityMap - Roteiro para o 7º ano

JOSÉ FALCÃO ESCOLA SECUNDÁRIA

1 2 9 0 UNIVERSIDADE D COIMBRA

SEMANA DA MATEMÁTICA

2021/2022

7ºANO

MathCityMap

No âmbito da comemoração do Dia Internacional da Matemática, convidamos-te a descobrir a Matemática que te rodeia diariamente. Será que consegues? Diverte-te!

Tarefa - Tecido e mais tecido

A Dona Ana quer colocar um cortinado nas janelas das escadas dos alunos. Que quantidade de tecido é necessária para fazer o cortinado?

<u>Cálculos:</u>

Resultado

Tarefa – Socorro!

Aconteceu um acidente na José Falcão! O Tozé danificou a porta de metal do compartimento da mangueira de socorro. É necessário repor a porta. Que quantidade de chapa, em cm^2, é necessária para reparar o compartimento.

Cálculos:

Resultado

Tarefa – Folha a Folha

Sabendo que uma folha A4 tem, aproximadamente, 21cm de largura e 29,5cm de comprimento. Indica quantas folhas A4 conseguimos colocar em cada placar.

Cálculos:

Resultado

Tarefa – À procura das figuras

Nesta porta encontras várias figuras geométricas.

Seleciona, de entre as seguintes, as que consegues identificar.

A) Quadrado

B) Triângulo

C) Losango

D) Pentágono

E) Retângulo

F) Hexágono

G) Círculo

Tarefa – Mãos à obra

A direção da ESJF quer reparar a parede do átrio do piso 0. Para isso precisa de comprar azulejos. Sabendo que os azulejos só são vendidos em embalagens com 5 azulejos, quantas embalagens precisa de comprar? A escola não tem como cortar azulejos, por isso para cada parte em que não cabe um azulejo completo, tem de ser utilizado um novo.

Cálculos:

Resultado

Apêndice X

MathCityMap - Roteiro para o 8º ano

JOSÉ FALCÃO
ESCOLA SECUNDÁRIA

1 2 9 0
UNIVERSIDADE D COIMBRA

SEMANA DA MATEMÁTICA

2021/2022

8ºANO

MathCityMap

No âmbito da comemoração do Dia Internacional da Matemática, convidamos-te a descobrir a Matemática que te rodeia diariamente. Será que consegues? Diverte-te!

Tarefa - Tecido e mais tecido

A Dona Ana quer colocar um cortinado nas janelas das escadas dos alunos. Que quantidade de tecido é necessária para fazer o cortinado?

Cálculos:

Resultado

Tarefa – Uma questão de cartão

A ESJF vai oferecer uma das máquinas de vendas que se encontra na entrada do piso 1. Determina a área de cartão necessária para encaixotá-la.

Cálculos:

Resultado

Tarefa – Folha a Folha

Sabendo que uma folha A4 tem, aproximadamente, 21cm de largura e 29,5cm de comprimento. Indica quantas folhas A4 conseguimos colocar em cada placar.

Cálculos:

Resultado

Tarefa – Postes e mais postes

Dado o desgaste dos postes na entrada dos alunos da ESJF, a direção decidiu substituí-los por postes iguais. Determina a quantidade, em metros, de tubo de ferro necessária para efetuar a substituição.

Cálculos:

Resultado

Tarefa – Conforto na escola

A Associação de Estudantes quer cobrir o topo do tronco da árvore com uma almofada para que os alunos se possam sentar de forma confortável. Determina, com aproximação às unidades, a área ocupada pela almofada, em dm^2, admitindo o diâmetro máximo do tronco.

Cálculos:

Resultado

Apêndice Y

MathCityMap - Roteiro para o 9º ano

JOSÉ FALCÃO
ESCOLA SECUNDÁRIA

1 2 9 0
UNIVERSIDADE D
COIMBRA

SEMANA DA MATEMÁTICA

2021/2022

9ºANO

MathCityMap

No âmbito da comemoração do Dia Internacional da Matemática, convidamos-te a descobrir a Matemática que te rodeia diariamente. Será que consegues? Diverte-te!

Tarefa – Chama o Pitágoras!

A Poliana estuda artes e para não andar com a sua régua de 70 cm, pensou guardá-la no cacifo. Será que a régua cabe no cacifo?

A) Sim.

B) Não.

Cálculos:

Resultado

Tarefa – Uma questão de cartão

A ESJF vai oferecer uma das máquinas de vendas que se encontra na entrada do piso 1. Determina a área de cartão necessária para encaixotá-la.

Cálculos:

Resultado

Tarefa – Folha a Folha

Sabendo que uma folha A4 tem, aproximadamente, 21cm de largura e 29,5cm de comprimento. Indica quantas folhas A4 conseguimos colocar em cada placar.

Cálculos:

Resultado

Tarefa – Postes e mais postes

Dado o desgaste dos postes na entrada dos alunos da ESJF, a direção decidiu substituí-los por postes iguais. Determina a quantidade, em metros, de tubo de ferro necessária para efetuar a substituição.

Cálculos:

Resultado

Tarefa – Conforto na escola

A Associação de Estudantes quer cobrir o topo do tronco da árvore com uma almofada para que os alunos se possam sentar de forma confortável. Determina, com aproximação às unidades, a área ocupada pela almofada, em dm^2, admitindo o diâmetro máximo do tronco.

Cálculos:

Resultado

Apêndice Z

Síntese elaborada para uma reunião de Conselho de Turma

CT 12º3 - 2ºPeríodo – Matemática A

Atividades:

A professora de Matemática A informou o CT de que a turma participou em atividades presentes no Plano Anual de Atividades (PAA). Nomeadamente, nas palestras “Alice do outro lado do espelho” e “De Pitágoras aos nossos dias: a Matemática e a Música” integradas na “Semana da Matemática”.

Aproveitamento:

No que diz respeito ao aproveitamento da turma, a professora de Matemática A referiu que, de um modo geral, a turma é empenhada e participativa nos trabalhos propostos. Contudo, ao longo do 2º período, muitos dos alunos empenharam-se progressivamente menos num tema estruturante, intitulado: Funções. Esta atitude levou a algumas descidas nas classificações finais da disciplina, mas a professora está expectante relativamente ao 3º período dada a proximidade do exame, esperando, assim, um maior investimento nos trabalhos por parte dos discentes. É ainda de realçar, mais uma vez, que os alunos números [redacted], [redacted], [redacted], [redacted] e [redacted], respetivamente, [redacted], [redacted], [redacted], [redacted] e [redacted], continuam a não realizar o volume de trabalho necessário para ultrapassarem as dificuldades.

Reforço de aprendizagens:

Relativamente ao reforço das aprendizagens, a professora realçou o facto da aluna [redacted] frequentar o apoio com assiduidade e por iniciativa própria. Relativamente aos restantes alunos que aceitaram frequentar o apoio para o qual foram propostos, pela professora, foi elaborado o documento próprio para o efeito que fará parte dos anexos da presente ata.

Comportamento:

No que se refere ao comportamento da turma, a professora de Matemática A, afirmou que, no geral, os alunos são participativos e cumpridores das regras de sala de aula.

A Professora Estagiária,
Diana Batista