1 2 9 0

UNIVERSIDADE D
COIMBRA

Simão Pedro Mateus Selezi

IDENTIFICAÇÃO E VALORIZAÇÃO DOS SABERES MATEMÁTICOS PRESENTES EM ARTEFACTOS CULTURAIS DA ETNIA NGANGUELA: UMA CONTRIBUIÇÃO PARA O ENSINO DA MATEMÁTICA

Tese no âmbito do Doutoramento em História das Ciências e Educação Científica, orientada pelo Professor Doutor Jaime Maria Monteiro de Carvalho e Silva, coorientada pelas Professoras Doutoras Maria Cecília Rosas Pereira Peixoto da Costa e Maria Augusta Vilalobos Filipe Pereira do Nascimento e apresentada ao Instituto de Investigação Interdisciplinar da Universidade de Coimbra.

Novembro de 2021

Instituto de Investigação Interdisciplinar da Universidade de Coimbra (IIIUC)

Identificação e valorização dos saberes matemáticos presentes em artefactos culturais da etnia Nganguela: Uma contribuição para o Ensino da Matemática

Simão Pedro Mateus Selezi

Tese no âmbito do Programa Conjunto do **Doutoramento em História das Ciências e Educação Científica** da Universidade de Coimbra e da Universidade de Aveiro, orientada pelo Professor Doutor Jaime Maria Monteiro de Carvalho e Silva da Universidade de Coimbra, coorientada pelas Professoras Doutoras Maria Cecília Rosas Pereira Peixoto da Costa da Escola de Ciências e Tecnologia da UTAD e Maria Augusta Vilalobos Filipe Pereira do Nascimento da Universidade de Coimbra.

Novembro de 2021

UNIVERSIDADE DE COIMBRA

universidade de aveiro

Dedicatória

Dedico esta tese à minha amada família e a Deus, que com a sua incomensurável sapiência, foi um eminente guia de toda a minha formação.

Agradecimentos

Em primeiro lugar começo por agradecer a Deus, pai todo o poderoso, pelo fôlego de vida e por permitir que esse sonho fosse concretizado.

Ao Instituto Nacional de Gestão de Bolsas de Estudos (INAGBE) pela atribuição da bolsa de estudo para frequentar o presente doutoramento gerido pelas Universidades de Coimbra e Aveiro (Portugal), esta oportunidade serviu de "almofada" ao longo desta formação.

À Universidade Cuito Cuanavale, em particular ao Instituto Superior Politécnico, por me ter dispensado para fazer o doutoramento e acompanhado desde o princípio até ao fim desta formação. Às autoridades das escolas angolanas, mormente às da província do Cuando Cubango, que me autorizaram para contactar os alunos e professores de diversas escolas. À Direção Provincial da Cultura do Cuando Cubango por me ter autorizado entrevistar alguns funcionários e ajudado a localizar os artesãos.

Ao Instituto de Investigação Interdisciplinar da Universidade de Coimbra pela oportunidade de fazer o curso de Doutoramento em História das Ciências e Educação Científica.

Ao Professor Doutor Jaime Carvalho e Silva, especialmente, por ter aceitado orientar a minaha tese e dando todo o apoio e incentivo nos momentos difíceis, ou seja, buscando alternativas para ultrapassar as "barreiras" que foram deparadas durante os trabalhos de investigação conducentes à elaboração da tese.

De igual modo, agradeço à Professora Doutora Maria Augusta Nascimento e à Professora Doutora Maria Cecília Costa que se disponibilizaram para coorientar este trabalho desde o princípio até ao fim, sou grato pelas suas contribuições nessa fase da minha formação do programa doutoral.

Uma palavra de agradecimento também ao Professor Doutor Décio Ruivo Martins, Coordenador do Doutoramento acima referido, pela atenção, disponibilidade e celeridade demonstradas ao longo da formação deste doutoramento.

À minha família, o meu porto de abrigo, pelo apoio moral e financeiro dado ao longo do meu percurso académico.

Finalmente, a todos que direta ou indiretamente contribuíram para minha formação.
Os meus incomensuráveis agradecimentos!

Resumo

A aversão, desinteresse ou mesmo fuga à matemática que acontece em Angola e em muitos outros países, prejudica o desenvolvimento dos jovens e do País. Nesta tese pretende-se analisar em que medida a Etnomatemática (incorporando elementos culturais na aula de Matemática, mesmo que esses elementos tenham matemática “escondida” ou “congelada”) poderá permitir atacar esta questão no sul de Angola, mais especificamente na província do Cuando-Cubango onde está uma grande parte do povo Nganguela. Assim, colocaram-se as seguintes questões de investigação:

- Que artefactos próprios da etnia Nganguela poderão ter Matemática “congelada”?
- Que conceitos matemáticos podemos identificar nos artefactos culturais da etnia Nganguela selecionados?
- Que metodologia podemos seguir para incorporarmos os artefactos culturais com ligações a conceitos matemáticos no ensino da matemática?
- As tarefas propostas com as quais se pretendem integrar na escola os artefactos culturais do grupo étnico Nganguela poderão ter um impacto positivo nas perceções e motivação de alunos e professores?

Pretende-se, com este estudo de cunho etnomatemático, mostrar o valor e a beleza ou a enormíssima riqueza da matemática que se encontra “escondida” em artefactos culturais da etnia Nganguela, valorizar o potencial local que esses povos têm em relação à matemática na construção e/ou confeção dos mesmos artefactos, usá-los para mudar a perceção, tanto entre estudantes como na população em geral, sobre a relevância da matemática no dia a dia.
Foi desenvolvida uma investigação em 3 fases que permitiu identificar 13 elementos culturais Nganguela com matemática que pode ser “descongelada” e apresenta um potencial de riqueza suficientemente grande para poder vir a ser usada na aula de Matemática para potenciar o estudo de temas matemáticos clássicos e habituais nos programas escolares, ao mesmo tempo que motiva e interessa os alunos e professores pelo estudo de uma matemática que, afinal, está secularmente ligada à realidade.
O estudo desenvolveu mais em detalhe a análise e exploração de 3 artefactos (almofariz, balaio, azagaia), que incluiu a criação de tarefas destinadas (ou direcionadas) a alunos do ensino primário e secundário do Cuando-Cubango.
As tarefas criadas foram analisadas ou revistas por um grupo de professores de matemática do grupo étnico Nganguela, que leciona no ensino primário e secundário. A última versão das tarefas foi aplicada aos alunos do 3.º ano de licenciatura, pós-laboral, do curso de Ensino da Matemática da Escola Superior Pedagógica do Cuando Cubango da Universidade Cuito Cuanavale, com o intuito de verificar a sua compatibilidade e relevância didática.
O estudo seguiu uma metodologia interpretativa, etnográfica, baseada em estudos de caso, e foi delineado para se conseguir responder às questões de investigação. Participaram, neste estudo, os artesãos do grupo étnico Nganguela; os funcionários da Cultura Provincial do Cuando Cubango; os professores do ensino primário, secundário e superior (Escola Superior Pedagógica do Cuando Cubango, Angola); os alunos do ensino superior e ensino secundário (primeiro ciclo e segundo ciclo) da região sul de Angola (Cuando

Cubango). Depois de uma aula de contextualização, os alunos do 3º ano de licenciatura, pós-laboral, do Curso de Ensino da Matemática, Escola Superior Pedagógica do Cuando Cubango, da Universidade Cuito Cuanavale resolveram as tarefas apresentadas que foram criadas ou elaboradas com base nos artefactos culturais identificados e analisados. O autor deste estudo assumiu o papel de professor-investigador, sendo ele que lecionou a aula cujo tema foi "os mais antigos artefactos matemáticos: uma abordagem sobre a História da Matemática".
Com este estudo, foi possível concluir de forma muito clara que a realização de tarefas relacionadas com os artefactos culturais fornece boas oportunidades para os alunos desenvolverem o gosto pela matemática; também desperta o interesse nos alunos em aprender matemática; finalmente promove a ligação entre a matemática praticada pela comunidade e a matemática académica (escolar).

Palavras-chave

Etnomatemática, Artefactos Culturais, Etnia Nganguela, Ensino da Matemática, Educação Matemática.

Abstract

The aversion to, disinterest in or even avoidance of mathematics that takes place in Angola and in many other countries, harms the development of young people and of the country. In this thesis we intend to analyse to what extent Ethnomathematics (incorporating cultural elements in the mathematics class, even if these elements have "hidden" or "frozen" mathematics) can allow addressing this issue in southern Angola, more specifically in the province of Cuando-Cubango where a large part of the Nganguela people are located. Thus, the following research questions were posed:

• Which artefacts of the Nganguela ethnic group might have "frozen" Mathematics?
• Which mathematical concepts can we identify in selected cultural artefacts of the Ngangela ethnic group?
• What methodology can we follow to incorporate cultural artefacts with links to mathematical concepts in mathematics teaching?
• Could the proposed tasks with which it is intended to integrate the cultural artefacts of the Nganguela ethnic group into the school have a positive impact on the perceptions and motivation of students and teachers?

It is intended, with this ethnomathematical study, to reveal the value and beauty or the enormous wealth of mathematics that is "hidden" in cultural artefacts of the Nganguela ethnic group, to value the local potential that these people have in relation to mathematics in construction and/or making the same artefacts, using them to change the perception, both among students and in the general population, about the relevance of mathematics in everyday life.

An investigation was carried out in 3 phases that allowed the identification of 13 Nganguela cultural elements with mathematics that can be "unfrozen" and present a sufficiently large potential of wealth to be used in the mathematics class to enhance the study of classic and usual mathematical themes in school programs, at the same time that it motivates and arouses interest in students and teachers in the study of a mathematics that, after all, is secularly linked to reality.

The study developed in more detail the analysis and exploration of 3 artefacts (mortar, basket, javelin), which included the creation of tasks aimed at (or directed at) primary and secondary students in Cuando-Cubango.

The tasks created were analysed or revised by a group of mathematics teachers from the Nganguela ethnic group, who teach in primary and secondary education. The latest version of the tasks was applied to students in the 3rd year of post-labour graduation from the Mathematics Teaching course at the Cuando-Cubango Pedagogical School of Cuito Cuanavale University, in order to verify their compatibility and didactic relevance.

The study followed an interpretive, ethnographic methodology, based on case studies, and was designed to be able to answer the research questions. In this study participated the artisans from the Nganguela ethnic group; the officials of the Provincial Culture of Cuando-Cubango; primary, secondary and higher education teachers (Escola Superior Pedagógica do Cuando-Cubango, Angola); students in higher education and secondary education (first cycle and second cycle) from the southern region of Angola (Cuando-Cubango). After a contextualization class, post-labour 3rd year undergraduate students from the Mathematics Teaching Course, Cuando-Cubango Pedagogical School, Cuito Cuanavale University, solved the selected tasks that were created or developed based on

the artefacts that were identified and analysed. The author of this study took on the role of professor-researcher, and he himself taught the class whose theme was “the oldest mathematical artefacts: an approach to the History of Mathematics”.
With this study, it was possible to conclude very clearly that carrying out tasks related to cultural artefacts provides good opportunities for students to develop a taste for mathematics; it also awakens students' interest in learning mathematics; finally, it promotes the link between community-practiced mathematics and academic (school) mathematics.

Key words

Ethnomathematics, Cultural Artefacts, Nganguela Ethnicity, Mathematics Teaching, Mathematics Education.

Índice

Lista de Figuras

Lista de Tabelas

Capítulo 1: Introdução

Este capítulo espelha os tópicos importantes que constituem o trabalho. Os mesmos têm a ver com aspetos relacionados com o contexto do estudo, relevância, problema de investigação, questões de investigação, objetivos de investigação, explicação de algumas palavras usadas com maior frequência no trabalho e indicação da estrutura organizacional.

1.1 O contexto do estudo

Um pouco por todo o mundo as dificuldades de jovens e adultos com a matemática são grandes e surpreendentes (ouve-se dizer que a matemática é um "bicho-de-sete-cabeças" ou absolutamente inútil ou ainda desligada da vida quotidiana). Nas palavras do investigador moçambicano Paulus Gerdes (1952-2014), a matemática é "Aquela ciência que mete medo a muitos alunos, a adultos, e mesmo a alguns professores" (Gerdes, 1980, p. 9).

Angola não está fora de tal panorama. Um responsável governamental admitiu há pouco tempo que é preciso travar a "aversão" dos alunos pela matéria (ANGOP, 2021).

A matemática é muito antiga, nasceu com a humanidade, pois sempre respondeu a necessidades sociais do homem. O homem sempre precisou de controlar o tempo, os recursos disponíveis, a família e outras pessoas que o rodeava para construir comunidades, tudo isto era feito através da matemática e a mesma possibilitou o desenvolvimento do raciocínio e do pensamento, como afirma o investigador brasileiro Ubiratan D´Ambrósio (1932-2021) (2009) a matemática, como o conhecimento em geral, é resposta às pulsões de sobrevivência e de transcendência, que sintetizam a questão existencial da espécie humana.

A matemática foi e é "omnipresente" no mundo atual, principalmente nos objetos artesanais e tecnológicos que nos cercam, nos processos de troca e de comunicação, no comércio, mas, todavia, ela é invisível. Essa "invisibilidade" torna problemática a perceção do interesse em se desenvolver uma cultura matemática, além da aprendizagem mais básica que envolve números, medidas e cálculos (UNESCO, 2016).

O autor desta tese é também professor de matemática, há longos anos, e tem vindo a vivenciar ou a verificar inúmeras dificuldades na aprendizagem dos alunos em matemática. Muitos deles preocupam-se apenas em ter resultados satisfatórios nas avaliações ou "sacar" notas positivas (como dez valores) para passar de classe e, lastimavelmente, não se preocupam em aprender a matemática para a vida (ou para o futuro). Os dados obtidos informalmente junto dos alunos do ensino primário e secundário, indicam que a falta da "sintonia" ou ligação entre a matemática ensinada/aprendida na escola e a matemática praticada pela comunidade (ou aquilo que os alunos fazem no dia adia) contribui ou tem sido um dos focos (ou uma das origens) que promove o desinteresse pela matemática.

Os dados, que obtivemos por meio de questionários exploratórios aplicados aos alunos, apontam que os alunos nunca aprenderam ou ouviram a falar de artefactos na escola (na aula de matemática) e gostariam de aprender a matemática com alguns exemplos de artefactos. Mostram, ainda, que os alunos revelam um nível surpreendente de desinteresse em aprender a matemática, ou melhor, para eles a matemática que se ensina e aprende nos "bancos" escolares está muito distante com a realidade vivida ou com aquilo que fazem no dia a dia.

Em entrevistas que efetuámos, as opiniões dos docentes divergem, alguns apontam a ausência ou falta de interesse por parte dos alunos e outros, mesmo sem argumentos rigorosos, acreditam que:

- os professores que trabalham ou lecionam as cadeiras atinentes ao Ensino Primário ou Níveis Básicos falham na planificação e/ou na abordagem de conteúdos matemáticos;
- utilizam métodos excessivamente expositivos;
- não valorizam os conhecimentos que os alunos trazem ou aprendem fora dos "bancos" escolares;
- é preciso dar espaço ou ouvir todos os alunos, tanto os da cidade bem como os de áreas longínquas;
- não relacionam as aulas de matemática com a realidade vivida ou aquilo que as pessoas fazem ou produzem nas comunidades urbanas e rurais.

Como escreve acertadamente Paulus Gerdes (2007b):

> Como motivar os alunos para estudarem matemática? Matemática para quê? Como motivar todos os alunos? Tanto os rapazes como as raparigas? Tanto os estudantes vivendo no campo como os alunos das cidades? Tanto os alunos oriundos de famílias mais pobres como os alunos de famílias mais ricas? Tanto os estudantes (aparentemente) mais talentosos na matemática como os com outros talentos? Todos os alunos sem exceção, independentemente do género, independentemente da cor de pele, independentemente da origem social e cultural? (p. 143)

A resposta a estas questões está, segundo Paulus Gerdes e outros, em ter em conta alguns pontos relativamente ao ensino da matemática, a saber:

- incorporação no currículo de elementos pertencentes aos ambientes socio-culturais dos alunos e professores como ponto de partida para as atividades matemáticas na sala de aula, como fator de motivação tanto dos alunos como dos professores;
- alertar os futuros professores de matemática da existência de ideias matemáticas compreendidas por pessoas com pouca ou nenhuma educação formal que são semelhantes às que estão nos manuais;
- preparação dos futuros professores de matemática para a pesquisa das ideias e práticas matemáticas das suas comunidades culturais, étnicas e linguísticas e que reflitam na incorporação destas na sua prática de ensino;
- incorporação no currículo de material de várias culturas, valorizando assim os conhecimentos culturais dos seus alunos;
- incorporação nos programas de formação de professores de ideias matemáticas de vários grupos culturais de uma região ou país ou desenvolvidos por grupos sociais particulares;
- uso de ideias implícitas nas atividades de certos grupos marginalizados numa sociedade de forma a desenvolver um currículo matemático para esse grupo;
- introdução nos manuais de elementos culturais que facilitem a aprendizagem através do seu reconhecimento;

- elaboração de materiais da herança matemática dos antepassados dos alunos e a sua incorporação nos programas de formação de professores e nos currículos escolares;
- elaboração de materiais que explorem possibilidades de atividades matemáticas com desenhos artisticamente apelativos pertencentes à cultura dos alunos ou dos seus antepassados (Gerdes, 1996, citado por Palhares, 2008, p.17).

Existe a consciência de que o ensino da Matemática deve mudar, também em Angola. Um responsável governamental admitiu há pouco tempo que os

> (...) professores desta disciplina têm o sistema de colocar no quadro um simples exercício ou equação para os alunos resolverem, o que é negativo (...) [e aconselha] os professores a pautarem mais na resolução dos problemas do dia a dia e não em simples exercícios matemáticos (ANGOP, 2014, n.p.).

Deste modo, o presente estudo foi despoletado com a pretensão de identificar e analisar os artefactos ou produções culturais do povo a que pertence o investigador autor da presente tese, o povo Nganguela.

Procurou-se identificar artefactos do povo Nganguela, com ligações a conceitos matemáticos; procurar ou refletir, junto dos professores de matemática que lecionam em diversas escolas situadas na cidade de Menongue, Cuando Cubango, Angola, as possibilidades de as incorporar nas aulas de matemática ou no currículo matemático; ouvir o corpo discente de diversos níveis de ensino acerca dos conteúdos matemáticos (sobretudo os temas ligados à geometria) aprendidos nas escolas. Para a realização deste intento, foram elaboradas e distribuídas, aos alunos das escolas de Formação de Professores, tarefas com tópicos matemáticos relacionados com as produções culturais.

O presente estudo pretende, assim, dar uma contribuição para o melhoramento do ensino e aprendizagem da matemática na região sul de Angola e espera-se poder servir como mola impulsionadora ou ponto de partida para elevar o nível de proximidade entre a matemática escolar e a matemática da comunidade, e, com isso, tornar a matemática mais apreciada, mais atraente e mais prazerosa.

1.2 Importância e atualidade do trabalho de investigação

A relação que o presente estudo estabelece com os trabalhos de investigação desenvolvidos por vários autores, de vários cantos do mundo, evidencia de algum modo a sua relevância.

Pires (2008), por exemplo, diz que da tradição cultural emerge um saber matemático do quotidiano, um saber não escolar que pode ser aproveitado para ampliar o conhecimento matemático e, conjuntamente, impulsionar o interesse por diferentes contextos sociais, culturais e linguísticos, reconhecendo-os e respeitando-os. Este autor, diz ainda que "é importante descobrir e compreender a bagagem cultural de cada aluno, relacionar o que se ensina na escola com as suas vivências, diagnosticar, reaproveitar e conciliar os conhecimentos matemáticos que cada aluno traz, com os conhecimentos matemáticos que irá aprender" (Pires, 2008, p. 115).

Em concordância com este autor, podemos afirmar que a matemática é "alegria" do saber, pois está enraizada em todas as facetas da vida (ou melhor, está em todo o canto, todos fazem a matemática e vivem com a matemática), vislumbrar ou trazer a todos esta "alegria" pode, sim, ser um enorme "ganho" para o ensino da matemática ou pode tornar a matemática da escola mais prazerosa e interessante, minimizar ou reduzir o nível de desinteresse que as pessoas (alunos) manifestam com relação a mesma.

Para sermos mais pragmáticos, vamos abrir, aqui, uma "janela" para descrever algumas questões que vêm do exterior (as pessoas que consideram a matemática como algo que vem do outro mundo ou fora do seu habitat) "aprender matemática para fazer com ela o quê?"; "vou esforçar-me para conseguir uma nota que me permita aprovar, é isso que eu quero, passar de classe e não quero mais nada"; "vou eliminá-la ou deixá-la aqui no ensino médio e, no ensino superior, vou procurar ou fazer um curso que não tem matemática"; "não gosto da matemática"; "a matemática é para os loucos"; "a matemática é bicho-de-sete cabeças...". Estas questões direta ou indiretamente promovem o desinteresse e barreiras "rígidas", na comunidade estudantil, para aprender a matemática. Podemos, aqui, apontar alguns elementos que motivam esta realidade, a falta da divulgação da matemática presente em diversas produções culturais ou atividades quotidianas (aquilo que fazem no dia a dia que envolve matemática, por exemplo, andar, jogar, dormir, acordar, cozinhar, comer, cantar, assistir ou ver a televisão e outros), a falta de valorização da matemática cultural (adquirida fora dos bancos escolares) ou a compatibilidade da "bagagem" matemática cultural com a "bagagem" matemática escolar.

Como escreve Cortesão (citado por Pires, 2008), manifestações de desinteresse expressas pelos alunos ou pelas crianças passam, às vezes, pelo facto de que o que acontece na escola não lhe diz respeito e está desligado dos seus quotidianos, existindo, simultaneamente, pouca pressão social dos seus grupos de pertença para que sejam assíduas e cumpram a escolaridade obrigatória.

Este é um desafio ou trabalho que deve ser feito ou passa por nós (investigadores/ matemáticos e professores de matemática), desmistificar ou "descongelar" o potencial matemático recôndito em diversas produções e levá-lo para os bancos escolares com intuito de tornar menos abstrato o ensino desta bela ciência. Tal como aponta Pires (2008), conhecer a organização familiar que envolve a criança, valorizar todo e qualquer conhecimento, forma de pensar e sentir que traz consigo, estabelecer uma linguagem de comunicação funcional que lhe permite aceder ao conhecimento com autoconfiança, o constante renovar pedagógico e proporcionar uma aprendizagem para a vida ativa, são princípios básicos que orientam a escolarização da criança (aluno) no caminho do sucesso.

A sociedade em geral é dinâmica e a matemática também acompanha, por isso, é impreterível olhar ou valorizar a matemática da comunidade urbana e rural (ou seja, dos artesãos e alunos das cidades e áreas longínquas). Tal como refere Gerdes (2007b, p. 154) "a atividade matemática é uma atividade humana, e, como tal, uma atividade cultural. Ideias e métodos matemáticos variam de cultura para cultura, e a nossa compreensão do que é a matemática cresce na medida em que essas ideias e métodos se fertilizam mutuamente".

Toda a sociedade (seja académica ou não) observa e/ou realiza atividades que envolvem muita matemática (aritmética, geometria), conforme afirma Bishop (1988, p. 82) a "matemática é a parte da nossa cultura que possui uma tecnologia simbólica e específica para desenvolver as atividades de contar, localizar, medir, designar, reproduzir e explicar relações entre fenómenos".

A maneira de ensinar a matemática deve ser bem pensada, os alunos no seu dia a dia fazem matemática, levar essa matemática para sala de aula pode, certamente, fazer com que os alunos gostem dela ou promover o prazer pela mesma. Tal como refere Palhares (2008, p. 13) "a educação já não pode ser o que era, especialmente no ensino básico. Se for, se se mantiver o estado de coisas, a forma de ensinar, então os atuais níveis de insucesso, que já são grandes, tornar-se-ão insustentáveis e a escola tornar-se-á a grande segregadora social".

Na atualidade, a atividade investigativa no campo da etnomatemática não é, obviamente, coisa que vem do "abismo", pelo contrário, é uma ferramenta fundamental que procura identificar a matemática "congelada" nas produções culturais dos povos de diversas etnias ou nas atividades quotidianas (aquilo que as pessoas fazem no dia a dia), tal como sublinha Gerdes (2007b):

> Quando uma mãe prepara a comida para a família, ela não só tem de ter conseguido todos os ingredientes em quantidades suficientes para o prato escolhido e para o número de pessoas que vão comer. Ela tem de ter quantidades de combustível/ energia e água suficientes. Ela tem de ter as panelas, cestos e outros recipientes em quantidade suficiente e de forma adequada. (pp. 160-161)

E sublinha como esse conhecimento deve ser tido em conta na escola:

> A culinária materna envolve parte da matemática materna..., envolve outros conhecimentos também, biológicos, físicos, químicos... O dever dos educadores e de cada professor indígena é (re)conhecer e desvendar estas facetas científicas e utilizá-las na educação escolar. (pp. 160-161)

Da antiguidade até à atualidade, a matemática tem desafiado e cativado os estudiosos, pela busca de conhecimento, pela curiosidade de saber coisas inéditas, pela necessidade de exploração e de ir mais ao fundo das coisas. Como disse o famoso matemático francês Cédric Villani, nos seus escritos e numa conferência realizada em Coimbra, Portugal, "A matemática para além da questão de eficácia é também uma beleza, uma arte e uma maravilha" (Villani, 2011, n.p.).

Por seu turno, o matemático português Francisco Gomes Teixeira, nos primórdios do século XX, escrevia que a matemática é uma ciência poderosa e bela, proporciona ao mesmo tempo a harmonia divina do universo e a grandeza do espírito humano (Gomes Teixeira, 1925).

Como também evidenciou o matemático e divulgador inglês Ian Stewart, a matemática não é sobre símbolos e cálculos, a matemática é sobre ideias e, em particular, é sobre o modo como diferentes ideias se relacionam umas com as outras, pelo que não é só fazendo cálculos ou resolvendo exercícios que se conhece a matemática. O conhecimento matemático é absolutamente necessário para as ações do quotidiano, incluindo a comunicação matemática em diferentes locais e com grupos sociais-culturais diversos, bem como para os jovens planificarem a sua vida, encontrando-se profissional e pessoalmente, ou seja, para definir os seus objetivos pessoais, suportando escolhas e elucidando o seu desempenho futuro. A competência matemática é uma ferramenta essencial para entender e participar nas decisões sociais e económicas.

As produções culturais que envolvem conceitos matemáticos, que se manifestam nas comunidades rurais ou urbanas angolanas, ou aqueles que as pessoas fazem por tradição, podem constituir um excelente pretexto para o desenvolvimento de competências matemáticas, assim como para promover e estimular o gosto pela matemática. Esta disciplina, como sabemos, é temida por muitos estudantes em muitos lugares, pelo que as produções culturais matemáticas podem ajudar a amenizar ou a elevar o nível de aprendizagem da matemática promovendo, assim, o sucesso escolar.
Tal como sublinha o investigador angolano Domingos Dias (2015) um dos fatores que contribui negativamente para o temor ou desinteresse, que muitas crianças e adultos têm em relação à matemática é, exatamente, a desvalorização de muitos saberes e saberes fazer dos alunos, quer dentro quer fora do recinto escolar.

A valorização dos saberes matemáticos “congelados” em artefactos ou práticas culturais de maneira nenhuma pretende substituir a matemática da escola. Pretende contribuir, de forma ampla, para os conhecimentos universais ou genéricos da ciência, de tal modo que as várias maneiras de fazer matemática possam interligar- se. Como diz D´Ambrosio (2009, p. 42) “a proposta da etnomatemática não significa a ignorância nem a rejeição da matemática académica”.

A ideia de que há matemática valiosa ou escondida nas produções culturais ou nas atividades quotidianas não é inédita ou desconhecida. Tal como afirma o antropólogo americano Benjamin Whorf (1956) um importante campo para fazer imergir novos sistemas, parecidos com a matemática atual, ainda que não afins, poderá estar em investigação mais penetrante do que a que foi até agora feita sobre linguagens de tipo distante da nossa (Whorf, 1956, citado por Palhares, 2008).

O presente estudo é considerado como uma mola impulsionadora para divulgar e valorizar a matemática presente em diversas produções culturais, não só de etnias angolanas, mas também como mais um incentivo para o estudo de etnias de outras paragens do mundo. A possibilidade de a comunidade rural e urbana vir a conhecer a relevância da aplicação ou o lugar da matemática na vida real, permite desmistificar e dar significado à matemática com base na experiência ou nas atividades culturais mais próximas das comunidades.

A ferramenta que permite “descongelar” esta matemática é, sem sombra de dúvida, a etnomatemática. Paulus Gerdes é apontado como uma das figuras de proa da etnomatemática, ele estabelece elementos de natureza histórica, cognitiva e pedagógica que apoiam o aparecimento desse campo de interesse académico. Ainda, o mesmo autor, nos seus trabalhos, procura exemplificar como diversas manifestações matemáticas encontram seu ninho cultural entre o povo que sente o porque da utilização desse instrumental, povo que necessita esse instrumental para sua plena realização cultural, económica e social.

1.3 Problema de investigação

Os estudos etnomatemáticos permitem descortinar ideias matemáticas presentes em artefactos ou produções culturais, que de outra forma nunca seriam vislumbradas ou cuja exploração não resultaria quase nada. Em particular, os trabalhos e/ou os objetos artesanais dos Nganguela que envolvem matemática, uma vez explorados e analisados, podem tornar o ensino da matemática desta região mais motivador e interessante (mormente no ensino primário e secundário, pois é ali onde se enceta o estudo escolar da matemática).

O autor, na qualidade de professor de matemática em Angola e estudante do doutoramento em História das Ciências e Educação Científica, ao ter contactado com a investigação em etnomatemática (uma poderosa ferramenta que ajuda a vislumbrar os saberes matemáticos envolvidos em artefactos ou produções dos povos de diversas etnias), as abordagens acima apresentadas e a preocupação que tem como professor da região sul de Angola, teve interesse e a necessidade não apenas de compreender com bases científicas a real situação de ensino e aprendizagem de matemática, mas sobretudo de contribuir para melhorar esse processo.

Face ao exposto, o **problema de investigação** que norteia o presente estudo consiste em: identificar artefactos do povo Nganguela onde exista potencial para "descongelar" Matemática, analisar matematicamente alguns desses artefactos e elaborar tarefas escolares a partir desses artefactos que possam ser testadas a vários níveis, de modo a contribuir para que os alunos da região sul de Angola (Cuando Cubango) gostem e se interessem pela matemática.

1.4 Questões de investigação

Perante as dificuldades (ou desinteresse) que se verificam na aprendizagem matemática no ensino primário e secundário, na região sul de Angola, e tendo em atenção os estudos e posicionamentos de investigadores já referidos ao longo desta introdução, consideramos oportuno clarificar **quatro** questões de investigação que servirão de "alicerce" para podermos intervir, de forma consciente, no sentido de contribuir ou melhorar as aprendizagens dos alunos em matemática, mormente os do ensino primário e secundário, da região sul de Angola (em particular, a província do Cuando Cubango). Estes quesitos são a seguir descritos:

1. Que artefactos próprios da etnia Nganguela poderão ter Matemática "congelada"?
2. Que conceitos matemáticos podemos identificar nos artefactos culturais da etnia Nganguela selecionados?
3. Que metodologia podemos seguir para incorporarmos os artefactos culturais com ligações a conceitos matemáticos no ensino da matemática?
4. As ideias de tarefas onde se pretendem integrar na escola os artefactos culturais do grupo étnico Nganguela poderão ter um impacto positivo na visão e motivação de alunos e professores?

Para atender às questões de investigação, propusemo-nos realizar o presente estudo, tendo como fundamentação teórica as abordagens etnomatemáticas de vários investigadores, como Paulus Guerdes (por exemplo, quando propõe uma série de pontos a ter em conta ao ensino da matemática); Ubiratan D´Ambrosio considerado, internacionalmente o "pai da etnomatemática", fundador de pesquisa do desenvolvimento de ideias matemáticas nos mais diversos contextos históricos, culturais e educacionais; Pedro Palhares (numa das "passagens", do seu artigo intitulado "a etnomatemática um desafio para os nossos dias", trata, por exemplo, da existência do conflito entre a matemática escolar e a matemática da comunidade); Darlinda Moreira (artigo intitulado “Educação matemática para a sociedade multicultural”) e outros. Foi ainda decidido adotar, na primeira parte, a etnografia como método de investigação, na segunda parte, a exploração e, na terceira parte, interpretação baseada em estudo de caso.

1.5 Objetivos de investigação

Tendo em conta a problemática de investigação e os quesitos que o presente estudo se propõe a abordar, o projeto de pesquisa foi elaborado com os objetivos específicos, que a seguir são explicitados:

1. Identificar artefactos culturais da etnia Nganguela (presente na província do Cuando Cubango, Angola) com potencial para “descongelar” ligações a conceitos matemáticos.

2. Explorar e/ou analisar os artefactos culturais da etnia Nganguela selecionados do ponto de vista dos conceitos matemáticos com potencial para ser usados na sala de aula e influenciar o ensino e a aprendizagem da matemática.

3. Recolher opiniões de professores do ensino primário, ensino secundário e ensino superior (e junto dos estudantes da Escola de Formação de Professores e da Escola Superior Pedagógica do Cuando Cubango), de Cuando Cubango, Angola, sobre a relevância dos artefactos e as metodologias (ou vias) aconselháveis para possível incorporação dos mesmos no ensino da matemática.

4. Elaborar tarefas (ou unidades didáticas) que suscitem metodologias alternativas que ajudem a desmistificar as ideias negativas dos alunos sobre a pouca relevância do ensino da matemática, usando os artefactos culturais identificados. Indagar de que modo as tarefas ou unidades didáticas aplicadas permitiram uma mudança das conceções dos alunos (ou futuros professores) sobre a Matemática e como poderão potenciar a motivação ou criar entusiasmo nos alunos pela procura de conhecimento matemático.

1.6 Etapas e procedimentos da investigação

A investigação teve essencialmente três fases. Numa primeira fase foram pesquisados artefactos culturais da etnia Nganguela em diversos locais, onde foi possível aceder, pois as viagens não são fáceis na vasta região do Cuando-Cubango. A recolha de dados para o nosso trabalho foi feita com base em recolha documental, registo fotográfico de artefactos, entrevistas semiestruturadas e não estruturadas, notas de campo. Tentou perceber-se qual a origem e funcionamento dos artefactos culturais, recolhendo o máximo de elementos na fonte sobre os ditos artefactos para posterior utilização correta.

Numa segunda fase foi administrado a alunos, de diferentes níveis de ensino, um questionário exploratório cuja finalidade foi apenas a de dar elementos ao investigador sobre quanto os artefactos poderão ser educacionalmente relevantes, para que possam vir eventualmente a ser incorporados no Ensino da Matemática ao nível regional e sejam significativos para os alunos no contexto, primeiro, das comunidades Nganguela onde são produzidos, segundo, no contexto fora das comunidades Nganguela onde haja ou não comunidades multiculturais. No primeiro momento almeja-se valorizar a cultura e no segundo momento pretende-se difundir ou expandir os valores culturais ou artefactos com uma enorme riqueza matemática.

Numa terceira fase foram entrevistados professores de diversas escolas para perceber melhor o pensamento sobre as dificuldades dos alunos a Matemática e como tarefas etnomatemáticas poderiam vir a melhorar a situação. As entrevistas estão reproduzidas no Anexo 5.

Nessa mesma, terceira fase, foram elaboradas três tarefas que se pretendia aplicar a um conjunto alargado de alunos. Contudo, nesta fase, por conta da situação pandémica (COVID-19), trabalhou-se com 9 alunos de licenciatura do curso pós-laboral de uma Escola de Formação de Professores. As tarefas estão reproduzidas nos anexos 7, 8 e 9.

Resumindo, fotografámos os artefactos, efetuámos notas de campo, gravámos em áudio algumas conversas informais, gravámos em vídeo algumas entrevistas (quer com os funcionários da Direção Provincial da Cultura do Cuando Cubango, quer com os funcionários do Centro Cultural de Menongue, quer com os artesãos de diversas aldeias de alguns Municípios do Cuando Cubango, Angola), entrevistamos professores de matemática de diversos Ciclos de Ensino, aplicámos inquérito por questionário aos alunos de diferentes Ciclos de Ensino e, enfim, criámos, aplicámos e analisámos tarefas com questões matemáticas relacionadas com as produções culturais.

1.7 Conceitos principais

Neste ponto, explicitamos alguns conceitos tratados neste trabalho para evitar o desentendimento naquilo que desejamos.

Etnomatemática

O investigador brasileiro, Ubiratan D´Ambrosio (2009), considerado como pai da proposta do programa de etnomatemática, para compor esta palavra (etno matemá tica) utilizou as raízes tica, matema e etno para significar que há várias maneiras, técnicas, habilidades (ticas) de explicar, de entender, de lidar e de conviver com (matema) distintos contextos culturais (ou naturais) e socioeconómicos da realidade (etnos).

Na mesma linha, Gerdes (2007b) define etnomatemática como domínio de investigação, que reflete a consciência da existência de muitas matemáticas, em certa medida especificas de determinadas (sub)culturas.

Produções culturais que envolvem matemática

São aquelas que se manifestam nas comunidades rurais ou urbanas ou aquelas que as pessoas fazem por tradição usando a matemática.

Artefactos

São objetos feitos de forma artesanal ou manual.

Matemática "escondida" em produções culturais

É aquela matemática que se encontra, implicitamente, em técnicas de construção ou em produções culturais de diversos grupos culturais.

Conhecimento matemático académico
É todo o conhecimento matemático aculturado ou que se processa (ou que se aprende) dentro da comunidade académica (ou escolar).

Conhecimento matemático quotidiano
É todo o conhecimento que se adquire fora dos "bancos" escolares. Dito de outro modo, é toda a matemática praticada pela comunidade não escolar.

Comunidade rural
É a comunidade (ou povo) que vive no campo, longe ou afastado dos centros urbanos.

Comunidade urbana
É a comunidade (ou povo) que vive na cidade ou nas áreas adjacentes da cidade.

Prática cultural
É um saber-fazer de grupos socioculturais inseridos num contexto (Dias, 2015).

Ideias matemáticas

São formas de pensar, matematicamente, presentes em toda a espécie humana, ou seja, pensamentos produzidos por grupos socioculturais como parte das atividades de comparar, classificar, quantificar, medir, explicar, generalizar e, de algum modo, avaliar (D´Ambrósio, 2009).

1.8 Estrutura da tese

A presente tese está estruturada em oito capítulos, que a seguir são descritos:

No capítulo 1, apresentamos a introdução geral do trabalho, encetando com algumas considerações sobre o contexto do estudo, bem como sobre a importância e atualidade do trabalho de investigação. Enunciamos, ainda, o problema do estudo que deu acesso à formulação das questões e dos objetivos de investigação. Este capítulo termina com uma descrição da base de orientação metodológica e uma explicitação dos conceitos principais tratados na investigação desenvolvida.

No capítulo 2, fazemos o enquadramento teórico, falando sobre o surgimento, o conceito da etnomatemática, a educação matemática, o papel da etnomatemática no ensino da matemática e, por fim, apresentamos os estudos etnomatemáticos desenvolvidos em diferentes contextos por diversos autores.

No capítulo 3, descrevemos detalhadamente o contexto e a metodologia de investigação. Este capítulo inclui primeiro uma contextualização angolana, com uma breve descrição sobre o sistema de ensino em Angola e, em particular do ensino da matemática, assim como uma breve exposição sobre o grupo étnico Nganguela. Em seguida, incluímos a justificação de opções metodológicas do estudo e uma descrição dos diferentes participantes do estudo.

No capítulo 4, fazemos a inventariação de artefactos culturais, dos povos Nganguela, presentes na região sul de Angola (em particular no Cuando Cubango) que apresentam um potencial de exploração matemática. Os artefactos apresentados incluem o almofariz, o balaio, a nassa (armadilha de pesca), a azagaia (armadilha de caça), as casas tradicionais (ou pau-a-pique), a colmeia, o fole de forja, o machado tradicional, o jugo, a panela de madeira, o prato de madeira, a cadeira de madeira/pele e o mapa de madeira.

No capítulo 5, exploramos e analisamos com algum detalhe a matemática envolvida em alguns artefactos apresentados no capítulo 4. Estes artefactos são: o almofariz, balaio, a nassa e azagaia.

No capítulo 6, apresentamos resumos das entrevistas dirigidas ao corpo docente de algumas escolas do Município de Menongue, Cuando Cubango, Angola, e apresentamos algumas conclusões.

No capítulo 7, apresentamos e analisamos as respostas dos 9 alunos que resolveram as tarefas propostas na terceira fase da investigação.

No capítulo 8, fazemos uma síntese do estudo e suas conclusões, à volta dos objetivos definidos e procurando dar resposta às questões de investigação formuladas, acrescentando algumas recomendações e limitações do presente trabalho.

Capítulo 2: Etnomatemática e Educação Matemática

Neste capítulo falamos, primeiramente, sobre o surgimento e conceito da etnomatemática, abordamos, em segundo lugar, alguns aspetos sobre a educação matemática.

2.1 Etnomatemática: surgimento e conceito

Falar da etnomatemática sem falar de matemática compara-se a um "rio sem ponte". Considera-se etno (etnia) uma margem, a matemática outra e a ponte educação (Dias, 2015).

Este campo de investigação, Etnomatemática, surgiu, em meados da década de 1970, da análise de práticas matemáticas em diversos ambientes culturais e foi ampliada para analisar diversas formas de conhecimento, não apenas as teorias e práticas matemáticas. É um estudo da evolução cultural da humanidade no seu sentido amplo, a partir da dinâmica cultural que se nota nas manifestações matemáticas (D´Ambrósio, 2005).

D´Ambrosio (2009) diz que os povos têm, ao longo das suas existências e ao longo da história, criado e desenvolvido instrumentos de reflexão, de observação, instrumentos materiais e intelectuais (**ticas**) para explicar, entender, conhecer, aprender para saber e fazer (**matema**) como resposta a necessidades de sobrevivência e de transcendência em diferentes ambientes naturais, sociais e culturais (**etnos**).

O matemático Paulus Guerdes, no seu livro intitulado "Da etnomatemática arte-design e matrizes cíclicas", fala sobre o surgimento da Etnomatemática em Moçambique, na qual descrevemos:

> Depois duma luta de libertação de onze anos, Moçambique tornou-se independente de Portugal, em 1975. Naquela altura não havia nem uma meia dúzia de professores moçambicanos qualificados de matemática para o ensino secundário. Em 1977, iniciou-se na então única universidade do país o programa de formação de professores para o ensino secundário. (...) Contudo, quase nenhum estudante gostava da matemática. A matemática parecia-lhes uma disciplina esotérica, pouco interessante, e pouco útil para o desenvolvimento do país. A matemática parecia aos estudantes, ainda por cima, uma disciplina estranha, cheia de termos gregos, importada da Europa, e sem raízes na sociedade e culturas moçambicanas. É esta a imagem que os estudantes tinham da matemática ao começarem o primeiro curso de formação de professores de matemática, claramente que ninguém queria ser professor duma disciplina tão horrenda. (Gerdes, 2010, pp. 18-19).

A situação descrita por Paulus Gerdes é comum a muitos países e muitas épocas, sendo que nem sempre se percebe o papel estratégico para um país de formar professores de qualidade em número suficiente. Como combater a ideia de que a matemática seja "uma disciplina esotérica, pouco interessante, e pouco útil para o desenvolvimento do país"?

> O corpo docente internacional do curso estava perante o desafio difícil de motivar os estudantes a tornarem-se não só os professores, mas sim professores de matemática. Como um dos componentes de motivação, introduziu-se no currículo uma disciplina chamada "Aplicações da matemática na vida corrente das populações". Coube-me o privilégio de lecionar aquela disciplina de Aplicações. Estudámo-la na sala de aula, mas também fazíamos visitas de estudo. (...) começaram a ver a relevância do conhecimento matemático

> como um instrumento poderoso para melhorar as condições de vida dos camponeses e de outros trabalhadores. Passo a passo, os estudantes começaram a gostar da matemática (Gerdes, 2010, pp. 18-19).

A etnomatemática não "desliga" a matemática académica, ou seja, não "apaga" o conhecimento matemático adquirido nos "bancos" escolares, contrariamente, ela pode tornar a matemática muito mais prazerosa e desmistificar ideias inúteis que, muitas vezes, distanciam os alunos e, até mesmo, os professores da bela ciência (matemática). Tal como afirma D´Ambrósio (2009), a etnomatemática não ignora e nem rejeita o conhecimento e comportamento modernos, mas procura aprimorá-los, incorporando a eles valores de humanidade e valorizando os aspetos culturais desse conhecimento para que eles estejam sintetizados numa ética de respeito, solidariedade e cooperação.

A etnomatemática mostra ideias matemáticas existentes em todas as culturas humanas, nas experiências de todos os povos, de todos os grupos sociais e culturais, tanto de homens como de mulheres. Então, o que é a etnomatemática?

A etnomatemática é uma ferramenta bastante poderosa que nos permite observar, inventariar, explorar os objetos artesanais (ou práticas culturais) que incorporam matemática e, por conseguinte, perceber (ou entender) o tipo de matemática que esses objetos envolvem. Como afirma D´Ambrosio (2009) a etnomatemática procura entender o saber/fazer matemático ao longo da humanidade, contextualizado em diferentes grupos de interesse, comunidade, povos e nações.

A etnomatemática não deixa de ser aquela matemática que é produzida ou está implícita em ações efetuadas por pessoas de diversas etnias, tal como diz Borba (1988) a etnomatemática é a matemática praticada por grupos culturais, como sociedades tribais, grupos de trabalhadores ou grupos de moradores.

De novo, Borba (1987) diz que a etnomatemática é um campo de conhecimento intrinsecamente vinculado a um grupo cultural, e a seus interesses, estando, pois, estreitamente ligado à sua realidade, sendo expressa através de uma linguagem, geralmente diferenciada daquela que se usa em matemática como ciência, linguagem esta que está, umbilicalmente, ligada à sua cultura, à sua etnia.

A etnomatemática é um campo de "investigação" que estuda os conhecimentos matemáticos dos povos "indígenas"; também estuda os saberes e saberes-fazer matemáticos adquiridos e desenvolvidos, na atividade prática, pelos vendedores nas ruas, trocadores de dinheiro, cesteiros, pintores, costureiras, tecelãs, jogadores de diversos desportos, cozinheiras, músicos (Gerdes, 2007, p. 156).

Por conseguinte, de acordo com Rosa e Orey (2018), a etnomatemática é o conjunto dos membros dos grupos culturais identificáveis, que desenvolvem ideias, procedimentos e práticas matemáticas que são empregadas na resolução de situações enfrentadas no quotidiano por meio de codificações e simbologias próprias, que compõem a memória matemática cultural de um determinado grupo.

O matemático americano R. L. Wilder (1896-1982), no Congresso Internacional de Matemáticos (1950), referiu que os antropólogos o fizeram, mas, como o seu conhecimento de matemática é geralmente muito limitado, as suas reações constituíram geralmente comentários pontuais relativos aos tipos de aritmética que se podem encontrar nas culturas primitivas (Wilder, 1950, citado por Gerdes, 2007b).

Nesta linha de pensamento, o antropólogo americano White (1956), quando procurou resposta à questão se "as verdades matemáticas no mundo exterior suscetíveis de serem descobertas pelo homem, ou fruto da invenção do próprio homem", afirmou que a matemática na sua totalidade, nas suas "verdades" e nas suas "realidades" é parte da cultura humana. E acrescenta que a matemática é o desenvolvimento do pensamento que se iniciou com a origem do homem e da cultura, há muitos milhões de anos (White, 1956, citado por Gerdes, 2007b).

Portanto, as abordagens apresentadas, por autores de diversas paragens do mundo, em torno do conceito da etnomatemática, convergem com a linha de pensamento do matemático brasileiro Ubiratan D´Ambrosio considerado como pai do Programa Etnomatemático.

2.2 Sobre educação matemática

Antes de abordarmos alguns aspectos sobre a educação matemática, vamos primeiramente definir a educação.

Segundo D´Ambrosio "a educação é a estratégia mais importante para levar o indivíduo a estar em paz consigo mesmo e com o seu entorno social, cultural e natural" (D´Ambrósio, 2005, p. 107). A escolaridade é um dos aspectos importantes do processo educativo da vida em sociedade do ser humano pois alarga as vivências, experiências e saberes diferentes, anteriormente aprendidos. Deve observar-se, contudo, que o aparecimento da escola na vida das crianças é sempre posterior ao seu processo educativo familiar que se inicia com o nascimento. A criança começa por se desenvolver dentro do seu quadro sociocultural familiar, encetando, depois, a sua escolarização, e decorrendo o seu processo educativo num novo ambiente social multicultural (Moreira, 2008).

A educação matemática é um ramo da educação; é uma especialização da matemática; é o estudo e desenvolvimento de técnicas ou modos mais eficientes de ensinar matemática (D´Ambrósio, 1993).

Os educadores ou professores de matemática são os elementos ou agentes que podem promover o prazer de aprender a matemática ou motivar os alunos para estudarem matemática. Tal como sublinha Gerdes (2007b):

> Caso a educação matemática pretenda introduzir os alunos em atividades e raciocínios matemáticos, os professores poderão procurar atividades adequadas de diversos contextos culturais e analisar como elas poderão ser integradas no ensino para criar um ambiente verdadeiramente estimulante e enriquecedor para todos os alunos desenvolverem inteiramente o seu potencial. Essas atividades, bem integradas no currículo, podem aumentar a confiança, alargar o horizonte matemático cultural e aprofundar a compreensão e a aprendizagem de todos os alunos (p. 154).

Gerdes (2010) aponta algumas dimensões para desenvolver nos professores uma consciência das bases culturais e sociais da matemática e da educação matemática, a saber:

- A Matemática como atividade universal: matemática é uma atividade universal, pan-cultural e pan-humana. Em todas as culturas o pensamento matemático tem tido lugar, tanto duma maneira espontânea como duma maneira organizada; todos os seres humanos realizam espontaneamente algum pensamento matemático. É importante para os professores desenvolverem uma consciência da matemática como atividade universal para nunca subestimar as capacidades, o saber-fazer e a sabedoria da comunidade académica. É importante para os professores verem pessoas a fazer matemática e a refletir sobre o seu futuro em relação à matemática.

- Desenvolvimento multilinear da matemática: os professores devem estar conscientes de que o desenvolvimento da matemática não é unilinear, e de que a aprendizagem de ideias matemáticas, mesmo num contexto cultural aparentemente homogêneo, não precisa sempre seguir o mesmo caminho. Cada povo, cada cultura e cada subcultura, incluindo cada grupo social e cada indivíduo, constrói e desenvolve a sua matemática, de certa maneira, particular.

- Matemática e educação matemática como processo socioculturais: desenvolver uma consciência das bases sociais e culturais da educação matemática é desenvolver uma consciência das influências dos fatores socioculturais sobre o ensino e aprendizagem da matemática. Pessoas podem estar a fazer matemática, podem estar engajadas em pensamento que envolve processos de reflexão matemática sem denominar a sua atividade como matemática; até podem dizer que não sabem matemática, ou que não são capazes de fazer matemática.

- Potencial matemático dos alunos: desenvolver uma consciência das bases sociais e culturais da matemática no processo de formação de professores de matemática é também desenvolver uma consciência de que todos os alunos têm um potencial, embora alguns pertencentes a certas (sub)camadas culturais ou sociais (mulheres; grupos étnicos, linguísticos, profissionais, religiosos, etc.) possam parecer menos capazes. Esta consciência dá poder aos professores, aumenta a sua autoconfiança e os fazem acreditar que eles próprios, e os grupos culturais aos quais pertencem, são capazes de produzir e desenvolver matemática.

D´Ambrosio (2009) no seu livro intitulado Etnomatemática - elo entre as tradições e a modernidade, escreveu:

> Como um educador matemático, vejo-me um educador que tem a matemática como sua área de habilidades e de competências e as utiliza, mas não como um matemático que utiliza sua condição de educador para a divulgação e transmissão das suas habilidades e competências matemáticas. Minha ciência e meu conhecimento estão subordinados ao meu humanismo. Como educador matemático, procuro utilizar aquilo que aprendi como matemático para realizar minha missão de educador (p. 86)

Na mesma senda, a Organização das Nações Unidas para a Educação, a Ciência e a Cultura (UNESCO) desenvolveu um estudo sobre os desafios do ensino de matemática na educação básica, a partir do qual sublinhou:

> Uma educação matemática de qualidade deve permitir a construção de uma imagem positiva e adequada da matemática; ela deve permitir que os alunos compreendam as exigências correspondentes à matemática que lhes são ensinadas, e também que eles fazem parte de uma longa história que acompanha a história da humanidade; deve ser conduzida por uma visão da matemática como uma ciência viva, em conexão com o mundo real; deve permitir que os alunos entendam o poder da matemática como uma ferramenta para agir ou compreender o mundo; deve oferecer uma visão não deturpada das práticas daqueles que produzem ou utilizam a matemática; deve saber estimular, por meio de desafios, cultivando os valores da solidariedade; deve mostrar uma escola aberta ao mundo e, para isso, deve estar sintonizada com as práticas matemáticas científicas e sociais fora da escola, bem como saber principalmente apoiar-se de forma adequada nos meios tecnológicos que instrumentalizam essas práticas (UNESCO, 2016, pp. 10-11).

Importa lembrar que a matemática académica (ou escolar) é todo o conhecimento matemático ministrado na escola ou dentro do sistema formal, como afirmam Rosa e Orey (2011) a matemática académica é um campo de estudo aculturado e universal ou fora do padrão cultural.

2.3 Papel da etnomatemática no ensino da matemática

Muitos países, incluindo os países africanos, vêem-se confrontados com o problema de níveis baixos de aproveitamento no ensino da Matemática. O medo pela matemática é amplamente difundido. Crianças e adultos (ou alunos até mesmo professores) sentem a matemática como uma disciplina bastante estranha, supérflua ou inútil, difícil, aborrecida, que vem de fora. A incorporação da etnomatemática (todos os tipos de atividades, práticas e raciocínios matemáticos na vida das populações) no currículo contribuirá para combater essas ideias. Dito de outro modo, os elementos culturais africanos diversos podem ser utilizados como ponto de partida para inventar, criar e fazer matemática interessante dentro e fora do contexto escolar. A valorização das práticas culturais podem tornar o aluno mais confiante nas suas capacidades (Gerdes, 1992).

Várias vantagens etnomatemáticas que podem contribuir para dar uma visão diferente da matemática. Por exemplo, as abordagens seguintes mostram essa realidade.

Rosa (2013) diz que quando a cultura escolar reflete as culturas do lar e da comunidade, as salas de aula tornam-se ambientes familiares que podem motivar a aprendizagem dos alunos.

A inserção dos artefactos culturais que envolvem saberes matemáticos no currículo escolar pode contribuir para melhoria das aprendizagens dos alunos em matemática. Tal como afirma Gerdes (2007b) a incorporação, no currículo, de elementos pertencentes ao ambiente sociocultural dos alunos e professores, como ponto de partida para as atividades matemáticas na sala de aula, pode aumentar a motivação dos alunos e dos professores.

O mesmo autor escreveu:

> As formas tradicionais refletem experiência e sabedoria acumuladas. Constituem uma expressão não só do conhecimento biológico e físico acerca dos materiais que são usados,

> mas também conhecimento matemático. Conhecimento acerca das propriedades e relações dos círculos, ângulos, retângulos, quadrados, pentágonos e hexágonos regulares, cones, pirâmides, cilindros (Gerdes, 1991, p. 71).

A inclusão de aspetos culturais no currículo de matemática beneficia as realizações matemáticas dos alunos, pois esses aspectos contribuem para a perceção de que a matemática faz parte das suas vidas (ou das práticas do dia a dia) e aprofunda a compreensão da sua natureza, aprimora a capacidade dos alunos de fazer conexões significativas (Rosa et al., 2016).

Os conceitos e artefactos produzidos pelas várias culturas devem ser incorporados na sala de aula de modo a permitir conexões matemáticas multiculturais e riqueza intrínseca das construções que os alunos realizam. É importante que os professores de matemática e matemáticos façam mais investigações na área de etnomatemática de forma a conseguir um acervo importante e diversificado de ferramentas didáticas multiculturais (Shirley, 1995, citado por Palhares, 2008).

D´Ambrósio (1993) define os artefactos culturais como informações sendo objetos criados pelos membros de grupos culturais, que dão pistas culturais e sobre a cultura dos seus criadores e usuários.

O conhecimento inicial adquirido pelos jovens entrelaça-se com o meio cultural e/ou ambiente onde as crianças nascem e crescem. No momento em que elas chegam à escola já possuem uma quantidade considerável de experiências e/ou conhecimentos prévios. Quando a escola reforça as culturas domésticas dos alunos, respeitando conhecimentos e experiências que eles possuem, a aprendizagem é facilitada para esses alunos. Caso contrário, a aprendizagem é drasticamente inibida (Rosa et al., 2016).

Gerdes (2003) diz que a etnomatemática procura a possibilidade de enquadrar melhor o ensino da matemática no contexto cultural dos alunos e professores. Procura, também, uma educação matemática que consiga valorizar as raízes científicas atinentes à cultura, utilizando-as como “alicerces” para ascender melhor e mais “rapidamente” ao património científico de toda a humanidade (p. 93).

Gerdes (1993), no seu livro intitulado “Geometria Sona de Angola: Explorações educacionais e matemáticas de desenhos africanos na areia”, sublinha que muitas vezes a matemática é ensinada de maneira desconectada do mundo dos aprendizes. Muitas crianças nas escolas africanas, e futuros professores, sentem ou encaram a matemática como disciplina estranha.

Rosa et al (2016) afirmam que a etnomatemática estuda as diversas raízes culturais do conhecimento matemático a partir das várias maneiras pelas quais os membros dos grupos culturais distintos matematizam; permite entender a matemática como uma ciência que contribui para o desenvolvimento sociocultural das comunidades e enriquecimento do conhecimento e/ou desenvolvimento do diálogo entre a academia (ou escola) e sociedade; auxilia os professores e alunos a entender matemática no contexto das ideias, procedimentos e práticas usadas no dia a dia.

Os mesmos autores salientam que a etnomatemática parte das experiências e práticas socioculturais dos alunos, usando-as não apenas como veículo para tornar a aprendizagem da matemática mais significativa e útil, mas, mais importante, para fornecer aos alunos o conhecimento matemático incorporado em diversos ambientes culturais.

A etnomatemática ajuda a descobrir o potencial matemático contido em práticas culturais ou em artefactos confecionados por povos de diversas etnias. A valorização e a incorporação das práticas culturais dos alunos, nos currículos escolares, pode reforçar a autoconfiança cultural e atribuir poder cultural a todos (Gerdes, 1991).

A etnomatemática procura cruzar ou promover a proximidade entre a matemática produzida pela comunidade e a matemática da escola. Tal como afirmam Rosa et al (2016) a etnomatemática enfatiza a importância da comunidade para a escola, busca conectar a matemática escolar com o contexto cultural da comunidade e estabelece o equilíbrio necessário para o currículo.

A etnomatemática procura explicitar, sistematizar e integrar os saberes matemáticos de determinados grupos culturais para o desenvolvimento de competências matemáticas no ensino formal. Tal como referem Rosa & Orey (2013) a etnomatemática pode auxiliar os alunos a formalizarem o conhecimento matemático que adquiriram por meio das próprias experiências, auxiliando-os, deste modo, a desenvolver o senso de posse daquele conhecimento.

A etnomatemática pode ajudar a decifrar a matemática implícita usada pela comunidade rural ou urbana no quotidiano que pode ser útil para tornar a matemática académica mais competitiva e mais bela, como refere Gerdes (1991) o primeiro objetivo da investigação etnomatemática consiste em descobrir a matemática congelada.

Gerdes (2014) diz que a etnomatemática analisa as tradições matemáticas que sobreviveram à colonização e atividades matemáticas na vida diária das populações, procurando possibilidades de incorporá-las no currículo; elementos culturais que podem servir como ponto de partida para fazer e elaborar matemática dentro e fora da escola.

A etnomatemática é relevante pela sua contribuição para o ensino da matemática. Conforme assinala Gerdes (2007b) a etnomatemática mostra que uma condição para que a escola contribua para a realização do potencial de cada aluno, reside na integração e incorporação dos conhecimentos matemáticos que o aluno aprende fora de escola, mesmo que esses conhecimentos sejam informais e espontâneos; a motivação para o estudo de um aluno passa pela identificação que ele possa fazer entre o saber escolar e a sua própria vivência. A criança sente-se à vontade no seu contexto cultural, na sua maneira de contar na sua língua materna. Aumenta a autoconfiança de cada criança. Uma outra condição, importante, reside na integração e incorporação no processo de ensino-aprendizagem dos conhecimentos, dos saberes e dos saberes-fazer da cultura do povo, ao qual a criança pertence.

Os estudos etnomatemáticos são fundamentais, incentivam os professores de matemática a olhar e/ou buscar aquilo que as comunidades culturais fazem que envolve matemática e, por seu turno, procurar relacionar as matérias com os exemplos da vida prática dos alunos para tornar o ensino menos abstrato. Como referem Rosa et al (2016) a etnomatemática propõe que os professores contextualizem o ensino e aprendizagem da matemática, relacionando o conteúdo matemático com as experiências culturais dos seus alunos.

Os professores devem estar em "sintonia" ou a par de todas as práticas matemáticas das comunidades locais (ou alunos). Tal como salienta Gerdes (1996) é preciso que os professores estejam preparados para "investigarem as ideias e práticas das suas próprias comunidades culturais, étnicas e linguísticas e para procurarem formas de construir o seu ensino a partir delas (...) de modo a contribuir para o entendimento mútuo, o respeito e a valorização das (sub)culturas e atividades" (p. 126).

A matemática envolvida em artefactos ou utilizada pelos povos africanos (em particular da região angolana) descortinando-a, valorizando-a e incorporando-a à educação matemática pode melhorar o ensino de matemática e contribuir para dar uma visão diferente de matemática. Aqui, a etnomatemática centra-se em "descongelamento" dessa matemática.

2.4 Estudos etnomatemáticos desenvolvidos por alguns investigadores

Nesta secção, apresentamos em primeiro lugar os estudos etnomatemáticos desenvolvidos no âmbito internacional e, em segundo, os estudos desenvolvidos no âmbito angolano.

No âmbito internacional foram desenvolvidos variadíssimos estudos etnomatemáticos, dentre os quais mencionamos alguns, sem preocupação de exaustão:

Gerdes (2007a) desenvolveu um estudo, no nordeste de Moçambique, na cultura makhuwa, onde explorou os poliedros a partir do elemento cultural "nirrosula" que se encontrava, aparentemente, em fase de extinção. Nirrosula tem a forma dum prisma triangular onde cada uma das faces triangulares é substituída por uma pirâmide de três faces sem a respetiva base. Analisou as práticas da cultura makhuwa que evidenciam considerações matemáticas, suscetíveis de uma exploração científica e educacional.

Gerdes (2012), no seu trabalho intitulado "Ideias matemáticas originárias da África e a Educação Matemática no Brasil", refletiu, minuciosamente, sobre a possível incorporação de ideias matemáticas originárias da África na Educação Matemática no Brasil. Concentrou-se, este autor, nos seguintes quesitos: "será que os alunos no Brasil já aprendem na escola algumas ideias matemáticas concebidas e desenvolvidas em África"; "as crianças, por exemplo, aprendem a utilizar símbolos; utilizam todos os dias símbolos dentro e fora da escola; utilizam todos os dias as abreviaturas ($+, -, \times, \div$) para as operações aritméticas; falam sempre das figuras geométricas e outras áreas da ciência. Donde vêm estas ideias?".

Gerdes (1988), no seu artigo "possíveis usos de desenhos tradicionais na areia de Angola na sala de aula de matemática", analisou as possibilidades de incorporação educacional dessa tradição no currículo matemático. Ainda, o autor, sublinhou como os ornamentos e artefactos africanos podem ser usados para criar um contexto rico para a descoberta e demonstração do teorema de Pitágoras e de ideias e proposições com ele relacionadas.

Gerdes (2009), no seu artigo cujo título é "Exploration of technologies, emerging from african cultural practices, in mathematics education", explorou ideias envolvidas em tecnologias de várias práticas culturais africanas (como, por exemplo, narração de histórias, confeção ou fabricação de cestos, produção de tecelagem, de tapetes, de armadilhas e de chapéus).

Gerdes (1992), no seu livro intitulado "Pitágoras africano: um estudo em cultura e educação matemática", procurou mostrar como diversos ornamentos e artefactos africanos podem ser usados para criar um contexto atraente para a descoberta e a demonstração do teorema de pitágoras e de ideias e proposições com ele relacionadas, podem estimular professores e didácticos de matemática, tanto em exercício como em formação, a procurarem vias variadas para africanizar o ensino da matemática.

No livro com título "Viver a matemática: desenhos de Angola", Gerdes (2013) explora e/ou analisa a matemática incorporada em desenhos na areia dos Quiocos do nordeste de Angola, com o intuito de fazer viver a matemática dos desenhos angolanos e assim contribuir para a valorização da cultura Cokwe.

Latas e Rodrigues (2015), no seu trabalho intitulado "Trilho da Ciência: um percurso de Educação Científica na Ilha do Príncipe" em São Tomé e Príncipe, exploram conteúdos científicos integrados no contexto histórico e cultural principense. Este contexto revela potencialidades para a criação de pontes com conceitos matemáticos.

O trabalho feito por Vieira, Palhares e Sarmento (2008) no Minho, Portugal e em Vigo, Espanha, sobre os elementos geométricos presentes na cestaria, evidencia a existência de diversos padrões geométricos na tecedura do fundo dos cestos, sendo também evidente a existência de padrões na construção de tranças de Fafe, município português.

Fernandes e Matos (2008), num estudo centrado no lugar da matemática numa comunidade de prática da serralharia, notaram a presença da matemática na serralharia (os serralheiros durante a sua prática como, por exemplo, desenhar, medir, soldar, cortar recorrem ao uso dos elementos matemáticos) e exploraram a mesma.

Pinheiro e Rosa (2018), no seu trabalho intitulado "Uma análise dos registos etnomatemáticos de estudantes surdos que se comunicam em língua brasileira de sinais – Libras", evidenciaram a relação da etnomatemática com a cultura surda por meio dos jargões e dos procedimentos utilizados pelos alunos surdos ao estudarem os conteúdos matemáticos relacionados à educação financeira. Apresentaram, também, as diversas formas de sinalizar um mesmo conteúdo matemático e as barreiras comunicativas geradas por essas diferenciações dos sinais.

Rosa, Cortes e Orey (2018), no seu artigo intitulado "movimentos de ir e vir entre a feira e a academia: aspectos etnomatemáticos da posicionalidade de um feirante", os investigadores, identificaram os conhecimentos matemáticos desenvolvidos por um feirante durante a realização de suas práticas laborais da comercialização de produtos hortifrutigranjeiros. Refletiram, também, como essas práticas podem enriquecer os conceitos matemáticos desenvolvidos no ambiente escolar.

Castro e Fonseca (2015), no seu trabalho cujo título "Explorando a matemática na construção de casas de alvenarias", identificaram ideias matemáticas usadas ou desenvolvidas por pedreiros na construção de casas de alvenarias. Ainda, os investigadores, sublinharam algumas ideias matemáticas como, por exemplo, relações métricas do triângulo retângulo e de um quadrilátero regular; cálculo e medida de área, volume e capacidade; percentagem e regra de três.

Latas e Moreira (2013), no seu trabalho com título "Explorar conexões entre matemática local e matemática global", destacaram o papel da matemática cultural no desenvolvimento da predisposição para estabelecer conexões matemáticas e na comunicação matemática.

Palhares e Sousa (2015), no seu trabalho cujo título é "etnomatemática na Comunidade Piscatória de Câmara de Lobos em Portugal, exploraram as competências matemáticas utilizadas nesse meio. Refletiram sobre a sua utilização em contexto escolar.

Costa, Nascimento e Catarino (2017) trataram dos estudos de investigação que têm sido desenvolvidos no nordeste português sobre os saberes etnomatemáticos existentes em profissões artesanais (como a tanoaria, a latoaria, a serralharia e a carpintaria) e artefactos construídos por esses artesãos (como barris, pipas, tonéis, almotolias e outras vasilhas em latão, grades das varandas feitas em ferro forjado e jugos). Refletiram sobre esses estudos e divulgaram o seu potencial em termos didáticos.

Rosa e Orey (2011), no seu artigo "Influências etnomatemáticas em sala de aula com diversidade cultural", discutiram e/ou analisaram a dualidade entre o conhecimento matemático adquirido dentro e fora do ambiente escolar e refletiram como esse aspeto dual pode influenciar o ensino e a aprendizagem da matemática.

No âmbito angolano os estudos realizados do cunho etnomatemático ainda são poucos, tal como diz Coxe (2013) o campo de pesquisa da etnomatemática em Angola ainda não é objeto de estudo, mas vários são os professores que se vêm interessando com este campo do saber e começam a preocupar-se na investigação do conhecimento matemático de determinados grupos culturais específicos ou realizam estudos sobre a etnomatemática do quotidiano.

A seguir, mencionamos os estudos etnomatemáticos sobre a realidade angolana que encontrámos ao longo da pesquisa bibliográfica.

Os estudos realizados pelos autores Dias, Costa e Palhares (2015a; 2015b), sobre os aspetos culturais do grupo étnico Nyaneka-nkhumbi do sudoeste de Angola, envolvendo os saberes matemáticos em armadilhas dos caçadores, em casas tradicionais de pau-a-pique, em cestos tradicionais manufaturados pelas mulheres Nyaneka-nkhumbi, evidenciaram ideias matemáticas envolvidas nessas práticas ou durante o processo de construção dos artefactos.

Osório, Soares e Catarino (2017), no seu trabalho "Etnomatemática da Marimba: instrumento etnográfico da província de Malange, Angola", analisaram as relações matemáticas associadas ao instrumento musical designado por Marimba, um artefacto de madeira e cavaletes de ferro, construído em três aldeias de Malange.

Lúcio e Sabba (2015), no seu trabalho intitulado "Atividades culturais e a sala de aula no grupo étnico Herero/ Helelo do sul de Angola", exploraram e/ou analisaram as práticas ou produções culturais da etnia Herero que incorporam matemática, refletiram novos modos do professor trabalhar saberes da escola de forma contextualizada e próxima a realidade dos grupos.

Selezi e Carvalho e Silva (2018), no seu artigo intitulado "Um exemplo da riqueza etnomatemática de Angola: as armadilhas de caçadores do sul de Angola", exploraram conhecimentos matemáticos incorporados em azagaia (também chamada arco e flecha), procuraram evidenciar a riqueza ou o potencial matemático que se encontra por de trás da azagaia e do seu manuseamento.

Dias, Costa e Palhares (2017) após uma análise e apresentação de alguns trabalhos realizados no contexto angolano exploraram e analisaram as experiências geométricas praticadas pelas mulheres Nyaneka-nkhumbi do sudoeste de Angola, evidenciaram a matemática 'escondida' no processo de construção de cestos de dimensões diversas.

O professor e investigador Jorge Veloso tem feito estudos do cunho etnomatemático na região leste de Angola (em particular na Província da Lunda-Norte). Recentemente, desenvolveu dois estudos, um intitulado "Inventariação e divulgação dos sonas do grupo étnico Cokwe" (Veloso, 2019) e outro com título "Sona, património imaterial: uma abordagem extensionista" (Veloso, 2020).

Cassela e Avelino (2021), no seu artigo intitulado "Artefactos socioculturais do Cuito/Bié-Angola para o ensino da geometria- A circunferência numa perspetiva da etnomatemática", extraíram os conhecimentos geométricos escondidos em artefactos culturais presentes na região central de Angola (em particular na Província do Bié) para o melhoramento do processo de ensino e aprendizagem da geometria, em particular o estudo da circunferência.

Capítulo 3: Contexto e Metodologia de Investigação

Neste capítulo, descrevemos o contexto do estudo, com referência à história e educação em Angola, em particular sobre o grupo étnico Nganguela, e apresentamos a metodologia de investigação utilizada.

3.1 Sobre Angola

Durante os anos 1482 a 1975, Angola foi uma Colónia Portuguesa e alcançou a independência através de uma guerra de Libertação Nacional iniciada em 1961 e tendo terminado com a Proclamação da Independência (1975). Depois desta época, 1961 a 1975, Angola conheceu outro período de uma imensa guerra civil interna entre o Movimento Popular de Libertação de Angola (MPLA) e a União Nacional para a Independência Total de Angola (UNITA) que iniciou em 1975 e terminou no dia 4 de abril de 2002.

O presente estudo foi realizado em Angola, país situado no continente africano, na zona subequatorial e tropical do hemisfério sul, no sudoeste do continente africano. Angola subdivide-se, do ponto de vista administrativo, em dezoito províncias, a saber: Cabinda, Zaíre, Uíge, Bengo, Luanda (capital do país), Cuanza-Norte, Cuanza-Sul, Malange, Lunda Norte, Lunda Sul, Benguela, Huambo, Bié, Moxico, Cuando Cubango, Huila, Cunene e Namibe (Figura 1). A superfície do território é de 1.246.700 km^2 (Neto, 2014) e Angola tem atualmente uma população que se estima entre 25 a 33 milhões de habitantes. Com base no último censo realizado em 2014 a projeção do Instituto Nacional de Estatística de Angola é de 25.789.024 (Censo, 2014).

Figura 1 - Mapa de Angola com indicação das províncias

Fonte: https://observatoriodaafrica.files.wordpress.com/2016/04/map-provincias-de.jpg?w=640

Angola é um país plurilinguístico, onde o português é a língua Oficial e de comunicação entre os angolanos, apesar de existirem outras línguas nacionais como, por exemplo, Umbundu, Kimbundu, Kikongo, Côkwe (pronuncia-se tchocué), Kwanyama e Nganguela (Figura 2)

Figura 2 - Mapa de Angola com grupos étnicos

Fonte:
https://www.google.com.br/search?q=localiza%C3%A7ao+geografica+de+angola&source=lnms&tbm=isch&sa=X&ved=0ahUKEwjl-IOvkYLiAhWO3eAKHYnhDD8Q_AUIDigB&biw=1198&bih=767#imgrc=IwQ-u9JeJbLrUM:

3.2 Breve descrição sobre o sistema de ensino em Angola

Tendo em conta a situação de colonização e independência tardia o sistema educacional angolano demorou bastante tempo para se desenvolver e expandir. O ensino, em Angola, começou a existir oficialmente em 1845, pelo decreto de 14 de agosto de 1845, criado por Joaquim José Falcão, então ministro de Estado da Marinha e do Ultramar, e assinado pela rainha D. Maria II (Liberato, 2014).

Um decreto de 1869 remodelou as estruturas do ensino, adaptando-as às exigências do tempo e respeitando as influências que se manifestavam e tiveram reflexo no desenvolvimento das condições de vida das populações (Santos, 1998).

Os problemas vividos no período colonial e, por conseguinte, da guerra civil, influenciaram negativamente na evolução e na expansão da rede escolar do sistema educativo angolano. Como sublinha Santos (1998) as convulsões políticas dos anos 1821 a 1920 não permitiram, em Angola, que se fizesse obra de enorme envergadura. Angola não dispunha de estruturas nem de bases legais capazes de sustentar o peso do edifício didático-pedagógico. Não conseguiu encontrar um núcleo de agentes do ensino dedicados à nobre causa e notoriamente competentes, com capacidade para dinamizarem iniciativas e revitalizarem os princípios normativos, já de si fracos e débeis.

Zau (2009), ao descrever a trajetória da evolução de Angola, revela que várias dificuldades se manifestam no sector da educação, por exemplo, a carência de recursos humanos qualificados e a baixa frequência escolar da população.

Capelo (1887), no seu relatório sobre o aproveitamento escolar em Angola, diz que:

> (...) raros são os pais que obrigam as crianças a uma frequência assídua às escolas em que se matricularam. Uns não vão porque conhecem a indiferença dos pais, outros vão para a rua e nem entram na aula. Tem-se chegado a mandar colocar polícias nos arredores das escolas, durante as horas das lições, mas tudo é trabalho baldado. Chamados os pais e devidamente aconselhados, uns dizem que não podem conter os filhos, que fogem para a vadiagem, e outros declaram que precisam deles para os trabalhos das suas casas e lavouras, e que os não podem dispensar (Capelo, 1887, citado por Santos, 1998, p. 263).

O estudo do pendor diagnóstico, feito em 1986, sobre o sistema de educação e face ao débil desempenho do Sector da Educação, em termos qualitativos e quantitativos, despoletado por vários fatores, levou a elite angolana, em 2001, a aprovar a Lei de Bases do Sistema de Educação (LBSE). Assim, a Lei n.º 13/01, de 31 de dezembro, estabelece as bases legais para a realização da 2.ª Reforma Educativa em Angola, cujos objetivos gerais são: a expansão da rede escolar; a melhoria da qualidade de ensino; o reforço do Sistema de Educação e a Equidade do Sistema de Educação (Ministério da Educação-Angola, 2012).

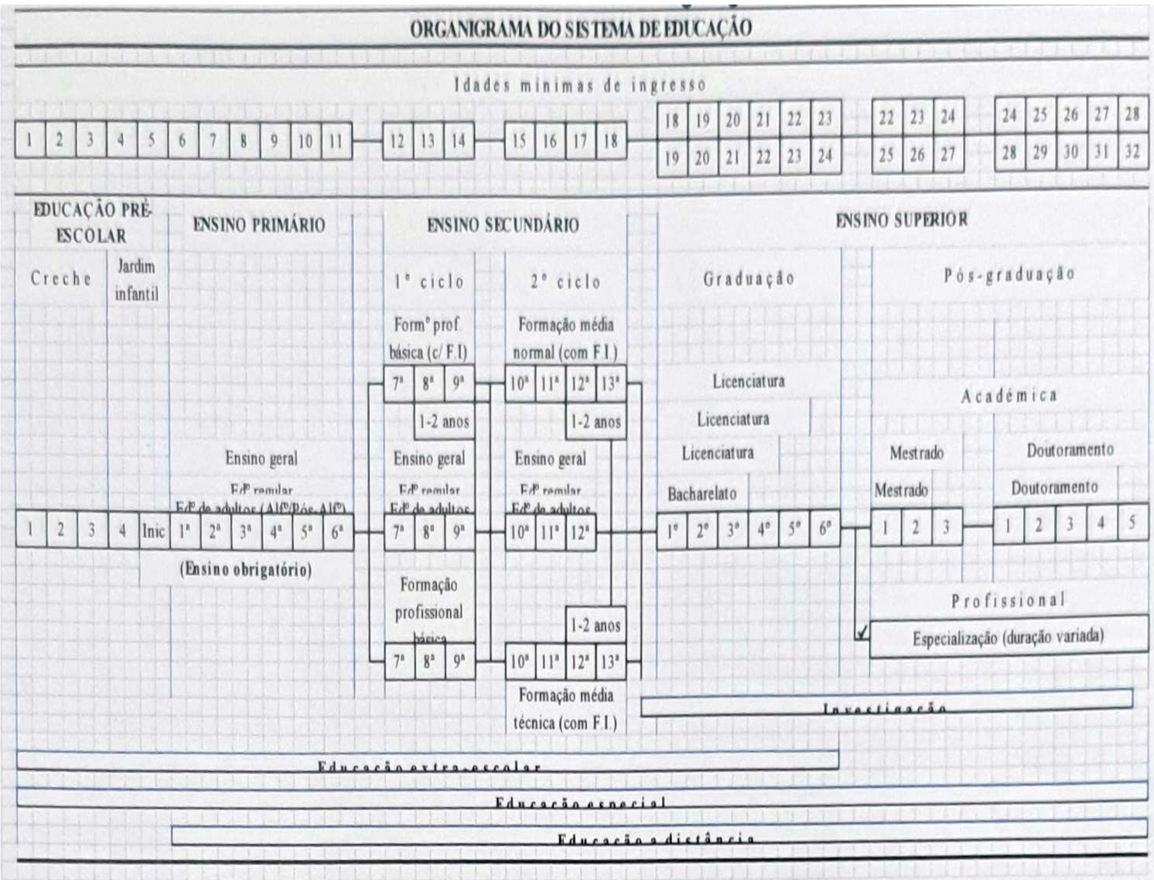


Figura 3 - Organograma do sistema de educação angolano

Fonte: https://www.ispls.ao/wp-content/uploads/2020/08/Lei-3_20-de-12-de-Agosto-Lei-de-Bases-do-Sistema-de-Eucacao-e-Ensino-altera-a-Lei-17_16.pdf. p. 31

Estrutura do sistema de educação e ensino

O sistema de educação e ensino angolano está estruturado ou constituído por seis subsistemas de ensino (subsistema de educação pré-escolar, subsistema de ensino geral, subsistema de ensino secundário técnico-profissional, subsistema de formação de professores, subsistema de educação de adultos, subsistema de ensino superior) e quatro níveis de ensino (educação pré-escolar, ensino primário, ensino secundário e ensino superior) (Angola, 2020).

Em síntese, o organograma do sistema de educação e ensino é que se pode ver na figura 3.

Ensino superior

O ensino superior visa a formação de quadros de alto nível para os diferentes ramos de atividade económica e social do país ou da região, assegurando-lhes uma sólida preparação científica, técnica, cultural e humana. Este ensino integra dois níveis de formação, a saber, graduação e pós-graduação.

A graduação abarca o bacharelato, com duração de 3 anos, e a licenciatura, com a duração de quatro ou seis anos de formação. A pós-graduação abrange a componente académica e a componente profissional. A componente académica inclui o mestrado, com duração de dois anos de formação, e o doutoramento, com duração de três ou quatro anos de formação. A componente profissional abarca a especialização, com duração não superior a um ano (Angola, 2020).

Um ano depois do início da guerra de Libertação Nacional, em 1961, foi implantado em Angola o ensino superior com a criação dos Estudos Gerais Universitários de Angola. Neste mesmo ano, 1962, a Igreja Católica havia criado o Instituto Pio XII, destinado à formação de assistentes sociais. Quatro anos antes da implantação do ensino superior, isto é, em 1958, a Igreja Católica criou os seus seminários, com estudos superiores em Luanda e no Huambo (anteriormente Nova Lisboa). Após a criação, dos Estudos Gerais Universitários de Angola, seguiu a abertura de cursos nas cidades de Luanda (Medicina, Economia e Engenharias), Huambo (Agronomia e Veterinária) e Lubango (anteriormente Sá da Bandeira) (Letras, Geografia e Pedagogia). Em 1968, os Estudos Gerais Universitários de Angola foram transformados em Universidade de Luanda (Carvalho, 2012).

A Universidade de Luanda, após a proclamação da independência política de Angola, em 1975, passou a chamar-se Universidade de Angola, em 1976, mantendo-se uma única Instituição de ensino superior de âmbito nacional. Em 1985, a Universidade de Angola tomou a designação de Universidade Agostinho Neto (UAN), em memória do primeiro presidente de Angola e também primeiro Reitor da Universidade de Angola.

Após a guerra civil, isto é, em 2002, verificou-se um crescimento galopante da população universitária, pois deu início a uma considerável expansão do ensino superior, pelas distintas províncias de Angola, que contribuiu para o acesso de um número cada vez maior de jovens a diversos cursos (Cumbo, 2018).

No âmbito do programa do Governo de Angola para o ensino superior, em 2009, a UAN foi "desmembrada" em 7 Regiões Académicas, mantendo-se a UAN a funcionar em Luanda e na província do Bengo. Enquanto as faculdades existentes, fora de Luanda e Bengo, serviram de base para a constituição de universidades regionais autónomas, a saber: Universidade Katyavala Bwila (Benguela e Kuanza-Sul com reitoria em Benguela), Universidade 11 de Novembro (Cabinda e Zaire com reitoria em Cabinda), Universidade Lueji-a-Nkonde (Lunda-Norte, Lunda-Sul e Malanje, com reitoria no Dundo), Universidade José Eduardo dos Santos (Huambo, Bié e Moxico com reitoria no Huambo), Universidade Mandume ya Ndemofayo (Huíla, Cunene, Cuando-Cubango e Namibe com reitoria no Lubango) e Universidade Kimpa Vita (Uíge e Kuanza-Norte com reitoria no Uíge) (Carvalho, 2012).

Com o processo de criação das Regiões Académicas, a sexta Região Académica (Universidade Mandume ya Ndemofayo) que incluía as províncias da Huila, Namibe, Cunene e Cuando Cubango, em 2014, foi "partida" e criou-se, através do Decreto Presidencial n.º 188/14 de 4 de Agosto, a VIII Região Académica, designada Universidade Cuito Cuanavale, abrangendo, deste modo, as províncias do Cuando Cubango e Cunene com sede ou reitoria em Menongue (Capital da província do Cuando Cubango). O mapa a seguir mostra esta realidade (Figura 4).

