



UNIVERSIDADE D
COIMBRA

Miguel Ângelo Teixeira da Silva

**PREVISÃO NUMÉRICA DA VIDA À FADIGA DE
COMPONENTES MECÂNICOS FABRICADOS A
PARTIR DA LIGA DE ALUMÍNIO 7050-T6 PARA
HISTÓRIAS DE CARGA FLEXÃO-TORÇÃO**

**Dissertação no âmbito do Mestrado Integrado em Engenharia Mecânica na
Especialidade de Produção e Projeto orientada pelo Professor Doutor Ricardo
Nuno Madeira Soares Branco e pelo Professor Doutor Pedro André Dias Prates e
apresentada ao Departamento de Engenharia Mecânica da Faculdade de Ciências
e Tecnologia da Universidade de Coimbra**

Julho de 2022

1 2



9 0

FACULDADE DE
CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
UNIVERSIDADE DE
COIMBRA

Previsão numérica da vida à fadiga em componentes mecânicos fabricados a partir da liga de alumínio 7050-T6 para histórias de carga flexão-torção

Dissertação apresentada para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia
Mecânica na Especialidade de Produção e Projeto

Numerical prediction of fatigue life in mechanical components made of 7050-T6 aluminum alloy under bending-torsion loading histories

Autor

Miguel Ângelo Teixeira da Silva

Orientadores

Professor Doutor Ricardo Nuno Madeira Soares Branco

Professor Doutor Pedro André Dias Prates

Júri

Presidente Professor Doutor José Domingos Ferreira da Costa
Professor Associado com Agregação da Universidade de Coimbra

Orientador Professor Doutor Ricardo Nuno Madeira Soares Branco
Professor Auxiliar da Universidade de Coimbra

Vogal Professor Doutor Fernando Jorge Ventura Antunes
Professor Associado com Agregação da Universidade de Coimbra

Coimbra, Julho, 2022

“A ciência pode-nos divertir e fascinar, mas é a engenharia que muda o mundo.”

Isaac Asimov

Aos meus pais.

Agradecimentos

A presente dissertação que aqui se apresenta só foi possível graças à colaboração e apoio de algumas pessoas, às quais gostaria de prestar o meu reconhecimento.

Ao Professor Doutor Ricardo Nuno Madeira Soares Branco, pela orientação desta dissertação, pela total disponibilidade, motivação, partilha de conhecimentos, rigor e dedicação, contribuições determinantes para a realização deste trabalho.

Ao Professor Doutor Pedro André Dias Prates, pela sua disponibilidade e partilha de conhecimentos, em todo o processo e análise numérica.

À professora Doutora Marta Cristina Cardoso Oliveira, pela disponibilização do *template* desta dissertação.

Aos meus pais e irmã, pelo apoio incondicional, pela paciência ao longo desta caminhada, sendo pilares fundamentais, os meus maiores agradecimentos.

À minha Mariana, pelo apoio constante, pelo incentivo, pela paciência, pela motivação, por querer que vá sempre mais além, e por caminhar junto comigo.

Resumo

A presente dissertação tem objetivo primordial desenvolver um procedimento numérico de previsão de vida à fadiga para componentes mecânicos produzidos a partir da liga de alumínio 7050-T6 submetidos a histórias de carga de flexão-torção cíclica. O estudo é efetuado recorrendo a uma geometria cilíndrica com um entalhe lateral semiesférico. Os cenários de carregamento incluem três relações entre o momento fletor (B) e o momento torçor (T), $B=2T/3$, $B/T=1$ e $B=2T$, razões de tensão pulsantes, e dois níveis de carga.

Neste trabalho, recorre-se ao método dos elementos finitos para desenvolver uma metodologia de previsão de vida à fadiga. O primeiro objetivo consiste na elaboração de um modelo numérico com comportamento elastoplástico capaz de caracterizar os estados de tensão e deformação na região do entalhe associados aos diferentes cenários de carregamento. Com base nesse modelo, pretende-se desenvolver um procedimento numérico capaz de prever os locais de iniciação e os ângulos de propagação de fenda na fase inicial de propagação de fenda. A previsão destas variáveis é feita, respetivamente, com recurso ao valor máximo da primeira tensão principal na superfície do entalhe, e com recurso à primeira direção principal do nó da superfície do entalhe com o maior valor da primeira tensão principal.

O segundo objetivo passa por prever a vida de iniciação da fenda à fadiga. Os modelos de previsão de vida à fadiga empregues foram os modelos Smith-Watson-Topper (SWT) e Densidade de Energia de Deformação Total (DEDT). Neste estudo, o estado de tensão-deformação multiaxial foi reduzido a um estado uniaxial equivalente, e o efeito do entalhe foi avaliado através da Teoria das Distâncias Críticas (TCD).

Por fim, os resultados numéricos foram comparados com resultados experimentais obtidos para as mesmas condições de carregamento. Conclui-se que os dois modelos de previsão de vida apresentam previsões satisfatórias, bastante próximas dos resultados obtidos experimentalmente. Contudo, o modelo da DEDT apresenta resultados ligeiramente melhores, com erros médios de previsão de vida inferiores aos do modelo SWT.

Palavras-chave: Carregamentos multiaxiais, flexão-torção, liga de alumínio 7050-T6, modelo numérico elastoplástico, parâmetro SWT, densidade de energia de deformação total, previsão de vida à fadiga.

Abstract

The main objective of this dissertation is to develop a numerical procedure to estimate the fatigue in mechanical components made of aluminium alloy 7050-T6 subjected to bending-torsion loading histories. The study is carried out using a cylindrical geometry with a semi-spherical lateral notch. The loading scenarios include three relations between the bending moment (B) and the torsion moment (T), $B=2T/3$, $B/T=1$ and $B=2T$, pulsating stress ratios, and two loading levels.

In this work, the finite element method is used to develop a fatigue life prediction methodology. The first objective consists in the development of a numerical model with elastoplastic behaviour capable of characterising the stress and strain states in the notch region associated with different loading scenarios. Based on this model, it is intended to develop a numerical procedure capable of predicting the crack initiation sites and the crack angles in the early stage of crack growth. The prediction of these variables is done, respectively, based on the maximum value of the first principal stress at the notch surface, and the first principal direction of the node at the notch surface with the highest value of the first principal stress.

The second objective is the prediction of the fatigue crack initiation life. The fatigue life prediction models employed were the Smith-Watson-Topper (SWT) and Total Strain Energy Density (DEDT) models. In this study, the multiaxial stress-strain state was reduced to an equivalent uniaxial state, and the notch effect was evaluated using Theory of Critical Distance (TCD).

Finally, the numerical results were compared to the experimental results obtained for the same loading conditions. It was concluded that the two life prediction models present satisfactory predictions, quite close to the results obtained experimentally. However, the DEDT model presents slightly better results, with average life prediction errors lower than those of the SWT model.

Keywords: Multiaxial loading, bending-torsion, 7050-T6 aluminium alloy, elastoplastic numerical model, SWT parameter, total strain energy density (TSED), fatigue life prediction.

Índice

Índice de Figuras	ix
Índice de Tabelas	xiii
Simbologia e Siglas	xv
Simbologia.....	xv
Siglas	xix
Acrónimos	xix
1. Introdução.....	1
1.1. Objetivos específicos	2
1.2. Estrutura da dissertação	3
2. Revisão Bibliográfica	1
2.1. Fadiga.....	1
2.2. Projeto à fadiga	6
2.3. Fatores determinantes da falha por fadiga	8
2.3.1. Histórico de carga.....	8
2.3.2. Tensão média.....	10
2.3.3. Concentração de tensões.....	11
2.4. Fadiga oligocíclica.....	12
2.4.1. Resposta tensão-deformação cíclica.....	12
2.5. Previsão de vida em peças entalhadas	19
2.5.1. Modelos baseados nas tensões.....	19
2.5.2. Modelos baseados nas deformações.....	22
2.5.3. Modelos baseados na energia	23
3. Procedimento Numérico	27
3.1. Material.....	27
3.2. Geometria do provete.....	28
3.3. Comportamento elastoplástico do material.....	29
3.3.1. Modelos constitutivos.....	29
3.4. Ensaios experimentais de fadiga multiaxial.....	31
3.5. Procedimento numérico	32
4. Análise e Discussão de Resultados.....	37
4.1. Locais e ângulos de iniciação da fenda.....	37
4.2. Previsão de vida à fadiga	43
4.2.1. Modelo SWT	45
4.2.2. Modelo da Densidade de Energia de Deformação Total.....	51
5. Conclusões.....	57
Referências bibliográficas	59

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2.1 Principais estágios de rotura por fadiga (adaptado de Farahmand et al., 1997) ..	2
Figura 2.2 Esquema de bandas de escorregamento conducentes à iniciação de fendas (adaptado de Farahmand et al., 1997).	3
Figura 2.3 Representação esquemática do: a) modo I; b) modo II; c) modo III, associados à fratura (Socie & Marquis, 2000).	4
Figura 2.4 Representação das curvas $da/dN-\Delta K$ e regimes de propagação de fenda (adaptado de Ellyn (1997)).	6
Figura 2.5 Carregamento: a) amplitude de tensão constante; b) amplitude de tensão aleatória; c) blocos com amplitude de tensão constante (adaptado de Branco, 2013).	9
Figura 2.6 Representação do efeito de concentração de tensões na vida à fadiga (adaptado de Branco (1985)).	11
Figura 2.7 Esquema representativo da resposta tensão-deformação próprias, para diferentes variáveis cíclicas: a) encruamento cíclico por deformação; b) amaciamento cíclico por deformação; c) relaxação da tensão média; d) fenómeno de <i>ratcheting</i> (adaptado de Ellyn, 1997).	13
Figura 2.8 Representação gráfica de um ciclo de histerese saturado (Ellyn, 1997).	14
Figura 2.9 Representação esquemática da posição relativa das curvas tensão-deformação cíclica e monótona, sobreposta sobre os circuitos de histerese saturados, para valores distintos de amplitude de formação (adaptado de Landgraf, 1970).	15
Figura 2.10 Esquema da representação da <i>master curve</i> de um anel de histerese saturado (adaptado de Ellyn, 1997).	17
Figura 2.11 Energia cíclica de deformação, por densidade de estado de tensão uniaxial (Ellyn, 1997).	24
Figura 3.1 Geometria do provete utilizado: (a) vista frontal; (b) vista transversal (Branco et al., 2019).	29
Figura 3.2 Carregamentos normalizados flexão-torção considerados nos ensaios experimentais.	31
Figura 3.3 Resposta cíclica tensão <i>versus</i> deformação plástica equivalente da liga de alumínio 7050-T6 obtida em controlo de deformação para uma amplitude de deformação de $\pm 1.5\%$. Comparação entre os resultados experimentais, a preto, e o modelo numérico, a vermelho (adaptado de Antunes et al., 2017).	33
Figura 3.4 Malha de elementos finitos: (a) representação esquemática de aplicação de força; (b) detalhe da malha na zona do entalhe.	34
Figura 4.1 Local de iniciação observado experimentalmente: a1) B/T=2/3; b1) B/T=1; c1) B/T=2 (Branco et al., 2022), <i>versus</i> local de iniciação previsto numericamente: a2) B/T=2/3; b2) B/T=1; c2) B/T=2. Representação numérica da primeira tensão	

principal na superfície do entalhe (os quadrados representam os resultados obtidos experimentalmente e os círculos representam os locais previstos numericamente).	38
Figura 4.2 Análise de fendas por microscopia eletrônica de varrimento: a) local de união de fendas, para a relação $B/T=2$; local de união de fendas, para a relação $B/T=2/3$; c) ampliação do local de união de fendas de a); d) ampliação do local de união de fendas de b) (adaptado de (Branco et al., 2022)).	39
Figura 4.3 Representação do local de iniciação de fenda, α , e do ângulo de iniciação da fenda, β .	39
Figura 4.4 a) Ângulos dos locais de iniciação de fenda medidos experimentalmente <i>versus</i> previstos numericamente para as três relações de B/T ; b) ângulos de propagação de fenda na fase inicial medidos experimentalmente <i>versus</i> previstos numericamente para as três relações de B/T . (A) refere-se à fenda do lado esquerdo e (B) refere-se à fenda do lado direito.	42
Figura 4.5 a) Ângulos dos locais de iniciação de fenda previstos numericamente através de modelos elasto-plásticos <i>versus</i> previstos numericamente através de modelos lineares elásticos para as três relações de B/T ; b) ângulos de propagação de fenda na fase inicial previstos numericamente através de modelos elasto-plásticos <i>versus</i> previstos numericamente através de modelos lineares elásticos para as três relações de B/T . (A) refere-se à fenda do lado esquerdo e (B) refere-se à fenda do lado direito. Resultados linear elásticos retirados de Silva, 2021.	43
Figura 4.6 Representação dos 4 nós utilizados na previsão numérica da vida à fadiga, representados a branco, junto à reta a vermelho, numa direção normal à superfície do entalhe.	44
Figura 4.7 Evolução da gama de tensão com o número de ciclos carga-descarga: a) gama de tensão normal segundo Y; b) gama de tensão de corte no plano XY.	45
Figura 4.8 a) Evolução da tensão de von Mises <i>versus</i> distância à superfície do entalhe para as três relações B/T , $B/T=2/3$ (BT3_1), $B/T=1$ (BT1_2) e $B/T=2$ (BT2_1); b) representação adimensional para as três relações B/T .	46
Figura 4.9 a) Evolução da deformação de Von Mises <i>versus</i> distância à superfície do entalhe para as três relações B/T , $B/T=2/3$ (BT3_1), $B/T=1$ (BT1_2) e $B/T=2$ (BT2_1); b) representação adimensional para as três relações B/T .	46
Figura 4.10 Metodologia para o cálculo do valor efetivo do parâmetro SWT.	47
Figura 4.11 Resultados de vida à fadiga obtidos numericamente, pelo modelo elastoplástico, com o método SWT, para $2a_0=0.25\text{mm}$ <i>versus</i> obtidos experimentalmente (Silva, 2021).	49
Figura 4.12 Resultados de vida à fadiga obtidos numericamente, pelo modelo elastoplástico, com o método SWT, para $2a_0=0.125\text{mm}$ e $2a_0=0.0625\text{mm}$ <i>versus</i> obtidos experimentalmente (Silva, 2021).	50
Figura 4.13 Função densidade de probabilidade para o erro de previsão da vida à fadiga no modelo SWT para vários valores de distância crítica.	51

Figura 4.14 Resultados de vida à fadiga obtidos numericamente, pelo modelo elastoplástico, com o método da densidade de energia total de deformação, para $2a_0=0.25\text{mm}$ <i>versus</i> obtidos experimentalmente (Silva, 2021).....	53
Figura 4.15 Resultados de vida à fadiga obtidos numericamente, pelo modelo elastoplástico, com o método da densidade de energia de deformação total, para $2a_0=0.125\text{mm}$ e $2a_0=0.0625\text{mm}$ <i>versus</i> obtidos experimentalmente (Silva, 2021).....	54
Figura 4.16 Função densidade de probabilidade para o erro de previsão de vida à fadiga, para o modelo da densidade de energia de deformação total, para os vários valores de distância crítica.	55

ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 2.1 Métodos de obtenção da curva tensão-deformação cíclica (adaptado de Ellyn, 1997).....	16
Tabela 3.1 Composição química, em percentagem (wt.%) de peso, da liga de alumínio 7050-T6 (Branco et al., 2019).	28
Tabela 3.2 Propriedades mecânicas monótonas da liga de alumínio 7050-T6 (Branco et al., 2019).....	28
Tabela 3.3 Propriedades mecânicas cíclicas da liga de alumínio 7050-T6 (Branco et al., 2019).....	28
Tabela 3.4 Parâmetros do material 7050-T6: comportamento elástico, encruamento isotrópico e encruamento cinemático (adaptado de Antunes et al., 2017).	30
Tabela 3.5 Ensaios realizados e variáveis utilizadas.	31
Tabela 4.1 Comparação dos ângulos de iniciação de fenda e dos ângulos de propagação de fenda inicial previstos numericamente e obtidos experimentalmente (Silva, 2021).	40
Tabela 4.2 Vidas à fadiga obtidas experimentalmente, e com base no valor efetivo do parâmetro SWT, para valores de $2a_0$ de 0.25, 0.125 e 0.0625.	48
Tabela 4.3 Vidas à fadiga obtidas experimentalmente, e com base no valor efetivo da densidade de energia de deformação total, para valores de $2a_0$ de 0.25, 0.125 e 0.0625 (Silva, 2021).....	52

SIMBOLOGIA E SIGLAS

Simbologia

a – Comprimento da fenda

A – Constante do material, presente nas leis de Voce, Swift e Lemaître-Chaboche

a_0 – Distância crítica

b' – Expoente de resistência cíclica

B – Momento fletor

c' – Expoente de ductilidade cíclica

C – Constante do material

C_x – Constante do material

C_Y – Constante do material

D – Dano total

da/dN – Taxa de propagação da fenda

$d\bar{\epsilon}_p$ – Taxa de deformação plástica equivalente

D_{AM} – Distância Crítica do Método da Área

D_{LM} – Distância Crítica do Método da Linha

D_{PM} – Distância Crítica do Método do Ponto

E – Módulo de Elasticidade

F – Força aplicada

G – Taxa de libertação de energia

G_c – Taxa de libertação de energia crítica

h – Braço de torção

i – Número do ciclo

k' – Coeficiente de encruamento cíclico

k^* – Coeficiente de encruamento cíclico da *master curve*

k_p – Constante do material

k – Constante do material

K – Fator de intensidade de tensões

K_T – Fator elástico de concentração de tensões

- K_f – Fator de redução de resistência à fadiga
 K_{Ic} – Tenacidade à fratura do material
 $K_{máx}$ – Fator de intensidade de tensão máximo
 $K_{mín}$ – Fator de intensidade de tensão mínimo
 K_σ – fator de concentração de tensões
 K_ϵ – fator de concentração de deformações
 L – Braço de flexão
 m – Constante do material
 n – Constante do material
 n' – Expoente de encruamento cíclico
 n^* – Expoente de encruamento cíclico da *master curve*
 N_f^i – Número de ciclos até à rotura
 N^i – Número de ciclos do bloco de ordem i
 $2N_f$ – Número de reversões até à rotura
 N_T – Número total de ciclos do espectro de carga
 O^* – Origem sistema de coordenadas auxiliar
 q – Fator de sensibilidade ao entalhe
 R – Razão de tensão
 R_ϵ – Razão de deformação
 T – Momento Torçor
 W_e – Densidade de energia de deformação elástica
 W_n – Densidade de energia de deformação normal
 W_p – Densidade de energia de deformação plástica
 x – Constante do material
 X_{sat} – Constante do material
 Y' – Parâmetro adimensional
 Y – Tensão de escoamento
 Y_0 – Constante do material
 Y_{sat} – Constante do material
 α – Ângulo de iniciação de fenda
 α_p – Constante do material
 α_{exp} – Ângulo de iniciação de fenda experimental

α_{num} – Ângulo de iniciação de fenda previsto numericamente

α_{EP} – Ângulo de iniciação de fenda previsto através do modelo elastoplástico

α_{LE} – Ângulo de iniciação de fenda previsto através do modelo linear elástico

α_p – Constante do material

α_A – Ângulo de iniciação de fenda do lado esquerdo

α_B – Ângulo de iniciação de fenda do lado direito

α' – Parâmetro do material do modelo constitutivo

α'' – Constante do material

β – Ângulo de propagação de fenda na fase inicial

β_{exp} – Ângulo de propagação de fenda na fase inicial experimental

β_{num} – Ângulo de propagação de fenda na fase inicial previsto numericamente

β_{EP} – Ângulo de propagação de fenda na fase inicial do modelo elastoplástico

β_{LE} – Ângulo de propagação de fenda na fase inicial previsto através do modelo linear elástico

β_A – Ângulo de propagação de fenda na fase inicial do lado esquerdo

β_B – Ângulo de propagação de fenda na fase inicial do lado direito

β' – Parâmetro do material do modelo constitutivo

ΔK – Gama do fator de intensidade de tensões

ΔK_{lf} – Limiar de propagação de fendas por fadiga

ΔW_0 – Densidade de energia elástica do material para a tensão limite de fadiga

ΔW_{0t} – Densidade de energia de deformação elástica do material para a tensão limite

de fadiga

ΔW_e – Densidade de energia de deformação elástica

ΔW_{e+} – Densidade de energia de deformação elástica positiva

ΔW_p – Densidade de energia de deformação plástica

ΔW_T – Densidade de energia total de deformação

$\Delta \varepsilon$ – Gama de deformação

$\Delta \varepsilon^*$ – Gama de deformação para um sistema de eixos auxiliar

$\Delta \varepsilon/2$ – Amplitude de deformação total

$\Delta \varepsilon_e/2$ – Amplitude de deformação elástica

$\Delta \varepsilon_p/2$ – Amplitude de deformação plástica

$\Delta \sigma$ – Gama de tensão

- $\Delta\sigma^*$ – Gama de tensão normal para um sistema de eixos auxiliar
- $\Delta\sigma/2$ – Amplitude de tensão normal
- $\Delta\sigma_{yy}$ – Gama de tensão normal segundo YY
- $\Delta\tau_{xy}$ – Gama de tensão de corte segundo o plano XY
- $\Delta\sigma_{eq}$ – Gama de tensão normal equivalente
- $\Delta\tau$ – Gama de tensão de corte
- ε_e – Deformação elástica
- ε_0 – Constante do material
- ε_m – Deformação média
- $\bar{\varepsilon}^p$ – Deformação plástica equivalente
- ε'_f – Coeficiente de ductilidade cíclica
- ε_R – Deformação até à rotura
- ε_{nom} – Deformação nominal
- ν – Coeficiente de Poisson
- σ – Tensão nominal/ Tensão de flexão/ Tensor das tensões de Cauchy
- σ' – Tensão local
- σ_i – Amplitude de tensão, ciclo i
- σ_{ced} – Tensão de cedência
- σ_e – Tensão elástica
- σ_{f0} – Tensão limite de fadiga
- σ_{fe} – Tensão limite de fadiga de um provete entalhado
- σ'_f – Coeficiente de resistência cíclica
- σ_m – Tensão média
- $\sigma_{máx}$ – Tensão máxima
- $\sigma_{mín}$ – Tensão mínima
- σ_{nom} – Tensão nominal
- σ_R – Tensão de rotura
- σ_{xx}, σ_{yy} – Tensões normais segundo X e Y, respetivamente
- $\sigma_{eq}^{máx}$ – Tensão máxima equivalente
- σ_i^a – Amplitude de tensão principal i
- σ_i^m – Tensão média principal i

σ'' – Componente desviadora do tensor das tensões de Cauchy
 τ – Tensão de corte
 τ_{XY} – Tensão de corte no plano XY
 τ_a – Amplitude de tensão de corte
 τ_m – Tensão de corte média
 ξ – Coeficiente de biaxilidade
 X'' – Componente desviadora do tensor das tensões inversas
 f – Potencial elástico
 σ_{ij} – Componentes do tensor das tensões
 ε_{ij} – Componentes do tensor das deformações
 Σ_{ij} – Componentes do tensor das tensões efetivo Σ
 ρ – Raio da raiz do entalhe
 $\delta\sigma_0$ – Expansão cíclica da gama elástica

Siglas

DEDT – Densidade de Energia de Deformação Total
EP – Modelo Elastoplástico
LCF – *Low-Cycle Fatigue*
LE – Modelo Linear Elástico
LM – Método da Linha
MST – *Multiple Step Test*
SST – *Single Step Test*
IST – Incremented Step Test
SWT – Modelo Smith-Watson-Topper
TCD – Teoria das Distâncias Críticas

Acrónimos

MEF – Método dos Elementos Finitos

1. INTRODUÇÃO

Nos dias de hoje, a indústria moderna está cada vez mais competitiva, sendo necessário o desenvolvimento de métodos inovadores e eficientes, por forma a dar resposta ao mercado cada vez mais exigente, permitindo obter produtos complexos, mas que devem ser também fiáveis e, se possível, acessíveis e fáceis de produzir. As ligas de alumínio da série 7xxx são vastamente utilizadas, nas indústrias aeronáutica, aeroespacial e automóvel, devido à sua baixa densidade, alta resistência, tenacidade e preço acessível. São utilizadas na produção de componentes críticos, que podem conter descontinuidades geométricas severas, e solicitados com carregamentos cíclicos que podem incluir cenários multiaxiais, o que os torna suscetíveis à falha por fadiga. Consequentemente, torna-se essencial estudar o comportamento elastoplástico cíclico nas zonas críticas do material, por forma a evitar, ou pelo menos, reduzir o risco de início e propagação de fendas por fadiga.