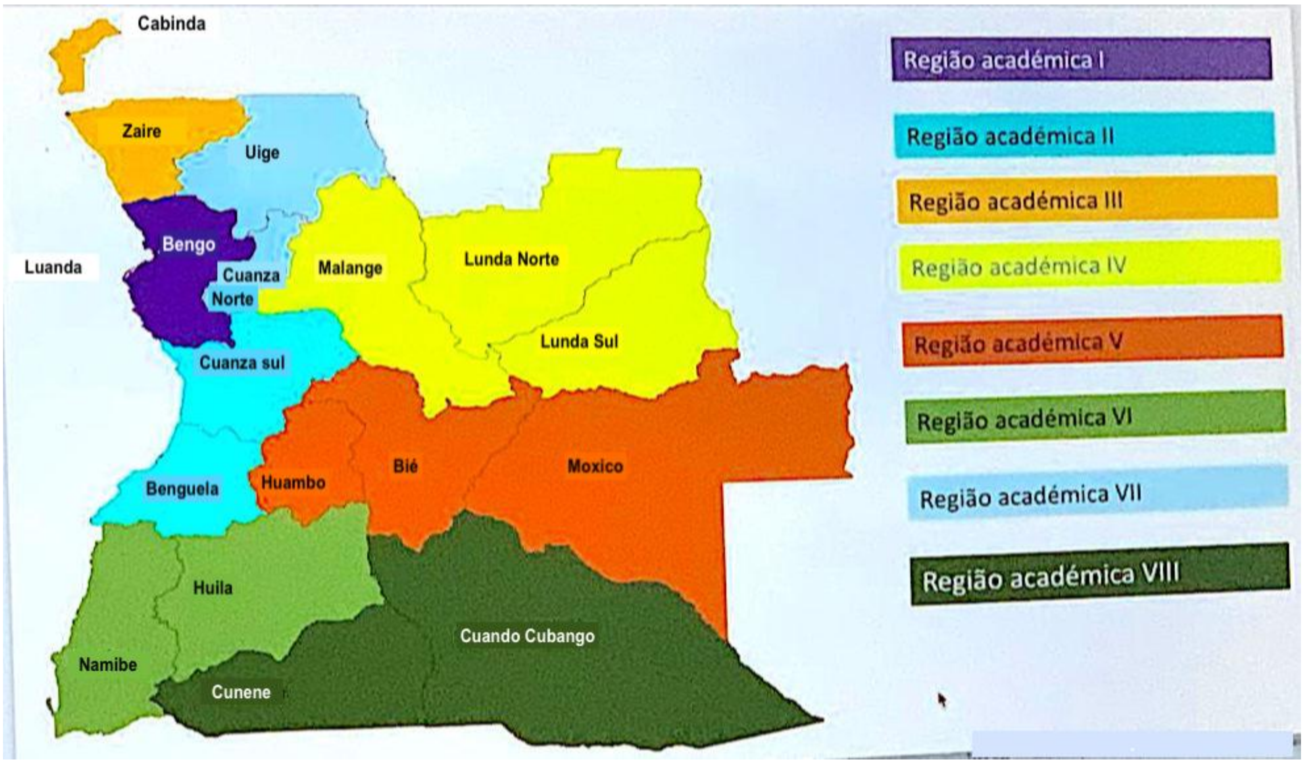


Figura 4 - Mapa de distribuição das Regiões Académicas

Fonte: MES – Plano nacional de formação de quadros.
Retirado de: http://unia.ao/docs/Apresentacao-PNFQ-MES.pdf

Vale lembrar que os estudos universitários, na província do Cuando Cubango, surgiram em 2009, nesta data a província contava com uma Unidade Orgânica (Escola Superior Politécnica do Cuando Cubango) que abrangia dois cursos (Ensino da Matemática e Ensino da Biologia).

Relativamente à qualidade de ensino superior em Angola, nada se pode declarar seguramente, porque, tal como aponta Carvalho (2012, p. 15) "não está feita qualquer avaliação a instituições de ensino superior em Angola". Ainda, este autor, refere que mesmo não havendo elementos quantitativos de avaliação das instituições de ensino superior, existem, de forma restrita, elementos que, isoladamente, atestem a qualidade de ensino universitário em Angola e tudo indica que a qualidade de ensino nas instituições universitárias, em Angola, seja globalmente baixa. De entre os elementos que influenciam para a má qualidade de ensino em Angola importa elencar os seguintes:

1. Uma má qualidade de ensino ministrado em níveis anteriores, que conduzem ao acesso ao ensino superior por parte de estudantes que obtêm avaliações negativas no exame de admissão, conforme sublinha Vera Cruz (2008);

2. Ausência de investigação científica, havendo casos individuais que evidenciam que se chega a ignorar quem pretenda promover a investigação, como refere Silva (2012);

3. Uma deficiente aposta em bibliotecas e laboratórios, havendo mesmo a assinalar a criação de faculdades sem haver a preocupação com a criação destas infraestruturas e sem a aquisição de meios de trabalho imprescindíveis a docentes e estudantes;

4. Uma deficiente aposta na formação e atualização dos docentes;

5. Promoção de uma cultura da facilidade, que faz com que bom número de estudantes considere que devem ser admitidos a exame estudantes com zero valor e admissão de trabalhos de licenciatura em grupo;

6. Promoção de suborno, que está organizado e se manifesta das mais variadas formas, desde a exigência de pagamento para admissão até ao pagamento para elaboração de trabalhos de fim do curso de licenciatura, passando por pagamento para aprovação em várias disciplinas (Carvalho, 2012).

Na mesma linha de pensamento, Simões et al (2016) afirmam que, em Angola, os desafios do ensino superior são comuns aos da grande maioria dos países da África Subsariana. Os mesmos autores salientam que estes desafios estão associados a vários fatores.

Mendes (2014) diz que há no ensino superior em Angola insuficiências de vária ordem que se expressam na desarticulação dos dispositivos educativos desde os recursos humanos, financeiros, pedagógicos, incluindo a impreparação dos ingressados.

3.3 Sobre o ensino da matemática em Angola

Antes de apontarmos algumas dificuldades sobre o ensino da matemática que ocorrem frequentemente nas escolas angolanas, devemos primeiro entender o que é o ensino da matemática, ou melhor, saber os intervenientes do processo do ensino e aprendizagem.

O professor e o aluno são componentes ou agentes primários que intervêm no processo de ensino e aprendizagem. Como assinalam os investigadores André e Larrechea ensinar matematicamente tem a ver com a didática da matemática, que pode ser olhada e situada nos assuntos de ensino da matemática e caindo basicamente na tarefa de fazer com que os alunos aprendam matemática (André & Larrechea, 2016).

Diniz (2018) refere que o ensino da matemática visa desenvolver o raciocínio lógico, estimular o pensamento independente do aluno, a criatividade bem como a capacidade de resolver problemas. É tarefa do professor de matemática buscar meios alternativos para aumentar a motivação dos alunos para a aprendizagem da matemática, desenvolvendo a autoconfiança destes, o espírito de organização, concentração, atenção, raciocínio lógico-dedutivo e o senso cooperativo.

Há pouco interesse nos alunos em aprender matemática, quase por todos os níveis de ensino em Angola. Isso nota-se muito nas escolas secundárias e/ou nas universidades, o número de alunos que frequentam o curso de matemática ou os cursos que contêm a matemática é bastante reduzido. A procura pelos cursos que têm currículo onde não há abrangência dos conteúdos da matemática são os mais almejados pelos alunos, porém, os cursos que têm disciplinas que envolvem conteúdos práticos onde a presença da matemática é fundamental são mais receados (André & Larrechea, 2016).

A maneira de ensinar a matemática, nas escolas do ensino primário e secundário em Angola, não suscita ou promove o interesse nos alunos em aprender a matemática para a vida, os conteúdos matemáticos são tratados ou ensinados de modo limitado, alguns professores preocupam-se com o programa (ou correm para acabar o programa) e pondo por detrás a missão "do bom professor de matemática". Como afirma D´Ambrósio (2005) o aluno é mais importante que programas e conteúdos.

Krantz (1993) refere que o professor deve preparar bem as suas aulas e não avançar muito depressa, deve ser recetivo às perguntas e compreensivo com os esforços desajeitados para dominar ideias novas e sofisticadas, deve estar disposto a repetir.

Kamuele e Neto (2017) afirmam que o ensino, em Angola, está muito focado nos conteúdos matemáticos sem ser feita a ligação ao contexto sociocultural. Realçam que a parte de argumentação matemática é pouco desenvolvida e que as práticas docentes têm o foco no cálculo.

O investigador Sangila (2019) no seu estudo intitulado "fatores que dificultam a aprendizagem da matemática na 12.ª classe do ensino secundário", refere que em muitas escolas do segundo ciclo do ensino secundário os conteúdos são ensinados obedecendo ao programa de matemática de forma limitada. A maior parte dos professores na 12.ª classe, limitam-se em não rebuscar conteúdos que possam fazer com que os alunos compreendam ou percebam com maior facilidade. O mesmo autor sugere que, para que o processo esteja facilitado, é necessário que o professor esteja dotado técnica e cientificamente de conhecimentos que lhe permitam estabelecer um bom relacionamento dentro da sala de aula para favorecer a disciplina; possua competências didáticas de forma a ajudar os alunos na obtenção e construção de um leque de conhecimentos que lhe permitam resolver situações matemáticas do dia a dia. Por seu lado, as escolas devem cumprir com as exigências atuais do sistema de ensino e educação estabelecido pela reforma educativa de modo a favorecer a atividade do professor.

André e Larrechea (2016) apontam que a disciplina de matemática, muitas vezes, ocupa maior tempo em procedimentos algébricos e/ou está centrada em mecanização de exercícios que descontextualiza e não traduz o mundo real, onde o professor ainda ocupa o lugar de centro das atenções e o aluno como mero espetador. Ainda, os autores, afirmam que muitos alunos têm vontade de aprender a matemática, mas que não estão motivados em aprender, tudo porque alguns professores adormecem em suas atividades. Para inverter-se o cenário, os autores, sugerem que deve-se considerar e privilegiar os conteúdos que o aluno carrega desde o seu ciclo de ensino inicial e a modelagem matemática, como sendo uma das metodologias a utilizar no processo de ensino e aprendizagem para trazer um bom ambiente na sala de aula a fim de que haja interatividade entre os elementos ativos do processo que são o professor e o aluno.

Nesta mesma senda, os investigadores Gungula e Faustino (2018) afirmam que é necessário realizar profundas transformações no processo de formação matemática angolano, através da utilização sistemática de procedimentos didático-metodológicos que despertem novos interesses e curiosidades aos estudantes; da implementação de estratégias que desenvolvam formas de pensamento que lhes possibilitem observar, compreender a transcendência matemática na solução de problemas sociais.

Os estudos desenvolvidos, à volta do ensino da matemática, por autores e/ou investigadores acima mencionados, apontam a mesma temática, isto é, explorar ou procurar estratégias (ou vias alternativas) para tornar a matemática mais atraente, interativa e participativa.

3.4 Breve historial sobre o grupo étnico Nganguela

Cada povo tem a sua história, sendo esta um elemento integrante da sua existência. Todos os povos necessitam de ter consciência e conhecimento das suas origens, pois sem raízes não há vida. Não pode ser secundário para um grupo humano sentir-se situado no tempo, no espaço e no processo da sua evolução cultural. O prescindir do passado, em qualquer das dimensões da vida, é uma autêntica mutilação no tecido global de qualquer povo, acarretando-lhe graves consequências a todos os níveis.

A memória histórica e cultural de um povo é, pois, um dos elementos da sua identidade em evolução. Quando um povo perde o passado, arrisca-se a construir sobre o vazio, o que o impede de se assumir como agente com personalidade própria, no evoluir da história. O passado é sempre o ponto de partida ou mola impulsionadora para construção do bom futuro. É a raiz da árvore em crescimento.

Os Nganguelas são povos que ocupam maioritariamente as províncias do Cuando Cubango, Moxico e alguns núcleos na Huila e Bié (Figuras 1 e 2), fazendo parte das sociedades cujas origens, segundo os seus membros, são apontados como tendo sido fora de Angola[1].

A província do Cuando Cubango, situa-se no sul de Angola, cuja capital é a cidade de Menongue. Administrativamente, a província, tem 9 municípios (designadamente: Menongue, Cuito Cuanavale, Cuchi, Nancova, Calai, Cuangar, Dirico, Mavinga e Rivungo) e 27 comunas. É, maioritariamente, habitada por Ngangelas, faz fronteira a norte com a província do Bié, a oeste com as províncias da Huila e do Cunene, a sul com a República da Namíbia e a leste com a província do Moxico e a República da Zâmbia. A região do Cuando Cubango é uma das regiões de Angola que ocupa uma área Geopolítica Administrativa mais extensa. No passado, por causa do conflito armado que abalou Angola, desde a década de 60 do século remoto até 2002, alguns municípios e comunas estavam incomunicáveis por as vias estarem intransitáveis e inoperantes, mas com a paz alcançada no dia 4 de abril de 2002 a intercomunicação entre municípios e comunas foi restabelecida. Esta província, hoje, reclama pela sua reconstrução plena, mormente no que tange às infraestruturas, de modo que haja comunicação plena, assim como livre circulação de pessoas e bens.

O grupo étnico Nganguela foi já estudado por vários autores como Cassanga (1997); Kativa (2011); e Ndala (2010). Ele é um grupo etnolinguístico com as seguintes ramificações ou variantes: Luchazes, Lwimbi, Nhemba, Mbwela, Ngonzelo, Kamaxes e ainda outros grupos aglomerados, como: Tchokwe, Kwangare, Umbundo. O conceito de etnia deve ser analisado como uma categoria de nomeação e de classificação, cuja continuidade depende de uma

[1] https://paulomatiascassoma.wordpress.com/descricao-do-povo-leste-de-angola/

fronteira e de uma codificação constantemente renovada das diferenças culturais entre grupos vizinhos (Gonçalves, 2003).

Etimologicamente, a palavra Nganguela vem do termo “Nganga” que quer dizer “conhecedor dos segredos da Natureza”. Usa-se no sentido positivo, para curar epidemias de vários tipos, evitar estiagens, impedir derrotas no campo da batalha. Tais segredos eram conhecidos por aqueles que foram submetidos à terceira iniciação tradicional Nganguela.

Mwene Nganga foi o nome do antepassado máximo dos Nganguelas. Era um “Mwene” (significa soba) notável pelo conhecimento extraordinário dos segredos da Natureza, e dotado duma solicitude excecional pelo seu povo. Não foi confirmado, porém, que esse soba tenha sido o que encabeçou o grupo étnico Nganguela, na sua entrada e fixação em Angola, aquando do fluxo migratório. Sabemos, no entanto, que os “Nganguela” eram filhos do Mwene Nganga. Após a morte desse soba, lamentavelmente, o significado de “Nganga” alterou-se ou perdeu-se na noite do tempo. Muitos dos mais idosos, com a morte do Mwene, começaram a usar a sua ciência para fins maléficos, querendo assim atrair para si as honras de poderosos tradicionais, em termos de filosofia de força. Quem assim procedia, era chamado Tchinganga, quer dizer, feiticeiro, aquele que faz mal (Kativa, 2011).

A fixação do povo Nganguela em Angola, em particular na província do Cuando Cubango, deu-se conforme a tradição popular, segundo as pesquisas feitas por Francisco Kameya (citado por Kativa, 2011). Segundo este pesquisador, este povo, procedente do Leste, fixou-se ou enraizou-se entre o rio Kutwilo e o rio Kanganguela, no extremo leste, junto à Zâmbia. Nganguela, além de ser nome do rio, foi também nome de Soba, como nos referimos anteriormente. O grupo étnico Nganguela começou a ser valorizado a partir de 1883 com a Fundação da Missão de Kakele (Kativa, 2011).

O grupo etnolinguístico Nganguela é o mais heterogéneo de Angola e alguns etnólogos, de acordo com José Redinha (citado por Kativa, 2011), admitiram que este seja o mais antigo de Angola, dividido em dois hemisférios; devido à penetração dos Lunda-Cokwe, os Nganguelas chegaram a ser tributários dos Lwena. Hoje os Lwena são um subgrupo dos Ngangelas, que se distinguiu pela forma como fundiam o ferro, pelos seus trabalhos em cerâmica negra, polida e, ainda, pela forte personalidade da sua rainha – Nhakatolo Chissengo, que após a independência de Angola ainda era viva.

Culturalmente, o povo Nganguela, é mais chegado à tradição do povo da bacia do rio Zambeze, embora oriundo das antigas populações de caçadores. Do ponto de vista económico, o povo Nganguela, dedicou-se à agricultura na sua área Oriental. Na parte Ocidental, por influência dos criadores de gado bovino do Sudoeste, dedicou-se muito à pecuária. Das suas atividades económicas constam, para além da agricultura e da criação de gado, também a pesca lacustre e a apicultura.

Do ponto de vista social predominam, nos Nganguelas, os ritos de passagem (tanto a parte masculina como feminina). Sobre a vida artesanal, manufaturam uma curiosa série de máscaras e outros artefactos fascinantes.

Este povo tem características físicas fundamentais, das quais destacamos as seguintes: os cabelos são negros e usados sempre cortados, ou seja, os homens cortam ou diminuem cabelos e as mulheres trançam ou fazem “puxinhos” (penteados). O sistema piloso é sempre desenvolvido e limitado à cabeça, axila, púbis e barba. As sobrancelhas são, geralmente, pouco desenvolvidas. Os lábios são grossos e negros. A íris é negra e a fronte é moderadamente inclinada (Kativa, 2011).

A perfuração de orelhas é feita, com maior frequência, às mulheres, num período entre os seis e os oito anos de idade. Nesta dimensão, o povo Nganguela, coloca nas orelhas brincos (ou pauzinhos), argolas e alfinetes. Esta mutilação ou perfuração serve, apenas, para adornar ou embelezar o corpo. A mutilação cutânea ou prática de tatuagem abrange os homens e as mulheres. Os homens fazem tatuagem somente em casos de doenças. As mulheres, para além da doença, fazem para adornar o corpo (Kativa, 2011).

O mantimento dos Nganguelas consiste numa espécie de pirão (tyivundu) feito com farinha de massango, milho, mandioca, massambala. A farinha é preparada num pilão (tyini) de madeira. O trabalho de pisar ou pilar pertence somente às mulheres; são duas ou mais mulheres que se encarregam desse serviço. A farinha ou fuba "vunga" é posta numa panela com água, depois da ebulição, batendo com lemo "liko" para obter o funje (Tyivundu). A mulher é que se responsabiliza pela confeção das refeições. Prepara-as na cozinha (tyisambwe), ao ar livre, no pátio da casa. As refeições podem ser individuais, isto é, para o casal e os seus filhos; coletivas, quando são partilhadas no recinto comum "ndzango". A mulher, neste caso, come com as outras mulheres e o homem com os outros homens. As refeições variam segundo os gostos e as possibilidades económicas de cada família. O conduto, do povo Nganguela, varia: carne, peixe, feijão, cogumelo, folhas de mandioqueira, mutete, macunde, folhas de batata-doce, folhas de abóbora, folhas de pepino.

Os Nganguelas, para além de colchões, usam esteiras, fabricadas por eles com caniços do rio, ficando o homem sempre do flanco mais próximo da porta, para melhor poder defender, em caso de necessidade ou quando a cubata for ameaçada. O casal dorme na cubata com os filhos durante os primeiros anos de vida. Após o crescimento, os filhos são postos em cubata diferente ou vivem isoladamente dos pais.

3.5 Sobre o sistema de numeração verbal e gestual dos Nganguelas

Os povos, em todo o mundo, têm vindo a matematizar ou a contar desde tempos remotos. O povo africano aprendeu durante a sua história que contar e calcular se tornam muito difíceis, quando se utiliza, para cada quantidade, quer dizer para cada número, uma palavra ou um símbolo completamente novo e diferente. Se somente para os números de 1 a 100 se utilizassem palavras completamente diferentes e não relacionadas, imagine quão difícil seria memorizá-las na ordem correta. Para além disto, seria quase impossível executar cálculos com elas. Por isso, tornou-se necessário evitar, na indicação de números, demasiados símbolos ou palavras não relacionadas. A fim de ter modos práticos e úteis de contagem e para exprimir quantidades, e a fim de poder fazer os cálculos eficazmente, tornou-se necessário inventar sistemas de numeração bem estruturados. Importa-se apresentar alguns exemplos de sistemas de numeração utilizados em África. Sistemas de numeração falados, e sistemas simbólicos que utilizam partes do corpo ou objetos para contar ou indicar números (Gerdes, 2007b).

Numeração verbal

A maneira mais vulgar para evitar a invenção de palavras completamente novas para indicar números quando se avança com a contagem de quantidades maiores, foi a de compor numerais novos a partir de numerais verbais existentes, apoiando-se nas relações aritméticas entre os números envolvidos.

Na língua *Makhuwa* falada no Norte de Moçambique diz-se *thanu na moza*, isto é, cinco mais um, para exprimir seis. Sete é *thanu na pili*, isto é, cinco mais dois. Para exprimir vinte, diz-se *miloko mili*, isto é, dezenas duas, ou 10x2. Trinta é *miloko miraru*, isto é, dezenas três ou 10x3. Uma vez que *thanu* (5) e *nloko* (10) são dominantes na composição dos numerais verbais na língua *Makhuwa,* eles são chamados as bases do sistema *Makhuwa* de numeração. Nos dois primeiros exemplos, um e dois são adicionados a cinco. Nos outros exemplos, dez é multiplicado por dois e três, respetivamente.

As bases mais comuns em África são: 10, 5 e 20. Algumas línguas como *Nyungwe* (Moçambique) utilizam apenas a base dez. Outras tais como balante (Guiné Bissau) usam 5 e 20 como bases (Gerdes, 2007b).

Tabela 1 - Numeração em língua Nganguela, Cuando Cubango, Angola

Fonte: dados organizados pelo autor.

	numeral	estrutura
1	*Mosi / Mbosi*	
2	*Vali*	
3	*Tatu*	
4	*Wana*	
5	*Tanu*	
6	*Pandu*	
7	*Panduvali*	
8	*Tyinana*	
9	*Tyela*	
10	*Likumi*	
11	*Likumi na Tyimo*	10+1
12	*Likumi na vivali*	10+2
13	*Likumi na vitatu*	10+3
14	*Likumi na viwana*	10+4
15	*Likumi na vitanu*	10+5
16	*Likumi na Pandu*	10+6
17	*Likumi na Panduvali*	10+7
18	*Likumi na Tyinana*	10+8
19	*Likumi na Tyela*	10+9
20	*Makumi avali*	10x2
21	*Makumi avali na Tyimo*	10x2+1
22	*Makumi avali na vivali*	10x2+2
23	*Makumi avali na vitatu*	10x2+3

24	*Makumi avali na viwana*	10x2+4
25	*Makumi avali na vitanu*	10x2+5
26	*Makumi avali na pandu*	10x2+6
27	*Makumi avali na panduvali*	10x2+7
28	*Makumi avali na tyinana*	10x2+8
29	*Makumi avali na Tyela*	10x2+9
30	*Makumi atatu*	10x3
40	*Makumi awana*	10x4
50	*Makumi atanu*	10x5
60	*Makumi pandu*	10x6
70	*Makumi panduvali*	10x7
80	*Makumi tyinana*	10x8
90	*Makumi tyela*	10x9
100	*Tyita*	
101	*Tyita na tyimo*	10^2+1
102	*Tyita na vivali*	10^2+2
103	*Tyita na vitatu*	10^2+3
104	*Tyita na viwana*	10^2+4
105	*Tyita na vitanu*	10^2+5
106	*Tyita na pandu*	10^2+6
107	*Tyita na panduvali*	10^2+7
108	*Tyita na tyinana*	10^2+8
109	*Tyita na tyela*	10^2+9
110	*Tyita na likumi*	10^2+10
200	*Vita vivali*	$10^2 \times 2$
300	*Vita vitatu*	$10^2 \times 3$
400	*Vita viwana*	$10^2 \times 4$
500	*Vita vitanu*	$10^2 \times 5$
600	*Vita pandu*	$10^2 \times 6$
700	*Vita panduvali*	$10^2 \times 7$
800	*Vita tyinana*	$10^2 \times 8$
900	*Vita Tyela*	$10^2 \times 9$
1000	*Tyita tya likumi*	$10^2 \times 10$

Em Angola, a contagem numérica em línguas nacionais como, por exemplo, Nganguela, usa-se a base 10 (Tabela 1). A contagem dos números 11 até 19, em Nganguela, obtêm-se a partir das expressões *likumi na tyimo, likumi na vivali*, onde a palavra *na* significa mais ou adição. Os números 20, 30, 40 e 50 obtêm-se a partir das expressões *makumi avali, makumi atatu* com o prefixo *a* e a partir do número 60 escreve-se a palavra raiz *makumi pandu, makumi panduvali*. Importa salientar que os algarismos com o prefixo *a* assim como os sem prefixo, isto é a palavra raiz, efetua-se a multiplicação. Em outros casos aparece a palavra *Tya* para designar a multiplicação. Por exemplo, *Tyita tya likumi* que exprime 1000.

Na Tabela 1 mostra-se o sistema de numeração verbal do povo Nganguela.

Numeração gestual

De acordo com Gerdes (2007b) a contagem gestual, em África, é comum no seio de muitos povos. Os Yao (Malawi, Moçambique), por exemplo, representam 1, 2, 3 e 4 apontando com o polegar da mão direita 1, 2, 3 ou 4 dedos estendidos da mão esquerda. O número 5 é indicado fazendo punho da mão esquerda. Os números 6, 7, 8 e 9 são indicados juntando 1, 2, 3 ou 4 dedos estendidos da mão direita ao punho esquerdo. Para representar o número 10 abrem-se duas mãos, batendo uma na outra.

As imagens seguintes mostram essa realidade no caso do povo Nganguela (Figura 5).

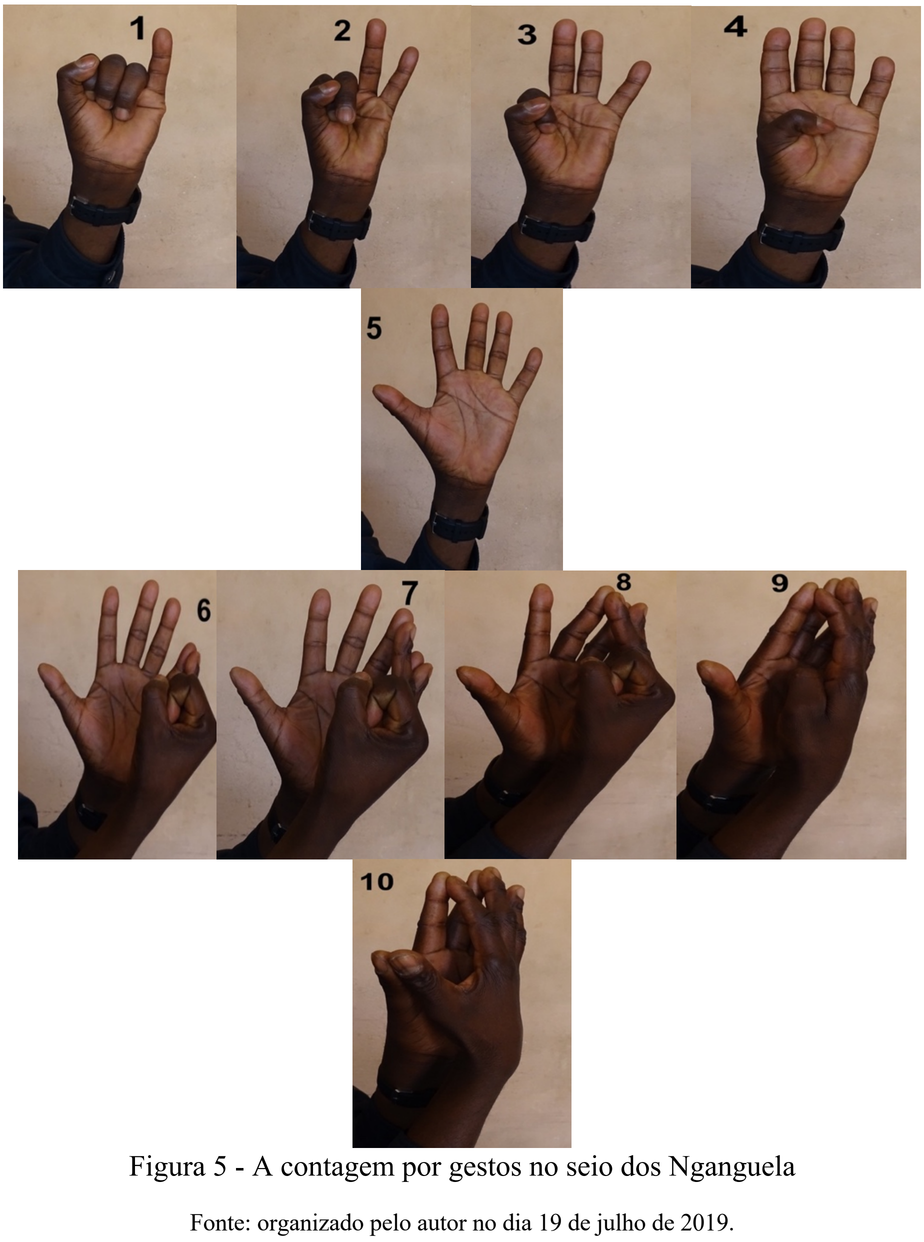


Figura 5 - A contagem por gestos no seio dos Nganguela

Fonte: organizado pelo autor no dia 19 de julho de 2019.

3.6 Descrição do estudo

Contexto

O presente estudo desenvolveu-se predominantemente no sul de Angola (Cuando Cubango), em dois ambientes, académico e não académico. No ambiente académico, decorreu em quatro escolas, das quais três do ensino secundário (uma delas a Escola do Magistério – "Mwene Vunongue") e uma do ensino superior (Escola Superior Pedagógica do Cuando Cubango, ESPEDCC, uma das unidades orgânicas da Universidade Cuito Cuanavale, Angola).

A Escola do Magistério – "Mwene Vunongue" tem quatro especialidades (Matemática/ Física, Biologia/ Química, Geografia/ História e Educação Primária), a Escola Superior Pedagógica do Cuando Cubango ministra os cursos de Matemática e Biologia, atinente à licenciatura, com a duração de cinco anos.

A Escola do Magistério forma ou capacita professores para ministrar ou lecionar no Ensino Primário e Primeiro Ciclo do Ensino Secundário, e a ESPDCC tem a missão de munir os futuros professores com competências científicas e metodológicas para poderem lecionar as disciplinas que fazem parte das grelhas curriculares das Escolas do Primeiro e Segundo Ciclo do Ensino Secundário e, até mesmo, da própria Instituição Universitária (ESPDCC e outras Unidades Orgânicas). Por outro lado, para resolver positivamente, através das suas competências adquiridas ao longo da formação, os problemas que forem apresentados pela comunidade angolana e do mundo em geral.

No ambiente não académico, decorreu na Direção Provincial da Cultura do Cuando Cubango e nas localidades: Luassenha; Lilunga; Chimpompo; Cuelei; Makuwa; Imbungo; Tchico; Chihongo; Sacaheta e Cuchi, habitadas pelo povo Nganguela.

Metodologia

A metodologia é o itinerário que se segue para atingir a realidade. Tal como afirma Alves (2007) a metodologia é um instrumento do investigador, uma vez que é através da especificação dos caminhos a serem adotados que se torna possível delimitar a criatividade e definir o como, onde, com quem, com que, quanto e de que maneira se pretende captar a realidade e os seus fenómenos.

As opções metodológicas de uma investigação dependem geralmente dos objetivos estabelecidos no estudo, e por consequência estão estreitamente relacionadas com as questões a que o estudo procura responder. Tal como foi apresentado no capítulo introdutório, o presente estudo pretende:

- Identificar artefactos culturais da etnia Nganguela (presente na província do Cuando Cubango, Angola) com potencial para "descongelar" ligações a conceitos matemáticos;

- Explorar e/ou analisar os artefactos culturais da etnia Nganguela identificados do ponto de vista dos conceitos matemáticos com potencial para ser usados na sala de aula e influenciar o ensino e a aprendizagem da matemática;
- Recolher opiniões de professores do ensino primário, ensino secundário e ensino superior (e junto dos estudantes da Escola de Formação de Professores e da Escola Superior Pedagógica do Cuando Cubango), de Cuando Cubango, Angola, sobre a relevância dos artefactos e as metodologias (ou vias) aconselháveis para possível incorporação dos mesmos no ensino da matemática;
- Elaborar tarefas (ou unidades didáticas) que suscitem metodologias alternativas que ajudem a desmistificar as ideias negativas dos alunos sobre a pouca relevância do ensino da matemática, usando os artefactos culturais identificados. Indagar de que modo as tarefas ou unidades didáticas aplicadas permitiram uma mudança das conceções dos alunos (ou futuros professores) sobre a Matemática e como poderão potenciar a motivação ou criar entusiasmo nos alunos pela procura de conhecimento matemático.

Neste trabalho, realizámos um estudo exploratório, optando por utilizar uma metodologia eminentemente qualitativa, de índole fenomenológica e interpretativa.
Julgamos que estas opções metodológicas são as que melhor podem servir os interesses da presente investigação.

Tal como referem Sousa e Baptista (2014) o investigador qualitativo procura compreender os sujeitos de investigação a partir dos quadros de referência, dos significados que são atribuídos aos acontecimentos, às palavras e aos objetos.
A investigação qualitativa envolve uma abordagem interpretativa naturalista. Isso significa que o investigador qualitativo estuda as coisas em sua natureza, tenta dar sentido ou interpretar fenómenos em termos dos significados para as pessoas (Denzin & Lincoln, 2017).

Na primeira parte da investigação, numa aproximação à abordagem de cariz etnográfico, observámos e procurámos compreender as ações ou tradições ou ainda aquilo que o povo Nganguela, o grupo étnico em estudo, faz no quotidiano, recolhendo testemunhos e artefactos.

Na segunda parte realizámos a análise e exploração das potencialidades das práticas e artefactos observados para o ensino da matemática, com ênfase na componente didática.

Na terceira parte foi testada a implementação de algumas atividades, sendo que o estudo seguiu uma metodologia interpretativa. recorrendo a uma organização por casos para aprofundar o nosso conhecimento sobre a reação de cada um dos intervenientes aos conceitos matemáticos identificados nos artefactos culturais estudados. Podemos ainda considerar a globalidade do estudo como um estudo de caso da matemática escondida nos artefactos e práticas quotidianas do grupo étnico Nganguela.

Em síntese, a partir do trabalho de campo em várias etapas tentámos analisar e compreender o impacto que a Matemática congelada em artefactos poderá ter no ensino da própria Matemática, percebendo melhor o "como" e os "porquês" da utilização educativa da Etnomatemática no contexto investigado (Ponte, 2006).

Instrumentos e procedimentos

Toda a investigação implica uma recolha de dados por parte do investigador, consistindo em reunir concretamente as informações requeridas, junto dos participantes ou das unidades de observação incluídas na amostra.

Existem dois tipos de dados que dizem respeito à investigação, a saber: primários e secundários. Os dados primários são dados (ou informações) que o investigador obtém diretamente através da conceção e aplicação de inquéritos, planeamento e condução de entrevistas e em estudos baseados na observação. Os dados secundários provêm da análise documental, na qual "o investigador tem acesso a informações trabalhadas por terceiros e procede à sua recolha em livros, dicionários, enciclopédias, internet, jornais e revistas" (Sousa & Baptista, 2014, p.71). Estes autores, ainda, apontam algumas questões que facilitam a recolha de dados (ou informações), tais como: "Como procurar dados ou informações? Qual a natureza dessa informação? A quem recolher essa informação?"

Existe uma interdependência entre a recolha e análise de dados, tal como afirma Pocinho (2012) o investigador deve antecipar e interrogar-se, regularmente, para cada resposta prevista: "será que a pergunta que coloco vai dar-me a informação e o grau de precisão de que necessito na fase posterior?". Ou ainda: "para que deve servir esta informação e como vou poder medi-la e relacioná-la com as outras?".

As técnicas utilizadas na recolha de dados devem ser coerentes com o tipo de estudo e o paradigma onde se insere, qualitativo ou quantitativo. As principais técnicas de recolha de dados são: "observação (observação participante ou não participante), entrevista (presencial, telefónica, em grupo), análise documental (atas, jornais, documentos privados ou públicos, cartas), materiais audiovisuais e inquéritos por questionário" (Sousa & Baptista, 2014, p.78).

A observação é uma técnica de recolha de dados que se baseia na presença do investigador no local de recolha em duas modalidades, a saber: observação participante e não participante.

A observação participante é uma técnica de investigação qualitativa adequada ao investigador que pretende compreender, num dado meio social, "um fenómeno que lhe é exterior e que lhe vai permitir integrar-se nas atividades/vivências das pessoas que nele vivem, realizando desta forma o trabalho de campo" (Sousa & Baptista, 2014, p. 89). A observação participante implica a inserção do investigador na população ou na sua organização ou na comunidade, para registar comportamentos, interações ou acontecimentos. A participação é uma forma de se aproximar, obviamente, da ação e de perceber ou entender o significado daquilo que os artesãos ou a população pratica. Na observação participante, o investigador tem de permanecer o tempo necessário para se integrar no ambiente e na cultura local, e ganhar a aceitação e confiança da população. Como sublinham Almeida e Pinto (1995, p. 105) a caraterística diferencial da observação participante, em relação às outras técnicas, consiste na inserção do observador no grupo observado, o que permite uma análise global e intensiva do objeto de estudo.

A observação não participante é uma técnica de investigação na qual o investigador observa o fenómeno do "lado de fora", não participa no decorrer das ações relacionadas com o mesmo, ou seja, é um "ator externo" (Sousa & Baptista, 2014, p.89).

Neste estudo podemos dizer que se realizou uma observação participante, até porque o autor pertence ao mesmo grupo étnico dos participantes no estudo.

Nesta fase, fotografámos os artefactos, efetuámos notas de campo, gravámos em áudio algumas conversas informais, gravámos em vídeo algumas entrevistas (quer com os funcionários da Direção Provincial da Cultura do Cuando Cubango, quer com os funcionários do Centro Cultural de Menongue, quer com os artesãos de diversas aldeias de alguns Municípios do Cuando Cubango, Angola).

A entrevista é uma poderosíssima técnica de recolha de dados pois pressupõe uma interação entre o entrevistado e o investigador, viabilizando a este último a obtenção de informação que nunca seria alcançada por meio de um questionário, uma vez que pode sempre pedir esclarecimentos adicionais ao entrevistado (ou inquirido) no caso da resposta obtida não ser suficientemente elucidativa (Silverman, 2000, citado por Coutinho, 2018). Quanto maior for a liberdade e a iniciativa deixada aos intervenientes na entrevista, quanto maior for a duração da entrevista, quanto mais vezes ela se repetir, mais profunda e mais rica será a informação recolhida (Almeida & Pinto, 1995). A entrevista visa a obtenção de informação através de questões que são colocadas ao inquirido pelo investigador. Estas questões podem ser abertas, fechadas ou uma mistura de ambas (Coutinho, 2018).

As entrevistas são vias que levam o investigador a obter ou recolher dados (ou informações), sendo que os mesmos podem ser obtidos ou recolhidos de modo presencial ou ainda à distância. Tal como diz Coutinho (2018) as entrevistas são conduzidas face a face, e também podem ser implementadas ou realizadas por telefone (com todas as implicações que daí derivam como seja a impossibilidade de percecionar as reações faciais ou físicas de entrevistado) ou pela internet.

Os métodos de entrevista caraterizam-se por um contacto direto entre o investigador e os seus interlocutores. O entrevistado exprime as suas perceções de um acontecimento ou de uma situação, as suas interpretações ou as suas experiências, ao passo que, através das suas perguntas abertas e das suas reações, o investigador facilita e/ou acompanha meticulosamente de modo a evitar que ela se afaste dos objetivos da investigação e permite que o interlocutor aceda a um grau máximo de autenticidade e de profundidade. A entrevista pode ser estruturada (ou diretiva), semiestruturada (ou semidiretiva) e não estruturada (ou não diretiva) (Pocinho, 2012).

A entrevista estruturada contém um conjunto de questões predefinidas, padronizadas e/ou sistematizadas, ou seja, o investigador leva um guião (ou roteiro) com perguntas fechadas ou predeterminadas à semelhança de um questionário (Seidman, 2006).

A entrevista semiestruturada (ou semidiretiva) é toda a entrevista que não é inteiramente aberta nem encaminhada por um grande número de perguntas precisas. O investigador dispõe de uma série de perguntas guia, relativamente abertas, a propósito das quais é imperativo receber uma informação da parte do entrevistado. Muitas vezes, o investigador "deixa andar" o entrevistado, para que este possa falar abertamente, com as palavras que desejar e pela ordem que lhe convier. O investigador esforça-se apenas para reencaminhar a entrevista para os seus objetivos de cada vez que o entrevistado deles se afastar e por colocar as perguntas às quais o entrevistado não chega por si próprio, no momento mais apropriado e de forma tão natural quanto possível (Pocinho, 2012).

Na entrevista não estruturada (ou não diretiva), o investigador usa perguntas abertas e a sua principal tarefa é desenvolver e/ou explorar as respostas (ou dados) dos participantes ou entrevistados (Seidman, 2006). Na mesma senda, Pocinho (2012) afirma que nesta entrevista, o investigador (ou entrevistado) não dispõe de perguntas preestabelecidas, como no inquérito por questionário, mas sim de uma lista de tópicos precisos relativos ao tema estruturado. Ao longo da entrevista, o investigador aborda esses tópicos, mas de modo livre, escolhido no momento, de acordo com o desenrolar da conversa.

Neste estudo foi escolhida a técnica da entrevista semiestruturada, a partir de uma série de perguntas guia. Mas a entrevista ia decorrendo de forma natural, com introdução de novas questões que iam surgindo no contexto da própria conversa. As entrevistas foram aplicadas a professores de diversas escolas, incidindo sobre as dificuldades dos alunos a Matemática e explorando como tarefas etnomatemáticas poderiam ser contributivas. As entrevistas estão reproduzidas no Anexo 5.

O inquérito é uma técnica que permite observar relações ao nível dos indivíduos e obter respostas ou informações mais ricas proporcionadas ou fornecidas pelos inquiridos ou participantes no estudo, e pode ser realizado com o recurso a entrevistas ou a questionários (aberto ou fechado) (Ghiglione & Matalon, 1997). No inquérito por questionário as perguntas ou questões são apresentadas através de um formulário que o inquirido preenche (Coutinho, 2018).

Neste estudo, usámos questionários exploratórios bastante abertos (ver Anexo 3) que nos permitiram conhecer melhor a opinião de estudantes sobre a Matemática em geral, sobre as suas aplicações e sobre a eventual relação com artefectos existentes na província do Cuando Cubango.

O questionário exploratório (reproduzido no Anexo 3) integra quatro grupos, alguns com questões abertas e outros com questões fechadas. O primeiro grupo abarca dados pessoais dos alunos, o segundo grupo integra dados académicos, o terceiro grupo destaca a relação dos alunos com a matemática e o quarto grupo trata das questões relacionadas com artefactos (ou produções culturais) presentes na comunidade da etnia Nganguela que envolvem saberes matemáticos, sua relevância bem como a possível incorporação no ensino da matemática. As questões fechadas inserem-se numa linha direta (sim e não) que cada aluno colocou por baixo de cada questão uma cruz (x) conforme o grau de concordância com cada uma. À linha direta, além do "sim" e "não", correspondem também os termos a seguir: discordo completamente ou detesto, discordo bastante ou não gosto, indiferente ou discordo, gosto ou concordo, gosto muito ou concordo completamente. As questões abertas inserem-se numa linha argumentativa, ou melhor, cada aluno respondeu e justificou as suas afirmações ou posições.

Finalmente, a análise documental é uma técnica importante na investigação qualitativa, seja "complementando informações obtidas por outras técnicas, seja através da descoberta de novos aspetos sobre um tema ou problema" (Sousa & Baptista, 2014, p.89).

Os dados recolhidos requerem um tratamento e análise para se ter a imagem conclusiva do estudo. Não existe um momento em particular para o início da análise de dados. Uma rigorosa análise de dados é fundamental em qualquer investigação para assegurar a validade e a fiabilidade do estudo. Todo o estudo carece de uma análise de conteúdos.

Os dados que recolhemos foram analisados em quatro fases. Na primeira fase interpretámos/ analisámos os artefactos matemáticos, na segunda fase analisámos os dados recolhidos por meio de questionários aplicados aos alunos, na terceira fase analisámos os dados recolhidos por meio de entrevistas aplicadas ao corpo docente de diferentes níveis de ensino da região sul de Angola, na quarta fase e última analisámos as respostas produzidas pelos alunos da Escola de Formação de Professores.

A análise de dados foi descritiva e predominantemente qualitativa, apesar de existirem alguns dados quantificáveis, resultando da aplicação de questionários.

Participantes

Neste ponto, descrevemos as pessoas que fizeram parte da investigação. Todas as pessoas aceitaram voluntariamente participar e autorizaram que os seus nomes e imagens fossem apresentados (Cf. Anexo 2)

O autor

O autor viveu sempre no Cuando-Cubango. Antes de ter ingressado no Ensino Médio, o autor efetuava trabalhos artesanais, manufaturava esteiras, balaios, cadeiras de madeira (ou pele), armadilhas de pesca e de caça. O autor aprendeu com o seu pai, que era artesão, carpinteiro, agricultor e criador de gado. O pai, na sua atividade de artesão, manufaturava diversos artefactos ou objetos de uso comum como, por exemplo, balaios (pequeno e grande), esteiras, mesas de madeira, cadeiras de pele, almofarizes, pisadores, armadilhas de pesca, armadilhas de caça, portas de madeira e outras, que eram comercializados no mercado informal ou usados em casa para a subsistência da Família.
A sua vivência e o seu conhecimento prévio foram fundamentais para a sua motivação para este trabalho.

Os povos da etnia Nganguela

Ao longo da investigação sobre a exploração dos artefactos ou produções culturais (azagaia ou arma de caça, casas tradicionais de pau-a-pique, nassas ou armadilha de pesca, cortiço ou colmeia, balaio, fole de forja ou *muyeveyo*, machado, jugo ou canga, panela de madeira, prato de madeira, cadeira de pele, mapa de madeira), que incorporam matemática, presentes na província do Cuando Cubango, tivemos contacto direto com elementos do grupo étnico Nganguela.

A seguir, referimos as aldeias que visitámos e os habitantes que contactámos ao longo da investigação.

Visitámos a aldeia do Imbungo (aldeia do Munícipio de Menongue, Cuando Cubango, Angola), contactámos ou procuramos saber junto da senhora do grupo étnico Nganguela sobre os objetos artesanais (ou artefactos) e fizemos algumas perguntas básicas sobre a utilidade destes objetos. Neste local, recolhemos o pisador (objeto artesanal que serve para triturar os cereais, por exemplo, o milho, massango, bombó), tal como mostra a Figura 6:

a b

Figura 6 - Aldeia do Imbungo, Menongue, Angola

Fonte: Fotografias do autor datadas de 13.05.2018

Prosseguindo, visitámos a aldeia do Chimpompo, tivemos contacto direto com 5 senhoras (todas da etnia Nganguela) acompanhadas por três crianças e fizemos algumas questões básicas sobre o modo da dupla trituração ou "pilagem" (ou seja, duas pessoas juntas a pilar). Neste local, conseguimos recolher o pisador, almofariz, balaio e cadeira de pele, tal como mostra a Figura 7:

a b

Figura 7 - Aldeia do Chimpompo, Menongue, Angola

Fonte: Fotografias do autor datadas de 13.05.2018

Visitámos a aldeia do Tchico, contactámos três habitantes (um mais velho e dois adolescentes) e fizemos algumas perguntas básicas sobre o modo de confeção bem como a utilidade dos artefactos encontrados no local. Conseguimos recolher, nesta localidade, a colmeia, jugo, almofariz e fole de forja (ou *muyeveyo*, em língua local), conforme indica a Figura 8.


a b


c d

Figura 8 - Aldeia do Tchico, Menongue (Angola)

Fonte: Fotografias do autor datadas de 13.05.2018

Visitámos a aldeia de Makuwa, contactámos três senhoras (todas da etnia Nganguela) e dirigimos algumas perguntas básicas no sentido de obtermos informações (ou dados) acerca dos tipos de pisador e o modo da tripla trituração (ou três senhoras juntas a pilar no mesmo almofariz). Nesta localidade, conseguimos recolher almofariz e dois tipos de pisadores (um com base ou "chapeuzinho" e outro sem base), tal como mostra a Figura 9.


a b

Figura 9 - Aldeia do Makuwa, Menongue (Angola)

Fonte: Fotografias do autor datadas de 13.05.2018

Visitámos a aldeia de Lilunga, contactámos uma pessoa (da mesma etnia) e fizemos algumas perguntas básicas sobre o machado e a sua utilidade, ilustrado na figura seguinte:

Figura 10 - Aldeia de Lilunga, Menongue (Angola)

Fonte: Fotografias do autor datadas de 13. 05.2018

Visitámos a aldeia do Tchihongo, contactámos um indivíduo (da mesma etnia) e fizemos algumas questões básicas sobre o modo de confeção (ou manufatura) do balaio bem como a sua utilidade. Tal como mostra a figura seguinte (Fig. 11):

a b

c
Figura 11 - Aldeia do Tchihongo, Menongue (Angola)

Fonte: Fotografias do autor datadas de 01.06.2016

Visitámos a aldeia de Sacaheta, contactámos duas pessoas acompanhadas por duas crianças (da mesma etnia) e fizemos algumas questões sobre a maneira de confeção bem como a utilidade do artefacto. Conseguimos recolher, neste local, a nassa (ou armadilha para pesca), conforme indica a Figura 12.

a b

Figura 12 - Aldeia do Sacaheta, Menongue

Fonte: Fotografias do autor datadas de 01.06.2017

Continuando, visitámos a Direcão da Cultura Provincial do Cuando Cubango, tivemos um contacto direto ou conversa com dois funcionários (durante aproximadamente uma hora) e, depois, seguimos com um deles (funcionário) até ao centro cultural. Neste local (Direção da Cultura Provincial do Cuando Cubango), conseguimos obter informações (ou dados) sobre o povo Nganguela, as localidades (ou aldeias) onde habita (ou vive) este povo e a localização dos artesãos, em particular os do grupo étnico Nganguela, tal como mostra a Figura 13.

a b

Figura 13 - Autor e dois funcionários da Direção Provincial da Cultura do Cuando Cubango, Angola

Fonte: Fotografias do autor datadas de 10.04.2018

Visitámos o centro cultural de Menongue, onde observámos e/ou trabalhámos com três artesãos cerca de três dias. Ao longo da investigação, fizemos perguntas exploratórias ou conseguimos obter dados sobre os artefactos confecionados localmente, as técnicas utilizadas na confeção (ou manufatura) dos mesmos, a utilidade de cada um dos artefactos. Neste local, recolhemos a cadeira de pele, azagaia, nassa (ou musiva), balaio, almofariz, prato de madeira, panela de madeira, mapa de madeira, tal como ilustra a Figura 14.

a b c

d e f

g

Figura 14 - Centro Cultural, Menongue, Angola

Fonte: Fotografias do autor datadas de 30.04.2018

Por fim, visitámos o Centro da Diocese de Menongue, estivemos com o Representante da Universidade Aberta (por coincidência é o autor do livro intitulado a *Pérola Etno-Antropológica dos Nganguelas*), dirigimos perguntas exploratórias, ou seja, procurámos saber, de forma sintetizada, sobre o povo do grupo étnico Nganguela e sua relação com a matemática (mormente a maneira de contagem oral e gestual), tal como indica a Figura 15.

a b

c d

Figura 15 - Entrevista com o Representante da Universidade Aberta, Diocese do Menongue, Cuando Cubango, Angola (à esquerda da imagem b está o Representante da Universidade Aberta, Diocese do Menongue e à direita está o autor)

Fonte: Fotografias do autor datadas de 05.08.2019

A comunidade escolar (escolas, professores e alunos)

As escolas (Escola de Formação de Professores atualmente Escola do Magistério – "Mwene Vunongue, Complexo Escolar Nº 26 CCM2 "João Bosco dos Santos - Mbembwa" e Escola Superior Pedagógica do Cuando Cubango da Universidade Cuito Cuanavale) onde foram feitas as entrevistas.
Os professores de matemática manifestaram grande interesse, participaram de forma ativa e repercutiram na seleção das metodologias aconselháveis para a possível incorporação dos artefactos (ou produções culturais que envolvem saberes matemáticos) no ensino da matemática (vide as Figura 16, Figura 17 e Figura 18).

Figura 16 - Entrevista com os professores de matemática (à esquerda das imagens estão os professores de matemática e à direita está o autor). Escola do Magistério – "Mwene Vunongue"

Fonte: Fotografias do autor datadas de 19.07.2019.

a b

Figura 17 - Entrevista com os professores de matemática do ensino primário e secundário (do lado direito, das duas imagens, está o autor e lado esquerdo estão os professores). Complexo Escolar Nº 26 CCM2 "João Bosco dos Santos - Mbembwa", Menongue, Cuando Cubango

Fonte: Fotografias do autor datadas de 02.09.2019.

Figura 18 - Entrevista com professor de matemática do ensino superior (à esquerda está o professor de matemática e à direita está o autor). Escola Superior Pedagógica do Cuando Cubango

Fonte: Fotografia do autor datada de 19.08.2019

O grupo de alunos participante neste estudo era constituído por alunos de diversas escolas ou níveis de ensino. Participaram 102 alunos do Ensino Secundário (31 alunos da 9ª classe, 45 da 12ª classe e 26 da 13ª classe) e 67 alunos da Escola Superior Pedagógica do Cuando Cubango da Universidade Cuito Cuanavale (32 alunos de licenciatura do curso de Ensino da Matemática e 35 alunos do curso de Ensino da Biologia). Importa salientar que no terceiro momento, por conta da situação pandémica (covid-19), trabalhou-se com 9 alunos de licenciatura do curso pós-laboral.

Figura 19 - Alunos da 10ª Classe, Especialidade: Ciências Económicas e Jurídicas (Escola do 2º Ciclo do Ensino Secundário Formação Geral 22 de Novembro, Menongue, Angola)

Fonte: Fotografia do autor datada de 26.08.2019.

Figura 20 - Alunos da 12ª Classe, Especialidade: Ciências Físicas e Biológicas (Escola do 2º Ciclo do Ensino Secundário Formação Geral 22 de Novembro, Menongue, Angola)

Fonte: Fotografia do autor datada de 26.08.2019.

Os alunos durante a realização do questionário manifestaram interesse, participaram de forma ativa e responderam a todas as questões colocadas (abertas e fechadas). Os dados (ou respostas) obtidos, por esta via, serviram de ponto de partida para o acesso, do autor, à terceira fase de investigação ou para a elaboração das tarefas (com quesitos que envolvem artefactos culturais com saberes matemáticos). As Figuras Figura 19 a Figura 25 mostram as classes onde foram aplicados os questionários.

Figura 21 - Alunos da 13ª Classe, Especialidade: Matemática e Física (Escola do Magistério- "Mwene Vunongue")

Fonte: Fotografia do autor datada de 22.07.2019.

Figura 22 - Alunos do 1º Ano de Licenciatura do Curso de Ensino da Matemática (Escola Superior Pedagógica do Cuando Cubango da Universidade Cuito Cuanavale)

Fonte: Fotografia do autor datada de 20.08.2019

Figura 23 - Alunos do 1º Ano de Licenciatura do Curso de Ensino da Biologia (Escola Superior Pedagógica do Cuando Cubango da Universidade Cuito Cuanavale)

Fonte: Fotografia do autor datada de 20.08.2019

Figura 24 - Alunos da 7ª Classe (Complexo Escolar Nº 26 CCM2 "João Bosco dos Santos - Mbembwa")

Fonte: Fotografia do autor datada de 03.09.2019

Figura 25 - Alunos da 9ª Classe (Complexo Escolar Nº 26 CCM2 "João Bosco dos Santos - Mbembwa")

Fonte: Fotografia do autor datada de 03.09.2019

Capítulo 4: Alguns Artefactos Culturais do Grupo Étnico Nganguela

Neste capítulo, descrevemos artefactos culturais do grupo étnico Nganguela, que envolvem alguns saberes matemáticos, com potencial para ser incorporados no ensino da matemática.

4.1 Almofariz

O almofariz é um utensílio culinário que o povo Nganguela usa para moer alimentos. É feito a partir de um tronco escavado, de madeira macia, com dimensões que variam entre 46 a 55 cm de altura e com diâmetro entre 26 a 30 cm. Põe-se, dentro da cavidade do almofariz, o produto (milho, massango, massambala, bombó), que é batido ou triturado com bastão liso "pisador" entre 1,8 a 2 m de altura (de acordo com o tamanho do almofariz). Tal é evidenciado nas imagens da figura 27.

Figura 26 - Almofarizes

Fonte: Fotografias do autor datadas de 13.05.2018

Em Angola, em particular na província do Cuando Cubango, o almofariz é usado desde os primórdios até hoje. É um utensílio doméstico que as mulheres desta região não prescindem nos seus trabalhos quotidianos. Nos casamentos, por exemplo, a família oferece o almofariz à mulher recém-casada. O seu uso, hoje, embora com uma enorme quantidade de moagens, é frequente ou constante. Um dos artesãos, da aldeia "Imbungo", afirmou que o almofariz é muito importante para os trabalhos domésticos. Com este elemento as mulheres trituram ou moem o milho e outros cereais para o sustento humano. A fabricação ou manufaturação do almofariz, segundo o mesmo, envolve muita técnica ou artifício. É preciso pensar bastante para que o trabalho corra da melhor forma e seja, também, atraente. O almofariz pode ser utilizado por várias pessoas ao mesmo tempo, cada uma com um bastão (pisador), que vão batendo os grãos alternadamente, ao som de uma melopeia que dá o ritmo das batidas. Para além de moer os cereais é também utilizado para descascar ou desfarelar o milho e outros cereais, conforme mostram as imagens seguintes.

a b c

Figura 27 - Três senhoras a pilar (a), duas senhoras a pilar (b) e uma senhora (c)

Fonte: Fotografias do autor datadas de 13.05.2018

Eis uma breve entrevista ao artesão, feita pelo investigador.

Autor: para além de almofariz, fazes outras coisas?
Artesão: sim, faço muitas coisas. Faço pisador, balaio (grande e pequeno), azagaias, nassas (musivas), casas tradicionais.
Autor: como é que fazes essas coisas todas?
Artesão: anda tudo na minha cabeça. É só falar, quero isso, eu faço.
Autor: quanto tempo dura para fazer o almofariz?
Artesão: dois ou mais [dias]...
Autor: como e com quem aprendeste?
Artesão: aprendi com o meu pai.
Autor: foi muito difícil para aprender?
Artesão: não, foi fácil. Sempre que ele fazia, eu, olhava ou acompanhava.
Autor: fizeste quanto tempo para aprender?
Artesão: fiz pouco tempo (3 dias).
Autor: foste muito rápido!
Artesão: sorriu...
Autor: este trabalho é bom?
Artesão: sim, é muito bom
Autor: porquê?
Artesão: porque eu gosto de fazer almofariz.
Autor: É preciso muitos instrumentos para fazer almofariz?
Artesão: não, apenas três instrumentos.
Autor: quais são?
Artesão: machado, serrote, martelo, faca, lixa, lima "vulgo likwengo". Para adornar uso agulha grossa e outros elementos.
Autor: existe uma forma específica para almofariz?
Artesão: sim, existe. A parte de baixo do almofariz, que assenta no chão, tem de ser lisa e redonda e a parte de cima, onde se põe o milho ou os cereais, é também redonda.
Autor: por que a parte que assenta no chão tem esta forma?
Artesão: é para sentar bem no chão ou para não se mexer na hora de pisar.
Autor: por que a parte de cima tem a forma redonda?
Artesão: tem a forma redonda, porque ao fazer o almofariz usamos lima "vulgo likwengo" e o movimento que fazemos ao limar, para encontrar o buraco, dos cereais, é giratório.

Autor: se for outra forma?
Artesão: outra forma não vai resultar, porque ao limar giramos ou seguimos este movimento.
Autor: como é que fazes para ter a mesma medida ou para ser direto?
Artesão: faço com muito cuidado. Tudo que eu faço, como disse anteriormente, já anda na minha cabeça. É só olhar e faço logo.

Portanto, olhando para almofarizes e a sua forma de manufaturação ou a partir da conversa, notamos ou verificamos a presença da matemática "congelada" que pode elevar ou promover o nível de assimilação dos alunos, ou seja, motivar para aprender e apreender melhor a matemática. Os adornos, neles aplicados, que promovem o gosto, envolvem diversas ideias matemáticas, como: retas paralelas, retas concorrentes ou cruzes, perpendicularidade, vértices, ângulos, triângulos.

4.2 Balaio

O balaio *lisewa* é um utensílio que as mulheres em Angola, mormente as da etnia Nganguela, usam para os trabalhos domésticos. Tem uma forma circular e é feito com paus finos e redondos, que se denominam *Zitondo* (paus próprios para o balaio), e *cordas zondzi*; com agulha *chitombolo* faz-se a costura do balaio (ver Figura 28). O povo Nganguela usa este utensílio para diversos fins, por exemplo, conservar a fuba (milho, massango, massambala), peneirar ou tirar o farelo após a trituração do milho.

Durante o estudo, conseguimos notar a presença de ideias matemáticas (losango, círculo, quadrilátero, retas paralelas), no balaio bem como na sua fabricação. Os artesãos, durante a nossa conversa, não conseguiram explicar a matemática "escondida" que eles aplicam. A técnica que eles usam para manufaturar ou adornar o balaio envolve matemática. Ou seja, aplicam muita matemática. Tal como diz o investigador Gerdes (1991) o artesão que imita uma técnica de produção conhecida não está, geralmente, a fazer muita matemática, mas o artesão que noutros tempos elaborou ou modificou a técnica teve de fazer matemática, desenvolver matemática, estava na realidade a pensar matematicamente.


a


b


c

d *e* *f*

Figura 28 - Balaios (grande e pequeno)

Fonte: Fotografias do autor datadas de 10.05.2018

4.3 Nassa (ou musiva)

A nassa é uma armadilha que os Nganguelas usam, com maior frequência, para apanhar peixe. É feita com pequenos paus finos redondos ou ervas do campo e cordas, bem preparadas, extraídas em árvores próprias. Tem a forma de um cone. Tem, no máximo, duas portas de entrada, chamadas *tsilazi* singular e *vilazi* plural, com o formato de um polígono. As portas são colocadas de forma oblíqua para impedir a saída do peixe. Nos rios onde há muita corrente de água, a porta de entrada ou *tsilazi* da nassa (*musiva)* deve ser virada para cima para que os alimentos (funje de farelo) permaneçam dentro da nassa (ver Figura 29).

A pesca é realizada por homens e mulheres, que para tal tenham disposição, fazendo nassas e improvisando diques nos rios de pequeno curso para melhor apanharem os peixes. Estas nassas chamam-se *musivas* e, geralmente, são feitas pelos homens. Alguns pescadores de profissão fazem grandes nassas de caniço e rede para apanharem peixes maiores. Este tipo de pesca efetua-se tanto na época chuvosa como na época árida. A pesca, para este povo, é valiosa porque diminui a carência de conduto.
As mulheres fabricam ou fazem grandes nassas, *viyengo* plural *tyengo* singular, com as quais pescam em riachos e rios pouco profundos. O peixe é consumido fresco. Só o secam se for para vender ou para comer nos dias posteriores. As mulheres vão à pesca, normalmente, no tempo seco, quando o rio diminui o caudal.
Para além de nassas *musiva*, os homens, usam também anzol n*dyolo* singular e *zindyolo* plural para os trabalhos afins.

a *b* *c*

d *e* *f* *g*

Figura 29 - Nassas (armadilhas de pesca)

Fonte: Fotografias do autor datadas de 30.04.2018

Eis uma breve conversa com o artesão realizada pelo investigador (ver Figura 30).

Autor: o que é necessário para fazer uma nassa?
Artesão: primeiro temos que ter paus finos ou capim grosso. Estes paus, nós chamamos de *missacala*, árvore própria para nassa *musiva.* Buscamos ou encontramos na mata. Tiramos as folhas e cascas e, depois, metemos os paus finos ao fogo para ficar mole ou frágil e daí prendemos os mesmos para não ficar torcidos. Só tiramos ou desprendemos no dia de fazermos a nassa *musiva.*
Autor: faz quantos dias para fazer uma nassa?
Artesão: faço, normalmente, um dia. Começo de manhã e a tarde termino.
Autor: os paus, ao ser cascados ou preparados, têm uma forma própria?
Artesão: sim, tem uma forma.

Figura 30 - Autor e o artesão no Centro Cultural Municipal de Menongue

Fonte: Fotografias do autor datadas de 30.04.2018

Autor: qual é a forma?
Artesão: os paus têm de ser redondos *wamuvundungulu*. Tiramos as folhas e as cascas até que os mesmos, paus, tenham esta forma.
Autor: se for outra forma?
Artesão: não dá, não resulta. Nós nunca fizemos nassa com os paus com uma outra forma.
Autor: porquê?
Artesão: na hora de coser ou pôr as cordas se os paus não forem redondos, a nassa *musiva* não dá certo. Eu estou a bastante tempo a fazer nassas nunca vi ou nunca fiz com os paus não redondos.
Autor: as pontas do pau da nassa têm o mesmo tamanho?
Artesão: não têm o mesmo tamanho. Tem uma ponta grossa e a outra fina.

Autor: este tamanho da extremidade do pau é natural?
Artesão: bem, existe paus ou árvores com tamanho natural, por exemplo, os paus ou capim grosso que nós chamamos *cacuve*. Agora existem outros paus que não nos apresentam este tamanho. Nós é que preparamos ou cascamos, por exemplo, os paus *missacala.*
Autor: qual é o tamanho do pau para nassa?
Artesão: nós fazemos nassa *musiva* com o tamanho próprio, isto é, uma ponta do pau grande e outra ponta pequena.
Autor: porquê?
Artesão: usamos este pau, com este tamanho, para corresponder com as características ou formato da *musiva.*
Autor: qual é o formato?
Artesão: bem, a *musiva* para ser chamada *musiva* tem de ter um formato de funil. E fica fácil, quando usamos este tamanho.
Autor: a *musiva* tem porta de entrada?
Artesão: sim, tem porta de entrada. Esta porta, chama-se *chilazi* singular e *vilazi* plural.
Autor: como é feita esta porta *chilazi*?
Artesão: fazemos com os mesmos paus que usamos na *musiva,* cosemos os paus, dobramos e deixamos uma pequena abertura, com cantos, para a entrada de peixe. Colocamos *chilazi* com todo o cuidado para impedir a saída de peixe na *musiva*.
Autor: qual é o cuidado?
Artesão: bem, não se pode meter *chilazi* direto e ao fazer deve ter cantos para o peixe não sair.
Autor: uma porta *chilazi* no máximo pode ter quantos cantos?
Artesão: 5 a 6 cantos.

Portanto, no que foi exposto pelo artesão sobre a construção (ou manufaturação) das nassas *musivas*, nota-se a presença de padrões geométricos (pentágono, hexágono, cone, retas oblíquas, círculos, vértices).

Note-se que existe uma *nassa* no Centro Internacional das Artes José de Guimarães, na cidade de Guimarães, integrada numa exposição de etnografia africana (Figura 31).

Figura 31 - Exposição do Centro Internacional das Artes José de Guimarães

Fotografia de Jaime Carvalho e Silva (04.10.2020)

4.4 Arco e flecha (ou azagaia)

Este parágrafo é baseado em artigo já publicado (Selezi & Carvalho e Silva, 2018). A norma geral em Angola é que os homens, em particular do grupo étnico Ngangela, podem caçar ou abater qualquer animal que encontrarem. Por isso, todos os homens andam munidos de instrumentos de defesa pessoal e de caça: zagaias (com flechas), lanças, espadas, porrinhos, machados e facas. Os homens andam com estes instrumentos por todo o lado, pois a mata é o lugar natural dos animais selvagens e, muitas vezes, ferozes, como o leão, a onça ou a cobra.

Os caçadores profissionais criam animais de caça, isto é, cães que os ajudam na caça de palancas, gungas, cabras da mata, coelhos e outros animais. Estes caçadores podem usar armas de fogo *Kanyangulu*, adquiridas em permuta de gados bovinos e outros artigos. Porém, os caçadores que utilizam cães, ocupam uma classe diferente daqueles que singelamente usam armas de fogo. Geralmente, com este tipo de armas, não utilizam cães para não pasmarem os animais. Preferem abater os animais cautamente ou clandestinamente. Os que utilizam cães, caçam perseguindo os animais. Os cães correm atrás destes, até eles ficarem cansados e, por seu turno, os caçadores abatem-nos com zagaias ou com lanças.

O tempo de caça depende, obviamente, dos instrumentos que forem usados pelos caçadores. O tempo próprio de caça com zagaias ou com cães é o tempo árido, o tempo de queimadas. Para os caçadores de armas de fogo, qualquer tempo é próprio, porque são eles que procuram os animais. Uma vez encontrados, os caçadores procuram o sentido do vento, aproximam-se no sentido oposto e atiram.

Os Nganguelas usam a *zagaia* como arma de defesa e arma de caça. As flechas (também chamadas zagaias) são feitas, geralmente, de madeira. As mesmas são lançadas por um arco de madeira, ligado nas duas pontas por uma corda de pele bem tensa. É uma arma que este povo usa com maior frequência e, vulgarmente, é designada por *vuta vwa lukusa*, sendo a sua companheira nas viagens pelo mato e, por vezes, o seu instrumento de defesa pessoal, sobretudo em períodos noturnos. Manejam esta arma com imensa destreza, ou seja, os caçadores, na utilização de zagaia, exercem ou aplicam muita força para atingir o animal mesmo que esteja distante. Quando se puxa o atirador *mwivu* (ou seta) - dependendo da força que for exercida pelo caçador – a medida do ângulo subtendido pelo arco varia. Isto, sem sombra de dúvida, leva ou conduz à formação do conceito de ângulo, conforme mostram as imagens das figuras 32 a Figura **34**.

a ***b***

Figura 32 - Zagaias

Fonte: Fotografias do autor datadas de 30.04.2018

Figura 33 - Uma zagaia é constituída por um arco de madeira e por uma corda de pele que permitem lançar uma flecha (normalmente de madeira) também chamada seta ou mesmo zagaia, atirador ou mwivu, com considerável velocidade e precisão

Fonte: Fotografia do autor datada de 30.04.2018

Figura 34 - Autor e artesão

Fonte: Fotografia do autor datada de 30.04.2018

Eis uma breve conversa com um caçador, realizada pelo investigador.

Autor: está a quanto tempo a fazer este tipo de armas?
Caçador: há muito tempo. Desde criança já fazia ou fabricava zagaias.
Autor: como é que faz?
Caçador: corto pau primeiro e começo a tirar casca com o machado e com a faca. Lubrifico o pau com *vulongo* e em seguida ponho ao fogo.
Autor: não é possível fazer sem untar ou lubrificar o pau?
Caçador: sim, não é possível. Porque, se eu não lubrificar, o pau não vai entortar ou dobrar quando meter a corda.
Autor: se não entortar ou dobrar?
Caçador: não dá certo. Tem que se entortar o pau. Porque, se eu não fizer isto, ao amarrar a corda nas duas pontas ou extremidades, não vai resultar.
Autor: qual é o nome dessa corda?
Caçador: é a corda da pele do gado bovino *lukussa*. É esta que nos ajuda a manter o pau da zagaia em forma dum arco.
Autor: só tem esta forma?
Caçador: sim.

Autor: porquê?
Caçador: porque a zagaia tem esta forma.
Autor: o atirador *mwivu* fica em qualquer posição da zagaia?
Caçador: não, o *mwivu* tem uma posição própria.
Autor: qual é a posição?
Caçador: no meio da zagaia, é onde fica ou colocamos o atirador *mwivu.*
Autor: se não for no meio da zagaia?
Caçador: não fica bem. Porque ao atirar ou ao puxar, o *mwivu* não vai longe ou não vai ter força.
Autor: as pessoas que usam zagaias fazem ou cumprem isso?
Caçador: sim, cumprem ou colocam sempre o atirador no meio da corda da zagaia para conseguir atirar com sucesso.
Autor: como é que vai saber, que aqui é no meio, se a corda da zagaia não está marcada ou assinalada?
Caçador: ele vai ver que aqui é no meio. Todos que fazem isso já não falham.
Autor: é verdade?
Caçador: sim, é verdade. Porque eu também faço isto. Já anda na cabeça. Sempre que a pessoa estiver a usar a zagaia sabe a posição própria onde vai meter o atirador.
Autor: existem árvores próprias para fazer zagaias?
Caçador: sim, existem.
Autor: quais são?
Caçador: *mucuve, muhonga ndumba* (tipo de árvores).

Este diálogo levou-nos a perceber e a confirmar a presença dos saberes matemáticos envolvidos na zagaia e na sua manufaturação.

4.5 Casas tradicionais (ou pau-a-pique)

O grupo étnico Nganguela é um dos povos, em particular em Angola, que pratica e teoriza as suas atividades tencionadas no âmbito das convivências promovidas pelas suas necessidades do quotidiano. Tal como todo o ser humano, para se defender dos fenómenos naturais, precisa de abrigo ou construir casas para sua proteção. O povo Nganguela, no corte de paus ou na construção de moradias ou cubatas, aplica vários conhecimentos matemáticos e, porém, os mesmos, não são reconhecidos. Conhecimentos matemáticos, como: projeções, variação de ângulos nos eixos axiais, noção das retas concorrentes, retas paralelas, perpendicularidade, figuras geométricas.

Os construtores de casas pau-a-pique, do grupo étnico Nganguela, fazem os trabalhos de forma sábia. Esta construção faz-se mediante as condições do terreno. Antes de encetar a construção, com a projeção da estrutura de casa, o povo Nganguela desmata (corta os paus ou troncos) e desbrava a área. Tal como afirma Dias (2015) "as casas tradicionais são projetadas e assentes em lugares considerados apropriados pelos mais idosos (pessoas com experiências), tendo em conta as condições climatéricas e do relevo decente e a adequação do solo (zona ampla plana), com uma amplitude de diâmetro que varia entre 30 e 200 metros" (p. 133). A casa tradicional "pau-a-pique" é construção destinada para moradia. Antigamente, a construção baseava-se, simplesmente, em forma circular e sem compartimentos e eram obrigados, segundo as necessidades, a construir outras casas do mesmo formato (Figuras 35 e 36). Uma delas destinava-se à cozinha *tyisambwe*.

a *b* *c*

d *e*

Figura 35 - Casas tradicionais (ou de pau-a-pique)

Fonte: Fotografias do autor datadas de 15.04.2018

À medida que o tempo foi passando, este povo, descobriu outra forma (retangular) e construía, para além de casas circulares, casas de forma retangular, no máximo, com três divisões ou compartimentos. Esta inédita forma designava-se casa de posto *indyivo ya mbongi* ou casa com a forma de porco *indyivo ya vungulu*. Estas formas são usadas até aos dias atuais. Utiliza, na sua construção, material, como: paus, caniço, barro para rebocar as paredes; capim para a cobertura; cordas ou correias para aprisionar ou prender os paus e o capim. A porta principal faz-se com uma peça de capim mais grosso *tyivamba* ou casca de árvore *tyula*.

A casa é construída pelo homem ou pela mulher conforme a situação o exigir. A mulher, porém, contrata um homem para o efeito, pagando-lhe pelo trabalho prestado. O homem constrói a sua casa tradicional, quando se forma um *quimbo* (aglomeração rural). A casa é localizada na zona da aldeia onde se situam as casas dos demais membros da família. A principal finalidade de uma casa pau-a-pique é servir de moradia ou abrigo. É nela que o homem passa a maior parte de tempo e guarda os seus bens. Às vezes, quando chega o tempo da lavoura, alguns homens abandonam as mesmas passando a viver alguns meses nas lavras ou no campo. Após o término dos trabalhos do campo, regressam novamente para a aldeia, ocupando as suas casas. Nem todos, genericamente, podem entrar numa casa. Só podem entrar nela os familiares e os amigos íntimos. Não têm acesso à parte mais íntima da casa, por questões de cortesia, os sogros, genros e noras, nem as pessoas estranhas, por questões de segurança. Não há, exatamente, leis que regem a casa. Quando o dono ou um dos cônjuges falece, a casa é abdicada ou demolida. Não se pode viver nela, porque é *mboyo*, isto é, casa de um defunto. Não há, nestas condições, herança para o povo Nganguela.

a *b* *c*

d *e* *f*

Figura 36 - Construtor mostrando as formas de casas (a, b, c, d, e, f)

Fonte: Fotografias do autor datadas de 20.04.2018

A casa tradicional ou pau-a-pique vem a ser construída já há muitos anos ou séculos. A sua construção, antes, como nos referimos, baseava-se na forma circular. Por insuficiência de espaço passou a considerar-se duas formas: circular e retangular. Notamos uma ligeira diferença na construção de casas destes tipos (Figura 36). A circular, conforme os dados fornecidos pelo senhor Tozé Jaíme, um dos construtores de casas tradicionais, a base e o teto levam muitos paus lisos ou finos e muito capim para cobertura. Os paus finos, postos ou "injetados" na terra, têm aproximadamente uma profundidade de 50 cm a 1 m e um espaçamento de 5 ou 10 cm.

Os paus que entram nos laterais da base e no teto, concomitantemente, são dobrados ou envergados para facilitar o trabalho de construção da casa. Na recolha ou preparação dos paus, próprios para a construção duma casa, recorre-se a arvores apropriadas que se chamam *mikuve*. A casa de forma retangular não tem muito protocolo, segundo o senhor Tozé, como a construção de casa circular. Entram poucos paus e capim para a cobertura. Os paus, dos laterais da base são postos ou "injetados" na terra de forma retangular. Os paus principais *friquilhas* que asseguram a casa, isto é o teto, são postos de forma diagonal.

Durante o estudo, encontrámos uma grande variedade de tópicos matemáticos "escondidos" (cilindro, cones, círculo, diâmetro, raio, variação de ângulo, retângulo, concorrência, perpendicularidade, retas paralelas, centro, ponto, segmentos, diagonal, área) nas casas tradicionais ou na construção das mesmas.

4.6 Cortiço (ou colmeia)

O cortiço (também chamada colmeia) *ngoma* é um recipiente artificial de forma cilíndrica, onde as abelhas ficam e produzem o mel. A mesma é feita pelos homens. As colmeias podem ser colocadas na aldeia, na mata ou na lavra. Existem duas maneiras para confecionar a colmeia, a saber:

1- Colmeia de casca de árvores;
2- Colmeia de paus secos e ocos.

Colmeia de casca de árvores

Nem toda a árvore tem casca que sirva para a confeção de colmeia. As árvores com cascas são*: mumwe, musonde, musovi, musamba* (árvores próprias para confeção de colmeias). Só serve para fazer colmeia a casca que tiver fibras entrelaçadas. De entre estas selecionam-se as que tiverem diâmetro normal e retira-se um pedaço de casca para aferir a existência de fibras entrelaçadas. Corta-se, caso estejam, a casca à volta da árvore, a encetar do fundo. A seguir, mede-se a altura, aproximadamente, um metro e corta-se novamente a casca a toda a volta. Depois ligam-se os dois cortes com um corte vertical e, com o machado, descola-se a casca do tronco a partir deste corte vertical. Se a casca estiver muito colada no tronco, corta-se um pau em forma de martelo e dá-se nela umas pancadas leves, de maneira a não a rachar, em toda a volta da zona demarcada. Tenta-se, novamente, com o machado a sua descolagem até que saia completamente. Se a árvore for comprida e direta, corta-se toda a árvore para confecionar mais colmeias. O corte da árvore faz-se apenas dum lado para o tronco não cair totalmente no solo, isto é, para a árvore cair de forma oblíqua no sentido de facilitar a confeção de mais colmeias. Após a extração de casca, com uma das extremidades do gume do machado, fazem-se quatro furos de cada lado do corte vertical, combinados dois a dois. Preparam-se quatro paus com o comprimento de 30 cm, aguça-se a ponta de cada um e com ele prega-se as bermas, nos furos já feitos, a ponto de unir a abertura vertical da colmeia. A casca verde, uma vez retirada do tronco, encolhe ao secar. O interior da colmeia é anelado com ripas verdes para não encolher com a ação do sol. A colmeia é transportada ou levada à aldeia e posta por cima dum pau deitado para não ser danificado pelos insetos de tipo salalé (térmita). As duas aberturas são varadas com paus que servirão de apoio às tampas após o que se deixa secar a colmeia. Em altura conveniente, preparam-se duas tampas, também de casca verde. Estas são descamadas, aquecidas ao fogo e adaptadas às duas aberturas, isto é, às tampas da colmeia. No meio de cada tampa, faz-se um orifício pequeno por onde deverão entrar as abelhas. Tem-se, assim, a colmeia pronta para ser pendurada em qualquer árvore (ver Figura 37).

a *b* *c*

d *e* *f*

Figura 37 - Colmeias

Fonte: Fotografias do autor datadas de 10.05.2018

Colmeia de paus secos e ocos

Como referimos, a colmeia também pode ser confecionada a partir de um tronco árido e oco. Procura-se um tronco, nestas condições, corta-se uma parte com o comprimento, aproximado de um metro e racha-se ao meio. As duas partes são aplanadas por dentro, para ter uma cavidade suficiente, e por fora, para reduzir o seu peso. Após isto, ligam-se as duas metades com o apoio de duas tampas que fecham as duas extremidades da colmeia. Nas duas tampas, colocam-se dois orifícios por onde as abelhas podem entrar e sair, transportando matérias-primas para fabricar o mel: o néctar, a água. Uma vez pronta a colmeia, o homem leva-a para o local que destinou para as suas colmeias, isto é, para o *Ntyali* (local próprio), e escolhe uma árvore. Na base da árvore, põe um sinal distintivo que irá servir, de uma vez para sempre, como sinal de lhe pertencer não só a árvore como também a colmeia.

Mais uma vez, este estudo permite reconhecer variadíssimos conhecimentos matemáticos (cilindro, elipse, circunferência, segmentos, retas paralelas) presentes em colmeias e na sua construção.

4.7 Fole de forja (ou muyeveyo)

Fole de forja, *muyeveyo*, com forma triangular, é uma ferramenta usada pelos ferreiros para atiçar o fogo na hora da forja de metais (ver Figura 38). É composto de sanfona de pele entre duas peças de madeira, em forma vertical, e duas peças de ferro colocado horizontalmente, que expulsa o ar para fora da sanfona.
Os homens Nganguela usam este elemento, com maior frequência, para fundir o metal. Este metal, depois de ser fundido ou moldado, é transformado em vários objetos de trabalho,

como machado, faca, enxada e outros instrumentos, a fim de lhe servir na agricultura e na caça.

a *b* *c*

Figura 38 - Fole de forja (ou muyeveyo)

Fonte: Fotografias do autor datadas de 10.05.2018

Eis a transcrição de uma breve conversa entre um artesão e o autor deste trabalho.

Autor: qual é o material que o senhor usa para fazer *muyeveyo*?
Artesão: faço com latas, paus lisos, ferro e pele de animal ou mesmo com pano.
Autor: estas latas têm uma forma específica?
Artesão: sim, tem. Usamos duas formas: uma redonda e a outra de cantos.
Autor: para além dessas duas formas que o senhor mencionou, não existem outras?
Artesão: não existem. Eu faço com estas formas e, também, nunca vi outras pessoas a fazer *muyeveyo* com outra forma que não seja estas que eu acabei de mencionar.
Autor: por que os ferros horizontais se tocam no fim?
Artesão: tocam-se no fim para que o ar seja mais intenso e atingir rapidamente onde está o carvão.
Autor: os paus têm uma posição específica nas latas?
Artesão: sim, os paus que expulsam o ar ficam no meio da lata.
Autor: se não ficar ou estiver no meio?
Artesão: não vai resultar e nunca fiz *muyeveyo* desta maneira e também nunca vi *muyeveyo* com os paus que não estejam no meio da lata.
Autor: como que o senhor descobre que aqui é no meio da lata?
Artesão: para descobrir usamos capim/linha ou dobramos a pele de animal duas vezes
Autor: como? Ou como fazendo isso?
Artesão: colocamos a base redonda da lata na pele de animal (ou no tecido próprio) com lápis a carvão traçamos uma linha girando toda a lata, depois, pegamos a parte da pele de animal (ou tecido) marcada com a linha redonda (ou circular) dobramos cuidadosamente a mesma, primeiro, na posição vertical e, segundo, na posição horizontal e traçamos duas linhas em ambas direções seguindo as marcas (ou onde foi dobrada a pele) e, depois disso, marcamos o centro (onde colocamos o pau liso), isto é, no cruzamento das linhas vertical e horizontal.
Autor: o senhor tem tido essa toda a paciência para fazer isso?

Artesão: sim. Até isso não é difícil ou não leva muito tempo para fazer isso. O senhor (autor) está vendo que isso é difícil ou leva muito tempo porque não tem domínio (ou não sabe fazer), quem tem domínio (ou quem sabe fazer) faz isso de forma normal ou rápida.

4.8 Machado tradicional

O machado é uma ferramenta que serve para cortar árvores ou lenha, e nalguns casos é mesmo usado como arma, para proteção física. É feito mediante a fixação de uma cunha de metal perpendicular a um cabo de madeira. Este cabo é liso de modo a possibilitar os trabalhos sem causar calos *mahuva* ou ferimentos nas mãos. A técnica correta na utilização do machado, como ferramenta de corte, consiste em golpear os troncos de madeira em dois planos alternadamente para que os cavacos possam soltar-se.

Existem dois tipos de machado tradicional de lenhador (ou para cortes de árvores), um do tipo triângulo isósceles e outro do tipo trapézio isósceles (Figura 39 e Figura 40).

Figura 39 - Machado do tipo trapézio

Fonte: https://www.comunidadeviadutos.com.br/site/mensagem/616/a-parabola-do-velho-lenhador#

Em Angola, em particular na província do Cuando Cubango, fabrica-se muito mais o machado do primeiro tipo. O ferro, que se transforma em machado, é aquecido a altas temperaturas (com auxílio de *muyeveyo* como nos referimos acima), e depois do ferro passar pelo fogo é malhado (ou batido) com um martelo (do tipo marreta), até moldar (ganhar forma) ou ter uma parte (de cima ou de baixo) mais larga e lisa ou plana e outra parte mais esguia (ou comprida e pequena).

Figura 40 - Machados do tipo triângulo isosceles

Fonte: Fotografia do autor datada de 25.05.2018

O machado (Figura 41 c, d), para os Nganguelas, é feito com muito gosto ou entusiasmo e o do soba é, quase sempre, um objeto muito interessante servindo ao mesmo tempo de símbolo de força e autoridade. O fole de forja, acima referido, é um elemento que os Nganguelas usam para ajudar a moldar o ferro e, subsequentemente, fabricar o machado e outros instrumentos. No processo de aquecimento do ferro, para se obter o machado tradicional mais afiado, notamos a presença da matemática (por exemplo, os ângulos, triângulos, trapézio).