É comum considerar, para componentes mecânicos sujeitos a vidas à fadiga longas, que o material em serviço irá apenas ser carregado para deformar elasticamente, mas devido à concentração de tensões nas zonas de descontinuidade geométrica, é possível ocorrer também deformação plástica, durante o período de serviço. De forma a evitar a fratura do material, é necessário desenvolver modelos capazes de prever, com exatidão, o número de ciclos para o qual irá haver iniciação de fissuras por fadiga.

Apesar dos avanços tecnológicos, a previsão da vida à fadiga baseada exclusivamente em métodos experimentais, torna-se, geralmente, uma abordagem muito dispendiosa, pois requer o estudo de inúmeros parâmetros, cujos efeitos não são totalmente compreendidos. Por outro lado, não existe, ainda, na literatura um modelo de previsão de vida à fadiga que possa ser universalmente aplicado, o que se pode explicar pela complexidade do fenómeno e, também, pelas lacunas no conhecimento científico na atualidade.

As peças com descontinuidades geométricas, vulgarmente designadas por entalhes, e carregadas multiaxialmente, têm uma complexidade acrescida, especialmente quando o seu dimensionamento é feito à fadiga, pois podem originar triaxialidade de tensões, que favorecem a iniciação de fenda e, por conseguinte, promovem a redução da vida da peça, sendo este um tópico de estudo que requer investigação adicional. Idealmente, uma

metodologia interessante para abordar este problema seria a combinação das mais-valias da experimental com as mais-valias da vertente numérica.

A abordagem experimental é de enorme importância, pois permite efetuar análises em diferentes perspetivas, quer recorrendo a componentes à escala, quer a geometrias normalizadas. Contudo, como se referiu anteriormente, é uma abordagem mais demorada e dispendiosa, requerem pessoal especializado para o procedimento, e equipamento tecnológico avançado. A abordagem numérica, quando devidamente validada, tem outras vantagens, tais como, a possibilidade de efetuar estudos paramétricos muito detalhados, a rapidez na obtenção dos resultados, e um custo associado muito inferior. Nesse sentido, o desenvolvimento de um modelo numérico, validado experimentalmente, será uma ferramenta de projeto de elevado interesse, permitindo obter previsões mais rápidas, com baixo custo, abrindo também a possibilidade de posteriormente poder ser aplicada a novas situações geométricas, carregamentos distintos, e diferentes materiais.

Tendo em conta todas estas lacunas mencionadas anteriormente, pretende-se com este trabalho contribuir para o estudo do fenómeno de fadiga desenvolvendo um modelo numérico, validado experimentalmente, que permita corretamente prever a vida à fadiga de peças entalhadas, concebidas a partir da liga de alumínio 7050-T6, sujeitas a carregamentos proporcionais de flexão-torção cíclica. Pretende-se, que esta ferramenta numérica contenha um modelo constitutivo elastoplástico, de modo a avaliar de forma mais precisa a plasticidade cíclica na região da descontinuidade geométrica.

1.1. Objetivos específicos

O objetivo da presente dissertação é desenvolver uma metodologia de previsão de vida à fadiga para peças de secção circular, com entalhes laterais, produzidos a partir da liga de alumínio 7050-T6, sujeitas a histórias de carga multiaxial de flexão-torção. Numa fase inicial, pretende-se desenvolver um modelo numérico elastoplástico capaz de caracterizar os estados de tensão e deformação nas zonas críticas das descontinuidades geométricas.

Posteriormente, numa segunda fase, pretende-se estimar a vida à fadiga para os vários cenários de carregamento, utilizando diferentes modelos de previsão existentes na literatura,

bem como prever os locais de iniciação das fendas, e os ângulos da fenda na fase inicial de propagação.

Por fim, faz-se uma comparação entre as previsões obtidas numericamente e os resultados experimentais obtidos para as mesmas condições de carga. As previsões de vida são realizadas utilizando o modelo Smith-Watson-Topper (SWT) e o modelo da Densidade de Energia de Deformação Total (DEDT). O efeito do entalhe é avaliado através da Teoria das Distâncias Críticas (TCD).

1.2. Estrutura da dissertação

A presente dissertação encontra-se dividida em cinco capítulos. De seguida, é feita uma breve descrição do conteúdo de cada capítulo:

- O Capítulo 1 serve de introdução ao tema em análise, apresenta os objetivos principais do trabalho e descreve a estrutura da dissertação;

- O Capítulo 2 faz a revisão da literatura, aborda o fenómeno de fadiga, e descreve os principais parâmetros que afetam o fenómeno. Seguidamente, aborda a resposta tensão-deformação cíclica. Por fim, faz, também, referência aos modelos de previsão de vida à fadiga mais comumente utilizados em engenharia.

- O Capítulo 3 descreve o procedimento numérico desenvolvido no âmbito desta dissertação, detalha os carregamentos estudados e as propriedades mecânicas monótonas e cíclicas do material, e descreve o modelo constitutivo elastoplástico considerado nas simulações.

- O Capítulo 4 apresenta e descreve os resultados obtidos, através das simulações numéricas, para os locais e ângulos de iniciação da fenda, fazendo a comparação com os resultados experimentais bem como com recurso a modelos constitutivos lineares elásticos. Por fim, compara também as previsões de vida de iniciação obtidas através de diferentes métodos existentes na literatura com os resultados obtidos experimentalmente.

- O Capítulo 5 apresenta as principais conclusões do trabalho realizado, fazendo-se, por último, referência a alguns pontos que carecem de uma pesquisa mais aprofundada.

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1. Fadiga

A fadiga define-se como uma mudança nas propriedades mecânicas de um material, devido à aplicação repetida de ciclos de tensão ou deformação, e que geralmente conduz a falhas mecânicas que levam à rotura do material. Trata-se de um evento que é progressivo, irreversível e localizado, que pode ocorrer num ou em vários pontos, originando fendas que, após um número suficiente de ciclos de carga, leva à fratura do material. As causas da fadiga são inúmeras, podendo ser causada por meras flutuações na aplicação da carga, como também devido a outros fatores de sinergia, tais como fadiga por fluência, causada por aplicação de cargas cíclicas combinadas com alta temperatura, fadiga por corrosão, quando as cargas são aplicadas num ambiente quimicamente agressivo, fadiga termomecânica, resultado da combinação de fadiga térmica e mecânica, fadiga por contacto deslizante e/ou rolante, fadiga por *fretting*, entre outros (Suresh, 1999).

O primeiro estudo alusivo à fadiga é da autoria do engenheiro alemão August Wohler (1819-1914), pioneiro na investigação e análise do fenómeno de rotura por fadiga, devido à rotura sistemática em eixos de locomotivas na indústria ferroviária alemã, no qual estudou o efeito da aplicação de cargas cíclicas. Relacionou ainda a tensão aplicada com o número de ciclos até à rotura, o que deu origem às curvas S-N que conhecemos hoje, curvas essas que passaram a ser utilizadas também noutras aplicações sujeitas a carregamentos cíclicos, como é o caso de navios, aeronaves e maquinaria industrial em geral. Foi também introduzido, pela primeira vez, o conceito de tensão limite de fadiga, ficando Wohler a ser conhecido como o pai dos ensaios de fadiga (Farahmand et al., 1997).

A rotura por fadiga é um processo sequencial, que pode ser dividido em três estágios principais, como se pode observar na Figura 2.1. O primeiro estágio compreende a nucleação microscópica e iniciação da fenda. O segundo estágio compreende o crescimento estável da fenda, que tipicamente ocorre na direção normal à aplicação da carga, graças à ação de forças uniaxiais. Durante este período, a fenda cresce até atingir uma dimensão crítica, onde a restante secção transversal não fissurada do componente não é capaz de suportar a carga

imposta. O terceiro e último estágio compreende a propagação instável da fenda, donde resulta a fratura súbita da restante secção transversal do componente.

Geralmente, a iniciação da fenda por fadiga é um fenómeno superficial, existindo várias razões que suportam este facto. A superfície é a zona onde a tensão é máxima e o nível de constrangimento é menor, o que favorece a existência de deformação plástica. Outros exemplos são uma distribuição de tensões não homogénea, o que origina picos de tensão, corrosão causada por um meio ambiente agressivo ou fadiga por fretting, rugosidade, acabamentos deficientes dos componentes, variações bruscas da secção, entre outros.

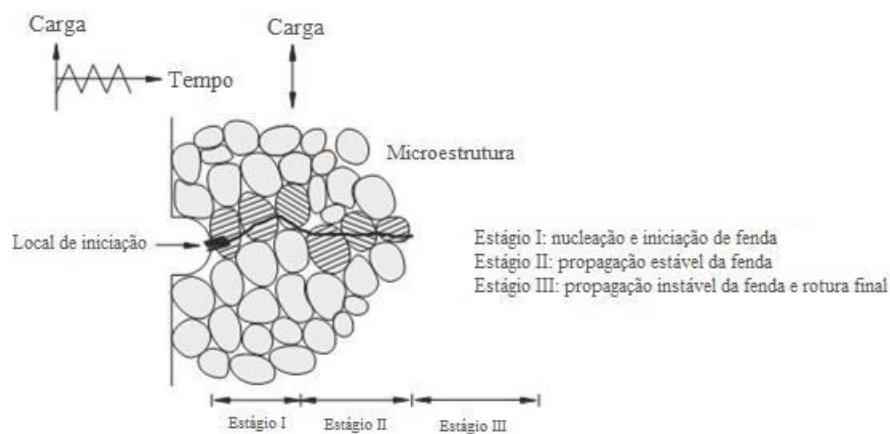


Figura 2.1 Principais estágios de rotura por fadiga (adaptado de Farahmand et al., 1997)

Segundo a teoria de Ewing e Humfrey (1903), a nucleação de fendas inicia-se a partir de micro-fendas em bandas de escorregamento permanecendo praticamente impercetíveis (Ewing et al., 1903). A deformação plástica localizada tem origem no movimento de deslocações em planos definidos na rede cristalina do material, provocado por carregamentos cíclicos, o que conduz a bandas de escorregamento paralelas. Por isso, o escorregamento cíclico favorece os grãos da camada mais superficial, que constituem planos de escorregamento e são orientados em relação às tensões de corte cíclicas.

Na Figura 2.2 está representado esquematicamente o processo de iniciação de fenda à superfície de um material dúctil sujeito a uma tensão uniaxial. As bandas de escorregamento anteriormente mencionadas aparecem à superfície do material, para os grãos orientados na direção da carga flutuante aplicada. Inicialmente, após o ciclo de carregamento que sujeita o material a tensões de tração, tornam-se visíveis as bandas de escorregamento,

desaparecendo posteriormente, numa fase inicial, com o alívio do carregamento. Depois de alguns ciclos, essas bandas de escorregamento tornam-se permanentes, pois este processo, inicialmente reversível, é interrompido. Destas bandas de escorregamento permanentes podem resultar intrusões e extrusões, funcionando como pontos localizados de concentração de tensões, o que leva à formação de micro-fendas, passando posteriormente ao crescimento estável da fenda, à medida que o carregamento cíclico é aplicado.

No estágio de crescimento estável da fenda, a direção de propagação da mesma não é exatamente perpendicular à direção de aplicação da carga, pois é dependente da orientação da banda de escorregamento que lhe deu origem. Consequentemente, a sua direção de crescimento altera-se, e esta passa a propagar-se numa direção normal à direção de aplicação da carga. Geralmente, este estágio deve-se à amplitude de tensão média e à agressividade do meio onde se encontra o componente. Por fim, quando a dimensão da fenda ultrapassa um valor crítico, a propagação torna-se instável, ocorrendo a rotura do material.

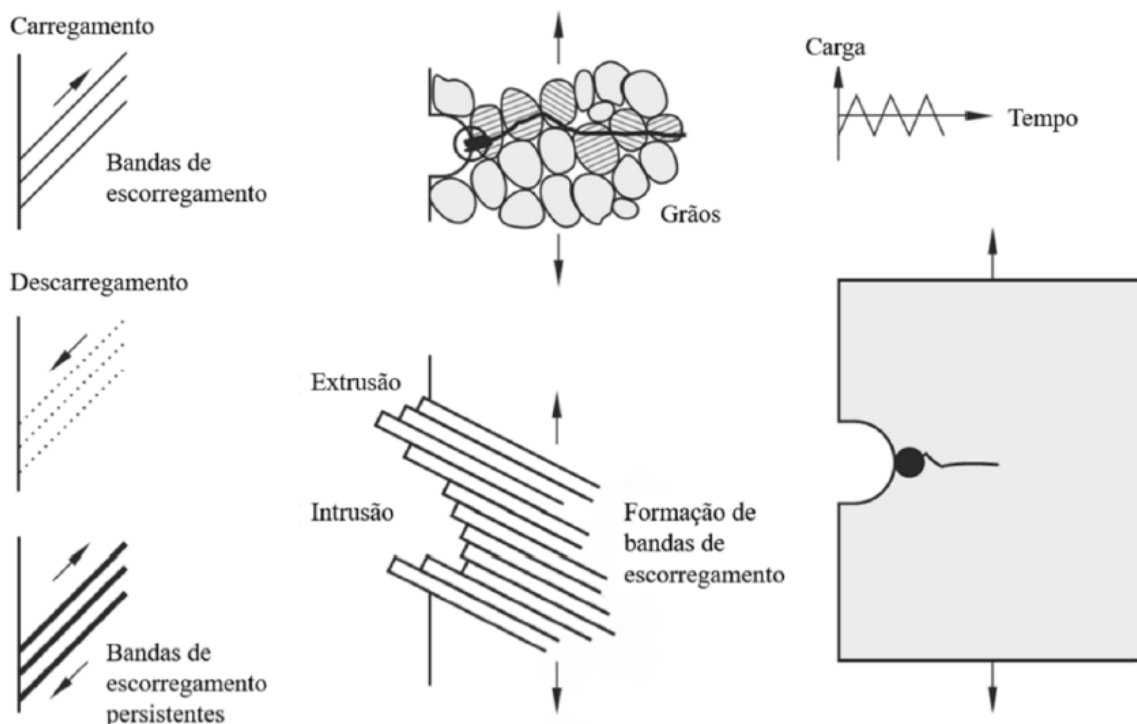


Figura 2.2 Esquema de bandas de escorregamento conducentes à iniciação de fendas (adaptado de Farahmand et al., 1997).

A orientação favorável dos grãos com o carregamento nem sempre dá origem a bandas de escorregamento. Os metais policristalinos, como é o caso das ligas de alumínio e aços de

alta resistência, possuem um processo de nucleação algo complexo, afetado por fronteiras de grão, impurezas, precipitados ou inclusões. Assim, as bandas de escorregamento resultam de deslocamentos no interior de grãos individuais. Estes deslocamentos são conduzidos pela estrutura cristalina do material, através da geometria do plano de escorregamento.

É também comum a ocorrência de iniciação de fendas na superfície a partir de inclusões. Sendo consideradas defeitos, as inclusões são pontos acumuladores de tensão, resultando numa mudança local da sua distribuição. Embora estas não tenham grande importância na resistência mecânica estática do componente, afetam a ductilidade do material, baixando-a, e, por norma, interagem com o carregamento cíclico.

Como foi visto anteriormente, a fenda inicia num grão à superfície, propagando-se para o grão seguinte. Assim, no estágio inicial, o crescimento das fendas nucleadas acontece segundo o plano de amplitude de tensão de corte máxima. Segundo a terminologia da mecânica da fratura, as fendas propagam-se segundo o modo II, como se pode observar na Figura 2.3b. No segundo estágio de propagação estável, o sentido do plano da fenda altera para a direção normal ao eixo de aplicação da carga, passando para o modo I (Figura 2.3a). O controlo da transição entre os dois estágios é feito pela microestrutura do material e pela tensão aplicada, não ocorrendo na totalidade dos grãos. Pode afirmar-se que uma magnitude de tensão menor aumenta a duração do estágio associado ao modo I, donde resulta o aumento do tamanho de grão.

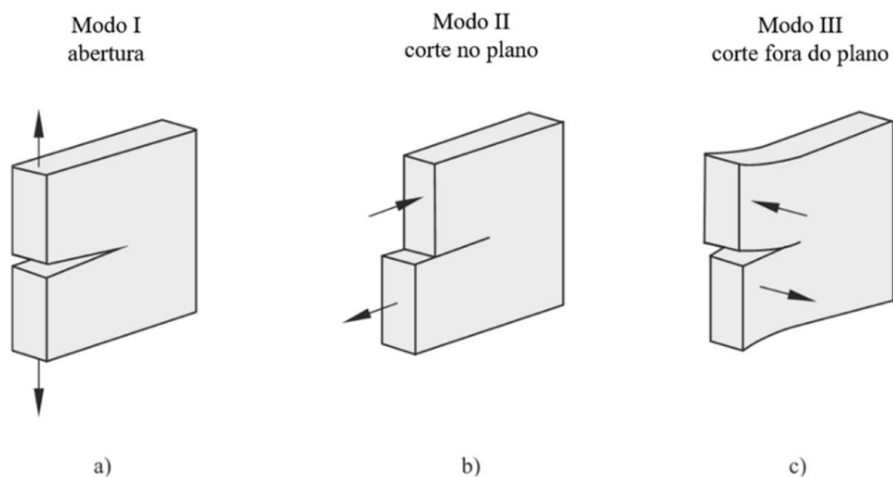


Figura 2.3 Representação esquemática do: a) modo I; b) modo II; c) modo III, associados à fratura (Socie & Marquis, 2000).

Em suma, a vida à fadiga de um componente mecânico é influenciada por vários fatores, de diversas categorias, como o espectro de carga, o meio ambiente, a geometria, as técnicas de processamento e a microestrutura do material (Ellyin, 1997).

Griffith (1921) e Irwin (1957) foram os primeiros a estudar e definir um fator de intensidade de tensões, sendo que o primeiro propôs ainda um conceito de taxa de libertação de energia na previsão de vida à fadiga para materiais frágeis, tendo concluído que a rotura ocorre quando a taxa de libertação de energia, resultante da propagação da fenda, G , é superior a um valor de taxa de libertação crítico, G_c . Irwin (1957), por sua vez, estendeu esta abordagem aos metais, introduzindo o fator de intensidade de tensões, K (Equação (2.1)), que estuda a intensidade do campo de tensões numa zona próxima à extremidade da fenda (Griffith et al., 1921) (Irwin, 1957).

$$K = Y' \sigma \sqrt{\pi a}, \quad (2.1)$$

onde Y' é um parâmetro adimensional dependente da geometria da fenda e carregamento, σ é a tensão nominal aplicada e a é o comprimento da fenda. Este fator pode ser determinado via métodos analíticos, numéricos ou experimentais. A tenacidade à fratura do material, K_{Ic} , que é característico de cada material, é o valor crítico de intensidade de tensão, a partir do qual a propagação da fenda se torna instável. Para carregamentos cíclicos, o crescimento da fenda é descrito pela gama do fator de intensidade de tensões, ΔK (Equação (2.2)), onde $K_{máx}$ e $K_{mín}$ representam os valores máximo e mínimo de K durante um ciclo completo de carga.

$$\Delta K = K_{máx} - K_{mín} \quad (2.2)$$

Em função da gama do fator de intensidade de tensões, ΔK , as curvas de taxa de propagação de fendas, ou curvas da/dN , como são comumente chamadas, são normalmente utilizadas na análise do comportamento de propagação de fendas por fadiga. Estas curvas baseiam-se na correspondência entre solicitações de fadiga, onde se considera que duas fendas têm velocidade de propagação igual, desde que o valor de ΔK seja também igual, independentemente da geometria de ambas as fendas.

A curva $da/dN-\Delta K$, de forma sigmoideal, é obtida para carregamentos a amplitude constante, dividindo-se em três regimes de propagação distintos, como se pode ver na Figura 2.4. A fenda inicia com um crescimento lento, correspondente ao regime I, para valores inferiores a 10^{-5} mm/ciclo, sendo inferiormente limitado pelo limiar de propagação de fenda por fadiga, ΔK_{lf} , abaixo do qual não existe propagação de fendas. Como foi visto anteriormente, a iniciação da fenda é diretamente influenciada pela microestrutura do

material, tensões aplicadas e agressividade do meio ambiente. O regime II é o regime onde a fenda tem uma propagação estável, definida, numa escala bi-logarítmica, pela equação de Paris e Erdogan (Equação (2.3)), verificando-se linearidade entre os parâmetros da/dN e ΔK :

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K)^m, \quad (2.3)$$

onde C e m são constantes dependentes do material, e são obtidas experimentalmente (Paris & Erdogan, 1963). No regime III ocorre a rotura do material, onde o valor máximo do fator de intensidade de tensão iguala o valor da tenacidade à fratura do material (Silva Ribeiro et al., 2010).

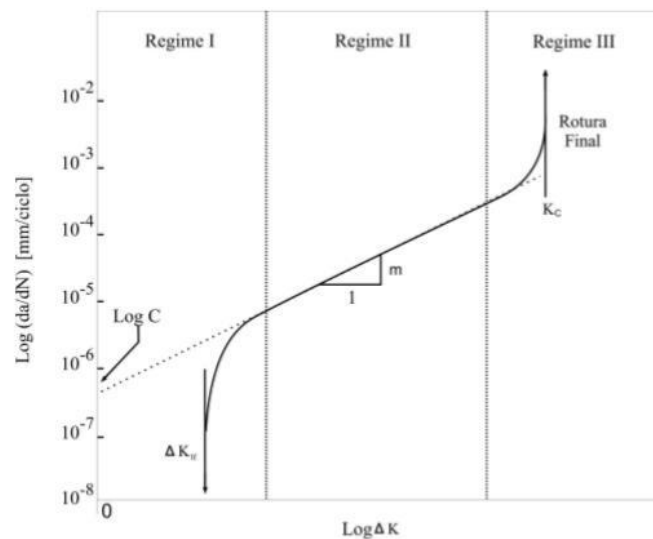


Figura 2.4 Representação das curvas da/dN - ΔK e regimes de propagação de fenda (adaptado de Ellyn (1997)).

2.2. Projeto à fadiga

Desde o conceito básico de vida infinita, até ao modelo mais complexo de tolerância de dano, a evolução do projeto à fadiga é notória (Kirkby et al., 1980). Nos dias de hoje, os engenheiros regem-se por metodologias que vão de encontro às especificações do projeto, designadas vida infinita, vida segura, falha segura, e tolerância de dano, apresentando-se de seguida um resumo de cada uma delas:

- Vida infinita: este método assenta na conjectura de que o valor da tensão limite de resistência é maior que o valor da tensão máxima. Para valores inferiores ao limite de resistência, não ocorrem roturas por fadiga, considerando-se que o componente irá ter uma vida infinita. Esta metodologia é frequentemente

adotada para equipamentos submetidos a um carregamento uniforme, com amplitude aproximadamente constante, e a um elevado número de ciclos, em atmosferas não corrosivas, como é o caso de molas, componentes rotativos, etc. Tem como vantagem não ser necessário utilizar a totalidade da curva S-N, pois é apenas necessário um limite de resistência. Em contrapartida, é um método mais caro, pois utiliza mais material, resultando em componentes mais pesados e de eficiência reduzida. O fator de segurança a utilizar deverá ser adequado ao limite de resistência considerado.

- Vida segura: neste método espera-se, à partida, que o componente sofra rotura durante a sua vida útil. Esta metodologia adequa-se a componentes sujeitos a um número de ciclos limitados, que necessitem de ser trocados com mais frequência, sendo que não é economicamente viável um dimensionamento para uma vida infinita. Isto significa, também, que o componente pode ter uma eficiência superior, pois já se sabe de antemão que irá ser substituído após um determinado número de ciclos, sendo utilizada em componentes críticos, como os utilizados em *space shuttles*, entre outros. As curvas S-N empregadas nesta metodologia definem a tensão admissível de fadiga, e podem ser obtidas de diferentes maneiras, como em protótipos à escala real ou modelos, a partir de detalhes geométricos críticos, entre outros. O fator de segurança a usar deve respeitar tanto a tensão como a vida do componente.
- Falha segura: esta metodologia permite o crescimento da fenda por fadiga durante a vida útil do componente, de modo que esta possa ser detetada antes da rotura. Estes tipos de componentes são projetados com alguma redundância, de modo que se ocorrer rotura de um componente, o carregamento possa ser suportado por outros componentes, redistribuindo a carga e evitando a rotura de mais componentes. A rotura de um componente implica que a integridade do equipamento seja suportada pelos restantes, prevenindo o avanço da fenda. Para este método, é ainda necessário o conhecimento de resistência à fratura e propriedades de propagação de fendas do material. Este método é geralmente utilizado na indústria aeronáutica, em detalhes mais complexos e críticos, como nas asas e na fuselagem de aeronaves, por forma a prever a propagação de fendas, e estas não atinjam uma dimensão crítica até à próxima inspeção

periódica. Apesar de ser um método mais simples de empregar, não é viável que se utilize na generalidade dos equipamentos.

- Tolerância de dano: Esta metodologia pressupõe que qualquer componente pode ter roturas e estas se podem propagar com o uso. Para prevenir uma rotura rápida, analisa-se o crescimento da fenda para se definir uma dimensão crítica, através da mecânica da fratura. Tendo isto em vista, os materiais selecionados devem possuir uma elevada resistência à fratura. No ramo da manutenção preventiva, são efetuadas inspeções periódicas, de modo a garantir que as fendas não atinjam a dimensão crítica. Em função disto, podem programar-se inspeções periódicas mais ou menos frequentes. Todavia, na indústria aeronáutica, como a segurança é um fator crítico, os intervalos de inspeção e reinspeção são muito reduzidos, quando comparados com outras indústrias, como é o caso de tanques de armazenamento de matérias perigosas, que podem ter um maior intervalo de inspeção, mas é feita uma inspeção mais minuciosa, de forma a garantir a saúde de todos os trabalhadores.

2.3. Fatores determinantes da falha por fadiga

2.3.1. Histórico de carga

Para o projeto de vida à fadiga de um componente, é necessário considerar o histórico de carga a que este é sujeito. O caso mais simples é caracterizado por um ciclo de tensão com amplitude de tensão constante, que não varia com o tempo, sendo característico de componentes mecânicos que atuam sempre à mesma velocidade. Como aproximadamente oitenta por cento das solicitações são de caráter aleatório, não se consegue relacionar com exatidão as tensões a que o material é sujeito com o intervalo de tempo de aplicação. Por isso, é comum considerar diferentes blocos de ciclos sucessivos, com amplitudes de tensão distintas, como se pode observar na Figura 2.5c.

Por forma a facilitar a sua análise, toma-se, então, que os ciclos com tensão constante se aproximam razoavelmente dos casos reais, desde que os valores dos desvios de amplitude de tensão não sejam significativos. A gama de tensão, $\Delta\sigma$, é dada pela Equação (2.4):

$$\Delta\sigma = \sigma_{m\acute{a}x} - \sigma_{m\acute{i}n}, \quad (2.4)$$

onde $\sigma_{m\acute{a}x}$ e $\sigma_{m\acute{i}n}$ são as tensões máxima e mínima, respetivamente, para um ciclo de carga completo. Estes parâmetros dão origem à amplitude de tensão, $\frac{\Delta\sigma}{2}$, e à tensão média, σ_m , que podem ser calculadas pelas Equações (2.5) e (2.6), respetivamente.

$$\frac{\Delta\sigma}{2} = \frac{\sigma_{m\acute{a}x} - \sigma_{m\acute{i}n}}{2}, \quad (2.5)$$

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{m\acute{a}x} + \sigma_{m\acute{i}n}}{2}, \quad (2.6)$$

A razão de tensão, R , é outro parâmetro que caracteriza o carregamento e facilita a sua compreensão. Este é definido como a razão entre as tensões mínima e máxima durante um ciclo completo (Equação (2.7)), sendo os valores mais comuns $R = 0$ e $R = -1$. O primeiro valor, $R = 0$, caracteriza o um ciclo pulsante, com tensão mínima nula, e o segundo valor, $R = -1$, caracteriza um ciclo alternado, com tensão média nula.

$$R = \frac{\sigma_{m\acute{i}n}}{\sigma_{m\acute{a}x}}, \quad (2.7)$$

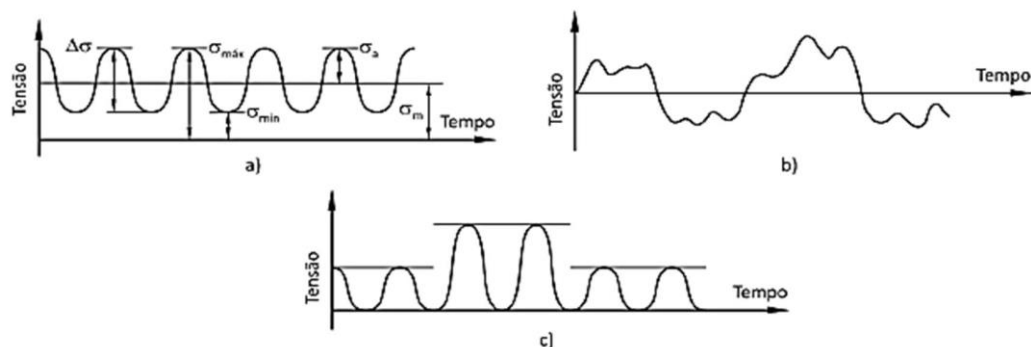


Figura 2.5 Carregamento: a) amplitude de tensão constante; b) amplitude de tensão aleatória; c) blocos com amplitude de tensão constante (adaptado de Branco, 2013).

Os carregamentos podem também ser caracterizados em função da deformação, quando esta é a variável em estudo. De uma forma idêntica à tensão, temos os parâmetros: deformação máxima, $\varepsilon_{m\acute{a}x}$; a deformação mínima, $\varepsilon_{m\acute{i}n}$; a gama de deformação, $\Delta\varepsilon$; a amplitude de deformação, $\frac{\Delta\varepsilon}{2}$; a deformação média, ε_m ; e a razão de deformação, R_ε . Estes parâmetros podem ser calculados pelas Equações (2.8), (2.9), (2.10) e (2.11), respetivamente.

$$\Delta\varepsilon = \varepsilon_{m\acute{a}x} - \varepsilon_{m\acute{i}n}, \quad (2.8)$$

$$\frac{\Delta\varepsilon}{2} = \frac{\varepsilon_{m\acute{a}x} - \varepsilon_{m\acute{i}n}}{2}, \quad (2.9)$$

$$\varepsilon_m = \frac{\varepsilon_{m\acute{a}x} + \varepsilon_{m\acute{i}n}}{2}, \quad (2.10)$$

$$R_\varepsilon = \frac{\varepsilon_{m\acute{i}n}}{\varepsilon_{m\acute{a}x}}, \quad (2.11)$$

2.3.2. Tensão média

A fadiga é particularmente sensível à tensão média, uma vez que uma tensão média positiva facilita o aumento da abertura da fenda, acelerando o dano e reduzindo a vida do componente (Xia et al., 1996). A tensão limite de fadiga do componente sofre um efeito direto da tensão média, obtida experimentalmente. Este efeito é explicado pelos critérios de Gerber (1874), Goodman (1899) e Soderberg (1930) (Gerber, 1874; Goodman, 1899; Soderberg, 1930). Os critérios de Gerber (1874) e Goodman (1899) são representados pela Equação (2.12):

$$\frac{\Delta\sigma}{2} = \sigma_{f0} \left[1 - \left(\frac{\sigma_m}{\sigma_R} \right)^x \right], \quad (2.12)$$

onde σ_{f0} representa a tensão limite de fadiga do material, para $\sigma_m = 0$, σ_R representa tensão de rotura do material, e x representa uma constante, sendo que para o critério de Goodman, $x = 1$, e para o critério de Gerber, $x = 2$.

No critério de Soderberg (1930), o mais utilizado, a tensão de rotura, σ_R , é substituída pela tensão de cedência, σ_{ced} , dando origem à Equação (2.13). Este critério é o mais utilizado porque se aproxima mais do comportamento real do material, sendo definido para a tensão de cedência, o que permite obter uma maior margem de segurança (Branco, 1985).

$$\frac{\Delta\sigma}{2} = \sigma_{f0} \left[1 - \left(\frac{\sigma_m}{\sigma_{ced}} \right) \right], \quad (2.13)$$

2.3.3. Concentração de tensões

É comum os diversos componentes mecânicos possuírem entalhes, chavetas, soldaduras, variações de secção, entre outros, para corresponderem às funções que os solicitam, implicando variações bruscas da geometria, o que induz concentração de tensões e, por sua vez, pode facilitar a iniciação de fendas (Branco, 1985).

Define-se o fator elástico de concentração de tensões, K_T , como a razão entre a tensão máxima no entalhe e a tensão na secção crítica da descontinuidade considerando que não existe entalhe. O aumento deste fator leva ao aumento da tensão na raiz do entalhe, de onde se conclui que componentes entalhados sofrem ruína para valores de tensão nominal inferiores, em comparação com componentes lisos.

O efeito da concentração de tensões pode ser avaliado através de curvas S-N, tanto para provetes lisos, admitindo $K_T=1$, como para provetes entalhados, admitindo $K_T>1$, como se pode observar na Figura 2.6. Constata-se que, para provetes entalhados, a curva da tensão limite de fadiga e a resistência à fadiga para vidas finitas são inferiores aos valores da curva obtida para provetes lisos, pelo que se pode concluir que componentes sem entalhes têm uma vida à fadiga superior.

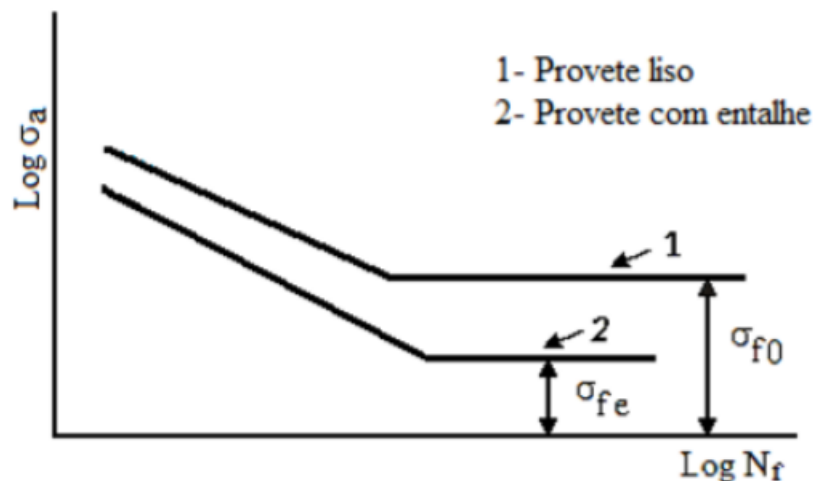


Figura 2.6 Representação do efeito de concentração de tensões na vida à fadiga (adaptado de Branco (1985)).

2.4. Fadiga oligocíclica

2.4.1. Resposta tensão-deformação cíclica

O comportamento de um material metálico difere de caso para caso, dependendo da história de carga, este tende a responder de forma diferente, ao nível da deformação plástica cíclica, pois vai acumulando dano a cada ciclo realizado.

A fadiga oligocíclica, ou fadiga a baixo número de ciclos, geralmente designada por *low-cycle fatigue* (LCF) na nomenclatura anglo-saxónica, caracteriza a rotura de um material quando este é submetido a grandes tensões, acima da tensão de cedência, mas a um baixo número de ciclos, entre 10^4 e 10^5 ciclos. Este modo de fadiga é muito importante, pois existe um número considerável de falhas deste tipo, em que os materiais podem ter um intervalo de vida útil mais ou menos grande, dependendo da frequência com que são solicitados.

A caracterização do comportamento de um material é dependente da variável controlada no estudo, obtendo-se respostas diferentes. Esta resposta é definida pela relação tensão-deformação, apresentada na Figura 2.7, em função da variável em controlo. A variável mais comumente controlada é a deformação, apresentada na Figura 2.7 a), b) e c). Esta tem dois comportamentos distintos: um onde a tensão máxima apresenta valores crescentes a cada ciclo, originando um fenómeno designado por encruamento cíclico (Figura 2.7a)), e outro onde a tensão apresenta valores progressivamente decrescentes a cada ciclo, o que origina amaciamento cíclico (Figura 2.7b)). Na Figura 2.7c), é representado o fenómeno de relaxação da tensão média, onde o valor desta decresce com o aumento do número de ciclos. Por último, na Figura 2.7d), a variável em controlo é a tensão, dando origem ao fenómeno de *ratcheting* por deformação cíclica, caracterizando-se por circuitos de histerese abertos.

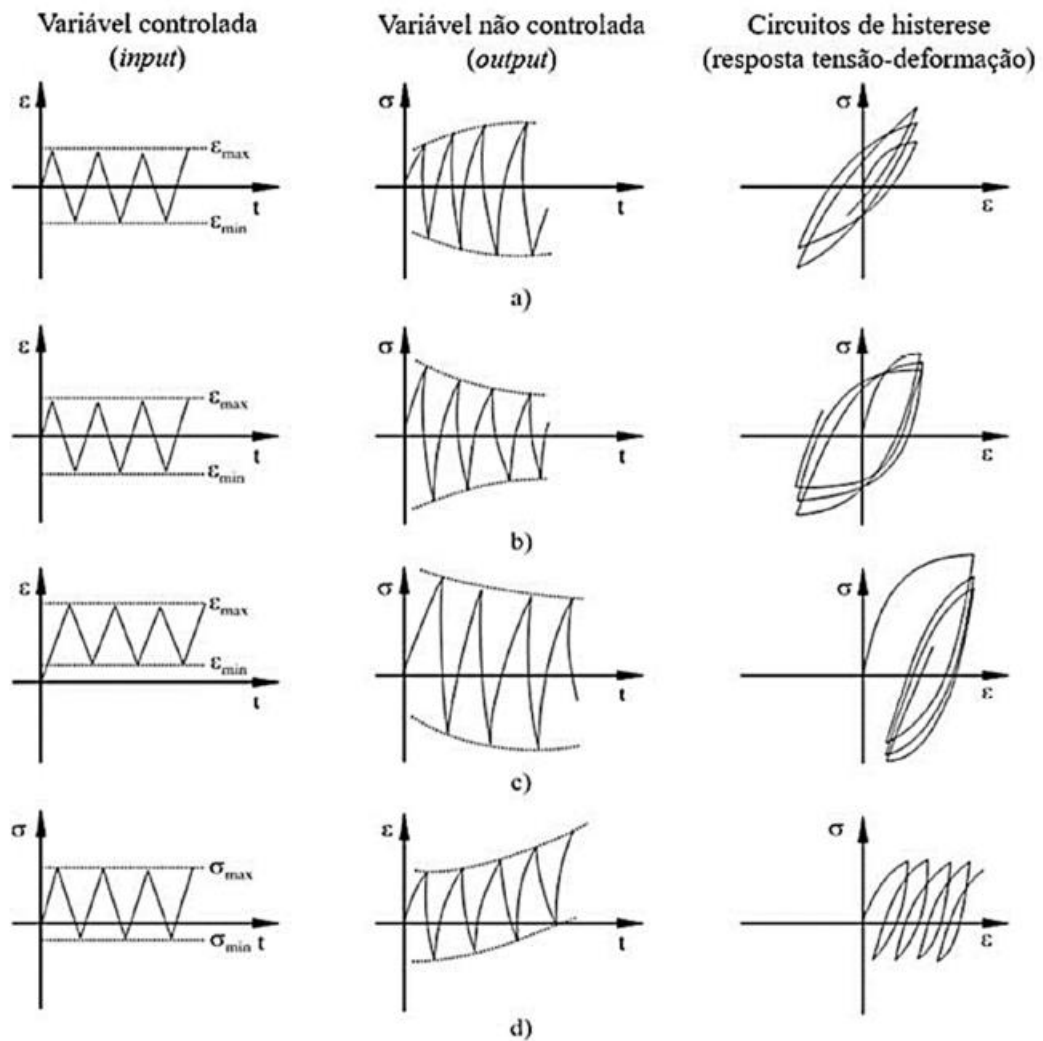


Figura 2.7 Esquema representativo da resposta tensão-deformação próprias, para diferentes variáveis cíclicas: a) encruamento cíclico por deformação; b) amaciamento cíclico por deformação; c) relaxação da tensão média; d) fenómeno de *ratcheting* (adaptado de Ellyn, 1997).

O comportamento elastoplástico ciclo do material pode prever-se recorrendo às suas propriedades monótonas. Sabe-se que quando a relação entre a tensão de rotura, σ_R , e a tensão de cedência, σ_{ced} , é superior a 1.4, o material tende a encruar ciclicamente (Equação (2.14)), enquanto se esta relação for inferior a 1.2, o material tende a amaciar ciclicamente (Equação (2.15)). Estas relações foram propostas por Smith et al. (Smith et al., 1969).

$$\frac{\sigma_R}{\sigma_{ced}} > 1.4 \quad (2.14)$$

$$\frac{\sigma_R}{\sigma_{ced}} < 1.2 \quad (2.15)$$

Para um valor de relação compreendido entre 1.2 e 1.4, o material apresenta um comportamento misto, podendo sofrer encruamento ou amaciamento. Com efeito, materiais duros, em regra, sofrem amaciamento, e materiais macios sofrem encruamento cíclico, como é o caso de algumas ligas de alumínio (Campbell, 2008).

O material pode apresentar uma resposta claramente dominante em cerca de noventa por cento da sua vida, pelo que nesse período tanto a resposta tensão-deformação como a energia de plastificação permanecem inalteráveis, dado que os anéis do ciclo de histerese do material permanecem constantes. Quando a variável em controlo é a deformação, esta é definida por duas variáveis essenciais, a amplitude de deformação saturada, $\Delta\varepsilon/2$, e a amplitude de tensão saturada, $\Delta\sigma/2$, como se pode ver na Figura 2.8. Estas duas variáveis originam uma terceira, a amplitude de deformação plástica saturada, $\Delta\varepsilon_p/2$, representada na Equação (2.16), onde E é o módulo de elasticidade do material.

$$\frac{\Delta\varepsilon_p}{2} = \frac{\Delta\varepsilon}{2} - \frac{\Delta\sigma}{2E} \quad (2.16)$$

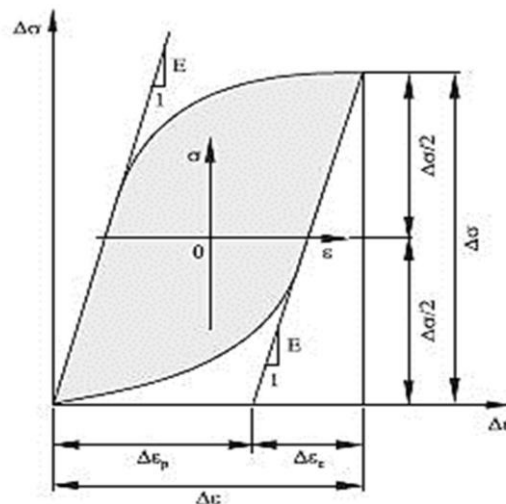


Figura 2.8 Representação gráfica de um ciclo de histerese saturado (Ellyn, 1997).

Para uma análise completa do espectro de amplitude de deformação, utiliza-se a curva tensão-deformação cíclica, representada na Figura 2.9. Quando os ensaios realizados possuem uma razão de deformações com $R_\varepsilon = -1$, ligam-se as extremidades do circuito de

histerese saturado, para os valores de amplitude de deformação distintos, de onde se obtém a curva tensão-deformação cíclica. O comportamento cíclico do material pode ser calculado analisando a posição relativa das curvas cíclica e monótona, ou seja, se a curva cíclica estiver abaixo da curva monótona, espera-se que o material amacie, sendo que no contrário, espera-se que o material encrue.