Importa salientar que a parte mais comprida e pequena do machado do tipo triângulo isósceles coloca-se ou introduz-se no orifício do cabo de pau. Este orifício faz-se com uma agulha quente (ou passada pelo fogo), ou seja, depois de marcar e/ou perfurar, com essa agulha, em seguida, introduz-se o machado (também quente) rapidamente na parte de entrocamento do cabo de pau, tal como indica a Figura 41 (a e b).

a

b

c d

Figura 41 - Cabos de machado

Fonte: Fotografias do autor datadas de 25.05.2018

4.9 Jugo (ou canga)

O jugo (também chamado canga), *njoko*, é um instrumento que se encaixa no cangote dos animais e é preso sob o pescoço por uma tira de couro de modo a atrelar uma carroça ou alfaia agrícola, para aproveitar a capacidade física do gado bovino, de modo a este auxiliar no transporte de diversos produtos e na realização de trabalho agrícola (ver Figura 42). Os jugos, geralmente, são utilizados para os animais (bois) de igual condição, constituição física e adequada ao tipo de trabalho que se vai realizar. O jugo é um artefacto agrário, com o formato cilíndrico e com aberturas do tipo trapézio, feito com madeira lisa, às vezes decorada com desenhos escavados ou esculpidos. Os desenhos mais frequentes são as cruzes, os pentagramas, elementos associados com a necessidade de ornar a canga.

As coleiras encostam-se na face anterior da canga, e apertam-se com laços, que por seu turno são atados em aberturas feitas. Cada uma delas, muitas das vezes, para que não se desprenda, é atravessada por cima do laço com um alfinete largo, de ferro, frequentemente lavrado com arte.

Desde a antiguidade até ao tempo atual, o povo Nganguela, usou ou usa este instrumento com muito prazer. O jugo *njoko* é um instrumento imprescindível, não só para os camponeses da etnia Ngangela, mas também para o povo de outras etnias angolanas. Na época chuvosa, os Ngangelas, utilizam-no para arar a terra com auxílio duma charrua e para o tempo árido utilizam o jugo para transportar, com auxílio duma carroça, diversos produtos do campo para as aldeias ou para outras áreas afins. No transporte de produtos, às vezes, utilizam o transporte feito com madeira *chilei* puxado pelos bois (Ver Figura 42 d, e).

a *b* *c*

d *e*

Figura 42 - Cangas

Fonte: Fotografias do autor datadas de 25.05.2018, com a exceção da imagem *e* (retirada de: http://2.bp.blogspot.com/-O-FpBEg_kYk/TbOvnp6P6VI/AAAAAAAAAJQ/DosAdZ9mLXI/s320/DSC01329.JPG)

Eis uma breve conversa com um artesão a propósito da construção de cangas.

Autor: o que é necessário para fazer uma canga?
Artesão: para fazer uma canga não precisamos muita coisa. Bastando a pessoa ter machado e faca. Com estes instrumentos vamos à mata, cortamos o pau, cascamos ou limpamos até que ele fique redondo e liso.
Autor: a canga tem um tamanho próprio?
Artesão: sim, tem. Não pode ser muito grande, porque se não prejudica ou lesa os bois.

Figura 43 - Medição da distância dos pares de tiras da canga

Fonte: Fotografia do autor datada de 25.05.2018

Autor: qual é o tamanho?
Artesão: quando estamos a cascar ou a limpar o pau, da canga, medimos com os dedos (Figura **43**) ou nos baseamos numa outra canga antiga, usando desta maneira o capim grosso ou uma tira. Medimos com o capim ou com uma tira o tamanho do pau da canga antiga e com o mesmo capim medimos a canga que pretendemos fazer.
Autor: se não tiver a canga antiga?
Artesão: trabalhamos com os dedos da mão.
Autor: por que o pau da canga só tem de ser redondo?
Artesão: só tem de ser, mesmo, redondo e liso. Porque se tiver outra forma vai lesar os bois. Ou seja, os bois vão ter ferimentos no pescoço.
Autor: a canga tem um comprimento próprio?
Artesão: sim, tem.
Autor: qual é o comprimento?
Artesão: eu não consigo determinar o comprimento. O que falei no tamanho do pau da canga é a mesma coisa que se pode fazer para determinar o comprimento da canga. Isto é, pegamos o capim grosso, medimos o comprimento da canga antiga e, com o mesmo capim, medimos o comprimento da canga nova ou que pretendemos fazer.
Autor: deu uma pausa na conversa. Mediu o comprimento, usando a régua e a fita métrica, das diversas cangas encontradas em aldeia. O comprimento das mesmas variou de 1 metro a 1 metro e 30 cm.
Autor: continuou com a conversa. A posição entre o par de tiras *Chikeyu* na canga tem um comprimento próprio?
Artesão: sim, tem comprimento próprio.
Autor: qual é o comprimento?
Artesão: é muito difícil determinar o comprimento. O que nós fazemos é aquilo que já foi dito quando tratamos do tamanho ou da grossura de canga.

Figura 44 - Estudo de canga (autor e dois artesãos)

Fonte: Fonte: Fotografia do autor datada de 25.05.2018

Autor: o senhor falou muita coisa. Neste momento, eu, já não me lembro. Pode, por favor, repetir?
Artesão: bem, a distância entre os pares de tiras de canga tem de ser a mesma. Medimos, a distância, com os dedos da mão.
Autor: para além de medir com os dedos da mão não tem outra forma?

Artesão: outra forma é tirar um capim grosso medir a distância do par de tiras de canga antiga e com o mesmo capim medir a distância do par de tiras de canga nova ou que está a ser feita.
Autor: por que as tiras *chikeyu* têm uma grossura ou bola nas pontas?
Artesão: esta grossura ou cabeça que nós deixamos nas tiras *chikeyu* é para prender as tiras de canga, ou seja, para não cair quando colocamos na canga.
Autor: a cabeça que prende a tira tem uma forma específica?
Artesão: tem várias formas.
Autor: quais são?
Artesão: eu não consigo falar os nomes ou as formas destas cabeças. Apenas consigo mostrar ou desenhar no chão.
Autor: acompanhou, atenciosamente, as formas de cabeças das tiras que o artesão desenhou no chão (Figura 45).

Figura 45 - Desenho dos tipos de cabeças das tiras chikeyu

Fonte: Fotografia do autor datada de 25.05.2018

Este estudo permite mais uma vez reconhecer variadíssimos conhecimentos matemáticos (trapézio, cruz, pentagrama, paralelismo, perpendicularidade, medida, cilindro) presentes nos jugos e na sua construção.

4.10 Panela tradicional

A panela, com a base circular, é um utensílio culinário onde o povo Nganguela conserva ou guarda alimentos (preparados ou não preparados). É feita de madeira (troncos) cortada com machado. A cavidade, onde se põe os alimentos, é feita com faca *likwanga* e o movimento, durante a ação, é, meramente, circular. A parte exterior da panela apresenta enormíssimas marcas ou adornos que, por seu turno, ornamentam o utensílio culinário (Figura 46).

a b

c d

Figura 46 - Panelas de madeira

Fonte: Fotografias do autor datadas de 20.04.2018

Aqui também se podem reconhecer variadíssimos conhecimentos matemáticos (círculo, simetrias), tanto na sua construção, como nos motivos decorativos.

4.11 Prato tradicional

O prato, com a forma oval, feito de madeira, é um utensílio doméstico que, às vezes, o grupo étnico Nganguela, na hora de refeições, usa para servir os alimentos. O prato, no seu interior, tem uma concavidade, onde são postos os alimentos, é feito com machado, faca *licwanga* e martelo (Figura 47 a, b).

a

b

c

d

Figura 47 - Pratos de madeira

Fonte: Fotografias do autor datadas de 25.04.2018

Mais uma vez, este artefacto “esconde” conhecimentos matemáticos (concavidade, convexidade, volume).

4.12 Cadeira tradicional

A cadeira, com o formato do quadrado ou retângulo, é um objeto que o grupo étnico Ngangela usa para se sentar (Figura 48). Em lugares especiais (*Jango*), onde se resolvem problemas de origem tradicional, quando o número de cadeiras não corresponder ao número de pessoas (participantes na resolução de problema), usam outros objetos (pedras, troncos, pilões) para se sentar. A cadeira de madeira/pele é importante, não só para os Nganguelas, mas, também, para outros povos de diversas etnias angolanas.

Figura 48 - Cadeira com o formato do retângulo

Fonte: Fotografia do autor datada de 25.04.2018

A cadeira é feita com madeira e pele do animal (boi). Esta madeira é cortada ou arranjada, pelos homens, com machado, catanas e facas bem afiadas. É um trabalho tipicamente para homens. A pele, antes do uso, é posta na água, durante 2 ou 3 dias, para amolecer. O tempo necessário para acabar uma cadeira é de, aproximadamente, 3 dias. A cadeira apresenta distintos adornos (cruzes, ou retas concorrentes, retas paralelas verticais/horizontais, triangulação, losango). Estes adornos têm nomes, atribuídos pelo próprio povo (Nganguela). Por exemplo, a triangulação é designada *mahíli anoca*, losango “meso *ahwanda*, retas concorrentes ou cruzes *likulusu* singular e *makulusu* plural, retas paralelas verticais/horizontais *vindzila*.

a

b

c

d

Figura 49 - Cadeiras de madeira/pele

Fonte: Fotografias do autor datadas de 25.04.2018

A obtenção de nomes de adornos, que as cadeiras apresentam, foi baseada em diversas perguntas, feitas pelo autor, e os fabricantes respondiam, no seu próprio idioma, de forma tranquila e coerente.

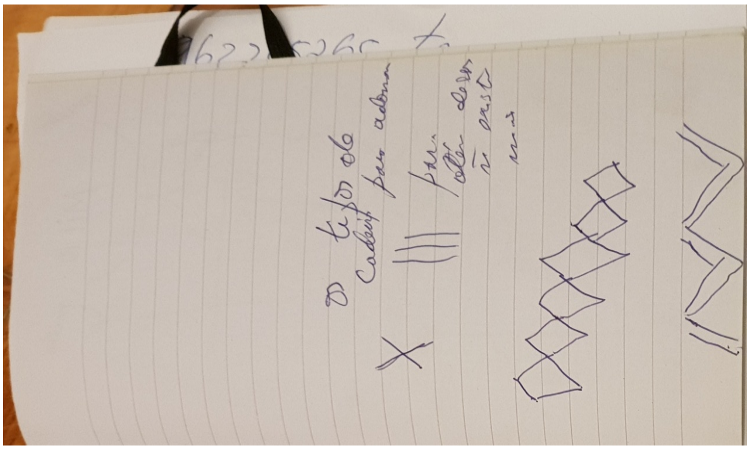


Figura 50 - Os tipos de adornos (desenhos feitos pelo artesão)

Fonte: Fotografia do autor datada de 20.04.2018

Os desenhos de adornos, feitos por um dos artesãos (Figura 50), foram interpretados, pelo autor, matematicamente. Ou seja, a matemática está bem patente nos tipos de adornos que ele desenhou.

4.13 Mapa de Angola

O mapa é uma representação visual de uma região. São, geralmente, representações bidimensionais de um espaço tridimensional. A ciência de conceção de mapas designa-se por cartografia. Por vezes, a cartografia debruça-se sobre a projeção de superfícies curvas e/ou sobre superfícies planas, no processo chamado planificação. Os mapas são uma expressão da necessidade humana de conhecer e representar o seu espaço.

O mapa de madeira, que indica ou representa o território angolano (Figura 51), foi feito por um artesão da etnia Nganguela e os instrumentos utilizados na sua manufaturação foram: machado, faca, agulha grossa. O corte de madeira, como nos referimos anteriormente, é tipicamente para os homens.

a b

Figura 51 - Mapa de Angola em madeira

Fonte: Fotografias do autor datadas de 06.05.2018

Neste mapa de Angola estão "congelados" vários conhecimentos matemáticos, como comprimentos e áreas. Note-se que a sua construção poderia ser feita usando outros tipos de materiais.

Capítulo 5: Matemática “congelada” nos Artefactos Culturais

Neste capítulo, exploramos e analisamos a matemática “congelada” em alguns dos artefactos do grupo étnico Nganguela a que tivemos acesso e que descrevemos de forma sumária no capítulo anterior. Estes artefactos, com ligações a conceitos matemáticos, a nosso ver, podem constituir um caminho para promover o gosto pela matemática e tornar menos abstrato o ensino da matemática, além de permitir conhecer melhor os usos e costumes da cultura Nganguela.

Vamos começar com os almofarizes. Teremos de ter em mente que os instrumentos que os artesãos utilizaram para manufaturar ou fabricar os almofarizes foram: tiras (fitinhas, ferrinhos, pauzinhos), machado, faca, agulha grossa, martelo, serrote, lixa, lima *likwanga*.

1 2 3

Figura 52 - Almofarizes

Fonte: Fotografias do autor datadas de 13.01.2020

Na análise destes artefactos procurámos responder às seguintes questões:

1. Que técnicas os artesãos usaram para construir os adornos dos almofarizes?

2. O primeiro almofariz (Figura 52-1) apresenta adornos do tipo trapézio. Será que o artesão pretendeu construir trapézios? Ou os trapézios foram, antes de mais nada, falha ou erro? Porque os seus adornos têm essa forma e dimensão ou tamanho? Porque os lados das bases dos trapézios viradas para cima são diferentes? O que acontecerá se todos os lados tiverem o mesmo comprimento? Será que o somatório dos lados dessas bases tem alguma correspondência ou relação?

3. O segundo almofariz (Figura 52-2) apresenta adornos do tipo hexágono. Como é que o artesão fez ou construiu esse tipo de adornos?

4. O terceiro almofariz (Figura 52-3) apresenta adornos duplos com diversos tipos, uns do tipo triângulo e outros do tipo trapézio e losango. Será que o artesão tencionou fazer ou construir adornos duplos com diversos tipos? Ou os diversos tipos foram, antes de mais nada, falha?

5. Porque dividiram os almofarizes em quantidades ímpares e não em pares?

6. Que matemática está por detrás dessas construções?

Em resposta às questões acima apresentadas, vamos responder a algumas com base nos dados ou informações obtidas junto dos artesãos e outras com base na nossa perceção (ou vamos conjeturar).

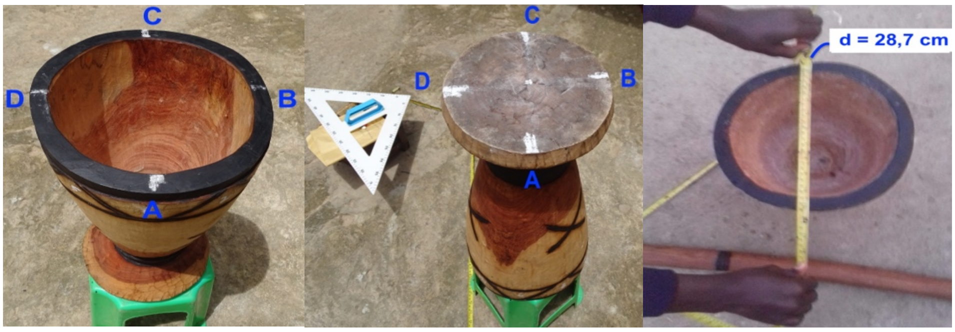
5.1 Análise matemática por detrás dos almofarizes

Relativamente à primeira questão, as técnicas exatas usadas para construir os almofarizes, os artesãos não entraram em muitos detalhes ou não quiseram mesmo revelar como é que faziam os almofarizes; limitaram-se apenas a dizer que não usavam diferentes formas, ou seja, as bases dos almofarizes têm de ser redondas (circunferência) ou ter o formato duma jante ou roda de um carro e não o formato oval.

Sobre os adornos, os artesãos utilizaram tiras (pauzinhos flexíveis, fitinhas, ferrinhos). Com as tiras e agulha grossa marcaram ou dividiram os almofarizes em vários pedacinhos, traçaram as linhas em ziguezague, entrecruzaram ou passaram as linhas (riscos) por cima das outras.

5.1.1 Almofariz 1

O almofariz 1 tem (base maior) 28,7 cm de diâmetro; 24 cm de diâmetro para base menor; 48 cm de altura (Figura 53).



a *b* *c*

Figura 53 - Medição das bases do almofariz

Fonte: Fotografias do autor datadas de 13.01.2020

Este almofariz tem 10 elementos ornamentais do tipo trapézio, dos quais 5 com as bases menores viradas para cima (2 bases com 3,8 cm e 3 com 4 cm) e 5 com as bases maiores (3 com 14 cm e duas com 14,2 cm). Os trapézios são, aproximadamente, geometricamente iguais e isósceles. Partindo do almofariz 1 original (Figura 54), esquematizamos estes aspetos nas Figura 55 e Figura 56 relativamente aos elementos ornamentais 1 e 2, sendo os restantes semelhantes.

Figura 54 - Elementos ornamentais assinalados com 1 e 2 no almofariz 1 original

Fonte: Fotografias do autor datadas de 13.01.2020

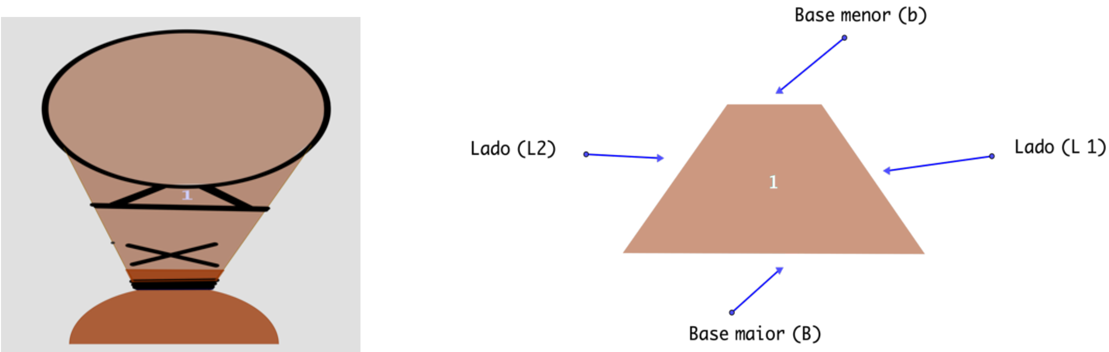


Figura 55 - Esquemas do almofariz 1 e do elemento ornamental 1 (desenhado pelo autor)

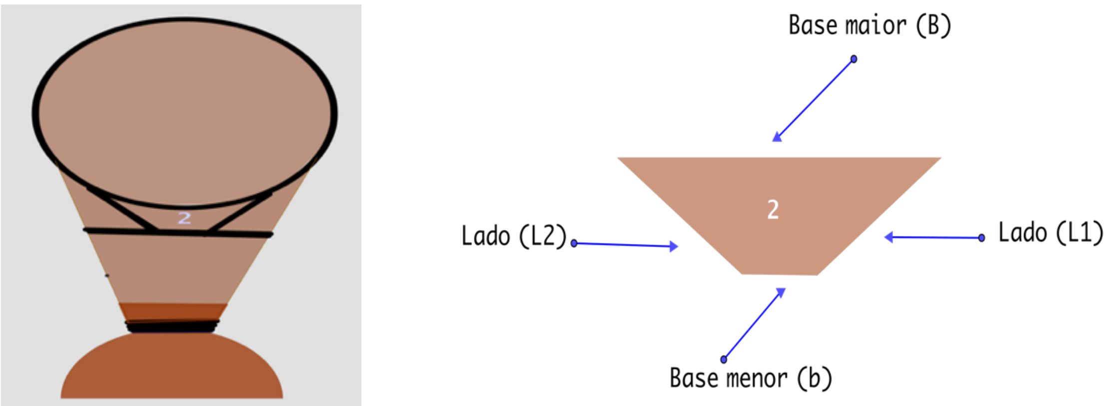


Figura 56 - Esquemas do almofariz 1 e do elemento ornamental 2 (desenhado pelo autor)

Globalmente, obtemos uma sequência de elementos ornamentais como ilustramos no esquema da Figura 57 e que, a menos de pequenas diferenças de comprimentos, traduz um friso.

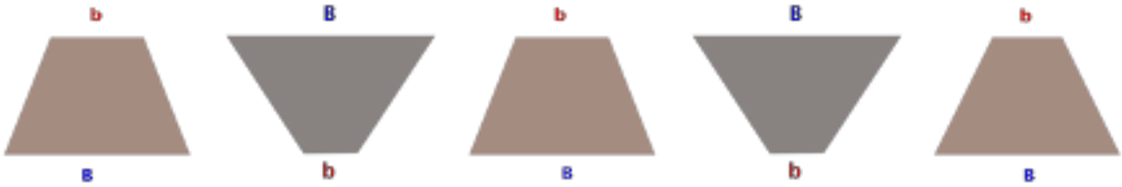


Figura 57 - Friso de Trapézios (desenhado pelo autor)

5.1.2 Almofariz 2

O almofariz 2 tem 25 “pontinhos” marcados na parte superior, 26 cm de altura e 42 faces ornamentais, dos quais 28 faces do tipo triângulo e 14 do tipo hexágono. A base maior (ou parte superior) tem 18,3 cm de diâmetro; 17 cm de diâmetro para a base menor, tal como ilustra a Figura 58.

a *b*

Figura 58 - Almofariz 2

Fonte: Fotografias do autor datadas de 13.01.2020

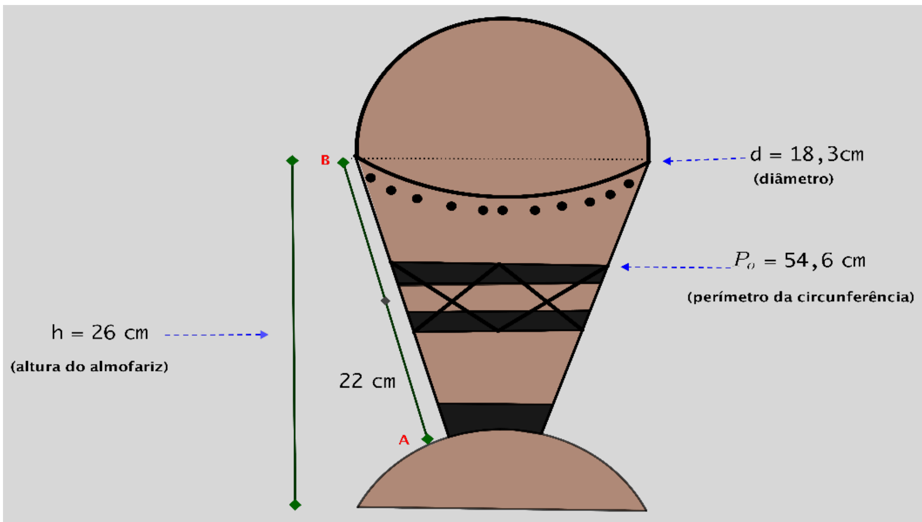
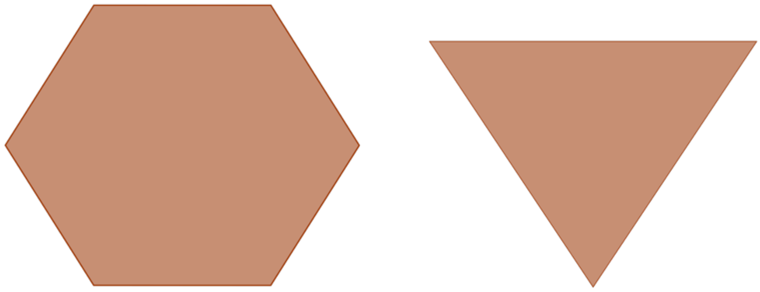


Figura 59 - Almofariz

(Desenhado pelo autor)



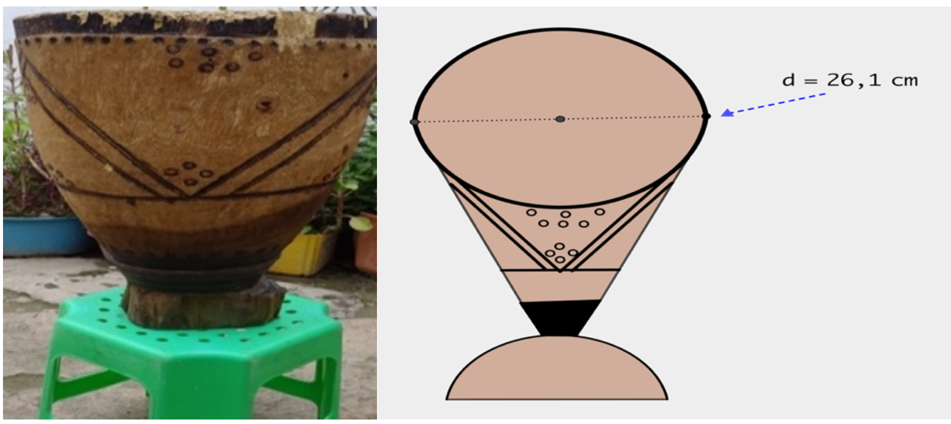
a b

Figura 60 - Exemplo dos tipos de ornamentos das faces

5.1.3 Almofariz 3

A base maior (ou parte de cima) do almofariz tem 26,1 cm de diâmetro e está repartida em 3 “pedacinhos”, um com 27,1 cm de comprimento e dois com 27,4 cm. Possui 6 faces ornamentais do tipo triângulo com lados diferentes e vértices ou pequenos círculos marcados dentro de cada face.

Com vista a uma melhor apreciação ou análise das faces, escolhemos aleatoriamente os padrões ABC e DEF. Os pequenos círculos inscritos no interior das faces correspondentes ao padrão ABC formam figuras dos tipos losango e trapézio, os pequenos círculos inscritos no interior das faces correspondentes ao padrão DEF formam figuras do tipo triângulo, tal como ilustram os esquemas das Figuras Figura **61** a Figura **68**:



a b

Figura 61 - Representação da face 1 do terceiro almofariz

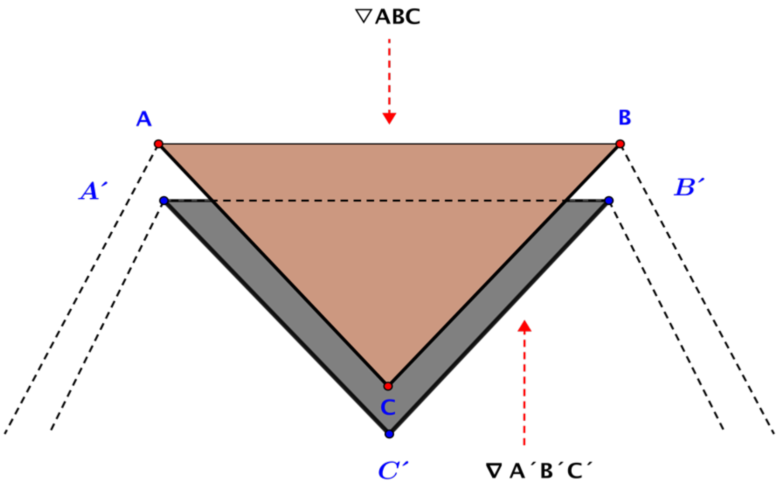
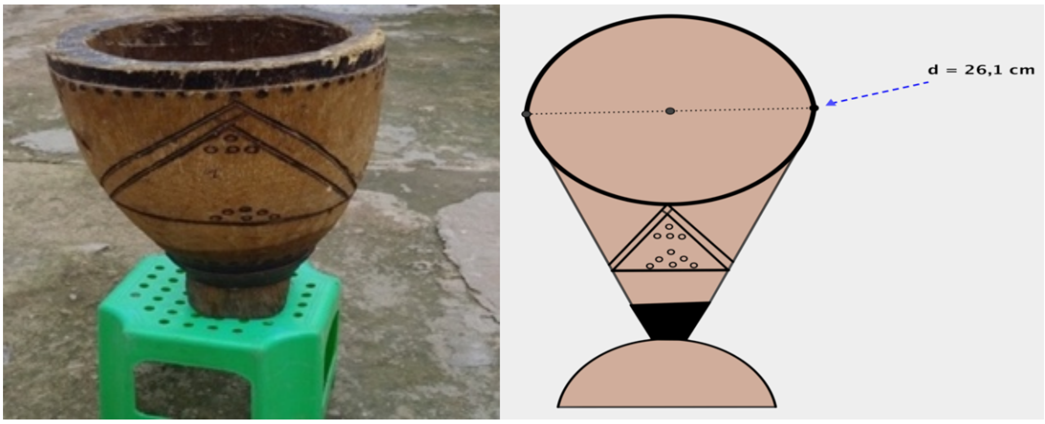


Figura 62 - Duplos triângulos, face 1 (e faces 3 e 5)



a b
Figura 63 - Representação da face 2 do terceiro almofariz

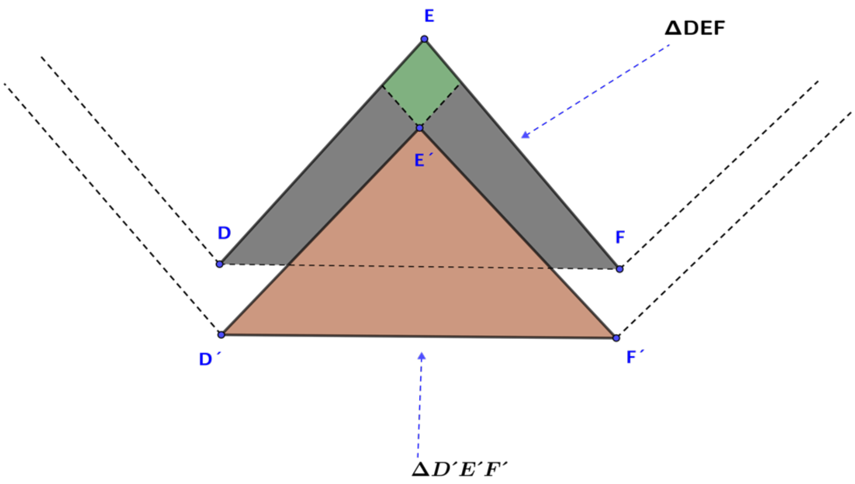
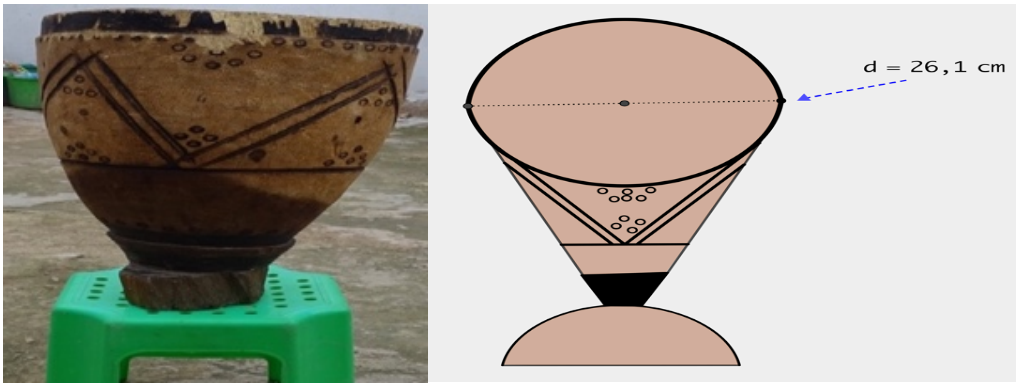
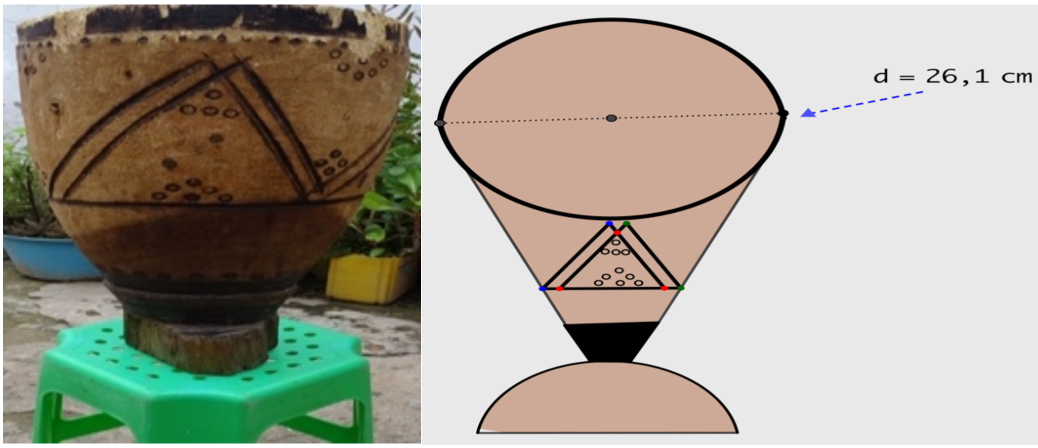


Figura 64 - Duplos triângulos, face 2 (e faces 4 e 6)



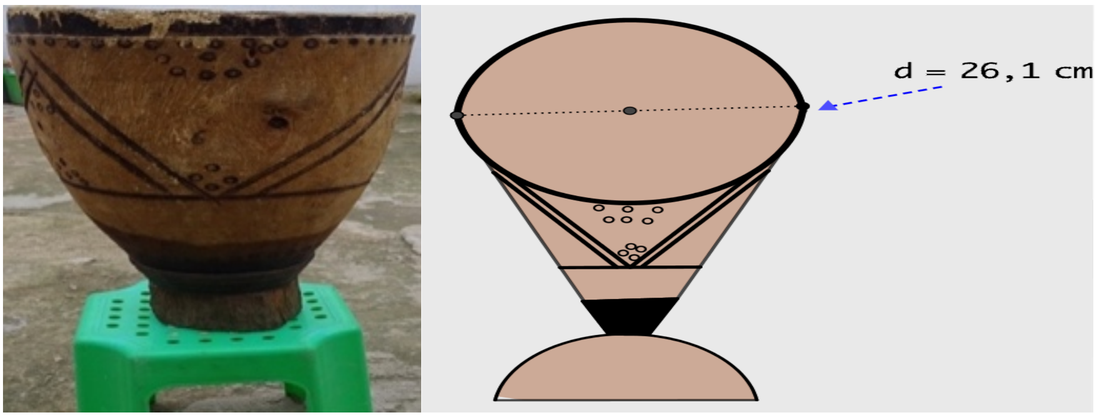
a b

Figura 65 - Representação da face 3 do terceiro almofariz



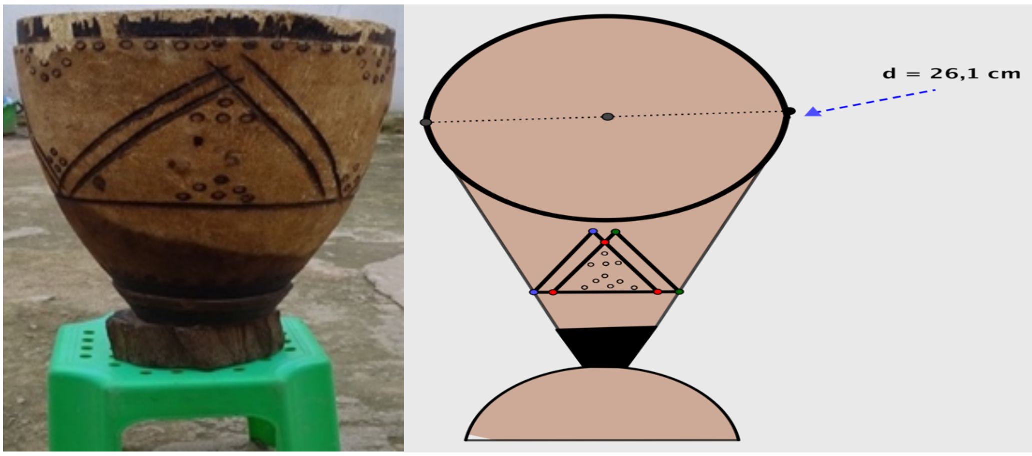
a b

Figura 66 - Representação da face 4 do terceiro almofariz



a b

Figura 67 - Representação da face 5 do terceiro almofariz



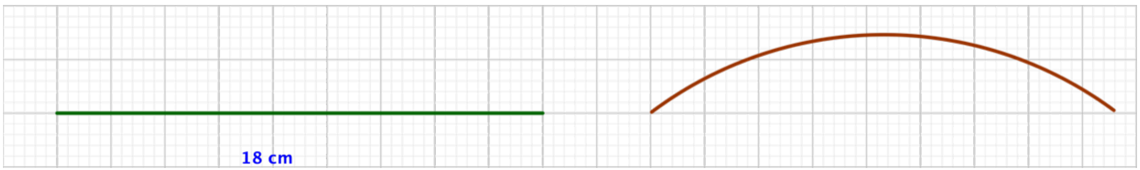
a b

Figura 68 - Representação da face 6 do terceiro almofariz

5.1.4 Análise do primeiro almofariz

O almofariz (Figura 52-1) foi adornado ou "pintado" da seguinte maneira: na parte de cima ou base maior, o artesão, colocou duas linhas dando giratórias (ou circunferências), uma em cima e outra em baixo (colocadas junto do centro do almofariz), com espaçamento entre as linhas aproximadamente 9 cm; nesse espaço, desenhou 10 faces ou figuras geométricas (5 com base maior para cima e 5 com base maior para baixo). No meio, desenhou 3 pares de linhas cruzadas ou retas concorrentes, que podem ser observadas a partir das faces ornamentais 1, 4, 5, 7, 8. A parte de baixo foi adornada ou pintada com agulha grossa dando volta completa ao almofariz e obteve, assim, o adorno do tipo cilindro (Figura 52-1).

Construção dos adornos do almofariz



a b

Figura 69 - As tiras

(Desenhado pelo autor)

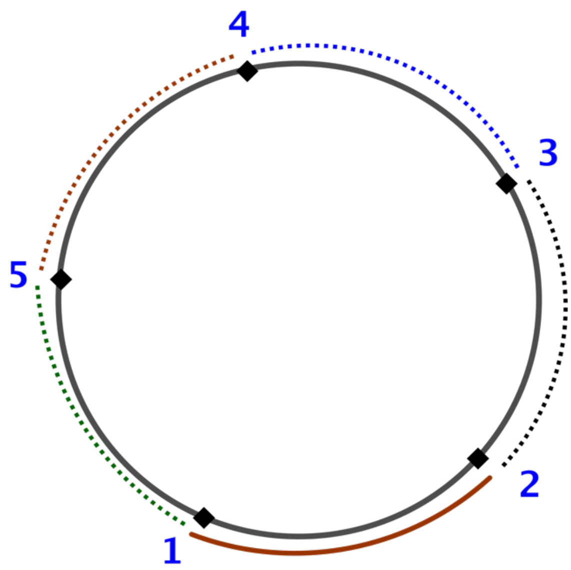


Figura 70 - Marcação ou divisão da base maior do almofariz em 5 pedacinhos

(Desenhado pelo autor)

O artesão, com auxílio das “tirinhas” ou “fitinhas”, marcou o “pontinho” no centro ou meio da segunda linha giratória e, por conseguinte, traçou (com a agulha “quentinha” ou depois de passar pelo fogo) dois segmentos de retas oblíquas, onde cada segmento parte do “pontinho” marcado na primeira linha giratória (ou vice-versa) e vai até ao recém “pontinho” marcado no centro. Os dois segmentos ou riscos ornamentais cruzam-se no centro, tal como ilustram as Figuras Figura **71** a Figura **75**

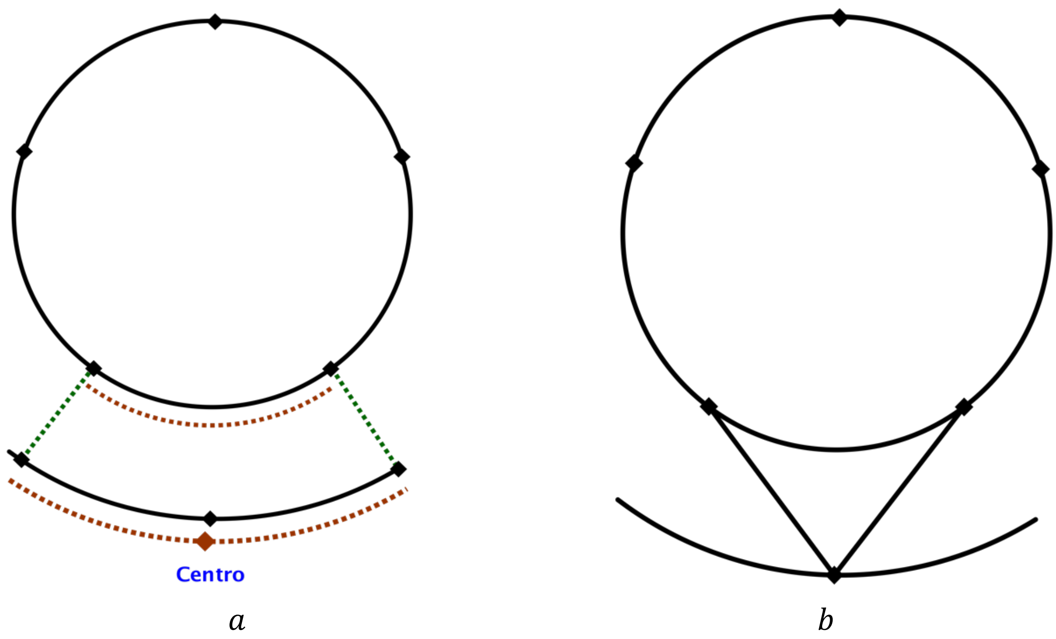


Figura 71 - Base maior circular do almofariz dividida

(Desenhado pelo autor)

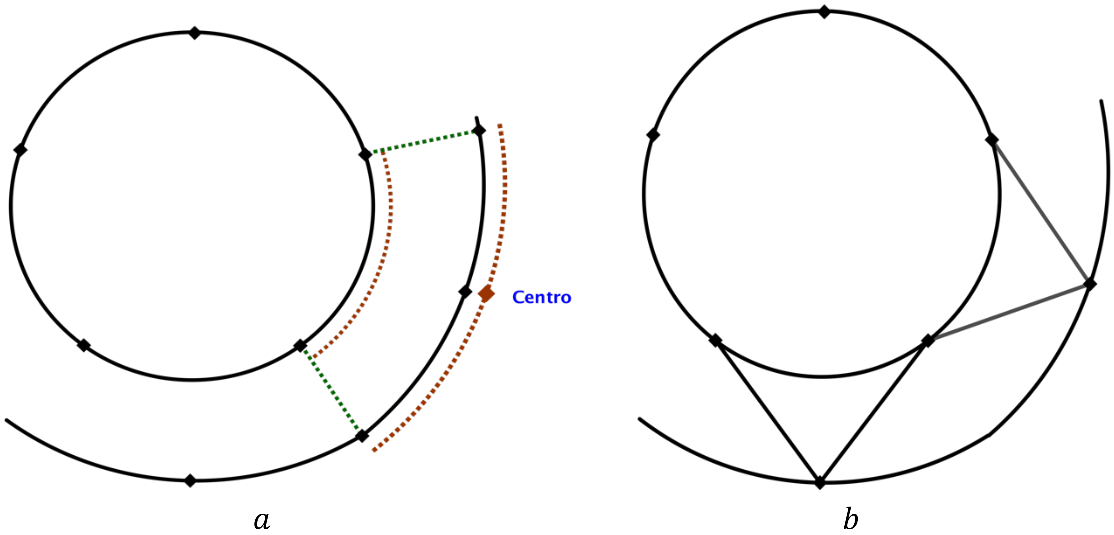


Figura 72 - Base dividida em dois pedaços

(Desenhado pelo autor)

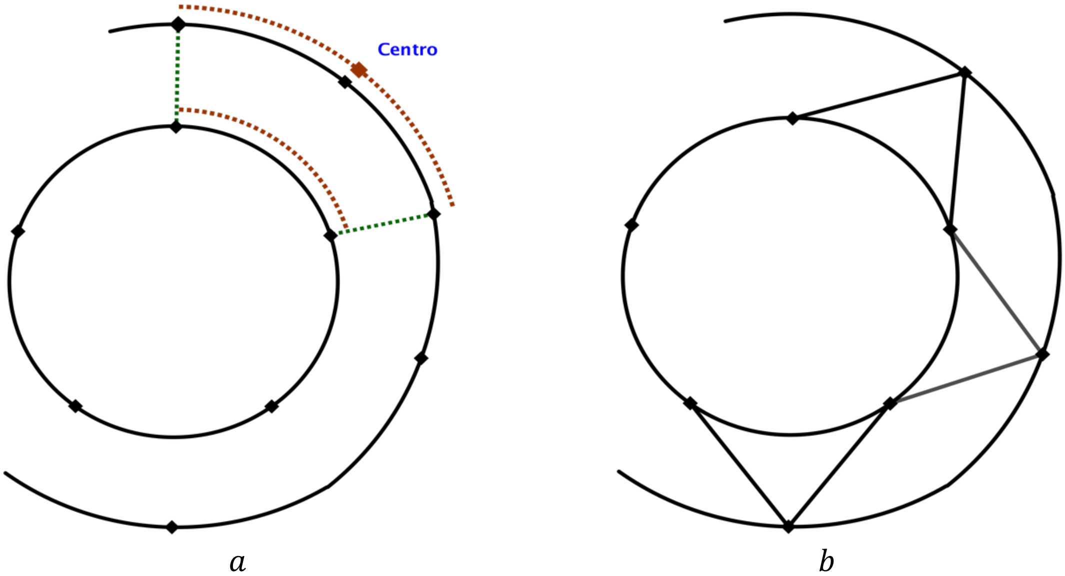
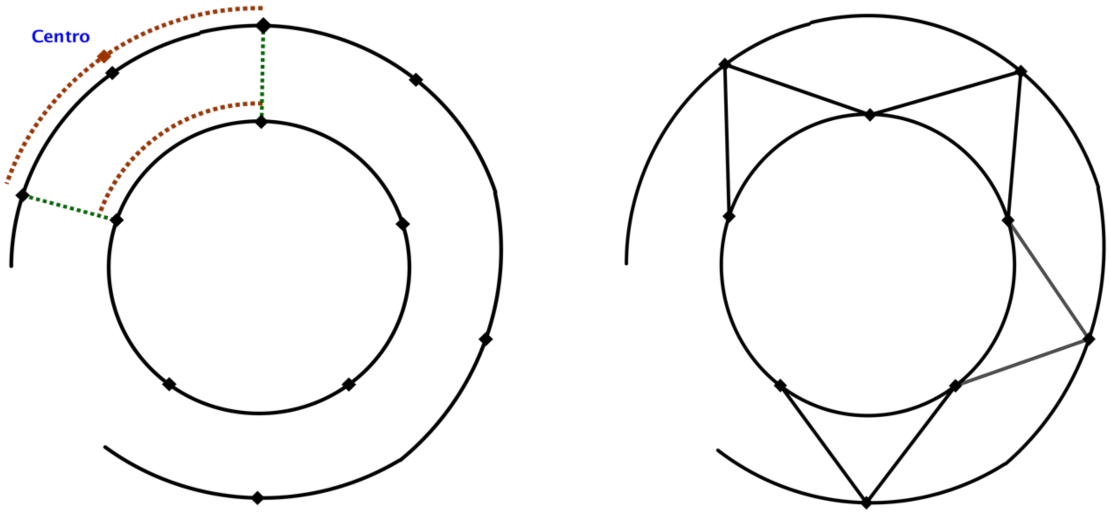


Figura 73 - Base dividida em três pedaços

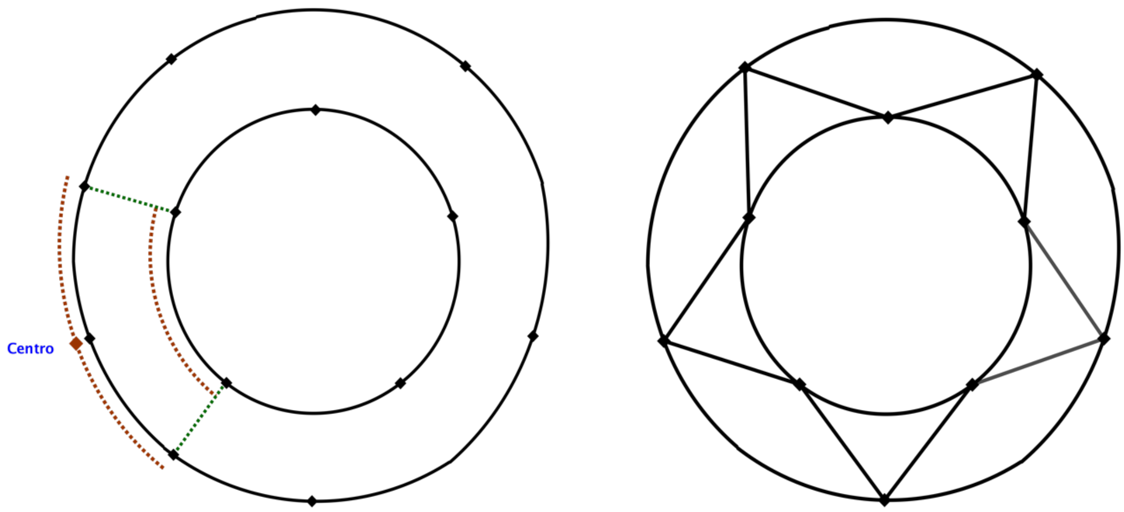
(Desenhado pelo autor)



a *b*

Figura 74 - Base dividida em quatro pedaços

(Desenhado pelo autor)



a *b*

Figura 75 - Base dividida em cinco pedaços

(Desenhado pelo autor)

Podemos descrever a técnica ou apresentar os passos de construção dos adornos de forma mais singela a partir da planificação ou passando para o paralelogramo.

Por exemplo, a Figura 82 mostra que o paralelogramo foi dividido em cinco "pedacinhos". Usando as tiras (metades das tiras dentadas que aparecem ou postas de forma vertical e as tiras dentadas horizontais), o artesão conseguiu estabelecer o espaçamento entre as linhas horizontais ou definir a largura ou altura do paralelogramo, determinar o comprimento de cada “pedacinho” ou retângulo e o centro do lado maior (segunda linha horizontal ou de baixo) de cada “pedacinho” (Figura 76 a Figura **81**).

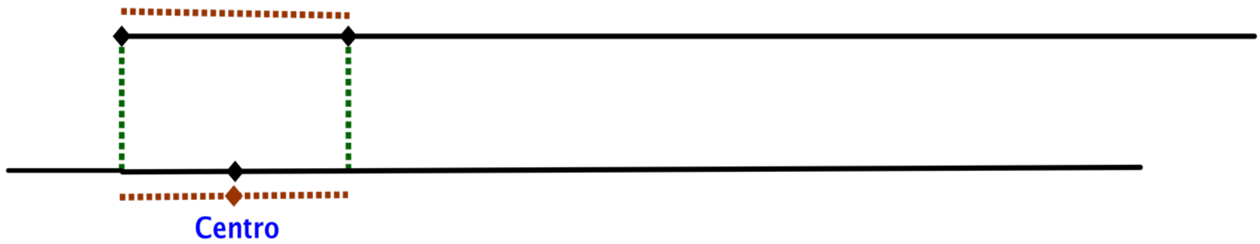


Figura 76 - Padrão planar dividido em um pedaço

(Desenhado pelo autor)

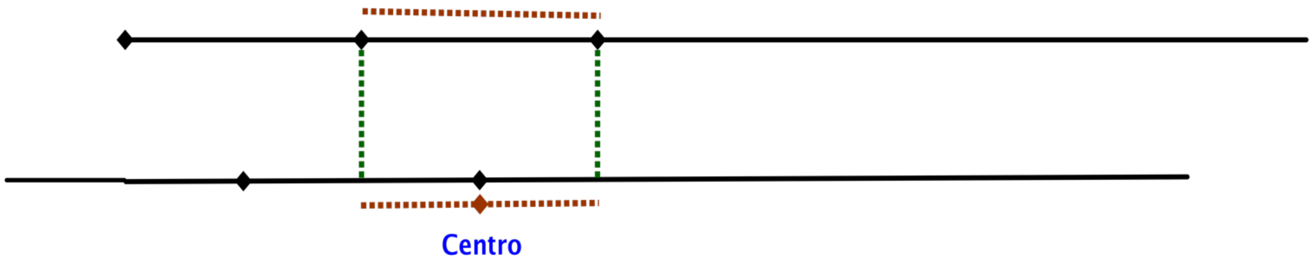


Figura 77 - Padrão planar dividido em dois pedaços

(Desenhado pelo autor)

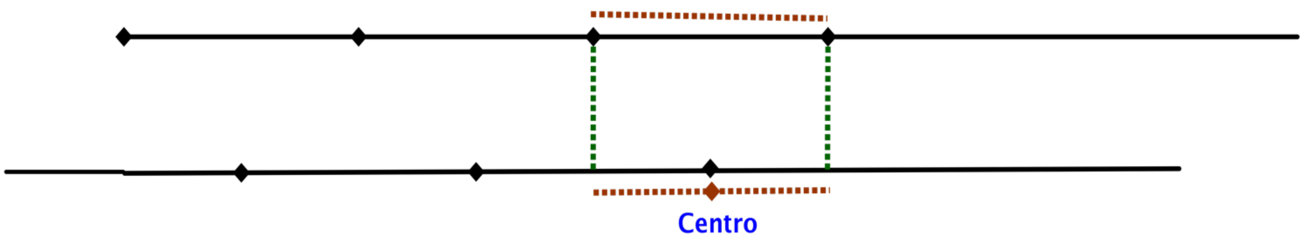


Figura 78 - Padrão planar dividido em três pedaços

(Desenhado pelo autor)

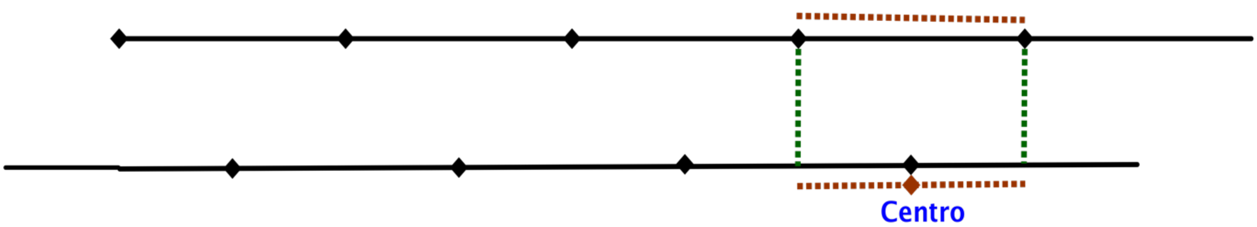


Figura 79 - Padrão planar dividido em quatro pedaços

(Desenhado pelo autor)

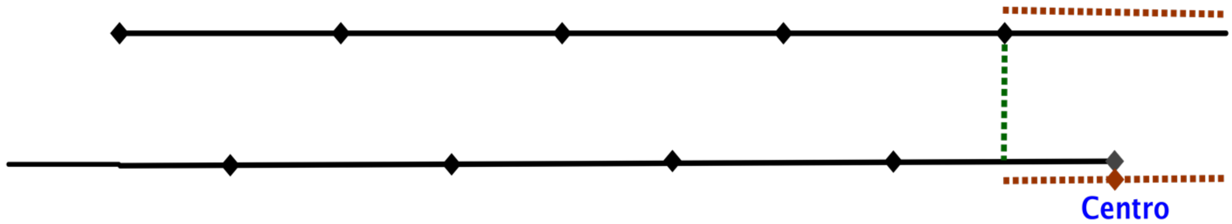


Figura 80 - Padrão planar dividido em cinco pedaços

(Desenhado pelo autor)

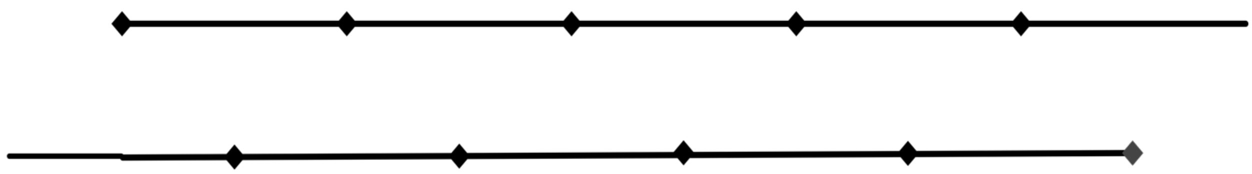


Figura 81 - Padrão planar dividido em cinco pedaços (sem as tiras dentadas)

(Desenhado pelo autor)

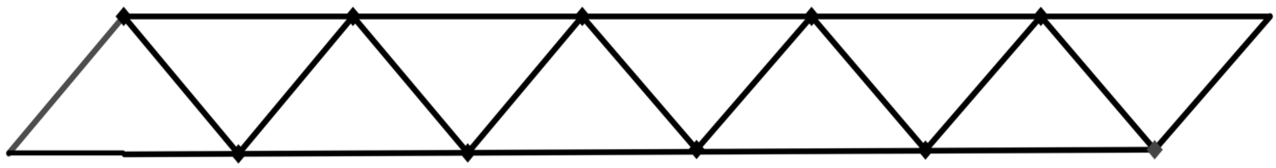


Figura 82 - Padrão planar em ziguezague

(Desenhado pelo autor)

O artesão usou a tira inteira e a sua metade (tal como ilustram as Figura 76 eFigura **82**) para:

- espaçar ou alargar as duas linhas giratórias (ou duas circunferências consecutivas) ou horizontais;
- distanciar ou determinar o comprimento dos "pontinhos" da parte circular superior (ou base maior) do almofariz que formam os pedacinhos;
- localizar o centro de cada "pedacinho" da segunda linha giratória ou do lado maior de cada pedaço.

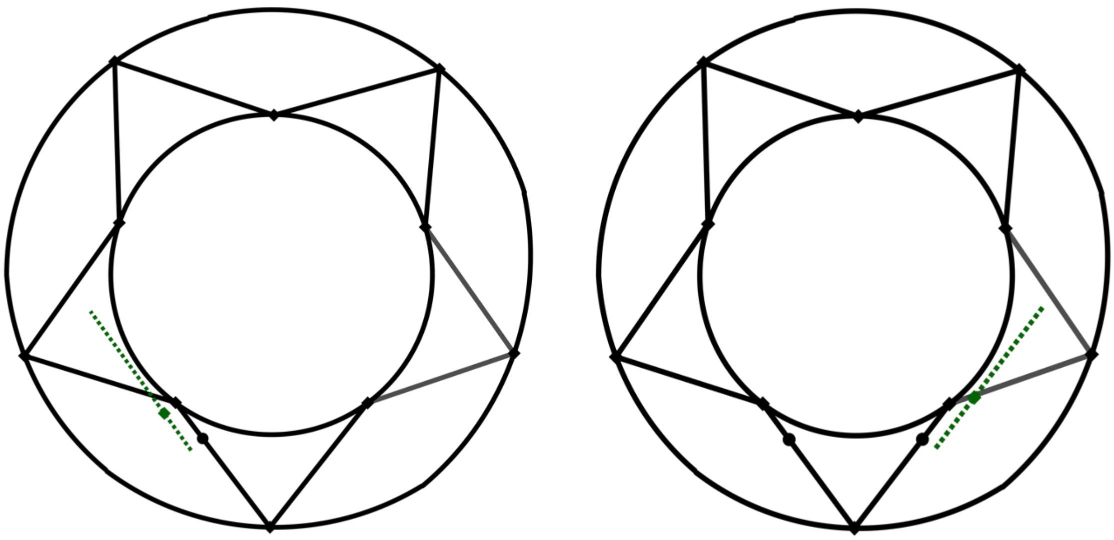
De seguida, o artesão, dividiu o almofariz em 5 "pedacinhos" e traçou ou desenhou (com agulha grossa depois de passar pelo fogo) os riscos de forma ziguezague girando todo o almofariz (Figura 70 e Figura 75).

Olhando para os riscos dos desenhos ornamentais acima apresentados, podemos presumir que o artesão recorreu à técnica “utilização das metades das tiras” para encontrar ou obter o mesmo comprimento de segmentos de retas ou riscos que foi fazendo ou desenhando em ziguezague. Por outra, ele, estava consciente de que, ao dividir a parte de cima ou parte superior do almofariz em 5 partes ou pedacinhos iguais, usando a tira ou fita, encontraria o mesmo comprimento, ou seja, o somatório de todos os comprimentos dos “pedacinhos” igualaria com o perímetro da base maior do almofariz.

❖ Será que o artesão pretendeu criar ou construir os trapézios? Ou os trapézios foram, antes de mais nada, falha ou erro?

❖ Partamos, primeiramente, da hipótese de que o trapézio não foi pretendido. Como podemos, então, explicar o seu aparecimento?

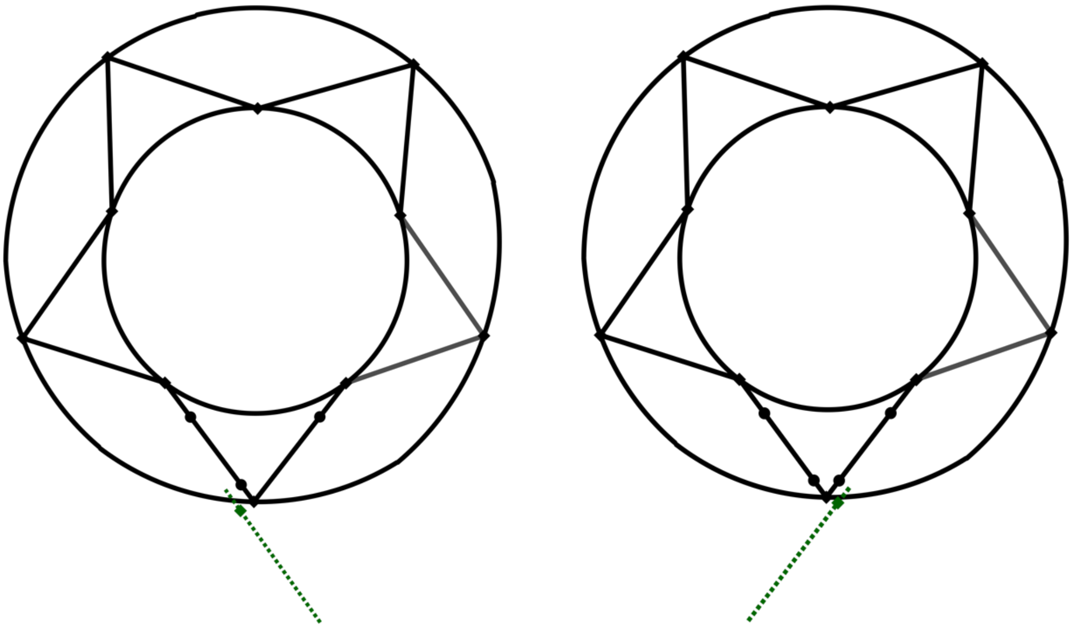
O artesão construiu triângulos, mas depois de marcar os pontinhos (com lápis a carvão e com a tira dentada) e pintando ou traçando as duas linhas circulares dentadas, uma em baixo da linha giratória principal e a outra em cima da linha giratória secundária, com agulha grossa depois de passar pelo fogo, tapou ou cobriu a parte de cima e a de baixo (ou os vértices) dos triângulos, transformando, assim, os triângulos em trapézios. As figuras seguintes mostram essa transformação.



a　　　　　　　　　　b

Figura 83 - Dois pontos marcados nos lados do 1º triângulo

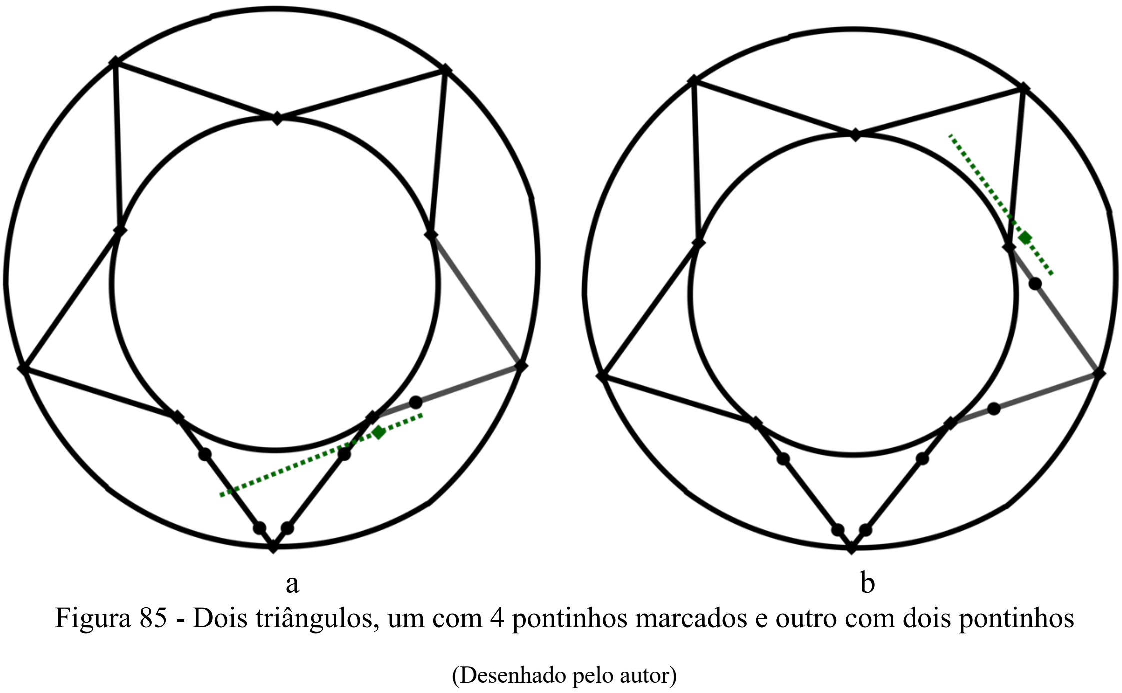
(Desenhado pelo autor)



a b

Figura 84 - Quatro pontinhos marcados nos lados do 1º triângulo

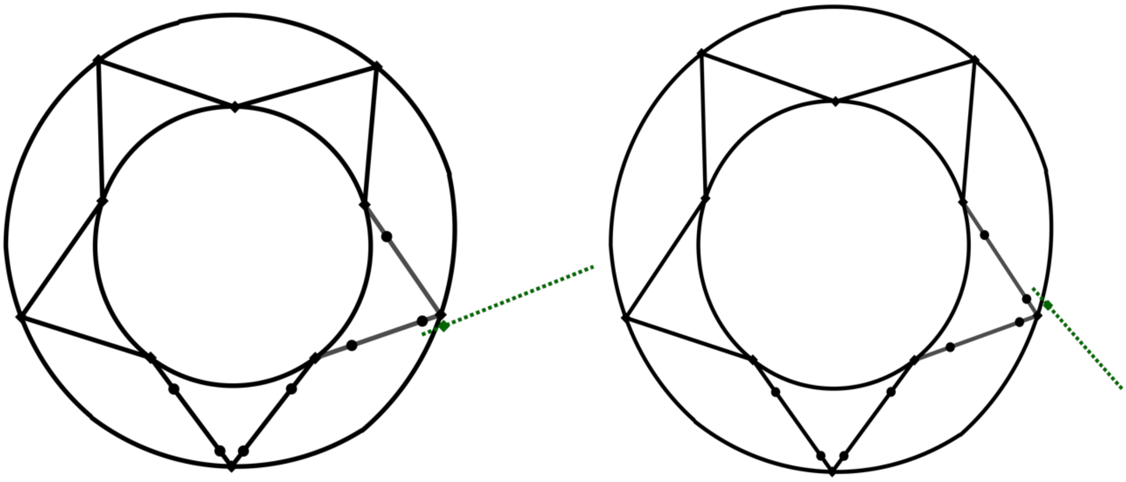
(Desenhado pelo autor)



a b

Figura 85 - Dois triângulos, um com 4 pontinhos marcados e outro com dois pontinhos

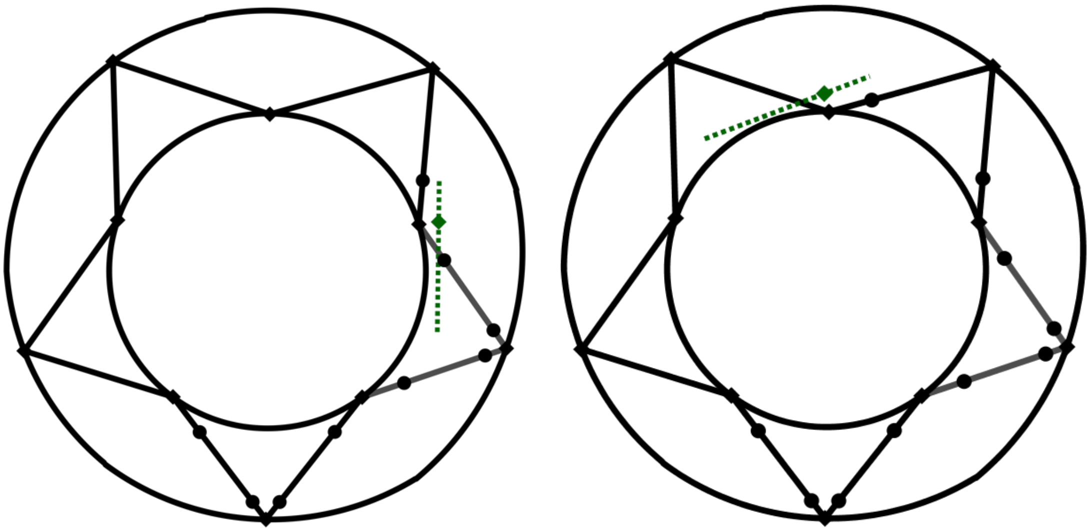
(Desenhado pelo autor)



a b

Figura 86 - Dois triângulos, todos com 4 pontinhos marcados

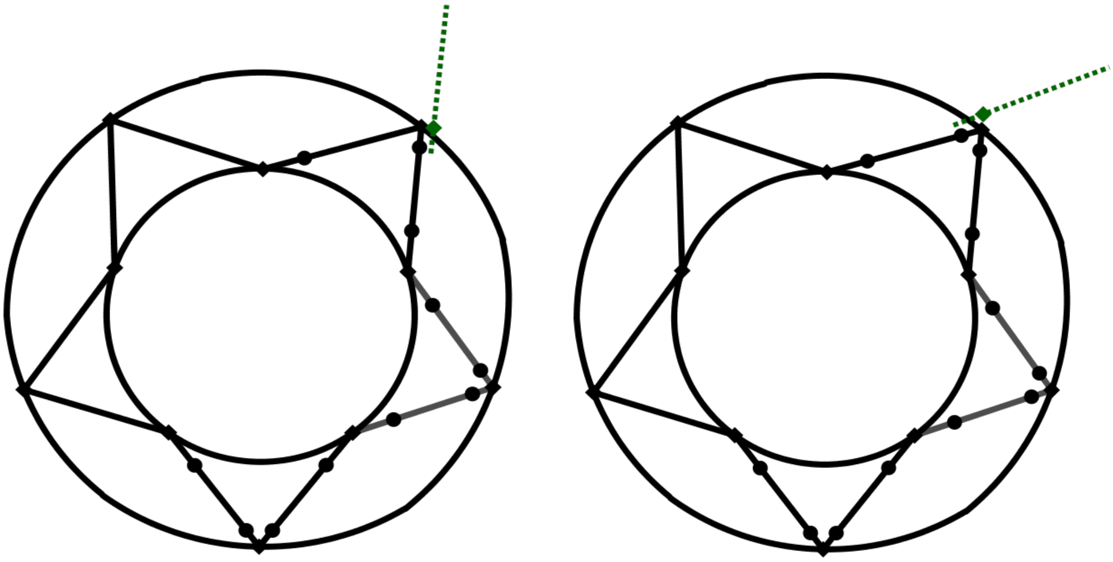
(Desenhado pelo autor)



a b

Figura 87 - Três triângulos, dois com 4 pontinhos marcados e um com dois

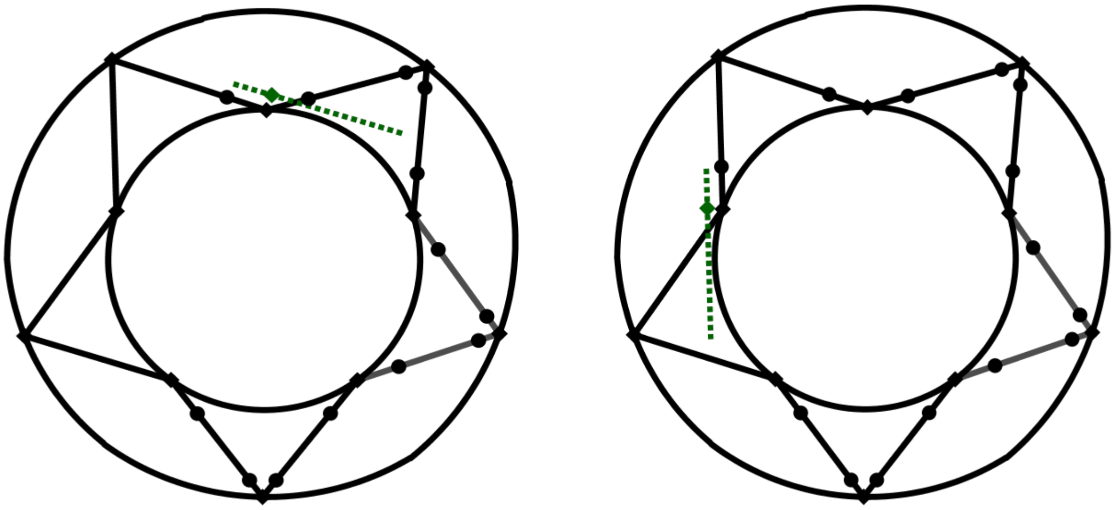
(Desenhado pelo autor)



a b

Figura 88 - Três triângulos, todos com 4 pontinhos marcados

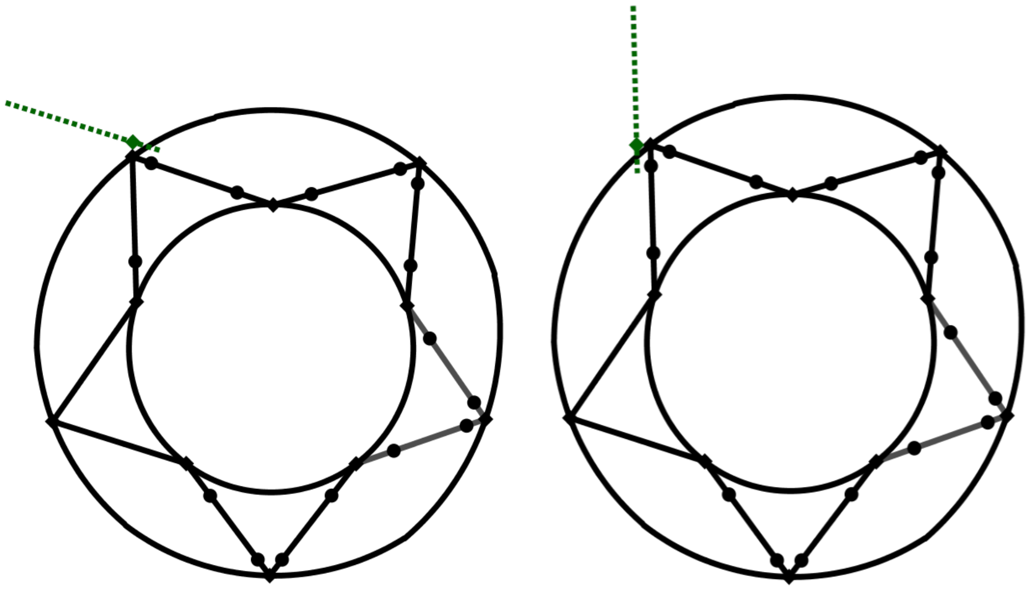
(Desenhado pelo autor)



a b

Figura 89 - Quatro triângulos, três com 4 pontinhos marcados e um com dois

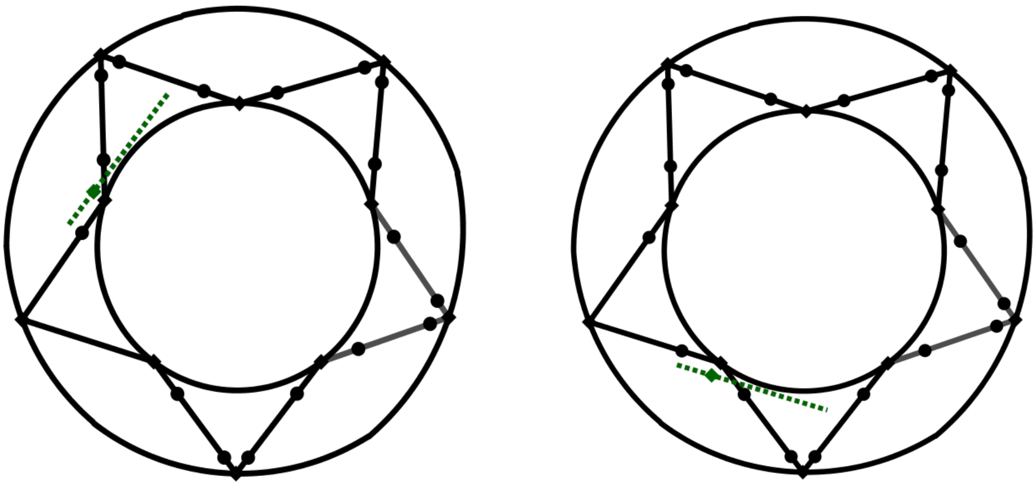
(Desenhado pelo autor)



a b

Figura 90 - Quatro triângulos, todos com 4 pontinhos marcados

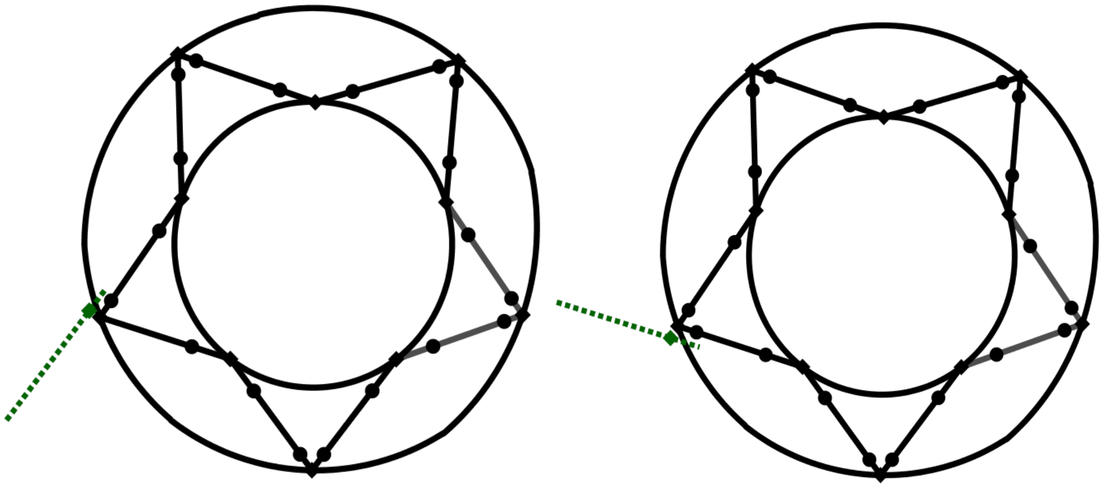
(Desenhado pelo autor)



a b

Figura 91 - Cinco triângulos, quatro com 4 pontinhos marcados e um com dois

(Desenhado pelo autor)



a b

Figura 92 - Cinco triângulos, todos com 4 pontinhos marcados

(Desenhado pelo autor)

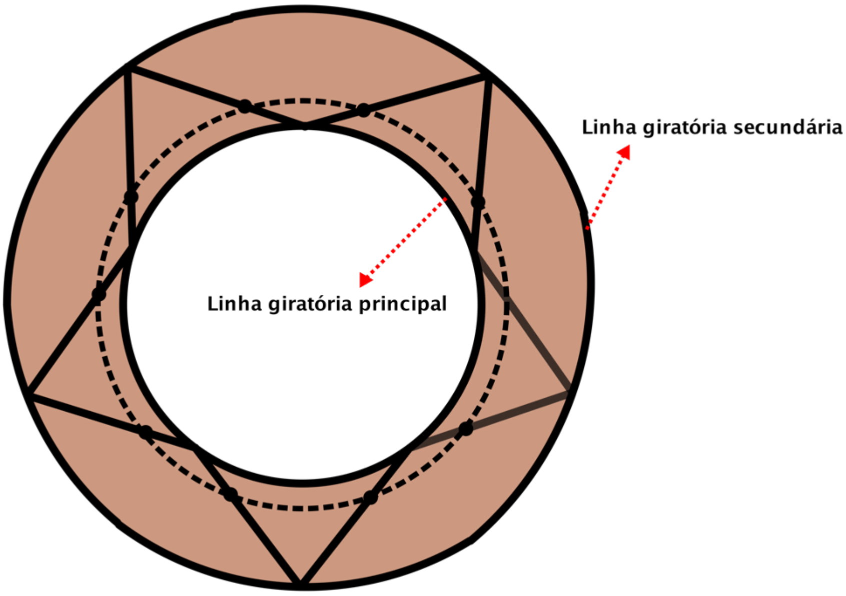


Figura 93 - Tracejo da linha circular dentada

(Desenhado pelo autor)

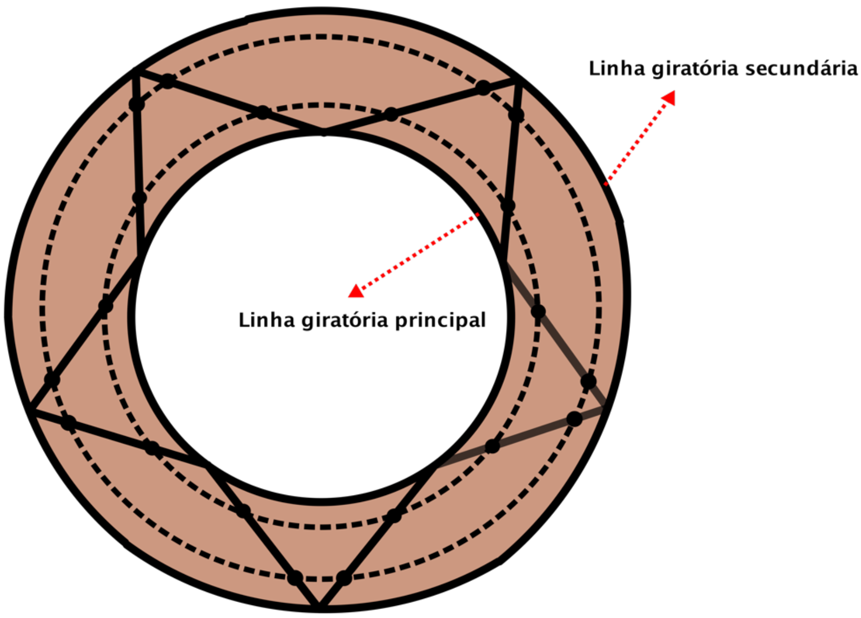


Figura 94 - Tracejo das linhas circulares dentadas

(Desenhado pelo autor)

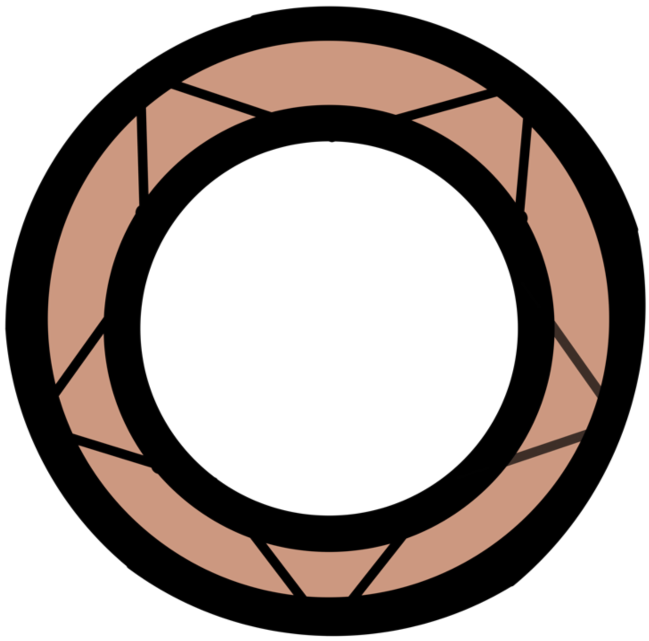


Figura 95 - Áreas pintadas das linhas circulares (ou seja, o artesão depois de tracejar ou riscar, pintou com agulha toda a área ou espaçamento entre a linha circular dentada e a linha giratória principal ou secundária)

(Desenhado pelo autor)

Podemos descrever os procedimentos acima expostos, para uma melhor perceção, num outro padrão geométrico (paralelogramo). A parte de cima (ou adjacente da linha principal) do lado de cada triângulo, marcada com a tira dentada, tem aproximadamente 4 cm e para baixo (ou adjacente da linha secundária) tem 2 cm, tal como ilustram as figuras seguintes:

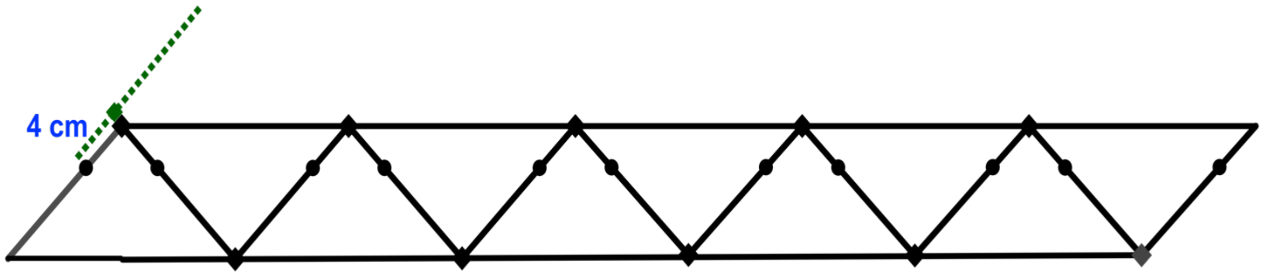


Figura 96 - Marcação dos pontos, nos lados, dos triângulos inscritos no paralelogramo, parte de cima

(Desenhado pelo autor)

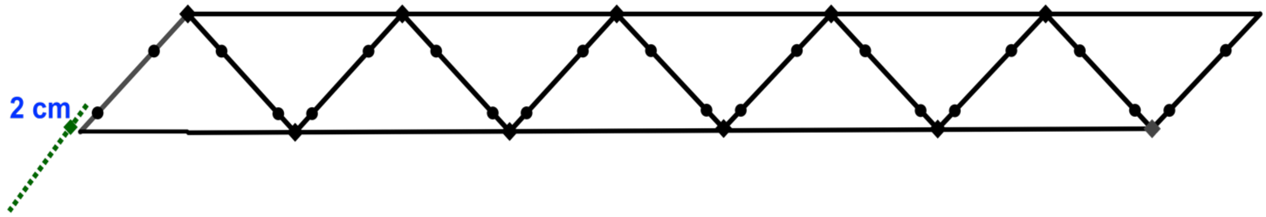


Figura 97 - Marcação dos pontos, nos lados, dos triângulos inscritos no paralelogramo, todas as partes

(Desenhado pelo autor)

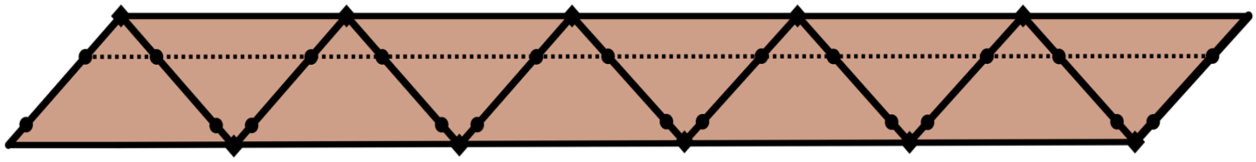


Figura 98 - Uma linha horizontal dentada traçada no paralelogramo

(Desenhado pelo autor)

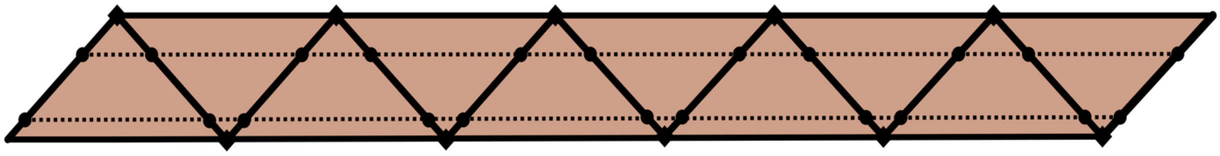


Figura 99 - Duas linhas paralelas dentadas traçadas no paralelogramo

(Desenhado pelo autor)

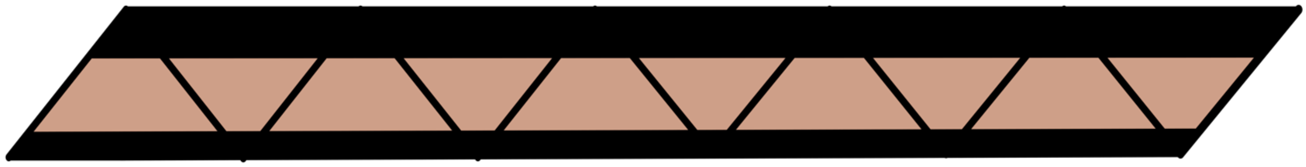


Figura 100 - Partes pintadas do paralelogramo

(Desenhado pelo autor)

Isto reforça a nossa conjetura de que o artesão tinha intensão de criar ou construir adornos do tipo triângulo e, por uma questão da diversificação dos adornos que imprimem o gosto, traçou duas retas ou linhas circulares dentadas, transformando, logo, os ornamentos do tipo triângulo para trapézios.