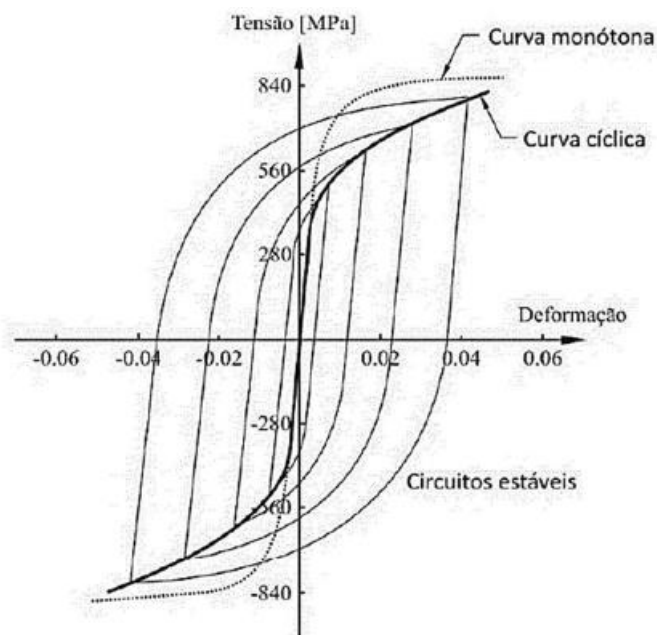

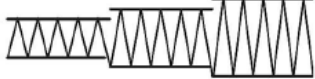
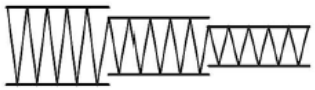



Figura 2.9 Representação esquemática da posição relativa das curvas tensão-deformação cíclica e monótona, sobreposta sobre os circuitos de histerese saturados, para valores distintos de amplitude de formação (adaptado de Landgraf, 1970).

A curva tensão-deformação cíclica pode ser obtida através de métodos distintos: *single step test*, *multiple step test* com sequência crescente ou decrescente, e *incremental step test*, como se representa na Tabela 2.1. O método mais utilizado é método *single step test*, que embora seja o mais moroso, é o que confere maior precisão, testando-se várias amostras com acabamentos superficiais semelhantes, onde a variável em controle é a deformação, até à rotura destas. O método *multiple step test* sujeita as amostras a uma série de deformações com amplitudes diferentes, ora crescentes, ora decrescentes, sendo a sequência decrescente a menos suscetível de rotura, pois evita o efeito da tensão média. O método *incremental step test*, de igual modo, sujeita as amostras a uma série de deformações com diferentes amplitudes, mas sucessivamente crescentes e decrescentes. Os métodos *incremental step test* e *multiple step test* são métodos aproximados do *single step test* mas menos morosos. Além disso, em materiais metálicos é comum considerar o circuito de

histerese da meia-vida, como anel de histerese de referência representativo do comportamento elastoplástico cíclico do material para aquele nível de deformação.

Tabela 2.1 Métodos de obtenção da curva tensão-deformação cíclica (adaptado de Ellyn, 1997).

Método de teste	Esquema de ciclos de deformação
<i>Single step test (SST)</i>	
<i>Multiple step test (MST)</i> (sequência crescente)	
<i>Multiple step test (MST)</i> (sequência decrescente)	
<i>Incremental step test (IST)</i>	

O comportamento estável de tensão-deformação plástica de um material (Morrow, 1965) em controlo de deformação pode ser caracterizado, matematicamente, pela lei de potência (Equação (2.17)):

$$\frac{\Delta\sigma}{2} = k' \left(\frac{\Delta\varepsilon_p}{2} \right)^{n'} \quad (2.17)$$

onde as variáveis k' e n' representam, respetivamente, o coeficiente e o expoente de encruamento cíclico. Estas são calculadas recorrendo a interpolação linear entre os resultados obtidos experimentalmente, que caracterizam o circuito de histerese correspondente a um dado valor de amplitude de deformação.

As duas equações anteriores, quando combinadas, permitem obter à resposta tensão-deformação cíclica, que relaciona a amplitude de deformação total e a amplitude de tensão (Equação (2.18)), onde $\Delta\varepsilon_e/2$ representa a amplitude de deformação elástica e $\Delta\varepsilon_p/2$ representa a amplitude de deformação plástica (Ramberg & Osgood, 1943).

$$\frac{\Delta\varepsilon}{2} = \frac{\Delta\varepsilon_e}{2} + \frac{\Delta\varepsilon_p}{2} \Leftrightarrow \frac{\Delta\varepsilon}{2} = \frac{\Delta\sigma}{2E} + \left(\frac{\Delta\sigma}{2k'} \right)^{\frac{1}{n'}}, \quad (2.18)$$

Apesar de ser uma equação de extrema importância, esta equação não fornece qualquer informação acerca da forma dos anéis de histerese. Contudo, essa informação é necessária para uma correta e completa caracterização do comportamento cíclico dos materiais. Tem isto em conta, Masing (1926) foi o primeiro autor a realizar estudos para tentar chegar a essas formas. Este autor dividiu as formas dos circuitos de histerese em tipo Masing e não Masing. O primeiro corresponde aos circuitos cuja forma pode ser obtida duplicando a curva tensão-deformação cíclica dos ramos superiores do ciclo de histerese de um material, e pode ser descrito pela Equação (2.19) Clique ou toque aqui para introduzir texto..

$$\Delta\varepsilon = \frac{\Delta\sigma}{2} + 2\left(\frac{\Delta\sigma}{2k'}\right)^{\frac{1}{n'}} \quad (2.19)$$

Portanto, a partir dos circuitos de histerese saturados, obtemos uma apenas uma curva nos ramos superiores, aplicando uma translação a amplitudes de deformação distintas, para uma origem comum, que é definida pela tensão máxima de compressão.

Desde que um material polifásico apresente interação entre partículas e deslocamentos pouco significativa para a deformação plástica, quando comparada com a interação entre deslocamentos, pode dizer-se que o material em questão é do tipo Masing (Christ & Mughrabi, 1996). Para materiais não Masing, pode sobrepor-se o ramo superior do circuito de histerese com amplitudes de tensão distintas sobre a *master curve* de um material Masing, para se quantificar o desvio entre ambos os tipos de material (Figura 2.10).

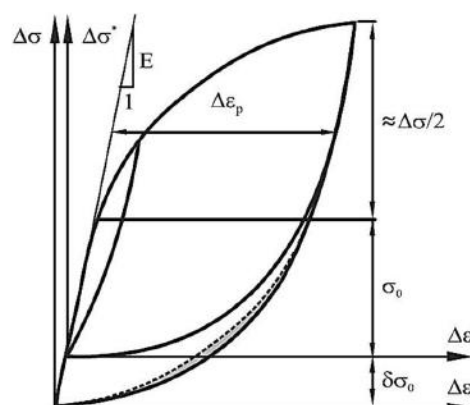


Figura 2.10 Esquema da representação da *master curve* de um anel de histerese saturado (adaptado de Ellyn, 1997).

A abordagem anterior tem o problema que é o facto do ponto máximo de compressão, a origem do sistema de coordenadas ($\Delta\sigma$, $\Delta\varepsilon$), corresponder apenas a um ciclo de histerese,

o que implica que se crie um sistema de coordenadas auxiliar $(\Delta\sigma^*, \Delta\varepsilon^*)$ para representar corretamente os vários ciclos de histerese, o que obriga à definição da *master curve* através de uma semelhante à Equação (2.20):

$$\Delta\varepsilon^* = \frac{\Delta\sigma^*}{E} + 2 \left(\frac{\Delta\sigma^*}{2k^*} \right)^{\frac{1}{n^*}}, \quad (2.20)$$

onde k^* e n^* representam, respetivamente, o coeficiente e o expoente de encruamento cíclico da *master curve*, mas determinados relativamente às coordenadas da origem 0^* . Os dois sistemas relacionam-se através das Equações (2.21), (2.22), (2.23) e (2.24).

$$\Delta\sigma^* = \Delta\sigma - \delta\sigma_0 \quad (2.21)$$

$$\Delta\varepsilon_p^* = \Delta\varepsilon_p \quad (2.22)$$

$$\Delta\varepsilon_e^* = \Delta\varepsilon_e - \frac{\delta\sigma_0}{E} \quad (2.23)$$

$$\Delta\sigma^* = 2k^* \left(\frac{\Delta\varepsilon_p^*}{2} \right)^{n^*} \quad (2.24)$$

A variável $\delta\sigma_0$ representa a medida de expansão cíclica da gama elástica, que é o aumento do limite de tensão proporcional.

Como já foi referido anteriormente, na Figura 2.10 podemos ver que a área compreendida entre os ramos inferiores dos anéis de histerese com o ponto de máxima compressão entre a origem do gráfico do sistema de coordenadas $(\Delta\sigma, \Delta\varepsilon)$ e a origem do gráfico com sistema de coordenadas auxiliar $(\Delta\sigma^*, \Delta\varepsilon^*)$ é a medida do desvio do comportamento do material do tipo Masing, donde se conclui que quanto maior esta área, maior será o desvio.

Coffin (1954) e Manson (1954) apresentaram um relação entre a deformação plástica total e o número de reversões até à rotura, descrita na Equação (2.25), e conhecida por curva deformação total-vida (Coffin, 1954; Manson, 1954).

$$\frac{\Delta\varepsilon}{2} = \frac{\sigma'_f}{E} (2N_f)^b + \varepsilon'_f (2N_f)^c, \quad (2.25)$$

onde $\Delta\varepsilon$ representa a gama de deformação total, ε'_f e c representam o coeficiente e o expoente de ductilidade cíclica, respetivamente. Com o aumento do coeficiente de ductilidade cíclica e a diminuição do expoente de ductilidade cíclica, é provável que haja um aumento da vida à fadiga do componente.

Outro modelo muito utilizado, desenvolvido por Smith et al. (1970), é o modelo Smith-Watson-Topper (SWT). Este modelo energético tem a particularidade de ser sensível ao efeito da tensão média, e é geralmente obtido pelo produto da tensão máxima pela amplitude de deformação no plano crítico (Equação (2.26)):

$$\sigma_{n,máx} \frac{\Delta\varepsilon}{2} = \frac{\sigma_f'^2}{E} (2N_f)^{2b} + \sigma'_f \varepsilon'_f (2N_f)^{b+c}, \quad (2.26)$$

onde $\sigma_{n,máx}$ é a tensão normal máxima no plano crítico, $\Delta\varepsilon$ é a gama de deformação plástica total no plano crítico, e $2N_f$ é a vida do componente. Geralmente, esta formulação permite obter uma boa estimativa no regime de fadiga para um grande número de ciclos, mas torna-se conservadora para regimes de fadiga de baixo número de ciclos.

2.5. Previsão de vida em peças entalhadas

Com o avanço da tecnologia e não só, a complexidade em estruturas e seus componentes é também cada vez maior, sendo necessário especial atenção na conceção de peças com entalhes, pois é nestas restrições geométricas que mais se vai fazer sentir o efeito dos carregamentos, tipicamente multiaxiais, aleatórios, onde as cargas são aplicadas ciclicamente e com frequências distintas. Como tal, torna-se imperativo modelar o comportamento dos componentes para que seja possível prever aproximadamente a vida do mesmo. Desta forma, e sendo ainda uma área em desenvolvimento, a vida à fadiga em componentes entalhados pode ser analisada segundo três modelos principais: modelos baseados nas tensões; modelos baseados nas deformações; e modelos baseados na energia. Segue-se um resumo de cada um destes modelos.

2.5.1. Modelos baseados nas tensões

Os modelos baseados nas tensões assentam nas curvas S-N, ou seja, na relação empírica entre a tensão aplicada e o número de ciclos até à rotura. A concentração de tensões

na região do entalhe, causada pelas descontinuidades geométricas, dá origem a tensões locais, que são superiores à tensão nominal aplicada no componente. Para avaliar a intensidade da concentração de tensões na região do entalhe, recorre-se ao fator elástico de concentração de tensões, K_t (Equação (2.27)), que é a razão entre a tensão elástica máxima na proximidade do entalhe, $\sigma_{máx}$, e a tensão nominal aplicada na peça determinada sem considerar o entalhe, σ_{nom} (Polák, 1991). A geometria e o carregamento têm efeito neste fator, mas este é independente das propriedades do material.

$$K_t = \frac{\sigma_{máx}}{\sigma_{nom}} \quad (2.27)$$

A resistência à fadiga decresce com a presença de entalhes, como é evidente, e o efeito da presença destes é avaliado pelo fator de redução de resistência à fadiga, K_f (Equação (2.28)), que é a razão entre a tensão limite de fadiga de um provete liso, sem entalhes, σ_{f0} , e de um provete entalhado, σ_{fe} :

$$K_f = \frac{\sigma_{f0}}{\sigma_{fe}} \quad (2.28)$$

Este fator é afetado tanto pelas propriedades do material, como pela presença de defeitos, ou pelo acabamento superficial, mas também pela dimensão e geometria do entalhe, frequência de aplicação do carregamento e consequentes tensões, entre outros. A relação entre K_f e K_t traduz-se no fator de sensibilidade ao entalhe, q (Equação (2.29)), assumindo valores compreendidos entre 0 e 1, sendo igual a 1 quando $K_f = K_t$, ou seja, o material é totalmente sensível ao entalhe, e insensível ao entalhe quando igual a 0, ou seja, quando $K_f = 1$.

$$q = \frac{K_f - 1}{K_t - 1} \quad (2.29)$$

Este método, embora com boa uma eficiência, perde fiabilidade, quando comparado com a via experimental, para estimar o fator de redução de resistência à fadiga. Por outro lado, a via experimental é um processo muito moroso e também dispendioso. Atualmente, existem diversos processos alternativos, tais como a Mecânica da Fratura, o método da intensidade do campo de tensões, e o método da tensão efetiva, entre outros.

Este último pressupõe que o dano por fadiga é controlado tanto pela tensão máxima na raiz do entalhe, como pela média das tensões, calculada num ponto, ou ao longo de uma linha, área ou volume, de reduzidas dimensões, em torno da raiz do entalhe. Nesta abordagem, assume-se que a falha por fadiga sucede quando a média das tensões, a uma distância crítica da raiz do entalhe, é igual ou superior à resistência à fadiga de um componente liso (Socie & Marquis, 2000). O fator de redução de resistência à fadiga, proposto por Neuber (1958), é dado pela Equação (2.30):

$$K_f = 1 + \frac{K_t - 1}{1 + \sqrt{\frac{A}{\rho}}}, \quad (2.30)$$

onde A é uma constante do material que depende da tensão de rotura, e ρ é o raio da raiz do entalhe (Neuber, 1958). Petterson (1959) propôs outra relação, descrita pela Equação (2.31), onde considera que a tensão diminui linearmente junto ao entalhe (Peterson, 1959), com a diferença de que A é uma constante do material, mas com base na sua tensão de cedência.

$$K_f = 1 + \frac{K_t - 1}{1 + \frac{A}{\rho}}, \quad (2.31)$$

A diferença das duas relações é que a relação de Neuber considera que a tensão é obtida pela média das tensões elásticas consideradas a uma distância qualquer da raiz do entalhe, denominando-se por método da linha, enquanto Petterson considera a tensão a uma distância específica da raiz do entalhe, denominando-se por método do ponto (Taylor, 2007).

A Teoria das Distâncias Críticas (TCD) agrupa os conceitos anteriores e descreve abordagens mais complexas que obtém o valor médio numa área ou volume em torno do entalhe. No primeiro caso, o método da área, considera uma distribuição de tensões elásticas junto ao entalhe e um comprimento característico, uma distância crítica, calculada através do fator a_0 , proposto por El-Haddad et al., (1980), descrito na Equação (2.32) (el Haddad et al., 1980):

$$a_0 = \frac{1}{\pi} \left(\frac{\Delta K_{I_f}}{\sigma_{f0}} \right)^2 \quad (2.32)$$

onde ΔK_{I_f} representa o limiar de propagação de fendas por fadiga e σ_{f0} representa a tensão limite de fadiga. Para cada método, definem-se distâncias críticas distintas (Susmel & Taylor, 2011): D_{LM} para o método da linha; D_{PM} para o método do ponto; e D_{AM} para o método da área, respectivamente representados de seguida, pelas Equações (2.33), (2.34) e (2.35).

$$D_{LM} = 2a_0 \quad (2.33)$$

$$D_{PM} = \frac{a_0}{2} \quad (2.34)$$

$$D_{AM} = a_0 \quad (2.35)$$

2.5.2. Modelos baseados nas deformações

Estes modelos têm como base a plasticidade presente na raiz do entalhe, e pressupõem que provetes lisos e entalhados têm a mesma vida em serviço, e acumulam o mesmo dano, se as histórias tensão-deformação forem idênticas nos respetivos locais de iniciação de fenda. Existem vários métodos capazes de determinar com precisão os campos de tensão-deformação, tais como os métodos analíticos de Neuber (1961), Hardrath e Ohman (1953), Molski e Glinka (1981), métodos que assentam no método dos elementos finitos (MEF), e métodos experimentais, como, por exemplo, difração de raios-X, extensometria, entre outros. Sabe-se que a geometria do entalhe está sujeita à variação da concentração de tensões, e se estado de tensão exceder o valor limite elástico, esta pode ser definida pelo fator de concentração de tensões, K_σ (Equação (2.36)), e pelo fator de concentração de deformação, K_ε (Equação (2.37))(Hardrath & Ohman, 1953; Molski & Glinka, 1981; Neuber, 1958):

$$K_\sigma = \frac{\sigma_{m\acute{a}x}}{\sigma_{nom}}, \quad (2.36)$$

$$K_\varepsilon = \frac{\varepsilon_{m\acute{a}x}}{\varepsilon_{nom}}, \quad (2.37)$$

onde $\sigma_{m\acute{a}x}$ e $\varepsilon_{m\acute{a}x}$ representam a tensão e deformação máximas, respetivamente, na raiz do entalhe; σ_{nom} e ε_{nom} representam a tensão e deformação nominais, respetivamente, obtidas numa região distanciada da concentração de tensões. Se a deformação for do tipo unidirecional ou do tipo cíclico, obtém-se a seguinte relação (Equação (2.38)):

$$K_{\sigma} \leq K_T \leq K_{\varepsilon}, \quad (2.38)$$

onde K_T é o fator elástico de concentração de tensões. Se o material apresentar um comportamento elástico, os três fatores apresentam valores semelhantes.

2.5.3. Modelos baseados na energia

Quando um material é sujeito a um carregamento cíclico, a energia fornecida é armazenada no material e emitida sob a forma de calor, e é, tipicamente, dividida numa parte reversível, e noutra parte irreversível, representada pelo ciclo de histerese. Se a variável em controlo é a deformação, a área do circuito de histerese é praticamente constante ao longo da vida do material, e representa a densidade de energia de deformação plástica, ΔW_p , absorvida em cada ciclo, sendo a zona representada a cinzento-escuro na Figura 2.11. A área destes circuitos pode ser relacionada com a vida à fadiga através da Equação (2.39) (Ellyin, 1997):

$$\Delta W_p = k_p (2N_f)^{\alpha_p}, \quad (2.39)$$

onde k_p e α_p são constantes do material obtidas experimentalmente, e $2N_f$ representa a vida do componente. Este parâmetro é especialmente adequado para o regime de fadiga oligocíclica.

A soma da densidade de energia de deformação plástica, ΔW_p , com a densidade de energia de deformação elástica, ΔW_e , resulta na densidade de energia de deformação total, ΔW_t , representada pelas áreas a cinzento escuro e claro, na Figura 2.11, e é descrita pela Equação (2.40):

$$\Delta W_t = \Delta W_p + \Delta W_e \leftrightarrow \Delta W_t = k(2N_f)^{\alpha} + \Delta W_0, \quad (2.40)$$

onde k e α são constantes do material obtidas experimentalmente, e ΔW_0 é a energia elástica do material para a tensão limite de fadiga.

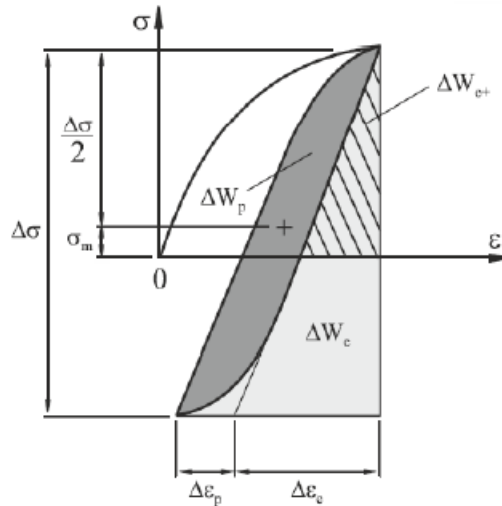


Figura 2.11 Energia cíclica de deformação, por densidade de estado de tensão uniaxial (Ellyn, 1997).

Tendo em conta que este critério é mais adequado para carregamentos alternados, Golos et al. (1988) propuseram uma abordagem distinta (Equação (2.41)), sensível ao efeito da tensão média, dada pelo somatório da densidade de energia de deformação plástica e da densidade de energia de deformação elástica positiva, ΔW_{e+} , esta última representada na Figura 2.11 pela área a tracejado:

$$\Delta W_t = \Delta W_p + \Delta W_{e+} \Leftrightarrow \Delta W_t = k_t (2N_f)^{\alpha_t} + \Delta W_{0t} \quad (2.41)$$

onde k_t e α_t são constantes do material obtidas experimentalmente, e ΔW_{0t} representa a energia de deformação elástica positiva do material corresponde à tensão limite de fadiga.

Embora este critério tenha sido desenvolvido inicialmente para esforços uniaxiais, os mesmos autores (Ellyn e Golos (1988)) estenderam-no, posteriormente, para carregamentos multiaxiais (Equação (2.42)):

$$\Delta W_t = \xi \Delta W_p + \Delta W_{e+} \quad (2.42)$$

onde ξ representa um coeficiente dependente da relação de biaxialidade. Os valores de energias de deformações plásticas e elástica positiva são dadas, respetivamente, pelas Equações (2.43) e (2.44) (Golos & Ellyn, 1988):

$$\Delta W_p = \left[\frac{2(1-n')}{1+n'} (2K')^{-\frac{1}{n'}} (\Delta\sigma_{eq})^{\frac{(1+n')}{n'}} \right], \quad (2.43)$$

$$\Delta W_{e+} = \left\{ \frac{1+\nu}{3E} (\sigma_{eq}^{máx})^2 + \frac{1-2\nu}{6E} [\sum_{i=1}^3 (\sigma_i^a + \sigma_i^m)]^2 \right\}, \quad (2.44)$$

onde n' e K' são parâmetros cíclicos do material, e $\Delta\sigma_{eq}$ é a gama de tensão equivalente. E e ν são parâmetros elásticos do material, $\sigma_{eq}^{máx}$ é a tensão equivalente máxima, σ_i^a é a amplitude de tensão principal i , e σ_i^m é a tensão média principal i .

3. PROCEDIMENTO NUMÉRICO

Neste capítulo faz-se uma breve descrição do procedimento numérico desenvolvido para a previsão de vida à fadiga de componentes entalhados solicitados com esforços multiaxiais de flexão-torção. Faz-se, também, uma caracterização do material utilizado, bem como dos ensaios experimentais utilizados, efetuados num trabalho anterior por Silva (2021), para validar o procedimento numérico desenvolvido.

3.1. Material

Na presente dissertação, as simulações numéricas foram feitas utilizando a liga de alumínio 7050-T6. Na Tabela 3.1 estão representados os elementos constituintes da liga 7050-T6, em percentagem de peso. Nesta liga os elementos químicos mais frequentemente adicionados são o zinco, magnésio, silício, cobre e manganês, podendo estes representar até 10% do peso da liga.

A liga 7050-T6 pertence à série 7000 da gama de ligas de alumínio do grupo de trabalho mecânico, sendo o zinco o elemento adicionado em maior percentagem, variando entre 1 e 8%, e quando combinado com o magnésio, dá lugar a ligas termicamente tratáveis de alta resistência, com valores de tensão de cedência próximos dos 500 MPa. Por outro lado, esta liga possui, tipicamente, uma menor resistência à corrosão, motivo pelo qual é frequentemente submetida a tratamentos térmicos para contornar este problema, o que lhe confere também uma maior tenacidade à fratura. No final, obtém-se uma liga totalmente capaz, de alta estabilidade e fiabilidade estruturais, propriedades fundamentais que cumprem os requisitos necessários para a indústria aeronáutica e aeroespacial, entre outras, sujeitas a carregamentos cíclicos.

Na liga 7050, a designação T6 indica um tratamento térmico, que envolve um processo de solubilização e posterior envelhecimento artificial, o que lhe confere, como já foi dito anteriormente, uma elevada resistência mecânica específica. Este tratamento térmico compreende três etapas distintas, começando por uma dissolução das fases solúveis, passando depois para uma têmpera, obtendo-se uma estrutura sobressaturada, e, por fim, é

feito um envelhecimento artificial por precipitação das partículas dissolvidas a alta temperatura. Nas Tabelas 3.2 e 3.3 estão representadas, respetivamente, as propriedades mecânicas monótonas e cíclicas da liga supramencionada.

Tabela 3.1 Composição química, em percentagem (wt.%) de peso, da liga de alumínio 7050-T6 (Branco et al., 2019).

Si	Fe	Cu	Mn	Mg	Cr	Zn	Zr	Ti	Al
0.12	0.15	2.1	0.1	2.0	0.04	6.2	0.1	0.06	Rem.

Tabela 3.2 Propriedades mecânicas monótonas da liga de alumínio 7050-T6 (Branco et al., 2019)

Tensão de cedência, σ_c [MPa]	546
Tensão de rotura, σ_R [MPa]	621
Alongamento, δ [%]	14
Módulo de elasticidade, E [GPa]	71.7
Coefficiente de Poisson, ν	0.33

Tabela 3.3 Propriedades mecânicas cíclicas da liga de alumínio 7050-T6 (Branco et al., 2019)

Coefficiente de resistência cíclica, σ'_f [MPa]	850.737
Expoente de resistência cíclica, b'	-7.8172×10^{-2}
Coefficiente de ductilidade cíclica, ε'_f	817.658
Expoente de ductilidade cíclica, c'	-1.7771
Coefficiente de endurecimento cíclico, k' [MPa]	728.7
Expoente de endurecimento cíclico, n'	5.12×10^{-2}

3.2. Geometria do provete

Este trabalho visa estudar a influência de várias relações de carga, flexão-torção, no comportamento à fadiga e, como tal, o provete utilizado foi igual em todas as simulações,

tanto em termos de material, como em termos de geometria. A geometria utilizada está esquematizada na Figura 3.1.

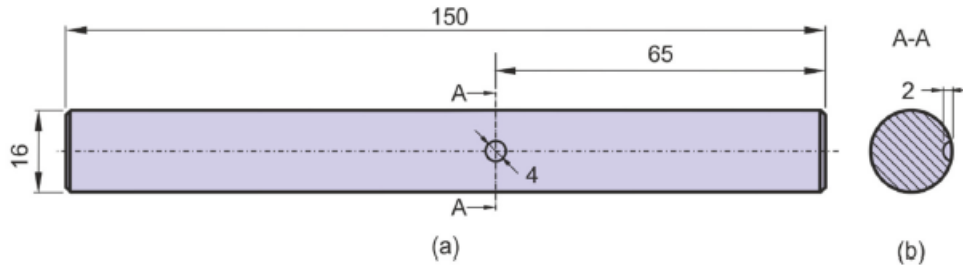


Figura 3.1 Geometria do provete utilizado: (a) vista frontal; (b) vista transversal (Branco et al., 2019).

Como representado, o entalhe está localizado a 65 mm da extremidade direita, tendo 4 mm de diâmetro e 2 mm de profundidade. Devido à concentração de tensões e deformações introduzidas nesta região, a iniciação dos defeitos ocorrerá nesta zona.

3.3. Comportamento elastoplástico do material

3.3.1. Modelos constitutivos

A necessidade de descrever o comportamento elastoplástico de um corpo deformável sob um estado de tensão levou ao desenvolvimento de modelos constitutivos, sendo determinante que a modelação do comportamento do material seja a mais adequada para se obterem previsões numéricas precisas e com rigor (Antunes, Santos, et al., 2019). Como tal, e devido ao grande número de parâmetros em uso, é necessária a criação de modelos constitutivos complexos, capazes de prever com qualidade a evolução dos estados de tensão e deformação.

A modelação é feita com recurso a critérios de plasticidade, utilizados na superfície de plasticidade inicial, e a leis de encruamento, na evolução em função da deformação plástica, sendo que o modelo constitutivo é descrito através do potencial elástico, representado na Equação (3.1):

$$f(\boldsymbol{\sigma}'' - \mathbf{X}', \bar{\varepsilon}^p, \alpha', \beta') = \bar{\sigma}(\boldsymbol{\sigma}'' - \mathbf{X}', \alpha') - Y(\bar{\varepsilon}^p, \beta'), \quad (3.1)$$

$\bar{\sigma}(\boldsymbol{\sigma}'' - \mathbf{X}'', \alpha')$ é a tensão equivalente, descrita pelo critério de plasticidade, e é função do tensor das tensões efetivo, $\boldsymbol{\Sigma} = \boldsymbol{\sigma}'' - \mathbf{X}''$, onde $\boldsymbol{\sigma}''$ é a componente desviadora do tensor das tensões de Cauchy, $\boldsymbol{\sigma}$, e \mathbf{X}'' é a componente desviadora do tensor das tensões inversas, dependente da lei de encruamento cinemático. A lei de encruamento isotrópico é

representada por $Y(\bar{\epsilon}^p, \beta')$, que traduz a evolução da tensão de cedência em função da deformação. α' e β' representam os parâmetros do material constitutivo e $\bar{\epsilon}^p$ representa a deformação plástica equivalente (Prates et al., 2016).

O comportamento do material é descrito, na presente dissertação, pelo critério de plasticidade de Von Mises, representado na Equação (3.2).

$$(\Sigma_{22} - \Sigma_{33})^2 + (\Sigma_{33} - \Sigma_{11})^2 + (\Sigma_{11} - \Sigma_{22})^2 + 6\Sigma_{23}^2 + 6\Sigma_{13}^2 + 6\Sigma_{12}^2 = 2Y^2, \quad (3.2)$$

$\Sigma_{11}, \Sigma_{22}, \Sigma_{33}, \Sigma_{23}, \Sigma_{13}, \Sigma_{12}$ são os componentes do tensor das tensões efetivo Σ . Y é a tensão de escoamento, e a sua evolução é modelada pela lei de encruamento isotrópico de Voce (Voce, 1948), utilizada na modelação da liga 7050-T6 (Equação (3.3)):

$$Y = Y_0 + (Y_{sat} - Y_0)[1 - e^{(-C_y \bar{\epsilon}^p)}], \quad (3.3)$$

Y_0, Y_{sat} e C_y são parâmetros do material, e $\bar{\epsilon}^p$ é a deformação plástica equivalente. O encruamento isotrópico pode também ser modelado pela lei de Swift (Equação (3.4)):

$$Y = C(\epsilon_0 + \bar{\epsilon}^p)^n, \quad (3.4)$$

C, n e ϵ_0 são parâmetros do material (Swift, 1952). O encruamento cinemático não-linear é modelado pela lei de Lemaître-Chaboche utilizada na modelação da liga 7050-T6 (Equação (3.5)):

$$dX' = C_x \left[\frac{X_{sat}}{\bar{\sigma}} (\sigma' - X') - X' \right] d\bar{\epsilon}^p, \quad (3.5)$$

C_x e X_{sat} são parâmetros do material e $d\bar{\epsilon}^p$ é a taxa de deformação plástica equivalente (Chaboche, 2008). Os parâmetros ajustados correspondentes das leis utilizadas, lei de encruamento isotrópico de Voce e lei de encruamento não-linear de Lemaître-Chaboche, bem como da lei de Hooke, estão representados na Tabela 3.4:

Tabela 3.4 Parâmetros do material 7050-T6: comportamento elástico, encruamento isotrópico e encruamento cinemático (adaptado de Antunes et al., 2017).

Parâmetros da lei de Hooke		Parâmetros da lei de Voce			Parâmetros da lei de Lemaître-Chaboche	
E [GPa]	ν	Y_0 [MPa]	Y_{sat} [MPa]	C_y	C_x	X_{sat} [MPa]
71.7	0.33	420.50	420.50	3.806	228.91	198.3

3.4. Ensaio experimentais de fadiga multiaxial

Como foi dito anteriormente, um dos objetivos é estudar a influência da aplicação de diferentes relações flexão-torção, ou seja, das diferentes razões entre as tensões normal e de corte, no comportamento à fadiga. Como tal, utilizaram-se ensaios experimentais realizados num trabalho anterior, por Silva (2021), que considerou provetes cilíndricos entalhados submetidos a carregamentos combinados com diferentes razões flexão-torção. Os valores de razão flexão-torção usados deram origem a relações entre as tensões normal e de corte iguais a $4/3$, 2 e 4 , como representado na Figura 3.2.

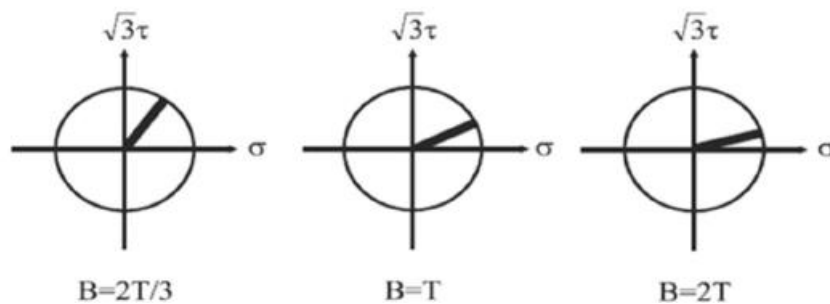


Figura 3.2 Carregamentos normalizados flexão-torção considerados nos ensaios experimentais.

Com o intuito de reduzir as flutuações do sistema, usou-se uma razão de tensões próxima de zero, mas ligeiramente superior. As relações flexão-torção (B/T) consideraram, pelo menos, dois níveis tensão alternada, como se representa na Tabela 3.5.

Tabela 3.5 Ensaio realizados e variáveis utilizadas.

Amostra	Relação B/T	Profundidade do entalhe [mm]	Amplitude de tensão normal, σ_a [MPa]	Amplitude de tensão de corte, τ_a [MPa]	Razão de tensões, R	Força máxima, F (N)
B2T3_1	2/3	2	134	100.72	0.032	801.90
B2T3_2	2/3	2	172	80.57	0.039	1036.38
BT1_1	1	2	107	67.14	0.040	645.57
BT1_2	1	2	134	53.71	0.043	810.58
B2T_1	2	2	134	42.97	0.032	801.90
B2T_2	2	2	172	33.57	0.039	1036.38

3.5. Procedimento numérico

A abordagem numérica, explicado atrás, é uma solução rápida e prática para caracterizar os estados de tensão e deformação em zonas críticas de um componente e, também, precisa, especialmente quando são utilizados modelos numéricos tridimensionais. A descrição do estado tensão-deformação através de modelos analíticos para peças com descontinuidades geométricas severas e sujeitas a carregamentos multiaxiais é uma abordagem bastante complexa.

Nesse sentido, graças aos avanços tecnológicos, é possível, atualmente, ter resultados por via numérica fiáveis, simplificando a análise. Porém, um dos requisitos fundamentais no desenvolvimento de modelos numéricos para problemas de fadiga de peças entalhadas é a correta modelação do comportamento elasto-plástico nas descontinuidades geométricas. Neste trabalho, seguindo a metodologia introduzida em trabalhos anteriores (Gordo, 2017; Pécurto, 2018; Sacramento, 2020), a resposta tensão-deformação do material foi caracterizada através de ensaios de fadiga oligocíclica efetuados em controlo de deformação.

A Figura 3.3 compara a resposta tensão cíclica *versus* deformação plástica equivalente da liga de alumínio 7050-T6 obtida a partir de um ensaio experimental para uma amplitude de deformação de $\pm 1.5\%$, representada pela linha a preto, com a resposta obtida através do modelo numérico para as mesmas condições de carregamento, representada a vermelho. Os ensaios experimentais em controlo de deformação foram realizados em trabalhos anteriores por Branco (2018). Dado que existe uma grande semelhança entre os resultados numéricos e experimentais, pois como se pode observar as duas linhas estão praticamente coincidentes, conclui-se que o modelo numérico é adequado para simular a resposta elasto-plástica deste material.

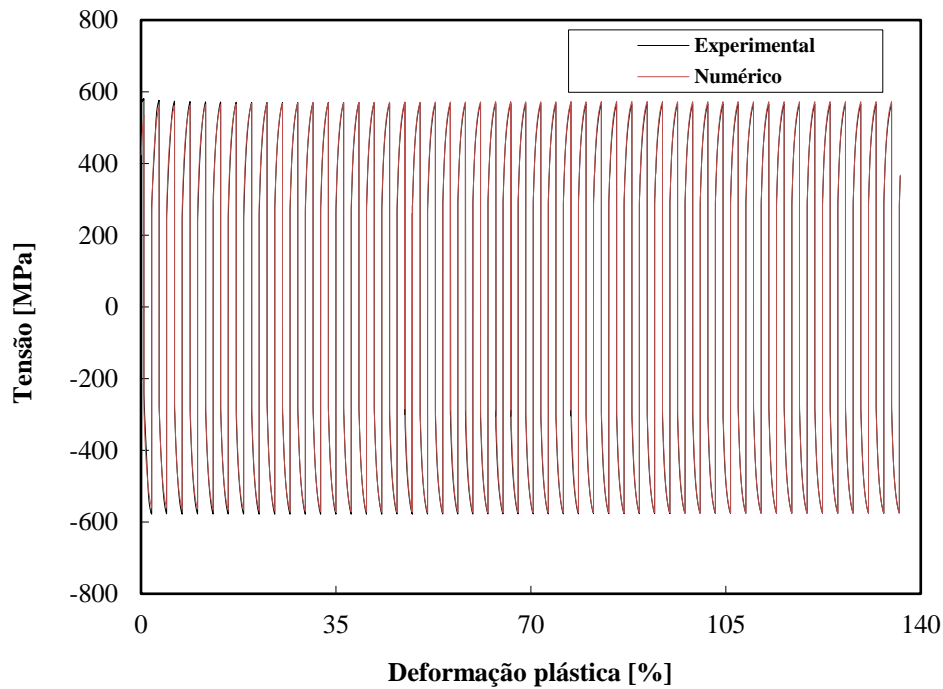


Figura 3.3 Resposta cíclica tensão *versus* deformação plástica equivalente da liga de alumínio 7050-T6 obtida em controlo de deformação para uma amplitude de deformação de $\pm 1.5\%$. Comparação entre os resultados experimentais, a preto, e o modelo numérico, a vermelho (adaptado de Antunes et al., 2017).

Na presente dissertação, como já foi referido anteriormente, recorreu-se ao Método dos Elementos Finitos para realizar as simulações numéricas das peças entalhadas sujeitas a flexão e torção. Estas simulações têm como principal objetivo: obter os estados de tensão e deformação na zona do entalhe, que é a zona crítica da peça, e ainda prever os locais de iniciação de fendas e ângulos de propagação para as várias relações de aplicação de carga (B/T) em estudo, bem como estimar a vida à fadiga.

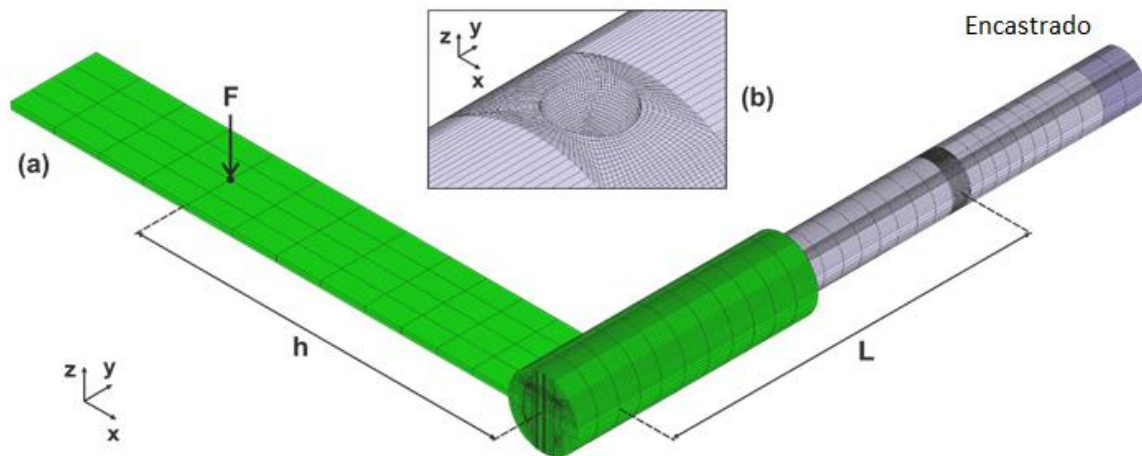


Figura 3.4 Malha de elementos finitos: (a) representação esquemática de aplicação de força; (b) detalhe da malha na zona do entalhe.

A malha de elementos finitos (Figura 3.4) foi criada com recurso a elementos isoparamétricos com 8 nós, contendo um total de 124750 elementos, com um tamanho médio de aproximadamente 0.273 mm^3 e 0.649 mm de aresta, e 132944 nós. De modo a assegurar uma boa caracterização dos campos de tensão e deformação na zona do entalhe sem penalizar os tempos de computação, a topologia da malha englobou diferentes densidades e níveis de refinamento, em particular uma região mais refinada na zona do entalhe (Figura 3.4(b)), zona crítica na qual se pretende conhecer melhor os campos de tensão e deformação e onde se espera que existam maiores gradientes devido à concentração de tensões; e uma região mais afastada do entalhe, no restante provete, com uma malha mais grosseira, para se reduzir o tempo computacional.

Os momentos fletores e torçores foram aplicados através de uma única força, F , representada na Figura 3.4, onde L é a dimensão do braço de flexão (sendo $L=125 \text{ mm}$, constante em todos os casos). A dimensão do braço de torção, h , para as várias relações de flexão e torção, variou, sendo $h=187.5 \text{ mm}$ para $B/T=2/3$, $h=125 \text{ mm}$ para $B/T=1$, e $h=62.5 \text{ mm}$ para $B/T=2$. O valor da força F , usado em cada simulação, pode ser consultado na Tabela 3.5. Relativamente ao ciclo de carga, para cada relação B/T , foram aplicados cinco ciclos de carga, cada um deles com fases de carga e descarga, considerando ondas sinusoidais. Em trabalhos anteriores (Gordo, 2017; Pécurto, 2018; Sacramento, 2020) verificou-se que este número de ciclos era suficiente para assegurar a estabilização do modelo numérico.

4. ANÁLISE E DISCUSSÃO DE RESULTADOS

No presente capítulo serão apresentados os resultados obtidos nas simulações numéricas. Será feita a previsão dos locais de iniciação de fenda, bem como dos ângulos de propagação da fenda na fase inicial, para as várias relações flexão-torção (B/T). Os resultados obtidos usando o modelo constitutivo elastoplástico desenvolvido neste trabalho serão comparados com os resultados obtidos com um modelo constitutivo linear elástico, e com os resultados obtidos experimentalmente para as mesmas condições de carregamento. Posteriormente, será feita a previsão de vida à fadiga a partir do modelo elastoplástico, fazendo-se também a comparação com as vidas obtidas experimentalmente para as mesmas condições de carregamento. Todos os cálculos foram efetuados para o quinto ciclo de carregamento. Os resultados experimentais usados neste capítulo foram obtidos por Silva (2021).

4.1. Locais e ângulos de iniciação da fenda

No projeto à fadiga, é de grande importância que se conheçam os locais de iniciação de fendas e os ângulos de iniciação em peças solicitadas por carregamentos multiaxiais. De uma forma geral, devido à complexidade do comportamento à fadiga nestas peças, este não é um assunto fácil. Na presente dissertação, e para a geometria em estudo, o processo de iniciação de fenda é caracterizado por duas fendas, que surgem em posições muito próximas do bordo, e diametralmente opostas, independentemente do carregamento de flexão-torção aplicado.

Na Figura 4.1, na parte superior, mostra-se o comportamento da fenda registrado nos ensaios experimentais para as três relações de B/T (Branco et al., 2022), e na parte inferior, os campos de tensão e os locais de iniciação previstos registrados nas simulações numéricas. Estas coordenadas correspondem aos nós da superfície com valores mais elevados da primeira tensão principal. Analisando a figura, podemos concluir que à medida que a relação B/T aumenta, os ângulos de iniciação, relativamente ao eixo horizontal, tendem a diminuir, tanto nos ensaios experimentais, como nas simulações numéricas, ou seja, a relação B/T tem

influência direta nos locais de iniciação de fenda, o que está de acordo com os resultados das literatura (Branco, 2013; Vieira, 2017; Monteiro, 2019; Silva, 2021).

Constata-se, também, que o local de iniciação da fenda ocorre algures na parede do furo e não no bordo de interceção da superfície cilíndrica com a superfície semiesférica do provete, facto que é comprovado experimentalmente (Figura 4.2) e, também, a partir das coordenadas dos nós de iniciação de fenda dos modelos numéricos. Essa posição é, claramente, dependente do carregamento, e à medida que a relação B/T decresce, o local de iniciação de fenda tende a deslocar-se para uma zona mais próxima do centro do furo. Naturalmente, como se pode ver a partir da Figura 4.1, a primeira tensão principal é máxima na zona de iniciação de fenda.