❖ Porque é que o almofariz tem essa dimensão? Porque é que os seus adornos têm essa forma?

Os adornos apresentados têm essa forma porque o artesão quis ou achou por bem construir os desenhos ornamentais desse tipo. O almofariz tem essa dimensão, porque é a dimensão dos troncos de árvores que ele usa, ou seja, existem troncos de árvores específicos ou decentes para fazer ou fabricar o almofariz.

❖ Porque é que os lados das bases para cima dos trapézios são diferentes? O que acontecerá se todos os lados tiverem o mesmo comprimento?

São diferentes porque há uma aproximação de construção que não é totalmente rigorosa, mas o artesão queria fazer com que fossem iguais. No entanto, as diferenças são pequenas, se olharmos, por exemplo, para as bases maiores para cima, alguns segmentos têm o comprimento de 14 cm e outras de 14,2 cm.

Trata-se de um almofariz "descuidadosamente" adornado, provavelmente uma imitação de um almofariz mais antigo. O artesão não se preocupou com a precisão (fazer todos os lados com o mesmo comprimento), porque uma maior precisão não seria nem observada nem valorizada pelos compradores. A falta de preocupação pode explicar a falha ou a diferença encontrada na análise dos adornos do almofariz. Isto não significa que o artesão seja incapaz de alcançar essa precisão. O problema é que, para sobreviver, não vale a pena fazer os cálculos necessários para fazer tudo "certinho". Nem vale a pena tentar copiar cuidadosamente artefactos mais antigos e mais precisos.

Importa ainda salientar que se o artesão não tivesse pretendido a precisão, poderia ter utilizado, por exemplo, 14 cm e 15 cm em vez de 14 cm e 14,2 cm.

Quando os lados tiverem o mesmo comprimento, em vez de ser diferentes, ajudará a simplificar o cálculo, ou seja, fará com que evitemos a ter expressão aritmética bastante longa (por exemplo: 4 cm + 4 cm + 3,8 cm + 3,8 cm + 4 cm + 14 cm + 14 cm + 14 cm + 14,2 cm + 14,2 cm). Por outras palavras verifica-se 4 x 5 + 14 x 5 ou, simplesmente, 18 x 5.

Fica ainda aberta a questão como e em que forma esse conhecimento foi adquirido? Será que através do comprimento ou do perímetro da base maior circular do almofariz?

Na base do nosso conhecimento aritmético, vamos admitir que o somatório dos comprimentos dos lados das bases para cima é igual à quantidade necessária 4 x 5 + 14 x 5 ou 5 x 18 (ou melhor, ao perímetro da base maior do almofariz). O erro torna-se evidente os dois lados constatados em cada base (maior e menor) deveriam ter sido iguais, por exemplo, 4 (comprimento do lado da base menor) e 14 (comprimento do lado da base maior). Muito provavelmente, trata-se de erro ou falha na marcação dos "pontinhos" com a "tirinha" ou "fitinha" (régua não graduada).

O artesão sabia, de uma ou de outra forma, que a junção ou a soma das medidas dos 5 "pedacinhos" (Figura 101) é igual ao perímetro da base maior do almofariz.

Na base do nosso conhecimento matemático, podemos constatar que a quantidade 18 cm + 18 cm + 18 cm + 18 cm + 18 cm é igual a 90 cm.

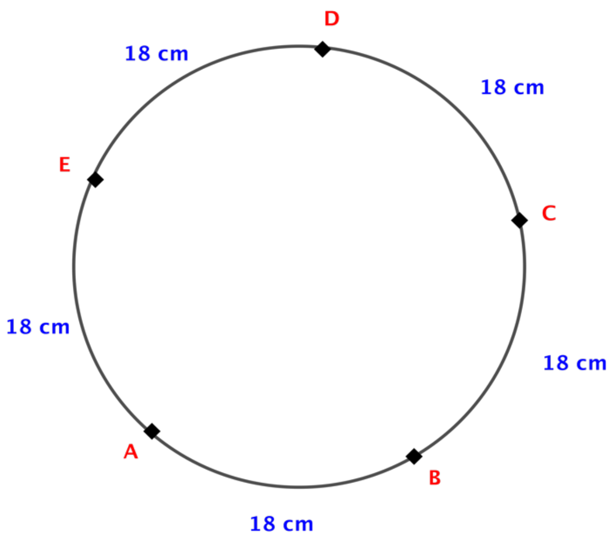


Figura 101 - Divisão da circunferência em cinco pedacinhos iguais

(Desenhado pelo autor)

Determinamos o comprimento da tira ou "fitinha" que o artesão usou para marcar os "pontinhos" ou dividir a base maior do almofariz (Figura 102).

A Figura 102 mostra que a circunferência foi dividida em 5 partes ou "pedacinhos" onde cada "pedacinho" é igual 18 cm. Na base do nosso conhecimento geométrico, podemos constatar que:

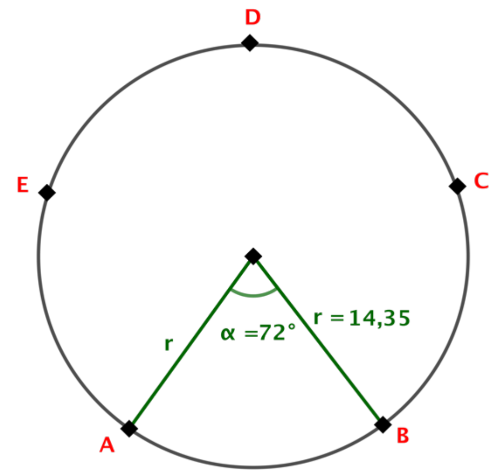


Figura 102 - Circunferência com ângulo ao centro de amplitude α

(Desenhado pelo autor)

A medida do comprimento do arco de circunferência de extremos A e B é C_{arco} obtida por

$$
\begin{aligned}
C_{arco} &= \frac{amplitude\ do\ \hat{a}ngulo\ alfa\ (\alpha) \times\ pi\ (\pi)\ \times\ raio(r)}{180^{o}} \\
&= \frac{72^{0} \times 3{,}14 \times 14{,}35}{180^{0}} \\
&= 18
\end{aligned}
$$

Os arcos $AB,\ BC,\ CD,\ DE\ e\ EA$ têm o mesmo comprimento, 18 cm.

$$AB = 18\text{ cm}$$

Logo:

$$AB = BC = CD = DE = EA = 18\text{ cm}$$

O primeiro almofariz (Figura 52-1) mostra o valor do diâmetro e conhecendo um valor aproximado de pi (π), podemos determinar o comprimento da base maior do almofariz. Aplicando a fórmula do perímetro do círculo, obtemos:

$$
\begin{aligned}
P_o &= 2 \times \pi \times r \\
&= 2 \times 3{,}14 \times 14{,}35 \\
&= 90{,}1 \approx 90
\end{aligned}
$$

A Figura **57** apresenta bases dos trapézios e somando os seus comprimentos obtem-se:

$$4 + 4 + 4 + 3{,}8 + 3{,}8 + 14 + 14 + 14 + 14{,}2 + 14{,}2 = 90$$

Isto reforça a nossa conjetura de que a escolha ou o aparecimento dos números 3,8; 4; 14 e 14,2 não é casual, mas sim foram determinados com base no perímetro da base maior do almofariz.

❖ Será que a soma dos lados das bases menores e maiores dos trapézios tem alguma correspondência?

Claro que sim! Pois se olharmos atentamente para a Figura 103 e somarmos todos os arcos, obteremos resultado igual ao do somatório dos lados das bases dos trapézios.

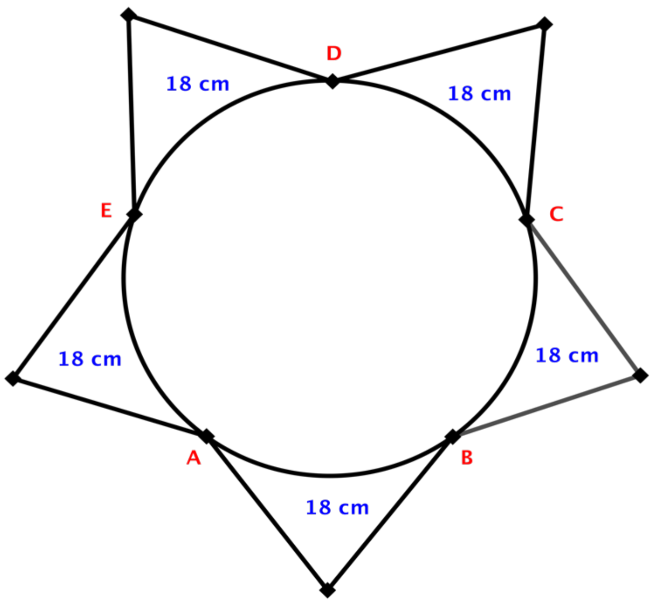


Figura 103 - Cinco triângulos inscritos no exterior da circunferência

(Desenhado pelo autor)

Por outras palavras, verifica-se:

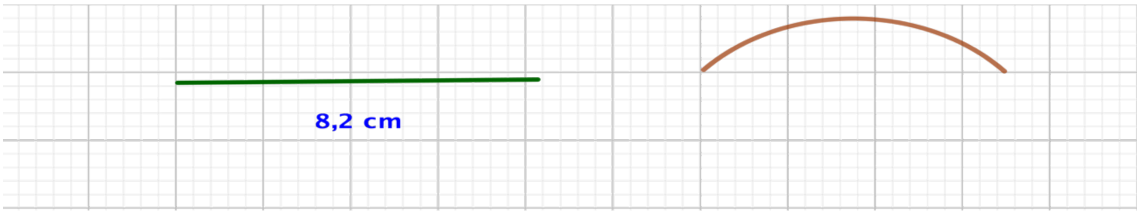
$$4 + 4 + 3{,}8 + 3{,}8 + 4 + 14 + 14 + 14 + 14{,}2 + 14{,}2 = 18 + 18 + 18 + 18 + 18$$

$$90 = 90$$

A partir daqui, podemos concluir que o artesão (ou manufaturador) estava, provavelmente, consciente do princípio de igualdade (ou melhor, a soma dos lados dos trapézios é igual à quantidade necessária 5 x 18).

5.1.5 Análise do segundo almofariz

A técnica de construção dos adornos do almofariz (Figura 58) é a seguinte:



a b

Figura 104 - As tiras

(Desenhado pelo autor)

Partamos, primeiramente, da base maior ou parte de cima do almofariz com diâmetro igual 18,3 cm (Figura 59). Na base do nosso conhecimento geométrico, vamos calcular o valor do raio:

$$r = \frac{d}{2} = 9,2\ cm$$

Desta feita, traçamos a circunferência (base maior do almofariz) e marcamos ou dividimos a mesma em 7 "pedacinhos" (Figura 105).

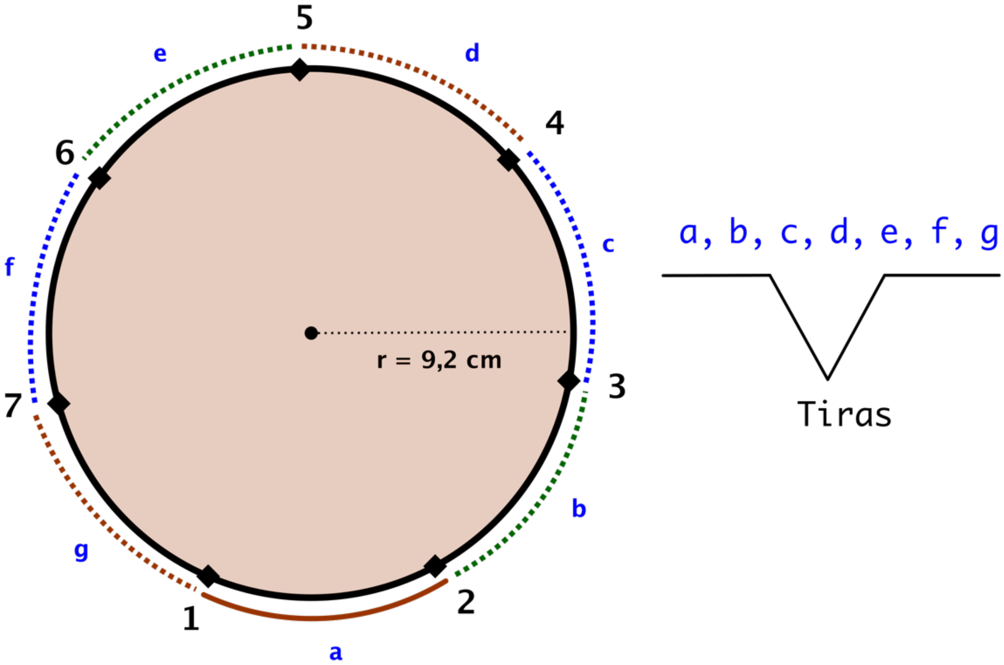


Figura 105 - Base maior do almofariz dividida em 7 pedacinhos

(Desenhado pelo autor)

Em seguida, descrevemos a técnica que o artesão utilizou para construir os adornos situados junto ao centro do almofariz, cujo perímetro da linha giratória (ou circunferência) é 54,6 cm (Figura 59).

Na base do nosso conhecimento matemático, com o valor do perímetro apresentado (Figura 59) podemos determinar o raio e, subsequentemente, o comprimento do arco ou o comprimento da tira que o artesão terá utilizado para marcar ou dividir o almofariz em 7 pedacinhos. Por outras palavras, verifica-se:

$$P_o(perímetro) = \pi(pi) \times d(diâmetro)$$

$$54{,}6 = 3{,}14\ (valor\ aproximado\ de\ pi) \times d$$

$$\frac{546}{10} \div \frac{314}{100} = d$$

$$\frac{546}{10} \times \frac{100}{314} = d$$

$$\frac{5460}{314} = d$$

$$17{,}4 = d$$

Raio: $r = 8{,}7$

Comprimento do arco

$$Comprimento_{arco} = \frac{\alpha(\hat{a}ngulo) \times \pi(pi) \times r(raio)}{180}$$

$$= \frac{51{,}32^{o} \times 3{,}14 \times 8{,}7}{180^{o}}$$

$$= 7{,}8$$

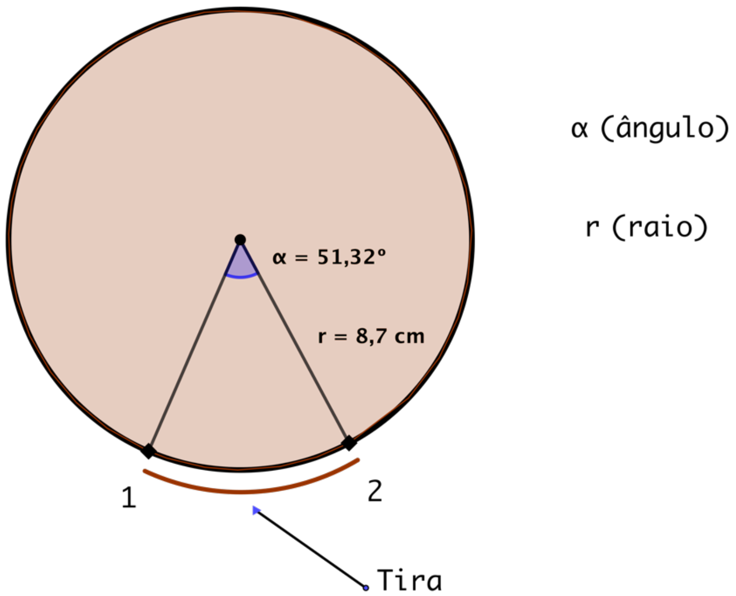


Figura 106 - Setor circular inscrito na circunferência e um arco marcado no exterior da mesma

(Desenhado pelo autor)

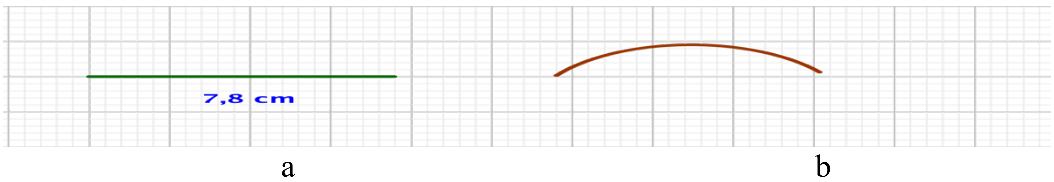


Figura 107 - As tiras: uma representada em reta (a) e outra em arco (b)

Passo 1

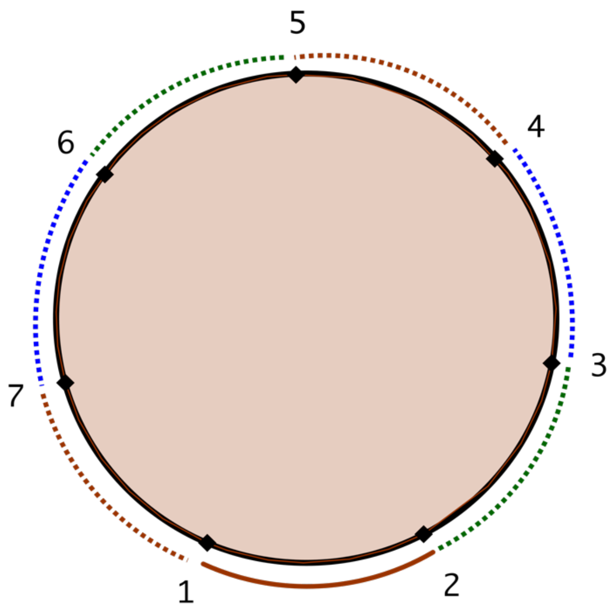


Figura 108 - Linha giratória (circunferência) localizada no centro do almofariz dividida em 7 pedacinhos

(Desenhado pelo autor)

O espaçamento entre as linhas giratórias que limitam os riscos paralelos (ou em ziguezague) é 4,6 cm.

Muito provavelmente, o número 4,6 (comprimento da tira vertical central) terá surgido por via operacional do número 9,2 (o raio da base maior do almofariz, Figura 105) dividindo por dois (2). Em outras palavras, verifica-se:

$$4{,}6 \ = 9{,}2 \div 2$$

❖ Fica ainda aberta a questão: como é que fez para espaçar essas linhas?

Segundo a conversa que tivemos com o artesão, o espaçamento entre as linhas foi definido com base no comprimento vertical ou $\overline{AB}$ (vide Figura **59**), ou seja, determinou primeiramente o centro da altura ou do segmento ($\overline{AB}$). Em seguida, começando pelo centro, traçou, usando "tirinha" e lápis a carvão, duas linhas verticais, uma "puxando" para cima e a outra para baixo, ambas com o mesmo comprimento e pintou-as "kwola" com agulha grossa quente ou depois de passar pelo fogo. As figuras seguintes ilustram esse processo.

Passo 2

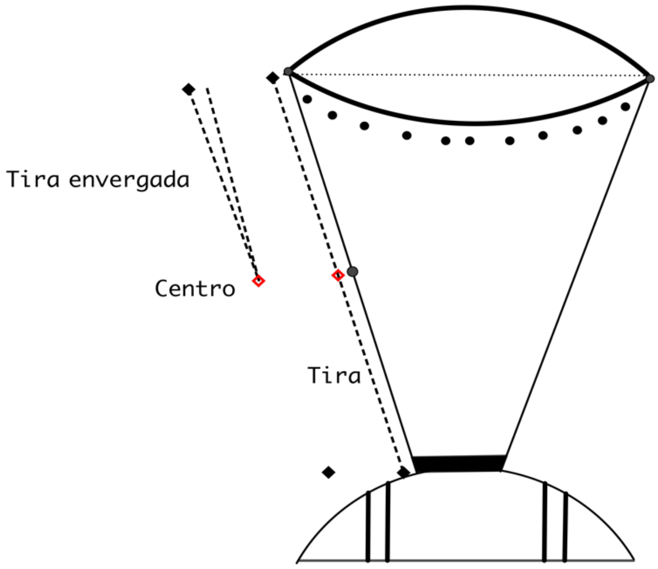


Figura 109 - Determinação do centro

(Desenhado pelo autor)

Passo 3

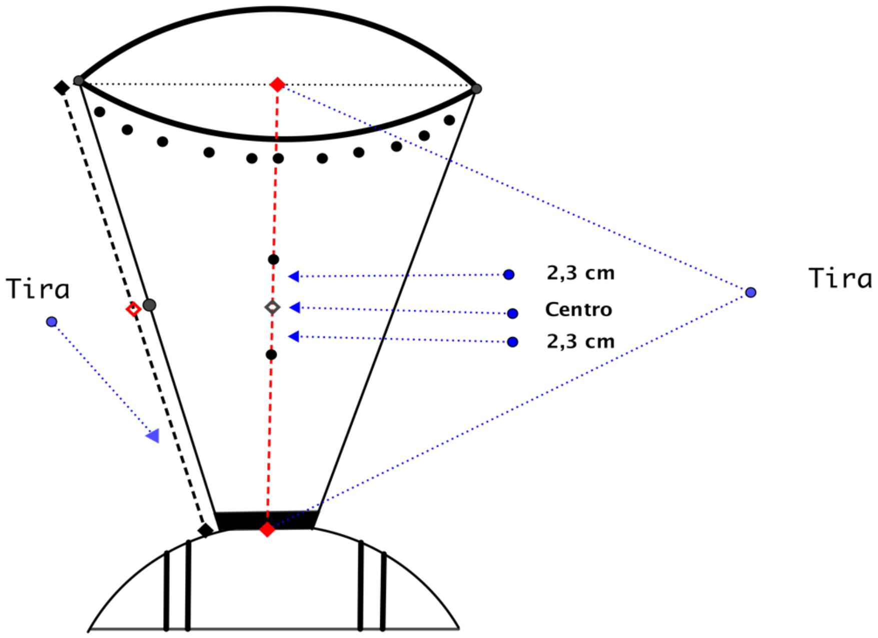


Figura 110 - Determinação do comprimento da tira vertical a partir do centro

(Desenhado pelo autor)

Passo 4

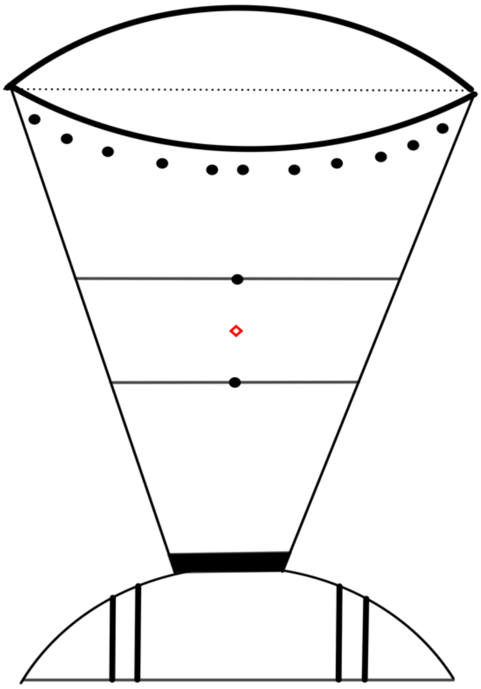


Figura 111 - Espaçamento das linhas circulares

(Desenhado pelo autor)

Passo 5

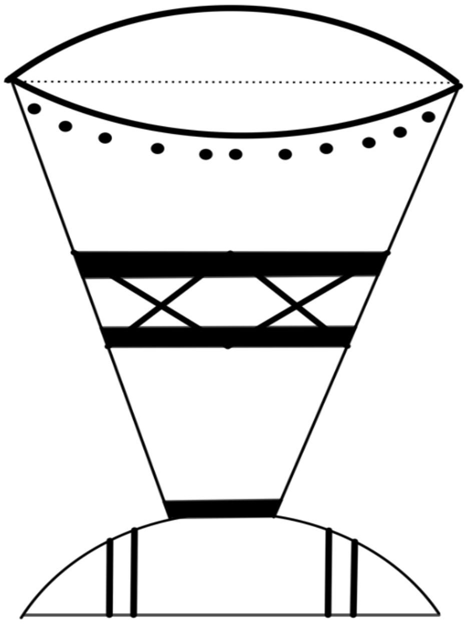


Figura 112 - Retas concorrentes inscritas no interior das linhas circulares adornadas (ou pintadas)

(Desenhado pelo autor)

❖ Como é que o artesão fez ou construiu esse tipo de adornos?

Temos a impressão de que se trata, aqui, de novo da diversificação dos adornos, cujo aparecimento pode ser explicado.

O artesão, primeiramente, adornou o almofariz de forma triangular. As figuras seguintes elucidam esse processo.

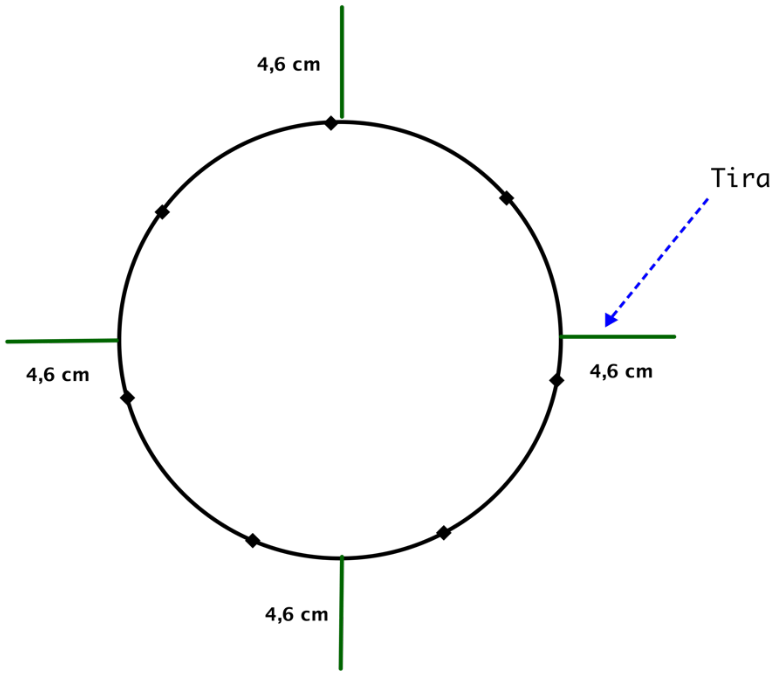


Figura 113 - Determinação da distância entre as linhas circulares

(Desenhado pelo autor)

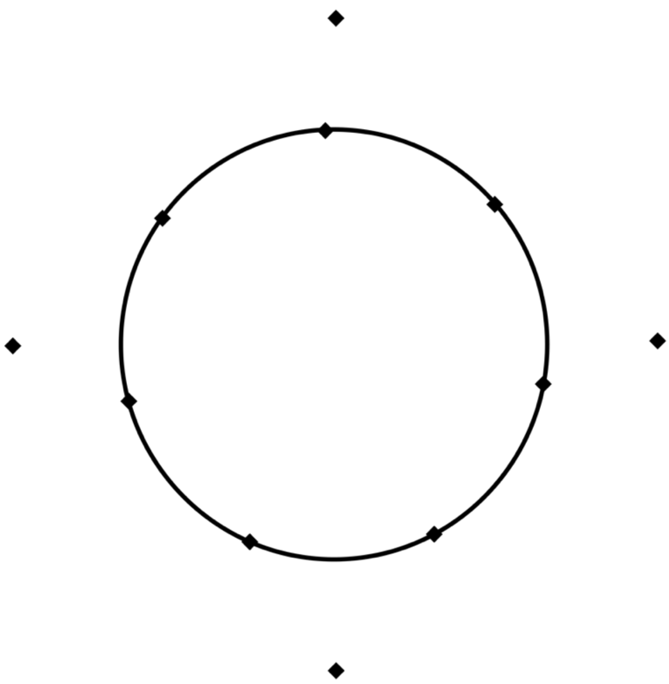


Figura 114 - Representação da linha circular e 4 “pontinhos” marcados

(Desenhado pelo autor)

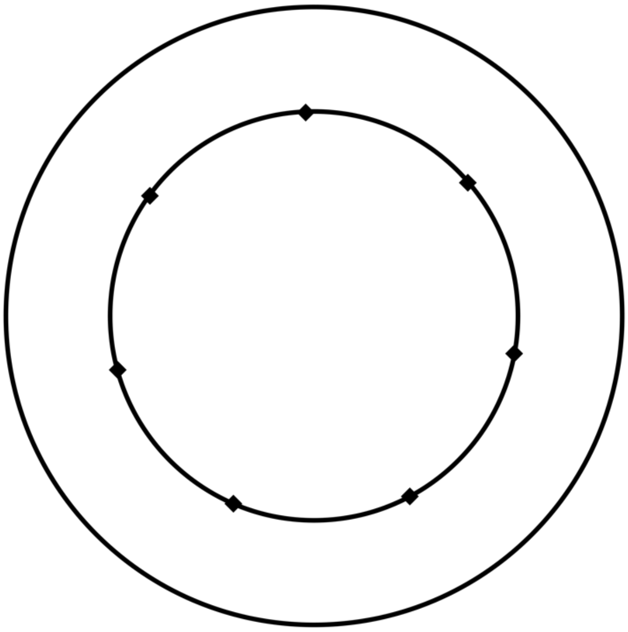


Figura 115 - Representação das duas linhas circulares junto do centro

(Desenhado pelo autor)

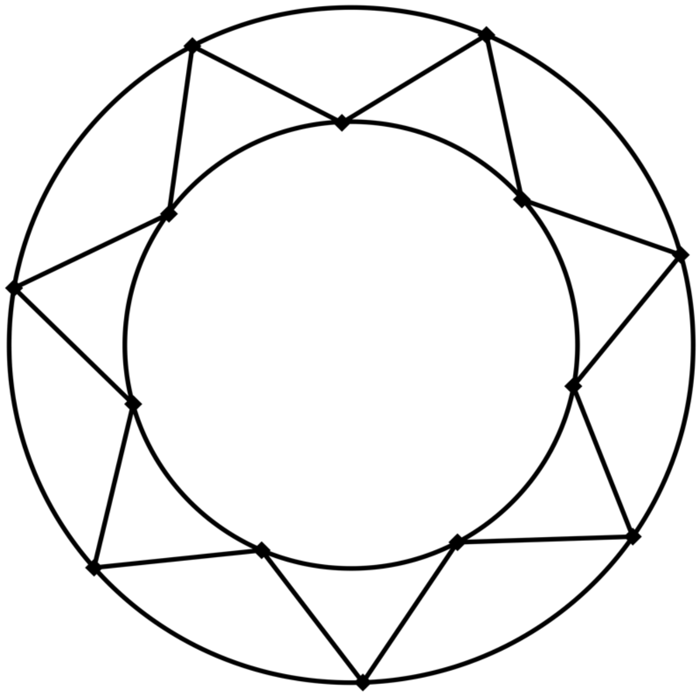


Figura 116 - Faces ornamentais do tipo triângulo (ou segmentos de retas em ziguezague)

(Desenhado pelo autor)

Em seguida, desenhamos as figuras que mostram os passos que o artesão terá seguido para transformar as faces ornamentais do tipo triângulo para hexágono.

Com a tira (Figura 107), ele conseguiu localizar o centro de cada arco e, em seguida, marcou com lápis a carvão os pontinhos ao centro de cada arco de ambas as linhas giratórias (ou circunferências), tal como ilustra a Figura 117.

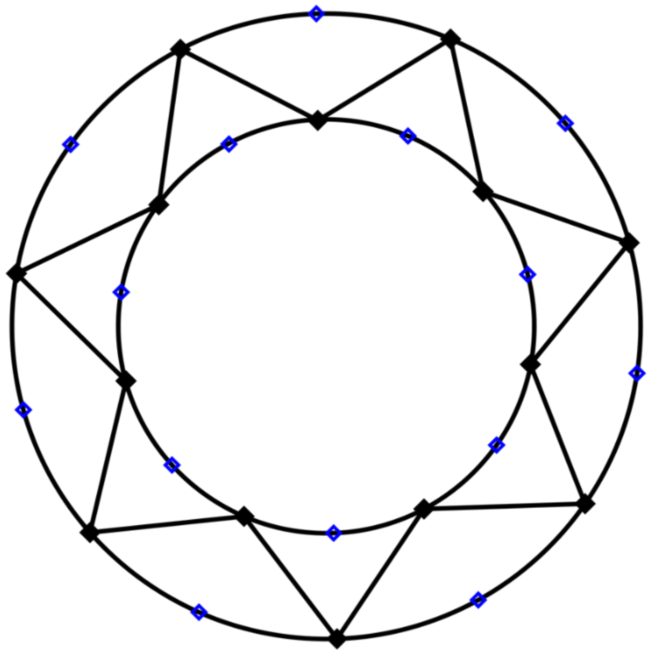


Figura 117 - Pontinhos" marcados no centro de cada arco

(Desenhado pelo autor)

A partir do "pontinho" selecionado aleatoriamente, começou a traçar linhas em ziguezague passando por cima das outras (ou entrecruzamento) e atingindo ou tocando todos os "pontinhos" marcados no centro de cada arco, tal como ilustram as figuras seguintes:

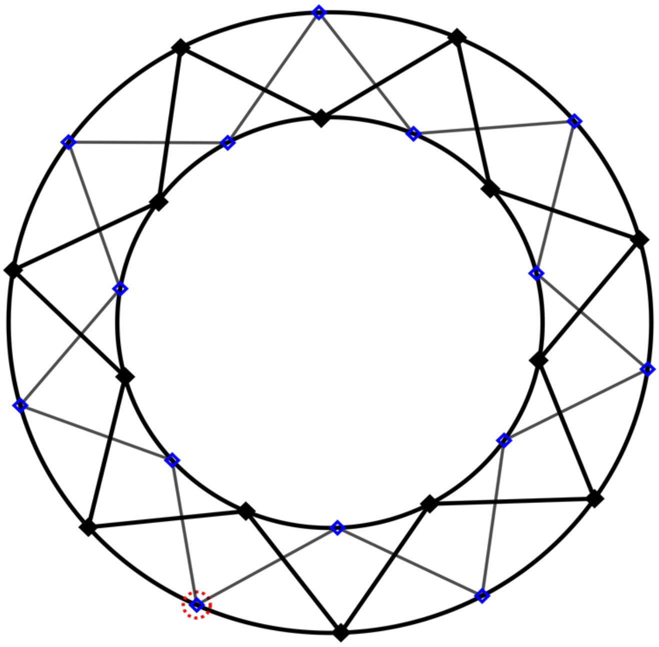


Figura 118 - Entrecruzamento de segmentos de retas em ziguezague

(Desenhado pelo autor)

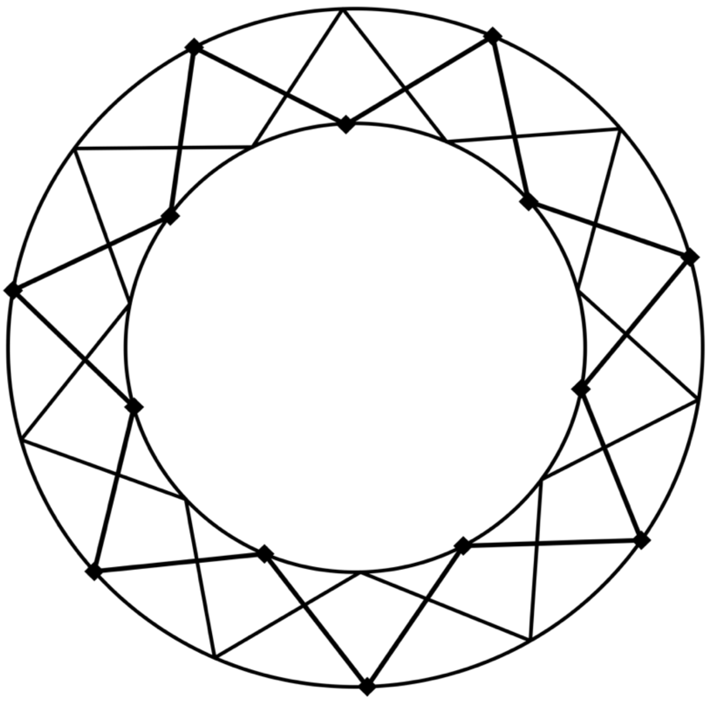


Figura 119 - Entrecruzamento de segmentos de retas sem pontos marcados no centro dos arcos

(Desenhado pelo autor)

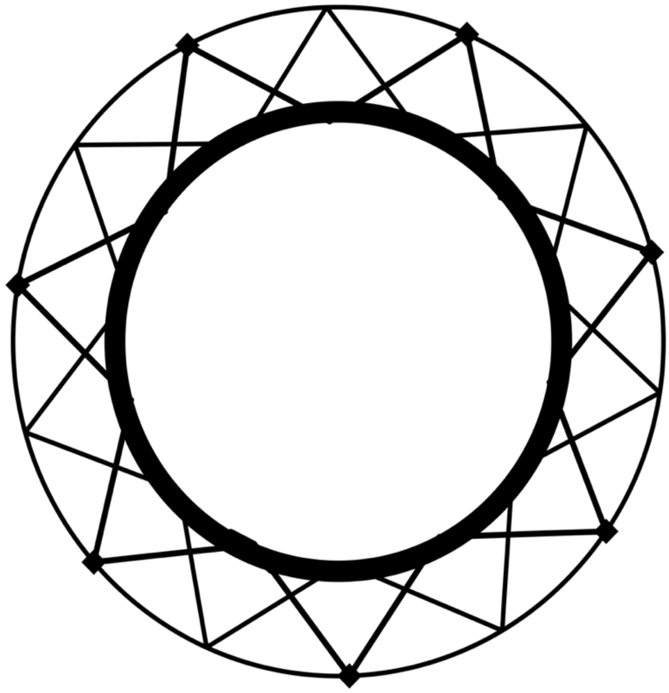


Figura 120 - Entrecruzamento de segmentos de retas e uma linha circular pintada

(Desenhado pelo autor)

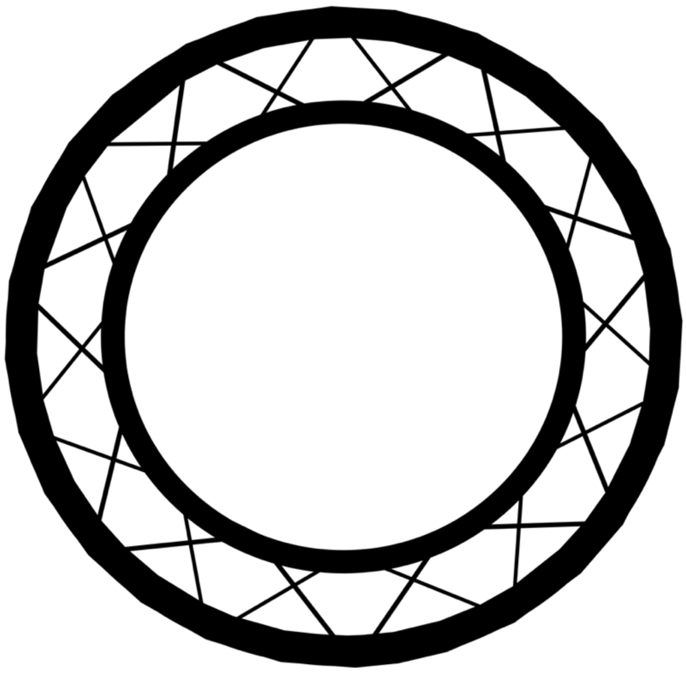


Figura 121 - Faces ornamentais do tipo triângulo e hexágono (ou entrecruzamento de segmentos de retas em ziguezague e duas linhas circulares pintadas)

(Desenhado pelo autor)

Isto reforça a ideia de que o manufaturador (artesão) construiu primeiramente os triângulos (Figura 116) e, por questões de beleza, transformou-os para hexágonos. Ou seja, em vez de um tipo transformou para dois (Figura 121).

5.1.6 Análise do terceiro almofariz

Este almofariz (Figura 52-3) apresenta adornos duplos com diversos tipos, uns do tipo triângulo (Figura 61) e outros do tipo trapézio e losango (Figura 64).

❖ Será que o artesão tencionou fazer ou construir adornos duplos com diversos tipos? Ou os diversos tipos foram, antes de mais nada, falha?

Primeiramente, o artesão, com a tira e lápis a carvão, marcou ou dividiu a base maior do almofariz em três pedacinhos. Em seguida, traçou com agulha grossa "quente" linhas duplas, em forma ziguezague, dando volta completa ao almofariz, tal como mostram as figuras seguintes:

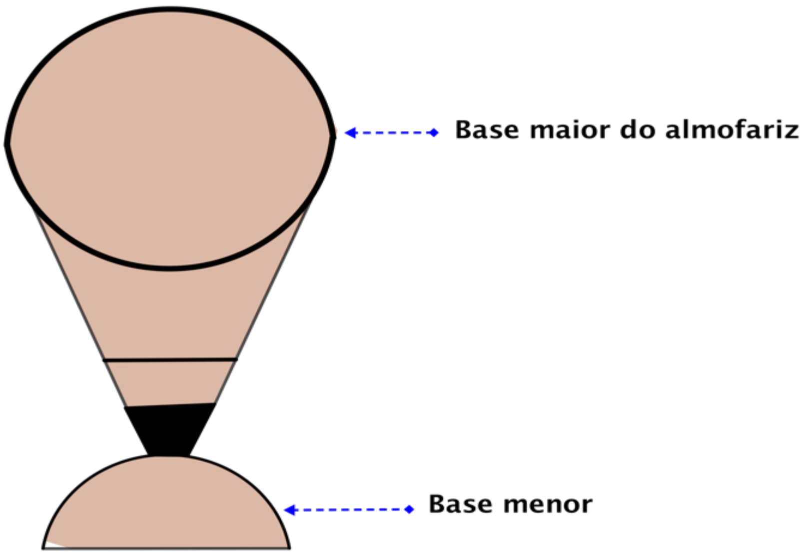


Figura 122 - Representação das bases do almofariz

(Desenhado pelo autor)

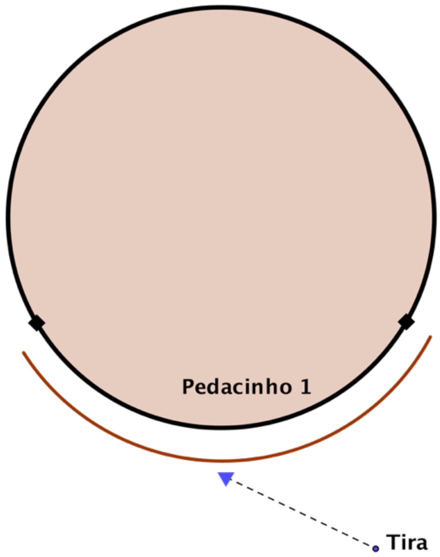


Figura 123 - Obtenção do primeiro “pedacinho”

(Desenhado pelo autor)

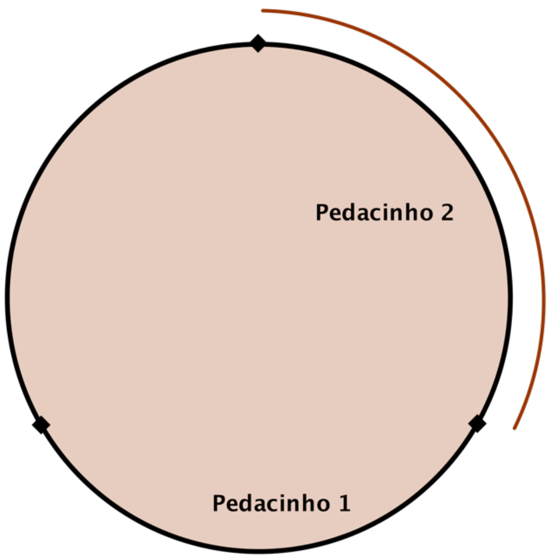


Figura 124 - Obtenção do segundo “pedacinho”

(Desenhado pelo autor)

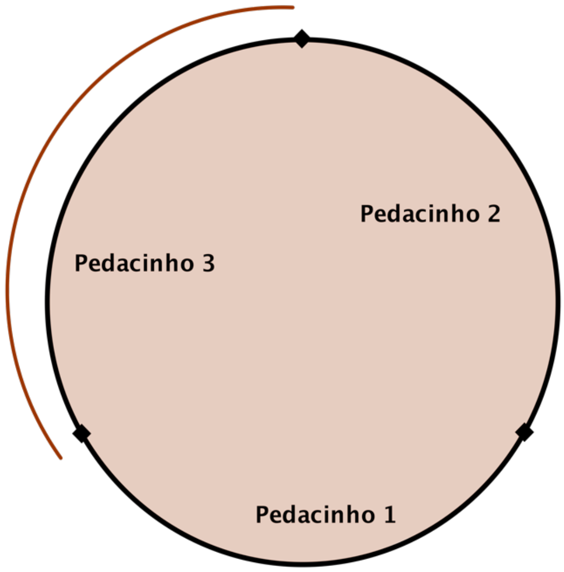


Figura 125 - Obtenção do terceiro "pedacinho"

(Desenhado pelo autor)

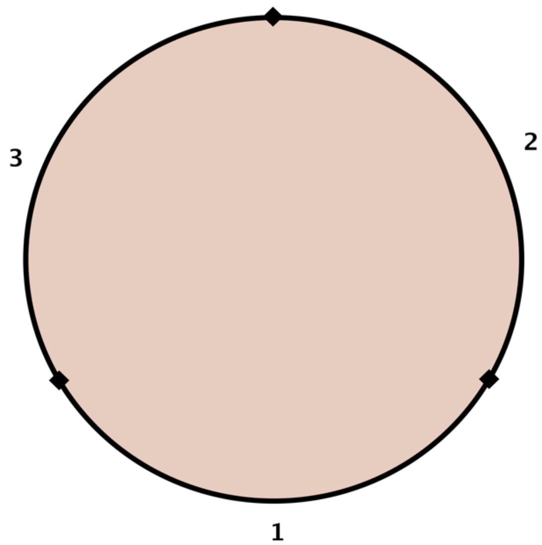


Figura 126 - Três "pedacinhos" marcados

(Desenhado pelo autor)

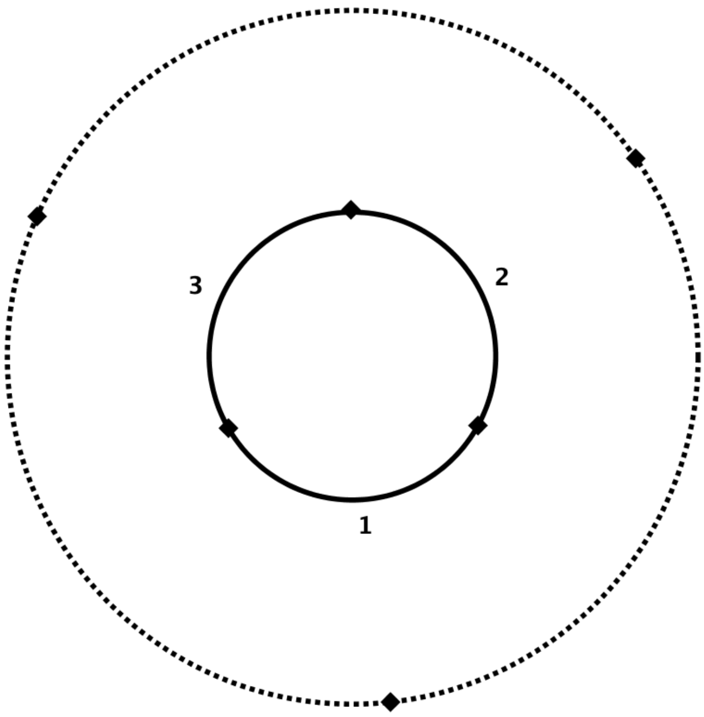


Figura 127 - Duas circunferências, uma dentada e outra não dentada

(Desenhado pelo autor)

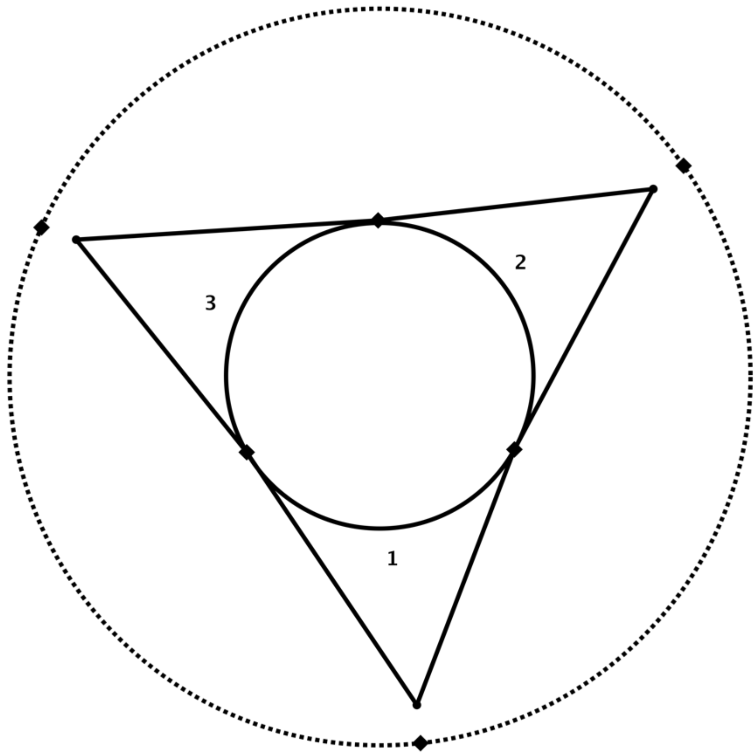


Figura 128 - Três triângulos inscritos na circunferência dentada

(Desenhado pelo autor)

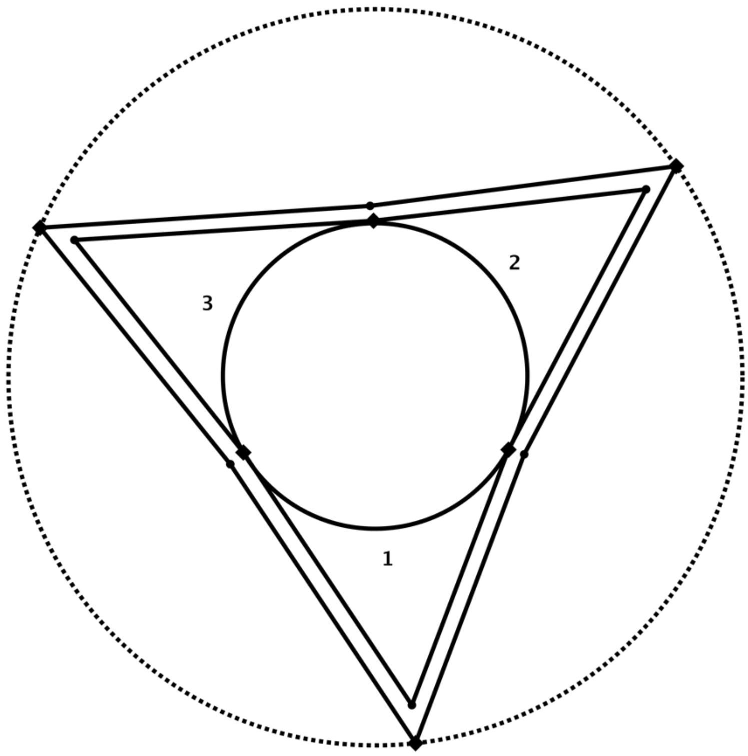


Figura 129 - Três triângulos duplos inscritos na circunferência dentada

(Desenhado pelo autor)

As figuras seguintes podem, ainda, tornar mais ilustrativo o procedimento de construção dos adornos.

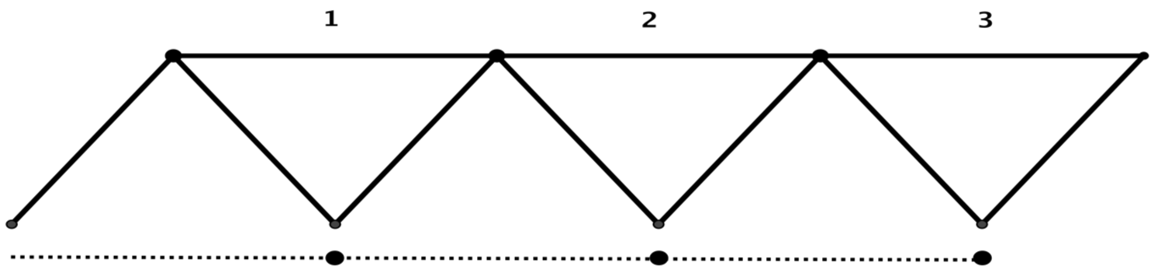


Figura 130 - Linhas em ziguezague inscritas no paralelogramo

(Desenhado pelo autor)

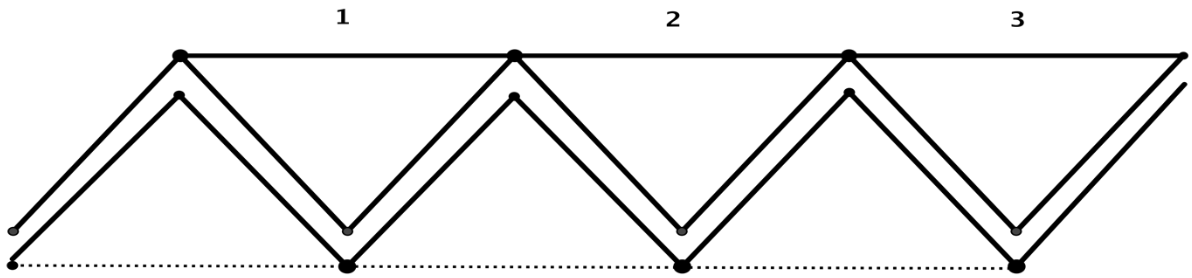


Figura 131 - Linhas duplas em ziguezague inscritas no paralelogramo

(Desenhado pelo autor)

A partir daqui, podemos concluir que a linha inicial do pensamento do artesão era de construir os adornos duplos do tipo triângulo e não do tipo trapézio nem losango.

Mais uma vez, trata-se, muito provavelmente, de erro de medição ou de imitação imperfeita de um almofariz mais antigo.

5.1.7 Porque dividiram os almofarizes em quantidades ímpares e não em pares?

Antes de tocarmos na questão, vamos, de forma sucinta, descrever aquilo a que tivemos acesso junto dos artesãos.

Os artesãos experientes sabem, de forma aproximada, quantas vezes podem dividir o almofariz (base maior) de modo a que os "pedacinhos" tenham todos o mesmo tamanho ou comprimento. Podem fazer, mentalmente, contas para acertar ou igualar os tamanhos. Mesmo que seja a olho, eles fazem uma estimativa de quantidade dos pedacinhos.

Os artesãos, em princípio, optam pelos números ímpares ou por dividir o almofariz (base maior) em quantidades ímpares. Os almofarizes a que tivemos acesso ou que recolhemos estão todos divididos (ou repartidos) em quantidades ímpares (ou seja, o somatório dos pedacinhos é igual a um número ímpar) e, mesmo, os dados que tivemos ou que foram fornecidos pelos artesãos (mormente os que fazem os almofarizes) apontam este padrão (divisão do almofariz em quantidades ímpares). Um outro dado, não menos importante, fornecido pelo artesão (menos experiente) indica que fazer outra coisa (não seguir a norma) pode não resultar aquilo que se espera (obter todos os pedacinhos do almofariz iguais) ou pode dificultar o trabalho. Para eles (os artesãos) "repartir" o almofariz (base maior) em quantidades ímpares o trabalho fica mais facilitado e/ou conseguem encontrar os "pedacinhos" iguais.

5.1.8 Que matemática está na base dessas construções?

A base do primeiro almofariz está dividida em 5 partes ou "pedacinhos" (Figura 132), a base do segundo almofariz em 7 "pedacinhos" (Figura 133) e a base do terceiro está dividida em 3 (Figura 134).

Essa parte (bases dos almofarizes divididas em quantidades ímpares de vértices), do ponto de vista matemático, é bastante rica. Ou melhor, construir um polígono regular com quantidade ímpar de vértices não é muito popular. Na realidade não é possível construir um heptágono regular com régua não graduada e compasso.

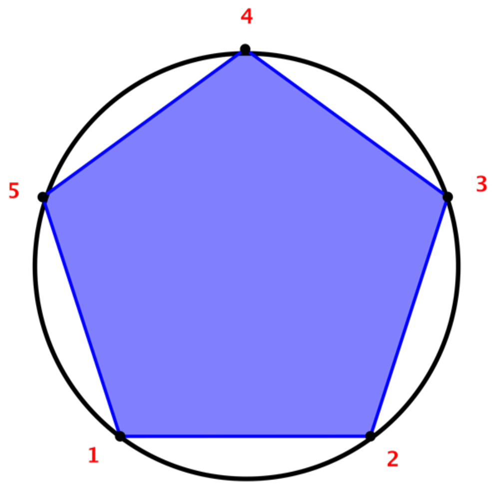


Figura 132 - Pentágono regular (5 lados e 5 vértices)

(Desenhado pelo autor)

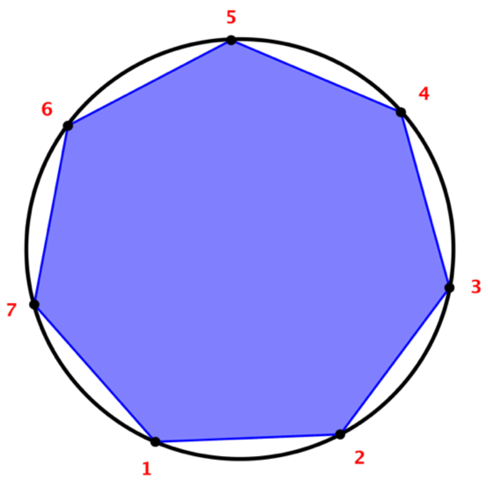


Figura 133 - Heptágono regular (com 7 lados e 7 vértices)

(Desenhado pelo autor)

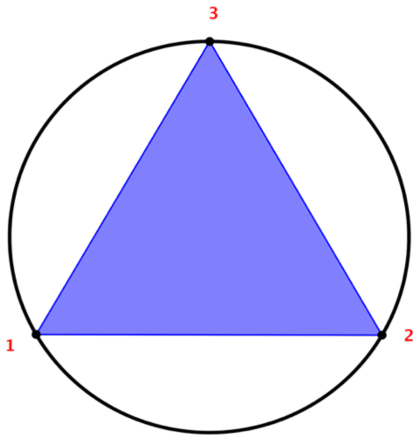


Figura 134 - Triângulo equilátero (3 lados e 3 vértices)

(Desenhado pelo autor)

Este é um tema que pode levar a explorações interessantes, analisando a história da Matemática e as tentativas de construção de polígonos regulares com régua não graduada e compasso, o uso de régua graduada, as construções geométricas aproximativas, etc.

Portanto, no ensino da matemática pode ser explorado esse conhecimento (dividir a base em quantidade ímpar de vértices) para criar um contexto atrativo em que os alunos podem ser estimulados a descobrirem procedimentos para construir polígonos regulares com quantidades ímpares de vértices.

5.2 Análise matemática "congelada" no balaio

Como vimos anteriormente, o balaio é um utensílio doméstico (ou que se utiliza na cozinha), que serve para peneirar ou conservar a farinha ou fuba de milho, massango, massambala, mandioca ou "bombó" e outros produtos alimentares. É entrançado utilizando a técnica entrecruzada (ou entrecruzamento): as tiras de planta *zitonde* (em Nganguela, língua nativa), passam por cima e por baixo de mais que uma tira na direção perpendicular, como referem Parzysz & Pessoa (2019) para realizar os entrecruzamentos; basta, sobre um dos fios, alternar em cima e em baixo, em cada cruzamento, fazendo, depois, a translação do resultado para os outros fios.

As figuras a seguir evidenciam este processo.

Figura 135 - Balaio em manufaturação

Fotografia do autor datada de 11.05.2018

a b

Figura 136 - Balaio feito. À esquerda está a parte interior do balaio e à direita a parte exterior

Fonte: Fotografias do autor datada de 11.05.2018

As figuras seguintes evidenciam representações esquemáticas do balaio de diferentes dimensões.

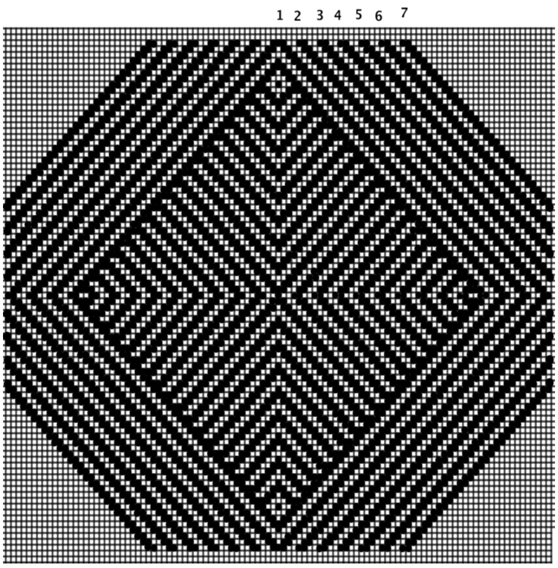
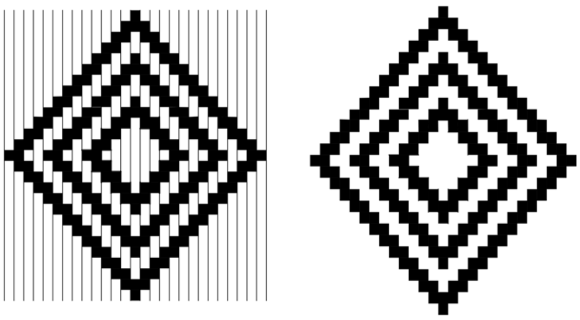


Figura 137 - Dimensão 137 x 137

(Desenhado pelo autor)

A figura seguinte mostra quadrados concêntricos sucessivos dentados entrecruzados com imagem preta e branca.



a b

Figura 138 - Dimensões 11x11, 19x19, 27x27

(Desenhado pelo autor)

A figura seguinte representa uma linha dentada na diagonal horizontal.

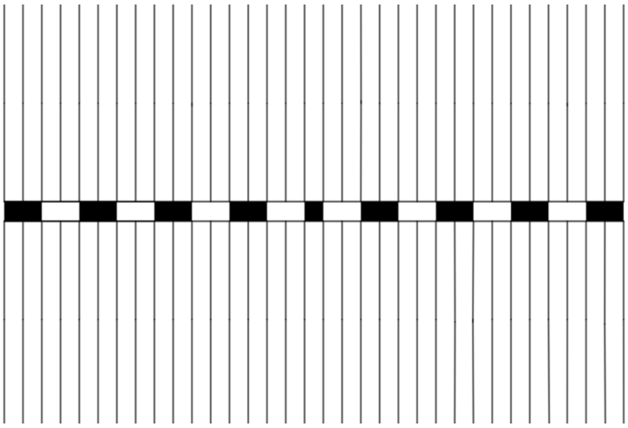


Figura 139 - Dimensões 33x1

(Desenhado pelo autor)

A figura seguinte representa duas linhas dentadas horizontais.

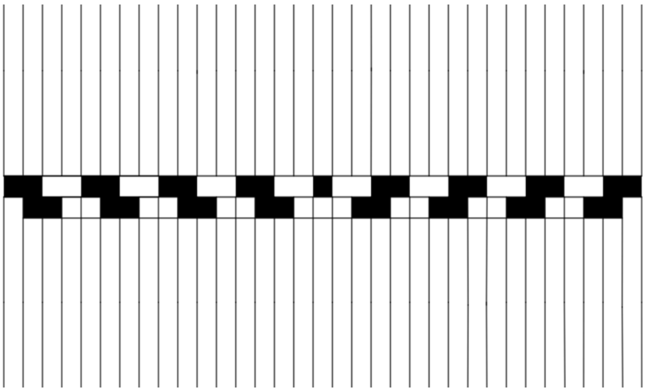


Figura 140 - Dimensões 33x2

(Desenhado pelo autor)

A figura seguinte representa nove linhas dentadas horizontais entrecruzadas construídas em baixo da diagonal horizontal e oito linhas dentadas em ziguezague com uma largura de entrecruzamento de duas unidades. As tiras pretas passam por baixo e por cima de duas tiras brancas (com exceção das tiras brancas centrais ou diagonal vertical).

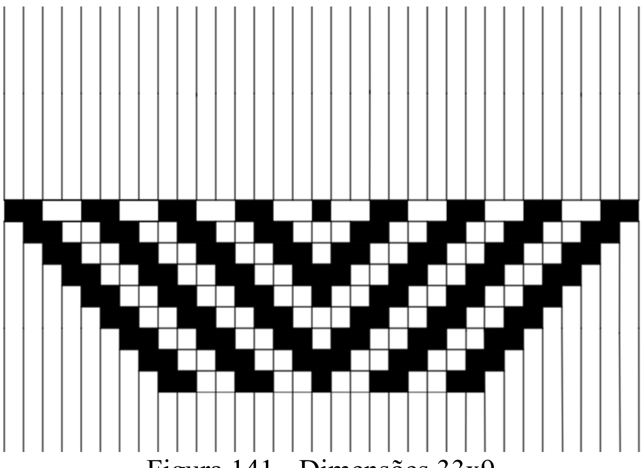


Figura 141 - Dimensões 33x9

(Desenhado pelo autor)

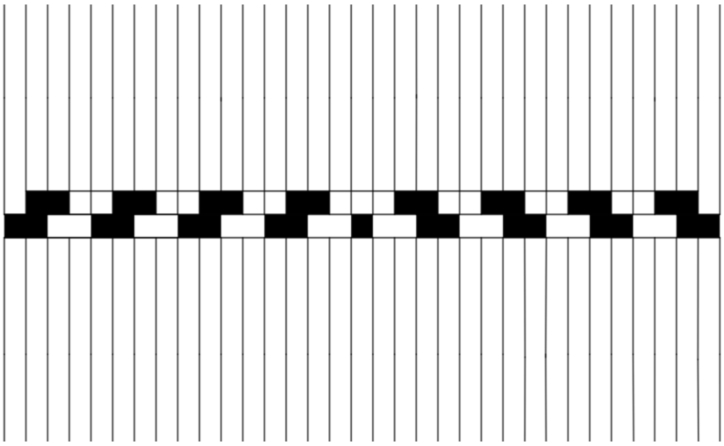


Figura 142 - Dimensões 33x2

(Desenhado pelo autor)

A figura seguinte representa nove linhas dentadas horizontais entrecruzadas construídas em cima da diagonal horizontal.

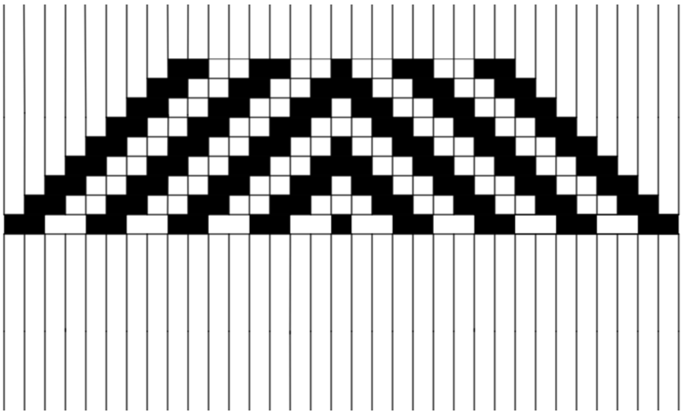


Figura 143 - Dimensões 33x9

(Desenhado pelo autor)

A figura seguinte representa duas diagonais horizontal e vertical. As tiras pretas ou tiras horizontais passam por baixo e por cima de uma e de três tiras brancas centrais

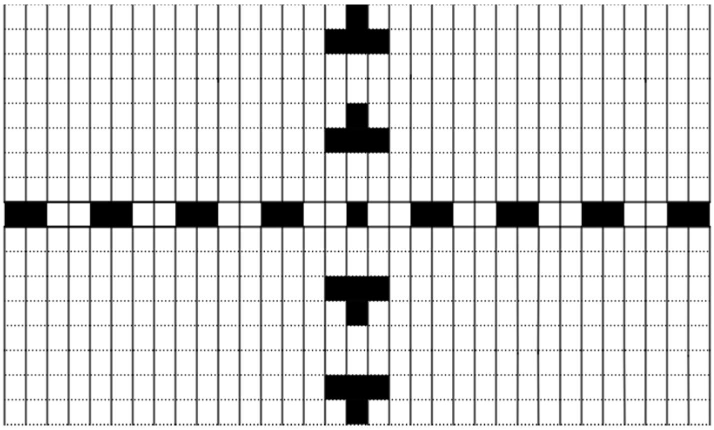


Figura 144 - Representação de duas diagonais horizontal e vertical

(Desenhado pelo autor)

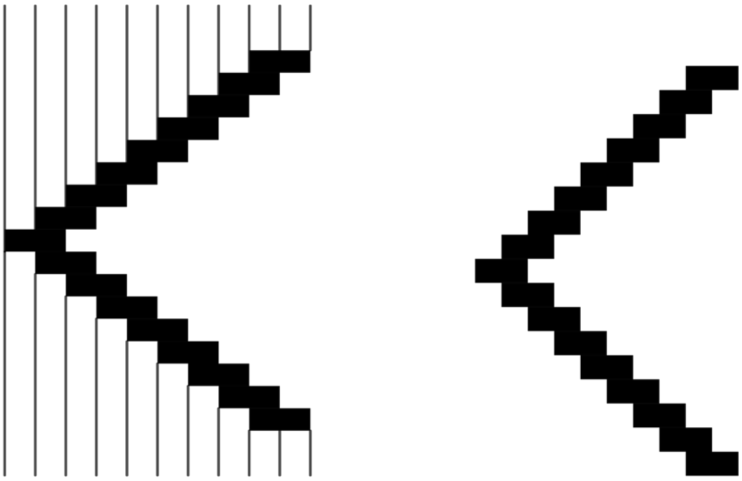


Figura 145 - Linhas dentadas em ziguezague com entrecruzamento na diagonal horizontal

(Desenhado pelo autor)

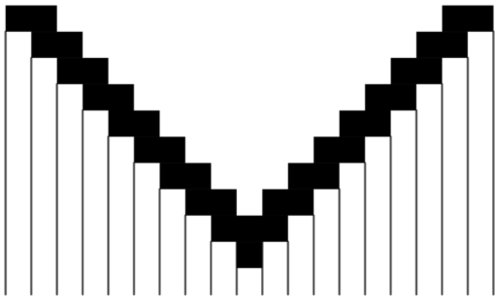


Figura 146 - Dimensões 19x19

(Desenhado pelo autor)

A figura seguinte representa linhas dentadas em ziguezague com entrecruzamento na diagonal vertical. A extremidade básica de entrecruzamento é a extremidade 2/2.

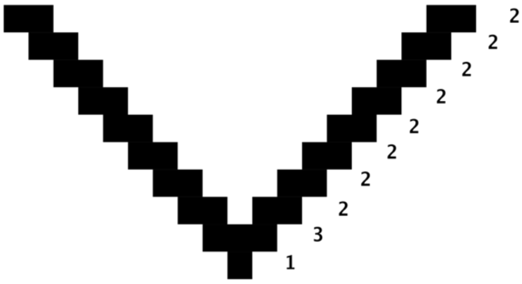


Figura 147 - Linhas dentadas em ziguezague com entrecruzamento na diagonal vertical

(Desenhado pelo autor)

Os quadrados dentados estão amplamente espaçados num fundo quase cinzento, onde cada tira preta (com a exceção do quadrado dentado principal ABCD), passa, repetidamente, por baixo e por cima de uma, de duas e de três tiras brancas. Na direção horizontal, a tira preta passa por baixo de duas tiras brancas e depois por cima de uma e de duas tiras brancas (Figura 141).

As tiras pretas, na diagonal vertical, passam por baixo e por cima de uma e de duas tiras brancas (Figura 144).

Vejamos agora o quadrado dentado principal (ABCD)

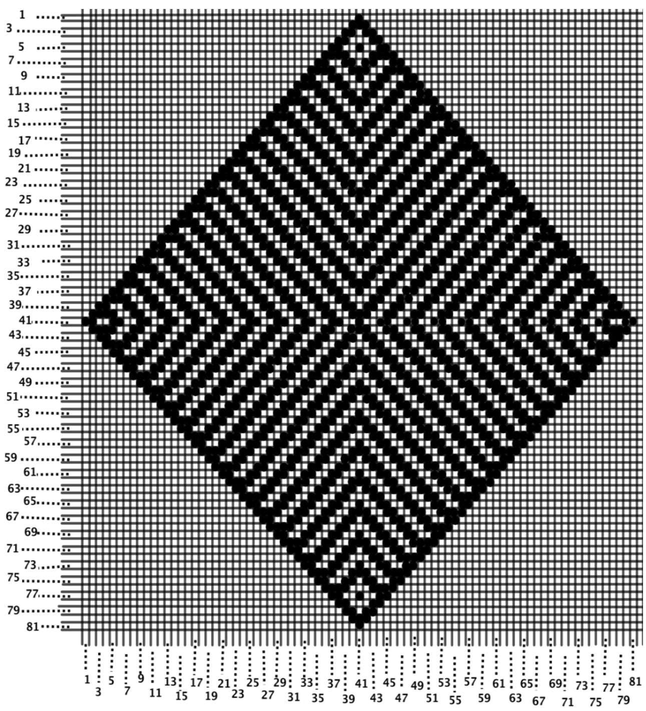
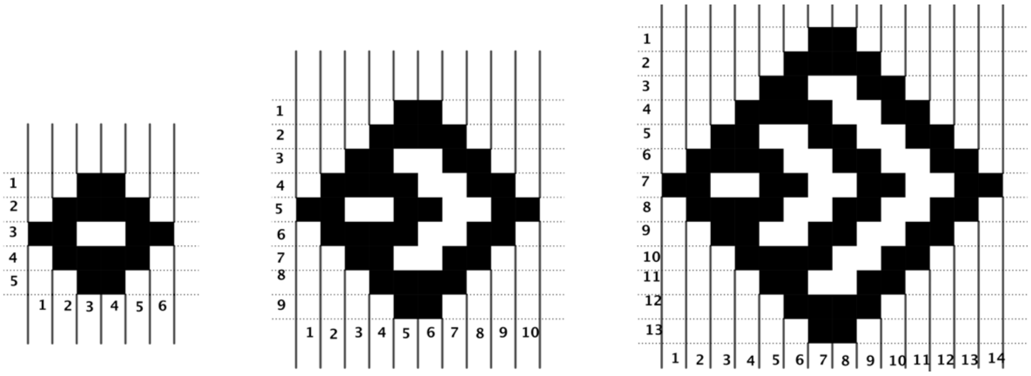


Figura 148 - Quadrado dentado principal entrecruzado de dimensões exteriores 81 x 81

(Desenhado pelo autor)

A construção dos quadrados dentados menores inscritos no quadrado dentado principal, o artesão (ou manufaturador) descobriu que a solução consiste na escolha de quadrados dentados de dimensões distintas (Figura 149). Apenas nestas condições os quadrados podem ser bem alinhados um ao lado do outro. As Figuras que seguem apresentam exemplos dos quadrados dentados menores com as dimensões 6x5, 10x9, 11x9, 14x13, 15x13 e 19x17.

Vejamos agora quadrados dentados isolados de dimensões diferentes.



a b c

Figura 149 - De dimensões 6x5, 10x9 e 14x13

(Desenhado pelo autor)

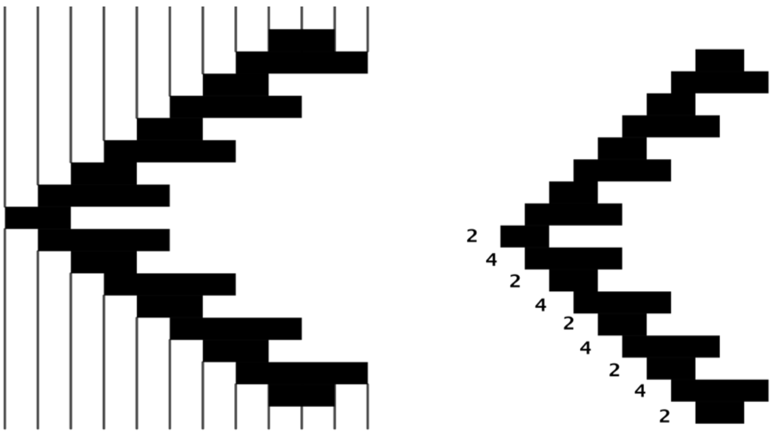


Figura 150 - A distância entre os entrecruzamentos dos quadrados dentados menores é de uma unidade (ou tira preta)

(Desenhado pelo autor)

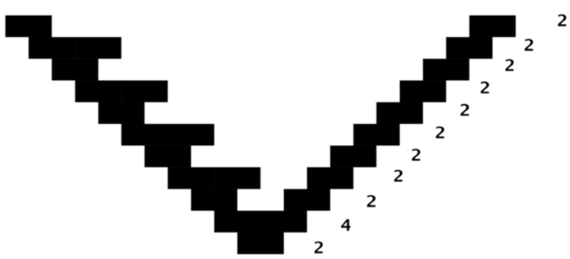


Figura 151 - Um padrão (ímpar) x (par) produz uma esquina larga

(Desenhado pelo autor)

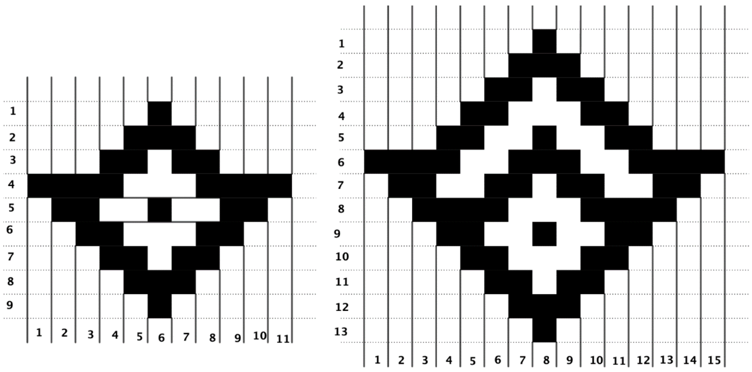


Figura 152 - De dimensões 11x9, 15x13

(Desenhado pelo autor)

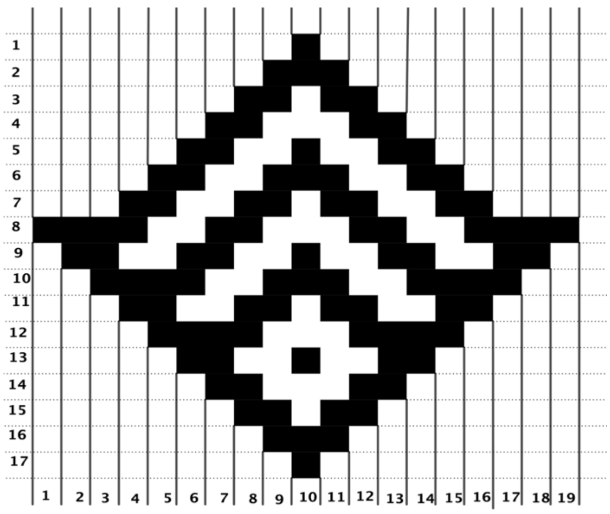


Figura 153 - De dimensões 19 x17

(Desenhado pelo autor)

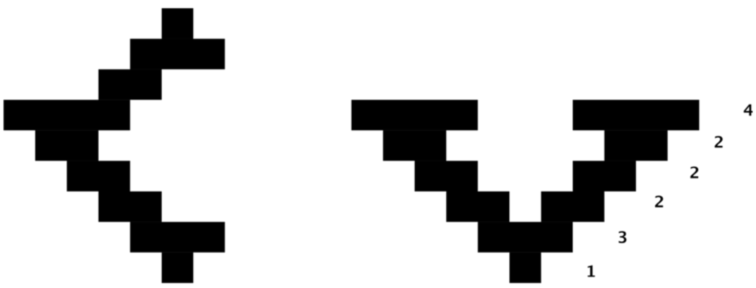


Figura 154 - Um padrão (ímpar) x (ímpar) produz uma esquina aguda

(Desenhado pelo autor)

Nos entrecruzamentos dos quadrados dentados menores, inscritos no quadrado dentado principal, as tiras pretas (ou tiras horizontais) passam por cima de várias tiras brancas (ou tiras verticais).

A Figura 150 apresenta um exemplo: nos entrecruzamentos, as tiras pretas passam por cima de duas e de quatro tiras brancas.
Figura 154 apresenta um outro exemplo: as tiras pretas, nos entrecruzamentos, passam por cima de três e de quatro tiras brancas.

O balaio (Figura 136 a) apresenta vários adornos (ou quadrados dentados), uns quadrados dentados maiores e outros menores. Os quadrados dentados maiores são de dimensões iguais (Figura 148) e os quadrados dentados menores ou inscritos no quadrado dentado principal (ABCD) são de dimensões distintas (Figura 149).
A nossa análise, com relação os adornos (quadrados dentados), levanta imediatamente as seguintes questões:

- Como é que, nos casos dos quadrados dentados de dimensões iguais, possuem diagonais com comprimentos diferentes, ou melhor, o comprimento da diagonal vertical não é o mesmo ao da diagonal horizontal? Será que o artesão pretendeu criar ou pôr no balaio adornos ou quadrados dentados maiores com essa caraterística? Ou foi falha ou erro?

Observamos, no balaio apresentado, vários tamanhos das tiras pretas e brancas, umas de tamanho menor e outras de tamanho maior. As tiras pretas (ou horizontais) são mais "largas" do que as tiras brancas (ou verticais). A Figura 136, por exemplo, mostra essa particularidade.