As trajetórias das fendas seguem, desde os locais de iniciação, através da zona com maior valor de tensão, em direção ao centro do provete, de ambos os lados deste, onde depois se unem, num local próximo do centro do entalhe, formando um degrau de fadiga. O tamanho deste degrau cresce com a diminuição da relação B/T, como se pode ver na Figura 4.2.

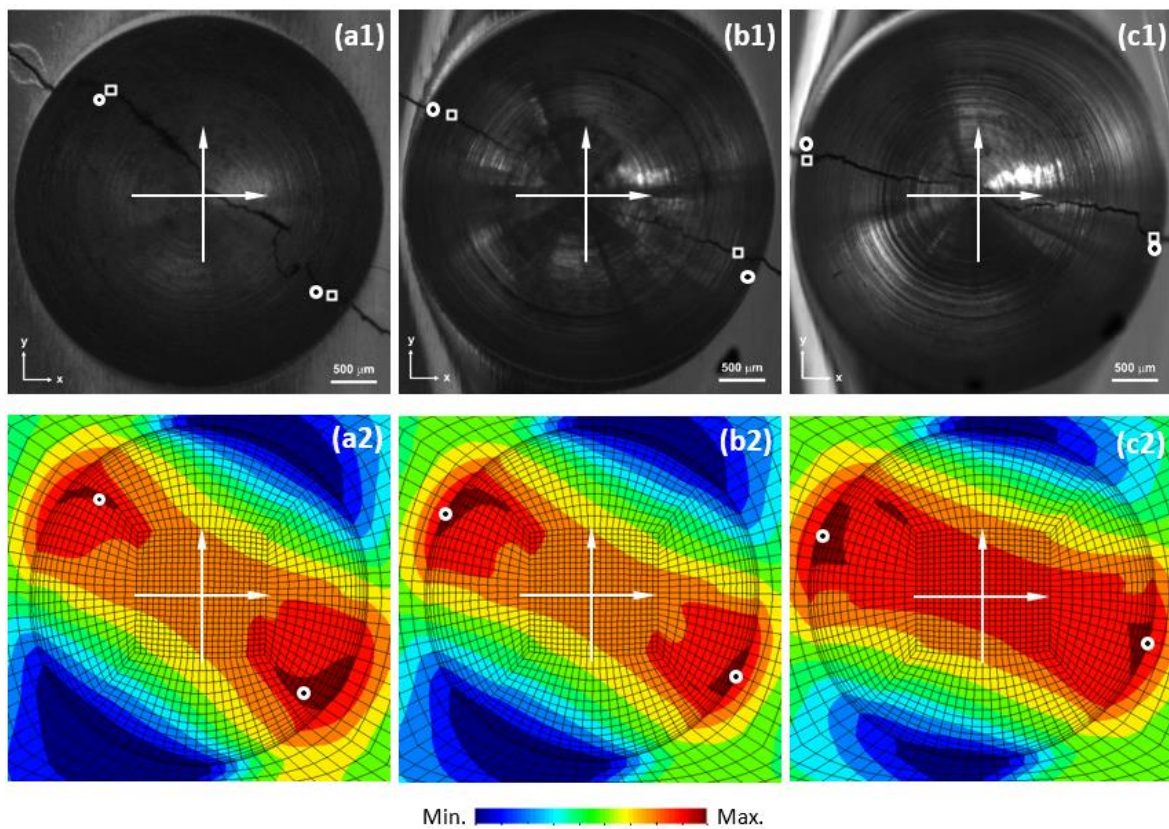


Figura 4.1 Local de iniciação observado experimentalmente: a1) B/T=2/3; b1) B/T=1; c1) B/T=2 (Branco et al., 2022), *versus* local de iniciação previsto numericamente: a2) B/T=2/3; b2) B/T=1; c2) B/T=2. Representação numérica da primeira tensão principal na superfície do entalhe (os quadrados representam os resultados obtidos experimentalmente e os círculos representam os locais previstos numericamente).

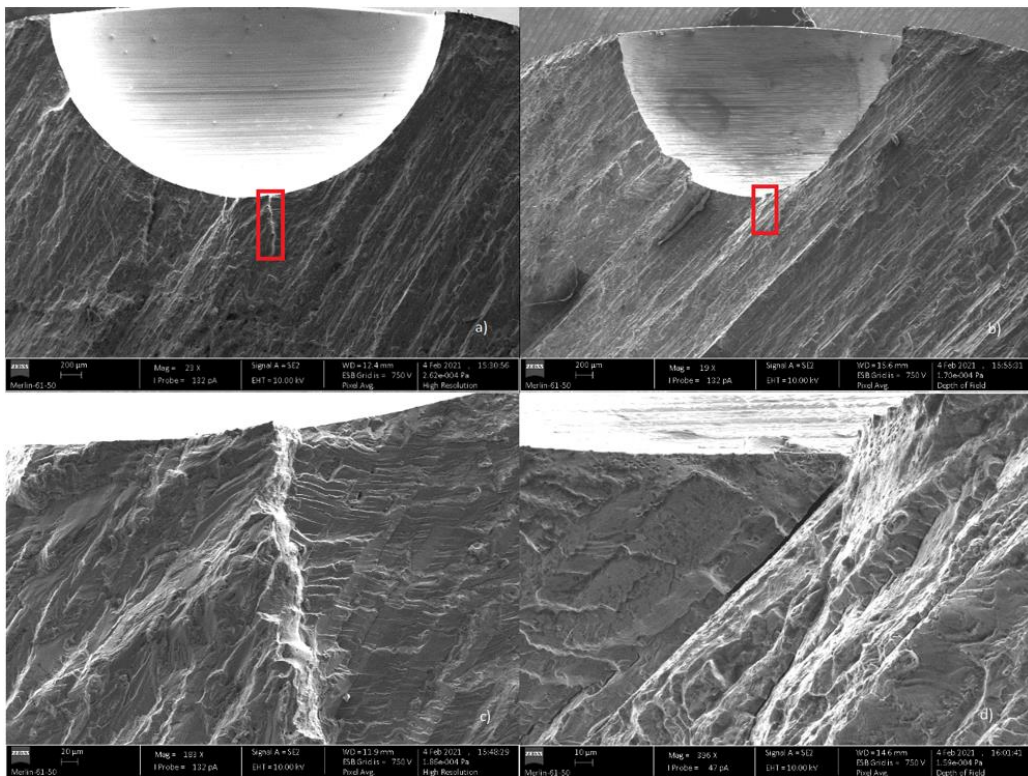


Figura 4.2 Análise de fendas por microscopia eletrônica de varrimento: a) local de união de fendas, para a relação $B/T=2$; b) local de união de fendas, para a relação $B/T=2/3$; c) ampliação do local de união de fendas de a); d) ampliação do local de união de fendas de b) (adaptado de (Branco et al., 2022)).

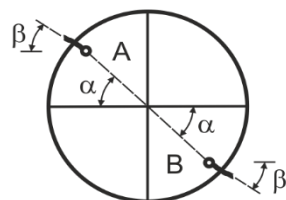


Figura 4.3 Representação do local de iniciação de fenda, α , e do ângulo de iniciação da fenda, β .

A análise dos locais de iniciação de fenda, α_{num} , realizou-se a partir das coordenadas dos nós de iniciação, onde a sua previsão foi feita, como se referiu atrás, com base nos nós da superfície do entalhe com maior valor da primeira tensão principal. No que diz respeito à direção da fenda, os ângulos de iniciação de fenda, β_{num} , foram definidos a partir da primeira direção principal, calculada, de igual modo, para os nós da superfície do entalhe com maior valor da primeira tensão principal, conforme Equação (4.1):

$$2\beta_{num} = \tan^{-1} \left(\frac{2\tau_{xy}}{\sigma_{xx} - \sigma_{yy}} \right), \quad (4.1)$$

τ_{xy} é o valor da tensão de corte no plano XY (corresponde ao sistema de eixos na Figura 3.4), e σ_{xx} e σ_{yy} são os valores das tensões normais segundo as direções X e Y, respetivamente.

Os resultados numéricos e experimentais relativos aos locais e ângulos de iniciação de fenda, α_{num} , e aos ângulos de propagação inicial de fenda, β_{num} , apresentam-se na Tabela 4.1, sendo que a fenda do lado esquerdo é designada por Fenda A, e a fenda do lado direito é designada por Fenda B (Figura 4.3). Os resultados experimentais que dizem respeito aos locais e ângulos de iniciação de fenda, bem como os ângulos de propagação de fenda foram desenvolvidos anteriormente por Silva (2021).

Relativamente aos resultados numéricos, entre as fendas A e B, a diferença de α é bastante baixa, sendo o erro médio na ordem dos 4.64° , dado que o carregamento na proximidade do entalhe é simétrico. A diferença de β é também bastante baixa, sendo o erro médio da ordem dos 2.24° , o que são resultados bastante bons.

Tabela 4.1 Comparação dos ângulos de iniciação de fenda e dos ângulos de propagação de fenda inicial previstos numericamente e obtidos experimentalmente (Silva, 2021).

Fenda	Carregamento	Referência do provete	α_{num} [°]	α_{exp} [°]	β_{num} [°]	β_{exp} [°]
A	B/T=1	BT1_1	28.97	27.42	27.93	18.29
		BT1_2	42.91	28.66	33.27	28.36
	B/T=2	BT2_1	20.78	15.08	19.46	11.53
		BT2_2	44.98	17.3	26.98	15.13
	B/T=2/3	BT3_1	42.85	39.51	36.71	38.64
		BT3_2	42.85	33.46	36.94	38.05
B	B/T=1	BT1_1	28.97	29.09	28.02	13.01
		BT1_2	28.97	26.02	28.13	21.29
	B/T=2	BT2_1	16.66	15.95	15.26	13.93
		BT2_2	44.98	11.74	27.10	22.0
	B/T=2/3	BT3_1	33.05	44.41	32.88	28.38
		BT3_2	42.85	12.22	36.87	20.32

Relativamente aos ensaios experimentais, é importante mencionar que os entalhes foram efetuados em torno CNC recorrendo a uma broca, e a superfície semiesférica não foi

polida, nem sofre qualquer tipo de tratamento posterior, o que pode ter causado alguma irregularidade geométrica, levando a um aumento da concentração de tensões local na superfície do mesmo, o que pode ter influenciado o local de iniciação da fenda, e por este motivo, pode ter afetado o valor do erro de previsão, já que os modelos numéricos consideraram uma superfície perfeitamente semiesférica.

Nas Figuras 4.4a) e 4.4b) é feita uma comparação entre os valores previstos numericamente e os valores obtidos experimentalmente para os locais de iniciação de fenda, α , e para os ângulos de iniciação de fenda, β , para as várias relações flexão-torção. De modo a facilitar a análise, adicionaram-se bandas de dispersão com limites superior e inferior de 10° . A identificação dos ângulos é feita com base no local de iniciação de fenda, sendo que a letra A diz respeito à fenda do lado esquerdo, e a letra B diz respeito à fenda do lado direito, conforme esquematizado na Figura 4.3.

Como se pode constatar na Figura 4.4a), a maioria dos pontos está próxima dos limites predefinidos, pelo que se deduz que os resultados obtidos são coerentes. O erro médio para os valores de α_A e α_B é de 10.32° e 13.17° , respetivamente. Verifica-se, ainda, que existe uma tendência crescente do ângulo de iniciação de fenda, com a redução da relação B/T, ou seja, com o aumento do nível de tensão de corte relativamente ao nível de tensão normal.

Na Figura 4.4b), relativamente aos ângulos de iniciação de fenda, β , e de igual modo, estes aumentam, com a redução da relação B/T, o que se pode explicar, mais uma vez, pelo aumento da predominância das tensões de corte na relação B/T. Quando a tensão normal é a mais influente, a zona da frente de fenda está mais próxima de Modo I, o que resulta em ângulos de iniciação mais próximos de 0° .

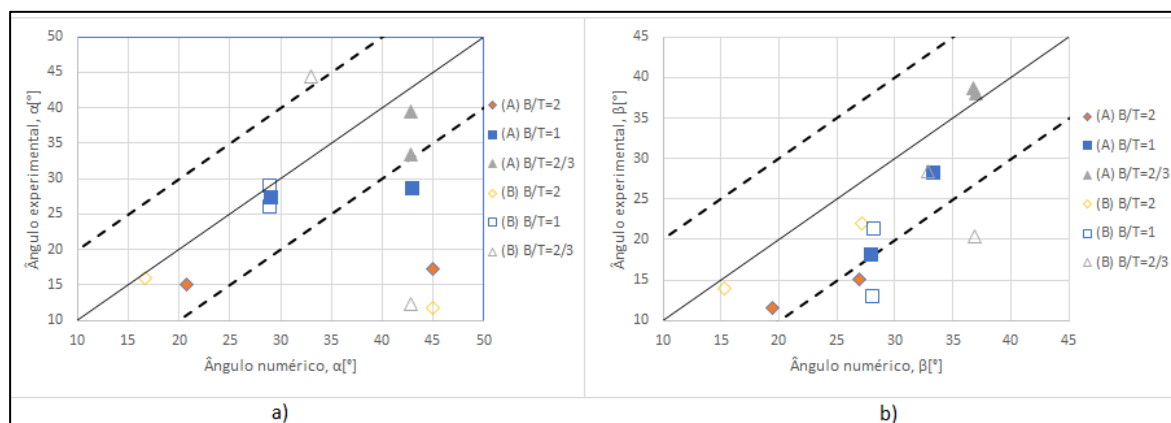


Figura 4.4 a) Ângulos dos locais de iniciação de fenda medidos experimentalmente *versus* previstos numericamente para as três relações de B/T; b) ângulos de propagação de fenda na fase inicial medidos experimentalmente *versus* previstos numericamente para as três relações de B/T. (A) refere-se à fenda do lado esquerdo e (B) refere-se à fenda do lado direito.

Analisando os ângulos β , verifica-se que os resultados obtidos experimentalmente e os previstos numericamente são próximos, donde se pode concluir que a abordagem numérica proposta pode ser usada para este tipo de carregamentos e neste tipo de geometria, note-se que os erros médios que se obtiveram para os valores de β_A e β_B foram, respetivamente, iguais a 6.23° e 8.22° .

A presente dissertação tem, também, como objetivo comparar as previsões obtidas com os modelos numéricos elasto-plásticos, com as previsões obtidas através de modelos numéricos lineares elásticos. Estes últimos, como é bem sabido, permitem fazer análises mais rápidas e requerem apenas as propriedades elásticas do material. Em contrapartida, os modelos elasto-plásticos são capazes de se aproximar com mais rigor do comportamento mecânico do material, descrevendo-o de uma forma mais próxima do que acontece na realidade. Deste modo, torna-se importante comparar ambos os modelos e analisar a qualidade dos resultados obtidos. As previsões obtidas com base nos modelos lineares elásticos foram realizadas anteriormente por Silva (2021).

Nas Figuras 4.5a) e 4.5b) é feita a comparação entre os ângulos dos locais de iniciação de fenda, α , e os ângulos de propagação de fenda na fase inicial, β , obtidos através de modelos numéricos elasto-plásticos e modelos numéricos lineares elásticos, respetivamente. Pode observar-se que, para ambos os ângulos, α e β , os valores são semelhantes, sendo o erro médio de 12.49° e 8.56° para α_A e α_B , respetivamente, e de 6.04° e 5.64° para β_A e β_B , respetivamente. Conclui-se, assim, que os resultados obtidos com ambos os modelos são

muito próximos, o que permite empregar os dois tipos de modelos numéricos, sem afetar significativamente a qualidade das previsões.

Quando comparados ambos os resultados dos dois tipos de modelos numéricos, é possível concluir que as previsões obtidas com base na abordagem linear elástica (LE) são mais próximas dos resultados experimentais do que as previsões feitas com base na abordagem elastoplástica (EP). Contudo, convém frisar que a complexidade do modelo EP é muito superior à do modelo LE, e, apesar do erro ser maior, é expectável que este traduza melhor a resposta tensão-deformação do que o modelo LE, aproximando-a mais do que realmente acontece.

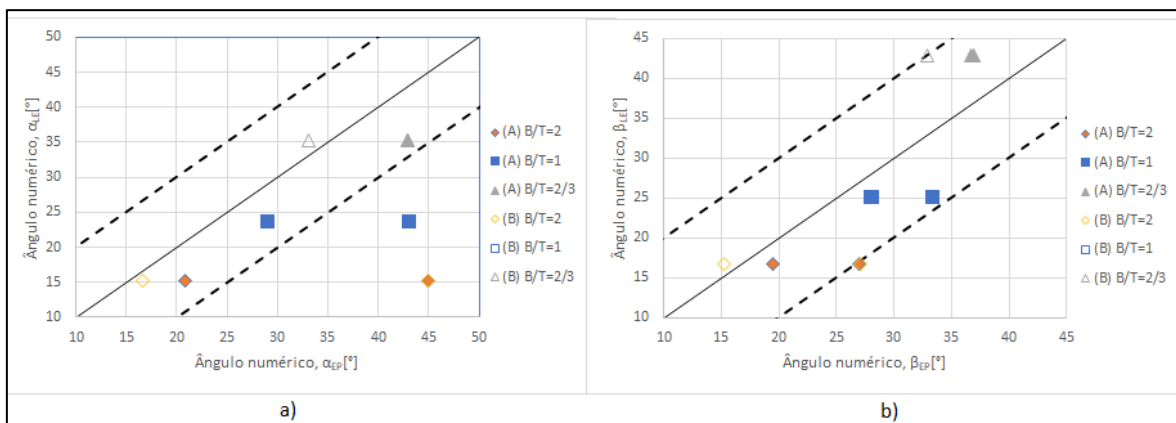


Figura 4.5 a) Ângulos dos locais de iniciação de fenda previstos numericamente através de modelos elastoplásticos versus previstos numericamente através de modelos lineares elásticos para as três relações de B/T; **b)** ângulos de propagação de fenda na fase inicial previstos numericamente através de modelos elastoplásticos versus previstos numericamente através de modelos lineares elásticos para as três relações de B/T. (A) refere-se à fenda do lado esquerdo e (B) refere-se à fenda do lado direito. Resultados linear elásticos retirados de Silva, 2021.

4.2. Previsão de vida à fadiga

A previsão de vida à fadiga, como já foi dito anteriormente, foi feita utilizando os campos de tensão e deformação do quinto ciclo de carregamento (carga-descarga) que se obtiveram, em cada simulação, através do modelo elastoplástico.

Deste modo, para se fazer uma correta caracterização dos estados de tensão e deformação na zona do entalhe, efetuou-se um refinamento profundo da malha nesta região. A análise inicial foi feita com recurso a 4 nós, apenas para a primeira fenda a iniciar, que em termos numéricos se assumiu ser a do lado esquerdo (Fenda A). Estes quatro nós corresponderam ao nó com o valor maior da primeira tensão principal, na superfície do

entalhe, ou seja, o nó mais solicitado, e aos 3 nós adjacentes imediatamente a seguir definidos segunda uma direção normal ao entalhe, como se pode observar na Figura 4.6.

A previsão de vida foi feita recorrendo ao modelo SWT (Eq. (2.26)) e ao modelo da Densidade de Energia de Deformação Total (Eq. (2.42)). Por fim, fez-se uma comparação entre os resultados obtidos pelos dois modelos e os resultados experimentais (Branco et al., 2022; Golos & Ellyin, 1988; Smith et al., 1969). O efeito do entalhe foi contabilizado, para os dois modelos, usando a Teoria das Distâncias Críticas, descrita na Secção 2.5.1.

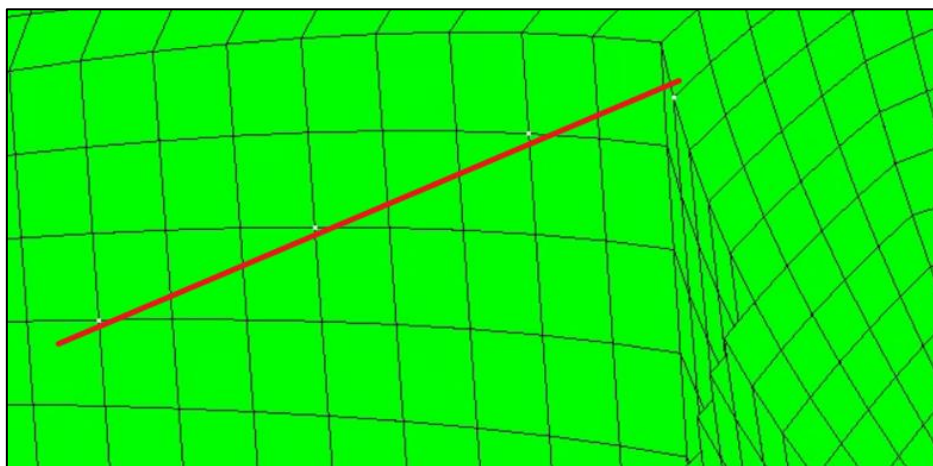


Figura 4.6 Representação dos 4 nós utilizados na previsão numérica da vida à fadiga, representados a branco, junto à reta a vermelho, numa direção normal à superfície do entalhe.

Antecedendo o cálculo da previsão de vida, foi feito um estudo da variação dos estados de tensão e de deformação durante os cinco ciclos de aplicação de carga-descarga, para verificar se estes estabilizavam. A discussão seguinte apenas analisa a evolução da gama de tensão normal segundo Y, $\Delta\sigma_{yy}$, e a gama de tensão de corte no plano XY, $\Delta\tau_{xy}$, para os nós de iniciação, ambas com o número de ciclos de carga-descarga, N, pois as restantes componentes de tensão e deformação mostraram resultados semelhantes.

Na Figura 4.7 está representada a variação da evolução das gamas de tensão normal e de corte, para as várias relações de B/T, no nó com maior valor da primeira tensão principal, pressupondo-se que é neste nó que a fenda inicia. O que se verifica é que, independentemente da relação B/T, as gamas de ambas as tensões normal e de corte apresentam-se estáveis ao longo dos diferentes ciclos de carga-descarga, sofrendo variações que são praticamente nulas. Deste modo, pode concluir-se que, ao longo de cada simulação, e conseqüentemente, de cada ciclo, os estados de tensão e deformação não sofrem alterações significativas,

permanecendo estáveis, o que demonstra que o quinto ciclo corresponde a um estado estável do material. É, ainda, visível uma rápida convergência do procedimento numérico.

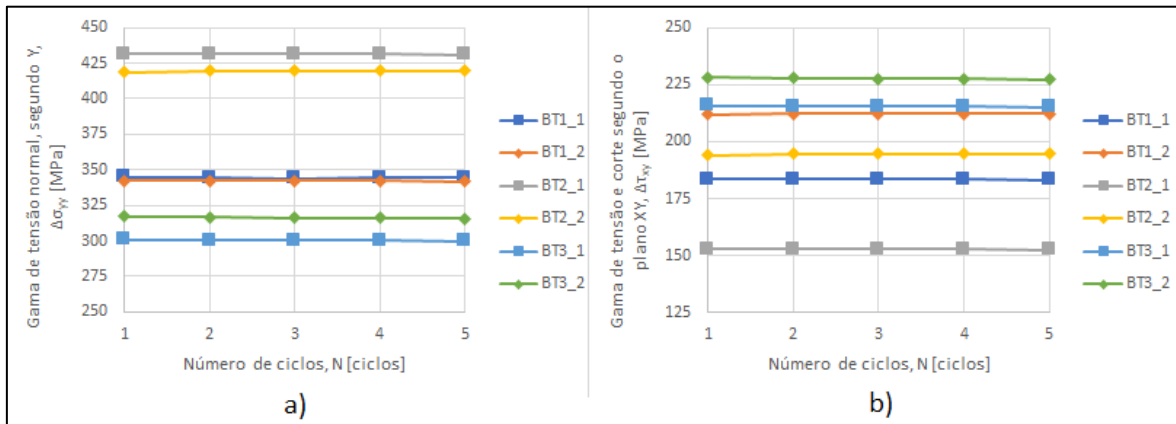


Figura 4.7 Evolução da gama de tensão com o número de ciclos carga-descarga: a) gama de tensão normal segundo Y; b) gama de tensão de corte no plano XY.

4.2.1. Modelo SWT

Por forma a relacionar a vida à fadiga com os estados de tensão e deformação, recorreu-se às tensão e deformação equivalentes de von Mises, dadas, respetivamente, pelas Equações 4.2 e 4.3.

$$\sigma_{VM} = \sqrt{\frac{1}{2}(\sigma_{xx} - \sigma_{yy})^2 + (\sigma_{yy} - \sigma_{zz})^2 + (\sigma_{zz} - \sigma_{xx})^2 + 6(\sigma_{xy}^2 + \sigma_{yz}^2 + \sigma_{xz}^2)}, \quad (4.2)$$

onde σ_{xx} , σ_{yy} , σ_{zz} , σ_{xy} , σ_{yz} e σ_{xz} representam as componentes do tensor das tensões e

$$\varepsilon_{VM} = \sqrt{\frac{2}{3} \sqrt{(\varepsilon_{xx}^2 + \varepsilon_{yy}^2 + \varepsilon_{zz}^2) + 2(\varepsilon_{xy}^2 + \varepsilon_{yz}^2 + \varepsilon_{xz}^2)}}, \quad (4.3)$$

onde ε_{xx} , ε_{yy} , ε_{zz} , ε_{xy} , ε_{yz} e ε_{xz} representam as componentes do tensor das deformações. Esta metodologia permitiu transformar o estado de tensão-deformação multiaxial num estado de tensão-deformação uniaxial equivalente, que foi posteriormente relacionado com o comportamento uniaxial cíclico da liga de alumínio em estudo através das constantes da Tabela 3.3.

Nas Figuras 4.8 a) e b) e 4.9 a) e b) representa-se, respetivamente, a distribuição de tensões e deformações equivalentes de von Mises, junto ao entalhe, para os vários carregamentos, segundo a direção definida na Figura 4.6. Como seria de esperar, ambas as variáveis são máximas junto à superfície do entalhe, e vão diminuindo gradualmente à

medida que se afastam deste, tendendo para um valor assintótico. Em suma, quanto maior a distância do nó à superfície do entalhe, menores serão os valores de tensão e deformação equivalentes de von Mises, ou seja, o entalhe deixa de ter influência no comportamento do componente. Acresce, ainda, que o comportamento das curvas é muito semelhante para os dois níveis de carregamento, independentemente da relação B/T.

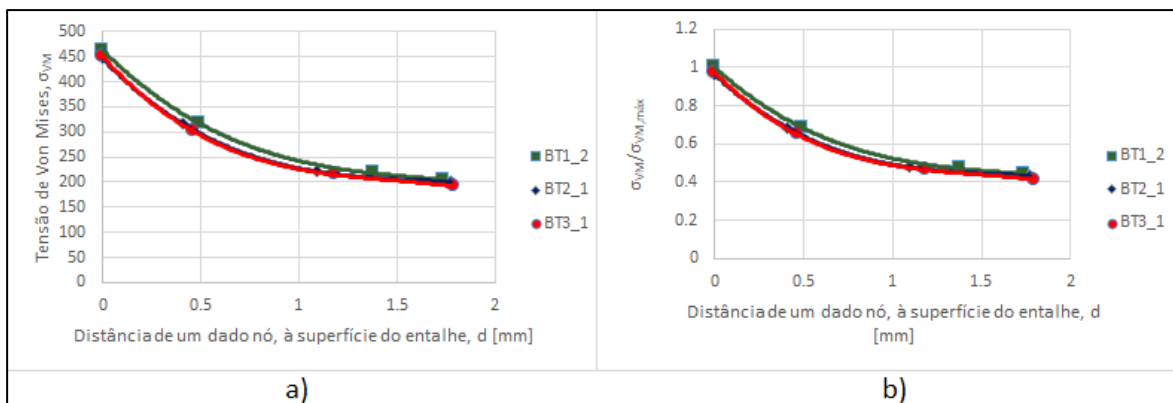


Figura 4.8 a) Evolução da tensão de von Mises *versus* distância à superfície do entalhe para as três relações B/T, B/T=2/3 (BT3_1), B/T=1 (BT1_2) e B/T=2 (BT2_1); b) representação adimensional para as três relações B/T.

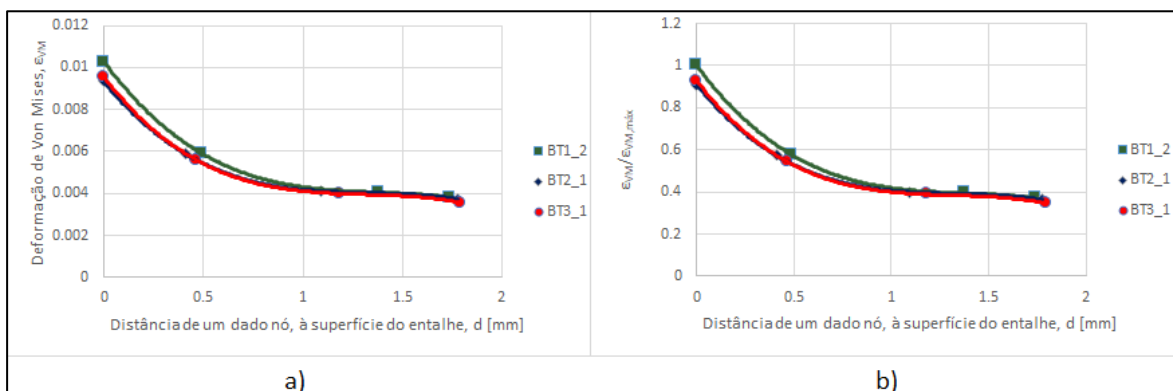


Figura 4.9 a) Evolução da deformação de Von Mises *versus* distância à superfície do entalhe para as três relações B/T, B/T=2/3 (BT3_1), B/T=1 (BT1_2) e B/T=2 (BT2_1); b) representação adimensional para as três relações B/T.

O facto das curvas das gamas de tensão e deformação equivalentes de von Mises, para as três relações B/T, terem andamentos muito próximos é interessante, pois as duas variáveis são utilizadas no cálculo do valor efetivo do parâmetro SWT. Neste trabalho, o efeito do entalhe foi avaliado recorrendo ao Método da Linha (LM) da Teoria das Distâncias Críticas (TCD), descrito na Secção 2.5.1 desta dissertação.

Para o efeito, numa primeira fase, foi calculado o valor de a_0 dado pela Equação (2.32). Considerando os valores de ΔK_{th} e $\Delta\sigma_0$ disponíveis na literatura para a liga de alumínio 7050-T6 sujeita a razões de tensão pulsantes, obteve-se uma distância crítica de 249 μm (Antunes, Prates, et al., 2019; Branco et al., 2019). Posteriormente, a partir dos valores de tensão e deformação na zona do entalhe dos nós selecionados a partir das simulações numéricas, ajustaram-se funções polinomiais de grau três que foram utilizadas para calcular o valor efetivo do parâmetro SWT, dado pelo produto da tensão máxima pela amplitude de deformação. No caso do LM da TCD, obtém-se o valor médio da função para uma distância crítica igual a $2a_0$, conforme representado na Figura 4.10. Depois de obtido o valor efetivo do parâmetro SWT, calculou-se a vida à fadiga, através da Equação (2.26). Por fim, as previsões de vida à fadiga (N_{SWT}) foram comparadas com os resultados experimentais (N_{EXP}) obtidos para as mesmas condições de carregamento. Os valores previstos e os valores experimentais encontram-se na Tabela 4.2

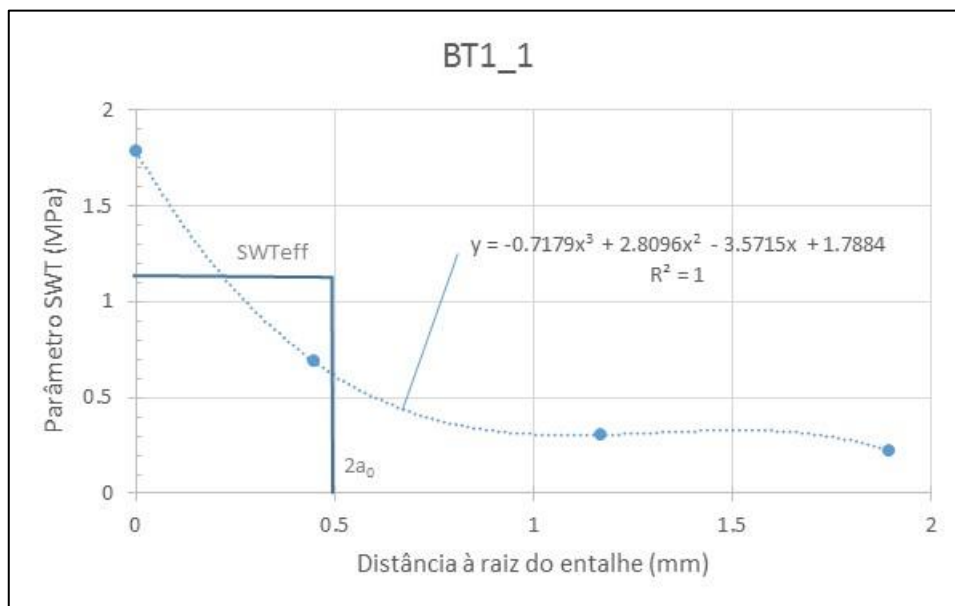


Figura 4.10 Metodologia para o cálculo do valor efetivo do parâmetro SWT.

Tabela 4.2 Vidas à fadiga obtidas experimentalmente, e com base no valor efetivo do parâmetro SWT, para valores de $2a_0$ de 0.25, 0.125 e 0.0625.

Ref. provete	Relação B/T	N_{EXP} [ciclos]	N_{SWT,0.25} [ciclos]	N_{SWT,0.125} [ciclos]	N_{SWT,0.0625} [ciclos]
BT3_1	2/3	17290	38840	18920	13130
BT3_2	2/3	6663	20153	10177	7206
BT1_1	1	29709	77652	35545	23934
BT1_2	1	9994	21221	10885	7772
BT2_1	2	18026	34974	16762	11535
BT2_2	2	8082	7309	3515	2459

Relativamente aos valores experimentais da vida à fadiga apresentados na Tabela 4.2, estes foram obtidos num trabalho anterior realizado por Silva (2021). De forma muito sucinta, a metodologia adotada consistiu em monitorizar o entalhe com uma câmara de alta resolução periodicamente durante o ensaio. A partir das imagens adquiridas, para cada ensaio, traçou-se um gráfico comprimento de fenda *versus* número de ciclos de carga aplicados, i.e. um gráfico a-N, ajustando-se os pontos obtidos por funções de potência. Posteriormente, calculou-se o número de ciclos correspondente para um comprimento de fenda de a_0 . Esses valores, como se pode ver na Tabela 4.2, para as tensões nominais aplicadas neste trabalho, são relativamente baixos, estando todos abaixo dos 30 000 ciclos.

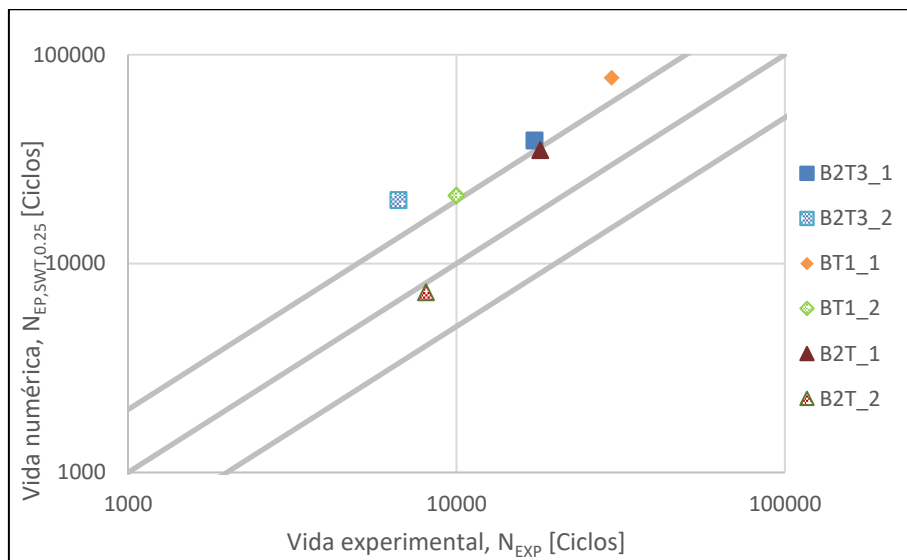


Figura 4.11 Resultados de vida à fadiga obtidos numericamente, pelo modelo elastoplástico, com o método SWT, para $2a_0=0.25\text{mm}$ versus obtidos experimentalmente (Silva, 2021).

Na Figura 4.11 compara-se os resultados numéricos com os resultados experimentais. Para uma distância crítica de 0.25mm, pode-se concluir que os resultados experimentais estão aquém dos resultados numéricos, tendo-se obtido uma previsão de vida numérica superior à vida experimental para a grande maioria dos casos.

Neste trabalho, como o valor de a_0 foi obtido a partir de resultados disponíveis na literatura e havendo alguma incerteza relativamente ao valor de ΔK_{th} por ter sido determinado com uma nova metodologia numérica que evidenciou algum desvio relativamente aos valores experimentais, conduzindo a valores superiores aos experimentais, efetuou-se um estudo de previsão da vida à fadiga considerando outros valores de distância crítica definidos empiricamente, nomeadamente 0.125 e 0.0625mm. Os resultados de previsão de vida obtidos para estes valores de distância crítica, encontram-se na Tabela 4.2, respetivamente $N_{SWT0.125}$, $N_{SWT0.0625}$. Nas Figuras 4.12a) e 4.12b) faz-se a comparação dos resultados previstos com os resultados experimentais, para esses valores de distância crítica.

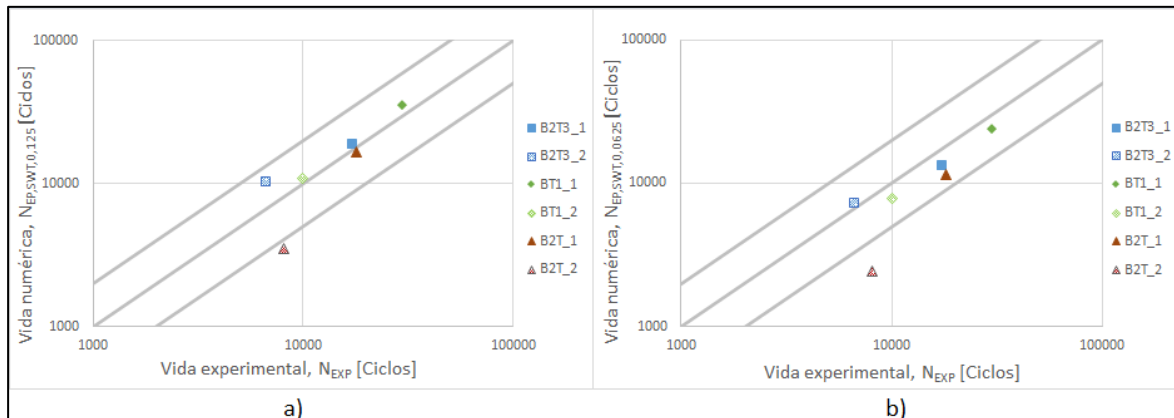


Figura 4.12 Resultados de vida à fadiga obtidos numericamente, pelo modelo elastoplástico, com o método SWT, para $2a_0=0.125\text{mm}$ e $2a_0=0.0625\text{mm}$ versus obtidos experimentalmente (Silva, 2021).

Observando as Figuras 4.12a) e 4.12b), podemos concluir que, para uma distância crítica de 0.125mm , os resultados numéricos são mais próximos dos resultados experimentais, estando quase todos os pontos muito próximos da linha média, apresentando melhores resultados do que para um valor de distância crítica de 0.25mm , mas estando a maioria dos resultados na zona não conservativa. Para uma distância crítica de 0.0625mm , os resultados numéricos apresentados são melhores, quando comparados com uma distância crítica de 0.25mm , mas piores, em termos de proximidade à linha central, em comparação com uma distância crítica de 0.125mm , mas apresentam-se, quase na totalidade, na parte conservativa, o que em termos de projeto à fadiga é um aspeto interessante.

De modo a avaliar de forma mais sistemática a qualidade das previsões de vida à fadiga obtidas pelo modelo SWT para os vários valores de distância crítica estudados, obteve-se a função de densidade de probabilidade para cada caso, com base no erro de previsão de vida à fadiga, dado por:

$$E_N = \log\left(\frac{N_{EXP}}{N_P}\right), \quad (4.4)$$

onde N_{EXP} representa a vida experimental e N_P representa a vida prevista pelo modelo SWT. A Figura 4.13 compara as funções de densidade de probabilidade obtidas para os diferentes casos. Como se pode ver na figura, o valor da distância crítica tem uma grande influência na qualidade das previsões. À medida que o valor $2a_0$ diminui, as funções deslocam-se para a direita. Ao analisar a figura, conclui-se que o valor de distância crítica,

com um valor de erro mais próximo de zero, é de 0.125mm. Relativamente ao desvio padrão, as diferenças não são muito significativas.

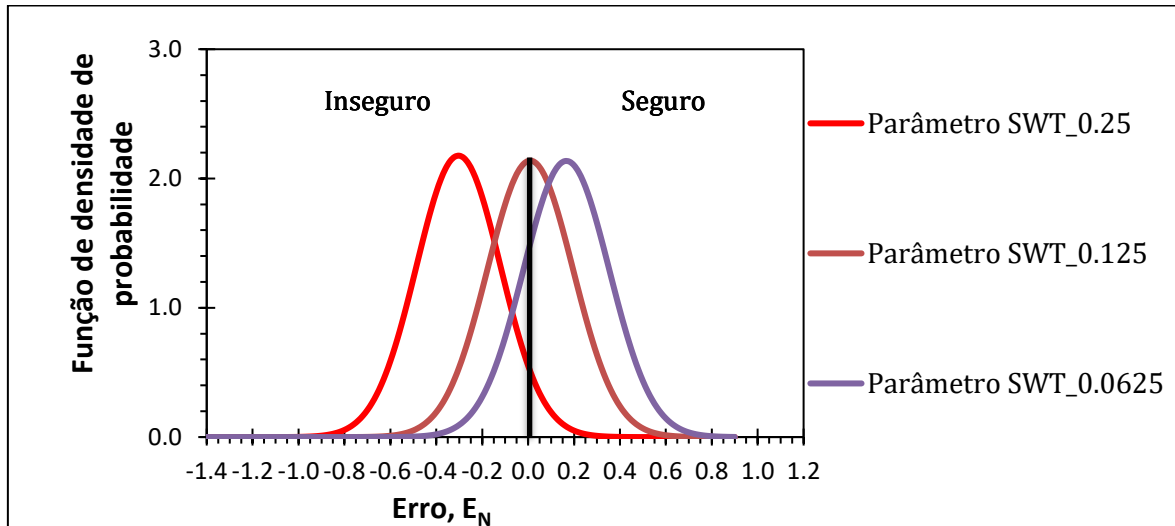


Figura 4.13 Função densidade de probabilidade para o erro de previsão da vida à fadiga no modelo SWT para vários valores de distância crítica.

4.2.2. Modelo da Densidade de Energia de Deformação Total

Passando para o método da densidade de energia de deformação total, as previsões de vida foram obtidas com recurso à Equação (2.42). Neste caso, utilizando os mesmos nós identificados na Figura 4.6, começou-se por calcular a evolução com a distância à raiz do entalhe da amplitude de tensão normal, a tensão média normal, a gama de tensão equivalente de von Mises e a tensão máxima de von Mises com a distância à raiz do entalhe, conforme Equação (2.43) e Equação (2.44). Seguidamente, recorrendo-se, de igual modo, ao Método da Linha (LM) da Teoria das Distâncias Críticas (TCD), determinou-se o valor efetivo da densidade de energia de deformação total ($W_{T,eff}$), de modo idêntico ao descrito na Figura 4.10 para o modelo SWT. Como esperado, o valor máximo registou-se junto à superfície do entalhe, havendo uma redução progressiva para um valor assintótico à medida que a distância aumenta.

Posteriormente, recorreu-se à Equação 2.41, que relaciona a densidade de energia de deformação total com a vida à fadiga, e obteve-se uma estimativa da vida à fadiga para os diferentes carregamentos considerados. Para a liga de alumínio 7050-T6, as constantes

da equação referida anteriormente foram obtidas através de ensaios de fadiga oligocíclica por Branco (2018) e são iguais a:

$$\Delta W_T \text{ (MJ/m}^3\text{)} = 2410(2N_f)^{-0.86} + 0.75 \quad (4.5)$$

onde $2N_f$ representa o número de reversões até à rotura. Os resultados das vidas de fadiga obtidos encontram-se na Tabela 4.3.

Tabela 4.3 Vidas à fadiga obtidas experimentalmente, e com base no valor efetivo da densidade de energia de deformação total, para valores de $2a_0$ de 0.25, 0.125 e 0.0625 (Silva, 2021)

Ref. provete	Relação B/T	N_{EXP} [ciclos]	$N_{\Delta W_t, 0.25}$ [ciclos]	$N_{\Delta W_t, 0.125}$ [ciclos]	$N_{\Delta W_t, 0.0625}$ [ciclos]
BT3_1	2/3	17290	23403	21252	20222
BT3_2	2/3	6663	13645	12762	12324
BT1_1	1	29709	54430	47316	44119
BT1_2	1	9994	14762	13843	13385
BT2_1	2	18026	24122	22813	22161
BT2_2	2	8082	10300	9819	9571

Na Figura 4.14 compara-se a vida experimental com a vida prevista para os diferentes carregamentos multiaxiais.