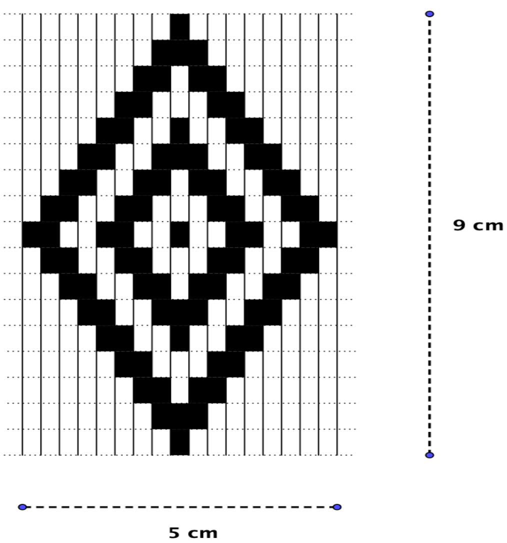


Figura 155 - Dimensões 17 x 17

(Desenhado pelo autor)

Isto leva-nos a conjeturar que a diferença que existe entre os comprimentos das diagonais dos quadrados dentados de dimensões iguais consiste no tamanho das tiras que o artesão terá utilizado para manufaturar o balaio.

- Como é que o artesão fez para obter adornos (ou quadrados dentados) com várias posições? E porque fez isso?

O artesão, como vimos anteriormente, entrançou ou fez o balaio utilizando a técnica entrecruzada. Para entrecruzar ou variar as posições dos adornos (ou dos quadrados dentados menores), ele alterou o salto das tiras pretas (exceto o salto de tiras do eixo horizontal central) de 2 para 4, isto é, a partir das arestas do quadrado dentado principal (Figura 156). O artesão mudou o salto de tiras a fim de criar adornos com algumas arestas partilhadas e/ou adornos (quadrados dentados) de dimensões iguais (para os quadrados dentados maiores) e distintas (para os quadrados dentados menores).
Segundo o artesão, o balaio com mais detalhes (ou adornos diferenciados), promove o gosto ou atrai os (as) compradores (as) (Figura 148).

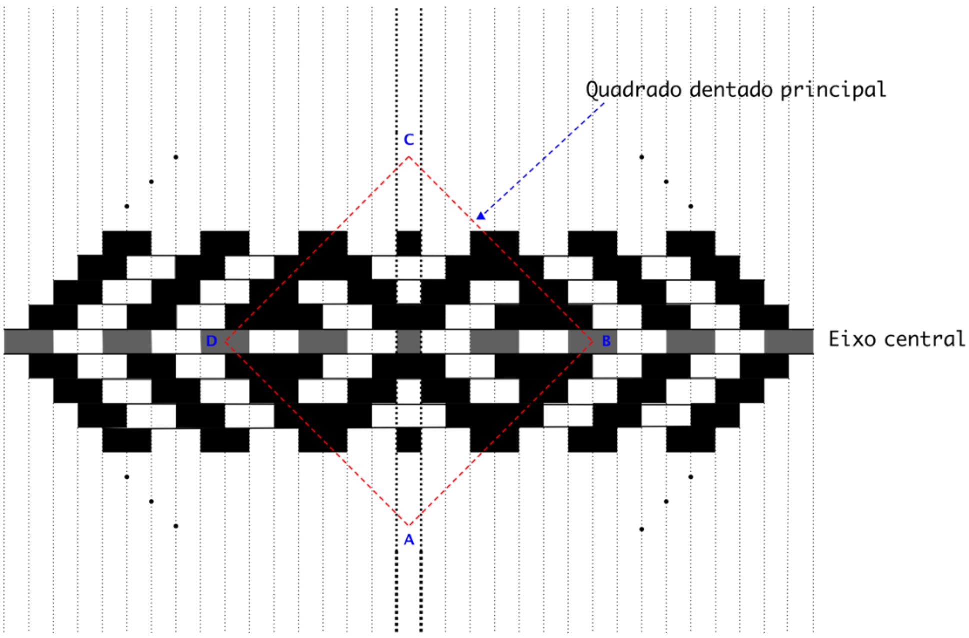


Figura 156 - Representação esquemática das tiras pretas ou horizontais com salto alterado (de 2 para 4)

(Desenhado pelo autor)

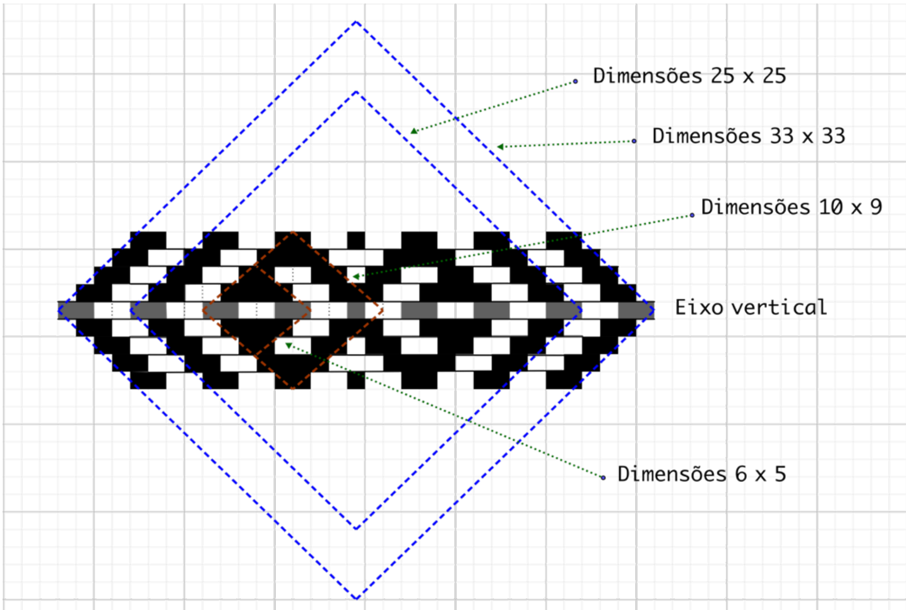


Figura 157 - Exemplo dos quadrados dentados de dimensões iguais e distintas

(Desenhado pelo autor)

- Fica ainda aberta a questão o que terá acontecido se não alterasse o salto de tiras pretas ou horizontais?

  Se não mudasse o salto de tiras pretas ou não passasse por cima de 4 tiras brancas adjacentes ao adorno (ou quadrado dentado) principal, o artesão conseguiria apenas criar adornos (ou quadrados concêntricos dentados) de dimensões iguais (veja a seguir).

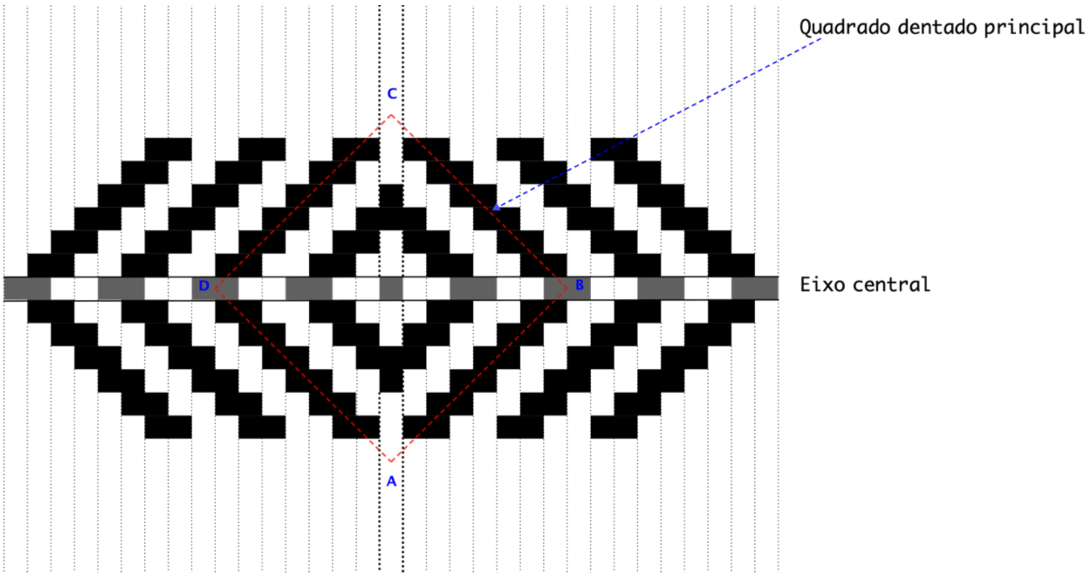


Figura 158 - Representação esquemática das tiras pretas ou horizontais com salto não alterado

(Desenhado pelo autor)

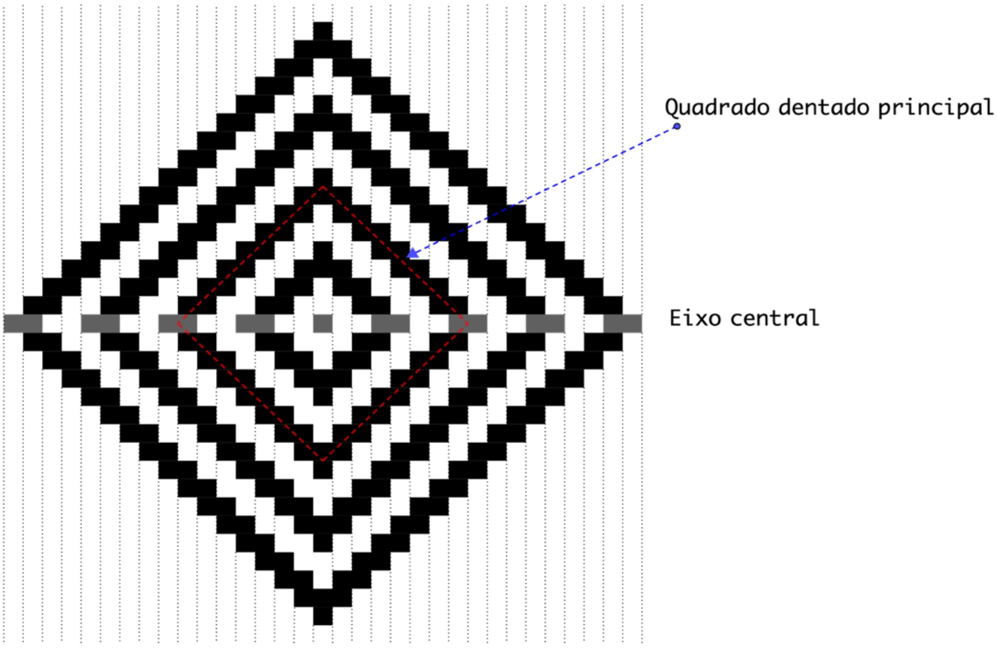


Figura 159 - Exemplo dos quadrados concêntricos dentados de dimensões iguais (9 x 9, 17 x 17, 25 x 25 e 33 x 33)

(Desenhado pelo autor)

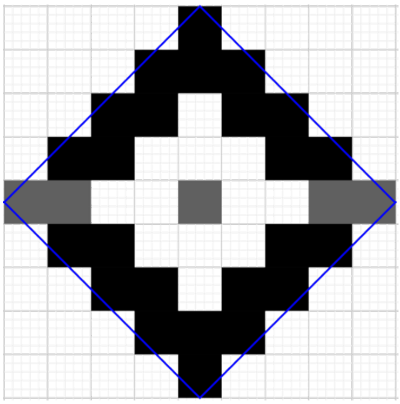


Figura 160 - Exemplo do primeiro quadrado dentado de dimensões 9 x 9

(Desenhado pelo autor)

5.2.1 Explorações de simetria

Analisemos agora os eixos de simetria de quadrados dentados de dimensões distintas.

Os quadrados dentados de dimensões distintas podem ter menos simetrias que aqueles de dimensões iguais. Isto é, não podem ter quatro eixos de simetria, mas sim dois; não podem apresentar uma simetria rotacional quádrupla, mas apenas uma simetria rotacional dupla (Gerdes, 2007b).

Em consonância com a abordagem deste autor, o quadrado dentado de dimensões 6 x 5 tem dois eixos de simetria, um na vertical e outro na horizontal (vide Figura 161).

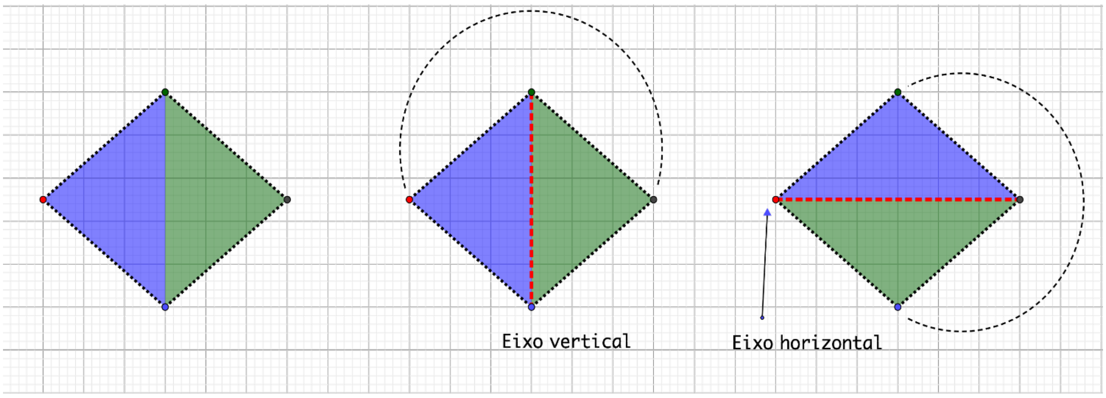


Figura 161 - Exemplo de quadrado dentado de dimensões 6 x 5 com dois eixos de simetria

(Desenhado pelo autor)

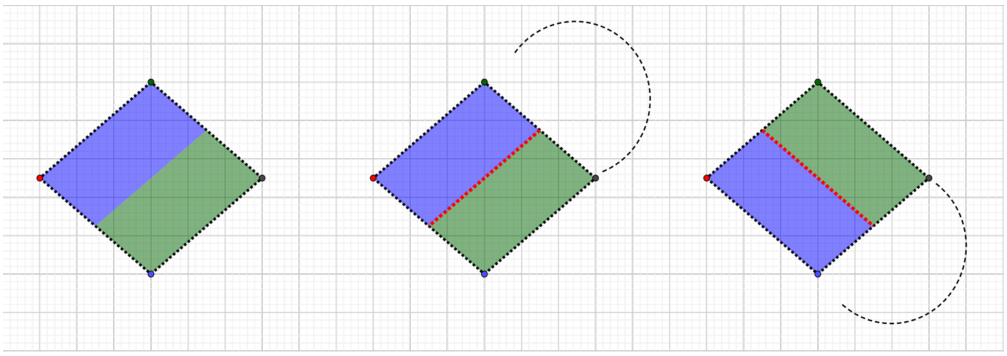
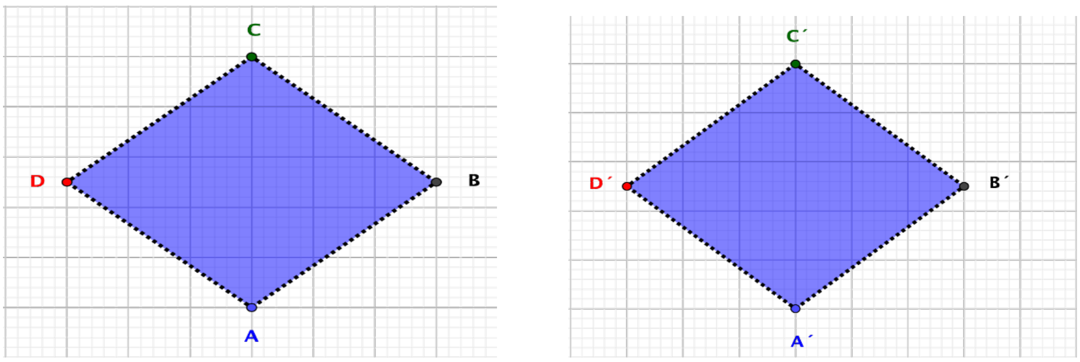


Figura 162 - Quadrado dentado sem eixo de simetria

(Desenhado pelo autor)

E quanto a simetria rotacional? O quadrado dentado de dimensões 6 x 5 tem uma simetria rotacional dupla. Com vista a uma melhor apreciação, vamos rodar 90º, 180º, 270º e 360º a figura à direita em torno do centro (veja a seguir).



a b

Figura 163 - Temos à esquerda o quadrado dentado original e à direita a cópia

(Desenhado pelo autor)

Rodemos agora 90^0 em torno do centro. A cópia do quadrado ficou alterada ou não é igual ao quadrado dentado original. Logo, não existe uma simetria rotacional (Figura 164).

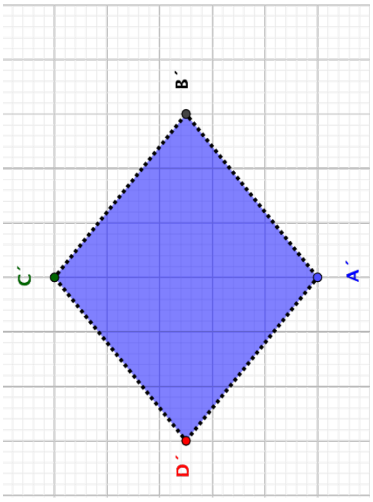


Figura 164 - Rodando 90º em torno do centro

(Desenhado pelo autor)

Rodemos agora 180^0 em torno do centro. A cópia do quadrado ficou inalterada ou é igual ao quadrado dentado original. Logo, existe uma simetria rotacional

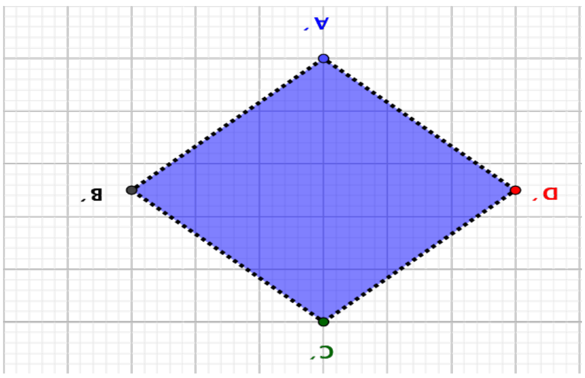


Figura 165 - Rodando 180º em torno do centro

(Desenhado pelo autor)

Rodemos agora 270^0 em torno do centro. Não existe de novo simetria rotacional.

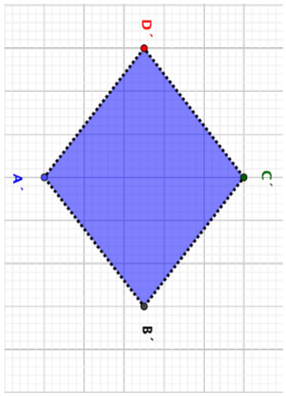


Figura 166 - Rodando 270º

(Desenhado pelo autor)

Claro que rodando 360º existe uma simetria rotacional. Em resumo, o quadrado dentado exposto tem dois eixos de simetria (um na diagonal vertical e outro na horizontal). Apresenta uma simetria rotacional dupla, ocorre nas rotações 180º e 360º.

Analisemos agora os eixos de simetria do quadrado dentado de dimensões iguais. O quadrado dentado de dimensões 9 x 9 tem quatro eixos de simetria, na vertical, horizontal e nas diagonais (veja a seguir).

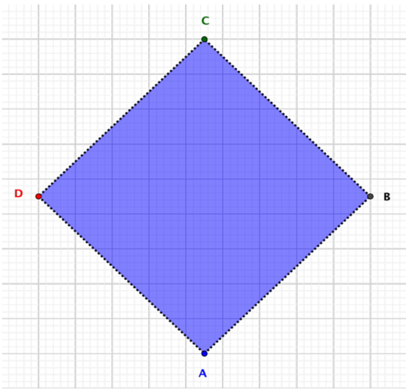


Figura 167 - Quadrado dentado de dimensões 9 x 9

(Desenhado pelo autor)

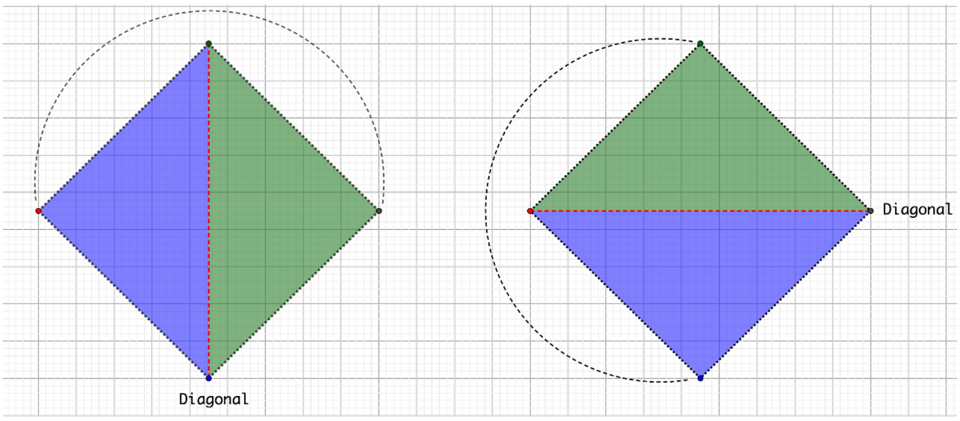


Figura 168 - Exemplo de quadrado dentado de dimensões 9 x 9 com dois eixos de simetria, as duas diagonais

(Desenhado pelo autor)

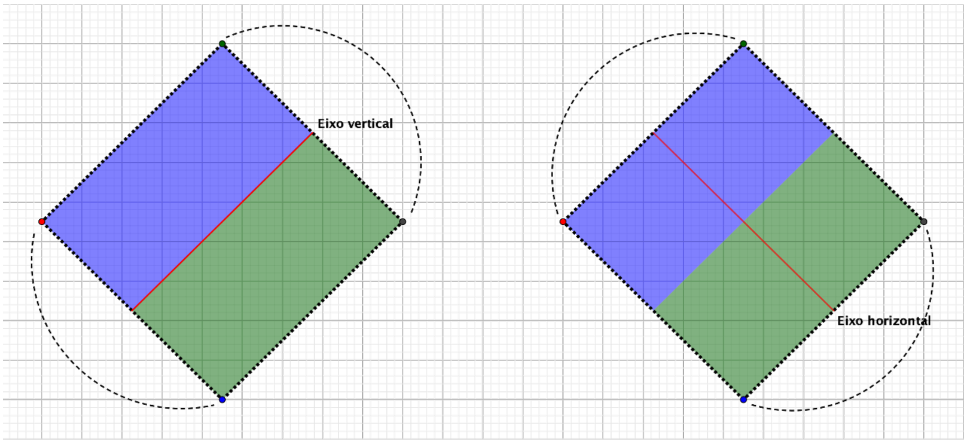
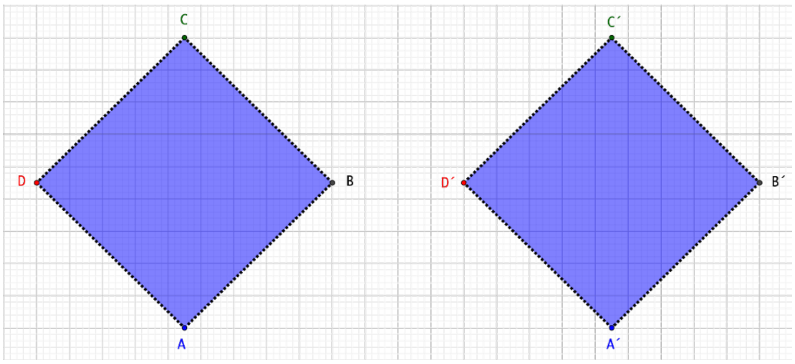


Figura 169 - Quadrado dentado com dois eixos de simetria, um na vertical e outro na horizontal

(Desenhado pelo autor)

E que se pode dizer sobre a simetria rotacional? O quadrado dentado de dimensões iguais apresenta uma simetria rotacional quádrupla. A seguir, temos dois quadrados dentados de dimensões 9 x 9. Rodamos (90º, 180º, 270º e 360), em torno do centro, a "cópia" para descobrirmos em que ponto o quadrado continuará inalterado ou ficará igual ao "original".



a "original" b "cópia"

Figura 170 - Dimensões 9 x 9

(Desenhado pelo autor)

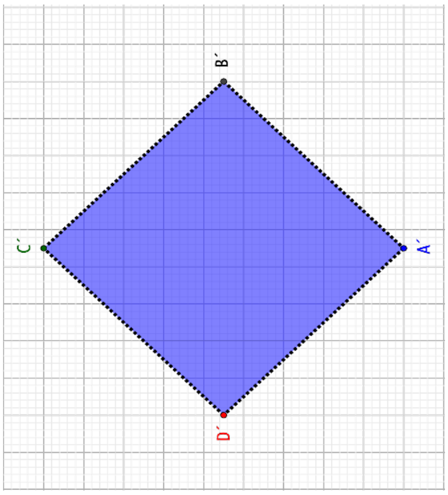


Figura 171 - Rotação 90º

(Desenhado pelo autor)

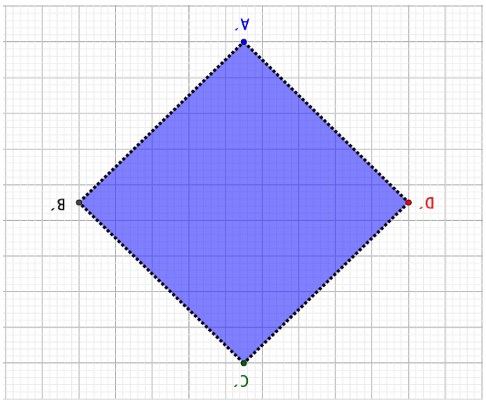


Figura 172 - Rotação 180º

(Desenhado pelo autor)

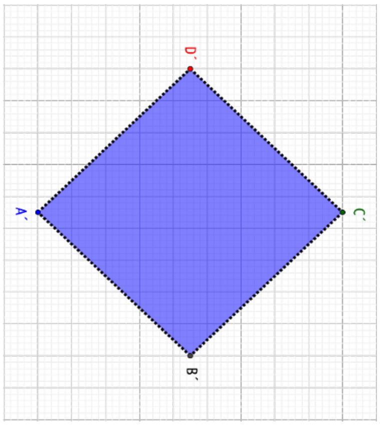


Figura 173 - Rotação 270º

(Desenhado pelo autor)

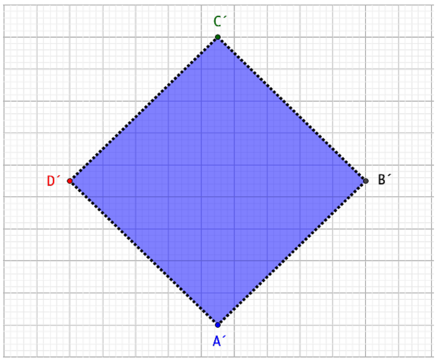


Figura 174 - Rotação 360º

(Desenhado pelo autor)

Em síntese, o quadrado dentado de dimensões 9 x 9 tem 4 eixos de simetria (vertical, horizontal e nas diagonais) e apresenta uma simetria rotacional quádrupla que ocorre nas rotações 90º, 180º, 270º e 360.

5.3 Análise matemática por detrás da nassa (ou musiva)


Figura 175 - Armadilhas de pesca em manufaturação

Fonte: Fotografias do autor datadas de 11.05.2018

A nassa (ou musiva), como vimos anteriormente, é uma armadilha que serve para apanhar peixes e é entrançada ou construída com tiras e cordas, utilizando a técnica entrecruzada. Isto quer dizer que a tira é colocada entre a dobra da corda, a corda do lado esquerdo vai para baixo ou desce para o lado direito, tal como ilustram as Figura 176, Figura **177**,Figura **178** e Figura **179**.

Figura 176 - Planificação 1

(Desenhado pelo autor)

Figura 177 - Planificação 2

(Desenhado pelo autor)

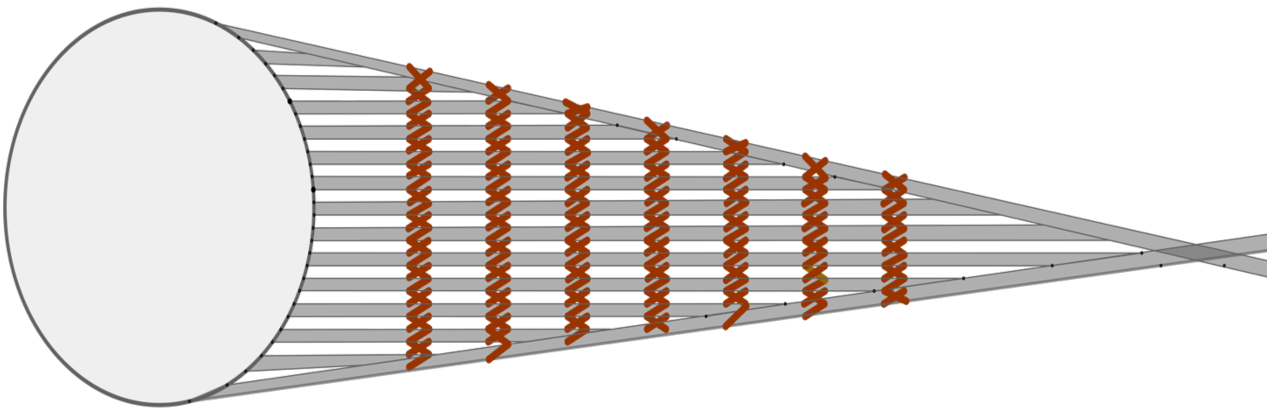


Figura 178 - Armadilha sem porta

(Desenhado pelo autor)

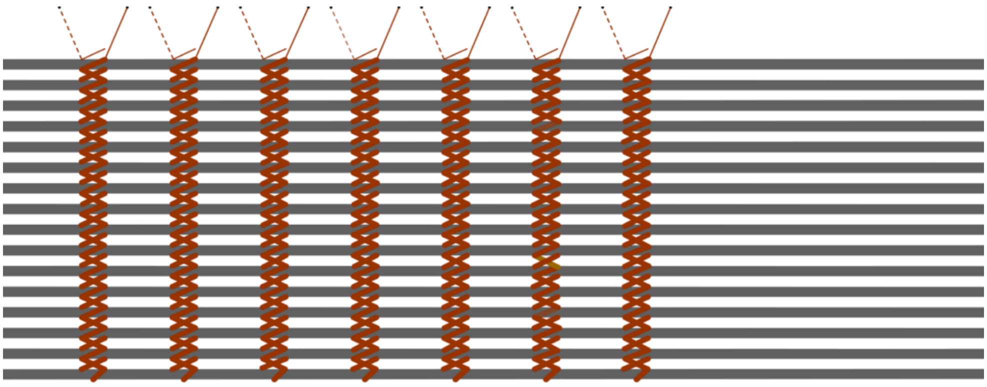


Figura 179 - Planificação completa

(Desenhado pelo autor)

A tampa (*tsilazi* em Nganguela, língua nativa), que cobre a parte superior da *musiva*, tem a forma de um polígono. A porta de entrada, do peixe para a armadilha, possui um declive ou obliquidade, tal como ilustram as imagens seguintes.

Figura 180 - Parte superior da armadilha de pesca

Fonte: Fotografia do autor datada de 05.11.2018

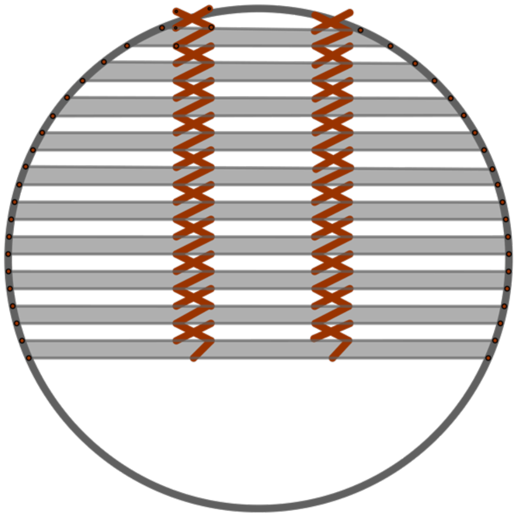


Figura 181 - Parte superior da armadilha semifechada

(Desenhado pelo autor)

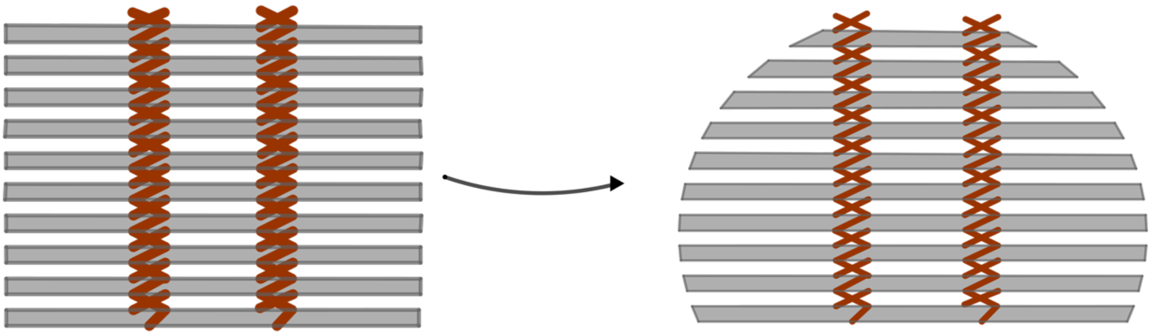


Figura 182 - Planificação

(Desenhado pelo autor)

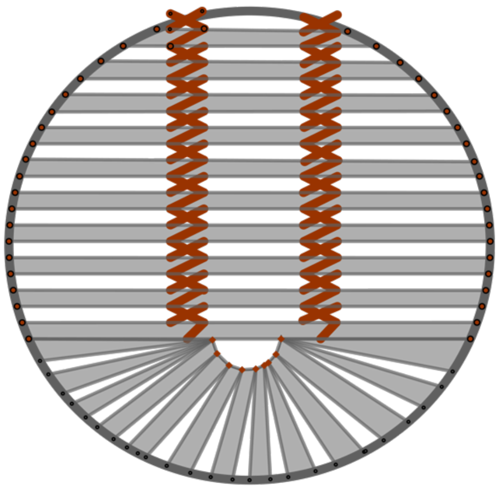


Figura 183 - Parte superior da armadilha fechada

(Desenhado pelo autor)

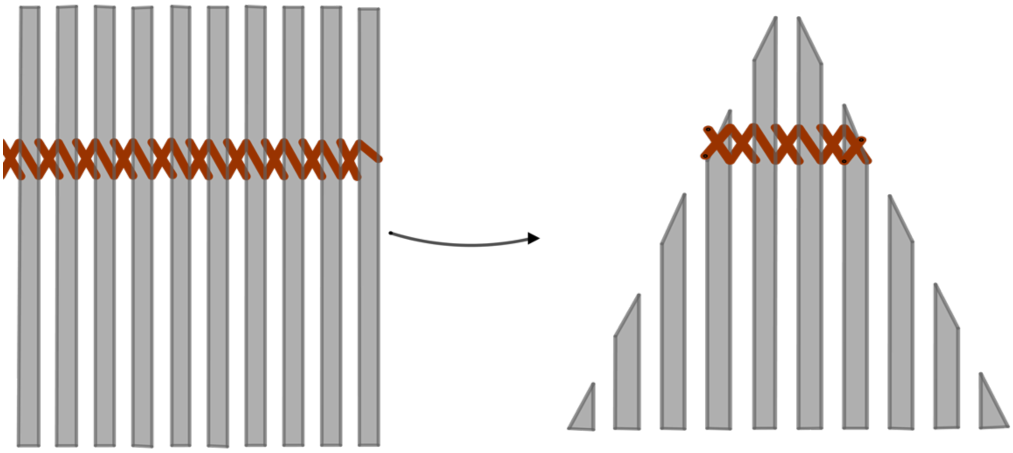


Figura 184 - Planificação

(Desenhado pelo autor)

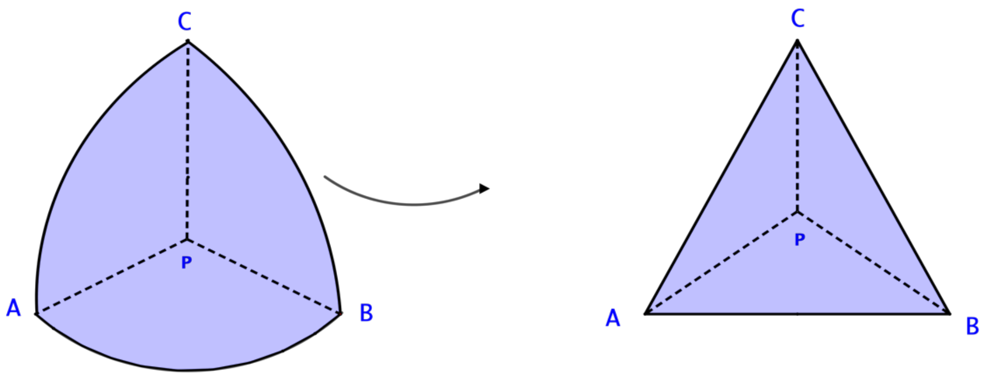


Figura 185 - Cone transformado em triângulo

(Desenhado pelo autor)

Observamos assim que uma *nassa* faz aparecer riquíssimas figuras geométricas que podem ser ponto de partida para muitas explorações.

5.4 Análise matemática por detrás do arco e flecha (azagaia)

Figura 186 - Arco - Identificação de conceitos matemáticos

Fonte: Fotografia do autor datada de 05-11.2018

Neste artefacto tradicional (zagaia ou azagaia) podemos, como veremos, identificar e analisar conceitos matemáticos, tais como: arco, centro, diâmetro, raio, ponto, ângulo, triângulo isósceles, triângulo retângulo, losango. A partir destas ideias matemáticas identificadas na produção cultural do grupo étnico Nganguela, desenhamos algumas explorações, com tarefas complementadas com alguns exemplos, para facilitar a compreensão do entrosamento da matemática identificada no artefacto com a matemática académica ou escolar.

5.4.1 Primeira exploração

A primeira tarefa consiste em desenhar a figura de uma circunferência, onde se possam identificar 5 arcos (na posição de repouso) com as suas cordas. Aí podemos localizar, representar e identificar vários elementos geométricos (arco, centro, diâmetro, raio, ponto) a partir da circunferência desenhada.

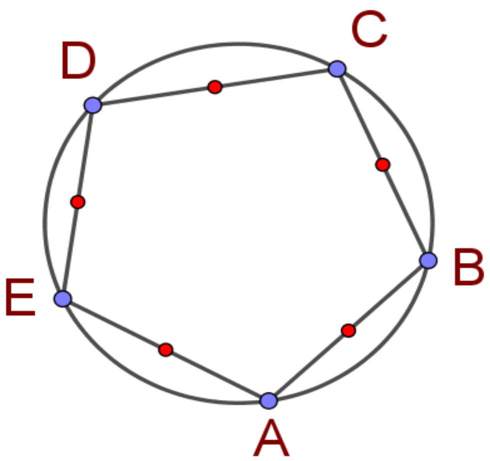


Figura 187 - Pentágono inscrito na circunferência

(Desenhado pelo autor)

Poderemos depois observar que se obteve um pentágono regular inscrito na mesma circunferência. A exploração pode ser prolongada para saber que tipo de arcos são admissíveis para obter um pentágono regular inscrito numa circunferência e para saber se o mesmo pode ser feito com quadrados ou hexágonos.

5.4.2 Segunda exploração

Podemos agora desenhar, de forma separada, os cinco arcos de azagaias com aspectos idênticos e, em seguida, identificar e exemplificar os quatro elementos (arco, diâmetro, raio, ponto) em cada um dos arcos de zagaias, tal como apresentado na Figura 188.

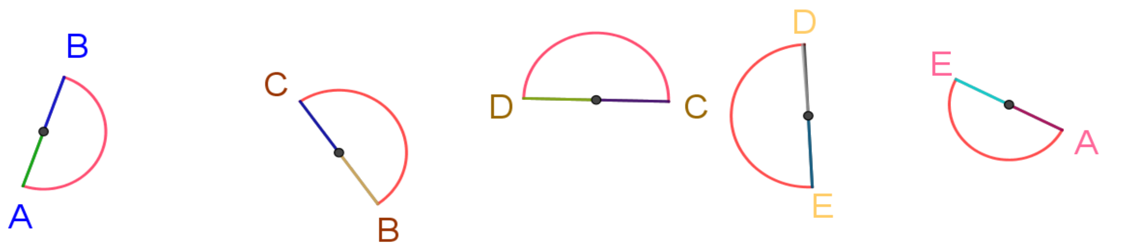


Figura 188 - Arcos de azagaias

(Desenhado pelo autor)

Um arco, no contexto da zagaia, é a parte da arma destinada a lançar as flechas, formada por uma haste flexível de madeira ou de metal, que se curva (como o caçador quiser) por meio de uma corda atada às duas extremidades do arco. Matematicamente, um arco é a porção de uma curva compreendida entre dois pontos (as extremidades) sobre uma curva limitada ou ilimitada. Nos exemplos da Figura 188 é uma semicircunferência pois compreende metade de uma circunferência.

Podemos começar por identificar, no contexto da zagaia, qual o valor do raio. Em seguida, conhecido o valor do raio, podemos determinar o comprimento do arco. Se desenharmos na mesma figura a flecha (atirador *mwivu*), verificamos um contraste interessante de formas geométricas e poderemos interrogar-nos se conseguiremos determinar as dimensões do losango a partir das dimensões do arco (talvez não, o mesmo arco pode servir para lançar setas diferentes, conforme o animal que se pretende atingir...).

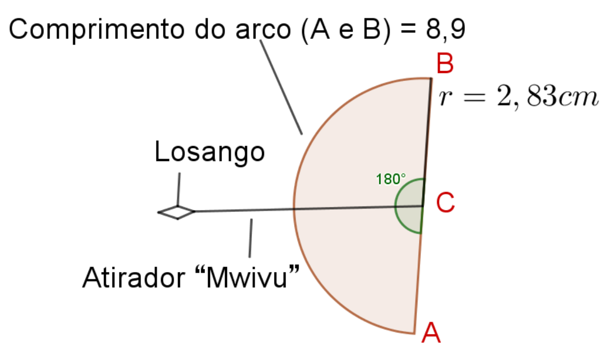


Figura 189 - Arco e Losango

(Desenhado pelo autor)

Podemos observar (conjeturar) outras propriedades a partir destas zagaias, que depois poderão ser trabalhadas no âmbito da geometria euclidiana abstrata numa sala de aula. Por exemplo, observar que o diâmetro é o maior segmento de reta possível que se pode traçar numa circunferência, e que a divide em dois lados iguais ou duas metades, que é todo o segmento de reta que toca uma circunferência em dois pontos e passa pelo centro. Tem ainda o dobro do valor do raio.

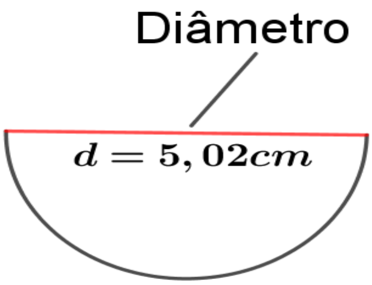


Figura 190 - Arco e diâmetro

(Desenhado pelo autor)

Por sua vez o raio da circunferência é metade do diâmetro de uma circunferência. Pode ser determinado, também, como a distância do centro a um ponto qualquer da circunferência.

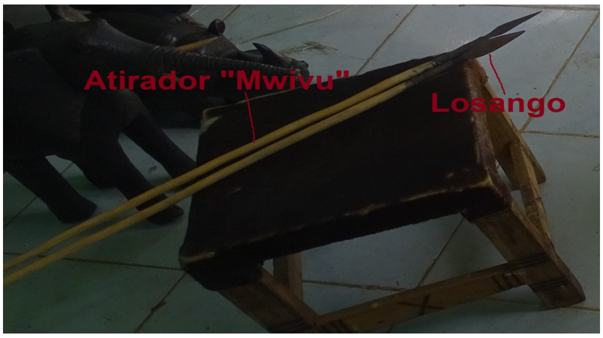


Figura 191 - Flechas ou atiradores (mwivu)

Fonte: Fotografia do autor datada de 11.05.2018

5.4.3 Terceira exploração

Que relações podem ser estabelecidas entre as formas das flechas (*mwivu)*, que identificamos como sendo usadas pela etnia Nganguela, com as formas geométricas? Exploramos, para além do tipo losango, as flechas ou atiradores (*mwivu)* de outros tipos, a saber: triângulo retângulo e triângulo isósceles.

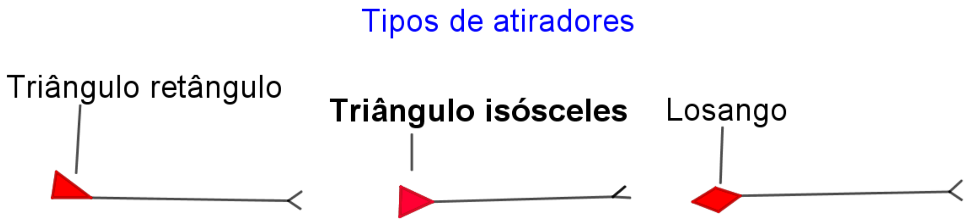


Figura 192 - Atiradores (mwivu) triângulos e losango

(Desenhado pelo autor)

Teremos aqui oportunidades de reconhecer que um losango é uma figura formada por quatro lados de igual comprimento e que também é um paralelogramo. Poderemos ainda explorar as relações entre essa figura e os diferentes triângulos.

Figura 193 - Losango

(Desenhado pelo autor)

Figura 194 - Triângulo retângulo

(Desenhado pelo autor)

Figura 195 - Triângulo isósceles

(Desenhado pelo autor)

5.4.4 Quarta exploração

Poderemos explorar a variação do ângulo da zagaia (maior ou menor abertura do arco que ocorre quando se estica ou se puxa o atirador *mwivu*). Como o ângulo é a região de um plano determinada pelo encontro de duas semirretas que possuem uma origem em comum, chamada vértice do ângulo, podemos considerar que o ângulo da zagaia é exatamente o ângulo formado pelas semirretas da corda quando o caçador pega na extremidade da flecha.

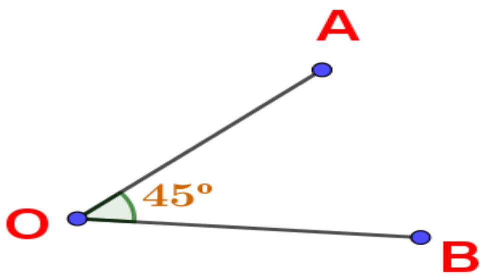


Figura 196 - Ângulo

(Desenhado pelo autor)

Quais as possibilidades ou condições para manejo da flecha?

1ª Quando não se aplica força sobre a zagaia, o ângulo mantém-se igual a 180^o (ângulo raso). Podemos exprimir este facto simbolicamente como $C < Z \; => a = 180^o$. Aqui C representa a força aplicada pelo caçador, Z representa a tensão da corda da zagaia e a representa o ângulo, sendo que 180^o é o ângulo raso. Ou seja, as zagaias na sua forma básica de repouso apresentam o ângulo raso.

2ª Quando o caçador aplica alguma força sobre a zagaia, a posição da corda altera-se, ou seja, a medida do ângulo diminui. Podemos exprimir este facto simbolicamente como $C > Z \; => a < 180^o$. A Figura 197 ilustra esta situação.

Figura 197 - Quando o caçador puxa pela flecha

Fonte: Fotografia do autor datada de 11.05.2018
)

Podemos representar graficamente esta exploração de ideias matemáticas com Figura 198.

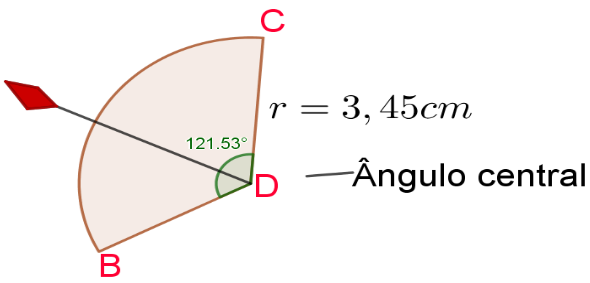


Figura 198 - Ângulo menor do que o ângulo raso

(Desenhado pelo autor)

5.4.5 Quinta exploração

Podemos determinar os valores do comprimento do arco, do diâmetro da circunferência e do raio da circunferência aplicando as fórmulas matemáticas adequadas.
Como poderemos determinar o comprimento do arco duma zagaia? Durante o estudo deste artefacto, procurámos saber junto dos artesãos quais as dimensões usuais duma zagaia. Apenas conseguiram fornecer a medida da corda que se ata ou se liga nas duas extremidades, do pau da zagaia, e da medida do pau antes de ser envergado, ou seja, do pau sem a corda que liga as duas extremidades (medidas determinadas com auxílio do metro natural ou dos braços humanos).
A determinação do comprimento do arco, aplicando a respetiva fórmula matemática, é muito simples bastando conhecer os valores do raio, uma aproximação de Pi e o valor do ângulo. No exemplo da Figura 189, $r = 2{,}83\ cm$ e o ângulo mede 180^o (ângulo raso). Logo o comprimento será $C = \pi . r$ pelo que, aproximadamente $C = 8{,}9\ cm$
Na Figura 186, por exemplo, aparece o valor do diâmetro (comprimento da corda da zagaia) e o valor do ângulo, e não aparece o valor do comprimento do arco da zagaia. Temos $d = 150\ cm\ ou\ 1{,}50\ m$ e o $\hat{a}ngulo = 180^o$. Com estes valores, apresentados, podemos determinar o comprimento do arco da zagaia. Como $C = \pi \times r$ virá $C = 236\ cm\ ou\ 2{,}36\ m$
Na Figura 197 aparece a imagem onde o caçador aplica a força sobre a zagaia ou puxando o atirador. Nota-se, nesta figura, uma variação do ângulo em relação ao ângulo inicial da azagaia. Neste caso já não é tão simples aplicar a geometria elementar, sendo necessário aplicar relações trigonométricas pois já não teremos o comprimento da flecha igual ao raio da circunferência definida pelo arco.

Capítulo 6: A opinião dos Docentes

Um dos objetivos desta investigação é o de:

> - Recolher opiniões de professores do ensino primário, ensino secundário e ensino superior (e junto dos estudantes da Escola de Formação de Professores e da Escola Superior Pedagógica do Cuando Cubango), de Cuando Cubango, Angola, sobre a relevância dos artefactos e as metodologias (ou vias) aconselháveis para possível incorporação dos mesmos no ensino da matemática.

Neste sentido foram entrevistados 5 docentes usando entrevistas semiestruturadas, que iam sendo adaptadas conforme a experiência e o nível de lecionação de cada docente. No Anexo 5 fazemos a transcrição das entrevistas.

6.1 Resumo das entrevistas

Nesta secção, apresentamos o resumo das reações ou respostas produzidas pelos professores ao longo das entrevistas.

Professor 1

Na primeira questão (ouve-se muito nas escolas, nas universidades, nas ruas que a matemática é "bicho-de-sete-cabeças", estranha ou está desligada da vida real), o professor entrevistado admite ou afirma que essas palavras não estão fora das conversas que os alunos têm tido nas escolas ou nas comunidades. Indica que, por exemplo, alguns deles quando vão ao ensino médio ou à universidade procuram cursos que não contêm na sua grelha curricular a disciplina de matemática; os cursos de matemática ou os que têm a disciplina de matemática não são procurados ou seguidos. O entrevistado diz que um dos fatores que faz com que os alunos cheguem a esse ponto é a falta da ligação entre a matemática escolar e a vida prática do aluno e sugere que os professores devem, no início ou ao longo das suas aulas, adotar vias alternativas ou procurar relacionar o conteúdo que estiverem a lecionar com a vida real ou aquilo que as pessoas fazem no dia a dia que envolve conceitos matemáticos para tornar a matemática menos abstrata e mais divertida.

Professor 2

Na primeira questão (sobre a relevância do estudo de artefactos matemáticos), o entrevistado/professor diz que procurar saber as produções que envolvem matemática é muito importante, pois ajuda a divulgar matemática escondida em diversas produções e fazer com que ela seja mais valorizada. O entrevistado afirma que é no ensino primário que está a base ou o primeiro "sabor" da matemática e chama a atenção a todos os professores, sobretudo os de ensino primário, para pautar ou relacionar os conteúdos matemáticos com a vida prática dos alunos ou com aquilo que eles fazem e veem. O entrevistado aponta alguns conteúdos matemáticos em que os alunos têm mais dificuldades e diz que os professores de matemática devem ser dinâmicos, criativos ou inventores; devem desenvolver estudos de pendor explorativo (procurar aquilo que as comunidades fazem que contém matemática); devem promover brincadeiras que vão ao encontro do conteúdo que se pretende ensinar para facilitar o aluno a entender. O entrevistado diz que a incorporação de artefactos ou produções na aula de matemática pode ser feita em três momentos ou funções didáticas: Asseguramento do Nível de Partida, Desenvolvimento da Nova Matéria e Fixação/Controlo.

Professor 3

No segundo quesito, a professora diz que a maior parte de alunos do ensino primário vem para o primeiro ciclo do ensino secundário com pouco domínio em matemática ou poucas bases; os professores, destes níveis, deveriam focar-se ao essencial ou naquilo que facilitaria a aprendizagem dos alunos nas classes subsequentes. A professora aponta (no sexto quesito) algumas atividades que os alunos exercem ou fazem no dia a dia que envolvem matemática; esta matemática (que os alunos fazem no dia a dia) pode servir de ponto de partida para um bom ensino da matemática. A professora menciona alguns artefactos e fala da sua relevância no ensino da geometria; os artefactos matemáticos podem, de algum modo, despertar o interesse no aluno em aprender matemática. A professora (no sétimo quesito) diz que os artefactos ou aquilo que as pessoas fazem no dia a dia que abarca matemática podem ser incorporados no começo, ao longo e no final da aula ou, ainda, nas aulas práticas.

Professor 4

No quarto quesito, o entrevistado diz que as pessoas (ou alunos) fazem matemática todos os dias, por exemplo, o tempo que os alunos fazem das suas casas até à escola. O entrevistado (na quinta questão) declara que os alunos do ensino primário (4ª, 5ª e 6ª classes) têm mais dificuldades nos conteúdos como: operações (adição, subtração, multiplicação e divisão) e figuras geométricas (triângulo, quadrado, retângulo, trapézio). Ao responder à questão 9, o entrevistado diz que o professor ao elaborar ou fazer o seu plano de aula pode incorporar os artefactos no desenvolvimento da nova matéria. Para tal, ele (o professor) tem que estar bem preparado ou bem treinado para conseguir dirigir este processo. O entrevistado fala também de palestras e/ou seminários como possível via (ou caminho) para partilhar as experiências e/ou capacitar os professores no sentido de conseguir incorporar os artefactos na aula de matemática ou relacionar os conteúdos matemáticos com as produções culturais que envolvem matemática.

Professor 5

Na primeira questão, o entrevistado faz um enquadramento, procura mostrar a relevância do estudo. Em seguida, diz que os professores devem ter a responsabilidade de procurar metodologia adequada para debelar as imensas dificuldades que os alunos apresentam em aprender matemática, ou melhor, procurar estratégias que venham a ajudar a desmistificar o grande mistério que há em matemática que, direta ou indiretamente, afugenta os alunos desta bela ciência, e ainda procurar algumas linhas diretrizes para facilitar a aprendizagem dos alunos em matemática. O entrevistado afirma que os conteúdos de geometria são aqueles em que os alunos têm mais dificuldades; os professores devem relacionar os conteúdos de geometria com a vida prática do aluno, visto que a geometria se identifica muito mais com o mundo real. O entrevistado declara ainda que os artefactos como balaio, almofariz, peneira, flecha envolvem muita geometria e estes artefactos são de fácil acesso. Se o ensino de geometria for relacionado com estes artefactos, com certeza, haverá maior probabilidade de os alunos aprenderem a geometria.

6.2 Conclusões

A seguir, resumimos as ideias centrais, à luz das respostas produzidas pelos professores ao longo das entrevistas.

Os entrevistados apontam unanimemente as grandes dificuldades de muitos alunos com a Matemática, levando mesmo em certas situações a fazer escolhas de vias para “fugir” à Matemática. Esta realidade está em linha com que foi referido atrás na análise de Paulus Gerdes e outros relativa a outros países africanos.

Os docentes identificaram vários conteúdos matemáticos onde os alunos têm mais dificuldades, sendo que os conteúdos de geometria aparecem em todas as reações dos professores entrevistados.

Também unanimemente os docentes indicam alguns artefactos que poderiam ser trabalhados na aula de Matemática, sendo que alguns deles são analisados neste trabalho. Mas mais, os entrevistados exaltam a relevância de artefactos matemáticos e/ou aquilo que as pessoas (ou alunos) fazem no dia a dia que envolve matemática para ser trabalhado na aula de Matemática e, por conseguinte, apontam as possíveis vias ou metodologias que os professores podem seguir para incorporar os diversos artefactos na aula de matemática, em particular na aula de geometria, para tornar mais estimulante a aprendizagem dos alunos.

Estas conclusões reforçam a nossa investigação, contribuem para reforçar a nossa hipótese de trabalho de que a incorporação de artefactos matemáticos no ensino da matemática pode promover o gosto pela matemática e despertar no aluno o interesse em aprender matemática. Despertar o interesse do aluno é um código ou chave de “ouro” neste quesito.

Capítulo 7: Análise do desempenho dos alunos nas tarefas

Neste capítulo, apresentamos a análise das respostas produzidas pelos alunos às Tarefas que foram desenvolvidas em sala de aula. As Tarefas foram elaboradas com base nos artefactos, estando organizadas em três secções; cada uma das Tarefas corresponde ou integra um artefacto, os artefactos selecionados, que serviram de apoio para a elaboração das Tarefas, e são: almofariz, balaio e azagaia. As Tarefas são reproduzidas nos Anexos 7, 8 e 9.

Estas Tarefas foram resolvidas por 9 alunos do 3º ano do pós-laboral de licenciatura do curso de Ensino da Matemática da Escola Superior Pedagógica do Cuando Cubango da Universidade Cuito Cuanavale.

A análise de dados centra-se na linha de pensamento de cada aluno em cada questão desenvolvida, quer em questões com resposta imediatas, quer em questões com respostas longas. Pretendemos com esta descrição dar uma visão global das resoluções do aluno, dos seus raciocínios, das suas abordagens e de maneira como considera os conteúdos matemáticos relacionados com os artefactos. Participaram, neste trabalho, nove alunos, distribuídos em três grupos ou secções de modo equitativo. A análise começou-se, primeiro, com as questões relacionadas com almofariz, em segundo, com as questões relacionadas com balaio e, por último, com as questões relacionadas com azagaia.

Finalmente, efetuamos uma súmula dos elementos mais fundamentais que se observam, de acordo com cada uma das questões desenvolvida pelo aluno, no sentido de permitir uma melhor compreensão da resolução das tarefas incluindo os artefactos.

7.1 Análise e interpretação da resolução das tarefas relacionadas com o almofariz

Nesta secção, detalhamos os processos de resolução de três alunos nas questões relacionadas com o almofariz, a tarefa 1.

7.1.1 Caso do Aluno 1

Neste ponto, apresentamos o caso do Aluno 1, centrado nas resoluções que este aluno desenvolveu para as três questões da tarefa 1 relativa ao almofariz. Para cada uma das questões, numa primeira fase, fazemos uma descrição detalhada dos processos de resolução e dos raciocínios do aluno; efetuamos, na segunda fase, uma análise das questões resolvidas pelo aluno e, por fim, fazemos uma síntese das análises dos elementos evidentes do processo de resolução da tarefa.

Questão 1

Resolução da questão 1. a)

Depois da leitura da tarefa (Anexo 7), o Aluno 1 conseguiu determinar as partes do almofariz (Figura 199).

1a) R: A base maior do almofariz está dividida em 5 partes.

Figura 199 - Divisão da base maior do almofariz

Resolução da questão 1.b)

O Aluno 1, com base os seus conhecimentos geométricos, conseguiu explicitar os elementos necessários para a construção do pentágono (Figura 200).

b) R: Constroi-se o pentágono usando o compasso, o transferidor, um lápis, e uma borracha e uma régua.

Figura 200 - Passos para construir um pentágono

Resolução da questão 1.c)

Depois de observar a base maior do almofariz, o Aluno 1 não hesitou ou não teve dificuldades em identificar as três faces relativas à parte da frente do almofariz (Figura 201)

c) R: O almofariz tem 3 faces laterais de adornos.

Figura 201 - Determinação do número de faces frontais do almofariz

Resolução da questão 1.d)

A partir da alínea c, o Aluno 1 tentou descrever a forma geométrica das faces localizadas à frente do almofariz (Figura 202).

d) R: A forma geométrica destas faces é:

1ª face é um círculo;

2ª face é um triângulo;

3ª face é um círculo.

Figura 202 - Designação da forma geométrica das faces do almofariz

Resolução da questão 1.e)

Com recurso ao material (lápis, régua, compasso, transferidor), o Aluno 1 conseguiu com todo o cuidado desenhar ou construir o seu próprio almofariz (Figura 203).

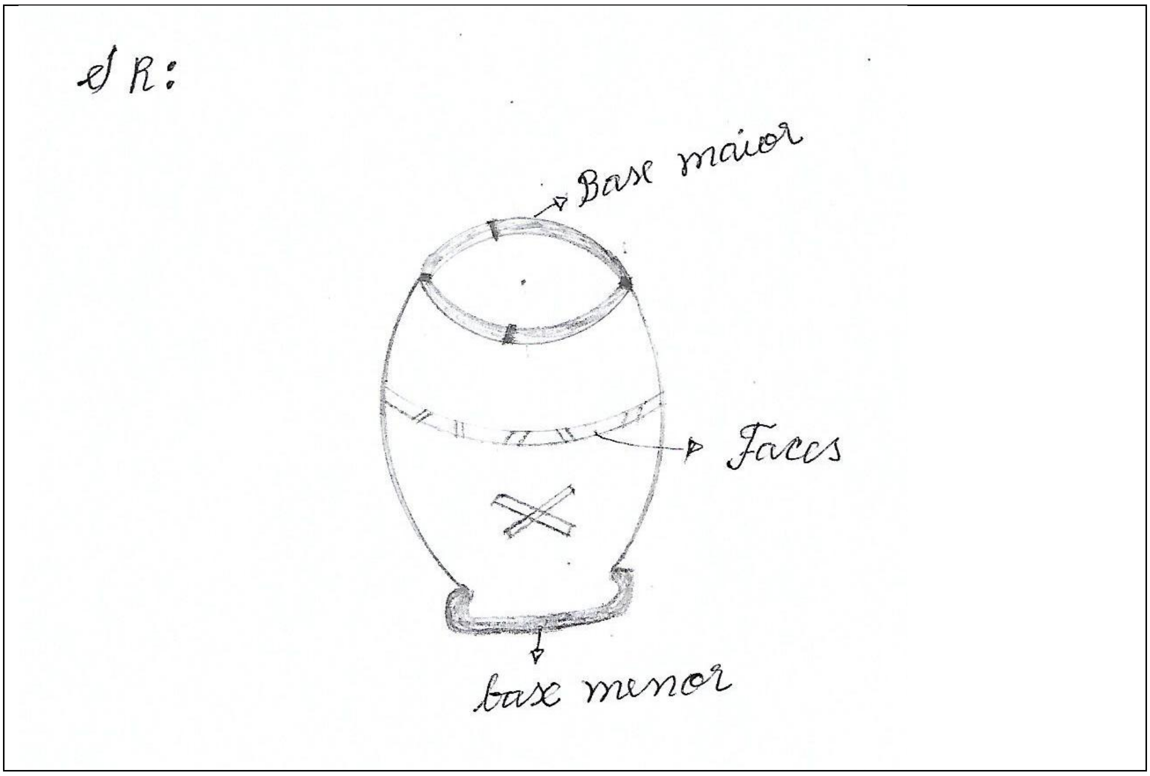


Figura 203 - Almofariz construído pelo Aluno 1

Resolução da questão 1.f)

Para saber a matemática contida no almofariz construído, o Aluno 1 tentou identificá-la (Figura 204).

f) R: A matemática que está por detrás da construção é a geometria descritiva.

Figura 204 - Identificação da matemática contida no balaio construído

Questão 2

Resolução da questão 2.a)

Após a leitura cuidadosa da questão (Anexo 7), o Aluno 1 sugeriu o uso de régua graduada, como instrumento, para dividir a base do almofariz em partes iguais (Figura 205).

2a) R: Utilizaria uma régua graduada para dividir a base maior do almofariz em partes iguais.

Figura 205 - Divisão da base maior do almofariz em partes iguais com recurso à régua graduada

Resolução da questão 2.b)

Depois da leitura da questão (Anexo 7), o Aluno 1 indicou o procedimento que se pode seguir para obter lados iguais das faces triangulares do almofariz (Figura 206).

b) R: Construiria faces triangulares com as arestas (ou lados) iguais, usando as mesmas medidas com a ajuda de uma régua graduada.

Figura 206 - Construção das faces triangulares, com lados iguais, com a ajuda de uma régua graduada

Resolução da questão 3

O Aluno 1 falou sobre a vantagem em aprender matemática (Figura 207).

3. R: Aprender matemática tem uma grande vantagem, pois que a matemática é a vida, usamos a matemática nas construções de edifícios, nos ramo cent comerciais, no fabrica de automóveis, no artesanato em suma a matemática ~~nos~~ está presente no nosso dia-à-dia.

Figura 207 - Uma pequena exposição sobre a vantagem em aprender matemática

Continuando, o aluno descreveu a importância ou impacto que o estudo deste artefacto (almofariz) pode ter no ensino da matemática (Figura 208).

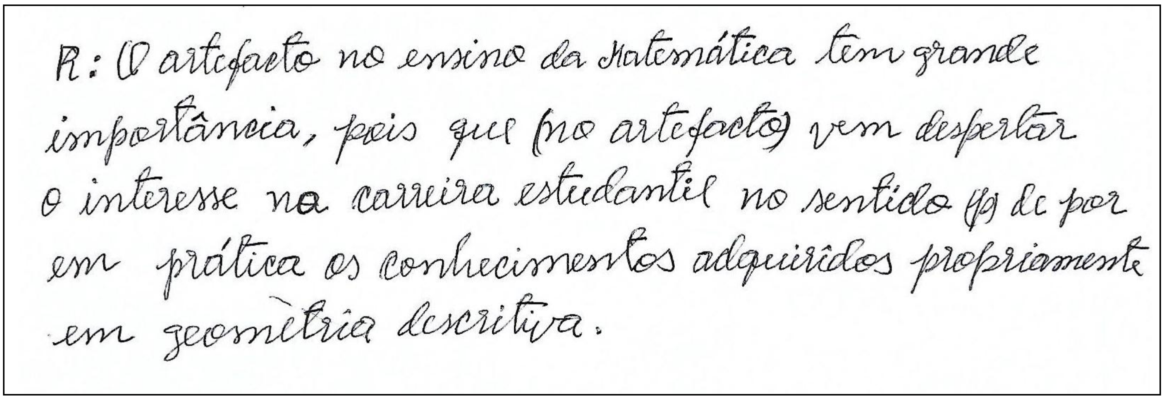

R: O artefacto no ensino da Matemática tem grande importância, pois que (no artefacto) vem despertar o interesse na carreira estudantil no sentido de por em prática os conhecimentos adquiridos propriamente em geometria descritiva.

Figura 208 - Uma pequena exposição sobre a relevância do almofariz no ensino da matemática

7.1.2 Análise e interpretação das questões resolvidas pelo Aluno 1

Análise da alínea 1.a)

O Aluno 1 afirmou que a base maior do almofariz está dividida em cinco partes (ou pedacinhos). O pentágono é uma figura geométrica que possui cinco (5) partes iguais e, por coincidência, o número das partes da base maior do almofariz corresponde à quantidade das partes do pentágono. Perecebe-se que, aqui, o Aluno 1 ficou mais interessado e/ou seguro na tomada de decisão. Ou seja, sentiu-se à vontade pois a questão tem muito a ver com a teoria de polígonos, o conteúdo matemático (ou geométrico) que se ministra na escola.

Análise da alínea 1.b)

Com base nos seus conhecimentos anteriores, o Aluno 1 referiu que se constrói o pentágono usando o compasso, o transferidor, o lápis, a borracha e régua graduada. O aluno não teve dificuldades em mencionar os instrumentos necessários para a construção do pentágono. A resolução da alínea a) assemelha-se à questão da alínea b), isso também ajudou, de certo modo, o aluno a resolver alínea b).

Análise das alíneas c) e d) da questão 1

Depois de observar o almofariz, o Aluno 1 respopndeu imediatamente que o almofariz contém três (3) faces frontais de adornos. Em seguida, apontou duas formas geométricas distintas, círculo e triângulo. As três faces frontais do almofariz têm a forma geométrica de um triângulo. O aluno conseguiu determinar a quantidade das faces, mas teve algumas dificuldades em identificar ou dizer a forma geométrica adequada para as mesmas.

Análise das alíneas e) e f) da questão 1

O Aluno 1 construiu ou desenhou o seu próprio almofariz e, em seguida, adornou a parte exterior do almofariz com duplas linhas paralelas, duplos triângulos e duplas retas concorrentes. Mais tarde, e porque a questão assim solicita, o aluno tentou explicitar a matemática envolvida na construção do seu almofariz.

Importa referir que o Aluno 1 conseguiu construir e adornar o almofariz sem dificuldades, mas não conseguiu descortinar de modo detalhado a matemática que está por detrás da construção do artefacto (almofariz).

Análise da alínea a) questão 2

Para dividir a base maior do almofariz em partes iguais, o Aluno 1 disse que o uso da régua graduada é o instrumento adequado para o efeito, ou seja, o aluno referiu que com este objeto a divisão da base maior do almofariz pode ser feita de modo assertivo.

Análise da alínea b) questão 2

Com base nos seus conhecimentos de geometria, o Aluno 1 disse que com régua graduada, usando as mesmas medidas, é possível adornar o almofariz e/ou construir faces triangulares com arestas iguais.

Análise da questão 3

De forma global, o Aluno 1 falou sobre a vantagem em aprender matemática e, de maneira perentória, salientou que ela é a vida, está em todo o lado ou as facetas da vida. Neste quesito, o aluno aflorou todo o potencial matemático, ou seja, mostrou que com a matemática pode se fazer muita coisa e/ou ir mais além. É uma ferramenta bastante poderosa e, bem usada, pode ajudar a resolver ou reduzir o tempo de resolução de alguns problemas que, de certo modo, levariam mais tempo para serem resolvidos.

Entrando imediatamente na resolução da questão 3 (Anexo 7), o Aluno 1 disse que é muito importante aprender matemática com recurso ao artefacto (almofariz) pois pode despertar o interesse na comunidade académica (ou nos alunos) para pôr em prática os conhecimentos matemáticos adquiridos ou aprendidos, em particular os de geometria.

7.1.3 Caso do Aluno 2

Nesta seção, apresentamos o caso do Aluno 2, centrado nas resoluções que este aluno desenvolveu para as três questões elaboradas na tarefa sobre o almofariz. Para cada uma das questões, numa primeira, fazemos uma descrição detalhada dos processos de resolução e dos raciocínios do aluno; efetuamos, na segunda fase, uma análise das tarefas resolvidas pelo aluno e, por fim, fazemos uma síntese das análises dos elementos evidentes do processo de resolução da tarefa.

Questão 1

Resolução da questão 1.a)

Após a leitura da tarefa (Anexo 7), o Aluno 2 conseguiu determinar as partes do almofariz (Figura 209).

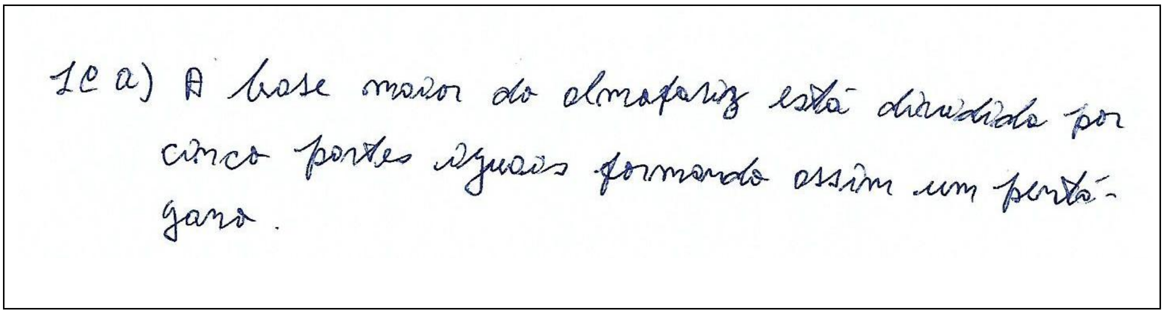

1º a) A base maior do almofariz está dividida por cinco partes iguais formando assim um pentá-gano.

Figura 209 - Divisão da base maior do almofariz

Resolução da questão 1.b)

Com base os conhecimentos geométricos, o Aluno 2 conseguiu desenhar ou construir o pentágono (Figura 210).

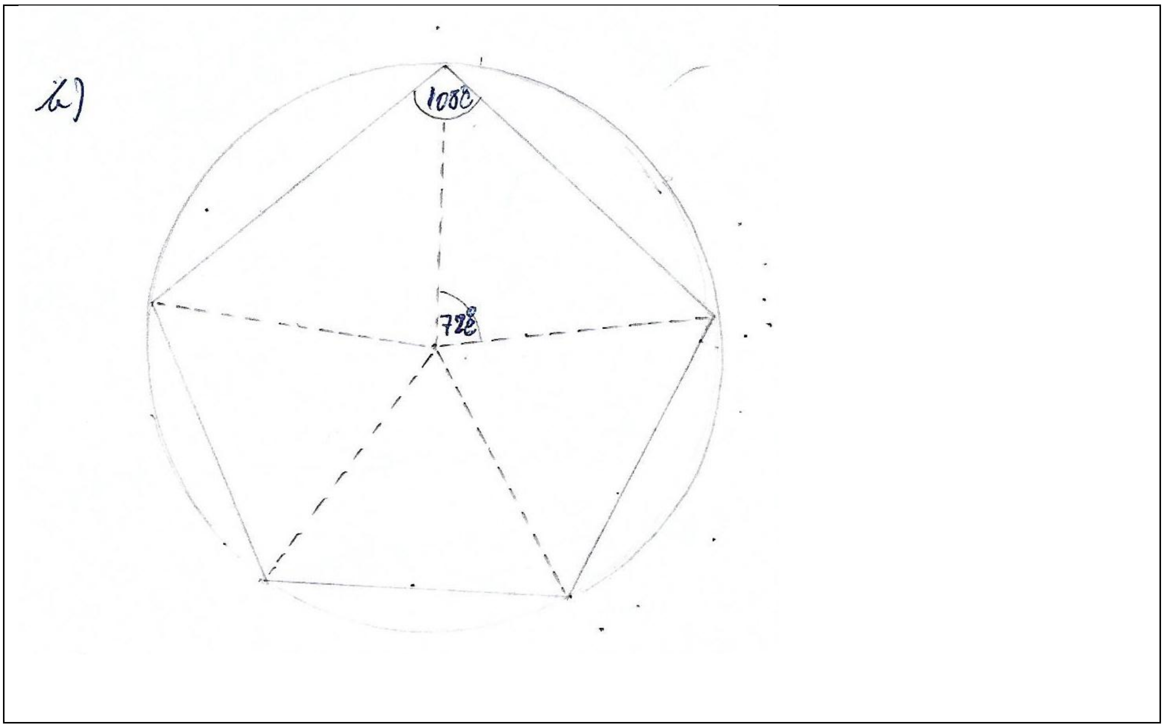
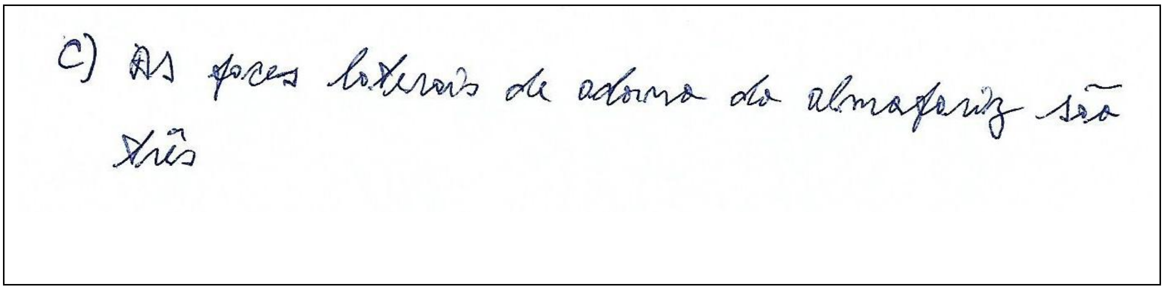


Figura 210 - Pentágono

Resolução da questão 1.c)

Depois de observar o almofariz apresentado, o Aluno 2 determinou o número de faces frontais do almofariz (Figura 211).

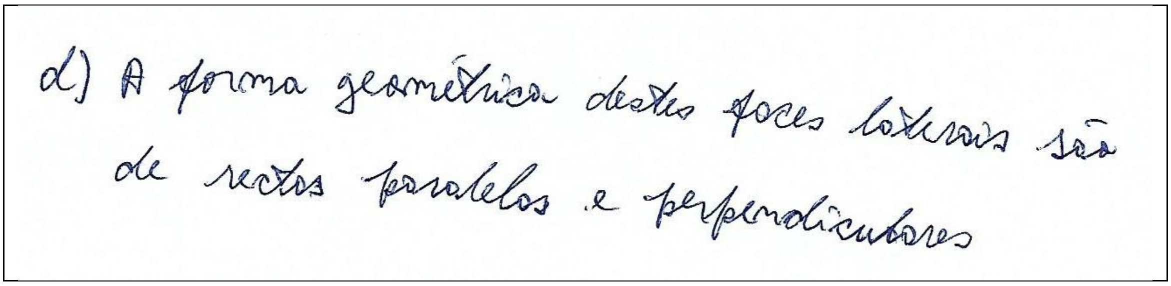


c) As faces laterais de adorno do almofariz são três

Figura 211 - Número de faces frontais do almofariz

Resolução da questão 1.d)

A partir da determinação das faces frontais do almofariz apresentado, o Aluno 2 tentou descrever a forma geométrica das mesmas (Figura 212).



d) A forma geométrica destes faces laterais são de rectos paralelos e perpendiculares

Figura 212 - Forma geométrica das faces frontais dos adornos do almofariz

Resolução da questão 1.e)

Com recurso aos instrumentos, o Aluno 2 conseguiu desenhar ou construir o seu próprio almofariz (Figura 213).

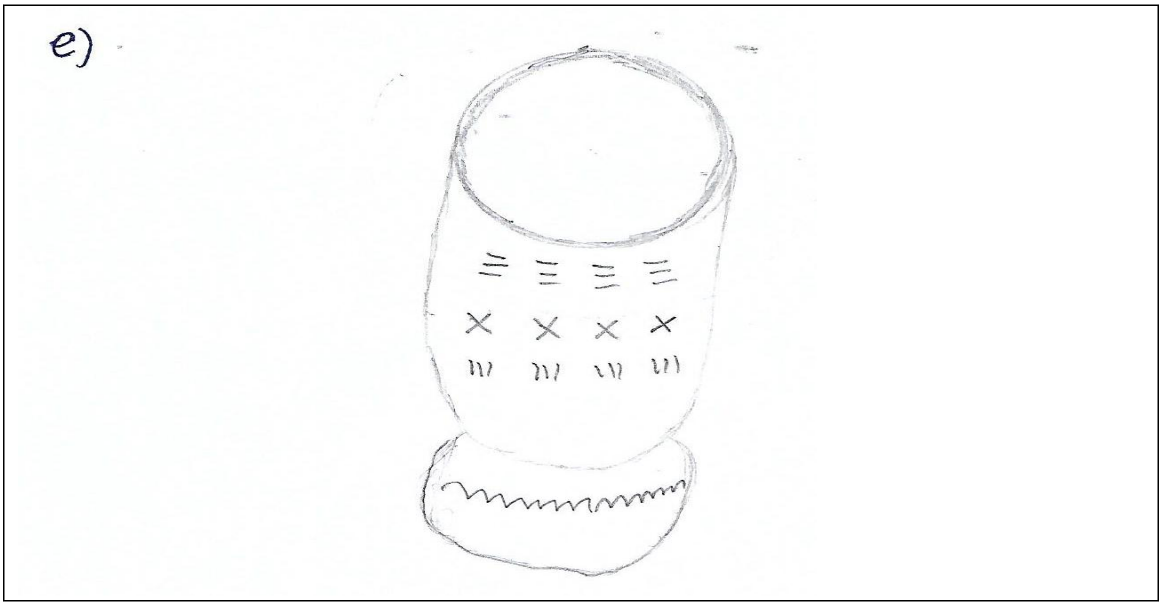


Figura 213 - Almofariz construído pelo Aluno 2

Resolução da questão 1.f)

Para saber a matemática contida no almofariz construído, o Aluno 2 tentou identificá-la (Figura 214).

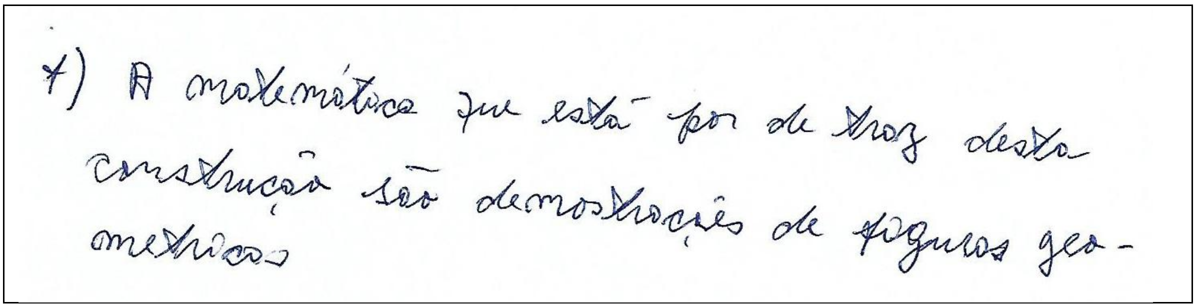
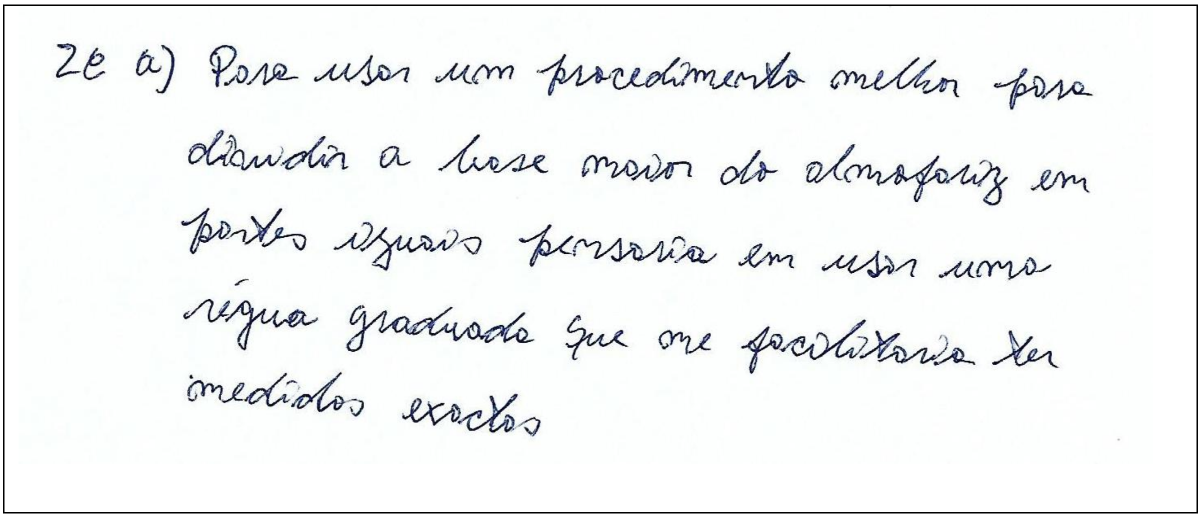

f) A matemática que está por de traz desta construção são demostrações de figuras geo-
metricas

Figura 214 - Identificação da matemática contida no balaio construído

Questão 2

Resolução da questão 2.a)

Depois da leitura cuidadosa da questão (Anexo 7), o Aluno 2 sugeriu o uso de régua graduada, como instrumento apropriado, para dividir a base do almofariz em partes iguais (Figura 215).