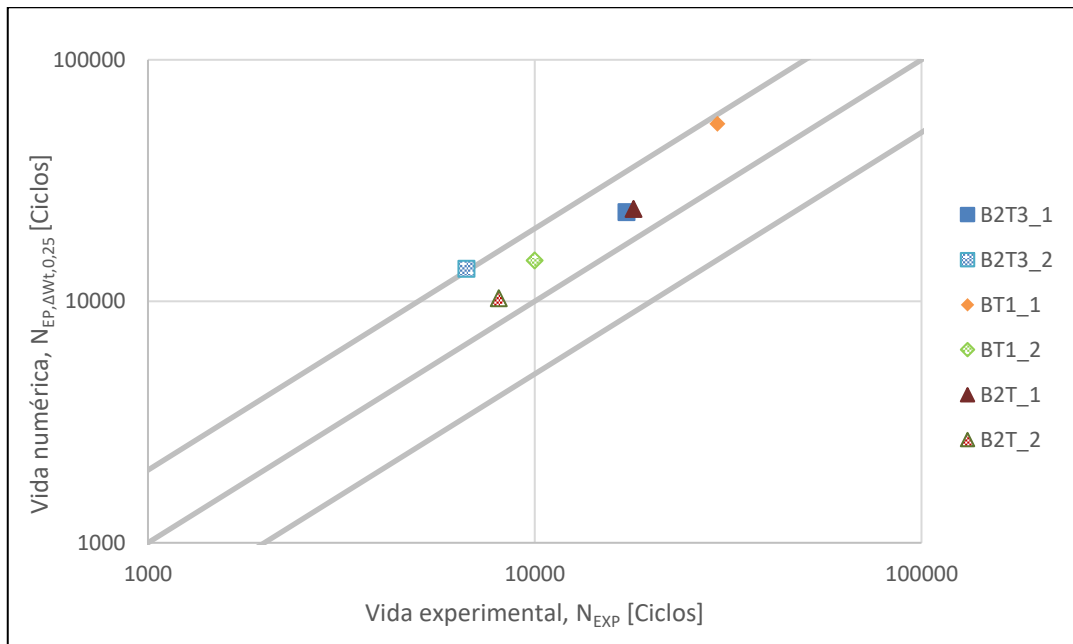


Figura 4.14 Resultados de vida à fadiga obtidos numericamente, pelo modelo elastoplástico, com o método da densidade de energia total de deformação, para $2a_0=0.25\text{mm}$ versus obtidos experimentalmente (Silva, 2021).

Para uma distância crítica de 0.25mm, pode-se concluir que os resultados numéricos estão próximos dos resultados experimentais, com quase todos os ensaios dentro das bandas de dispersão, portanto, com um erro considerado aceitável em previsões deste tipo.

De forma idêntica ao que se fez para o modelo SWT, devido a alguma incerteza associada ao cálculo da distância crítica, foram efetuadas novas previsões considerando, também, distâncias críticas de 0.125 e 0.0625 mm. A comparação entre os resultados obtidos e as vidas experimentais pode ser efetuada na Figura 4.15.

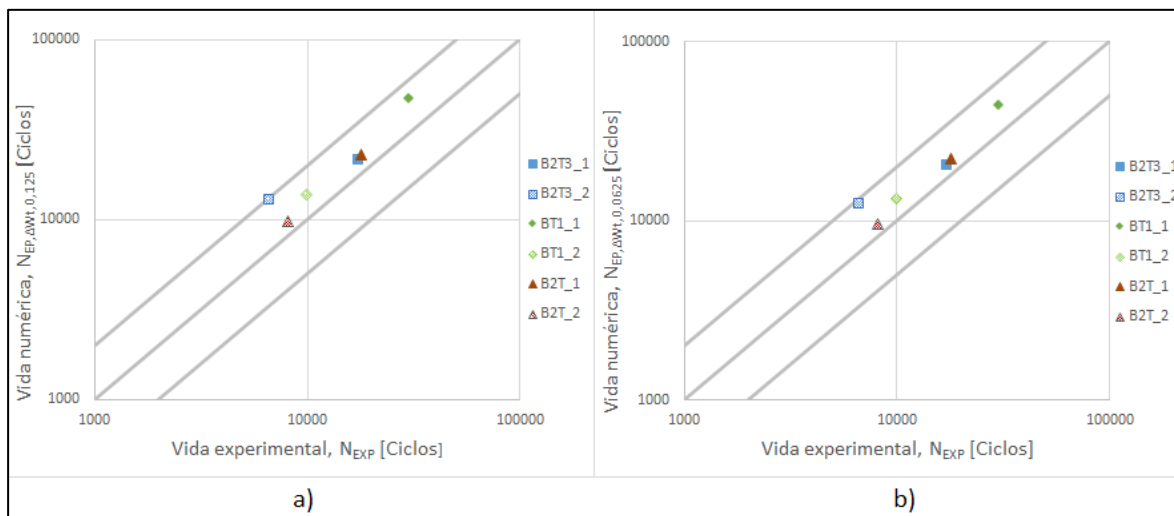


Figura 4.15 Resultados de vida à fadiga obtidos numericamente, pelo modelo elastoplástico, com o método da densidade de energia de deformação total, para $2a_0=0.125\text{mm}$ e $2a_0=0.0625\text{mm}$ versus obtidos experimentalmente (Silva, 2021).

Analisando a figura, pode concluir-se que, à medida que a distância crítica vai diminuindo, os pontos vão-se aproximando da linha central, o que leva a uma redução progressiva do erro de previsão numérica.

Por fim, fez-se um estudo da qualidade das previsões para o método da densidade de energia de deformação total para as várias distâncias críticas usando as funções de densidade de probabilidade definidas a partir do erro de previsão definido pela Equação 4.4. Os resultados obtidos podem ser vistos na Figura 4.16. Como se pode constatar, neste método as funções estão mais próximas entre si, o que parece indicar que as previsões são menos afetadas pelo valor da distância crítica. Porém, também neste modelo se verifica uma deslocação das funções para a direita à medida que a distância crítica diminui. Da análise da Figura 4.16, pode também concluir-se que o valor de erro é menor para uma distância crítica de 0.0625mm.

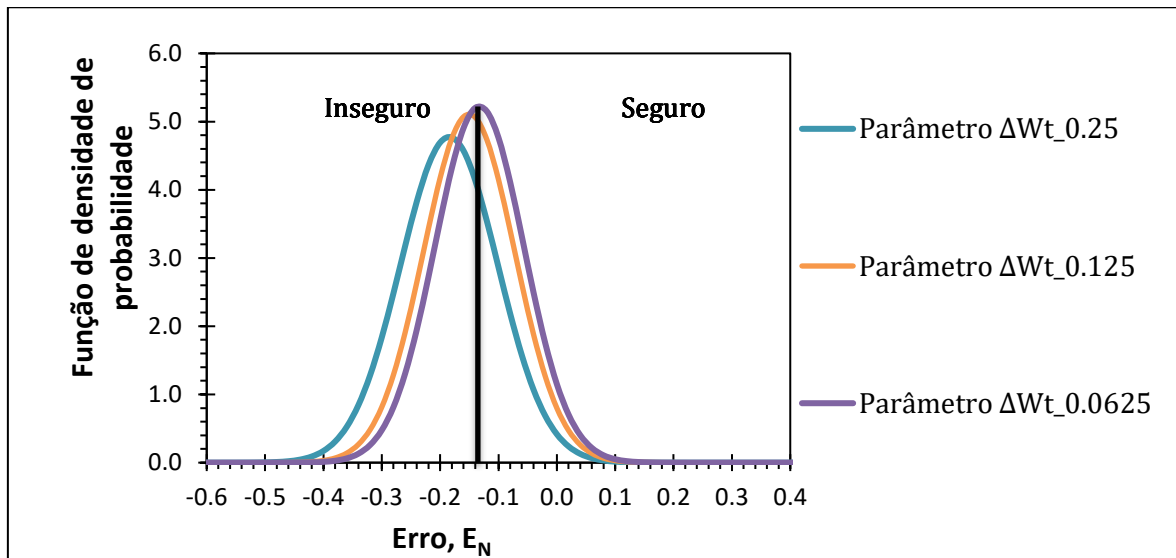


Figura 4.16 Função densidade de probabilidade para o erro de previsão de vida à fadiga, para o modelo da densidade de energia de deformação total, para os vários valores de distância crítica.

5. CONCLUSÕES

A presente dissertação desenvolveu uma metodologia de previsão de vida de iniciação de fendas em peças entalhadas produzidas a partir da liga de alumínio 7050-T6 e sujeitas a carregamentos de flexão-torção, recorrendo a um modelo numérico implementado a partir do método dos elementos finitos. Os principais objetivos passaram pela criação de um procedimento capaz de prever a vida de iniciação de fendas para relações B/T distintas e diferentes níveis de carregamento. Estes consideraram três relações entre o momento fletor (B) e o momento torsor (T): $B=2T/3$, $B=T$ e $B=2T$. Além disso, para cada relação B/T, foram estudados dois níveis de amplitude de tensão. Utilizou-se um modelo constitutivo elastoplástico para simular o comportamento do material. A previsão numérica de vida à fadiga foi efetuada a partir de dois modelos diferentes: o modelo SWT e o método da Densidade de Energia de Deformação Total (Golos & Ellyin, 1988).

Com base nos resultados obtidos, concluiu-se o seguinte:

- Os locais de iniciação de fenda na superfície do entalhe são controlados pelo campo da primeira tensão principal ao longo da superfície do entalhe e podem ser previstos a partir dos nós com maiores valores desta variável;
- Os ângulos de propagação da fenda na fase inicial são diretamente influenciados pelas diferentes relações entre os momentos fletor e torção, e também podem ser previstos através do cálculo da primeira direção principal nos locais de iniciação;
- Quanto maior for a relação B/T, menores são os ângulos de propagação de fenda na fase inicial, o que pode ser explicado pela redução do nível de tensões de corte a atuar no entalhe;
- De uma forma geral, houve uma boa correspondência entre os locais de iniciação de fenda e ângulos de iniciação de fenda obtidos com o modelo numérico elastoplástico e os valores obtidos experimentalmente;
- As diferenças entre os modelos elastoplástico e linear elástico, relativamente à previsão dos locais de iniciação e ângulos de propagação de fenda na fase inicial, são pouco significativas, com um baixo erro associado;

- Ambos os métodos de previsão de vida utilizados, SWT e Densidade de Energia de Deformação Total, são adequados ao cálculo da vida à fadiga, para componentes sujeitos a carregamentos proporcionais flexão-torção, sendo que o segundo apresentou melhores resultados;
- De uma forma geral, a correspondência entre os valores de vidas à fadiga determinadas numericamente e as obtidas experimentalmente é razoável.

De forma a se aprimorar o trabalho desenvolvido, visando responder a dúvidas levantadas no decorrer deste estudo, enumeram-se algumas sugestões para trabalhos futuros:

- Estudar outro tipo de carregamentos multiaxiais, proporcionais e não proporcionais;
- Estudar o efeito de outras razões de tensão;
- Estudar o efeito de carregamentos com amplitude variável;
- Estudar outras descontinuidades geométricas;
- Estudar a eficiência de outros modelos de previsão de vida.

Referências bibliográficas

- Antunes, F., Santos, L., Capela, C., Ferreira, J., Costa, J., Jesus, J., & Prates, P. (2019). Fatigue Crack Growth in Maraging Steel Obtained by Selective Laser Melting. *Applied Sciences* 2019, Vol. 9, Page 4412, 9(20), 4412. <https://doi.org/10.3390/APP9204412>
- Antunes, F. v., Prates, P. A., Camas, D., Sarrazin-Baudoux, C., & Gardin, C. (2019). Numerical prediction of fatigue threshold of metallic materials in vacuum. *Engineering Fracture Mechanics*, 216, 106491. <https://doi.org/10.1016/J.ENGFRACMECH.2019.106491>
- Branco. (1985). *Mecânica Dos Materiais*. Fundação Calouste Gulbenkian.
- Branco, M. (2018). “*Estudo do fenómeno de relaxação de tensões na liga de alumínio 7050-T6*”. Tese de Mestrado, na Especialidade de Produção e Projeto, Departamento de Engenharia Mecânica, Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade de Coimbra, Coimbra.
- Branco, R., Costa, J. D., Borrego, L. P., Macek, W., & Berto, F. (2022). Notch fatigue analysis and life assessment using an energy field intensity approach in 7050-T6 aluminium alloy under bending-torsion loading. *International Journal of Fatigue*, 162. <https://doi.org/10.1016/J.IJFATIGUE.2022.106947>
- Branco, R., Costa, J. D., Borrego, L. P., Wu, S. C., Long, X. L., & Zhang, F. Y. (2019). Effect of strain ratio on cyclic deformation behaviour of 7050-T6 aluminium alloy. *International Journal of Fatigue*, 129, 105234. <https://doi.org/10.1016/J.IJFATIGUE.2019.105234>
- Branco, R., Prates, P. A., Costa, J. D., Borrego, L. P., Berto, F., Kotousov, A., & Antunes, F. v. (2019). Rapid assessment of multiaxial fatigue lifetime in notched components using an averaged strain energy density approach. *International Journal of Fatigue*, 124, 89–98. <https://doi.org/10.1016/J.IJFATIGUE.2019.02.005>
- Campbell, F. C. (2008). © 2008 ASM International. All Rights Reserved. Elements of Metallurgy and Engineering Alloys (#05224G) www.asminternational.org. *ASM International*, 83(1), 317. <http://www.tandfonline.com/doi/full/10.1179/095066099101528298%0Ahttps://doi.org/10.1016/j.optlastec.2017.10.010%0Ahttp://link.springer.com/10.1007/s11663-001-0018-6%0Ahttp://dx.doi.org/10.1016/j.jmatprotec.2015.04.003%0Ahttp://www.lasers.org.uk/paperstor>
- Chaboche, J. L. (2008). A review of some plasticity and viscoplasticity constitutive theories. *International Journal of Plasticity*, 24(10), 1642–1693. <https://doi.org/10.1016/J.IJPLAS.2008.03.009>
- Christ, H. J., & Mughrabi, H. (1996). CYCLIC STRESS-STRAIN RESPONSE AND MICROSTRUCTURE UNDER VARIABLE AMPLITUDE LOADING. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, 19(2–3), 335–348. <https://doi.org/10.1111/J.1460-2695.1996.TB00971.X>
- Coffin, L. F. (1954). *A study of the effects of cyclic thermal stresses on a ductile metal* (ASME, Vol. 76).

- El Haddad, M. H., Dowling, N. E., Topper, T. H., & Smith, K. N. (1980). J integral applications for short fatigue cracks at notches. *International Journal of Fracture*, 16(1), 15–30. <https://doi.org/10.1007/BF00042383>
- Ellyin, F. (1997). *Fatigue damage, crack growth, and life prediction*. 469.
- Ewing, J. A., Humfrey, J. C. W., Ewing, J. A., & Humfrey, J. C. W. (1903). The Fracture of Metals under Repeated Alternations of Stress. *RSPTA*, 200(321–330), 241–250. <https://doi.org/10.1098/RSTA.1903.0006>
- Farahmand, Bahram., Bockrath, George., & Glassco, James. (1997). *Fatigue and fracture mechanics of high risk parts : application of LEFM & FMDM theory*. 370.
- Gerber, W. Z. (1874). *Calculation of the allowable stresses in iron structures* (Z.Bayer Archit., Vol. 6).
- Golos, K., & Ellyin, F. (1988). A Total Strain Energy Density Theory for Cumulative Fatigue Damage. *Journal of Pressure Vessel Technology*, 110(1), 36–41. <https://doi.org/10.1115/1.3265565>
- Goodman, J. (1899). *Mechanics applied to engineering*. Longmans Green & Co.
- Gordo, J. (2017). Desenvolvimento de um modelo de previsão de vida à fadiga para componentes mecânicos entalhados sujeitos a carregamentos multiaxiais. Tese de Mestrado em Engenharia Mecânica na Especialidade de Produção e Projeto, Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade de Coimbra, Coimbra
- Griffith, A. A., Griffith, & A., A. (1921). The Phenomena of Rupture and Flow in Solids. *RSPTA*, 221(1), 163–198. <https://doi.org/10.1098/RSTA.1921.0006>
- Hardrath, F., & Ohman, L. (1953). *A study of elastic and plastic stress concentration factors due to notches and fillets in flat plates*.
- Irwin, G. R. (1957). Analysis of Stresses and Strains Near the End of a Crack Traversing a Plate. *Journal of Applied Mechanics*, 24(3), 361–364. <https://doi.org/10.1115/1.4011547>
- Kirkby, W. T., Forsyth, P. J. E., & Maxwell, R. D. J. (1980). Design against fatigue—current trends. *The Aeronautical Journal*, 84(829), 1–12. <https://doi.org/10.1017/S0001924000030438>
- Manson, S. S. (1954). *Behavior of materials under conditions of thermal stress*. (NACA).
- Molski, K., & Glinka, G. (1981). A method of elastic-plastic stress and strain calculation at a notch root. *Materials Science and Engineering*, 50(1), 93–100. [https://doi.org/10.1016/0025-5416\(81\)90089-6](https://doi.org/10.1016/0025-5416(81)90089-6)
- Monteiro, D. (2019). “*Comportamento e previsão da vida à fadiga multiaxial de componentes com entalhes*”. Tese de Mestrado, na Especialidade de Produção e Projeto, Departamento de Engenharia Mecânica, Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade de Coimbra, Coimbra.
- Morrow, J. (1965). Cyclic Plastic Strain Energy and Fatigue of Metals. *Internal Friction, Damping, and Cyclic Plasticity*, 45–45–43. <https://doi.org/10.1520/STP43764S>
- Neuber, H. (1958). *Theory of notch stresses : principles for exact calculation of strength with reference to structural form and material* | Semantic Scholar. <https://www.semanticscholar.org/paper/Theory-of-notch-stresses-%3A-principles-for-exact-of-Neuber/376771ea513632b021c8916534a128e4a2ee71ef>
- Paris, P., & Erdogan, F. (1963). A critical analysis of crack propagation laws. *Journal of Fluids Engineering, Transactions of the ASME*, 85(4), 528–533. <https://doi.org/10.1115/1.3656900>

- Pécourto, F. (2018). “Previsão de vida à fadiga em componentes mecânicos com entalhes severos sujeitos a carregamentos multiaxiais de flexão-torsão combinada”. Tese de Mestrado, na Especialidade de Produção e Projeto, Departamento de Engenharia Mecânica, Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade de Coimbra, Coimbra.
- Peterson, R. (1959). *Metal fatigue* (G. Sines & J. Waisman, Eds.; McGraw-Hill).
- Polák, J. (1991). *Cyclic plasticity and low cycle fatigue life of metals* | Jaroslav Polak. https://www.academia.edu/628304/Cyclic_plasticity_and_low_cycle_fatigue_life_of_metals
- Prates, P. A., Pereira, A. F. G., Sakharova, N. A., Oliveira, M. C., & Fernandes, J. v. (2016). Inverse Strategies for Identifying the Parameters of Constitutive Laws of Metal Sheets. *Advances in Materials Science and Engineering, 2016*. <https://doi.org/10.1155/2016/4152963>
- Ramberg, W., & Osgood, W. R. (1943). *Description of stress-strain curves by three parameters - NASA Technical Reports Server (NTRS)*. <https://ntrs.nasa.gov/citations/19930081614>
- Sacramento, B. (2020). “Previsão numérica da vida à fadiga em peças entalhadas produzidas por SLM sujeitas a histórias de carga multiaxiais”. Tese de Mestrado, na Especialidade de Produção e Projeto, Departamento de Engenharia Mecânica, Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade de Coimbra, Coimbra.
- Silva, P. (2021). “Comportamento à fadiga de peças entalhadas da liga de alumínio 7050-T6 sujeitas a carregamentos multiaxiais de flexão-torsão”. Tese de Mestrado, na Especialidade de Produção e Projeto, Departamento de Engenharia Mecânica, Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade de Coimbra, Coimbra.
- Silva Ribeiro, A., AFO Correia, J., Ribeiro, A. S., José AFO Correia, utadpt, L Silva, A. L., & P de Jesus, A. M. (2010). *EVOLUTION OF FATIGUE HISTORY*. <https://www.researchgate.net/publication/299397997>
- Smith, K., Watson, P., & Topper, T. (1969). *A stress-strain function for the fatigue of metals*.
- Socie, D., & Marquis, G. (2000). *Multiaxial Fatigue*. <https://www.sae.org/publications/books/content/r-234/>
- Soderberg, C. R. (1930). *Fatigue of safety and working stress*. (ASME).
- Suresh, S. (1999). *Fatigue of Materials — 2nd edition*. S. Suresh. Cambridge University Press, The Edinburgh Building, Cambridge, CB2 2RU. 1998. 679 pp. Illustrated. £27.95. *The Aeronautical Journal, 103*(1026), 398–398. <https://doi.org/10.1017/S0001924000064629>
- Susmel, L., & Taylor, D. (2011). The Theory of Critical Distances to estimate lifetime of notched components subjected to variable amplitude uniaxial fatigue loading. *International Journal of Fatigue, 33*(7), 900–911. <https://doi.org/10.1016/J.IJFATIGUE.2011.01.012>
- Swift, H. W. (1952). Plastic instability under plane stress. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 1*(1), 1–18. [https://doi.org/10.1016/0022-5096\(52\)90002-1](https://doi.org/10.1016/0022-5096(52)90002-1)
- Taylor, D. (2007). *The theory of critical distances: A new perspective in fracture mechanics*.
- Vieira, A. (2017). “Previsão de vida à fadiga em peças entalhadas sujeitas a carregamentos multiaxiais”. Tese de Mestrado, na Especialidade de Produção e Projeto, Departamento de Engenharia Mecânica, Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade de Coimbra, Coimbra.

- Voce, E. (1948). *The relationship between stress and strain for homogeneous deformations* | *Semantic Scholar*. <https://www.semanticscholar.org/paper/The-relationship-between-stress-and-strain-for-Voce/c7cd29ddfb7c6c47d0e94599b90ba20f65fb810b>
- Xia, Z., Kujawski, D., & Ellyin, F. (1996). Effect of mean stress and ratcheting strain on fatigue life of steel. *International Journal of Fatigue*, 18(5), 335–341. [https://doi.org/10.1016/0142-1123\(96\)00088-6](https://doi.org/10.1016/0142-1123(96)00088-6)