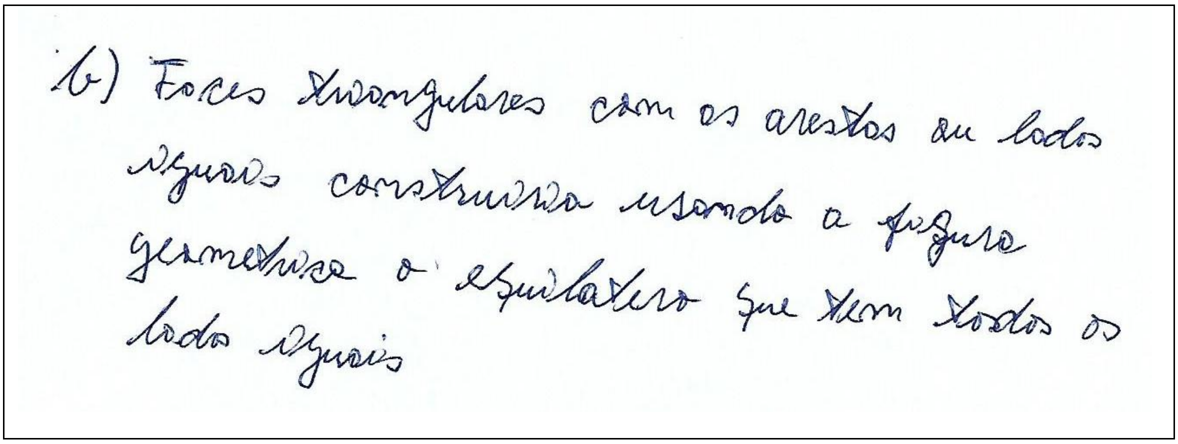


2e a) Para usar um procedimento melhor para dividir a base maior do almofariz em partes iguais pensaria em usar uma régua graduada que me facilitaria ter medidas exactas

Figura 215 - Divisão da base do almofariz em partes iguais com recurso à régua graduada

Resolução da questão 2.b)

Após a leitura da questão (Anexo 7), o Aluno 2 tentou responder (Figura 216).



b) Faces triangulares com as arestas ou lados iguais construida usando a figura geometrica o equilatero que tem todos os lados iguais

Figura 216 - Faces triangulares com lados iguais

Resolução da questão 3

O Aluno 2 tentou falar sobre a vantagem em aprender matemática com recurso a situações concretas como, por exemplo, o almofariz (Figura 217)

3c A vantagem que me parece existir em aprender matemática em particular a geometria com recurso a situações concretas como o que nos propociona o almofariz são o uso da geometria ou seja das figuras geometricas

Figura 217 - Excerto da resposta apresentada pelo Aluno 2 (tarefa 3)

Continuando, o Aluno 2 tentou falar também sobre a importância que o estudo deste artefacto (almofariz) pode ter no ensino da matemática (Figura 218).

4c A importancia do estudo destes artefactos no estudo do ensino da matemática só é que nestes artefactos ilustra-nos, dimensões, figuras, etc.

Figura 218 - Uma tentativa do Aluno 2 na abordagem da relevância do estudo de artefactos (tarefa 3)

7.1.4 Análise e interpretação das tarefas resolvidas pelo Aluno 2

Análise da alínea a) questão 1

Depois de apreciar a base maior do almofariz, o Aluno 2 respondeu à questão: a base maior do almofariz divide-se em cinco partes (ou pedacinhos) iguais e, este aluno, disse ainda que a divisão por cinco partes iguais forma um pentágono. O pentágono é uma figura geométrica que possui cinco (5) partes iguais, o número das partes da base maior do almofariz corresponde à quantidade das partes do pentágono. Muito provável, este aluno ao responder alínea a) da tarefa 1, ter-se-á baseado na definição do Pentágono.

Análise da alínea b) questão 1

O Aluno 2 não explicou os procedimentos ou passos para construir o pentágono, ele foi imediatamente à figura, ou seja, desenhou o pentágono e apresentou os ângulos de algumas figuras, do tipo triângulo, inscritas na circunferência.

Análise das alíneas c) e d) questão 1

Depois de observar o almofariz e os seus adornos, o Aluno 2 disse que o almofariz contém três (3) faces ornamentais. A seguir, o aluno apontou duas formas geométricas ou duas retas diferentes, retas paralelas e perpendiculares. As três faces de adornos, situada à parte da frente do almofariz, têm a forma geométrica de um triângulo, o aluno conseguiu determinar a quantidade das faces frontais e teve algumas dificuldades em identificar ou dizer a forma geométrica adequada para as mesmas.

Análise das alíneas e) e f) questão 1

O Aluno 2 construiu ou desenhou o seu próprio almofariz e, em seguida, adornou a parte exterior do almofariz com linhas do tipo cicloide, retas concorrentes, retas triplas verticais e horizontais. A seguir, o aluno tentou explicitar a matemática envolvida na construção do seu almofariz.

Importa referir que o aluno conseguiu desenhar e adornar o almofariz, mas teve algumas dificuldades em descortinar, de modo detalhado, a matemática que está por detrás da sua construção.

Análise da alínea a) questão 2

Para dividir a base maior do almofariz em partes iguais, o Aluno 2 disse que o uso de régua graduada é o melhor instrumento. Com este elemento, o aluno referiu, ainda, que a divisão da base maior fica mais fácil, ou seja, facilita obter medidas exatas ou partes iguais.

Análise da alínea b) questão 2

Relativamente à alínea b) da tarefa 2 (Anexo 7), o Aluno 2 disse que para construir faces triangulares com lados iguais é preciso basear-se nas figuras geométricas como, por exemplo, o triângulo equilátero que tem todos os lados iguais. Este aluno não explicou de forma clara o procedimento que se pode seguir para construir ou desenhar faces triangulares (ou simplesmente triângulos) com as mesmas arestas.

Análise da questão 3

A vantagem que existe em aprender matemática com recurso a situações concretas como a que nos proporciona o almofariz, o Aluno 2 não respondeu com clareza e profundidade à questão, apenas, disse que o uso de geometria ou das figuras geométricas tem muita vantagem. Presume-se que a linha de pensamento deste aluno seja: aprender matemática (ou geometria) com recurso ao almofariz desperta o interesse nos alunos, ou seja, há maior probabilidade em aprender ou entender a matemática. Com uma boa aprendizagem, os alunos conseguem usar ou aplicar na vida prática os conhecimentos matemáticos (os conhecimentos de geometria).

7.1.5 Caso do Aluno 3

Esta seção apresenta o caso do Aluno 3, centrado nas resoluções que este aluno desenvolveu para as três questões elaboradas na tarefa sobre o almofariz. Para cada uma das questões, numa primeira fase, fazemos uma descrição detalhada dos processos de resolução e dos raciocínios do aluno; analisamos, na segunda fase, as questões resolvidas pelo aluno e, por fim, sintetizamos as análises dos elementos evidentes do processo de resolução da tarefa.

Resolução da questão 1.a)

Após a leitura da tarefa (Anexo 7), o Aluno 3 conseguiu determinar as partes do almofariz (Figura 219).


a) - A base maior do almofariz está dividido em cinco (5) partes

Figura 219 - Divisão da base maior do almofariz

Resolução da questão 1.b)

O Aluno 3, com base os seus conhecimentos geométricos, conseguiu explicitar os elementos necessários para a construção do pentágono (Figura 220).

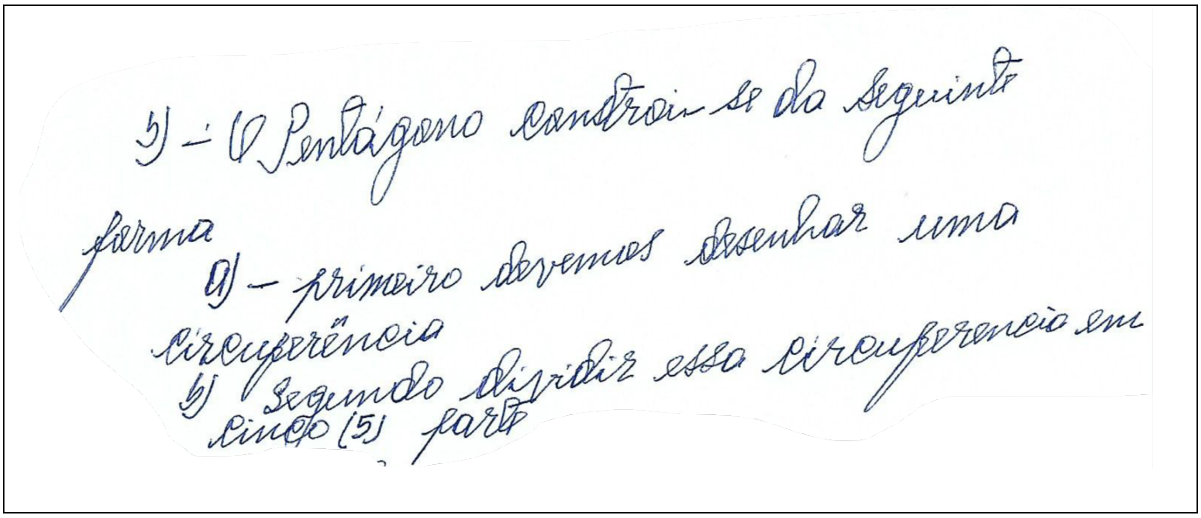

b) - O Pentágono constroi-se da seguinte forma
a) - primeiro devemos desenhar uma circunferência
b) Segundo dividir essa circunferencia em cinco (5) parte

Figura 220 - Passos para construir um pentágono

Com vista a uma melhor apreciação, o Aluno 3 deu exemplo do pentágono (Figura 221)

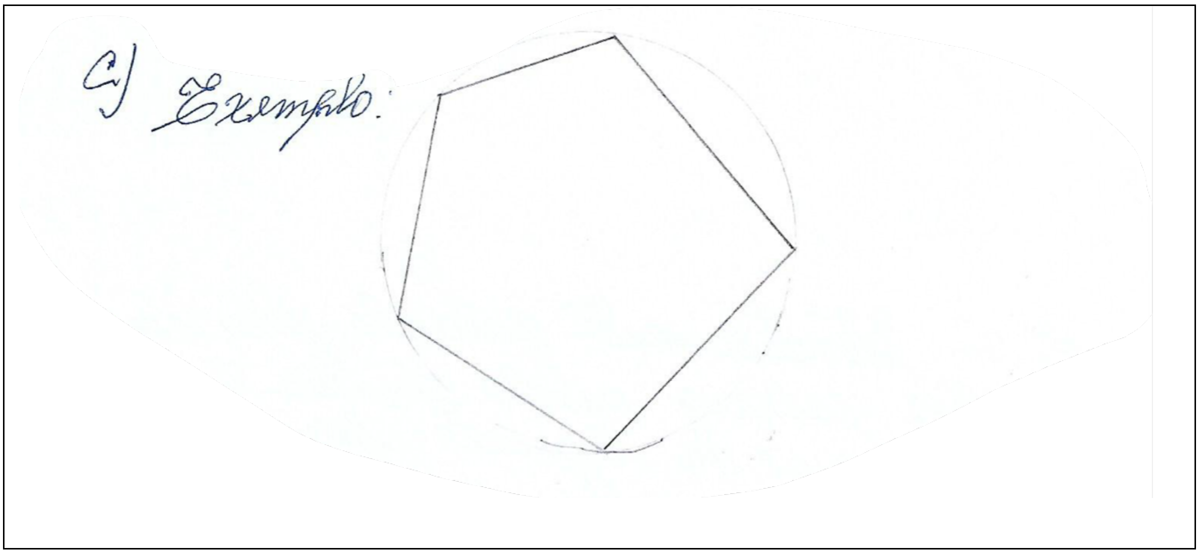


Figura 221 - Pentágono

Resolução da questão 1.c)

Depois de observar o almofariz apresentado (Anexo 7), o Aluno 3 tentou determinar o número de faces frontais do almofariz (Figura 222).

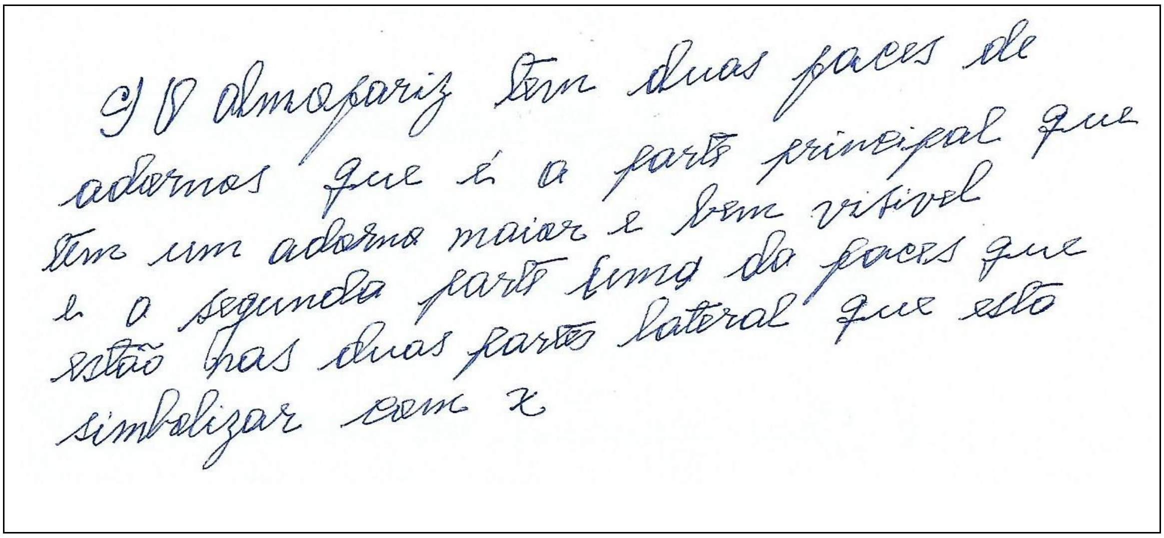

c) O almofariz tem duas faces de
adornos que é a parte principal que
tem um adorno maior e bem vitivel
e o segunda parte uma da faces que
estão nas duas partes lateral que esto
simbolizar com x

Figura 222 - Número de faces frontais do almofariz

Resolução da questão 1.d)

A partir da determinação do número das faces frontais do almofariz apresentado, o Aluno 3 tentou descrever a forma geométrica das faces (Figura 223).

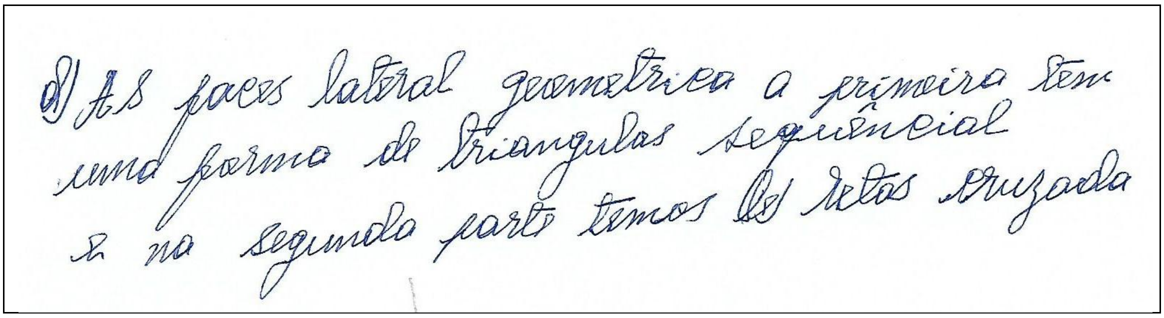

d) AS faces lateral geometrica a primeira tem
uma forma de triangulas sequêncial
e na segunda parte temos as retas cruzada

Figura 223 - Designação da forma geométrica das faces frontais dos adornos do almofariz

Resolução da questão 1.e)

Com recurso aos instrumentos, o Aluno 3 conseguiu desenhar ou construir o seu próprio almofariz (Figura 224).

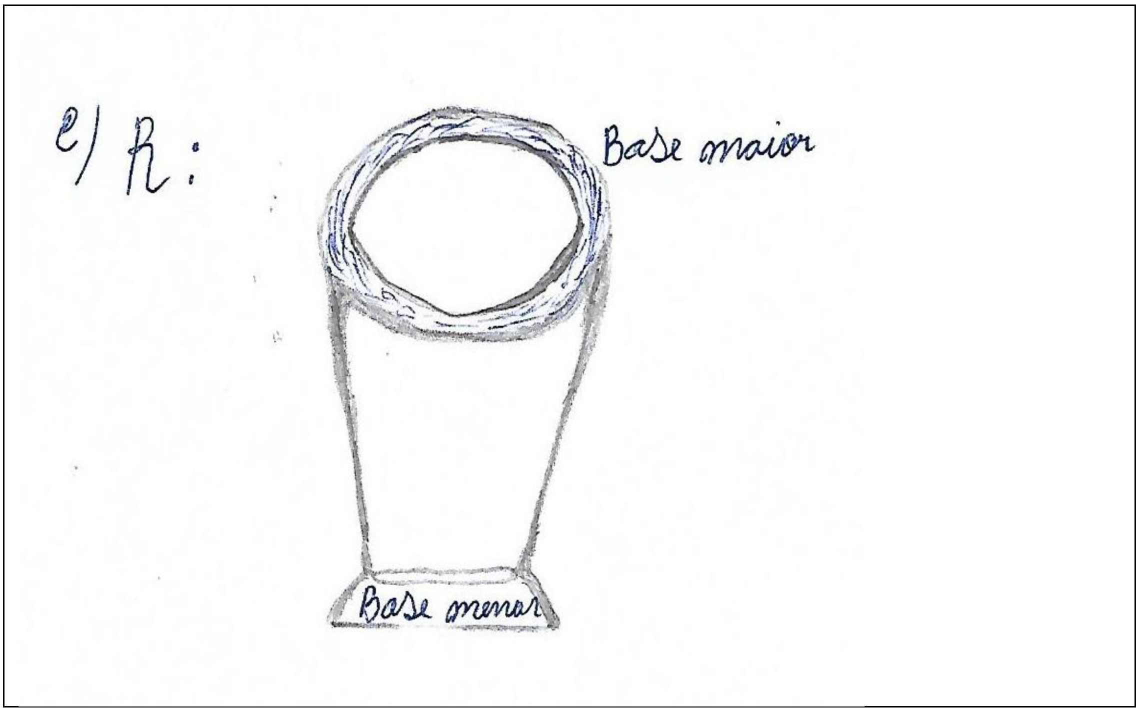


Figura 224 - Almofariz construído pelo Aluno 3

Questão 2

Resolução da questão 2.a)

Para dividir a base maior do almofariz em partes iguais, o Aluno 3 tentou responder à questão (Figura 225).

2) a- Matematicamente falando paro um adornos
melhor poderia ainda dividir-lho em duas
partes iguas da seguinte forma
a) reguas
b) um objectos agusado ou guento
c) e figuras geometricas bem conheci-
dos tal como...

Figura 225 - Tentativas do Aluno 3 na procura do melhor procedimento para dividir a base maior do almofariz em partes iguais

Resolução da questão 2.b)

Para construir faces triangulares com as arestas iguais, o Aluno 3 tentou responder à questão (Figura 226).

b) Trio contruir as faces tal como os
triangulos Primeiro todos os ~~lados~~ lados do
Triangulos seriam igual

Figura 226 - Resposta do Aluno 3 de como construir faces triangulares com as arestas iguais (tarefa 2)

Resolução da questão 3

O Aluno 3 tentou falar sobre a vantagem em aprender matemática com recurso a situações concretas como a que nos proporciona o almofariz (Figura 227).

3) AS vantagens existente em aprender a geometria em particular a tantas vantagens tal como
* saber de uma formal geral as figura no nosso quotidiano tal como o proprio almofariz

Figura 227 - Excerto da resposta apresentada pelo Aluno 3 (tarefa 3)

Continuando, o Aluno 3 falou também sobre a importância que o estudo deste artefacto (almofariz) pode ter no ensino da matemática (Figura 228).

Este artefacto tem uma grande importância no ensino da matematica por tem uma forma geometrica este artefacto e é uma grande valia por assim dizemos ou relancionar as nossas peças feitas pelos nossos artesão e expõe nos nossas praças

De uma forma mais conhecido as nossas os ajuda a conhecer as figuras geomêtricas em uma aula de excursão podemos tirar uma grande lição para ensinar os figuras Geometricas.

Figura 228 - Excerto do relatório do Aluno 3 com a resposta à tarefa 3

7.1.6 Análise e interpretação das tarefas resolvidas pelo Aluno 3

Análise da alínea a) questão 1

Depois da leitura da questão (Anexo 7, alínea a) e de apreciar a base maior do almofariz, o Aluno 3 referiu que a base maior do almofariz se divide em cinco partes (ou pedacinhos) iguais, este aluno identificou as partes da base maior sem dificuldades. O pentágono é uma figura geométrica que possui cinco (5) partes iguais, o número das partes da base maior do almofariz corresponde à quantidade das partes do pentágono. Muito provavelmente, o Aluno 3 ao resolver a tarefa 1 da alínea a) terá recorrido ou relacionado a base maior do almofariz com o pentágono.

Análise da alínea b) questão 1

Com base nos seus conhecimentos básicos de geometria, o Aluno 3 disse que o pentágono se constrói da seguinte maneira: desenhar, primeiro, uma circunferência e, segundo, dividir essa circunferência em cinco (5) partes. Com estes passos e com os instrumentos (compasso, régua) pode construir-se o pentágono sem dificuldades e, a seguir, o aluno desenhou o pentágono.

Análise das alíneas e) e f) questão 1

O Aluno 3 construiu o seu próprio almofariz, não o adornou, mencionou no artefacto a base menor e a base maior. Este aluno teve dificuldades em dizer ou explicitar a matemática envolvida na construção deste almofariz.

Análise da alínea a) questão 2

Para dividir a base maior do almofariz em partes iguais, o Aluno 3 disse que a melhor maneira é pensar no uso de régua, no objeto aguçado ou quente e nas figuras geométricas bem conhecidas. Vale, aqui, clarificar que o objeto aguçado, que o aluno referiu, é um dos instrumentos que os artesãos, normalmente, usam para adornar os artefactos. O Aluno 3, além do objeto aguçado, falou também sobre as figuras geométricas "bem conhecidas". Este aluno ao sublinhar as figuras geométricas, muito provável, terá pensado que antes de dividir a base maior do almofariz, primeiramente, tem que se conhecer ou dominar as figuras geométricas que contêm os mesmos lados como, por exemplo, o triângulo equilátero.

Análise da questão 3

Relativamente à vantagem (Anexo 7, tarefa 3), o Aluno 3 disse que aprender matemática (em particular a geometria) com recurso a situações concretas como, por exemplo, o almofariz é bastante vantajoso pois desperta ou incentiva a comunidade académica a saber, de uma forma geral, aquilo que aparece ou se faz no dia a dia que envolve figuras geométricas. Ainda, este aluno, afirmou que o estudo deste artefacto tem uma grande relevância no ensino da matemática, é uma mais-valia relacionar os conteúdos matemáticos (em particular os de geometria) com as peças feitas pelos artesãos. Isto pode ajudar a comunidade académica a conhecer ou entender melhor as figuras geométricas, pode servir, também, de ponto de partida para os professores ensinar as mesmas de maneira não abstrata.

A seguir, fazemos uma síntese das análises das resoluções das tarefas relacionadas com o almofariz (Tabela 2).

Tabela 2 - Súmula das resoluções relacionadas com o almofariz

Tarefas	Respostas certas (RC)			Respostas meias certas (RMC)			Respostas não certas (RNC)			Questões não resolvidas (QNR)		
	Aluno 1	Al. 2	Al. 3	Aluno 1	Al. 2	Al. 3	Aluno 1	Al. 2	Al.3	Aluno 1	Al. 2	Al. 3
1. a) Em quantas partes está dividida a base maior do almofariz?	RC	RC	RC									
1. b) Como é que se constrói um pentágono?	RC	RC	RC									
1. c) Quantas faces frontais de adornos tem o almofariz?	RC	RC							RNC			
1. d) Qual é a forma geométrica destas faces frontais?				RMC	RMC	RMC						
1. e) Construa o seu próprio almofariz, diferente do apresentado acima, não esquecendo de o adornar com uma ou mais formas geométricas.	RC	RC	RC									
1. f) Que matemática está por detrás da sua construção?				RMC	RMC							QNR
2. a) Como é que poderia pensar para usar um procedimento melhor para dividir a base	RC	RC	RC									

maior do almofariz em partes iguais?												
2. b) Como é que construiria faces triangulares com as arestas (ou lados) iguais?	RC				RMC							QNR
3. Que vantagem lhe parece que existe em aprender matemática (em particular a geometria) com recurso a situações concretas como a que nos proporciona o almofariz?	RC		RC		RMC							

7.2 Análise e interpretação da resolução das tarefas relacionadas com o balaio

Nesta secção, detalhamos os processos de resolução de três alunos nas questões relacionadas com o balaio.

7.2.1 Caso do Aluno 1

Neste ponto, apresentamos o caso do Aluno 1, centrado nas resoluções que este aluno desenvolveu para a tarefa do balaio. Para cada uma das questões, realizamos, na primeira fase, uma descrição detalhada dos processos de resolução e dos raciocínios do aluno; fazemos, na segunda fase, uma análise da tarefa resolvida pelo aluno 1.

Questão 1

Resolução da questão 1.a)

Depois da leitura minuciosa da tarefa (Anexo 8), o Aluno 1 conseguiu imediatamente identificar os quadrados dentados e não dentados (Figura 229).

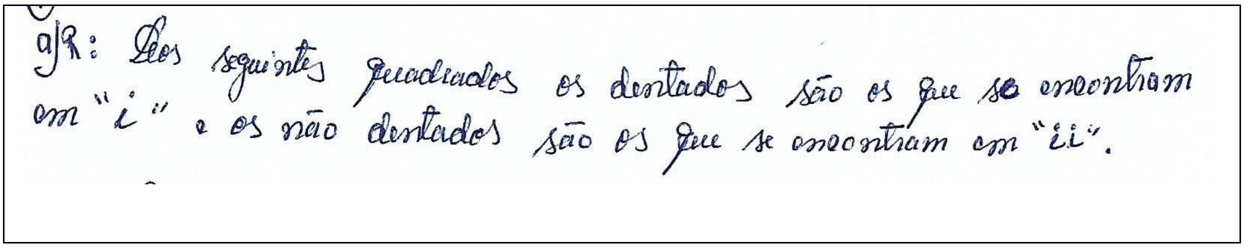

a)R: Dos seguintes quadrados os dentados são os que se encontram em "i" e os não dentados são os que se encontram em "ii".

Figura 229 - Indicação dos quadrados dentados e não dentados

Resolução da questão 1.b)

Com base nos conhecimentos geométricos, o Aluno 1 conseguiu definir o roteiro que se segue para construir os quadrados concêntricos sucessivos (Figura 230).

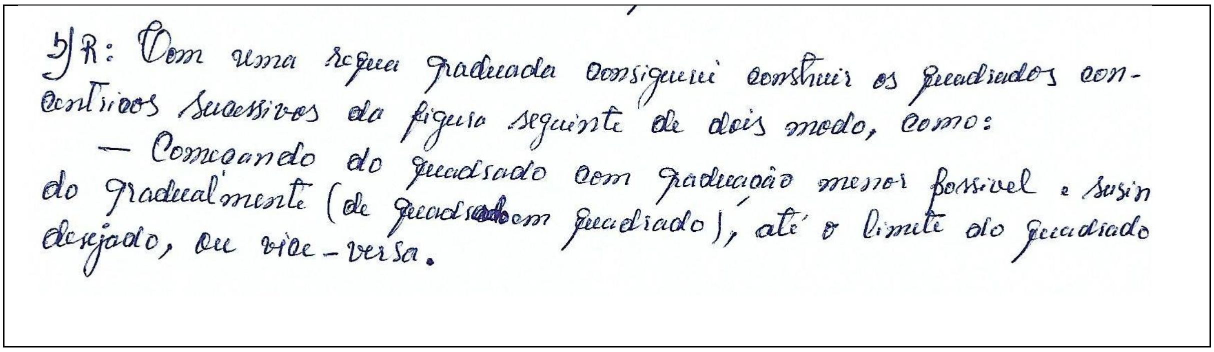

b)R: Com uma regua graduada consegui construir os quadrados concentricos sucessivos da figura seguinte de dois modo, como:
— Começando do quadrado com graduação menor possível e subindo gradualmente (de quadrado em quadrado), até o limite do quadrado desejado, ou vice-versa.

Figura 230 - Passos para construção dos quadrados concêntricos sucessivos

Resolução da questão 1.c)

Depois da leitura da tarefa (Anexo 8), o Aluno 1 conseguiu descrever as condições que definem uma perpendicularidade (Figura 231).

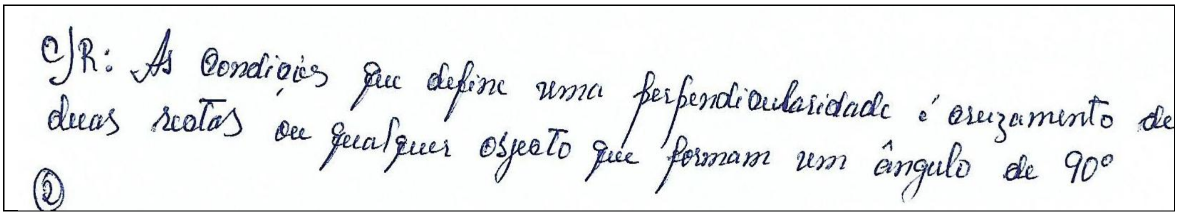

c)R: As condições que define uma perpendicularidade é cruzamento de duas retas ou qualquer objeto que formam um ângulo de 90°
2

Figura 231 - Descrição das condições que definem uma perpendicularidade

Questão 2

Resolução da questão 2.a)

Após a leitura cuidadosa da questão (Anexo 8), o Aluno 1 conseguiu descortinar os conceitos matemáticos escondidos no balaio (Figura 232).

a/R: Na construção do balaio, o artesão teve de ter encontra figura geométrica que é a circunferência, e os seus componentes como o raio e o diametro, com as dimensões destes definiu o tamanho do balaio, ainda é possivel vermos tambem no balaios, reatas paralelas e um quadrado com eixos de simetria bem acentuado.

Figura 232 - Identificação dos conceitos matemáticos envolvidos no balaio

Resolução da questão 2.b)

Com base nos seus conhecimentos matemáticos, o Aluno 1 antes de traçar a figura primeiro explicou os passos que se devem seguir para obter eixos de simetria (Figura 233).

Sabendo que eixo de simetria é a recta que divide uma figura em duas parte iguais. Nesta bandeirola de canto de um campo de futebol é posivel compreender ou ver os eixos de simetria

Figura 233 - Explicação dos passos para determinar eixos de simetria

Depois dessa breve explicação, o aluno tomou os seus instrumentos e começou a traçar, sem dificuldades, a figura que evidencia os eixos de simetria (Figura 234).

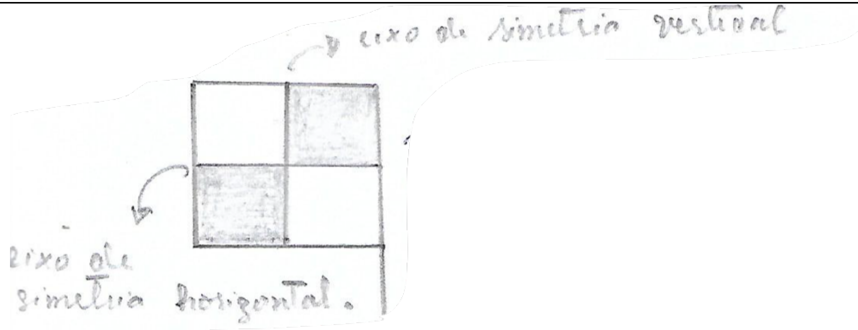


Figura 234 - Apresentação dos eixos de simetria

Resolução da questão 2.c)

Depois de dar uma volta ao mundo de artefactos, o Aluno 1 pegou os instrumentos e começou a construir o balaio (Figura 235).

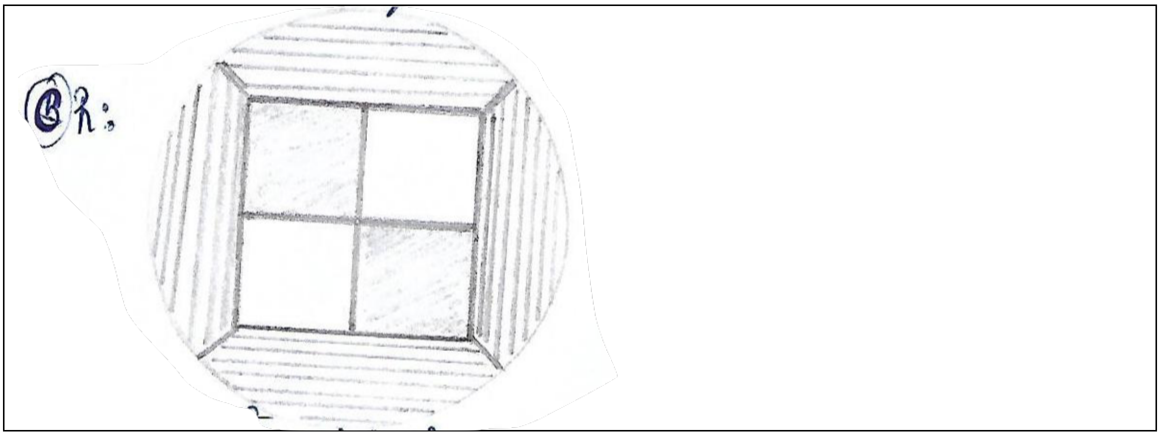
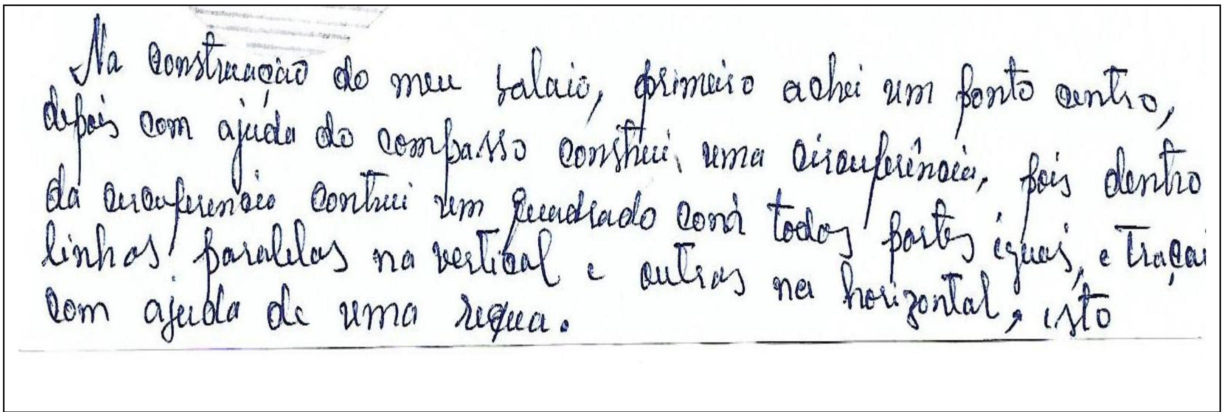


Figura 235 - Balaio desenhado pelo Aluno 1

Após a construção e com base nos seus conhecimentos prévios, conseguiu explicitar a matemática envolvida na construção do balaio (Figura 236).



Na construção do meu balaio, primeiro achei um ponto centro,
depois com ajuda do compasso construi, uma circunferência, pois dentro
da circunferência contrui um quadrado com todos partes iguais, e traçei
linhas paralelas na vertical e outras na horizontal, isto
com ajuda de uma regua.

Figura 236 - Explicitação da matemática por detrás da construção do balaio

Resolução da questão 3

Relativamente à relevância de artefactos que envolvem matemática (Anexo 8), o Aluno 1 fez uma breve redação, na qual destacou os pontos essenciais que mostram como é que o homem considerou e considera a matemática (Figura 237).

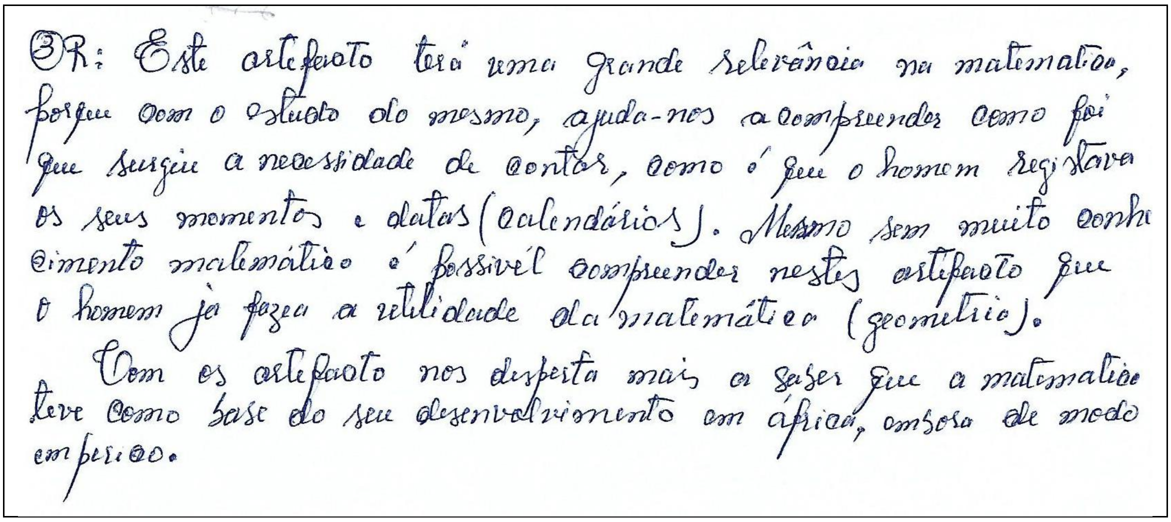

3R: Este artefacto terá uma grande relevância na matemática, porque com o estudo do mesmo, ajuda-nos a compreender como foi que surgiu a necessidade de contar, como é que o homem registava os seus momentos e datas (calendários). Mesmo sem muito conhecimento matemático é possível compreender neste artefacto que o homem já fazia a utilidade da matemática (geometria).
Com os artefacto nos desperta mais o saber que a matemática teve como base do seu desenvolvimento em áfrica, embora de modo empírico.

Figura 237 - Uma breve redação sobre a relevância do estudo do artefacto

7.2.2 Análise e interpretação das questões resolvidas pelo Aluno 1

Análise da alínea a) questão 1

Com base nos seus conhecimentos prévios, o Aluno 1 selecionou a figura i) para definir os quadrados dentados e a figura ii) para definir os quadrados não dentados. Este aluno não teve dificuldade ao identificar os quadrados, visto que o artefacto em destaque é de fácil acesso e o modo como ele foi adornado ou manufaturado facilitou o Aluno 1 a fazer a diferenciação.

Análise da alínea b) questão 1

Para construir quadrados concêntricos sucessivos da figura apresentada (Anexo 8), o Aluno 1 indicou os passos que devem ser seguidos. Com estes passos, o Aluno 1 afirmou que é possível, com uma régua graduada, construir quadrados concêntricos sucessivos até ao limite dos quadrados almejados.

O balaio em referência apresenta vários quadrados, os quadrados concêntricos sucessivos podem ser vistos a partir do quadrado principal. Do nosso ponto de vista, este balaio pode servir como mola impulsionadora para ensinar os quadrados concêntricos sucessivos.

Análise da alínea c) questão 1

O Aluno 1, com base nos seus conhecimentos prévios, apontou as condições que definem uma perpendicularidade. O sistema cartesiano (ou perpendicularidade) pode ser apreciado a partir de cruzamento de duas retas (uma vertical e outra horizontal), os ângulos formados ou visíveis nos quatro quadrantes do sistema cartesiano medem 90º.

Análise da alínea a) questão 2

Tendo em atenção o artefacto (balaio) e, em especial, a técnica da construção, o Aluno 1 tentou explicar matematicamente o procedimento que o artesão terá utilizado para construir o balaio e, em seguida, identificou, aplicando os seus conhecimentos preliminares, os conceitos matemáticos (ou geométricos) envolvidos no balaio, os conceitos identificados foram: circunferência, raio, diâmetro, retas paralelas, quadrado, eixos de simetria.

Análise da alínea b) questão 2

Para desenhar a figura que espelha ou abrange eixos de simetria horizontal e vertical, o Aluno 1 sublinhou primeiramente as partes essenciais, deu também um exemplo, que definem eixos de simetria e, em seguida, desenhou a figura (quadrado), cortou ou dividiu o quadrado na vertical e na horizontal e apresentou os dois eixos de simetria (vertical e horizontal).

Análise da alínea c) questão 2

O balaio é um utensílio doméstico e de fácil acesso, ou seja, a maior parte de alunos angolanos, em particular da região sul de Angola, tem esse artefacto nas suas casas. O Aluno 1 construiu ou desenhou o seu próprio balaio sem dificuldades, mais tarde, e porque a questão assim solicita, esse aluno explicitou a matemática (o ponto, centro, circunferência, quadrado, linhas paralelas, verticais e horizontais) envolvida em todos os passos que ele usou para construir o balaio.

Análise da questão 3

Sobre a importância do estudo do balaio, o Aluno 1 disse que o estudo deste artefacto é de extrema relevância, identificar os artefactos que envolvem matemática como, por exemplo, o balaio, o Aluno 1 sublinhou que isso pode ajudar, de alguma forma, a sociedade académica a perceber o surgimento da matemática; pode ajudar a compreender que o homem já utilizava ou utiliza a matemática (ou geometria) no seu dia a dia; pode ajudar os alunos a desenvolver o gosto pela matemática e pode despertar, ainda, a sociedade a saber que a matemática teve como base do seu desenvolvimento em África, embora de maneira empírica.

7.2.3 Caso do Aluno 2

Esta seção apresenta o caso do Aluno 2, centrado nas resoluções que este aluno desenvolveu para as três tarefas elaboradas incluindo o balaio. Para cada uma das tarefas, na primeira fase, descrevemos detalhadamente os processos de resolução e dos raciocínios do aluno; fazemos, na segunda fase, uma análise das tarefas resolvidas pelo aluno e, por fim, sintetizamos as análises dos elementos evidentes do processo de resolução das tarefas.

Questão 1

Resolução da questão 1.a)

Depois da leitura cuidadosa da questão (Anexo 8), o Aluno 2 conseguiu indicar os quadrados dentados e não dentados (Figura 238).

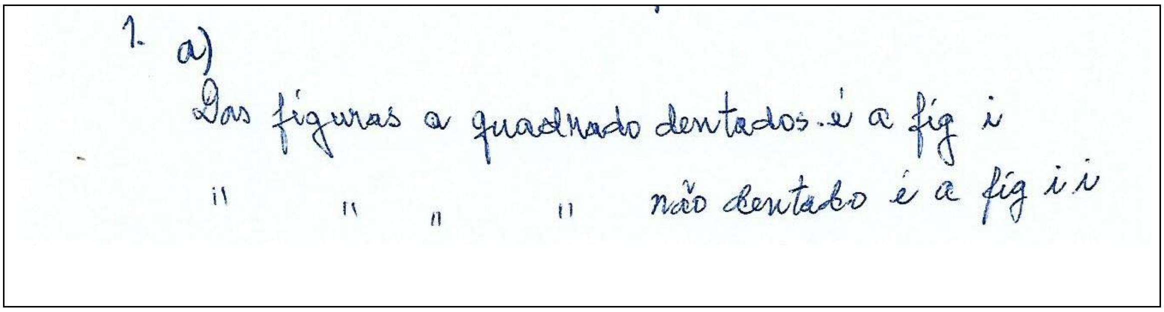

1. a)
Das figuras a quadrado dentados é a fig i
" " " " não dentado é a fig ii

Figura 238 - Indicação dos quadrados dentados e não dentados

Resolução da questão 1.b)

O Aluno 2 mencionou os passos que devem ser seguidos para construir os quadrados concêntricos sucessivos (Figura 239).

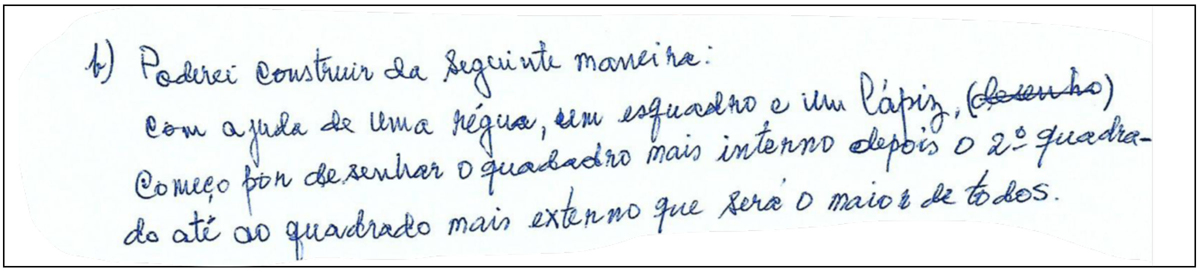

b) Poderei construir da seguinte maneira:
Com ajuda de uma régua, um esquadro e um lápis, (~~desenho~~)
Começo por desenhar o quadrado mais interno depois o 2º quadrado até ao quadrado mais externo que será o maior de todos.

Figura 239 - Passos para construção dos quadrados concêntricos sucessivos

Resolução da questão 1.c)

Após a leitura minuciosa da questão (Anexo 8), o Aluno 2 conseguiu apontar as condições que definem uma perpendicularidade (Figura 240).

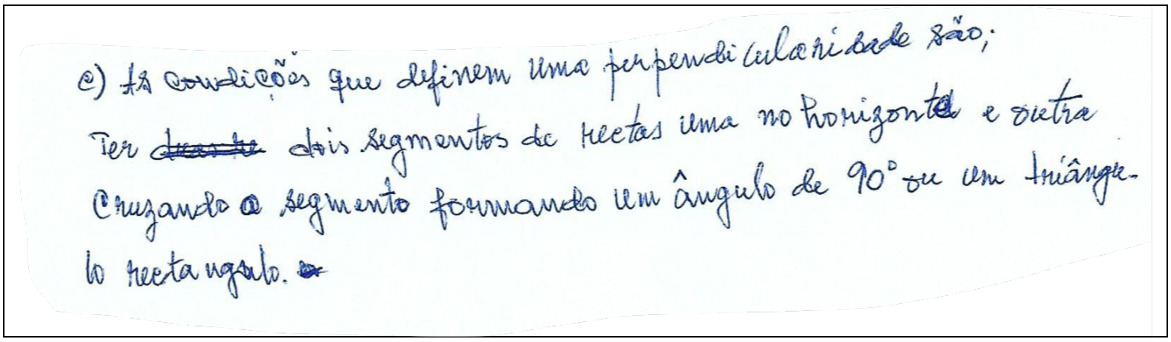

c) As condições que definem uma perpendicularidade são;
Ter ~~[illegible]~~ dois segmentos de rectas uma no horizontal e outra
Cruzando o segmento formando um ângulo de 90º ou um triângulo rectangulo.

Figura 240 - Descrição das condições que definem uma perpendicularidade

Questão 2

Resolução da questão 2.a)

Com base os seus conhecimentos matemáticos, o Aluno 2 conseguiu identificar os conceitos matemáticos envolvidos no balaio apresentado (Figura 241).

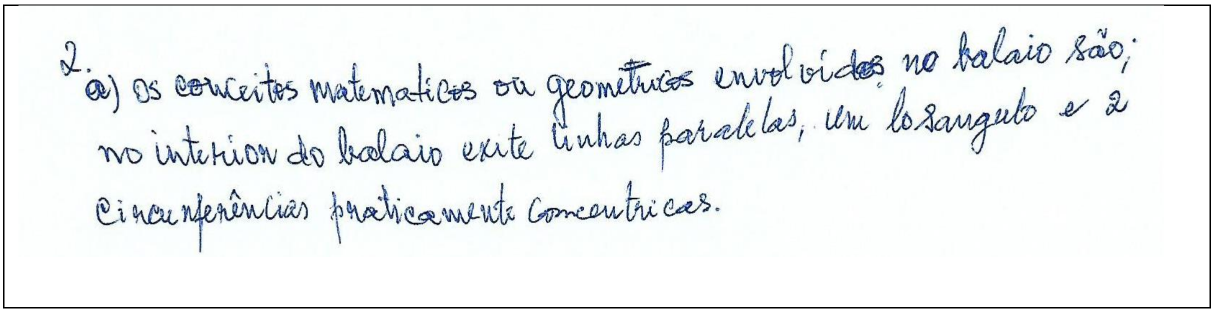

2.
a) os conceitos matematicos ou geometricos envolvidos no balaio são; no interior do balaio exite linhas paralelas, um losangulo e 2 circunferências praticamente concentricas.

Figura 241 - Identificação dos conceitos matemáticos envolvidos no balaio

Resolução da questão 2.b)

Com recurso à régua e compasso, o Aluno 2 conseguiu desenhar a figura que apresenta eixos de simetria (Figura 242).

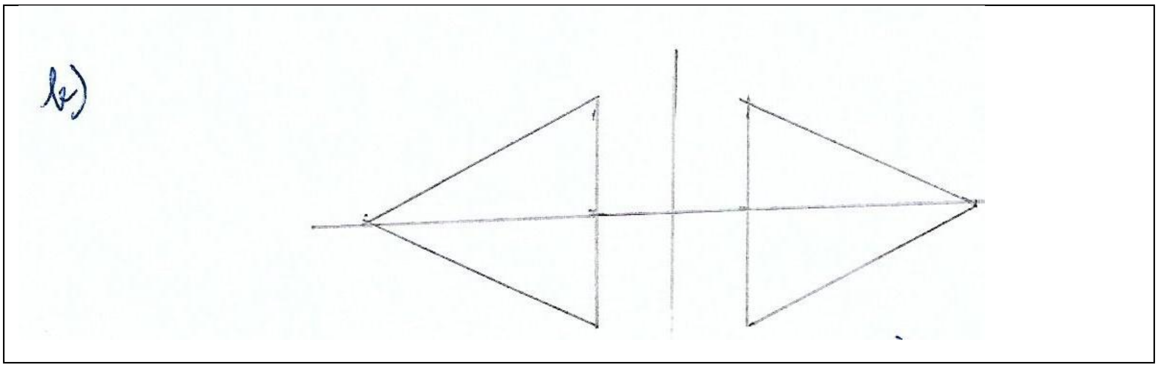


Figura 242 - Apresentação dos eixos de simetria

Em seguida, o Aluno 2 tentou explicar a figura desenhada (Figura 243).

b)

Ao observar a figura (o balaio) ~~noto~~ que a figura acima se encontra no centro do balaio que resulta da interseção ~~das linhas~~ de 4 linhas obliquas. e na figura acima tem 2 linhas perpendiculares simetricas e 4 linhas obliquas ~~[illegible]~~ simetricas.

Figura 243 - Explicação sobre a figura desenhada

Resolução da questão 2.c)

Depois de ter lembrado de alguns balaios, o Aluno 2 pegou os instrumentos e começou a construir o seu próprio balaio (Figura 244).

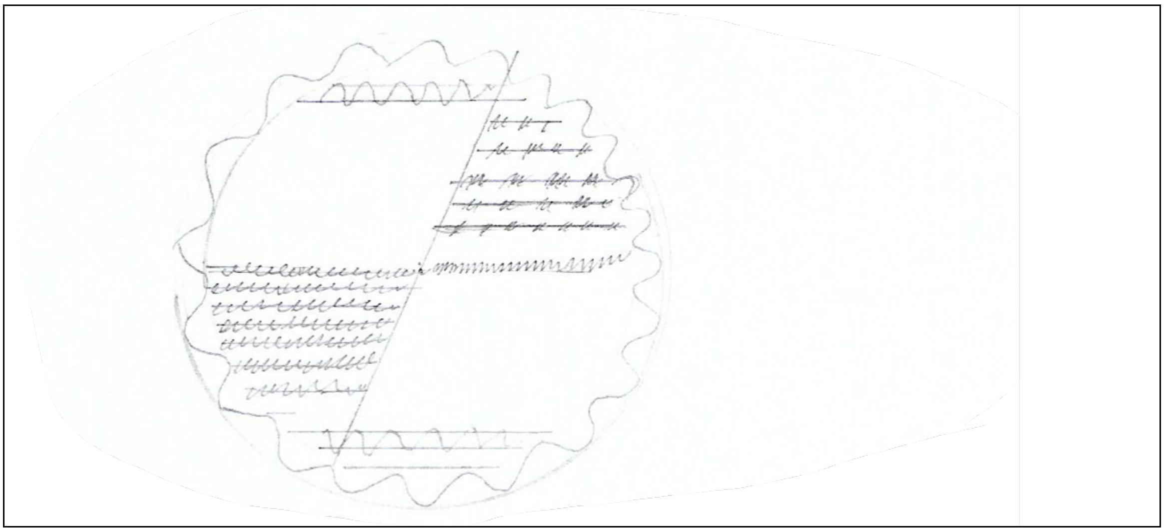


Figura 244 - Balaio desenhado pelo Aluno 2

Continuando, o Aluno 2 explicitou a matemática incorporada no balaio que ele próprio construiu (Figura 245).

~~Foi~~ A matematica usada na construção do meu balaio como vemos vê-se 4 figuras praticamente triangulo com um dos lados ~~[illegible]~~ de cada triângulo ~~quase~~ diferente dos outros 2 lados do triangulo que são ~~[illegible]~~ semi rectas que se cruzam entre si no centro do balaio.

Figura 245 - Explicitação da matemática por detrás da construção do balaio

Resolução da questão 3

Após a leitura atenta da questão (Anexo 8), o Aluno 2 fez uma breve narração sobre a relevância do estudo do balaio (Figura 246).

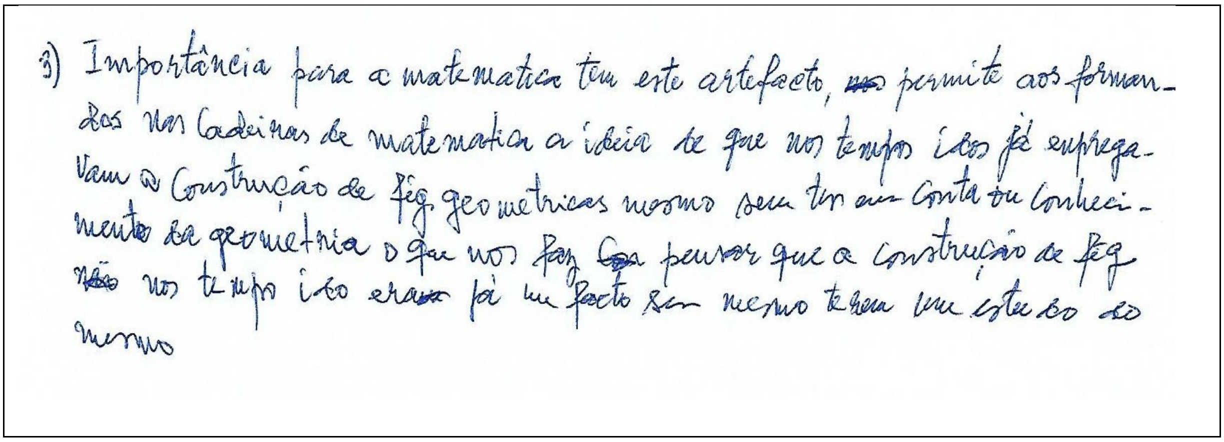

3) Importância para a matematica tem este artefacto, ~~nos~~ permite aos formandos nas Cadeiras de matematica a ideia de que nos tempos idos já empregavam a Construção de fig. geometricas mesmo sem ter em Conta ou Conhecimento da geometria o que nos faz ~~Co~~ pensar que a construção de fig não nos tempo ido eram já um facto sem mesmo terem um estudo do mesmo

Figura 246 - Exposição sobre a relevância do estudo do artefacto

7.2.4 Análise e interpretação das questões resolvidas pelo Aluno 2

Análise da alínea a) questão 1

O Aluno 2 indicou a figura i) para designar os quadrados dentados e a figura ii) para definir os quadrados não dentados. Este aluno não teve dificuldades ao identificar os quadrados, visto que o artefacto em referência é de fácil acesso e o modo como ele foi adornado ou manufaturado facilitou-lhe a fazer ou discernir as figuras. As linhas contínuas e descontínuas encontradas nas arestas ou lados dos quadrados, muito provavelmente, terão influenciado positivamente o aluno a distinguir os quadrados dentados e não dentados.

Análise da alínea b) questão 1

O Aluno 2 disse que podem ser construídos, com recurso ao compasso e régua, os quadrados concêntricos sucessivos. Com estes instrumentos, o Aluno 2 afirmou que é possível construir vários quadrados concêntricos sucessivos, por exemplo, desenhar o quadrado mais interno, depois o segundo quadrado até a atingir o quadrado mais externo que será o maior de todos.

Análise da alínea c) questão 1

Com base nos seus conhecimentos prévios, o Aluno 2 afirmou que para obter uma perpendicularidade (ou duas retas perpendiculares) é necessário cruzar segmentos de retas, um na horizontal e outro na vertical. O Aluno 2 disse que além de cruzar segmentos de retas, para obter a perpendicularidade, deve também existir um ângulo de 90º ou um triângulo retângulo.

Análise da alínea a) questão 2

O Aluno 2, com base nos seus conhecimentos preliminares, identificou os conceitos matemáticos (ou geométricos) envolvidos no balaio, os conceitos matemáticos descortinados foram: linhas paralelas (existentes no interior do balaio), um losango e duas (2) circunferências concêntricas.

Análise da alínea b) questão 2

O Aluno 2 desenhou uma figura do tipo losango, a seguir, traçou o eixo de simetria vertical e horizontal representando assim os eixos de simetria. De referir que o Aluno 2, na parte vertical, cortou plenamente a figura ao meio e na parte horizontal traçou, apenas, o eixo de simetria horizontal.

Análise da alínea c) questão 2

O Aluno 2 construiu ou desenhou o seu próprio balaio, fez as marcas ou pintou as faces do primeiro quadrante com traços ou duplas linhas paralelas e no terceiro quadrante coloriu com linhas horizontais com o movimento em ziguezague. Mais tarde, e porque o quesito assim solicita, esse aluno explicitou a matemática (quatro figuras do tipo triângulo, dentre elas duas são pintadas, centro, semirretas e duas retas concorrentes) envolvida na construção do balaio.

Análise da questão 3

O Aluno 2 disse que o estudo do balaio é bastante relevante, pois pode ajudar os alunos a compreender a ideia de que na antiguidade já se empregava as figuras geométricas, mesmo sem conhecimento de geometria sistematizado. O Aluno 2, ainda, referiu que o estudo deste artefacto pode promover o gosto de pensar matematicamente, pode despertar a sociedade académica a tirar as suas próprias ilações com relação o uso da matemática (ou das figuras geométricas) no dia a dia.

7.2.5 Caso do Aluno 3

Nesta seção, apresentamos o caso do Aluno 3, centrado nas resoluções que este aluno desenvolveu para as três questões elaboradas incluindo o balaio. Para cada uma das questões, na primeira fase, realizamos uma descrição detalhada dos processos de resolução e dos raciocínios do aluno; fazemos, na segunda fase, uma análise das tarefas resolvidas pelo aluno e, por fim, efetuamos uma síntese das análises dos elementos evidentes do processo de resolução das tarefas.

Questão 1

Resolução da questão 1.a)

Após a leitura meticulosa da tarefa (Anexo 8), o Aluno 3 conseguiu logo identificar os quadrados dentados e não dentados (Figura 247).

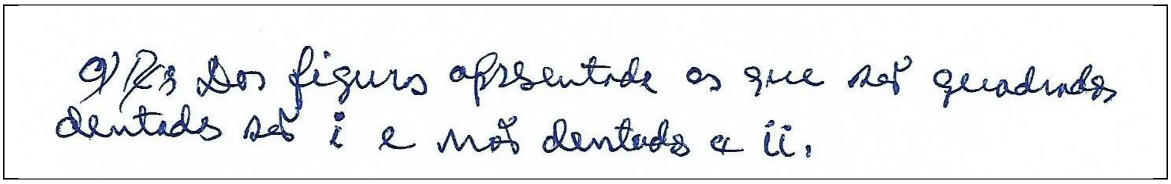

a)R: Dos figuras apresentada os que são quadrados dentados são i e não dentados é ii.

Figura 247 - Indicação dos quadrados dentados e não dentados

Resolução da questão 1.b)

O Aluno 3 tentou mostrar os passos para construir os quadrados concêntricos sucessivos (Figura 248).

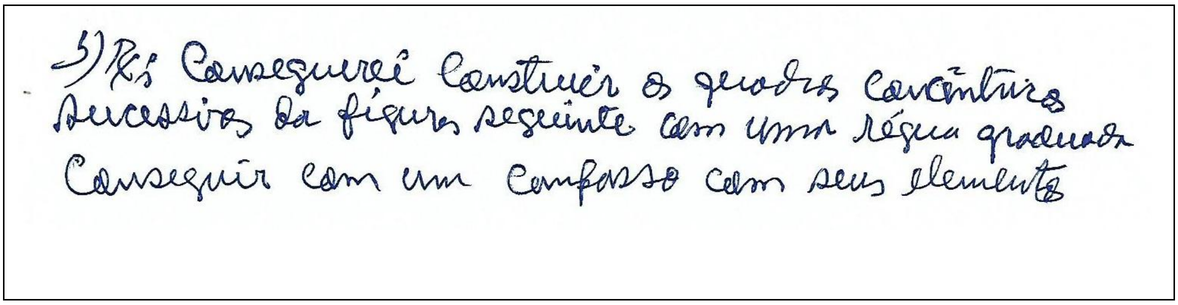

b)R: Conseguirei construir os quadros concêntricos sucessivos da figura seguinte com uma régua graduada
Conseguir com um compasso com seus elementos

Figura 248 - Construção dos quadrados concêntricos sucessivos

Resolução da questão 1.c)

O Aluno 3, com base nos seus conhecimentos matemáticos, conseguiu descrever os passos ou as condições que definem uma perpendicularidade (Figura 249).

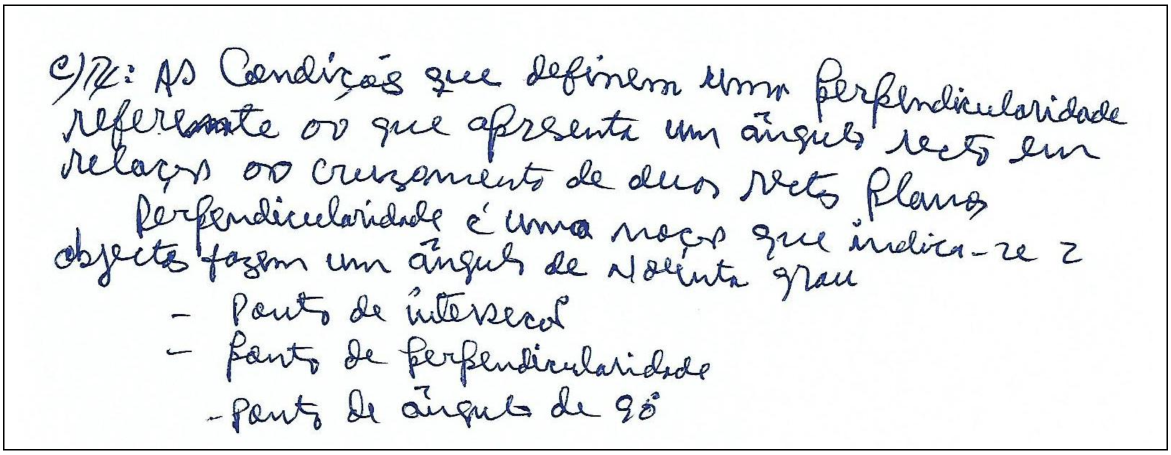

c)R: As Condições que definem uma perpendicularidade referente ou que apresenta um ângulo recto em relação ao cruzamento de duas rectas planas
Perpendicularidade é uma noção que indica-se 2 objectos fazem um ângulo de noventa grau
- Ponto de intersecção
- Ponto de perpendicularidade
- Ponto de ângulo de 90°

Figura 249 - Condições que definem uma perpendicularidade

Com vista a uma melhor apreciação, o Aluno 3 fez a representação gráfica (Figura 250).

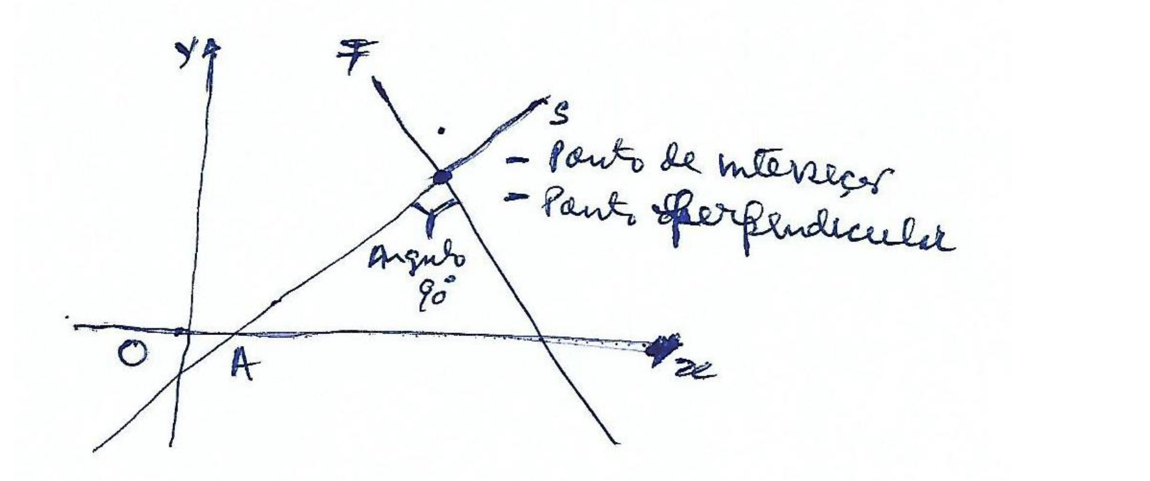
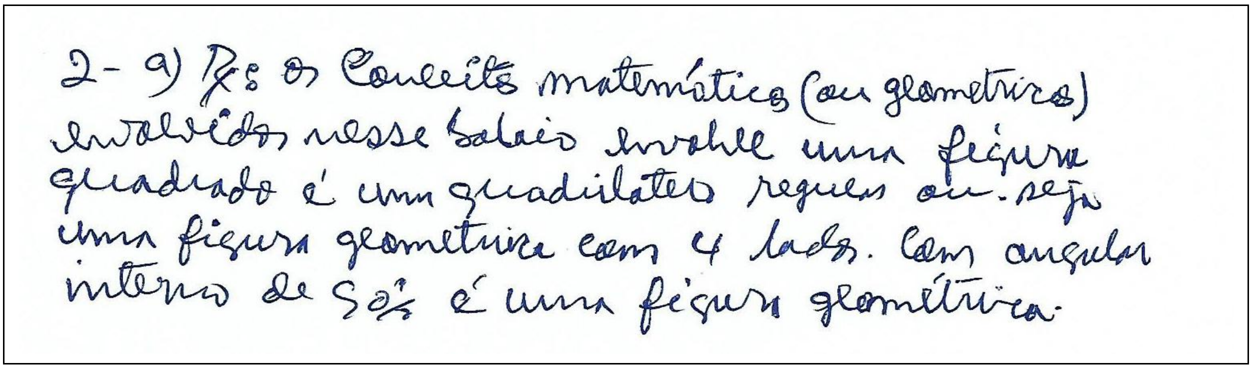


Figura 250 - Representação gráfica

Questão 2

Resolução da questão 2.a)

Após a leitura da tarefa (Anexo 8), o Aluno 3 tentou descortinar os conceitos matemáticos escondidos no balaio (Figura 251).



2- a) R: os Conceitos matemáticos (ou geométricos) envolvidos nesse balaio envolve uma figura quadrado é um quadrilátero regular ou seja uma figura geométrica com 4 lados. Com angular interno de 90°, é uma figura geométrica.

Figura 251 - Identificação dos conceitos matemáticos envolvidos no balaio

Resolução da questão 2.c)

Depois de observar o balaio apresentado, o Aluno 3 pegou os instrumentos e tentou construir o seu próprio balaio (Figura 252).

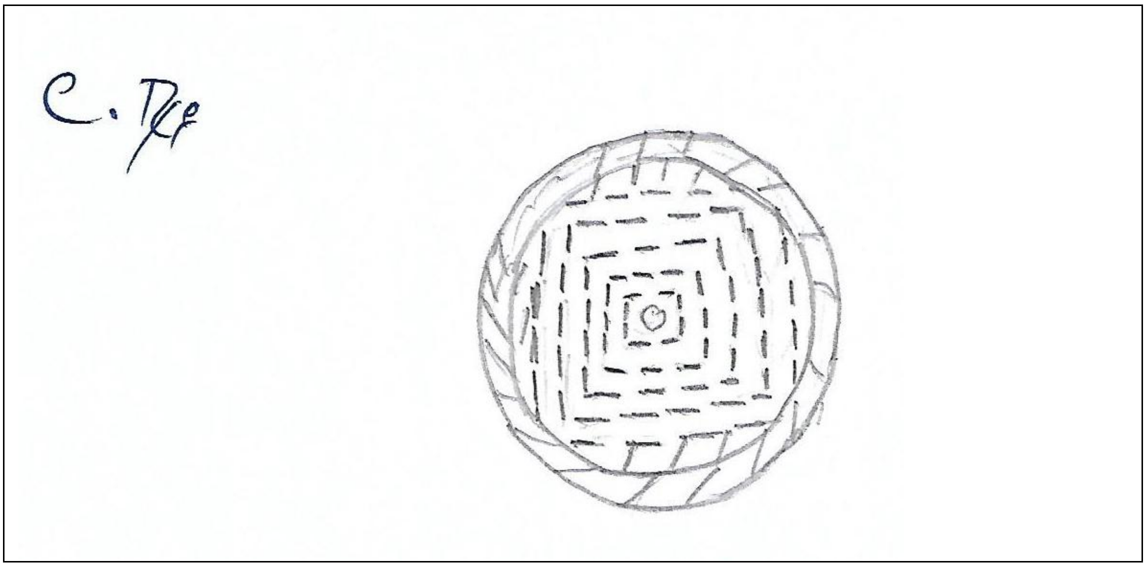


Figura 252 - Balaio desenhado pelo Aluno 3

Resolução da questão 3

Após a leitura da questão (Anexo 8), o Aluno 3 fez uma breve exposição sobre a relevância do estudo do balaio (Figura 253).

3- R/ Dessa forma podemos considerar a
Matemática como uma ciência da fundamental
para nossa vida pois ela condiciona a pensar
e criar um senso crítico, trabalhando o racio-
cínio diante das tarefas que encontra diariamente
é uma ciência de extrema importância, suas
aplicações estão presente.

Figura 253 - Exposição sobre a relevância do estudo do artefacto (balaio)

7.2.6 Análise e interpretação das tarefas resolvidas pelo Aluno 3

Análise da alínea a) questão 1

Com base nos seus conhecimentos prévios, o Aluno 3 selecionou a figura i) para definir os quadrados dentados e a figura ii) para definir os quadrados não dentados. O Aluno 3 identificou os quadrados sem dificuldades, o artefacto em estudo (o balaio) é de fácil acesso (ou seja, a maior parte de alunos da região sul de Angola possui este artefacto nas suas casas) e o modo como ele é adornado ou manufaturado facilitou o aluno a diferenciar os que são dentados e não dentados.

Análise da alínea b) questão 1

Relativamente à alínea b) da tarefa 1, o Aluno 3 limitou-se apenas a transcrever a pergunta da alínea b) sem fazer mais nada. Ao longo da resolução das três tarefas, na sala de aula, o Aluno 3, apesar de não ter fundamentado ou respondido o quesito da alínea b), manifestou interesse ou ficou bastante motivado em resolver tarefas matemáticas relacionadas com o balaio.

Análise da alínea c) questão 1

O Aluno 3 disse que a perpendicularidade é definida a partir do cruzamento de duas retas planas, uma na direção horizontal e outra na vertical. Este aluno referiu ainda que a perpendicularidade é uma noção que envolve um ângulo reto, ou seja, abrange ponto de interseção e ângulo de noventa graus (90º).

Análise da alínea a) questão 2

O Aluno 3, com base nos seus conhecimentos básicos de geometria, afirmou que o balaio envolve uma figura geométrica, ou seja, um quadrilátero regular com quatro lados e com ângulo interno de noventa graus. Este aluno mencionou apenas o quadrilátero, muito provavelmente, por estar mais visível ou ser a figura principal do balaio (ver Anexo 8, tarefa 1).

Análise da alínea c) questão 2

O Aluno 3 construiu ou desenhou o seu próprio balaio, em seguida, traçou no interior do artefacto linhas dentadas que resultaram vários quadrados dentados concêntricos sucessivos. Este aluno não explicitou a matemática envolvida na construção do seu balaio, mas adornou o artefacto de modo distinto ou sem repetir os adornos do balaio apresentado na tarefa 1 (Anexo 8).

Análise da questão 3

O Aluno 3 disse que o estudo deste artefacto (balaio) pode fazer com que a sociedade académica (alunos) venha encarar ou considerar a matemática como ciência fundamental para vida humana. Ainda, o Aluno 3, afirmou que este estudo pode despertar os alunos a pensar (ou raciocinar) e criar um senso crítico.

Fazemos, a seguir, uma síntese das análises das resoluções das tarefas relacionadas com o balaio (Tabela 3).

Tabela 3 - Súmula das resoluções das tarefas relacionadas com o balaio

Tarefas	Respostas certas (RC)			Respostas meias certas (RMC)			Respostas não certas (RNC)			Questões não resolvidas (QNR)		
	Aluno 1	Al. 2	Al. 3	Aluno 1	Al. 2	Al. 3	Aluno 1	Al. 2	Al.3	Aluno 1	Al. 2	Al. 3
1. a) Indique os quadrados dentados e não dentados.	RC	RC	RC									
1. b) Como é que consegue construir os quadrados concêntricos sucessivos da figura seguinte com uma régua graduada?	RC	RC							RNC			
1. c) Quais são as condições que definem uma perpendicularidade?	RC	RC	RC									
2. a) Identifique os conceitos matemáticos envolvidos nesse balaio.	RC	RC				RMC						
2. b) Com régua e compasso, trace ou desenhe uma figura à sua escolha que apresente eixos de simetria horizontal e vertical e identifique-os na figura.	RC	RC										QNR
2. c) Com régua e compasso, construa o seu próprio balaio e experimente adorná-lo de modo distinto ou sem repetir os adornos do balaio acima apresentado. Explicite, se possível, toda a matemática que estiver por detrás da sua construção.	RC	RC				RMC						
3. Que relevância matemática poderá												

ter o estudo deste artefacto? Porque?	RC	RC	RC									

7.3 Resolução das tarefas relacionadas com a azagaia

Nesta secção, detalhamos os processos de resolução dos três casos ou das respostas dadas por três alunos à Tarefa 3.

7.3.1 Caso do Aluno 1

Neste ponto, apresentamos o caso do Aluno 1, centrado nas resoluções que este aluno desenvolveu para as três tarefas elaboradas incluindo a azagaia. Para cada uma das tarefas, na primeira fase, fazemos uma descrição detalhada dos processos de resolução e dos raciocínios do aluno; efetuamos, na segunda fase, uma análise das tarefas resolvidas pelo aluno e, por fim, fazemos uma síntese das análises dos elementos evidentes do processo de resolução das tarefas.

Questão 1

Resolução das alíneas 1.a) e 1.b)

Depois da leitura da tarefa (Anexo 9), o Aluno 1 desenhou o arco da azagaia e posicionou a seta no centro da mesma, sem dificuldades (Figura 254).

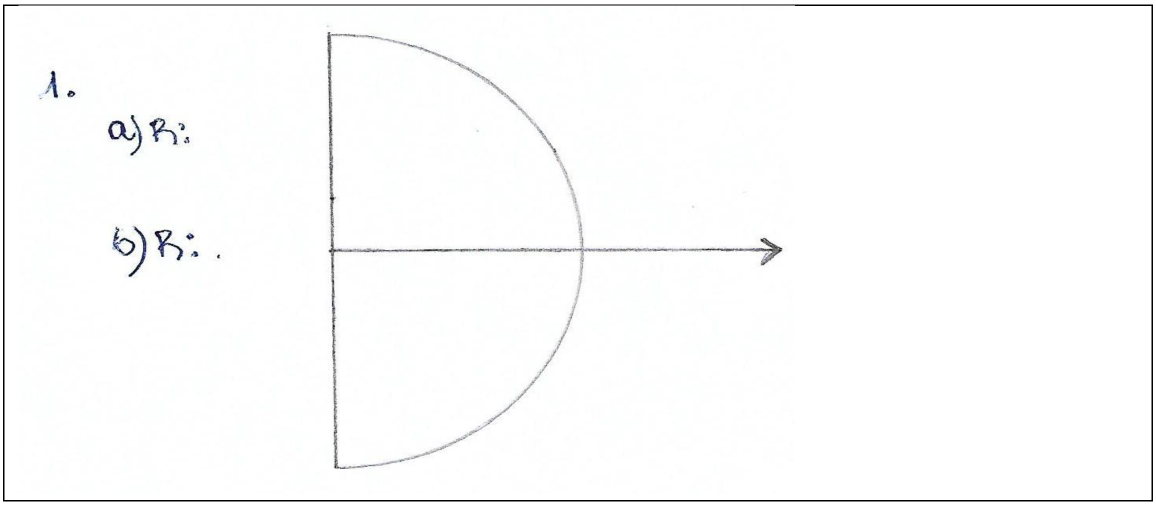


Figura 254 - Excerto das respostas das alíneas a) e b) apresentadas pelo Aluno 1 (questão 1)

Questão 2

Resolução da questão 2.a)

Depois de observar as imagens (Anexo 9), o Aluno 1 tentou responder à questão (Figura 255).

2.
a) R: 2.) Quando o caçador estica a flecha o ângulo inicial da azagaia, forma uma vertice

Figura 255 - Resposta do Aluno 1 que determina a posição do ângulo quando o caçador estica a seta ou flecha

Resolução da questão 2.b)

Para saber a matemática que está por detrás do manuseamento da azagaia, o Aluno 1 tentou responder à questão (Figura 256).

b) R: Descortinando o manuseamento matemático desta azagaia que esta por detrás uma figura geometrica

Figura 256 - Resposta do Aluno 1 de como descortinar a matemática escondida na azagaia

Resolução da questão 2.c)

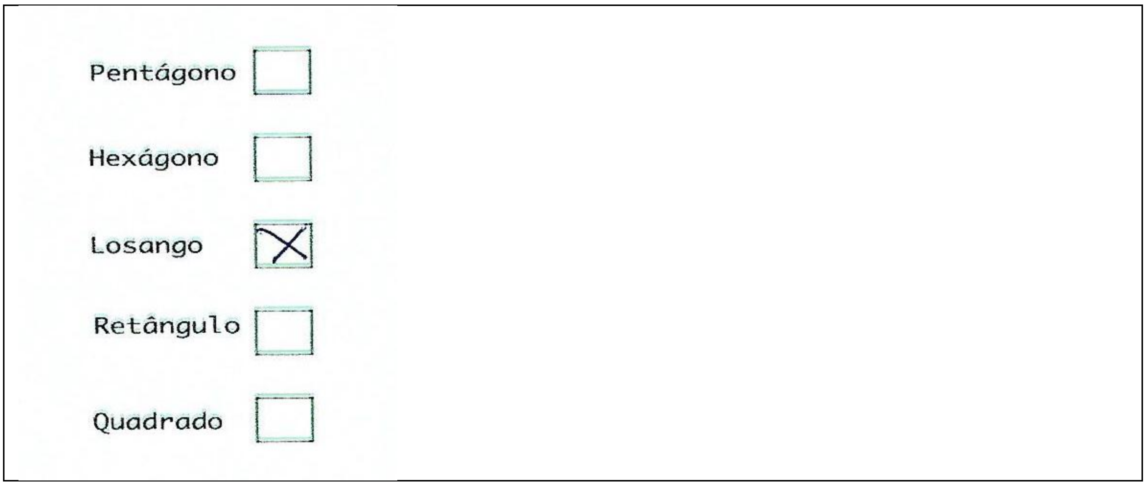
Para descobrir o comprimento do arco de azagaia, o Aluno 1 tentou procurar a resposta (Figura 257).

c.) R: Consegue-se encontrar o comprimento (do) de azagaia por intermédio de uma régua graduada.

Figura 257 - Resposta do Aluno 1 de como encontrar o comprimento do arco de azagaia (tarefa 2)

Resolução da questão 3

Depois da leitura minuciosa da questão (Anexo 9), o Aluno 1 começou por indicar, assinalando com x, o formato da ponta da seta ou flecha (Figura 258).


Pentágono ☐

Hexágono ☐

Losango ☒

Retângulo ☐

Quadrado ☐

Figura 258 - Excerto da resposta da tarefa 3 apresentada pelo Aluno 1

Resolução da questão 4

Relativamente à questão, se é possível manusear ou fabricar uma azagaia sem pensar matematicamente, o Aluno 1 respondeu à questão e justificou sem dificuldades (Figura 259).

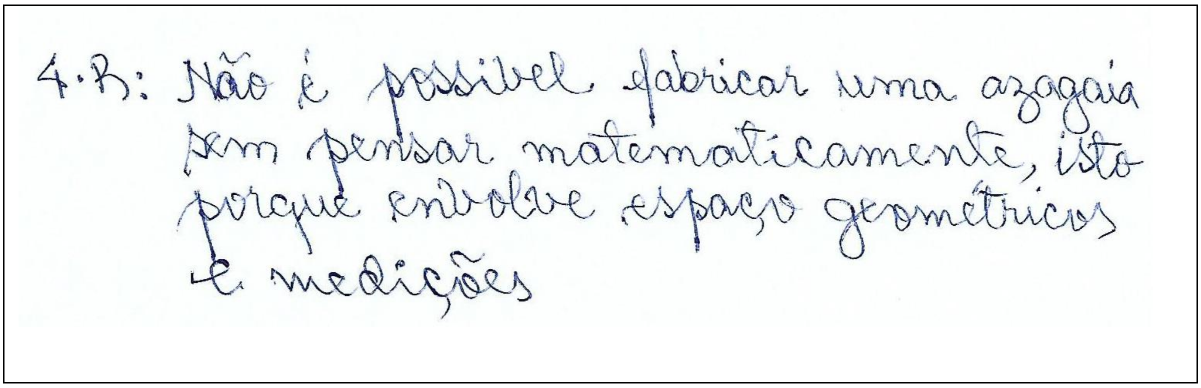
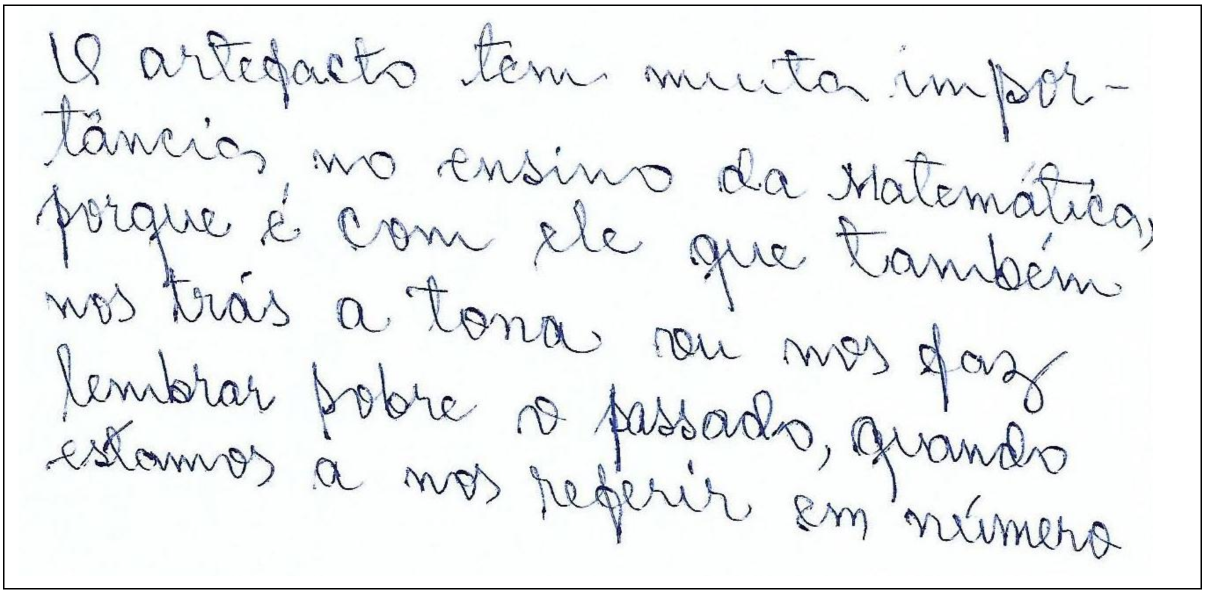

4.R: Não é possivel fabricar uma azagaia sem pensar matematicamente, isto porque envolve espaço geométricos e medições

Figura 259 - Resposta da tarefa 4 apresentada pelo Aluno 1

Este aluno, também, falou sobre a importância da azagaia no ensino da matemática (Figura 260).



O artefacto têm muita impor-
tância no ensino da Matemática,
porque é com ele que também
nos trás a tona ou nos faz
lembrar sobre o passado, quando
estamos a nos referir em número

Figura 260 - Continuação da resposta da tarefa 4 apresentada pelo Aluno 1

7.3.2 Análise e interpretação das tarefas resolvidas pelo Aluno 1

Análise das alíneas a) e b) questão 1

Com base nos conhecimentos de geometria, o Aluno 1 mobilizou os seus instrumentos (compasso e régua graduada) e, imediatamente, desenhou a azagaia. Mais tarde, para satisfazer alínea b), este aluno determinou o centro do segmento (corda que prende as duas pontas do arco ou pau flexível) da azagaia e, em seguida, posicionou a seta (ou flecha) no centro do segmento do arco. As pontas das flechas possuem várias formas geométricas, o Aluno 1 traçou um pequeno triângulo na ponta da flecha da azagaia.

Análise das alíneas a) e b) questão 2

O Aluno 1 disse que quando se exerce a força sobre azagaia o ângulo inicial altera e forma um vértice. Aqui, para satisfazer alínea a), o Aluno 1 aplicou os seus conhecimentos básicos de geometria e/ou trigonomeria. Relativamente à alínea b), este aluno referiu que o manuseamento da azagaia envolve figuras geométricas, contudo, não clarificou os formatos (formas) destas figuras.

Análise da questão 3

Com base nos conhecimentos de geometria, o Aluno 1 indicou, assinalando com x, o losango como, sendo, o formato da ponta da flecha.

Análise da questão 4

Tendo em atenção a confeção do artefacto (azagaia) e, em especial, a técnica do seu manuseamento, o Aluno 1 afirmou que não é possível fabricar uma azagaia sem pensar matematicamente (ou geometricamente), isto, porque todo o processo de confeção e manejo de azagaia envolve matemática. Continuando, o aluno falou sobre a relevância da azagaia no ensino da matemática, relacionar azagaia com o ensino da matemática (em particular o da geometria) pode trazer "à tona" ou mostrar o potencial da matemática na vida prática.

7.3.3 Caso do Aluno 2

Nesta seção, apresentamos o caso do Aluno 2, centrado nas resoluções que este aluno desenvolveu para as três tarefas elaboradas incluindo a azagaia. Para cada uma das tarefas, numa primeira fase, fazemos uma descrição detalhada dos processos de resolução e dos raciocínios do aluno; efetuamos, segunda fase, uma análise das tarefas resolvidas pelo aluno e, por fim, fazemos uma síntese das análises dos elementos evidentes do processo de resolução das tarefas.

Questão 1

Resolução das alíneas 1.a) e 1.b)

Após a leitura da tarefa (Anexo 9), o Aluno 2 desenhou o arco da azagaia e posicionou a seta no centro da mesma, sem dificuldades (Figura 261).

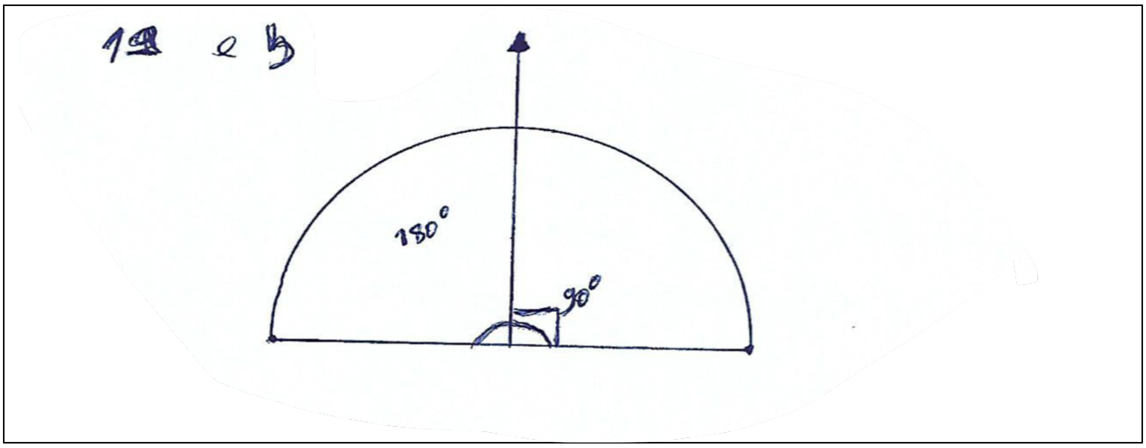


Figura 261 - Excerto das respostas das alíneas a) e b) apresentadas pelo Aluno 2 (tarefa 1)

Resolução da questão 1.c)

Com base nos seus conhecimentos básicos, o Aluno 2 conseguiu descobrir o ângulo da azagaia em posição de repouso (Figura 262).

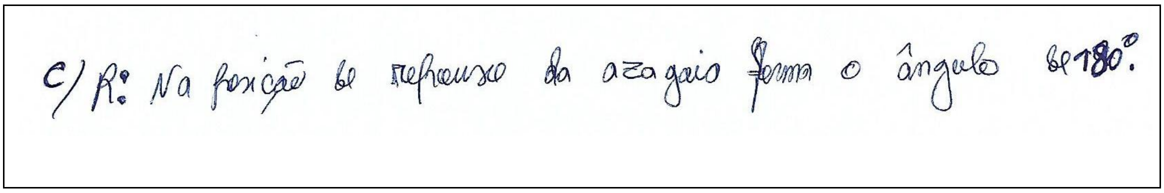

c/ R: Na posição de repouso da azagaio forma o ângulo de 180°.

Figura 262 - Resposta do Aluno 2 de como descobrir o ângulo da azagaia em estado de repouso (tarefa 1)

Questão 2

Resolução da questão 2.a)

Depois de observar as imagens (Anexo 9), o Aluno 2 começou por responder o que acontece ao ângulo inicial quando o caçador exerce a força sobre a flecha (Figura 263).

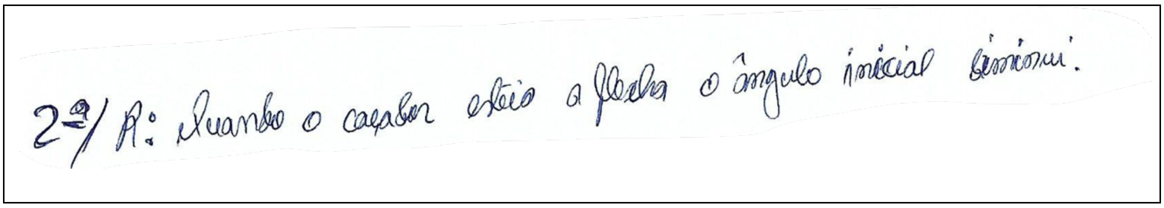

2ª/ R: Quando o caçador estica a flecha o ângulo inicial diminui.

Figura 263 - Resposta do Aluno 2 que determina a posição do ângulo quando o caçador estica a seta ou flecha (tarefa 2)

Resolução da questão 2.b)

Para saber a matemática que está por detrás do manuseamento da azagaia, o Aluno 2 tentou responder à questão (Figura 264).

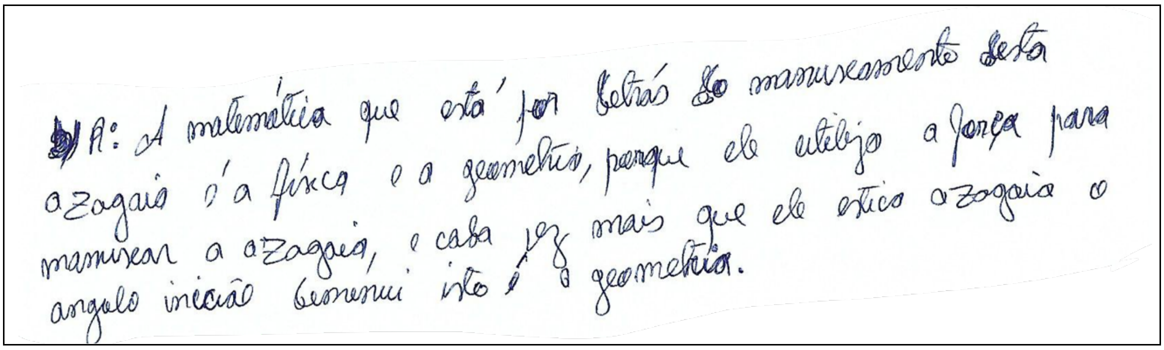

b/ R: A matemática que está por detrás do manuseamento desta azagaio é a física e a geometria, porque ele utilizo a força para manusear a azagaia, e cada vez mais que ele estica a azagaia o ângulo inicial diminui isto é a geometria.

Figura 264 - Resposta do Aluno 2 de como descortinar a matemática escondida na azagaia

Resolução da questão 2.c)

Para achar o comprimento do arco de azagaia, o Aluno 2 tentou responder à questão (Figura 265).

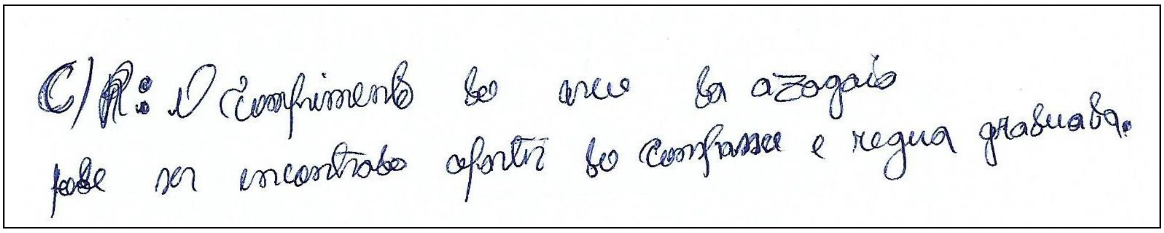


Figura 265 - Resposta do Aluno 2 de como descobrir o comprimento do arco de azagaia

Resolução da questão 3

Após a leitura minuciosa da questão (Anexo 9), o Aluno 2 começou por indicar, assinalando com x, o formato da ponta da seta ou flecha (Figura 266).

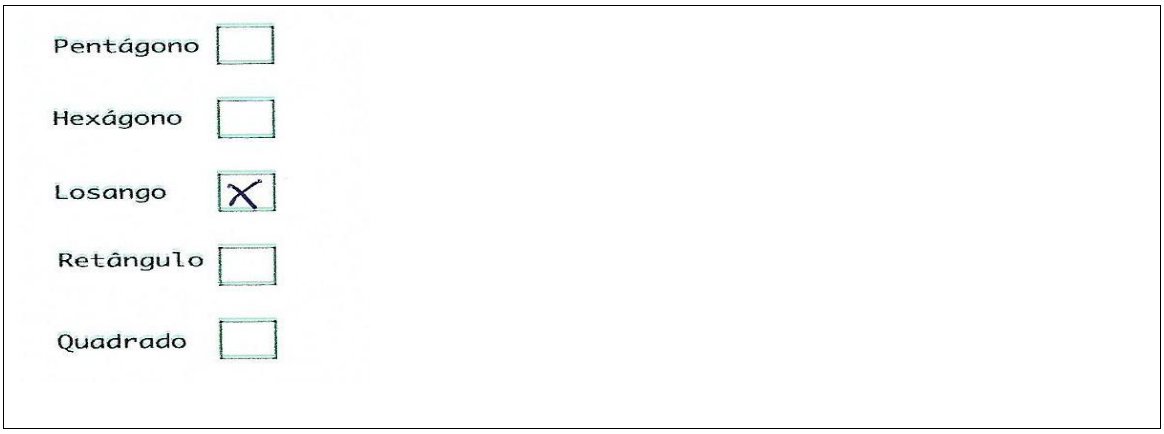
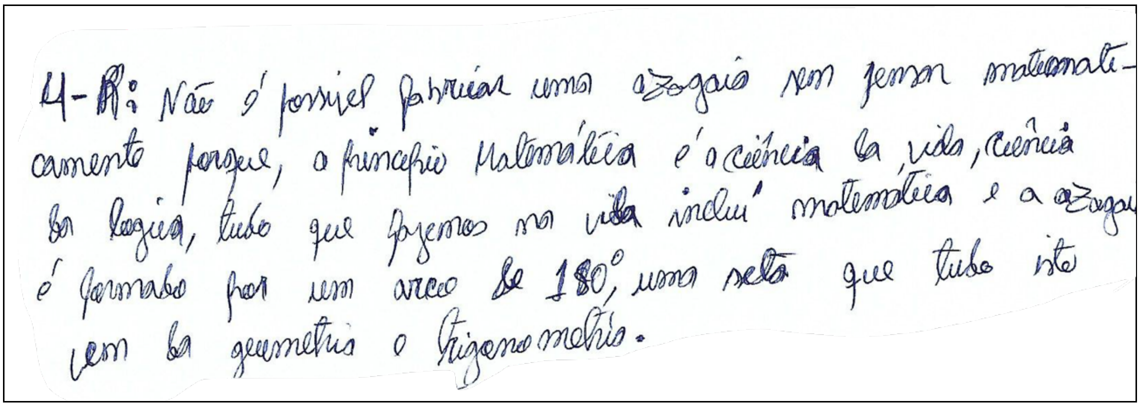


Figura 266 - Excerto da resposta da tarefa 3 apresentada pelo Aluno 2

Resolução da questão 4

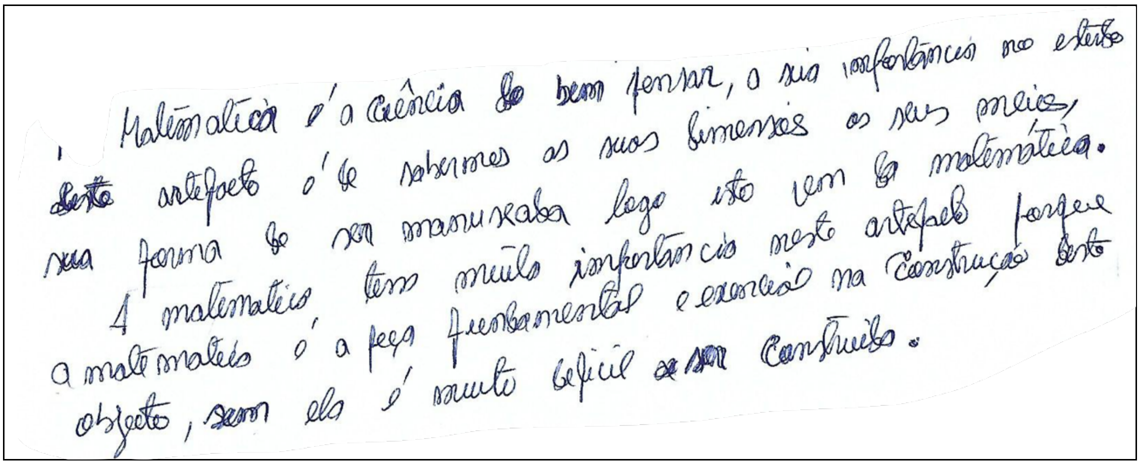
Relativamente à questão, se é possível manusear ou fabricar uma azagaia sem pensar matematicamente, o Aluno 2 respondeu e justificou a sua resposta (Figura 267).



4-R: Não é possível fabricar uma azagaia sem pensar matematicamente porque, o princípio Matemática é a ciência da vida, ciência da lógica, tudo que fazemos na vida inclui matemática e a azagaia é formado por um arco de 180º, uma seta que tudo isto vem da geometria e trigonometria.

Figura 267 - Resposta da tarefa 4 apresentada pelo Aluno 2

Continuando, o Aluno 2 falou sobre a importância da matemática (Figura 268).



Matemática é a ciência do bem pensar, a sua importância no estudo deste artefacto é de sabermos as suas dimensões os seus meios, sua forma de ser manuseada logo isto vem da matemática. A matemática tem muita importância neste artefacto porque a matemática é a peça fundamental e exercício na construção deste objecto, sem ela é muito difícil de ser construído.

Figura 268 - Continuação da resposta da tarefa 4 apresentada pelo Aluno 2

7.3.4 Análise e interpretação das tarefas resolvidas pelo Aluno 2

Análise das alíneas a) e b) questão 1

Para obter a azagaia, o Aluno 2 mobilizou os seus instrumentos (compasso, régua graduada) e, logo, desenhou o artefacto. Mais tarde, para satisfazer alínea b), este aluno determinou o centro do segmento (corda que prende as duas pontas do arco ou pau flexível) da azagaia e, em seguida, posicionou a seta (ou flecha) no centro do segmento do arco. As pontas das flechas possuem várias formas geométricas, o aluno traçou um pequeno triângulo na ponta da flecha da azagaia e escreveu dentro do arco os ângulos 180º e 90º.

Análise da alínea c) questão 1

O Aluno 2, depos de ter lembrado daquilo que aprendeu em matemática, respondeu que na posição de repouso a azagaia forma um ângulo de 180º.

Análise das alíneas a), b) e c) questão 2

O Aluno 2 disse que quando o caçador estica a flecha ou seta o ângulo inicial da azagaia diminui ou varia. Este aluno referiu que o manuseamento (isto é, quando o caçador puxa ou estica a flecha) da azagaia envolve muita matemática e física. Afirmou, ainda, que com os instrumentos (régua graduada, compasso) é possível determinar ou encontrar o comprimento do arco da azagaia.

Análise da questão 3

Depois de observar as cinco (5) figuras geométricas, o Aluno 2 disse que o losango é a figura que se encaixa ou corresponde ao formato da extremidade da flecha.

Análise da questão 4

Tendo em atenção a confeção do artefacto (azagaia) e, em especial, a técnica do seu manuseamento, o Aluno 2 respondeu que não é possível fabricar e/ou manusear uma azagaia sem pensar matematicamente porque a matemática é a ciência da vida, ciência da lógica, tudo que se faz na vida inclui matemática, a azagaia é formada por um arco de 180º e uma reta (segmento), tudo isto vem da geometria e/ou trigonometria, por isso, é impensável falar da azagaia sem falar da matemática. Ainda, o aluno, disse que a matemática é a peça fundamental na construção deste objeto artesanal, sem o suporte matemático a confeção e o manejo da azagaia torna muito difícil.

7.3.5 Caso do Aluno 3

Nesta seção, apresentamos o caso do Aluno 3, centrado nas resoluções que este aluno desenvolveu para as três tarefas elaboradas incluindo a azagaia. Para cada uma das tarefas, numa primeira fase, fazemos uma descrição detalhada dos processos de resolução e dos raciocínios do aluno; efetuamos, segunda fase, uma análise das tarefas resolvidas pelo aluno e, por fim, fazemos uma síntese das análises dos elementos evidentes do processo de resolução das tarefas.

Questão 1

Resolução das alíneas 1.a) e 1.b)

Depois da leitura da tarefa (Anexo 9), o Aluno 3 desenhou o arco da azagaia e posicionou a seta no centro da mesma, sem dificuldades (Figura 269).

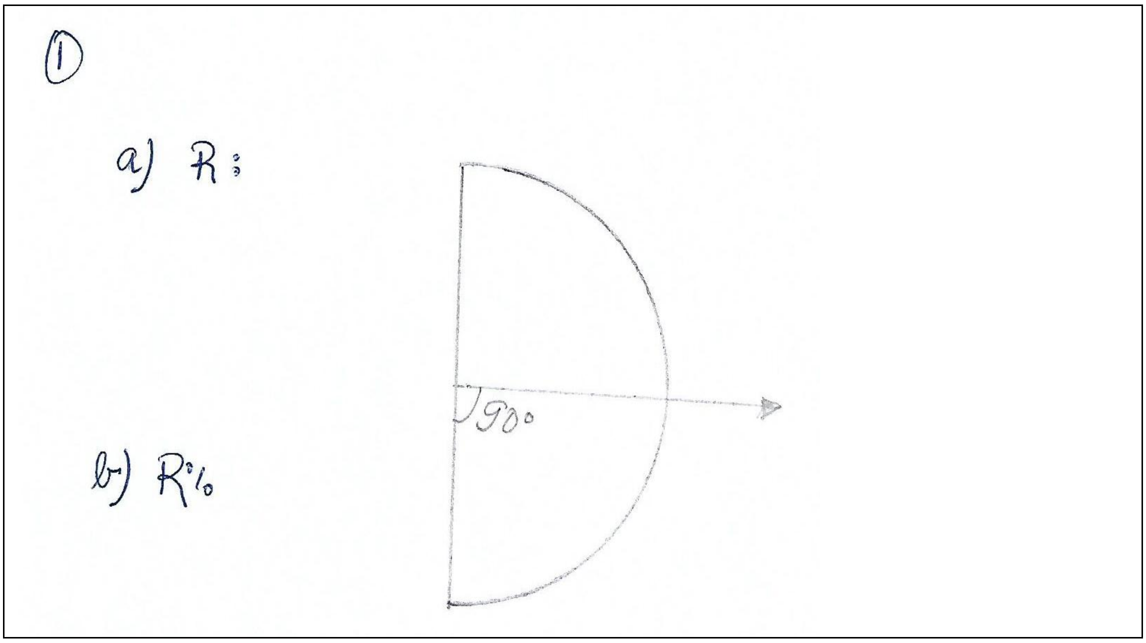


Figura 269 - Excerto das respostas das alíneas a) e b) apresentadas pelo Aluno 3 (tarefa 1)

Resolução da questão 1.c)

O Aluno 3, com base nos seus conhecimentos preliminares, conseguiu descobrir o ângulo da azagaia em posição de repouso (Figura 270).


c)-R: na posiçõo de reposo da azagaia forma um ângulo de 180°.

Figura 270 - Resposta do Aluno 3 de como descobrir o ângulo da azagaia em estado de repouso

Questão 2

Resolução da questão 2.a)

Depois de observar as imagens (Anexo 9), o Aluno 3 começou por responder o que acontece ao ângulo inicial quando o caçador exerce a força sobre a flecha (Figura 271).

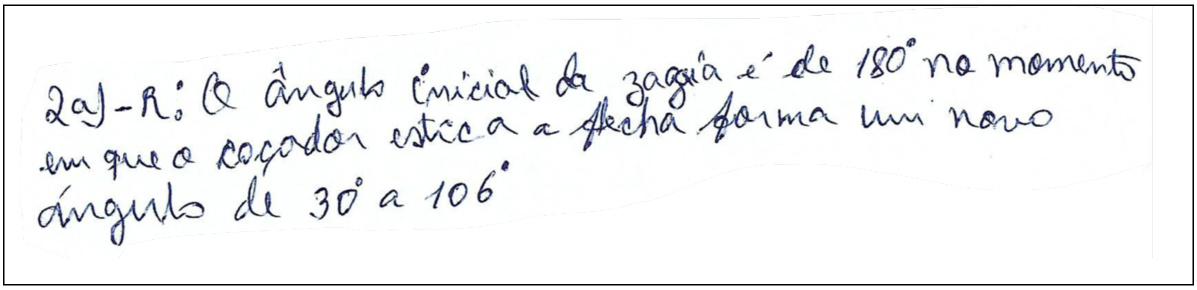

2a)-R: O ângulo inicial da zagaia é de 180° no momento
em que o caçador estica a flecha forma um novo
ângulo de 30° a 106°

Figura 271 - Resposta do Aluno 3 que determina a posição do ângulo quando o caçador estica a seta ou flecha (tarefa 2)

Resolução da questão 2.b)

Para saber a matemática que está por detrás do manuseamento da azagaia, o Aluno 3 respondeu à questão (Figura 272).

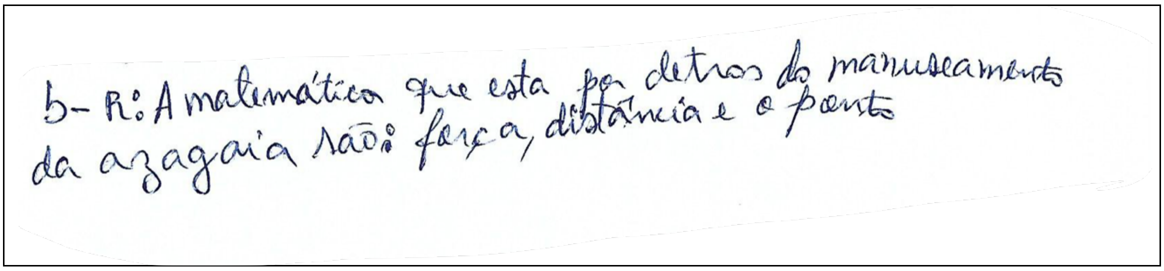

b- R: A matemática que esta por detros do manuseamento
da azagaia são: força, distância e o ponto

Figura 272 - Resposta do Aluno 3 de como descortinar a matemática escondida na azagaia (tarefa 2)

Resolução da questão 2.c)

Para achar o comprimento do arco da azagaia, o Aluno 3 respondeu à questão (Figura 273).

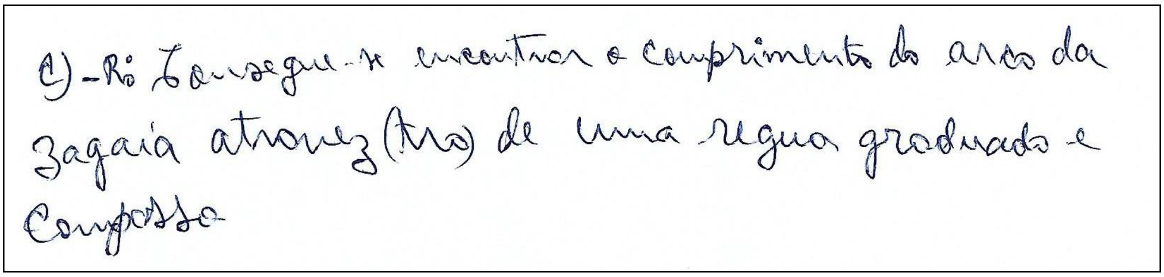

c)-R: Consegue-se encontrar o comprimento do arco da
zagaia atravez (tras) de uma regua graduada e
Compasso

Figura 273 - Resposta do Aluno 3 de como encontrar o comprimento do arco da azagaia

Resolução da questão 3

Depois da leitura minuciosa da questão (Anexo 9), o Aluno 3 começou por indicar, assinalando com x, o formato da ponta da seta ou flecha (Figura 274).

Pentágono ☐

Hexágono ☐

Losango ☒

Retângulo ☐

Quadrado ☐

Figura 274 - Excerto da resposta da tarefa 3 apresentada pelo Aluno 3

Resolução da questão 4

Relativamente à tarefa (Anexo 9), se é possível pensar matematicamente quando se manuseia ou se fabrica uma azagaia, o Aluno 3 respondeu e justificou a sua resposta (Figura 275).

4-R: Sim; porque a flecha alcançar o alvo de longa distância é necessário que tenha pressão; geométricamente quando um ponto equidista

Figura 275 - Resposta da tarefa 4 apresentada pelo Aluno 3

Em seguida, o Aluno 3 tentou falar sobre a importância do artefacto no ensino da matemática (Figura 276).

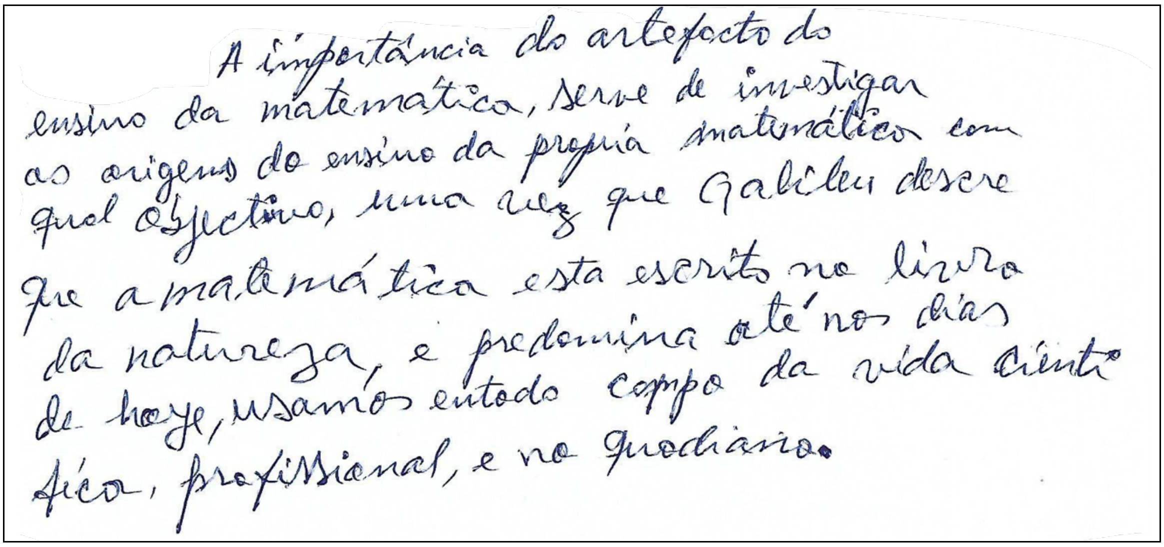

A importância do artefacto do
ensino da matemática, serve de investigar
as origens do ensino da propria matemática com
qual objectivo, uma vez que Galileu desere
que a matemática esta escrito no livro
da natureza, e predomina até nos dias
de hoje, usamos entodo campo da vida cienti
fica, profissional, e no quodiano.

Figura 276 - Continuação da resposta da tarefa 4 apresentada pelo Aluno 3

7.3.6 Análise e interpretação das tarefas resolvidas pelo Aluno 3

Análise das alíneas a) e b) questão 1

O Aluno 3 mobilizou os seus instrumentos (compasso, régua graduada) e, logo, desenhou a azagaia. Mais tarde, para satisfazer alínea b), o aluno determinou o centro do segmento (corda que prende as duas pontas do arco ou pau flexível) da azagaia e, em seguida, posicionou a seta (ou flecha) no centro do segmento do arco. As pontas das flechas possuem várias formas geométricas, o Aluno 3 traçou um pequeno triângulo na ponta da flecha da azagaia e marcou o ângulo reto (90º) na parte de baixo da seta.

Análise da alínea c) questão 1

Com base nos seus conhecimentos prévios, o Aluno 3 afirmou que na posição de repouso a azagaia forma um ângulo de 180º.

Análise das alíneas a), b) e c) questão 2

O Aluno 3 afirmou que no estado de repouso azagaia forma um ângulo de 180º e quando o caçador estica a flecha este ângulo varia ou forma um novo ângulo (menor que o ângulo inicial). Este aluno, depois de observar todos os elementos da azagaia, salientou que o manuseamento deste artefacto além da matemática (distância entre os pontos) envolve também a física (força). Ainda, o aluno, referiu que com auxílio da régua graduada e compasso consegue-se determinar ou encontrar o comprimento do arco da azagaia.

Análise da questão 3

O Aluno 3, depois de observar as cinco (5) figuras geométricas, indicou, assinalando com x, o losango como sendo o tipo de figura que corresponde à ponta da flecha.

Análise da questão 4

O Aluno 3 respondeu à pergunta de modo oposto, mas de maneira como ele justificou a sua resposta faz acreditar que não é possível manusear ou fabricar azagaia sem pensar matematicamente, isso indica que o aluno não leu atentamente a questão que foi colocada. A seguir, o aluno fez uma abordagem sobre a relevância do estudo da azagaia no ensino da matemática, sublinhou que relacionar azagaia com o ensino da matemática (em particular o da geometria) pode ajudar a comunidade académica a entender a origem da matemática e/ou a perceber a utilidade dela na vida prática.

A seguir, fazemos uma síntese das análises das resoluções das tarefas relacionadas com a azagaia (Tabela 4).

Tabela 4 - Súmula das resoluções das tarefas relacionadas com azagaia

Tarefas	Respostas certas (RC)			Respostas meias certas (RMC)			Respostas não certas (RNC)			Questões não resolvidas (QNR)		
	Aluno 1	Al. 2	Al. 3	Aluno 1	Al. 2	Al. 3	Aluno 1	Al. 2	Al.3	Aluno 1	Al. 2	Al. 3
1. a) Com compasso e régua graduada faça ou desenhe uma azagaia.	RC	RC	RC									
1. b) Posicione uma seta ou flecha no centro da azagaia.	RC	RC	RC									
1. c) Na posição de repouso da zagaia, descubra o ângulo formado pela azagaia.		RC	RC				RNC					
2. a) O que é que acontece ao ângulo inicial da azagaia quando o caçador estica a flecha?		RC	RC	RMC								
2. b) Descortine que matemática está por detrás do manuseamento desta azagaia.		RC	RC	RMC								
2. c) Como consegue encontrar o		RC	RC	RMC								

comprimento do arco da azagaia?												
3. Das figuras geométricas apresentadas, indique, assinalando com um x, o que corresponde ao formato da extremidade da flecha.	RC	RC	RC									
4. É possível manusear ou fabricar uma azagaia sem pensar matematicamente? Se não (ou sim) explique.	RC	RC				RMC						

7.4 Breve Síntese

Durante a resolução das tarefas, os alunos recorreram a vários instrumentos (régua graduada, compasso, transferidor) para confecionar ou desenhar os artefactos solicitados; mobilizaram os conhecimentos de geometria para fundamentar e/ou vislumbrar os saberes matemáticos envolvidos em artefactos ou por detrás das suas confeções. Os alunos quando começaram a resolver as tarefas mostraram, em muitos casos, mais segurança e/ou interesse. Isso mostra que o estudo dos artefactos culturais, com ligações a conceitos matemáticos, joga um papel essencial no ensino da matemática, em particular no ensino da geometria. Tal como diz Gerdes (2007b) "a matemática materna, a matemática familiar, a matemática da cultura do aluno pode constituir (...) mais uma alavanca para poder pensar e imaginar mais e inclusive para aprender mais (ideias) matemáticas, enriquecendo o horizonte matemático do aluno com experiências matemáticas doutros povos e doutros tempos" (p. 160).

Antes de aplicar as tarefas, os alunos foram previamente orientados a escreverem tudo o que fosse importante escrever relativamente aos procedimentos de resolução das tarefas e suposições de base que norteiam os seus pensamentos. Esta orientação foi propositadamente dada, em parte para contextualizar os alunos (ou situar os alunos naquilo que se pretende alcançar).

Os alunos mostraram um bom domínio nos artefactos culturais selecionados, este domínio contribuiu para a diversidade das resoluções das tarefas apresentadas, o que consequentemente mostra que os alunos trabalharam com uma considerável independência e firmeza na tomada de decisões durante a realização das tarefas.

A análise de dados leva-nos a concluir que não houve dificuldades na resolução das alíneas a), c), e) das questões relacionadas com os artefactos (almofariz, balaio, azagaia), os desenhos feitos pelos alunos estavam de certo modo bem organizados e adornados e, com uma linguagem acessível, foi explicitada a matemática envolvida em artefactos e/ou em desenhos dos mesmos.

Importa ainda referir que durante a resolução da tarefa 3, questão relacionada com azagaia, os alunos não tiveram tantas dificuldades como se temia. Isto pode ser constatado, por exemplo, quando os alunos analisaram ou procuraram a figura que adequa ou corresponde ao formato da extremidade da flecha ou seta.

As últimas questões (nomeadamente 3 e 4) focavam-se na importância ou vantagem em aprender matemática (ou geometria) com recurso a situações concretas como a que nos proporcionam o almofariz, balaio, azagaia. Com base nos dados, é possível concluir que se tratou de um recurso apropriado e de grande relevância para o ensino da matemática.

Todos os alunos participantes, de um modo geral, conseguiram resolver as tarefas apresentadas, embora em algumas tenham manifestado dificuldades por não estarem familiarizados com os processos de resolução. Mesmo o Aluno 3 da Tarefa 3 que não conseguiu abordar corretamente a questão 4 fez uma apreciação positiva sobre a relevância do estudo da azagaia no ensino da matemática, e sublinhou que relacionar azagaia com o ensino da matemática (em particular o da geometria) pode ajudar a comunidade académica a entender a origem da matemática e/ou a perceber a utilidade dela na vida prática.

A análise dos dados permite concluir que os alunos (professores e futuros professores) manifestaram interesse em trabalhar ou resolver questões relacionadas com os artefactos culturais e, ainda, apontaram as vantagens em aprender matemática (em particular a geometria) com recurso aos artefactos. Esta apreciação é facilmente justificada, visto que em diversas ocasiões os alunos não só apresentaram ou responderam às questões, mas também fundamentaram e/ou descreveram os passos que devem ser seguidos na confeção dos artefactos e, isto, indica que os alunos estão interessados em explorar ou procurar, eventualmente, outros artefactos culturais desta e de outras etnias presentes em Angola que envolvem saberes matemáticos.

Capítulo 8: Resultados e Conclusões

Neste capítulo, apresentamos os mais importantes resultados do presente estudo, alinhados com as questões de investigação formuladas inicialmente e expostas no capítulo 1. Começamos por uma síntese do estudo, apontando as partes essenciais (questões de investigação que nortearam o estudo e objetivos da investigação), em seguida, apresentamos as conclusões, recomendações destinadas a professores de matemática/matemáticos e investigadores em etnomatemática e, por fim, indicamos algumas limitações que encontramos no decorrer deste estudo.

8.1 Síntese do estudo

As questões de investigação que orientaram este estudo (capítulo 1) foram:

- Que artefactos próprios da etnia Nganguela poderão ter Matemática "congelada"?
- Que conceitos matemáticos podemos identificar nos artefactos culturais da etnia Nganguela selecionados?
- Que metodologia podemos seguir para incorporarmos os artefactos culturais com ligações a conceitos matemáticos no ensino da matemática?
- As ideias de tarefas onde se pretendem integrar na escola os artefactos culturais do grupo étnico Nganguela poderão ter um impacto positivo na visão e motivação de alunos e professores?

Estas questões de investigação suscitaram os seguintes objetivos específicos da investigação:

- Identificar artefactos culturais da etnia Nganguela (presente na província do Cuando Cubango, Angola) com potencial para "descongelar" ligações a conceitos matemáticos;

- Explorar e/ou analisar os artefactos culturais da etnia Nganguela identificados do ponto de vista dos conceitos matemáticos com potencial para serem usados na sala de aula e influenciar o ensino e a aprendizagem da matemática;

- Recolher opiniões de professores do ensino primário, ensino secundário e ensino superior (e junto dos estudantes da Escola de Formação de Professores e da Escola Superior Pedagógica do Cuando Cubango), de Cuando Cubango, Angola, sobre a relevância dos artefactos e as metodologias (ou vias) aconselháveis para possível incorporação dos mesmos no ensino da matemática;

- Elaborar tarefas (ou unidades didáticas) que suscitem metodologias alternativas que ajudem a desmistificar as ideias negativas dos alunos sobre a pouca relevância do ensino da matemática, usando os artefactos culturais identificados. Indagar de que modo as tarefas ou unidades didáticas aplicadas permitiram uma mudança das conceções dos alunos (ou futuros professores) sobre a Matemática e como poderão potenciar a motivação ou criar entusiasmo nos alunos pela procura de conhecimento matemático.

Nos capítulos 1, 2 e 3 foi contextualizada a investigação no âmbito da educação etnomatemática e no contexto de Angola, sendo identificadas algumas dificuldades conhecidas com o ensino da Matemática em Angola e um pouco por todo o mundo.

No capítulo 4, elencamos alguns artefactos culturais da etnia Nganguela que incorporam saberes matemáticos (ou padrões geométricos). Depois da inventariação, selecionamos alguns artefactos, identificamos os saberes (ou padrões) matemáticos neles envolvidos, descrevemos os passos (alguns com certeza e outros na base de conjetura) de como foram confecionados pelos Nganguela (capítulo 5). Em seguida, entrevistamos os professores que lecionam nas escolas do ensino primário, primeiro e segundo ciclo do ensino secundário, ensino superior (Escola Superior Pedagógica do Cuando Cubango, Angola) no sentido de encontrarmos as metodologias aconselháveis (ou adequadas) que podemos seguir para incorporar os artefactos culturais identificados e analisados no ensino da matemática (capítulo 6).

Depois das entrevistas (capítulo 6), criámos tarefas (com questões relacionadas com os artefactos culturais) que foram distribuídas e resolvidas pelos alunos do 3.º ano do ensino pós-laboral de licenciatura do curso de ensino da matemática (capítulo 7).

8.2 Principais conclusões e contributos do estudo

Que podemos agora dizer sobre o que avançámos na compreensão de cada um dos objetivos da nossa investigação e na resposta às questões de investigação que nortearam este estudo?

Foram identificados, descritos e contextualizados 13 artefactos culturais da etnia Nganguela com grande potencial para "descongelar" ligações a conceitos matemáticos, a saber: almofariz, balaio, nassa, arco e flecha, casas tradicionais, cortiço, fole de forja, machado tradicional, jugo, panela tradicional, prato tradicional, cadeira tradicional e mapa de Angola. Haverá, certamente, ainda muito trabalho a fazer para desenvolver todo esse potencial.

Dos 13 artefactos culturais da etnia Nganguela identificados foram explorados com bastante detalhe 4 artefactos sob o ponto de vista dos conceitos matemáticos com potencial para serem usados na sala de aula e influenciar o ensino e a aprendizagem da matemática: almofariz, balaio, nassa e zagaia. A análise feita (disponível no capítulo 5) permite transpor tarefas adequadas para a sala de aula em muitas classes diferentes e na formação de professores, constituindo-se como um manancial de materiais didáticos disponíveis e adaptáveis a diferentes contextos de ensino e de aprendizagem.

A identificação dos saberes matemáticos presentes em artefactos culturais não procura apenas melhorar o ensino e a aprendizagem da matemática, mas também pretende divulgar o conhecimento matemático e valorizar as práticas culturais e/ou preservar a identidade cultural.

Com relação à primeira e segunda questões de investigação, os capítulos 4 e 5 contêm, do nosso ponto de vista, uma enorme riqueza matemática envolvida em artefactos culturais que tivemos o prazer de identificar e analisar. Vários artefactos como, por exemplo, almofariz, balaio, musiva (armadilha de pesca), azagaia (armadilha de caça) confecionados pelos homens da etnia Nganguela, envolvem conceitos geométricos (triângulo, retângulo, quadrado, polígono, círculo, diâmetro, raio, ângulo) e propriedades geométicas (distância, eixos de simetria, perímetro, comprimento, área, volume, retas paralelas, retas concorrentes, retas perpendiculares) que são abordados ao nível da matemática elementar, no ensino primário e primeiro ciclo do ensino secundário, na região angolana. Foram ainda identificados elementos de outra área do saber, como a física.

Foram recolhidas opiniões de professores do ensino primário, ensino secundário e ensino superior (assim como de estudantes da Escola de Formação de Professores e da Escola Superior Pedagógica do Cuando Cubango) de Cuando Cubango, Angola, sobre a relevância dos artefactos e as metodologias (ou vias) aconselháveis para possível incorporação dos mesmos no ensino da matemática. Os professores entrevistados foram quase unânimes nas suas reações, deixando claro que o estudo é bastante pertinente ou adequado, mormente, ao ensino primário e primeiro ciclo do ensino secundário. Os alunos de licenciatura do 3.º ano do curso do ensino da matemática da Escola Superior Pedagógica do Cuando Cubango, durante a aula de contextualização, ficaram surpreendidos com a apresentação dos artefactos que incorporam matemática e sugeriram para que se faça mais estudos, visto que na região sul de Angola há variadíssimos artefactos culturais.

Relativamente à terceira questão de investigação deste estudo, as reações dos professores entrevistados que lecionam a cadeira de matemática, em diversas escolas presentes no Cuando Cubango, apontam várias vias alternativas ou metodologias que, do nosso ponto de vista, são adequadas (capítulo 6). Todos os professores mostraram preferência por um ensino que incorpore elementos de ligação à vida real, como forma de motivar os alunos e os convencer de que a matemática é efetivamente importante para a sua formação.

Sem haver uma preocupação direta e exclusiva, foi feito o relacionamento entre os artefactos culturais (almofariz, balaio e azagaia) e os conteúdos matemáticos lecionados nas escolas da região do Cuando-Cugango, a região do povo Nganguela, em particular nas escolas do ensino primário e primeiro ciclo do ensino secundário, mas também no âmbito da formação de professores. Foram, cuidadosamente, elaboradas 3 tarefas, baseadas nesses artefactos, pretendendo suscitar metodologias alternativas que ajudem a desmistificar as ideias negativas dos alunos sobre a pouca relevância do ensino da matemática. A criação das tarefas relacionadas com esses artefactos foi feita com um certo grau de realismo, de modo a permitir aos alunos matematizar (ou pensar matematicamente), construir ou desenhar os seus próprios artefactos e descortinar os conceitos matemáticos que estiverem por detrás da construção dos mesmos. A excelente reação que tiveram estes materiais junto dos alunos augura um bom impacto no futuro da abordagem etnomatemática na sala de aula de Matemática.

As tarefas criadas ou elaboradas, incluindo os artefactos culturais com ligações a conceitos matemáticos, suscitaram curiosidade e mostraram ser agrado dos participantes (alunos) pelo entusiasmo revelado. Os alunos durante a resolução destas tarefas manifestaram interesse ou sentiram-se à vontade, pois as questões expostas (ou apresentadas) envolvem aquilo que eles veem ou fazem no dia a dia. A natureza de tais tarefas fez com que, durante a resolução das mesmas, os alunos encarassem ou considerassem a matemática como "coisa" que faz parte no dia a dia e não como estranha ou que vem de outro "mundo". Este tipo de tarefas ajuda o aluno a desenvolver o gosto pela matemática, a valorizar a sua própria identidade cultural e contribui, também, para o melhoramento da aprendizagem matemática do aluno.

Entendemos que as 3 tarefas elaboradas e testadas com os 9 alunos da formação de professores, assim como a reação dos professores entrevistados, irão certamente permitir uma mudança das conceções dos alunos (ou dos futuros professores) sobre a Matemática e como poderão potenciar a motivação ou criar entusiasmo nos alunos pela procura de conhecimento matemático.

Quanto à quarta questão de investigação, os resultados (capítulo 7) mostram-nos que os alunos, tanto do grupo étnico Nganguela, como os de outros grupos étnicos, manifestaram interesse e/ou trabalharam com uma considerável independência e firmeza na tomada de decisões durante a realização das tarefas, envolveram-se no trabalho de investigação plenamente, responderam aos quesitos colocados, refletiram sobre as respostas e mostraram destreza no uso dos instrumentos. Importa salientar que tivemos todo o cuidado na criação de tarefas, os artefactos culturais foram selecionados e analisados no sentido de integrarmos os alunos de outros grupos culturais (ou étnicos). Tal como sublinha Moreira (2008) para concretizar a educação multicultural, não basta que se criem conjunturas favoráveis à frequência escolar de todas as crianças e jovens, há também que trazer para dentro da escola contextos e representações dos vários grupos culturais, para que todos se sintam aceites, respeitados e valorizados.

De uma forma geral, e tendo em mente os resultados do presente trabalho de investigação, é possível concluir que a incorporação de artefactos culturais no ensino da matemática (dito de outro modo, relacionar os artefactos culturais com os conteúdos matemáticos académicos) pode ajudar os alunos a desenvolver o gosto pela matemática; contribuir para melhoramento das aprendizagens dos alunos em matemática, na região sul de Angola.

Observe-se que as nossas conclusões reforçam as propostas de Paulus Gerdes (Gerdes 2007b) ao advogar a incorporação, no currículo, de elementos pertencentes ao ambiente sociocultural dos alunos e professores para servir como impulso para atividades matemáticas significativas na sala de aula, aumentando a motivação quer dos alunos, quer dos próprios professores. As nossas conclusões também reforçam as propostas de Rosa e Orey (2013) que defendem que quando a cultura escolar reflete as culturas do lar e da comunidade, as salas de aula tornam-se ambientes familiares que motivam a aprendizagem dos alunos.

8.3 Limitações do estudo

Ao longo do nosso trabalho de investigação tivemos algumas limitações, quer na parte demográfica, quer na parte bibliográfica.

Relativamente às limitações demográficas, não conseguimos, muito longe disso, passar ou atingir todas as localidades onde o povo Nganguela vive, por causa das péssimas condições que ainda persistem em muitas vias rodoviárias e devido à extensão territorial da Província. Por esta razão, procurámos concentrar-nos em locais onde podíamos encontrar, facilmente, os artefactos culturais a que fazemos menção no capítulo 4. Nesta mesma senda, por conta da situação pandémica que continua a assolar o mundo de forma tremenda, não conseguimos alargar a investigação ou aplicar as tarefas criadas à comunidade académica (alunos) do regime diurno e aos alunos de outras localidades como, por exemplo, Cuchi (Município do Cuando Cubango, Angola).

Apenas foi possível aplicar as tarefas a alunos da licenciatura do curso de Ensino da Matemática da Escola Superior Pedagógica do Cuando Cubango da Universidade Cuito Cuanavale. Seria também interessante ver como reagiriam a estas tarefas ou a tarefas semelhantes, alunos do ensino primário e do ensino secundário do Cuando Cubango.

Quanto ao acesso a bibliografia, tivemos algumas limitações pois são poucas (ou não existem) as obras bibliográficas que retratem a etnografia relacionada com a etnia Nganguela. Se for possível conhecer mais detalhes sobre a cultura e tradições do povo Ngangela, será certamente possível ir mais longe no "descongelamento" da matemática presente nos artefactos. O estudo que aqui apresentamos dá também um contributo neste sentido.

Ficou por fazer, por falta de tempo e pelas dificuldades colocadas pela pandemia da COVID-19, que não se compadessem com prazos, a exploração escolar de temas matemáticos que partissem da matemática "congelada" nos artefactos e a alargasse a novas discussões e explorações matemáticas. São disso exemplo o "estudo de construções axiomáticas alternativas de Geometria Euclidiana" ou "uma construção alternativa de polígonos regular" de Paulus Gerdes (Gerdes 1988). Há, claramente, muito espaço para várias discussões deste tipo e seria interessante fazê-lo, pelas razões expostas no início a que acresce a oportunidade de uma mais intensa discussão matemática com professores e alunos.

Dada a riqueza da cultura da etnia Nganguela ainda existem muitos artefactos e práticas culturais com grande potencial para "descongelar" ligações a conceitos matemáticos.

8.4 Recomendações para futuras investigações

Com este estudo, julgamos oportuno recomendar aos professores e matemáticos que façam mais estudos de pendor etnomatemático para, de forma clara, trazer a matemática para mais perto da comunidade e, assim, ser mais valorizada por toda a parte do que é atualmente. Ao combater o pessimismo (ou ideias negativas) sobre a matemática pretendemos despertar o interesse nos alunos e professores a explorar a belíssima riqueza que esta ciência proporciona.

Por falta de disseminação dos estudos relacionados com os artefactos culturais presentes em diversas etnias angolanas, recomendamos que os investigadores em etnomatemática façam mais estudos e repercussões em torno da identificação de padrões geométricos “congelados” em diversos artefactos culturais.

Tendo em conta o grau de dificuldade, recomendamos aos professores de matemática, em particular os do ensino primário, que ao planificarem as suas aulas devem relacioná-las com as práticas culturais que envolvem conceitos matemáticos.

Enfim, esperamos que este e outros trabalhos, de cunho etnomatemático, possam contribuir para que as autoridades governamentais angolanas promovam nos seus planos de formação de quadros (professores) e nos programas das distintas disciplinas do ensino primário, primeiro e segundo ciclos do ensino secundário e superior a incorporação curricular dos artefactos culturais desta e de outras etnias angolanas.

Referências bibliográficas

Almeida, J. F., & Pinto, J. M. (1995). *A investigação nas ciências sociais* (5ª ed.). Lisboa, Portugal.

Alves, M. (2007). *Como escrever teses e monografias: Um roteiro passo a passo* . Rio de Janeiro, Brasil.

André, B. Z., & Larrechea, E. M. (2016). Baixo rendimento na aprendizagem da matemática: Um estudo de caso dos estudantes do II Ciclo do ensino secundário em Lubango-Angola. *Revista de Educacion Superior del Sur Global - RESUR*, (2), 87-102. Disponível em: http://www.iusur.edu.uy/publicaciones/index.php/RESUR/article/view/24. Acedido em: 15 de junho de 2021.

Angola. (2001). *Lei de bases do sistema de educação-lei nº 13/01 de 31 de dezembro.*

Angola. (2014). *Decreto Presidencial nº 188/14 de 4 de Agosto.* Diário da República Nº 143. Série I.

Angola. (2020). *Lei nº 32/20 de 12 de Agosto. Lei que altera a Lei nº 17/16, de 7 de outubro-lei de bases do sistema de educação e ensino.* Diário da República Nº 123. Série I.

ANGOP. (6 de setembro de 2014). Responsável defende melhoria no ensino da matemática em Angola. *Agência Angola Press*, Disponível em: http://www.angop.ao/angola/pt_pt/noticias/educacao/2014/8/36/ Responsavel-defende-melhoria-ensino-matematica-Angola,682173f4-ecde-461b-a6e7-7e2bc89fc16f.html. Acedido em: 1 de setembro de 2018.

ANGOP. (8 de maio de 2021). Especialistas defendem reajustamento curricular da matemática. *Agência Angola Press*, Disponível em: https://www.angop.ao/noticias/educacao/malanje-especialistas-defendem-reajustamento-curricular-da-matematica/. Acedido em: 13 de outubro de 2021.

Best, W. J., & Kahn, V. J. (2006). Research In education. *Pearson education Inc*. Obtido de https://www.academia.edu/5382594/Research_in_Education_Tenth_Edition_. Acedido em: 20 de setembro de 2019

Bishop, A. J. (1988). *Mathematical enculturation. A cultural perspective on mathematics education.* Kluwer Academic Press.

Borba , M. C. (1987). Um estudo em etnomatemática: sua incorporação na elaboração de uma proposta pedagógica para o Núcleo-Escola da Favela de Vila Nogueira e São Quirino. (dissertação de Mestrado). UNESP, Rio Claro. UNESP, Rio Claro, Brasil. Disponível em: http://www.rc.unesp.br/gpimem/downloads/dissertacoes/borba_mc_me_rcla.pdf. Acedido em 29 de junho de 2021.

Borba, M. C. (1988). Etnomatemática: o homem também conhece o mundo de um ponto de vista matemático. *Bolema: Boletim de Educação Matemática, 3*(5), 19-34. Disponível em: https://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/10731. Acedido em: 15 de junho de 2021.

Carvalho e Silva, J. (2007). *Prefácio do livro de Paulus Gerdes. Etnomatemática: Reflexões sobre Matemática e diversidade cultural.* Ribeirão, Portugal: Edições Húmus.

Carvalho, P. (2012). Evolução e crescimento do ensino superior em Angola. *Revista Angolana de Sociologia*(9), 51-68. Disponível em: http://ras.revues.org/422. Acedido em: 12 de junho de 2021.

Cassanga, J., & outros. (1997). *O mundo cultural dos Ganguelas (Estudos de Antropologia Cultural do Povo Ganguela).* 1º Tomo, SECRETARIADO PASTORAL DIOCESE DE MENONGUE e Delegação de Cultura de Menongue (col.). Humpertino-Artes Gráficas, Lda, Editorial Perpétuo Socorro (Acompanhamento), Porto.

Cassela, E. A., & Avelino, P. C. (2021). Artefactos socioculturais do Cuito/Bié-Angola para o ensino da geometria - A circunferência numa perspectiva da etnomatemática. *Revista Eletrônica de Educação Matemática, 16*, 1-22. Disponível em: https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/79896. Acedido em: 10 de julho de 2021.

Castro, G. A., & Fonseca, M. J. (2015). Explorando a Matemática na construção de casas de alvenarias. *Revista Latinoamericana, 8*(1), 29-49. Disponível em: https://www.revista.etnomatematica.org/index.php/RevLatEm/article/view/172. Acedido em: 10 de junho de 2021.

Censo. (16 a 31 de maio de 2014). Resultados definitivos do recenseamento geral da população e da habitação de Angola. Disponível em: http://www.effaangola.org/AngolaCensus2014_ResultadosDefinitivos_Mar2016.pdf. Acedido em: 22 de junho de 2021.

Cherinda, M. (2015). *Paulus Gerdes: Uma vida dedicada à (etno)matemática* (1ª ed.). Universidade Pedagógica, Moçambique.

Coelho, V. (2015). A classificação etnográfica dos povos de Angola. *Revista Angolana de Ciências Sociais, 5*(9), 203-220. Disponível em: https://journals.openedition.org/mulemba/473?lang=en. Acedido em: 4 de maio de 2019.

Costa, C., Nascimento, M., & Catarino, P. (2017). Sinopse dos estudos sobre (etno) saberes matemáticos efetuados no nordeste português e sua aplicação didática. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática, 10*(1), 128-136. Disponível em: https://www.revista.etnomatematica.org/index.php/RevLatEm/article/view/350. Acedido em: 24 de abril de 2019.

Coutinho, C. P. (2018). *Metodologia de investigação em ciências sociais e humanas: teoria e prática* (2ª ed.). Coimbra, Portugal: Almedina.

Coxe, I. C. (2013). Etnomatemática: A matemática de Angola e suas influências. *Universidad de los Andes*, (pp. 3618-3625). Disponível em:http://webcache.googleusercontent.com/search?q=cache:xdfJidZhyOEJ:funes.uniandes.edu.co/19930/+&cd=2&hl=pt-PT&ct=clnk&gl=pt. Acedido em: 27 de junho de 2021.

Cumbo, Ó. M. (2018). *Ensino baseado em resolução de problemas com recurso à folha de cálculo: Uma proposta didática para abordagem ao tópico sucessões numéricas.* (Tese de doutoramento). Universidade da Beira Interior, Covilhã, Portugal. Disponível em: https://ubibliorum.ubi.pt/bitstream/10400.6/6314/1/Tese%20Oscar_Cumbo%20Julho_2018.pdf.

D´Ambrosio, U. (2009). *Etnomatemática: Elo entre as tradições e a modernidade* (3ª ed.). Belo Horizonte: Autêntica.

D´Ambrósio, U. (1993). Educação Matemática: Uma visão do estado da arte. *UNICAMP, 4*(1), 7- 17. Disponível: https://www.fe.unicamp.br/pf-fe/publicacao/1754/10-artigos-ambrosiou.pdf. Acedido em: 4 de setembro de 2020.

D´Ambrósio, U. (2005). Sociedade, cultura, Matemática e seu ensino. *Revista da Faculdade de Educação e Pesquisa da Universidade de São Paulo, 31*(1), 99-120. Disponível em: https://www.scielo.br/j/ep/a/TgJbqssD83ytTNyxnPGBTcw/abstract/?lang=pt. Acedido em: 1 de abril de 2019.

De Cassia Marchi, R. (2018). Pesquisa etnográfica com crianças: participação, voz e ética. *Educação e realidade, 43*(2), 727-746. Disponível em: https://www.scielo.br/j/edreal/a/R4STDdtdDZ7dJqLvj3x9V4y/abstract/?lang=pt. Acedido em: 21 de outubro de 2019.

Denzin, N. K., & Lincoln, Y. S. (2017). *The sage handbook of qualitative research* (5rd ed.). SAGE Publications.

Dias, D. (2011). *Ensaio etnomatemático sobre o grupo étnico Nyaneka-nkhumbi do sudoeste de Angola.* (Tese de mestrado não publicada). Universidade do Porto, Portugal.

Dias, D. (2015). *Estudo etnomatemático sobre o grupo étnico Nyaneka-nkhumbi.* (Tese de doutoramento em Ciências de Educação). Universidade do Minho, Instituto de Educação, Portuga. Disponível em: http://hdl.handle.net/1822/42586. Acedido em: 23 de outubro de 2016.

Dias, D., Costa, C., & Palhares, P. (2015b). Sobre as casas tradicionais de pau-a-pique do grupo étnico Nyaneka-nkhumbi, do sul de Angola. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática, 8*(1), 10-28. Disponível em: http://repositorium.sdum.uminho.pt/handle/1822/52470. Acedido em: 25 de fevereiro de 2018.

Dias, D., Costa, C., & Palhares, P. (2017). Sobre os cestos tradicionais manufaturados pelas mulheres Nyaneka-nkhumbi de Angola. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática, 10*(1), 1-14. Disponível em: https://repositorium.sdum.uminho.pt/handle/1822/50016. Acedido em: 25 de junho de 2021.

Dias, D., Palhares, P., & Costa, C. (2015a). Os saberes matemáticos em armadilhas dos caçadores Nyaneka-nkhumbi do sul de Angola. *Revista Latinoamericana de etnomatemática, 8*(2), 326-340. Disponível em: http://repositorium.sdum.uminho.pt/handle/1822/52465. Acedido em: 25 de fevereiro de 2018.

Diniz, P. (2018). *A Matemática por detrás das cartas de baralho.* Real Design, Maputo, Moçambique.

Estermann, C. (1983). *Etnografia de Angola, sudoeste e centro, coletânea de artigos dispersos.* Lisboa-Portugal.

Fernandes, E., & Matos, J. F. (2008). O lugar da Matemática numa comunidade de prática de serralharia. Em P. Palhares, *Etnomatemática: Um olhar sobre a diversidade cultural e a aprendizagem matemática* (pp. 265-290). Ribeirão, Portugal: Edições Húmus.

Genzuk, M. (1993). A synthesis of ethnographic research. Occasional papers series. *Center for Multilingual, Multicultural Research, Rossier School of Education. Los*

Angeles: University of Southern California , (1-11). Disponível em: https://web-app.usc.edu/web/rossier/publications/33/Ethnographic_Research.pdf. Acedido em: 16 de junho de 2021.
Gerdes, P. (1980). *A Ciência Matemática: Palestra de abertura do 1º Seminário Nacional sobre o Ensino da Matemática.* Maputo, Moçambique. Disponível em: http://www.etnomatematica.org/BOOKS_Gerdes/a_ci%C3%AAncia_matem%C3%A1tica__ebook_.pdf. Acedido em 5 de dezembro de 2016.
Gerdes, P. (1988). On possible usesof traditional Angolan sand drawings in the mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics, 19*(1), 3-22. Disponível em:https://link.springer.com/article/10.1007/BF00428382. Acedido em: 15 de junho de 2021.
Gerdes, P. (1991). *Etnomatemática-Cultura, Matemática, educação* (1ª ed.). Maputo, Moçambique.
Gerdes, P. (1992). *Pitágoras africano: Um estudo em cultura e educação matemática .* Instituto Superior Pedagógico, Maputo, Moçambique.
Gerdes, P. (1993). *Geometria sona de Angola: Explorações educacionais e matemáticas de desenhos africanos na área.* Maputo, Moçambique.
Gerdes, P. (1996). Etnomatemática e Educação Matemática: Uma panorâmica geral. *Revista de Investigação em Educação Matemática, 5*(2), 105-138. Disponível em: https://quadrante.apm.pt/article/view/22685. Acedido em: 10 de agosto de 2021.
Gerdes, P. (2003). *Sipatsi-Cestaria e Geometria na cultura Tonga de Inhambane* (1ª ed.). Maputo, Moçambique: ME.co.mz.
Gerdes, P. (2007a). *Otthava: Fazer cestos e Geometria na Cultura Makhuwa do Nordeste de Moçambique.* Nampula: Universidade Lúrio & Morrisville NC: lulu.com.
Gerdes, P. (2007b). *Etnomatemática: Reflexões sobre Matemática e Diversidade Cultural.* Ribeirão, Portugal: Edições Húmus.
Gerdes, P. (2008). *Exemplos de aplicação da Matemática na agricultura e na veterinária* . Maputo, Moçambique.
Gerdes, P. (2009). Exploration of technologies, emerging from african cultural practices, in mathematics education. *The International Journal on Mathematics Education, 42*(1), 11-17. Disponível em: https://link.springer.com/article/10.1007%2Fs11858-009-0208-2. Acedido em: 18 de maio de 2021.
Gerdes, P. (2010). *Da etnomatemática a arte-design e matrizes cíclicas.* Belo Horizonte: Autêntica.
Gerdes, P. (2012a). Ideias matemáticas originárias da África e a educação matemática no Brasil. *Revista Tópicos Educacionais, 18*(1), 139-158. Disponível em: https://periodicos.ufpe.br/revistas/topicoseducacionais/article/view/22335. Acedido em: 15 de maio de 2021.
Gerdes, P. (2012b). *Etnogeometria: Cultura e o despertar do pensamento geométrico.* Instituto Superior de Tecnologias e de Gestão, Belo Horizonte, Boane, Mocambique.
Gerdes, P. (2013). *Viver a Matemática: Desenhos de Angola.* Ribeirão, Portugal: Edições Húmus.
Gerdes, P. (2014a). *A Ciência Matemática.* Instituto Superior de Tecnologias e Gestão (ISTEG): Belo, Horizonte, Boane, Moçambique.
Gerdes, P. (2014b). *Ethnomathematics and education in Africa* (2ª ed.). Higher Institute for Technology and Management, Belo Horizonte, Mozambique.

Ghiglione , R., & Matalon, B. (1997). *O inquérito: teoria e prática* (3ª ed.). Celta Ed. Oeiras.
Gomes Teixeira, F. (1925). *Panegíricos e Conferências.* Coimbra, Portugal: Imprensa da Universidade.
Gonçalves, A. C. (2003). *Tradição e modernidade na (re)construção de Angola.* Porto, Portugal: Edições Afrontamento.
Governo da República de Angola. (2001). *Estratégia Integrada para a melhoria do sistema de educação.* Luanda, Angola. Disponível em: https://planipolis.iiep.unesco.org/sites/default/files/ressources/angola_estrategia_integrada_melhoria.pdf. Acedido em: 23 de junho de 2021.
Gungula, E. W., & Faustino, A. (2018). Dilema da formação Maetemática em Angola: falta de iniciativas próprias ou de compromisso com a qualidade de ensino. *Revista Actualidades Investigativas em Educação, 18*(3), 1-22. Disponível em: https://www.scielo.sa.cr/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1409-47032018000300190. Acedido 15 de junho de 2021.
Isaias , A. F. (2013). *A monodocência nas 5ª e 6ª classes do enino primário em Angola: A visão dos professores.* (Tese de Mestrado). Universidade de Évora, Évora, Portugal.
Kamuele, L., & Neto, T. B. (2017). Análise da dimensão normativa de um programa de formação inicial de professores de Matemática no Namibe-Angola. *Centro de Investigação em Didática e Tecnologia na Formação de Formadores. Universidade de Aveiro, Portugal*, (1-9). Disponível em: https://blogs.ua.pt/cidtff/?p=5469. Acedido em: 7 de junho de 2018.
Kativa, B. (2011). *A pérola etno-antropológica dos Nganguelas* (1ª ed., Vol. 1). Luanda, Angola.
Krantz, S. G. (1993). *Como ensinar Matemática.* (S. M. Nápoles, C. Albuquerque, M. C. Antunes, M. M. Ferreira, Edits., & L. P. Meneses, Trad.) Sociedade Portuguesa de Matemática, Lisboa, Portugal.
Lúcio, C. A., & Sabba, G. C. (2015). As atividades culturais e a sala de aula no grupo étnico Herero/Helelo do sul de Angola (Subgrupo Mucubal e Muhimba). *Revista Latinoamericana de Etnomatemática, 8*(2), 271-298. Disponível em: https://www.revista.etnomatematica.org/index.php/RevLatEm/article/view/211. Acedido em: 23 de abril de 2019.
Latas, J., & Moreira, D. (2013). Explorar conexões entre Matemática local e Matemática global. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática, 6*(3), 36-66. Disponível em: https://repositorioaberto.uab.pt/handle/10400.2/3065. Acedido em: 20 de agosto de 2020.
Latas, J., & Rodrigues, A. (2015). Trilho da ciência: Um percurso de educação científica na Ilha do Príncipe. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática, 8*(2), 53-75. Disponível em: https://www.revista.etnomatematica.org/index.php/RevLatEm/article/view/178. Acedido em: 24 de outubro de 2016.
Liberato, E. (2014). Avanços e retrocessos da educação em Angola. *Revista brasileira de Educação, 19*(59), 1003-1031. Disponível em: https://www.scielo.br/j/rbedu/a/Dn4CYmKD5W5dw4ygQLBCxzN/abstract/?lang=pt. Acedido em: 1 de setembro de 2018.
Mendes, M. B. (2014). A avaliação institucional no ensino superior em Angola como mecanismo de gestão da qualidade: tendências e lógicas subjacentes. (4 ª

Conferência FORGES). Luanda, Angola. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/344397081_A_avaliacao_institucional_no_Ensino_Superior_em_Angola_como_mecanismo_de_gestao_da_qualidade_tendencias_e_logicas_subjacentes. Acedido em: 14 de junho de 2021.

Ministério da Educação-Angola. (2012). *Balanço da Implementação da Reforma Educativa nos Subsistemas de Ensino. Educação Pré-Escolar, Ensino Geral, Formação de Professores e Ensino Técnico Profissional.* Luanda, Angola: MEC.

Moreira, D. (2004). A etnomatemática e a formação de professores. *Repositório Institucional da Universidade Aberta, Portugal*(2), pp. 27-38. Disponível em: https://repositorioaberto.uab.pt/handle/10400.2/156. Acedido em: 23 de abril de 2019.

Moreira, D. (2008). Educação matemática para a sociedade multicultural. Em P. Palhares, *Etnomatemática: Um olhar sobre a diversidade cultural e a aprendizagem matemática* (pp. 47-63). Ribeirão, Portugal: Edições Húmus.

Ndala, A. R. (2010). *Bigodes numa ventosa: Vangangela Muhotolo.* Grafanil/Viana, Luanda, Angola.

Neto, T. J. (2014). *História da educação e cultura de Angola: grupos nativos, colonização e independência* (3ª ed.). Luanda, Angola: Zaina editores.

Osório Nelo, M. N., Soares, A. A., & Catarino, P. (2017). Etnomatemática da Marimba: Instrumento etnográfico da província de Malange em Angola. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática, 10*(1), 6-20. Disponível em: https://www.revista.etnomatematica.org/index.php/RevLatEm/article/view/381. Acedido em: 23 de abril de 2019.

Palhares , P., & Sousa, F. (2015). A etnomatemática na comunidade piscatória de Câmara de Lobos em Portugal. *Jornal da Matemática e Cultura, 9*(1), 12-29. Disponível em: http://repositorium.sdum.uminho.pt/handle/1822/52474. Acedido em: 24 de abril de 2019.

Palhares, P. (2008). A Etnomatemática: Um desafio para os nossos dias. Em P. Palhares, *Etnomatemãtica: Um olhar sobre a diversidade cultural e a aprendizagem Matemática* (pp. 11-21). Ribeirão, Portugal: Edições Húmus.

Parzysz, B., & Pessoa, M. (2019). *Os mosaicos da Villa Romana do Rabaçal, formas e cores: percurso geométrico.* Penela, Portugal.

Pedro, M. C. (2018). *Educação Inclusiva e atratividade do sistema educativo angolano. Um estudo sobre as condições de trabalho nas escolas públicas do ensino primário.* (Tese de doutoramento). Universidade do Minho, Portugal. Disponível em: http://repositorium.sdum.uminho.pt/bitstream/1822/59055/1/Manuel%20da%20Cruz%20Pedro.pdf. Acedido 22 de junho de 2021.

Pereira, A., & Poupa, C. (2018). *Como escrever uma tese, monografia ou livro científico usando o word* (7ª ed.). Lisboa, Portugal: Edições Sílabo.

Pinheiro, C., & Rosa, M. (2018). Uma análise dos registos etnomatemáticos de estudantes surdos que se comunicam em língua brasileira de sinais-libras. *Revista Educação Matemática em Foco, 7*(2), 217-242. Disponível em: http://revista.uepb.edu.br/index.php/REVEDMAT/article/view/4417/2711. Acedido em: 2 de abril de 2019.

Pires, G. (2008). Crianças Ciganas e resolução de problemas: motivação para aprender matemática. Em P. Palhares, *Etnomatemática: Um olhar sobre a diversidade cultural e a aprendiazagem matemática* (pp. 105-129). Ribeirão, Portugal: Edições Húmus.

Pocinho, M. (2012). *Metodologia de investigação e comunicação do conhecimento científico.* Lidel, Lisboa, Portugal.

Ponte, J. P. (2006). Estudos de caso em educação matemática. *Bolema, 25*, 105-132. Disponível em: https://repositorio.ul.pt/handle/10451/3007. Acedido em: 15 de junho de 2021.

Rosa, M., & Orey, C. (2011). Influências etnomatemáticas em sala de aula com diversidade cultural. *XIII CIAEM-IACME, Recife, Brasil*, 2-14. Disponível em: https://xiii.ciaem-redumate.org/index.php/xiii_ciaem/xiii_ciaem/paper/view/199/60. Acedido em: 15 de maio de 2020.

Rosa, M., & Orey, D. C. (2013). Uma base teórica para fundamentar a existência de influências etnomatemáticas na sala de aula. *Currículo sem Fronteiras, 13*(3), 538-560. Disponível em: https://www.repositorio.ufop.br/handle/123456789/3811. Acedido em 3 de novembro de 2018.

Rosa, M., & Orey, D. C. (2018). Etnomatemática como um programa de pesquisa científica Lakatosiano. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática, 11*(3), 74-110. Dsiponível em: https://www.revista.etnomatematica.org/index.php/RevLatEm/article/view/473. Acedido em: 29 de junho de 2021.

Rosa, M., Cortes, D. P., & Orey, D. C. (2018). Movimentos de ir e vir entre a feira e a academia: Aspectos etnomatemáticos da posicionalidade de um feirante. *Revista Educação Matemática em Foco, 7*(2), 187-215. Disponível em: http://revista.uepb.edu.br/index.php/REVEDMAT/article/view/4222. Acedido em: 6 de junho de 2020.

Rosa, M., D´Ambrósio, U., Orey, D. C., Shirley, L., Alangui, W. V., Palhares, P., & Gavarrete, M. E. (2016). *Current and future perspectives of ethnomathematics as a program.* Springer.

Rosa, M., Shirley, L., Gavarrete, M. E., & Alangui, W. V. (2016). *Ethnomathematics and its diverse approaches for mathematics education.* Springer.

Sangila, A. B. (2019). Factores que facilitam e dificultam a aprendizagem da Matemática na 12ª classe. *Revista Magazine de las Ciências., 4*(2), 133-138. Disponível em: https://doi.org/10.5281/zenodo.3239555. Acedido em: 13 de novembro de 2019.

Santos, M. (1998). *Cultura, educação e ensino em Angola* (Electrónica ed.). Disponível em: http://www.cpires.com/docs/educacao_e_ensino_angola_martins_dos_santos_1999.pdf. Acedido em: 20 de junho de 2021.

Seidman, I. (2006). *Interviewing as qualitative research: A guide for researchers in education and the social sciences* (3rd ed.). Teachers College Press.

Selezi, S. P., & Carvalho e Silva, J. (2018). Um exemplo da riqueza etnomatemática de Angola: As armadilhas de caçadores do sul de Angola. *Revista Educação Matemática em Foco, 7*(2), 100- 126. Disponível em: http://revista.uepb.edu.br/index.php/REVEDMAT/article/view/4490/2707. Acedido em 2 de abril de 2019.

Selezi, S. P., & Carvalho e Silva, J. (25-29 de novembro de 2019). Dificuldades no Ensino da Matemática em Angola e o possível papel da Etnomatemática. *Comunicação apresentada na II Conferência Internacional do Espaço Matemático em Língua Portuguesa*, Maputo, Moçambique.

Sherman, R. R., & Webb, R. B. (1988). *Qualitative research in education: Focus and methods* (1rd ed.). Psychology Press.

Silva, E. A. (2012). *Universidade Agostinho Neto. Quo Vadis?* Kilombelombe. (Disponível em: https://repositorium.sdum.uminho.pt/bitstream/1822/22850/1/UAN-QUO%20VADIS.pdf).

Silverman, D. (2004). *Qualitative research: Theory, method and practice* (2rd ed.). Sage Publications.

Simões, C., Sambo, M., Ferreira, A., & Fresta, M. (2016). Ensino superior em Angola: desafios e oportunidades ao nível institucional. *Revista FORGES-Fórum da Gestão do Ensino Superior nos Paises e Regiões da Língua Portuguesa, 3*(1), 79-102. Disponível em: https://www.revistaforges.pt/index.php/revista/article/download/45/44/. Acedido em: 14 de junho de 2021.

Sobral, R. C., Pires-Santos, M. H., & Da Silva Moraes, D. R. (2018). O uso da etnografia como estratégia de pesquisa nos estudos organizacionais: a perspectiva interdisciplinar na construção de saberes. *Revista Interdisciplinar Científica Aplicada, 12*(4), 81-97. Disponível em: http://search.ebscohost.com/login.aspx?direct=true&db=asn&AN=132667872&lang=pt-pt&site=eds-live. Acedido em: 25 de outubro de 2019.

Sousa, M. J., & Baptista, C. S. (2014). *Como fazer investigação, dissertações, teses e relatórios* (5ª ed.). Lisboa, Portugal: Edições de Ciências Sociais, Forenses e da Educação.

Stewart, I. (2006). *Cartas a uma jovem Matemática.* (P. Ferreira, Trad.) Lisboa, Portugal: Relógio D` Água.

Tyimuma, V. (2009). *Gramática Ngangela.* Coimbra, Portugal.

UNESCO. (2016). *Os desefios do ensino de matemática na educação básica.* São Carlos, Brasil: EdUFScar.

Veloso, J. (2019). Inventariação e divulgação dos sonas. (II Conferência Internacional sobre Extensão Universitária em Angola). Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/334119933. Acedido em: 13 de abril de 2020.

Veloso, J. (2020). Sona, património imaterial: uma abordagem extensionista. *Revista Angolana de Extensão Universitária, 2*(1), 39-52. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/341489207. Acedido em: 27 de junho de 2021.

Vera Cruz, E. C. (2008). Os desafios do ensino superior em Angola. O lugar e o papel das ciências sociais na construção do país e do futuro dos angolanos. *Revista Angolana de Sociologia, 1*, 85-92.

Vieira, L., Palhares, P., & Sarmento, M. (2008). Etnomatemática: Estudo de elementos geométricos presentes na cestaria. Em P. Palhares, *Etnomatemática: Um olhar sobre a diversidade cultural e a aprendizagem matemática* (pp. 291-315). Ribeirão, Portugal: Edições Húmus.

Villani, C. (2011). *Les maths, tout un art. Le point.* Disponível em: http://www.lepoint.fr/science/les-maths-tout-un-art-20-10-2011-1389940_25.php. Acedido em: 17 de abril de 2019.

Zau, F. (2009). *Educação em Angola: Novos trilhos para o desenvolvimento.* Luanda, Angola: Movilivros.

Anexos

Anexo 1:
Pedidos de autorização para a realização de trabalhos de investigação

UNIVERSIDADE CUITO CUANAVALE
ESCOLA SUPERIOR PEDAGÓGICA DO CUANDO CUBANGO

GABINETE DO DIRECTOR

Declaração nº07 /GD/ESPED/CC

Para devidos efeitos, declara-se que Senhor **Simão Pedro Mateus Selezi**, Professor da Escola Superior Politécnica do Cuando Cubango, realizou uma investigação com professores de Matemática referente ao seu trabalho de Doutoramento e com os estudantes do primeiro ano do curso de Ensino de Matemática e Ensino de Biologia na Escola Superior Pedagógica do Cuando Cubango, afecto a Universidade Cuito Cuanavale, nos dia 22 e 23 de Agosto de 2019.

Por ser verdade e ter-me sido solicitada, passou-se a presente declaração que vai por mim assinada e autenticada com o carimbo a óleo em uso nesta Instituição de Ensino.

Menongue, 23 de Agosto de 2019

O Director

Amadeu Fonseca Chitacumula

1. T.C
2. Ao departamento para área científica para criar condições no sentido de viabilizar o trabalho de investigação do docente.
20/08/2019

Ao
Gabinete do Diretor da Escola Superior
Pedagógica do Cuando Cubango

= Menongue=

Assunto: **Solicitação**

Os melhores cumprimentos

Sou, Simão Pedro Mateus Selezi, docente universitário, colocado na Escola Superior Politécnica do Cuando Cubango, Universidade Cuito Cuanavale, e estudante de doutoramento em História das Ciências e Educação Científica, na área de Matemática, da Universidade de Coimbra, Portugal. Estou, neste momento, a efetuar os trabalhos de investigação conducentes à elaboração de tese de doutoramento, cujo tema é **"Exploração dos Aspectos Etnomatemáticos do Povo Ngangela no Sudeste de Angola: Uma Contribuição para o Ensino da Matemática"**.

Atendendo a natureza de investigação a desenvolver, venho, por este meio, solicitar a V/ Excelência que autorize para a realização dos trabalhos de investigação (entrevista estruturada direcionada aos professores de Matemática, inquérito exploratório para os estudantes).

Menongue, 20 de agosto de 2019

O Solicitante

Simão Pedro Mateus Selezi

1. T.C
2- Não vejo qualquer problema;
3- Autorizo a realização da respectiva investigação.
20/08/2019

República de Angola
Governo da Província do Cuando Cubango
Gabinete Provincial da Educação, Ciência e Tecnologia
Escola do Magistério – "Mwene Vunongue"
Caixa Postal Nº 154 - Menongue

Declaração nº 001/2019

A Escola do Magistério – "Mwene Vunongue," no Cuando Cubango, vem por esta declarar que o senhor **Simão Pedro Mateus Selezi,** professor da escola Superior Politécnica do Cuando Cubango, afecta a Universidade Cuito Cuanavale, realizou uma investigação referente ao seu trabalho de doutoramento, na especialidade de Matemática, na escola acima referida.

Por ser verdade e ter-me sido solicitada, passou-se a presente declaração que vai por mim assinada e autenticada com o carimbo a óleo em uso nesta Escola do Magistério – "Mwene Vunongue."

ESCOLA DO MAGISTÉRIO – "MWENE VUNONGUE," em Menongue, aos 22 de Julho de 2019.-

A Directora da Escola

Drª. Amélia Marta Kakuhu

TC
Autorizo os professores de Matemática a colaborarem e prestarem subsídios necessários que enriquecam os trabalhos de investigação científica pretende realizar.
21.07.2019

Ao
Gabinete da Diretora da Escola
de Formação de Professores
= Menongue=

REPÚBLICA DE ANGOLA MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO GABINETE DO ... MENONGUE

Assunto: **Solicitação**

Os melhores cumprimentos

Sou, Simão Pedro Mateus Selezi, docente universitário, colocado na Escola Superior Politécnica do Cuando Cubango da Universidade Cuito Cuanavale, e estudante de doutoramento em História das Ciências e Educação Científica, na área de Matemática, da Universidade de Coimbra, Portugal. Estou, neste momento, a efetuar os trabalhos de investigação conducentes à elaboração da tese de doutoramento, cujo tema é **"Exploração dos aspectos etnomatemáticos do grupo étnico Ngangela no Sudeste de Angola: Uma Contribuição para o ensino da Matemática"**.

Atendendo a natureza de investigação a desenvolver, venho, por este meio, solicitar a V/ Excelência que autorize para a realização dos trabalhos de investigação (entrevista estruturada direcionada aos professores de Matemática, inquérito exploratório e distribuição de fichas de trabalho para os estudantes após o inquérito).

Menongue, 19 de Julho de 2019

O Solicitante

Simão Pedro Mateus Selezi

REPÚBLICA DE ANGOLA
GOVERNO DA PROVÍNCIA DO CUANDO CUBANGO
DIREÇÃO PROVINCIAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
COMPLEXO ESCOLAR Nº 26 JOÃO BOSCO DOS SANTOS MBEMBWA
GABINETE DO DIRETOR

Declaração nº 01/2019

Para devidos efeitos, declara-se que Senhor **Simão Pedro Mateus Selezi,** Professor da Escola Superior Politécnica do Cuando Cubango, afecto a Universidade Cuito Cuanavale, realizou uma investigação referente ao seu trabalho de Doutoramento com professores de Matemática e com os alunos do Primeiro Ciclo do Ensino Secundário, no Complexo Escolar nº 26 João Bosco dos Santos Mbembwa, nos dias 2 e 3/09/2019

Por ser verdade e ter-me sido solicitada, passou-se a presente declaração que vai por mim assinada e autenticada com o carimbo a óleo em uso neste Complexo Escolar.

Menongue, 27 de agosto de 2019

O Diretor do Complexo Escolar

Lic. Alberto Miguel

T.e
Autorizo
31.07.019

Ao
Gabinete do Diretor da Escola do
Liceu nº 80 CC 22 de Novembro
= Menongue=

Assunto: **Solicitação**

Os melhores cumprimentos

Sou, Simão Pedro Mateus Selezi, docente universitário, colocado na Escola Superior Politécnica do Cuando Cubango, Universidade Cuito Cuanavale, e estudante de doutoramento em História das Ciências e Educação Científica, na área de Matemática, da Universidade de Coimbra, Portugal. Estou, neste momento, a efetuar os trabalhos de investigação conducentes à elaboração da tese de doutoramento, cujo tema é **"Exploração dos aspectos etnomatemáticos do grupo étnico Ngangela no Sudeste de Angola: Uma Contribuição para o ensino da Matemática"**.

Atendendo a natureza de investigação a desenvolver, venho, por este meio, solicitar a V/ Excelência que autorize para a realização dos trabalhos de investigação (entrevista estruturada direcionada aos professores de Matemática, inquérito exploratório e distribuição de fichas de trabalho para os estudantes após o inquérito).

Menongue, 30 de Julho de 2019

O Solicitante

Simão Pedro Mateus Selezi

ENTRADA
30.07.019

Anexo 2:
Termo de consentimento livre para participação em investigação

IIIUC INSTITUTO DE INVESTIGAÇÃO INTERDISCIPLINAR
UNIVERSIDADE DE COIMBRA

universidade de aveiro

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE PARA PARTICIPAÇÃO EM INVESTIGAÇÃO

O presente documento é uma declaração que confirma que o(a) estudante concorda em participar numa investigação que será realizada no âmbito de uma tese de Doutoramento em História das Ciências e Educação científica, no ramo da matemática, sob orientação do Prof. Dr. Jaime Carvalho e Silva, e será subsequentemente apresentada nas Universidades de Coimbra e Aveiro.
Por favor, leia com atenção a seguinte informação.

Título do estudo

Identificação e Valorização de Saberes Matemáticos nos Artefactos Culturais da Etnia Ngangela: Uma contribuição para o Ensino da Matemática.

Breve enquadramento

O estudo visa obter dados úteis para o professor/investigador perceber, intervir no sentido de melhorar o ensino da matemática no nosso País e contribuir para dar uma visão diferente da matemática.
Participarão nesta investigação estudantes do 3º Ano do curso de Ensino da Matemática e professores que lecionam a disciplina de matemática nas diversas escolas presentes na cidade de Menongue, província do Cuando Cubango (Angola).
Atendendo à natureza do estudo, o investigador fotografará e fará gravação em áudio e vídeo de modo a registar tudo o que cada aluno participante fizer e explicar durante a resolução das tarefas que serão distribuídas. No final da investigação, cada estudante participante receberá uma cópia do texto da aula de contextualização.
O (A) estudante terá de responder às questões de forma tão completa quanto possível e expondo todos os argumentos que considerar necessários. Toda a informação recolhida no âmbito do estudo será mantida no anonimato e será de uso exclusivo, pelo que não serão registados dados de identificação dos participantes.
O tempo previsto para a recolha de fichas de trabalho é de 60 minutos.
A assinatura do presente documento não garante a participação (ou não obriga o estudante a participar) no estudo, o investigador fará uma escolha aleatória de um número limitado, de entre os que aceitarem participar no estudo.
Desde já o investigador agradece a colaboração de todos os voluntários
Assinatura Simão Selezi ____________________

&&&&&&&&&&&&&&&&&&&&&&

Eu____, estudante do 3º Ano do Curso de Ensino da Matemática, declaro ter lido e compreendido este documento, bem como as informações verbais que me foram fornecidas pela pessoa que acima assina. Foi-me garantida a possibilidade de, em qualquer altura, recusar participar neste estudo sem qualquer tipo de consequências. Deste modo, aceito participar neste estudo e permito a utilização dos dados que de forma voluntária forneço, confiando em que apenas serão utilizados para esta investigação e nas garantias de confidencialidade e anonimato que me são dados pelo investigador.

Assinatura legível: ____

Data: _____/______/2021

Anexo 3:
Questionário exploratório aplicado aos alunos

Questionário exploratório para alunos do 1º Ciclo do Ensino Secundário (9ª classe)

• U C •

IIIUC INSTITUTO DE INVESTIGAÇÃO INTERDISCIPLINAR UNIVERSIDADE DE COIMBRA

universidade de aveiro

Doutoramento em História das Ciências e Educação Científica

Área: Matemática
Área de investigação: Etnomatemática

Pretendo, com este questionário, obter indicações úteis para poder intervir, de forma consciente, no sentido de melhorar os resultados obtidos pelos alunos em Matemática ou promover, através do potencial matemático envolvido em artefactos, o gosto pela Matemática. Responda às questões colocadas de forma tão completa quanto possível e apresentando todos os argumentos que considerar necessários. Este questionário é anónimo e será mantida a confidencialidade.

Objetivo: obter dados que sustentam a necessidade de incorporação das produções culturais ou artefactos, que envolvem conceitos matemáticos, no ensino da matemática
Investigador: Simão Pedro Mateus Selezi
Orientador: Professor Doutor Jaime Carvalho e Silva
Coorientadoras: Professoras Doutoras Maria Cecília Rosas Pereira Peixoto da Costa e Maria Augusta Vilalobos Filipe Pereira do Nascimento
Instituição: Universidade de Coimbra e Universidade de Aveiro, Portugal.

Grupo I

1. Dados pessoais

a) Género (marque com um x)

Masculino	Feminino

b) Idade (marque com um x)

< 10	10-15	16-21	22-27	28-33	34-39	>40

c) Naturalidade

Localidade	Município	Província

d) Residência habitual

Localidade	Município	Província

e) Ocupação

Somente estudante	Estudante e trabalhador	Se trabalha indique o ramo de atividade

Grupo II

2. Dados académicos

a) Tipo de instituição de ensino onde frequentou o Ensino Primário (marque com um x)

Pública	Privada	Mista

b) Que tipo de atividades exerceu neste intervalo de tempo que ficou sem estudar?

____
____
____

c) Quais são as cadeiras que mais gosta ou prefere?

____
____
____

Grupo III

3. Sobre a matemática

a) O que dizer sobre a sua relação com a matemática? (Marque com um x)

Gosto muito	Gosto	indiferente	Não gosto	Detesto

b) Como considera a matemática? (Marque com um x)

Muito fácil	Fácil	Normal	Difícil	Muito difícil

c) Como foi seu desempenho em matemática nas classes anteriores? (marque com um x)

Muito bom	Bom	Medíocre	Mau

d) Como considera a matemática para vida real? (Marque com um x)

Muito relevante	Relevante	Pouco relevante	Irrelevante

e) Que temas matemáticos prefere? (Dê, pelo menos, 4 exemplos)

____
____
____

f) Que temas matemáticos considera menos interessantes? (Dê, pelo menos, 4 exemplos)

____
____
____

g) Já usou, uma vez, a matemática para resolver problemas da vida real? (Marque com um x)

Sim	Não

h) Quais são as atividades ou áreas que envolvem matemática?

____
____
____

i) O que dizer sobre a relação entre a matemática cultural (matemática quotidiana ou que se aprende na comunidade) e a matemática acultural (matemática académica ou aquela que se aprende na escola). (Marque com um x)

Muito próxima	Próxima	Muito distante	Distante

Grupo IV

4. Sobre os artefactos

a) Conhece alguns artefactos (ou produções culturais) presentes na província do Cuando Cubango? (Marque com um x)

Sim	Não

b) Na sua família tem artesão? (Marque com um x)

Sim	Não

c) Indique os artefactos que envolvem matemática? (Marque com um x)

Artefactos	Não sei	Sei pouco	Sei	Sei muito
Batuque				
Balaio				
Pisador				
Almofariz				
Colmeia				
Musiva				
Esteira				
Jugo				
Zagaia				
Cesto				

d) Já ouviu ou aprendeu os artefactos na escola? (Marque com um x)

Sim	Não

e) Gostaria de aprender a matemática (sobretudo a geometria) com alguns exemplos de artefactos? (Marque com um x)

Sim	Não

f) Como é que consideraria a incorporação de artefactos no ensino da matemática? (Marque com um x)

Relevante (ou interessante)	Muito relevante (ou interessante)	Não relevante (ou interessante)	Não muito relevante (ou interessante)

Obrigado pela sua colaboração!
Julho de 2019

Questionário exploratório para alunos do IIº Ciclo do Ensino Secundário

IIIUC INSTITUTO DE INVESTIGAÇÃO INTERDISCIPLINAR UNIVERSIDADE DE COIMBRA

universidade de aveiro

Doutoramento em História das Ciências e Educação Científica

Área: Matemática
Área de investigação: Etnomatemática

Pretendo, com este questionário, obter indicações úteis para poder intervir, de forma consciente, no sentido de melhorar os resultados obtidos pelos alunos em Matemática ou promover, através do potencial matemático envolvido em artefactos, o gosto pela Matemática. Responda às questões colocadas de forma tão completa quanto possível e apresentando todos os argumentos que considerar necessários. Este questionário é anónimo e será mantida a confidencialidade.

Objetivo: obter dados que sustentam a necessidade de incorporação das produções culturais ou artefactos, que envolvem conceitos matemáticos, no ensino da matemática
Investigador: Simão Pedro Mateus Selezi
Orientador: Prof. Doutor Jaime Carvalho e Silva
Coorientadoras: Professoras Doutoras Maria Cecília Rosas Pereira Peixoto da Costa e Maria Augusta Vilalobos Filipe Pereira do Nascimento
Instituição: Universidade de Coimbra e Universidade de Aveiro, Portugal.

Grupo I

1. Dados pessoais
a) Género (marque com um x)

Masculino	Feminino

b) Idade (marque com um x)

< 10	10-15	16-21	22-27	28-33	34-39	>40

c) Naturalidade

Localidade	Município	Província

d) Residência habitual

Localidade	Município	Província

e) Ocupação

Somente estudante	Estudante e trabalhador	Se trabalha indique o ramo de atividade

Grupo II

2. Dados académicos
   a) Tipo de instituição de ensino onde frequentou o Primeiro Ciclo do Ensino Secundário (marque com um x)

Pública	Privada	Mista

   b) Em que ano letivo terminou o Primeiro Ciclo?
      ________/________

   c) Quais são as disciplinas que mais gosta ou prefere?
      ____
      ____
      ____

   d) Quanto tempo ficou sem estudar após ter terminado Iº Ciclo?

e) Que tipo de atividades exerceu neste intervalo de tempo que ficou sem estudar?

f) Gosta da especialidade ou curso que escolheu? (Marque com um x)

Sim	Não

g) Quais foram as razões que lhe levaram a escolher (ou não) essa especialidade?

Grupo III

3. Sobre a matemática
   a) O que dizer sobre a sua relação com a matemática? (Marque com um x)

Gosto muito	Gosto	indiferente	Não gosto	Detesto

   b) Como considera a matemática? (Marque com um x)

Muito fácil	Fácil	Normal	Difícil	Muito difícil

   c) Como foi seu desempenho em matemática nas classes anteriores? (marque com um x)

Muito bom	Bom	Medíocre	Mau

   d) Como considera a matemática para vida real? (Marque com um x)

Muito relevante	Relevante	Pouco relevante	Irrelevante

   e) Que temas matemáticos prefere? (Dê, pelo menos, 4 exemplos)

   f) Que temas matemáticos considera menos interessantes? (Dê, pelo menos, 4 exemplos)

g) Já usou, uma vez, a matemática para resolver problemas da vida real? (Marque com um x)

Sim	Não

h) Quais são as atividades ou áreas que envolvem matemática?

i) O que dizer sobre a relação entre a matemática cultural (matemática quotidiana ou que se aprende na comunidade) e a matemática acultural (matemática académica ou aquela que se aprende na escola). (Marque com um x)

Muito próxima	Próxima	Muito distante	Distante

Grupo IV

4. Sobre os artefactos

a) Conhece alguns artefactos (ou produções culturais) presentes na província do Cuando Cubango? (Marque com um x)

Sim	Não

b) Na sua família tem artesão? (Marque com um x)

Sim	Não

c) Indique os artefactos que envolvem matemática? (Marque com um x)

Artefactos	Não sei	Sei pouco	Sei	Sei muito
Batuque				
Balaio				
Pisador				
Almofariz				
Colmeia				
Musiva				

Esteira				
Jugo				
Zagaia				
Cesto				

d) Já ouviu ou aprendeu os artefactos na escola? (Marque com um x)

Sim	Não

e) Gostaria de aprender a matemática (sobretudo a geometria) com alguns exemplos de artefactos? (Marque com um x)

Sim	Não

f) Como é que consideraria a incorporação de artefactos no ensino da matemática? (Marque com um x)

Relevante (ou interessante)	Muito relevante (ou interessante)	Não relevante (ou interessante)	Não muito relevante (ou interessante)

Obrigado pela sua colaboração!

Julho de 2019

Questionário exploratório para estudantes da Escola Superior Pedagógica do Cuando Cubango do Curso de Ensino de Matemática e Ensino de Biologia (1º Ano)

Doutoramento em História das Ciências e Educação Científica

Área: Matemática
Área de investigação: Etnomatemática

Pretendo, com este questionário, obter indicações úteis para poder intervir, de forma consciente, no sentido de melhorar os resultados obtidos pelos alunos em Matemática ou promover, através do potencial matemático envolvido em artefactos, o gosto pela Matemática. Responda às questões colocadas de forma tão completa quanto possível e apresentando todos os argumentos que considerar necessários. Este questionário é anónimo e será mantida a confidencialidade.

Objetivo: obter dados que sustentam a necessidade de incorporação das produções culturais ou artefactos, que envolvem conceitos matemáticos, no ensino da matemática
Investigador: Simão Pedro Mateus Selezi
Orientador: Prof. Doutor Jaime Carvalho e Silva
Coorientadoras: Professoras Doutoras Maria Cecília Rosas Pereira Peixoto da Costa e Maria Augusta Vilalobos Filipe Pereira do Nascimento
Instituição: Universidade de Coimbra e Universidade de Aveiro, Portugal.

Grupo I

1. Dados pessoais
a) Género (marque com um x)

Masculino	Feminino

b) Idade (marque com um x)

< 10	10-15	16-21	22-27	28-33	34-39	>40

c) Naturalidade

Localidade	Município	Província

d) Residência habitual

Localidade	Município	Província

e) Ocupação

Somente estudante	Estudante e trabalhador	Se trabalha indique o ramo de atividade

Grupo II

2. Dados académicos
   a) Tipo de instituição de ensino onde frequentou o Segundo Ciclo do Ensino Secundário (marque com um x)

Pública	Privada	Mista

   b) Escola de origem (marque com um x)

Secundário (PUNIV)	Formação Técnico-profissional	Formação de professores	Outro

   c) Em que ano letivo terminou o Ensino Secundário?
   _______/_______

   d) Durante a sua formação, no Ensino Secundário, quais foram as cadeiras que mais gostou?
   ____
   ____
   ____

   e) Quanto tempo ficou sem estudar após ter terminado o Ensino Secundário ou Médio?
   ____
   ____

   f) Que tipo de atividades exerceu neste intervalo de tempo que ficou sem estudar?

g) Gosta da especialidade ou curso que escolheu? (Marque com um x)

Sim	Não

Grupo III

3. Sobre a matemática

a) O que dizer sobre a sua relação com a matemática? (Marque com um x)

Gosto muito	Gosto	indiferente	Não gosto	Detesto

b) Como considera a matemática? (Marque com um x)

Muito fácil	Fácil	Normal	Difícil	Muito difícil

c) Como foi seu desempenho em matemática nas classes anteriores? (marque com um x)

Muito bom	Bom	Medíocre	Mau

d) Como considera a matemática para vida real? (Marque com um x)

Muito relevante	Relevante	Pouco relevante	Irrelevante

e) Que temas matemáticos prefere? (Dê, pelo menos, 4 exemplos)

f) Que temas matemáticos considera menos interessantes? (Dê, pelo menos, 4 exemplos)

g) Já usou, uma vez, a matemática para resolver problemas da vida real? (Marque com um x)

Sim	Não

h) Quais são as atividades ou áreas que envolvem matemática?

____
____
____

i) O que dizer sobre a relação entre a matemática cultural (matemática quotidiana ou que se aprende na comunidade) e a matemática acultural (matemática académica ou aquela que se aprende na escola). (Marque com um x)

Muito próxima	Próxima	Muito distante	Distante

Grupo IV

4. Sobre os artefactos

a) Conhece alguns artefactos (ou produções culturais) presentes na província do Cuando Cubango? (Marque com um x)

Sim	Não

b) Na sua família tem artesão? (Marque com um x)

Sim	Não

c) Indique os artefactos que envolvem matemática? (Marque com um x)

Artefactos	Não sei	Sei pouco	Sei	Sei muito
Batuque				
Balaio				
Pisador				
Almofariz				
Colmeia				
Musiva				
Esteira				
Jugo				
Zagaia				
Cesto				

d) Já ouviu ou aprendeu os artefactos na escola? (Marque com um x)

Sim	Não

e) Gostaria de aprender a matemática (sobretudo a geometria) com alguns exemplos de artefactos? (Marque com um x)

Sim	Não

f) Como é que consideraria a incorporação de artefactos no ensino da matemática do Ensino Secundário? (Marque com um x)

Relevante (ou interessante)	Muito relevante (ou interessante)	Não relevante (ou interessante)	Não muito relevante (ou interessante)

Obrigado pela sua colaboração!
Julho de 2019

Anexo 4:
Resultados do questionário exploratório aplicado aos alunos

Complexo Escolar Nº 22 CCM2 “João Bosco dos Santos” MBEMBWA

Grupo I

1 Dados pessoais dos alunos da **9ª classe**

a) Distribuição dos alunos por género

Género	Masculino	Feminino	Total
N	15	16	31

b) Distribuição dos alunos por faixa etária

Faixa etária	<10	10 - 15	16 - 21	22 - 27	28 - 33	34 - 39	>40	Total
N		6	24	1	-	-	-	31

c) Distribuição dos alunos por região de origem

Região	Norte	Sul	Centro	Este	Oeste	Total
N	4	26	-	1	-	31

d) Distribuição dos alunos por região de residência habitual

Região	Norte	Sul	Centro	Este	Oeste	Total
N	-	31	-	-	-	31

e) Distribuição dos alunos por discernimento de situação laboral

Ocupação	Apenas estudante	Estudante e trabalhador	Total
N	31	-	31

Grupo II

2 Dados académicos

a) Distribuição dos alunos por escola de proveniência

Escola	Pública	Privada	Mista	Total
N	30	-	1	31

b) Atividades exercidas pelos alunos antes de ingressar no primeiro ciclo do ensino secundário
- Desporto;
- Trabalho de campo (lavrar a terra)

c) As cadeiras mais preferidas pelos alunos

L. Port.	Mat	E.V.P	Hist	Geog	C. da Natureza	Física	Química	Bio	E.M.C	Ed. Laboral	Ed. Física
11	9	6	9	15	8	2	1	2	4	1	1

Grupo III

3 Sobre a matemática

a) Relação dos alunos com a matemática

	Gosto muito	Gosto	Indiferente	Não gosto	Detesto	Total
N	8	13	2	6	2	31

b) Alunos que consideram fácil (ou não) a matemática

Muito fácil	Fácil	Normal	Difícil	Muito difícil	Total
3	10		13	5	31

c) O desempenho em matemática dos alunos nas classes anteriores (ensino primário)

	Muito bom	Bom	Suficiente	Medíocre	Mau	Total
N	16	9	5		1	31

d) Distribuição dos alunos segundo a relevância que tem a matemática para vida real

	Muito relevante	Relevante	Mais ou menos relevante	Pouco relevante	Irrelevante	Total
N	17	12	2			31

e) Temas matemáticos preferidos pelos alunos da 9ª classe

- Equações do 1º grau com duas variáveis;
- Números fracionários;
- Raiz quadrada;
- Factorização;
- Reunião de intervalo;
- Polinómio e monómio.

f) Temas matemáticos considerados menos interessantes
- Método de redução;
- Método de comparação e de substituição;
- Equação da reta;
- Números racionais;
- Mínimo múltiplo comum.

g) Alunos que aplicam (ou não) a matemática para resolver alguns problemas da vida real

Sim	Não	Total
22	9	31

h) Áreas que os alunos consideram que envolvem matemática
- Negócio;
- Compras de produtos da cesta básica e outros;
- Telecomunicação;
- Poupança;
- Contagem de membros antes ou após o culto (Igreja);
- Confeção de alimentos.

h) Distribuição dos alunos segundo a proximidade entre a matemática da escola e a matemática quotidiana

Muito próxima	Próxima	Muito distante	Distante	Total
10	17	2	2	31

Grupo IV

4. Sobre as produções culturais ou artefactos

a) Alunos que conhecem (ou não) os artefactos

Sim	Não	Total
17	14	31

b) Alunos cujos familiares são (ou não) artesãos

Sim	Não
25	6

c) A tabela a seguir apresenta a quantidade dos alunos que sabem identificar os artefactos que envolvem matemática

Artefactos	Não sei	Sei pouco	Sei	Sei muito
Batuque	16	10	5	

Balaio	20	8	3	
Pisador	27	4		
Almofariz	25	5	1	
Colmeia	29	2		
Musiva	10	5	16	
Esteira	6	11	14	
Jugo ou canga	28	3		
Zagaia	11	7	13	
Cesto	26	4	1	

d) Alunos que já ouviram ou aprenderam (ou não) os artefactos na escola

Sim	Não
3	28

e) Alunos que realmente gostariam (ou não) de aprender a matemática com alguns exemplos de artefactos

Sim	Não
28	3

f) Alunos que dizem ser (ou não) relevante a incorporação de artefactos no ensino da matemática

Relevante	Muito relevante	Não relevante	Não muito relevante
21	3	7	

Escola do 2º Ciclo do Ensino Secundário Formação Geral "22 de Novembro", Menongue

Grupo I

1 Dados pessoais dos alunos da **12ª classe**

a) Distribuição dos alunos por género

Género	Masculino	Feminino	Total
N	30	15	45

b) Distribuição dos alunos por faixa etária

Faixa etária	<10	10 - 15	16 - 21	22 - 27	28 - 33	34 - 39	>40
N			35	10			45

c) Distribuição dos alunos por região de origem

Região	Norte	Sul	Centro	Este	Oeste	Total
N	5	32	7	1		45

d) Distribuição dos alunos por região de residência habitual

Região	Norte	Sul	Centro	Este	Oeste	Total
N		45				45

e) Distribuição dos alunos por discernimento de situação laboral

Ocupação	Apenas estudante	Estudante e trabalhador	Total
N	34	11	45

Grupo II

2 Dados académicos

a) Distribuição dos alunos por escola de proveniência

Escola	Pública	Privada	Mista	Total
N	35	6	4	45

b) Distribuição dos alunos por ano de conclusão (1º Ciclo do ensino secundário)

Ano de conclusão	2012	2013	2014	2015	2016	Total
N	2	1	2	25	15	45

c) As cadeiras mais preferidas pelos alunos

	Port.	Mat.	Física	Química	Biol.	Hist.	Filosofia	Psic.	Outro
N	13	14	21	20	32	7	4	7	19

d) Distribuição dos alunos segundo o tempo decorrido entre a conclusão do 1º Ciclo e o ingresso no 2º Ciclo do Ensino Secundário

Anos	4	3	2	1	Ingresso imediato	Total
N			5	13	27	45

e) Atividades exercidas pelos alunos antes de ingressar no ensino médio
- Pedreiro;
- Desporto
- Karate-Do (artes marciais);
- Negócio;
- Música;
- Balconista (Hotel);
- Trabalho artesanal

f) Alunos que gostam (ou não) da especialidade (Ciências Físicas e Biológicas)

Especialidade	Sim	Não	Total
N	41	4	45

Grupo III

3 Sobre a matemática

a) Relação dos alunos com a matemática

	Gosto muito	Gosto	Indiferente	Não gosto	Detesto	Total
N	7	23	9	2	4	45

b) Alunos que consideram fácil (ou não) a matemática

	Muito fácil	Fácil	Médio	Difícil	Muito difícil	Total
N		3	28	9	5	45

c) O desempenho em matemática dos alunos nas classes anteriores (1º ciclo do ensino secundário)

	Muito bom	Bom	Suficiente	Medíocre	Mau	Total
N	8	15	19	3	-	45

d) Distribuição dos alunos segundo a relevância que tem a matemática para vida real

	Muito relevante	Relevante	Mais ou menos relevante	Pouco relevante	Irrelevante	Total
N	21	14	6	4		45

e) Temas matemáticos preferidos pelos alunos da 12ª classe

- Equações;
- Monómios e polinómios;
- Números primos;
- Frações;
- Limite de uma função;
- Funções;
- Progressão aritmética;
- Inequação.

f) Temas matemáticos considerados menos interessantes
- Geometria plana;
- Método de Descart;
- Método de Rufin;
- Secções cónicas.

g) Alunos que aplicam (ou não) a matemática para resolver alguns problemas da vida real

Sim	Não	Total
32	13	45

h) Áreas consideradas pelos alunos que envolvem matemática
- Construção de casas;
- Contagem de dinheiro;
- Medições de terrenos;
- Colheita de produtos agrícolas.

i) Distribuição dos alunos segundo a proximidade entre a matemática da escola e a matemática do dia a dia

Muito próxima	Próxima	Muito distante	Distante	Total
11	17	6	11	45

Grupo IV

4. Sobre os artefactos

a) Alunos que conhecem (ou não) os artefactos

Sim	Não	Total
16	29	45

b) Alunos cujos familiares são (ou não) artesãos

Sim	Não
15	30

c) A tabela a seguir apresenta a quantidade dos alunos que sabem identificar os artefactos que envolvem matemática

Artefactos	Não sei	Sei pouco	Sei	Sei muito
Batuque	30	13	2	
Balaio	37	5	3	
Pisador	41	4		
Almofariz	24	10	11	
Colmeia	43	2		
Musiva	12	10	23	
Esteira	15	12	18	
Jugo ou canga	44	1		
Zagaia	13	27	5	
Cesto	36	8	1	

d) Alunos que já ouviram ou aprenderam (ou não) os artefactos na escola

Sim	Não
3	42

e) Alunos que realmente gostariam (ou não) de aprender a matemática com alguns exemplos de artefactos

Sim	Não
25	20

f) O quadro seguinte indica o número dos alunos que dizem ser (ou não) relevante a incorporação de artefactos no ensino da matemática

Relevante	Muito relevante	Não relevante	Não muito relevante
17	2	26	

Escola do Magistério – "Mwene Vunongue"

Grupo I

1 Dados pessoais dos alunos da **13ª classe**

a) Distribuição dos alunos por género

Género	Masculino	Feminino	Total
N	19	7	26

b) Distribuição dos alunos por faixa etária

Faixa etária	<10	10 - 15	16 – 21	22 - 27	28 - 33	34 - 39	>40	Total
N	-	-	3	19	4	-	-	26

c) Distribuição dos alunos por região de origem

Região	Norte	Sul	Centro	Este	Oeste	Total
N	5	15	5	1	-	26

d) Distribuição dos alunos por região de residência habitual

Região	Norte	Sul	Centro	Este	Oeste	Total
N	-	26	-	-	-	26

e) Distribuição dos alunos por discernimento de situação laboral

Ocupação	Apenas estudante	Estudante e trabalhador	Total
N	21	5	26

Grupo II

2 Dados académicos

a) Distribuição dos alunos por escola de proveniência

Escola	Pública	Privada	Mista/Comparticipada	Total
N	18	4	4	26

b) Distribuição dos alunos por ano de conclusão do 1º ciclo do ensino secundário

Ano de conclusão	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	Total
N	1	-	1	10	3	8	3	26

c) Cadeiras que os alunos mais gostam ou preferem

	Português	Matemática	Física	Química	Biologia	História	Outro
N	7	20	14	11	12	5	14

d) Distribuição dos alunos segundo o tempo decorrido entre a conclusão do primeiro ciclo e o ingresso no ensino médio (2º ciclo do ensino secundário)

Anos	4	3	2	1	Ingresso imediato	Total
N	-	2	4	5	15	26

e) Atividades exercidas pelos alunos antes de ingressar na Escola do Magistério (2º ciclo do ensino secundário)

- Empregado doméstico;
- Pedreiro.

f) Alunos que gostam (ou não) da especialidade (Matemática/ Física)

Especialidade	Sim	Não	Total
N	23	3	26

g) Razões de escolha da especialidade (argumento de cada aluno)

- Escolhi esta especialidade para ter domínio nesta área e para resolver problemas do dia a dia;
- Escolhi esta especialidade porque gosto das disciplinas exatas. Proporciona ao indivíduo a capacidade de ser ágil nas soluções dos problemas;
- Escolhi a matemática porque é mais prático e lógico, ou seja, abre a mente do aluno ou da pessoa. É importante porque a nossa vida quotidiana está relacionada com a matemática;
- Escolhi a matemática porque gosto de desafios;
- Escolhi esta especialidade porque gosto muito de tecnologia, por exemplo, dentro da informática podemos encontrar vários saberes matemáticos;
- Escolhi a especialidade de Matemática e Física porque gosto de fazer negócio. Ajuda-me a gerir bem as contas ou fazer uma contenção de gastos;
- Escolhi esta especialidade porque no 1º ciclo tinha muitas dificuldades tanto em matemática como em física. Por isso, preferi fazer para superar. É muito importante, porque nos ajuda a pensar ou fazer as coisas de forma simplificada;
- Escolhi a matemática porque desde muito tempo eu gostei de prática, e a matemática é uma ciência exata (ou é ou não é);
- Escolhi esta especialidade porque o ano que ingressei não havia vaga noutros cursos;
- Escolhi porque me ajuda na interpretação de vários problemas;
- A princípio não gostei de matemática, mas depois adaptei-me, agora gosto dela. Porque é uma ciência viva e prática. Nada é melhor do que a matemática;

- Escolhi porque desde a minha infância sempre tive sonho ou paixão pela especialidade.

Grupo III

3 Sobre a matemática

a) Relação dos alunos com a matemática

	Gosto muito	Gosto	Indiferente	Não gosto	Detesto	Total
N	13	11	2	-	-	26

b) Alunos que consideram fácil (ou não) a matemática

Muito fácil	Fácil	Normal	Difícil	Muito difícil	Total
-	14	5	6	1	26

c) O desempenho em matemática dos alunos nas classes anteriores

	Muito bom	Bom	Suficiente	Medíocre	Mau	Total
N	2	14	7	1	2	26

d) Distribuição dos alunos segundo a relevância que tem a matemática para vida real

	Muito relevante	Relevante	Mais ou menos relevante	Pouco relevante	Irrelevante	Total
N	13	9	3	1	-	26

e) Temas matemáticos preferidos pelos alunos da 13ª classe
- Lei de anulamento do produto;
- Matrizes e determinantes;
- Cálculo combinatório;
- Funções;
- Probabilidades e Estatística;
- Expressões algébricas;
- Proporcionalidade inversa;
- Intervalos;
- Eliminação de parenteses;
- Derivadas;
- Integrais;
- Frações;
- Teoria de conjuntos

f) Temas matemáticos considerados menos interessantes
- Seções cónicas;
- Equações exponenciais;

- Geometria;
- Números complexos;
- Potências.

g) Alunos que aplicaram ou aplicam (ou não) a matemática para resolver problemas da vida real

Sim	Não	Total
18	8	26

h) Áreas consideradas pelos alunos que envolvem matemática
- Divórcio ou/e separação;
- Serviço de táxi;
- Comércio (ou negócio);
- Desporto.

i) Distribuição dos alunos segundo a proximidade entre a matemática da escola e a matemática do dia a dia

Muito próxima	Próxima	Muito distante	Distante	Total
3	17	2	4	26

Grupo IV

4. Sobre os artefactos

a) Alunos que conhecem (ou não) os artefactos

Sim	Não	Total
8	18	26

b) Alunos cujos familiares são (ou não) artesãos

Sim	Não
17	9

c) A tabela a seguir apresenta a quantidade dos alunos que sabem identificar os artefactos que envolvem matemática

Artefactos	Não sei	Sei pouco	Sei	Sei muito
Batuque	11	9	6	
Balaio	15	6	5	
Pisador	21	5		
Almofariz	19	5	2	
Colmeia	17	6	3	
Musiva	7	11	8	
Esteira	5	11	10	
Jugo ou canga	20	6		

Zagaia	12	3	11	
Cesto	22	3	1	

d) Alunos que já ouviram ou aprenderam (ou não) os artefactos na escola

Sim	Não
2	24

e) Alunos que realmente gostariam (ou não) de aprender a matemática com alguns exemplos de artefactos

Sim	Não
21	5

f) O quadro seguinte indica o número dos alunos que dizem ser (ou não) relevante a incorporação de artefactos no ensino da matemática

Relevante	Muito relevante	Não relevante	Não muito relevante
23		3	

Escola Superior Pedagógica do Cuando Cubango, Universidade Cuito Cuanavale

Grupo I

1 Dados pessoais dos alunos de licenciatura do curso de ensino da matemática

a) Distribuição dos alunos por género

Género	Masculino	Feminino	Total
N	30	2	32

b) Distribuição dos alunos por faixa etária

Faixa Etária	<10	10 - 15	16 - 21	22 – 27	28 - 33	34 - 39	>40	Total
N	-	-	3	28	1	-	-	32

c) Distribuição dos alunos por região de origem

Região	Norte	Sul	Centro	Este	Oeste	Total
N	6	17	8	-	-	32

d) Distribuição dos alunos por região de residência habitual

Região	Norte	Sul	Centro	Este	Oeste	Total
N	-	32	-	-	-	32

e) Distribuição dos alunos por discernimento de situação laboral

Ocupação	Apenas estudante	Estudante e trabalhador	Total
N	31	1	32

Grupo II

2. Dados académicos

a) Distribuição dos alunos por tipo de escola de proveniência

Escola	Pública	Privada	Mista	Total
N	29	2	1	32

b) Escola onde os alunos concluíram ou fizeram o ensino médio

Secundário (PUNIV)	Formação Técnico-profissional	Formação de professores	Outra
11	3	18	32

c) Distribuição dos alunos por ano de conclusão do segundo ciclo do ensino secundário

Ano de conclusão	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	Total
N		2	1	3	5	10	11	32

d) Cadeiras que os alunos mais gostam ou preferem

	Port.	Mat.	Física	Química	Biol.	Hist.	Geog.	outras
N	8	32	21	10	7	3	3	20

e) Distribuição dos alunos segundo o tempo decorrido entre a conclusão do segundo ciclo do ensino secundário e o ingresso no ensino superior (graduação)

Anos	8	7	6	5	4	3	2	1	Ingresso imediato	Total
N				2	2	3	6	12	7	32

f) Atividades exercidas pelos alunos antes de ingressar no ensino superior

- Eletricista;
- Serralheiro;
- Carpinteiro;
- Alfaiate;
- Empregado doméstico;
- Cabeleireiro;
- Comerciante ou negociante.

g) Alunos que gostam (ou não) do curso de ensino da Matemática

Curso	Sim	Não	Total
N	31	1	32

Grupo III

3. Sobre a matemática

a) Relação dos alunos com a matemática

	Gosto muito	Gosto	Indiferente	Não gosto	Detesto	Total
N	17	15	-	-	-	32

b) Alunos que consideram fácil (ou não) a matemática

Muito fácil	Fácil	Normal	Difícil	Muito difícil	Total
2	14	14	2	-	32

c) O desempenho em matemática dos alunos nas classes anteriores (ensino médio)

	Muito bom	Bom	Suficiente	Medíocre	Mau	Total
N	9	17	6	-	-	32

d) Distribuição dos alunos segundo a relevância que tem a matemática para vida real

	Muito relevante	Relevante	Mais ou menos relevante	Pouco relevante	Irrelevante	Total
N	19	13	-	-	-	32

e) Temas matemáticos preferidos pelos alunos do curso de ensino da Matemática (1º ano)

- Potências;
- Equações;
- Derivadas;
- Teoria sobre conjuntos;
- Limites;
- Factorização;
- Funções;
- Monómios e polinómios;
- Matrizes;
- Infinitésimo;
- Integrais;
- Inequação;
- Radiciação;
- Intervalos;
- Racionalização;

f) Temas matemáticos considerados menos interessantes

- Frações;
- Progressão aritmética;
- Geometria plana;
- Números complexos;
- Logaritmos.

g) Alunos que aplicam (ou não) a matemática para resolver problemas da vida real

Sim	Não	Total
25	7	32

h) Áreas consideradas pelos alunos que envolvem matemática
- Construção civil;
- Compra de produtos da cesta básica ou outros;
- Poupança;
- Aniversário;
- Televisão;
- Música;
- Encontros familiares.

i) Distribuição dos alunos segundo a proximidade entre a matemática da escola e a matemática do dia a dia

Muito próxima	Próxima	Muito distante	Distante	Total
3	22	2	5	32

Grupo IV

4. Sobre os artefactos

a) Alunos que conhecem (ou não) os artefactos

Sim	Não	Total
15	17	32

b) Alunos cujos familiares são (ou não) artesãos

Sim	Não
12	20

c) A tabela a seguir apresenta a quantidade dos alunos que sabem identificar os artefactos que envolvem matemática

Artefactos	Não sei	Sei pouco	Sei	Sei muito
Batuque	14	10	7	1
Balaio	9	13	10	
Pisador	15	11	6	
Almofariz	11	14	7	
Colmeia	20	9	3	
Musiva	5	10	14	3
Esteira	3	13	15	1
Jugo ou canga	25	6	1	
Zagaia	12	8	10	2
Cesto	23	7	2	

d) Alunos que já ouviram ou aprenderam (ou não) os artefactos na escola

Sim	Não
5	27

e) Alunos que realmente gostariam (ou não) de aprender a matemática com alguns exemplos de artefactos

Sim	Não
30	2

f) O quadro seguinte indica o número dos alunos que dizem ser (ou não) relevante a incorporação de artefactos no ensino da matemática do Ensino Secundário

Relevante	Muito relevante	Não relevante	Não muito relevante
27	2	3	

Escola Superior Pedagógica do Cuando Cubango, Universidade Cuito Cuanavale

Grupo I

1. Dados pessoais dos alunos de licenciatura do curso de ensino da Biologia

a) Distribuição dos alunos por género

Género	Masculino	Feminino	Total
N	23	12	35

b) Distribuição dos alunos por faixa etária

Faixa etária	<10	10 - 15	16 – 21	22 - 27	28 - 33	34 - 39	>40	Total
N	-	-	12	23	-	-	-	35

c) Distribuição dos alunos por região de origem

Região	Norte	Sul	Centro	Este	Oeste	Total
N	9	15	11	-	-	35

d) Distribuição dos alunos por região de residência habitual

Região	Norte	Sul	Centro	Este	Oeste	Total
N	-	35	-	-	-	35

e) Distribuição dos alunos por discernimento de situação laboral

Ocupação	Apenas estudante	Estudante e trabalhador	Total
N	29	6	35

Grupo II

2. Dados académicos

a) Distribuição dos alunos por tipo de escola de proveniência

Escola	Pública	Privada	Mista	Total
N	34	1	-	35

b) Escola onde os alunos concluíram ou fizeram o ensino médio

Secundário (PUNIV)	Formação Técnico-profissional	Formação de professores	Outro	Total
19	-	16	-	35

c) Distribuição dos alunos por ano de conclusão do segundo ciclo do ensino secundário

Ano de conclusão	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	Total
N	1	-	2	6	7	14	5	35

d) Cadeiras que os alunos mais gostam ou preferem

	Port.	Mat.	Física	Química	Biol.	Hist.	Geog.	outras
N	12	12	10	18	25	7	5	23

e) Distribuição dos alunos segundo o tempo decorrido entre a conclusão do segundo ciclo do ensino secundário e o ingresso no ensino superior (graduação)

Anos	8	7	6	5	4	3	2	1	Ingresso imediato	Total
N	1		1	-	3	3	7	12	8	35

f) Alunos que gostam (ou não) do curso de ensino de Biologia

Curso	Sim	Não	Total
N	30	5	35

Grupo III

3. Sobre a matemática

a) Relação dos alunos com a matemática

	Gosto muito	Gosto	Indiferente	Não gosto	Detesto	Total
N	3	22	3	7	-	35

b) Alunos que consideram fácil (ou não) a matemática

Muito fácil	Fácil	Médio	Difícil	Muito difícil	Total
-	6	22	4	3	35

c) O desempenho em matemática dos alunos nas classes anteriores (ensino médio)

	Muito bom	Bom	Suficiente	Medíocre	Mau	Total

N	5	13	14	2	1	35

d) Distribuição dos alunos segundo a relevância que a matemática tem para vida real

	Muito relevante	Relevante	Mais ou menos relevante	Pouco relevante	Irrelevante	Total
N	22	9	2	2	-	35

e) Temas matemáticos preferidos pelos alunos do curso de ensino de Biologia (1º ano)

- Notação científica;
- Potências;
- Equações;
- Conjunto de números reais;
- Limites;
- Factorização;
- Funções contínuas;
- Intervalos.

f) Temas matemáticos considerados menos interessantes
- Frações;
- Monómios e polinómios;
- Geometria;
- Raiz quadrada;
- Racionalização.

g) Alunos que aplicam (ou não) a matemática para resolver questões relacionadas com a vida quotidiana

Sim	Não	Total
28	7	35

h) Áreas consideradas pelos alunos que envolvem matemática

- Planeamento familiar;
- Loteamento de terrenos;
- Período ou ciclo menstrual;
- Transporte;
- Horas (tempo);

i) Distribuição dos alunos segundo a proximidade entre a matemática da escola e a matemática do dia a dia

Muito próxima	Próxima	Muito distante	Distante	Total
11	11	11	2	35

Grupo IV

4. Sobre os artefactos
   a) Alunos que conhecem (ou não) os artefactos

Sim	Não	Total
17	18	35

   b) Alunos cujos familiares são (ou não) artesãos

Sim	Não
21	14

   c) A tabela a seguir apresenta a quantidade dos alunos que sabem identificar os artefactos que envolvem matemática

Artefactos	Não sei	Sei pouco	Sei	Sei muito
Batuque	26	9		
Balaio	30	5		
Pisador	32	3		
Almofariz	27	5	3	
Colmeia	33	2		
Musiva	25	4	6	
Esteira	21	4	10	
Jugo ou canga	29	6		
Zagaia	23	5	7	
Cesto	22	13		

   d) Alunos que já ouviram ou aprenderam (ou não) os artefactos na escola

Sim	Não
1	34

   e) Alunos que realmente gostariam (ou não) de aprender a matemática com alguns exemplos de artefactos

Sim	Não
21	14

   f) O quadro seguinte indica o número dos alunos que dizem ser (ou não) relevante a incorporação de artefactos no ensino da matemática do Ensino Secundário

Relevante	Muito relevante	Não relevante	Não muito relevante
27	2	6	

Anexo 5:
Transcrição das Entrevistas aos Docentes

Neste anexo transcrevemos as entrevistas dirigidas ao corpo docente do ensino primário, secundário e superior da região sul de Angola (Menongue, Cuando Cubango).

A5.1 Professor 1 (Escola de Formação de Professores)

I. Autor: ouve-se muito nas escolas, nas universidades, nas ruas que a matemática é "bicho-de-sete-cabeças", sem sentido e está desligada da vida real. Como professor de matemática o que tem a dizer?
Professor: a pergunta é verdadeira, ou seja, não está fora daquilo que os alunos falam ou comentam: "a matemática é muito difícil, não tem ligação com aquilo que fazemos ou que faremos, não sabemos onde vamos aplicar". Alguns alunos, quando vão fazer as inscrições de exame de acesso às universidades, procuram os cursos que não têm, na sua grelha curricular, a cadeira de matemática.

II. Autor: Então, o que é que está por detrás disso professor? Ou melhor, o que é que motiva os alunos?
Professor: a matemática não é isso que paira em mentes dos alunos. Ela está, sim, ligada com a vida real, está em toda a parte ou em todo o canto. O problema está connosco (professores) pois nos limitamos a lecionar ou dar aquilo que está nos livros (corremos ou aceleramos com a matéria para acabar o programa) e não saímos para o exterior (pensar fora da caixa), ou seja, não buscamos aquilo que os alunos fazem no dia a dia para amenizar o ensino da matemática ou ajudá-los a compreender a matéria que ensinamos. Os alunos fazem compras nos mercados ou são mandados pelas famílias aos centros comerciais ou às "pracinhas" para comprar produtos da cesta básica, fazem as contas mentalmente ou em papeis para acertar ou saber quanto vão dar ou pagar, por exemplo, doze (12) kg de arroz e dez (10) kg de fuba. Com esse exemplo, podemos, sim, ensinar a resolver equações ou a teoria de redução dos termos semelhantes, substituir x pelo arroz e y pela fuba. É possível, se misturarmos fuba e arroz, obtermos fuba ou arroz? Claro que não. Pois são produtos diferentes ou variáveis diferentes.
Dito de outro modo: 12 kg de arroz + 10 kg de fuba = 12 kg de arroz + 10 kg de fuba ou $12x+10y = 12x+10y$ (não são termos semelhantes, se misturarmos fuba e arroz vamos obter fuba e arroz) ou, ainda, $\frac{1}{12}x = 500$ (500 kwanzas é o preço de 1kg de arroz) e $\frac{1}{10}y = 400$ (400 kwanzas é o preço de 1kg de fuba). A matemática está presente em todas as atividades que os alunos exercem, nós como professores temos que mostrar ou descortinar essa matemática para ajudarmos os alunos a entender os conteúdos matemáticos que ensinamos nas escolas

III. Autor: é fácil fazer isso?
Professor: é difícil, mas é possível!
Vamos recordar o ditado popular "o professor é combatente da linha da frente". O professor deve explorar todas as vias e, no final, seguir a melhor via (ou caminho) para atingir a meta. Tirar a matemática do dia a dia e levá-la para a sala de aula pode ser uma das vias para ligar ou juntar os alunos à matemática. Se nós, professores, fizermos isso (buscarmos aquilo que os alunos fazem no dia a dia que envolve matemática e relacionarmos com os conteúdos matemáticos), com certeza, poderemos tornar a matemática menos abstrata ou mais atraente.

Outro exemplo, que podemos dar é do Matias Damásio, o músico angolano, que diz "a raiz quadrada do meu coração". Este exemplo pode contribuir para ensinar a radiciação ou despertar o interesse dos alunos para aprender ou saber como determinar a raiz quadrada de um número.
Também não podemos esquecer que muitos dos nossos alunos têm familiares que fabricam ou fazem objetos africanos como, por exemplo, balaio, almofariz, lemo, pisador, batuque, esteiras. A beleza ou os enfeites que eles põem nestes objetos não estão fora da matemática. Isso dá, muito bem, para levarmos ou relacionarmos com alguns conteúdos matemáticos que ensinamos nas escolas.

IV. Autor: já foi questionado por alguém na rua ou na sala de aula sobre o uso da matemática no dia a dia?
Professor: sim, por um aluno na sala de aula, colocou-me a seguinte questão: "professor, onde vou aplicar as equações do segundo grau na vida real?" Esse aluno, por coincidência, era funcionário da Instituição. Pedagogicamente, eu disse ao aluno: a sineta, que está sobre a mesa, que tu tocas sempre, na hora de saída ou entrada de alunos para sala de aula, representa uma equação do segundo grau pois tem uma forma parabólica e um ferro vertical que uma das suas pontas está posicionada no centro da sineta.

V. Autor: que temas matemáticos que os alunos consideram menos interessantes ou mais difíceis?
Professor: o interesse, a princípio, vai depender de quem está à frente dos alunos a ensinar ou orientar. O professor que explora ou experimenta todas as vias, como já nos referimos, consegue tirar ou relacionar o mundo abstrato com o mundo real, ou seja, consegue incorporar aquilo que os alunos fazem no dia a dia, que envolve matemática, nos conteúdos matemáticos que são ensinados nas escolas. Isso pode elevar o nível de interesse dos alunos, eles podem estar mais interessados/motivados e não encarar a matemática como "bicho- de-sete-cabeças" ou "estranha".

VI. Autor: que área da matemática que os alunos consideram menos importante?
Professor: a geometria é uma das áreas de matemática que os alunos consideram menos relevante. Os professores, principalmente, do ensino primário e primeiro ciclo do ensino secundário poderiam utilizar vias alternativas ou metodologias mais adequadas para que os conteúdos matemáticos venham estar mais próximos da realidade dos alunos.

VII. Autor: conhece alguns artefactos presentes aqui no Cuando Cubango?
Professor: sim, conheço alguns.
VIII. Autor: quais são?
Professor: batuque, panelas de barro, balaio, almofariz

IX. Autor: como podemos incorporar estes artefactos no ensino da matemática? Que vantagem têm?
Professor: é simples, por exemplo, quando estivermos a falar ou ensinar um conteúdo matemático para torná-lo mais fácil podemos relacionar com alguns objetos artesanais que os alunos conhecem ou podemos perguntar primeiro aos alunos: conhecem alguns objetos artesanais? Alguém já viu uma vez um objeto artesanal? Alguém de vocês aqui na sala já fez ou teve? A sua incorporação pode ser feita no início da aula (na parte motivacional ou na parte de asseguramento do nível de partida) ou mesmo ao longo da aula. Isso dá ou traz

vantagem, por um lado, vai envolver o pai no ensino, o filho ao ver os artefactos ou o pai a produzir poderá interagir ou dizer: isto que o pai (artesão) está a fazer vi ou dei com o meu professor de matemática e, por outro, estaremos a preservar a nossa cultura e teremos uma identidade própria.
Este trabalho, penso que, surgiu numa boa hora porque há um caderno aqui, na Escola do Magistério Nº 79, onde cada professor está a escrever ou propor estratégias para o melhoramento do ensino aqui em Angola. É um Projeto Nacional de Auscultação, todas as províncias foram informadas ou tiveram acesso a este documento para que os diretores das Instituições de Ensino possam ouvir os professores ou recolher as suas propostas.

X. Autor: os professores de matemática desta escola nas aulas de geometria apresentam ou relacionam os conteúdos com alguns artefactos?
Professor: aqui, na Escola do Magistério, não se verifica tanto, isso é muito mais nas escolas primárias ou nas áreas longínquas (ou aldeias) onde os alunos estão mais culturados, observam muitos artefactos ou acompanham os seus familiares a produzir. Aqui nas cidades, principalmente nas escolas secundárias, os alunos estão aculturados, o acesso ou acompanhamento não é total.

XI. Autor: sabemos que muitos professores que dão aulas no ensino primário ou em áreas longínquas são formados aqui no Magistério Secundário, o professor falou da aculturação ou os alunos estão mais aculturados, isso não influencia negativamente no processo de ensino e aprendizagem?
Professor: a modernização ou modernismo é normal que venha, mas apegar ou basear nela é uma questão que deve ser controlada, o professor tem que ter limite ou saber o que é necessário ensinar para não perder as suas verdadeiras raízes. O professor não tem lugar fixo em qualquer lugar ele vai para ensinar, é treinado ou formado para isso.

A5.2 Professor 2 (Escola de Formação de Professores)

I. Autor: que relevância tem o estudo de artefactos matemáticos?
Professor: o estudo é bastante relevante ou pertinente, visto que o país (os especialistas) tem estado a procurar ou desenvolver na matemática novos aplicativos para que ela seja mais valorizada pela sociedade. O estudo pode, por um lado, mostrar que a matemática que se ensina ou que se aprende na escola tem onde pode ser encontrada ou usada e, por outro, pode contrariar aquela perceção que as pessoas (ou alunos) têm sobre a matemática "a matemática não está ligada com o mundo real ou com aquilo que se faz no dia a dia".

II. Autor: o que é que origina isso? Ou seja, de onde vem essa perceção?
Professor: bem, esta é uma questão que deve ser pensada por todos os professores de matemática principalmente os professores de ensino primário, é no ensino primário onde começa tudo ou está o primeiro sabor da matemática, o corpo docente do ensino primário se não retransmitir bem o conhecimento, com certeza, o aluno fica com uma "vacatura" de conhecimento e quando chegar noutros níveis de ensino, ele, terá muitas debilidades. Os conteúdos matemáticos lecionados sobretudo no ensino primário se forem relacionados com os artefactos ou com aquilo que as crianças fazem no dia a dia poderemos ter bons resultados.

III. Autor: que vias ou metodologia que podemos seguir para incorporarmos os artefactos matemáticos no ensino da matemática?
Professor: primeiramente temos que fazer o estudo de viabilidade, ou seja, temos que conhecer o meio ou espaço onde o aluno está inserido, identificar os artefactos ou os objetos que os alunos dominam ou conseguem ter e ver com facilidade e, depois disso, vamos ensinar o conteúdo a partir da sua realidade, ou seja, a partir dos objetos que convive com eles no seu dia a dia. Podemos usar, por exemplo, pauzinhos ou missangas para fazer a contagem, caixas de ovos para diferenciarmos as quantidades de objetos, *maboque*. O *maboque* é uma fruta muito importante, quando quebramos, ele, fica dividido em quatro partes iguais. Com este exemplo, podemos ensinar as frações e se posicionarmos o *maboque* vertical ou horizontalmente poderemos observar o sistema cartesiano ou os quatro quadrantes.
Outro ponto importante, quando estamos a ensinar a matemática, podemos usar a matemática como brincadeira para o aluno entender, ou melhor, podemos ensinar a matemática baseando em brincadeiras e depois passarmos para o campo científico.

IV. Autor: Como e em que momento podemos ensinar isso?
Professor: Eu posso dizer que é muito simples, mas os outros podem dizer o contrário. O momento é sempre durante toda a aula, numa primeira fase, no Asseguramento do Nível de Partida, visto que o ANP serve para familiarizar o indivíduo ou aluno com o conteúdo, temos que trazer na aula sempre alguma coisa, aquilo que eles dominam ou fazem no seu dia a dia de modo que quando entrarmos no conteúdo os alunos venham sentir-se à vontade. Por exemplo, se estivermos numa sala de aula e quisermos falar ou ensinar os triângulos, podemos perguntar aos alunos: estão a ver aquela janela? Então, se nós repartirmos ela na diagonal o que é que vai resultar ou acontecer? O professor não vai mostrar, mas sim vai construir o conhecimento em função do método de exploração, o professor vai explorar um pouco aquilo que os alunos dominam ou sabem. Surpreendentemente, pode haver alunos que vão dizer: professor, se repartimos a janela na sua diagonal teremos dois triângulos. A matemática é uma ciência que serve para abrir a consciência e pôr as pessoas (alunos) a pensar.
Os professores devem ser criativos, dinâmicos porque se esperarmos do executivo ou dos escritores que façam tudo ou venham fazer constar nos manuais não será agora. Tenho dito sempre que o executivo já faz muita coisa o que falta agora é a nossa aplicação. Os especialistas (professores de matemática e matemáticos) devem desenvolver estudos explorativos, ou seja, procurar aquilo que as pessoas fazem no dia a dia que envolve matemática e aplicar no ensina da matemática.

V. Autor: como fazermos para que os professores de matemática sobretudo os de ensino primário venham incorporar essas práticas no ensino da matemática?
Professor: bem, para uniformizar isso, primeiro, tem que se colocar alguns pontos chaves nos manuais, nos programas principalmente nas questões metodológicas, promover encontros pedagógicos ou palestras. Mas isso não pode retardar a incorporação daquelas práticas que podem melhorar o ensino da matemática, os professores devem ser inventores ou criativos para tornar a aula de matemática mais atraente.

VI. Autor: quais são os temas matemáticos que dificultam mais os alunos?
Professor: os temas que dificultam muito os alunos, em particular os de ensino primário e primeiro ciclo, são: os números racionais, os números decimais, operações de subtração e divisão, os números fracionários (principalmente na adição de frações com denominadores

diferentes, na divisão de frações). Na divisão, os alunos não percebem que ao dividir alguma coisa tem que se repartir as quantidades iguais indicadas; as frações com denominadores diferentes tem sido difícil os alunos entender, mas se mostrarmos ou relacionarmos com a vida prática poderemos torná-las mais fácil, por exemplo, se tivermos um bolo e dissermos assim aos alunos: vamos dividir o bolo para cinco pessoas. Com este exemplo, podemos tornar fácil o ensino das frações.

VII. Autor: quais são outros exemplos que podemos dar ou usar para tornarmos fácil o ensino dos números fracionários ou racionais?
Professor: além do bolo, podemos usar outro exemplo que é mais prático, o ovo não cozido. Entregamos o ovo ao aluno e pedimos para repartir, ele poderá dizer que não é possível pois se eu quebrar vai, com certeza, despejar ou esvaziar. Com este exemplo e outros que podem surgir, os alunos conseguem perceber ou entender que os números racionais não são números inteiros.

VIII. Autor: como é que os alunos do ensino primário e secundário encaram a geometria?
Professor: a geometria também é um dos temas que dificulta os alunos, nós (professores) temos pouca cultura de usarmos os instrumentos, chegamos na sala de aula pegamos o giz e começamos logo a escrever ou a desenhar sem instrumento.

IX. Autor: mencione alguns artefactos presentes aqui no Cuando Cubango
Professor: batuque, balaio, panelas de barro, almofariz, cadeira tradicional ou de pele do animal.
X. Autor: estes artefactos envolvem alguma matemática?
Professor: sim, envolvem. Por exemplo, o balaio tem o formato de um círculo.

A5.3 Professor 3 (Escola Secundária)

Autor: qual é a classe que leciona?
Professora: leciono as classes: 7ª, 8ª e 9ª

Autor: há quantos anos que leciona a disciplina de matemática?
Professora**:** há quatro anos

*Autor***:** como é que os alunos destas classes encaram a matemática?
Professora: os alunos destas classes a maior parte quando vem de casa ou quando sabe que hoje tem matemática vem ou entra na sala de aula já com preconceito ou "com a mentalidade comprometida" que a matemática é muito difícil em aprender.
Autor: a professora uma vez já procurou saber a causa ou o que origina isso?
Professora: sim, já procurei, a maior parte dos alunos vem do ensino primário com poucas bases, ou seja, o ensino da matemática, neste nível, não tem sido muito profundo, o que deveria aprender em matemática ela não aprende. Muitas vezes nós (professores do primeiro ciclo) somos obrigados a recuar ou a ensinar aos alunos aquilo que eles não deram ou não aprenderam, mas isso não tem sido suficiente.

Autor: o que é que os alunos do ensino primário deveriam aprender em matemática?

Professora: muita coisa, a tabuada, por exemplo, os alunos não têm muito domínio nesta área.

Autor: os alunos no seu dia a dia fazem matemática?
Professora: sim, eles fazem. Por exemplo, nas turmas onde eu passo ou leciono a maior parte dos alunos é negociante.

Autor: Em que momento podemos incorporar isso na aula de matemática?
Professora: podemos incorporar esta matemática no começo, ao longo ou no final da aula.

Autor: quais são os temas matemáticos que os alunos consideram menos interessantes ou mais difíceis?
Professora: os temas menos interessantes ou que mais dificultam os alunos são: equações para 8ª classe e figuras geométricas para 7ª classe.

Autor: os alunos da 8ª classe não têm dificuldades em geometria?
Professora: também têm dificuldades. A geometria a maior parte dos alunos do primeiro ciclo (7ª, 8ª e 9ª classes) tem dificuldades, ou seja, muitos dos alunos manifestam pouco interesse em aprender a geometria.

Autor: a professora conhece alguns artefactos presentes aqui no Cuando Cubango?
Professora: sim, conheço alguns.

Autor: quais são?
Professora: esteira, balaio, batuque, chapéus, gamela, almofariz, vassoura de capim, machado, peneira...

Autor: os artefactos que a professora mencionou envolvem alguma matemática?
Professora: sim, envolvem.

Autor: estes artefactos são relevantes para o ensino da matemática?
Professora: sim, são muito relevantes, porque podem despertar no aluno o interesse em aprender a matemática, em particular a geometria, e podem também ajudá-lo a relacionar a matemática com o mundo real.

Autor: que metodologia aconselhável podemos seguir para incorporarmos estes artefactos nas aulas de matemática?
Professora: Podemos incorporá-los nas aulas práticas (exercícios) ou no decorrer da aula (nos exemplos).

A5.4 Professor 4 (Escola Primária)

Autor: que nível de ensino leciona?
Professor: leciono no ensino primário

Autor: quais são as classes

Professor: 4ª, 5ª e 6ª classes

Autor: que importância tem a matemática na vida real?
Professor: a matemática é muito importante porque nos ajuda a resolver alguns problemas do dia a dia, nos ajuda a pensar para fazermos bem as coisas ou agirmos bem. Em suma a matemática está em todas as facetas da nossa vida.

Autor: dê alguns exemplos daquilo que as pessoas ou alunos fazem no dia a dia que envolve matemática
Professor: há muita coisa que os alunos fazem que envolve matemática, por exemplo, ao sair de casa para a escola, o tempo que eles fazem ou os quilómetros que percorrem das suas casas até ao estabelecimento de ensino, tudo isso é matemática, fazem matemática,

Autor: quais são os temas matemáticos que dificultam mais os alunos do ensino primário?
Professor: as quatro operações (multiplicação, divisão, adição e subtração), a geometria (algumas figuras como triângulo, quadrado, retângulo, trapézio).

Autor: o professor domina ou conhece alguns artefactos presentes aqui no Cuando Cubango?
Professor: sim, conheço.
Autor: quais são?
Professor: batuque, faca Ngangela, cadeira de pele de animal, balaio, almofariz...

Autor: Estes artefactos envolvem alguma matemática?
Professor: sim, muita matemática principalmente a geometria.
Autor: que metodologia aconselhável podemos seguir para incorporarmos os artefactos na aula de geometria?
Professor: podemos incorporar estes artefactos no desenvolvimento ou quando estivermos a desenvolver a matéria, isso exige uma boa preparação da parte dos professores, essa preparação pode ser feita por via de palestras, seminários.
Autor: o professor tem feito isso?
Professor: tenho usado, sobretudo nas aulas de geometria, os brinquedos e os pauzinhos, mas os artefactos (que mencionei) ainda não.

A5.5 Professor 5 (Escola de Formação de Professores)

Primeiramente, o autor apresentou o objetivo da investigação

Autor: leciona em que ano?
Professor: leciono no 1º e 3º ano de licenciatura
Autor: quais são as cadeiras que o professor leciona?
Professor: leciono geometria, equações diferenciais e estatística aplicada
Autor: há quantos anos leciona essas cadeiras?
Professor: há 3 anos
Autor: que relevância tem o estudo das produções culturais ou aquilo que as pessoas fazem no dia a dia que envolve matemática?
Professor: esta é uma investigação de grande relevância pois muita gente, hoje, encara a matemática como algo de outro mundo ou algo que não pertence ao nosso planeta,

principalmente aqui na província do Cuando Cubango, as pessoas têm uma ideia de que a matemática é um bicho-de-sete-cabeças e, na verdade, não é isso. A matemática, como sabemos, está presente no nosso dia a dia, tudo que fazemos envolve matemática, hoje a matemática desenvolveu-se tanto até nas telecomunicações ela está lá. Tudo isso, nós como professores, devemos incutir em mente da sociedade (ou alunos) pois somos nós que formamos, devemos desmistificar este mistério que há em matemática. O grande problema está em conciliar ou relacionar a matemática académica com a vida prática, devemos ter esta responsabilidade sempre que vamos para a sala de aula ou sempre que vamos desenvolver um tema de matemática procurar relacionar este tema com a vida prática, no sentido de chamarmos a atenção dos alunos para que, eles, possam desenvolver aquele gosto pela matemática. A matemática, principalmente aqui no Cuando Cubango, está em subdesenvolvimento, nós vemos que há um défice muito grande de pessoas formadas em matemática, formadas no verdadeiro sentido, os alunos que saem ou vêm do ensino médio quase não conseguem entrar na universidade, a maior parte vem sem bases em matemática ou vem duma base deformada. Isso tudo recai aos professores, nós como professores é que temos esta responsabilidade de ensinar ou levar a matemática mais perto dos alunos ou da sociedade, temos de relacionar os conteúdos matemáticos com a vida prática. Penso que é fundamental, partir por aqui (relacionar os conteúdos matemáticos com a vida real), para que desenvolvamos outros assuntos de matemática duma maneira saudável, para que tenhamos bons professores de matemática e não só para que os alunos ou a sociedade possa gostar da matemática.

Autor: Como é que podemos relacionar a matemática escolar com a vida prática?
Professor: quanto a isso, eu penso no seguinte: os professores, como já disse, têm uma grande responsabilidade, o que se aprende na escola é de grande responsabilidade do professor, nós sabemos que o professor é quem faz ou elabora o plano de aula, o professor é quem ensina ou transmite o conhecimento, embora haja essa relação bilateral entre o professor e aluno.

Autor: que temas matemáticos que os alunos consideram menos interessantes ou mais difíceis?
Professor: desde muito tempo a geometria vem sendo um tema muito difícil ou mesmo menos interessante para muitos alunos, principalmente aqui no Cuando Cubango, da experiência que tenho a geometria é uma área de matemática que traz dor de cabeça ou interessa pouco os alunos. Os temas de geometria são os temas que os alunos têm mais dificuldades em aprender, tudo isso é porque, se calhar, os professores não conseguem relacionar as figuras geométricas com a vida prática, sabemos que a geometria se identifica muito mais com a vida prática.

Autor: as produções do dia a dia que envolvem matemática se nós incorporarmos no ensino da matemática poderão tornar a matemática menos abstrata e mais divertida?
Professor: sim, poderão tornar. Como já disse a geometria é uma área da matemática que se identifica muito mais com a vida prática, por exemplo, as construções de casas, as medições, as distâncias, os objetos artesanais. Podemos relacionar isso tudo ou sempre que vamos à sala de aula podemos relacionar a geometria com a vida prática do aluno. Há, sim, possibilidade de a aula correr melhor ou o aluno aprender quando relacionarmos os conteúdos matemáticos com o mundo real.

Autor: como é que podemos ensinar matemática principalmente a geometria incorporando os artefactos?
Professor: há muitas formas para ensinarmos a geometria incluindo as produções culturais ou relacionando com a nossa vida prática. Por exemplo, podemos trazer, se estivermos a ensinar no ensino primário, onde os alunos precisam de ganhar mais bases para sustentar o ensino médio e o ensino superior, alguns objetos africanos que os nossos alunos dominam ou conhecem. Na natureza existe muitas formas geométricas e podemos, muito bem, mostrar aos alunos essas formas que a natureza contém. Estas são algumas vias que podemos seguir para ensinarmos os conteúdos matemáticos incorporando exemplos da vida prática.

Autor: mencione alguns artefactos presentes aqui no Cuando Cubango
Professor: o balaio, o almofariz, a peneira, a flecha...

Autor: os artefactos que o professor mencionou envolvem alguma matemática?
Professor: sim, envolvem principalmente o ramo da geometria.

Autor: a incorporação destes artefactos no ensino da geometria pode tornar a geometria mais atraente?
Professor: sim, pode e são de fácil acesso, ou seja, a maior parte de alunos tem esses artefactos (balaio, almofariz, peneira) em casa. Como são de fácil acesso a probabilidade de eles conhecer é maior. Isso pode facilitar o professor a ilustrar esses artefactos para que os alunos compreendam o conteúdo que ele traz, no caso das figuras geométricas.

Anexo 6:
Aula de contextualização

Aula de contextualização: Estudantes de Licenciatura, pós-laboral, 3º Ano do Curso de Ensino da Matemática da Escola Superior Pedagógica do Cuando Cubango (fotografada no dia 29 de março de 2021)

Título:
"Os mais antigos artefactos matemáticos: Uma abordagem sobre a História da Matemática"

Introdução

Antes de falarmos dos artefactos ou registos mais antigos em ossos vamos, primeiramente, definir a matemática.

> "A matemática torna visível o invisível"
> (Devlin, 2012).

Segundo o matemático brasileiro, Ubiratan D´Ambrosio, a matemática é uma estratégia desenvolvida pela espécie humana ao longo da sua história para explicar, para entender, para manejar e conviver com a realidade sensível, percetível e com o seu imaginário dentro de um contexto natural e cultural (D´Ambrósio, 2005).

Os grandes heróis da matemática, isto é, aqueles indivíduos historicamente apontados como responsáveis pelo avanço e consolidação dessa ciência, são identificados na Antiguidade grega e posteriormente, na Idade Moderna, nos países centrais da Europa, mormente Inglaterra, França, Itália, Alemanha. Os nomes mais lembrados são: Euler, Peano, Fermat, Cauchy, Tales, Pitágoras, Euclides, Descartes, Galileu, Newton, Leibniz, Hilbert, Einstein, Hawkings.

O conhecimento matemático não é resultado de uma única cultura, mas é resultado da produção de várias culturas de diversas paragens do mundo. É a partir da atividade humana que os povos criaram conhecimentos matemáticos para satisfazer as suas necessidades. As exigências da vida obrigaram cada povo a pensar e a encontrar técnicas/formas de produzir para obter aquilo que precisa para a sua vida.

Desde o enceto da humanidade, cada cultura tem desenvolvida diferentes ideias e práticas matemáticas nas suas atividades do dia a dia. Os números, por exemplo, eram utilizados essencialmente para realizar contagens, nomeadamente, do número de dias que faltavam para caçar, das presas que apanhavam, dos ciclos menstruais da mulher, das fases das luas. Veja a seguir os mais antigos registos (ou artefactos) matemáticos:

O osso de Lebombo

Este osso é, hoje, conhecido o mais antigo artefacto matemático, datado de 35.000 anos a. C. É uma fíbula de babuíno com 29 entalhes bem definidos, com um comprimento aproximado de 8 cm, foi descoberto por arqueólogo Peter Beaumont em 1970 na Border Cave, uma Caverna localizada nas montanhas de Lebombo, em KwaZulu-Natal, perto da fronteira entre África do Sul e Suazilândia (veja a seguir o mapa).

Mapa do mundo. Retido em:
http://www.mat.uc.pt/~mat0703/PEZ/civiliza%C3%A7%C3%A3oafricana.htm

O osso de Lebombo é considerado um artefacto matemático por apresentar 29 entalhes, tal como referimos anteriormente, e por ser uma vara idêntica às que ainda hoje são utilizadas, como calendário, por algumas tribos de bosquímanos que habitam no território fronteiriço entre sul de Angola (Cuando Cubango) e norte da Namíbia (veja a seguir as imagens).

a: imagem colorida. Retirada em: https://pt.m.wikipedia.org/wiki/Ficheiro:Ossos_de_Lebombo.jpg

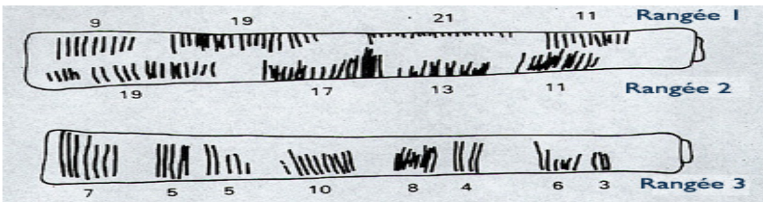
b: imagem não colorida. Retirada em:
http://www.historiadopensamento.com.br/images/Osso_de_lebombo.jpg?939

Alguns estudos apontam que o osso de Lebombo era um dos instrumentos que orientava os homens (na antiguidade) de certo modo em alguns cálculos ou servia de itinerário no controlo de alguma atividade ou acontecimento.

O osso de Ishango

Este osso é o segundo mais antigo artefacto (ou registo) matemático, datado aproximadamente 20.000 anos a.C., contém 168 entalhes distribuídos por três colunas ao longo do comprimento do osso (com um comprimento aproximado de 10 cm), foi descoberto (ou encontrado) por geólogo Jean Heinzelin, no Congo, em 1960. O artefacto está, atualmente, exposto no Museu do Real Instituto de Ciências Naturais, na Bélgica (veja a seguir as imagens).

a: duas vistas do osso de Ishango, com seus entalhes. Retirado em:
https://josetadeuarantes.files.wordpress.com/2016/02/ishango_bone.jpeg



b: desenho de vistas do osso de Ishango. Retirado em:
https://josetadeuarantes.files.wordpress.com/2016/02/ishango_diagrama.jpg

A primeira coluna contém os números ímpares 11; 21; 19 e 9, o que soma 60. A segunda coluna é composta exclusivamente por números primos na sua ordem natural, 11; 13; 17 e 19, que são os números primos existentes entre 10 e 20, somando igualmente 60. A terceira coluna apresenta números pares e ímpares, alguns destes estão repetidos, 3; 6; 4; 8; 10; 5; 5 e 7 e a sua soma é 48.

Outro padrão surpreendente, veja a seguir:

Os números da primeira coluna ou face também podem escrever-se: 10-1; 20-1; 20+1; 10+1;

Os números da segunda coluna podem ter a seguinte ordem: 20-1; 10+7; 20-7; 10+1;

Os números da terceira coluna podem ter a seguinte descrição: o segundo número (6) é o dobro do primeiro (3), o quarto número (8) é o dobro do terceiro (4), o sexto número (5) é a metade do quinto (10) e o oitavo número é o sétimo (7) acrescido de duas unidades, sendo 2 exatamente o fator e o divisor das multiplicações e divisões mencionadas.

Ao longo dos anos, muitos autores (ou investigadores) têm feito várias interpretações numéricas especulativas para fundamentar os agrupamentos dos entalhes marcados no osso de Ishango. Entre as várias interpretações, em entalhes, destaca-se as feitas por Heinzelin, Marshack, Santos, Arantes.

Jean Heinzelin, descobridor do osso, interpretou os padrões de inscrições como "um jogo aritmético, inventado por um povo que possuía um sistema numérico de base 10, bem como conhecimento de duplicação e de números primos" (Heinzelin, 1962, citado por Gerdes, 2007). Continuando, Heinzelin fez a seguinte análise:
Existem 3 faces à volta do osso de Ishango que contém um conjunto de marcas de contagem.

1ª face 11; 21; 19 e 9 (apenas números ímpares);

2ª face 11; 13; 17 e 19 (apenas números primos entre 10 e 20);

3ª face 3; 6; 4; 8; 10; 5; 5; 7 (números ímpares e pares, com a existência de alguns números repetidos).

A soma de entalhes das três colunas (60+60+48) é igual a 168, o número 168 corresponde a seis vezes 28 (ou seja, 6x28). Isso não parece ser uma singela coincidência pois 28 é exatamente o número de dias do ciclo da lua, com suas quatro fases (nova, crescente, cheia e minguante) (Arantes, 2017). Outros autores acreditam que o osso de Ishango era, na verdade, um calendário lunar, com o qual se podia contar a duração de seis meses e, não é só isso, acreditam também que tal calendário, o mais antigo até agora descoberto, tinha sido criado por mulheres. Isso porque existe uma relação entre o ciclo menstrual, que também dura 28 dias, e o ciclo lunar.
A interpretação feita por Marshack (1991, citado por Gerdes, 2007) sugere que o osso de Ishango está relacionado com a contagem de fases da lua.

Santos (2019) referiu que as três colunas se apresentam de forma aproximada paralela, contudo, as linhas nelas gravadas estão agrupadas de forma assimétrica, o que pressupõe que a sua presença envolvia um carácter funcional e não decorativo. Este autor afirmou, ainda, que independentemente da explicação encontrada, para cada um dos pormenores presentes no osso de Ishango, é indiscutível o facto de que aqueles registos, à data em que foram feitos, demonstram interesse pelos números.

Os entalhes que contém o osso de Ishango, como acabamos de ver, podem ser o mecanismo que o povo da antiguidade usava para ajudar a manter o controlo das coisas ou planificar as suas atividades quotidianas ou mensais.

Com vista a uma melhor apreciação dos ossos (considerados os mais antigos artefactos matemáticos), vamos, a seguir, apresentar outro artefacto (cadeira tradicional).

A cadeira "tradicional" é um tipo de assento com quatro pés (de madeiras) com (ou sem) encosto, feita de madeira e pele de gado bovino (veja a seguir a imagem).

Cadeira "tradicional" (fotografada pelo autor)

A cadeira contém 4 faces do tipo quadrado, as faces estão adornadas com diversas marcas (cruzes, tracinhos verticais e horizontais), acompanhe a seguir:

Face 1 Face 2 Face 3 Face 4

A face 1 tem duas cruzes (nos dois pés) e 12 "tracinhos" dos quais 6 na horizontal e 6 na vertical (veja a face 1).

A face 2 contém uma cruz na horizontal e 12 "tracinhos" dos quais 6 na vertical e 6 na horizontal (veja a face 2).

As faces 3 e 4 têm o mesmo número de cruzes (uma na horizontal e duas na vertical ou nos dois pés) e "tracinhos" (veja as faces 3 e 4).

Questões

1. De onde vem a matemática?
2. Porque é que a face 1 não contém cruz na horizontal?
3. Porque é que a face 2 não tem cruzes nos dois pés?
4. O número de cruzes das faces 3 e 4 é igual, porque? Será que o artesão (ou fabricante) terá esquecido de fazer o mesmo com outras faces?
5. Os adornos da cadeira têm alguma interpretação matemática?

As faces 3 e 4 são todas iguais, ou seja, têm a mesma quantidade de "tracinhos" e "cruzes". O número de "tracinhos" das quatro faces é igual, todos eles estão bem alinhados (veja as faces 1, 2, 3 e 4).

Os artesãos, mormente os aprendizes, quando adornam os artefactos (cadeiras) imitam ou olham para os antigos. Os artefactos adornados, que eles imitam, nem sempre estão visíveis (por ser antigos). A invisibilidade pode "gerar" assimetria, ou seja, o aprendiz pode não fazer ou adornar o artefacto (cadeira) de modo igual. Como afirmou Gerdes (2007) "quem imita uma técnica não está a produzir (ou fazer) matemática, mas quem inventa uma técnica está a produzir matemática ou está a pensar matematicamente". Muito provavelmente, o artesão, que adornou as faces da cadeira acima apresentada, seja aprendiz ou principiante e tenha imitado o artefacto (ou cadeira) bastante antigo.

Sobre a questão 5.
Têm, sim, alguma interpretação matemática. Por exemplo, os 3 tracinhos (uns na vertical e outros na horizontal), matematicamente, são designados feixes (ou conjuntos) de retas paralelas e as cruzes são retas concorrentes.

Conclusão
Os mais antigos artefactos matemáticos (ossos de Lebombo e Ishango) que foram abordados podem estimular o interesse de jovens estudantes a apreciar ou explorar matemática "congelada" noutros artefactos.

Os entalhes contidos nos ossos de Lebombo e Ishango continuam a ser estudados por muitos autores de diversas paragens do mundo. Existem poucos estudos à volta destes artefactos, o osso de Lebombo, por exemplo, é pouco explorado. Aqui está, sem sombra de dúvida, o grande desafio de estudo e divulgação destes artefactos que contêm matemática pré-histórica.

A matemática incorporada nestes e noutros artefactos, uma vez explorada e divulgada, pode promover o gosto pela matemática ou tornar o ensino da matemática menos abstrato.

Referências bibliográficas

Aires, L. M. (2018). Uma História da Matemática-Dos Primeiros Agricultores a Alan Turing. Lisboa, Portugal.

Arantes, J. T. (2017). Origens da Matemática 1. Disponível em: https://josetadeuarantes.wordpress.com/2017/06/02/origens-da-matematica-1/. Acedido em: 17 de março de 2021.

Carvalho e Silva, J. (2007). **Prefácio do livro de Paulus Gerdes**. Etnomatemática: reflexões sobre matemática e diversidade cultural. Edições Húmus, Ribeirão, Portugal.

Devlin, K. (2012). Introduction to Mathematical Thinking. Ted Weinstein Literary Management, Estados Unidos.

D´Ambrósio, U. (2005). Sociedade, Cultura, Matemática e seu Ensino. Brasil, São Paulo. Disponível em: https://www.scielo.br/pdf/ep/v31n1/a08v31n1

Acedido em: 22 de março de 2021.

Nonjamba, Z. M. (2020). Sofisticação Matemática em Tempos Pré-Históricos Antes da Escrita: Um Olhar sobre a História da Matemática. Revista da Educação Matemática em Foco. Disponível em: http://revista.uepb.edu.br/index.php/REVEDMAT/article/download/4708/3363 Acedido em: 12 de março de 2021.

Santos, C. (2019). Os números primos de Ishango. Revista Brasileira Multidisciplinar, vol. 22, n.2. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/335975055_Os_numeros_primos_de_Ishango. Acedido em: 15 de março de 2021.

Anexo 7:
Tarefa 1 (Questões relacionadas com almofariz)

FICHA DE TRABALHO

Escola Superior Pedagógica do Cuando Cubango e
Escola do Magistério Secundário de Menongue (Angola)

Ano letivo 2021 — 1º e 3º ano, curso: Ensino de Matemática e 13ª classe, Especialidade: Mat/Física

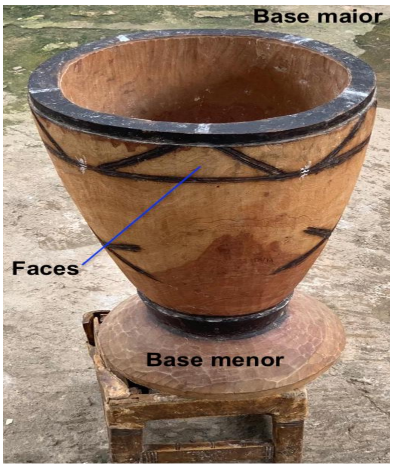
Ficha de trabalho nº _______/Data_____/_____/2021

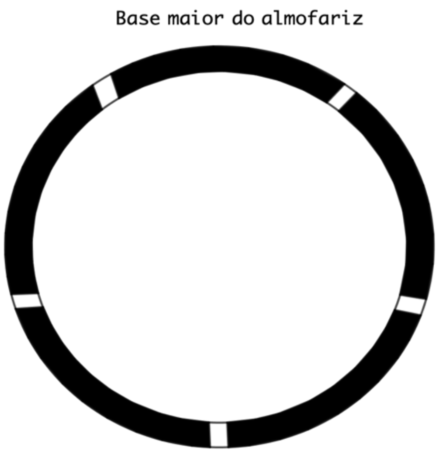
Nome do aluno: ____

Caro aluno, resolva as seguintes questões de forma tão completa quanto lhe for possível, porque as suas respostas servirão para um trabalho de investigação que tem por objetivo melhorar o ensino de matemática no nosso País e contribuir para dar uma visão diferente da matemática.

O almofariz

1. Considere o almofariz seguinte:





   a. Em quantas partes está dividida a base maior do almofariz?

   b. Como é que se constrói um pentágono?

   c. Quantas faces frontais de adornos tem o almofariz?

   d. Qual é a forma geométrica destas faces frontais?

e. Construa o seu próprio almofariz, diferente do apresentado acima, não esquecendo de o adornar com uma ou mais formas geométricas.

f. Que matemática está por detrás da sua construção?

2. O artesão utiliza uma régua não graduada (feita de pauzinhos ou de ferrinhos) para fabricar ou adornar o almofariz, e, muitas vezes, faz contas de forma mental ou intuitiva para acertar as faces laterais de adornos e o tamanho das partições ou “pedacinhos”.

   a. Como é que poderia pensar para usar um procedimento melhor para dividir a base maior do almofariz em partes iguais?

   b. Como é que construiria faces triangulares com as arestas (ou lados) iguais?

3. Que vantagem lhe parece que existe em aprender matemática (em particular a geometria) com recurso a situações concretas como a que nos proporciona o almofariz?

Anexo 8:
Tarefa 2 (Questões relacionadas com balaio)

FICHA DE TRABALHO

Escola Superior Pedagógica do Cuando Cubango e
Escola do Magistério Secundário de Menongue (Angola)

Ano letivo 2021 — 1º e 3º ano, curso: Ensino de Matemática e 13ª classe, Especialidade: Mat/Física

Ficha de trabalho nº _______/Data_____/_____/2021

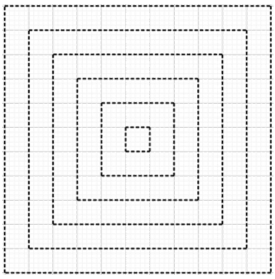
Nome do aluno: ____

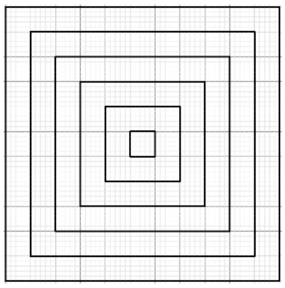
Caro aluno, resolva as seguintes questões de forma tão completa quanto lhe for possível, porque as suas respostas servirão para um trabalho de investigação que tem por objetivo melhorar o ensino de matemática no nosso País e contribuir para dar uma visão diferente da matemática.

O balaio

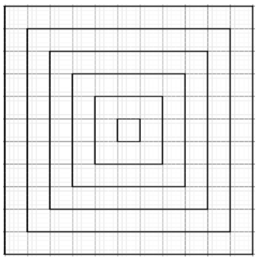
1. O artesão constrói o balaio com todo o cuidado, entrança e/ou entrecruza as tiras de planta (plantas próprias para o efeito) passando por cima e por baixo de mais que uma tira na direção perpendicular. Intuitivamente, ele adorna o balaio de forma geométrica, os retângulos ou quadrados dentados concêntricos sucessivos são algumas formas mais frequentes ou usuais.

a. Das figuras seguintes indique as que são quadrados dentados e não dentados


i


ii

b. Como é que conseguirá construir os quadrados concêntricos sucessivos da figura seguinte com uma régua graduada?



c. Quais são as condições que definem uma perpendicularidade?

2. Observe de novo o balaio da figura inicial.

a. Identifique os conceitos matemáticos (ou geométricos) envolvidos nesse balaio.

b. Com régua e compasso, trace ou desenhe uma figura à sua escolha que apresente eixos de simetria horizontal e vertical e identifique-os na figura.

c. Com régua e compasso, construa o seu próprio balaio e experimente adorná-lo ou enfeitá-lo de forma distinta ou sem repetir os adornos do balaio acima apresentado. Explicite, se possível, toda a matemática que estiver por detrás da sua construção.

3. Que relevância matemática poderá ter o estudo deste artefacto? Porquê?

Anexo 9:
Tarefa 3 (Questões relacionadas com a azagaia)

FICHA DE TRABALHO

Escola Superior Pedagógica do Cuando Cubango e
Escola do Magistério Secundário de Menongue (Angola)

Ano letivo 2021 — 1º e 3º ano, curso: Ensino de Matemática e 13ª classe, Especialidade: Mat/Física

Ficha de trabalho nº _______/Data_____/_____/2021

Nome do aluno: ____

Caro aluno, resolva as seguintes questões de forma tão completa quanto lhe for possível, porque as suas respostas servirão para um trabalho de investigação que tem por objetivo melhorar o ensino de matemática no nosso País e contribuir para dar uma visão diferente da matemática.

A armadilha de caça (azagaia)

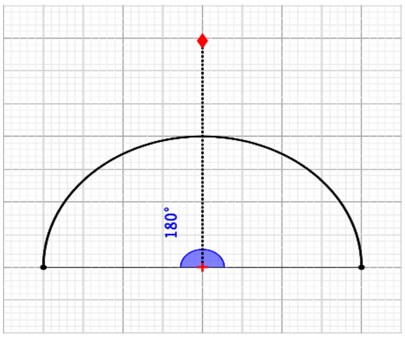
1. Os artesãos fazem ou fabricam azagaias para fins de segurança ou caça furtiva, envergam e atam com uma corda as duas extremidades do pau no sentido de obtê-lo em formato de arco. Eles criam ou imitam as antigas técnicas para fabricar as novas azagaias e no momento de lançar a seta fazem os cálculos mentalmente para posicionar a flecha no centro do arco da azagaia.

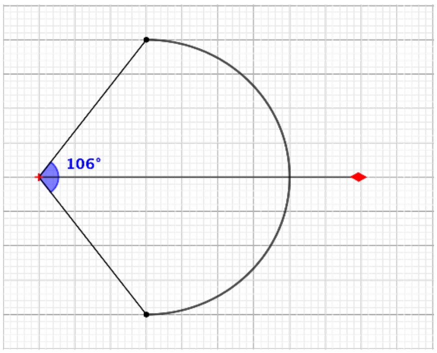
   a. Com compasso e régua graduada faça ou desenhe uma azagaia;

   b. Posicione uma seta ou flecha no centro da azagaia;

   c. Na posição de repouso da azagaia, descubra o ângulo formado pela azagaia.

2. Observe as imagens seguintes:

i.  

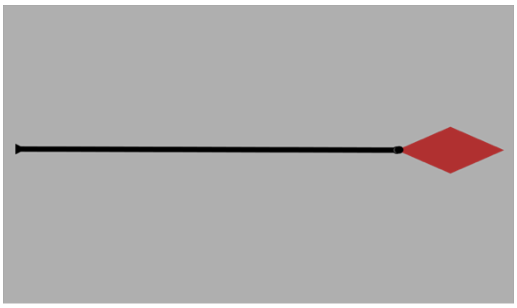
ii.  

a. O que é que acontece ao ângulo inicial da azagaia quando o caçador estica a flecha?

b. Descortine que matemática está por detrás do manuseamento desta azagaia.

c. Como consegue encontrar o comprimento do arco de azagaia?

3. Dos nomes das figuras geométricas abaixo apresentados, indique, assinalando com um x, o que corresponde ao formato da extremidade da flecha.



Pentágono ☐

Hexágono ☐

Losango ☐

Retângulo ☐

Quadrado ☐

4. É possível manusear ou fabricar uma azagaia sem pensar matematicamente? Se não (ou sim) explique.